SOBRE LA SIMETRÍA GAUGE EN FÍSICA MODERNA BAJO UNA MIRADA DEL ELECTROMAGNETISMO.

DALTHOM ANGARITA SÁNCHEZ

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NÁCIONAL

FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA

DEPARTAMENTO DE FÍSICA

BOGOTÁ D.C

2022

SOBRE LA SIMETRÍA GAUGE EN FÍSICA MODERNA BAJO UNA MIRADA DEL ELECTROMAGNETISMO.

Dalthom Angarita Sánchez

Trabajo De Grado Para Optar Al Título De Licenciado En Física

Asesora: Sandra Bibiana Avila Torres

Línea De Investigación: La Enseñanza de la Física y la Relación Física Matemática

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NÁCIONAL
FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE FÍSICA
BOGOTÁ D.C
2022

TABLA DE CONTENIDO

INTRODUCCIÓN 5
CONTEXTO PROBLEMÁTICO 6
OBJETIVO GENERAL 7
OBJETIVOS ESPECÍFICOS 8
ANTECEDENTES 8
METODOLOGÍA 10
CAPÍTULO 1: SOBRE EL CONCEPTO DE SIMETRÍA Y LA SIMETRÍA GAUGE 11
1.1 CONDICIONES DE SIMETRÍA 11
1.2 SIMETRÍA E INVARIANCIA 13
1.3 BREVE DESCRIPCIÓN DE LA IDEA GAUGE, PRESENTACIÓN 17
1.3.1. QUÉ IMPLICA EN LA FÍSICA LA APLICACIÓN DE IDEA GAUGE 19
1.3.4. LA ESTRUCTURA ATÓMICA COMO EVIDENCIA DE LA IDEA GAUGE ... 23
1.4 SOBRE LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LA FÍSICA MODERNA, EN PARTICULAR DE LA FÍSICA CUÁNTICA Y DE PARTÍCULAS. 25
1.4.1 ¿POR QUÉ ENSEÑARLA? 25
1.4.2 ¿CÓMO ENSEÑARLA? 28
CAPÍTULO 2: UNA MIRADA EN TORNO AL CONCEPTO GAUGE EN ELECTROMAGNETISMO CLÁSICO 32
2.1 CONTEXTO ELECTROMAGNÉTICO (USO DE POTENCIALES) 32
2.2 LA IDEA GAUGE EN EL CONTEXTO ELECTROMAGNETICO 34
2.3 CONSECUENCIAS DE LA IDEA GAUGE EN EL CONTEXTO ELECTROMAGNÉTICO 39
CAPÍTULO 3: LA IDEA GAUGE CUÁNTICO 41
3.1.DESARROLLANDO LA SIMETRÍA GAUGE EN LA MECÁNICA CUÁNTICA 43
3.2 CONSECUENCIAS DE LA IDEA GAUGE EN LA CUÁNTICA 47
CONCLUSIONES 49
BIBLIOGRAFÍA 50
ANEXOS 54
ANEXO 1: GRUPOS 54
ANEXO 2: GRUPOS DE LIE 55
ANEXO 3: GRUPO ESPECIAL U(1) 56
ANEXO 4: IDEA GAUGE EN UN SISTEMA DE UNA PARTÍCULA EN ROTACIÓN (CLÁSICO) 58
ANEXO 5:TEORÍA GAUGE PARA LA DEDUCCIÓN DEL FOTÓN 64

TABLA DE ILUSTRACIONES

Ilustración 1 Simetría de rotación de una figura geométrica 13
Ilustración 2 Simetría bajo reflexión. 14
Ilustración 3 Observación de 2 sujetos respecto al mismo fenómeno 15
Ilustración 4 Fenómeno de caída libre bajo dos diferentes marcos de referencia. 16
Ilustración 5 Intervalo entre dos puntos del espacio para el observador 1. 19
Ilustración 6 Intervalo entre dos puntos del espacio del observador 2 20
Ilustración 7Campos eléctricos de una determinada carga. 35
Ilustración 8 las direcciones del campo magnético. 35
Ilustración 9 Modelo atómico de Bohr, imagen tomada de la página 41
Ilustración 10 Movimiento rotativo descrito de forma convencional............................. 55
Ilustración 11 Plano complejo con sus respectivas coordenadas 59
Ilustración 12 Rotación en un plano complejo. 60
Ilustración 13 Diagramas de Feynman para la explicación de la dinámica eléctrica entre electrones. 68
Ilustración 14 Un ejemplo sobre los diagramas de Feynman. 69

INTRODUCCIÓN

La simetría ha sido y continúa siendo una herramienta vital para el estudio y desarrollo de la física de partículas debido a que, como la historia de la física lo ha mostrado, conservar las invariancias bajo una transformación puede hablar mucho sobre las leyes conservativas y dinámicas en un sistema, tal como manifestó la matemática Emmy Noether.

Esto tiene gran importancia, debido a que la simetría es uno de los pilares fundamentales de la física contemporánea. Un ejemplo de esto es la idea gauge, una herramienta matemática que ha sido de tanta utilidad que es responsable de explicar la dinámica entre partículas dadas por el modelo estándar con los famosos “Bosones gauge”, o también con lo que ocurre con el grupo SU(5) donde se intentaba unificar las interacciones electrodébiles y la interacción fuerte y daba predicciones interesantes, como la vida media del protón, partícula que se consideraba con un periodo de vida infinito (Fritsch, 1984).

Por este motivo, en el presente trabajo de investigación se hace una introducción a la idea gauge bajo el estudio electromagnético y su desarrollo en la física clásica y en la mecánica cuántica. Reconociendo su importancia y alcance en el mundo de la física, así como en su respectivo estudio; todo esto bajo una investigación que proporcione información de mayor comodidad para la comunidad estudiantil que le interesa conocer la idea gauge y su importancia en la física de partículas.

Este trabajo se divide en 3 capítulos en los cuales el primero consiste en desarrollar el concepto de simetría gauge, empezando con la descripción y definición de elementos como la simetría, para posteriormente, desarrollar la simetría gauge por medio de su definición y sus alcances, reconociendo la importancia de estudiar esta asignatura en un contexto educativo.

En el capítulo 2 se desarrolla la simetría gauge en un contexto electromagnético, dando importancia al desarrollo de potenciales y sus posibles aplicaciones en la física. Para así reconocer la relevancia e importancia de esta aplicación en la física contemporánea.

Por último, el capítulo 3 aborda la aplicación de la idea gauge bajo el marco cuántico enfatizándose en las dinámicas electromagnéticas, con el objetivo de reconocer el alcance y la forma que tiene la simetría gauge en la cuántica. Aquella que da entrada al desarrollo de la idea gauge a la electrodinámica cuántica. Dando por terminado el trabajo de investigación

CONTEXTO PROBLEMÁTICO

El modelo estándar ha llamado la atención de la comunidad estudiantil de la Universidad Pedagógica Nacional que, de forma interesada decide indagar acerca de esta teoría de la física obteniendo información de índole mayormente conceptual. Sin embargo, la misma información puede ser obtenida por fuentes como libros, vídeos, revistas, entre otras. Está diversidad de fuentes hacen que se genere un concepto bastante confuso e incompleto acerca de la física de partículas (Calle, 1990).

Asimismo, un elemento relevante de la física, como lo es la formulación matemática, es importante para el conocimiento de la misma física. Por este motivo, la indagación de la formulación matemática por parte de la física de partículas se considera importante para conocer más acerca del por qué se dicen las cosas que se dicen en las fuentes informativas convencionales.

Bajo este mismo orden de ideas, la idea gauge, es un elemento matemático que puede considerarse como uno de los pilares fundamentales de la física de partículas ya que las deducciones como Bosones o “Bosones gauge”, se dieron en gran parte a los aportes y deducciones dadas por la idea gauge aplicada a diversas ecuaciones matemáticas, las cuales también han tenido evidencia empírica y experimental. (Gelmini, 2014).

A pesar de todo esto, su desconocimiento es bastante notorio, debido a que la formulación matemática en la que se desarrolla puede tener un carácter complejo para cualquier lector que se interese por comprender más de la idea gauge, además de que la información es bastante escasa para la lengua española.

Por este motivo, es relevante desarrollar una fuente informativa que no tenga una construcción confusa y sea adecuado para un estudiante de formación académica de pregrado o posgrado. Para eso es necesario desarrollar la idea gauge bajo una metodología adecuada para poder generar un aprendizaje preciso y más enriquecedora. La propuesta que desarrolla este trabajo de investigación está guiada por la metodología de investigación propuesta por Alfonso Ilis en su trabajo titulado *"Técnicas de investigación bibliográfica"* que consiste principalmente en una selección de información, centrada en una indagación analítica, reflexiva, interpretativa, organizativa y de recolección para producir conocimiento.

Teniendo en cuenta lo mencionado anteriormente, se propone la siguiente pregunta en la que se basa la investigación:

¿Cómo a partir de una investigación documental sobre el concepto de idea gauge se puede hacer una interpretación de los nuevos parámetros acerca de las principales ecuaciones del electromagnetismo y la cuántica?

OBJETIVO GENERAL

Realizar un análisis de la idea gauge y su tratamiento en torno a la teoría electromagnética a nivel clásico y a nivel cuántico.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

1. Realizar una revisión documental acerca de la invariancia Gauge, sus implicaciones en física y la necesidad de desarrollar un método didáctico y pedagógico.
2. Describir la invariancia gauge en la electrodinámica de Maxwell como un acercamiento desde la mecánica clásica.
3. Desarrollar una aproximación de la idea gauge aplicada en el contexto cuántico.

ANTECEDENTES

A partir de los trabajos en el que formuló en el planteamiento del problema, se encontró al nivel local trabajos:

- *“Sobre la estructura nuclear: el modelo de Yang-Mills como la explicación a su estabilidad”* De Carlos Stiven Camelo Oliveros. El trabajo presenta el desarrollo y definiciones de la simetría gauge las cuales fueron usado en el presente trabajo de investigación.
- *“Sobre la dinámica de una partícula en rotación usando el concepto de invariancia Gauge”* De Mauricio Rozo Clavijo. Presenta definiciones y aplicaciones de la invariancia Gauge global y local, en un sistema de una partícula en un estado de rotación, las cuales fueron usadas para uno de los anexos del trabajo.
- *“¿Qué es una teoría Gauge?”* De Luis Sánchez y Tejerina San José. Aborda la idea Gauge desde diferentes contextos, tanto en la física clásica como en la moderna, en el que permite describir las interacciones vistas en la naturaleza. Este

documento fue de gran importancia para el desarrollo de la simetría gauge en el electromagnetismo.

- *"La enseñanza de la física cuántica: una comparativa en tres países"* de Eduardo Miguel Gonzales, Zulma Estela Muños Burbano y Jordi Solbes. Este trabajo de investigación hace una indagación acerca de la forma en la que se enseña.
- "*Standard Model: An Introdution"* De Novaes. Es un libro donde desarrolla la simetría gauge bajo diversos contextos. Sin embargo, el Texto fue de gran importancia para el desarrollo de la simetría gauge en la mecánica cuántica, tanto en su desarrollo matemático como argumentativo.
- "Sobre la enseñanza de la Mecánica cuántica a propósito de las transformaciones de simetría: Reflexión, Rotación y Paridad" del autor Daniel Esteban Bermúdez Mendoza. Este trabajo hace un desarrollo de la idea gauge bajo diversos contextos, enfatizándose en diferentes transformaciones de simetría, dando un énfasis en ser un documento que promueva una información más sencilla para los lectores. Este documento relevante en el presente trabajo de investigación, ya que muestra las aplicaciones de la simetría gauge y realiza un acercamiento en diferentes situaciones.
- "El Surgimiento de la Simetría Gauge, Durante el Primer Tercio del Siglo XX, y su Relación con la Teoría Electromagnética Alrededor del Potencial Vectorial, Desde la Perspectiva de Hermann Weyl" del autor Daniel Alejandro Pedreros Cifuentes. En este trabajo se hace un reconocimiento más preciso sobre la simetría gauge, su historia y su relación con la dinámica del electromagnetismo. Este trabajo es de gran importancia por dos motivos, su desarrollo histórico y su desarrollo en la electrodinámica.

- *“La experimentación mental en la formación de maestros de ciencias: Una alternativa para la enseñanza de la física moderna en la escuela”* de la autora Catalina Milena Macías Foronda, en este documento se propone una estrategia para la enseñanza de la física moderna, que puede ser usada en el contexto principalmente de colegios. Este trabajo es relevante para la investigación debido a que este autor detalla también el modo de enseñar y la importancia de enseñar física moderna bajo un contexto universitario.

METODOLOGÍA

Durante el proceso de investigación, se hace uso de la investigación documental basada en (Alfonso, 1994). Esta consiste en una investigación de recopilación, análisis, organización, indagación e interpretación, acerca de un tema específico a una rama del conocimiento, que da como consecuencia la construcción de un determinado concepto.

Por este motivo, en el desarrollo del trabajo de investigación se hace una revisión de diversas fuentes que abordan la temática a trabajar desde diferentes enfoques. Sin embargo, un elemento importante radica en que los datos tomados por las fuentes están sometidos bajo análisis y además de modificaciones que pueden facilitar y alargar la información dependiendo del nivel de complejidad que se maneje.

CAPÍTULO 1: SOBRE EL CONCEPTO DE SIMETRÍA Y LA SIMETRÍA GAUGE

En el presente capítulo se desarrolla el concepto de simetría gauge indagando sus dos palabras más fundamentales: La simetría y la idea gauge. Para eso fue pertinente desarrollar los conceptos por medio de tres puntos fundamentales: Su historia, su desarrollo y sus aplicaciones. Esto es debido a que más que ser un concepto completamente abstracto, se debe dar a relucir su relevancia en la historia y cuya definición tiene que ser clara y precisa.

Posteriormente a lo anterior mencionado, es pertinente recalcar que toda la información presentada debe tener un sentido pedagógico que puede ser enseñado dentro de un aula de clase. Por este motivo en la última parte de este capítulo se detalla la importancia de enseñar estas ciencias y matemáticas ante una población estudiantil centrándose en las preguntas del “¿Por qué enseñarlo?” y “¿Para qué enseñarlo?”.

1.1 CONDICIONES DE SIMETRÍA

La simetría no ha sido un concepto ajeno al desarrollo intelectual de la humanidad; desde la era antigua ya se tenía percepción sobre la manera homogénea y simétrica en que la naturaleza se manifestaba. Por lo cual, se pueden contemplar diferentes tipos de simetría que se puede ver fácilmente en la naturaleza, como la simetría hexagonal que se observa en los paneles de abejas, la simetría pentagonales que se observa principalmente en las flores, , la simetría bilaterale que hace alusión principalmente al cuerpo humano y al animal, entre otras simetrías. (Bradina & Castellani , 2003). Esto hace alusión que principalmente el concepto de simetría venía ligado a la idea de forma, en este caso, la forma de la naturaleza.

Unas de las primeras manifestaciones explicitas de la simetría aplicada en la ciencia, fue dada en relación con el estudio de los cristales en la rama denominada cristalografía, principalmente por las propiedades simétricas que tienen los cristales y que es fundamental para el estudio de su estructura interna porque se puede describir la geometría.

Sin embargo, el clímax en el que la simetría manifiesta su importancia en la física es en su amplia aplicación las teorías modernas. Todo es por medio de la introducción de lo que es llamado "un grupo" (Bradina & Castellani, 2003), el cual define desde la matemática características fundamentales que se aplican en física y que se desarrollaron en el Anexo 1.

Por tanto, una de las definiciones más conocidas acerca de la simetría en física se relaciona con la frase "una invariancia bajo transformaciones". Así mismo, se podría decir desde la teoría de grupos que la simetría es una invariancia bajo un grupo específico de transformaciones que posee un sistema o un objeto en específico (Algo que se manifiesta en los grupos de Lie en el anexo 2).

La simetría toma un roll tan importante para la ciencia, que toda teoría física debe cumplir obligatoriamente con axiomas de simetría, como puede ser que la teoría cumpla con las condiciones de que la formulación matemática y teórica debe ser invariante ante cualquier ubicación, ya sea en la tierra o en otro lugar del universo. Es decir, que no exista un sitio privilegiado; que funcione de igual medida en Colombia como en Australia. Por otro lado, la teoría debe simétrica en el tiempo, es decir, que el día de mañana funcione de igual forma como funciona el día de hoy. Así mismo, también debe cumplir con la invariancia de las condiciones de marcos de referencia que se desarrollan bajo las transformaciones de Lorentz.

Bajo este mismo orden de ideas, las teorías fundamentales de la física tampoco han sido una excepción a la simetría. Por ejemplo, las leyes de Newton son invariante bajo las transformaciones de Galileo, por su parte las ecuaciones de Maxwell e inclusive las ecuaciones relativistas, son un invariante Lorentz (Oliveros, 2018). Tomando en cuenta lo anterior, se puede deducir que las teorías físicas van a la par de las teorías de la simetría.

1.2 SIMETRÍA E INVARIANCIA

Para introducir el concepto de simetría, se pueden tomar ejemplos desde elementos geométricos como los cuadrados.

Rotar 90° un cuadrado no implica que el cuadrado cambie las dimensiones o su forma fundamental. Dicho en otras palabras, ejercer una transformación específica (rotación de 90°) de una figura geométrica (cuadrado) vuelve invariante la figura geométrica a simple vista, lo cual se muestra en la Ilustración 1. Así mismo se puede hacer un conjunto de rotaciones que al ser sumadas de como resultado la rotación total de 90°, por ejemplo, rotar de 1° 90 veces para que dé 90 °. Sin embargo, si el cuadrado rota 30° el cuadrado no será simétrico, debido a que el cuadrado se verá inclinado.

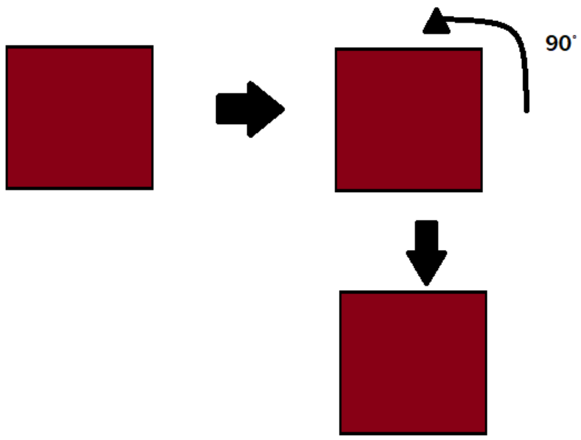

Ilustración 1 Simetría de rotación de una figura geométrica

Otro ejemplo de simetría e invariancia se puede representar por medio del reflejo de un objeto, como lo puede ser una sección de la hipérbola (Ilustración 2) en un plano cartesiano que se refleja respecto al eje y, formando la otra sección de la hipérbola:

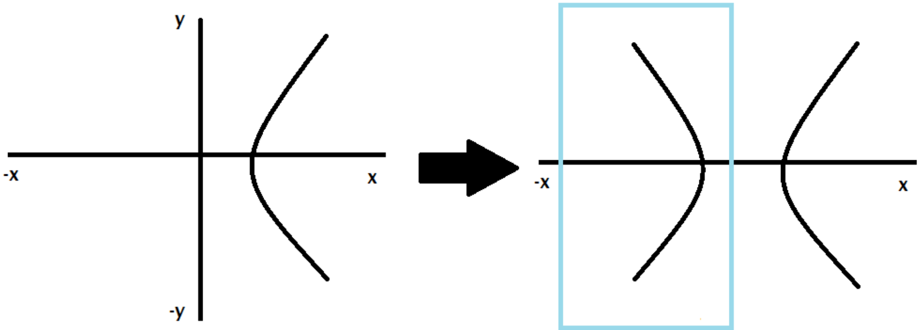

Ilustración 2 Simetría bajo reflexión.

En la Ilustración 2 se puede contemplar una simetría espacial poniendo un "reflejo" de una figura geométrica como una hipérbola manifestando que el reflejo da una figura completamente simétrica a la hipérbola, volviendo invariante el tamaño, la forma y la línea espacial. Asimismo, donde se ponga la fuente de reflejo se le llama "eje de simetría" en la cual se puede cumplir de igual forma si se pone en la coordenada x del plano cartesiano.

Descrito de forma matemática, se puede decir que dado el lugar geométrico de la hipérbola en el plano:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

se tiene que

$$(x, y) = (-x, y)$$

Siendo la parte izquierda las coordenadas originales, y la parte derecha el reflejo de las coordenadas de la hipérbola, que coinciden con la hipérbola.

Por otro lado, en física hay más ejemplos donde se manifiesta las simetrías. Uno de estos se puede dar por medio del principio de la relatividad de Galileo como se muestra en el fragmento tomado del trabajo de Rufino Lecea Blanco titulado "Relatividad y relativismo en la ciencia", "*Dos sistemas de referencia en movimiento relativo de traslación rectilínea uniforme son equivalentes desde el punto de vista mecánico; es decir, los experimentos mecánicos se desarrollan de igual manera en ambos, y las leyes de la mecánica son las mismas."* (Blanco, 2016, pág. 60)

De acuerdo con lo anterior, se puede decir que la física y los fenómenos físicos no tienen preferencias del sitio en el que se desarrolle el fenómeno. Es decir, no importa si se enciende un bombillo de luz en Colombia que, en Australia, el fenómeno será el mismo. Así mismo, si un sistema está en movimiento el fenómeno no cambia. Un ejemplo es lanzar una pelota hacia arriba dentro de dos sistemas diferentes: un sujeto (Sujeto 1) que se desplaza con velocidad constante, y otro que está en un estado estático. Suponga que hay una tercera persona que ve ambos fenómenos y desarrolla una gráfica que describe el desplazamiento de ambas situaciones.

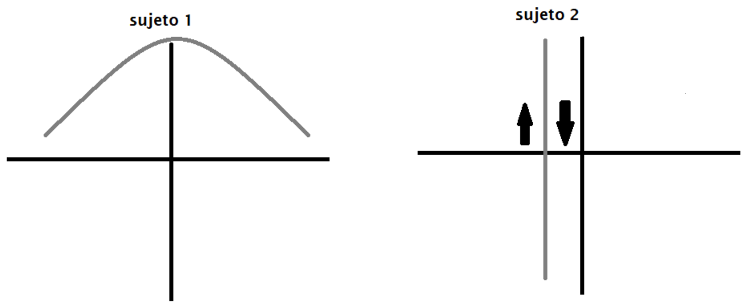

Ilustración 3 Observación de 2 sujetos respecto al mismo fenómeno

Como se observa en la Ilustración 3. A pesar de ser un mismo fenómeno (que es el de lanzar una pelota hacia arriba) se contempla dos diferentes tipos de movimiento, uno vertical y el otro parabólico. Es decir, que el hecho de describir el fenómeno por medio de un movimiento parabólico o de caída libre no implica que se hable de dos fenomenologías diferentes, es decir, son simétricos. Ambos tienen la misma velocidad inicial y velocidad final.

Otra forma de ver el mismo fenómeno es por medio de la siguiente gráfica.

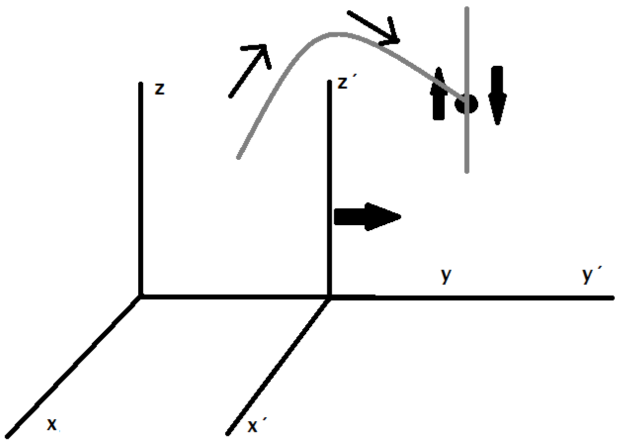

Ilustración 4 Fenómeno de caída libre bajo dos diferentes marcos de referencia.

La Ilustración 4 muestra exactamente lo mismo que se mencionó en el ejemplo anterior. Sin embargo, esta es la forma tradicional de describir el principio de relatividad de galileo. Por un lado, tenemos el marco de referencia que se encuentra en reposo (la que se describe con las coordenadas x, y, z) y otro marco de referencia que se encuentra en un movimiento con velocidad constante, que se describe con las coordenadas (x´, y´, z´) un marco de referencia en movimiento. Aquellas que describen exactamente un mismo fenómeno, pero con diferente punto de vista.

Por tanto, se puede comentar que la simetría tiene un amplio abordaje en la naturaleza, por este motivo puede ser desarrollado bajo teorías físicas, las cuales pueden cumplir con la misma condición.

1.3 BREVE DESCRIPCIÓN DE LA IDEA GAUGE

Para la comunidad científica, nunca ha sido un mito que dos de los pilares de la física contemporánea son la relatividad y el electromagnetismo, de las cuales se han desarrollado estudios y teorías contemporáneas y más completas, como es el caso de la electrodinámica cuántica o la relatividad general. Cada una va con sus respectivas evoluciones que se desarrollan al ritmo del transcurso del tiempo, que fortalecen mientras se intentan encontrar sus respectivos fallos argumentales, falta de evidencia empírica, entre otros aspectos.

La evolución del electromagnetismo no ha sido una excepción. Después del desarrollo de las ecuaciones de campo de Maxwell y sus fuertes descubrimientos y evidencias experimentales, hubo un obstáculo que tuvo que pasar dicha teoría y esa es la del problema de adecuarse los principios de la simetría como lo son las transformaciones de Galileo, aquello que teorías como la mecánica de Newton cumplía de forma satisfactoria.

Los científicos de la época propusieron 3 soluciones. La primera es que las ecuaciones de de Maxwell tuvieran alguna falla. La segunda es que puede que exista un marco de referencia distinto al de los demás donde se pueda cumplir las transformaciones de Galileo, y la tercera opción es que se deba modificar las transformaciones de Galileo, por una que sirva bajo cualquier marco inercial y bajo cualquier tipo de fenómeno (Vargas & Barrera, 2016).

Con el paso del tiempo y los aportes de los físicos de la primera década del siglo XX, la tercera opción fue la que optó la comunidad científica, desarrollando otro nuevo tipo de transformación denominadas transformaciones de Lorentz.

Por otro lado, uno de los intereses fundamentales que tuvo Einstein con respecto al desarrollo de la relatividad general fue en gran medida por las métricas propuestas por

Riemann, aquellas que describía como algo completamente intrínseco del espacio curvilíneo (Pedreros, 2020). Aquello que también se puede describir mediante los diagramas de Minkowski y que describe el comportamiento del espacio tiempo bajo la reacción de un objeto con masa.

Sin embargo, uno de los problemas fundamentales que aún existe con respecto a la teoría de la gravedad es el desarrollo y relación entre la métrica de la dinámica electromagnética con la métrica de la gravedad y por tanto lo que pase si pueden existir efectos electromagnéticos. De ahí se deriva el nacimiento de la simetría gauge (Oliveros, 2018).

La transformación gauge surge del interés de Hermann Weyl en 1918 de unificar las interacciones electromagnéticas y gravitatorias por medio de la búsqueda de una métrica que lograra unificarlas (Quigg, 1997). La transformación se inspira en el hecho de que la medida que se realice de una magnitud física es relativa (Rozo, 2016), es decir, que la manera de medir una magnitud física es intrínsecamente propia del observador y por ende, no necesariamente tiene que ser la misma.

No obstante, la complejidad de la interpretación geométrica daba como consecuencia que esta teoría no fuera tomada en cuenta por la comunidad científica de la época, haciendo que la simetría gauge pasara inicialmente desapercibida.

Sin embargo, esto no fue así todo el tiempo, ya que, Hermann Weyl logró aplicar la simetría gauge bajo las ecuaciones de Maxwell haciendo una nueva interpretación física de los fenómenos electromagnéticos que sirvieron de gran medida al desarrollo de la teoría posterior a este hecho.

Desde este momento la evolución de la idea gauge llega a tal punto, que las teorías contemporáneas de la física de partículas, como el modelo estándar, se fundamentan principalmente bajo conceptos como el "bosón de gauge" que se le atribuye ser el responsable de las dinámicas que ocurren bajo esos marcos cuánticos, como una interacción fundamental de la naturaleza. En el siguiente apartado se ampliará lo que representa la idea gauge en física con algunos ejemplos.

1.3.1. QUÉ IMPLICA EN LA FÍSICA LA APLICACIÓN DE IDEA GAUGE

Una manera de describir la idea gauge viene dada por el siguiente ejemplo: supóngase que un profesor desarrolla una actividad con los estudiantes que consta en medir la pendiente de un objeto en forma de un triángulo rectángulo sobre una misma superficie. El primer estudiante (que se nombrará observador 1 y el cual es zurdo) desarrolla la medición, la cual será denominada el intervalo (Δs) que se describe por las coordenadas (x, y, z) que gráficamente se denota de en la Ilustración 5.

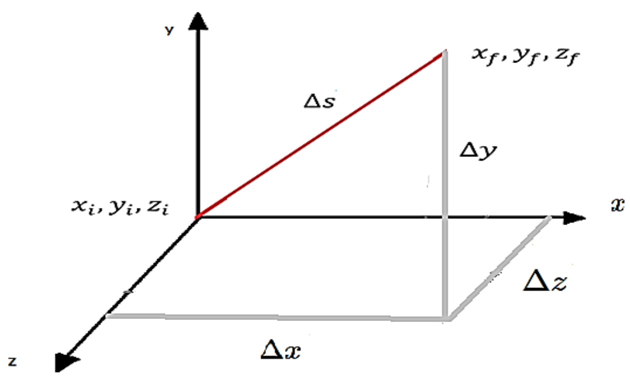

Ilustración 5 Intervalo entre dos puntos del espacio para el observador 1.

La manera habitual de medir el intervalo viene dada por la siguiente expresión (Rozo, 2016):

$$\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2 = \Delta s^2 \qquad (1)$$

Donde:

$$(x_f - x_i)^2 = \Delta x^2 \, ; \; (y_f - y_i)^2 = \Delta y^2 \;\; ;(z_f - z_i)^2 = \Delta z^2 \qquad (2)$$

Ahora, otro estudiante que será nombrado como observador 2 y el cual es diestro, por comodidad decide mover un poco objeto con respecto a la superficie y desarrolla la misma medición, descrita de la siguiente forma:

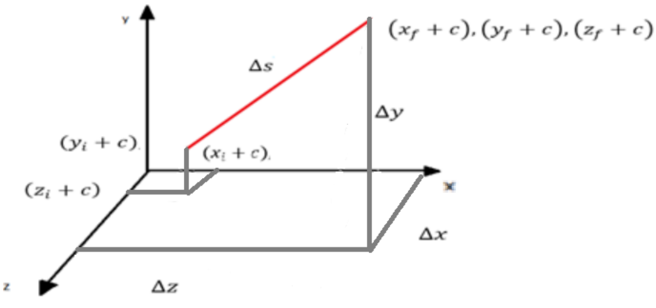

Ilustración 6 Intervalo entre dos puntos del espacio del observador 2

Como se observa en la Ilustración 6, el marco de referencia del estudiante diestro (observador 2) se corre una distancia C con respecto al observador 1. Lo anterior mencionado va descrito de la siguiente forma:

$$\left[\left((x_f + c) - (x_i + c)\right)^2\right] = \Delta x^2$$

$$\left[\left((y_f + c) - (y_i + c)\right)^2\right] = \Delta y^2$$

$$\left[\left((z_f + c) - (z_i + c)\right)^2\right] = \Delta z^2 \quad (3)$$

La diferencia entre los puntos iniciales y finales de ambos observadores van relacionados con respecto a una constante c, que generalmente es llamada “constantes de calibración” (Oliveros, 2018). Aquella que permite que no cambie la magnitud resultante. Es decir, se puede analizar la magnitud por medio de dos coordenadas que se relacionan de la siguiente manera:

$$\vec{r_i} \to \vec{r_i}' = \vec{r_i} + c$$

$$\overrightarrow{r_f} \rightarrow \overrightarrow{r_f}' = \overrightarrow{r_f} + c \quad (4)$$

Aquellas que describen una magnitud $\vec{r}$ que, para el observador 1 tiene componentes de tipo:

$$\vec{r} = (\overrightarrow{r_i}(x_a, y_a z_a), \overrightarrow{r_f}(x_b, y_b, z_b))$$

Mientras que, la magnitud del observador 2 se describe por las componentes:

$$\vec{r}' = (\overrightarrow{r_i}'(x_a', y_a' z_a'), \overrightarrow{r_f}'(x_b', y_b', z_b')$$

Por tanto, lo que se desarrolla en la ecuación (4) es una transformación de coordenadas del observador 1 al 2 que no cambia la magnitud (Rozo, 2016). Este tipo de transformación se le conoce como "invariancia gauge global" debido a que la constante aplicada es un escalar. Si la constante de calibración fuera una variable y se conservara la invariancia en la magnitud, entonces sería una "invariancia gauge local" ya es independiente del observador, como ocurre en el capítulo 2 con las ecuaciones del electromagnetismo.

Además de lo anterior, la simetría gauge ha tenido repercusión en las teorías electromagnéticas, las cuales hace uso de la noción de los potenciales para desarrollar una nueva visión de los eventos electromagnéticos que son usados para dar analogías más completas, sin que estos sean incoherentes con las descripciones tradicionales dadas por las ecuaciones de Maxwell.

Por otra parte, se tiene que en la naturaleza existen 4 fuerzas fundamentales, lo que conlleva a que todos los fenómenos vistos en la naturaleza se puedan describir por medio de 4 interacciones. Un ejemplo puede ser el contacto entre dos cuerpos, el cual se puede explicar por medio de las interacciones eléctricas entre los átomos (que en su capa externa se compone de electrones) efectivas con respecto a la cercanía que estos estén.

De forma que las 4 fuerzas fundamentales se establecen como: la fuerza nuclear fuerte, fuerza nuclear débil, fuerza electromagnética y la gravitatoria. La fuerza nuclear fuerte es la interacción responsable de la estabilidad nuclear del átomo, a pesar de que en el núcleo atómico se concentren neutrones y protones. Es decir, una fuerza opuesta a la interacción electromagnética, pero particularmente una interacción con mayor intensidad siendo principalmente de atracción dada por una dinámica resultante que se da entre los quarks que forman parte del protón. La interacción débil se puede describir como la interacción responsable de las desintegraciones de diversos elementos de la naturaleza las cuales no pueden ser explicados por medio de las otras 3 interacciones.

Sin embargo, con la interacción gravitatoria a pesar de ser una de las interacciones más experimentada de la naturaleza junto a la fenomenología electromagnética, su cuantización ha sido uno de los retos más complejos que ha enfrentado la comunidad científica. Uno de los motivos radica en intensidad de fuerza, la cual también es llamada como constante de acoplamiento, que complica el desarrollo de un sistema cuántico en el que la gravedad sea relevante.

Bajo este mismo orden de ideas, también existe una interacción electromagnética que es responsable de cualquier fenómeno visto visualmente en la naturaleza, como lo puede ser la interacción entre cargas, los campos magnéticos, el contacto físico, el fuego, el color, etc.

Lo anterior dicho viene ligado a que la base matemática que sustenta estas interacciones (sin contar la gravitatoria) es por medio de elementos que son llamados como “bosones gauge” que se desarrolla bajo la matematización de la simetría gauge aplicado en diversas teorías físicas.

1.3.4. LA ESTRUCTURA ATÓMICA COMO EVIDENCIA DE LA IDEA GAUGE

El cuestionamiento acerca del comportamiento y naturaleza de la materia ha evolucionado con el paso del tiempo. Desde los tiempos donde se creía que la naturaleza de la materia tenía una forma continua, sin orificios o huecos, princialmente desarrollada por los griegos desde Aristóteles. Pero también existió una forma de ver la naturaleza de la materia por medio de la discontinuidad, idea liderada por Demócrito y Leucipo. Aquellos intelectuales que creían que la materia no era continua, sino discontinua; Es decir, que la materia tenía un limitante, un punto donde la materia no se podía dividir. De ahí nació lo que hoy conocemos como átomo, aquello que significa "indivisible".

El concepto de átomo se fue desarrollando de formas más novedosas y complejas en los siglos más recientes, pasando por lo aportes de John Dalton, J. J. Thomson, Ernest Rutherford, Niels Bohr, Arnold Sommerfeld, Erwin Schrödinger, entre otros. Dando así cada vez una nueva forma a la "imagen" del átomo; una parte de la materia que se compone por un núcleo formado por protones y neutrones en el que rota electrones a una gran distancia (tomado del modelo de Bohr).

Uno de los problemas que abarca el modelo atómico viene dado por la estabilidad de este. Si se sabe que dos partículas de igual carga se repelen, ¿Cómo es que los protones se concentran en una pequeña zona sin distanciarse? La respuesta la daría la interacción nuclear fuerte. Siendo una interacción de acción mucho más fuerte que la interacción electromagnética pero que en el modelo atómico actúa de forma opuesta. Es decir, si dos cargas positivas (protones) se encuentran a una distancia corta y no se repelen de forma electromagnética, esto implica que existe una interacción opuesta a la electromagnética, pero con una fuerza mucho mayor.

Así mismo, uno se puede cuestionar, ¿Cuál es la relación de la simetría gauge con lo anterior mencionado? La respuesta la puede dar la estabilidad del núcleo atómico y su responsable, la fuerza nuclear fuerte. Existieron muchos científicos que postularon diversas soluciones sobre la estabilidad del núcleo, donde Heinsenberg con su modelo del isospín enfatiza principalmente que las interacciones entre el protón y el neutrón se ejerce de igual forma, Yukawa con su creación de una partícula llamada "Pión" la cual se comparte en el núcleo atómico y sus propiedades son antagónicas a las propiedades de la luz; si la luz era una fuente de energía sin masa y de alcance infinito, el pión sería de alcance bajo y macizo.

Además de los científicos anteriormente mencionados, hubo una postura, la más importante que fue dado por los científicos Chen Ning Yang y Robert Mills que tomó las ideas de Heinsenberg con su explicación de isospín, pero relacionando sus invariancia de interacciones por medio de rotaciones de partículas, siendo por ejemplo, las rotaciones de los protones en dirección hacia la derecha, mientras que la de los neutrones hacia la izquierda, cancelando sus cantidades de movimiento, todo por medio de algo que se nombra como gauges isotrópicos, aquellos que representan de forma matemática las conservación de momentum (isospín) por medio de transformaciones gauge SU(2) (Oliveros, 2018)

Por una parte, no debería ser rimbombante observar que la teoría de grupos gauge aparece en la explicación de diversas dinámicas. Así mismo como ocurre en la teoría de Yang-Mills, en la teoría de dinámica entre quarks se puede desarrollar bajo la teoría de grupos gauge no abeliana SU(3) (Valdés, 1995) y es aquella que nos estipula todos los estados que puede tener un sistema de 3 quarks (tomando en cuenta la cantidad de quarks que posee el protón). (Para ampliar el significado de Grupos U(N), se puede leer el Anexo 3)

Es importante reconocer que la simetría gauge es una herramienta de vital importancia para el desarrollo de la dinámica contemporánea y que se considera pertinente generar estudios que faciliten el conocimiento de esta temática y su forma de enseñarla.

Para finalizar, es relevante desarrollar un estudio sobre estas ramas de la física dentro de un aula de clases, debido a que es una forma contemporánea de ver el estudio de la física y la forma de observar la naturaleza.

1.4 SOBRE LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LA FÍSICA MODERNA.

En el presente apartado se abordan algunos aspectos relevantes para dar cuenta de la enseñanza de la mecánica cuántica en los escenarios de la educación superior con el animo de mostrar la importancia y las implicaciones del presente trabajo en los escenarios académicos.

1.4.1 ¿POR QUÉ ENSEÑARLA?

Es relevante iniciar con el contexto y el por qué se debería enseñar física moderna para así también abarcar la física contemporánea, ya que se constituye en la base teórica que está sustentando y estudiando el presente trabajo, enmarcada principalmente sobre sistemas cuánticos. Es importante resaltar que el presente trabajo y las temáticas aquí abordadas se encuentran dirigidas a estudiantes que cursen la carrera de licenciatura en física y tenga conocimientos previos sobre física y cálculo ya que como se indicó en la problemática, se podrían interesar en este tipo de temáticas.

Frente a la enseñanza de la física moderna existe una preocupación en Latinoamérica por llevar estos temas al aula no solo a nivel universitario sino también a nivel del colegio, como se presenta en el trabajo desarrollado por Eduardo Miguel Gonzales, Zulma Estela

Muños Burbano (docentes de la Universidad Nacional De Córdoba, Argentina) y además Jordi Solbes (docente de la Universidad De Valencia, España) titulado como *"La enseñanza de la física cuántica: una comparativa en tres países"* donde se hace una alusión acerca de esta temática, señalando cinco razones por las cuales se debería introducir la enseñanza de la mecánica cuántica tanto en un contexto colegial secundario, como en la formación de docentes.

Así mismo, una investigación dada por la autora Catalina Milena Macías Foronda, en su trabajo titulado *"La experimentación mental en la formación de maestros de ciencias: Una alternativa para la enseñanza de la física moderna en la escuela".* Hace una investigación similar al otro artículo. Sin embargo, detalla también la labor de la formación profesional de docentes.

Todas aquellas investigaciones anteriormente mencionadas, detallan lo siguiente:

1. "El desarrollo de un pensamiento científico". En este ítem se plantea que solucionar problemas por medio de sistemas complejos y desafiantes, puede dejar como consecuencia el constante auto cuestionamiento y la nueva reformulación de modelos que intenten explicar las problemáticas. En este caso se puede establecer un puente que cierre la brecha entre el conocimiento clásico y el conocimiento cuántico, permitiendo la flexibilización de conocimientos para acercarse desde los contextos educativos a la labor del científico.

2. "El entendimiento de la naturaleza" en este caso los autores proponen que el comprender acerca de la composición de la materia y sus fenómenos permite abarcar conocimientos interdisciplinares que fomenten el auto cuestionamiento de las teorías clásicas y su explicación absolutista de la naturaleza. Desde esta perspectiva se abre la puerta para analizar los fenómenos a partir del marco de la física, siendo más precisa, la de la física moderna.

3. “En el desarrollo tecnológico y social”. En este punto el autor hace alusión principalmente en las herramientas tecnológicas habituales como los celulares, televisores, láser, entre otros. Además, entre diversas otras herramientas tecnológicas de diferentes áreas usadas como en la salud, biología, astronomía, entre otros.
4. En el cuarto ítem, se comenta acerca del uso del conocimiento científico como alternativa de desmentir mitos que afectan de forma negativa en la sociedad como la pseudociencia.
5. Para relacionar la educación de la física moderna a un modo que no sólo se reduzca a un elemento de cumplimiento curricular sino algo que puede ser abarcado bajo un contexto colegial.

A continuación, se plantea otro punto adicional dado por el autor de este trabajo de investigación:

6. “Porque es llamativo”. En este item se plantea acerca de las temáticas y sistemas que se pueden abarcar y explicar por medio de la cuántica puede resultar interesante por sus posturas innovadoras y revolucionarias que genera un ambiente de discusión y auto cuestionamiento.

Lo anterior hace una reflexión acerca del estudiante y de su contexto. Comprender el desarrollo del método científico, sus aplicaciones, sus efectos en la sociedad y el fortalecimiento intelectual, hacen que este conocimiento sobrepase más del contexto del estudiante sin dejar a un lado los intereses de este.

Adicionalmente, otra razón por la cual se debería enseñar física moderna se da por la nueva forma de comprender el cómo funciona la ciencia, lo cual hace evidentes novedosas alternativas de ver el mundo y abrir el pensamiento para nuevos conocimientos. Si se toma como base a las nuevas formas de pensar que promueven la ciencia y la física actual, aquellas que tienden a generar revoluciones que fomenta la autocuestionamiento y el incentivo de motivar al estudiante, permitiéndole reconocer que el mundo puede ser tan misterioso y sorprendente al punto de violar principios lógicos para nuestra vida cotidiana.

Cabe reconocer que el estudio de física moderna y contemporánea involucra otros campos que tienen gran importancia en términos de desarrollos tecnológicos sociales y cognitivos, aquellas que pueden repercutir en nuevas herramientas que puedan ser de utilidad con respecto a las necesidades humanas dadas por medio de innovaciones. Por otro lado, es reconocible que todo acto cognitivo y tecnológico afecta a una sociedad, por este motivo, es natural observar que la forma de pensar del ser humano evoluciona a medida que pasa el tiempo, cuya forma de pensar construye una sociedad con diferentes posturas ideológicas y cultura que puede tender a ser más científico.

La física moderna y contemporánea no debe ligarse únicamente a un ámbito científico porque las razones mencionadas anteriormente manifiestan que la física involucra también a una sociedad, y eso es algo importante que se debe tener en cuenta. ¡La física puede ser para todo el mundo!

1.4.2 ¿CÓMO ENSEÑARLA?

Una pregunta común que un docente se puede hacer es: "¿Cómo se puede enseñar una ciencia que viola los principios de la lógica humana que vivenciamos en nuestra vida rutinaria?" (PEÑA, 2013). Por este motivo, una alternativa para enseñar mecánica cuántica viene dada por las posturas de los autores Marcelo Arlego (docente del Instituto De Física La Plata, Argentina), María Rita Otero y María de los Ángeles Fanaro (docentes de la Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires, Argentina), en su trabajo titulado "Investigación y desarrollo de propuestas didácticas para la enseñanza de la física en la escuela secundaria: nociones cuánticas".

Así mismo, también se toma las analogías de la autora Catalina Milena Macías Foronda, mencionada anteriormente, en lo que se detallan lo siguiente:

1. La enseñanza por medio de preguntas. En esta parte los autores hacen hincapié acerca de un punto fundamental y algo que se debe enfatizar principalmente en la enseñanza de cualquier rama de la física moderna y contemporánea, es precisamente enseñar por medio de preguntas y no de respuestas, el generar un ambiente que se concentre en la formulación de cuestiones con "sentido" puede generar respuestas más retroalimentativas que mejoran el proceso de aprendizaje del estudiante.

2. Según los autores, en esta parte hace énfasis acerca de las razones por la cual se debe enseñar mecánica cuántica con cuestiones tipo "¿para qué nos sirve en la sociedad?" es una pregunta que hay que abordarla para entender su importancia.

3. Además, desde el documento se plantea que es importante desarrollar una metodología de enseñanza que converja en reflexiones significativas al estudiante, aquello que requiere de preguntas puntuales y estratégicas que pueden ligarse al estudio de otros sistemas en la física e inclusive a estudios más interdisciplinares, algo que se le debe de mostrar al estudiante.

4. Un punto importante que se detalla en los trabajos de investigación es acerca de reconocer que tanto la mecánica cuántica como cualquier otro modelo moderno y contemporáneo tiene sus limitaciones y cuestiones que no logran responder en su totalidad y da la oportunidad de tener presente que el conocimiento humano no ha llegado a su fin y da oportunidad a conocer nuevos modelos que mejoran los

modelos anteriores, haciendo un conocimiento más amplio y abierto para los interesados.

A continuación, se plantea otro punto adicional dado por el autor de este trabajo de investigación:

5. Un aspecto relevante se detalla es por medio de la dependendencia de la población con la que se decida enseñar cualquier rama de la física moderna y/o contemporánea, se requiere manejar una enseñanza que vaya al ritmo de los conocimientos previos de los interesados. Además de esto, el modo con la que se maneje la enseñanza debe ser de índole lineal. Es decir, desarrollar un conocimiento por medio de conocimientos consecuentes y posteriores al anterior, todo esto excluyendo los términos no conocidos y sin explicación alguna.

Todo lo anterior detalla acerca de que la forma en la que se debería enseñar la física moderna y tiene que ir en relación con darle un sentido a lo que se está estudiando, aquello que puede ir acompañado con desarrollos que no generen preguntas sin responder, reconocer las capacidades de los estudiantes y los beneficios que da el estudiar estas ramas de la física.

Además, el autor de este trabajo de investigación considera que se debe destacar que:

existen diferentes formas de, de que un estudiante defina de diferente forma un mismo fenómeno, el cual no se desliga ni contradice a una definición científica es una forma de reconocer que su postura está en lo correcto y debe ser reconocido y motivado. Definir con diferentes palabras una misma concepción fomenta diversas actividades retroalimentativas como el debate, el reconocimiento intelectual del prójimo, el contemplar una perspectiva diferente, es decir, generar un ambiente que fomente el desarrollo preguntas por parte de los estudiantes.

La enseñanza de la física moderna y contemporánea puede conllevar a un conocimiento que nutra diversas formas de pensar y también fomente nuevas formas de pensamiento, aquellas que conlleven a una mejora en la manera de reflexionar y aprender acerca de la naturaleza y mucho más. Algo que no solo se enfatiza al aprendizaje como algo de un solo individuo, sino también de una comunidad que en sí misma desarrolla y fortalece el aprendizaje individual.

Por todo lo anterior dicho se puede decir que la aplicación de la transformación gauge no sólo puede relacionarse bajo conceptos netamente matemáticos, sino también físicos, los cuales pueden desarrollarse bajo un marco que fomente y facilite el entendimiento de los estudiantes y le encuentren algún sentido estudiar esta temática.

Para concluir, la enseñanza de la idea gauge puede contener los elementos anteriormente mencionados. Reconocer los fundamentos e importancia bajo el contexto de la mecánica cuántica y de partículas, manifestar la importancia de enseñarlo para la formación docente como una alternativa de flexibilizar y reconocer los alcances de la formación docente y sus cambios que puede ejercer en la sociedad. Así mismo, para un mejor entendimiento, se desarrolla la parte matemática bajo una modalidad lineal y entendible para los estudiantes. Aquello que se desarrolla en los siguientes capítulos.

CAPÍTULO 2: UNA MIRADA EN TORNO AL CONCEPTO GAUGE EN ELECTROMAGNETISMO CLÁSICO

Este capítulo se enfatiza principalmente en la aplicación de la idea gauge en las ecuaciones de la electrodinámica con el fin de describir una nueva alternativa para los fenómenos eléctricos y magnéticos bajo conceptos como los potenciales, lo cual no cambia la fenomenología descrita por las ecuaciones de Maxwell.

2.1 CONTEXTO ELECTROMAGNÉTICO (USO DE POTENCIALES)

El electromagnetismo ha tenido un desarrollo bastante interesante a lo largo de la humanidad. Desde la experimentación propia de Tales de Mileto en 600 a.c mientras observaba las propiedades que tenía el ámbar cuando se le frotaba con seda, dando una fenomenología magnética.

Así mismo, se pueden señalar los aportes de diversos científicos como William Gilbert que en 1600 reconoce que la tierra tiene propiedades de imán, Benjamín Franklin que logró reconocer los dos diferentes tipos de cargas, Agustin Coulomb con su aporte con la ley de Coulomb para dar cuenta de la interacción entre cargas, Frederick Gauss desarrollando su teorema de divergencia, Hans Oersted que logró aportar acerca de que una corriente eléctrica puede generar fenómenos magnéticos, Andre Ampere que inventó el solenoide que funciona como un elemento para producir campos magnéticos, George Ohm con su respectiva ley de Ohm, Faraday, con su aporte acerca del término de campo, y generar electricidad por medio de un fenómeno magnético y finalmente Maxwell con sus famosas ecuaciones de Maxwell que describen la electrodinámica. (Galicia, Martinez, Tinajero, Parra, López, Olmos, 2011)

Uno de los elementos más importantes en relación con el electromagnetismo es el concepto de potencial. Sin embargo, existe diversas interpretaciones acerca de la definición de potencial. Por ejemplo, tomando en cuenta los textos de Física Conceptual (Paul G. Hewitt, 2007) en la que define el potencial por medio de una interpretación energética que tiene dependencia de la carga eléctrica de la partícula cuando este está envuelto en un campo eléctrico. También se encuentra la relación con el concepto de voltaje que se presenta en las deducciones de Ohm, de este modo lo define el texto titulado "Física Universitaria con física moderna, decimosegunda edición volumen 2, de Sears, Zemansky, Young y Freedman", (Hernández, 2021).

Bajo el mismo orden de ideas, una de las interpretaciones de potencial en la que se basa este trabajo de investigación es por medio de la definición dada por Maxwell en su texto titulado "Electricidad y Magnetismo" que consiste en lo siguiente:

> Si un pequeño cuerpo que lleva una pequeña carga "e" se mueve desde un punto dado A a otro B a lo largo de una dada trayectoria, experimentará en cada punto de su trayecto una fuerza R_e, donde R varía punto a punto de la trayectoria. Sea el trabajo total hecho sobre el cuerpo por la fuerza eléctrica total E_e, entonces E se llama la fuerza electromotriz total a lo largo de la trayectoria AB. Si la trayectoria se hace un circuito completo, y si la fuerza electromotriz total alrededor del circuito no se anula, la electricidad no puede estar en equilibrio, sino que se producirá una corriente. Por lo tanto, en electrostática la fuerza electromotriz total a lo largo de cualquier circuito cerrado debe ser cero, de tal manera que, si A y B son dos puntos del circuito, la fuerza electromotriz total desde A a B es la misma a lo largo de cualquiera de los dos caminos en los que se parte el circuito y dado que cualquiera de ellos puede ser alterado

independientemente del otro, la fuerza electromotriz total desde A a B es la misma para todas las trayectorias desde A a B.

Si B se toma como punto de referencia para todos los otros puntos, entonces la fuerza electromotriz desde A a B se llama el potencial de A. Depende solo de la posición de A. En investigaciones matemáticas B se toma generalmente a una distancia infinita de los cuerpos electrificados" (Maxwell, 1954. p. 24-25)

Se puede decir que Maxwell relaciona el concepto de potencial por medio de la fuerza electromotriz, aquella que se asocia principalmente a las trayectorias que encuentra dentro de un sistema de cargas. Algo similar como ocurre con la energía potencial que depende en gran medida de la posición del cuerpo a su respectivo campo gravitatorio. En el caso del potencial eléctrico o, dicho en otras palabras, Potencial, sería con el respectivo campo electromagnético.

Detallar la relevancia de los potenciales viene dado a que la formulación gauge en las ecuaciones de Maxwell se fundamentan principalmente a una visión por medio de los potenciales de los efectos electromagnéticos, aquellos que requieren de una aplicación de la idea gauge para ser compatibles con las ecuaciones de campo originales. Aquello que se manifiesta a continuación.

2.2 LA IDEA GAUGE EN EL CONTEXTO ELECTROMAGNETICO

Las ecuaciones de Maxwell fueron una gran contribución por James Clerk Maxwell que describe en su totalidad los fenómenos electromagnéticos centrándose principalmente no por la dinámica entre cargas sino por los comportamientos de los campos, es por ese motivo que se nombran como "las ecuaciones de campo de Maxwell". Aquello se describe por medio de 4 ecuaciones fundamentales:

La primera ecuación se nombra como Ley de Gauss, la cual explica que las cargas eléctricas afectan y son generadoras de un campo eléctrico. Siendo la propiedad de ellas mismas como si fuese las responsables si de la dirección que posee un campo eléctrico. Es decir, si el campo eléctrico es un sumidero o un pozo, significa que la carga es negativa. Mientras que, por otro lado, si la carga es positiva, significa que el campo eléctrico es una fuente, así mismo como lo muestra la Ilustración 7.

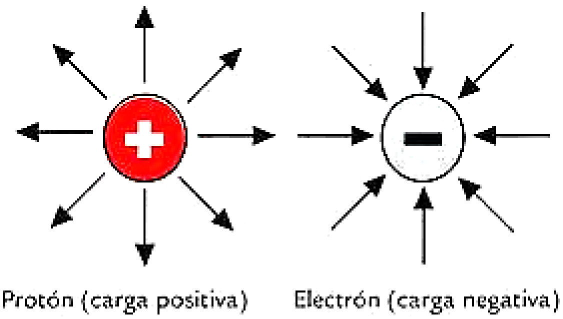

Ilustración 7Campos eléctricos de una determinada carga. Imagen tomada de la página https://instalacioneselctricasresidenciales.blogspot.com/2016/01/cargas-electrostaticas.html

Una forma matemática de describir lo anterior mencionado es:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \qquad (4)$$

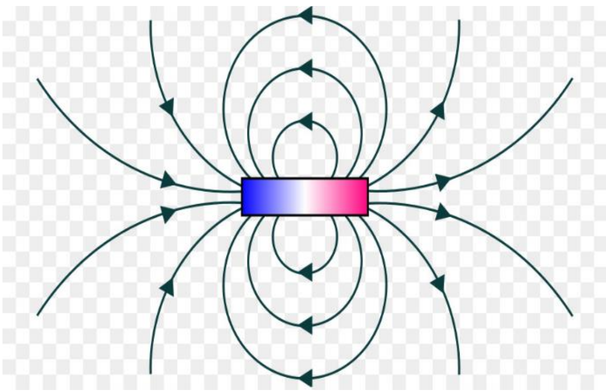

Ilustración 8 las direcciones del campo magnético. Imagen tomada de la página https://www.freepng.es/png-qnnqxi/

Una forma matemática de describir lo anterior mencionado es:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \qquad (5)$$

Si se analiza la ecuación (4) y se relaciona con la ecuación (5) se puede deducir que la segunda ecuación de Maxwell afirma que no existe una "carga magnética" que generen campos magnéticos que estén apuntando en dirección contraria o en dirección al centro, sino que los campos magnéticos se cierran sobre sí mismos. Así como ocurre con el campo magnético del imán como se verá en la siguiente imagen (Ilustración 8).

La siguiente ecuación de Maxwell se le conoce como La ley de Faraday. Como se ha mencionado anteriormente Faraday fue uno de los científicos que logró relacionar un efecto magnético con uno eléctrico. Es decir, la variación del campo magnético ($\frac{\partial B}{\partial t}$) genera un campo eléctrico.

Lo anterior mencionado se describe por la tercera ecuación de Maxwell que se describe de la siguiente forma:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \qquad (6)$$

Y, por último, si en la anterior ecuación, se describe la creación de un campo eléctrico por la variación de un campo magnético, aquí ocurre lo contrario la circulación de cargas eléctricas generan un campo magnético. A esta ecuación se le conoce como ley de Ampere. Y se denota de la siguiente forma:

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \qquad (7)$$

Estas son las ecuaciones que tradicionalmente se presentan en los cursos de electromagnetismo. Ahora, en vez de desarrollar la teoría electromagnética por medio de la interpretación de campos, se puede estudiar el sistema por medio del uso de potenciales propuesta por Maxwell. Por este motivo, en vez de utilizar las variables eléctricas y magnéticas ($\vec{E}$ y $\vec{B}$), el sistema se desarrolla por medio de sus potenciales ($\vec{A}\,(r,t)$ y

$\emptyset\,(r,t)$) que, por propiedades vectoriales se puede relacionar ambos conceptos por medio de la siguiente forma:

$$\vec{\nabla} \times \vec{A} = \vec{B} \qquad (8)$$

Por este motivo, al relacionar la ecuación (5) con la ecuación (8) daría el siguiente resultado:

$$\nabla \cdot \left(\vec{\nabla} \times \vec{A}\right) = 0 \qquad (9)$$

Por otro lado, si se toma el campo magnético mediante su definición a través del rotacional del campo A la ecuación (6) se puede escribir como:

$$-\frac{\partial\left(\vec{\nabla}\times\vec{A}\right)}{\partial t} = \nabla \times E \qquad (10)$$

Despejando la parte derecha de la ecuación y sacando factor común de la divergencia, teniendo en cuenta (5) daría:

$$\nabla \times \left(\vec{E} + \frac{\partial\,\vec{A}}{\partial t}\right) = 0 \quad (11)$$

$$\left(\vec{E} + \frac{\partial\,\vec{A}}{\partial t}\right) = \nabla\emptyset \ (12)$$

La deducción anterior mostrada es debido a que el rotacional del campo eléctrico es conservativo, por consecuente su valor es cero. Así mismo, por propiedades vectoriales, el campo eléctrico puede ser descrito por medio de una divergencia cuyo valor es diferente a cero, en este caso se expresaría por medio de la expresión escalar "$\nabla\emptyset$" la cual se desarrolla por medio de un rotacional. (Oliveros, 2018)

$$\vec{E} = \nabla\emptyset - \frac{\partial\,\vec{A}}{\partial t} \qquad (13)$$

Teniendo en cuenta la nueva relación de los campos E y B bajo los potenciales ($\vec{A}(\mathrm{r},\mathrm{t})\ y\ \emptyset(r,t)$) , se puede hacer una recalibración a las funciones potenciales, por medio de un nuevo elemento llamado como “Derivadas covariantes” (Recomendable ver el anexo 4 para ver otro ejemplo donde se muestra el uso de esta estrategía):

$$\vec{A}' = \vec{A} + \nabla\chi$$
$$\emptyset' = \emptyset + \frac{d\chi}{dt} \quad (14)$$

Siendo $\chi(r,t)$ un campo escalar. Bajo esta nueva recalibración de las variables A y $\emptyset$ se puede reemplazar la nueva función del campo eléctrico, aquella que se describe de la siguiente manera:

$$\vec{E}' = \nabla\emptyset' - \frac{\partial \vec{A}'}{\partial t} \qquad (15)$$

Reemplazando las variables ($\vec{A}'(\mathrm{r,t})$ y $\emptyset'(r,t)$)por las ecuaciones (14), daría:

$$\vec{E}' = \nabla(\emptyset + \frac{d\chi}{dt}) - \frac{\partial(\vec{A} + \nabla\chi)}{\partial t}$$
$$\vec{E}' = \nabla\emptyset + \frac{\nabla d\chi}{dt} - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \frac{\partial \nabla\chi}{\partial t}$$
$$\vec{E}' = \nabla\emptyset - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$

Comparando la anterior ecuación con la ecuación (13) se establece que el campo eléctrico sigue invariante bajo la transformación gauge, $\vec{E} = \vec{E}'$.

Con respecto a lo que se ha desarrollado anteriormente, se puede evidenciar que la transformación desarrollada por la deducción (14) mantiene las mismas propiedades del campo eléctrico.

De igual forma se realiza con el campo magnético partiendo de la ecuación (2.6):

$$\nabla.\left(\nabla \times \vec{A}\right) = 0$$

Ahora se hace la recalibración deducida en (14) que da lo siguiente:

$$\nabla \cdot \left(\nabla \times \left(\vec{A} + \nabla\chi\right)\right) = \vec{B}'$$

$$\nabla \cdot \left(\nabla \times \vec{A} + \nabla \times \nabla\chi\right) = \vec{B}'$$

Por propiedades de divergencia, $\nabla \times \nabla\chi = 0$, se tiene:

$$0 = \nabla \cdot \left(\nabla \times \vec{A}\right) = \vec{B}'$$

Generando como resultado un campo magnético invariante con la transformación Gauge

$$\vec{B} = \vec{B}'$$

Esto implica que la descripción de los fenómenos electromagnéticos se pueden describir por medio de las funciones de $\left(\vec{B}, \vec{E}\right)$ o también por medio de las funciones $\left(\vec{B}', \vec{E}'\right)$ descrito por los potenciales $\left(\vec{A}, \emptyset\right)$.

2.3 CONSECUENCIAS DE LA IDEA GAUGE EN EL CONTEXTO ELECTROMAGNÉTICO

Con respecto al desarrollo mostrado, se puede analizar lo siguiente lo siguiente:

1. Los fenómenos electromagnéticos se pueden describir de dos formas, por medio de las ecuaciones convencionales de campos, o por medio de los potenciales. Esto es debido a que anteriormente se demostró que ambas estructuras son simétricas. Es decir, $\left(\vec{B}, \vec{E}\right)$=$\left(\vec{B}', \vec{E}'\right)$.
2. A pesar de resaltar el uso de los potenciales para la descripción de los fenómenos de campos, esto no implica que se tengan que cambiar o que hayan cambiado las leyes de la física (Zambrano, Sánchez, & Morales, 2003). El motivo de esto es que la invariancia que nos dio por medio de la aplicación de la idea gauge conllevó a decir que ambos sistemas son la descripción diferente de un mismo fenómeno que no conlleva a invariancias entre ellas. Es decir, la descripción de potenciales no conlleva a cambiar la física electromagnética.

3. La invariancia dada de forma convencional entre las ecuaciones de campo y las ecuaciones potenciales no se pudo haber dado sin la aplicación de la simetría gauge que, de igual forma es viable.
4. La implementación de la idea gauge es aplicada haciendo uso de potenciales electromagnéticos, dichos potenciales no se pueden interpretar como una magnitud físicamente observable, sin embargo, permiten el desarrollo de las ecuaciones sin generar ninguna variante en los campos Eléctrico y Magnético (Sánchez, José, 2014).
5. Uno de los beneficios del uso de la nueva estructura es debido a que los potenciales usados para el estudio de los campos pueden ser tomados al libre albedrío del físico. Algo en lo que desarrolló en el capítulo anterior con la magnitud de una línea que une dos puntos del espacio.
6. Haciendo uso de los potenciales $(\vec{A}, \emptyset)$ y dándole un carácter tensorial, se puede obtener el tensor electromagnético, que es muy importante para el desarrollo de la lagrangiana de Dirac, la cual es de gran importancia para obtener las ecuaciones de la electrodinámica cuántica

CAPÍTULO 3: UNA MIRADA DEL ELECTROMAGNETISMO Y LA SIMETRÍA GAUGE BAJO EL CONTEXTO DE LA CUÁNTICA

El desarrollo de la mecánica cuántica ha ido de la mano con respecto a la evolución del modelo atómico. Empezando desde el modelo atómico de Rutherford (el modelo planetario) en el que una de sus principales debilidades era por su estabilidad. Esto se debe a que, por medio de acciones electromagnéticas, los electrones y protones deben de atraerse rompiendo el modelo atómico.

Por ese motivo, Bohr logró indagar el modelo atómico para así dar una explicación al modelo de Rutherford pero dando unos parámetros algo confusos en la época. Uno de ellos era de que los electrones se encontraban en orbitas determinadas que se diferenciaban entre ellas por medio de dos puntos. El primero es por su distancia con respecto al núcleo atómico, y el segundo es por la energía que posee la órbita, siendo la órbita más cercana del núcleo la de menor energía, y la más lejana como la de mayor energía. Es decir, que más cerca del núcleo atómico, menos energía tendrá y, por consecuente no interaccionará electromagnéticamente. (Fritsch, 1984)

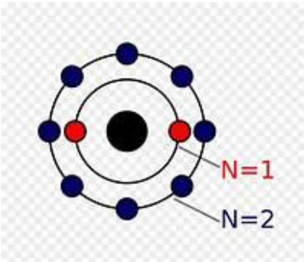

Ilustración 9 Modelo atómico de Bohr, imagen tomada de la página https://www.freepng.es/png-ewu6e5/

Entonces tomando como referencia la ilustración 9 se comentaría que en la órbita 1 (N=1) es donde estaría el electrón en un estado de menor energía, explicando así la estabilidad del modelo atómico de Rutherford. Sin embargo, si se analiza a mayor profundidad, la posición del electrón sólo puede ser en cierta para órbitas en específico, como si no existiese una órbita entre la primera y la segunda (como N=1.5). Esto significa que para pasar de la órbita 1 a la 2 o viceversa, el electrón se “teletransportaría” de una órbita a otra, iniciando uno de los fenómenos cuánticos de la materia.

En este punto cabe mencionar algunos de los científicos que abren paso al estudio de la mecánica cuántica que luego decantaría en el uso de la invariancia gauge para dar cuenta de los fenómenos que ocurren en el estudio de las partículas. Inicialmente se tiene a uno de los fundadores de la mecánica cuántica, Max Planck, quien postuló la cuantización de los fotones para explicar el fenómeno de emisión de radiación que ejerce la materia. Así mismo Albert Einstein, con su famoso trabajo sobre el efecto fotoeléctrico, relacionó dos conceptos fundamentales como lo es la luz y los fenómenos electromagnéticos. Bajo este mismo orden de ideas, científicos como Stern y Gerlach aportaron al mundo de la física un nuevo número cuántico intrínseco de las partículas que se llama “spín”. Otros científicos como Heisenberg con su principio de incertidumbre, reconoce las complejidades de la mecánica cuántica haciendo que un sistema de una partícula sea imposible determinar con exactitud dos variables dinámicas que posee al mismo tiempo, como lo es el momentum y la posición. Haciendo que la mecánica cuántica no sea una teoría determinista sino interpretativa (Cassini, 2016).

Uno de los elementos más relevantes de la construcción de la idea gauge con la mecánica cuántica viene desarrollándose bajo el lagrangiano de Dirac, siendo este un elemento usa la noción de los potenciales (desarrollados en el anterior capítulo), las cuales interaccionan con una partícula. Esta formulación tiene gran relevancia para la simetría gauge, debido a que la implementación de esta analogía conlleva a las ecuaciones de la electrodinámica cuántica, dando un mayor sentido matemático y físico al lagrangiano de Dirac, desarrollando una ecuación más completa que es la base fundamental de la electrodinámica cuántica.

Bajo este mismo orden de ideas, y no menos importante Schrödinger desarrolló una de las ecuaciones más fundamentales de la mecánica cuántica, su famosa ecuación de onda que describe la dinámica de sistemas de partículas. Esta ecuación (y como se va a presentar en este presente capítulo) tiene una descripción electromagnética la cual funciona bajo potenciales electromagnéticos, que así mismo se puede desarrollar y determinar su comportamiento bajo acciones de la simetría gauge.

Detallar la relevancia que tiene la simetría gauge se puede representar en gran parte por su contribución a la teoría electromagnética. Se ha detallado sus efectos por medio de las ecuaciones de Maxwell y la invariancia que produce en sus potenciales, ahora se puede analizar eso bajo la teoría cuántica, aquella que es de gran importancia, debido a que establece una nueva interpretación y aplicación de la simetría gauge, todo por medio de un factor $e^{iq\chi}$.

3.1. DESARROLLANDO LA SIMETRÍA GAUGE EN LA MECÁNICA CUÁNTICA

Los fenómenos eléctricos se han desarrollado en gran parte por fundamentos de la física clásica gracias a muchos pensadores que han ido complementando bajo los estudios teóricos y experimentales todo sobre los fenómenos eléctricos. Sin embargo, la formulación de la cuantización de las dinámicas electromagnéticas, los fenómenos eléctricos han tenido otra interpretación.

Aun así, la idea gauge se puede seguir desarrollando manifestando en mayor medida su utilidad en las teorías físicas y matemáticas contemporáneas.

Para empezar, hay que observar una de las ecuaciones básicas del electromagnetismo que es la fuerza de Lorentz descrita de la siguiente manera:

$$\vec{F} = q\vec{E} + (q\vec{v} \times \vec{B}) \quad (16)$$

Siendo q la carga eléctrica, $\vec{v}$ la velocidad de la carga eléctrica, $\vec{E}$ el campo eléctrico y $\vec{B}$ el campo magnético.

Así mismo, se sabe que el Hamiltoniano es una función que describe la dinámica de un sistema, en el caso de la ecuación de fuerza de Lorentz presenta como:

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2m}(\vec{p} - q\vec{A})^2 + q\emptyset \ (17)$$

Siendo $\vec{A}\ y\ \emptyset$ los potenciales obtenidos en el anterior capítulo denotados por la expresión ("$\vec{\nabla} \times \vec{A} = \vec{B}$" y "$\vec{E} = \nabla\emptyset - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$") y p es el momentum.

Ahora, se describe el Hamiltoniano por medio de una descripción cuántica, esta ecuación se deduce utilizando la expresión del Hamiltoniano que es por medio de la energía cinética más la potencial, además de asociarle una función de onda, la cual se denota de la siguiente manera.

$$\left[\frac{1}{2m}\left(-i\,\vec{\nabla} - q\vec{A}\right)^2 + q\emptyset\right]\psi(x,t) = i\frac{\partial\psi(x,t)}{\partial t} \quad (18)$$

Todo esto teniendo en cuenta que $p \to -i\nabla$ y que $\psi(x,t)$ es la función de onda que depende de la posición y el tiempo

Descrito de una forma compacta daría la siguiente expresión:

$$\frac{1}{2m}\left(-i\vec{D}\right)^2\psi = iD_O\psi \ (19)$$

Tomando en cuenta que:

$$\vec{\nabla} \to \vec{D} = \vec{\nabla} - iq\vec{A}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow D_O = \frac{\partial}{\partial t} + iq\emptyset \quad (20)$$

Haciendo aplicación de la idea gauge que corresponde en:

$$(\emptyset, \vec{A}) \rightarrow (\emptyset', \vec{A}')$$

Se obtendría la relación similar a la ecuación (19):

$$\frac{1}{2m}\left(-i\vec{D}'\right)^2 \psi' = iD_O{}'\psi' \; (21)$$

A pesar de ser similar a la ecuación (19) no implica que estas dos ecuaciones den la misma fenomenología, debido a que la ecuación (21) utiliza nuevas componentes como la del campo ψ'. Esto hace que las dos ecuaciones sean diferentes entre ellas (Novaes, 2000).

Por este motivo, se puede recuperar la invariancia haciendo una transformación de fase que se aplica generalmente en mecánica cuántica (para ampliar esta explicación ver el anexo 4)

$$\psi'(x) = e^{iq\chi}\, \psi(x) \; (22)$$

Entonces, haciendo uso del desarrollo (19) bajo la derivada covariante hecha en el anterior capítulo, específicamente en la ecuación (14), y parando a sus componentes "$\vec{A}' = \vec{A} + \nabla\chi$" y aplicando la nueva transformación gauge, daría una nueva relación de la variable:

$$\vec{D}'\psi' = [\,\vec{\nabla}(-i\, q\big(\vec{A} + \vec{\nabla}\chi\big)]e^{-iq\chi}\psi \; (23)$$

Operando la parte interna y externa del corchete, daría lo siguiente

$$\vec{D}'\psi' = e^{-iq\chi}\vec{\nabla}\psi + iq\big(\vec{\nabla}\chi\big)e^{-iq\chi}\psi - iq\vec{A}e^{-iq\chi}\psi - iq\big(\vec{\nabla}\chi\big)e^{-iq\chi}\psi \; (24)$$

Tomando la deducción (3.2.5) y cancelando términos, se dice que:

$$\vec{D}'\psi' = e^{-iq\chi}\vec{D}\psi \ (25)$$

Volvió invariante la transformación gauge.

Ahora, si se decide analizar la ecuación de (10) y se hace el mismo desarrollo (pero sólo tomando la parte izquierda de la igualdad), entonces:

$$\frac{1}{2m}\left(-i\vec{D}'\right)^2\psi' = \frac{1}{2m}\left(-i\vec{D}'\right)\left(-i\vec{D}'\psi'\right)(26)$$

Tomando en cuenta la relación (22) y (19), y reemplazando, daría:

$$\frac{1}{2m}\left(-i\vec{D}'\right)^2\psi' = \frac{1}{2m}(-i\vec{D}')(-ie^{-iq\chi}\vec{D}\psi\ ) \ (27)$$

Agrupando términos:

$$\frac{1}{2m}\left(-i\vec{D}'\right)^2\psi' = e^{-iq\chi}\frac{1}{2m}\left(-i\vec{D}\right)^2\psi \ (28)$$

Que, a su vez es relacionable con la parte izquierda de la ecuación (19) y, por ende, se puede relacionar con la parte izquierda de la siguiente forma:

$$\frac{1}{2m}\left(-i\vec{D}'\right)^2\psi' = e^{-iq\chi}iD_O\psi = iD_O{}'\psi' \ (29)$$

Se pudo relacionar la ecuación (21) y (19) comentando que existe una conexión entre los campos ψ y ψ'. Es decir, ambos campos forman parte de una misma fenomenología, y por ende no volvió invariante la ecuación de Schrödinger.

Esta ecuación nos describe básicamente la dinámica que puede poseer una partícula bajo la acción de un campo magnético determinado bajo descripciones cuánticas dada por la ecuación de Schrödinger.

Por otro lado, dependiendo la fase χ que se aplica en la transformación $e^{-iq\chi}$se puede decir si su transformación gauge es global o local. Es decir, si χ es una constante, entonces la transformación es global. Mientras que, por otro lado, si χ no es una constante y depende de coordenadas espacio-temporales, entonces es una transformación local (Huamani Chaviguri & Villegas Silva, 2011). Dependiendo de la estructura de la transformación, se puede hacer una agrupación correspondiente

3.2. CONSECUENCIAS DE LA IDEA GAUGE EN LA CUÁNTICA

1. Una nueva interpretación de la idea gauge dando una forma de $e^{-iq\chi}$ que es un pilar fundamental sobre el desarrollo de las dinámicas de 3 de 4 interacciones fundamentales de la física.
2. Existe una estrecha relación entre las dinámicas electromagnéticas y la simetría gauge, todo esto se desarrolla bajo el capítulo 2 y el capítulo 3.
3. Tomando en cuenta el anterior punto, si la simetría gauge tiene una estrecha relación entre los fenómenos electromagnéticos bajo la mirada clásica (ecuaciones de campo de Maxwell) y la dinámica electromagnética bajo una mirada de las ecuaciones de Schrödinger. Por consecuente debe también relacionarse bajo los fenómenos de la electrodinámica cuántica.
4. El desarrollo de la simetría gauge bajo diversos contextos de la electrodinámica, también puede ser desarrollado bajo la electrodinámica cuántica por medio del lagrangiano de Dirac (algo que se desarrolla en el anexo 5). Y logra sacar conclusiones relevantes como añadir al fotón como partícula responsable de la dinámica electromagnética.
5. El formalismo de $e^{-iq\chi}$ y su exigencia de simetría por medio de una derivada covariante, ha conllevado las dinámicas de sistemas complejos ajenos a la

fenomenología electromagnética como lo puede ser la interacción nuclear fuerte e interacción nuclear débil, dando sus respectivas partículas mediadoras como el gluón, los bosones W^+, W^-, Z^O

CONCLUSIONES

1. La idea gauge como herramienta matemática es de suma importancia para explicar la física contemporánea, y, además, es una herramienta que se puede utilizar como alternativa para describir la dinámica de un sistema físico bajo otras variables que no alteran la explicación del fenómeno físico.

2. La aplicación de la idea gauge permite afirmar con mayor certeza la relación que existe entre la simetría y la dinámica, aplicándose principalmente en contexto electromagnético. Sin embargo, además de poder describir dinámicas electromagnéticas, también lo hace con otras dinámicas como la interacción nuclear fuerte, débil y hasta electrodébil.

3. El uso de la idea Gauge en la enseñanza del electromagnetismo, puede facilitar y permitir distintas formas de solución que conlleven a un mismo resultado. Siendo en este caso, en vez de usar las ecuaciones de campo para hablar de fenómenos electromagnéticos, se usan potenciales que también permiten describir fenómenos magnéticos.

4. El documento resalta la aplicabilidad de la idea de Gauge tanto en la física clásica como en la física cuántica, lo cual en futuras investigaciones podría ser llevado al aula para complementar los cursos tradicionales y sentar las bases para la comprensión de la física contemporánea.

5. A través del documento se logra observar un camino de formalización que parte de la física clásica y se aplica luego en un contexto cuántico, buscando soluciones alternas a la explicación de fenómenos con la idea de Gauge.

BIBLIOGRAFÍA

Blanco, R. (2016). Relatividad y relativismo en la ciencia. *II Jornadas de Filosofía UR-SOFIRA*, 55-70.

Branding, k., & Castellani, E. (2003). *SYMMETRIES IN PHYSICS: PHILOSOPHICAL.* Reino Unido: Cambridge University press.

Calle, A. R. (1990). *El CERN y la física de partículas.* Madrid: Escuela Técnica Superior de Ingeniería.

Chavigur, H., & Villegas Silva. (2011). *Simetrías gauge local aplicadas a la física.* Perú: Universidal Nacional Mayor de San Marcos.

EDUCACIÓN, M. D. (2020). *Sistema Educativo Colombiano.* Obtenido de https://www.mineducacion.gov.co/1780/w3-article-231235.html?_noredirect=1

Fritsch, H. (1994). *Los quarks, la materia prima del universo.* Madrid: Alianza editorial.

Galicia, O., Martinez, R., Tinajero , G., Parra , G., López, R., & Olmos, S. (2011). *Electricidad y magnetismos (prácticas de laboratorio).* México: UNAM.

Gelmini, G. (2014). *El bosón de Higgs.* Los Ángeles: University of California .

Gonzales, E. M., Muñoz, Z., & Solbes, J. (2020). *La enseñanza de la física cuántica: una comparativa de tres países. Góndola, enseñanza y aprendizaje de las ciencia.* Góndola: enseñanza y aprendizaje de las ciencias.

Hernández, I. (2021). *Aproximación al concepto de potencial eléctrico a partir del fenómeno de formación del rayo en la tormenta eléctrica.* Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.

Hewitt, P. G. (2007). *Física Conceptual Décima edición.* México: Universidad Nacional Autónoma de México.

Huamani Chaviguri, R., & Villegas Silva, F. (2011). *Simetrías gauge local aplicadas a la física.* Perú: Universidad Nacional Mayor de San Marcos.

Ilis, A. (1994). *Técnicas de investigación bibliográfica.* Caracas: Contexto Ediciones.

Illana, I. J. (2021). *Teoría Cuántica de Campos.* España: Universidad de Granada.

José, L. S. (2014). *¿Qué es una teoría Gauge?* España: Universidad de Valladolid.

koo, E. L. (1999). *El electrón centenario.* México: Fondo de Cultura.

Macias, C. (2014). *La experimentación mental en la formación de maestros de ciencias: Una alternativa para la enseñanza de la física moderna en la escuela.* Medellín: Universidad de Antioquia.

Martínez, J. D. (2012). *LA ENSEÑANZA DE LA FÍSICA EN LA EDUCACIÓN SECUNDARIA EN ESPAÑA: ALGUNAS PROPUESTAS DESDE UNA PERSPECTIVA HISTÓRICA.* España: Universidad de Murcia.

Maxwell, J. C. (1954). *A treatise on electricity and magnetism.* New York: Dover Publications Inc.

Melo, L. (2018). *El modelo estandar de la física de partículas.* España: Instituto de física teórica.

Moreno, D. S. (2017). *LA ENSEÑANZA DE LA TEORÍA ESPECIAL DE LA RELATIVIDAD.* Bogotá: Universidad pedagógica nacional.

Novaes. (2000). *Standard Model: An Introdution.* Brasil: Universidade Estadual Paulista.

Oliveros, C. S. (2018). *Sobre la estructura nuclear: el modelo de Yang-Mills como la explicación a su estabilidad.* Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.

Pedreros, D. (2020). *El surgimiento de la simetría gauge, Durante el primer tercio del siglo XX, y su relación con la teoría electromagnética alrededor del potencial* *vectorial desde la perspectiva de Hermann Wey.* Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.

PEÑA, C. (2013). *MECÁNICA CUÁNTICA AVANZADA.*

Quigg, C. (1997). *Gauge theories of the strong, weak, and electromagnetic interactions.* Estados Unidos: westview press.

Rocha, A. M. (1999). *El discreto encanto de las partículas elementales.* México: fondo de cultura económica.

Rozo, M. C. (2016). *Sobre la dinámica de una partíula en rotación usando el concepto de invariancia Gauge.* Colombia: Real Academia Colombiana.

Santaolalla, J. (2 de Octubre de 2019). *Youtube*. Obtenido de https://www.youtube.com/watch?v=Tuu11IeEqik

Serway, F. R. (1999). *física quinta edición.* México: pearson educación de México S.A.

Sutton, C. (1983). *The standard model.* Ginebra : CERN.

Trujillo, J. H. (2012). *Introducción a la mecánica analítica.* México: UNAM.

Valdes, J. F. (1995). *La gran ilusión II. Los cuarks.* México: Fondo de cultura económica.

Varela, J. (2014). *SIMETRIA y ESTRUCTURA.* Bogotá: Universidad Nacional.

Vargas, E., & Barrela, E. (2016). *Análisis de la falta de simetría del electromagnetismo clásico y su solución relativista: tensor de campo electromagnetico. análisis de la falta de simetría del electromagnetismo clásico y su solución relativista: tensor de campo electromagnetico.* Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.

Zambrano, D., Sánchez, J., & Morales, J. (2003). *Electrodinámica semiclásica.* Bogotá: Universidad Nacional.

Bibliografía

Branding, k., & Castellani, E. (2003). *SYMMETRIES IN PHYSICS: PHILOSOPHICAL.* Reino Unido: Cambridge University press.

Calle, A. R. (1990). *El CERN y la física de partículas.* Madrid: Escuela Técnica Superior de Ingeniería.

Chavigur, H., & Villegas Silva. (2011). *Simetrías gauge local aplicadas a la física.* Perú: Universidal Nacional Mayor de San Marcos.

EDUCACIÓN, M. D. (2020). *Sistema Educativo Colombiano.* Obtenido de https://www.mineducacion.gov.co/1780/w3-article-231235.html?_noredirect=1

Fritsch, H. (1994). *Los quarks, la materia prima del universo.* Madrid: Alianza editorial.

Galicia, O., Martinez, R., Tinajero , G., Parra , G., López, R., & Olmos, S. (2011). *Electricidad y magnetismos (prácticas de laboratorio).* México: UNAM.

Gelmini, G. (2014). *El bosón de Higgs.* Los Ángeles: University of California .

Gonzales, E. M., Muñoz, Z., & Solbes, J. (2020). *La enseñanza de la física cuántica: una comparativa de tres países. Góndola, enseñanza y aprendizaje de las ciencia.* Góndola: enseñanza y aprendizaje de las ciencias.

Hernández, I. (2021). *Aproximación al concepto de potencial eléctrico a partir del fenómeno de formación del rayo en la tormenta eléctrica.* Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.

Hewitt, P. G. (2007). *Física Conceptual Décima edición.* México: Universidad Nacional Autónoma de México.

Huamani Chaviguri, R., & Villegas Silva, F. (2011). *Simetrías gauge local aplicadas a la física.* Perú: Universidad Nacional Mayor de San Marcos.

Ilis, A. (1994). *Técnicas de investigación bibliográfica.* Caracas: Contexto Ediciones.

Illana, I. J. (2021). *Teoría Cuántica de Campos.* España: Universidad de Granada.

José, L. S. (2014). *¿Qué es una teoría Gauge?* España: Universidad de Valladolid.

koo, E. L. (1999). *El electrón centenario.* México: Fondo de Cultura.

Macias, C. (2014). *La experimentación mental en la formación de maestros de ciencias: Una alternativa para la enseñanza de la física moderna en la escuela.* Medellín: Universidad de Antioquia.

Martínez, J. D. (2012). *LA ENSEÑANZA DE LA FÍSICA EN LA EDUCACIÓN SECUNDARIA EN ESPAÑA: ALGUNAS PROPUESTAS DESDE UNA PERSPECTIVA HISTÓRICA.* España: Universidad de Murcia.

Maxwell, J. C. (1954). *A treatise on electricity and magnetism.* New York: Dover Publications Inc.

Melo, L. (2018). *El modelo estandar de la física de partículas.* España: Instituto de física teórica.

Moreno, D. S. (2017). *LA ENSEÑANZA DE LA TEORÍA ESPECIAL DE LA RELATIVIDAD.* Bogotá: Universidad pedagógica nacional.

Novaes. (2000). *Standard Model: An Introdution.* Brasil: Universidade Estadual Paulista.

Oliveros, C. S. (2018). *Sobre la estructura nuclear: el modelo de Yang-Mills como la explicación a su estabilidad.* Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.

Pedreros, D. (2020). *El surgimiento de la simetría gauge, Durante el primer tercio del siglo XX, y su relación con la teoría electromagnética alrededor del potencial*

vectorial desde la perspectiva de Hermann Wey. Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.
PEÑA, C. (2013). *MECÁNICA CUÁNTICA AVANZADA.*
Quigg, C. (1997). *Gauge theories of the strong, weak, and electromagnetic interactions.* Estados Unidos: westview press.
Rocha, A. M. (1999). *El discreto encanto de las partículas elementales.* México: fondo de cultura económica.
Rozo, M. C. (2016). *Sobre la dinámica de una partíula en rotación usando el concepto de invariancia Gauge.* Colombia: Real Academia Colombiana.
Santaolalla, J. (2 de Octubre de 2019). *Youtube*. Obtenido de https://www.youtube.com/watch?v=Tuu11IeEqik
Serway, F. R. (1999). *física quinta edición.* México: pearson educación de México S.A.
Sutton, C. (1983). *The standard model.* Ginebra : CERN.
Trujillo, J. H. (2012). *Introducción a la mecánica analítica.* México: UNAM.
Valdes, J. F. (1995). *La gran ilusión II. Los cuarks.* México: Fondo de cultura económica.
Varela, J. (2014). *SIMETRIA y ESTRUCTURA.* Bogotá: Universidad Nacional.
Vargas, E., & Barrela, E. (2016). *Análisis de la falta de simetría del electromagnetismo clásico y su solución relativista: tensor de campo electromagnetico. análisis de la falta de simetría del electromagnetismo clásico y su solución relativista: tensor de campo electromagnetico.* Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.
Zambrano, D., Sánchez, J., & Morales, J. (2003). *Electrodinámica semiclásica.* Bogotá: Universidad Nacional.

ANEXOS

ANEXO 1: GRUPOS

Un grupo es un conjunto G con una aplicación que satisface las siguientes propiedades (Ávila, 2016):

- Es cerrado para una operación arbitraria "°". Esto significa que cualquier operación dado por dos elementos a, bdeben formar parte del conjunto G, denotado de la forma:

$$a, b \in G \rightarrow a°b \in G \text{ (1.1)}$$

- Es asociativa la operación:

$$a, b, c \in G \rightarrow (a°b)°c = a°(b°c) \text{ (1.2)}$$

- Existe un elemento neutro, o también llamado "identidad", denotado por 1 o I e inclusive 0, entre otros:

$$a \in G \rightarrow a°I = I°a = a \text{ (1.3)}$$

- Todo elemento conlleva en sí mismo un inverso:

$$a \in G \rightarrow \exists b \in G \text{ (1.4)}$$

Tal que:

$$a°b = b°a = I \text{ (1.5)}$$

ANEXO 2: GRUPOS DE LIE

Una de las concepciones más conocidas de lo que es un grupo de Lie viene relacionada implícitamente es con respecto al movimiento (Apuntes de Grupos de Lie, 2017), aquello que describe el movimiento de una manera diferente; en vez de ser un movimiento directo y continúo, es un movimiento discreto dado por pequeñas variaciones de movimiento, aquello que, si se suman, da el movimiento total simétrica con el movimiento contínuo, para así, formar un grupo. Un ejemplo de esta hipótesis, puede ser dado por una rotación. La manera convencional de describir el movimiento de este sería:

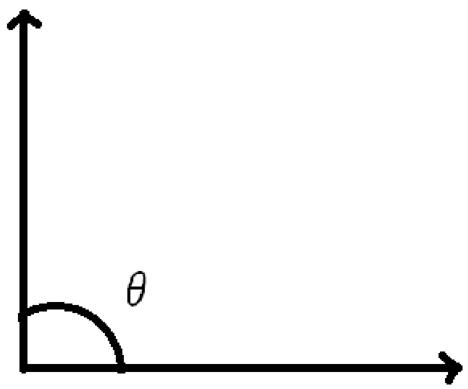

Ilustración 10 Movimiento rotativo descrito de forma convencional

Tomando en cuenta a la hipótesis de Lie, el movimiento dado por θ sería una superposición de pequeñas rotaciones (que tienden a infinito) que viene denotado de la forma:

$$R(\theta) = [R(\frac{\theta}{N})]^N \quad (1.2.1)$$

Análogamente, se llamaría un grupo de Lie, a toda variedad diferenciable G que cumple las condiciones de ser un grupo, con la diferencia de ser un grupo con estructura variable. Bajo este mismo orden de ideas, si se tiene un elemento $(a \in G)$ Se puede definir que:

$$R_a: b \in G \to ba \in G$$
$$L_a: b \in G \to ab \in G \text{ (1.2.2)}$$

Aquel homeomorfismo que se ve cuando un grupo de lie sea diferenciable es llamado principalmente como “Morfismo de Grupos de Lie” (Apuntes de Grupos de Lie, 2017) (Ávila, 2016).

Ahora, bajo la hipótesis dada en (1.2) se puede decir que el conjunto de elementos se puede trasladar tanto por la derecha o por la izquierda, todo eso depende del elemento a (Apuntes de Grupos de Lie, 2017).

ANEXO 3: GRUPO ESPECIAL U(1)

Es un grupo que necesariamente tiene que ser unitario, es decir, que satisface lo siguiente (Huamani Chaviguri & Villegas Silva, 2011):

$$UU^{+} = U^{+}U = 1$$
$$U^{-1} = U^{+}$$
$$|U| = det\, det\,(u) = 1 \text{ (1.3.1)}$$

Una matriz de transformación que satisface las condiciones (1.3.1) es el grupo:

$$U = e^{ir\emptyset} = U_{\emptyset}$$

En el que r es un número real arbitrario, $\emptyset$ es un parámetro de evolución que viene asociado al grupo y que esta puede ser una constante o ser una unidad variable con respecto al sistema, o también es llamado como la fase. Por otra parte, si r y $\emptyset$ conmutan, entonces se podría decir que este grupo es un grupo abeliano.

ANEXO 4: IDEA GAUGE EN UN SISTEMA DE UNA PARTÍCULA EN ROTACIÓN (CLÁSICO)

Se entiende que la manera habitual de describir una dinámica que, en este caso, es la de una partícula que se encuentra en un estado de rotación, generalmente es descrita por medio de ecuaciones que se sustenta por un sistema de coordenadas polares. En tal caso, la dinámica del sistema, en un sistema de rotación generalmente está descrita por sus efectos dinámicos descritos por fuerzas, séase la fuerza centrífuga, la fuerza centrípeta, la fuerza tangencial y la fuerza de coriolis. Siendo la fuerza neta como una superposición de todas las fuerzas anteriormente mencionadas, siendo estas las ecuaciones:

$$\vec{F} = m\ddot{r}\hat{r} \text{ (Fuerza centrífuga)}$$

$$\vec{F} = mr\ddot{\theta}\hat{\theta} \text{ (Fuerza tangencial)}$$

$$\vec{F} = 2m\dot{r}\dot{\theta}\hat{\theta} \text{ (Fuerza de coriolis)}$$

$$\vec{F} = -mr\dot{\theta}^2\hat{r} \text{ (Fuerza centrípeta) (3.1.1)}$$

Y en este mismo orden de ideas, la fuerza neta, la cual se calcula superponiendo las 4 fuerzas (centrífuga, tangencial, coriolis y centrípeta) y sacando factor común, daría:

$$\vec{F} = m(\ddot{r} - r\hat{\theta}^2)\hat{r} + m(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\hat{\theta} \text{ (2.2)}$$

Estas ecuaciones fueron obtenidas haciendo uso de la ecuación de Euler-Lagrange que está descrito como:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}}\right) - \frac{\partial L}{\partial x} = 0 \text{ (2.3)}$$

Teniendo en cuenta que:

$$L = T - V \text{ (2.4)}$$

En ese mismo orden de ideas

$$T = \frac{1}{2}\, mv^2 \text{ (2.5)}$$

$$\text{V = mgh (2.6)}$$

Aplicándolo al sistema de rotación y deduciendo los efectos dinámicos que se encuentran en ese sistema darían las 4 fuerzas mencionadas anteriormente.

Sin embargo, si no se tuviera en cuenta la aplicación específica del lagrangiano en este sistema, se podría hacer una aplicación de esta manera: Se tiene una función (z) el cual es una función de componente complejo, dado por esta expresión:

$$z = x + iy \ \text{ (2.7)}$$

Y con un modelo gráfico:

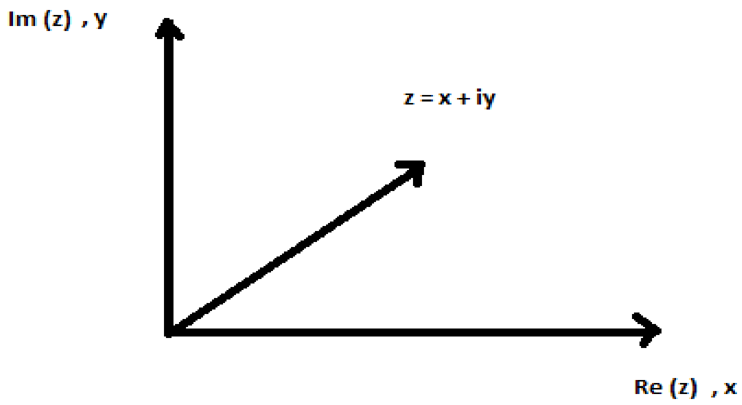

Ilustración 11 Plano complejo con sus respectivas coordenadas

Teniendo en cuenta que las componentes y, x, en coordenadas polares pueden ser descrita como

$$x = r\ cos\ cos\ \theta$$

$$y = r\, sin\, sin\, \theta \ \ (2.8)$$

En este mismo orden de ideas, podemos relacionar esta hipótesis y reemplazarlo con (7) además de sacar el factor común de r, da como resultado

$$z = r(cos\, cos\, \theta\ + i\, sin\, sin\, \theta\,)\ (2.9)$$

Si se relaciona esta expresión con la definición de e^{x}, además de decir que r=1, se podría decir que:

$$z = \ e^{ix}\ (2.10)$$

Esta expresión es bastante interesante debido a que se estaría hablando específicamente de una rotación en un plano complejo, debido a que la dinámica es dada por una variable que es el ángulo θ.

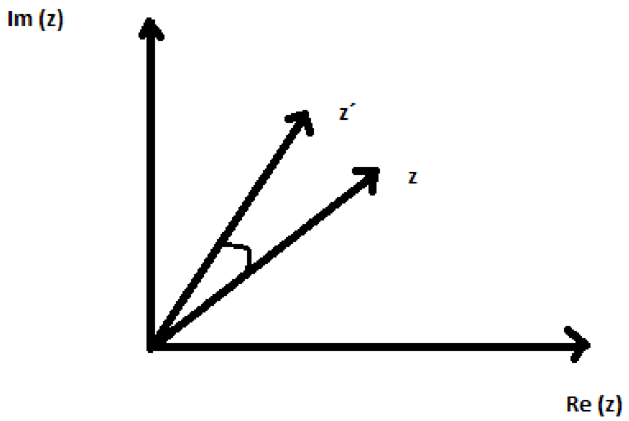

Ilustración 12 Rotación en un plano complejo.

Como se sabe, el ángulo en el que se calcula la función describe la dirección que apunta la componente compleja. Sin embargo, el valor del ángulo θ puede ser un valor completamente arbitrario, debido a que no tiene un valor en específico, por este motivo se puede decir que:

$$\theta \rightarrow \theta' = \theta - \emptyset \text{ (2.11)}$$

Esto implica que la función de posición compleja (z) tenga que ser re definido como:

$$z \rightarrow z' = e^{i\emptyset} z \quad \text{(2.12)}$$

Bajo esta metodología, se puede derivar la función z y relacionarla con la función z´:

$$\frac{\partial z}{\partial t} = e^{i\emptyset} \frac{\partial z'}{\partial t} \quad \text{(2.13)}$$

Y en ese mismo orden de ideas, se puede decir que:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = e^{i\emptyset} \frac{\partial^2 z'}{\partial t^2} \text{ (2.14)}$$

Algo importante que hay que tener en consideración, es que la magnitud de la derivada de z es igual a la magnitud de la derivada de z´, y en ese mismo orden de ideas, la segunda derivada de z. Dicho en otras palabras, la magnitud de la velocidad y la aceleración del sistema no varía independientemente de la transformación de z a z´.

Sin embargo, la recalibración ($e^{i\emptyset}$) puede también depender del tiempo y de igual forma serían invariantes las magnitudes físicas del sistema, eso significa que ($e^{i\emptyset(t)}$). Esto implica que la derivada de z´ sea una derivada de dos variables, esto implica que:

$$\frac{\partial z'}{\partial t} = e^{i\emptyset(t)}(-iz\frac{\partial \emptyset}{\partial t} + \frac{\partial z}{\partial t}) \text{ (3.15)}$$

Esta transformación no es equivalente a (13). Sin embargo, esto se puede solucionar asimilando la derivada con otra notación, dicha notación es llamada “derivada covariante” que viene designada de esta manera:

$$D \rightarrow D' = D + iA(t) \text{ (2.16)}$$

Siendo D una derivación con respecto al tiempo ($\frac{d}{dt}$). Y A(t) es una variable que se encarga de conservar la invariancia de dicha transformación bajo una derivada. Y, en este mismo orden de ideas, al tomar en consideración la derivada covariante en la función posición de la transformación, se puede decir que:

$$\frac{\partial z'}{\partial t} = e^{i\emptyset} \frac{\partial z}{\partial t} \quad (2.17)$$

Pero además, se puede decir que:

$$A(t) = \frac{d\emptyset}{dt} \, (2.18)$$

Que a su vez A(t) está relacionado con la velocidad angular del sistema (ω(t)). Y de esta forma, el sistema bajo esta transformación exige un parámetro compensatorio (A(t)). Dicho parámetro es conducido por la aplicación de esta transformación, siendo esta la "invariancia gauge".

Prosiguiendo, se puede decir que la velocidad de la partícula está descrita como:

$$v = (D_Z) = \frac{dz}{dt} + i\frac{d\emptyset}{dt}\, z \, (2.19)$$

Siendo $(\frac{dz}{dt})$ la velocidad radial del sistema (Re(v)). Mientras que por otro lado, $(i\frac{d\emptyset}{dt}\, z)$ es la velocidad tangencial del sistema.

Para hallar la aceleración del sistema, simple y llanamente se deriva la velocidad del sistema:

$$a = D_v = \left(\frac{d}{dt} + iA(t)\right)\left(\frac{dz}{dt} + i\frac{d\emptyset}{dt}\, z\right) (2.20)$$

Que a su vez es igual a:

$$a = \left(\frac{d}{dt} + i\frac{d\emptyset}{dt}\right)\left(\frac{dz}{dt} + i\frac{d\emptyset}{dt}\, z\right) (2.21)$$

Operando daría:

$$a = \frac{d^2z}{dt^2} - z\left(\frac{d\emptyset}{dt}\right)^2 + i(z\frac{d^2\emptyset}{dt^2} + 2\frac{dz}{dt}\frac{d\emptyset}{dt}) \, (2.22)$$

Y descrito en otra notación

$$a = \ddot{z} - z\dot{\emptyset}^2 + i(z\ddot{\emptyset} + 2\dot{z}\dot{\emptyset}) \text{ (2.23)}$$

En la ecuación (23) se puede deducir que la parte real, es decir: ($\ddot{z} - z\dot{\emptyset}^2$ = **Re(a))**. $\ddot{z}$ Corresponde a la aceleración en dirección radial al sistema. Mientras que por otro lado, $-z\dot{\emptyset}^2$ corresponde a la aceleración centrípeta del sistema, esto es debido a que $\dot{\emptyset}^2$es una velocidad tangencial. En la parte imaginaria, $(z\ddot{\emptyset} + 2\dot{z}\dot{\emptyset}$**)**. $z\ddot{\emptyset}$ Corresponde a la aceleración tangencial debido a $\ddot{\emptyset}$**,** o sea, a la variación de la aceleración tangencial. Mientras que por otro lado, $2\dot{z}\dot{\emptyset}$ Corresponde a la aceleración de coriolis que es dado por la relación entre la velocidad angular y radial.

Ahora, si se reemplaza todas estas aceleraciones, con la ecuación ($F = m\,a$) se lograría obtener todas las fuerzas que fueron obtenidas por medio del lagrangiano:

$$F_{centrífuga} = m\,\ddot{z}$$
$$F_{centrípeta} = -m\,z\dot{\emptyset}^2$$
$$F_{tangencial} = z\ddot{\emptyset}$$
$$F_{coriolis} = 2m\dot{z}\dot{\emptyset} \text{ (2.24)}$$

Con todo esto mencionado, queda algo la cual hay que tener en consideración: haciendo aplicación de la invariancia gauge se logra obtener la dinámica de un sistema, algo que también hace influencia en físicas más modernas y contemporáneas. Eso hace saber que la implementación de un simple factor de escala logra obtener resultados sorprendentes e importantes para la física, o dicho entre otras palabras, el hecho de recalibrar la forma de medir un sistema sin que este resulte invariante bajo la dinámica original, nos da resultados dinámicos que se relacionan con las ecuaciones originales.

ANEXO 5:TEORÍA GAUGE PARA LA DEDUCCIÓN DEL FOTÓN

Como se ha estado comentando en el presente trabajo de investigación, unos de los objetivos principales radican en la aplicación de la teoría gauge en la física bajo un marco contemporáneo que logre explicar la dinámica de la naturaleza como se conoce actualmente. Una de las 4 interacciones fundamentales vistas en la naturaleza es la electromagnética, aquella que logra abarcar toda interacción dada por materia con propiedades de carga eléctrica y es responsable de casi toda acción que se puede ver bajo el ojo humano junto a la interacción electromagnética.

Una alternativa de estudiar la visualización contemporánea de la dinámica electromagnética viene dada por el Lagrangiano De Dirac, una herramienta matemática que cobra sentido bajo la aplicación de la idea gauge y que ofrece resultados relevantes que son utilizados por el modelo estándar.

SOBRE LA TEORÍA GAUGE EN EL LAGRANGIANO DE DIRAC

El desarrollo más fundamentada con respecto a la invariancia gauge bajo la mirada electromagnética, viene dada con la aplicación misma en el lagrangiano de Dirac, la cual viene designada de la siguiente forma:

$$L_0 = \underline{\psi}(x)(i\gamma^{\mu}\partial_{\mu} - m)\psi(x) \quad (4.1)$$

Esta función (que no está dado en términos interactivos) describe básicamente la dinámica de un fermión de spin $\frac{1}{2}$ (Molina & Quintero, 2009), dicho fermión, puede ser básicamente un electrón. La letra ψ es la función de onda que también es llamado como el “Spinor de Dirac”, la cual posee cuatro componentes (3 espaciales y 1 temporal), las componentes típicas de la relatividad. Así mismo, ∂_{μ}es una derivada de 4 componentes (cuadri-dimensional). Y por último, γ^{μ} son las conocidas "matrices de Dirac" (Molina & Quintero, 2009), aquellos operadores que son unas matrices 4x4 que fueron usados principalmente para la solución de las raíces que pudieron aparecer en la formulación de la ecuación de Dirac.

Un problema fundamental que encubre el lagrangiano de Dirac viene dirigido principalmente a que, si se aplica las transformaciones de Lorentz con el objetivo de estudiar la paridad que encubre la ecuación, se puede deducir que este incumple con la simetría de paridad, aquello que denota una invariancia con respecto al lagrangiano original (sin transformar) (Illana, 2021). Por este motivo, se desarrolla una nueva interpretación del lagrangiano de Dirac por medio de la transformación gauge que logre solucionar este problema.

Inicialmente, se procede a implementar la simetría gauge local (U(1)) al lagrangiano de Dirac, como:

$$\psi(x) \rightarrow U(1) \rightarrow \psi'(x) = e^{iQ\theta(x)}\psi(x) \quad (4.2)$$

En donde Q es el generador asociado al grupo abeliano U(1), y además $\theta(x)$ es la fase por la cual se recalibra el sistema. Por lo tanto, se podría decir que el lagrangiano:

$$L_0 \rightarrow U(1) \rightarrow L'_0 = \underline{\psi}(x)(i\gamma^{\mu}\partial_{\mu} - m)\psi(x) \ (4.3)$$

Aplicando la transformación gauge:

$$L'_0 = e^{-iQ\theta}\underline{\psi}(x)(i\gamma^{\mu}\partial_{\mu} - m)e^{iQ\theta}\psi(x) \ (4.4)$$

Después de una serie de operaciones que consiste principalmente en factorizar variables, y, además, solucionar la derivada, la función daría:

$$L'_0 = L_0 - Q\underline{\psi}\gamma^{\mu}\psi\ (\partial_{\mu}(\theta))\ (4.5)$$

Al notar la función, se puede analizar que este lagrangiano es invariantes bajo transformaciones gauge, debido a que hay una variable que no va muy acorde a la función original derivado, aquella variable es dada por $(\partial_{\mu}(\theta))$, y esto hace que el sistema actúe con respecto a dos variables dinámicas, en la que una de estas, no está asociada al lagrangiano de Dirac sin derivar. Por este motivo, se hace una implementación de una nueva variable que tiene como objetivo el expulsar la expresión $(\partial_{\mu}(\theta))$ de la ecuación, aquello es llamado como “campo gauge” (Molina & Quintero, 2009) que viene denotado con la expresión A_{μ}, aquella, que sería de la forma:

$$A_{\mu} \rightarrow U(1) \rightarrow A'_{\mu} = A_{\mu} - \partial_{\mu}(\theta)\ (4.6)$$

Además, se podría definir la derivada covariante anteriormente conocida, con la expresión:

$$D_{\mu} = \partial_{\mu} + iQA_{\mu}\ (4.7)$$

Posteriormente, al ejercer la aplicación de la derivada covariante:

$$D_{\mu}\psi \rightarrow U(1) \rightarrow \left(D_{\mu}\psi\right)' = e^{iQ\theta}D_{\mu}\psi\ (4.8)$$

Por lo tanto, se podría cambiar la derivada convencional con una derivada covariante, dando:

$$L = \underline{\psi}(i\gamma^{\mu}D_{\mu} - m)\psi\ (4.9)$$

Al añadir la definición de derivada covariante, daría:

$$L = \underline{\psi}[i\gamma^{\mu}(\partial_{\mu} + iQA_{\mu}) - m]\psi\ (4.10)$$

Teniendo en cuenta la definición de L_0en (4.1) se podría reemplazar la siguiente expresión:

$$L = L_0 - Q\underline{\psi}\gamma^{\mu}\psi A_{\mu} \text{ (4.11)}$$

Con este desarrollo, se puede decir que el lagrangiano, bajo esta modalidad, resultó siendo invariante bajo transformación gauge local U(1) (Molina & Quintero, 2009). Bajo este mismo orden de ideas, si se toma la densidad lagrangiana, que se designa de la forma:

$$L_A = -\frac{1}{4}F_{\mu v}F^{\mu v} \text{ (4.12)}$$

Ahora, si se superpone la densidad lagrangiana (o también llamado como el lagrangiano de Maxwell) que es el lagrangiano asociado al electromagnetismo que surgen bajo las ecuaciones de Maxwell. Y el lagrangiano obtenido de la invariancia gauge, se llegará a una interesante expresión:

$$L_{QED} = -\frac{1}{4}F_{\mu v}F^{\mu v} + L_0 - J_{EM}^{\mu}A_{\mu}$$

Siendo

$$J_{EM}^{\mu} = Q\underline{\psi}\gamma^{\mu}\psi$$

Esta expresión es muy interesante, ya que es la ecuación de la electrodinámica cuántica en el que Q es conocido como el generador de carga, J_{EM}^{μ} es conocido como la 4-corriente electromagnética. Pero lo más importante, A_{μ}Está asociado al Fotón, una de las partículas Bosónicas que fundamenta el modelo estándar de la física de partículas, o también conocido como Bosón gauge.

Una buena forma de mostrar el fenómeno de interacción en la electrodinámica cuántica viene dada por los diagramas de Feynman que se denota como:

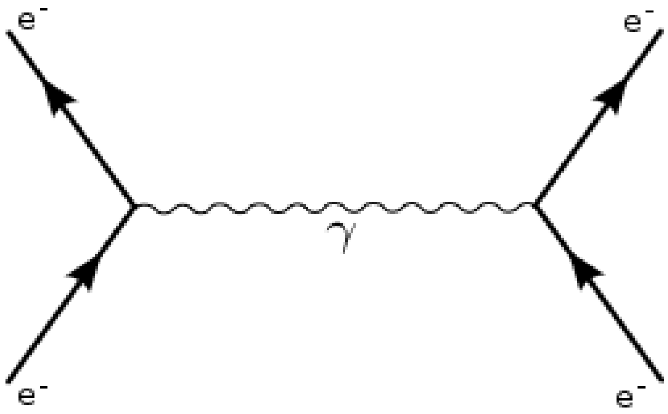

Ilustración 13 Diagramas de Feynman para la explicación de la dinámica eléctrica entre electrones. Fuente tomada de https://es.wikipedia.org/wiki/Electrodin%C3%A1mica_cu%C3%A1ntica

Este diagrama muestra que la interacción entre dos electrones (como ejemplo) es dado por el compartimiento de una partícula mediadora de la interacción (el fotón), cuando el electrón emite un fotón (la parte izquierda del diagrama), este hace que el electrón desvíe su trayectoria. Por otro lado, cuando el fotón llega a otro electrón, este hace que el electrón que interaccionó con el fotón, desvíe su trayectoria.

Una manera más sencilla de entender esta analogía, viene dado por un ejemplo típico que se usa en los libros y medios informativos. Suponga que una persona A está en un bote con una pelota pesada en los brazos, mientras que, por otro lado, está una persona B en otro bote esperando a recibir la pelota. Al haber lanzado la pelota y recibirla por parte de la otra persona A, los botes de la persona A y B se alejan entre sí (Ver ilustración 5)

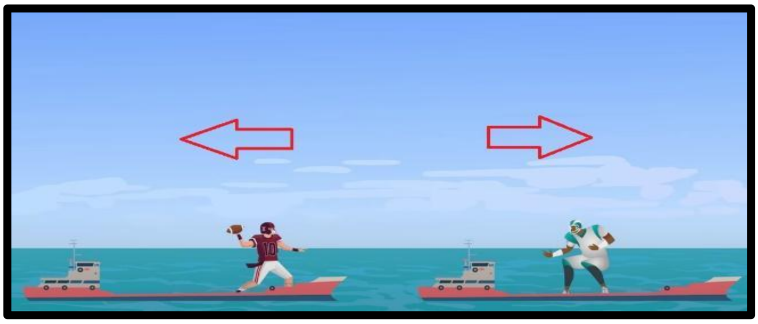

Ilustración 14 Un ejemplo sobre los diagramas de Feynman. Fuente tomada y modificada de https://www.youtube.com/watch?v=-J95IZlT_2w

Tomando en cuenta este ejemplo, se puede decir que, en vez de personas se hablase de partículas como electrones. Además, en vez de hablar de pelotas, se puede hablar de fotones. Y, por último, en vez de hablar de agua, se puede hablar del mismo espacio.

Un aspecto fundamental acerca de la idea gauge viene ligado principalmente a la utilidad para la explicación de dinámicas que generalmente se observa en la naturaleza cuya indagación física es de carácter moderno o hasta contemporáneo como lo puede ser la interacción electromagnética vista en este capítulo por medio del lagrangiano de Dirac. Sin embargo, la idea gauge ha sido de gran utilidad para explicar la dinámica entre diversos sistemas como lo puede ser por medio de la estabilidad de núcleo atómico, las interacciones débiles, aquellas que son responsables de la desintegración de la materia, entre otras cosas.