

**UNA APROXIMACIÓN A LOS MONOPOLOS MAGNÉTICOS A PARTIR DE LA  
COMPRENSIÓN DE LA SEGUNDA ECUACIÓN DE MAXWELL**



**UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA  
NACIONAL**

*Educadora de educadores*

**DUVAN ANDRES NARVAEZ MARTINEZ**

**UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL  
FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA  
LICENCIATURA EN FÍSICA  
BOGOTÁ D.C, COLOMBIA**

**2020**

**UNA APROXIMACIÓN A LOS MONOPOLOS MAGNÉTICOS A PARTIR DE LA  
COMPRENSIÓN DE LA SEGUNDA ECUACIÓN DE MAXWELL**

**AUTOR:**

**DUVAN ANDRES NARVAEZ MARTINEZ**

**ASESORA:**

**CARMEN EUGENIA FONSECA CUENCA, PhD.**

**TRABAJO DE GRADO PRESENTADO COMO REQUISITO PARA OPTAR POR EL**

**TÍTULO DE:**

**LICENCIADO EN FÍSICA**

**LÍNEA DE INVESTIGACIÓN:**

**ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS CIENCIAS: ENFOQUES DIDÁCTICOS**

**UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL**

**FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA**

**DEPARTAMENTO DE FÍSICA**

**LICENCIATURA EN FÍSICA**

**BOGOTA D.C, COLOMBIA**

**2020**

---

## AGRADECIMIENTOS ...

*A mis padres Liris y Marcelino por ser el pilar fundamental en mi vida y apoyarme en este camino que decidí emprender en 2014.*

*A mi otra mamá Lachito.*

*A mis hermanos Sebastián, Carmen y Leidys porque a pesar de tener diferentes sueños y metas representamos las esperanzas de nuestros padres. Por el cariño y las peleas, por el apoyo y “porque la sangre llama”. ¡Los quiero!*

*A mis mejores amigos Lina, Cristian e Ingrid por mantener nuestra valiosa amistad sin importar el distanciamiento provocado al tomar distintos caminos en busca de sueños y metas propias.*  
*“Por los amigos que se convierten en hermanos”*

*A mis grandes y buenos amigos, compañeros de viaje y de este sueño llamado “Física” el cual emprendimos en la Universidad. A ellos, a Lorena, Chucho, Angela y Anyely por cada carcajada en clase y trabajo en grupo, por cada pelea y discusión, por cada marcha disfrutada, por la amistad brindada y hacer muy grato y ameno el paso por los pasillos del Departamento.*

*A toda mi familia, primos, tíos y abuelos en la ciudad de Planeta Rica, porque sé que este logro los llena de orgullo y representa un logro propio para ellos.*

*A la profesora Carmen por aceptar y guiar la presente investigación, por los acertados y pertinentes comentarios y sugerencias en pro de pulir este trabajo. Por la paciencia y la espera.*

*A los docentes del Departamento de Física por sus enseñanzas.*

*A la Universidad Pedagógica Nacional*

## TABLA DE CONTENIDO

|                                                                                                                                        |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| INTRODUCCIÓN .....                                                                                                                     |    |
| CONTEXTUALIZACIÓN Y ACERCAMIENTO A LA PROBLEMÁTICA .....                                                                               | 1  |
| 1.1 Planteamiento del problema.....                                                                                                    | 1  |
| 1.2 Objetivos: .....                                                                                                                   | 4  |
| 1.2.1 Objetivo General .....                                                                                                           | 4  |
| 1.2.2. Objetivos específicos .....                                                                                                     | 4  |
| 1.3 Justificación .....                                                                                                                | 5  |
| 1.4. Antecedentes .....                                                                                                                | 7  |
| FUNDAMENTOS TEORICOS, CONCEPTUALES Y PEDAGÓGICOS .....                                                                                 | 11 |
| 2.1 Leyes del electromagnetismo.....                                                                                                   | 11 |
| 2.1.1 Análisis del formalismo matemático de las Ecuaciones de Maxwell en notación<br>diferencial .....                                 | 13 |
| 2.2 Sobre Monopolos Magnéticos .....                                                                                                   | 26 |
| 2.2.1 Origen del concepto de Monopolos Magnéticos como cargas magnéticas aisladas....                                                  | 27 |
| 2.2.2 El Monopolo Magnético de Dirac.....                                                                                              | 31 |
| 2.2.3 Búsqueda de Monopolos Magnéticos .....                                                                                           | 33 |
| 2.3 Algunas consideraciones acerca de la teoría electromagnética clásica en presencia de<br>cargas magnéticas .....                    | 39 |
| 2.4 Sobre el potencial vectorial magnético .....                                                                                       | 44 |
| 2.5 Sobre la Enseñanza para la comprensión (EPC).....                                                                                  | 46 |
| 2.5.1 Elementos de la Enseñanza para la Comprensión.....                                                                               | 47 |
| 2.5.2 Dimensiones de la Comprensión .....                                                                                              | 50 |
| LINEAMIENTOS DISCIPLINARES Y PEDAGÓGICOS A TENER EN CUENTA EN EL<br>DISEÑO DE UNA PROPUESTA DE ENSEÑANZA.....                          | 52 |
| 3.1. Tipo de investigación.....                                                                                                        | 52 |
| 3.2. Descripción de la Población.....                                                                                                  | 52 |
| 3.3. Fases del Proyecto.....                                                                                                           | 53 |
| 3.4 Definición y caracterización de criterios para tener en cuenta en el diseño y configuración de<br>una propuesta de enseñanza. .... | 53 |
| CONCLUSIONES Y REFLEXIONES FINALES .....                                                                                               | 58 |
| REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS.....                                                                                                        |    |

## LISTA DE IMÁGENES E ILUSTRACIONES

|                                                                                                                                                       |           |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <i>Ilustración #1. Representación de un campo vectorial.....</i>                                                                                      | <i>14</i> |
| <i>Ilustración #2. Divergencia positiva de un campo vectorial.....</i>                                                                                | <i>16</i> |
| <i>Ilustración #3. Divergencia negativa de un campo vectorial.....</i>                                                                                | <i>16</i> |
| <i>Ilustración #4. Divergencia nula de un campo vectorial.....</i>                                                                                    | <i>17</i> |
| <i>Ilustración #5. Rotacional de un campo vectorial.....</i>                                                                                          | <i>18</i> |
| <i>Ilustración #6. Rotacional de un campo vectorial.....</i>                                                                                          | <i>19</i> |
| <i>Ilustración #7. Líneas de campo eléctrico alrededor de una carga “puntual” positiva en el espacio.....</i>                                         | <i>20</i> |
| <i>Ilustración #8. Líneas de campo eléctrico alrededor de una carga “puntual” negativa en el espacio.....</i>                                         | <i>21</i> |
| <i>Ilustración #9. Esquema de Líneas de campo eléctrico generadas por un dipolo eléctrico.....</i>                                                    | <i>21</i> |
| <i>Ilustración #10. Líneas de campo magnético producidas por un dipolo magnético.....</i>                                                             | <i>23</i> |
| <i>Ilustración #11. Formación de dipolos magnéticos a partir del corte de un imán.....</i>                                                            | <i>27</i> |
| <i>Ilustración #12. Magnetita.....</i>                                                                                                                | <i>27</i> |
| <i>Ilustración #13. Ilustración Brújula con pivote vertical diseñada por Robert Norman.....</i>                                                       | <i>29</i> |
| <i>Ilustración #14. Vista tridimensional esquemática del detector MoEDAL.....</i>                                                                     | <i>34</i> |
| <i>Ilustración #15. Ubicación del experimento MoEDAL en el LHC.....</i>                                                                               | <i>35</i> |
| <i>Ilustración #16. Simulación Nuclear Tracks Detectors.....</i>                                                                                      | <i>36</i> |
| <i>Ilustración #17. Simulación de una partícula altamente ionizante produciendo daños en los límites poliméricos de las películas detectoras.....</i> | <i>36</i> |
| <i>Ilustración #18. Simulación Grabado de conos sobre las láminas. ....</i>                                                                           | <i>37</i> |
| <i>Ilustración #19. Simulación MMT. Izquierda: Caja; Derecha: Barras de aluminio.....</i>                                                             | <i>37</i> |
| <i>Ilustración #20. Lado derecho: Monopolo atrapado en el “trapper”. Lado derecho: Descripción esquemática del uso del magnetómetro.....</i>          | <i>38</i> |
| <i>Ilustración #21. Lado izquierdo: Imagen de un detector Timepix. Lado derecho: Ubicación de los 5 detectores en el experimento MoEDAL.....</i>      | <i>38</i> |
| <i>Ilustración #22. Representación de líneas de campo magnético en cargas magnéticas o monopolos magnéticos aislados.....</i>                         | <i>43</i> |

## INDICE DE TABLAS

|                                                                                                    |           |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <i>Tabla #1. Antecedentes relacionados con las Ecuaciones de Maxwell.....</i>                      | <i>7</i>  |
| <i>Tabla #2. Investigaciones relacionadas con la Enseñanza para la Comprensión .....</i>           | <i>9</i>  |
| <i>Tabla #3. Ecuaciones de Maxwell en notación diferencial e integral.....</i>                     | <i>11</i> |
| <i>Tabla #4. Ejemplos de campos físicos vectoriales y escalares .....</i>                          | <i>15</i> |
| <i>Tabla #5. Ecuaciones de Maxwell en presencia de cargas eléctricas y en el vacío.....</i>        | <i>40</i> |
| <i>Tabla #6. Ecuaciones de Maxwell bajo transformación electric-magnetic duality.....</i>          | <i>41</i> |
| <i>Tabla #7. Ecuaciones de Maxwell en presencia de cargas magnéticas.....</i>                      | <i>42</i> |
| <i>Tabla #8. Ley de Coulomb para cargas eléctricas y magnéticas.....</i>                           | <i>43</i> |
| <i>Tabla #9. Campos eléctrico y magnético con estructura coulombiana.....</i>                      | <i>43</i> |
| <i>Tabla #10. Fuerza de Lorentz para cargas eléctricas y magnéticas moviéndose en campo EM... </i> | <i>44</i> |
| <i>Tabla #11. Fases propuestas de la investigación.....</i>                                        | <i>54</i> |

## INTRODUCCIÓN

La teoría electromagnética clásica se estructura a partir de las conocidas Ecuaciones de Maxwell, las cuales representan el fundamento mismo de la teoría, siendo ésta una de las teorías físicas con mayor divulgación y enseñanza, junto con los fundamentos de la mecánica clásica, en distintas carreras de ingenierías o ciencias. En el Departamento de Física de la UPN la teoría electromagnética clásica es abordada por los estudiantes en los cursos de Electromagnetismo I y Electromagnetismo II, programados para los semestres III y IV, respectivamente, para estudiantes del programa de la Licenciatura en Física.

En ese sentido, la propuesta de investigación que se propone se centrará en la comprensión de la Segunda Ecuación de Maxwell, pues dicha ecuación, al igual que las tres restantes, hace parte del importante legado del físico escocés James Clerk Maxwell y con ellas se estructura la teoría Electromagnética clásica que se introduce en los cursos ya mencionados que oferta el Departamento de Física. Además, en esa misma línea, se busca lograr una aproximación al concepto de Monopolos Magnéticos, el cual está íntimamente ligado a la comprensión de dicha ecuación.

El presente trabajo se configura en 3 capítulos, de manera que en el primero de ellos se presenta el contexto en cual nace la problemática que da origen a este ejercicio investigativo en torno a la comprensión de las ecuaciones de Maxwell por parte de los estudiantes que se están formando como docentes en el Departamento de Física de la UPN; se presenta el propósito principal de la investigación y las acciones que ayudarán a cumplir dicho propósito. En ese mismo capítulo, se presenta en la justificación, los argumentos que sustentan la investigación y los trabajos que sirvieron de apoyo y referencia. En una misma línea, el segundo capítulo presenta los elementos disciplinares y pedagógicos, tanto teóricos como conceptuales, en los cuales se fundamenta la investigación. Por otra parte, en el capítulo tercero se contextualiza la metodología de investigación aplicada para su desarrollo y las fases que lo guían. Por último, en ese mismo capítulo, se presentan lineamientos a considerar en el diseño de una propuesta de enseñanza de acuerdo con los elementos tomados del enfoque pedagógico *Enseñanza para la comprensión* y los elementos disciplinares reconocidos en el capítulo segundo. Finalmente, se presentan algunas conclusiones y reflexiones pertinentes con base en lo identificado en el desarrollo de la investigación.

## CAPÍTULO 1

### CONTEXTUALIZACIÓN Y ACERCAMIENTO A LA PROBLEMÁTICA

A continuación, se explora el contexto que da origen a los elementos que caracterizan la problemática a abordar. En ese sentido, se define el propósito, o finalidad, principal de la investigación y las acciones pertinentes a realizar para cumplir con dicho propósito. Por otra parte, se presentan las razones y argumentos que sustentan el presente estudio junto con aquellas otras investigaciones, realizadas con anterioridad, tomadas como referencias, apoyo y puntos de partidas de la investigación.

#### 1.1 Planteamiento del problema

La Física, como Ciencia Natural, se encarga de estudiar, comprender y analizar fenómenos naturales asociados, en particular, con el entorno físico, y que como actividad humana ha contribuido, al igual que las demás Ciencias, al desarrollo y progreso de las sociedades; por lo que acercar los estudiantes a este conocimiento es, sin lugar a duda, un reconocimiento a los intentos de la humanidad por interpretar el mundo en el que somos todos partícipes. Por ello, para abordarla es menester abarcar una serie de teorías físicas que la integran, y en la que destaca la teoría electromagnética, con la cual se tiene un primer acercamiento al estudio de fenómenos tan cercanos y presentes en nuestro entorno, como el escuchar una radio, ver televisión, utilizar nuestros teléfonos celulares o realizarnos cierto tipo de exámenes médicos.

El estudio del Electromagnetismo ha estado presente en los programas de formación de Docentes en Física como parte del fortalecimiento del componente disciplinar con que deben contar estos profesionales. Con este propósito, el proyecto curricular de la Licenciatura en Física de la Universidad Pedagógica Nacional, incluye dentro de su plan de estudios<sup>1</sup>, dos espacios académicos: **Electromagnetismo I** y **Electromagnetismo II**, propuestos para el tercer y cuarto semestre respectivamente, en los que se intenta profundizar, en la medida de lo posible, la teoría electromagnética clásica haciendo referencia a diversos fenómenos relacionados con este campo en particular, incluido el estudio de las ondas electromagnéticas. Estos espacios hacen parte del

---

<sup>1</sup> Portal institucional: <http://cienciaytecnologia.pedagogica.edu.co/vercontenido.php?idp=373&idh=375>

componente de formación disciplinar específica de uno de los *ciclos de formación*<sup>2</sup> en los que se estructura el plan curricular de la Licenciatura en Física al cual se hace referencia como *ciclo de fundamentación*. Así mismo, el Departamento de Física oferta, como componente de formación disciplinar de soporte, un tópico complementario denominado **Electromagnetismo Avanzado** propuesto para los estudiantes que hayan superado el ciclo de fundamentación y se encuentren cursando asignaturas en el *ciclo de profundización*.

Convencionalmente, el estudio de la teoría electromagnética se ha estructurado a partir del análisis de cada una de las cuatro Ecuaciones de Maxwell, pero muchas veces este abordaje se hace de forma desarticulada, sin tener en cuenta que este conjunto de ecuaciones constituye en sí mismo el fundamento de la teoría y, un conocimiento integral de los principios y leyes expresadas en cada una de ellas resulta fundamental para una óptima comprensión de los fenómenos electromagnéticos. Sin embargo, no se alcanzan buenas comprensiones sobre estas ecuaciones o se presentan interpretaciones insuficientes (Moreno, 2008), aspecto que señala, de manera análoga, Hoyos (2018) en su trabajo investigativo, donde afirma que entre algunos de los problemas detectados en numerosas investigaciones relacionadas con la enseñanza de la física, a nivel universitario, se encuentra “el escaso manejo matemático de las leyes fundamentales de la electrostática y de la magnetostática” por parte del estudiantado y, los maestros en formación que a futuro estarán desempeñando su papel dentro del aula o cualquier otro escenario educativo, no escapamos de este panorama que he alcanzado a percibir en mi paso como estudiante de la Licenciatura en Física.

Por otra parte, el formalismo matemático asociado a las ecuaciones de Maxwell, tanto en su presentación diferencial como integral, es percibido por muchos estudiantes como un obstáculo adicional en su proceso de construcción de conocimiento en este campo específico, ya que el desconocimiento de los operadores involucrados, dificulta la comprensión de estas ecuaciones (Moreno, 2008), lo que se manifiesta en deficiencias de conceptos y fundamentos inherentes a éstas y relacionados con los fenómenos, como lo expresa Bonilla cuando afirma que “una situación

---

<sup>2</sup> La propuesta de formación de la Lic. En Física se encuentra estructurada en dos ciclos de formación: el de *fundamentación* enmarcado desde el primer hasta el sexto semestre académico, en el que se busca dotar de elementos teóricos, conceptuales y pedagógicos básicos a los estudiantes “para comprender la naturaleza de la actividad científica y la actividad docente, así como los procesos de construcción de conocimiento y de difusión de la actividad científica”; y el de *profundización* en donde se enfatiza “en concepciones y problemas particulares de la física” y adelantan “reflexiones alrededor de su enseñanza sobre el papel del maestro en relación con el desarrollo cultural y de sus posibilidades y alcances en términos de la solución de problemas que resultan de prioritaria consideración para nuestra sociedad”. Para más información visitar el portal institucional → Propuesta de formación.

que se presenta con frecuencia en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la física es la dificultad de los estudiantes cuando se encuentran con estructuras y formas matemáticas en la explicación de los fenómenos” (Bonilla, 2015).

Aquí se hace visible la relación Física y Matemática que facilita la comprensión de los fenómenos asociados con el Electromagnetismo, por lo cual, si no se alcanza una buena interpretación de los algoritmos matemáticos involucrados en cada una de las ecuaciones de Maxwell, muy posiblemente no habrá una interiorización de los conceptos y principios establecidos en ellas. Si bien la Física no se reduce al tratamiento de ecuaciones, lo que no hay duda es que, usualmente se formalizan a través del lenguaje matemático con lo cual “los conceptos de la física poseen la característica de presentarse bajo la forma de magnitudes que tienen expresión matemática y las leyes que los rigen, dotadas de un sentido físico, se formulan bajo la forma de ecuaciones que relacionan estas magnitudes entre sí en razón misma de su forma matemática” (Paty, 2006).

Otro aspecto relevante para resaltar es que diferentes autores<sup>3</sup> de libros de texto que son objeto de consulta frecuente por parte de estudiantes y docentes, al abordar esta importante rama de la Física, le dedican una significativa cantidad de capítulos a aquellos aspectos relacionados con fenómenos electromagnéticos, sin embargo, en su desarrollo, no profundizan en las ecuaciones, sino que las presentan de manera desligada, usualmente en un apartado final titulado “Ecuaciones de Maxwell”.

En este orden de ideas, y con base en la problemática descrita, esta propuesta de investigación se centrará en la comprensión de la segunda Ecuación de Maxwell, pues dicha ecuación, al igual que las tres restantes, hace parte del importante legado del físico escocés James Clerk Maxwell y con ellas se estructura la teoría Electromagnética clásica que se introduce en los cursos de Electromagnetismo I, II y Avanzado que oferta el Departamento de Física. Además, la comprensión sobre esta ecuación servirá como puente/herramienta para aproximar, a los estudiantes, a la comprensión del concepto de Monopolos Magnéticos.

Por otra parte, se señala que en la búsqueda de trabajos de investigación que estuvieran encaminados a apoyar las comprensiones de los estudiantes sobre la segunda ecuación de Maxwell, y en particular sobre Monopolos Magnéticos, se encontró que son muy escasos en distintas fuentes, como al interior de la misma Universidad Pedagógica Nacional.

---

<sup>3</sup> [Sears & Zemansky](#), [Serway & Jewett](#), Tipler, entre otros.

Por último, se destaca un importante número de investigaciones que reconocen una amplia gama de enfoques pedagógicos usados en distintos procesos de enseñanza – aprendizaje de las ciencias y en algunos, convencionales, se reconoce que con frecuencia los estudiantes deben memorizar los contenidos que el docente les expone, saturándolos de conceptos, y olvidándolos luego de aprobar la evaluación. En ese sentido, el presente trabajo retomará los referentes teóricos de la Enseñanza para la comprensión ya que según Duarte (2018), a partir de dichos referentes “es posible generar nuevas estrategias en la didáctica cotidiana en las ciencias naturales” a partir de los elementos fundamentales brindados por este enfoque.

Con base en la problemática expuesta anteriormente, el presente trabajo de investigación estará guiado por la pregunta:

*¿Qué criterios o lineamientos, disciplinares y pedagógicos, deben tenerse en cuenta en el diseño de una propuesta de enseñanza que permita aproximarse al estudio de los Monopolos Magnéticos a partir de la comprensión de la Segunda Ecuación de Maxwell en notación diferencial?*

## **1.2 Objetivos:**

### **1.2.1 Objetivo General**

Establecer lineamientos disciplinares y pedagógicos a tener en cuenta en el diseño de una propuesta de enseñanza que permita una aproximación al concepto de Monopolos Magnéticos a partir del análisis y comprensión de la Segunda Ecuación de Maxwell en notación diferencial.

### **1.2.2. Objetivos específicos**

1. Hacer un breve análisis del formalismo matemático, en notación diferencial, asociado a las Ecuaciones de Maxwell.
2. Realizar un breve análisis acerca del estatus de los Monopolos Magnéticos y las implicaciones de su “existencia” en la teoría electromagnética clásica.

3. Revisar y analizar diferentes fuentes entorno al enfoque pedagógico *Enseñanza para la Comprensión*, que permitan orientar la configuración y definición de los criterios a tener en cuenta en el diseño de una propuesta de enseñanza.

4. Con base en la revisión del formalismo matemático, y teniendo en cuenta el enfoque Enseñanza para la comprensión, definir los criterios y lineamientos a tener en cuenta para la configuración de la propuesta de enseñanza.

### **1.3 Justificación**

La teoría electromagnética es, sin lugar a duda, uno de los campos del conocimiento, que los estudiantes de la Licenciatura en Física deben abordar y comprender, para facilitar su desempeño profesional con sus futuros estudiantes, acercándolos a diferentes desarrollos científico-tecnológicos asociados a fenómenos electromagnéticos. Aquí vale la pena destacar la importancia de las ecuaciones de Maxwell en el estudio del Electromagnetismo Clásico, pues como se había expresado anteriormente, constituyen la base de la teoría y, en el caso particular del docente de física, el comprenderlas le permitirá poseer cierta fineza o robustez disciplinar, que le dotará de herramientas para desenvolver mejor su papel en cualquier escenario educativo.

De acuerdo con los lineamientos del sistema educativo colombiano, los primeros acercamientos que tienen los estudiantes a los conceptos básicos de electromagnetismo se presentan desde el primer ciclo de educación básica y media. Es de resaltar que, en los estándares de competencias básicas, establecidos por el Ministerio de Educación Nacional –MEN, hay varios de ellos relacionados con esta temática, a continuación, se mencionan algunos correspondientes a los grados primero a tercero, y decimo a undécimo, respectivamente:

*“Verifico las fuerzas a distancia generadas por imanes sobre diferentes objetos.”*

*“Establezco relaciones entre campo gravitacional y electrostático y entre campo eléctrico y magnético.”*

(MEN, 2004).

Por su parte, en el estatuto académico de la Universidad Pedagógica Nacional, se establece como uno de los fines de la actividad académica:

*“Desarrollar y construir pensamiento y saberes pedagógicos, didácticos y disciplinares, con profundo sentido social y su contrastación permanente con comunidades científicas y académicas,*

*organismos públicos e instituciones y organizaciones educativas de carácter nacional e internacional” (UPN, 2018).*

Fortalecer el saber disciplinar de docentes, resulta de suma importancia, pues permitirá consolidarlos como investigadores que realizarán aportes significativos tanto al campo disciplinar como al pedagógico, ya que, a partir de dicho saber, el docente logra reflexionar sobre el conocimiento específico de su campo disciplinar, lo cual permite que el ejercicio de la comunicación de éste se dé con mayor facilidad (Zambrano, 2006).

La Universidad Pedagógica Nacional también hace hincapié en este importante aspecto, como es el de formar maestros investigadores, sensibles y reflexivos; de esta manera, en el estatuto académico (art. 3, literal g) se establece como uno de los principios rectores:

*“Apropiación disciplinar e interdisciplinaridad. La Universidad reconoce la necesidad e importancia de lograr el dominio de las disciplinas y sus posibilidades de diálogo para comprender y resolver problemas de carácter educativo, social, pedagógico, didáctico y disciplinar.” (UPN, 2018)*

De igual manera, el Ministerio de Educación Nacional, en su resolución N.º 18583 de 2017, en la que fija las características que deben cumplir todos los programas de licenciatura del país para poder recibir el registro calificado, resuelve que:

*“El educador debe consolidar un dominio de los saberes y conocimientos actualizados de los fundamentos conceptuales y disciplinares del campo o el área en que se desempeñará como licenciado. (MEN, 2017).*

Por su parte, el proyecto curricular de la licenciatura en Física también entiende esta necesidad apremiante y lo plasma, de manera contundente, en uno de sus objetivos:

*“Formar maestros con sólidos conocimientos en Física y comprometidos con el proceso educativo del país y formar investigadores en el campo de la enseñanza de la física y de las ciencias.”*

En términos generales, en la formación inicial de maestros, se requiere articular las componentes disciplinar y pedagógica, propendiendo por un mejor desempeño en su futura labor de acompañamiento de niños, niñas y jóvenes del sistema educativo.

Por último, y no menos importante, reconocer la pasión que representa para mí, desarrollar una investigación profunda y seria en relación con los Monopolos Magnéticos, pensándola como un elemento innovador en el quehacer docente; pues, si bien, la teoría electromagnética clásica, niega

la existencia de los monopolos, no podemos desconocer que actualmente se dedican grandes esfuerzos y recursos -humanos y económicos-, a la búsqueda de éstos.

Esta investigación propone, que un acercamiento a estos procesos puede contribuir a profundizar y/o contrastar los fundamentos de la teoría, como evidencia de que la Física está en constante construcción y no es un producto ya acabado. Además, se plantea como una forma, a mi parecer nueva e innovadora, de enseñar la Física Clásica, teniendo en cuenta algunos elementos de las teorías modernas, lo cual constituye en sí mismo un interesante reto en mi formación profesional.

#### **1.4. Antecedentes**

A continuación, se presentan algunos trabajos de grado y tesis de maestría, tanto en el contexto nacional como internacional, relacionados con el estudio de las ecuaciones de Maxwell y los Monopolos Magnéticos, los cuales constituyeron un punto de partida para la presente investigación. Por otra parte, se consideró de suma importancia la revisión de trabajos de investigación relacionados con el enfoque de *Enseñanza para la comprensión* para niveles universitarios, partiendo del hecho que la propuesta se fundamenta en los principios metodológicos establecidos en dicho enfoque.

| INVESTIGACIÓN                                                                     | AUTOR                           | CARACTERISTICA    | AÑO  | INSTITUCIÓN                            |
|-----------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------|-------------------|------|----------------------------------------|
| Contextualización de las ecuaciones de Maxwell empleando formas diferenciales.    | Raúl Eduardo Moreno Peña        | Trabajo de Grado  | 2008 | Universidad Pedagógica Nacional        |
| Análisis de las ecuaciones originales de Maxwell                                  | William Suarez Pinzón           | Trabajo de Grado  | 2008 | Universidad Pedagógica Nacional        |
| Diseño de estudio de las ecuaciones de Maxwell con ayuda de la herramienta MATLAB | Carlos Humberto Arriola Moscoso | Trabajo de Grado  | 2011 | Universidad de San Carlos de Guatemala |
| Theoretical Studies of Magnetic Monopole                                          | Yun SHI                         | Tesis de Maestría | 2013 | Imperial College London                |

|                                                           |                                  |                   |      |                              |
|-----------------------------------------------------------|----------------------------------|-------------------|------|------------------------------|
| Analytical and Numerical Treatment of Maxwell's Equations | Mai "Muhammad Ribhe" Asad Musmar | Tesis de Maestría | 2012 | An-Najah National University |
|-----------------------------------------------------------|----------------------------------|-------------------|------|------------------------------|

***Tabla #1. Antecedentes relacionados con las Ecuaciones de Maxwell.***

***Fuente: Elaboración propia***

Los dos primeros antecedentes “*Contextualización de las ecuaciones de Maxwell empleando formas diferenciales*” y “*Análisis de las ecuaciones originales de Maxwell*”, de carácter local, resultaron muy valiosos para la presente investigación en la medida que hacen un análisis a las ecuaciones de Maxwell partiendo de una problemática similar a la que se presenta en este trabajo, la dificultad en la comprensión de las ecuaciones de Maxwell y la notación en la que se presentan. La primera de ella, en particular, termina haciendo un análisis de correspondencia entre la teoría electromagnética y sus respectivas leyes desde las formas diferenciales. La segunda, por su parte, presenta un paralelismo entre la notación actual en la que se presentan las ecuaciones de Maxwell, esto es, en notación vectorial y aquellas que éste propuso inicialmente en sus principales obras en aras de encontrar elementos que sirvan de “posibles ventajas para el proceso de enseñanza-aprendizaje de las ecuaciones de Maxwell”.

El tercer antecedente, de carácter internacional, “*Diseño de estudio de las ecuaciones de Maxwell con ayuda de la herramienta MATLAB*” introduce una aplicación que utiliza el apoyo que ofrece el software MATLAB en la didáctica del curso electromagnetismo 2 en la Universidad de San Carlos de Guatemala. La finalidad de la aplicación es permitir la visualización de campos magnéticos dentro de un motor de corriente continua. Este trabajo de investigación dotó de elementos teóricos generales acerca de las ecuaciones de Maxwell y, además, elementos conceptuales de enseñanza pertinentes para comprensión del campo magnético.

La tesis de maestría “*Theoretical Studies of Magnetic Monopole*” presenta un estudio teórico y conciso de los Monopolos Magnéticos, además de mostrar un desarrollo histórico relacionado con la búsqueda de estos. Por otra parte, en ella se muestra, en la medida que se avanza entre páginas y capítulos, que la idea de Monopolo Magnético a pesar de representar nada más que un concepto cuando fue propuesta inicialmente, en su posterior desarrollo adquirió un potencial muy grande

que “proporcionaría una ruta hacia teorías completamente nuevas de una imagen física mucho más amplia”, como asegura el mismo autor.

El último antecedente “*Analytical and Numerical Treatment of Maxwell's Equations*” hace un análisis riguroso a los operadores matemáticos en la que están escritos las ecuaciones de Maxwell. Por otra parte, en ella se realiza una revisión de elementos de la teoría tales como campo electromagnético, campos magnetoestáticos y campos variables en el tiempo que permiten derivar las ecuaciones de Maxwell en varias formas. En ese sentido, los aspectos anteriores sirvieron de apoyo y referencia para desarrollar el análisis alrededor de los operadores diferenciales asociados a las ecuaciones de Maxwell, planteamiento que se ha plasmado en uno de los objetivos específicos en el presente trabajo de investigación.

En esa misma línea, a continuación, se presentan algunos antecedentes que toman elementos del enfoque pedagógico Enseñanza para la Comprensión para configurar propuestas de enseñanza en contextos institucionales de nivel secundario y universitario.

| TESIS                                                                                                                              | AUTOR                            | CARACTERISTICA    | AÑO  | UNIVERSIDAD                      |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------|-------------------|------|----------------------------------|
| El marco de la Enseñanza para la comprensión aplicado al aprendizaje del campo eléctrico en estudiantes de ingeniería de sistemas. | Claudia Patricia Mejía Villagrán | Tesis de Maestría | 2011 | Universidad Nacional de Colombia |
| Enseñanza para la comprensión: Concepciones y practicas pedagógicas                                                                | Sonia Yanneth Salamanca Diaz     | Tesis de Maestría | 2017 | Universidad Nacional de Colombia |
| El marco de enseñanza para la comprensión en la educación superior: implicaciones del trabajo basado en la enseñanza para          | Naiara Bilbao                    | Tesis Doctoral    | 2016 | Universidad de Deusto            |

|                                                                                 |  |  |  |  |
|---------------------------------------------------------------------------------|--|--|--|--|
| la comprensión en el<br>contexto de la formación<br>inicial de futuros docentes |  |  |  |  |
|---------------------------------------------------------------------------------|--|--|--|--|

***Tabla #2. Investigaciones relacionadas con la Enseñanza para la Comprensión***

***Fuente: Elaboración propia.***

La tesis denominada “*El marco de Enseñanza para la Comprensión aplicado al aprendizaje del campo eléctrico en estudiantes de ingeniería de sistemas*” presenta el diseño de una unidad didáctica elaborada y estructurada con base en el enfoque de la Enseñanza para la Comprensión en un contexto universitario. Particularmente, este trabajo de investigación fue de significativa importancia, primero porque brindó fundamentos teóricos y conceptuales sólidos y pertinentes relacionados con el enfoque de la EPC y segundo, porque aborda elementos, como el campo eléctrico, de la teoría electromagnética clásica cuya población de interés es de carácter universitaria.

Por otra parte, la tesis “*Enseñanza para la Comprensión: Concepciones y prácticas pedagógicas*” presenta dos estudios de caso realizados con docentes de una institución educativa ubicada en Bogotá, en los que se describen las concepciones que tienen sobre el enfoque Enseñanza para la Comprensión. Dicha investigación brindó elementos para complementar los fundamentos conceptuales y teóricos de la EPC.

Por último, la tesis denominada “*El marco de enseñanza para la comprensión en la educación superior: implicaciones del trabajo basado en la enseñanza para la comprensión en el contexto de la formación inicial de futuros docentes*” analiza las implicaciones de usar el enfoque pedagógico Enseñanza para la Comprensión en el proceso de enseñanza y aprendizaje de los estudiantes, los factores incidentes en la implementación y la aplicabilidad de éste en el contexto de la formación inicial de futuros docentes.

## CAPÍTULO 2

### FUNDAMENTOS TEORICOS, CONCEPTUALES Y PEDAGÓGICOS

A continuación, se presentan los fundamentos disciplinares y pedagógicos que guiaron el desarrollo de esta investigación. El eje disciplinar se centra en las ecuaciones de Maxwell, por lo cual se requiere inicialmente una revisión del *Tratado de la Electricidad y el Magnetismo*, presentado por James Clerk Maxwell; los aspectos pedagógicos se fundamentan en el enfoque pedagógico Enseñanza para la Comprensión.

En primera instancia, para el desarrollo del trabajo, se proponen algunas reflexiones sobre las leyes fundamentales del electromagnetismo, a saber: La ley de Gauss para la electricidad, ley de Gauss para el magnetismo, ley de Faraday y ley de Ampere-Maxwell.

#### 2.1 Leyes del electromagnetismo

Es importante reconocer que la teoría electromagnética, y la Física en general, ha sido una construcción histórica y colectiva, en la que muchos personajes han hecho aportes realmente significativos, por mencionar a algunos como Michael Faraday, Hertz, Ampere, Gauss entre otros, que han conseguido que ésta sea una teoría fundamental y consistente y que, de alguna manera, Maxwell logra estructurar en su trabajo.

En ese sentido, una formalización del electromagnetismo clásico, lo constituyen las ecuaciones de Maxwell, las cuales se expresan en las notaciones diferencial e integral:

| Notación diferencial                                                                                           | Notación integral                                                                        |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (1)$                                                     | $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad (5)$                          |
| $\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (2)$                                                                           | $\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0 \quad (6)$                                             |
| $\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (3)$                                 | $\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = -\frac{d\phi_B}{dt} \quad (7)$                           |
| $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (4)$ | $\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt} + \mu_0 I \quad (8)$ |

**Tabla #3. Ecuaciones de Maxwell en notación diferencial e integral**

**Fuente: Elaboración propia.**

Las ecuaciones (1) y (2) corresponden a la Ley de Gauss para el campo eléctrico  $\vec{E}$  y magnético  $\vec{B}$  respectivamente, donde el operador  $\nabla \cdot$  representa la divergencia de un campo vectorial, en nuestro caso, magnético o eléctrico, y que para el caso en particular de (1) nos dice que las cargas eléctricas constituyen fuentes de campo eléctrico  $E$  y, como tal, las líneas que lo describen pueden ser divergentes, en otras palabras nos dice dónde “nacen” y “mueren” las líneas de campo, con lo cual se presenta la posibilidad de encontrar cargas eléctricas aisladas. De manera análoga, encontramos la ecuación (2) que expresa que la divergencia del campo magnético es nula, es decir, que las líneas de campo magnético no divergen lo que implica que son cerradas, o, dicho de otra forma, las líneas de campo no “nacen” o “mueren” de manera neta en ninguna parte, por lo que al contrario de (1), ésta nos advierte que no existen las cargas magnéticas aisladas: los *monopolos magnéticos*.

De forma equivalente, las ecuaciones (5) y (6), expresan en forma integral la ley de Gauss, que indican que el flujo de un campo vectorial a través de cualquier superficie cerrada, depende únicamente de la carga encerrada, para el caso eléctrico, lo que implica que las líneas de campo salen o entran a la superficie y, es nulo para el caso magnético, esto es, las líneas de campo salen y entran a la superficie, dado que la cantidad de líneas que sale equivale a la cantidad de líneas que entran.

En esta misma dinámica, encontramos las ecuaciones (3) y (4) que corresponden a la notación diferencial de las leyes de inducción electromagnética de Faraday y la ley de Ampere-Maxwell, con  $\vec{\nabla} \times$  que representa el rotacional de un campo vectorial y que nos dice hacia dónde y cuán rápido cambian éstos, es decir, describe la curvatura de los campos. En este sentido, las ecuaciones (7) y (8), en notación integral, establecen que, si se produce una variación en uno de estos campos, ésta a la vez producirá una variación en el otro, para hacernos una idea más clara, un flujo magnético cambiante produce un campo eléctrico y de la misma manera, variaciones de flujo eléctrico generan un campo magnético.

En ese sentido, resaltando que, si bien las ecuaciones de Maxwell en ambas notaciones representan relaciones equivalentes, el presente trabajo investigativo plantea el análisis sobre éstas en su forma diferencial, el cual se hará con mayor profundización en apartados posteriores.

### 2.1.1 Análisis del formalismo matemático de las Ecuaciones de Maxwell en notación diferencial

Para hacer un análisis matemático de cada una de las ecuaciones de Maxwell, en su notación diferencial, debemos definir e interpretar algunos elementos inmersos en ellas, por ejemplo, los campos escalares y vectoriales, los operadores matemáticos, en particular el operador nabla, gradiente, divergencia y rotacional.

#### 2.1.1.1 Operadores matemáticos

Un operador matemático hace referencia a una representación simbólica que indica una determinada operación. En ese sentido, en matemáticas, encontramos muchos operadores, los más comunes son, quizás, para nosotros aquellos con los cuales hemos tenido contacto desde las etapas iniciales de la escuela como los operadores  $+$ ,  $-$ ,  $\times$ ,  $\div$ . Más importante aún, para efectos de la presente investigación, destacamos el operador nabla, cuya representación simbólica es  $\nabla$ , y por la cual también es reconocido como *el arpa hebra*<sup>4</sup>.

Dicho operador está relacionado con derivadas parciales y es muy útil para definir:

- El gradiente de un campo escalar.
- La divergencia de un campo vectorial.
- El rotacional de un campo vectorial.

Estas y otras operaciones están relacionadas con el operador nabla, sin embargo, las dos últimas, la divergencia y el rotacional, se tratarán más adelante pues resultarán supremamente relevantes para comprender e interpretar las ecuaciones de Maxwell.

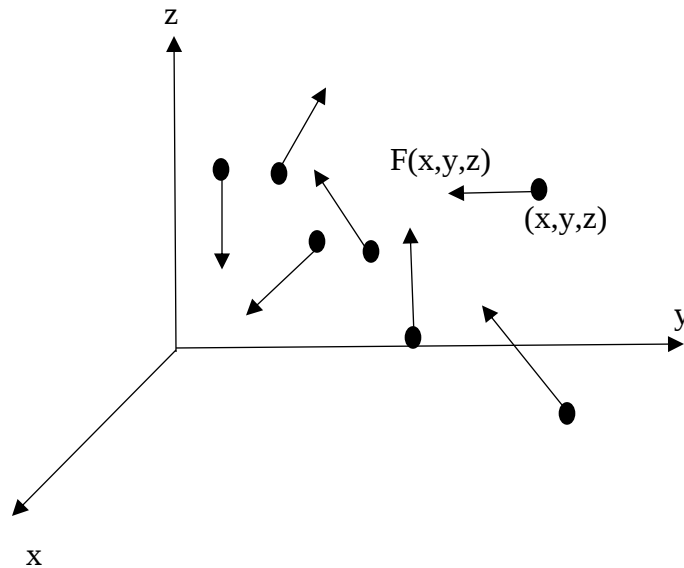
#### 2.1.1.2 Campo Vectorial y Campo Escalar

En el contexto de la teoría electromagnética, incluso en otras como la Mecánica, cuando se habla de *campo* se hace referencia a aquella región del espacio dotada de ciertas propiedades debido a la manifestación de alguna propiedad de la materia, y se especifica por una cierta cantidad física que puede ser de carácter vectorial o escalar ([Asad, 2012](#)). Un campo vectorial es especificado por una magnitud y una dirección en cada punto en espacio. De acuerdo a Marsden & Tromba ([2004](#)), en

---

<sup>4</sup> Denominación dada según ([Gómez & González, 2012](#)) en su “Ecuaciones de Maxwell y su significado”

un sentido técnico, un campo vectorial hace referencia a aquella función del tipo  $\mathbf{F}: U \subseteq \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  que asigna a cada punto de su dominio  $U$  un vector  $\mathbf{F}$ , cuya representación geométrica es una flecha, que en nuestro contexto inmediato podría corresponder a magnitudes como las velocidades, fuerzas, entre otros. Así, por ejemplo, una representación gráfica de un campo vectorial en  $\mathbb{R}^3$  estaría dada por:



**Ilustración #1. Representación de un campo vectorial**  
**Fuente: Elaboración propia**

El campo vectorial  $\mathbf{F}(x, y, z)$  está compuesto por tres componentes denominados campos escalares, los cuales consisten en una función del tipo  $F: V \subseteq \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ , éstos últimos asignan un número  $F_n$  a cada punto del espacio perteneciente a su dominio  $V$ .

En ese sentido, el campo vectorial descrito en la imagen anterior puede señalarse de la siguiente manera

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (F_1(x, y, z), F_2(x, y, z), F_3(x, y, z)) \quad (9)$$

De manera general, todo campo vectorial en  $\mathbb{R}^n$  estaría compuesto por  $n$  campos escalares, o componentes  $F_1 \dots F_n$ . Algunos ejemplos de campos vectoriales y escalares, en el contexto de la física, corresponderían a:

| <i><b>Campos vectoriales</b></i>                                                                                                     | <i><b>Campos escalares</b></i>                                                                           |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Campos de fuerzas:<br><ul style="list-style-type: none"> <li>- Campo gravitacional</li> <li>- Campo eléctrico y magnético</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Campo de temperaturas</li> <li>- Campo de densidades</li> </ul> |

***Tabla #4. Ejemplos de campos físicos vectoriales y escalares.***

***Fuente: Elaboración propia.***

### *2.1.1.3 Divergencia y Rotacional de un Campo vectorial*

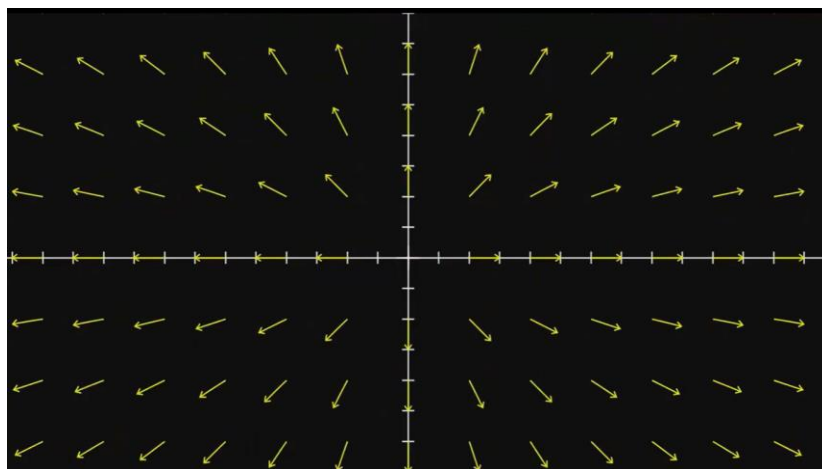
Según Asad (2012) la divergencia es un operador vectorial que “mide la magnitud de la fuente o sumidero de un campo vectorial en un punto dado”, lo anterior lo hace en términos de un escalar con un respectivo signo, es decir, al aplicar dicha operación sobre un campo vectorial da como resultado un campo escalar. En ese sentido, ésta “representa la densidad de volumen del flujo externo de un campo vectorial desde un volumen infinitesimal alrededor de dicho punto”.

Griffiths (2003), por su parte, interpreta la divergencia como “la medida de cuánto se propaga (o diverge) la función vectorial desde el punto en cuestión”. Por otra parte, la operación *Divergencia* queda definida al aplicarse el producto punto entre el operador nabla  $\nabla$  y el campo vectorial  $\mathbf{F}$ . De manera que si  $\mathbf{F}$  está definido en  $R^3$ , la operación divergencia sobre éste se presenta de la siguiente manera:

$$\text{div } \mathbf{F} = \nabla \cdot \mathbf{F}(x, y, z) = \frac{\partial F_1}{\partial x} + \frac{\partial F_2}{\partial y} + \frac{\partial F_3}{\partial z} \quad (10)$$

En ese sentido, podemos interpretar el significado geométrico de la divergencia del campo vectorial en tres momentos:

- El primero de ellos, cuando la divergencia es positiva ( $\nabla \cdot \mathbf{F} > 0$ ).

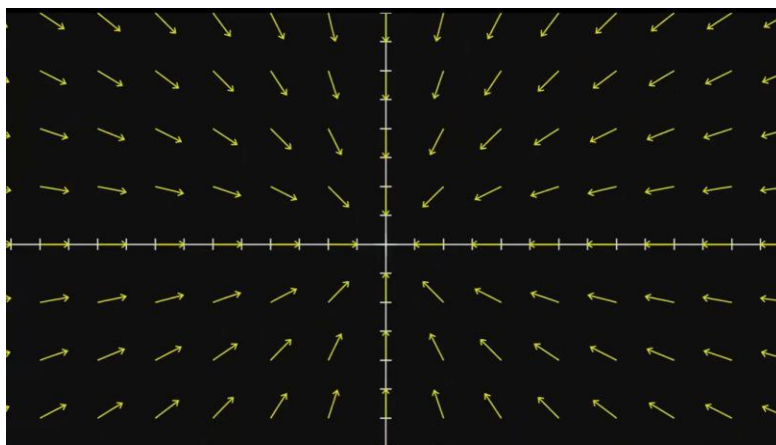


**Ilustración #2. Divergencia positiva de un campo vectorial.**

**Fuente:** <https://www.youtube.com/watch?v=BJSFWN9Aef0>

Con base en la ilustración #2, se pueden apreciar que los vectores o las “líneas de flujo” del campo vectorial parten del origen del sistema de coordenadas, es decir, se están “expandiendo” o “propagando” conforme hay un alejamiento del origen de dicho sistema. En ese sentido, lo anterior indica que la divergencia del campo vectorial debería ser positiva en ese punto en el origen. Un punto donde la divergencia es positiva es conocido como “fuente” o “grifo” de las líneas de flujo.

- El segundo momento, cuando la divergencia es negativa ( $\nabla \cdot \mathbf{F} < 0$ ).



**Ilustración #3. Divergencia negativa de un campo vectorial.**

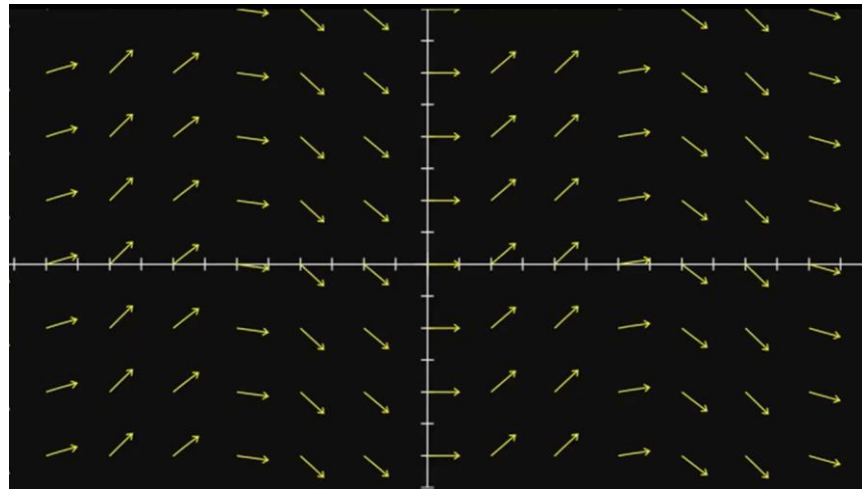
**Fuente:** <https://www.youtube.com/watch?v=BJSFWN9Aef0>

De acuerdo con la ilustración anterior, se puede apreciar que los vectores o “líneas de flujo” apuntan hacia el origen del sistema de coordenadas, lo que indicaría que las flechas convergen

alrededor de ese punto en el origen. A esta región donde convergen estas flechas se le conoce como “sumidero” o “drenaje” de las líneas de flujo, lo cual indica una divergencia negativa en ésta.

- Por último, el caso en el que la divergencia es nula ( $\nabla \cdot \mathbf{F} = 0$ )

En este último caso, de acuerdo con la ilustración #4, se puede apreciar que las líneas de flujo no se “propagan” ni “extienden” alrededor de un punto en particular, es decir, no divergen ni convergen en “ninguna” región por lo que su divergencia es nula.



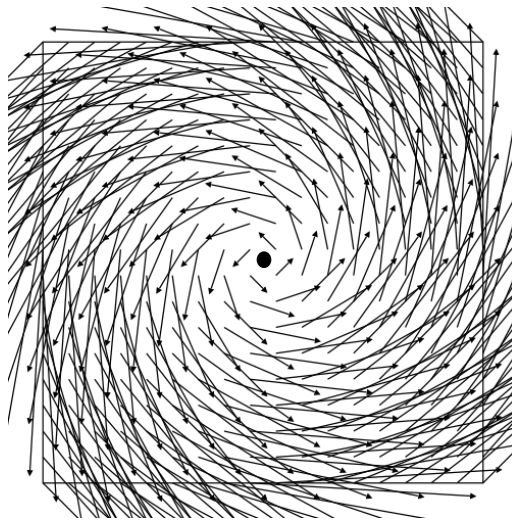
**Ilustración #4. Divergencia nula de un campo vectorial.**  
**Fuente:** <https://www.youtube.com/watch?v=BJSFVN9Aef0>

La segunda operación que tendremos en cuenta es la de *El Rotacional* de un campo vectorial, definido como el producto vectorial, o producto cruz, entre el operador nabla  $\nabla$  y el campo vectorial  $\mathbf{F}$ . De manera que si aplicamos el rotacional sobre un campo vectorial en  $R^3$  obtendremos analíticamente:

$$\text{rot } \mathbf{F} = \nabla \times \mathbf{F}(x, y, z) = \begin{bmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_1 & F_2 & F_3 \end{bmatrix} = \left( \frac{\partial F_3}{\partial y} - \frac{\partial F_2}{\partial z} \right) \hat{i} - \left( \frac{\partial F_3}{\partial x} - \frac{\partial F_1}{\partial z} \right) \hat{j} + \left( \frac{\partial F_2}{\partial x} - \frac{\partial F_1}{\partial y} \right) \hat{k} \quad (11)$$

De lo anterior, es posible visualizar que al aplicar la operación rotacional sobre un campo vectorial el resultado es otro campo vectorial, y que éste es perpendicular al plano del campo vectorial original.

El rotacional, como su nombre indica, está relacionado con giros y rotaciones. De acuerdo con Griffiths (2003), es “la medida de cuánto gira un campo alrededor de un punto dado”. La dirección de este “giro” es el eje de rotación, el cual se puede determinar por la regla de la mano derecha, y la magnitud del rotacional es la magnitud de dicha rotación (Asad, 2012). La siguiente figura ilustra un campo vectorial  $F$  cuyos vectores están describiendo una determinada dirección. En esta ocasión, si se asocia dicho campo con un fluido, ya sea agua o aire, este rotacional indicaría la dirección del giro o rotación de dicho fluido que resulta ser el descrito por las flechas. Sin embargo, ¿cuál es la dirección del rotacional? Para responder esta cuestión, se puede identificar la dirección, en términos del sentido de las manecillas del reloj, que presentarían, en su conjunto, todas las flechas. De manera que, si se tiene un arreglo de flechas orientadas en dirección antihoraria, aplicando la regla de la mano derecha, nuestro pulgar indicaría la dirección de dicho rotacional el cual corresponde a una “flecha” apuntando en dirección perpendicular al plano y “saliendo” de éste, lo que estaría representado, convencionalmente como un punto.

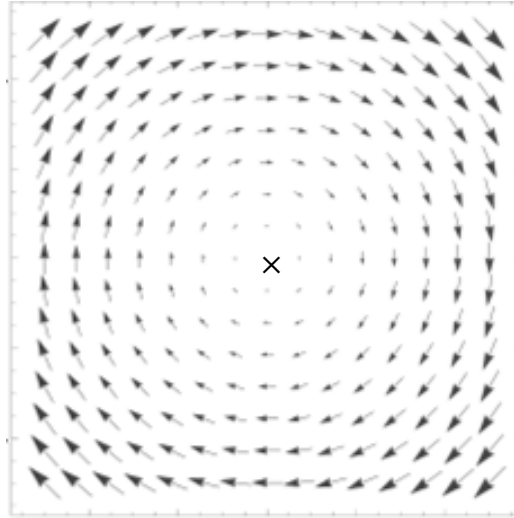


**Ilustración #5. Rotacional de un campo vectorial.**

**Fuente:** [https://www.wikiwand.com/es/Campo\\_vectorial](https://www.wikiwand.com/es/Campo_vectorial) con modificaciones propias.

Realizando el mismo razonamiento para determinar la dirección del rotacional de campo vectorial con giro o rotación en sentido horario y aplicando la regla de la mano derecha se obtiene un

rotacional cuya dirección es perpendicular al plano de la imagen y “entrando” en éste, lo cual se representa, convencionalmente, como una “cruz”.



**Ilustración #6. Rotacional de un campo vectorial.**

**Fuente:** [https://es.wikipedia.org/wiki/Rotacional\\_con\\_modificaciones propias](https://es.wikipedia.org/wiki/Rotacional_con_modificaciones propias).

#### 2.1.1.5 Interpretación y análisis de la Ley de Gauss para la electricidad en notación diferencial

En su presentación diferencial, la primera ley de Maxwell, o Ley de Gauss para la Electricidad, tiene la expresión:

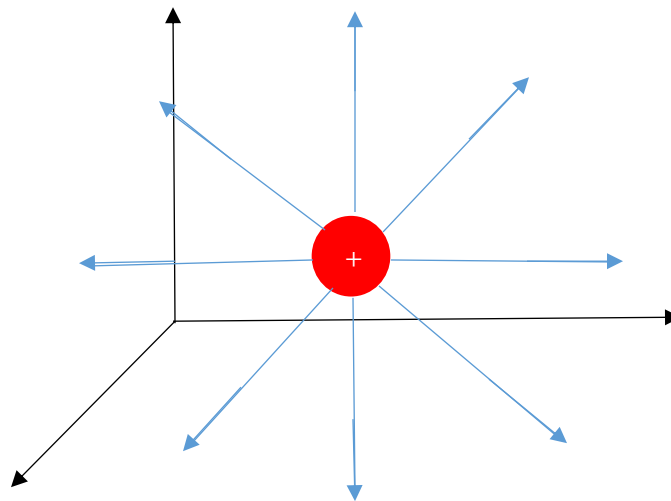
$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

Podemos analizar la anterior ecuación en dos momentos. En un primer momento, encontramos la expresión  $\nabla \cdot \vec{E}$  compuesta por el operador  $(\nabla \cdot)$  actuando sobre el vector campo eléctrico  $\vec{E}$ , en ese sentido, podemos hacer lectura de la expresión como *la divergencia del campo eléctrico*.

La expresión  $\nabla \cdot \vec{E}$  puede tener una representación geométrica en el espacio, de manera análoga como cuando se definió la divergencia de un campo vectorial  $\mathbf{F}$ . Por otra parte, encontramos la segunda expresión  $\frac{\rho}{\epsilon_0}$ , la razón entre  $\rho$  (rho) y  $\epsilon_0$  (Épsilon subcero) donde esta última representa la constante de permitividad eléctrica del vacío y  $\rho$ , la densidad de carga eléctrica, la cual está relacionada con la forma de distribución de la carga en el volumen que la contiene, y se expresa como:

$$\rho = \frac{dQ}{dV} \quad (12)$$

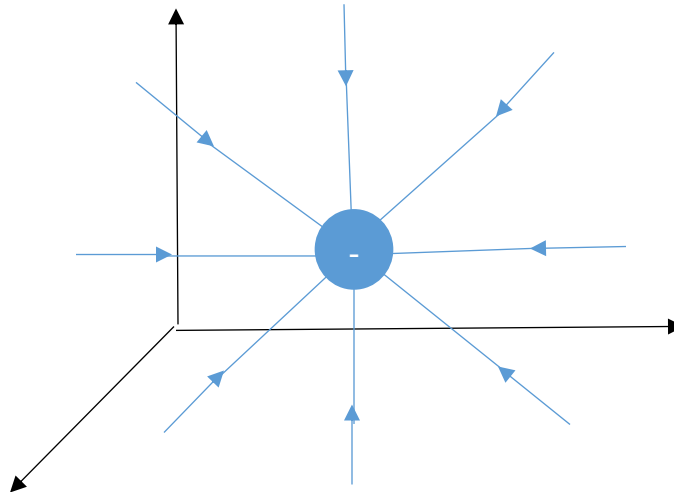
Con base a lo anterior,  $\nabla \cdot \vec{E}$  (la divergencia del campo eléctrico) es positiva cuando  $\frac{\rho}{\epsilon_0} > 0$ , lo que implica que carga eléctrica es de naturaleza positiva. De esa manera, al representar las líneas de campo eléctrico originado por una carga eléctrica positiva se obtiene el esquema que se muestra en la siguiente figura. Por convención, las líneas de campo se dibujan de manera radial y “alejándose” de la carga eléctrica. La densidad de líneas de campo, por supuesto, es proporcional a la densidad de carga, por lo que “nacerán” o “iniciarán” más líneas de campo en la medida que haya mayor densidad de carga eléctrica.



***Ilustración #7. Líneas de campo eléctrico alrededor de una carga “puntual” positiva en el espacio.***

***Fuente: Elaboración propia***

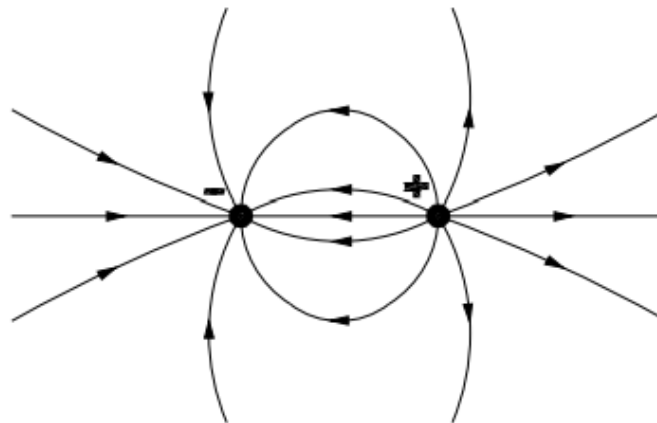
Por otra parte,  $\nabla \cdot \vec{E}$  (la divergencia del campo eléctrico) es negativa cuando  $\frac{\rho}{\epsilon_0} < 0$ , ésto es, que hay concentración de cargas con naturaleza eléctrica negativa. En ese sentido, por convención, las líneas de campo eléctrico alrededor de la carga eléctrica son dibujadas de manera radial a ésta y “acercándose”, “terminado” o “muriendo” en la misma como se representa en la siguiente figura.



**Ilustración #8.** Líneas de campo eléctrico alrededor de una carga “puntual” negativa en el espacio.

**Fuente:** Elaboración propia

De la primera ley de Maxwell se pueden inferir cuáles son las fuentes fundamentales de campo eléctrico, éstas son las cargas eléctricas. Con mayor precisión se puede visualizar mejor esta afirmación al realizar la representación de las líneas de campo para un dipolo eléctrico como muestra la siguiente ilustración.



**Ilustración #9.** Líneas de campo para un dipolo eléctrico.

**Fuente:** Arenas, G., (2008) *Electricidad y magnetismo*. 1ra edición. Editorial UNAL.

Por último, podemos encontrar el caso en el que la divergencia del campo eléctrico sea nula, esto es, que hay ausencia de carga eléctrica en cercanías de la región en la que se esté analizando las líneas de campo eléctrico. Por lo tanto, las líneas de campo no tendrán “inicio” ni “final” en dicha

región. Así, que, en términos generales, esta primera ecuación nos da información del comportamiento del campo eléctrico a través de su divergencia.

#### *2.1.1.6 Interpretación y análisis de la Ley de Gauss para el magnetismo en notación diferencial*

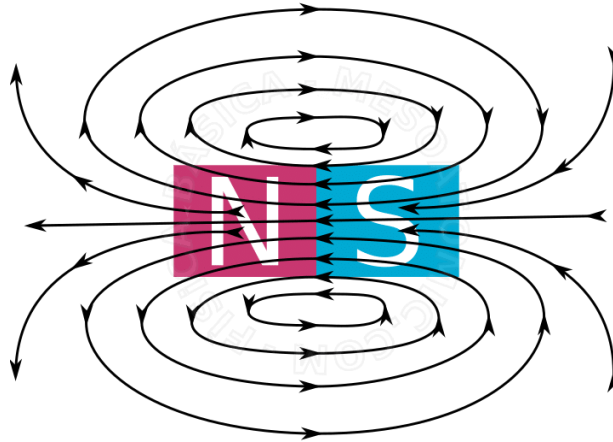
La segunda ecuación de Maxwell, en su presentación diferencial, tiene la forma

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

En ella de nuevo encontramos el operador nabla, pero ahora está siendo aplicado sobre otra magnitud física, el campo magnético  $B$ . De manera que  $\nabla \cdot \vec{B}$  hace referencia a su divergencia, de forma análoga como la primera ecuación hace referencia a la divergencia del campo eléctrico. Sin embargo, aparece una diferencia notoria, el segundo término es igual a 0, es decir, la divergencia del campo magnético siempre es igual a cero.

Del caso anterior, el de la primera ecuación de Maxwell, se podía apreciar la presencia de un segundo término que estaba asociado a la densidad de carga eléctrica, el cual podría ser cero en ausencia de cargas eléctricas, como en el vacío, por ejemplo. Sin embargo, la divergencia de  $E$  tenía la posibilidad de ser positiva, para cargas eléctricas positivas, o negativa, para cargas eléctricas negativas. Pese a ello, la estructura algebraica de la segunda ley indica nulidad para la divergencia de  $B$  por lo que, razonando de manera análoga al caso eléctrico, las líneas de campo magnético “nacen” y “mueren” de manera neta en ninguna región, es decir, las líneas de campo magnético no tienen “inicio” ni “fin” lo que indica que dichas líneas son siempre cerradas.

Debido a lo anterior, se puede afirmar que, debido a la segunda ecuación de Maxwell, al representar las líneas de campo magnético en un imán, obtenemos el siguiente esquema



**Ilustración #10. Líneas de campo magnético producidas por un dipolo magnético**  
**Fuente:** <https://infogram.com/campo-magnetico-y-lineas-de-campo-1hke60eglm9045r>

Con base en la imagen anterior, es sencillo observar que las líneas de campo son cerradas. Así, si se desea encontrar el “inicio” o dónde “terminan”, al situarnos en un punto de ellas y seguir su recorrido hacia adelante o hacia atrás no lo encontraríamos. Sin embargo, se puede apreciar un comportamiento particular del campo magnético que, asociado a la convención establecida, nos permite concluir, que las líneas de campo “salen” del polo norte y “entran” al polo sur del imán. En ese sentido, se puede plantear un análisis análogo al del dipolo eléctrico, en el cual se obtuvo también la representación esquemática de las líneas de campo eléctrico con la diferencia que se podía aislar una carga eléctrica positiva de otra negativa; no ocurre igual con los polos magnéticos, pues al tratar de aislarlos, intentando cortar el imán por la mitad, la evidencia experimental muestra que se reproduce un imán en cada uno de los trozos cortados y no se tienen por separado un polo norte de un polo magnético sur.

En ese sentido, según Gómez & González (2012) la segunda ecuación de Maxwell nos dice “justo lo que no hace” o “cómo no es” el campo magnético. Con base en lo anterior, esta ecuación “no nos da información de cómo calcular el campo magnético en ninguna región” y mucho menos “describe la causa del campo magnético”, por el contrario, nos dice que las cargas magnéticas no son las fuentes fundamentales de campo magnético. Lo anterior es relacionado con la no existencia de polos magnéticos aislados, o monopolos magnéticos, es decir, en la naturaleza no se han encontrado monopolos magnéticos aislados, siempre van en par con naturaleza magnética contraria por lo que la presencia de un polo magnético exige la presencia de otro polo, en contraste

con el caso eléctrico en el que si se puede evidenciar la existencia de monopolos eléctricos o cargas eléctricas aisladas.

#### *2.1.1.7 Interpretación y análisis de la Ley de Faraday en notación diferencial*

La estructura matemática de esta ley, en su notación diferencial, está dada como

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

En dicha ecuación, se aprecia al operador nabla aplicado, de nuevo, en el campo eléctrico, sin embargo, la operación indicada es el rotacional del campo eléctrico que, al igual que la divergencia, da información acerca de los campos vectoriales. Por otra parte, el segundo término hace referencia al negativo de la variación temporal del campo magnético. En ese sentido, esta ecuación, junto con la última, relacionan los dos campos físicos vectoriales del electromagnetismo en contraste con las dos anteriores que hacían referencia a cada campo por separado.

En concordancia, la expresión  $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$  representa la razón, el ritmo o la rapidez de cambio del campo magnético B, de manera que, si B es constante con respecto al tiempo, entonces  $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$  es nulo. Además, se debe tener en cuenta que la expresión completa incluye un signo negativo, con lo cual la expresión  $-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$  indicaría que la rapidez de cambio del campo magnético va justo en dirección opuesta a dicho cambio. En ese sentido, el rotacional del campo eléctrico tiene la dirección opuesta a la dirección en la que cambia el campo magnético.

Se expondrá una situación presentada por Gómez & González (2012) para indicar una de las consecuencias de esta ley. Se parte de una región del espacio en el que no hay presencia de cargas eléctricas. A ese lugar se lleva un imán, de manera que se empieza a mover dicho imán de un lado para otro, sobre una misma línea, lo que generaría un cambio en el campo magnético en una parte particular de dicha región. En ese sentido, de acuerdo con la tercera ley de Maxwell, o ley de Faraday, se generará un rotacional o un “giro” en el campo eléctrico de manera que se contraponga a dicha variación del campo magnético generado por el imán. Lo interesante de la situación, es la ausencia de cargas eléctricas que generen campos eléctricos. Con base en lo anterior, esta ecuación representa un principio físico universal comprobado de manera empírica por el mismo Michael

Faraday y que refleja el comportamiento de la naturaleza misma, dicho principio puede ser expresado como “un campo magnético variable en el tiempo genera un campo eléctrico de manera que su rotacional se presenta en sentido contrario al cambio de dicho campo magnético”.

En el contexto de la enseñanza de la Física, especialmente dirigida a maestros en formación, este principio conocido como Ley de inducción electromagnética, se aborda con los estudiantes, aunque usualmente se hace más énfasis en la construcción teórica de los conceptos involucrados, dejando de lado el trabajo experimental que constituye una importante herramienta para facilitar su comprensión.

#### *2.1.1.8 Interpretación y análisis de la Ley de Ampere – Maxwell en notación diferencial*

La última ecuación de Maxwell se presenta como

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Esta ecuación da información acerca del rotacional del campo magnético como lo indica su primer término  $\vec{\nabla} \times \vec{B}$ , que, de manera análoga como lo hacía la ecuación anterior, hace referencia al «giro» o «rotación» del campo magnético, es decir “a la manera en que giran las líneas de campo entorno a un punto del espacio” como afirman Gómez & González (2012). Por otra parte, se encuentra el segundo término compuesto por  $\mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$  donde  $\mu_0$  representa la permeabilidad magnética en el vacío, la magnitud  $\vec{J}$  que representa la densidad de corriente eléctrica y  $\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$  la razón de cambio del campo eléctrico.

Esta ley recibe su nombre debido a los aportes que realizó Andre-Marie Ampere basándose en las observaciones realizadas, a mediados del siglo XIX, por Hans Oersted. A partir de ellas, Ampere formaliza estas observaciones en la ecuación

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$$

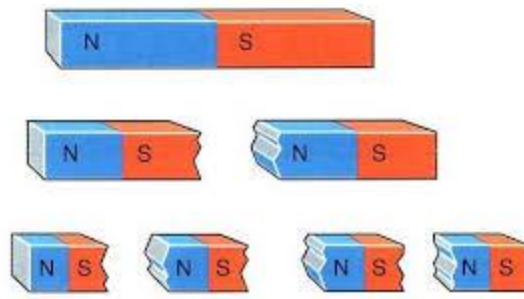
Con esta formulación, Ampere “postulaba las corrientes eléctricas como las fuentes generadoras de campos magnéticos” (Gómez & González, 2012).

Sobre esta última ecuación, Maxwell realiza un significativo aporte agregándole un término relacionado con la corriente de desplazamiento; esto tiene fundamento en las observaciones experimentales realizadas por él, respecto a inconsistencias manifiestas en la presentada inicialmente por Ampere. Sin embargo, al analizar la ecuación de Ampere se evidenciaron cosas relevantes. En ese sentido, el término agregado por Maxwell es  $\mu_0\epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ , para obtener la forma con la que la identificamos en la actualidad.

Con dicha configuración actual, esta última ley se presenta como la contraparte de la ley de Faraday para la electricidad para el caso magnético y da información de las fuentes primarias del campo magnético; para entender aquello se hace referencia al término  $\mu_0\vec{J}$  donde  $\vec{J}$  está relacionado directamente con la densidad de carga eléctrica que se encuentra en movimiento. Así, las fuentes primarias de campo magnético son las cargas eléctricas, con la condición de que deben estar en movimiento.

## **2.2 Sobre Monopolos Magnéticos**

Una idea básica en torno a los monopolos magnéticos la podemos obtener de nuestra experiencia más cercana, en la que cabe destacar nuestra familiarización con los imanes. Todos alguna vez hemos tenido algún acercamiento con ellos, hemos jugado a atraer metales, en ese sentido, hemos experimentado con ellos al colocar limaduras de hierro para observar cómo se forman las líneas de campo, pero el ser humano siempre ha sido curioso y se ha cuestionado el comportamiento bipolar de los imanes, que por convención se han caracterizado como polo norte y polo sur, preguntándose además si en un imán podemos encontrar un polo aislado. Pareciera que ya tuviéramos la respuesta a dicha incógnita, pues basta con dividir un imán por la mitad, acercar limaduras de hierro y encontrar que se forman de igual manera, en las dos mitades, aquellas líneas que mencionábamos anteriormente, es decir, que al cortar un imán por la mitad se reproducen 4 polos magnéticos, como se muestra en la imagen.



**Ilustración #11. Formación de dipolos magnéticos a partir del corte de un imán.**

**Fuente:** <http://felixsenes.blogspot.com/2009/06/el-magnetismo.html>

### 2.2.1 Origen del concepto de Monopolos Magnéticos como cargas magnéticas aisladas.

El concepto de Monopolos Magnéticos (MM) se remonta al origen mismo del magnetismo, entendido como el campo de la física que se encarga de describir fenómenos magnéticos, origen que hace referencia a la época de la Grecia clásica cuando Thales de Mileto advirtió la existencia de una piedra con propiedades particulares desde la ciudad de Magnesia. Dicha piedra, la cual fue denominada Magnetita o piedra imán, tenía la capacidad de atraer diferentes metales de manera análoga como cuando el ámbar, al ser frotado con una pieza de lana o piel, atraía objetos muy livianos como cabellos o plumas, e incluso otras piedras de magnetita, pero con la marcada diferencia de que ésta no debía ser frotada, con anterioridad, para adquirir dicha propiedad.



**Ilustración #12. Magnetita**

**Fuente:** <https://www.flickr.com/photos/xevivarela/3241318159/>

Por otra parte, al ser atadas a un hilo y dejarlas suspendidas, diferentes piedras de magnetita se orientaban de la misma manera, es decir, hacia una misma dirección, a lo cual el pensamiento griego justificaba indicando que la dirección privilegiada pertenecía al lugar donde dichas piedras habían sido extraídas, e incluso, predominaba la idea de que dicha atracción estaba relacionada con los polos celestes (Rajantie, 2012).

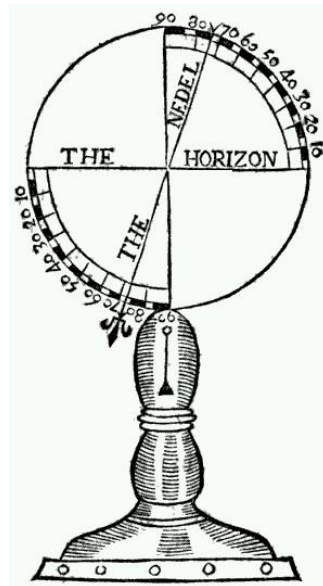
Los chinos, por su parte, hacían uso de las propiedades, ya mencionadas, de dicha piedra como herramienta de navegación lo que desembocó en el desarrollo de la brújula, invento que llegó después a Europa desde esas lejanas tierras asiáticas. A diferencia del pensamiento griego, los chinos notaron que un trozo de piedra imán siempre se orientaba hacia el norte o hacia el sur. Lo anterior y el conocimiento de que, al frotar una aguja de metal con magnetita, las propiedades eran transferidas a dicha aguja resultó un importante aporte para el inicio de la navegación por los mares (Carbonell, Florez, Martinez & Alvarez, 2017). Sin embargo, esto aun no daba una explicación concreta a la orientación privilegiada de la aguja de la brújula, explicación que terminó dándose más adelante con la identificación y descripción de los polos magnéticos terrestres.

Platón también hace alusión a las propiedades magnéticas de la magnetita, al señalar que “...la piedra no solamente atrae anillos de hierro, sino que les transmite su poder de atraer a otros anillos; algunas veces se pueden ver muchos objetos de hierro colgando unos de otros formando una cadena; y todos reciben su poder de la piedra original, con la que están en contacto”. Aristóteles, por su parte, basándose en los escritos y textos de Tales de Mileto, y razonando acerca de las propiedades atractivas del ámbar y la magnetita afirmó que “la piedra imán tiene alma porque atrae al hierro” (Lopez J, Gomez, Refolio & Lopez A, 2006).

A pesar de todo, y con base en lo anterior, la descripción de las propiedades magnéticas era realizada de manera netamente filosófica hasta que, en su escrito *Epístola de Magnete*, Petrus Peregrinus de Maricourt en 1269 detalló los experimentos realizados por él con imanes y sus respectivas conclusiones. En el estudio de dichos experimentos indicó que los imanes estaban compuestos por dos polos opuestos y si un imán era cortado a la mitad, los imanes resultantes aun estarían compuestos por los mismos dos polos magnéticos opuestos, es decir, de un imán se obtenían dos trozos con las mismas características del imán inicial. Esto es una primera aproximación al concepto de monopolo magnético como dos polos magnéticos aislados uno de

otro y lo que conllevaría, unos siglos más adelante, a dar razón a la segunda ecuación de Maxwell tal como la concebimos hoy en día. Por otra parte, De Maricourt también logró observar que polos de la misma naturaleza magnética eran repelidos entre sí; a pesar de ello, asumía aun la relación de la orientación de la aguja de la brújula con los polos celestes.

En 1576, tres siglos después de las descripciones realizadas por De Maricourt y sin investigaciones notorias acerca del magnetismo, el constructor de brújulas y marino inglés Robert Norman realizó algunas modificaciones a la estructura de las brújulas convencionales las cuales disponían de la aguja de manera horizontal, por lo que cualquier fuerza que actuase sobre ella, y la hiciese girar hacia el norte, debía hacerlo de forma horizontal. Sin embargo, bajo el prototipo modificado por Norman se disponía de la aguja de manera vertical, como lo muestra la siguiente ilustración:



**Ilustración #13. Ilustración Brújula con pivote vertical diseñada por Robert Norman**

**Fuente:** [https://es.wikipedia.org/wiki/Inclinaci%C3%B3n\\_magn%C3%A9tica#/media/Archivo:Norman\\_Robert\\_dip\\_circle.jpg](https://es.wikipedia.org/wiki/Inclinaci%C3%B3n_magn%C3%A9tica#/media/Archivo:Norman_Robert_dip_circle.jpg)

Bajo este modelo, Norman observó que la parte superior de la aguja presentaba una inclinación hacia abajo poco más de 20 grados, lo cual interpretó como un error de calibración, pero más experiencias confirmaron su hallazgo: una aguja imantada, dispuesta verticalmente, giraba hacia abajo. Lo anterior representaba un primer acercamiento a la inclinación del campo magnético terrestre. Con dicho experimento, se logra interpretar que en realidad no hay una atracción general, pues de haberla, la aguja giraría hacia abajo completamente; más con la experiencia se pudo notar

que se hace referencia a un “cambio de orientación” de la aguja, el cual representa un hecho muy importante, pues según Rajantie (2012) “esto es una señal directa que no existen los monopolos magnéticos porque éstos experimentarían una fuerza en la dirección del campo magnético”.

Por su parte, William Gilbert en su libro *De Magnete*, publicado en 1600, presentó una primera sistematización a la teoría del magnetismo con ayuda de cuidadosos y precisos experimentos, con los que logró entender que el cambio de orientación de las agujas de las brújulas se debía al magnetismo de la tierra.

Siglos después, se realizaron importantes avances y desarrollos tanto en el contexto eléctrico como en el magnético, y se empezó a identificar conexiones o relaciones entre estos dos campos. Así, se llegó a pensar, durante mucho tiempo, que el magnetismo era producido por fluidos de cargas magnéticas hasta que, a mediados del siglo XIX, el matemático y físico Andre-Marie Ampere describió la relación entre el magnetismo y la electricidad indicando que eran las corrientes eléctricas las que generaban campos magnéticos y a su vez Faraday demostraba, en su *Experimental Research in Electricity* de 1855, que los fluidos magnéticos no existían. Dando una estocada importante a la teoría de la carga magnética aislada como generadoras de campo magnético.

Todos los desarrollos anteriores, y otros realizados por académicos de la física, llevaron a James Clark Maxwell a formular su importante teoría de la electrodinámica en 1864 en la cual unificó los fenómenos magnéticos y los eléctricos, lo que permitió describir la naturaleza electromagnética de la luz. Sin embargo, en su teoría, Maxwell asume la inexistencia de los monopolos magnéticos sin explicar por qué, pues la estructura misma de sus ecuaciones permitiría la inclusión de los monopolos sin mayor inconveniente (Rajantie, 2012).

Por su parte, en 1894, Pierre Curie en su “*Sur la possibilité d’existence de la conductibilité magnétique et du magnétisme libre*” presenta una especulación sobre la posibilidad de la existencia de cargas magnéticas libres en el que afirmaba que no sería contradictorio pensar que una corriente de cargas magnéticas podría generar un campo eléctrico de la misma manera en la que una corriente de cargas eléctricas genera un campo magnético.

### 2.2.2 El Monopolo Magnético de Dirac

A comienzos de los años 30 del siglo anterior, Paul Dirac, un eminente físico teórico, en su “The Theory of Magnetic pole” propuso la existencia de monopolos magnéticos como elemento fundamental para justificar la cuantización de la carga eléctrica. Aquello lo llevó a desarrollar un completo formalismo matemático acerca de los monopolos, y acerca del “positrón” que fue descubierto experimentalmente 2 años después, lo que permite asimilarlo, de alguna manera, como un respaldo matemático interesante que ayuda mantener un gran interés acerca de los monopolos; ya que a pesar de haber transcurrido cerca de medio siglo después de los propuesto por el mismo Dirac, no se produjo evidencia teórica -lo suficientemente robusta y solida- que garantizara la no existencia de estas cargas magnéticas aisladas (Swetman, 1972).

En ese sentido, de acuerdo con lo planteado por Pinfeld (2014) la relación establecida por Dirac, indica que la razón entre la carga eléctrica  $e$  y, su contraparte, la carga magnética  $g$  se presenta de la siguiente manera:

$$\frac{g}{e} = \frac{n\hbar c}{2e^2}$$

O, también, el producto de la carga eléctrica y la magnética está relacionado como se presenta a continuación:

$$g \cdot e = \frac{n\hbar c}{2}$$

Donde  $n$  es un número entero mayor que cero ( $n > 0$ ),  $\hbar$  es la constante de Planck reducida y  $c$  corresponde a la velocidad de la luz en el vacío.

#### 2.2.2.1 Propiedades de los monopolos magnéticos

La presente sesión se fundamenta en las investigaciones “Search for Magnetic Monopoles and...beyond”, “Searches for Magnetic Monopoles, Nuclearites and Q-balls” y “Searching for the magnetic monopole and other highly ionizing particles at accelerators using nuclear track detectors”. Teniendo en cuenta estos trabajos investigativos, se establecen las siguientes propiedades para los monopolos magnéticos:

1. La carga magnética elemental es  $g_D = 68,5e$ , denominada la carga de Dirac.

En general,  $g_D = \frac{n\hbar c}{2e}$  si  $n = 1$  se tiene que

$$g = ng_D$$
$$g_D = 68,5e$$

2. En analogía con la constante de estructura fina relacionado con la carga eléctrica

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} \approx \frac{1}{137}$$

La respectiva constante de estructura fina relacionada con la carga magnética estaría dada por

$$\alpha_g = \frac{g_D^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} \approx 34.25$$

En ese sentido, la carga magnética del monopolio puede ser descrita en términos de la constante de estructura fina de la siguiente manera:

$$g = \frac{ne}{2\alpha}$$

3. El spin del monopolio magnético sería  $\frac{1}{2}$  o 0.

4. Energía adquirida en un campo magnético B.

Los monopolos se acelerarán a lo largo de las líneas del campo magnético adquiriendo energía. La energía W adquirida en un campo magnético B sería

$$W = ng_D Bl = n20.5 \frac{GeV}{Tm}$$

donde l es la distancia que viajó en dentro del campo magnético.

### *2.2.3 Búsqueda de Monopolos Magnéticos*

Muchos han sido los esfuerzos, tanto económicos como humanos, que se han destinado para la búsqueda de Monopolos Magnéticos desde la época misma en la que fueron propuestos por Dirac; sin embargo, según Rajantie (2012) & Mermoud (2013) todos ellos “han sido infructuosos” pues no se ha logrado obtener evidencia experimental que sustentase la existencia de estos “objetos” físicos. A pesar de ello, el desarrollo de la teoría de los monopolos magnéticos ha continuado y han sido predichos por teorías modernas como la teoría del todo o la teoría de la gran unificación. De acuerdo con lo anterior, “descubrirlos” implicaría uno de los logros más relevantes y significativos que habrá generado la física moderna por lo que, en sentido estricto, toda aquella gran inversión y esfuerzo intelectual y económica no estaría de más para las implicaciones que acarrearía esta gran “hazaña”.

Si bien, de acuerdo con la interpretación clásica del electromagnetismo, no tendría sentido dedicar mayores esfuerzos a buscar algo “no permitido” por la teoría, no hay duda que, ahondar en estos proyectos e intentar comprenderlos, constituye una valiosa oportunidad para fortalecer los principios físicos y robustecer la formación disciplinar que, como maestros en formación en el área de la Física, se requiere en la práctica pedagógica de nuestro futuro ejercicio docente.

En diferentes textos se puede describir dicha búsqueda en tres categorías. La primera de ellas hace referencia a la producción de monopolos en los grandes aceleradores de partículas, en la segunda de ellas se buscan señales directas a partir de radiación cósmica o en rastros sobre la materia, mientras que la tercera lo hace con señales indirectas de observaciones astronómicas. A continuación, se profundizará más acerca de cada una de las categorías.

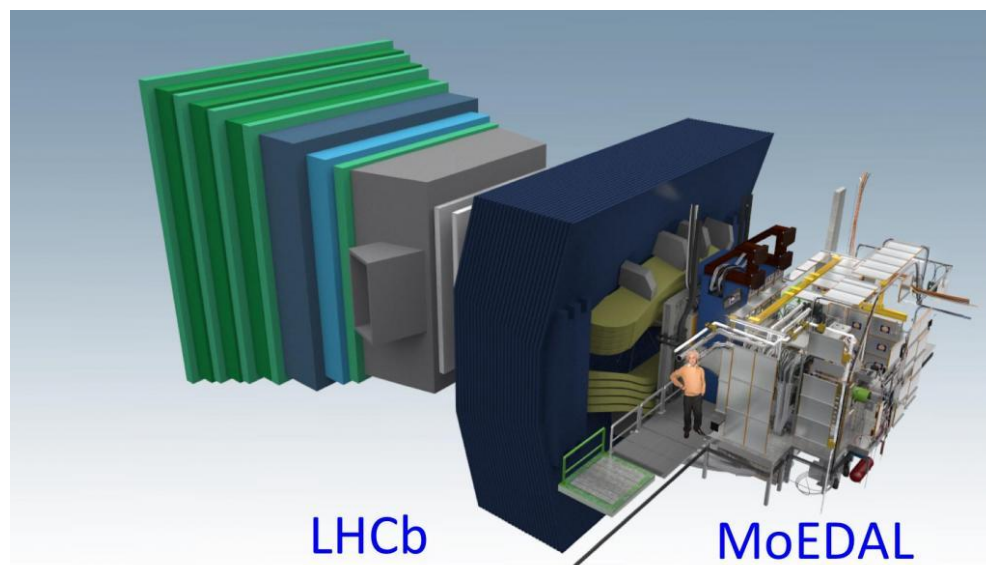
#### *2.2.3.1 Búsqueda y creación en aceleradores de partículas*

Según lo afirma Rajantie (2012) los monopolos podrían ser creados en aceleradores bajo energías de colisión superiores a  $2Mc^2$ . Por otra parte, según lo predicho por la Teoría de la Gran Unificación, la energía necesaria para producirlos corresponde a un billón de veces la energía producida actualmente por el gran colisionador de Hadrones.

Mermod (2013) asegura que los monopolos magnéticos “son estables”, lo que implicaría que, una vez creados en un experimento, éste no decaería en otras partículas, como sí podrían hacerlo otras partículas exóticas hipotéticas cuyo decaimiento acelerado se debe a su corto tiempo de vida. De tal manera que, ya generados en un experimento, se podrían identificar sin riesgo alguno de confundirlo con alguna otra partícula pues de ellos se entiende bien la interacción que experimentarían con un campo electromagnético.

Con base en lo anterior, es importante resaltar que estos objetos de estudio han sido buscados por diferentes aceleradores, en los que destacamos el Tetravon, Lev, y Hera con infructuosos resultados (Giacomelli, G., Patrizzii, L., & Sahnoun, Z., 2011). Sin embargo, en 2010 se aprobó un experimento dedicado exclusivamente a la búsqueda de monopolos en el Gran Colisionador de Hadrones llamado MoEDAL cuyo acrónimo indica Monopole and Exotics Detector at the LHC.

#### *El experimento MoEDAL en el Gran Colisionador de Hadrones*



***Ilustración #14. Vista tridimensional esquemática del detector MoEDAL***

***Fuente:*** Mitsou, V., (2017) *The MoEDAL experiment at the LHC: Status and results*

El experimento MoEDAL fue aprobado en 2010 por parte de la junta de investigación del CERN cuyo inicio de toma de datos estaba prevista para el año 2015. El experimento fue diseñado, según Mitsou (2017) para buscar “manifestaciones de partículas altamente ionizantes de manera

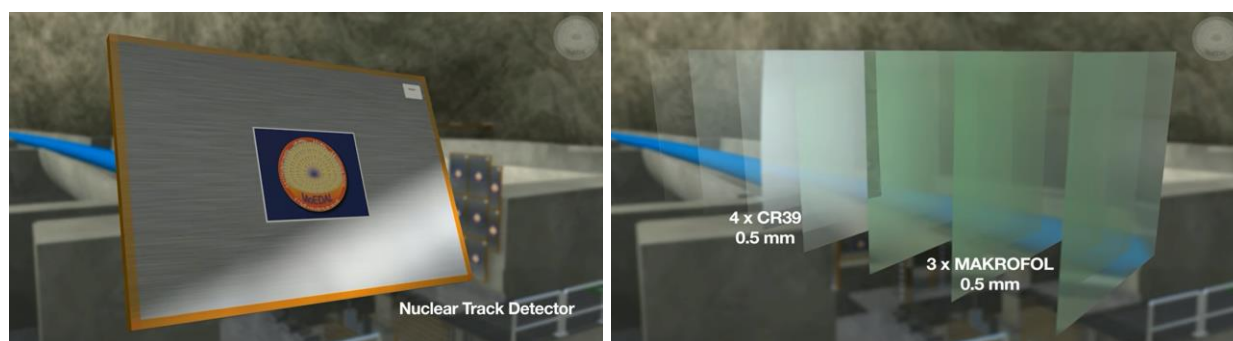
complementaria al ATLAS y al CMS<sup>5</sup>” entre la que destacan “los monopolos magnéticos y los dyones<sup>6</sup>”. El experimento se encuentra desarrollado en la región denominada “Point 8” del anillo del LHC en el *VELO (Vertex LOcator) cavern* del experimento LHCb.



**Ilustración #15. Ubicación del experimento MoEDAL en el LHC.**

**Fuente:** <https://moedal.web.cern.ch/>

El experimento MoEDAL está compuesto por 3 subsistemas claves. El primero de ellos está compuesto por detectores hechos de delgadas láminas de plástico, películas de CR39 y MAKROFOL de  $25 \times 25 \text{ cm}^2$ , a las cuales se les denomina *Detectores de pista nuclear (Nuclear Tracks Detectors)*. La siguiente figura representa una simulación de este subsistema.



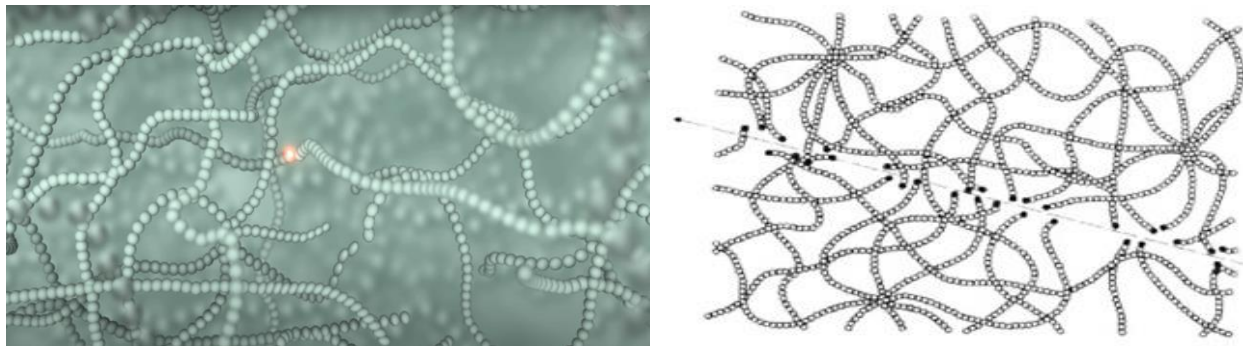
**Ilustración #16. Simulación Nuclear Tracks Detectors**

**Fuente:** [https://www.youtube.com/watch?v=PYJ2\\_upeGQE](https://www.youtube.com/watch?v=PYJ2_upeGQE)

<sup>5</sup> ATLAS (A Toroidal LHC ApparatuS) y CMS (Compact Muon Solenoid) son, en conjunto, dos de los grandes experimentos del LHC que tienen como objetivo la búsqueda de partículas altamente ionizantes en las que destacan los monopolos magnéticos.

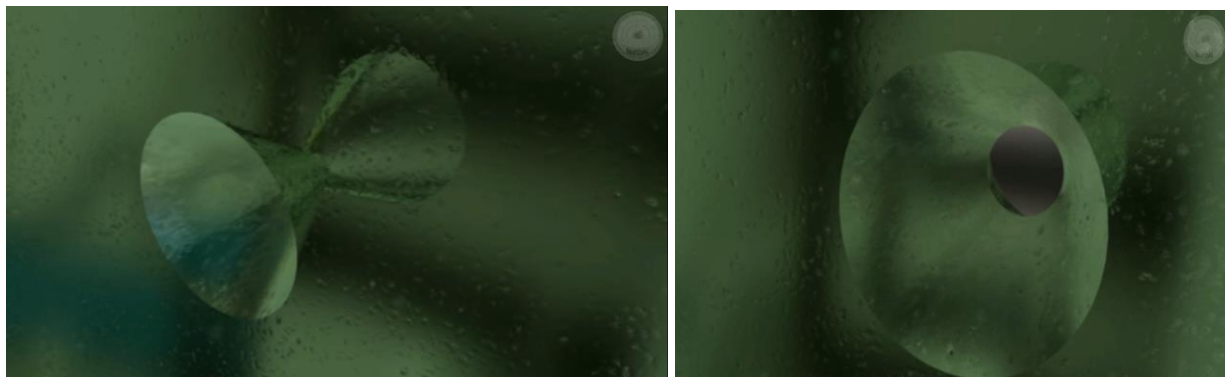
<sup>6</sup> De acuerdo con Rajantie (2012) en su [Introduction to Magnetic Monopole](#) señala que los “dyones” son objetos de estudio, teorizados, con naturaleza eléctrica y naturaleza magnética a la vez.

Las láminas, luego de ser expuestas a colisiones, son removidas y, bajo un proceso químico con solución de  $\text{NaOH}$ <sup>7</sup> caliente, son escaneadas en búsqueda de alguna trayectoria descrita por partículas altamente ionizantes” luego de que estas atravesaran dichas laminas. Entonces, se tiene que cuando una partícula cargada atraviesa un detector, ésta produce daños a nivel de los límites poliméricos cuyo grabado posterior produce la formación de conos microscópicos donde el tamaño y la forma de éstos está en relación con la carga y energía de la partícula incidente. Dicha trayectoria se reconoce como “una firma o huella” específica de cada partícula relacionada con la naturaleza de esta y su energía (Mitsou, 2017).



**Ilustración #17. Simulación de una partícula altamente ionizante produciendo daños en los límites poliméricos de las películas detectoras.**

**Fuente:** [https://www.youtube.com/watch?v=PYJ2\\_upeGQE](https://www.youtube.com/watch?v=PYJ2_upeGQE)



**Ilustración #18. Simulación Grabado de conos sobre las láminas.**

**Fuente:** [https://www.youtube.com/watch?v=PYJ2\\_upeGQE](https://www.youtube.com/watch?v=PYJ2_upeGQE)

El segundo subsistema que compone el experimento MoEDAL es denominado Magnetics Monopoles Trappers (MMT), compuesto por 11 cajas con 18 barras de 60 cm de largo y de 2,5 cm

<sup>7</sup> Compuesto denominado Hidróxido de Sodio.

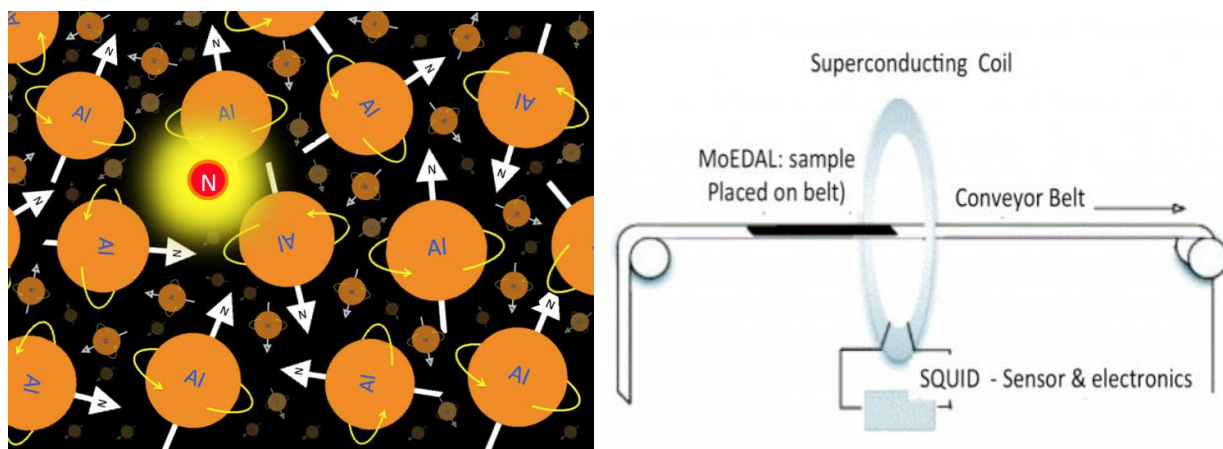
de diámetro cada una, cuya implementación tiene como fin “atrapar monopolos magnéticos en el interior de su volumen”.



**Ilustración #19. Simulación MMT. Izquierda: Caja; Derecha: Barras de aluminio**

**Fuente:** [https://www.youtube.com/watch?v=PYJ2\\_upeGQE](https://www.youtube.com/watch?v=PYJ2_upeGQE)

La naturaleza del MMT es de Aluminio, el cual se caracteriza por su elevado momento magnético nuclear que lo hace efectivo para atrapar “partículas cargadas magnéticamente”. Luego de ello, cada *trapper* es analizado y monitoreado bajo un magnetómetro SQUID, para detectar la carga magnética atrapada. La siguiente figura simula el momento en el que un monopolo magnético es atrapado en el Monopole Magnetic Trapper y el uso del magnetómetro SQUID.

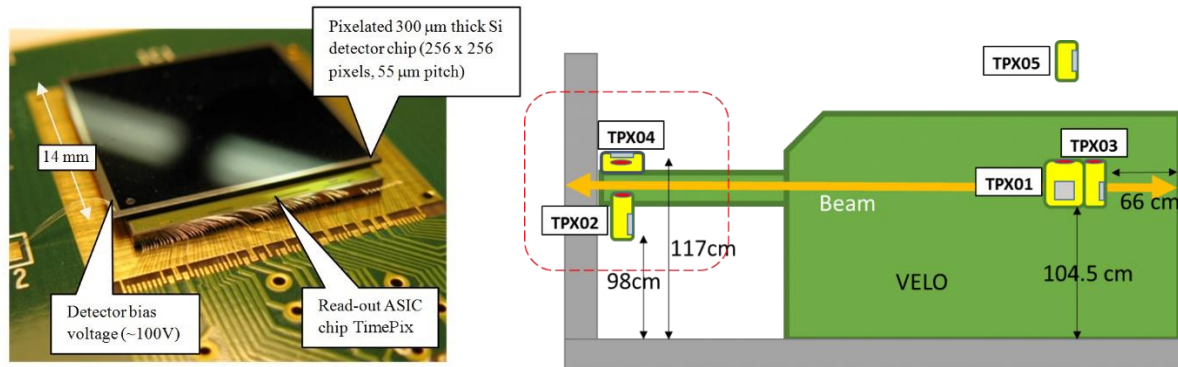


**Ilustración #20. Lado izquierdo: Monopolo atrapado en el “trapper”. Lado derecho: Descripción esquemática del uso del magnetómetro.**

**Fuente:** <https://moedal.web.cern.ch/magnetic-monopole-trapper-capturing-new-particles>

El tercer subsistema que compone el experimento son los denominados Detectores Timepix con capas de sensores de silicio cuya principal utilización es la caracterización del campo de radiación

en las posiciones donde cada uno se encuentre y, por otra parte, rastrear eventos altamente ionizantes. En el experimento MoEDAL están instalados 5 de estos detectores.



**Ilustración #21. Lado izquierdo: Imagen de un detector Timepix. Lado derecho: Ubicación de los 5 detectores en el experimento MoEDAL.**

**Fuente:** <https://moedal.web.cern.ch/timepix-radiation-monitoring-system>

### 2.2.3.2 Resultado del experimento MoEDAL.

En el artículo *Search for magnetic monopoles with the MoEDAL prototype trapping detector in 8 TeV proton – proton collisions at the LHC* publicado en 2016 se precisa que “no se encontraron partículas magnéticamente cargadas” o ningún “candidato monopolito con carga superior a la media carga elemental de Dirac ( $\geq 0.5g_D$ ) en ninguna de las muestras del detector”. La investigación mostró el gran potencial del experimento MoEDAL a pesar de que los detectores de aluminio correspondían a prototipos iniciales para cuando se hizo el análisis de los datos recopilados durante el primer ciclo de funcionamiento del LHC entre el 2010 y el 2013.

### 2.2.3.3 Búsqueda directa de Monopolos Magnéticos

En esta categoría se parte del hecho de que podrían existir monopolos, ya generados, en el universo, por lo que, en vez de producirlos en laboratorios experimentales, podría hacerse una búsqueda directa de ellos. Estos monopolos, según Rajantie (2012), pudieron haber sido generados muy tempranamente junto con los inicios del universo, en la conocida etapa de *inflación*, y detectarlo estaría en función de su cantidad o flujo en él. En ese sentido, durante muchos años se priorizó la búsqueda de éstos en rayos cósmicos, por lo que se les denominó monopolos cósmicos,

provenientes de todo el universo y que bombardearon por mucho tiempo a la tierra, de manera que algunas primeras experiencias mostraban evidencias prometedoras ([Rajantie, 2012](#)).

Los posibles métodos utilizados en esta segunda categoría son 3. El primero de ellos consiste en el uso de anillos superconductores, por lo que, si un monopolito viaja a través de dicho anillo, se producirá en él una corriente producto del campo magnético cambiante generado por dicho monopolito, dicha corriente podrá ser medida con un respectivo instrumento de medición. Este proceso es análogo a la experiencia generada por un imán que se aleja y se acerca a una bobina en el que se puede evidenciar que se induce una corriente eléctrica. Un segundo método se basa en la característica de que los monopolitos magnéticos “son altamente ionizantes”, con base en lo planteado por Pinfold ([2014](#)), por lo que, al viajar a través de unas placas detectoras podrían arrancar fácilmente electrones de la materia dejando descrita una trayectoria sobre dichas placas. Por último, el tercer método consiste en aprovechar las señales dejadas en el decaimiento de nucleones debido a monopolitos que viajan a través de la materia.

En el año 1973, un experimento que consistía en un globo de rayos cósmicos permitió evidenciar la trayectoria trazada por lo que, aparentaba, correspondía a un monopolito magnético; sin embargo, esto fue desechado. Por su parte, en 1982 un experimento que usaba un anillo superconductor mostró un salto repentino en la corriente en la misma proporción que lo generaría, según evidencia teórica, un monopolito al atravesarlo, un evento similar también pudo ser evidenciado en un experimento del Imperial College. Sin embargo, ninguno de ellos se pudo repetir de la misma manera, por lo que se pensó que pudieron estar relacionados con otros efectos.

Por otra parte, también se han buscado monopolitos “atrapados” en la materia. Así, Mermoud ([2013](#)) asegura que “se han buscado en kilogramos de muestras de corteza terrestre, en rocas lunares y en meteoritos” e incluso la búsqueda se ha iniciado en “muestras de rocas volcánicas polares”<sup>8</sup>.

### **2.3 Algunas consideraciones acerca de la teoría electromagnética clásica en presencia de cargas magnéticas**

Teniendo en cuenta que en las ecuaciones originales de Maxwell solo se presupone la “existencia” de fuentes de campo eléctrico, esto permitió, con el desarrollo del cálculo vectorial, re-escribir el conjunto de todas en las 4 ecuaciones que conocemos hoy y las cuales pueden ser agrupadas en

---

<sup>8</sup> También ver la referencia [\[2\]](#)

dos subconjuntos de dos ecuaciones cada uno, las que relacionan las fuentes de campo eléctrico y aquellas escritas en ausencia de éstas (en el vacío), como se presenta a continuación:

| <i>En presencia de fuentes de campo eléctrico</i>                                                    | <i>En el vacío</i>                                                                   |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| $\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$                                                     | $\nabla \cdot \vec{E} = 0$                                                           |
| $\nabla \cdot \vec{B} = 0$                                                                           | $\nabla \cdot \vec{B} = 0$                                                           |
| $\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$                                 | $\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$                 |
| $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ | $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ |

**Tabla #5. Ecuaciones de Maxwell en presencia de cargas eléctricas y en el vacío.**

**Fuente:** Elaboración propia.

De acuerdo con Rajantie (2012) estas ecuaciones poseen una “hermosa simetría que es denominada como *electric-magnetic duality*” la cual señala que al sustituir los campos eléctricos y magnéticos en las ecuaciones de la siguiente manera

$$E \rightarrow B, \quad y \quad B \rightarrow -E$$

estas ecuaciones permanecen invariantes, indicando así que estos campos se “comportan exactamente de la misma manera” como se evidencia en el tratamiento que se presenta a continuación en que se hace la sustitución mencionada y, resaltando, el uso de unidades Gaussianas<sup>9</sup> en las ecuaciones como lo señala Vargas (2008) en su *Introducción a la teoría de los Monopolos Magnéticos*:

| <i>En el vacío</i>                                                               |                                         | <i>Con la transformación</i>                                                    |
|----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------|
| $\nabla \cdot \vec{E} = 0$                                                       | $E \rightarrow B$<br>$B \rightarrow -E$ | $\nabla \cdot \vec{B} = 0$                                                      |
| $\nabla \cdot \vec{B} = 0$                                                       |                                         | $\nabla \cdot \vec{E} = 0$                                                      |
| $\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ |                                         | $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ |

<sup>9</sup> en unidades Gaussianas  $\mu_0 = \epsilon_0 = 1$ ; para convertirlas al sistema MKS o SI, se debe tener en cuenta la equivalencia  $\epsilon_0 = \frac{10^7}{4\pi c^2}$  y  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ .

|                                                                                 |  |                                                                                  |
|---------------------------------------------------------------------------------|--|----------------------------------------------------------------------------------|
| $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ |  | $-\vec{\nabla} \times \vec{E} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ |
|---------------------------------------------------------------------------------|--|----------------------------------------------------------------------------------|

**Tabla #6. Ecuaciones de Maxwell bajo transformación electric-magnetic duality.**

**Fuente:** Elaboración propia.

Con base en lo anterior, se evidencia que dicha simetría se obtiene a costa de “perder” las fuentes de carga, que, en este caso, corresponden a las cargas eléctricas. Sin embargo, según SHI (2013), “la ausencia de carga y corriente magnética estropea la simetría de las ecuaciones, lo que hace que la teoría sea, matemáticamente, imperfecta”, haciendo que la teoría fuese menos “satisfactoria” para muchos pensadores que las estudian y, en particular, para los matemáticos.

Al introducir las cargas magnéticas como fuentes generadoras de campo magnético y su correspondiente corriente  $\vec{j}_m$ , las respectivas 4 ecuaciones se verían modificadas, según Gómez y González (2012), en unidades del sistema internacional y según SHI (2013) en unidades gaussianas, de la siguiente manera:

| <b>Ecuaciones de Maxwell suponiendo la existencia de cargas magnéticas</b>                                                                                           |                                                                                                                                                                                           |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>En unidades del sistema internacional</b>                                                                                                                         | <b>En unidades Gaussianas</b>                                                                                                                                                             |
| $\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho_e}{\epsilon_0}$                                                                                                                   | $\nabla \cdot \vec{E} = 4\pi\rho_e$                                                                                                                                                       |
| $\nabla \cdot \vec{B} = \mu_0\rho_m$<br>$\rho_m \rightarrow$ <i>Densidad de carga magnetica</i>                                                                      | $\nabla \cdot \vec{B} = 4\pi\rho_m$<br>$\rho_m \rightarrow$ <i>Densidad de carga magnetica</i>                                                                                            |
| $\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\left(\mu_0\vec{j}_m + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right)$<br>$\vec{j}_m \rightarrow$ <i>Densidad de corriente magnetica</i> | $\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\left(\frac{4\pi\vec{j}_m}{c} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right)$<br>$\vec{j}_m \rightarrow$ <i>Densidad de corriente magnetica</i> |
| $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0\vec{j}_e + \mu_0\epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$                                                                 | $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{4\pi\vec{j}_e}{c} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$                                                                                 |

**Tabla #7. Ecuaciones de Maxwell en presencia de cargas magnéticas.**

**Fuente:** Elaboración propia.

Con base en la tabla anterior, al suponer la existencia de las cargas magnéticas requiere introducir nuevos términos a la segunda y tercera ecuación de Maxwell. Al indicar esta condición, la

divergencia del campo magnético no tiene por qué ser siempre cero, sino que, al igual que el caso eléctrico, pueden presentarse las mismas interpretaciones dadas para la divergencia de éste.

En ese sentido, se podrían tener puntos en los que la divergencia de  $B$  fuese positiva, indicando que la naturaleza de las cargas magnéticas es “positiva” que correspondería a un polo norte aislado y cuyas líneas de representación de campo magnético estarían dibujadas de manera radial y “saliendo” de éste. Por el contrario, si la divergencia es negativa señalaría la naturaleza “negativa” de las cargas magnéticas que representaría un polo sur aislado representando las líneas de campo de manera radial y “entrando” a dicho polo como se muestra a continuación:



**Ilustración #22. Representación de líneas de campo magnético en cargas magnéticas o monopolos magnéticos aislados.**

**Fuente:** Tomado del canal oficial de YouTube del CERN. Video: What are magnetic monopole?  
<https://www.youtube.com/watch?v=qv9cwWpjbXo>

Y, por último, para divergencias nulas entonces se tiene ausencia de cargas o fuentes primarias de campos magnéticos y la ecuación tendría la forma habitual con la que se conoce hoy en día.

En ese sentido, Prūsīs & Prūsīs (2019) hacen referencia a la construcción de una fuerza magnética con la misma estructura de la fuerza eléctrica dada por la ley de Coulomb. Con base en eso, se tiene que, por la dualidad, la fuerza magnética Coulombiana se construiría con una estructura similar:

| Fuerza eléctrica Coulombiana           | Fuerza magnética Coulombiana <sup>10</sup> |
|----------------------------------------|--------------------------------------------|
| $F_e = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ | $F_m = \frac{g^2}{4\pi\mu_0 r^2}$          |

**Tabla #8. Ley de Coulomb para cargas eléctricas y magnéticas.**

**Fuente:** Elaboración propia.

<sup>10</sup> Prūsīs & Prūsīs, 2019, en su “About Magnetic Monopole”

De manera análoga, partiendo de la estructura del campo eléctrico coulombiano, se construye un campo magnético con una estructura similar

| Campo eléctrico coulombiano<br>en unidades del SI | Campo magnético coulombiano<br>en unidades del SI | Campo magnético<br>coulombiano en unidades<br>Gaussianas <sup>11</sup> |
|---------------------------------------------------|---------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------|
| $E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$                | $B = \frac{g}{4\pi\mu_0 r^2}$                     | $\vec{B} = \frac{g}{r^3} \vec{r}$                                      |

**Tabla #9. Campos eléctrico y magnético con estructura coulombiana.**

**Fuente:** Elaboración propia.

Con base en la estructura planteada para el campo magnético generado por una carga magnética aislada se podría explicar, al igual que sucede con las líneas<sup>12</sup> de campo eléctrico representadas sobre una carga eléctrica, las “líneas de campo magnéticas” propuestas en la ilustración #21 “saliendo o entrando” de los monopolos magnéticos de manera radial.

Por otra parte, se conoce que cargas eléctricas en movimiento en un campo electromagnético se verían afectados por la fuerza de Lorentz, por lo que una carga magnética en movimiento experimentaría una fuerza de Lorentz con la misma estructura

| Fuerza de Lorentz para cargas eléctricas<br>moviéndose en un campo EM. | Fuerza de Lorentz para cargas eléctricas<br>moviéndose en un campo EM. |
|------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------|
| $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$                        | $\vec{F} = g(\vec{B} - \vec{v} \times \vec{E})$                        |

**Tabla #10. Fuerza de Lorentz para cargas eléctricas y magnéticas moviéndose en campo EM.**

**Fuente:** Elaboración propia.

Al introducir cargas eléctricas en movimiento se conoce que éstas generan un campo magnético tal como lo describe la cuarta ecuación de Maxwell, por lo que, análogamente, una carga magnética en movimiento debería generar un campo eléctrico variable de manera que la Ley de Faraday se vería modificada al agregar un nuevo termino tal y como aparece en la tabla #7.

Por último, es importante resaltar que el análisis realizado anteriormente bajo el supuesto de la existencia de cargas magnéticas aisladas, o monopolos magnéticos, representa un intento por

<sup>11</sup> Según Vargas (2008).

<sup>12</sup> Ver ilustraciones 7, 8 y 9. Pag. 20 y 21.

describir el comportamiento de éstos, de manera que permita predecir su efecto sobre campos electromagnéticos para “detectarlas”. En ese sentido, si se halla la relación descrita por el efecto predicho de la ecuación modificada representaría la “existencia” de los monopolos magnéticos y viceversa (Gómez & González, 2012)

## 2.4 Sobre el potencial vectorial magnético

Convencionalmente, los campos magnéticos y eléctrico son descritos a partir de potenciales escalar y vectorial  $\phi$  y  $\vec{A}$  respectivamente, de la siguiente manera

$$\vec{E} = -\frac{\partial \phi}{\partial t} - \vec{\nabla} \phi \quad y \quad \vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$$

Dichos potenciales son definidos a partir de una relación dependiente de la posición. Por otra parte, es importante resaltar que las relaciones presentadas anteriormente establecen que a partir de variaciones de los potenciales se da origen a campos eléctricos y magnéticos.

Para Rajantie (2012) estos potenciales “se convierten en herramientas matemáticas que facilitan la realización de cálculos” y que “su uso es opcional, ya que también se pueden realizar éstos en términos de los campos eléctricos y magnéticos”. Sin embargo, la introducción de estos potenciales “rompería la simetría generada por *electric-magnetic duality*”, en particular la introducción del potencial vector  $\vec{A}$ , ya que la definición de éste “aparenta” prohibir la existencia de cargas magnéticas aisladas.

Lo anterior puede ser explicado al definir que la divergencia del rotacional de cualquier campo vectorial  $\vec{V}$  siempre es nula, lo cual puede ser expresado analíticamente de la siguiente manera:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{V} = 0$$

En ese sentido, teniendo en cuenta la expresión diferencial de la Segunda Ecuación de Maxwell,  $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$ , y, por otra parte, la relación entre campo magnético y potencial vectorial se observa que

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = 0$$

Lo que señalaría que al representar al campo magnético en términos de este potencial vectorial expresaría, como ya se había mencionado en apartados anteriores, que las líneas de campo no convergen ni divergen, por lo tanto, los monopolos magnéticos no podrían ser descritos utilizando dicho potencial vectorial. Sin embargo, hay una multitud infinita de configuraciones posibles de potenciales diferentes, físicamente equivalentes, que darían lugar a dicho campo, y entre las cuales se podría aplicar la denominada “transformación gauge” en la que las cantidades físicas permanecen

invariantes. En tal caso, se indica que la teoría presenta una “simetría gauge”, que para el caso particular de las ecuaciones de Maxwell es denominada, matemáticamente, como  $U(1)$  (Rajantie, 2012).

En su “*Introduction to Magnetic Monopole*”, Rajantie establece un potencial vectorial para un solenoide infinitesimalmente delgado y largo con extremos “infinitamente lejos” uno del otro simulando monopolos magnéticos, con la forma:

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{g}{4\pi|\vec{r}|} \frac{\vec{r} \times \hat{k}}{|\vec{r}| - \vec{r} \cdot \hat{k}}$$

donde  $\hat{k}$  es el vector unitario que apunta en dirección del solenoide.

Por otra parte, Milton (2006) en “*Theoretical and experimental status of magnetic monopoles*” presenta, como ejemplo, un potencial vector de la forma

$$\vec{A}(\vec{r}) = -\frac{g}{r} \frac{1}{2} \left( \frac{\vec{r} \times \hat{k}}{|\vec{r}| - \vec{r} \cdot \hat{k}} - \frac{\vec{r} \times \hat{k}}{|\vec{r}| + \vec{r} \cdot \hat{k}} \right) = -\frac{g}{r} \cot\theta \hat{\phi}$$

Con base en lo anterior, el campo magnético puede ser descrito de la siguiente manera:

$$\vec{B}(r) = \vec{\nabla} \times \vec{A}(r) + g\vec{f}(r)$$

Donde el término  $\vec{f}(r) = \frac{\vec{r}}{r^3}$  es denominado “string function” o función cuerda y la línea infinitesimalmente delgada que “conectaría” a los monopolos magnéticos, o línea de singularidad, se conoce como Cuerda de Dirac (Milton, 2006). De manera que el segundo término de la expresión representaría un campo que “evita que no existan los monopolos magnéticos”; es la relación coulombiana para el campo magnético establecido anteriormente

$$\vec{B}(r) = g \frac{\vec{r}}{r^3}$$

Por otra parte, según Milton (2006),

$$\nabla \cdot \vec{f}(r) = 4\pi\delta(r)$$

Donde  $\delta(r)$  representa la función delta de Dirac. Así, la invarianza de la teoría bajo rotaciones de cuerdas implicaría la cuantización de la carga requerida por Dirac para dar soporte a su teoría.

## 2.5 Sobre la Enseñanza para la comprensión (EPC)

A continuación, se presentan los fundamentos pedagógicos que brindaron elementos para la configuración y definición de los criterios o lineamientos a tener en cuenta en el diseño de una propuesta de enseñanza, del cual se destaca el modelo pedagógico, *Enseñanza para la comprensión* en el cual, como lo afirma Gamboa (2016), se “propone una reorganización de la enseñanza y los contenidos con la finalidad de que los alumnos comprendan”. En ese sentido, en este enfoque se reconoce que aquello que los estudiantes logren aprender en las aulas debe ser llevado más allá de la simple memorización y reproducción para aprobar un examen, por lo tanto, debe convertirse en algo que puedan sacar de la escuela y aplicarlo en la cotidianidad de sus días. De acuerdo con lo anterior, es muy importante que los docentes nos preguntemos siempre ¿qué queremos que nuestros estudiantes realmente comprendan y por qué?, ¿Cómo podemos involucrar a los estudiantes en la construcción de estas comprensiones? ¿Cómo sabremos, nosotros y ellos, que sus comprensiones se desarrollan? (Ruta maestra ed 9) Lo anterior partiendo de una premisa tan importante como:

- Todos los estudiantes poseen diferentes fortalezas y debilidades cognitivas, socioeconómicas, entre otros, de manera que se deben diseñar diferentes rutas y formas de acceso al conocimiento.

Por lo anterior, resulta relevante que el docente transforme su quehacer pedagógico de manera que esté encaminado en la transformación de los estudiantes de participantes pasivos, que solo reciben información, a estudiantes activos con capacidad de ser críticos y reflexivos, que puedan plantear problemas y, a su vez, soluciones a éstos. Para ello, desde el aula de clase, la enseñanza debe estar fundamentada en la comprensión, la cual, conforme plantea Gamboa (2016), está relacionada con “la capacidad de aplicar las nociones de manera flexible y apropiada para llevar a cabo análisis, interpretaciones, comparaciones o críticas concretas y, sobre todo, para abordar materiales nuevos”.

En ese sentido, y con base en lo anterior, es de suma importancia preguntarse ¿qué es comprensión?, concepto que representa los cimientos mismos del enfoque pedagógico escogido para la presente propuesta de investigación.

Así, por su parte, académicos como Perkins (1999) afirman que “*la comprensión es poder realizar una gama de actividades que requieren pensamiento en cuanto a un tema. Por ejemplo, explicarlo,*

*encontrar evidencia y ejemplos, generalizarlo, aplicarlo, presentar analogías y representarlo de una manera nueva.”*

Con base en lo anterior, la comprensión va más allá de conocimiento, o, mejor dicho, es más que tener información sobre algo, es, de alguna forma, poder utilizar dicha información de manera que se genere un ejercicio de pensamiento de forma creativa, reflexiva y competente en la vida que trascienda más allá de las paredes de un salón de clase, de manera que pueda ser utilizados en otros escenarios de la escuela, por ejemplo, en otras clases y asignaturas. Ello implica que el estudiante realice una verdadera interiorización sobre aquello que es enseñado, sea tema o concepto, en el aula y que sea significativo y, a la vez, utilizado por los estudiantes (en su práctica profesional, por ejemplo).

En relación con ello, la Enseñanza para la Comprensión reconoce, conceptualiza y teoriza algunos elementos que permiten al docente “analizar, diseñar, implementar y evaluar practicas centradas en la comprensión de los alumnos”. Elementos que estudiaremos a continuación.

### *2.5.1 Elementos de la Enseñanza para la Comprensión*

*La Enseñanza para la comprensión (EPC)* se estructura en los siguientes elementos:

#### ***Tópicos generativos***

Estos responden a la gran pregunta de ¿qué se debe enseñar a los estudiantes? y apuntan al qué quiere el docente que los estudiantes comprendan. En ese sentido engloban lo relativo a conceptos, teorías y temáticas, los cuales se configuran como propuestas a trabajar, en determinado periodo de tiempo, en los planes de estudio de una asignatura o curso. Entre sus principales características se encuentran que

- son llamativos e interesantes, tanto para el docente como para los estudiantes,
- están estrechamente vinculados con los intereses y necesidades de los educandos,
- permiten que los estudiantes utilicen los conocimientos y experiencias anteriores, ya sea que estén relacionados con su vida cotidiana o de escolaridad,
- representan un pilar fundamental para la disciplina y permiten un estudio interdisciplinar, entre otros.

### ***Metas de comprensión***

Según Mejía (2011), en su sentido más estricto, dichas metas responden a la pregunta de ¿qué queremos que los estudiantes comprendan? Lo que lleva a inferir que estos importantes elementos plantean un profundo proceso de reflexión en el que los docentes identifican criterios, basados en las ideas centrales extraídas del tópico generativo, que sustentan y fundamentan aquello que, a su consideración, los estudiantes deben comprender.

Asimismo, es importante resaltar algunos aspectos fundamentales que las caracterizan:

- Son explícitas y públicas, es decir, deben estar lo mejor posiblemente planteadas de manera que no conlleven a ambigüedades y reflejen un objetivo claro y, además, deben ser de conocimiento abierto para toda la comunidad educativa.
- Son complejas, lo que implica que deben tener cierto grado de dificultad que lleve a emplear un alto grado de razonamiento por parte de los estudiantes, pero no hasta el punto de convertirse en objetivos imposibles de realizar.
- Son centrales para la disciplina, esto es, que en ellas se enmarcan algunos de los fundamentos mismos de la disciplina de estudio.
- Pueden ser propuestas y/o formuladas por los mismos estudiantes, aunque con aportaciones del docente
- Pueden estar formuladas para diferentes periodos de tiempo, ya sea a pequeño, mediano o largo plazo, de acuerdo con las pretensiones del docente

Con base en lo anterior, se puede apreciar que dichos aspectos reflejan el buen dominio que debe poseer el docente acerca de dicha disciplina, aspecto que se ha reflejado a inicios de esta investigación y que fundamenta a la misma, de manera que un dominio robusto en ésta llevaría al docente a formular metas de comprensión verdaderamente significativas en el desarrollo de las comprensiones de los estudiantes.

Por otra parte, es importante resaltar que en ellas se enmarcan los hilos conductores, también llamados como metas de comprensión abarcadoras, que son las grandes preguntas que guían el aprendizaje disciplinar de los estudiantes. (Ruta maestra Ed. 9) De manera explícita, los hilos conductores dirigen la enseñanza en dirección en la que se quiere que los estudiantes comprendan, por lo que, al igual que las metas de comprensión, deben presentarse de una forma muy bien redactadas y explícitas.

### ***Desempeños de comprensión***

Representan el eje central en donde se desarrolla la comprensión misma de los estudiantes, de manera que se encuentran estrechamente relacionados con las metas de comprensión pues responden a ¿cómo lograr o qué actividades realizar para que los estudiantes lleguen a esas metas de comprensión? Los desempeños, en sí mismos, se enmarcan en acciones centradas en el proceso de pensamiento de los estudiantes, las cuales llevan a que éstos realicen profundas reflexiones, entorno a las ideas centrales que fundamentan cada uno de los tópicos, lo que luego se verá reflejado en las acciones y pensamientos presentados por los estudiantes alrededor de dicho tópico, en resumen, los desempeños de comprensión evidencian las comprensiones alcanzadas por los estudiantes por lo que, en ese sentido, centran más su atención en las actividades realizadas por estos últimos más que en las realizadas por los educadores.

Conforme a lo planteado por Stone (1999) el diseño de los desempeños debe hacerse de forma secuencial, de manera que deben darse en tres etapas: la etapa de exploración de tópicos, la etapa de la investigación guiada y la etapa de proyectos personales de síntesis. La primera de ellas, la etapa de exploración de tópicos se encarga de presentar un primer panorama a los estudiantes acerca del tópico generativo escogido, esto es, generar una primera impresión y atracción de los estudiantes a las ideas centrales circunscritas en el tópico y permite involucrarlos con algunas preguntas centrales de la disciplina. En esta primera etapa, el docente tiene un primer acercamiento a los conocimientos previos de los estudiantes, y a las preguntas que se suscitan de ella, por lo que puede explorarlos junto a los mismos estudiantes. En una segunda etapa, la de la investigación guiada, se dirige, formaliza y fundamenta la investigación para guiar la comprensión de los estudiantes, esto es resultado de la etapa anterior en la que los estudiantes se plantean inquietudes e ideas de manera desorientada, por lo que es el momento de mayor participación activa por parte del docente. En ese sentido, éste último debe tener la capacidad de formular estrategias o propuestas que permitan que los estudiantes interioricen conceptos o fundamentos que fueron objeto de estudio por grandes intelectuales durante años, e incluso siglos, en un tiempo, estimado, muchísimo menor. Por último, se presenta la etapa de proyectos personales de síntesis en la cual se pueden visibilizar los logros de comprensión por parte de los estudiantes y para lo cual se proponen proyectos, o se permite plantearlos y proponerlos por los estudiantes, a manera de trabajo

final, enmarcados en gustos y/o preferencias personales de los estudiantes en los que se reflejen, de manera clara, todo lo que se comprendió y aprendió.

### ***Evaluación diagnóstica continua***

Se trata del instrumento con el cual el docente, y a su vez los estudiantes, observan (o determinan) el nivel de lo comprendido y aprendido, aspectos para los cuales son necesarios la retroalimentación, la crítica y la reflexión (Mejía, 2011). En ese sentido, Presenta las siguientes características:

- A diferencia de la evaluación tradicional la cual se realiza, por lo general, al término de cierta temática, en la EPC la evaluación diagnóstica está presente durante todo el proceso de enseñanza – aprendizaje, desde su inicio hasta su final.
- Se acuerda de forma consensuada entre docentes y estudiantes, y está sujeta a modificaciones durante el inicio hasta el final del proceso.
- No solamente los estudiantes participan en su desarrollo, si no que hacen parte de él durante la aplicación de la evaluación.

El proceso de enseñanza y aprendizaje, en que estudiantes y maestros son sujetos activos, con lo cual los instrumentos de evaluación se acuerdan en forma consensuada, ya que los procesos evaluativos, constituyen ante todo un proceso de retroalimentación en el proceso de construcción de conocimiento. Para alcanzar los propósitos de la evaluación, se requieren óptimos niveles de comprensión respecto a los elementos expuestos con antelación.

### ***2.5.2 Dimensiones de la Comprensión***

De acuerdo a Mejía (2011) estas dimensiones “ofrecen una forma de hacer la definición de comprensión más específica y permiten identificar cuatro aspectos de la comprensión que se pueden desarrollar en cualquier disciplina”, en ese sentido, los aspectos a los que hace referencia la autora están inmersas en las dimensiones que se trabajan en dicho contexto, las cuales son: de contenido, métodos, propósitos y formas de la comunicación.

### *Dimensión de Contenidos o Conocimientos*

Esta dimensión permite explorar el nivel de afianzamiento o arraigo de perspectivas o comprensiones intuitivas o no escolarizadas que tienen los estudiantes y se convierten en un verdadero reto cuando éstos buscan enfrentarse a ellas y transórmalas o modificarlas para encontrar comprensiones más profundas y fuertes acerca de una disciplina o área en particular. En esta dimensión es importante plantearse las siguientes cuestiones (Mejía, 2011):

*“¿Cuál es el conocimiento y el contenido que trabajan los expertos en las distintas disciplinas?*

*¿Cuáles son las preguntas que se hacen los expertos?”*

### *Dimensión de los métodos*

De acuerdo con Mejía (2011) en esta dimensión se pretende “evaluar la capacidad de los alumnos para mantener un sano escepticismo acerca de lo que conocen o lo que se les dice, así como de su uso de métodos confiables”. En ese sentido, para esta dimensión es importante plantearse:

*“¿Cómo los expertos llegan al conocimiento?*

*¿Cómo saber que lo aprendido es verdadero?”*

### *Dimensión de los Propósitos o Praxis*

En esa misma línea la autora expone que en esta dimensión se pretende medir identificar la capacidad de los estudiantes para reconocer e interpretar “propósitos e intereses que orientan la construcción del conocimiento, la capacidad de usar dicho conocimiento en múltiples situaciones y las consecuencias de hacerlo”. Las cuestiones que deben plantearse en la dirección de esta dimensión son:

*“¿Cómo usan los expertos sus conocimientos?*

*¿Cuál es la importancia de lo que se aprende?”*

### *Dimensión de las formas de comunicación*

Mejía (2011) expone en esta dimensión la relación entre el lenguaje (simbólico, verbal, visual, etc.) y la manera en que los estudiantes hacen uso de él y expresan lo que saben y aprenden. Esta dimensión tiene una naturaleza comunicativa por lo que para ello es importante plantearse:

*“¿Cómo hacen los expertos para mostrar lo que conocen?*

*¿Cómo puede el estudiante compartir con otros su conocimiento?”*

### **CAPITULO III**

#### **LINEAMIENTOS DISCIPLINARES Y PEDAGÓGICOS A TENER EN CUENTA EN EL DISEÑO DE UNA PROPUESTA DE ENSEÑANZA**

A continuación, se presentan los elementos característicos de esta investigación, que permitieron la definición y análisis de lineamientos disciplinares y criterios pedagógicos a tener en cuenta en el diseño de una propuesta de enseñanza.

##### **3.1. Tipo de investigación**

La presente es una investigación de corte cualitativo con un fuerte componente relacionado con revisión de literatura, en la cual se tomará como punto de partida los elementos que ofrece el enfoque pedagógico *Enseñanza para la comprensión* para la definición de lineamientos que permitan configurar una propuesta de enseñanza. Por lo tanto, en un primer momento se analizarán los posibles tópicos generativos, metas y desempeños de comprensión, entre otros elementos apropiados para abordar en el desarrollo de dicha investigación.

##### **3.2. Descripción de la Población**

En el diseño de todo ejercicio pedagógico, resulta crucial tener en cuenta el tipo de población al que se orienta la investigación. El planteamiento y caracterización de lineamientos disciplinares y criterios pedagógicos se proponen para ser tenidos en cuenta en una propuesta pensada para estudiantes de la licenciatura en Física de la Universidad Pedagógica Nacional, cuyo requisito indispensable es que hayan cursado el espacio Electromagnetismo I ofrecido en este programa.

De acuerdo con el plan de estudio establecido por el programa, un estudiante que se encuentre cursando el espacio mencionado, ha superado, o se encuentra cursando, los relacionados con:

*Soporte y apoyo matemático*

- Calculo integral
- Calculo vectorial

Haber cursado éstos últimos espacios académicos, resulta de gran importancia pues representan un complemento para alcanzar una adecuada comprensión y análisis del formalismo matemático inherente a la teoría electromagnética clásica.

### **3.3. Fases del Proyecto**

El trabajo se configuró en 4 fases, descritas de la siguiente manera:

| <b>Fase I</b>                                                                                                                                                                                                                                                                  | <b>Fase II</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Determinación y reconocimiento de la problemática en relación con la comprensión de las ecuaciones de Maxwell, su significado y la estructura matemática, en particular de la Segunda Ecuación y la comprensión del concepto de Monopolo Magnético a partir de dicha ecuación. | Revisión, documentación y análisis literario alrededor del componente disciplinar relacionado con las ecuaciones de Maxwell, con el formalismo matemático inherente a éstas y de las investigaciones existentes acerca de los monopolos magnéticos y sus implicaciones directas en la teoría electromagnética clásica. Por otra parte, el reconocimiento de los elementos conceptuales y pedagógicos enmarcados en el enfoque de enseñanza para la Comprensión. |
| <b>Fase III</b>                                                                                                                                                                                                                                                                | <b>Fase IV</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| Caracterización de la metodología de investigación que guía la presente propuesta.                                                                                                                                                                                             | Definición y configuración de los criterios o lineamientos para la propuesta de enseñanza a partir de la identificación de los elementos teóricos, conceptuales y pedagógicos durante las fases 2 y 3.                                                                                                                                                                                                                                                          |

***Tabla #11. Fases propuestas de la investigación.***

***Fuente: Elaboración propia.***

### **3.4 Definición y caracterización de criterios para tener en cuenta en el diseño y configuración de una propuesta de enseñanza.**

A continuación, se presentan algunas ideas para configurar el diseño y ser tenidas en cuenta en la estructuración de una propuesta de enseñanza para la aproximación al concepto de los Monopolos Magnéticos a partir de la comprensión de la Segunda Ecuación de Maxwell, orientada a estudiantes de la Licenciatura en Física, con conocimientos básicos en Electromagnetismo y Calculo Vectorial.

De acuerdo con las características de la población que motiva esta propuesta investigativa y con los requisitos sugeridos en los párrafos anteriores, los ejercicios que aquí se presentan resultan apropiados para ser desarrollados con estudiantes del curso de Electromagnetismo II o Electromagnetismo Avanzado de la Licenciatura en Física; en su elaboración, se siguen criterios pedagógicos estipulados en el enfoque *Enseñanza para la comprensión*.

En este orden de ideas, las grandes preguntas que guiarían el aprendizaje del concepto propuesto estarían dadas por:

***Hilos conductores:***

- *¿Qué implicaciones tiene la Segunda Ecuación de Maxwell en la Teoría Electromagnética Clásica?*
- *¿Qué son los Monopolos Magnéticos? Y ¿Cuál es la relevancia que presentan en la Teoría Electromagnética Clásica?*

**Tópico generativo**

**Los Monopolos Magnéticos y la Segunda Ecuación de Maxwell**

**Metas de comprensión**

Aquí resulta prioritario definir, ¿qué queremos que los estudiantes comprendan? Esta pregunta orientadora constituye la guía al momento de diseñar una propuesta de enseñanza, que contribuya a facilitar, en los estudiantes, la comprensión acerca de:

1. La segunda ecuación de Maxwell en notación diferencial y sus implicaciones en la teoría electromagnética clásica.
2. El formalismo matemático, en notación diferencial, en el que se presentan las ecuaciones de Maxwell.

3. Una aproximación al concepto de Monopolos Magnéticos desde el contexto clásico.
4. Algunas implicaciones de la existencia de los monopolos magnéticos en la teoría electromagnética clásica.
5. Los esfuerzos desarrollados en la búsqueda de monopolos magnéticos y los resultados de éstos.

### **Desempeños de comprensión**

Deben ser acordados con los estudiantes que participen de la propuesta, teniendo en cuenta las metas propuestas. Como ejemplo se propone:

#### *1. Primer desempeño: Exploración*

Este primer desempeño apunta a las metas de comprensión 1 y 2. Las dimensiones de comprensión que abarca son las de contenido, propósito y formas de comunicación.

Se sugiere realizar una primera sesión con una estimación temporal de 30 minutos. Durante ese tiempo se suministra un formulario a los estudiantes con algunas cuestiones, como:

- ¿Qué interpretación e implicaciones, considera usted, tiene la Segunda Ecuación de Maxwell en la teoría electromagnética clásica?
- ¿Qué entiende por divergencia de un campo vectorial? ¿qué sentido e interpretación física tiene?
- ¿Qué paralelismo podría establecer entre la primera y la segunda ecuación de Maxwell, en notación diferencial, en relación con la estructura y forma algebraica en la que son presentadas?

- ¿Qué paralelismo podría establecer entre la primera y la segunda ecuación de Maxwell, en notación diferencial, en relación con la interpretación e implicaciones que suscitan en la teoría electromagnética clásica?
- ¿Qué entiende por fuentes de campo?
- ¿Qué entiende por Monopolo Magnético y por monopolo eléctrico?
- ¿Qué diferencias y semejanzas establecería entre monopolos eléctricos y magnéticos?
- ¿Qué relevancia presenta el concepto de monopolo eléctrico en la teoría electromagnética establecida por Maxwell?
- ¿Qué relevancia presenta el concepto de monopolo magnético en la teoría electromagnética establecida por Maxwell?

***Evaluación continua para el primer desempeño:***

Se comparten y se socializan algunas respuestas de los estudiantes de manera que se puedan detectar concepciones previas de éstos acerca del tema.

***2. Segundo desempeño: Investigación guiada***

Este segundo desempeño apunta a las metas 1, 2, 3, 4 y 5. Por otra parte, abarca las 4 dimensiones de la comprensión en su totalidad.

Se realizará un conversatorio con los estudiantes, en el que se espera abordar:

- Análisis del formalismo matemático de las ecuaciones de Maxwell (Campos vectoriales, divergencia y rotacional).
- Breve reseña acerca del origen histórico de los monopolos magnéticos y su necesidad en la teoría electromagnética clásica, en la mecánica cuántica y en teorías de física moderna.

- Esfuerzo, económico e intelectual, invertido en la búsqueda de los monopolos magnéticos y los resultados arrojados por dichos esfuerzos.

### ***Evaluación continua para el segundo desempeño:***

Se comparten y se socializan ideas de los estudiantes en el desarrollo del conversatorio. Los estudiantes responden, o intentan hacerlo, a interrogantes planteados por el docente guía o por los mismos compañeros de acuerdo sus conocimientos propios.

### ***3. Tercer desempeño: Proyecto final de síntesis***

El tercer desempeño igualmente apunta a todas las metas de comprensión y a todas las dimensiones.

En este último momento los estudiantes se reunirán en grupos de 3 personas y se les propone plantear el proyecto con base en las comprensiones alcanzadas. Para ello, cada grupo deberá realizar una lluvia de ideas con las propuestas que desean realizar, luego son analizadas y revisadas en conjunto con el docente guía, se ajustan – si es necesario-. Y por último pasarían a la etapa de ejecución. El tiempo de ejecución es consensuado entre ambas partes, -docente y grupo- con base en las dinámicas de la clase.

### ***Evaluación continua para el tercer desempeño:***

Exposición y socialización de respuestas por parte de algunos estudiantes representantes de diferentes grupos de trabajo. Revisión de los escritos de cada grupo.

Para analizar los alcances y logros de la propuesta presentada, durante la revisión de los escritos elaborados por los estudiantes el docente investigador podrá guiarse por las siguientes cuestiones:

¿Qué nivel de comprensión alcanzaron los estudiantes acerca de las ecuaciones de Maxwell, su interpretación y la del formalismo matemático en las que están escritas?

¿Qué nivel de comprensión alcanzaron los estudiantes acerca de los monopolos magnéticos?

¿Qué nivel de comprensión alcanzaron los estudiantes acerca de la teoría electromagnética clásica?

## CONCLUSIONES Y REFLEXIONES FINALES

En este último apartado se presentan las reflexiones finales y conclusiones del presente trabajo de investigación, a partir de la recolección de los elementos teóricos, conceptuales y pedagógicos de los aspectos disciplinares y del enfoque pedagógico elegido, además de la definición de los criterios propuestos.

Durante el desarrollo del presente trabajo de investigación se logró identificar relaciones fundamentales entre las ecuaciones de Maxwell y la interpretación que se genera entorno a ellas con base en la comprensión del formalismo matemático con el cual se formaliza la teoría electromagnética clásica. Se resalta entonces el papel preponderante de reconocer e interpretar, por parte de los maestros en formación, el lenguaje en el que aparecen escritas, no solo estas ecuaciones sino en general las relaciones matemáticas de la física que tienen la característica de expresarse por medio del lenguaje y simbolismo matemático, para una óptima comprensión de la magnitud física que se está representando.

Por otra parte, se evidenció una fuerte implicación de la existencia de los monopolos magnéticos en la teoría electromagnética lo que lo convierte en un elemento importante en el desarrollo de la investigación. Durante la revisión literaria se resaltan las modificaciones a las cuales se vería expuesta la teoría en un eventual escenario en que los experimentos diseñados para “detectar” Monopolos Magnéticos logren arrojar evidencia alguna de estos objetos de estudio. Sin embargo, a pesar de no representar objetos físicos “reales” es importante hacer énfasis en mencionar los grandes esfuerzos destinados para el diseño de experimentos y la esperanza puesta en éstos, mostrando las implicaciones en la teoría, las cuales se habían descrito en capítulos anteriores, así como la importancia de los monopolos magnéticos en otras grandes teorías de la física como un elemento fundamental para ellas.

Se resalta también, que la profundización en tópicos disciplinares como el estudio de los Monopolos Magnéticos, abordado en el presente trabajo investigativo, resulta de fundamental importancia para fortalecer los cimientos disciplinares en torno a la teoría electromagnética clásica en los futuros docentes que estarán desempeñando su papel ante la sociedad. Si bien esta teoría

niega la existencia de Monopolos Magnéticos, el ejercicio desarrollado devela las razones para esta prohibición y pone de relieve las implicaciones que tendría su existencia en la modificación de esta teoría, lo cual sin lugar a duda redundaría en robustecer el andamiaje conceptual que se tiene en torno a los principios establecidos en el electromagnetismo clásico y, de esta manera, brinda valiosas herramientas para el desarrollo de nuestro ejercicio docente.

De la misma manera, se expresa la idoneidad del enfoque *Enseñanza para la comprensión* y la pertinencia de los elementos que propone en la construcción de una propuesta de enseñanza para diversos niveles educativos, en particular el concerniente con el nivel universitario en el que se fija la población de interés del presente trabajo, en el campo de las ciencias naturales y de la física particularmente.

Por último, dada la situación de emergencia sanitaria, provocada a inicios del presente año, por la pandemia del Covid-19, fue necesario replantear la intención inicial del trabajo en relación con la posibilidad de implementar la propuesta de enseñanza. En ese sentido, se plantea que los lineamientos disciplinares y pedagógicos que se presentan en el desarrollo de esta investigación para configurar la propuesta pueden constituir un antecedente para otras investigaciones y futuros trabajos de grado que se enmarquen alrededor de los Monopolos Magnéticos y/o la comprensión de las ecuaciones de Maxwell a partir de la comprensión y análisis de los operadores matemáticos asociados a éstas.

## REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- [1] Asad, M. (2012), Analytical and numerical treatment of Maxwells's Equations. Nablus, Palestine: Thesis. An-Najah National University.
- [2] Bendtz, Katarina & Milstead, D. & Hächler, H.-P & Hirt, Ann & Mermoud, P. & Michael, Peter & Sloan, Terry & Tegner, Christian & Thórarinnsson, Sigurjón. (2013). Search for Magnetic Monopoles in Polar Volcanic Rocks. Physical Review Letters. 110. 10.1103/PhysRevLett.110.121803.
- [3] Bonilla M, C. A (2015). Reflexiones sobre la relación física y matemática en la enseñanza de la física. Estudio de caso: Termodinámica de Clapeyron. Bogotá D.c: Tesis de grado. Universidad Pedagógica Nacional.
- [4] Carbonell, M., Florez, M., Martinez, E. & Alvarez, J. (2017) Aportaciones sobre el campo magnético: Historia e influencia sobre sistemas biológicos, Rev. Intropica. 12(2), 143 – 159
- [5] Departamento de Física, Licenciatura en física, Objetivos. Universidad Pedagógica Nacional. Recuperado de:<http://cienciaytecnologia.pedagogica.edu.co/vercontenido.php?idp=359&idh=368>
- [6] Dirac, P (1948) The Theory of Magnetic Poles. Phys. Rev. 74, 817  
<https://journals.aps.org/pr/abstract/10.1103/PhysRev.74.817>
- [7] Duarte, C., (2018) La EpC como estrategia para el área de Ciencias Naturales en el grado tercero. Bogotá D.c: Tesis de Maestría. Universidad Externado de Colombia.
- [8] Gamboa, S. (2016) Diseño, implementación y resultados de una propuesta de enseñanza fundamentada desde el enfoque de la Enseñanza para la Comprensión para potenciar el aprendizaje del tópico generativo “cambios de estado de la materia” en los estudiantes del curso 502 Jornada Tarde del Colegio San Francisco IED. Tesis de Especialización. Bogotá, D.c: Universidad Pedagógica Nacional.

- [9] Giacomelli, G & Manzoor, Shahid & Medinaceli, Eduardo & Patrizii, L., (2007). Searches for Magnetic Monopoles, Nuclearites and Q-balls. Journal of Physics: Conference Series. 116. 10.1088/1742-6596/116/1/012005.
- [10] Giacomelli, G., Patrizii, L., & Sahnoun, Z. (2011) Search for Magnetic Monopoles and ... beyonds. Cape Town, South Africa. arXiv:1105.2724v1 [hep-ex]  
Recuperado de: <https://arxiv.org/pdf/1105.2724v1.pdf>
- [11] Griffiths, D., (2013) Introduction to electrodynamics. 4th edition. Pearson Editorial
- [12] Gómez, P. & González, E., (2012) Ecuaciones de Maxwell y su significado. Publicado bajo una licencia Creative Commons Reconocimiento-No comercial-Sin obras derivadas 2.5 España.
- [13] Hoyos, E., (2018) Cambio conceptual en el aprendizaje de fenómenos físicos tipo procesos: Inducción electromagnética. Buenos Aires: Tesis de Doctorado. Universidad Nacional del centro de la provincia de Buenos Aires.
- [14] Katre, Akshay. (2016). Magnetic monopole search with the MoEDAL test trapping detector. EPJ Web of Conferences. 126. 04025. 10.1051/epjconf/201612604025.
- [15] King, M (2016). Simulation of the MoEDAL Experiment. Nuclear Physics B – Proceedings Supplements, 273 – 275, 2560 – 2562. <https://doi.org/10.1016/j.nuclphysbps.2015.09.459>  
[https://indico.cern.ch/event/345012/contributions/1745029/attachments/679692/933740/mking\\_proceedings\\_03.pdf](https://indico.cern.ch/event/345012/contributions/1745029/attachments/679692/933740/mking_proceedings_03.pdf)
- [16] Lopez, J., Gomez, M., Refolio, M., Lopez, J., (2006) Magnetismo en el aula. Consejería de educación. Comunidad de Madrid.
- [17] Maxwell, J (1873), A treatise on electricity and magnetism Vol. I y II, Oxford: Clarendon Press

- [18] Marsden, J. & Tromba, A., (2004) Cálculo vectorial. 5ta edición. Editorial Pearson Addison Wesley
- [19] Mejía, C. (2011), El marco de la enseñanza para la comprensión aplicado al aprendizaje del concepto de campo eléctrico en estudiantes de ingeniería de sistemas. Bogotá D.c: Tesis de maestría. Universidad Nacional de Colombia.
- [20] MEN (2017). Resolución N 18583 “Por la cual se ajustan características específicas de calidad de los programas de Licenciaturas para la obtención, renovación o modificación del registro calificado, y se deroga la resolución 2041 de 2016”. Ministerio de Educación Nacional. Bogotá D.c
- [21] MEN (2004). Estándares básicos de competencias en ciencias naturales. Bogotá D.c Ministerio de Educación Nacional.
- [22] Mermoud, P., (2013). Magnetic monopoles at the LHC and in the Cosmos.  
Recuperado de <https://arxiv.org/abs/1305.3718>
- [23] Milton, Kimball A. “Theoretical and Experimental Status of Magnetic Monopoles.” Reports on Progress in Physics 69.6 (2006): 1637–1711. Crossref. Web.
- [24] Mitsou V (2017). The MoEDAL experiment at the LHC: Status and results. Instituto de Física corpuscular, Universidad de Valencia. España
- [25] Moreno P, R. E (2008) Contextualización de las ecuaciones de Maxwell empleando formas diferenciales. Bogotá D.c: Trabajo de Tesis. Universidad Pedagógica Nacional.
- [26] Nduka, Amagh. (2017). Magnetic Monopoles. Applied Mathematics. 08. 245-251. 10.4236/am.2017.82020.
- [27] Paty, M. (2006). Einstein y el rol de las matemáticas en física. Scielo Colombia.

[28] Pilling, Terry. (2008). Magnetic Monopoles.

[https://www.researchgate.net/publication/235708856\\_Magnetic\\_Monopoles](https://www.researchgate.net/publication/235708856_Magnetic_Monopoles)

[29] Pinfold, James. (2009). Searching for the magnetic monopole and other highly ionizing particles at accelerators using nuclear track detectors. Radiation Measurements - RADIAT MEAS. 44. 834-839. 10.1016/j.radmeas.2009.10.062.

[30] Pinfold, James. (2014). The Search for Magnetic Monopoles. arXiv:1412.8677 [hep-ph]

[31] Pinfold, James. (2015). The MoEDAL Experiment at the LHC – a New Light on the Terascale Frontier. Journal of Physics: Conference Series. 631. 10.1088/1742-6596/631/1/012014.

[32] Prusis, Ilgaitis & Prūsis, Peteris. (2019). About Magnetic Monopoles.

[https://www.researchgate.net/publication/332947752\\_About\\_Magnetic\\_Monopoles](https://www.researchgate.net/publication/332947752_About_Magnetic_Monopoles)

[33] Rajantie Arttu (2012). Introduction to Magnetic Monopole. Department of Physics Imperial College London. London UK

[34] Rajantie, Arttu. (2012). Magnetic Monopoles in Field Theory and Cosmology. Philosophical transactions. Series A, Mathematical, physical, and engineering sciences. 370. 5705-17. 10.1098/rsta.2011.0394.

[35] Rajantie, Arttu. (2016). The search for magnetic monopoles. Physics Today. 69. 40-46. 10.1063/PT.3.3328.

[36] Sears & Zemansky, (2009) Física Universitaria con Física Moderna, Decimo segunda edición, Volumen 2.

[37] Serway & Jewett, (2009) Física para ciencias e ingenierías, Séptima edición, Volumen 2. CENGAGE Learning.

- [38] SHI, Y., (2013) Theoretical studies of magnetic monopole. Tesis de Maestría. Londres: Imperial College London
- [39] Shnir, Ya., (2005) Magnetic Monopoles. Springer Publishers
- [40] Stone, M (1999). Enseñanza para la Comprensión. Editorial PAIDÓS. Buenos Aires, Argentina
- [41] Swetman, T., (1972) Magnetic Monopoles. Phys. Educ. 7 233
- [42] The MoEDAL Collaboration (2016) Search for magnetic monopoles with the MoEDAL prototype trapping detector in 8 TeV proton-proton collisions at the LHC. SISSA By Springer
- [43] Universidad Pedagógica Nacional (2018). Acuerdo 010 CS del 13 de abril del 2018: Por el cual se establece el estatuto académico de la Universidad Pedagógica Nacional. Consejo Superior Universitario. Bogotá D.c
- [44] Zambrano, A. (2006) Tres tipos de saberes del profesor y competencias: Una Relación compleja. Revista Scielo. Recuperado de:  
[http://www.scielo.org.ve/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1316-49102006000200003](http://www.scielo.org.ve/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1316-49102006000200003)
- [45] Vonsovsky, V., (1975) Magnetism of elementary particle. Mir Publishers.
- [46] Vargas, M., (2008) Introducción a la teoría de los monopolos magnéticos. Universidad de Ibagué, Colombia.
- [47] Krasnoholovets, Volodymyr. (2019). Magnetic monopole as the shadow side of the electric charge. Journal of Physics: Conference Series. 1251. 012028. 10.1088/1742-6596/1251/1/012028.

**Paginas oficiales recomendadas.**

<https://moedal.web.cern.ch/>

<http://ific.uv.es/moedal/moedal-pubs.html>

[https://indico.cern.ch/event/822746/contributions/3505435/attachments/1900457/3180349/Mitso  
u-MoEDAL-Corfu2019.pdf](https://indico.cern.ch/event/822746/contributions/3505435/attachments/1900457/3180349/Mitso%20u-MoEDAL-Corfu2019.pdf)