

**FORTALECIMIENTO DEL PENSAMIENTO ALEATORIO Y LOS SISTEMAS DE DATOS A
PARTIR DEL PROBLEMA DE LA GENERACIÓN DE LOS RESIDUOS SÓLIDOS**

CLAUDIA PENAGOS VEGA

**UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
FACULTAD DE EDUCACIÓN
DEPARTAMENTO DE POSGRADOS
BOGOTÁ D.C.**

2022

**FORTALECIMIENTO DEL PENSAMIENTO ALEATORIO Y LOS SISTEMAS DE DATOS A
PARTIR DEL PROBLEMA DE LA GENERACIÓN DE LOS RESIDUOS SÓLIDOS**

CLAUDIA PENAGOS VEGA

Trabajo final presentado como requisito parcial para optar al título de
Especialista en Pedagogía

Directora:

CARMENZA SÁNCHEZ RODRÍGUEZ

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

FACULTAD DE EDUCACIÓN

DEPARTAMENTO DE POSGRADOS

BOGOTÁ D.C.

2022

TABLA DE CONTENIDO

| | |
|---|----|
| INTRODUCCIÓN | 6 |
| 1. ACERCAMIENTO AL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN..... | 7 |
| 2. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA | 8 |
| 2.1 OBJETIVO GENERAL..... | 8 |
| 2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS..... | 8 |
| 3. JUSTIFICACIÓN..... | 8 |
| 4. ANTECEDENTES | 10 |
| 5. MARCO TEÓRICO | 13 |
| 5.1 EL PENSAMIENTO ALEATORIO Y LOS SISTEMAS DE DATOS | 13 |
| 5.2 CONCEPTOS FUNDAMENTALES | 15 |
| 5.2.1 <i>Estudio estadístico</i> | 15 |
| 5.2.2 <i>Distribuciones de frecuencias y gráficos</i> | 17 |
| 5.2.3 <i>Medidas de Tendencia Central</i> | 18 |
| 5.2.3.1 Moda | 19 |
| 5.2.3.2 Media aritmética | 19 |
| 5.2.3.3 Mediana | 22 |
| 5.2.3.4 Ventajas y desventajas de las Medidas de Tendencia Central..... | 24 |
| 5.3 RESIDUO SÓLIDO..... | 25 |
| 6. MARCO METODOLÓGICO | 28 |
| 7. RESULTADOS Y ANÁLISIS DE LA PRUEBA DIAGNÓSTICA | 30 |
| 8. SECUENCIA DIDÁCTICA..... | 47 |
| 8.1 UNIDAD 1: CONCEPTOS BÁSICOS | 52 |
| 8.2 UNIDAD 2: INTERPRETACIÓN Y REPRESENTACIÓN DE DATOS | 57 |
| 8.3 UNIDAD 3: MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL | 65 |
| 9. CONCLUSIONES..... | 69 |
| BIBLIOGRAFÍA..... | 70 |
| A. ANEXO 1: PRUEBA DIAGNÓSTICO..... | 74 |

| | | |
|----|--------------------------------|----|
| B. | ANEXO 2: DIARIO DE CLASE | 80 |
| C. | ANEXO 3: DIARIO DE CAMPO | 81 |

ÍNDICE DE TABLAS

| | |
|--|----|
| Tabla 1: Estándares básicos de competencias en matemáticas | 9 |
| Tabla 2: Derechos básicos de aprendizaje grado 5° | 10 |
| Tabla 5: Niveles de comprensión de gráficos | 18 |
| Tabla 6: Errores más habituales en el cálculo de las medidas de tendencia central | 25 |
| Tabla 3: Clasificación de desechos sólidos | 27 |
| Tabla 4: Organización de los estándares por eje y grado | 48 |

ÍNDICE DE FIGURAS

| | |
|--|----|
| Figura 1: Fases de la metodología <i>IAE</i> | 29 |
| Figura 2: Evidencia de respuestas dadas a la pregunta 1 | 31 |
| Figura 3: Evidencia de las respuestas dadas a la pregunta 2, literal b | 34 |
| Figura 4: Evidencia de las respuestas dadas a la pregunta 2, literal c | 35 |
| Figura 5: Evidencia de las respuestas dadas a la pregunta 3, literal a | 37 |
| Figura 6: Evidencia de las respuestas dadas a la pregunta 3, literal b | 37 |
| Figura 7: Evidencia de las respuestas dadas a la pregunta 4, literal a | 39 |
| Figura 8: Evidencia de las respuestas dadas a la pregunta 4, literal b | 40 |
| Figura 9: Evidencia de las respuestas dadas a la pregunta 5..... | 41 |
| Figura 10: Evidencia de las respuestas dadas a la pregunta 9, literal a | 45 |
| Figura 11: Evidencia de las respuestas dadas a la pregunta 9, literal b | 46 |

INTRODUCCIÓN

El interés del presente trabajo surge al observar y constatar las dificultades que presentan los estudiantes de grado quinto de la Fundación Colegio Emilio Valenzuela para organizar, representar, analizar y relacionar datos provenientes de diferentes fuentes. Por tal razón, se establece como objetivo el diseño de una secuencia didáctica que contribuya al fortalecimiento del pensamiento aleatorio y los sistemas de datos a partir del problema de la generación de los residuos sólidos.

En primer lugar se propone y aplica un ejercicio diagnóstico con el fin de precisar las dificultades que tienen los estudiantes cuando se enfrentan a problemas que involucran el análisis y la interpretación de un conjunto de datos que ha sido representado en tablas de frecuencias y gráficos estadísticos. En segundo lugar, se diseña una secuencia didáctica que vincula elementos fundamentales del pensamiento aleatorio con el problema de la generación de residuos sólidos, esto con el fin de brindar situaciones contextualizadas que les permita a los estudiantes una mejor comprensión de los conceptos estadísticos.

Así, el trabajo está dividido en nueve apartados organizados de la siguiente manera: en los primeros cuatro se presentan aspectos generales de la investigación como lo son el acercamiento al problema de investigación, los objetivos, la justificación y la revisión de antecedentes. En el quinto y sexto se encuentran los aspectos teóricos y metodológicos que fundamentan el presente trabajo. El séptimo contiene el análisis de los resultados obtenidos por los estudiantes de grado quinto en la prueba diagnóstico, el octavo presenta la secuencia de actividades y el último da cuenta de las conclusiones a las que se llega al finalizar el trabajo propuesto.

1. ACERCAMIENTO AL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

El pensamiento aleatorio y los sistemas de datos hacen referencia al dominio de conceptos y procedimientos necesarios para recolectar, estudiar, resumir y diagramar conjuntos de datos estadísticos con el fin de obtener información que permita predecir el curso de los acontecimientos. Su importancia se deriva del hecho de que le permite al estudiante desarrollar habilidades para interpretar y analizar información que resulta publicada en diferentes medios (periódicos, revistas, televisión, etc.), para estudiar, resumir y representar sistemas de datos estadísticos con el fin de tomar decisiones ante la incertidumbre de un suceso, lo que resulta fundamental para el pensamiento crítico (MEN, 2006). Pese a su importancia, es poco el tiempo que se dedica a su estudio. Entre las dificultades que presentan los estudiantes destacan aquellas relacionadas con la organización, la representación, el análisis y la capacidad para relacionar datos y medidas que provienen de diferentes fuentes.

En lo que respecta a la contaminación, el tema de la generación de residuos y su tratamiento es un asunto que preocupa a nivel internacional, puesto que su manejo inapropiado “contribuye a la contaminación de los suelos y las aguas, al deterioro del paisaje natural y de los centros urbanos, y afecta la salud pública por la proliferación de vectores transmisores de enfermedades” (Suárez, 2000, p.41). Según el informe emitido en el año 2018 por el Banco Mundial, anualmente se generan en el mundo 2.010 millones de toneladas de desechos sólidos, de los cuales el 44% corresponde a desechos orgánicos. A este ritmo, en los próximos 30 años la cantidad de desechos habrá aumentado en un 70%.

Bogotá, por ejemplo, es una de las ciudades que genera la mayor cantidad de residuos sólidos en el país con un total de 6.469 toneladas por día, según el informe nacional sobre disposición final de residuos sólidos emitido en el año 2018. Así, para la directora del Instituto de Estudios Ambientales de la Universidad Nacional, Myriam Barrera, uno de los problemas que le urge resolver a la capital del país en materia ambiental es el que se refiere al manejo de los residuos sólidos.

En razón a lo anterior surge una preocupación por la cantidad de residuos sólidos que se generan en la institución en la que laboro y particularmente, por la cantidad de comida que los estudiantes de primaria desperdician en el comedor tanto en la hora de descanso como en la del almuerzo. Al tiempo que surge un interés por encontrar estrategias que se puedan implementar desde la clase de matemáticas para que los estudiantes comprendan conceptos fundamentales propios del pensamiento aleatorio y los sistemas de datos y, a la vez, sean más responsables con el cuidado del medio ambiente, visibilizando el problema que generan los residuos sólidos y la responsabilidad que tenemos todos los seres humanos frente al cuidado del planeta.

2. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

La pregunta que guía la presente investigación es ¿a través de qué actividades se puede potenciar el desarrollo del pensamiento aleatorio y los sistemas de datos en los estudiantes de grado quinto del Colegio Emilio Valenzuela abordando el problema de la generación de residuos sólidos?

2.1 OBJETIVO GENERAL

- Diseñar una secuencia didáctica para potenciar el desarrollo del pensamiento aleatorio y los sistemas de datos en estudiantes de grado quinto del Colegio Emilio Valenzuela que involucre el problema de la generación de residuos sólidos.

2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Determinar las dificultades que tienen los estudiantes cuando se enfrentan a la resolución de problemas relacionados con el pensamiento aleatorio y los sistemas de datos.
- Plantear actividades que involucren el manejo de los residuos sólidos y el análisis de información estadística con el fin de fortalecer el desarrollo del pensamiento aleatorio y los sistemas de datos.

3. JUSTIFICACIÓN

La estadística se ha convertido en “un conocimiento imprescindible para la participación ciudadana y la toma de decisiones tanto en la vida privada como en el trabajo” (Ruíz, 2014). Por tal razón, su enseñanza no se puede reducir a la memorización de fórmulas, es necesario propender por el desarrollo del pensamiento aleatorio y los sistemas de datos que posibilite en los estudiantes la comprensión de sus conceptos básicos, lo que les permitirá la interpretación y el análisis de información estadística que diariamente circula en diferentes medios. Es decir, no es suficiente una enseñanza que desarrolle capacidades de cálculo y conocimiento de definiciones si no viene acompañada del desarrollo de “habilidades básicas de lectura, conocimiento del contexto y capacidad crítica” (Gal, 2002, como se citó en Batanero, 2015).

No obstante, a pesar del reconocimiento del papel que juega la estadística en la formación de ciudadanos y su inclusión en los planes de estudio, esta no ha sido incorporada plenamente en la escuela y aunque ocupa

un lugar importante en el currículo, esto no garantiza necesariamente su enseñanza ya que como afirman Barón y Delgado, “los tópicos de Estadística son frecuentemente relegados en la enseñanza en la educación primaria” (2016, p. 93), se dejan para el final o sencillamente se omiten. Dentro de las dificultades que se observan en los estudiantes en torno a los contenidos propios del pensamiento aleatorio y los sistemas de datos, destacan problemas asociados con la recolección de datos provenientes de observaciones, encuestas y experimentos; la representación de datos en tablas de frecuencia y gráficos estadísticos; y, la utilización y comprensión de las medidas de posición central (Batanero, 2015).

En este sentido se espera brindar a los estudiantes de grado quinto actividades contextualizadas en las que el conocimiento sobre conceptos fundamentales propios del pensamiento aleatorio y sistemas de datos cobren sentido para ellos, teniendo en cuenta lo propuesto en los Lineamientos Curriculares, los Estándares Básicos de Competencias y los Derechos Básicos de Aprendizaje para dicho grado.

Tabla 1

Estándares básicos de competencias en matemáticas

| Pensamiento aleatorio y sistemas de datos |
|---|
| <ul style="list-style-type: none">• Represento datos usando tablas y gráficas (pictogramas, gráficas de barras, diagramas de líneas, diagramas circulares).• Comparo diferentes representaciones del mismo conjunto de datos.• Interpreto información presentada en tablas y gráficas (pictogramas, gráficas de barras, diagramas de líneas, diagramas circulares)..• Uso e interpreto la media (o promedio) y la mediana y comparo lo que indican.• Resuelvo y formulo problemas a partir de un conjunto de datos provenientes de observaciones, consultas o experimentos. |

Fuente: MEN (2006, p. 83)

Tabla 2

Derechos básicos de aprendizaje grado 5°

| Pensamiento aleatorio y sistemas de datos | |
|---|---|
| Organización de los datos y las medidas de posición y variabilidad | <ul style="list-style-type: none">• Formulo preguntas que requieren comparar dos grupos de datos, para lo cual recolecto, organizo y uso tablas de frecuencia, gráficos de barras, circulares, de línea, entre otros. Analizo la información presentada y comunico los resultados.• Utilizo la media y la mediana para resolver problemas en los que requiero presentar o resumir el comportamiento de un conjunto de datos. |

Extraído de las Mallas de aprendizaje. Matemáticas Grado 5°. Fuente: MEN (2017, p. 7)

4. ANTECEDENTES

La revisión bibliográfica se hizo teniendo en cuenta dos ejes temáticos, a saber: los residuos sólidos y el fortalecimiento del pensamiento aleatorio. A continuación, se mencionan los principales hallazgos.

En relación con el tema de los residuos sólidos, se destacan los trabajos de:

Diuza y Murillo (2011), quienes observaron que en el PRAE de la institución educativa José Ramón Bejarano, ubicada en la comuna 6 de Buenaventura, la transversalidad se planteaba a través de actividades que habían sido abordadas de manera fragmentada desde diferentes áreas, y dado que no tenían en cuenta la manera en la que dichas actividades se podían articular, no lograban incidir en la solución o mitigación de los problemas ambientales que habían sido detectados por la comunidad educativa. Entonces, elaboraron una propuesta transversal al currículo a partir del problema de los residuos domiciliarios en el manglar, que fue aplicada en diferentes grados de la institución y observaron que este tipo de actividades aportaban elementos que eran favorables en la solución de los problemas ambientales de su comunidad, permitiendo de esta manera la articulación entre la escuela y su entorno.

En suma, la investigación muestra el trabajo transversal como una oportunidad valiosa para incorporar la educación ambiental en la escuela, una alternativa a la manera en la que tradicionalmente se han puesto en práctica los PRAE en la institución.

Palacios (2015), quien propone mejorar el manejo que se le dan a los residuos sólidos que se producen en la institución educativa Esteban Ochoa del municipio de Itagüí, con el fin de minimizar el impacto negativo en el medio ambiente, de promover una cultura de separación de residuos y fortalecer la formación ambiental que les permitiera a sus estudiantes ser conscientes de las problemáticas de su entorno educativo. Para esto, llevó a cabo una campaña de sensibilización, conformó un grupo ambiental que recibió capacitación de la Secretaría del Medio Ambiente y con la participación y colaboración de este grupo, realizó una serie de actividades para contribuir con la divulgación, la recolección, la clasificación y la disposición final de los residuos sólidos generados al interior de la institución. Vale resaltar que el manejo de residuos sólidos en la institución se favorece si se logra hacer partícipes a los padres de familia y en general, a todos los actores institucionales.

Murillo (2019), quien resalta la importancia de abordar la educación ambiental desde un enfoque de *transversalidad curricular*, dado que es un elemento que dinamiza los diferentes procesos educativos propuestos en los planes de estudio de cada una de las áreas. Así, a través de la implementación de su propuesta los estudiantes se apropiaron de temáticas propias de las distintas áreas involucradas en el proyecto al tiempo que aprendieron y desarrollaron habilidades en torno al manejo adecuado que deben dar a los residuos sólidos y fortalecieron valores como el respeto, la responsabilidad, el compromiso, el autocuidado y el cuidado de la institución.

En relación con el desarrollo del pensamiento aleatorio se destacan los siguientes trabajos:

Turizo (2013) desarrolla una propuesta de enseñanza para geometría y estadística con estudiantes de grado sexto desde la interdisciplinariedad y la transversalidad del currículo con la que espera contribuir a la conservación del medioambiente a partir del estudio del eje temático, “los residuos sólidos”.

Sosa (2014), quien pone de manifiesto las dificultades que tienen los estudiantes de grado octavo de la institución educativa CED Bosco II, para interpretar datos presentados en gráficos y tablas, para usar medidas de tendencia central y para resolver problemas en contextos de medida. Por tal razón, propuso el diseño de actividades que involucró el manejo de residuos sólidos con el fin de lograr que sus estudiantes

apreciaran la utilidad de la estadística y el papel de los aprendizajes en la comprensión del mundo que nos rodea.

Álvarez (2018), afirma que los estudiantes presentan dificultades en el área de matemáticas, particularmente en lo que refiere al pensamiento aleatorio y sistemas de manejo de datos, dado que no comprenden y no analizan problemas de tipo estadístico, se muestran desmotivados debido a la falta de entendimiento, la no asimilación de los conceptos, la falta de explicación y aclaración de las dudas por parte de los maestros y la “castración del conocimiento en asuntos como la lógica y el razonamiento matemático” (Álvarez, 2018, p.11). El autor advierte que esto se debe a falencias en la enseñanza de la estadística, que no logra procesos amenos de enseñanza y resultan poco atractivos para los estudiantes, lo que genera bajo rendimiento y afecta negativamente los resultados obtenidos en pruebas internas y externas.

En razón a lo anterior, desarrolla un proyecto para fortalecer la práctica en el aula a través de la investigación y la experimentación de los estudiantes desde su contexto, con la cual los estudiantes de grado noveno tuvieron la oportunidad de crear los instrumentos para recolectar datos que analizaron posteriormente, aumentando su motivación y mejorando su comprensión y su nivel de razonamiento estadístico.

Vélez (2020), parte de la preocupación por los resultados obtenidos en las pruebas externas y en general, por las dificultades que presentan sus estudiantes a la hora de realizar gráficos estadísticos, de interpretar información proveniente de diferentes gráficos o textos y de argumentar sus respuestas o justificar sus procedimientos. Por tal razón, su estudio pretendió brindar elementos que permitieran mejorar la enseñanza de las técnicas de recolección, representación y análisis de información, centrando su atención en el fortalecimiento de la competencia comunicativa, de razonamiento y de resolución de problemas a partir de la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel, con el fin de fortalecer el pensamiento aleatorio y sistemas de datos.

Esta autora destaca que es en la educación primaria donde debe establecerse las bases que les permita a los estudiantes comprender textos y gráficos estadísticos para que puedan asumir una postura crítica de su realidad. Por tal razón, su investigación contó con la participación de 30 estudiantes de grado quinto pertenecientes a la Institución Educativa Barrio Santa Cruz, ubicada en la comuna 2 de la ciudad de Medellín.

Para Lopera (2020), la dificultad que tienen sus estudiantes para interpretar, analizar y resolver problemas a partir de un conjunto de datos representado bien sea en tablas de frecuencia, diagramas de barras o gráficos

circulares, se debe entre otras causas, al poco tiempo que se destina dentro del área de matemáticas, al estudio y desarrollo de temáticas propias de la estadística descriptiva. Dados los resultados de la prueba saber, se observa que más del 70% de los estudiantes de la Institución Educativa José Roberto Vásquez no lograron el aprendizaje esperado. Así, el propósito de la autora es diseñar una estrategia didáctica para fortalecer el pensamiento aleatorio a través del análisis de gráficos estadísticos.

La autora pone de manifiesto la importancia de contextualizar la enseñanza de la estadística ya que de esta manera es posible desarrollar y fortalecer competencias comunicativas, de pensamiento crítico, de colaboración y uso adecuado de herramientas digitales, que les permitirá adaptarse a las exigencias de la sociedad actual.

Se observa que gran parte de las investigaciones que incluyen el problema de residuos sólidos lo hacen desde una perspectiva de la educación ambiental. Sin embargo, no se hallaron propuestas que vinculen el problema de los residuos sólidos con la enseñanza de conceptos básicos del pensamiento aleatorio y los sistemas de datos en lo que refiere a la básica primaria, razón por la cual se considera pertinente la propuesta investigativa aquí planteada.

5. MARCO TEÓRICO

5.1 EL PENSAMIENTO ALEATORIO Y LOS SISTEMAS DE DATOS

En lo que respecta al concepto del pensamiento aleatorio y los sistemas de datos se adopta la propuesta de Cisneros (2007), quien asegura que:

Este tipo de pensamiento, llamado también probabilístico o estocástico, ayuda a tomar decisiones en situaciones de incertidumbre, de azar, de riesgo por falta de información confiable, en las que no es posible predecir con seguridad lo que va a pasar. Este pensamiento se apoya directamente en conceptos y procedimientos de la teoría de probabilidades y de la estadística inferencial, e indirectamente en la estadística descriptiva y en la combinatoria ayuda a buscar soluciones razonables a problemas en los que no hay una solución clara y segura, abordándolos con un espíritu de exploración y de investigación mediante la construcción de modelos de fenómenos físicos, sociales o de juegos de azar y la utilización de estrategias como la exploración de sistemas de datos, la simulación de experimentos y la realización de conteos (p.19).

Para este autor, dentro del pensamiento aleatorio se encuentran procesos que implican la recolección, la representación y la interpretación de datos además del estudio y la comprensión del concepto de probabilidad, por tal razón, abordar dichos procedimientos requiere una reflexión permanente puesto que hacen parte no solo de la vida cotidiana sino de la ciencia y se encuentra estrechamente ligado con:

- La modelación y la simulación de fenómenos físicos.
- Las estrategias de conteo.
- Las maneras de aproximarse a conceptos matemáticos propios del pensamiento aleatorio como son el azar, la posibilidad y la probabilidad.
- La toma de decisiones sobre la pertinencia de los datos.
- Los métodos para la recolección de información en un experimento.
- Las técnicas de presentación, análisis e interpretación de información estadística.

Se propone que los estudiantes planteen situaciones que puedan ser analizadas a través del tratamiento de datos (ordenar, agrupar, representar, usar modelos y métodos estadísticos) en ambientes no solo reales sino significativos, dado que los estudiantes poseen nociones previas de conceptos estadísticos que pueden poner en juego para establecer razonamientos frente a situaciones de incertidumbre o de riesgo. De acuerdo con lo planteado en los Estándares Básicos de Competencias,

ya no es tan importante el recuerdo de las fórmulas y la habilidad para calcular sus valores, como si lo es el desarrollo del pensamiento aleatorio, que les permitirá interpretar, analizar y utilizar los resultados que se publiquen en periódicos y revistas, que se presenten en la televisión o que aparezcan en pantalla o en hojas impresas como productos de los distintos programas de análisis de datos (MEN, 2006, p. 65).

La enseñanza de la estadística en la escuela debe propiciar ambientes de aprendizaje que permitan el desarrollo de habilidades de razonamiento, teniendo en cuenta aspectos como: la evaluación crítica de datos, la realización de inferencias y la argumentación lógica a partir de información estadística. La idea central en la formación debe estar orientada hacia el desarrollo del razonamiento crítico, es decir, no pensada desde la aceptación de supuestos y el desarrollo de procedimientos y algoritmos de la disciplina de manera mecánica sino desde los sujetos que interactúan con dichos conceptos y le otorgan sentido a partir de sus experiencias (Riascos, 2006, p. 25).

5.2 CONCEPTOS FUNDAMENTALES

5.2.1 Estudio estadístico

Un estudio estadístico es un proceso investigativo que sigue un conjunto de pasos, los cuales se resumen a continuación:

1. **Planteamiento del problema:** se define el objeto de estudio de la investigación y se determina la población a la cuál hará referencia el estudio.
2. **Planificación del trabajo de campo:** se discute y decide sobre los procedimientos de recolección, los instrumentos, el tamaño de la muestra, las características del muestreo, etc.
3. **Recopilación de información:** se recogen datos y se depura la información obtenida.
4. **Análisis de datos:** se estudian los datos y el uso de sus expresiones en cifras con el fin de lograr información válida y confiable. Se lleva a cabo teniendo en cuenta una escala de medición, a través del cual se le asignan valores a los datos estadísticos. Siguiendo a Jorge Coronado (2007, pp. 108-120), estas se agrupan en cuatro tipos, a saber:
 - a. **Escala nominal:** se clasifica a cada uno de los individuos de una población en categorías mutuamente excluyentes, a las cuales se le asigna un *nombre*¹ teniendo en cuenta sus características, atributos o propiedades. Esto permite diferenciarlas entre sí pero no establecer relaciones, es decir, no se pueden ordenar, comparar o realizar operaciones entre ellas a excepción del conteo.

Por ejemplo, cuando se realiza un estudio y se incluye la variable estado civil, esta puede ser nombrada como: soltero (1), unión libre (2), casado (3), divorciado (4) o viudo (5). En este caso, los números 1, 2, 3, 4 y 5 representan categorías de datos, es decir, cumplen con la función de clasificar y por tanto, no se pueden manipular aritméticamente ni establecer una relación de orden dado que cada número representa una categoría distinta. Así, los números asignados son arbitrarios y sirven meramente como etiquetas o identificadores.

¹ “Los *nombres* que se emplean en la aplicación de la escala nominal de medida no necesitan ser nombres (alfabéticos o alfanuméricos) en el sentido estricto de la palabra. También se pueden utilizar números o numerales” (Coronado, 2007, p.108).

La variable nominal se clasifica según la cantidad de categorías que posea en:

- Variable nominal dicotómica: si la tiene dos o más categorías
- Variable nominal multicotómica o policotómica: Si tiene tres o más categorías. En el caso anterior, la variable estado civil es una variable multicotómica dado que tiene cinco categorías.

b. Escala ordinal: se utiliza para clasificar y ordenar un conjunto de datos. En esta escala se habla de primero, segundo, tercero, por lo que las etiquetas o los símbolos que se le asignen a cada una de las categorías indican una jerarquía, es decir, no son fijadas de manera arbitraria. Por ejemplo, se pueden clasificar equipos que participen en un campeonato de baloncesto según la cantidad de puntos obtenidos, familias según su condición socio-económica, personas según su nivel educativo o grado de escolaridad.

Vale resaltar que las categorías que resultan en este tipo de escala son mutuamente excluyentes y están clasificadas u ordenadas según la característica que poseen.

c. Escala de intervalo: “permite asignar un número a cada individuo situándolo en una posición exacta dentro de un intervalo” (Sosa, 2020, p. 19). Las variables que son medidas en esta escala dan una idea de la cantidad o el tamaño de lo que se está midiendo. Para esto, es indispensable definir una unidad de medida y un cero u origen, que puede tomarse de modo arbitrario y que no representa la ausencia de la característica medida. Como ejemplo de una escala de medición se tiene la temperatura del cuerpo humano, el tiempo, etc.

En este tipo de escala las categorías además de ser excluyentes son exhaustivas, es decir, cada dato pertenece a una única categoría, y se ordenan según la cantidad de características que posean.

d. Escala de razón: aunque guarda relación con la anterior, se diferencia en que en esta se identifica un cero absoluto, que representa la ausencia de la característica en mención. Como ejemplos de este tipo de escala se tiene la estatura, el ingreso de una familia en el mes, la medición de magnitudes físicas, tales como la longitud, la masa, el peso, la velocidad, etc.

5. **Interpretación:** se obtienen conclusiones a partir de los resultados obtenidos.

Así, para realizar un estudio estadístico es preciso definir cuáles son las características de un conjunto de elementos o individuos sobre los que se llevará a cabo el proceso de recopilación y análisis de información, es decir, se debe determinar la *población* y las *variables* objeto de estudio. De acuerdo con Salazar y del Castillo (2018, p. 15), estas variables pueden ser:

- **VARIABLES CUANTITATIVAS**, cuando toman valores numéricos.
 - **Cuantitativa discreta**, si se determina mediante conteo, como por ejemplo el número de hijos que tiene una persona, el número de torneos ganados, la posición alcanzada en una competencia deportiva.
 - **Cuantitativa continua**, si se determina a través de una medición, como por ejemplo la estatura de una persona, la rapidez de un automóvil, la longitud de una circunferencia.

- **VARIABLES CUALITATIVAS**, cuando expresan atributos o características no cuantificables.
 - **Cualitativa nominal**, si no es posible determinar un orden o jerarquía, como por ejemplo el lugar de nacimiento, el lugar de residencia, el nombre de su escritora favorita, el color de una prenda de vestir.
 - **Cualitativa ordinal**, si es posible establecer un orden, como por ejemplo el grado de escolaridad, los niveles de desempeño.

Vale resaltar que en caso de que sea imposible trabajar con todos los elementos de una población ya sea por motivos económicos o cuestiones logísticas, se debe seleccionar un **subconjunto** de dicha población para realizar el estudio. Este debe ser un conjunto representativo de dicha población y se conoce con el nombre de **muestra**.

5.2.2 Distribuciones de frecuencias y gráficos

Cuando se analiza una nueva variable es importante determinar los valores que puede tomar, el total de datos y el número de veces que aparece cada valor dentro del conjunto de datos. Información que puede representarse de manera textual, a través de una distribución de frecuencias o mediante gráficos estadísticos.

Una distribución de frecuencias o tabla de frecuencias es una representación tabular en la cual se relacionan las categorías de la variable y la frecuencia de cada una de ellas. Dicha información también se puede presentar mediante gráficos estadísticos. Así, existen diferentes tipos de gráficos y su elección depende de la variable que se esté tratando. Por ejemplo, los diagramas de barras se usan para representar variables cualitativas y cuantitativas discretas; los diagramas circulares o de sectores para representar porcentajes; los histogramas para representar variables cuantitativas continuas (Sosa, 2014, p.19).

Batanero & Godino (2004), señalan cuatro niveles distintos de comprensión de gráficos, que es posible aplicar a las tablas de frecuencias y gráficos estadísticos.

Tabla 3

Niveles de comprensión de gráficos

| Nivel de comprensión | Característica |
|---|--|
| <i>Lectura literal</i> <i>(leer datos)</i> | En este nivel de comprensión se realiza una lectura literal del gráfico, es decir, no se interpreta la información representada en él. |
| <i>Interpretar los datos</i> <i>(leer dentro de los datos)</i> | En este nivel de comprensión requiere interpretar e integrar los datos del gráfico, que supone la habilidad para comparar cantidades, para usar otros conceptos y destrezas matemáticas. |
| <i>Hacer una inferencia</i> <i>(leer más allá de los datos)</i> | En este nivel de comprensión se realizan predicciones e inferencias a partir de datos sobre información que no está reflejada directamente en el gráfico. |
| <i>Valorar los datos</i> <i>(leer detrás de los datos)</i> | En este nivel de comprensión se valora la fiabilidad y completitud de los datos. |

Fuente: Elaboración propia con base en Batanero & Godino (2004)

5.2.3 Medidas de Tendencia Central

La información recolectada en un estudio estadístico se puede organizar y resumir en tablas de frecuencias y representaciones gráficas. Sin embargo, hay situaciones en las que se necesita de algunas medidas que brinden información importante de la muestra de forma directa. Tal es el caso de las medidas de tendencia

central que resumen un conjunto de valores en un único dato (Becerra, *s.f.*). Estas se localizan en el centro de un conjunto de datos que han sido ordenados teniendo en cuenta su magnitud y sirven para determinar la posición del dato que representa de mejor manera dicho conjunto de datos.

Las medidas de tendencia central más utilizadas son: la media aritmética, la mediana y la moda. Con el fin de caracterizarlas se recurre al libro titulado *Estadística: un enfoque descriptivo*, escrito por Roberto Behar y Mario Yepes.

5.2.3.1 Moda

Si la variable es discreta, la moda M_o , corresponde al dato que tiene mayor frecuencia en la muestra.

Ejemplo

En la muestra 2, 5, 2, 3, 2, 5, 2, 3, 4, 2, 3, 2, la moda es $M_o = 2$ puesto que tiene la mayor frecuencia (aparece 6 veces).

Si se tiene una tabla de frecuencias con datos agrupados, se habla del intervalo modal Becerra (*s.f.*). Si estos tienen la misma amplitud, la moda se calcula de la siguiente manera:

$$M_o = L_i + \left(\frac{f_i - f_{i-1}}{(f_i - f_{i-1}) + (f_i - f_{i+1})} \right) \cdot a_i$$

Donde:

L_i = Extremo inferior del intervalo modal, es decir, del intervalo que presenta la mayor frecuencia absoluta.

f_i = Frecuencia absoluta del intervalo modal

f_{i-1} = Frecuencia absoluta del intervalo modal anterior al modal

f_{i+1} = Frecuencia absoluta del intervalo modal posterior al modal

a_i = Amplitud del intervalo

5.2.3.2 Media aritmética

La media aritmética de un conjunto de datos $x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n$ se define como

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{n-1} + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Ejemplo

Sean 4, 5, 2, 3, 2, 5, 7, 3, 4, 5, 3, 2, una muestra de tamaño $n = 12$; su media aritmética es 3.75

$$\bar{x} = \frac{4 + 5 + 2 + 3 + 2 + 5 + 7 + 3 + 4 + 5 + 3 + 2}{12} = \frac{45}{12} = 3.75$$

Si los datos corresponden a una variable discreta organizada en una tabla de frecuencias, la media aritmética se define como

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^m x_i \cdot n_i}{n} = \sum_{i=1}^m x_i \times \frac{n_i}{n} = \sum_{i=1}^m x_i \cdot f_i$$

Ejemplo

Si la muestra se presenta en una tabla de frecuencias como esta

| Valor observado | Frecuencia absoluta | Frecuencia relativa |
|-----------------|---------------------|---------------------|
| x_i | n_i | f_i |
| 1 | 4 | 0.4 |
| 2 | 3 | 0.3 |
| 3 | 1 | 0.1 |
| 4 | 2 | 0.2 |
| Total: | 10 | 1.0 |

La media se calcula de la siguiente manera

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^m x_i \cdot n_i}{n} = \frac{1 \times 4 + 2 \times 3 + 3 \times 1 + 4 \times 2}{10} = \frac{4 + 6 + 3 + 8}{10} = \frac{21}{10} = 2.1$$

O, lo que es exactamente igual

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^m x_i \cdot f_i = 1 \times 0.4 + 2 \times 0.3 + 3 \times 0.1 + 4 \times 0.2 = 0.4 + 0.6 + 0.3 + 0.8 = 2.1$$

Si se tienen dados agrupados en clases, la media se puede calcular de la siguiente manera

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^m x'_i \cdot n_i}{n} = \sum_{i=1}^m x'_i \cdot f_i$$

Ejemplo

La altura en centímetros de los jugadores de un equipo de voleibol se encuentra en la siguiente tabla.

| Intervalo de clase | Marca de clase x'_i | Frecuencia absoluta n_i | Frecuencia relativa f_i |
|--------------------|--------------------------|------------------------------|------------------------------|
| [140, 150) | 145 | 1 | 0.1 |
| [150, 160) | 155 | 4 | 0.4 |
| [160, 170) | 165 | 3 | 0.3 |
| [170, 180) | 175 | 2 | 0.2 |
| Total: | | 10 | 1.0 |

La media aritmética de esa distribución es 161 *cm*

$$\bar{x} = \frac{145 \times 1 + 155 \times 4 + 165 \times 3 + 175 \times 2}{10}$$

$$\bar{x} = \frac{145 + 620 + 495 + 350}{10} = \frac{1.610}{10} = 161$$

O, lo que es exactamente igual

$$\bar{x} = 145 \times 0.1 + 155 \times 0.4 + 165 \times 0.3 + 175 \times 0.2 = 161$$

La media aritmética cumple con las siguientes propiedades:

- La suma de las desviaciones de los datos con respecto a la media es igual a cero.
- La media de los cuadrados de las desviaciones de los datos con respecto a un valor a es mínima, cuando $a = \bar{x}$.
- Si todos los datos de una muestra se multiplican por una constante, el promedio de la muestra se halla multiplicando la media por la misma constante.

5.2.3.3 Mediana

La mediana de un conjunto de datos $x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n$ se define como el valor M_e , que “supera no más de la mitad de los datos y es superado por no más de la mitad de los datos” (Behar & Yepes, 2007, p. 108).

Se calcula de la siguiente manera

Si el tamaño de la muestra es impar

$$M_e = X_{\frac{n+1}{2}}$$

Si el tamaño de la muestra es par

$$M_e = \frac{X_{\frac{n}{2}} + X_{\frac{(n+1)}{2}}}{2}$$

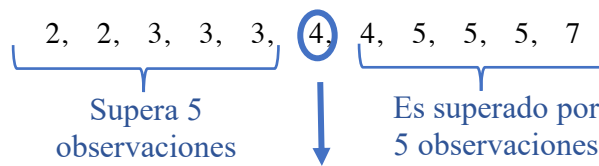
Ejemplo

Para determinar la mediana del siguiente conjunto de datos 4, 5, 2, 3, 2, 5, 7, 3, 4, 5, 3, es necesario ordenarlos de mayor a menor o viceversa. Una vez ordenados, se determina el dato que ocupa la posición central. Para esto, se emplea la primera expresión dado que el tamaño de la muestra es impar.

2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 5, 5, 5, 7

$$M_e = X_{\frac{n+1}{2}} = X_{\frac{11+1}{2}} = X_6$$

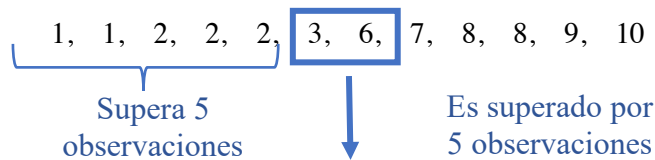
Así, la media está representada por el dato que ocupa la sexta posición en el conjunto de datos



En caso de tener un número par de observaciones, entonces se procede a ordenar los datos y ubicar aquellos que ocupan la posición central. Finalmente, se calcula la media aritmética entre estos dos valores.

Se observa que cualquier valor comprendido entre 3 y 6 es un valor mediano. El número 3 supera a 5 observaciones (no más que $\frac{n}{2} = 6$) y a la vez, es superado por 6 observaciones (no más que la mitad). El valor 6 también cumple con la definición de mediana, dado que supera a 6 observaciones y es superado por 5 observaciones. Así, se tiene que cualquier valor comprendido entre 3 y 6 cumple con la definición de

mediana, pues supera en 5 observaciones y es superado por 5 observaciones. No obstante, se ha convenido tomar como mediana al promedio entre los dos datos medianos, en este caso, a 4.5.



$$M_e = \frac{3 + 6}{2} = 4.5$$

O, lo que es exactamente igual

$$M_e = \frac{X_{\frac{N}{2}} + X_{(\frac{N}{2}+1)}}{2} = \frac{X_6 + X_7}{2} = \frac{3 + 6}{2} = \frac{9}{2} = 4.5$$

Becerra (*s.f.*) afirma que cuando los datos están agrupados en una distribución de frecuencias, es preciso estimar el valor de la mediana dado que se desconocen los datos originales. Para esto se sigue esta secuencia de pasos:

- Se calcula el valor de $\frac{N}{2}$
- Se localiza el intervalo de clase donde está ubicada la mediana (intervalo mediano). Para esto, se encuentra el primer intervalo de clase para el cual la frecuencia acumulada es mayor o igual que $\frac{N}{2}$
- Se aplica la siguiente fórmula teniendo en cuenta los valores del intervalo mediano

$$M_e = L_{i-1} + \left(\frac{\frac{N}{2} - F_{i-1}}{f_i} \right) \cdot a_1$$

Donde:

L_{i-1} = Límite inferior de la clase donde se localiza la mediana

N = Total de frecuencias

F_{i-1} = Frecuencia acumulada anterior a la clase mediana

f_i = Frecuencia del intervalo mediano

a_1 = Amplitud del intervalo de clase

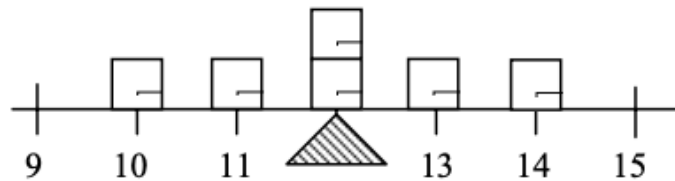
5.2.3.4 Ventajas y desventajas de las Medidas de Tendencia Central

Según Levin & Rubin (2004, p. 86), la moda

- Se utiliza como una medida de posición central para datos de naturaleza cualitativa o cuantitativa.
- No es afectada por la presencia de valores extremos. Es decir, en caso de que los valores extremos sean muy altos o muy bajos, se escogerá el valor más frecuente dentro del conjunto de datos como el valor modal.
- En muchas ocasiones no existe un valor modal, dado que el conjunto de datos no tiene valores que se presenten más de una vez. Otras veces, cada dato es la moda, puesto que cada uno de ellos se presenta igual número de veces. En estos casos, la moda como medida de posición central, es inútil.
- Si en un conjunto de datos hay más de una moda, se hace difícil su interpretación y comparación.

Según Orellana (2001), la media aritmética

- Se utiliza como una medida de posición central para datos de naturaleza cuantitativa.
- “Representa el centro de gravedad o el punto de equilibrio de los datos. Así, la media representa la posición del punto de apoyo para que el sistema esté en equilibrio” (p. 33).



- “La suma de las distancias de los datos a la media es cero” (p. 33).
- “Es muy sensible a la presencia de datos atípicos” (p. 33). Por esta razón, es una medida representativa del conjunto de datos cuando la distribución es simétrica.

Según Batanero, Godino, Green, Holmes & Vallecillo (2001, p. 38), la mediana

- Se utiliza como una medida de posición central para datos de naturaleza cualitativa o cuantitativa.
- No es afectada por la presencia de valores extremos y es adecuada para distribuciones asimétricas o cuando existen valores atípicos.
- Al depender únicamente del orden de los datos, es insensible a la distancia de las observaciones al centro.

- Se ve limitada como medida de tendencia central, dado que para su cálculo no se usan todos los valores de la variable.

A continuación se resumen los errores más habituales en el cálculo de las medidas de tendencia central

Tabla 4

Errores más habituales en el cálculo de las medidas de tendencia central

| Moda | Media aritmética | Mediana |
|---|---|--|
| Asumir como valor modal la mayor frecuencia absoluta. | <p><i>Determinar la media de los valores de las frecuencias.</i></p> <p><i>No tener en cuenta la frecuencia absoluta de cada valor en el cálculo de la media.</i></p> | <p>Calcular la mediana sin haber ordenado los datos.</p> <p><i>Calcular el dato central de las frecuencias absolutas ordenadas de forma creciente.</i></p> <p>Seleccionar el dato con mayor frecuencia dentro del conjunto de datos.</p> <p><i>Equivocarse al calcular el valor central.</i></p> |

Fuente: Elaboración propia con base en Batanero (2000, p.7)

5.3 Residuo sólido

En la legislación y en la política colombiana se ha usado el término “desecho” y “residuo” indistintamente. Por ejemplo, en el Decreto 1713 del 7 de agosto de 2002 emitido por el Ministerio de Desarrollo Económico y el Ministerio de Medio Ambiente, se define residuo sólido o desecho como

Cualquier objeto, material, sustancia o elemento sólido resultante del consumo o uso de un bien en actividades domésticas, industriales, comerciales, institucionales, de servicios, que el generador

abandona, rechaza o entrega y que es susceptible de aprovechamiento o transformación en un nuevo bien, con valor económico o de disposición final (2007, p. 12).

Estos a su vez se clasifican en

- **Residuos sólidos aprovechables:** aquellos elementos que no tienen un valor de uso directo o indirecto para quien lo genera, pero que son aptos para incorporarse a un proceso productivo.
- **Residuos sólidos no aprovechables:** aquellos elementos que no se pueden aprovechar, reutilizar o reincorporar a un proceso productivo, no poseen un valor comercial, por lo tanto, necesitan tratamiento y disposición final.

También hay autores como Aye y Widjaya (citado por Bustos, 2009) quienes clasifican los desechos en dos grandes grupos

- **Orgánicos:** desechos putrescibles, es decir, que se degradan fácilmente y en su proceso de descomposición generan mal olor como son el papel, el cartón, el caucho y la madera.
- **Inorgánicos:** como vidrio, metal y plástico, entre otros.

Hay quienes optan por clasificarlos en:

- Reciclables
- No reciclables, no peligrosos
- Peligrosos: radioactivos, inflamables o tóxicos.

Otra clasificación brinda la Organización Panamericana de la Salud (OPS), que según Bustos (2009),

clasifica los desechos según su fermentabilidad en desechos orgánicos e inorgánicos; según su inflamabilidad en combustibles y no combustibles; según su procedencia en domésticos, de jardinería, de barrido, etc. (p. 123).

Tchobanoglous, por su parte, ofrece la siguiente clasificación en la que incluye los desechos sólidos que se generan en hospitales, plantas de tratamiento e incineración, en la agricultura y la ganadería, clasificación que se adoptará en el marco del presente trabajo.

Tabla 5*Clasificación de desechos sólidos*

| Tipos | Clases | Ejemplos |
|----------------------------------|--|---|
| Doméstico y Comercial | Orgánicos (combustibles) | Restos de comida, papel, cartón, plástico, textiles, goma, cuero, madera y desechos de jardín. |
| | Inorgánicos (incombustibles) | Vidrio, cerámica, latas, aluminio, metales ferrosos, suciedad. Artículos voluminosos Línea marrón: muebles, lámparas, bibliotecas, archivadores. Línea blanca: cocinas, hornos, neveras, lavadoras y secadoras. Pilas y baterías provenientes de artículos domésticos y vehículos. |
| | Especiales | Aceites y cauchos generados por los automóviles |
| Institucionales | Igual que los domésticos y comerciales | Se generan en instituciones gubernamentales, escuelas, hospitales y cárceles. |
| Construcción y demolición | Construcción | Ladrillos, hormigón, piedras, suciedad, madera, grava, piezas de fontanería, calefacción y electricidad. |
| | Demolición | Similar a los desechos de construcción, pero pueden incluir vidrios rotos, plástico y acero de reforzamiento. |
| Servicios municipales | Difusos | Limpieza de calles, playas, cuencas, parques, y otras zonas de recreo, paisajismo. Vehículos abandonados y animales muertos. |

| | | |
|------------------------------|-------------------------|---|
| Plantas | Plantas de tratamiento | Fangos provenientes del tratamiento de aguas residuales. |
| | Plantas de incineración | Cenizas, vidrio, cerámica, metales, madera. |
| Industriales | | Desechos de plantas de procesos industriales, chatarra, desechos especiales y peligrosos. |
| Agrícolas y pecuarios | | Desechos de cultivos y estiércol generado por la ganadería de leche y engorde. |

Fuente: Bustos (2009, p. 124)

Vale resaltar que el manejo inadecuado que se le dan a los residuos sólidos no sólo afecta la salud de las personas, sino que impacta negativamente la calidad del agua, del aire y del suelo. Dentro de sus efectos nocivos se destaca el riesgo de sufrir enfermedades a causa de la proliferación de moscas, roedores, bacterias y demás animales y microorganismos; el deterioro de la calidad de las aguas superficiales debido al líquido que se desprende de los residuos conocido como lixiviados, que pueden filtrarse en los suelos o escurrirse fuera del lugar en el que son depositados los residuos, contaminando el suelo y los cuerpos de agua; las repercusiones en la calidad del aire, debido a las emisiones de gases contaminantes, en especial de biogás, que influyen en el cambio climático.

6. MARCO METODOLÓGICO

La metodología de investigación conocida como *investigación-acción*, surgió en el siglo XX, específicamente en la década de los cuarenta, gracias a los desarrollos teóricos del sociólogo Kurt Lewin. Hasta mediados del siglo pasado la investigación social adoptaba un enfoque cualitativo, orientado desde una perspectiva positivista (propia de las ciencias naturales) que a través del método científico consideraba al objeto de estudio como un objeto susceptible de ser medido y verificado, el cual podía separarse de su entorno con el fin de estudiarlo bajo la pretensión de objetividad. Posteriormente se asume un enfoque de tipo cualitativo haciendo uso de diseños metodológicos emergentes y novedosos, a la vez que rigurosos y sistemáticos.

Dentro de la *investigación-acción* se reconocen dos tendencias: una de corte sociológico, en la que sobresalen los trabajos de Kurt Lewis, Sol Tax, Fals Borda; y otra de tipo educativo, impulsada por las ideas de Paulo Freire, Hilda Taba, Lawrence Stenhouse, John Elliot y otros. Al interior de esta última vertiente se han desarrollado ciertas denominaciones como investigación – acción participativa, educativa

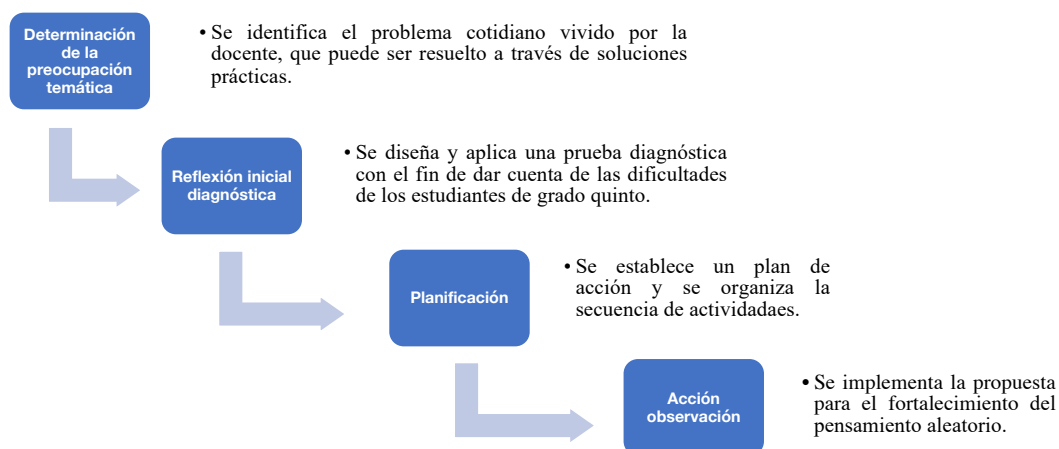
o pedagógica, la cual ha tenido desarrollos importantes en Colombia gracias a numerosos trabajos de investigadores y educadores (Colmenares, 2012).

La *investigación-acción-educativa (IAE)* denota una serie de actividades que lleva a cabo el profesor dentro de su aula de clase con diversos fines, entre los que se destaca: el desarrollo del currículo, el desarrollo profesional del profesorado y la mejora de los programas educativos. Dichas actividades requieren identificar estrategias de acción que serán implementadas con la intención de aumentar la eficacia del sistema de enseñanza o plantear soluciones a problemas que se hayan encontrado en la práctica, para finalmente, ser objeto de observación, reflexión y transformación (Latorre, 2003).

Considerando lo expuesto anteriormente y teniendo en cuenta el objetivo del presente trabajo, se encuentra pertinente el uso de esta modalidad de investigación. Esto debido a que su finalidad es resolver un problema que emerge en el contexto educativo y cuyo propósito fundamental es “aportar información que guíe la toma de decisiones para programas y procesos” (Parra, 2011). Así en la presente investigación se tendrá en cuenta las tres primeras fases, a saber: determinación de la preocupación temática, reflexión inicial – diagnóstica y planificación. Para la primera fase se establece como punto de partida la dificultad que presentan los estudiantes de grado quinto para comprender y aplicar conceptos relacionados con el pensamiento aleatorio y los sistemas de datos. En la segunda fase se diseña y aplica una prueba diagnóstica. Para la tercera, se tiene en cuenta los resultados obtenidos en la prueba diagnóstico aplicada en la fase inmediatamente anterior.

Figura 1

Fases de la metodología IAE según Suárez Pozos (2002)



7. RESULTADOS Y ANÁLISIS DE LA PRUEBA DIAGNÓSTICA

Se diseñó una prueba diagnóstica con el fin de recabar información que diera cuenta de las dificultades que presentan los estudiantes de grado quinto cuando se enfrentan a la solución de situaciones relacionadas con el pensamiento aleatorio y los sistemas de datos. Para esto se tuvo en cuenta tanto los Lineamientos Curriculares y los Estándares en Competencias Matemáticas como la malla curricular de la institución. Después de definir los contenidos y plantear los objetivos del diagnóstico, se realizó una búsqueda de las pruebas de matemáticas emitidas por el ICFES, de allí se seleccionaron 3 preguntas y se elaboraron 5. Así se generó una prueba con 8 preguntas entre las que se encontraban preguntas abiertas y de selección múltiple con única respuesta, en la cuales el estudiante debía justificar la elección de sus respuestas (ver anexo A).

La prueba se puso a consideración de un grupo de expertos conformado por 3 profesores con amplia trayectoria en educación matemática y con estudios de posgrado, quienes evaluaron la claridad en la redacción de las situaciones planteadas, la precisión de las instrucciones dadas y la pertinencia de cada pregunta según el objetivo propuesto. Atendiendo las observaciones realizadas por los expertos, la prueba fue modificada y puesta nuevamente en discusión para su aprobación. Culminado este proceso, se consolidó una prueba con 9 preguntas que se aplicó a 27 estudiantes de grado quinto de la FCEV, quienes fueron elegidos de manera a aleatoria. El tiempo disponible para el desarrollo de la prueba fue de aproximadamente una hora y cuarenta minutos.

A continuación, se presenta el análisis de las respuestas dadas por los estudiantes con base en el objetivo trazado.

Pregunta 1

Selecciona la opción que representa un conjunto de variables de tipo cualitativo

- a) Bebida favorita, peso y escritor preferido.
- b) Estatura, estado nutricional e índice de masa corporal.
- c) Escritor preferido, estado nutricional y bebida favorita.
- d) Estatura, peso e índice de masa corporal.

Justifica tu respuesta

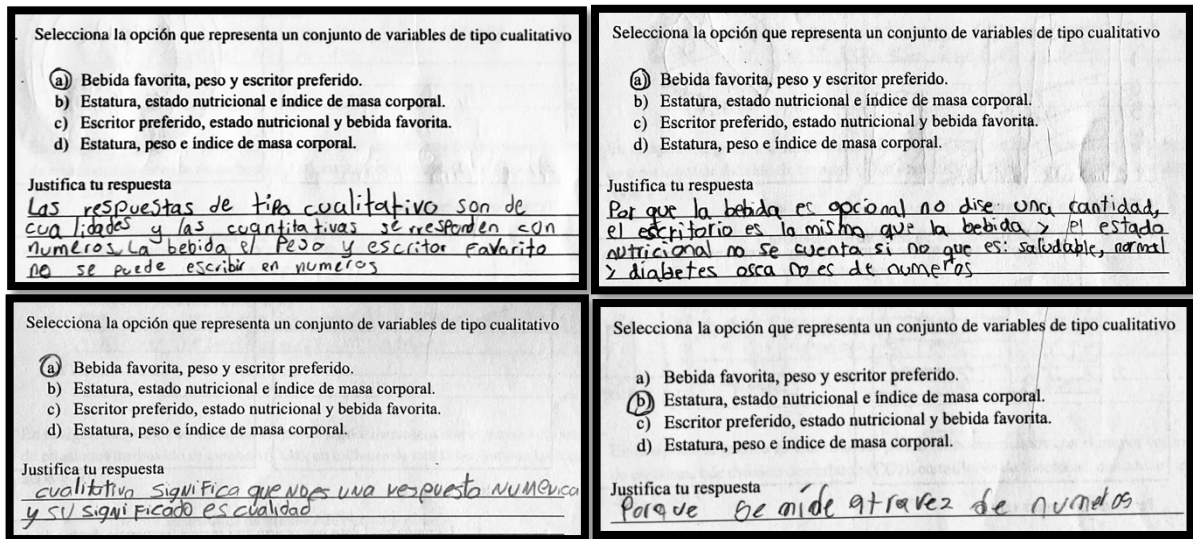
Objetivo: Evaluar la competencia del estudiante para identificar y clasificar variables de tipo cualitativo y cuantitativo.

Análisis:

- El 55% de los estudiantes reconoce que las variables cualitativas expresan características como cualidades o atributos y las diferencian de las variables cuantitativas.
- El 41% de los estudiantes presenta dificultad para clasificar variables. Algunos estudiantes confunden los dos tipos de variables, otros reconocen que las variables de tipo cualitativo se refieren a gustos, pero sus respuestas son diferentes a la esperada.
- El 4% de los estudiantes manifiesta no recordar la diferencia entre estos tipos de variables.

Figura 1

Evidencia de respuestas dadas a la pregunta 1



Pregunta 2

El restaurante escolar de la FCEV ofrece cuatro bebidas para acompañar el almuerzo: limonada, jugo de fresa, jugo de piña y gaseosa. Dos estudiantes de grado quinto, interesados en saber qué tipo de bebida prefieren sus compañeros de clase, decidieron preguntar por el sabor de bebida que deseaban para acompañar el almuerzo y estas fueron las respuestas:

Jugo de fresa, gaseosa, jugo de piña, limonada, limonada, limonada, jugo de fresa, limonada, gaseosa, jugo de piña, gaseosa, limonada, limonada, limonada, gaseosa, limonada, jugo de fresa, jugo de fresa, limonada, gaseosa, jugo de fresa, jugo de fresa, jugo de piña, jugo de fresa, gaseosa, jugo de piña, jugo de fresa

a) Teniendo en cuenta la información anterior determina:


Población: _____

Muestra: _____

Variable: _____

Tipo de variable: _____

b) Representa la información recolectada por tus compañeros en una tabla de 32 frecuencias.



c) Representa la información de la tabla en el gráfico estadístico que consideres más adecuado.



Teniendo en cuenta que...

La moda es el dato que ocurre con mayor frecuencia dentro de un conjunto de datos

d) ¿Cuál es la moda para este conjunto de datos? _____

Objetivo: Evaluar la competencia del estudiante para:

- Identificar los elementos básicos de un estudio estadístico – Literal a
- Representar datos a partir de una tabla de frecuencias – Literal b
- Representar datos a partir de un gráfico estadístico – Literal c
- Determinar la moda de un conjunto de datos cualitativos – Literal d

Análisis del literal a

Población:

- El 55% de los estudiantes identifica que los estudiantes del FCEV representan la población objeto de estudio.
- El 30% de los estudiantes no reconoce este parámetro estadístico, lo confunde con el espacio físico (colegio o restaurante), con el número de bebidas (4 jugos), e incluso, con la variable (bebida preferida).
- El 15% de estudiantes manifiesta no recordar su definición.

Muestra:

- El 30% de los estudiantes reconoce que la muestra esta conformada por los 27 estudiantes de grado quinto que fueron encuestados.
- El 44% de los estudiantes presenta dificultad para identificar la muestra. Algunos la confunden con la población, con la variable, con el número de encuestadores (2 estudiantes) o con el número de valores que toma la variable (4 jugos).
- El 26% de los estudiantes manifiestan no recordar a qué hace referencia el concepto.

Variable:

- El 59% de los estudiantes reconoce que la variable involucrada en la situación es la preferencia por la bebida.
- El 11% de los estudiantes tiene dificultad para reconocer este parámetro estadístico. Algunos estudiantes responden que hace referencia al número de niños que desean tomar algo en el almuerzo y otros afirman que la variable es cualitativa, pero no identifica cuál es la variable.
- El 30% de los estudiantes no responde o manifiesta no recordar a qué hace referencia el concepto.

Tipo de variable:

- El 52% de los estudiantes clasifica correctamente la variable.

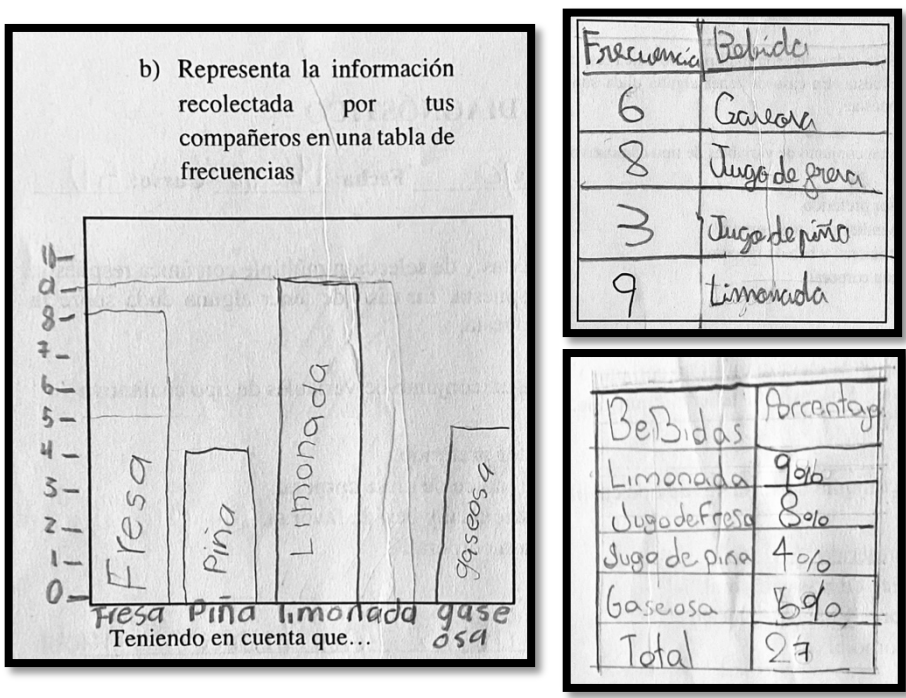
- El 37% de los estudiantes confunde los dos tipos de variables y afirma que la variable es de tipo cuantitativo.
- El 11% de los estudiantes no responde.

Análisis del literal b

- El 22% de los estudiantes realiza de manera correcta la tabla de frecuencias. Estos estudiantes tienen en cuenta el encabezado, identifican la variable, los distintos valores que toma y el número de veces que estos valores aparecen en el conjunto de datos suministrado.
- El 52% de los estudiantes presenta dificultad para tabular los datos. Hay quienes la confunden con un diagrama de barras, no tienen en cuenta el encabezado, intercambian las columnas o expresan la frecuencia con el símbolo de porcentaje.
- El 26% de los estudiantes manifiesta no recordar qué es una tabla de frecuencias.

Figura 2

Evidencia de las respuestas dadas a la pregunta 2, literal b

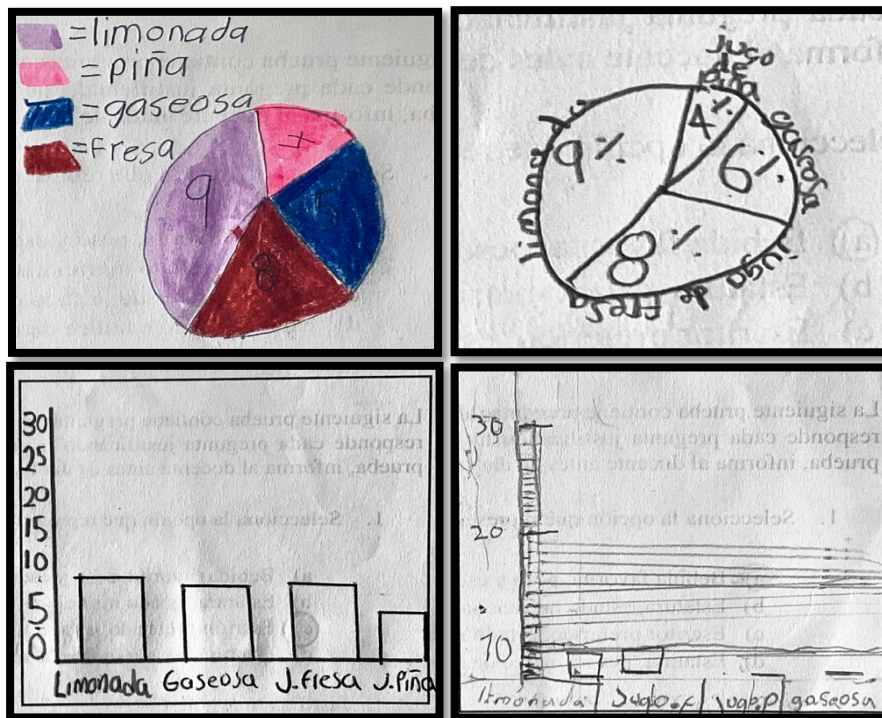


Análisis del literal c

- El 22% de los estudiantes realiza correctamente el gráfico elegido para representar la información.
- El 63% de los estudiantes presenta dificultad para construir gráficos estadísticos, que en este caso fueron de dos tipos distintos, diagrama de barras y diagrama circular. Dentro de las debilidades se encuentra que los estudiantes omiten nombrar los ejes y el título del gráfico, eligen escalas que no favorece la representación de los datos, no especifican el origen de coordenadas, olvidan la relación entre la altura de las barras y la frecuencia que representan. Los 2 estudiantes que optan por el gráfico circular no expresan la frecuencia en porcentaje y no tienen en cuenta los grados para hacer la división de la circunferencia.
- El 15% de los estudiantes manifiesta no recordar qué es un gráfico estadístico o cómo se construye.

Figura 3

Evidencia de las respuestas dadas a la pregunta 2, literal c

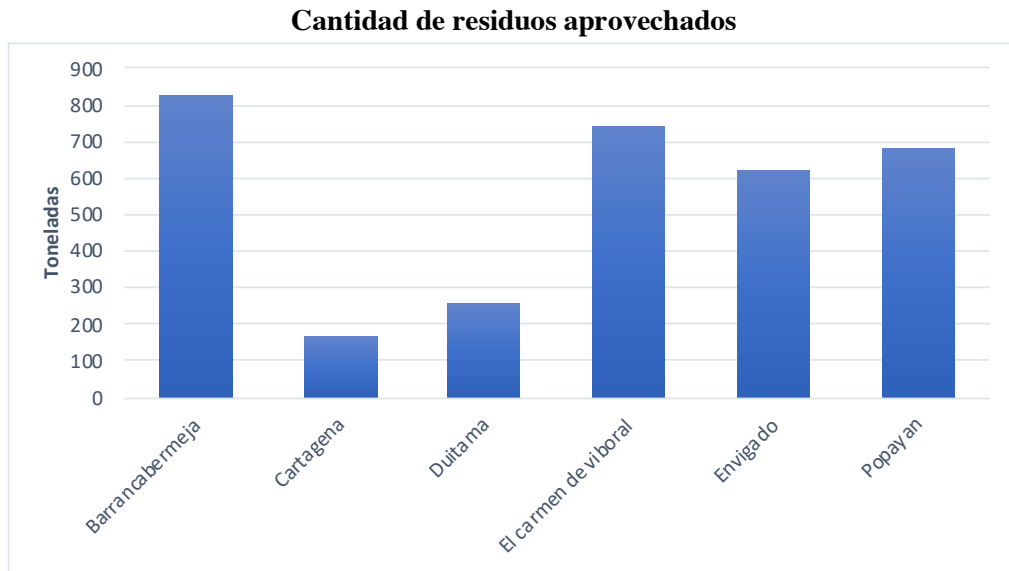


Literal d

- El 52% de los estudiantes responde correctamente al asegurar que la limonada es la bebida con mayor aceptación entre los compañeros de clase que fueron encuestados.
- El 22% de los estudiantes tiene dificultad para identificar la moda dentro de ese conjunto de datos. Se confunden con el tipo de variable o se equivocan en el conteo de datos, razón por la cual las respuestas dadas no coinciden con la esperada.
- El 26% de los estudiantes manifiesta no entender la pregunta.

Pregunta 3

En la siguiente gráfica se muestran las toneladas de residuos aprovechables en algunos municipios de Colombia.



a) ¿Qué indica el eje horizontal y el eje vertical respectivamente?

b) ¿Cuál es la cantidad aproximada de residuos aprovechados en la ciudad de Cartagena? Justifica tu respuesta

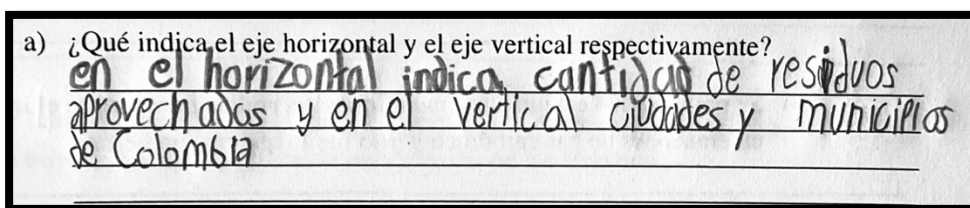
Objetivo: Evaluar la competencia del estudiante para interpretar y analizar información representada en diagrama de barras.

Análisis del literal a

- El 22% de los estudiantes reconoce que el eje horizontal indica algunos de los municipios del país y el eje vertical, la cantidad de toneladas que son aprovechadas en dichos municipios.
- El 26% de los estudiantes intercambia los ejes, confundiendo la frecuencia con los valores que toma la variable.
- El 52% de los estudiantes no responde o manifiesta no saber la respuesta.

Figura 4

Evidencia de las respuestas dadas a la pregunta 3, literal a

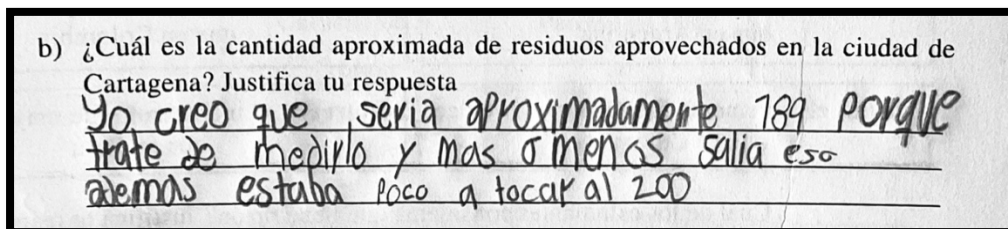


Análisis del literal b

- El 4% de los estudiantes interpreta y analiza la información representada en gráfico estadístico.
- El 89% de los estudiantes no logra interpretar la información suministrada en el gráfico estadístico. Se evidencia una dificultad para interpretar la escala usada en la representación del diagrama de barras. Un estudiante tuvo problemas para reconocer la barra que representaba el municipio al que hacía referencia la pregunta.
- El 7% de los estudiantes no responde.

Figura 5

Evidencia de las respuestas dadas a la pregunta 3, literal b



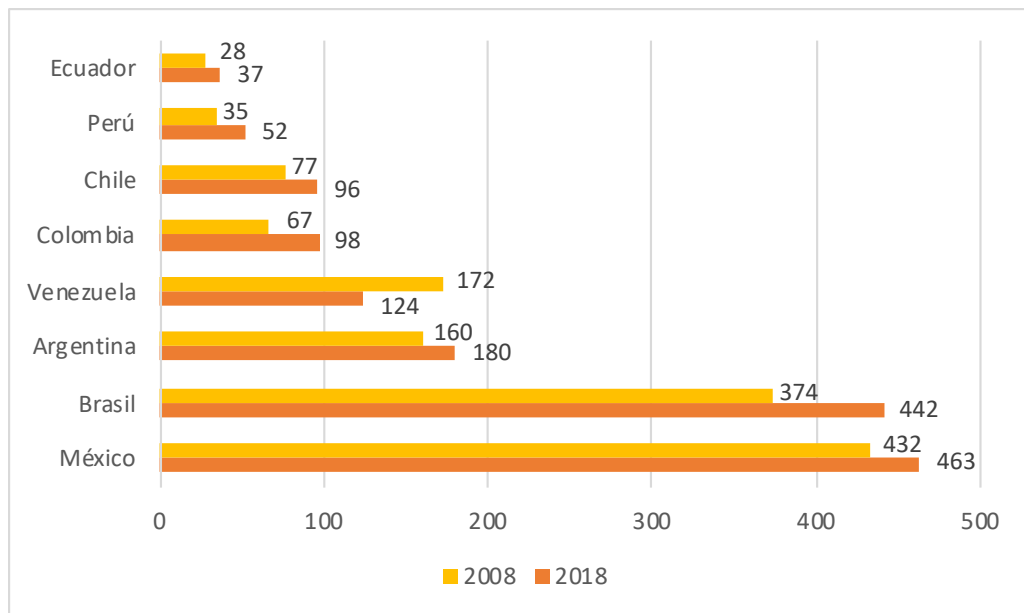
b) ¿Cuál es la cantidad aproximada de residuos aprovechados en la ciudad de Cartagena? Justifica tu respuesta

670 debido a que la barra mide un poquito más de 600

Pregunta 4

En la siguiente gráfica se muestran los países latinoamericanos con el mayor volumen de emisiones de dióxido de carbono (CO₂), en millones de toneladas, durante los años 2008 y 2018.

Emisiones de dióxido de carbono (CO₂)



a) ¿Cuáles fueron los 3 países que más aumentaron sus emisiones de dióxido de carbono durante los años 2008 y 2018? Justifica tu respuesta

b) Se preguntó a 4 estudiantes cuál afirmación podían hacer sobre el incremento en emisiones de gas carbónico y esto fue lo que respondieron:

Alicia: el incremento fue mayor en Chile que en Argentina

Juan: el incremento fue mayor en Venezuela que en Colombia

David: el incremento fue menor en México que en Colombia

Marcela: el incremento fue mayor en Chile que en Perú

¿Cuál de los estudiantes consideras que tiene razón? Justifica tu respuesta

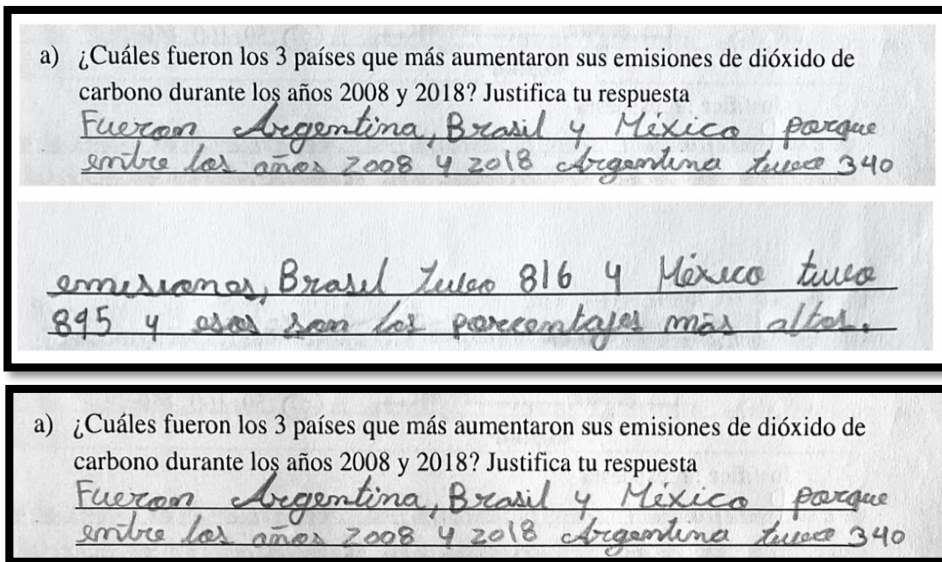
Objetivo: Evaluar la competencia del estudiante para interpretar, relacionar y comparar datos representados gráficamente.

Análisis del literal a

- El 22% de los estudiantes hace una adecuada lectura del gráfico, relacionando y hallando las diferencias entre los valores que toma la variable.
- El 78% de los estudiantes presenta dificultad para hacer la lectura del diagrama de barras y diferenciar los datos en una misma variable. Hay estudiantes que solo centran su atención en las cantidades más grandes o que suman las emisiones de dióxido durante los dos periodos.

Figura 6

Evidencia de las respuestas dadas a la pregunta 4, literal a



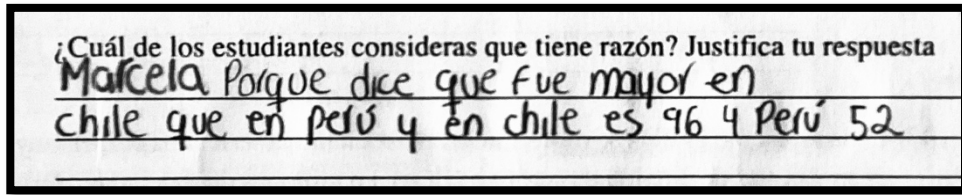
Análisis del literal b

- El 7% de los estudiantes responde de manera acertada.

- El 78% de los estudiantes no responde correctamente la pregunta. Los estudiantes presentan dificultad para hacer la lectura del diagrama de barras y diferenciar los datos en una misma variable.
- El 15% de los estudiantes no responde.

Figura 7

Evidencia de las respuestas dadas a la pregunta 4, literal b

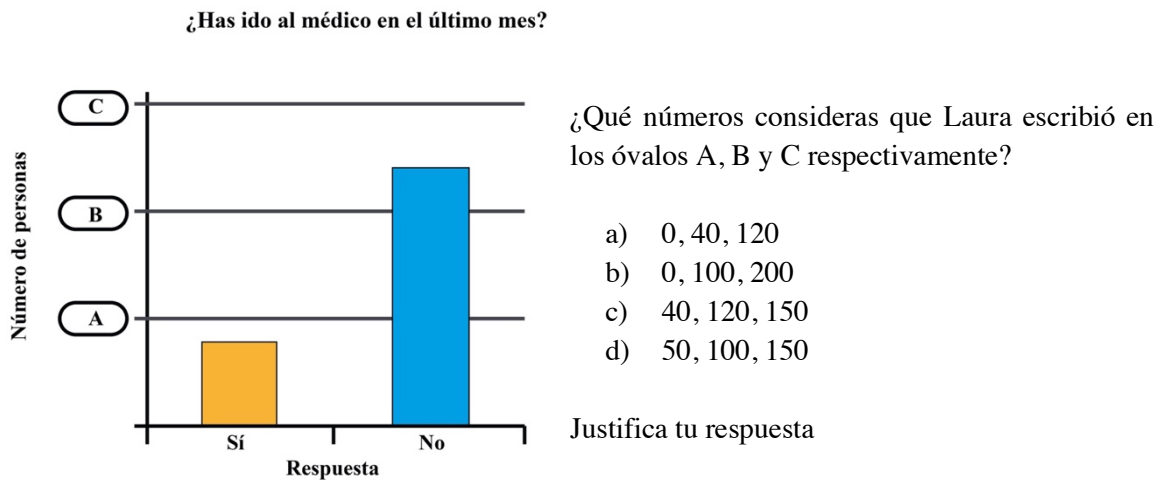


Pregunta 5

Laura registró la información que recolectó en la siguiente tabla

| ¿Has visitado al médico en el último mes? | Número de personas |
|---|--------------------|
| Sí | 40 |
| No | 120 |

Posteriormente, elaboró el diagrama de barras que aparece a continuación



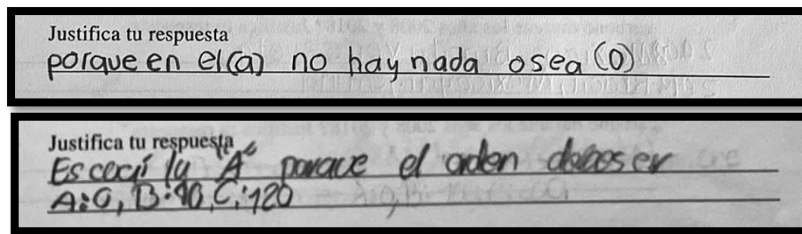
Objetivo: Evaluar la competencia del estudiante para interpretar y transformar información estadística presentada en diferentes formatos.

Análisis:

- El 44% de los estudiantes logra interpretar y transformar la información suministrada en una tabla de frecuencias con el fin de representarla en una gráfica estadística.
- El 37% de los estudiantes no logra establecer una correspondencia entre la información presentada en la tabla de frecuencias y el diagrama de barras. Se observa una dificultad para identificar el origen de coordenadas y relacionar la información dada en los ejes vertical y horizontal.
- El 19% de los estudiantes no responde.

Figura 8

Evidencia de las respuestas dadas a la pregunta 5

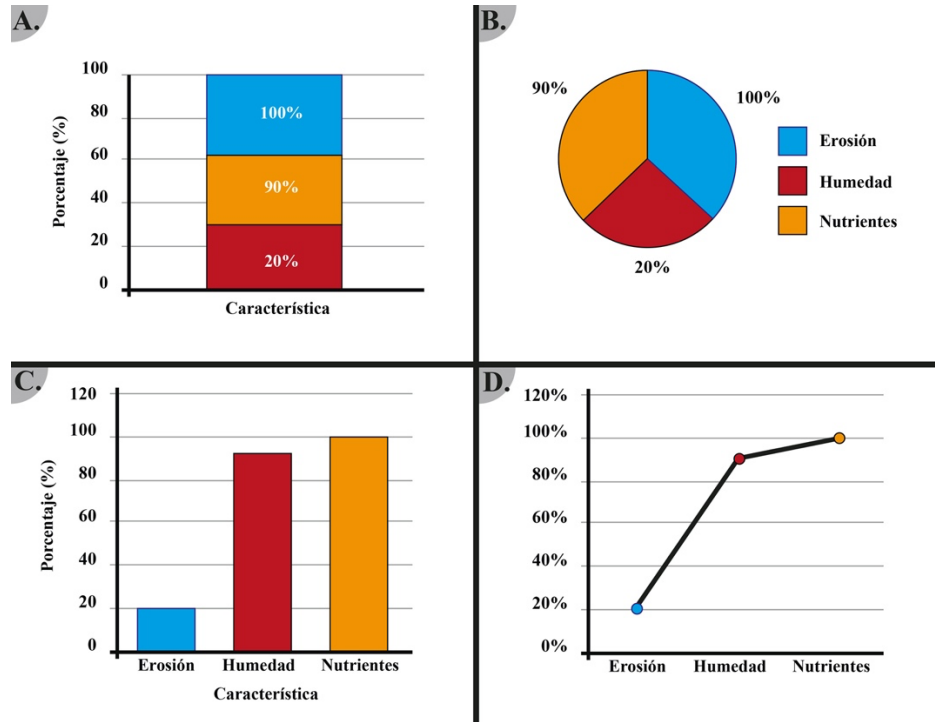


Pregunta 6

En la tabla siguiente se registran los porcentajes de erosión, humedad y nutrientes de un bosque que no ha sufrido la intervención de los humanos

| Característica | Porcentaje (%) |
|----------------|----------------|
| Erosión | 20 |
| Humedad | 90 |
| Nutrientes | 100 |

El diagrama que representa adecuadamente la información de la tabla anterior es:



Justifica tu respuesta

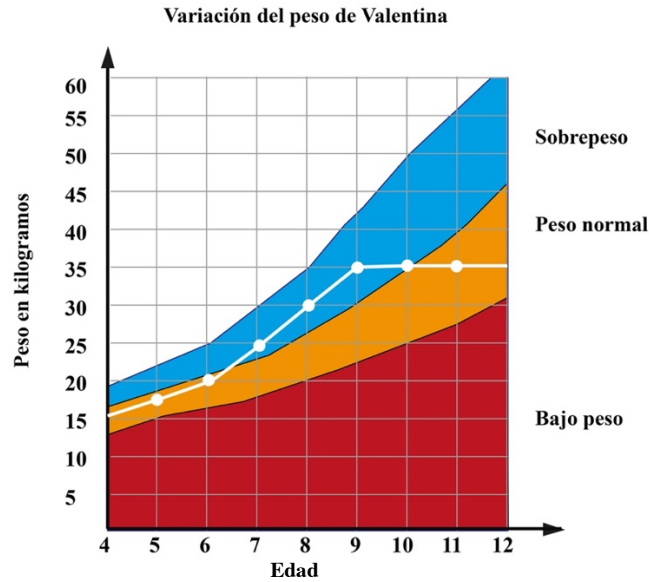
Objetivo: Evaluar la competencia del estudiante para reconocer relaciones entre diferentes representaciones de un conjunto de datos.

Análisis:

- El 59% de los estudiantes logra establecer la relación entre la información representada en la tabla de frecuencias y los gráficos que se presentaban como opción de respuesta con el fin de elegir el adecuado.
- El 22% de los estudiantes tiene dificultad para relacionar la información representada en la tabla de frecuencias y los diferentes gráficos. Se percibe que hay estudiantes que no hacen una adecuada interpretación de los gráficos presentados, puesto que no logran identificar la información que se representa en cada uno de los ejes.
- El 19% de los estudiantes no responde.

Pregunta 7

En la gráfica siguiente se observa la variación de peso de Valentina respecto a su edad. Las regiones coloreadas permiten establecer cuándo ha tenido sobrepeso, peso normal o bajo peso.



¿En cuál de las siguientes tablas se representa la información correspondiente a la gráfica?

a)

| Edad | Peso (kg) |
|------|-----------|
| 4 | 15 |
| 6 | 20 |
| 8 | 30 |
| 10 | 35 |
| 12 | 35 |

b)

| Edad | Peso (kg) |
|------|-----------|
| 4 | 15 |
| 6 | 20 |
| 8 | 25 |
| 10 | 30 |
| 12 | 35 |

c)

| Edad | Peso (kg) |
|------|-----------|
| 7 | 25 |
| 8 | 30 |
| 9 | 35 |
| 10 | 40 |
| 11 | 45 |

d)

| Edad | Peso (kg) |
|------|-----------|
| 7 | 25 |
| 8 | 26 |
| 9 | 27 |
| 10 | 27 |
| 11 | 27 |

Justifica tu respuesta

Objetivo: Evaluar la competencia del estudiante para relacionar y comparar información estadística presentada en distintos formatos.

Análisis:

- El 52% de los estudiantes relaciona y compara la información presentada en el diagrama de líneas y la tabla de frecuencias.
- El 26% de los estudiantes presenta problemas para leer adecuadamente la información representada en el diagrama de líneas, lo que no les permite establecer una relación con otro tipo de representación.
- El 22% de los estudiantes no responde.

Pregunta 8

¿Cuál de las siguientes afirmaciones sobre el peso de Valentina es correcta?

- a) Tuvo peso normal de los 9 a los 12 años
- b) Tuvo sobrepeso de los 7 a los 9 años
- c) Tuvo peso normal de los 4 a los 12 años
- d) Tuvo bajo peso de los 4 a los 6 años

Objetivo: Evaluar la competencia del estudiante para interpretar y analizar información representada en un diagrama de líneas.

Análisis:

- El 48% de los estudiantes interpreta y analiza información representada en el diagrama de líneas con el fin de determinar la veracidad de las afirmaciones que conformaban las opciones de respuesta.
- El 30% de los estudiantes tiene dificultad para interpretar y analizar información representada en el diagrama de líneas.
- El 22% de los estudiantes no responde.

Pregunta 9

Las edades de 6 estudiantes de grado quinto son:

9 años, 10 años, 10 años, 11 años, 9 años, 10 años

a) ¿Cuál es la edad promedio de los 6 estudiantes? Justifica tu respuesta

b) ¿Cuál es la moda? Justifica tu respuesta

Objetivo: Evaluar la competencia del estudiante para determinar las medidas de tendencia central en un conjunto de datos

Análisis del literal a

- El 4% de los estudiantes determina el promedio de un conjunto de datos.
- El 59% de los estudiantes no tiene claro el concepto de promedio. Hay estudiantes que confunden el promedio con la moda o con el valor intermedio entre el valor máximo y mínimo del conjunto de datos.
- El 37% de los estudiantes manifiesta no entender la pregunta o saber a qué hace referencia la edad promedio o no responde.

Figura 9

Evidencia de las respuestas dadas a la pregunta 9, literal a

a) ¿Cuál es la edad promedio de los 6 estudiantes? Justifica tu respuesta
10 años porque hay 3 de 10 1 de 11
y 2 de 9

a) ¿Cuál es la edad promedio de los 6 estudiantes? Justifica tu respuesta
La edad promedio de los estudiantes
es 10 porque es la edad que tiene
la mayoría de los estudiantes.

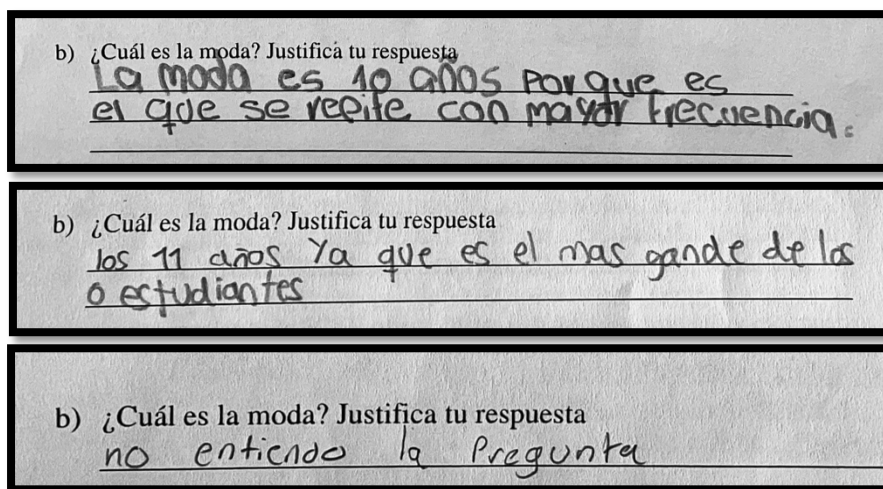
a) ¿Cuál es la edad promedio de los 6 estudiantes? Justifica tu respuesta
10 años porque entre el 9 y el 11
está el diez

Análisis del literal b

- El 26% de los estudiantes determina la moda de un conjunto de datos.
- El 26% de los estudiantes no tiene claro el concepto de moda.
- El 48% de los estudiantes no responde o manifiesta no entender la pregunta.

Figura 10

Evidencia de las respuestas dadas a la pregunta 9, literal b



El análisis de los resultados obtenidos por los estudiantes de grado quinto en la prueba diagnóstico permitió identificar las dificultades que presentan para organizar, representar, analizar y relacionar datos que provienen de diferentes fuentes. Al hacer un análisis de las respuestas y las justificaciones dadas se observa problemas relacionados con la lectura e interpretación de información representada en tablas y gráficos estadísticos, la comprensión de las situaciones y preguntas planteadas en la prueba, la definición de conceptos estadísticos básicos y el reconocimiento de los valores que toma una variable.

Dadas estas dificultades y los problemas que presentan los estudiantes para clasificar y hacer uso adecuado de los puntos ecológicos ubicados dentro de la institución, se observa una oportunidad para involucrar estos dos ejes temáticos en el diseño de actividades que permitan obtener datos que surjan del contexto cercano de los estudiantes con el fin de dotarlos de sentido, lo cual permitirá una mayor comprensión de los conceptos estadísticos (Holmes, citado por Batanero y Díaz, 2011).

8. SECUENCIA DIDÁCTICA

En términos de Ángel Díaz-Barriga, una secuencia didáctica “constituye una organización de las actividades de aprendizaje que se realizarán con los alumnos y para los alumnos con la finalidad de crear situaciones que les permitan desarrollar un aprendizaje con sentido” (2013, p.1). Así, la secuencia didáctica resulta del planteamiento de un conjunto de actividades de aprendizaje con un orden interno, partiendo de la intención de rescatar las nociones previas que poseen los estudiantes sobre un hecho determinado, vinculándolo a situaciones problemáticas en contextos reales con el fin de generar nuevos aprendizajes.

La formulación de esta secuencia didáctica lleva implícita una perspectiva constructivista socio cultural, según lo expuesto por Lev Vigotsky, el cual declara que la construcción del conocimiento se da cuando un sujeto actúa en un entorno estructurado e interactúa con otros sujetos de manera intencional (Serrano y Pons, 2011). En materia educativa, presta principal atención al papel de mediador que juega el profesor, al trabajo cooperativo y a la enseñanza recíproca que se da entre pares, de tal manera que el estudiante tiene un papel activo en su proceso de aprendizaje (Díaz-Bariga y Hernández, 2002).

De allí se desprende la noción de *comunidad de aprendizaje*, que según Serrano y Pons (2011), hace referencia a un grupo determinado de personas que aprenden de manera común, haciendo uso de herramientas comunes dentro de un mismo entorno. Los integrantes de estas comunidades son personas que poseen distintos grados de destrezas, habilidades, experiencias y conocimientos, “que aprenden a través de su participación en actividades auténticas, gracias a la colaboración que establecen entre sí, a la construcción del conocimiento colectivo que llevan a cabo y a los diversos tipos de ayuda que se prestan mutuamente” (p. 10). En definitiva, las comunidades de aprendizaje son espacios en los cuales aprenden los sujetos a partir de la interacción y la participación colectiva; por tal razón, el trabajo en equipo cobra sentido en tanto se comparte y se construye conocimiento.

Así, en la secuencia didáctica se tiene en cuenta los planteamientos para la enseñanza de las matemáticas desde un enfoque constructivista, propuestos por el profesor José Ramón Gregorio Guirles (2002) que sugiere:

- El aprendizaje de las matemáticas implica un proceso de construcción individual que se favorece por medio de la interacción grupal que se da en el aula.
- Los estudiantes tienen diferentes ritmos y maneras de construir los contenidos matemáticos, por lo que es importante respetarlos.

- Los aprendizajes que los estudiantes construyen y pueden interiorizar están condicionados por su saberes previos y la calidad en el proceso de aprendizaje, razón por la cual es necesaria la comprensión y la actividad mental dentro del proceso matemático.
- En indispensable “valorar la importancia de las matemáticas en la vida, de tener una actitud de reflexión, de discusión y de valoración de las opiniones y de los saberes de los demás” (p. 115).
- Privilegiar el aprendizaje cooperativo y promover la acción matemática con el fin de potenciar la autonomía de los estudiantes (p. 115).

En cuanto al orden de los contenidos y las temáticas planteadas en la secuencia didáctica se siguió la propuesta planteada por Obando (2006), el cual establece una organización de los estándares relacionados con el pensamiento aleatorio y los sistemas de datos, agrupados por temas y grados, en tres ejes temáticos:

- **Organización de datos:** incluye temas involucrados con los procedimientos, las técnicas y los enfoques usados con el fin de recolectar, organizar y analizar conjuntos de datos.
- **Medidas de posición y variabilidad:** hace referencia a la media, la mediana, la moda, el rango, la varianza, la desviación estándar, entre otras medidas que son obtenidas a partir de un conjunto de datos.
- **Probabilidad e inferencia:** teoría de la probabilidad, variables aleatorias, funciones de probabilidad, modelación de muestras, etc.

Se abordarán los dos primeros ejes temáticos, teniendo en cuenta que un estudiante al finalizar grado quinto debe estar en capacidad para:

Tabla 6

Organización de los estándares por eje y grado

| Ejes por grado | 4° a 5° |
|------------------------------|---|
| Organización de datos | <ul style="list-style-type: none"> • Representar datos usando tablas y gráficas • Comparar diferentes representaciones del mismo conjunto de datos. |

**Medidas de posición y
variabilidad**

- Interpretar información presentada en tablas y gráficas
- Comparar y describir la distribución de un conjunto de datos.
- Usar e interpretar la media (promedio).

Fuente: Obando (2006, p. 123)

Teniendo en cuenta lo anterior, se organizó una secuencia didáctica distribuida en 3 unidades, a saber:

- La **unidad 1** tiene como propósito que los estudiantes reconozcan los atributos que poseen las variables cualitativas y cuantitativas. Para esto se propone una actividad introductoria con el fin de reconocer qué es la estadística, para qué sirve y cuáles son sus conceptos fundamentales (población, muestra y variable). Posteriormente se abordan ejercicios para reconocer la población y la muestra en situaciones relacionadas con residuos sólidos, se sigue con ejercicios de clasificación de variables estadísticas con el fin de afianzar sus características.

Las actividades que componen esta unidad serán desarrolladas por parejas y el docente estará acompañando cada grupo con el fin de hacer seguimiento al trabajo realizado. En caso de observar dificultades, el docente intervendrá proponiendo situaciones o ejemplos que cuestionen sus respuestas.

- La **unidad 2** pretende fortalecer las habilidades para la interpretación y el análisis de información presentada en tablas de frecuencias y gráficos estadísticos y la construcción de diagramas de barras. Para esto los estudiantes diseñaran una encuesta en la cual tengan en cuenta el gusto de los estudiantes de grado quinto por ciertos alimentos que se toman en la institución a la hora del almuerzo. Después de su diseño, aplicarán las encuestas, organizarán la información en tablas de frecuencias y gráficos de barras y por último, analizarán los datos con el fin de extraer algunas conclusiones y recomendaciones con el fin de disminuir la cantidad de alimentos desperdiciados.

Las actividades que componen esta unidad se desarrollaran en dos momentos: uno individual y otro grupal, para finalmente fomentar la discusión con todo el grupo de clase en torno a la información recolectada, el proceso que siguieron para recolectar los datos, qué problemas se presentaron y cómo los solucionaron, qué resultados obtuvieron y cuál fue la manera que eligieron para comunicar dichos resultados.

Durante la fase grupal el docente apoyará el proceso de construcción de la encuesta y realizará preguntas orientadoras para guiar el trabajo de cada grupo, ¿cómo se registrarán las repuestas dadas a la encuesta? ¿cómo se organizará la información recolectada? ¿cómo se presentará? ¿cuáles representaciones usarán? Para facilitar la construcción de diagramas circulares y de líneas se usará la herramienta Kids'zone con la intención de que los grupos de trabajo exploren los diferentes gráficos y elijan el que consideren que representa mejor el conjunto de datos recolectado.



- La **unidad 3** espera que los estudiantes diferencien los conceptos de moda y media, logren identificar y diferenciar ambas medidas de tendencia central a partir de datos representados en tablas de frecuencias y gráficos estadísticos. Para el cierre de la unidad se propone un ejercicio de recolección de datos a partir de la observación, para esto el docente retomara la pregunta realizada en la unidad 1, *¿cuál es el tipo de sólido que más se genera en la institución?* Después de discutir con el grupo en torno a la clasificación de los residuos sólidos, asignará a cada pareja un tipo de residuo con el fin de recolectar información sobre la cantidad de residuos que se encuentran en el colegio después de los descansos para hacer el tratamiento de datos correspondiente. Se espera que al final de la actividad, los estudiantes presenten los tipos de representaciones usadas y las razones por las cuáles fueron elegidas, los análisis que realizaron y las recomendaciones dadas con el fin de disminuir la cantidad de residuos sólidos generados en la institución.

Las actividades que componen esta unidad serán desarrolladas por parejas y el docente estará acompañando cada grupo con el fin de hacer seguimiento al trabajo realizado. En caso de observar dificultades, el docente intervendrá proponiendo preguntas que guíen las actividades propuestas.

Es importante mencionar que el trabajo propuesto se evaluará a través de un proceso de observación del trabajo individual y grupal, teniendo en cuenta los avances y las dificultades que presentan los estudiantes en cada una de las actividades propuestas. Así se tendrá como insumos para la evaluación las guías de trabajo, los diarios de clase elaborado por los estudiantes y la guía de observación del profesor (Ver anexo B y C).

Unidad 1: Conceptos básicos

Contenido: Población, muestra, variables y tipos de variables.

Objetivos:

- Identificar los conceptos de población, muestra y variable.
- Clasificar información recopilada según el tipo de variable.

Tiempo: 2 sesiones de 50 minutos.

Recursos:

- Guías
- Ipads
- Internet

Secuencia de actividades

Para comenzar...

Elige un compañero y reúnete con él. Escaneen el siguiente código y observen con atención el video presentado.

Ahora resuelvan las preguntas que aparecen a continuación.



1. ¿Qué es la estadística?
 - a) Hacer una encuesta
 - b) Opinar y omitir la información para que se pueda malinterpretar fácilmente
 - c) Organizar y resumir la información para que se pueda interpretar fácilmente
 - d) Informar cosas

2. Si para saber el color favorito de todos los estudiantes de primaria, hacemos una encuesta en 1°A, 2°B, 3°C, 4°D y 5°E, ¿quién sería la muestra y quién la población?
 - a) **Población:** Estudiantes de 1°A, 2°B, 3°C, 4°D y 5°E
Muestra: Todos los estudiantes de primaria

 - b) **Población:** Todos los estudiantes de primaria
Muestra: Estudiantes de 1°A, 2°B, 3°C, 4°D y 5°E

Para la encuesta anterior, ¿podríamos utilizar de muestra solamente a los estudiantes de primero de primaria? ¿Por qué? _____

3. Si quisiéramos determinar cuántas horas de ejercicio hacen las niñas y los niños de grado quinto de toda la ciudad de Bogotá, ¿cuál de las siguientes muestras consideran que es más representativa?
- a) Todos los niños y todas las niñas de grado quinto del colegio.
 - b) Todos los niños y todas las niñas de 5° de primaria de 3 colegios diferentes de la ciudad.
 - c) 10 niños y 10 niñas de grado quinto de cada colegio de la ciudad de Bogotá, incluyendo, entre ellos, estudiantes con discapacidad, chicos y chicas de todas las alturas y pesos, etc.

Recuerden que...

La **población** es el grupo sobre el que se lleva a cabo la investigación estadística. Cuando una población es tan numerosa que no se puede acceder a todos los individuos u objetos, se toma una **muestra**, que debe ser representativa del conjunto para que se puedan extender las conclusiones a la totalidad de la población.

4. En cada situación determinen la población y la muestra que utilizaron para realizar la encuesta propuesta en cada caso.
- a) Se realizó una encuesta a los habitantes de la ciudad de Bogotá para indagar sobre sus hábitos de consumo con el fin de reducir el impacto ambiental generado por los residuos sólidos. Para este estudio seleccionaron 100.000 habitantes de cada localidad.

Población: _____

Muestra: _____

- b) Una institución quiere realizar un estudio sobre la forma en la que los 510 estudiantes de primaria separan los residuos sólidos generados durante el día. Para esto, seleccionaron de manera aleatoria a 300 estudiantes con el fin de obtener la información requerida.

Población: _____

Muestra: _____

- c) En el colegio desean saber cuál es el alimento menos consumido por los estudiantes, para esto realizan una encuesta a 10 estudiantes de cada curso.

Población: _____

Muestra: _____

5. Ana María ha clasificado las siguientes variables según el tipo de respuesta.

Variables cualitativas

¿Cuáles son los tipos de residuos que se generan en el colegio?
¿De qué colores son las canecas que hay en el colegio?
¿Qué representa cada color?
¿Cuál es tu alimento favorito?
¿Cuál es el que menos te gusta?

Variables cuantitativas

¿Cuántas botellas plásticas son depositadas diariamente en las canecas del colegio?
¿Cuántas frutas consume un estudiante durante una semana?
¿Cuántas canecas hay en el colegio?
¿Cuántas toneladas de basura se genera en Bogotá anualmente?

Después de analizar la información anterior e identificar las características de cada grupo, completen las siguientes definiciones

a) Una variable cualitativa es aquella que _____

b) Una variable cuantitativa es aquella que _____

Luego de responder las preguntas, observen el siguiente video y verifiquen si las definiciones concuerdan con lo expresado allí. En caso contrario, revisen nuevamente el punto anterior y realicen los cambios que consideren necesarios.



Ahora propongan 3 ejemplos de variables cualitativas y 3 de variables cuantitativas. Tengan en cuenta que estas deben ser distintas a las dadas por Ana María y las expuestas en el video.

Ejemplos de variables cualitativas: _____

Ejemplos de variables cuantitativas: _____

6. En cada situación determinen la variable y clasifiquenla según lo expuesto anteriormente.

a) Pregunta: ¿Cuántos puntos ecológicos hay en tu colegio?

Respuesta: En el colegio hay 5 puntos ecológicos

Variable: _____

Clasificación: _____

b) Pregunta: ¿Clasificas la basura que generan en tu casa?

Respuesta: Sí, siempre lo hacemos.

Variable: _____

Clasificación: _____

c) Pregunta: ¿Qué tipos de residuos son los que más se generan en tu hogar?

Respuesta: Residuos orgánicos

Variable: _____

Clasificación: _____

7. Los estudiantes de grado quinto de la FCEV, aplicaron la siguiente encuesta a todos los estudiantes de grado cuarto. Para realizarla los responsables de este estudio tuvieron que definir los parámetros a estudiar. Si se encuestaron a 38 estudiantes, identifiquen

Problema: _____

Población: _____

Muestra: _____

Variables: _____

Tipo de variables: _____

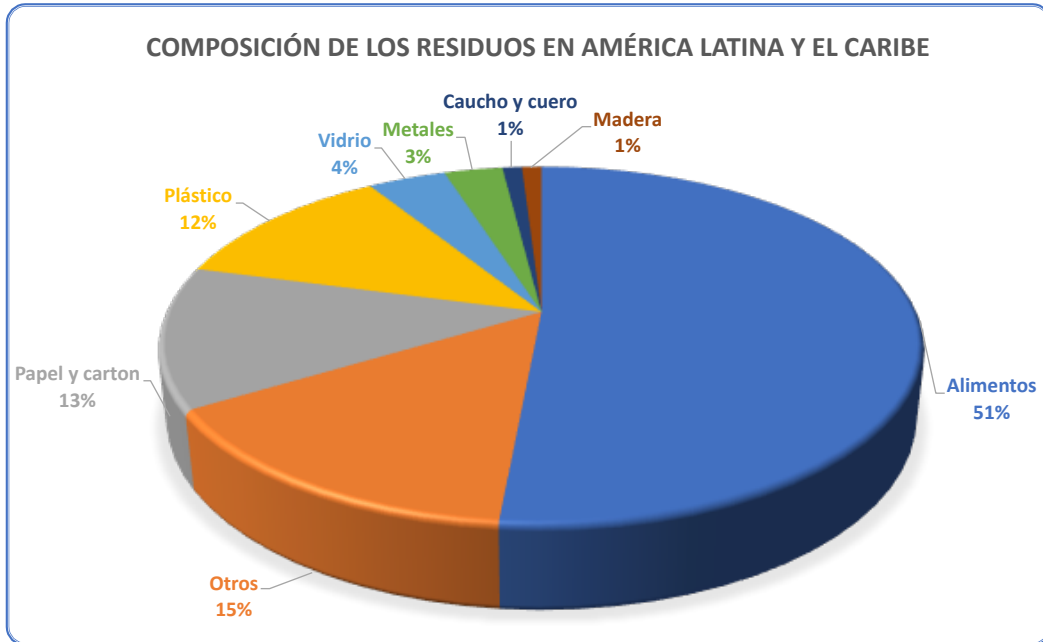
Encuesta aplicada a 4° grado

- a) ¿Cuál es tu nombre? _____
- b) ¿Cuál es tu edad? _____
- c) ¿Sabes qué son los residuos sólidos?
- Sí No
- d) ¿Sabes cómo se clasifican los residuos sólidos?
- Sí No
- e) ¿Separas y dispones adecuadamente los residuos sólidos que generas en el colegio?
- Sí No
- f) ¿Consideras que hay suficientes canecas dentro de la institución para la adecuada disposición de los residuos sólidos?
- Sí No
- g) ¿Conoces cuáles son los residuos sólidos que se pueden reciclar?
- Sí No
- h) ¿Has recibido información sobre el manejo y la disposición de residuos sólidos?
- Sí No

Después de observar y discutir sobre el contenido del video, realicen un dibujo en el que representen cuáles son los residuos que más se generan en el colegio y el lugar en el cual se depositan.



8. A partir de la información suministrada en el gráfico respondan las siguientes preguntas:



- ¿Cuál es el problema que se quiere estudiar? _____
- ¿Cuál es la población? _____
- ¿Cuál es la variable? _____
- ¿Qué tipo de variable es? _____

8.1 Unidad 2: Interpretación y representación de datos

Contenido: Variables, tablas de frecuencia y diagramas estadísticos

Objetivos:

- Interpretar y analizar información presentada en tablas de frecuencias y diagramas estadísticos
- Describir un conjunto de datos a partir de las frecuencias de sus elementos
- Organizar información recopilada en tablas de frecuencias y gráficos estadísticos

Tiempo: 6 sesiones de 50 minutos.

Recursos:

- Guías
- Ipads
- Internet

Secuencia de actividades

Momento individual

1. Lee con atención el siguiente fragmento

¿Por qué el plástico es un problema?

El plástico, tal como lo conocemos, existe desde hace solo unos 60-70 años, pero en ese tiempo transformó todo, desde la ropa, la cocina y la restauración hasta el diseño de productos, la ingeniería y el comercio minorista.

¿Cuánto plástico hay?

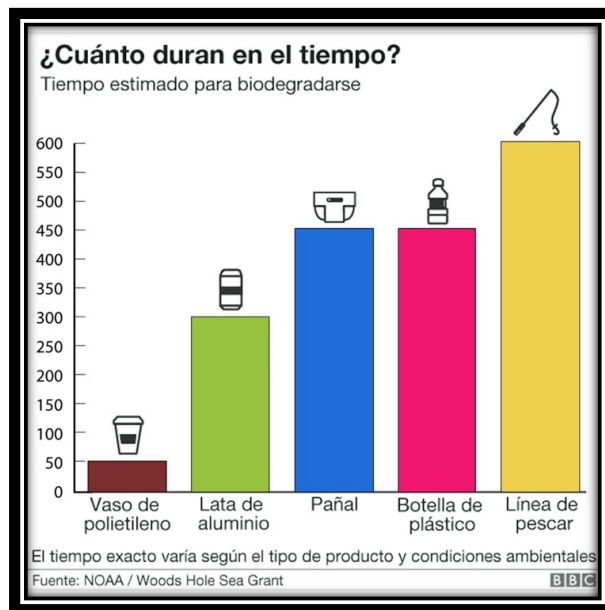
Hasta 2015, se generaron 6.300 millones de toneladas de residuos plásticos aproximadamente. Si continúa esta producción y gestión de residuos, en 2050 habrá aproximadamente 12.000 millones de toneladas de basura plástica en vertederos o en el medio ambiente.

Miles de millones de botellas de plástico...

Las botellas de bebidas son uno de los tipos más comunes de desechos plásticos. En 2016 se vendieron alrededor de 480.000 millones de botellas de plástico en todo el mundo, es decir, un millón de botellas por minuto. De estas, 110.000 millones fueron fabricados por el gigante de las bebidas Coca Cola.

¿Cuánto duran en el tiempo?

Tiempo estimado para biodegradarse



Ahora responde:

a) ¿Qué objetos utilizas en casa y en el colegio que contengan plástico?

b) ¿En tu casa reciclan el plástico? ¿Hace cuánto lo hacen? Si no lo hacen, explica por qué

c) ¿Crees que es necesario reducir el consumo de plástico? ¿Por qué?

d) ¿Cuál es el impacto negativo que tiene el uso de plástico en el medio ambiente y marino?
Realiza un esquema o dibujo que represente tu respuesta.



e) Consulta y resume algunas de las alternativas existentes para reducir el consumo de plástico en tu casa y en el colegio

f) ¿A qué hace referencia el gráfico anterior? _____

g) ¿Cómo crees que se obtuvieron esos datos? _____

h) ¿Qué se pretende analizar con los datos? _____

i) ¿Cuál es la variable de estudio? ¿De qué tipo es? _____

j) En el gráfico, ¿cuántos años representan cada división en el eje vertical? _____

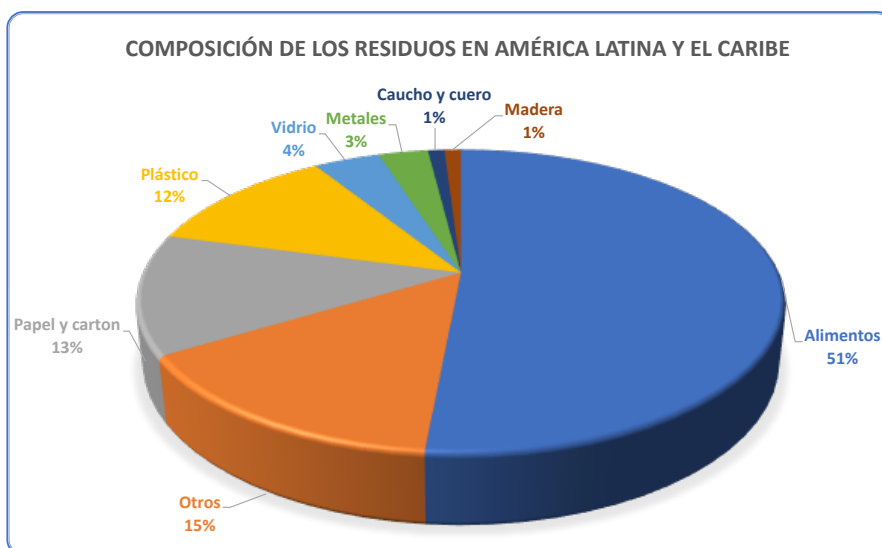
k) ¿Qué entiendes cuando ves la barra de color verde? _____

- l) ¿Cuál producto demora más tiempo en biodegradarse? _____
- _____
- m) ¿Cuántos años más demora en biodegradarse un pañal que un vaso de polietileno?
- _____
- _____
- n) Completa la siguiente tabla teniendo en cuenta la información del gráfico

| Producto | Tiempo estimado para biodegradarse (en años) |
|---------------------|--|
| Vaso de polietileno | 50 |
| | |
| | |

- o) ¿La información que se presenta en la tabla es la misma que muestra en el diagrama de barras y el diagrama circular? Si no es así, ¿cuál de los tres brinda más información?
- _____
- _____
- _____

2. A partir de la información suministrada en el gráfico responde las preguntas que aparecen a continuación.



- a) ¿Cuál es el residuo más usado en América Latina y el Caribe? _____

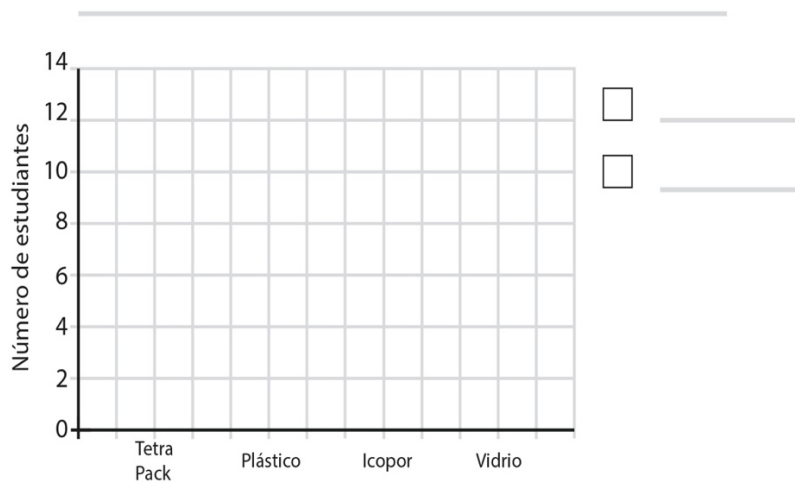
- b) ¿Cuál es el residuo menos usado en América Latina y el Caribe? _____

- c) Con base en el gráfico, plantea dos pregunta más para hacerle a tus compañeros de clase
- Pregunta 1: _____

 - Pregunta 2: _____

3. Elabora el gráfico de barras con base en la tabla de frecuencias que resume las respuestas dadas por algunos estudiantes de grado quinto sobre la preferencia por el tipo de envase al consumir una bebida.

| Tipo de envase | Número de estudiantes | |
|----------------|-----------------------|-------|
| | Niñas | Niños |
| Tetra pack | 12 | 6 |
| Plástico | 5 | 9 |
| Icopor | 7 | 1 |
| Vidrio | 6 | 4 |
| Total | 30 | 20 |



Ahora responde las siguientes preguntas.

- a) ¿Cuál es el tipo de envase preferido por los estudiantes de grado quinto? _____

- b) ¿Cuántos estudiantes fueron encuestados? _____

- c) ¿Cuántos estudiantes prefieren envase plástico? _____

- d) ¿Cuántas personas más prefieren el envase de vidrio que los de icopor? _____

4. Supón que en esta ocasión eres el investigador y tienes la tarea de aplicar la siguiente encuesta a todos tus compañeros de clase.

¿Consumes todo lo que trae tu almuerzo cuando estás en el colegio? ¿Sí? ¿No? ¿Por qué?

¿Qué es lo que más te gusta consumir al almuerzo? ¿Por qué?

De los alimentos que te ofrecen en el restaurante, ¿cuáles no te gustan consumir? ¿Por qué?

Después de consumir tus alimentos, ¿qué haces con los empaques y los restos de comida?

Según las preguntas realizadas,

- a) ¿Cuál consideras que es el problema que se quiere estudiar? _____

- b) ¿Cuáles son las variables? _____

- c) ¿De qué tipo son? _____

- d) ¿Cómo puedes organizar y presentar la información recolectada? _____

Momento grupal

Después de discutir con tu profesor y tus compañeros de clase las respuestas dadas al ejercicio anterior. Reúnete con tu grupo de trabajo y sigan las instrucciones dadas a continuación.

- a) Elaboren un listado de los alimentos que se brindan en el almuerzo y organícelos en 4 grupos distintos: frutas, ensaladas, sopas y carnes. Cada uno de los integrantes elegirá una categoría para trabajar y diseñará preguntas con el fin de indagar las preferencias por determinados alimentos a la hora del almuerzo, teniendo en cuenta la siguiente información:

Problema: el desperdicio de los alimentos en el comedor de la FCEV

Población: estudiantes de colegio FCEV

Muestra: estudiantes de grado quinto

Variables:

- **Cualitativa:** preferencia por un alimento
- **Cuantitativa:** cantidad de alimentos que se desperdician en el almuerzo

Como nos han propuesto diseñar una encuesta en el colegio para estudiar las preferencias por ciertos alimentos, debemos tener en cuenta

¿Qué preguntas debemos incluir en el cuestionario? ¿Son claras?
¿Cuál es la población? ¿Cómo elegiremos la muestra de estudiantes?
¿Cómo y cuándo aplicamos la encuesta y recolectamos los datos?

- b) Apliquen la encuesta.

Ahora...

¿Cómo organizamos y presentamos la información?
¿Qué nos dicen los resultados?

A partir de la información recolectada:

- c) Elaboren las tablas de frecuencias para organizar la información obtenida.
- d) Elaboren los diagramas de barras con la información anterior
- e) Haciendo uso de la herramienta Kids' Zone, elaboren los diagramas circulares y de líneas, ¿cuáles representan mejor la información recolectada?
- f) Realicen una descripción de lo observado.

Ahora respondan:

- ¿Qué pueden decir sobre estos datos? _____
- ¿Cuáles son sus conclusiones? _____

Tengan en cuenta las siguientes recomendaciones para la elaboración de las tablas de frecuencias y los diagramas de barras.

Orientaciones generales para construir la tabla de frecuencias

- Escribe en la primera columna las diferentes posibilidades que se presentaron.
- En la segunda, irás registrando con un trazo vertical cada uno de los valores encontrados, cuando sea el quinto trazo colocarás una marca en diagonal (/), así será más fácil el conteo.
- En la última columna colocarás el número que corresponda al conteo efectuado en la columna anterior.

Orientaciones generales para construir un diagrama de barras

- Traza dos ejes de coordenadas
- Escoge convenientemente la escala de manera que te permita representar todas las barras y la altura suficiente para la mayor de ellas (examinar con cuidado la tabla de frecuencias antes de iniciar la construcción del gráfico). En general la escala empieza en cero.
- Las barras están a una misma distancia unas de otras en el eje x .
- La altura de cada barra depende del dato a que corresponda y se busca en el eje de las y .
- En el eje de las y las divisiones están hechas a escala

8.2 Unidad 3: Medidas de Tendencia Central

Contenido: moda y media aritmética

Objetivos:

- Identificar la moda en un conjunto de datos a través de gráficas y tablas
- Identificar la media aritmética en un conjunto de datos no agrupado
- Determinar la moda y la media aritmética para un conjunto de datos

Tiempo: 3 sesiones de 50 minutos

Recursos:

- Guías
- Ipads
- Internet

Secuencia de actividades

1. Se preguntó a los estudiantes del curso 5C, sobre la edad que tenían y estas fueron las respuestas

| | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|
| 9 | 10 | 8 | 10 | 10 | 11 |
| 10 | 10 | 10 | 9 | 11 | 9 |
| 9 | 11 | 11 | 9 | 10 | 10 |

a) Ordenen los datos

b) Elaboren una tabla de frecuencias

| Edad | Conteo | Frecuencia |
|------|---------------|------------|
| | | |
| | | |
| | Total: | |

c) ¿Cuál es la edad que tiene la mayoría de los estudiantes de 5C? ¿Por qué?

Visiten los siguientes sitios web para ampliar la información sobre la moda y la media

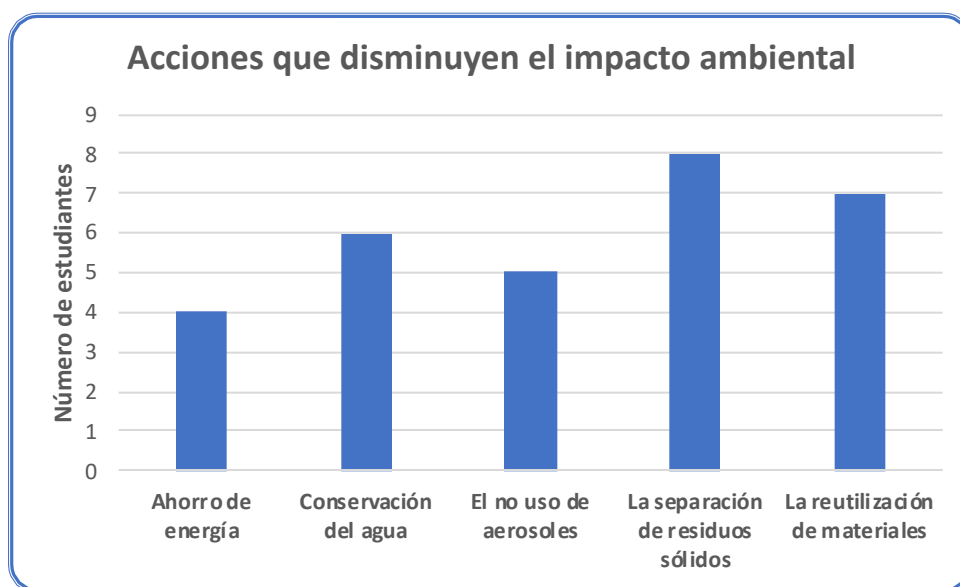


Moda



Media

2. Se preguntó a 30 estudiantes cuál acción consideran que disminuye el impacto ambiental, sus respuestas se muestran en la siguiente gráfica



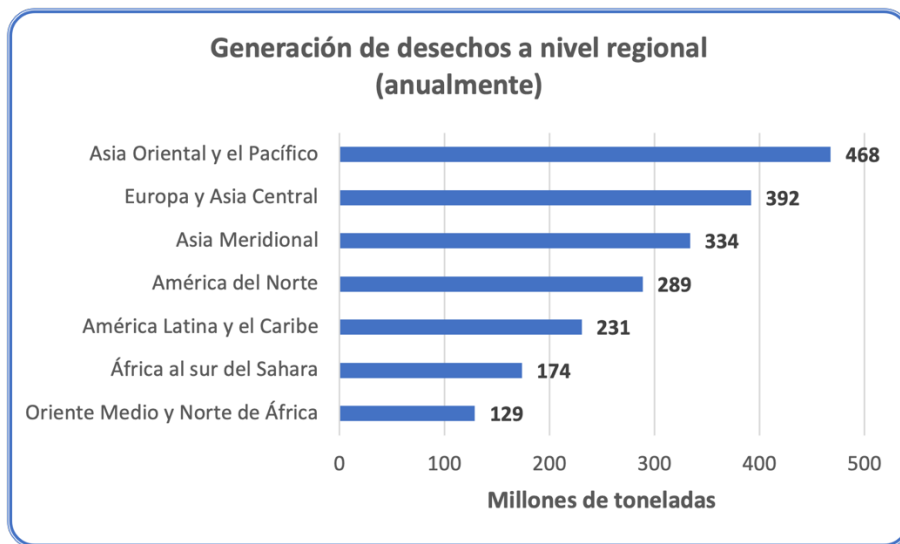
a) ¿Cuál es el dato que más se repite? _____

b) ¿Cómo pudieron identificar este valor? _____

c) ¿Qué nombre recibe este dato? _____

d) ¿Qué significado tiene el dato que más se repite? Justifiquen su respuesta

3. Observen el siguiente gráfico y respondan las preguntas que aparecen a continuación



a) ¿Cuál es el valor medio o promedio de los datos presentados?

b) ¿Cómo obtuvieron ese promedio?

c) ¿Qué significa el promedio en estos datos?

4. La tienda escolar vende a los estudiantes de la FCEV, bebidas gaseosas de varias marcas y sabores. La señora que atiende solo les da a los estudiantes la botella plástica o de vidrio sin las tapas, las cuales arroja a una caneca. A continuación, se presenta el número de tapas depositadas en la caneca durante las dos últimas semanas del mes de abril.

| | | | | |
|----|----|----|----|----|
| 25 | 17 | 12 | 31 | 14 |
| 17 | 15 | 12 | 17 | 14 |

a) Ordenen los datos anteriores de mayor a menor

Ahora responde:

- b) ¿Cuál es el valor que más se repite? _____
- c) ¿Cuál es el valor que queda en la mitad? _____
- d) ¿Cuál es el promedio de tapas depositadas en la caneca? _____

5. De acuerdo con la información brindada por tu profesor, diseñen un formato para llevar el registro del tipo de sólido asignado dentro de la institución. Después de diligenciarlo, organicen, representen y analicen la información recolectada con el fin de socializarla con los demás compañeros.

- a) ¿Cuál es el tipo de residuo que se encontró con mayor frecuencia en el piso?
- b) ¿Cuál es la cantidad promedio de cada tipo de sólido encontrado?

Lean con atención el siguiente texto y respondan:



- ¿Cuál de estas estrategias aplicas en casa?

- ¿Cuáles empezarás a usar? ¿Por qué?

9. CONCLUSIONES

Para el desarrollo del presente trabajo se diseñó y se aplicó una prueba diagnóstica a un grupo de estudiantes de grado quinto con el fin de determinar las dificultades asociadas a conceptos fundamentales del pensamiento aleatorio y los sistemas de datos. Los resultados evidenciaron dificultades para comparar variables, diferenciar las variables cualitativas de las cuantitativas, para reconocer la población y la muestra en un estudio estadístico, para interpretar y construir tablas de frecuencias y gráficos estadísticos, para determinar la moda y la media de un conjunto de datos dado, para comparar datos representados gráficamente y para transformar información estadística presentada en diferentes formatos.

Como resultado de ese análisis, se plantea una secuencia didáctica en la cual se le brinda al estudiante la posibilidad de trabajar con datos provenientes de su entorno, esto con la intención de darle un rol investigativo, presentándole una problemática presente en nuestra comunidad como lo es el problema de la generación de residuos sólidos, y haciéndole una invitación a pensar y emprender acciones para mitigar dicha problemática. Así, los estudiantes tienen la responsabilidad de recolectar información, clasificarla, organizarla con el fin de establecer sus propias conclusiones, actividades fundamentales para el desarrollo del pensamiento aleatorio y los sistemas de datos.

Las actividades se diseñaron con la intención de desarrollar habilidades para: elaborar gráficos a partir de datos recolectados mediante preguntas que generadas por ellos mismos; construir e interpretar tablas de frecuencias y diagramas de barras; hacer traducciones, es decir, hacer cambio de representaciones, por ejemplo pasar de un diagrama de barras a una tabla de frecuencias u otro tipo de gráfico estadístico. Además, se vinculó en cada unidad un aspecto relacionado con los residuos sólidos con el fin de generar espacios de reflexión en torno a la necesidad de disminuir la cantidad de residuos y la importancia de la separación y la adecuada disposición de dichos residuos sólidos.

Se considera pertinente la propuesta dado que el manejo y la generación de residuos sólidos es un problema que aqueja a la comunidad educativa y por tanto pertenece al contexto próximo de los estudiantes, que permite abordar un problema de orden disciplinar que está relacionado con el fortalecimiento del pensamiento aleatorio y los sistemas de datos. Así, la apropiación de los conceptos básicos de estadística se favorecen a través de la interacción con sus pares al tratar de resolver problemas propios de su entorno en tareas auténticas de aprendizaje.

BIBLIOGRAFÍA

- Álvarez, S. (2018). Fortalecimiento del pensamiento aleatorio a través del análisis estadístico de datos, gráficos y experimentos en los estudiantes en su contexto. Tesis de maestría. Medellín: Universidad Nacional de Colombia. Recuperado el 21 de marzo de 2022, de <https://repositorio.unal.edu.co/bitstream/handle/unal/76288/1017144873.2018.pdf?sequence=1&jsAllowed=y>
- Batanero, C. (2000). Significado y comprensión de las medidas de posición central. Departamento de Didáctica de la Matemáticas, Universidad de Granada. UNO, n° 25, p. 41-58.
- Batanero, C., Godino, J., Green, D., Holmes, P. & Vallencillos, A. (2001). Errors and difficulties in understanding elementary statistical concepts. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 25(4), 527-547.
- Batanero, C. & Godino J. (2004). Capítulo VI. Didáctica de la estadística y probabilidad para maestros. En *Didáctica de las Matemáticas para Maestros*.
- Batanero, C. & Díaz, C. (2011). Estadística con proyectos. Universidad de Granada.
- Batanero, C. (2015). Los retos de la cultura estadística. Jornadas Interamericanas de Enseñanza de la Estadística. Buenos Aires, 2002. Conferencia inaugural.
- Barón, L. & Delgado, H. (2016). Situación actual de la enseñanza de la estadística en el nivel de educación primaria en el municipio de Valledupar. En MATUA, revista del programa de matemáticas Universidad del Atlántico, 92 - 106.
- Becerra, J. (s.f.). Medidas de tendencia central para datos agrupados. Página del Colegio de Matemáticas de la Universidad Nacional Autónoma de México. http://prepa8.unam.mx/academia/colegios/matematicas/paginacolmate/applets/matematicas_V/Applets_Geogebra/medmedmod.html#:~:text=MEDIDAS%20DE%20TENDENCIA%20CENTRAL%20PARA,la%20mediana%20y%20la%20moda.
- Behar, R. & Yepes, M. (2007). Estadística: un enfoque descriptivo. Universidad del Valle. Facultad de Ingeniería. Departamento de producción e investigaciones de producciones.
- Bustos, F. (2009). La problemática de los desechos sólidos. En *Economía*, 27, 121 -144.

- Cisneros, J. (2007). *Pensamiento Aleatorio y sistema de datos* (Vol. 5). Medellín: Gobernación de Antioquia. Secretaría de Educación para la Cultura.
- Colmenares, A. (2012). *Investigación-acción participativa: una metodología integradora del conocimiento y la acción*.
- Coronado, J. (2007). Escalas de medición. En revista *Paradigmas*, Vol 2, (2), pp. 104 - 125. Bogotá, D.C. Corporación Universitaria Unitec.
- Díaz-Barriga, Á. (2013). *Guía para la elaboración de una secuencia didáctica*. Universidad Nacional Autónoma de México.
- Díaz-Barriga, F. & Hernández, G. (2002). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. Una interpretación constructivista*. México: Mc Graw Hill.
- Diuza, F., & Murillo, J. (2011). Aportes al PRAE de la institución educativa José Ramón Bejarano de la comuna 6 de Buenaventura, Valle: ejemplos de contextualización y transversalidad curricular en preescolar y en nivel básico de 1^{ro} a 5^{to}.
- Decreto 1713 de 2002. Por el cual se reglamente la Ley 142 de 1994, la Ley 632 de 200 y la Ley 689 de 2001, en relación con la prestación del servicio público de aseo, y el Decreto Ley 2811 de 1974 y la Ley 99 de 1993 en relación con la Gestión Integral de Residuos Sólidos.
- Gregorio, J. (2002). El constructivismo y las matemáticas. *SIGMA: Revista de matemáticas*, 21, 113 – 129.
- Latorre, A. (2003). *La investigación – acción. Conocer y cambiar la práctica educativa*. Graó: Barcelona.
- Levin, R. & Rubin, D. (2014). *Estadística para administración y economía*. Pearson Educación, México.
- Lopera, L. (2020). *Estrategia didáctica para el fortalecimiento del pensamiento aleatorio a través del análisis de gráficos estadísticos*. Tesis de maestría. Medellín: Universidad Nacional de Colombia. Recuperado el 21 de marzo de 2022 de <https://repositorio.unal.edu.co/bitstream/handle/unal/78702/1128397661.2020.pdf?sequence=1&jsAllowed=y>
- Ministerio de Educación Nacional (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- Ministerio de Educación Nacional (2017). *Mallas de aprendizaje. Matemáticas grado 5º*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.

- Murillo, J. (2019). La transversalidad curricular en la enseñanza para el manejo de los residuos sólidos.
- Obando, Z. (2006). Interpretación e Implementación de los Estándares Básicos de Matemáticas. Separador 5. Pensamiento Aleatorio y Sistemas de Datos. En <http://funes.uniandes.edu.co/6485/1/Gómez2006Pensamientovariacional.pdf>
- Orellana, L. (2001). *Estadística descriptiva*. Recuperado de http://www.dm.uba.ar/materias/estadistica_Q/2011/1/modulo%20descriptiva.pdf
- Palacios, J. (2015). Diseño de propuesta didáctica, que contribuya al buen manejo, recolección y disposición final de los residuos sólidos, en los estudiantes de la institución educativa Esteban Ochoa de Itagüí.
- Parra, C. (2011). La investigación-acción educativa: origen y tendencias. En: Estrategias de investigación. Universidad Piloto.
- Riascos, F. (2016). Razonamiento estadístico y otros conceptos relacionados. Segundo Encuentro Colombiano de Educación Estocástica. Universidad del Cauca, 24 – 30.
- Rodríguez, S. (2005). La investigación acción educativa ¿Qué es? ¿Cómo se hace?
- Ruíz, N. (2014). La enseñanza de la Estadística en la Educación Primaria en América Latina. En Revista Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación, 13, 103-121.
- Salazar, C. & del Castillo, S. (2018). Fundamentos básicos de estadística. Primera Edición.
- Serrano, J. & Pons, R. (2011). El constructivismo hoy: enfoques constructivistas en educación. Revista Electrónica de Investigación Educativa, 13(1). <http://redie.uabc.mx/vol13no1/contenido-serranopons.html>
- Sosa, J. (2014). El análisis de datos en el marco de un proyecto ambiental de manejo de residuos sólidos. Universidad Nacional de Colombia
- Suárez, C. (2000). Problemática y gestión de residuos sólidos peligrosos en Colombia. En INNOVAR, revista de ciencias administrativas y sociales, 15, 41-52.
- Turizo, L. (2013). Estrategia didáctica para el aprendizaje de la Geometría y la Estadística desde una perspectiva transdisciplinar, en estudiantes de 6° de una institución de Educación Básica Secundaria.

Vélez, A. (2020). Propuesta metodológica que contribuya al fortalecimiento del pensamiento aleatorio y sistemas de datos. Tesis de maestría. Medellín: Universidad Nacional de Colombia. Recuperado el 21 de marzo de 2022, de <https://repositorio.unal.edu.co/bitstream/handle/unal/78664/32184627.2020.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

A. ANEXO 1: PRUEBA DIAGNÓSTICO
Versión inicial

Nombre: _____ **Fecha:** _____ **Curso:** _____

La siguiente prueba contiene preguntas abiertas y de selección múltiple con única respuesta, responde cada pregunta justificando tu respuesta. Contesta las preguntas de la forma más honesta y sincera posible, esto es muy importante. En caso de tener alguna duda sobre la prueba, informa al docente antes de dar respuesta.

1. El restaurante escolar de la FCEV ofrece cuatro bebidas para acompañar el almuerzo: limonada, jugo de fresa, jugo de piña y gaseosa. Así que dos estudiantes de grado quinto decidieron preguntarle a un grupo de compañeros de clase por el sabor de bebida que deseaban para acompañar el almuerzo y estas fueron las respuestas:

Jugo de fresa, gaseosa, jugo de piña, limonada, limonada, limonada, jugo de fresa, limonada, gaseosa, jugo de piña, gaseosa, limonada, limonada, limonada, gaseosa, limonada, jugo de fresa, jugo de fresa, limonada, gaseosa, jugo de fresa, jugo de fresa, jugo de piña, jugo de fresa, gaseosa, jugo de piña, jugo de fresa

- a) Representa la información recolectada por tus compañeros en una tabla

| | |
|--|--|
| | |
|--|--|

Ahora responde:

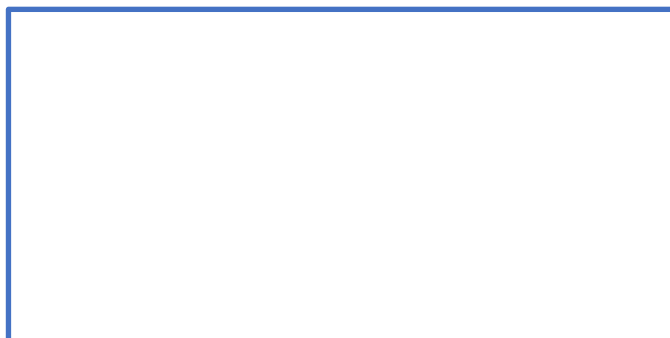
- b) ¿A quiénes se les realizó la pregunta? _____
- c) ¿Cuántos estudiantes respondieron la pregunta? _____
- d) ¿Cuál fue la bebida preferida por los estudiantes? _____
- e) ¿Cuál fue la que menos eligieron? _____
- f) ¿Por cuánto superan los que eligieron limonada a los que eligieron gaseosa?

- g) ¿Los estudiantes que eligieron el jugo de fresa duplican a los que eligieron el de piña?

- h) ¿Cuál fue la variable de estudio? _____
- i) ¿Qué tipo de variable es? _____

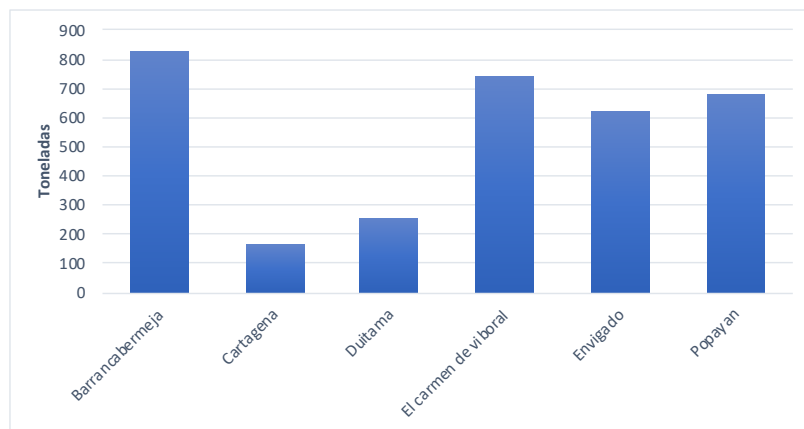
j) ¿Puedes determinar cuántas niñas eligieron cada bebida? ¿Por qué?

k) Representa la información de la tabla en el gráfico que consideres más adecuado



2. En la siguiente gráfica se muestran las toneladas de residuos aprovechados en algunos municipios de Colombia

Cantidad de residuos aprovechados



Teniendo en cuenta la información suministrada en el gráfico anterior, responde:

a) ¿Qué indica el eje horizontal? _____

b) ¿y el vertical? _____

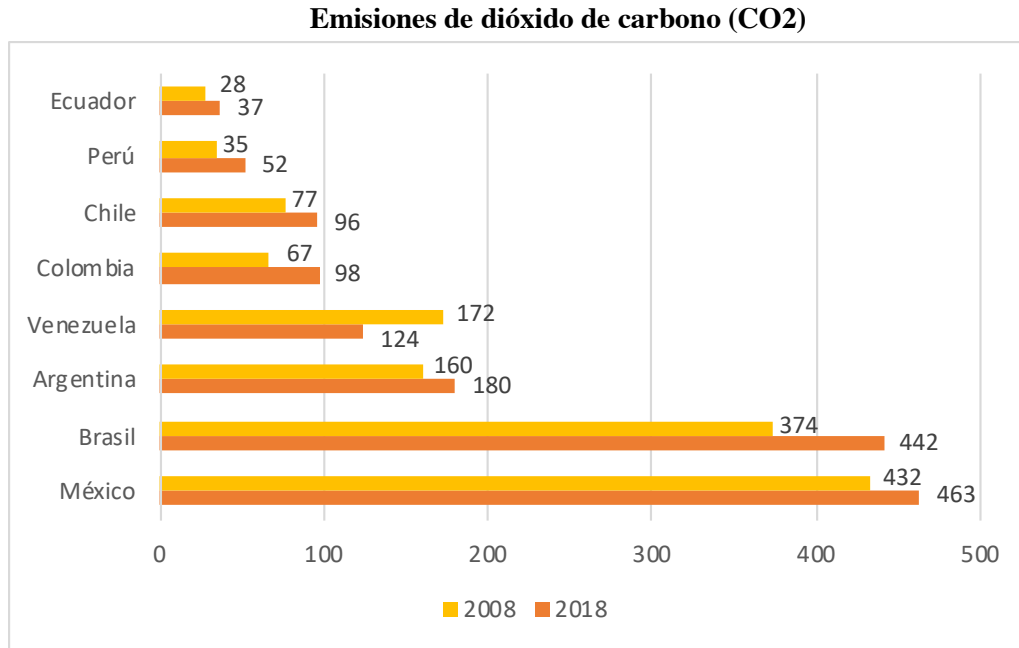
c) ¿Cuál es el municipio que menos cantidad de residuos aprovecha? _____

d) ¿Cuál es el municipio que más cantidad de residuos aprovecha? _____

e) ¿Cuál es la cantidad aproximada de residuos que son aprovechados en Cartagena? _____

Responde las preguntas 3, 4 y 5 con base en la siguiente información

En la siguiente gráfica se muestran los países latinoamericanos con el mayor volumen de emisiones de dióxido de carbono (CO₂), en millones de toneladas, durante los años 2008 y 2018



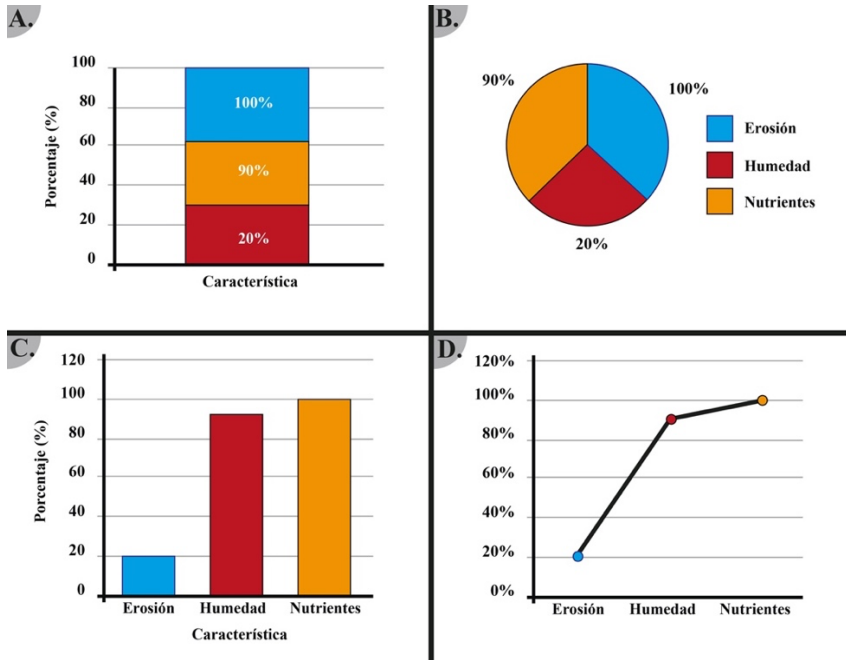
3. ¿Cuál fue el país que más redujo sus emisiones de gas carbónico en este periodo? _____

4. ¿Cuál fue el país que más aumentó sus emisiones de gas carbónico? _____

5. De acuerdo con la gráfica se puede afirmar que el incremento en emisiones de gas carbónico entre 2008 y 2018 fue:

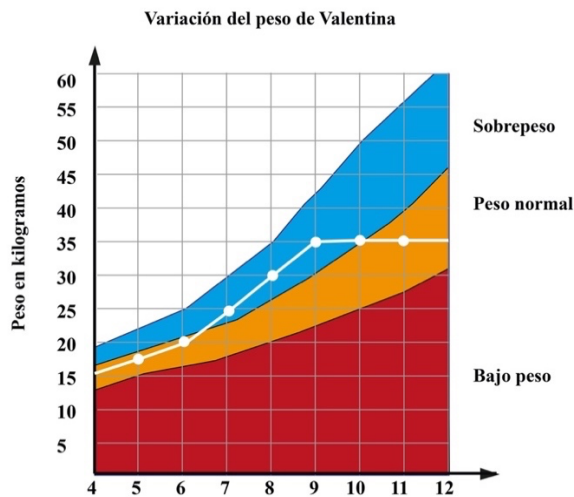
- a) Mayor en Perú que en Chile
- b) Mayor en Venezuela que en Colombia
- c) Menor en Argentina que en Brasil
- d) Menor en México que en Colombia

Argumente su respuesta



Argumente su respuesta

8. En la gráfica siguiente se observa la variación del peso de Valentina respecto a su edad. Las regiones coloreadas permiten establecer cuándo ha tenido sobrepeso, peso normal o bajo peso.



¿En cuál de las siguientes tablas se representa la información correspondiente a la gráfica?

a)

| Edad | Peso (kg) |
|-------------|------------------|
| 4 | 15 |
| 6 | 20 |
| 8 | 30 |
| 10 | 35 |
| 12 | 35 |

b)

| Edad | Peso (kg) |
|-------------|------------------|
| 4 | 15 |
| 6 | 20 |
| 8 | 25 |
| 10 | 30 |
| 12 | 35 |

c)

| Edad | Peso (kg) |
|-------------|------------------|
| 7 | 25 |
| 8 | 30 |
| 9 | 35 |
| 10 | 40 |
| 11 | 45 |

d)

| Edad | Peso (kg) |
|-------------|------------------|
| 7 | 25 |
| 8 | 26 |
| 9 | 27 |
| 10 | 27 |
| 11 | 27 |

Argumente su respuesta

B. ANEXO 2: DIARIO DE CLASE

| | |
|--|----------------|
| Nombre: | |
| Fecha: | Unidad: |
| ¿Qué aprendí hoy? | |
| ¿Qué fue lo que más me gustó? ¿Por qué? | |
| ¿Qué fue lo que menos me gustó? ¿Por qué? | |
| ¿Qué fue lo más difícil? | |
| ¿Qué dudas tengo sobre el trabajo realizado? | |

C. ANEXO 3: DIARIO DE CAMPO

| | | |
|------------------------------------|-------------------------------|---------------|
| Fecha: | Tiempo de observación: | Grupo: |
| Actividad evaluada: | | |
| Descripción de lo observado | Interpretación | |
| Comentarios | | |