

**EL ESTUDIO DEL CENTRO DE MASA: UNA PROPUESTA DIDÁCTICA PARA  
ESTUDIANTES DE GRADO UNDÉCIMO CENTRADA EN EXPERIENCIAS DE  
AULA SENCILLAS**

**RONALD JOSÉ RINCÓN URREA**

**UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL  
FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA  
DEPARTAMENTO DE FÍSICA  
BOGOTÁ, D.C.**

**2022**

**EL ESTUDIO DEL CENTRO DE MASA: UNA PROPUESTA DIDÁCTICA PARA  
ESTUDIANTES DE GRADO UNDÉCIMO CENTRADA EN EXPERIENCIAS DE  
AULA SENCILLAS**

**RONALD JOSÉ RINCÓN URREA**

**Trabajo de grado presentado para optar por el título de Licenciado en Física**

**Asesor**

**Profesor Germán Hernando Bautista Romero**

**UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL  
FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA  
DEPARTAMENTO DE FÍSICA  
BOGOTA, D.C.**

**2022**

## TABLA DE CONTENIDO

INTRODUCCIÓN .....	4
CAPITULO I.....	6
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	6
1.1 Descripción del problema.....	6
1.2 OBJETIVOS.....	10
1.2.1 Objetivo General .....	10
1.2.2 Objetivos específicos.....	10
CAPITULO II .....	16
MARCO TEÓRICO .....	16
2.1 El concepto de cuerpo .....	18
2.2 Concepción del movimiento.....	18
2.3 El concepto de traslación.....	20
2.4 El concepto de rotación .....	23
2.5 El concepto de fuerza .....	27
2.6 El concepto de centro de masa .....	28
CAPITULO III .....	33
METODOLOGIA .....	33
3.1 Fases del Proyecto.....	34
3.2 Características de la población.....	35
3.2 Cómo se concibe la unidad didáctica .....	36
CAPITULO IV .....	43
CONSIDERACIONES PARA EL MAESTRO.....	43
CONCLUSIONES .....	45
BIBLIOGRAFÍA.....	49
ANEXOS.....	51

## INTRODUCCIÓN

El presente trabajo de grado surge de la reflexión continua que realiza un maestro de física en formación, sobre el abordaje de diferentes contenidos disciplinares en las aulas de clase, que demandan determinado grado de abstracción y que requieren de un planteamiento didáctico específico para llevar a los estudiantes a la comprensión del fenómeno abordado. Este es el caso, del concepto de centro de masa, que implica pensar la forma como se encuentra distribuida la masa de un cuerpo, de tal modo, que, si se aplica una fuerza sobre él, este solamente realice un movimiento de traslación y no rote.

En tal sentido, el objetivo de este documento es presentar el diseño de una estrategia didáctica para aproximar a los estudiantes de grado undécimo al concepto de centro de masa, haciendo énfasis en experiencias de aula sencillas, que le permitan a los docentes dar orientaciones y plantear actividades que enriquezcan su proceso de enseñanza de esta temática en la educación media, por lo tanto, se privilegia, la descripción, la presentación de imágenes y videos para ampliar las consideraciones a tener en cuenta en el estudio de la temática.

El texto se configura en capítulos donde se dan a conocer diferentes momentos del ejercicio investigativo. En el capítulo I *Planteamiento del problema* se presenta la problemática, la cual surge de la observación realizada en la práctica educativa y de la experiencia del autor, en su propio proceso de formación, allí se hacen explícitos los objetivos del trabajo y las razones por las que se consideran pertinentes el desarrollo de la propuesta investigativa, así como, los antecedentes.

En el capítulo II, *Marco Teórico*, se hacen evidentes las comprensiones alcanzadas sobre el concepto de centro de masa, haciendo un recorrido, por conceptos básicos de la mecánica clásica, como lo son las causas del movimiento, la fuerza, el movimiento de traslación y rotación, entre otros. En el Capítulo III, *Metodología*, se realiza una presentación de la estrategia de investigación empleada, se describe la manera como se concibe la idea de unidad didáctica y las características de la población que es objeto de estudio.

En el capítulo IV, denominado *consideraciones de enseñanza*, se presenta las reflexiones que surgen del estudio de la temática y las cuales convierten en un conjunto de orientaciones para el maestro cuando desea abordar el concepto de centro de masa en el aula, haciendo uso de experiencias sencillas. Finalmente, se presentan las *Conclusiones* del trabajo, basadas en la pregunta de investigación, el objetivo, el diseño de la unidad y las consideraciones de enseñanza.

# **CAPITULO I**

## **PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA**

En este capítulo se presenta el contexto del cual surge el problema de investigación, a partir de las reflexiones que se dan sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje en la educación media, tomando como referencia los lineamientos curriculares en ciencias naturales y las dinámicas que se observan desde el rol de maestro en formación en una institución educativa de la ciudad de Bogotá. Por lo tanto, se presenta la descripción del problema, los objetivos (general y específicos), la justificación y los antecedentes que soportan el ejercicio investigativo.

### **1.1 Descripción del problema**

En el caso de Colombia, la enseñanza de la física escolar en la mayoría de los casos se ha orientado desde las acciones de pensamiento propuestas en los Estándares Básicos de Competencias y los Derechos Básicos de Aprendizaje dados por el Ministerio de Educación Nacional, en los años 2004 y 2016 respectivamente, los cuales indican las competencias y los ejes conceptuales que deber ser abordados en las escuelas en los diferentes niveles académicos. En este sentido, se han planteado en las aulas estrategias que permitan aproximar a los estudiantes al estudio de diferentes fenómenos que suceden en la cotidianidad desde diferentes perspectivas en las que se involucran aspectos históricos, culturales y la modelización matemática y geométrica de los mismos.

En ese orden de ideas, uno de los temas propuestos para los grados décimo y undécimo es el de centro de masa el cual se encuentra asociado a los conceptos de equilibrio,

simetría, centro de gravedad y fuerzas que actúan sobre un cuerpo, lo que requiere determinado grado de abstracción por parte de los estudiantes para comprender las implicaciones del concepto, así como, la forma en la que se relacionan algunas variables que permitan dar cuenta del mismo, teniendo en cuenta que muchas de ellas no son “observables” es decir, no son perceptibles mediante los sentidos y se requiere de una interpretación desde un contexto teórico.

Teniendo en cuenta lo expuesto anteriormente se realiza el planteamiento del problema del proyecto de investigación desde dos perspectivas: Desde la experiencia que ha tenido el maestro en formación desde su proceso de práctica pedagógica, es decir, desde el acercamiento a las dinámicas propias de las de ciencias naturales y desde la revisión documental en la que se pone en escena algunas barreras de la enseñanza de la física en las escuelas.

En cuanto a la primera idea, se precisa que los procesos de observación de la práctica pedagógica se han visto limitados por las implicaciones que ha llevado la contingencia por el COVID-19. Sin embargo, se ha hecho evidente desde el trabajo remoto, que el tema de centro de masa no es abordado a profundidad en estos niveles académicos, teniendo en cuenta que se privilegian los conceptos propios de la dinámica, como la gravedad, las fuerzas, las leyes de Newton en general, los cuales se abordan de una manera muy superficial, en la que prima el desarrollo de ejercicios que involucren la aplicación de ecuaciones para hallar la fuerza, la masa y la aceleración, plantear los diagramas de cuerpo libre, entre otros aspectos, que no permiten ampliar el sentido físico que demanda el abordaje de estos conceptos y su importancia para continuar con el abordaje de otras temáticas como la de centro de masa, centro de gravedad, etc.

Por otro lado, en la revisión de la literatura especializada sobre la enseñanza de las ciencias, se hace evidente que algunas dificultades de los estudiantes en básica y media, es no

poder comprender y apropiarse de los conceptos, las teorías y el mundo de las ideas que se les presentan en las clases de física. Puesto que la forma en la que son presentados es mediante algoritmos y enunciados. De esta manera, las temáticas no representan más información de los fenómenos y no plantea nuevas inquietudes o preguntas en los estudiantes para seguir investigando el mundo que los rodea. (Ayala Manrique, Sandoval Osorio, & Malagón Sánchez, 2013)

Otra situación de tensión se da desde el desarrollo de las prácticas de laboratorio, en la que se presenta un panorama entre el mundo de las ideas y el mundo sensible. La actividad experimental posee algunas características: - desarrollo de técnicas experimentales, - predicciones, -medición y tratamiento de datos, -instrumentación, -elemento de validación y contrastación entre teorías. Algunas las dificultades procedimentales que se presentan y que no posibilitan la construcción de conocimiento científico escolar son;

1. Falta de reconocimiento y manejo de instrumentos y artefactos.
2. La comprensión fenomenológica del comportamiento de dichos artefactos.
3. La poca articulación entre la experimentación y los modelos de explicación.

El primer ítem plantea la capacitación técnica e inmersión de los estudiantes en actividades con equipos y de fácil uso (dependiendo de los recursos disponibles). El segundo ítem representa la dificultad del estudiante para relacionar conceptos, abstracciones y de sus ideas con la experiencia sensible. Es decir, a partir de lo que sabe el estudiante dar explicación razonable del funcionamiento de los instrumentos.

El tercer ítem expone la experimentación como herramienta para corroborar<sup>1</sup> las abstracciones, los planteamientos y la información dada teóricamente a los estudiantes. Las dificultades procedimentales y del constructo conceptual que poseen los estudiantes sobre

---

<sup>1</sup> “un experimento es significativo sólo si se pone a prueba una teoría acerca de los fenómenos bajo escrutinio” (Hacking, 1996, pág. 182).

determinada temática de la física, se debe a la forma como se aborda el estudio de los fenómenos en el aula. En muchos casos no hay una relación directa de los fenómenos y los conceptos de base que los sustenta. Por ejemplo, Pozo (2009) explica lo que sucede con los estudiantes al estudiar el equilibrio de fuerzas:

Aceptar el equilibrio de fuerzas es relativamente fácil, pero comprenderlo plantea muchas dificultades derivadas en la mayoría de las ocasiones del problema de que esas fuerzas surgen de interacción entre dos o más cuerpos y los alumnos tienen dificultades para entender que el cuerpo es el que experimenta cada una de ellas. (Gómez Crespo & Pozo Municio, 2009, pág. 236)

Es decir, el significado de lo que interpreta el estudiante sobre equilibrio y la información brindada en clase, presenta una contradicción o poca concordancia con las actividades cotidianas o situaciones comunes observadas con relación al comportamiento de los cuerpos y del cómo las fuerzas actúan sobre estos.

Por último, una dificultad para comprensión conceptual es presentar situaciones con partículas para el caso (de interés) del movimiento de rotación en los textos de física. Al presentar estas situaciones a los estudiantes no encontrarán una relación con el mundo real y la desconexión con situaciones de la cotidianidad.

Por lo anterior, se determina la necesidad de buscar caminos que permitan abordar algunos conceptos y que los estudiantes amplíen su panorama de posibilidades a la hora de explicar ciertos fenómenos físicos, por lo tanto, se plantea la siguiente pregunta de investigación:

*¿Cómo aproximar a los estudiantes de gran undécimo al estudio del centro de masa a través de una estrategia didáctica centrada en experiencias de aula sencillas?*

## **1.2 OBJETIVOS**

### **1.2.1 Objetivo General**

Diseñar una estrategia didáctica para aproximar a los estudiantes de grado undécimo al concepto de centro de masa haciendo énfasis en experiencias de aula sencillas.

### **1.2.2 Objetivos específicos**

1. Establecer un abordaje conceptual que permitan comprender el concepto de centro de masa y cómo este puede ser enseñado en los niveles de la educación media.
2. Indicar los elementos necesarios para la construcción de experiencias sencillas que permitan evidenciar las características del centro de masa.
3. Realizar las actividades guiadas de la unidad didáctica mostrando evidencias (fotos y videos) como un posible resultado que se podría tener en cuenta en la implementación en el aula.

## **1.3 JUSTIFICACIÓN**

El presente proyecto de investigación es pertinente por las razones que se enuncian a continuación:

En el aspecto disciplinar se relacionan temáticas en las que se involucra la actividad experimental y se relacionan las acciones de pensamiento del eje básico del entorno físico de los estándares básicos de competencias de ciencias naturales de grado decimo a undécimo:

1. Establecer relaciones entre estabilidad y centro de masa de un objeto.

*Determinar el centro de masa de un objeto en relación con las fuerzas que actúan sobre dicho objeto.*

2. Modelar matemáticamente el movimiento de los objetos cotidianos a partir de las fuerzas que actúan sobre ellos.

*Para observar la trayectoria del centro de masa de objeto causada por el peso de este o cualquier otra fuerza.*

Romero (2013) indica: “el lenguaje experimental está presente al diseñar y construir aparatos, también al manipular entidades y crear fenómenos” (pág. 61) o “efectos”<sup>2</sup>. Con respecto a la afirmación de Romero, el montaje experimental dará cuenta de la aceleración de la gravedad (por medio de acelerómetros) en cualquier punto (arbitrario) de la superficie de un objeto y así observar qué sucede (por ejemplo) con el torque en punto (especial) del cuerpo. Además de la manipulación del montaje por parte de los estudiantes para obtener resultados deseados a favor o en contra de la teoría y observar cómo es el comportamiento del cuerpo debido a los cambios en los instrumentos.

En el aspecto pedagógico se considera el contexto en el que se devuelve el docente de física, en donde aplica su formación disciplinar y pedagógica; inicialmente se acerca a las leyes, teorías y conceptos de la física y para luego realizar una reflexión y darle un sentido a todo ese conjunto para construir ideas propias. Después, en el proceso de reflexión el docente vincula ese conjunto con la realidad en la que está inmerso, para posteriormente recontextualizar estas leyes, teorías y conceptos facilitando la comprensión y el aprendizaje del estudiante. De este modo Ayala (2006) menciona que: “la formación en ciencias es ante todo una formación técnico-instrumental y que el maestro debe tener una formación adicional,

---

<sup>2</sup> “Los **fenómenos** nos recuerdan, en ese semiconsciente depósito del lenguaje, sucesos que pueden ser registrados por el observador bien dotado que no interviene en el mundo, pero que mira las estrellas. Los **efectos** nos recuerdan a los grandes experimentadores que les han dado su nombre a los efectos: los hombres y mujeres, los Compton y Curie, que intervinieron en el curso de la naturaleza, para crear regularidades que, por lo menos en principio, pueden considerarse regularidades (o anomalías)”. (Hacking, 1996, pág. 277)

la pedagogía, que le permita entender y darle un sentido a su labor, así como desarrollarla adecuadamente” (pág. 22). Siguiendo esta línea se pretende realizar abordaje teórico de algunos conceptos de la mecánica de Newton para luego plantear las actividades sencillas de aula organizadas en la unidad didáctica.

Por otro lado, se considera que en las clases de física se centra la atención en la solución de ejercicios y problemas en donde se evalúa la habilidad de estudiante para realizar operaciones matemáticas; dejando a un lado el significado de los conceptos y la relación con la realidad de los estudiantes. Se hace la claridad que la actividad experimental hace parte también de las clases de física y el docente de busca que el estudiante comprenda los fenómenos a la luz de una teoría planteada. Con relación a esto Ayala menciona:

se destaca como una gran dificultad el excesivo énfasis que se hace en la formulación matemática de la física, que hace que la “comprensión” de la física se confunda con la habilidad de interpretar expresiones matemáticas, manipularlas y hacer uso de ellas para resolver ejercicios, y que se deje de lado el análisis y la lógica conceptual de los planteamientos teóricos. (Ayala M., 2006, pág. 24)

De este modo, la construcción de las actividades sencillas de aula se plantea teniendo en cuenta lo mencionado anteriormente. Allí las experiencias de los estudiantes darán cuenta de cómo es su proceso de construcción de conocimiento, suponiendo que le den un sentido al concepto de centro de masa. En cada una de las actividades se pretende que el estudiante describa el cómo y el porqué de cada una de las situaciones propuestas para finalmente plantear unas conclusiones de todo el proceso desarrollado con la unidad didáctica que no se enfoca en las formulaciones matemáticas.

En el aspecto personal se pretende enriquecer los ejes temáticos para construir el concepto de centro de masa y relacionarlos con las posibles experiencias de los estudiantes.

De este modo, los planteamientos de la mecánica newtoniana sobre el problema del movimiento y sus causas y la caída de los objetos son de gran interés.

Este trabajo es una oportunidad para establecer cómo puede ser presentado a los estudiantes, en función del concepto de centro de masa y además de fortalecer y resignificar las ideas propias sobre el concepto de fuerza, los sistemas de partículas y la distribución de masa.

Teniendo en cuenta la contingencia sanitaria y la forma retoma como se desarrollaron las clases de las escuelas (y universidades), se buscaron nuevas formas para facilitar el proceso de enseñanza y aprendizaje de los estudiantes; entre estas formas se mostraron las simulaciones, las animaciones, plataformas interactivas entre otras más para complementar las actividades virtuales y suplir en cierta medida la falta de acceso a laboratorios de las instituciones. Así, se consideró presentar material visual (simulaciones y videos) utilizando softwares de otras áreas del conocimiento, que faciliten al estudiante la aproximación al concepto de centro de masa y el desarrollo de las actividades sugeridas en la unidad didáctica. Las ilustraciones de las situaciones planteadas en la actividades sencillas deben ser (en lo posible) similares a los objetos reales que reconozcan los estudiantes. Por esto, se tendrán en cuenta softwares de diseño como Inventor, AutoCAD, Solid Edge entre otros pocos más que brindan facilidades al docente en formación.

#### **1.4 ANTECEDENTES**

A continuación, se relacionan un conjunto de investigaciones las cuales aportan de manera significativa al proceso investigativo que se presenta en este proyecto de grado. Las búsquedas se realizaron en el ámbito: local, nacional y global. En el repositorio de la

Universidad Pedagógica Nacional se encontraron dos estudios, los cuales se presentan a continuación.

García (2016) diseña y construye un dispositivo para el estudio de la caída de los cuerpos, allí presenta una unidad didáctica para estudiantes de colegio. Con el dispositivo basado en Arduino, mide la aceleración de la gravedad en un lugar preciso con condiciones específicas y con las consideraciones dadas por autores clásicos de la física. Los aportes del presente trabajo de grado mencionado son: 1) El diseño y construcción de un prototipo basado en Arduino en función de la enseñanza de la física en la escuela. 2) El diseño e implementación de una unidad didáctica en relación con la caída de los cuerpos y el prototipo basado en Arduino. 3) Las consideraciones conceptuales y teóricas en el área de la física, para diseñar y construcción el dispositivo. 4) el uso de las TIC's en el entorno escolar para resignificar los conocimientos y los saberes.

Mancera (2017) realiza un estudio relacionado con la nulidad de las fuerzas que actúan en un cuerpo y la nulidad de los torques que actúan sobre un cuerpo, para dar cuenta del concepto de equilibrio mecánico. Como parte de este proceso realiza actividades de las experiencias de los estudiantes de grado decimo en relación con el concepto de equilibrio mecánico. Los aportes del trabajo de grado mencionado son: 1) Las consideraciones físicas para que exista equilibrio mecánico en un sistema. 2) Las situaciones cotidianas de los estudiantes que relacionan con el de equilibrio mecánico. 3) La presentación recurrente de las temáticas de física por medio de ejercicios.

En el ámbito nacional tenemos el estudio de Ceron (2014) quien plantea una secuencia didáctica sobre el concepto de torque relacionado con máquinas simples, con el propósito de presentar a estudiantes de grado decimo las aplicaciones del torque en el mundo real. Esto debido a la desconexión entre los conceptos y la realidad, por parte de los estudiantes. Los aportes del trabajo de maestría son: 1) las aplicaciones del torque en situaciones reales. 2) las

consideraciones para el diseño de la secuencia didáctica en función a temáticas como momento de fuerza, momento de inercia y equilibrio mecánico. 3) la forma de las actividades dirigidas a estudiantes de grado decimo.

En el ámbito global, López, Estrada, Enciso y Arvizu (2018) aplican una estrategia didáctica sobre una aplicación del cálculo Integral, el centro de gravedad. Esta estrategia se lleva a cabo con estudiantes de primeros semestres de ingeniería. Los resultados de la investigación se centran en las aptitudes en lógica matemática de los estudiantes. Los aportes del artículo mencionado son: 1) el fundamento teórico necesario para realizar cualquier tipo de actividad en relación con el concepto de centro de gravedad, teniendo en cuenta que existen sistemas que no son geométricos y asimétricos. 2) la forma de organización de los resultados relacionados con el concepto de centro de gravedad.

Moreno, Moll y Angulo (2018) realizan unas actividades con montajes experimentales para caracterizar el proceso de comprensión de tres estudiantes de tercer semestre de la facultad de ciencias. Plantean tres situaciones, una situación con una balanza, con unas placas y una última con un planeador (avión de papel). Los aportes del artículo mencionado son: 1) Las actividades similares que se pueden realizar con estudiantes de grado décimo a partir del concepto de centro de masa relacionando con el centro de gravedad. 2) Los resultados que obtuvieron los investigadores sobre la caracterización de la comprensión del concepto de centro de masa en los estudiantes de nivel universitario.

## CAPITULO II

### MARCO TEÓRICO

Este trabajo de grado centra su preocupación en la forma mediante la cual se aborda el concepto de centro de masa en la educación media, por lo que se considera necesario plantear un conjunto de elementos teóricos que permitan comprender el sentido físico que se le atribuye a este. El concepto de centro de masa es utilizado en la cotidianidad tomando como referencia el centro geométrico de un cuerpo (un punto que equidista de la superficie de la figura o sólido geométrico), pues es una primera idea que se puede extraer de la experiencia, ya que se tiende a pensar que los cuerpos son homogéneos. Sin embargo, es importante señalar que, en la enseñanza de la física, estos dos conceptos no pueden abordarse como sinónimos porque tienen diferentes significados.

El concepto de centro de masa toma relevancia cuando se menciona el movimiento de los cuerpos y sus causas, teniendo en cuenta dos aspectos, los objetos en reposo (relativo) y cuando poseen una velocidad constante y se desplazan en línea recta. Partiendo de estos dos aspectos de la mecánica de Newton que caracterizan el movimiento y un tercero es el concepto de fuerza relacionado con las causas del movimiento. De esta manera, para describir el movimiento de los cuerpos se considera toda la extensión de estos o cada una de las partes que los componen, que dependerá del movimiento que describa el cuerpo.

Al hacer la revisión en diferentes textos se evidencia, que la principal característica que se le asocia al concepto está referida a una posición “exacta” en relación con un sistema de referencia y que matemáticamente, implica conocer el promedio de las posiciones del sistema en atención a sus masas. En ese orden, para Hewitt (2004) el centro de masa “es la posición promedio de la masa que lo forma” (pág. 139) y explica que dado el caso en que el objeto sea homogéneo (es decir, la misma densidad en todos los puntos), este corresponde con

su centro geométrico, pero si el cuerpo, no es homogéneo, este se ubicara en un lugar diferente, para ejemplificar expresa “el centro de masa de un bate queda hacia el extremo más grueso. Un cono macizo tiene su centro de masa exactamente a un cuarto de la distancia de su base hacia arriba” (Hewitt, 2004, pág. 133).

En el texto de Serway (2005) para analizar el movimiento de los cuerpos en un sistema mecánico, se establece el centro de masa. Se parte de la idea que dicho sistema es una colección de partículas cuyo movimiento se puede describir como el movimiento de un punto y como si toda su masa estuviera concentrada en él, lo que hace pensar que se si se aplica una fuerza en el centro de masa, este sistema se mueve en la dirección de la fuerza sin que se produzca una rotación. En conclusión, se reafirma la idea que para hablar del centro de masa no solo debe pensarse en la posición de dicho punto, sino que se establece una relación directa con el movimiento del cuerpo. Para complementar esta idea, se puede retomar la definición realizada por Feynmann (1998):

Si consideramos el cuerpo en su totalidad y suponemos que tiene una masa total  $M$ , hay cierto punto “dentro” del cuerpo, llamado *centro de masa* tal que la fuerza externa neta resultante produce una aceleración de este punto como si toda la masa estuviera concentrada ahí. (Feynmann, Leighton , & Sands, 1998, pág. 137)

En ese sentido, estudiar el centro de masa implica identificar el punto donde actúa una fuerza constante sobre un cuerpo, posibilitando el movimiento traslacional pero no la rotación de este. Para comprender este concepto, es necesario reconocer las características de los cuerpos (en física), la forma cómo se asume el movimiento, identificar qué es necesario para que un cuerpo se mueva, conceptos propios de la mecánica clásica que serán abordados en los siguientes apartados.

## 2.1 El concepto de cuerpo

En el campo de la física, se define un cuerpo como el conjunto de partículas que están ubicadas en toda la extensión que ocupa el cuerpo y que están unidas entre sí. En ese orden, el lugar ocupado por el cuerpo es el conjunto de lugares formado por todas las partículas que lo conforman. Se puede emplear como sinónimo, el término *objeto físico*, cuya finalidad particular, es establecer estudios que simplifiquen las variables para realizar análisis como si fuera un “único” cuerpo y de esta manera involucrar, definir marcos de referencia, posiciones en el espacio, reconocer cambios a partir de la interacción de fuerzas que actúan sobre él, entre otros aspectos.

## 2.2 Concepción del movimiento

Una de las características más relevantes de cuando se aborda el centro de masa, es observar en qué lugar, se aplica una fuerza sobre un cuerpo, que hace que este solo se traslade y no rote. Por esta razón, resulta pertinente, definir el movimiento en este documento. El movimiento se asume como el cambio de lugar de un cuerpo. Para Newton, hay dos formas en las que se puede concebir el movimiento de los cuerpos: relativo, la relación posición con respecto a otros cuerpos (traslación y rotación) y el absoluto, con relación al espacio absoluto, que por su naturaleza y sin relación a otros cuerpos, permanece igual e inmóvil; a diferencia del relativo que se define por los sentidos que le atribuya un observador y está directamente relacionado con el sistema de referencia que se le atribuya. Teniendo en cuenta que el movimiento relativo depende de la experiencia que tenga el sujeto, Newton (1687) en sus principios define:

Por las posiciones y distancias de las cosas a un cierto cuerpo que consideramos inmóvil, definimos todos los lugares; posteriormente interpretamos todos los movimientos por respecto a los antedichos lugares, en tanto que los concebimos como pasos de los cuerpos por estos lugares. Así, usamos de los lugares y movimientos relativos en lugar de los absolutos y con toda tranquilidad en las cosas humanas. (pág. 88)

Con el fin de comprender las causas del movimiento Newton plantea tres leyes, basadas en la fuerza impresa sobre los cuerpos y el estado de movimiento de estos. La primera ley de movimiento, denominada la Inercia establece que “Todo cuerpo persevera en su estado de reposo o movimiento uniforme y rectilíneo a no ser en tanto que sea obligado por fuerzas impresas a cambiar su estado (Newton, 1687, p. 94)”, es decir, que el cuerpo “continúa” con el mismo estado de movimiento (reposo o en línea recta), al menos que existan fuerzas, que actúen sobre él. Esta propiedad que tienen los cuerpos de mantenerse en su mismo estado, de resistir a los cambios en su movimiento, se denomina inercia.

En la segunda ley se reafirma que la principal causa para cambiar el estado de movimiento de los cuerpos es la fuerza. Se determina que la velocidad de los cuerpos cambia por la influencia de fuerzas externas que actúan sobre él. “El cambio de movimiento es proporcional a la fuerza motriz impresa y ocurre según la línea recta a lo largo de la cual aquella fuerza se imprime” (Newton, 1687, p.94). De acuerdo con esto, el cambio de movimiento se producirá en la misma dirección de la fuerza impresa y dependiendo del estado inicial de movimiento del cuerpo, aumentará o disminuirá su cantidad movimiento.

Finalmente, la tercera ley consiste expresar las interacciones de los cuerpos en términos de las fuerzas y de la cantidad de movimiento. De esta manera, las fuerzas están determinadas por dos cuerpos, cada uno de ellos ejerce una fuerza sobre el otro de igual magnitud y en sentido contrario. “Con toda acción ocurre siempre una reacción igual y

contraria: O sea, las acciones mutuas de dos cuerpos siempre son iguales y dirigidas en direcciones opuestas” (Newton, 1687, pág. 94).

Las consideraciones realizadas por Newton permiten ampliar la comprensión sobre la importancia del concepto de fuerza al momento de establecer las causas del movimiento de los cuerpos y se concluye que de la forma como se apliquen estas (fuerzas externas) dependerá que se genere un movimiento traslacional o rotacional, como se explicará en los apartados que siguen a continuación.

### **2.3 El concepto de traslación**

Cuando se habla del término de traslación, se hace referencia al movimiento que realiza un cuerpo, y que es “observable”, por el cambio de posición de este. En la mecánica clásica, se toma como base, los sistemas de referencia  $(x, y, z)$  para dar cuenta de la modificación de las posiciones. El concepto de traslación lo define Newton (1687) de forma implícitamente, en la siguiente afirmación:

El movimiento del todo es el mismo que la suma de los movimientos de las partes, esto es, la traslación del todo de su lugar es la misma que la suma de las traslaciones de sus lugares de las partes, y, por tanto, el lugar del todo es igual a la suma de los lugares de las partes y, por consiguiente, interno y solidario con el cuerpo. (Newton, 1687, pág. 89)

Como se ha mencionado, el movimiento es el paso de un cuerpo de un lugar a otro lugar (Newton, 1687, pág. 88). Para que se genere una traslación debe haber una acción ejercida sobre las partes (partículas que conforman el cuerpo) para producir traslación de cada una de estas y así una traslación total del todo (el cuerpo). Sin embargo, no es necesario

aplicar una fuerza a cada una de las partículas sino solo a unos algunos lugares en donde están algunas de las partículas. Es decir, aplicando una fuerza sobre unos lugares específicos se producen traslaciones de las partículas y al sumar estas pocas traslaciones se obtendrá la traslación total del cuerpo.

Por consiguiente, se puede hacer uso del concepto de cantidad de movimiento respecto a la traslación del cuerpo o la cantidad de movimiento lineal o momentum lineal del cuerpo; teniendo en cuenta que “*Si la fuerza total externa es cero, el momentum lineal total se conserva.* (Goldstein, Poole, & Safko, 2000, pág. 6). Cuando se dice que la fuerza total externa, es decir suma de las acciones ejercidas sobre cada una de las partículas que componen el cuerpo y no corresponden a las acciones entre las partículas, es decir, las fuerzas internas; sino las acciones del exterior sobre cada una de las partículas, relacionando de este modo, la acción total ejercida sobre el cuerpo o la fuerza externa aplicada sobre el cuerpo.

Para que esta acción total se igual a cero, se pueden considerar algunos casos: -que la fuerza total externa ejercida por objeto externo se contrarresta con una fuerza aplicada por el cuerpo sobre ese objeto externo. -que la fuerza total externa ejercida por varios objetos externos sobre el cuerpo, son múltiples fuerzas en diferentes direcciones que se anulan o se contrarrestan dando como resultado una fuerza total externa nula. -no hubiera una fuerza total externa actuando sobre el cuerpo de manera se conserva su estado de movimiento. Para formalizar el concepto de la cantidad de movimiento de una partícula, se plantea lo siguiente: “El momentum lineal  $p$  de una partícula está definido como el producto de la masa de la partícula y la velocidad” (Goldstein, Poole, & Safko, 2000, pág. 1)

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

*Ecuación 1*

Esta formulación está relacionada con el movimiento de una partícula en línea recta y con velocidad constante, y también con la traslación de esa partícula ya que se define como la cantidad de movimiento lineal de una partícula en donde su masa y su velocidad determinarán

la interacción con otras partículas y con los alrededores; en otras palabras, a mayor masa mayor momentum lineal y a gran velocidad mayor momentum lineal.

Lo anterior se puede formalizar haciendo uso de la ecuación diferencial que relaciona la cantidad de movimiento y la aceleración (si la masa es constante), con relación al tiempo.

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \equiv \dot{\vec{p}}$$

$$\vec{F} = \frac{d}{dt}(m \cdot \vec{v})$$

*Ecuación 2*

Donde  $F$  es fuerza total ejercida sobre una partícula o la suma de todas las fuerzas ejercidas sobre una partícula.

Para el *caso* de un sistema de partículas (un cuerpo) se hace la misma consideración anterior, pero con una expresión adicional:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \equiv \dot{\vec{p}}$$

$$\sum_j \vec{F}_{ij} + \sum_i \vec{F}_i = \dot{\vec{p}}_i$$

*Ecuación 3*

Donde  $F_i$  permanece por una fuerza externa, y  $F_{ij}$  es la fuerza interna sobre  $i$ ésima debido a la ( $j$ )ésima partícula. (Goldstein, Poole, & Safko, 2000, pág. 5).

Finalmente, la traslación de un cuerpo dependerá de lugar y de la relación con el lugar que ocupa otro cuerpo. Es decir, la traslación de un cuerpo está determinada por la relación de éste con respecto a un punto o lugar fuera de la extensión del cuerpo o también llamado marco de referencia.

## 2.4 El concepto de rotación

La rotación depende del comportamiento de cada una de las partes del cuerpo en relación con un punto del cuerpo. Así, el movimiento de rotación está dado desde el cambio de lugar de las partículas en relación con un lugar o punto del cuerpo que componen esas partículas y el cambio de lugar de las partículas con relación a un punto fuera de la extensión del cuerpo, también llamado marco de referencia.

Cuando se utiliza el concepto de rotación se relaciona con el movimiento circular, entonces, posiblemente el cuerpo describa una circunferencia cuando esté realizando una rotación. Por consiguiente, se podría considerar que cada una de las partículas trazan circunferencias de modo que todos esos trazos representan la rotación total del cuerpo, pero cada una de esas circunferencias trazadas por las partículas deben poseer un centro que puede coincidir con un lugar en la extensión del cuerpo o un lugar fuera de la extensión de él.

El cambio del movimiento es proporcional a la fuerza aplicada. De este modo, el aspecto cuantitativo de la rotación está dada desde la cantidad de movimiento angular y recibe el nombre de momentum angular. Complementando con el teorema de conservación del momentum angular para el caso de un sistema de partículas (un cuerpo), definido de la siguiente manera: “ $L$  es constante en el tiempo si el torque aplicado es cero”. (Goldstein, Poole, & Safko, 2000, pág. 7)

El momentum angular de una partícula en punto  $O$ , denotado por  $L$ , esta definido como

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$$

*Ecuación 4*

Donde  $\vec{r}$  es el radio vector desde  $O$  a la partícula. Note que el orden de los factores es importante. Ahora se define el momento de fuerza o torque sobre  $O$  como

$$\vec{N} = \vec{r} \times \vec{F}$$

Ecuación 5

Entonces, la ecuación 5 se iguala a

$$\vec{r} \times \vec{F} = \vec{N} = \vec{r} \times \frac{d}{dt}(m \cdot \vec{v})$$

Ecuación 6

La parte derecha de la ecuación 6 puede escrita como

$$\vec{r} \times \frac{d}{dt}(m \cdot \vec{v}) = \frac{d}{dt}(\vec{r} \times m \cdot \vec{v})$$

Ecuación 7

Para dar cuenta de la anterior igualdad se realiza la siguiente demostración por derecha. Se utiliza la regla de la derivada del producto cruz de dos funciones vectoriales.

(Leithold, 1994, pág. 876)

$$\frac{d}{dt}(\vec{r} \times m \cdot \vec{v}) = \frac{d\vec{r}}{dt} \times m \cdot \vec{v} + \vec{r} \times \frac{d}{dt}(m \cdot \vec{v})$$

$$\frac{d}{dt}(\vec{r} \times m \cdot \vec{v}) = \vec{v} \times m \cdot \vec{v} + \vec{r} \times \frac{d}{dt}(m \cdot \vec{v})$$

Ecuación 8

En donde el producto cruz entre los dos vectores iguales es cero (kolman & Hill, 2006, pág. 260)

$$\vec{v} \times \vec{v} = 0$$

Ecuación 9

De modo que se multiplica  $m$  a ambos lados de la ecuación 9

$$m \cdot \vec{v} \times \vec{v} = m \cdot 0$$

$$m \cdot \vec{v} \times \vec{v} = 0$$

Ecuación 10

De este modo queda demostrada la ecuación 7

$$\frac{d}{dt}(\vec{r} \times m \cdot \vec{v}) = \vec{r} \times \frac{d}{dt}(m \cdot \vec{v})$$

En consecuencia, la ecuación 6 de torque toma la forma

$$\boxed{\vec{N} = \frac{d}{dt}(\vec{r} \times m \cdot \vec{v}) = \frac{d}{dt}(\vec{r} \times \vec{p}) = \frac{d\vec{L}}{dt} = \dot{\vec{L}}}$$

*Ecuación 11*

Note que ambas  $\vec{N}$  y  $\vec{L}$  dependen en el punto  $O$ , sobre el cual se hallan los momentos tomados. Nuevamente, el cambio del movimiento es proporcional a la fuerza aplicada. De este modo, el aspecto cuantitativo de la rotación está dada desde la cantidad de movimiento angular y recibe el nombre de momentum angular.

El momentum angular de una partícula en punto de origen  $O$ , denotado por  $L$ , esta definido como

$$\boxed{\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}}$$

Donde  $\vec{r}$  es el radio vector desde  $O$  a la partícula. El orden de los factores es importante, ya que el producto cruz no es conmutativo. Se define el momento de fuerza o torque sobre  $O$  como

$$\boxed{\vec{N} = \vec{r} \times \vec{F}}$$

Entonces es reemplazada la fuerza en términos de la cantidad de movimiento

$$\boxed{\vec{r} \times \vec{F} = \vec{N} = \vec{r} \times \frac{d}{dt}(m \cdot \vec{v})}$$

La ecuación 11 del torque queda de la siguiente forma

$$\boxed{\vec{N} = \frac{d}{dt}(\vec{r} \times m \cdot \vec{v}) = \frac{d}{dt}(\vec{r} \times \vec{p}) = \frac{d\vec{L}}{dt} = \dot{\vec{L}}}$$

Nota que ambas  $\vec{N}$  y  $\vec{L}$  dependen en el punto  $O$  o origen. (Goldstein, Poole, & Safko, 2000, pág. 3)

Para el caso de un sistema de partículas que configuran un cuerpo, se plantea lo siguiente: El momentum angular total del sistema formando el producto cruz  $\vec{r}_i \times \vec{p}_i$  y la sumatoria terminada en  $i$ .

$$\sum_i (\vec{r}_i \times \vec{p}_i) = \sum_i \frac{d}{dt} (\vec{r}_i \times \vec{p}_i) = \dot{L} = \sum_i \vec{r}_i \times \vec{F}_i + \sum_{\substack{i,j \\ i \neq j}} \vec{r}_i \times \vec{F}_{ij}$$

$$\sum_{\substack{i,j \\ i \neq j}} \vec{r}_i \times \vec{F}_{ij} = \sum_{\substack{i,j \\ i \neq j}} \vec{r}_i \times \vec{F}_{ji} + \vec{r}_j \times \vec{F}_{ij} = \sum_{\substack{i,j \\ i \neq j}} (\vec{r}_i - \vec{r}_j) \times \vec{F}_{ij}$$

Ecuación 12

Todos esos productos cruz desaparecen debido a la tercera ley de Newton de acción y reacción. (Goldstein, Poole, & Safko, 2000, pág. 7) Es decir, la acción ejercida de la partícula  $j$  sobre la partícula  $i$  que está a una distancia del origen  $r_i$  es igual a la acción ejercida de la partícula  $i$  sobre la partícula  $j$  que esta a una distancia  $r_j$  del origen, pero en sentido contrario. De modo que al ser fuerzas iguales y opuestas se contrarrestan y solo queda actuando la fuerza externa total.

$$\dot{\vec{L}} = \sum_i \vec{r}_i \times \vec{F}_i$$

Ecuación 13

Así, lo que se expresa aquí es la relación entre la distancia  $r$  (desde un origen a un punto) de cada una de las partículas ( $i$ ) y el cambio la cantidad de movimiento lineal ( $\vec{p}_i$ ) de cada una; cuando está describiendo una trayectoria diferente a una línea recta, una opción de la descripción de una circunferencia.

Puede ser escrito en la forma

$$\dot{\vec{L}} = \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{N}^{(e)}$$

Ecuación 14

Esta relación está determinada por el eje de giro del cuerpo y la dirección del movimiento del cuerpo. Dependiendo de que tan grande o leve sea el giro y de la cantidad del

movimiento lineal del cuerpo, esta relación se mantendrá o será constante. La fuerza externa aplicada sobre cuerpo causa un cambio en el estado movimiento, que, en este caso, es un cambio en la rotación; si esta fuerza externa es nula o cero, no habrá ninguna modificación en el estado de movimiento y si el cuerpo está rotando permanecerá en ese mismo estado.

En el caso de la traslación y la rotación se hace referencia a un punto fuera y dentro de la extensión de los cuerpos. Ese punto fuera de la extensión del cuerpo es un aspecto que está presente en las traslaciones y en las rotaciones de cada una de las partes del cuerpo, no es más que el marco de referencia que da cuenta del estado de movimiento del cuerpo.

Llegando a este punto y habiendo presentado de manera sintética los conceptos anteriores, se presenta una descripción del concepto de centro de masa, con base en el concepto de fuerza, de movimiento y de cuerpo.

## **2.5 El concepto de fuerza**

Hablar del concepto de fuerza implica tener en cuenta las cualidades del cuerpo. Para cambiar el estado de movimiento de un cuerpo se requiere una acción sobre él. La fuerza es la acción que se necesita para cambiar dicho estado de movimiento del cuerpo. Este concepto lo define Newton como la acción ejercida sobre un cuerpo (cualquier objeto) para cambiar su estado movimiento. Esto depende de dos cosas: 1) qué grande es el cambio el cual depende de la magnitud de cambio de la velocidad y del cuerpo de este (masa inercial). Es decir, Para que ocurra ese cambio del estado de movimiento de un cuerpo se tienen en cuenta dos aspectos, la magnitud de la fuerza necesaria para producir el cambio del movimiento depende del tamaño del cuerpo (masa) y la capacidad que tenga el cuerpo a permanecer en su estado inicial de movimiento. De modo que el concepto de fuerza está caracterizado por la acción

ejercida sobre un cuerpo y a su vez la resistencia de ese cuerpo que se opone a la acción externa.

Para comprender qué tan grande o qué tan pequeño es el cambio del estado de movimiento, se hace uso de la ley segunda del Newton, que indica lo siguiente: “El cambio de movimiento es proporcional a la fuerza motriz impresa y ocurre según la línea recta a lo largo de la cual aquella fuerza se imprime”. (Newton, 1687, pág. 94)

Entonces, dependiendo de la magnitud de la fuerza que se imprime sobre un cuerpo o sobre un objeto, el cambio del estado de movimiento del cuerpo será grande o pequeño. Para hablar del cambio desde un aspecto cuantitativo se utiliza el concepto de cantidad movimiento y recibe el nombre de momentum y en el caso de la fuerza se utiliza el concepto de magnitud. El uso del concepto de cantidad se establece respecto a las relaciones de proporcionalidad entre la fuerza y el movimiento.

El movimiento se producirá en la misma línea recta (imaginaria) en la que actúa la fuerza; si está se aplica hacia la derecha, la izquierda o hacia arriba el movimiento estará descrito hacia la derecha, la izquierda o hacia arriba. Se determina cómo ocurrirá el movimiento de un cuerpo o de un objeto si se establece hacia dónde actúa la fuerza y la magnitud de fuerza que se imprimió sobre dicho cuerpo u objeto.

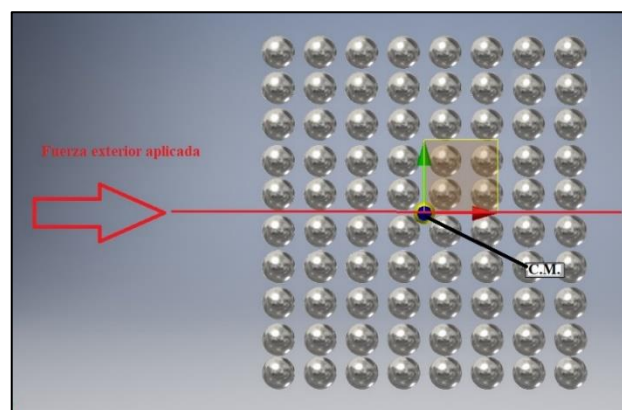
Finalmente, la fuerza queda caracterizada como una causa del movimiento de los cuerpos, indica la dirección del movimiento y la capacidad de resistir de un cuerpo al cambio en su estado de movimiento cuando sobre él se ejerce una acción.

## **2.6 El concepto de centro de masa**

La idea de centro de masa es un concepto abstracto, puesto que teóricamente, representa toda la masa de un cuerpo en un solo punto. Es decir, es como si pudiese colocar

toda la masa del cuerpo en solo lugar de la extensión de este y también se puede interpretar como si se tomara toda la extensión del cuerpo y se representara como un punto. Como se indicó en líneas anteriores, la fuerza es la acción que produce el movimiento, entonces cuando se aplica una fuerza a este punto (en el centro de masa) se genera un movimiento del cuerpo en la dirección de línea recta de la fuerza.

Si la fuerza está ejercida sobre el punto en donde pareciera que se concentra la masa total, el cuerpo se mueve en la dirección de la línea recta en donde actúa esta fuerza. Otra forma de indicarlo es, que se puede considerar que si el punto pertenece a la línea recta donde actúa la fuerza se producirá el movimiento del cuerpo. De aquí, se deduce que solo se está considerando un lugar o punto, que describe el movimiento del cuerpo; entonces se refiere a la traslación del centro de masa y, por ende, del cuerpo.



*Ilustración 1: traslación total del cuerpo*

Sin embargo, cuando la fuerza actúe sobre un punto diferente a el punto de concentración de la masa total del cuerpo se presentará otra situación. Ya que la línea recta en donde actúa la fuerza no interseca con el punto de concentración de la masa total del cuerpo, por lo cual presentará una rotación del cuerpo; entonces, se originará un movimiento del cuerpo con respecto al punto de concentración de la masa total del cuerpo y también se producirá un movimiento del cuerpo con respecto a un punto externo. Este movimiento es la

rotación total del cuerpo con relación al centro de masa y con respecto a un marco de referencia externo.

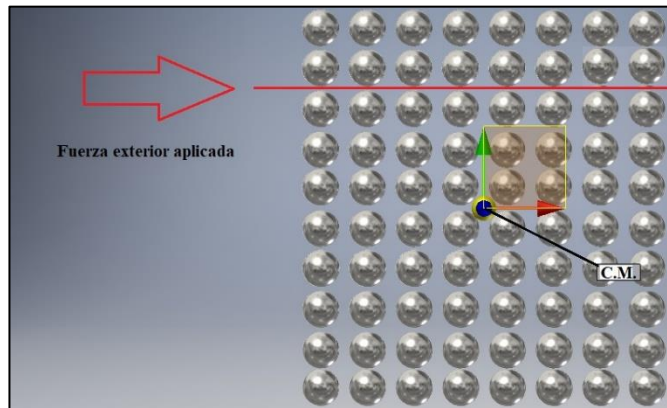


Ilustración 2: rotación total del cuerpo

Para formalizar lo mencionado anteriormente sobre el centro de masa de un sistema de partículas que configuran un cuerpo, se plantea lo siguiente:

Se define el vector  $\vec{R}$  como el promedio de los vectores radios de las partículas, ponderados en proporción por sus masas:

$$\vec{R} = \frac{\sum m_i \cdot \vec{r}_i}{\sum m_i} = \frac{\sum m_i \cdot \vec{r}_i}{M}$$

Ecuación 15

El vector  $\vec{R}$  define un punto conocido como el centro de masa de un sistema de partículas.

Con esta definición, la ecuación de aceleración se reduce a

$$\vec{F} = M \cdot \vec{a}$$

Ecuación 16

$$\vec{a} = \frac{d^2 \vec{R}}{dt^2}$$

Ecuación 17

$$M \cdot \frac{d^2 \vec{R}}{dt^2} = \sum_i \vec{F}_i$$

Ecuación 18

La anterior ecuación que el centro de masa se mueve como si la fuerza total externa fuese actuando en la masa completa del sistema concretado en el centro de masa. Cuando el

sistema de partículas describe una línea recta y una posee una velocidad constante se puede mencionar nuevamente que el momentum lineal total de un sistema de partículas es:

$$\vec{p} = \sum_i m_i \cdot \frac{d\vec{r}_i}{dt} = M \cdot \frac{d\vec{R}}{dt}$$

*Ecuación 19*

Consecutivamente, la ecuación de movimiento para el centro de masa, puede ser re expresada como:

“El teorema de conservación para el momentum lineal de un sistema de partículas: si la fuerza total externa es cero, el momentum lineal total esta conservado”. (Goldstein, Poole, & Safko, 2000, pág. 6)

Para el caso del momentum angular total de un sistema de partículas, cuando estas describen una trayectoria diferente a una línea recta o menor precisión describen una curva, se utiliza la siguiente ecuación:

$$\vec{L} = \sum_i \vec{r}_i \times \vec{p}_i$$

*Ecuación 20*

Como se había mencionado  $\vec{R}$  es el radio vector desde  $O$  un origen para el centro de masa del sistema de partículas, y  $\vec{r}_i'$  es el radio vector desde el centro de masa a una partícula  $i$ . Entonces se hacen las siguientes consideraciones

$$\vec{r}_i = \vec{r}_i' + \vec{R}$$

*Ecuación 21*

$$\vec{v}_i = \vec{v}_i' + \vec{v}$$

*Ecuación 22*

Donde  $v$  la velocidad del centro de masa del sistema de partículas es

$$\vec{v} = \frac{d\vec{R}}{dt}$$

*Ecuación 23*

Donde  $\vec{v}_i'$  es la velocidad de la partícula  $i$  respecto al centro de masa del sistema

$$\vec{v}_i' = \frac{d\vec{r}_i'}{dt}$$

Ecuación 24

Entonces se reemplaza en la ecuación 20

$$\vec{L} = \sum_i \vec{r}_i' \times \vec{p}_i'$$

Se realizan las operaciones correspondientes

$$\vec{L} = \sum_i (\vec{r}_i' + \vec{R}) \times (m_i \cdot \vec{v}_i')$$

$$\vec{L} = \sum_i (\vec{r}_i' + \vec{R}) \times m_i \cdot (\vec{v}_i' + \vec{v})$$

$$\vec{L} = \sum_i (\vec{r}_i' \times m_i \cdot (\vec{v}_i' + \vec{v})) + (\vec{R} \times m_i \cdot (\vec{v}_i' + \vec{v}))$$

$$\vec{L} = \sum_i (\vec{r}_i' \times m_i \cdot \vec{v}_i' + \vec{r}_i' \times m_i \cdot \vec{v}) + (\vec{R} \times m_i \cdot \vec{v}_i' + \vec{R} \times m_i \cdot \vec{v})$$

$$\vec{L} = \sum_i \vec{r}_i' \times m_i \cdot \vec{v}_i' + \sum_i \vec{r}_i' \times m_i \cdot \vec{v} + \sum_i \vec{R} \times m_i \cdot \vec{v}_i' + \sum_i \vec{R} \times m_i \cdot \vec{v}$$

Ecuación 25

Para el caso de los productos cruz entre los vectores  $\vec{r}_i'$  y  $\vec{v}$  y los vectores  $\vec{R}$  y  $\vec{v}_i'$  es cero. Ya que estos vectores no son ortogonales entre sí. Entonces la ecuación 25 se reduce a

$$\vec{L} = \sum_i \vec{r}_i' \times m_i \cdot \vec{v}_i' + \sum_i \vec{R} \times m_i \cdot \vec{v}$$

Ecuación 26

Finalmente, la ecuación de cantidad de movimiento angular queda como

$$\vec{L} = \vec{r}_i' \times \vec{p}_i' + \vec{R} \times M \cdot \vec{v}$$

Ecuación 27

Se puede decir que, el momentum angular total sobre un punto de origen  $O$  es el momentum angular del movimiento concentrado en el centro de masa, más el momentum angular del movimiento sobre el centro de masa. (Goldstein, Poole, & Safko, 2000, pág. 9)

### **CAPITULO III**

#### **METODOLOGIA**

En este capítulo se realiza la descripción de la metodología abordada para la realización del trabajo, la cual se enmarca en una investigación cualitativa, teniendo en cuenta que se centra en la preocupación en un proceso de enseñanza con estudiantes de grado undécimo y se consideran las reflexiones alcanzadas, como una herramienta orientadora para el maestro que procure, a partir de experiencias sencillas, aproximar a los estudiantes al concepto de centro de masa. La investigación cualitativa se centra, en un conjunto de estrategias que permiten establecer una visión del comportamiento y las interacciones de un grupo de personas. Se considera pertinente aclarar, que a pesar de que la unidad didáctica no se implementó directamente con los jóvenes, a partir del proceso de práctica educativa, es decir la inmersión en el contexto escolar, se identificaron aspectos generales de las dinámicas establecidas con estudiantes que se encuentran en este nivel educativo.

En este orden, se precisa que la investigación cualitativa tiene por objetivo reconocer el significado que le atribuyen los sujetos a los fenómenos estudiados. Es por esto, que la preocupación sobre los elementos didácticos en la enseñanza se convierte en el elemento fundamental del presente trabajo de grado: - “Las investigadoras e investigadores cualitativos indagan en situaciones naturales, intentando dar sentido o interpretar los fenómenos en los términos del significado que las personas le otorgan” (Vasilachis de Gialdino, y otros, 2006, pág. 24).

La investigación cualitativa presenta el contexto social como punto de partida y los elementos propios de ese contexto como son los lugares, símbolos, tradiciones, entre otros. Esos elementos propios relacionan a las personas, sus experiencias, sus costumbres; los protagonistas del contexto del cual se desea saber algo o indagar algo. El contexto de la

investigación es la escuela y los procesos de enseñanza y aprendizaje, dando sentido a las construcciones y significados que surjan de las interacciones.

### **3.1 Fases del Proyecto**

Para el desarrollo del presente trabajo se proyectaron cuatro fases, las cuales se describen a continuación, basados en las características de la investigación, la pregunta de investigación y los objetivos de esta.

1. ***Planteamiento del problema de investigación:*** En esta fase se tuvo en cuenta la experiencia del maestro en formación como estudiante de la educación media y de la licenciatura en física, donde realiza el abordaje de diferentes conceptos disciplinares y que para acceder a algunos de ellos se identifican algunos obstáculos cognitivos. Así como, del proceso de práctica educativa que implicó el reconocimiento de las dinámicas escolares y la observación de las estrategias que emplean los docentes en ejercicio para dar cuenta de los temas establecidos en la política pública. Este proceso hizo evidente que se requiere privilegiar la experiencia sensible para que los estudiantes puedan acceder a “modelos” en los que se materialice o se vea el comportamiento de las variables y los conceptos que se estudian en estos niveles escolares, para dar sentido y significado a los diferentes fenómenos que se estudian en el marco de las ciencias naturales.
2. ***Aproximación a la teoría:*** Esta fase posibilitó dos acciones 1) Configurar el problema de investigación, a partir de algunos elementos teóricos propuestos sobre la enseñanza de la física y en particular sobre la importancia de la experimentación en las clases de física y 2) comprender el fenómeno de centro de masa, estableciendo rutas o estrategias para que sea comprensible para los estudiantes de grado undécimo.

3. ***Diseño de la Unidad didáctica:*** Esta fase tuvo por objetivo plasmar las reflexiones alcanzadas en la aproximación teórico en una unidad didáctica abordando el concepto de centro de masa. El eje central de dicha unidad didáctica fueron experiencias sencillas que se pueden construir con material de bajo costo y las cuales consisten en aplicar fuerzas para establecer características particulares en el movimiento para establecer el centro de masa en diferentes cuerpos. Para realizar la construcción de este concepto, se diseña una guía de actividades sobre figuras planas y se indica allí unas pautas para que el docente tenga en cuenta cuando desee aplicarla. Aquí solo se plantea una posible ruta que puede utilizar el docente para acercar al estudiante al concepto de centro de masa.
4. ***Consideraciones para el maestro:*** En esta fase se presentan las recomendaciones que se sugieren al maestro para tener en cuenta cuando se desea enseñar el concepto de masa, a partir el diseño de una unidad didáctica donde se privilegia la experiencia para que el estudiante pueda construir el concepto de masa.

### **3.2 Características de la población**

El diseño de la unidad didáctica se centra en estudiantes de grado undécimo. Este nivel educativo se encuentra en lo que se ha denominado la educación media, cuya finalidad de acuerdo con la Ley General de Educación (Ley 115 de 1994), es preparar a los jóvenes para acceder a la educación Superior o la educación para el trabajo y el desarrollo humano. De acuerdo con las características de las instituciones que ofrezcan el servicio, estas pueden ser de carácter académico o técnico, donde el estudiante potencializa sus capacidades y profundiza sus conocimientos en campos específicos.

Las edades de los jóvenes vinculados al grado undécimo oscilan entre los 15 y los 19 años edad aproximadamente. En estas edades se espera que los estudiantes hayan alcanzado un pensamiento operativo formal donde pueden formar situaciones abstractas, lo que implica que puedan interpretar la información estableciendo relaciones entre diferentes variables para predecir su comportamiento. Así mismo, tiene la capacidad de plantear hipótesis sobre situaciones que ocurren en su entorno, dando de este modo; respuestas sistemáticas y organizadas.

En ese orden, se podría determinar que la temática relacionada con el estudio del centro de masa es pertinente para estas edades, teniendo en cuenta que los estudiantes en su experiencia académica de la escuela han abordado conceptos propios del movimiento y en sus clases de geometría la idea de centro, lo que les permitirá llegar a conclusiones, tomando como base las experiencias propuestas en la unidad didáctica.

### **3.2 Cómo se concibe la unidad didáctica**

Cuando nos referimos al término unidad didáctica, hacemos referencia a un conjunto de elementos para tener en cuenta en el proceso de enseñanza que involucre estrategias metodológicas, reflexiones didácticas, materiales y actividades enfocadas a cumplir con un fin en determinado tiempo. Es una forma de planificar el trabajo de aula, poniendo en juego la experticia del docente y los conocimientos que son de orden disciplinar y pedagógico, en el que se conocen las características y necesidades del contexto para el cual se diseña. De acuerdo con esto, Arias y Torres (2017) señalan:

Una Unidad didáctica es un conjunto de elementos pedagógicos dispuestos organizadamente para desarrollar una clase en un tiempo, espacio y contexto determinados. Si bien tradicionalmente se ha entendido este componente educativo

como la estructuración simple de un tema para implementar en el aula, en realidad la Unidad didáctica es mucho más. Esta debe tener en cuenta no solo los contenidos a trabajar, sino que también ha de considerar los objetivos procedimentales y valorativos necesarios para desenvolver la clase. (Arias Gomez & Torres Puentes , 2017, pág. 43)

En ese sentido la unidad didáctica, debe movilizar a los actores involucrados en el proceso de enseñanza y aprendizaje para que se puedan alcanzar los objetivos propuestos, atendiendo a interrogantes, que deben ser claros para todos los participantes antes de estar inmersos en el trabajo de aula ¿Qué se busca con esta unidad? ¿Qué temática se aborda?, entre otros. No se puede dejar de lado, que en dicha unidad se deben tener en cuenta elementos curriculares, las emociones, las características de la población y primordialmente, la forma como se despierta el interés de los estudiantes por abordar y comprender los diferentes temas, en nuestro caso, de las ciencias naturales.

Este último aspecto es denominado por Arias y Torres (2017) como la motivación, en la que se debe involucrar, el despertar la curiosidad, generar preguntas, romper con la monotonía, buscar estrategias para “engancha” a los estudiantes, entre otros aspectos.

Para motivar es clave que el profesor, a la hora de diseñar la Unidad didáctica, tenga en cuenta la gestión y organización temporal y espacial del aula, por lo que otras preguntas que deben sumarse a las anteriores son ¿cómo favorecer la comunicación en el aula? y ¿cómo atender a la diversidad del alumnado? (Arias Gomez & Torres Puentes , 2017, pág. 44)

En las siguientes líneas se presenta la estructura de la unidad didáctica diseñada para abordar el concepto de centro de masa con estudiantes de grado undécimo.

### 3.4 Descripción de la unidad didáctica

Como se enunció en líneas anteriores se asume la unidad didáctica como un conjunto de elementos (reflexiones, actividades, instrucciones, parámetros) para planificar el proceso de enseñanza. En el Anexo 1 se encuentra el detalle de las diferentes actividades planteadas para aproximar al estudiante a la idea de centro de masa.

Las actividades que se proponen allí se basan en la interacción con figuras planas regulares e irregulares, (ocho figuras en total), un soporte o base y un elemento para sujetar cada una de las figuras. La serie de pasos con cada una de estas figuras está de manera escrita y gráfica, para que el docente y el estudiante tengan una mejor comprensión de lo propuesto en cada uno de los ejercicios propuestos. Adicionalmente, se encuentra el informe con la aplicación con cada uno de los vínculos de las simulaciones basadas en los gráficos presentados y los videos sobre cada uno de los montajes establecidos.

Esta unidad didáctica está basada en una serie de actividades consta de cuatro partes. Cada una de estas partes contiene objetivos de las actividades, descripciones de una serie de pasos, gráficos sobre las actividades, sugerencias y aclaraciones para el docente y unas tablas finales para que los estudiantes complementen. Además, se sugiere realizar las actividades con todas figuras y en cada una de las partes para encontrar similitudes y diferentes entre sí. Cabe aclarar, que esta unidad didáctica está basada en un conjunto de actividades que privilegia la experiencia por lo que no se pretende llegar a la formación matemática. Por lo tanto, no se presentan ecuaciones y formulaciones de este orden.

A continuación, se describe en qué consisten cada una de las partes de la unidad didáctica basada en una serie de actividades:

- a. En la primera parte se consideran los conceptos, significados y elementos que debería tener un estudiante en este nivel académico. En donde el eje central es la forma y la

geometría de las figuras planas con las cuales se va a trabajar, para que así el docente reconozca las representaciones iniciales que posee el estudiante con relación al concepto de centro. Posteriormente, se presentan un conjunto de preguntas para realizar una comparación entre el concepto de centro y el concepto de centro de masa. Algunos de los cuerpos presentados al estudiante tienen forma regular y otras forma irregular y se lleva a pensar la forma como se encuentra distribuida la masa en cada uno de ellos. En la actividad los estudiantes deberán responder a situaciones como: “Señale con un punto en lápiz o en esfero donde considere que es el centro geométrico en cada una de las siguientes figuras y responde las preguntas en la tabla. ¿Dónde marco el punto? Mencione las dimensiones. - Altura/Ancho/radio - ¿Por qué marco el punto allí?”

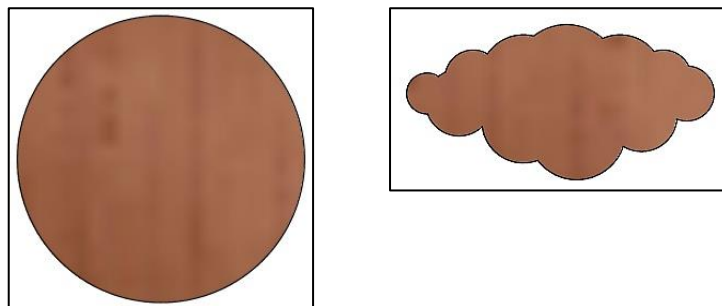


Figura: Representaciones de algunas de las figuras que se espera trabajar con los estudiantes.

- b. En la segunda parte de la unidad de actividades se hace énfasis en el concepto de fuerza, ya que este se podrá construir tanto la idea de movimiento en general como de centro de masa. Se describe como ejerciendo una fuerza (la tensión sobre la cuerda) se produce un movimiento en la figura, con el propósito que el estudiante identifique cómo es este movimiento, y que el docente explique cuál es el fundamento con las pautas presentadas allí.

El fundamento teórico (planteado en el capítulo III), es específicamente la primera y segunda ley de Newton, son el punto de partida de las actividades para contrastar la teoría y la experiencia. Así, el estudiante guiado por el docente puede construir un concepto inicial de fuerza.

El estudiante a partir del montaje realizado (ver imagen) deberá identificar las características del movimiento cuando se aplica una fuerza y se genera un desplazamiento teniendo en cuenta la forma y cada uno de los lados.

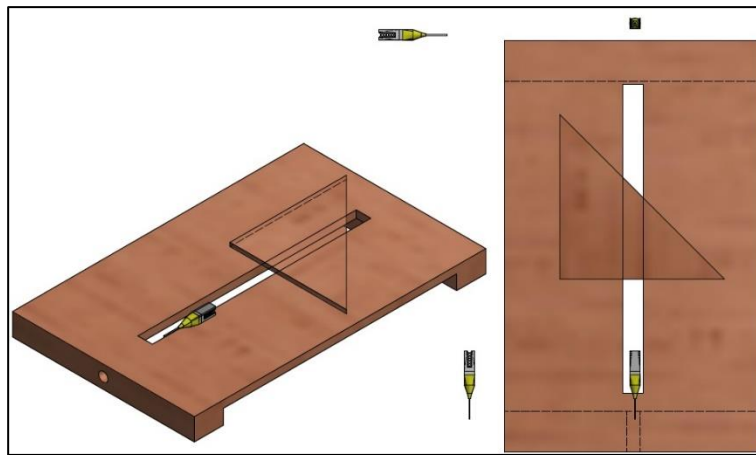


Figura: Montaje propuesto para realizar la aplicación de la fuerza

- c. En la tercera parte de la unidad, se plantean las actividades en función del concepto de movimiento general en este caso de las figuras planas. Se supone, que el estudiante deberá identificar qué sucede cuando se aplica una fuerza en punto de la figura y a partir de allí realizar unas afirmaciones y llegar a unas conclusiones. Es decir, se pretende que el estudiante indique las características del concepto de traslación y del concepto de rotación y determine donde aplicar la fuerza en un punto de la figura para producir esto.
- d. La actividad final se plantea en función de las conclusiones de las tres actividades anteriores con el fin de construir el concepto de centro de masa de las figuras planas

con las que se trabajaron, teniendo en cuenta que el estudiante realizó las tres actividades y construyó un imaginario sobre los conceptos presentados en cada momento. Se presentan las particularidades del centro de masa cuando se aplica una fuerza en determinado punto. De este modo, se le indica al docente que si la fuerza se ejerce sobre un punto y la figura se desplaza en línea recta, este punto corresponde al centro de masa de la figura.

A continuación, se presenta la síntesis de la unidad didáctica

Actividad	Objetivos	Materiales	Descripción de la actividad	Links de video
La forma y el peso de las figuras	Identificar que nociones tiene el estudiante sobre el concepto de centro y el concepto de masa.	Soporte Figuras en trípex Gancho Cuerda	<p>En un primer momento, el estudiante da su idea inicial sobre concepto centro; marcando un punto sobre la figura.</p> <p>En la segunda parte, el estudiante argumenta si las figuras tienen una distribución de masa uniforme o no uniforme.</p> <p>En la tercera actividad, el estudiante desplaza las figuras sobre el soporte y observe como es el movimiento.</p> <p>En las siguientes actividades, el estudiante responde las preguntas de la trayectoria de las figuras.</p> <p>Por último, estudiante realiza el mismo proceso de desplazar las figuras con las instrucciones de la tercera parte.</p>	<a href="https://youtu.be/vQgCD8FudfM">https://youtu.be/vQgCD8FudfM</a>
La línea de acción de la fuerza	<p>Identificar las ideas que tiene el estudiante sobre el concepto de fuerza.</p> <p>Caracterizar el concepto de línea de acción de la fuerza.</p>	Soporte Figuras en trípex Argolla Cuerda Tachuelas	<p>Con las líneas que trazo el estudiante sobre figuras, perforará agujeros a lo largo de esta línea.</p> <p>La primera actividad, el estudiante colocara la tachuela en el agujero de la figura y jalar con la cuerda, observar el movimiento y compararlo con las ilustraciones.</p> <p>Luego, responder y argumentar completando los cuadros.</p> <p>En la siguiente actividad, el estudiante trazara líneas paralelas a líneas que ya están trazadas y perforar los agujeros en cada una de las líneas y volver realizar las serie de pasos desde la primera actividad.</p> <p>A cada una de estas líneas paralelas con agujeros se les denomina línea de acción de la fuerza.</p> <p>Finalmente, el estudiante responderá las pregunta sobre el movimiento de total de cada figura.</p>	<a href="https://youtu.be/u2dtBrDcglo">https://youtu.be/u2dtBrDcglo</a>

El movimiento general	Describir el movimiento de las figuras	Soporte Figuras en tríplex Argolla Cuerda Tachuelas Cinta de enmascarar	<p>Teniendo en cuenta, que cada una de las figuras tiene agujeros en toda su superficie.</p> <p>El estudiante cubrirá los agujeros de las líneas iniciales trazadas en la primera parte de la guía.</p> <p>Nuevamente, el estudiante realizará actividades de la segunda parte, para luego completar los cuadros sobre el movimiento total de la figura.</p> <p>Por último, el estudiante identificará como es el movimiento total de las figuras cuando se ejerce una fuerza en cada uno de los puntos o agujeros.</p>	<a href="https://youtu.be/-W6GjQf-Wsc">https://youtu.be/-W6GjQf-Wsc</a>
El centro de masa con relación a la traslación de las figuras	Caracterizar el centro de masa de las figuras.	Soporte Figuras en tríplex Argolla Cuerda Tachuelas	<p>En esta actividad se concluyen las tres actividades anteriores.</p> <p>Teniendo las tablas en las que se indicó en cuales agujeros el movimiento total de la figura describía una línea recta.</p> <p>El estudiante identifica los agujeros pertenecen a dos o más líneas trazadas que no sean paralelas. Una vez más, realiza la comparación y argumentación entre las ilustraciones y las trayectorias observadas en las figuras cuando se ejerce una fuerza en esos puntos.</p> <p>Finalmente, el estudiante solo tiene en cuenta los agujeros en donde solo se presentan trayectorias en línea recta de las figuras.</p>	<a href="https://youtu.be/eSpZRU_Pxvo">https://youtu.be/eSpZRU_Pxvo</a>

Como cierre, se anexa un informe propio sobre la aplicación de la serie de actividades de la unidad didáctica para dar cuenta de la viabilidad que podría tener en el aula de clases, las posibles facilidades y complejidades que consideraría el docente para sus clases de física con estudiantes de media, comparación entre esta y los resultados obtenidos por los estudiantes con esta guía. Los vínculos de los videos y simulaciones sobre la aplicación de las actividades se justifican desde la reciente pandemia, en donde se establecieron otros caminos utilizando los medios tecnológicos. Se espera que estos recursos faciliten la comprensión de la unidad didáctica propuesta para el docente y los estudiantes.

## CAPITULO IV

### CONSIDERACIONES PARA EL MAESTRO

Este apartado tiene como finalidad presentar al docente algunas consideraciones para abordar en el aula el concepto de centro de masa, a partir del diseño de la unidad didáctica, en la que se hizo evidente el uso de experiencias sencillas para la comprensión del fenómeno físico abordado. Es importante señalar, que las orientaciones dadas son de diferente orden, algunas de ellas son de carácter disciplinar y otras son de orden metodológico y se precisarán adicionalmente aspectos pedagógicos y didácticos.

Uno de los obstáculos cognitivos establecidos en el estudio del concepto de masa es la relación que se establece con el centro geométrico de los cuerpos, en algunos casos se abordan estos dos conceptos como sinónimos y se considera que se da por dos razones esta situación: 1) La experiencia siempre lleva a pensar que la idea de “centro” hace referencia a la “mitad” de los cuerpos y por lo tanto se establece una relación geométrica teniendo en cuenta solo su forma. 2) En los libros de texto se aborda la idea de centro solo para figuras “irregulares” aspecto que se centra su atención solo en la forma y no en la manera como se encuentra distribuida su masa.

Este asunto, permite evidenciar que es necesario establecer en un primer momento la diferencia entre estos dos términos para avanzar en la comprensión de lo que implica en centro de masa e incluso encontrar diferencias con el centro de gravedad, también abordado en las clases de ciencias naturales. En ese orden, se propone que las primeras actividades que se propongan en el aula permitan establecer que a pesar de que en algunos casos coincide el centro geométrico con el centro de masa, los términos tienen sentidos y significados diferentes.

Para precisar la idea de centro de masa se requiere de un determinado grado de abstracción y de llevar al estudiante a imaginar la estructura (la forma como se encuentra distribuida la masa en el cuerpo). De esta manera, la experiencia lo debe llevar a describir la forma como considera que se puede comportar el cuerpo al aplicarle una fuerza en determinado punto, y que sucede con relación al centro de masa si el movimiento es de traslación o de rotación.

Se considera necesario recordar en el desarrollo de la clase, y prioritariamente para abordar la idea de centro, algunos contenidos básicos de la geometría, que implica abordar temas como simetrías, centros de figuras planas, lados, rectas perpendiculares y paralelas, entre otros. En las explicaciones de centro de masa, se debe hacer énfasis en la forma como se da la distribución de masa en cuerpos planos. De este modo, hacer hincapié en que existen cuerpos con distribución de masa uniforme y no uniforme y a partir de esto la coincidencia entre el centro de masa y el centro geométrico del cuerpo.

En cuanto a los aspectos pedagógicos se considera que la experiencia juega un papel fundamental en el reconocimiento del centro de masa. Por lo tanto, el establecer relaciones entre el comportamiento de varias figuras, cuando se aplica fuerzas en diferentes puntos, permite crear hipótesis o predecir lo que sucederá con el movimiento del cuerpo. Si bien, desde un primer momento no se precisan los conceptos desde el rigor de la disciplina el estudiante podrá evidenciar los cambios que se presentan al ser jalado desde diferentes puntos relacionando si el cuerpo es o no homogéneo.

Otro factor que se considera necesario es el papel de la pregunta; cuestionar al estudiante posibilita que encuentre relaciones de diferente tipo para argumentar su respuesta y traer elementos de su memoria para justificarlos en un primer momento. En el caso de las primeras actividades en las que se intentaba configurar la idea de centro, se recurría no solo a que por deducción llegara a la respuesta, si no que hiciera uso de diferentes instrumentos (de

medida) para argumentar por qué establecía ese punto como centro. Al parecer el ejercicio puede tornarse obvio con las figuras regulares, pero no con las que no tiene una forma definida.

### **Los aspectos didácticos sobre las actividades de la guía**

Una forma de determinar el alcance de esta propuesta para aproximar a los estudiantes a un concepto es por medio de una actividad evaluativa en donde el docente realice un contraste entre las ideas iniciales del concepto de centro de masa, los conceptos y teorías en los que el estudiante se puede apoyar para conceptualizar, y darle, un significado a las experiencias y realizar estos dos aspectos que por otro lado están en función de la construcción de nuevos conceptos.

Esta evaluación constaría de cuatro partes al igual que la unidad didáctica. En la primera parte se presentarían figuras planas en pares en donde se sugiere que tienen las mismas dimensiones pero que posean distintos materiales. En la segunda parte, se presentan al estudiante una serie de ilustraciones en las cuales los estudiantes determinen la trayectoria de los objetos y dónde, posiblemente, se aplicó la fuerza. En la tercera parte se presentarían ilustraciones secuenciadas en donde los objetos se trasladan y rotan, y el estudiante debe describir cómo es aquel movimiento. Por último, en la cuarta parte se presentan ilustraciones secuenciadas en las que los objetos se desplazan en línea recta. Los estudiantes deberán argumentar el porqué de esta situación; partiendo de los conceptos de fuerza y de centro de masa.

## CONCLUSIONES

A continuación, se presentan las conclusiones que emergen de la realización del proceso investigativo, centrado en la preocupación de abordar el concepto de centro de masa con estudiantes de grado undécimo.

Frente a la pregunta *¿Cómo aproximar a los estudiantes de gran undécimo al estudio del centro de masa a través de una estrategia didáctica centrada en experiencias de aula sencillas?* Se puede determinar que los estudiantes deben tener claridades conceptuales sobre las causas del movimiento para aplicarlas a experiencias en las que se evidencie prioritariamente la traslación y la rotación de los cuerpos, teniendo en cuenta, que son temáticas esenciales para comprender el concepto de centro de masa. La estrategia didáctica priorizó recursos de fácil acceso con características diferentes para hacer evidente la forma mediante la cual se mueve.

A partir del concepto de centro de masa se estableció una ruta que relacionará la teoría, las abstracciones y elementos teóricos del concepto con la experiencia que podría tener un estudiante en su cotidianidad; conectada implícitamente con el concepto de centro de los objetos. En función de estas dos consideraciones, se hizo uso de algunos conceptos de la mecánica Newton que además están en los contenidos de física de los cursos de la educación media y se diseñan una serie de actividades sencillas en las que los estudiantes se acerquen de alguna manera al concepto de centro de masa.

El concepto de fuerza, de movimiento y de sistemas de partículas que configuran un cuerpo son el fundamento de la unidad didáctica basada en una guía de actividades para la construcción de concepto de masa. De este modo, las cuatro partes de la unidad didáctica están en función de estos conceptos y, adicionalmente, la primera parte tiene el propósito de identificar que ideas tiene el estudiante sobre la palabra centro de masa.

Sobre el objetivo general que consistía en *diseñar una estrategia didáctica para aproximar a los estudiantes de grado undécimo al concepto de centro de masa haciendo énfasis en experiencias de aula sencillas*, se diseñó una secuencia didáctica que consta de cuatro secciones de actividades para construir el concepto de centro de figuras bidimensionales. Sin embargo, solo se podría dar cuenta de la aproximación a los estudiantes al concepto de centro de masa utilizando los resultados de una aplicación en el aula y como no fue posible la implementación en el aula con estudiantes de grado undécimo, no se podría determinar si se aproxima o no al estudiante al concepto de centro de masa. Además, la sincronización entre las actividades propias de la práctica educativa y el diseño de la actividades no se cumplió en los tiempos requeridos.

Con respecto a los objetivos específicos se menciona lo siguiente:

El primer objetivo consistía en *establecer un abordaje conceptual que nos permita comprender el concepto de centro de masa y cómo este puede ser enseñado en los niveles de la educación media*. Se fortalecieron las teorías, leyes y conceptos relacionados con la fuerza, los cuerpos y la masa de los cuerpos, a partir de la mecánica de clásica. Se trató de recontextualizar todo ese conjunto, diseñando experiencias sencillas para los estudiantes y que fuesen cercanas a su realidad; por ejemplo, empujar una puerta o jalar una cuerda.

El segundo objetivo consistía en *indicar los elementos necesarios para la construcción de experiencias sencillas que permitan evidenciar las características del centro de masa*, en este caso de las figuras planas. Se listan al inicio de la guía los materiales que se podrían utilizar para realizar las actividades. Estos materiales son fáciles de conseguir y por otro lado son actividades para construir el centro de masa de figuras bidimensionales.

El tercer objetivo consistía en *realizar las actividades guiadas de la unidad didáctica mostrando evidencias (fotos y videos) como un posible resultado que se podría tener en cuenta en la implementación en el aula*. Para esto, se pasó de los diseños de las figuras a la

construcción de estas y posteriormente se realizaron los videos (subidos a la red) de cada de los actividades en donde se evidencia el movimiento de las figuras cuando se jalan por medio de una cuerda.

Finalmente, se pretende que este trabajo sea otro punto de partida de nuevas consideraciones sobre cómo llevar el concepto de centro de masa y recontextualizarlo en los colegios de educación media y así enriquecer y fortalecer de cierta manera las experiencias en las clases de física con relación a esta temática.

## BIBLIOGRAFÍA

- Adúriz Bravo, A. (Noviembre de 2011). Desde la enseñanza de los "productos de la ciencia" hacia la enseñanza de los "procesos de la ciencia" en la Universidad. *Colección de Cuadernillos de actualización para pensar la Enseñanza Universitaria*(3), 3-19.
- Arias Gomez, D. H., & Torres Puentes , E. (2017). UNIDADES DIDÁCTICAS, HERRAMIENTAS DE LA ENSEÑANZA. *NORIA investigación educativa*, 42-46.
- Ayala M., M. M. (2006). Los análisis historico- críticos y la recontextualización de saberes científicos. Construyendo un nuevo espacio de posibilidades. *Pro-Posições*, 19-37.
- Ayala Manrique, M. M., Sandoval Osorio, S., & Malagón Sánchez, J. (2013). *Construcción de fenomenologías y procesos de formalización: Un sentido para la enseñanza de las ciencias* . Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.
- Ceron Correa, J. C. (2014). *Diseño de una secuencia didáctica para la enseñanza-aprendizaje del concepto de torque a partir de maquinas simples*. Bogotá : Universidad Nacional de Colombia .
- Feymman, R. P., Leighton , R. B., & Sands, M. (1998). *FÍSICA Volumen I: Mecánica, radiación y calor* (Vol. 1). Mexico: Addison Wesley Longman.
- García Cruz, W. L. (2016). *DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE UN PROTOTIPO PARA EL ESTUDIO DE LA CAÍDA DE LOS CUERPOS: MEDICIÓN DE LA ACELERACIÓN DE LA GRAVEDAD, POR MEDIO DE (ARDUINO®)*. Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.
- Goldstein, H., Poole, C., & Safko, J. (2000). *Classical Mechanics* (Third ed.). San Francisco, United Stated: Addison Wesley.
- Gómez Crespo , M. Á., & Pozo Municio, J. (2009). *Aprender y enseñar ciencia Del conocimiento cotidiano al conocimiento científico*. Madrid: Ediciones Morata, S.L.
- Hacking, I. (1996). *Representing and Intervening* (Primera ed.). (M. Cubí, R. Darío, Edits., & S. Martínez , Trad.) Mexico: Ediciones Paidós Ibérica, S.A.
- Hewitt, P. G. (2004). *Física conceptual, novena edición* (9 ed.). (E. Quintanar Duarte , Ed., & V. González Pozo, Trad.) México: Pearson Educación.
- kolman , B., & Hill, D. R. (2006). *ÁLGEBRE LINEAL*. (E. Quintanar Duarte , Ed., & V. H. Ibarra Mercado, Trad.) México: Pearson Educación.
- Leithold, L. (1994). *EL CÁLCULO* (Séptima ed.). (F. Mata González , A. Pérez Guarneros , Edits., & F. Mata González , Trad.) Mexico: Oxford University Press.
- López Santana , M. A., Estrada Esquivel , A. L., Enciso Arámbula, R., & Arvizu López, A. B. (2018). Entiendo la integral a través del centro de gravedad . *Revista EDUCATECONCIENCIA* , 35-49.
- Mancera Baraona , E. J. (2017). *ESTUDIO DE SISTEMAS EN EQUILIBRIO: EXPERIENCIA CON GRADO DÉCIMO DEL LICEO CHICÓ CAMPESTRE*. Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.
- Moreno Martínez , N., Font Moll, V., & Angulo Villanueva , R. G. (2018). Un estudio sobre la comprensión de las nociones físicas de la mecánica newtoniana: el caso de centro de masa. *REVISTA DE ENSEÑANZA DE LA FÍSICA* , 7-22.
- Newton, I. (1687). *Principios matemáticos de la filosofía natural (Principia)*. (E. Rada, Trad.) España: Editorial digital casc.
- Ochoa, M., & Ordóñez , C. (2004). *Formar en ciencias: ¡el desafío! lo que necesitamos saber y saber hacer* . Colombia : Espantapájaros Taller .
- Resnick, R. (2001). *Física volumen 1*. mexico: compañía editorial continental.

- Serway, R. A., & Jewett, J. W. (2005). *FÍSICA para ciencias e ingeniería* (Séptima ed., Vol. 1). (S. R. Cervantes González, Ed., & V. Campos Olguín, Trad.) Mexico: CENGAGE Learning.
- Vasilachis de Gialdino, I., Ameigeiras, A., Chernobilsky, L., Giménez Béliveau, V., Mallimaci, F., Mendizábal, N., . . . Soneira, A. (2006). *Estrategias de investigación cualitativa*. Barcelona: Editorial Gedisa, S.A.

## ANEXOS

### Anexo 1: Unidad Didáctica

#### Guía de actividades para la construcción del concepto de centro de masa de figuras planas

Se presenta cuatro apartados constituidos por una serie de actividades con figuras planas, dirigidas a estudiantes de educación media para la construcción de concepto de centro de masa. Para llevar a cabo cada la actividades de la unidad didáctica, se sugieren los siguientes materiales:

1. 8 figuras de hechas de trípex (6 regulares y 2 irregulares).
  - a. Circunferencia.
  - b. Cuadrilátero.
  - c. Hexágono.
  - d. Forma mano.
  - e. Forma nube.
  - f. Triángulo.
  - g. Paralelogramo.
2. Soporte de Trípex.
3. Cuerda de nylon o cuerda de pita.
4. Gancho que consiste en un cable caimán.
5. Tachuelas.
6. Cinta de enmascarar.

#### Sugerencias generales en las actividades.

1. Tratar que la superficie del soporte en donde se van a colocar las figuras sea lo más lisa posible, para disminuya el coeficiente de fricción entre la superficie de figura y la superficie del soporte. El material trípex tiende a ser rugoso y a astillarse, esto también podría afectar los resultados.
2. Cuando se jale las figuras con la cuerda o hilo, trate de que la cuerda este lo más estirada posible. Esto se puede lograr si la masa y diámetro (grosor) de la cuerda o hilo sea mucho menor al de la figura.
3. Cuando sujete las figuras con el gancho (caimán), puede que no quede totalmente sobre el soporte. Se sugiere realizar un corte en el soporte del tamaño del gancho y menor a las dimensiones de la figura, para que así se desplace sin inclinación sobre el soporte.
4. Los agujeros que se perforan en cada una de las figuras pueden producir una superficie no plana, se sugiere lijar la superficie para quede lo mas plana posible.
5. La argolla es lisa a diferencia del gancho, se sugiere realizar la primera actividad con el gancho y las actividades 2,3 y 4 con la argolla.

#### Primera parte de la actividad de construcción del concepto de centro de masa:

Sobre la forma (la geometría) y el peso (masa y distribución de masa)

En esta parte se trata de identificar los conceptos, los significados y elementos disciplinares que posee o debería poseer el estudiante (en este nivel académico) frente al concepto de centro de masa y a partir de estos trazar una ruta en la que posiblemente pueda acercarse al concepto.

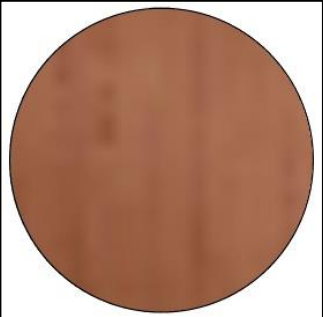

**Objetivos**

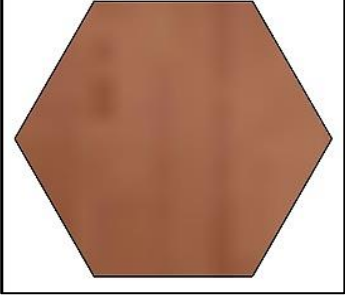
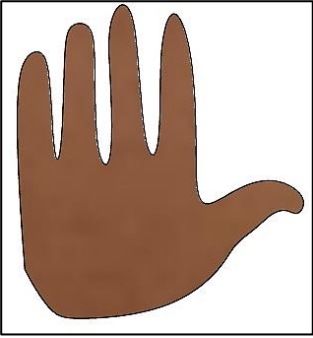
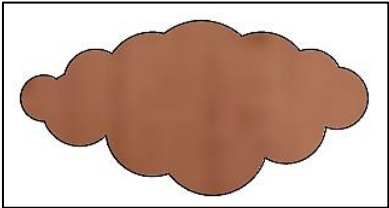
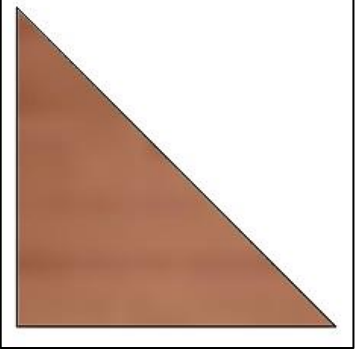

- a. Identificar que noción o nociones tiene el estudiante sobre el concepto de centro en figuras planas regulares e irregulares.
- b. Identificar que noción o nociones tiene el estudiante sobre el concepto de masa y sobre la distribución de masa de un cuerpo cualquiera.


Nota para el docente: para completar la siguiente tabla se le debió presentar al estudiante algún contenido de geometría, en donde se implicó las temáticas de simetrías, centros de figuras planas, lados, rectas perpendiculares y paralelas, entre otros más.

Nota: se considera el concepto sobre la distribución ya que se sugiere utilizar trípex para realizar las figuras, en ocasiones se hace notorio que no es uniforme el material, además de algunos espacios sin madera. Se sugiere que el estudiante observé e identifica estas particularidades en función del concepto de distribución de masa.

1. Señale con un punto en lápiz o en esfero donde considere que es el centro geométrico en cada una de las siguientes figuras y responda las preguntas en la tabla.

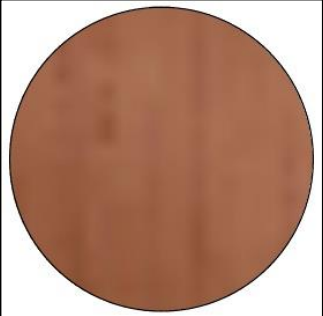

Figura	¿Dónde marco el punto? Mencione las dimensiones. Altura/Ancho/radio	¿Por qué marco el punto allí?	¿Utilizó algún instrumento? ¿Cuál?
			
			

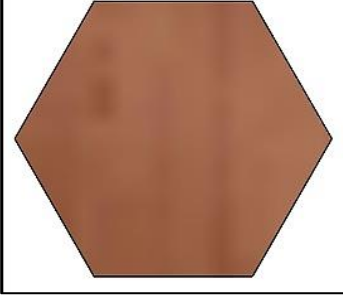
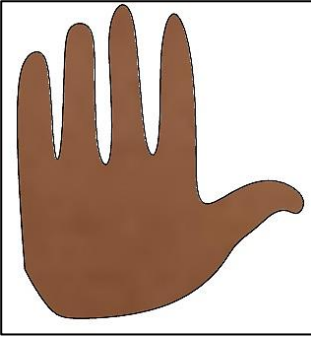
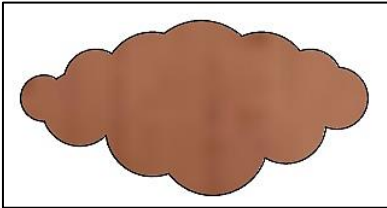
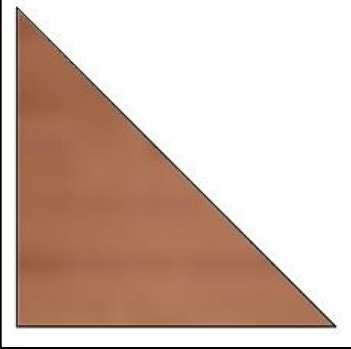

			
			
			
			
			


			
---	--	--	--

Nota para el docente: para completar la siguiente tabla se debió presentar la temática teórica de centro de masa en un conjunto de partículas y la distribución de masa en cuerpos planos. De este modo, se hace énfasis en la segunda temática para indicarle al estudiante que hay cuerpos con distribución masa uniforme y no uniforme y a partir de esto puede coincidir o no coincidir con el centro de masa con el centro geométrico del cuerpo.

2. Señale con un punto en lápiz o en esfero donde considere que es el centro de masa en cada una de las siguientes figuras y responde las preguntas en la tabla.

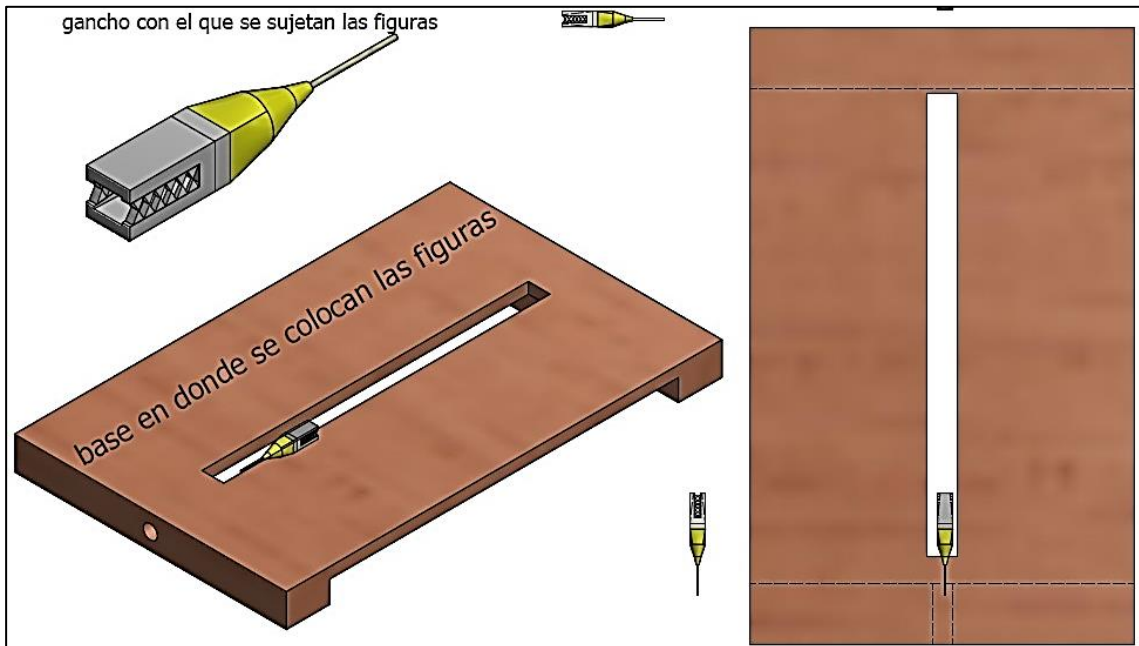
Figura	Considera que tiene una distribución de masa uniforme. Si/No.	¿Cómo llego a esta conclusión?	¿Utilizó algún instrumento?
			
			

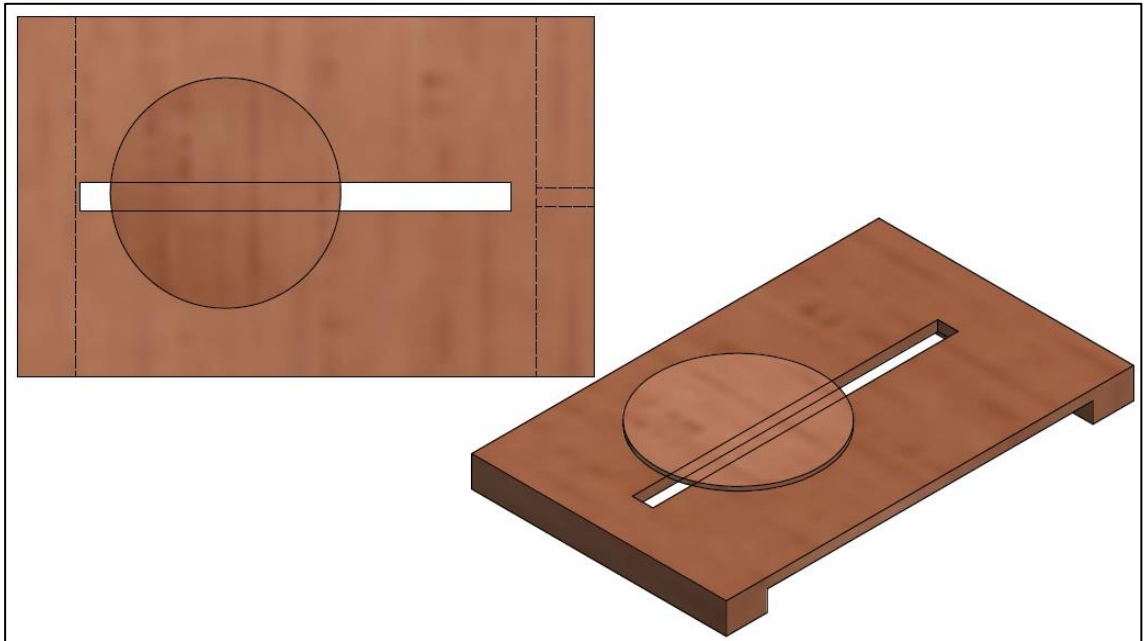
			
---	--	--	--

Nota para el docente: para completar la siguiente tabla se debió presentar la temática de leyes de Newton y ley de conservación del momentum lineal. El fin es indicarle al estudiante que ejerciendo una fuerza sobre un objeto este se mueve si está en reposo, pero indicando sobre la línea de acción de la fuerza que es una línea recta imaginaria. De este modo el estudiante tratara de observar e indicar que sucede con la figura con se le aplica una fuerza externa.

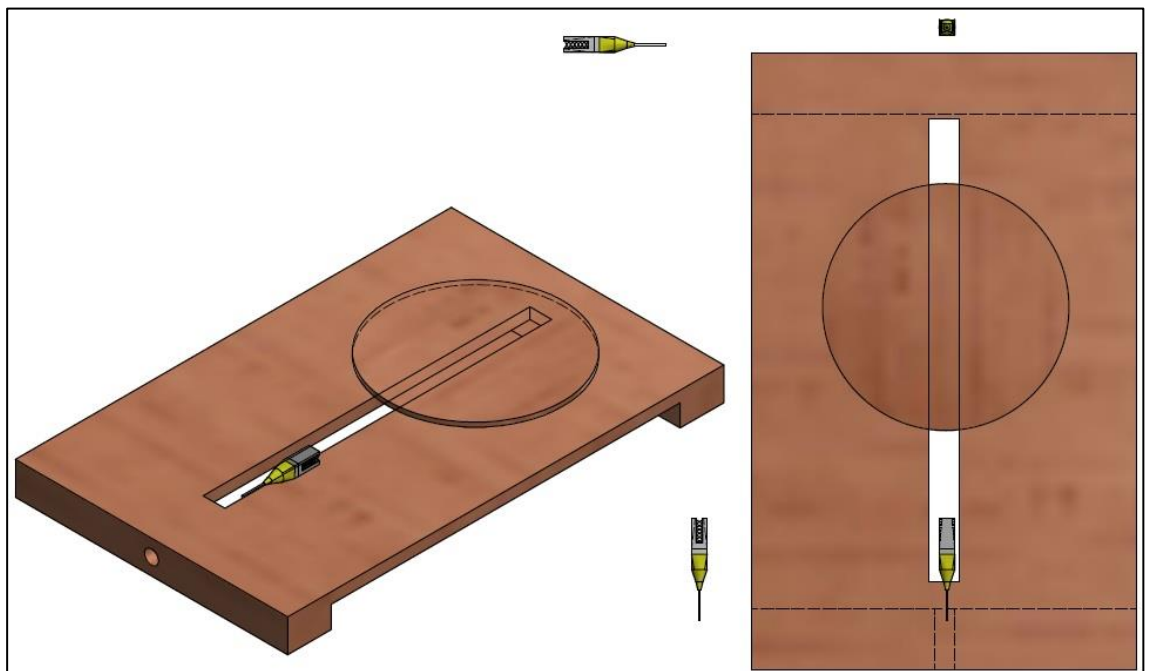
3. Utilizando el soporte y el gancho presentados a continuación



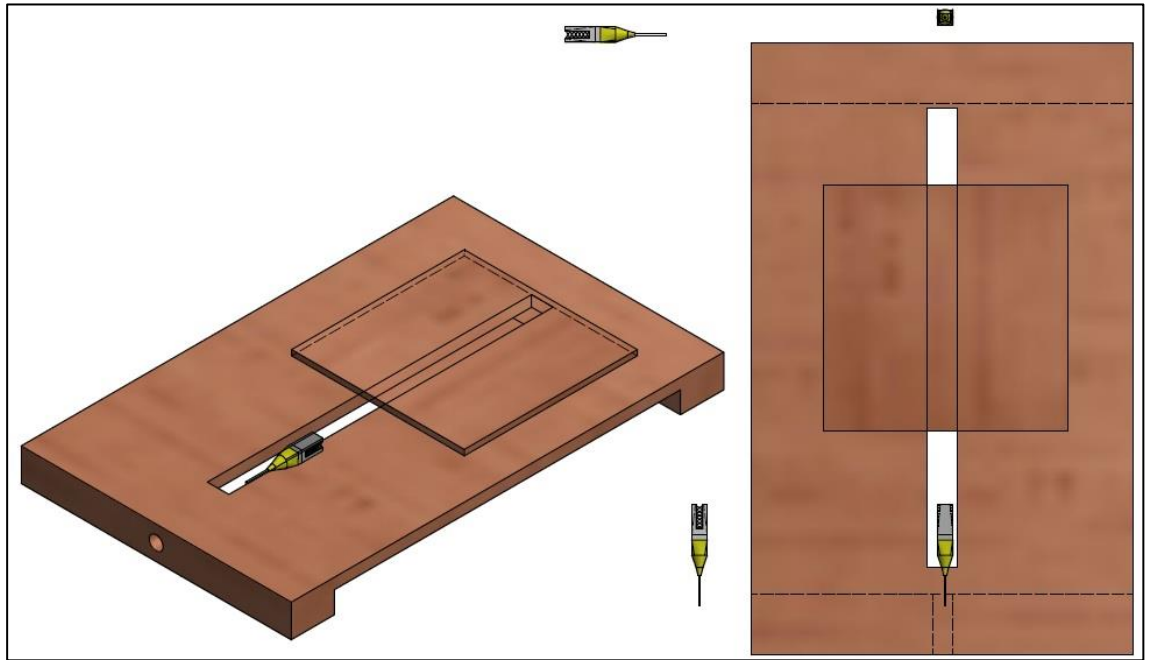
Coloque cada una de las figuras sobre el soporte como se presenta a continuación



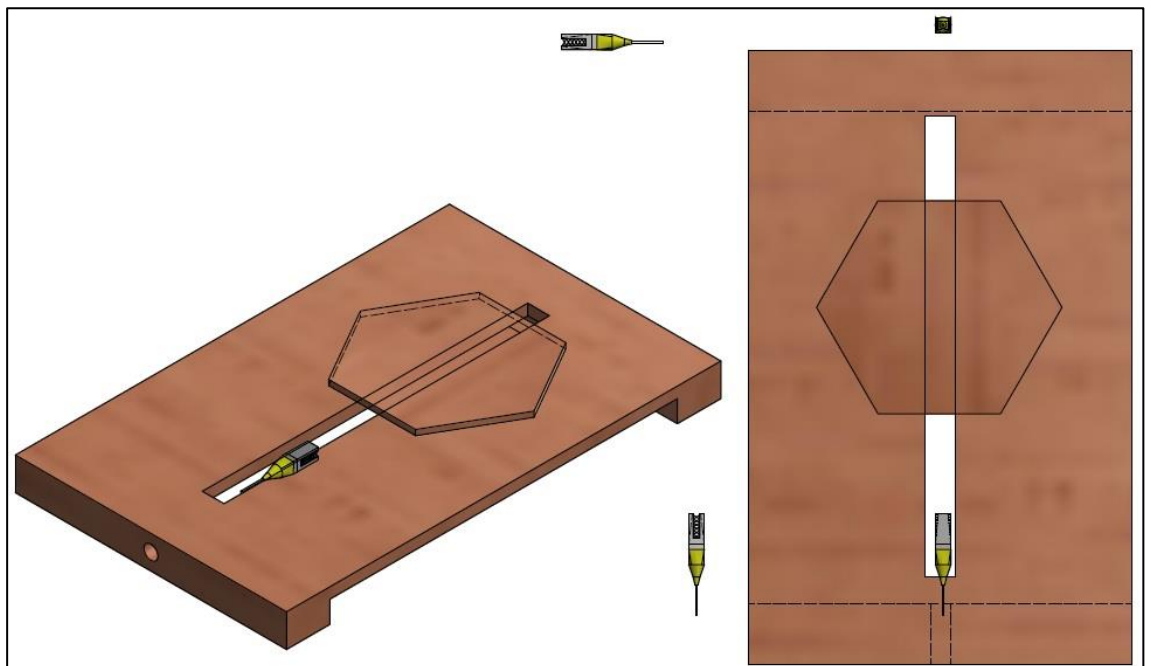
a. Jale con un hilo unido al gancho de uno de los bordes la circunferencia



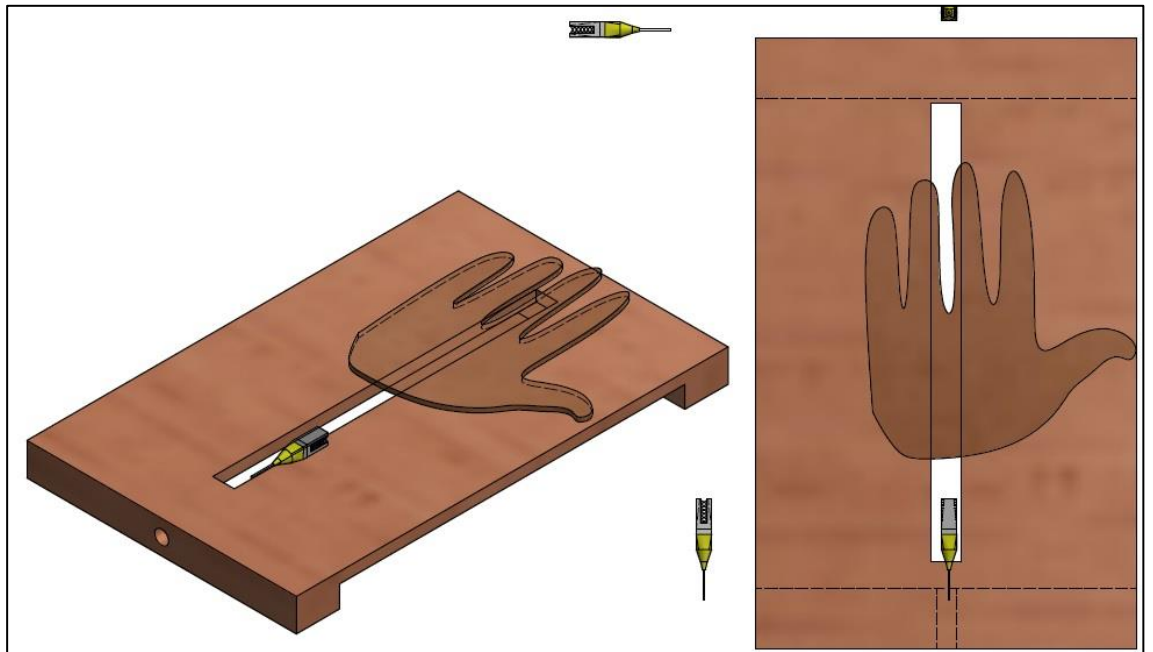
b. Jale con un hilo unido al gancho de uno de los bordes del cuadrilátero.



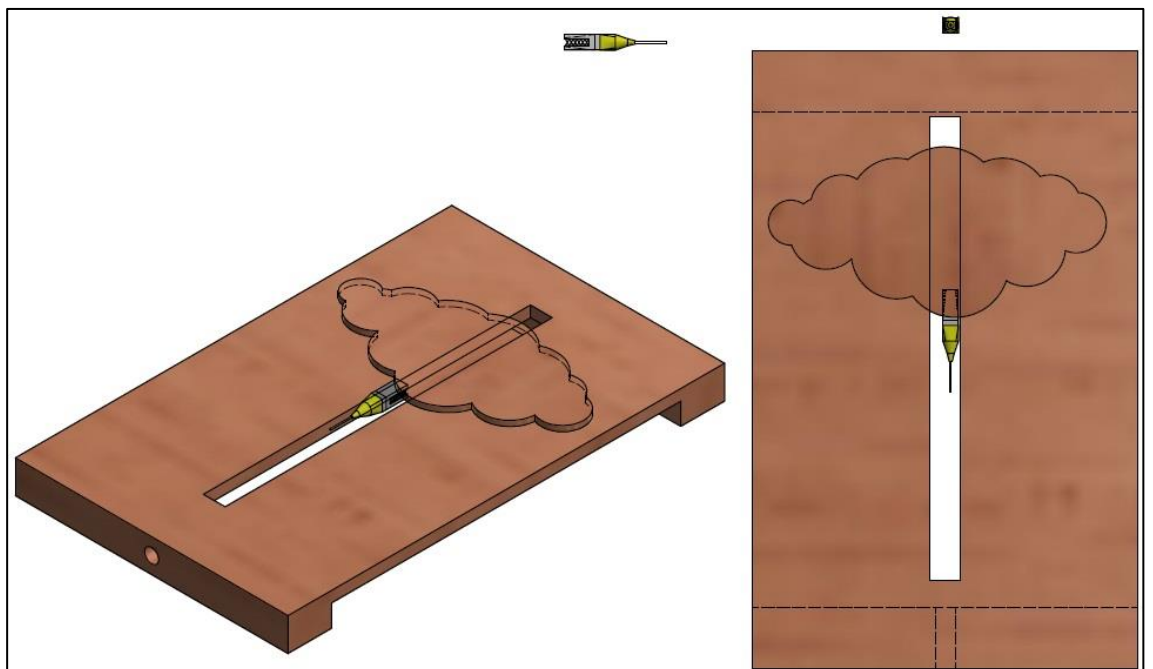
c. Jale con un hilo unido al gancho de uno de los bordes del hexágono.



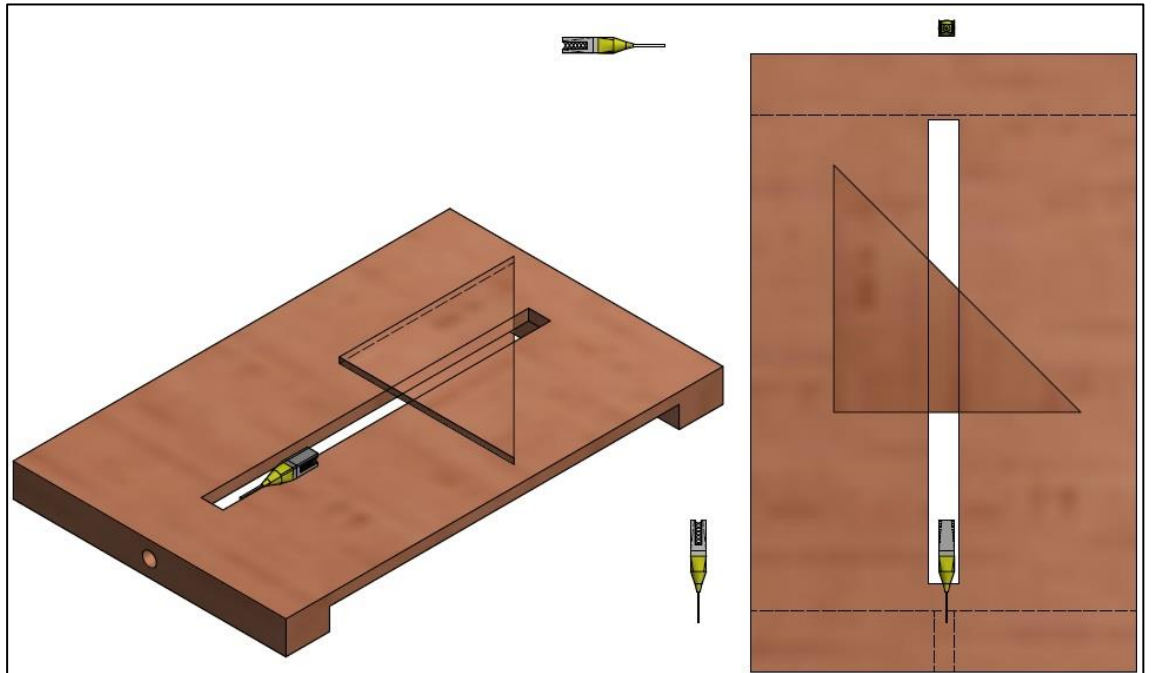
d. Jale con un hilo unido al gancho de uno de los bordes de la figura en forma de mano.



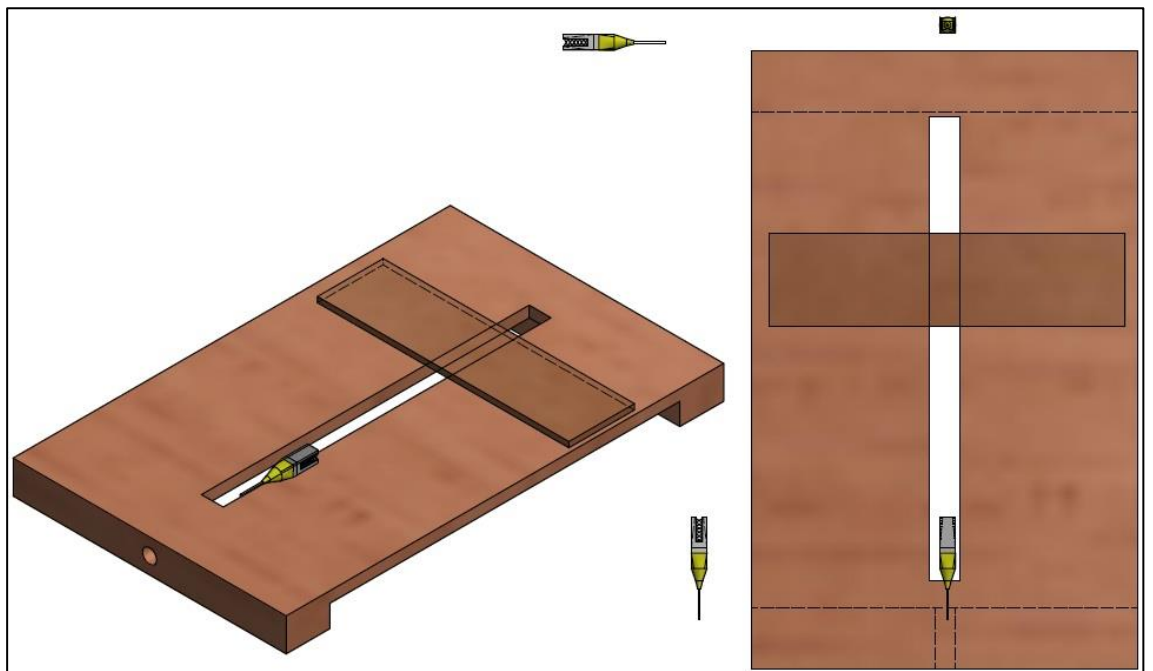
e. Jale con un hilo unido al gancho de uno de los bordes de la figura en forma de nube.



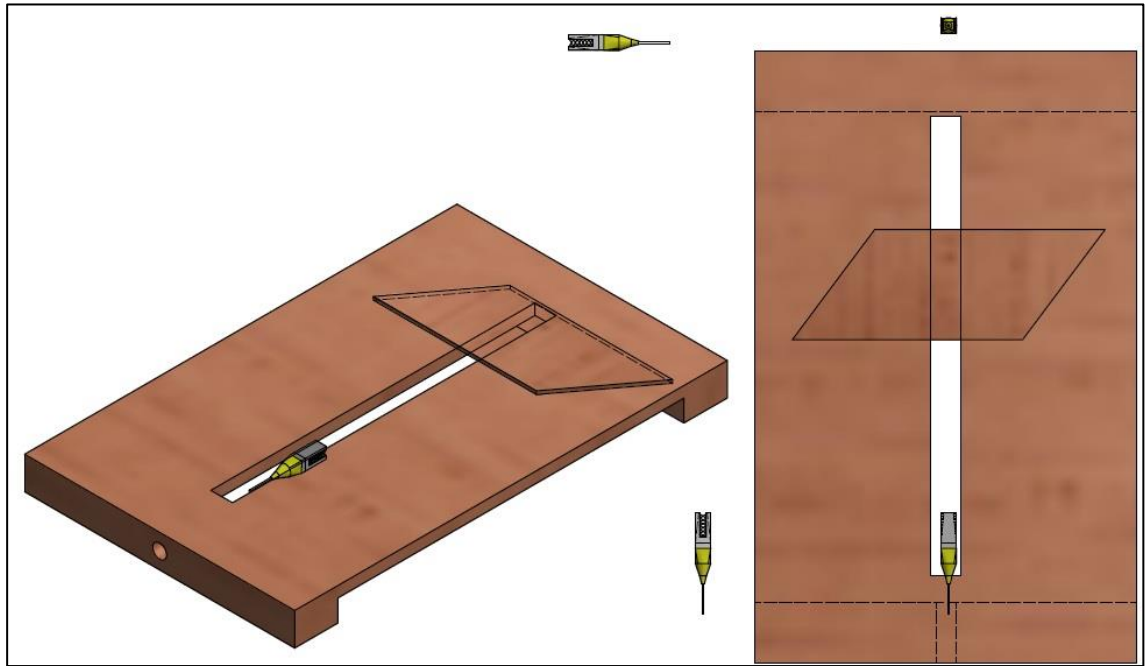
f. Jale con un hilo unido al gancho de uno de los bordes del triángulo rectángulo.



g. Jale con un hilo unido al gancho de uno de los bordes del rectángulo.

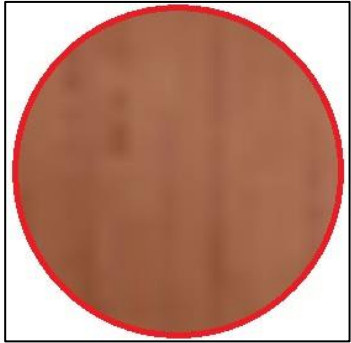



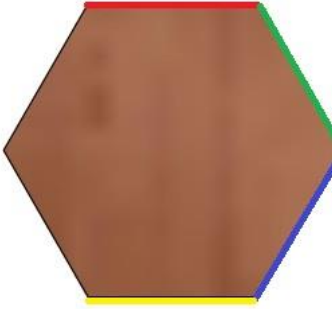
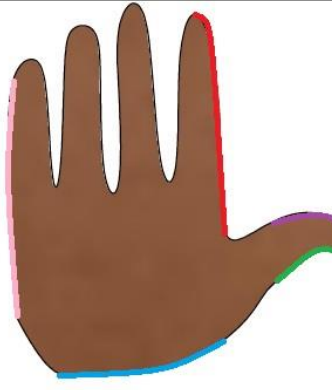
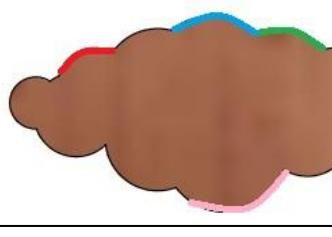
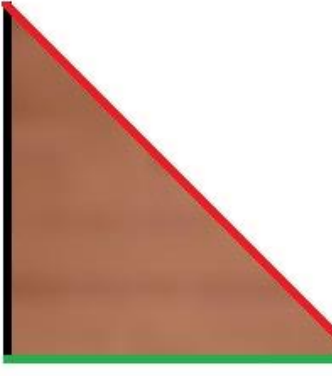
h. Jale con un hilo unido al gancho de uno de los bordes del paralelogramo.


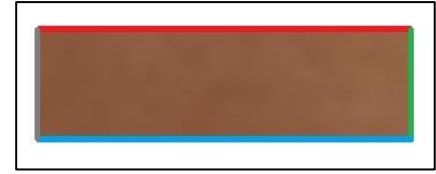


Nota para el docente: se repite el procedimiento para diferentes lados de cada una de las figuras para que el estudiante identifique que sucede con las figuras regulares cuando se les ejerce una fuerza ya que tienen lados iguales y que sucede con las figuras irregulares cuando se les ejerce una fuerza teniendo que la línea de acción de la fuerza es una línea recta imaginaria; entonces que sucede con los lados irregulares de estas figuras. El fin de esta parte es que el estudiante identifique el movimiento en línea recta y el movimiento rotacional de las figuras.

4. Repetir el ejercicio con tres lados diferentes de cada una de las figuras. Se asignado un color diferente a cada uno de los lados de las figuras para que describa lo que observo cuando jalo la figura.

Figura	Lado 1	Lado 2	Lado 3
			

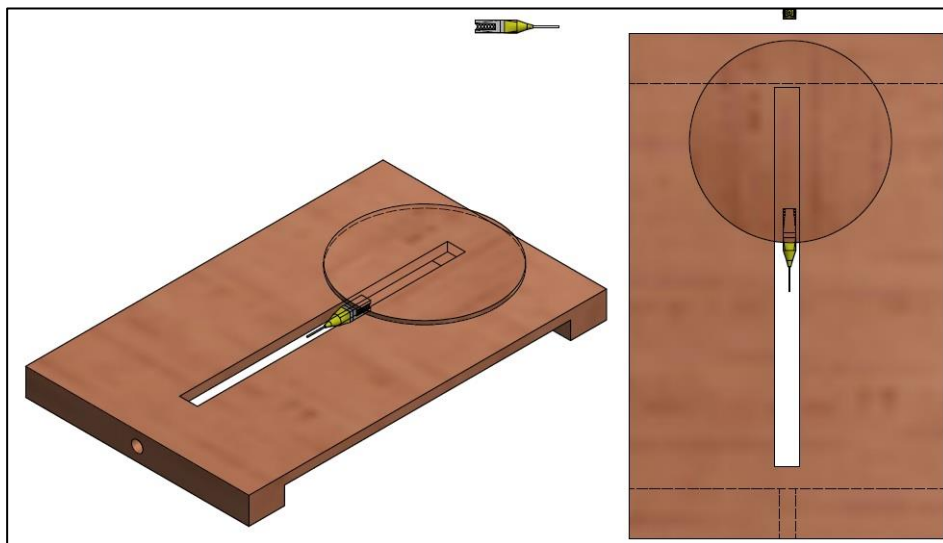
				
				
				
				
				

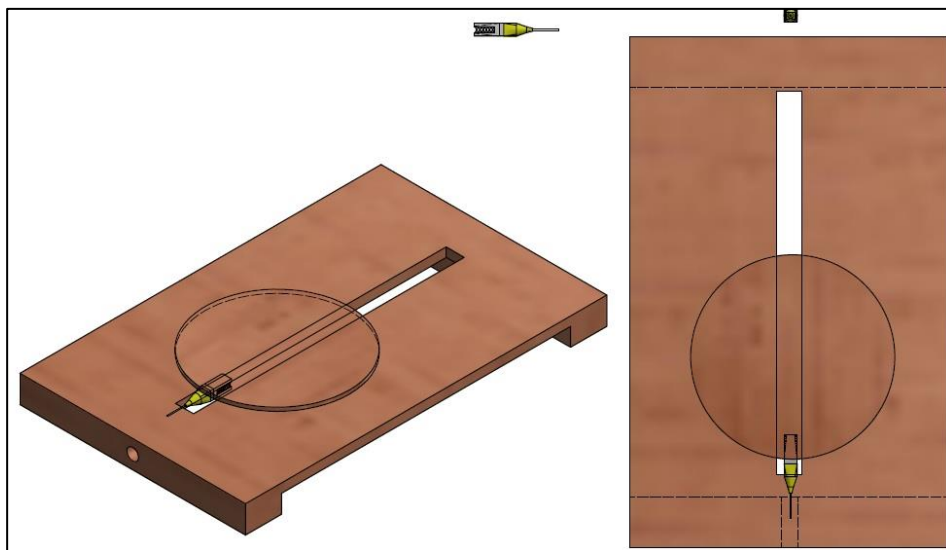
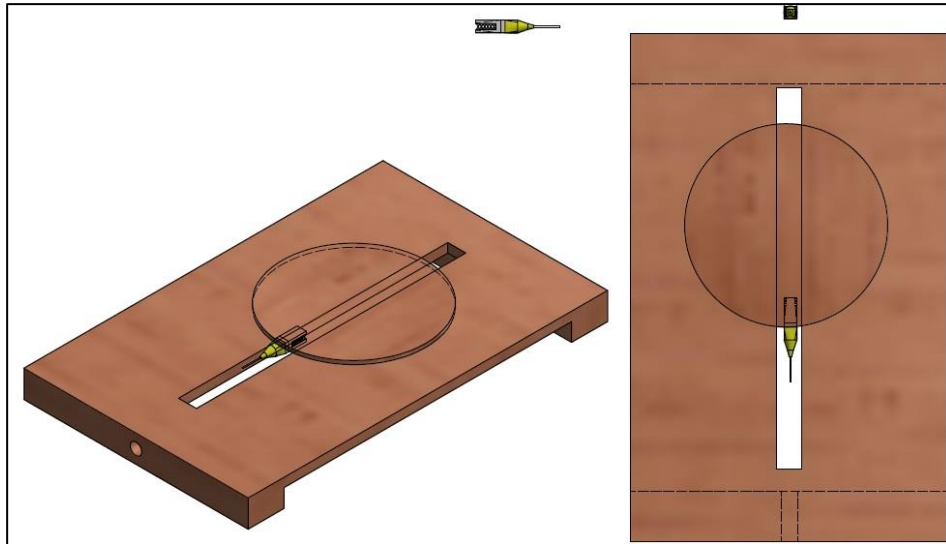
			
			

Nota para el docente: aquí se presentará el movimiento en línea recta de las figuras cuando se ejerce una fuerza y se puede relacionar con la cantidad de movimiento lineal.

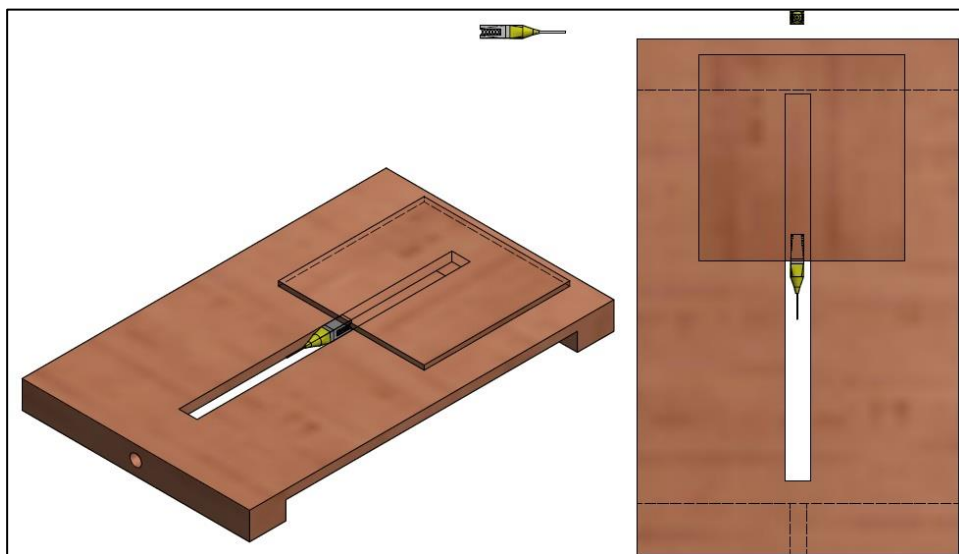
5. Teniendo en cuenta el paso anterior en donde se utilizan diferentes lados de la cada una de las figuras y jalarlas, se presentan los siguientes gráficos. Marcar cual fue la posible trayectoria de cada figura y completar la tabla que esta al final de los gráficos.

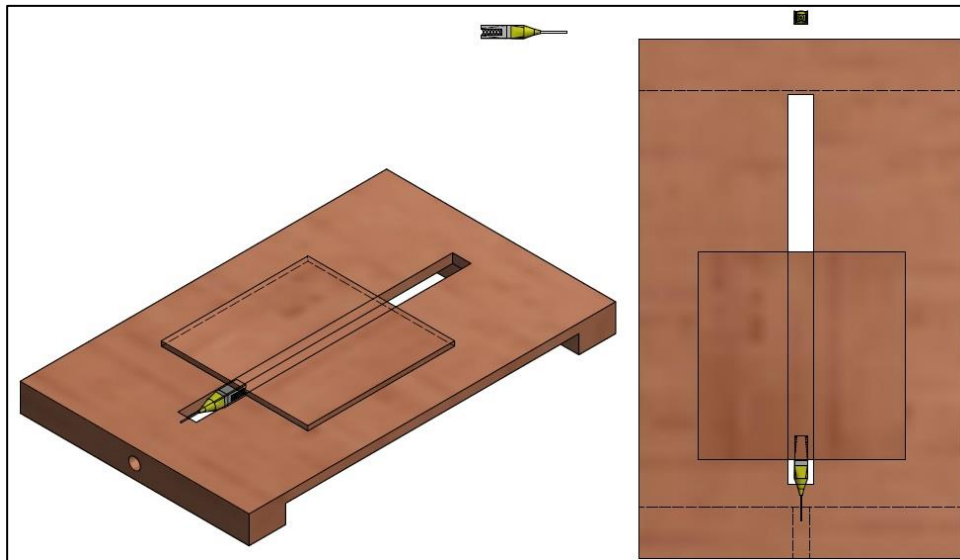
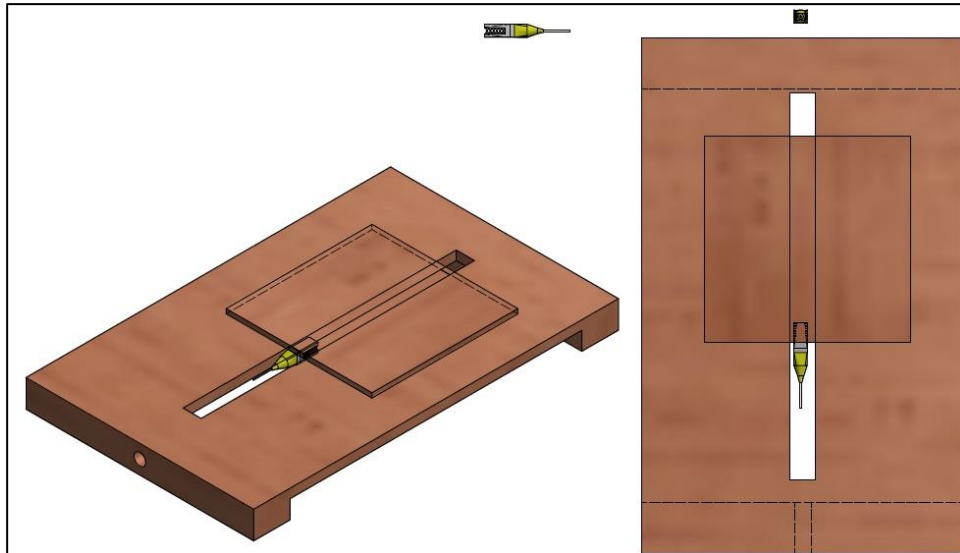
a. Para el caso del círculo



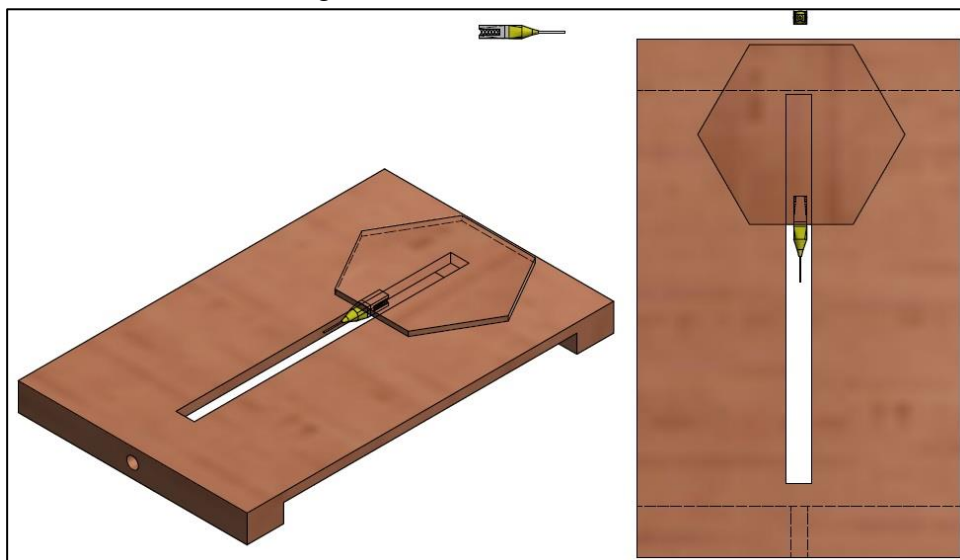


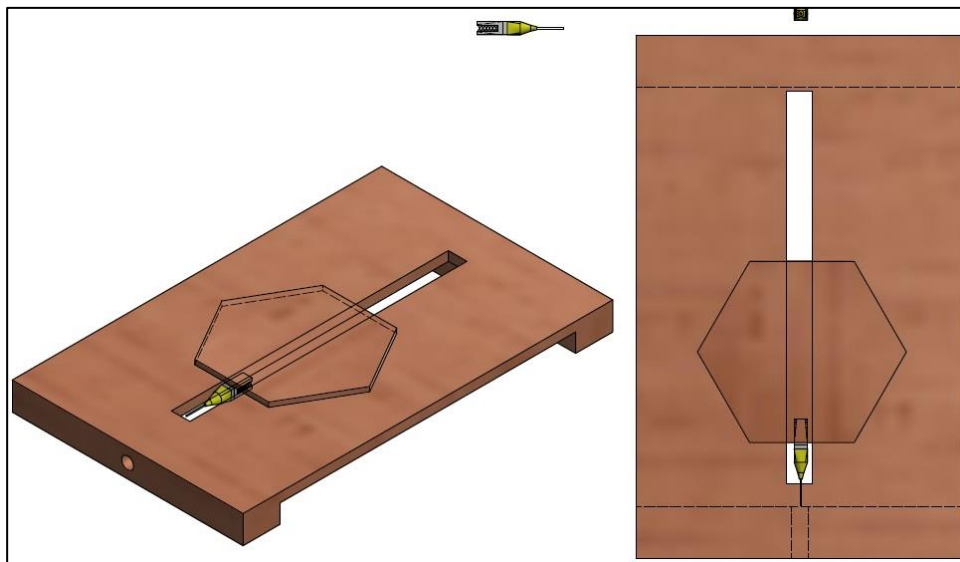
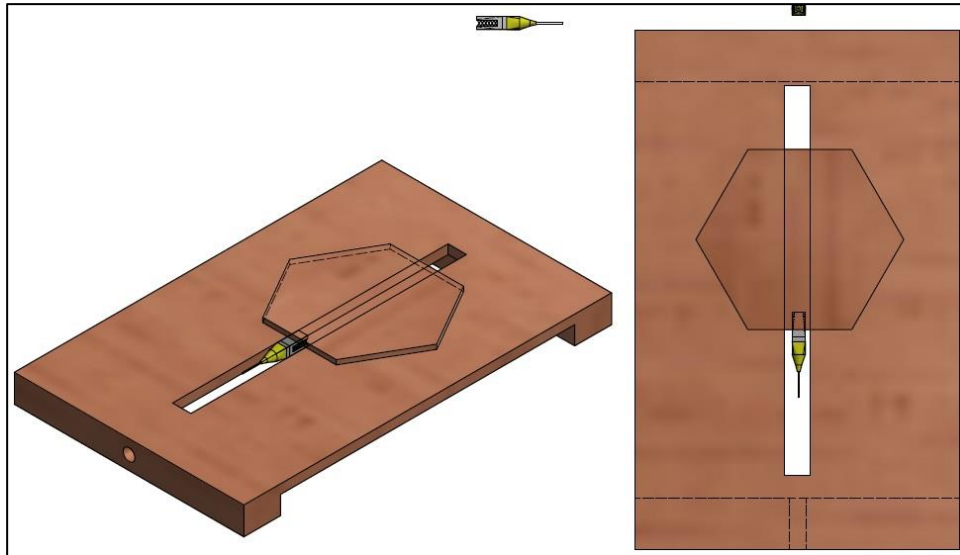
b. Para el caso del cuadrilátero.



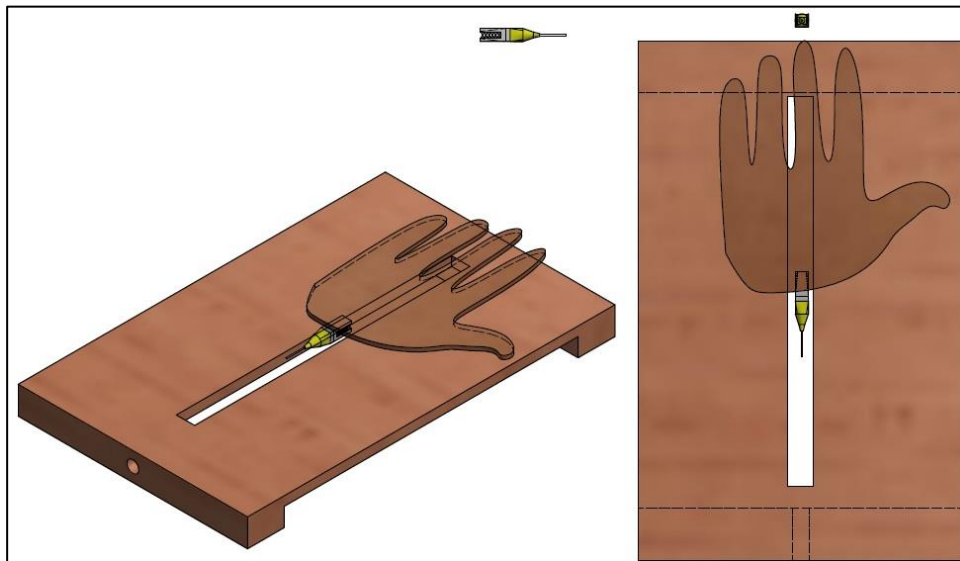


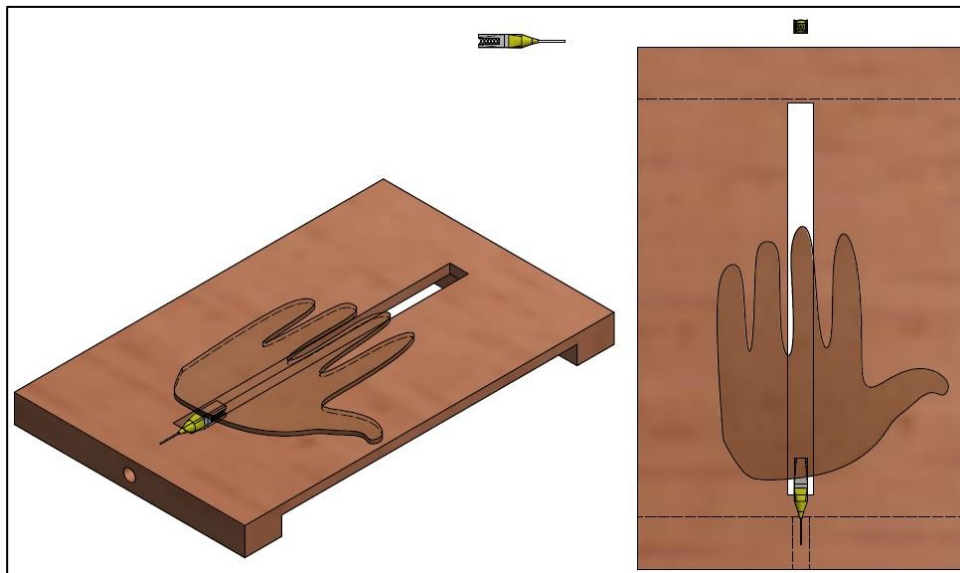
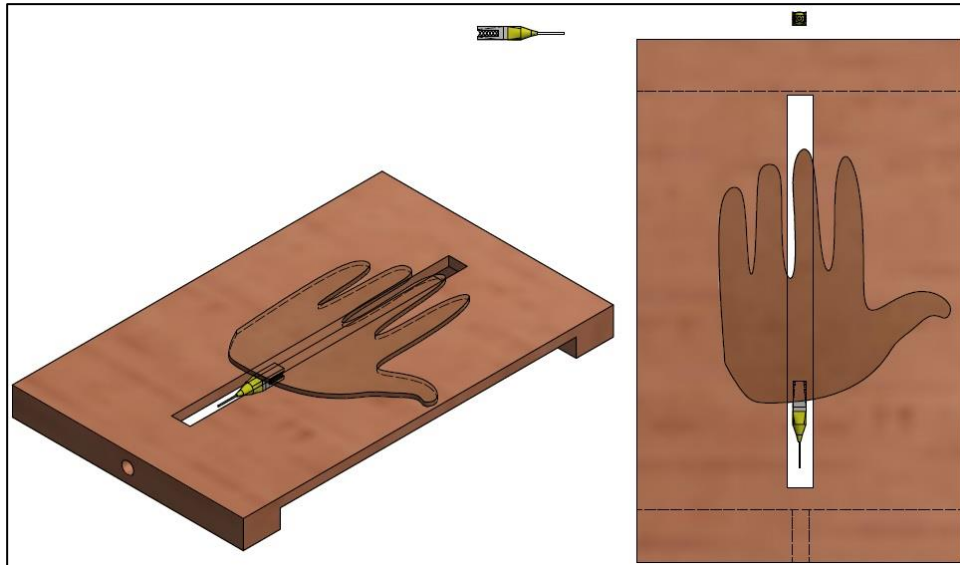
c. Para el caso del hexágono.



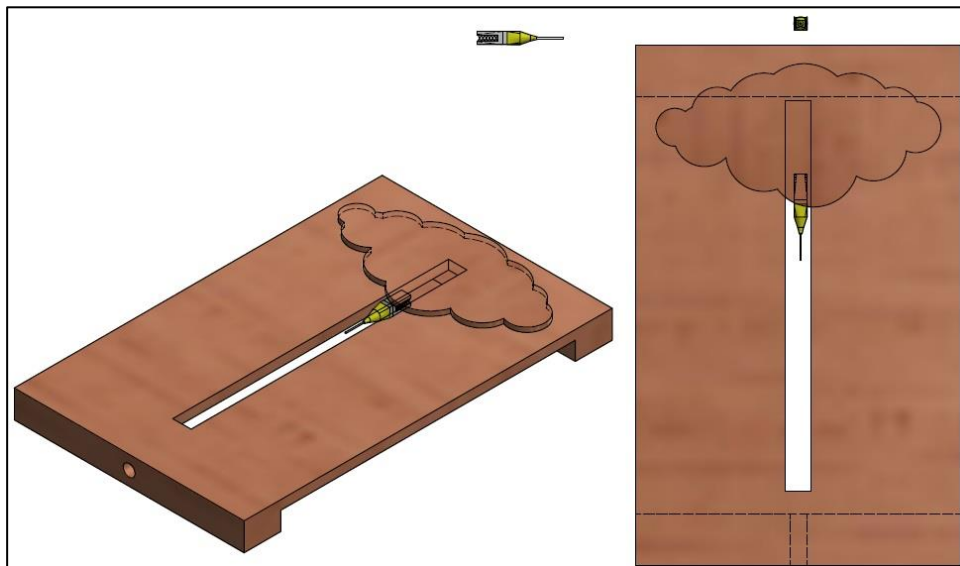


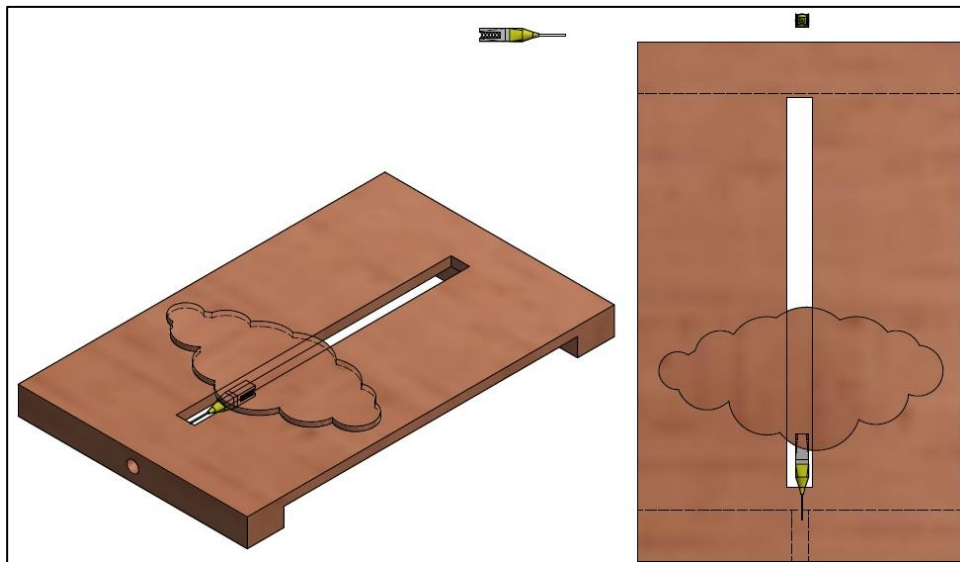
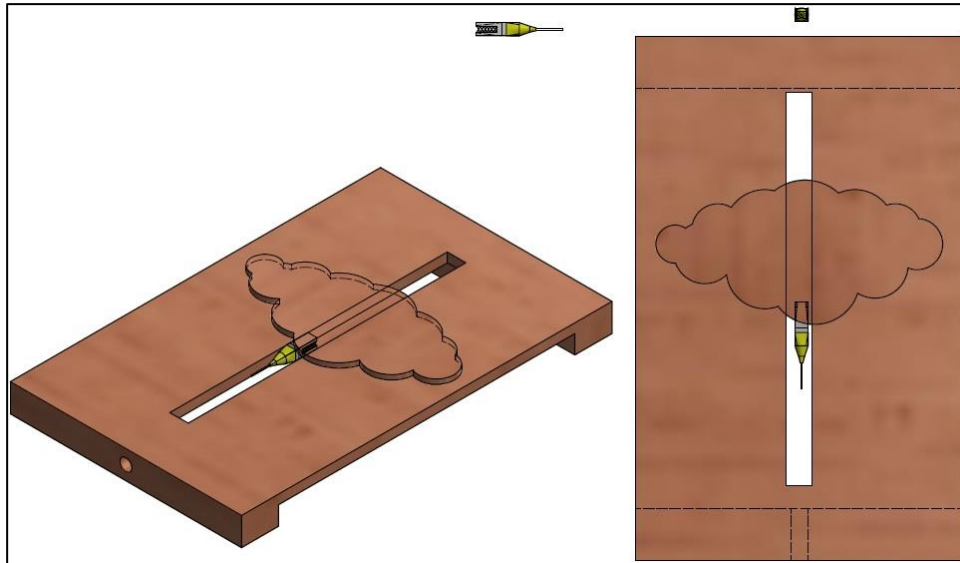
d. Para el caso de la figura en forma de mano.



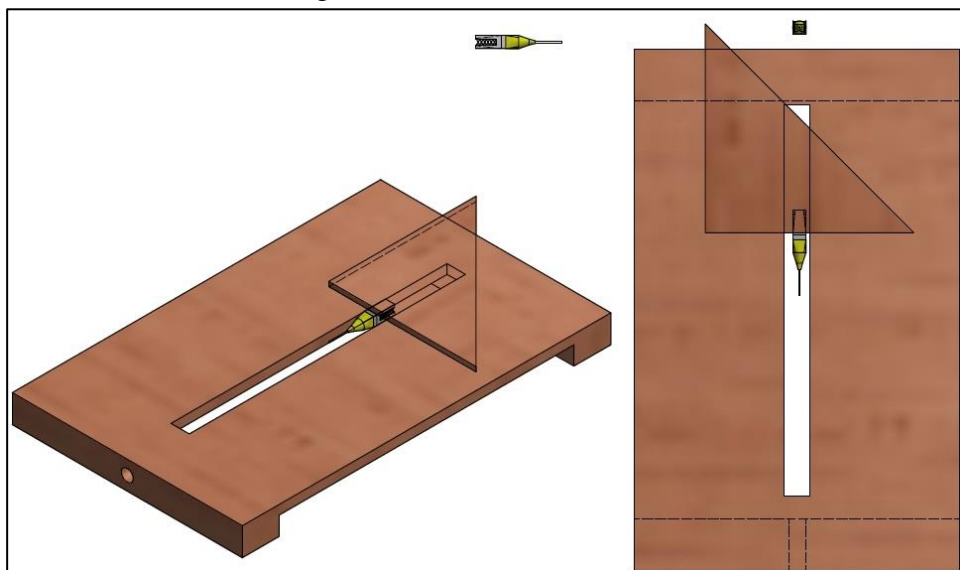


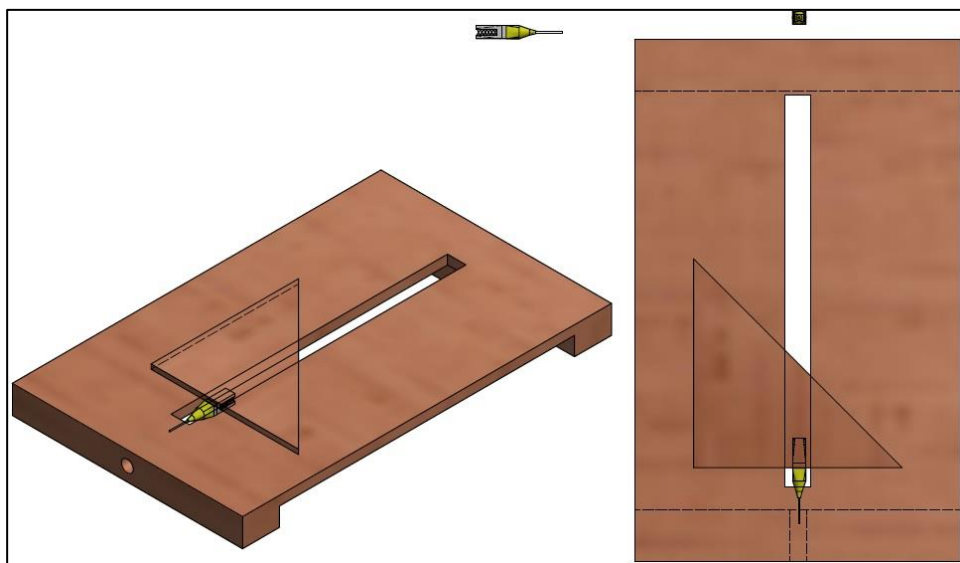
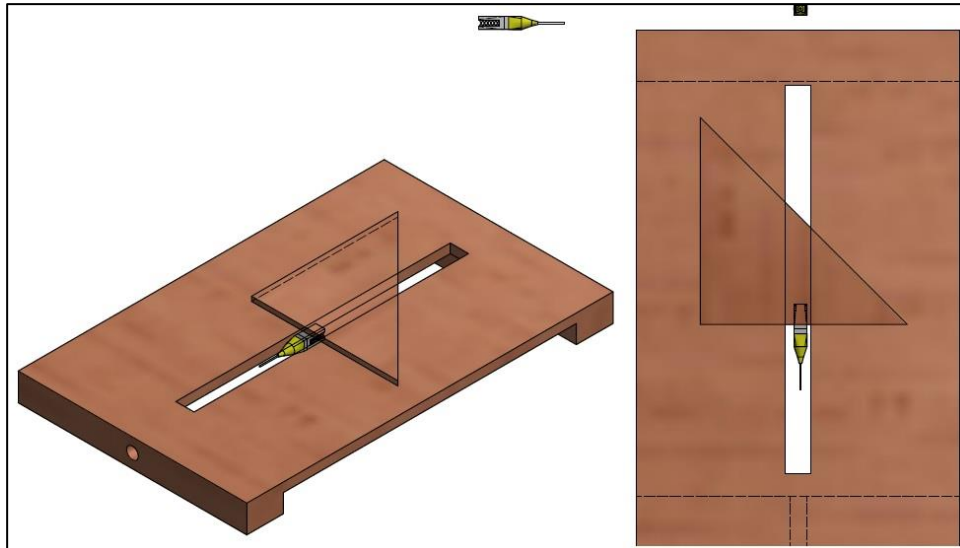
e. Para el caso de la figura en forma de nube.



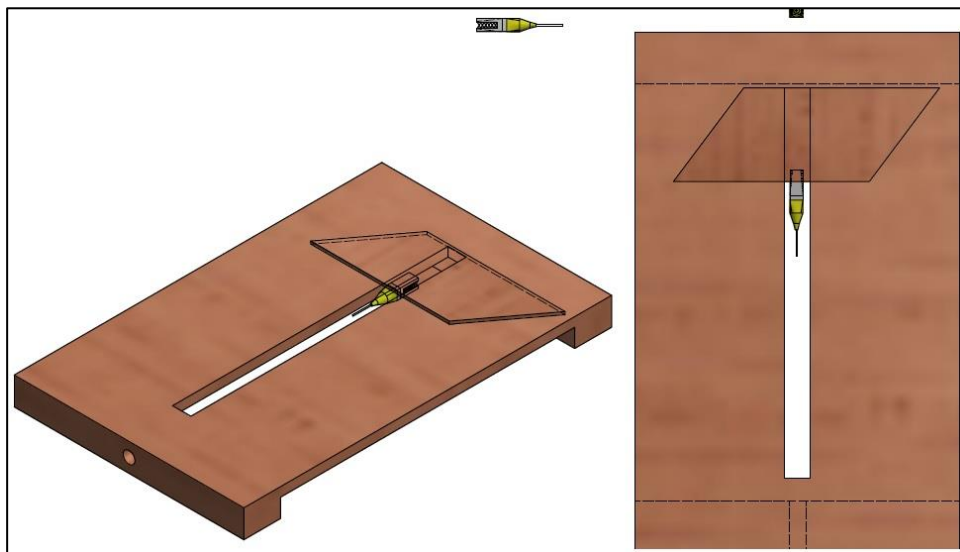


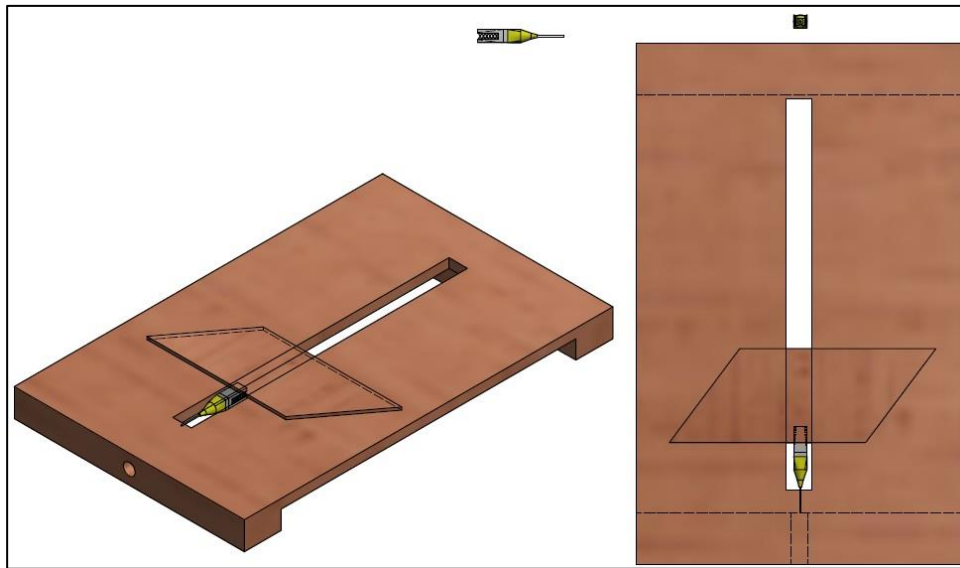
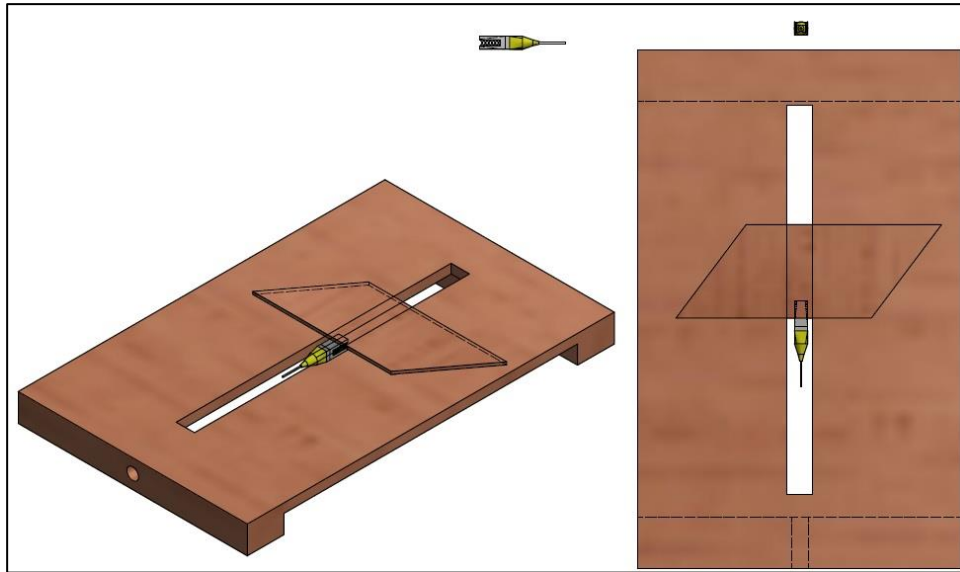
f. Para el caso del triángulo.



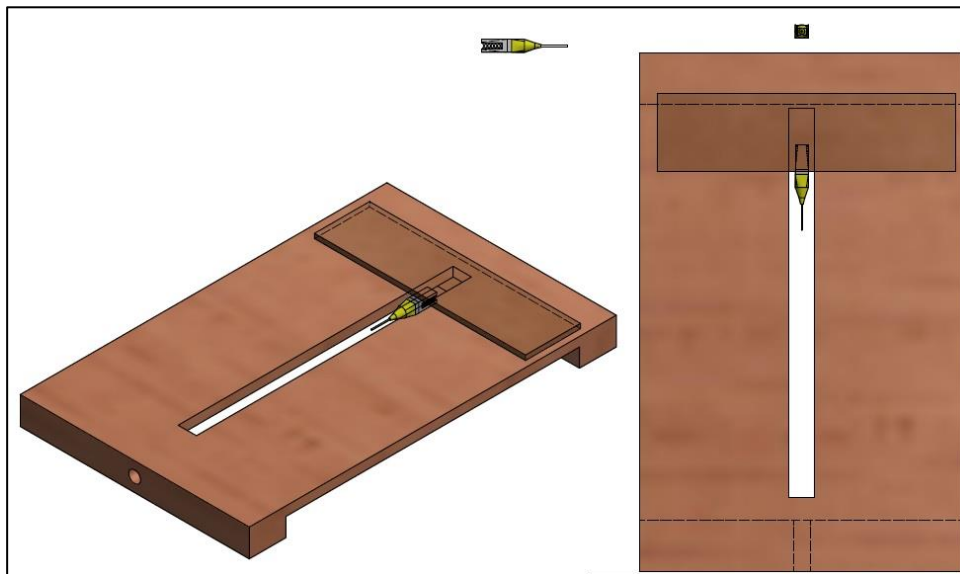


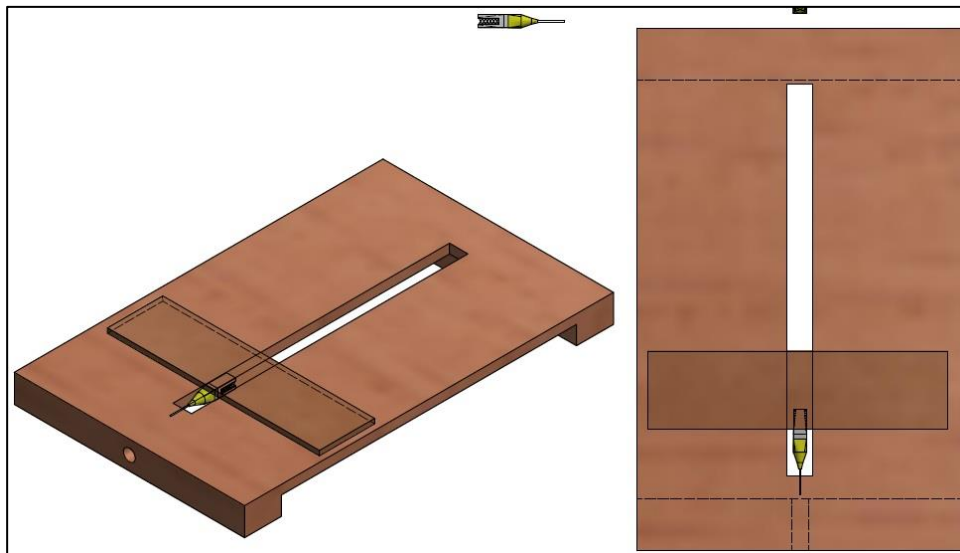
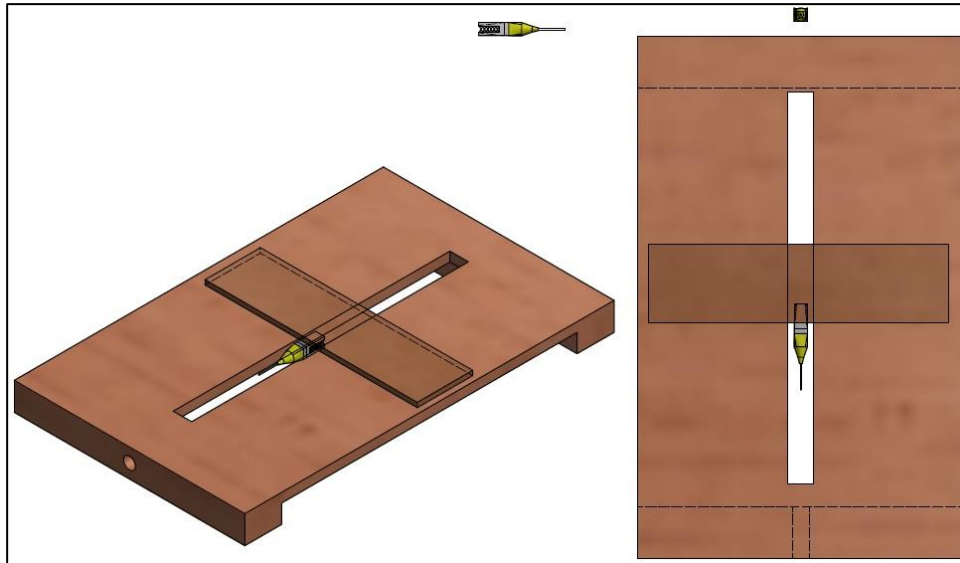
g. Para el caso del paralelogramo.





h. Para el caso del rectángulo.





Completar la siguiente tabla sobre la posición inicial-final y justificar su respuesta

Figura	¿Posición inicial igual a la posición final?	¿Por qué cree que sucedió esto?
Circunferencia		
Cuadrilátero		
Hexágono		
Forma mano		
Forma nube		
Triángulo		
Paralelogramo		
Rectángulo		

Completar la siguiente tabla la trayectoria que realiza la figura y sobre la fuerza que realizo para jalar la figura

Figura	¿Cómo describiría la trayectoria de la figura?	¿Cómo describiría la fuerza que aplico para jalar la figura?
Circunferencia		
Cuadrilátero		
Hexágono		
Forma mano		
Forma nube		
Triángulo		
Paralelogramo		
Rectángulo		

Completar la tabla con la información del numeral uno y dos al inicio de esta actividad

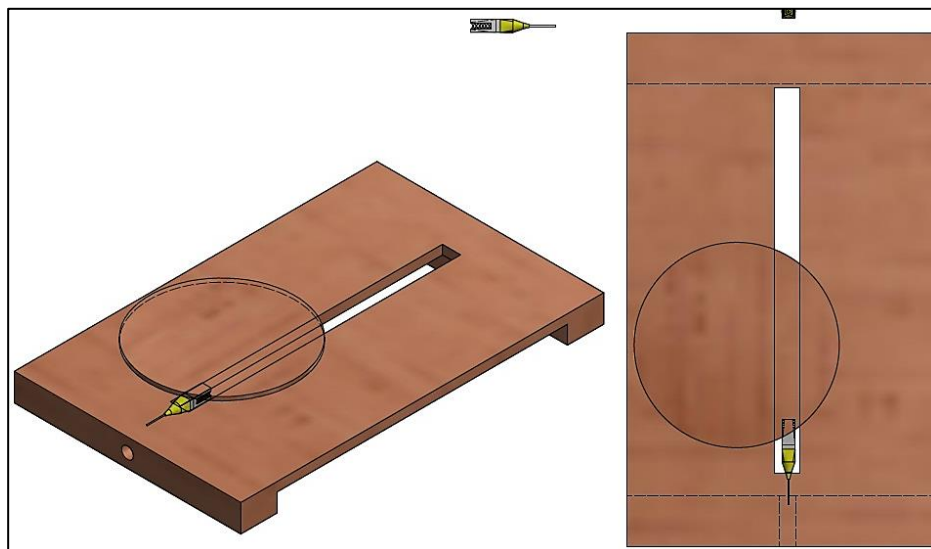
Figura	¿Tuvo en cuenta el punto que marco en el numeral uno?	¿Tuvo en cuenta el punto que marco en el numeral dos?
Circunferencia		

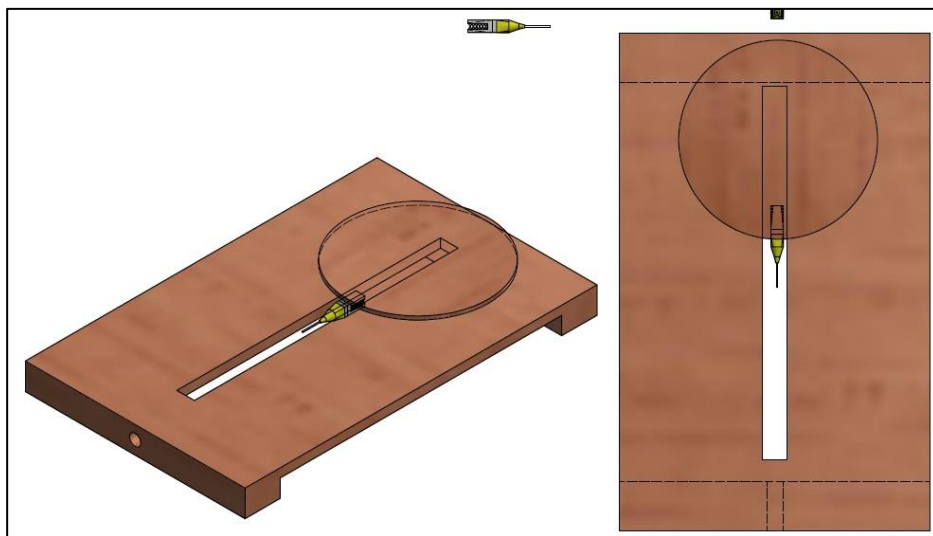
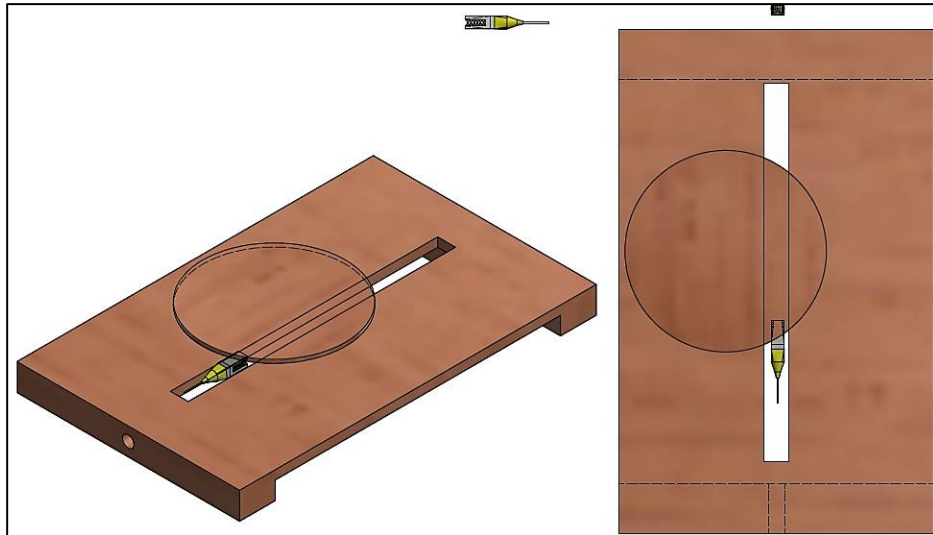
Cuadrilátero		
Hexágono		
Forma mano		
Forma nube		
Triángulo		
Paralelogramo		
Rectángulo		

Nota para el docente: aquí se presentará el movimiento rotacional o cualquier otro movimiento diferente a una línea recta, de las figuras cuando se ejerce una fuerza y se puede relacionar con la cantidad de movimiento angular.

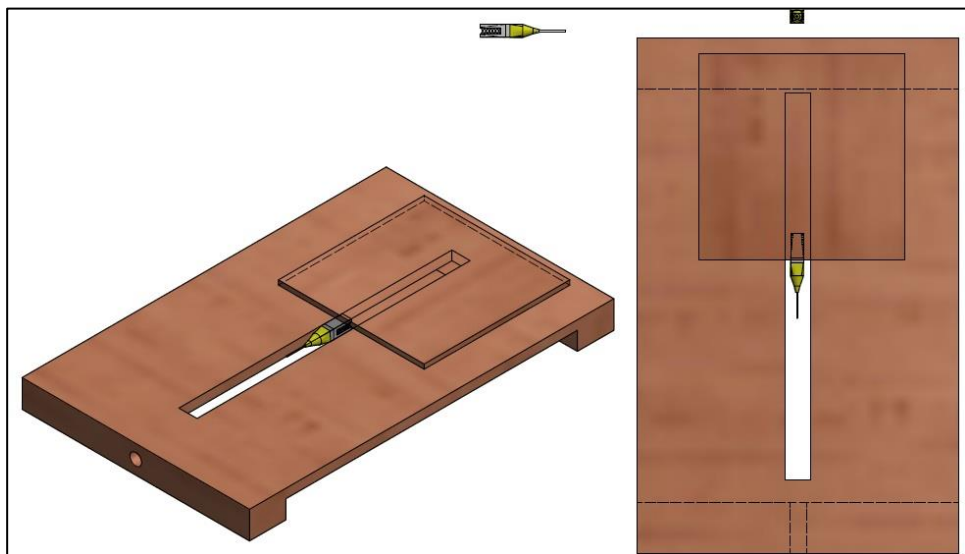
6. Teniendo en cuenta el paso anterior en donde se utilizan diferentes lados de la cada una de las figuras y jalarlas, si los gráficos presentados no coinciden o no son cercanos a lo observado; se presentan los siguientes gráficos. Marcar cual fue la posible trayectoria de cada figura y completar la tabla que está al final de los gráficos

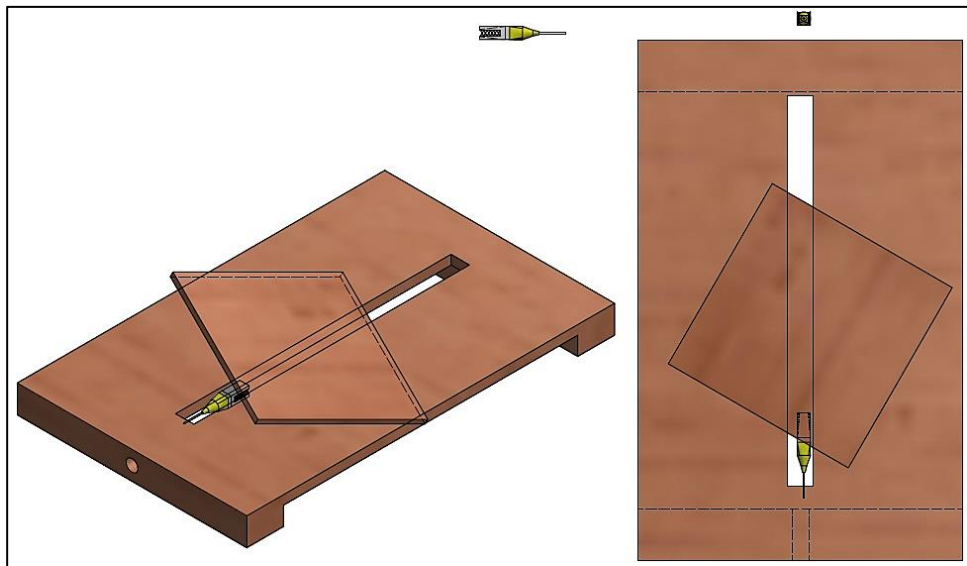
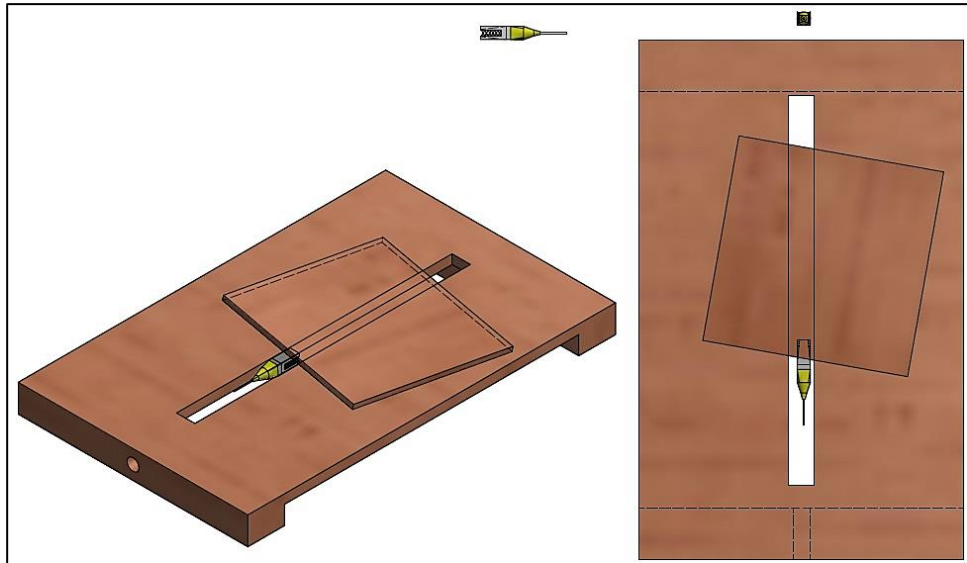
a. Para el caso de círculo.



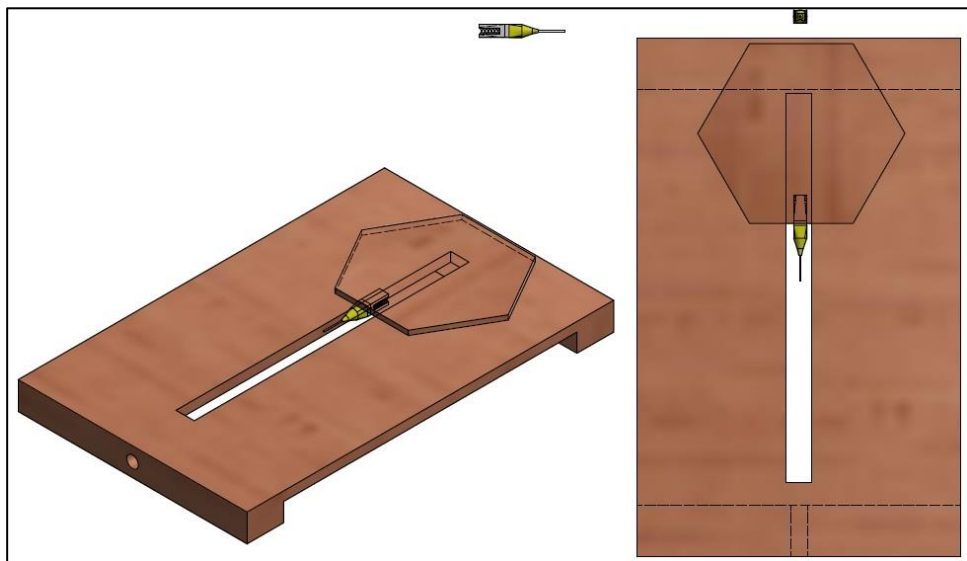


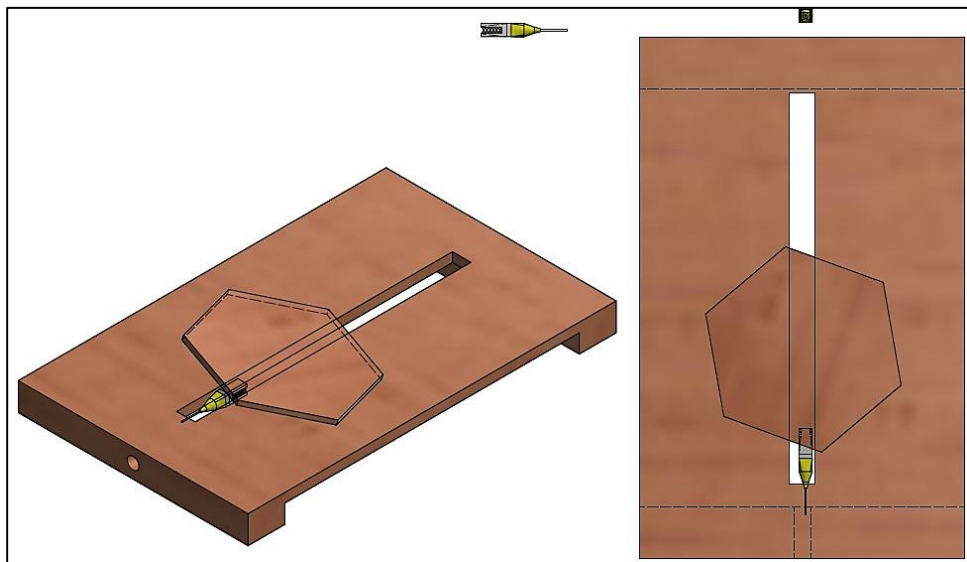
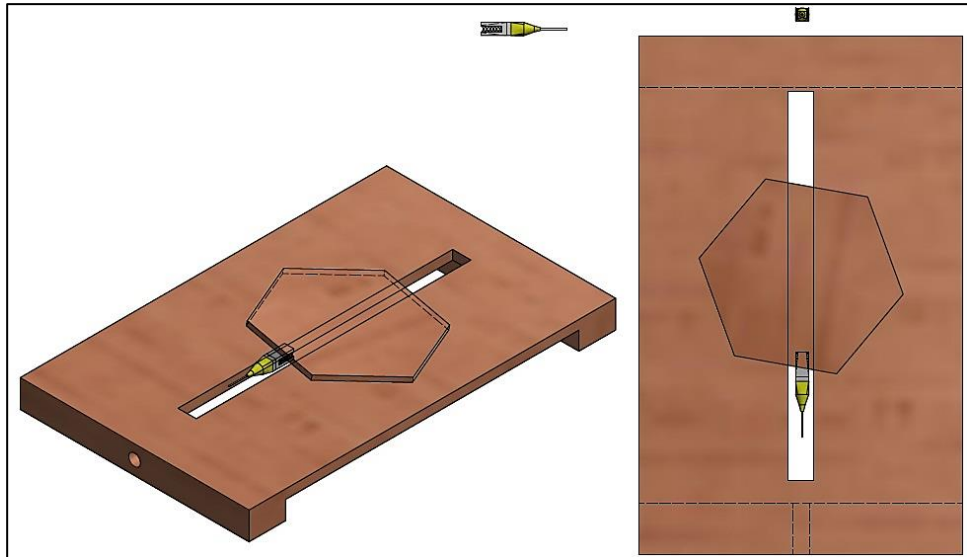
b. Para el caso del cuadrilátero.



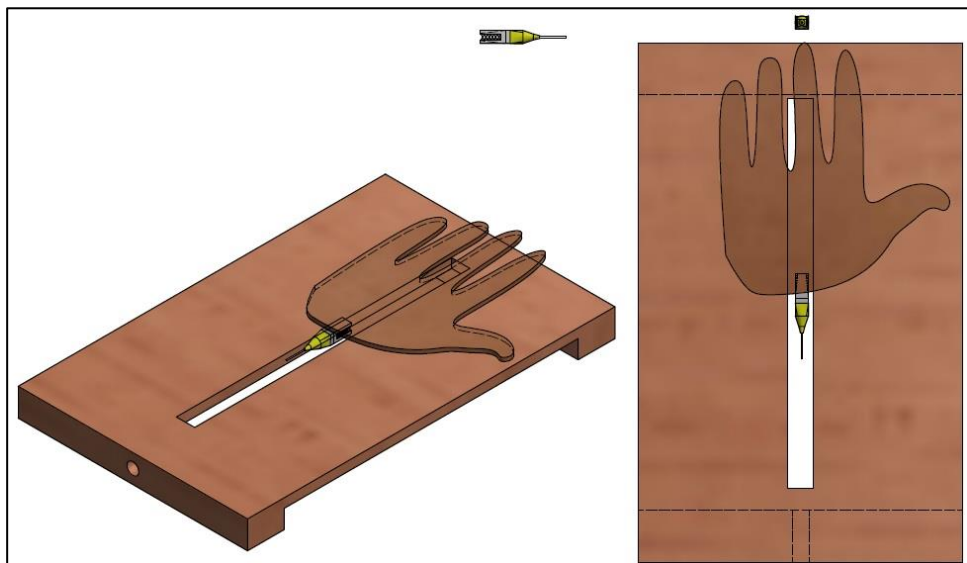


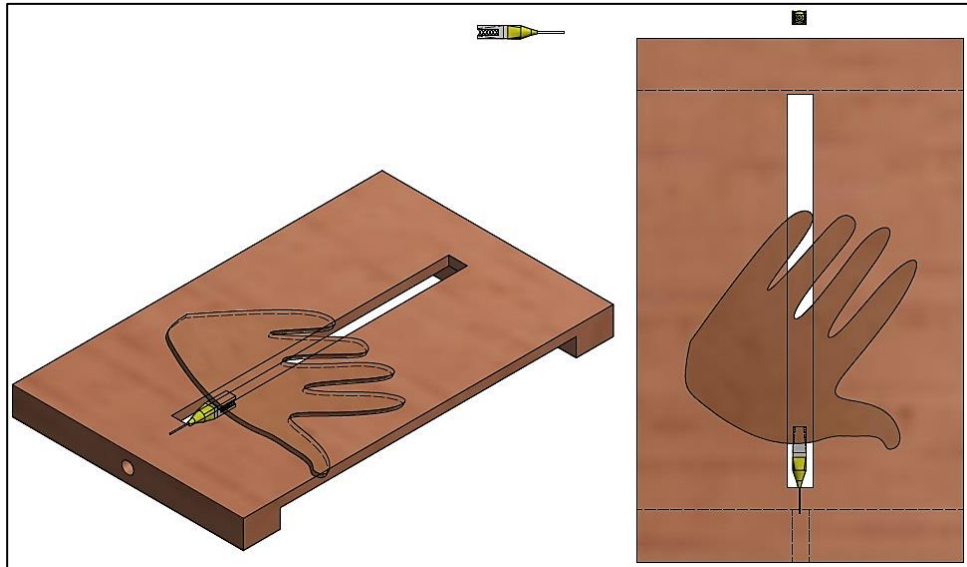
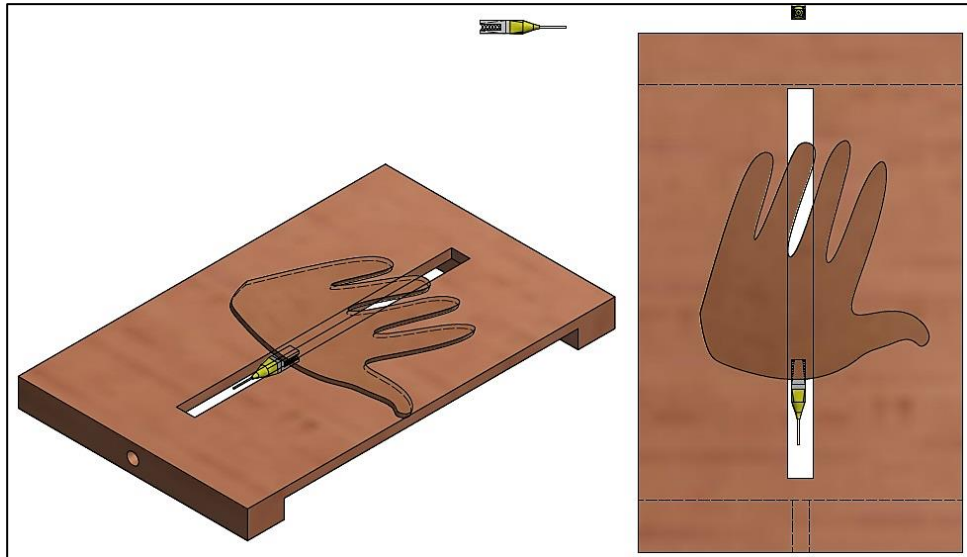
c. Para el caso del hexágono.



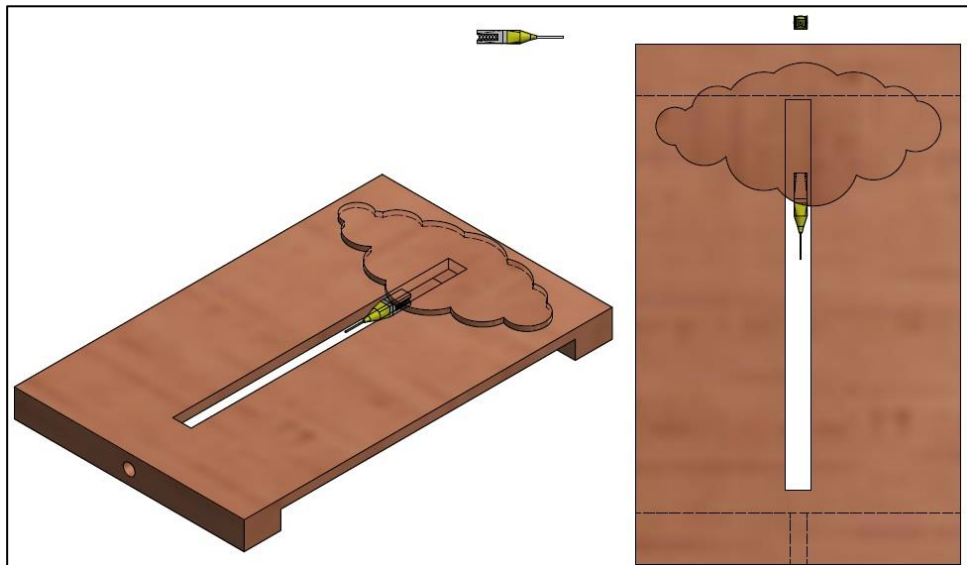


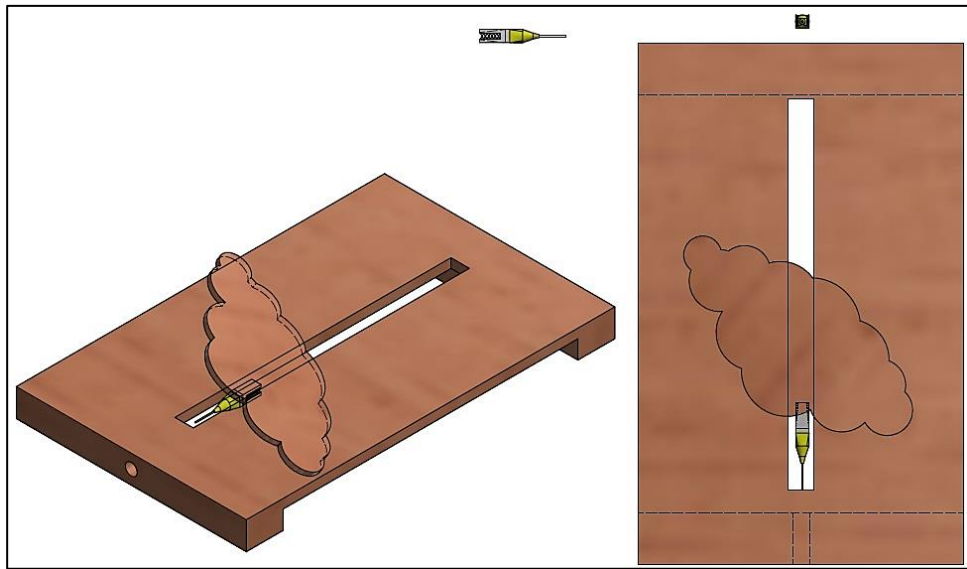
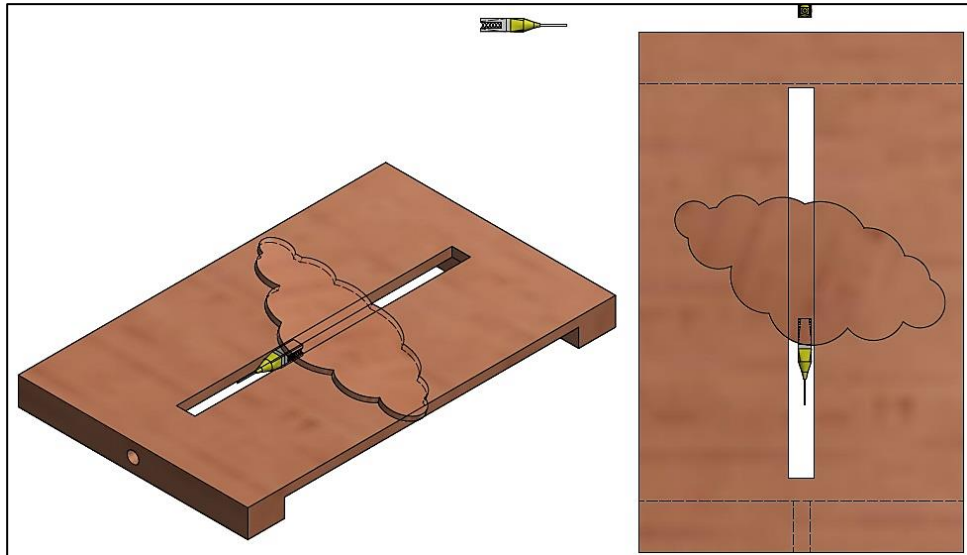
d. Para el caso de la figura en forma de mano.



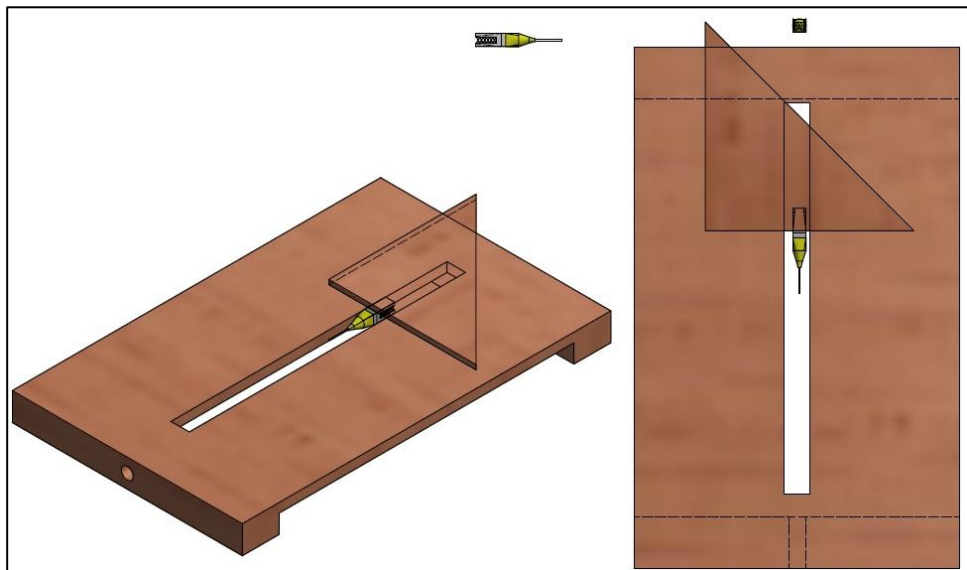


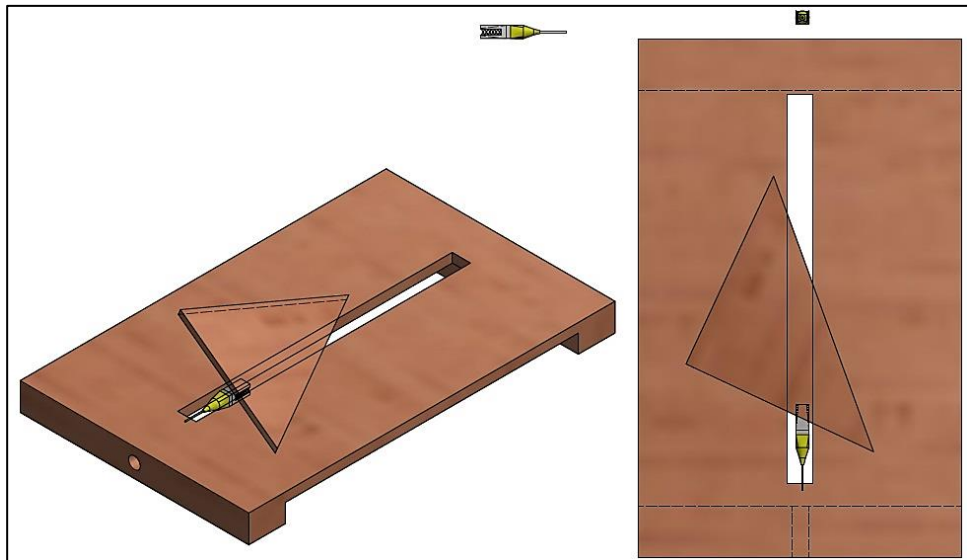
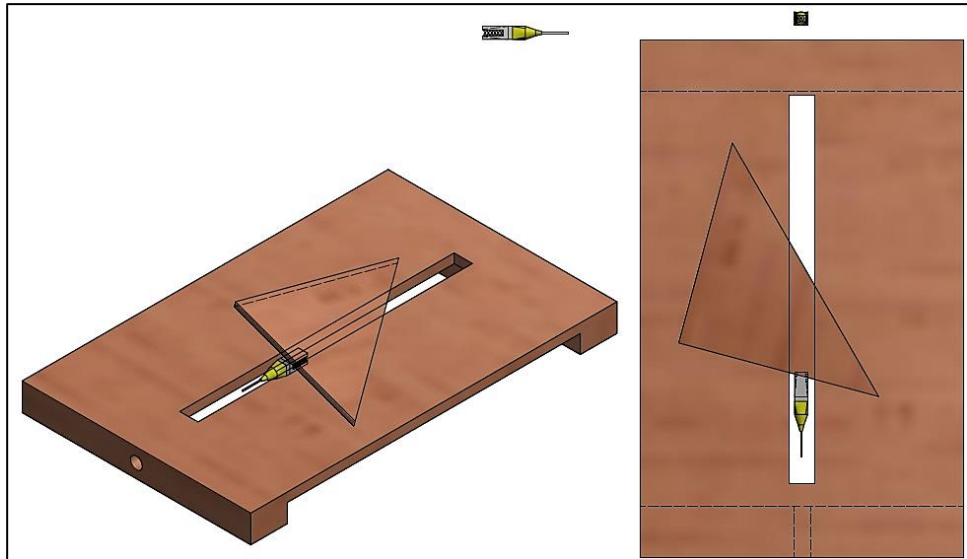
e. Para el caso de la figura en forma de nube.



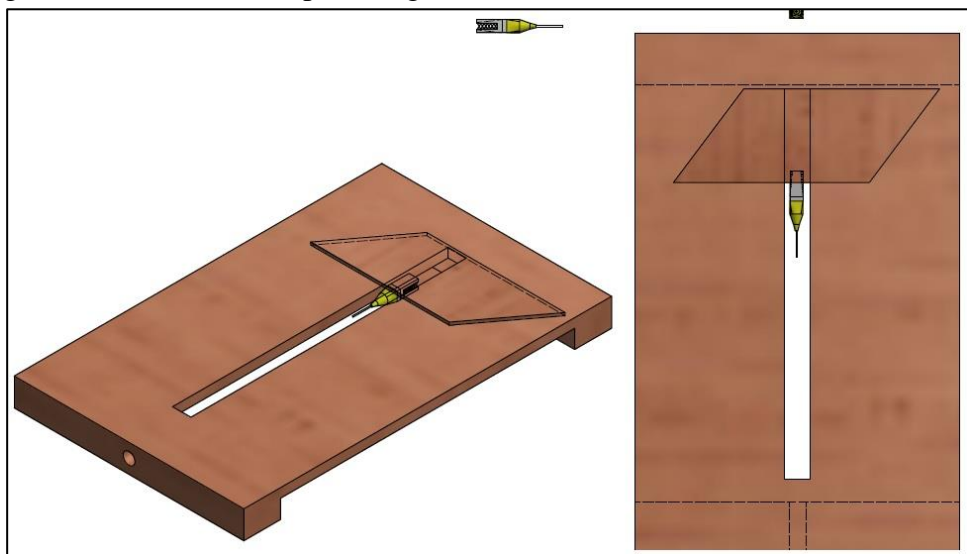


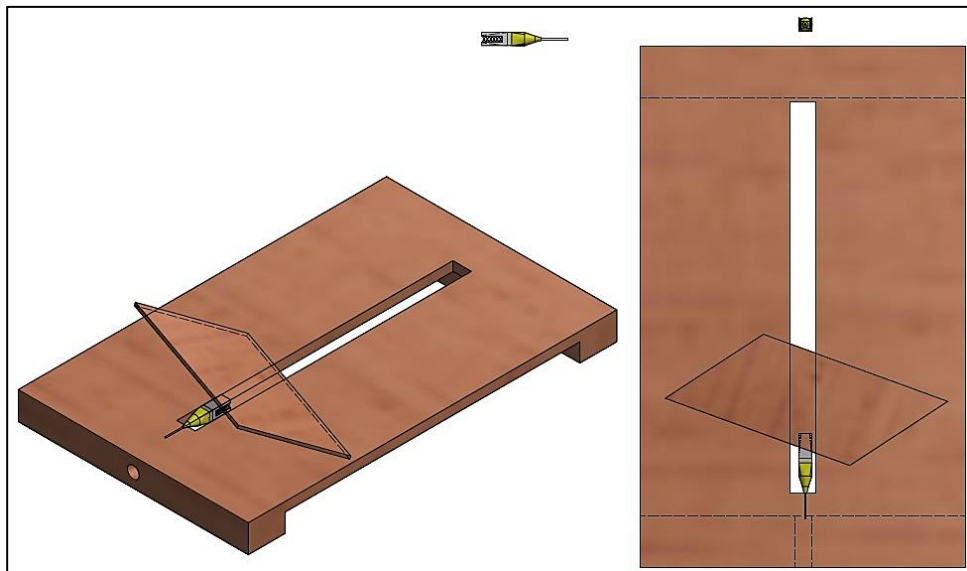
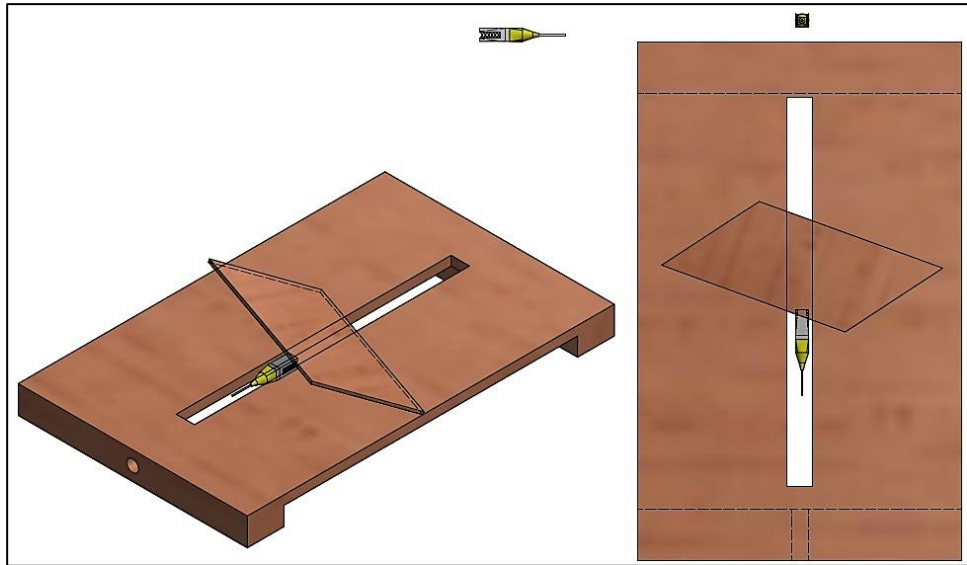
f. Para el caso del triángulo.



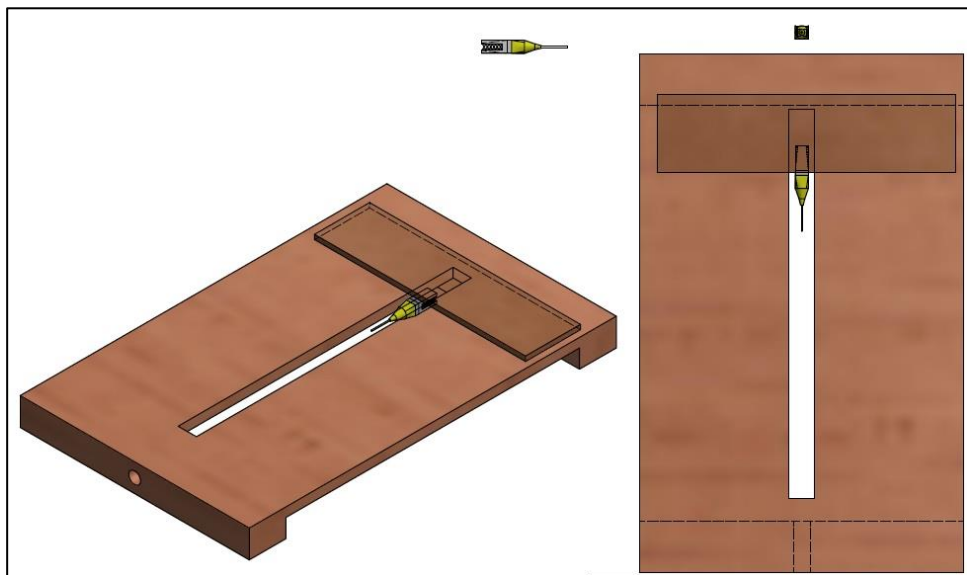


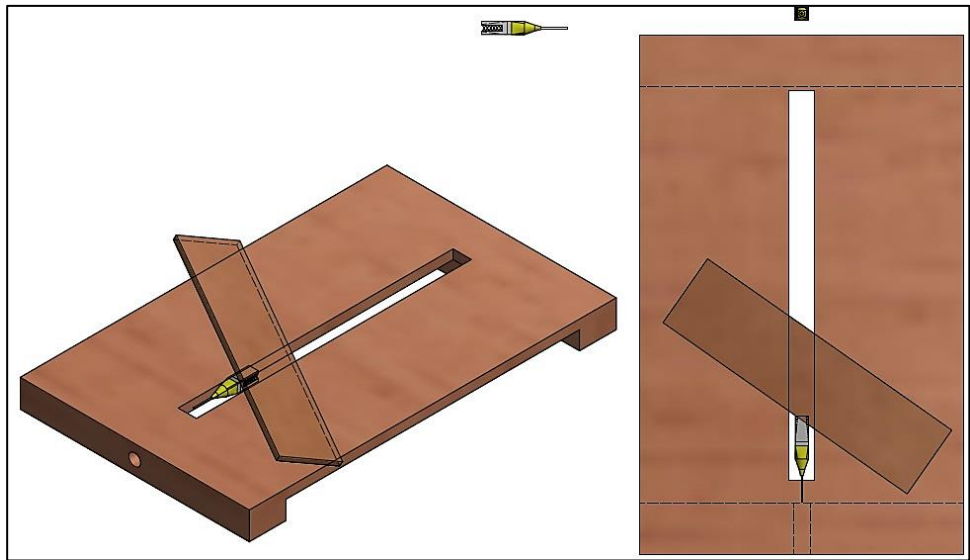
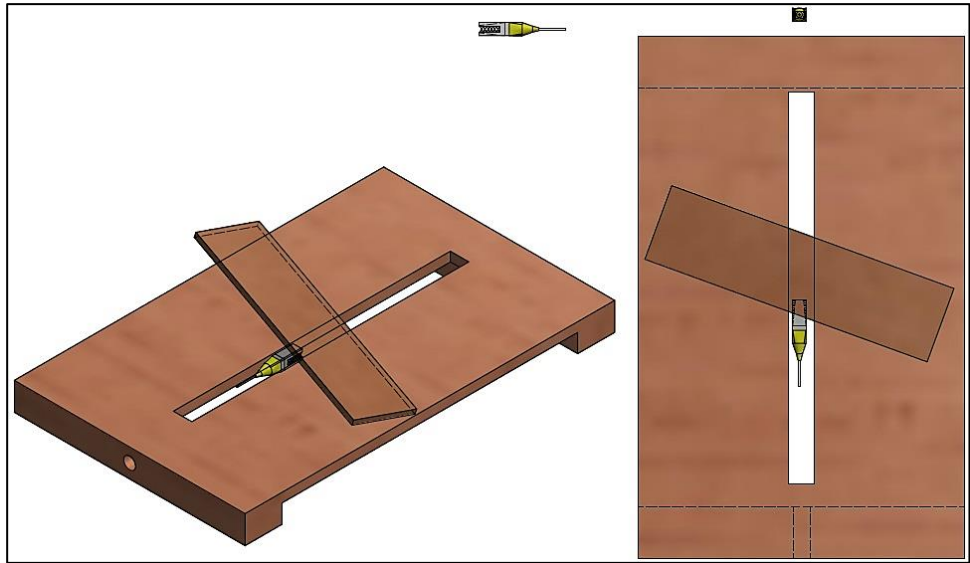
g. Para el caso del paralelogramo.





h. Para el caso del rectángulo.





Completar la siguiente tabla sobre la posición inicial-final y justificar su respuesta

Figura	¿Posición inicial igual a la posición final?	¿Por qué cree que sucedió esto?
Circunferencia		
Cuadrilátero		
Hexágono		
Forma mano		
Forma nube		
Triángulo		
Paralelogramo		
Rectángulo		

Completar la siguiente tabla la trayectoria que realiza la figura y sobre la fuerza que realizo para jalar la figura

Figura	¿Cómo describiría la trayectoria de la figura?	¿Cómo describiría la fuerza que aplico para jalar la figura?
Circunferencia		
Cuadrilátero		
Hexágono		
Forma mano		
Forma nube		
Triángulo		
Paralelogramo		
Rectángulo		

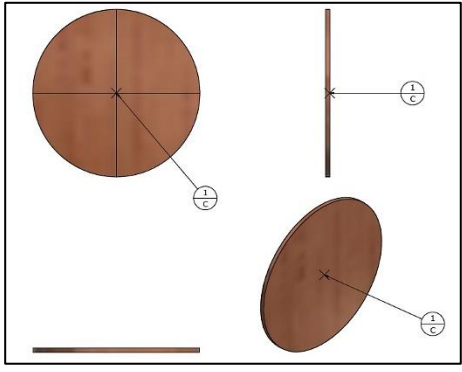
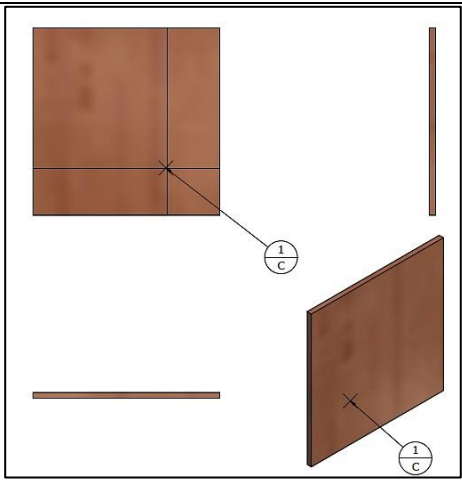
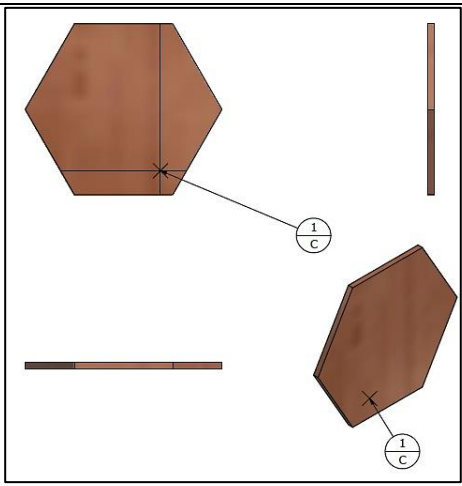
Completar la tabla con la información del numeral uno y dos al inicio de esta actividad

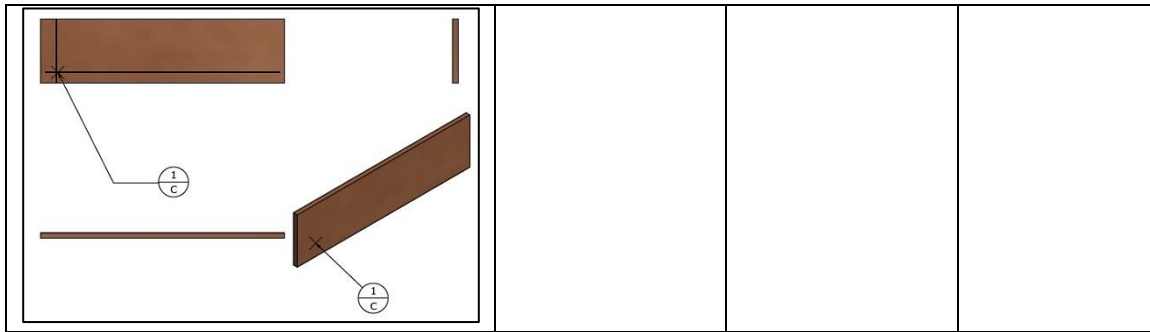
Figura	¿Tuvo en cuenta el punto que marco en el numeral uno?	¿Tuvo en cuenta el punto que marco en el numeral dos?
Circunferencia		
Cuadrilátero		
Hexágono		
Forma mano		
Forma nube		
Triángulo		
Paralelogramo		
Rectángulo		

Nota para el profesor: para completar la siguiente tabla el estudiante debió realizar el punto número 1 de la primera parte de la guía de actividades. Utilizando el centro geométrico se trazan dos o más líneas que pasen por ese punto y que sean perpendiculares a los lados de las (6) figuras regulares; para el caso de las (2) figuras irregulares se consideran dos líneas perpendiculares entre sí y que se intersecan en el punto que es el centro geométrico.

Se pretende que el estudiante observe y reconozca la diferencia entre el centro geométrico y el centro de masa cuando se ejerce una fuerza sobre la figura; y estas líneas representan la línea de acción de la fuerza.

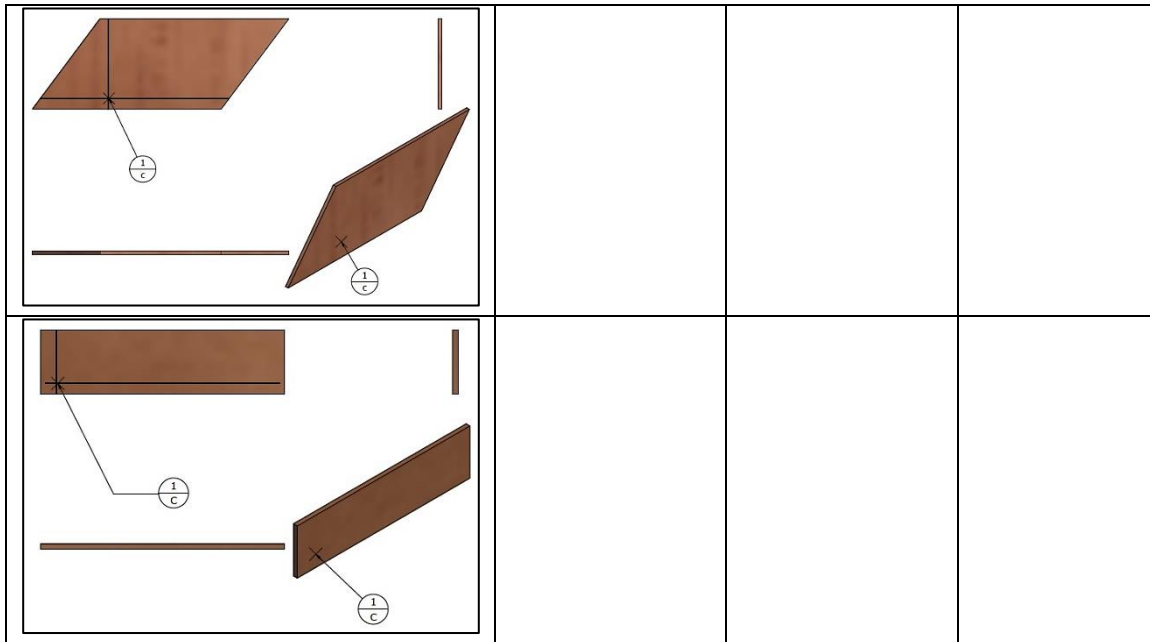
7. Siguiendo lo que se realizó en el numeral uno, trace las rectas perpendiculares que crea necesarias a los lados y que pasen por el punto que marco en cada figura. En el caso de las figuras irregulares como la figura en forma de mano y la figura en forma de nube; trace las líneas rectas que sean perpendiculares entre sí. Para el caso del triángulo rectángulo, dos líneas están entre el punto medio de cada uno de los catetos y el vértice opuesto, entonces no hay líneas perpendiculares y para el caso del paralelogramo una de las rectas no es perpendicular a dos lados.

Figura	¿Cuántas rectas perpendiculares a los lados dibujo?	¿estas rectas son perpendiculares entre sí?	¿Utilizó algún instrumento? ¿Cuál?
			
			
			

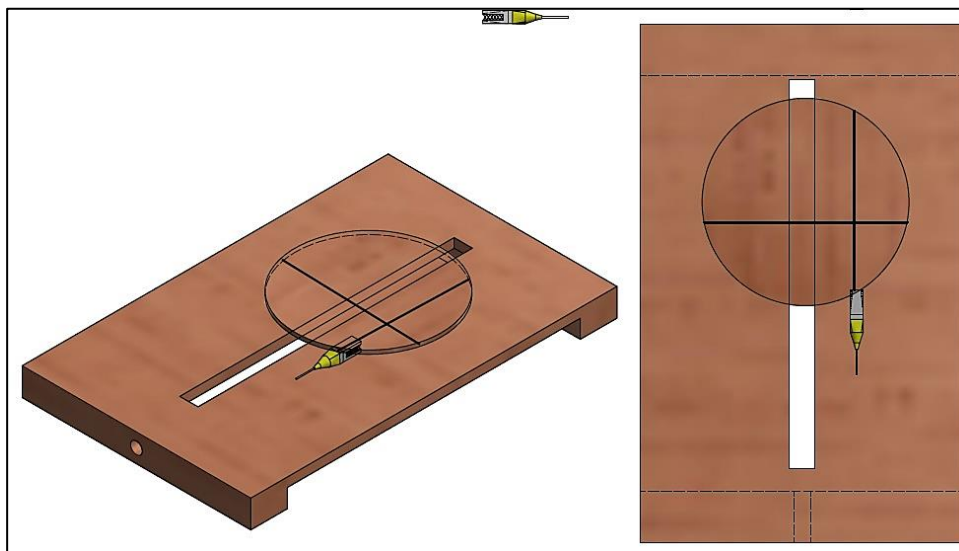



8. Siguiendo con lo realizado en el numeral dos, trace las rectas perpendiculares que crea necesarias que pasen por el punto que considera el centro de masa.

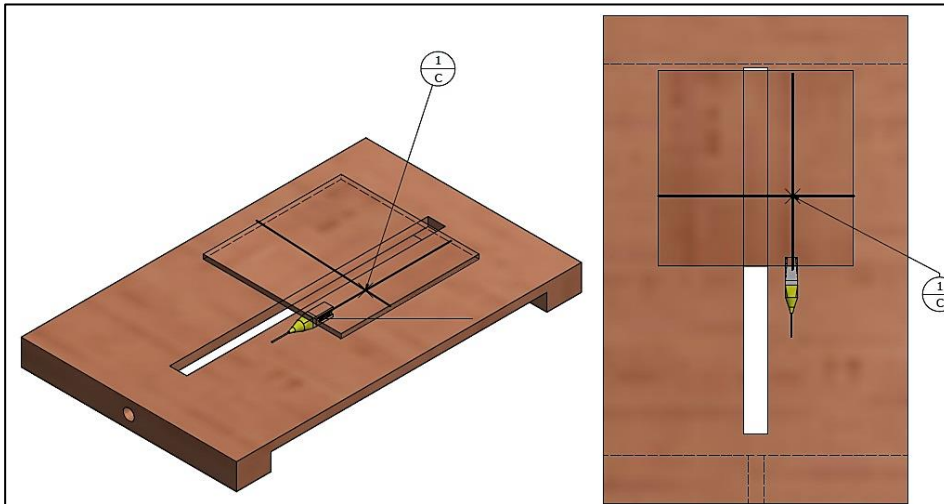
Figura	¿Cuántas rectas perpendiculares a los lados dibujo?	¿estas rectas son perpendiculares entre sí?	¿Utilizó algún instrumento? ¿Cuál?

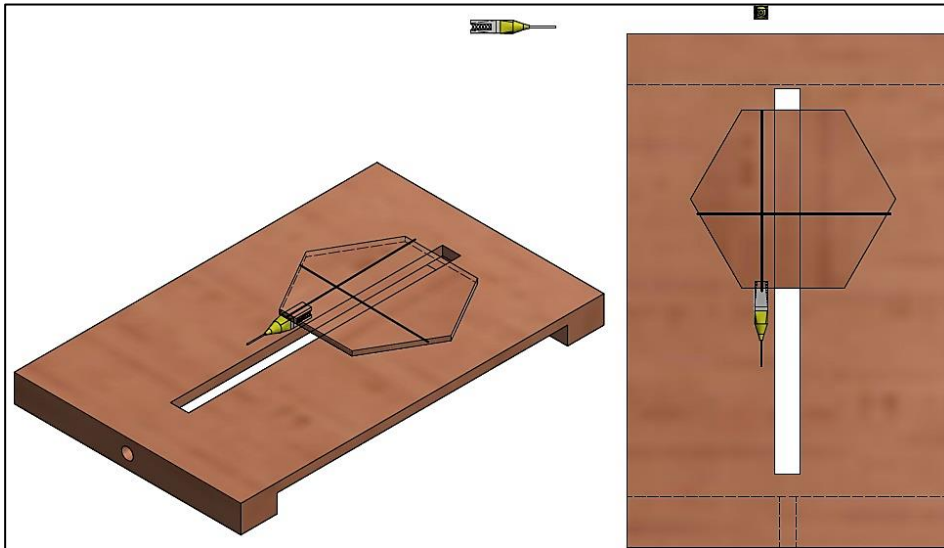
9. Teniendo el numeral 7 volver a realizar la actividad de jalar cada una de las figuras y completar al final de las tablas.
- a. Para el caso de la circunferencia.



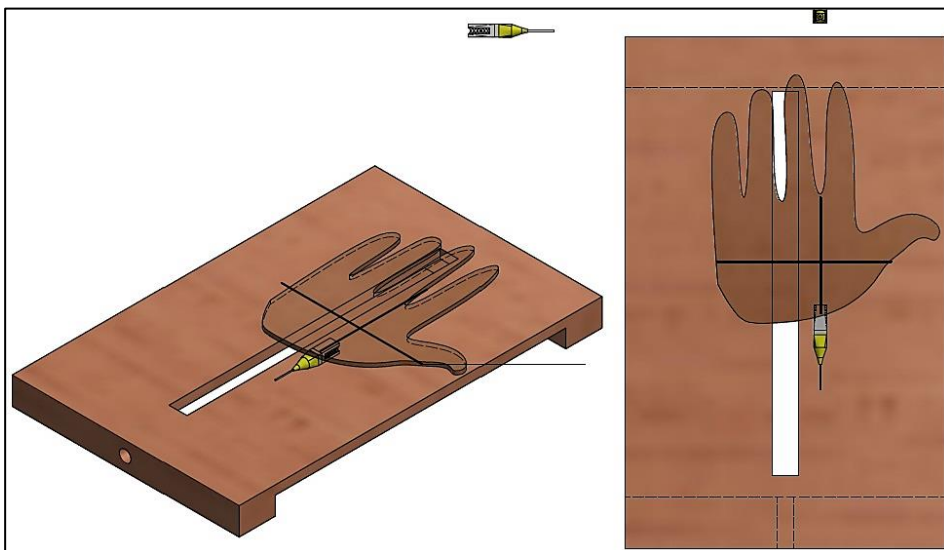
b. Para el caso del cuadrado.



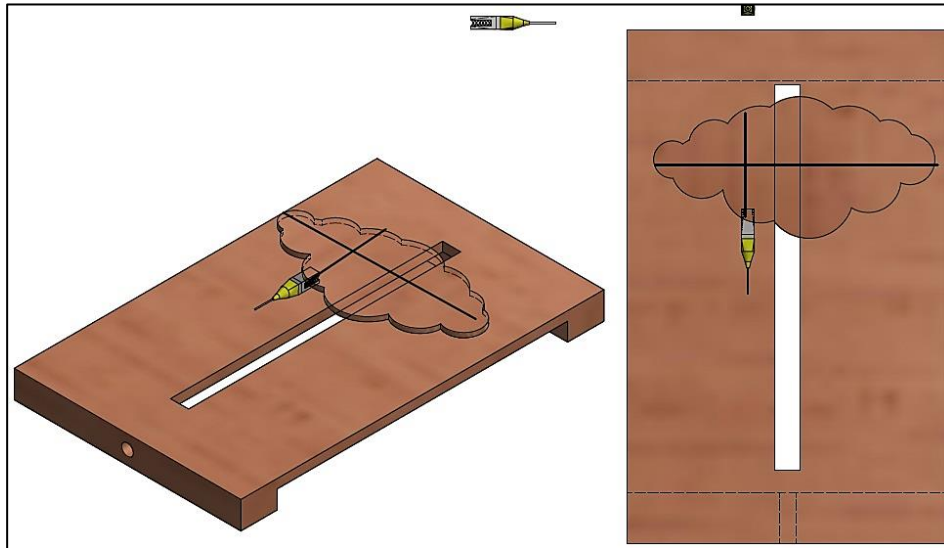
c. Para el caso del hexágono.



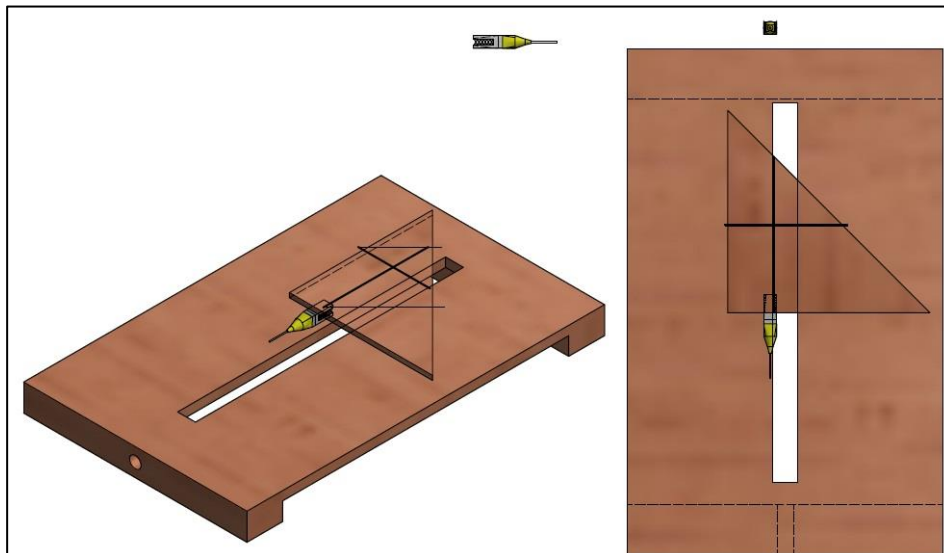
d. Para el caso de la figura en forma de mano.



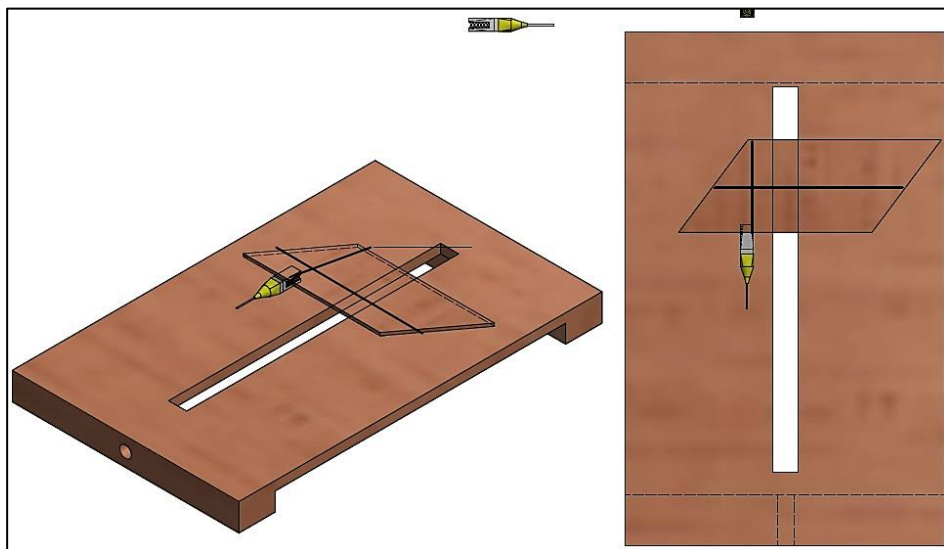
e. Para el caso de la figura en forma de nube.



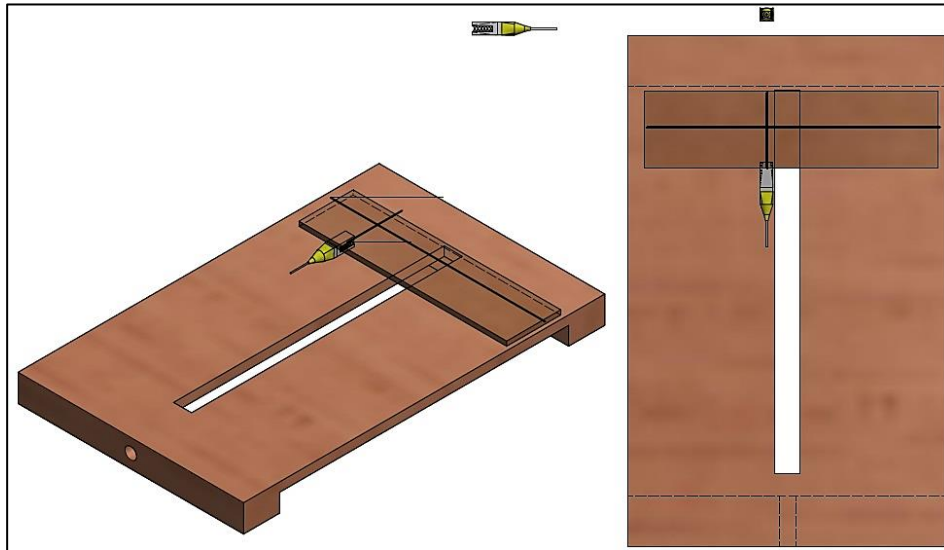
f. Para el caso del triángulo.



g. Para el caso del paralelogramo.



h. Para el caso del paralelogramo.



Completar la siguiente tabla sobre la posición inicial-final y justificar su respuesta

Figura	¿Posición inicial igual a la posición final?	¿Por qué cree que sucedió esto?	¿Cuántos lados utilizo? /¿encontró alguno similitud con los lados paralelos?
Circunferencia			
Cuadrilátero			
Hexágono			
Forma mano			
Forma nube			
Triángulo			
Paralelogramo			
Rectángulo			

Completar la siguiente tabla la trayectoria que realiza la figura y sobre la fuerza que realizo para jalar la figura

Figura	¿Cómo describiría la trayectoria de la figura?	¿Cómo describiría la fuerza que aplico para jalar la figura?	El centro geométrico coincide con el centro de masa. Si/No.
Circunferencia			
Cuadrilátero			
Hexágono			
Forma mano			
Forma nube			
Triángulo			
Paralelogramo			
Rectángulo			

Segunda parte de la actividad de construcción del concepto de centro de masa

Sobre la línea de acción de la fuerza en cada uno de los casos de las (6) figuras regulares y las (2) figuras irregulares.

Se pretende mostrar de alguna manera como actúa la fuerza a lo largo de una línea que denominamos aquí línea de acción de la fuerza. A diferencia de los procedimientos anteriores en donde solo se utiliza el borde de las figuras para dar cuenta de esta línea de acción, se sugiere realizar perforaciones a la misma distancia en toda la línea que esta dibujada sobre la superficie de cada una de las figuras regulares e irregulares.

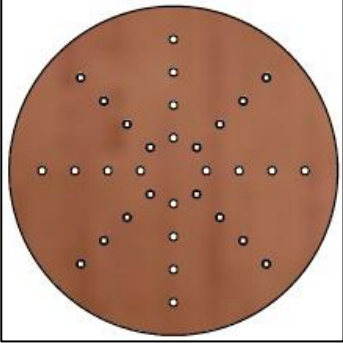
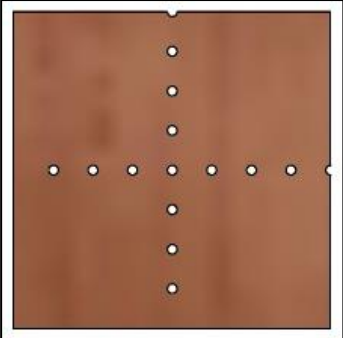
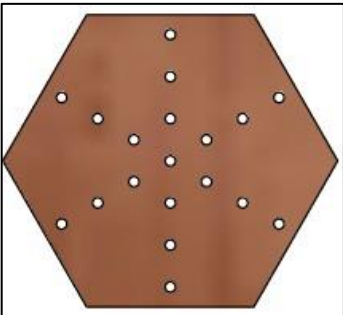
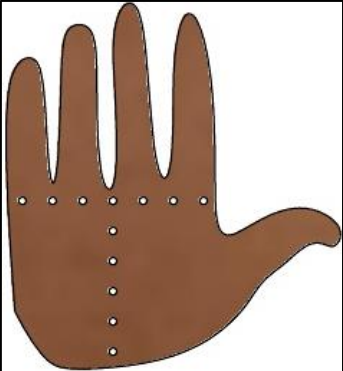
Objetivos

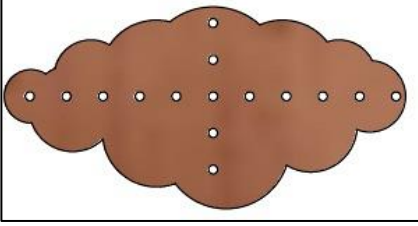
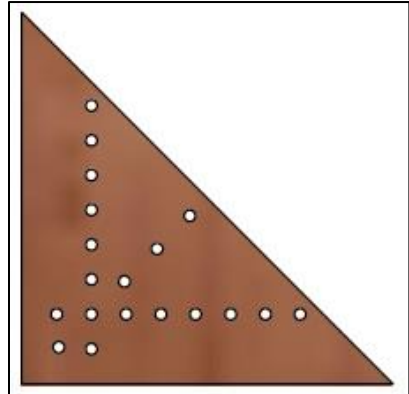
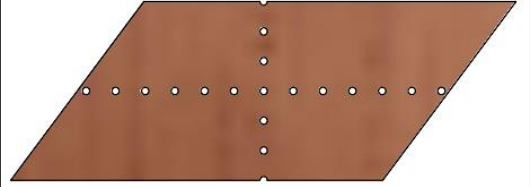
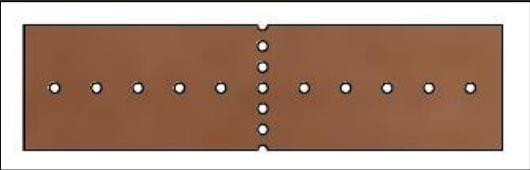
- a. Identificar las ideas, los conceptos y significados que tiene el estudiante sobre el concepto de fuerza y las implicaciones de este concepto.
- b. Identificar las similitudes y diferencias que encuentra el estudiante entre el centro geométrico y el centro de masa, cuando se aplican fuerzas externas a cada una de las figuras.
- c. Caracterizar la línea de acción de la fuerza con el movimiento de cada una de las figuras.

Teniendo el numeral 7 de la primera parte (donde se menciona el centro geométrico) en donde se trazaron líneas perpendiculares a los lados de las figuras y que pasaban por el centro de la figura, ahora, se deben realizar perforaciones a lo largo de estas líneas para que la tachuela ingrese y quede ajustada para jalarla con la cuerda. Se sugiere realizar el procedimiento con cada uno de los agujeros a lo largo de cada una de las líneas. En el siguiente gráfico se muestra la situación planteada.

Para el caso de la figura en forma de mano y de la figura en forma nube se dibujan líneas perpendiculares entre sí y no perpendiculares a lados irregulares.

1. Realizar perforaciones (que estén a la misma distancia) a lo largo de las líneas perpendiculares a los lados de las figuras que pasan por el centro de la figura.

Figura	¿Cuántas perforaciones hizo?	¿Cree que afecta la forma de la figura?	¿Utilizó algún instrumento? ¿Cuál?	¿Hubo pérdida de masa? ¿Por qué?
				
				
				
				

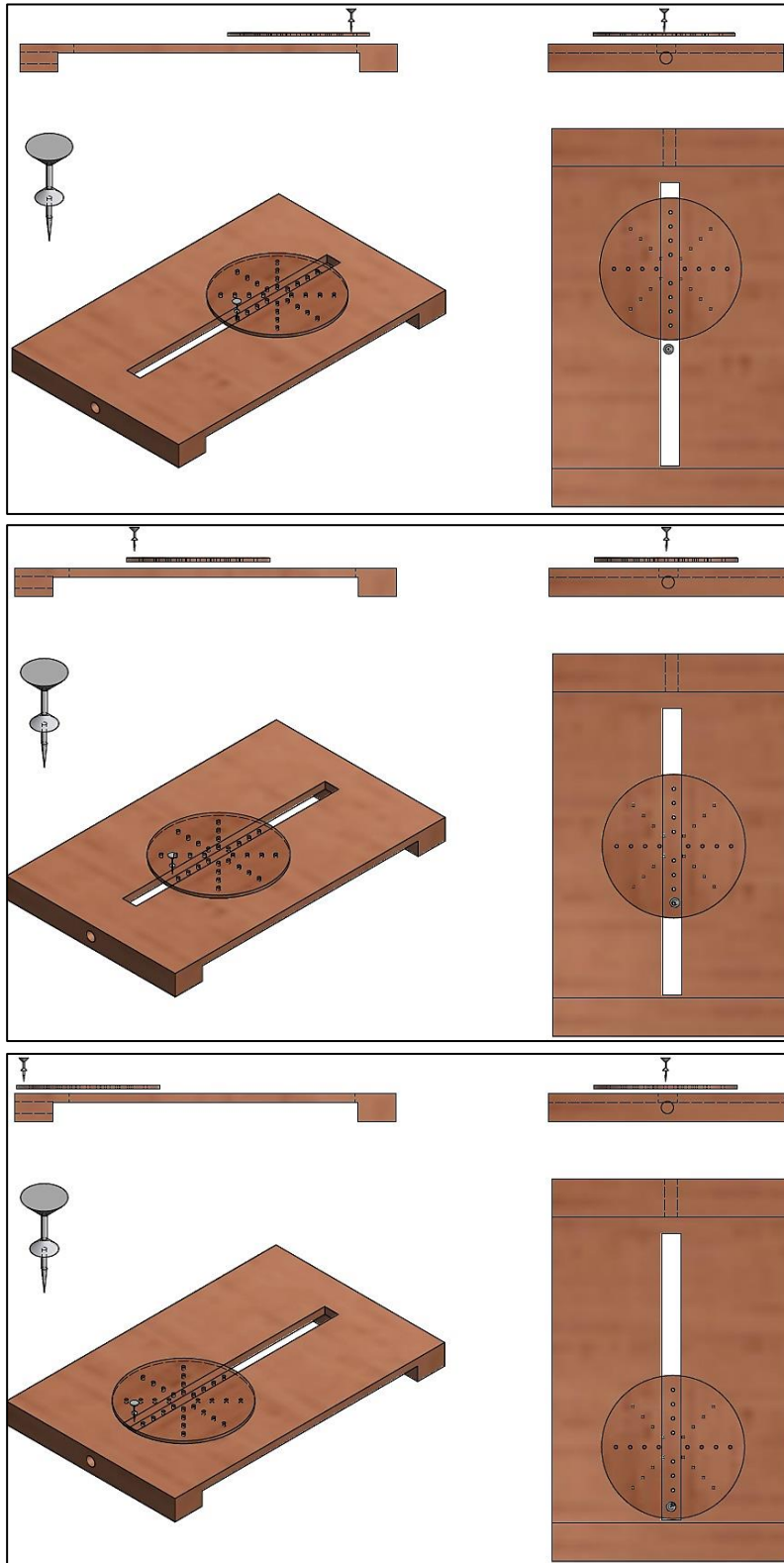
				
				
				
				

Nota para el docente: para completar la tabla se sugiere realizar el procedimiento con cada uno de los agujeros de las líneas. Se supone que esta parte las líneas que se trazaron pasan por el centro geométrico y que puede coincidir con el centro de masa de la figura, pero el fin mostrar la diferencia entre estos dos y que el estudiante tenga un significado sobre como la fuerza está actuando a lo largo de esta línea, es decir, en cada uno de los agujeros.

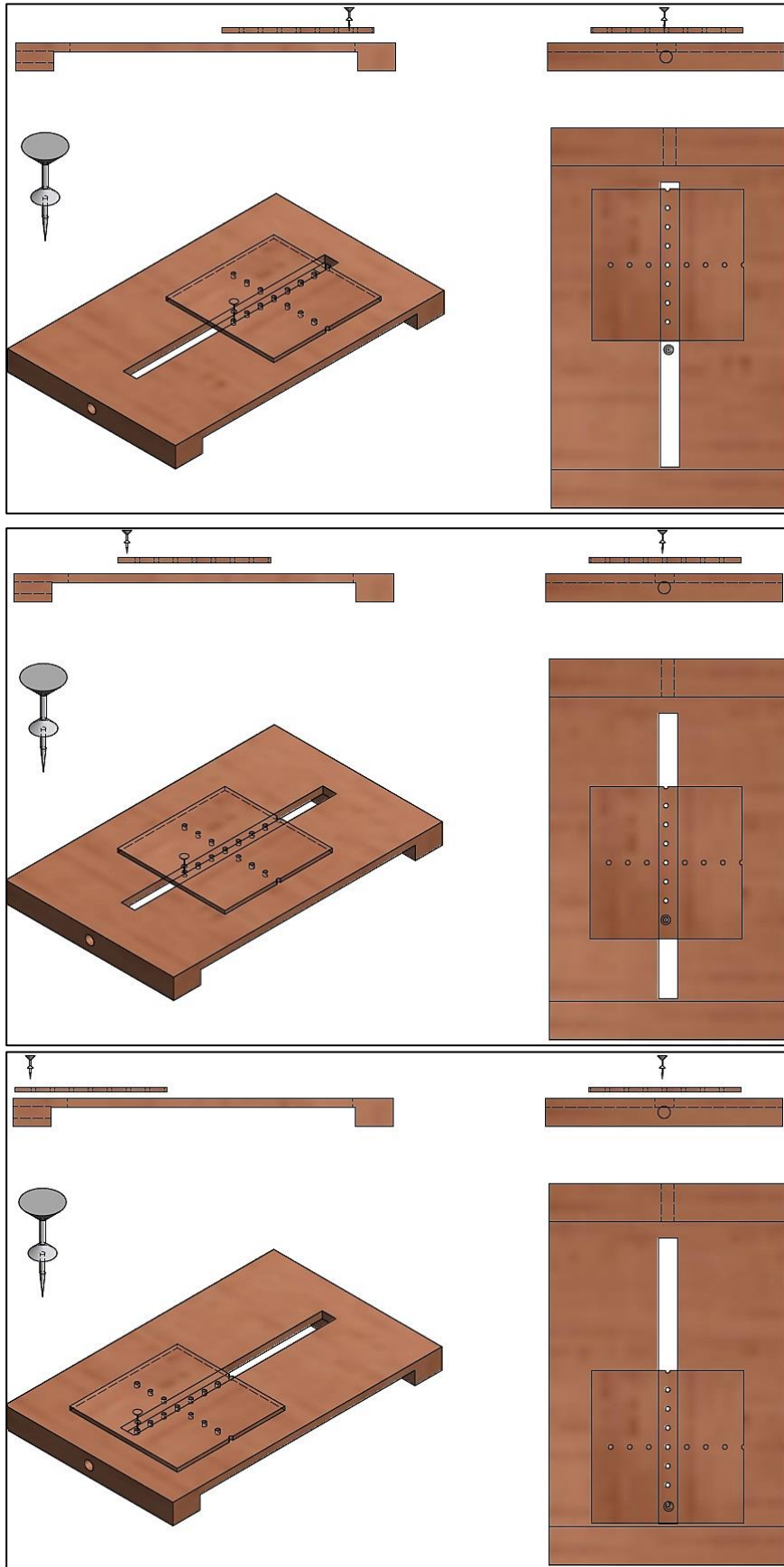
También se puede realizar la actividad teniendo el numeral 8 de la primera parte de la guía de actividades, partiendo que el estudiante tiene una noción fortalecida sobre la distribución uniforme o no uniforme en cada una de las figuras.

2. (Teniendo en cuenta lo realizado en el numeral 3) se ubican cada una de las figuras sobre el soporte y se jalen utilizando la tachuela y la cuerda. Se presentan los siguientes gráficos sobre la situación mencionada para luego marcar cual fue la posible trayectoria de cada figura y completar la tabla que esta al final.

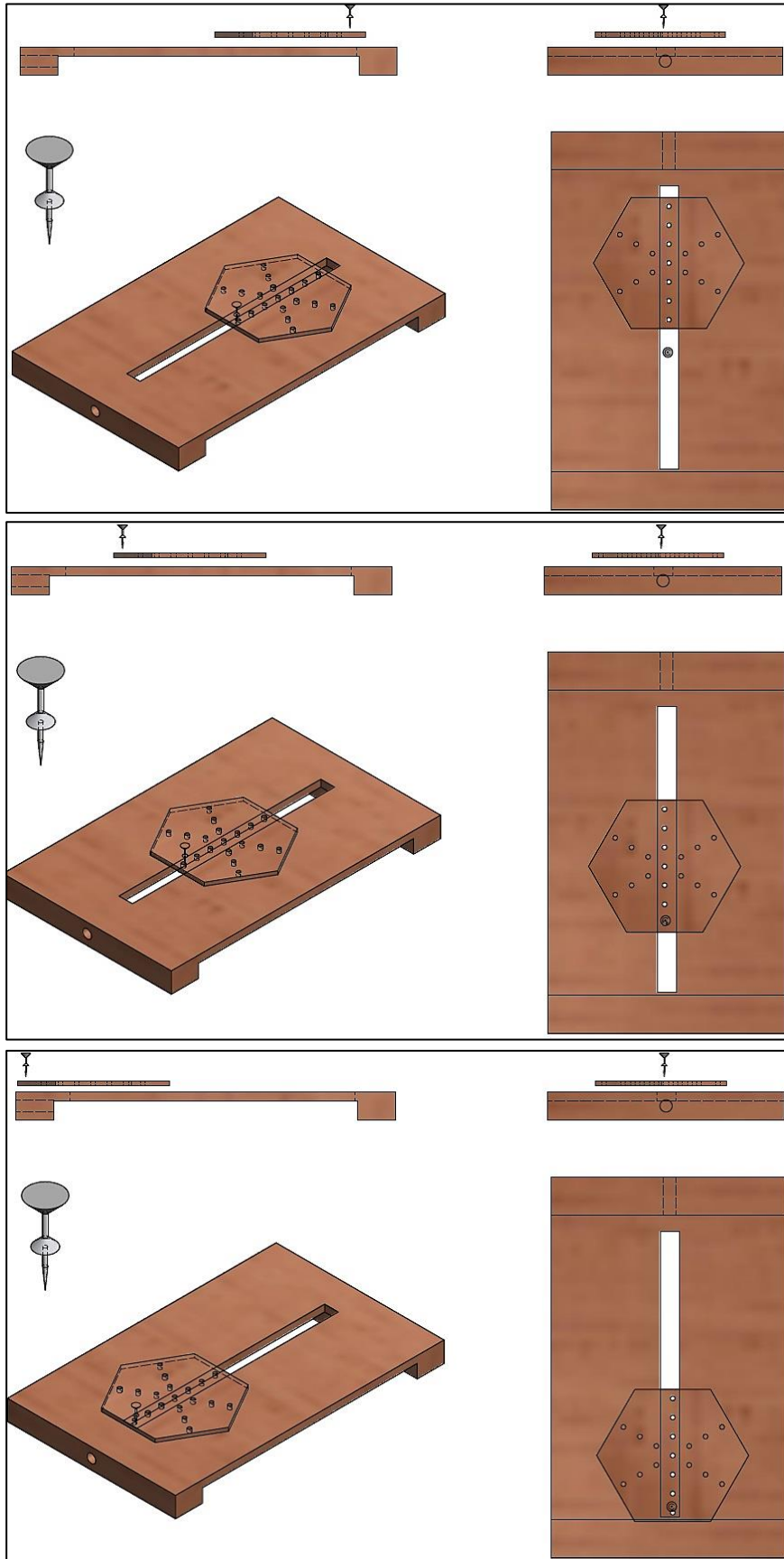
a. Para el caso de la circunferencia.



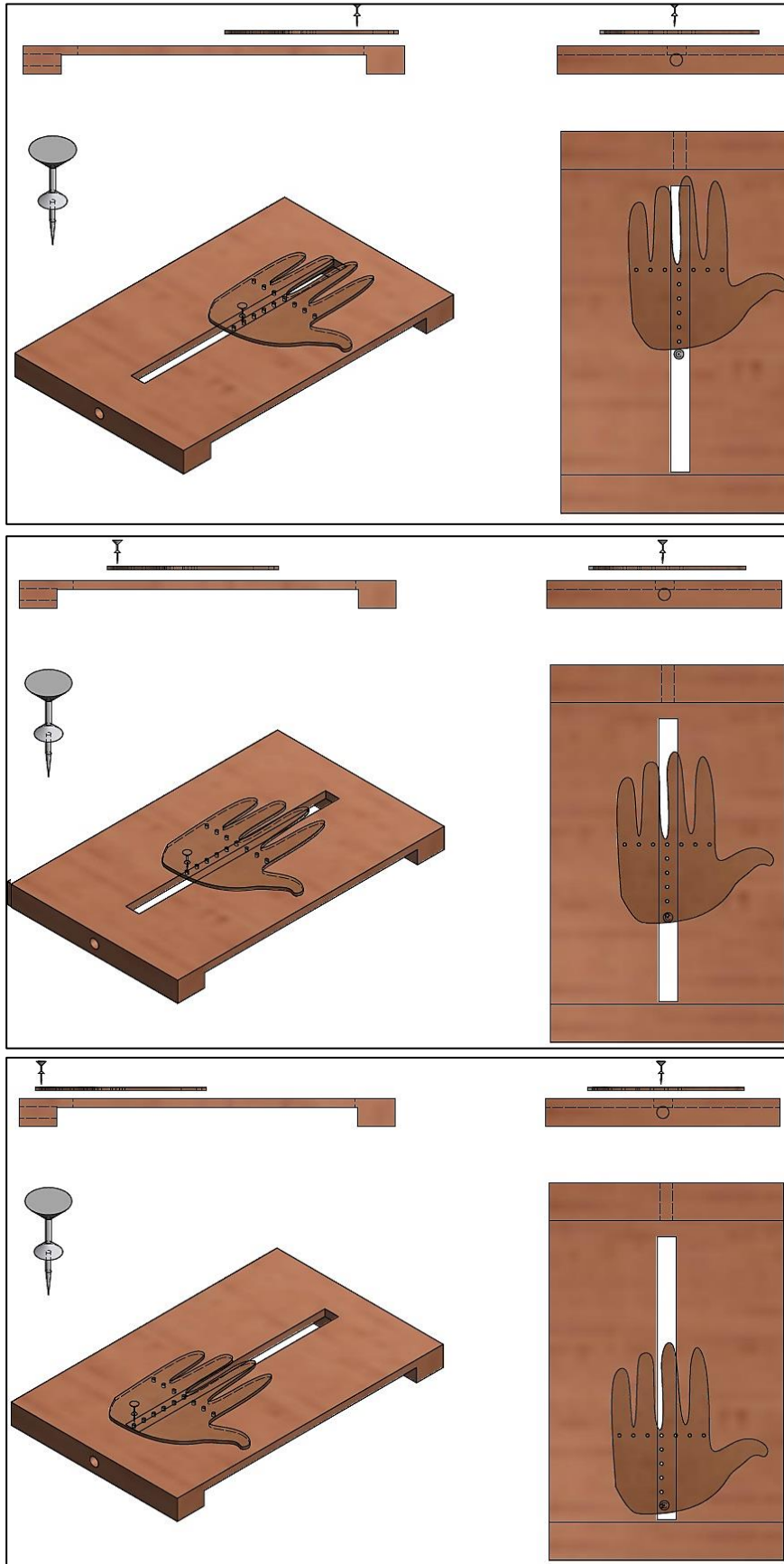
b. Para el caso del cuadrilátero.



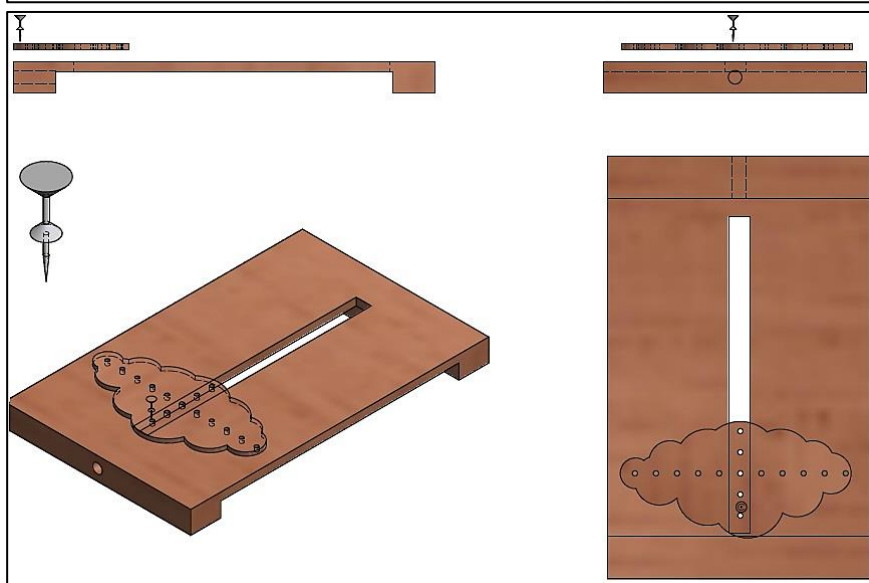
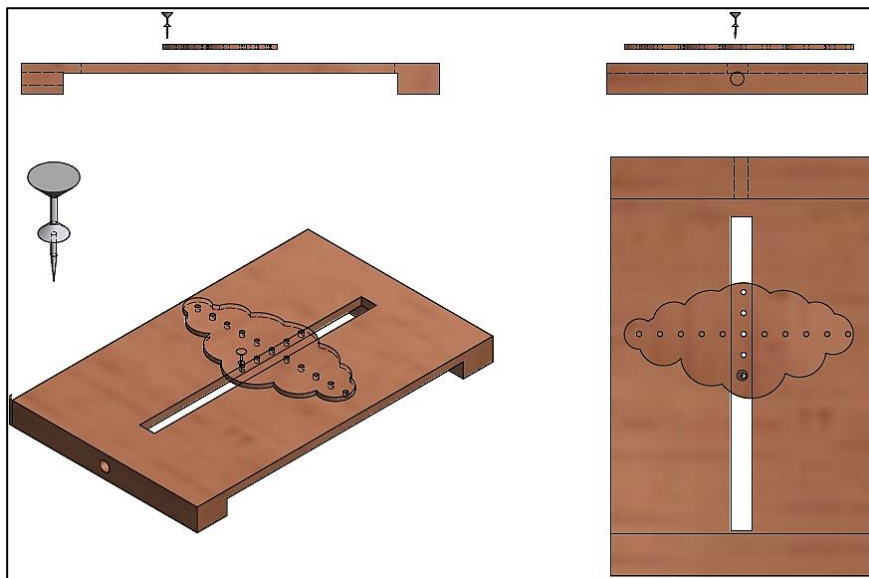
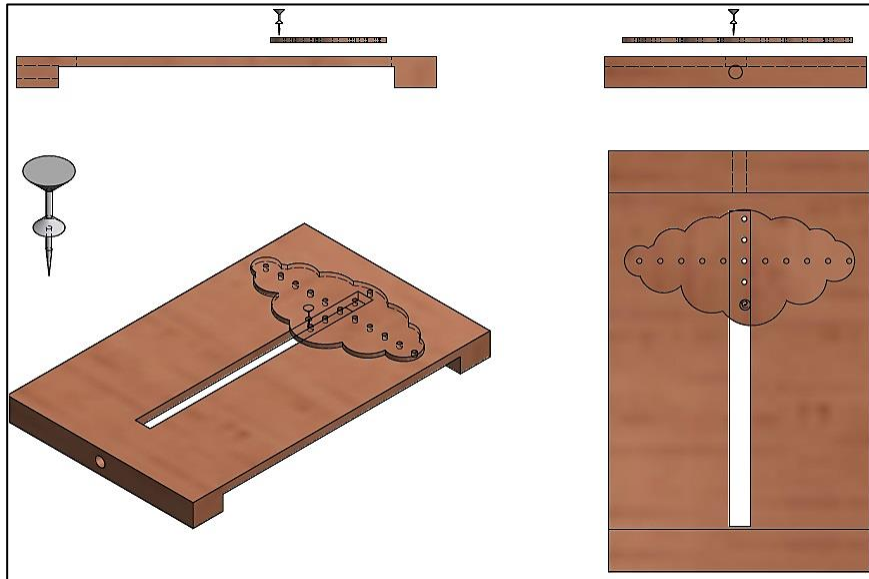
c. Para el caso del hexágono.



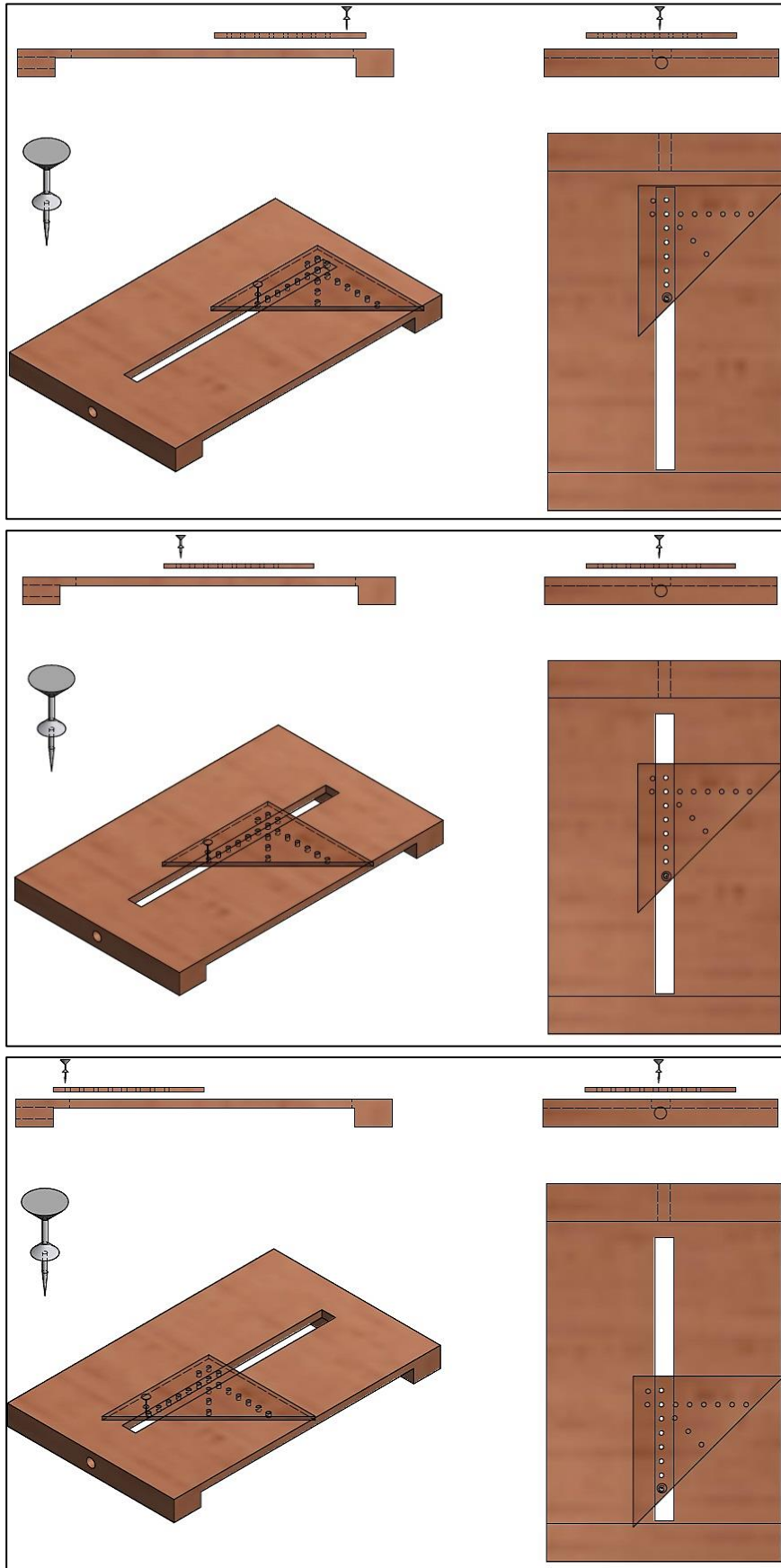
d. Para el caso de la figura en forma de mano.



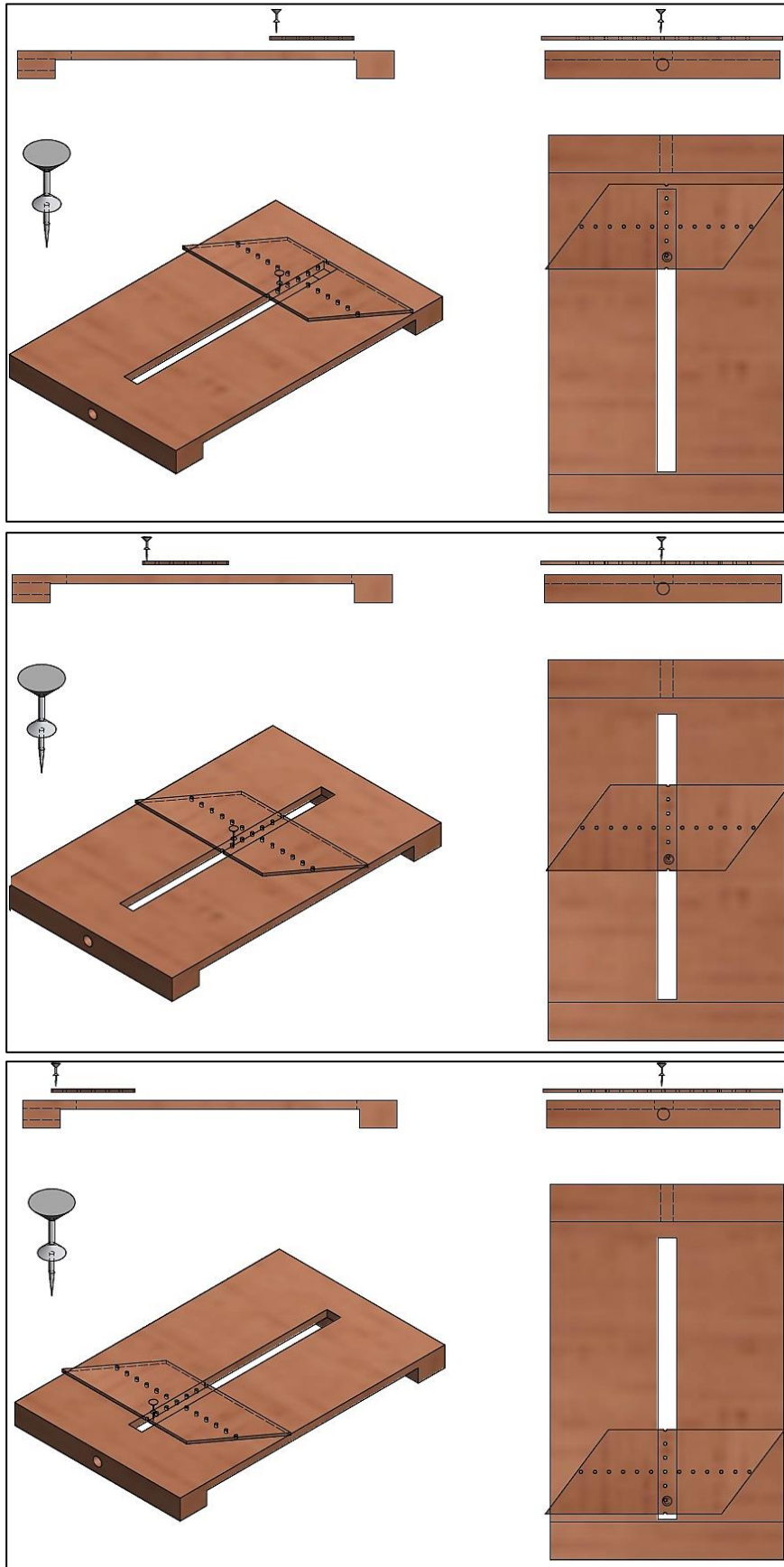
e. Para el caso de la figura en forma de nube.



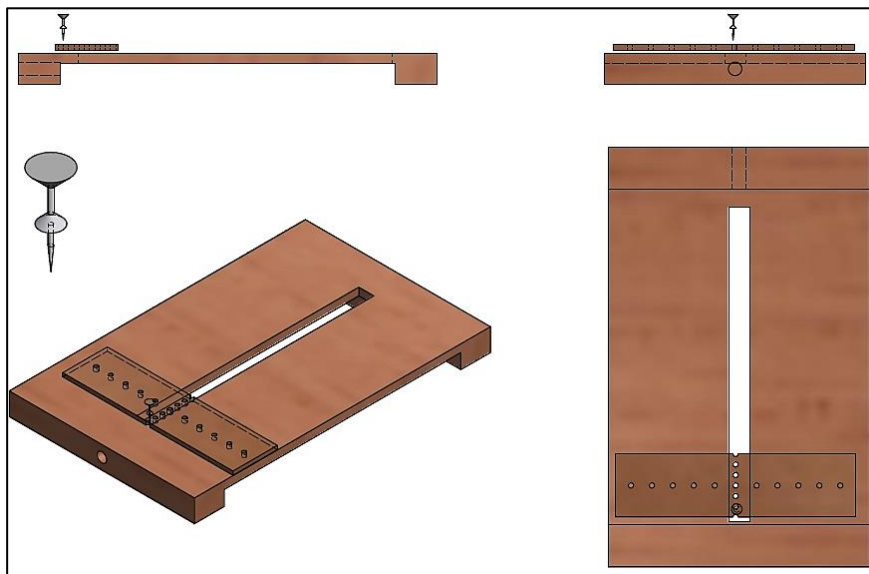
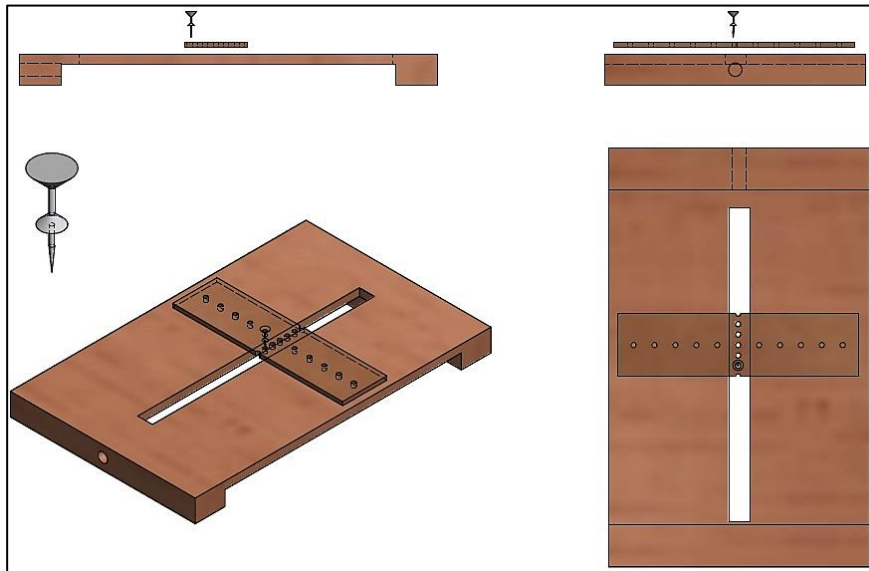
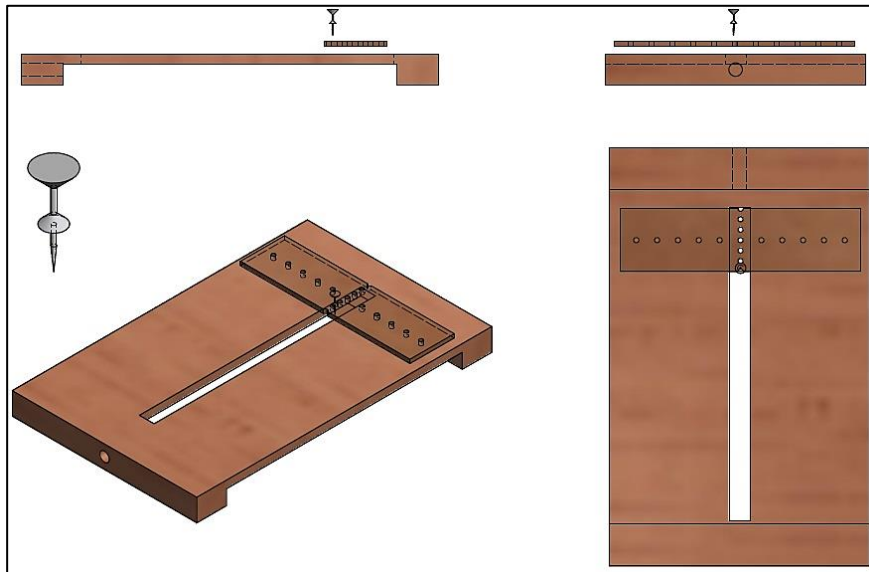
f. Para el caso del triángulo.



g. Para el caso del paralelogramo.



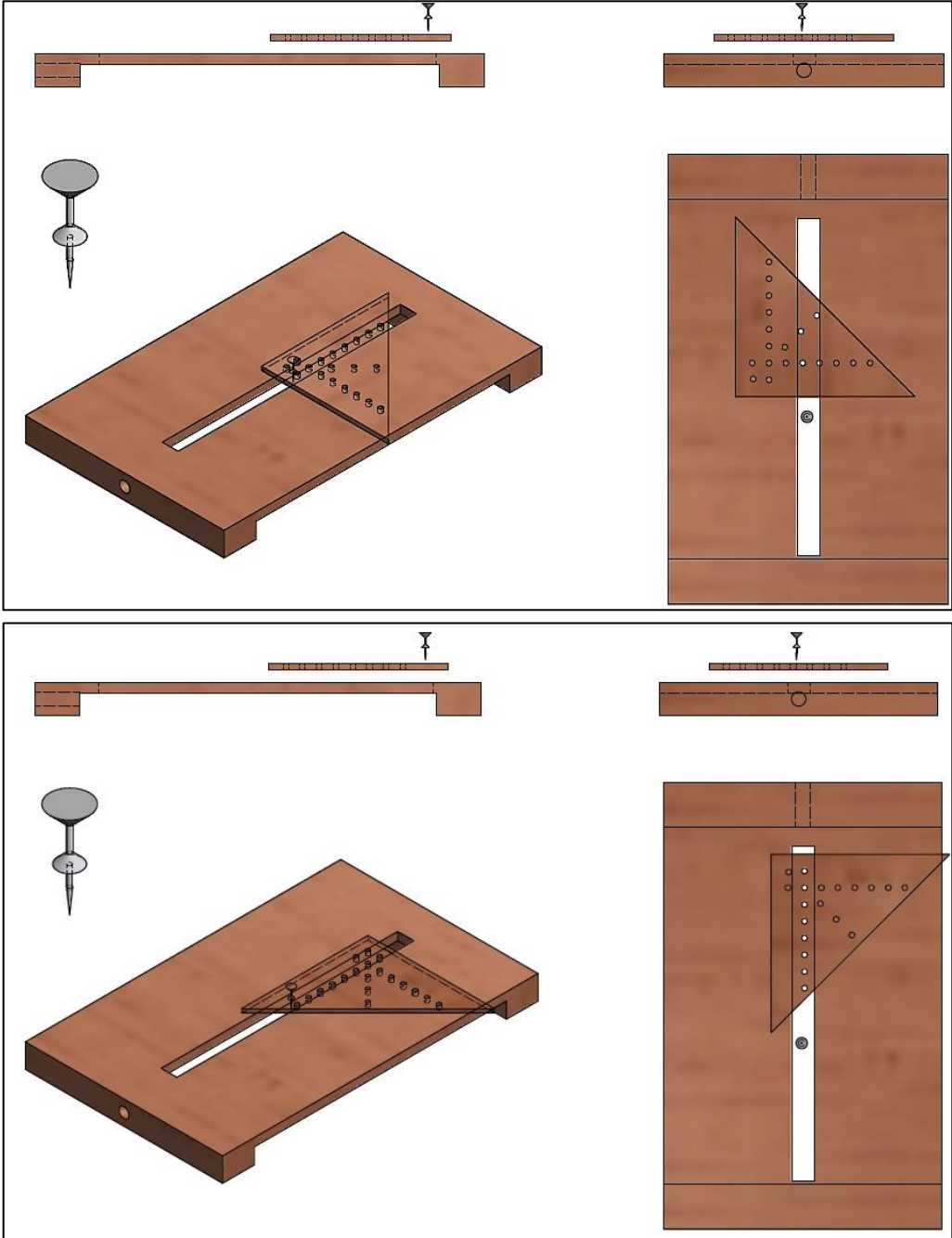
h. Para el caso del rectángulo.



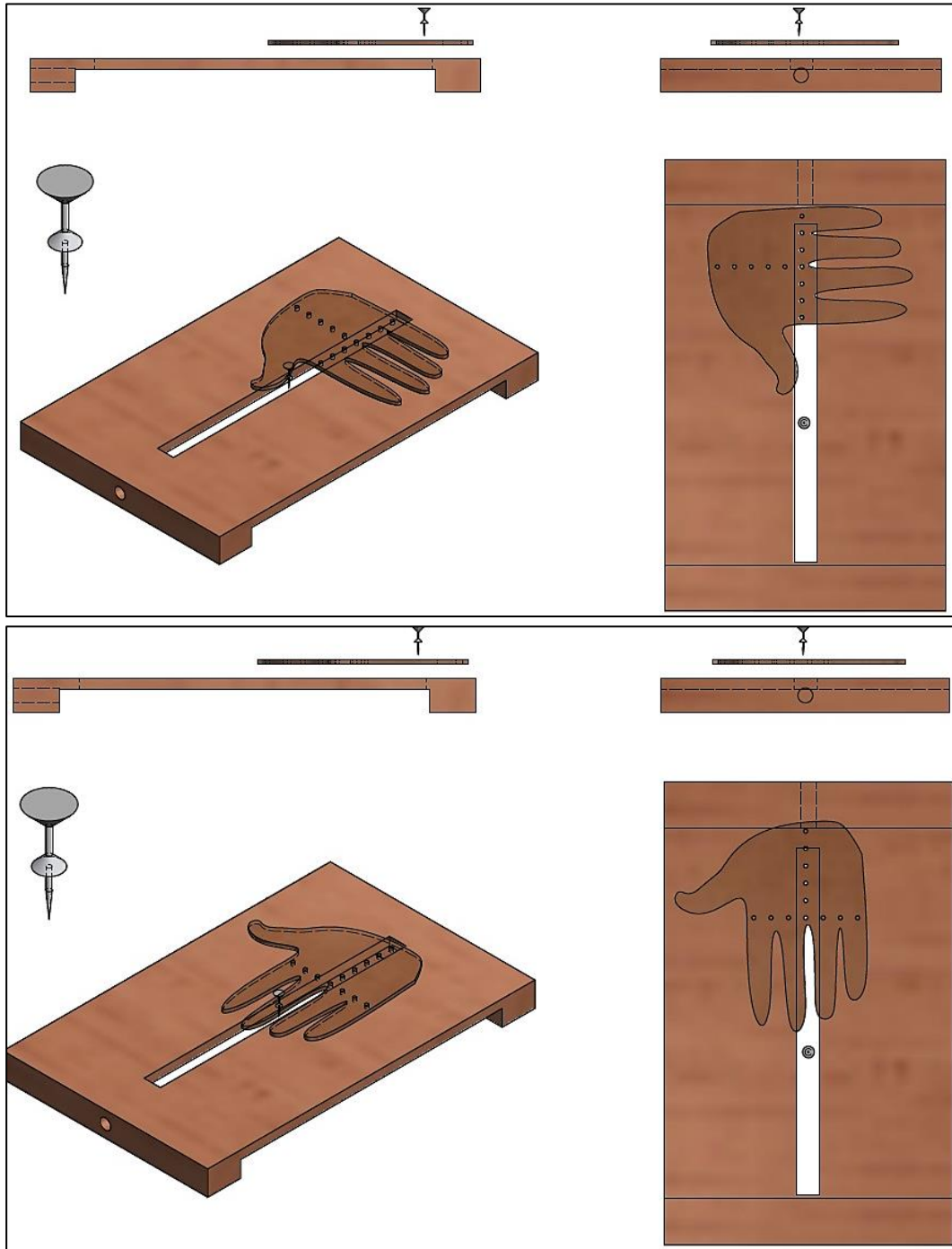
Nota: los agujeros no deben ser de un diámetro mayor al diámetro de la punta de la tachuela porque cuando se ejerza una fuerza sobre esta se saldrá del agujero.

3. Realizar el paso anterior con tres lados diferentes de cada una de las figuras. A continuación, se muestra el gráfico de este procedimiento. Para el caso de la circunferencia, el cuadrilátero y el hexágono no se ve el cambio porque todos los lados son iguales.

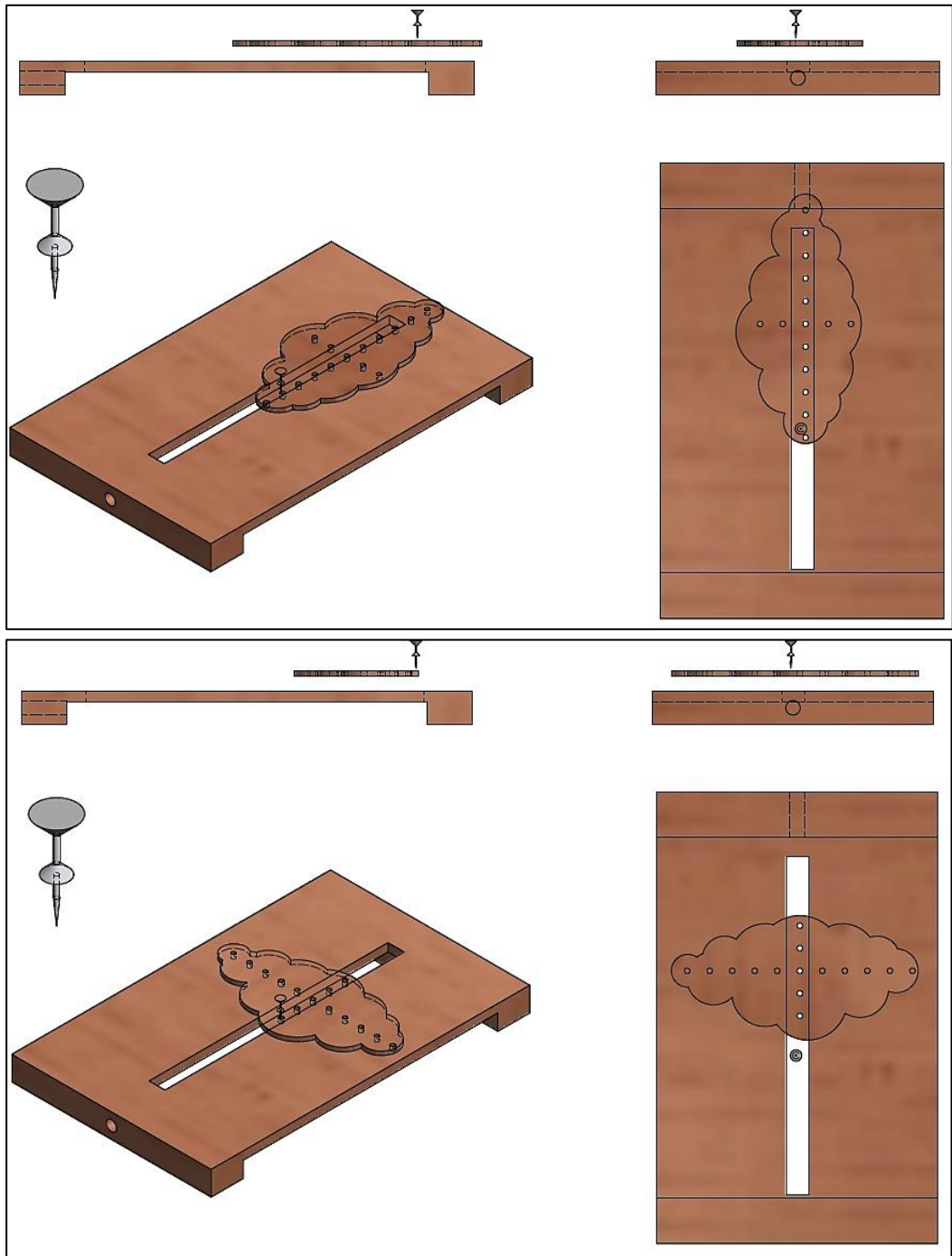
a. Para el caso del triángulo rectángulo.



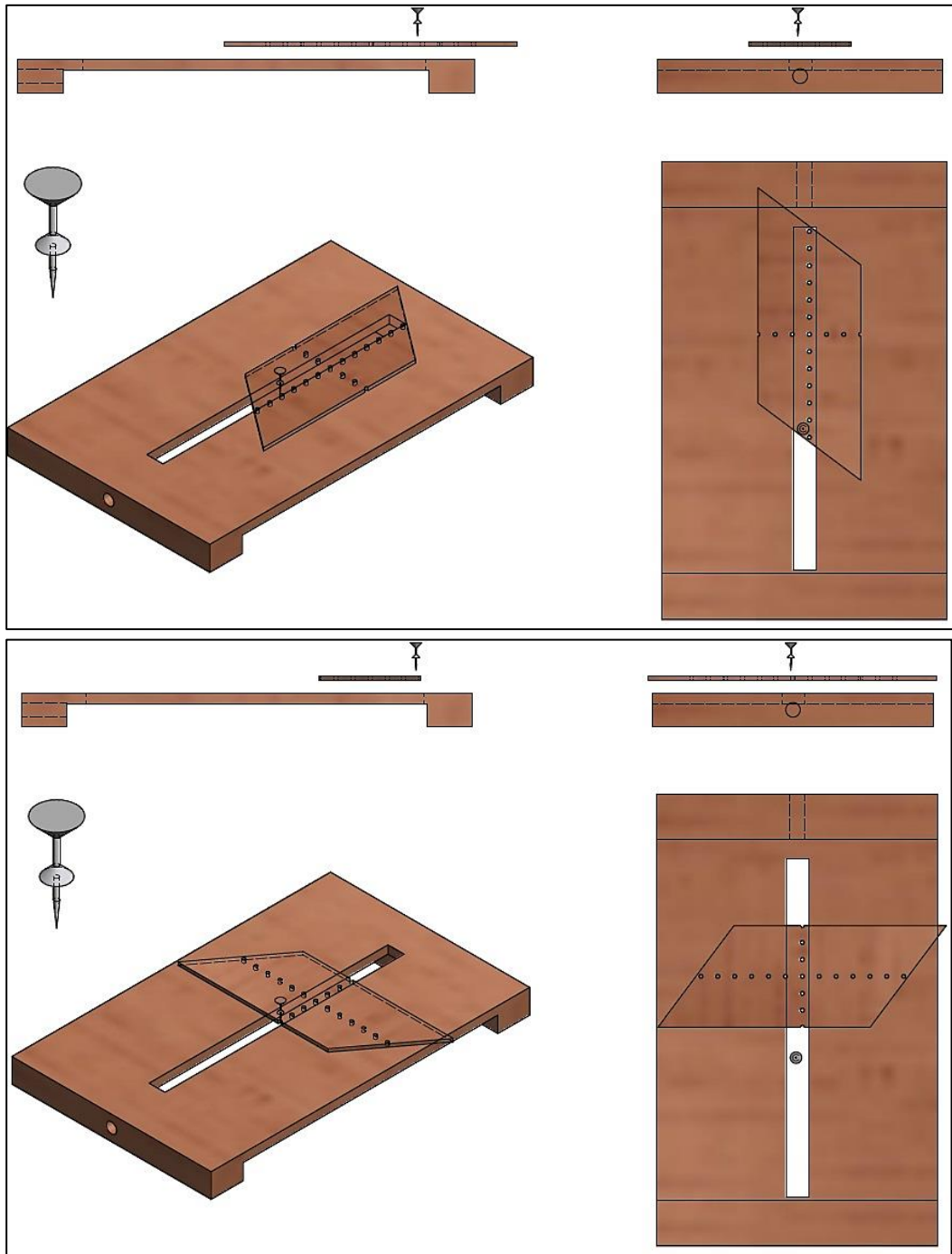
b. Para el caso de la figura en forma de mano.



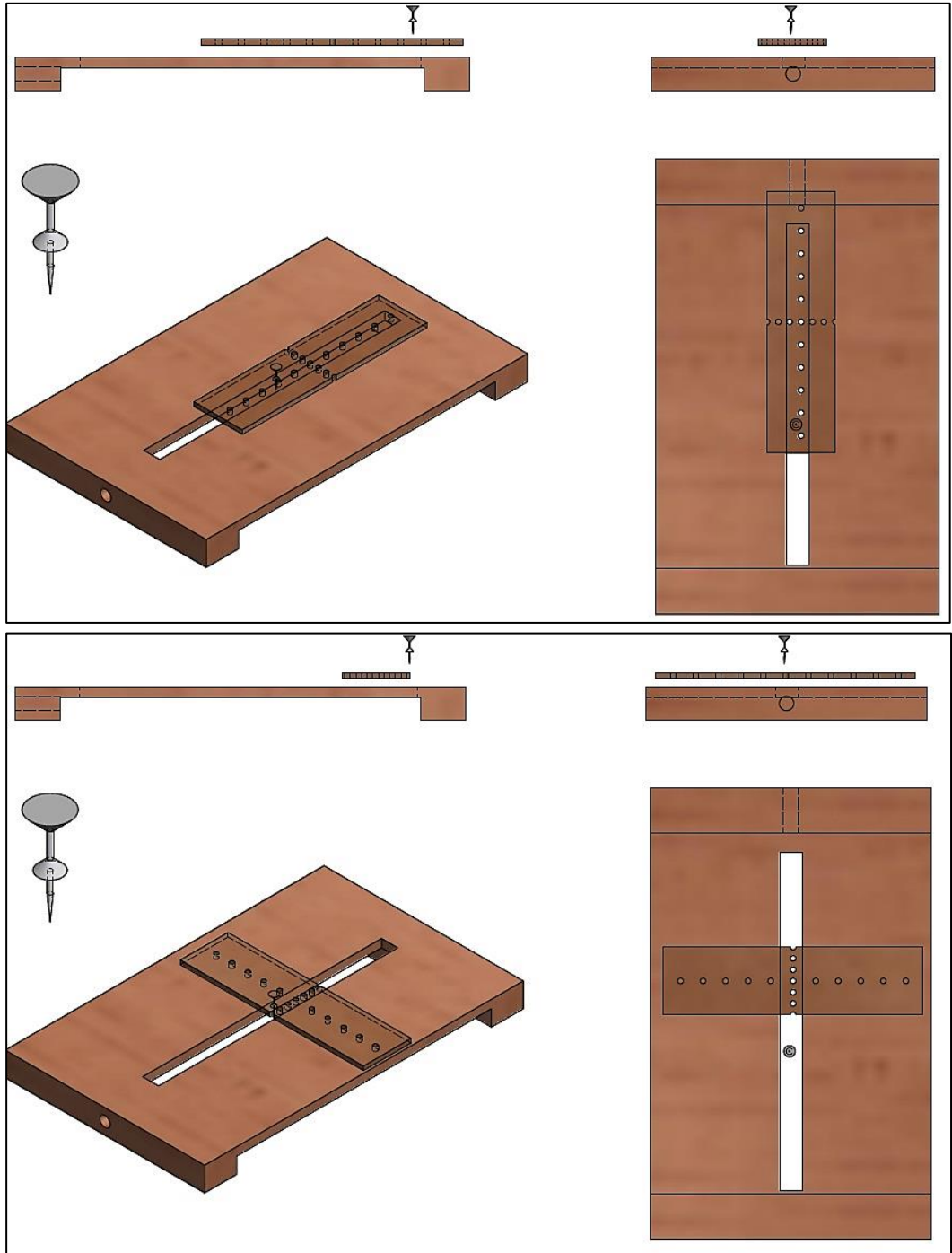
c. Para el caso de la figura en forma de nube.



d. Para el caso del paralelogramo.



e. Para el caso del rectángulo.



Completar la siguiente tabla sobre la posición inicial-final en donde se escribe a cuál lado se refiere en la descripción y en donde están los agujeros, la numeración del agujero (1,2,3...n) que usted desee y si hubo algún cambio con respecto al anterior en cuanto a movimiento general de la figura.

Figura	Lado (superior/ inferior/ lateral/ diagonal/ radial)	Número del agujero	¿alguna diferencia con respecto al agujero anterior? Si/No
Circunferencia			
Cuadrilátero			
Hexágono			
Forma mano			
Forma nube			
Triángulo			
Paralelogramo			
Rectángulo			

Nota: sobre los huecos en la misma línea utilice las gráficas del numeral 7.

Completar la siguiente tabla la trayectoria que realiza cada uno de los puntos (huecos en cada figura) que están en la misma línea de cada figura y sobre la fuerza que realizo para jalar la figura utilizando los huecos que están en la misma línea.

Figura	¿Cómo describiría la trayectoria de cada uno de los huecos que están en la misma línea?	¿Cómo describiría la fuerza que aplico para jalar en los agujeros que están en misma línea?
Circunferencia		
Cuadrilátero		
Hexágono		
Forma mano		
Forma nube		
Triángulo		
Paralelogramo		

Rectángulo		
------------	--	--

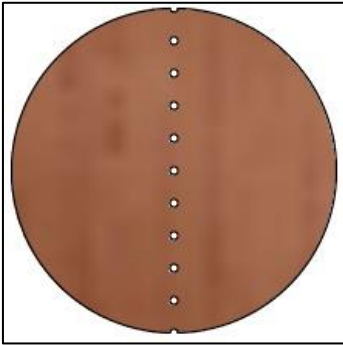

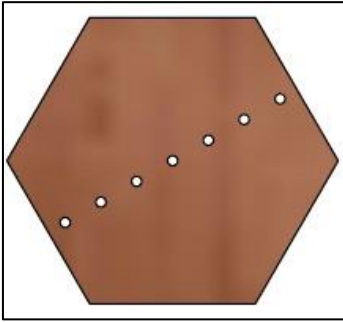
Completar la tabla con la información con respecto al posible cambio de lugar de los agujeros

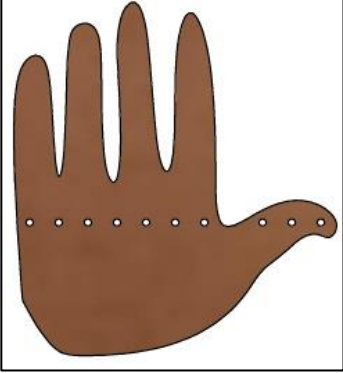
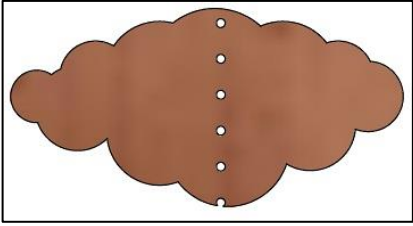

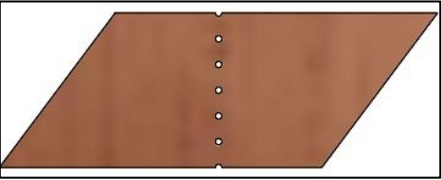
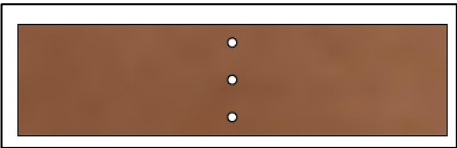
Figura	¿Qué pasaría si se cambian el lugar los agujeros?	¿Qué pasaría con la trayectoria?
Circunferencia		
Cuadrilátero		
Hexágono		
Forma mano		
Forma nube		
Triángulo		
Paralelogramo		
Rectángulo		

Nota para el docente: para completar la tabla al final de los procedimientos se muestra de forma individual cada una de las posibles líneas (que están a la misma distancia entre sí) perpendiculares a los lados en el caso de las figuras regulares y sus respectivos agujeros, esto con el fin de indicarle al estudiante que la línea de acción de la fuerza no solo actúa por la línea que pasa por el centro geométrico y/o por la línea que pasa por el centro de masa de cada una de las figuras.

Para ahorrar material y realizar varias de las mismas figuras, se podría cubrir con cinta de enmascarar los agujeros que no se tendrán en cuenta.

- Se realizan perforaciones sobre un segmento de recta que se desplaza a lo largo de la superficie y es perpendicular a los lados de la figura. Exceptuando las figuras en forma de mano y en forma de nube. Se muestra a continuación un ejemplo de cada una de las figuras planas.

Figura	¿Cuántos agujeros perforo?	¿Cuál es la distancia entre agujeros?	Es o no es perpendicular a uno de los lados.
			
			
			

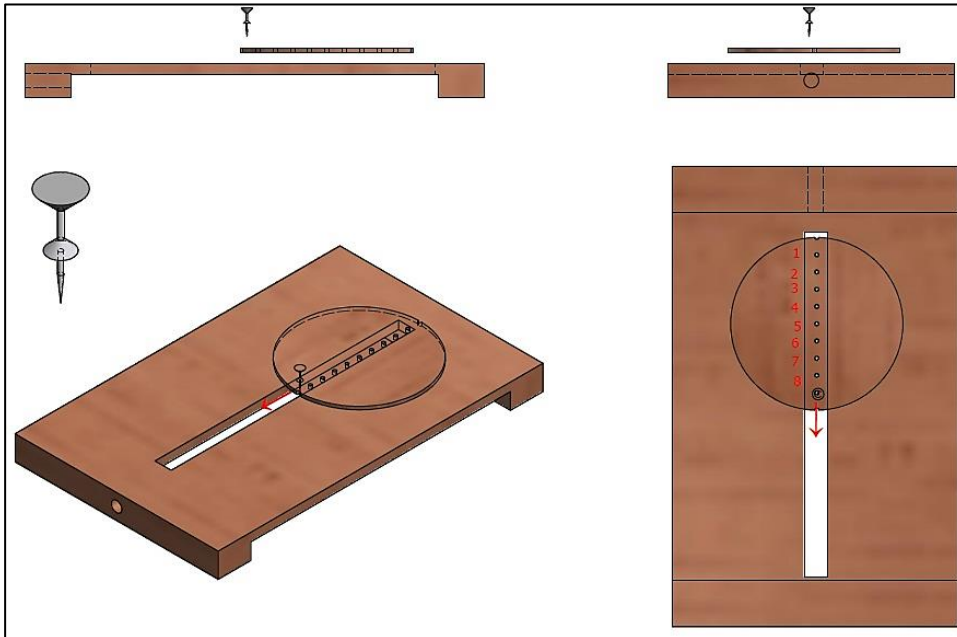
			
			
			
			
			

5. Se muestran los agujeros de los segmentos de recta paralelos en cada una de las figuras en donde se colocará la tachuela que será jalada por la cuerda cuando se ejerza una fuerza. Se debe realizar el procedimiento con cada uno de los agujeros y con cada uno de los lados de las figuras regulares. Para las figuras irregulares se utilizaron líneas

paralelas y perpendiculares entre sí y no con respecto a los lados; en cada imagen se muestran de las vistas superiores con los agujeros enumerados.

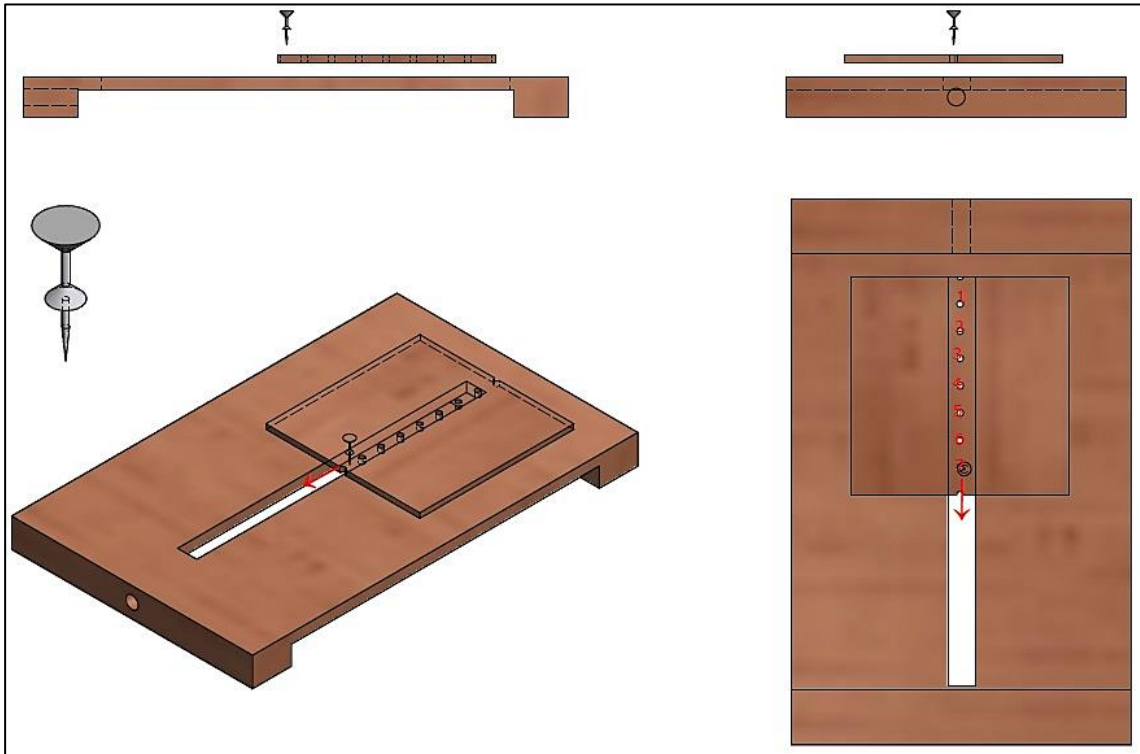
Nota para el docente: para el caso del círculo solo se traza una línea de acción que tendría la longitud del diámetro y se toma de manera individual ya que en la siguiente parte se tomaran en cuenta más líneas radiales. El propósito es que el estudiante observe y compare lo que con cada uno de los agujeros.

a. Para el caso del círculo.

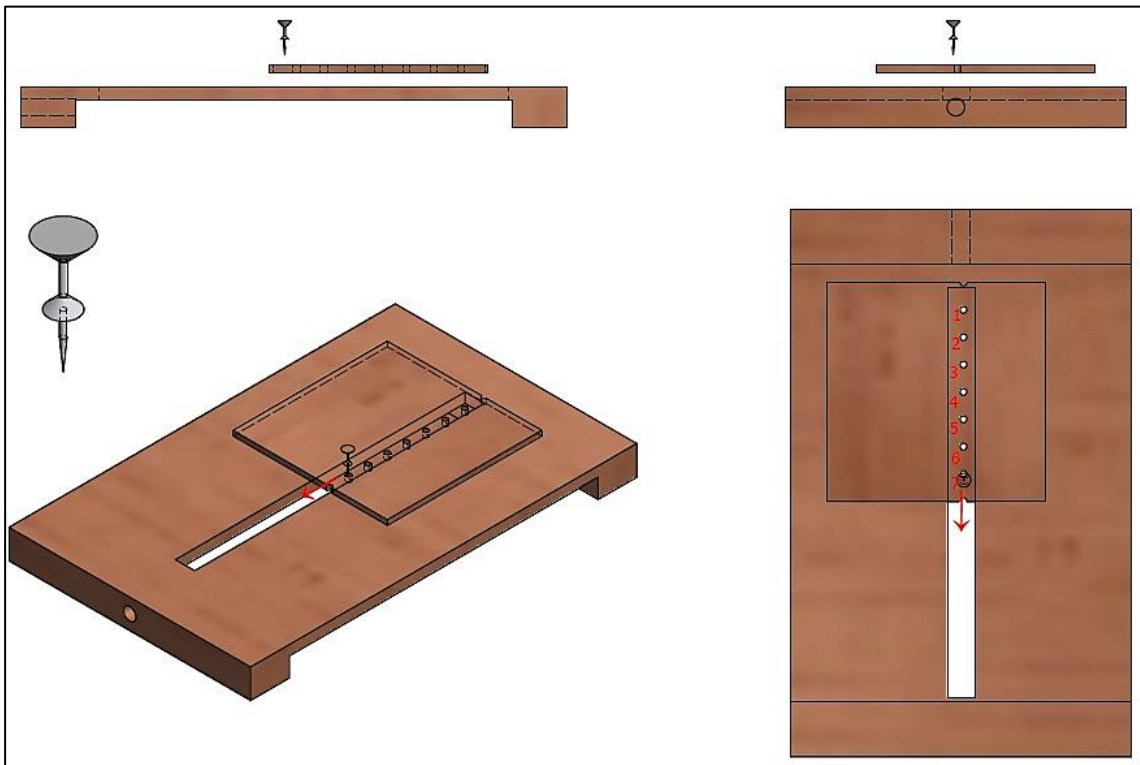


b. Para el caso del cuadrilátero, se realiza lo mismo para cada uno de los lados; es decir este procedimiento 3 veces más.

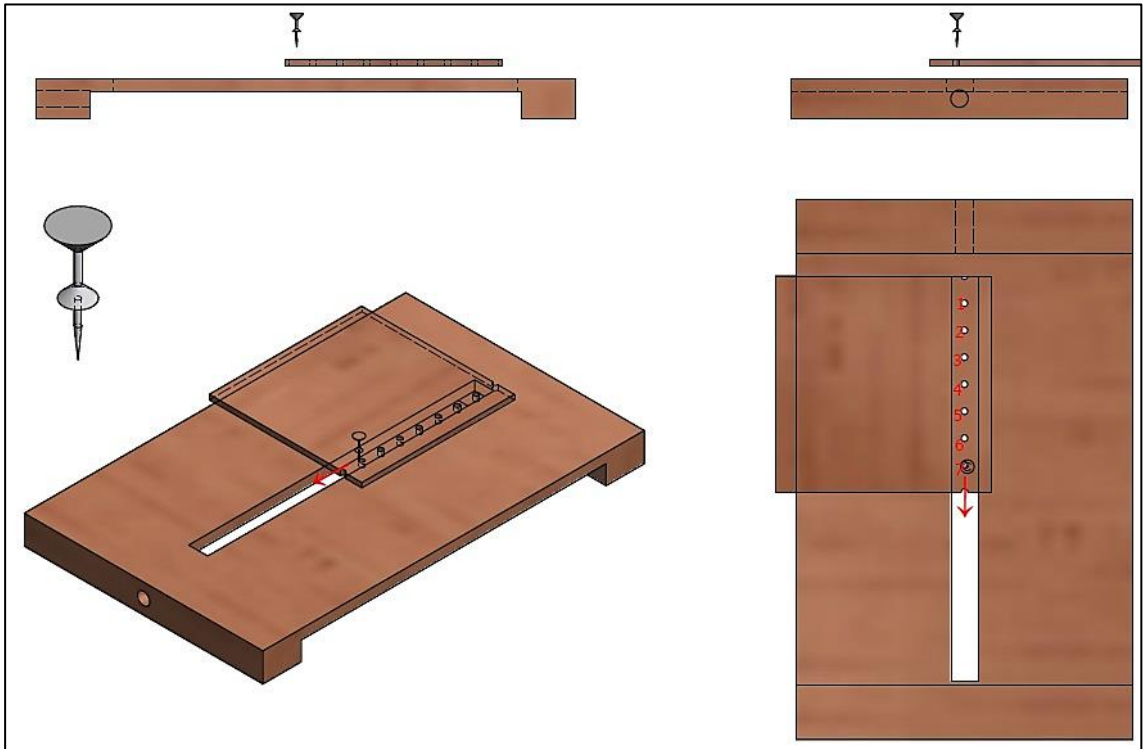
Línea de acción de la fuerza 1.



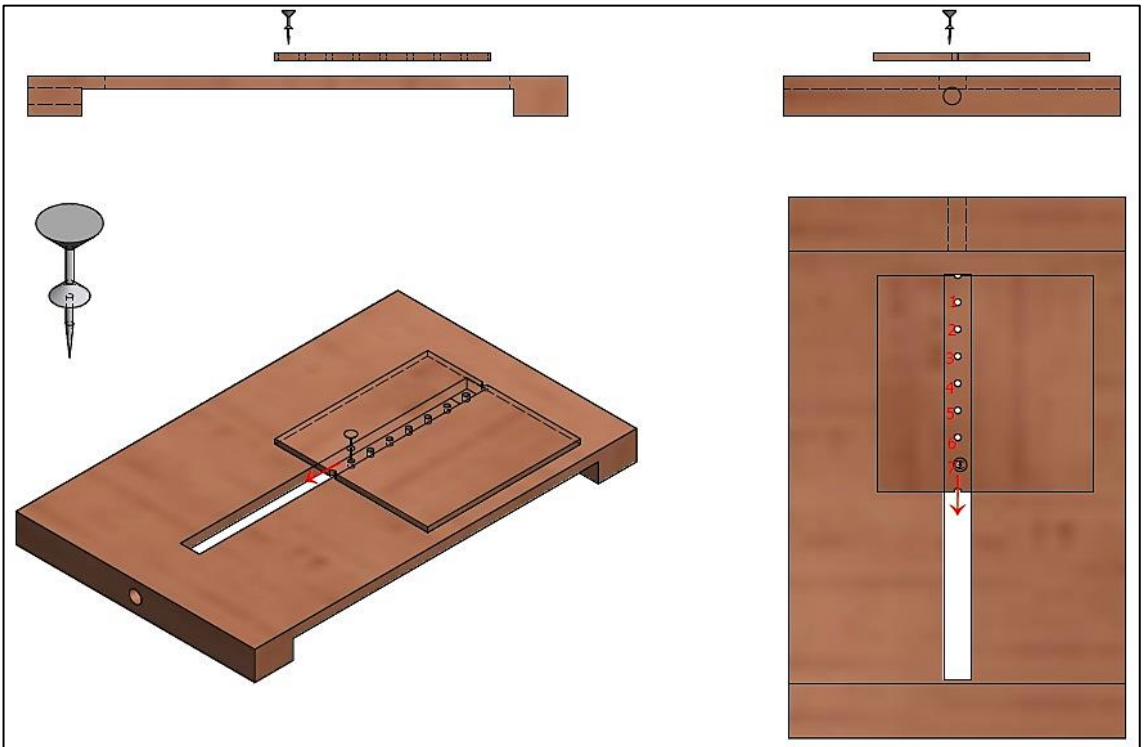
Línea de acción de la fuerza 2.



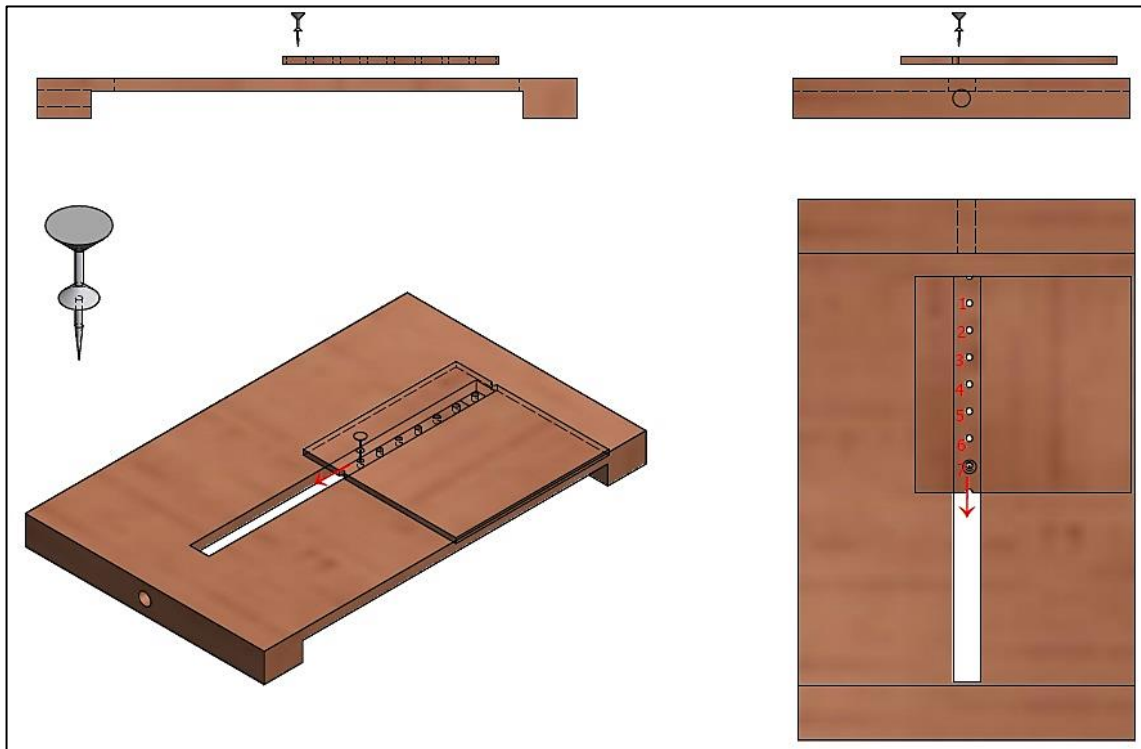
Línea de acción de la fuerza 3.



Línea de acción de la fuerza 4.

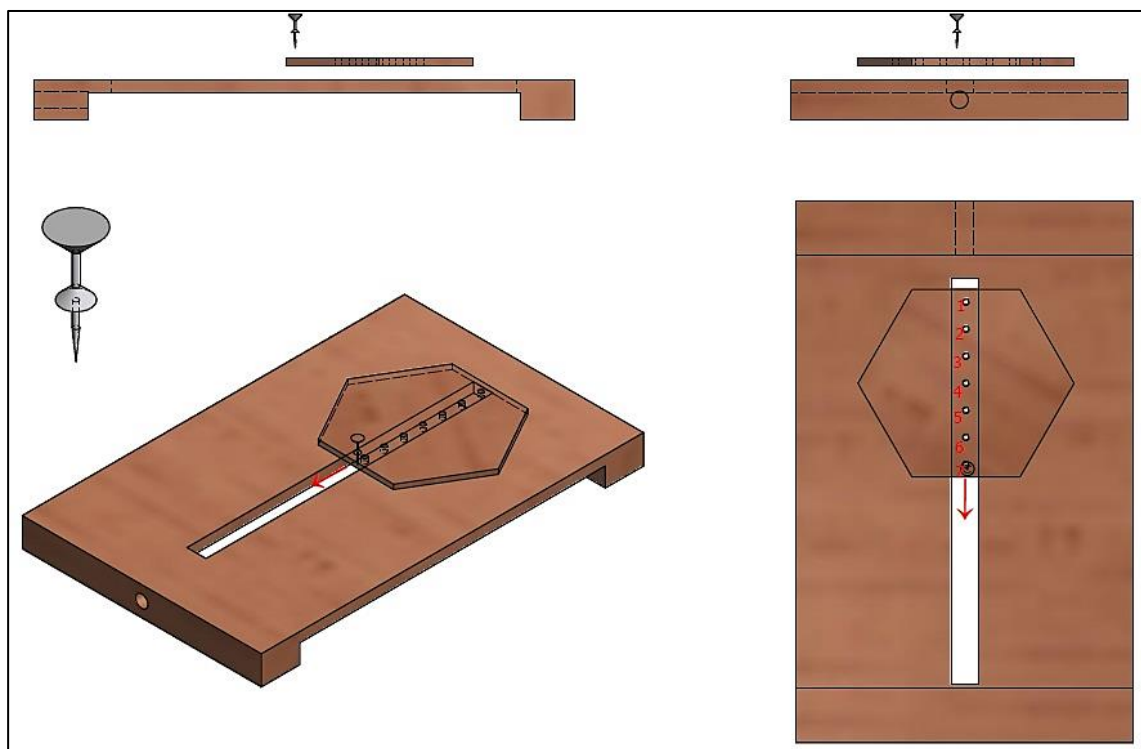


Línea de acción de la fuerza 5.

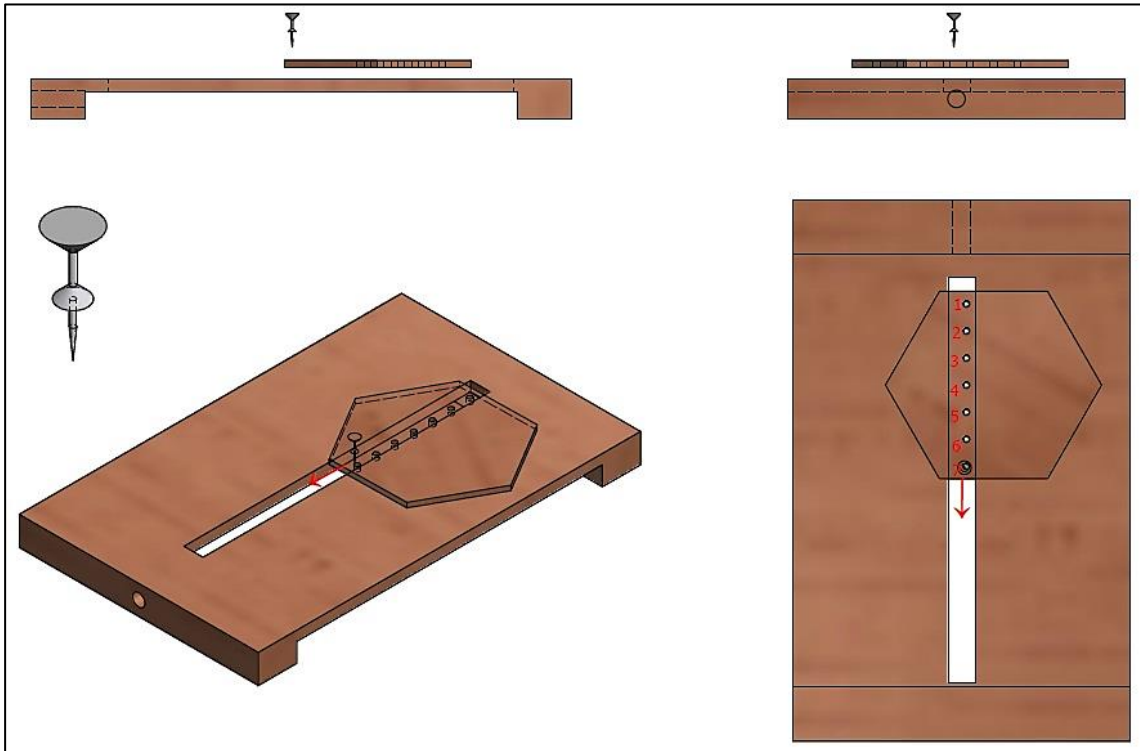


c. Para el caso del hexágono, se realiza este procedimiento para cada uno de los lados; es decir 5 veces más.

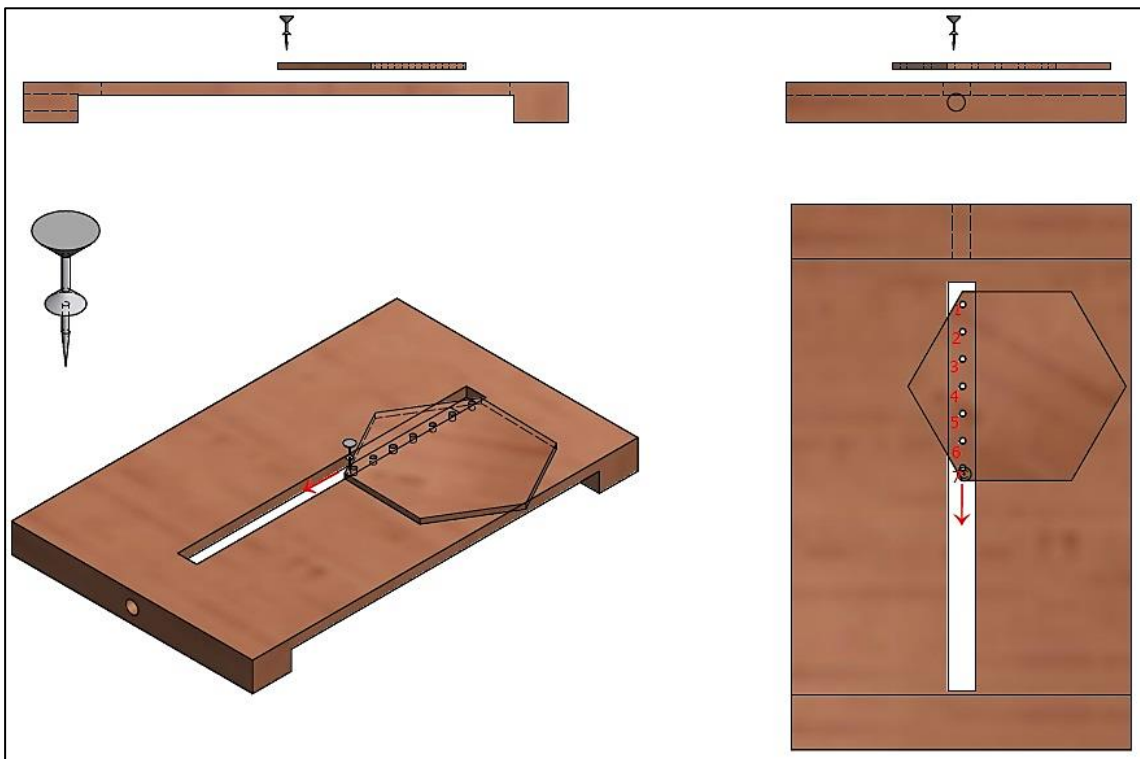
Línea de acción de la fuerza 1.



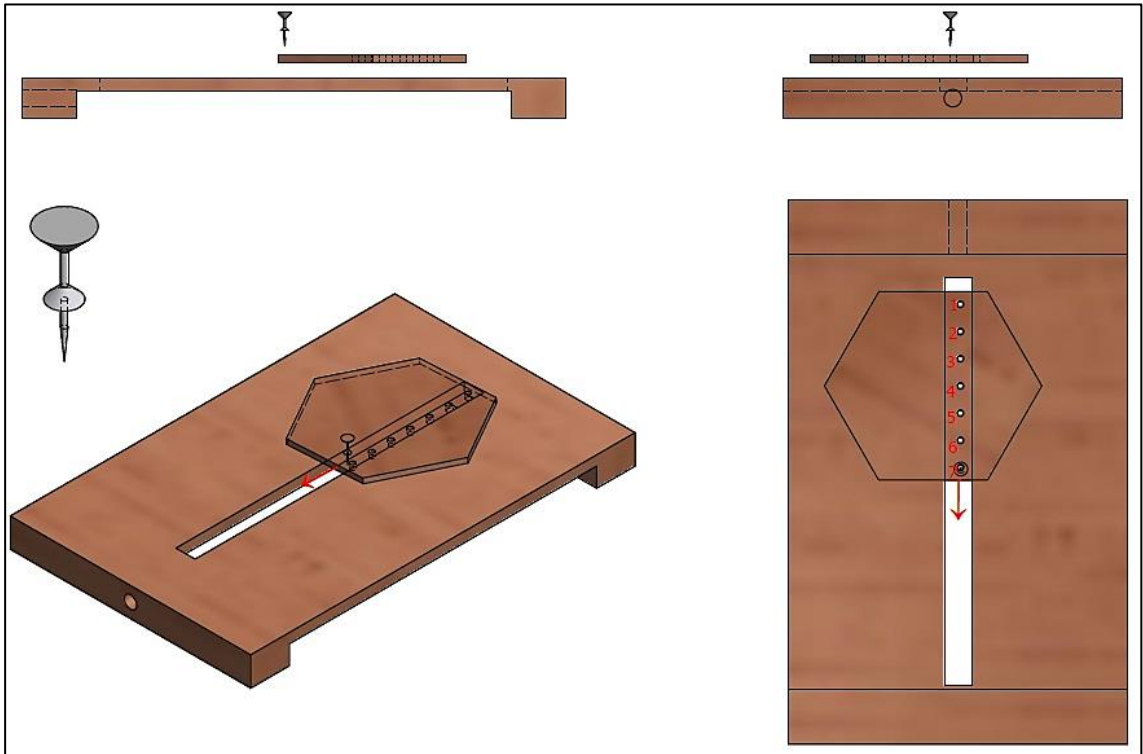
Línea de acción de la fuerza 2.



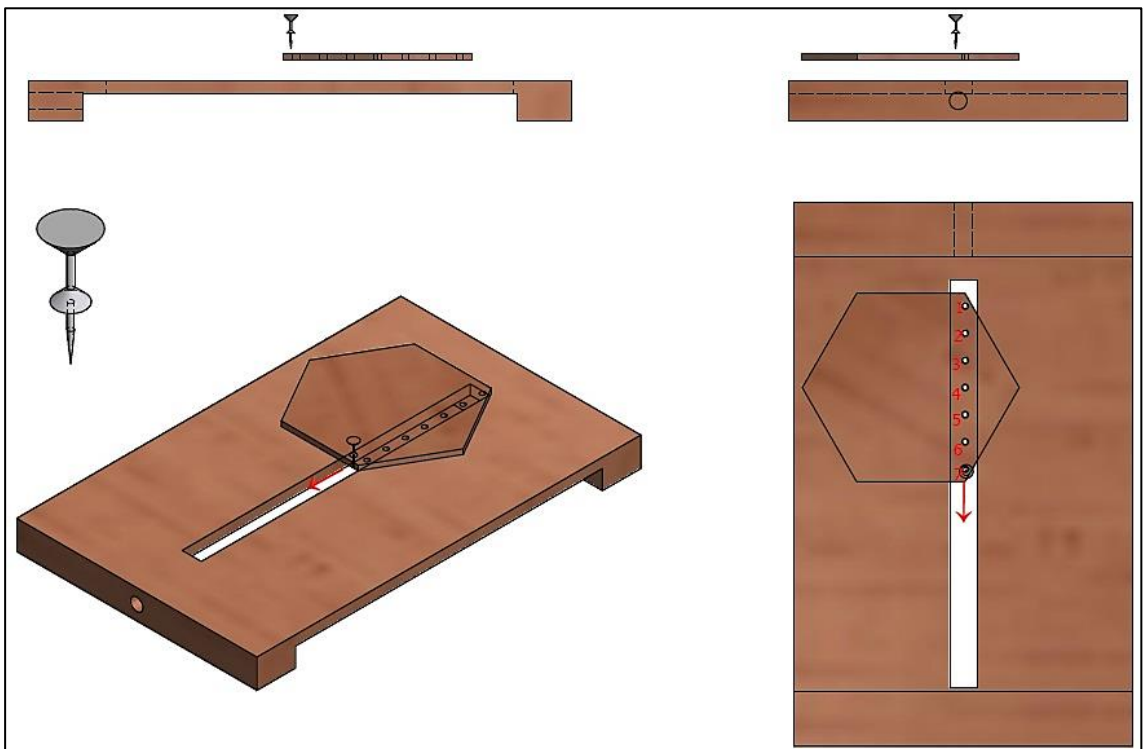
Línea de acción de la fuerza 3.



Línea de acción de la fuerza 4.

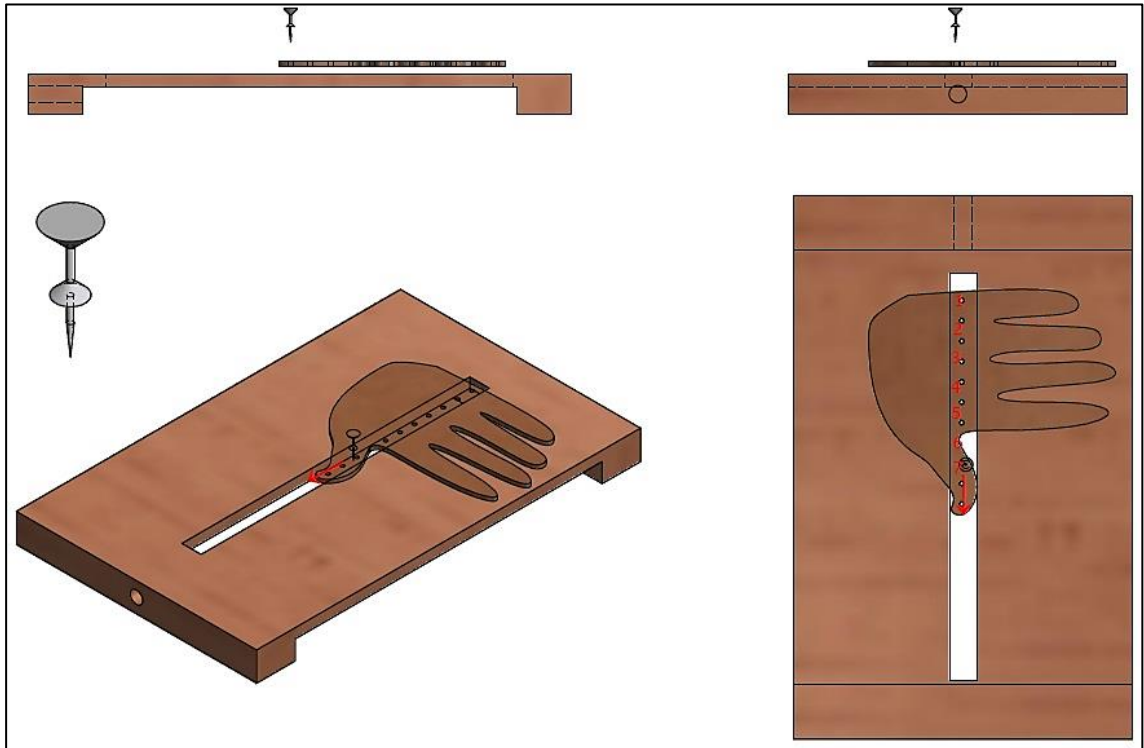


Línea de acción de la fuerza 5.

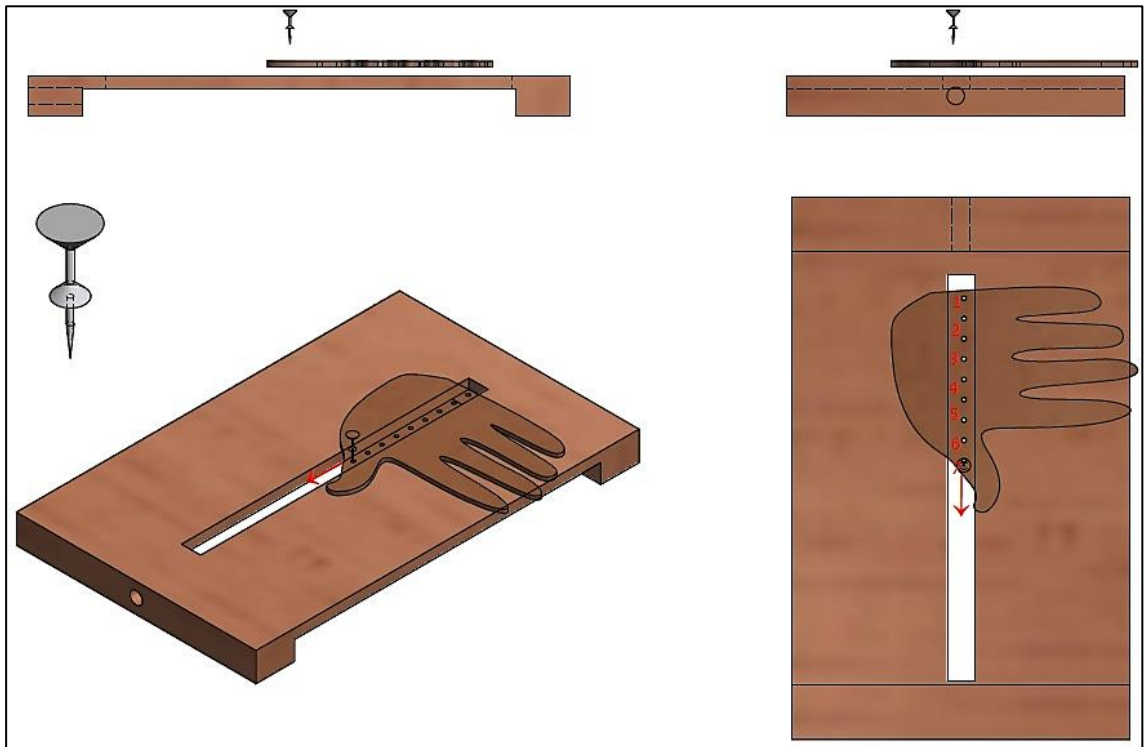


d. Para el caso de la figura en forma de mano.

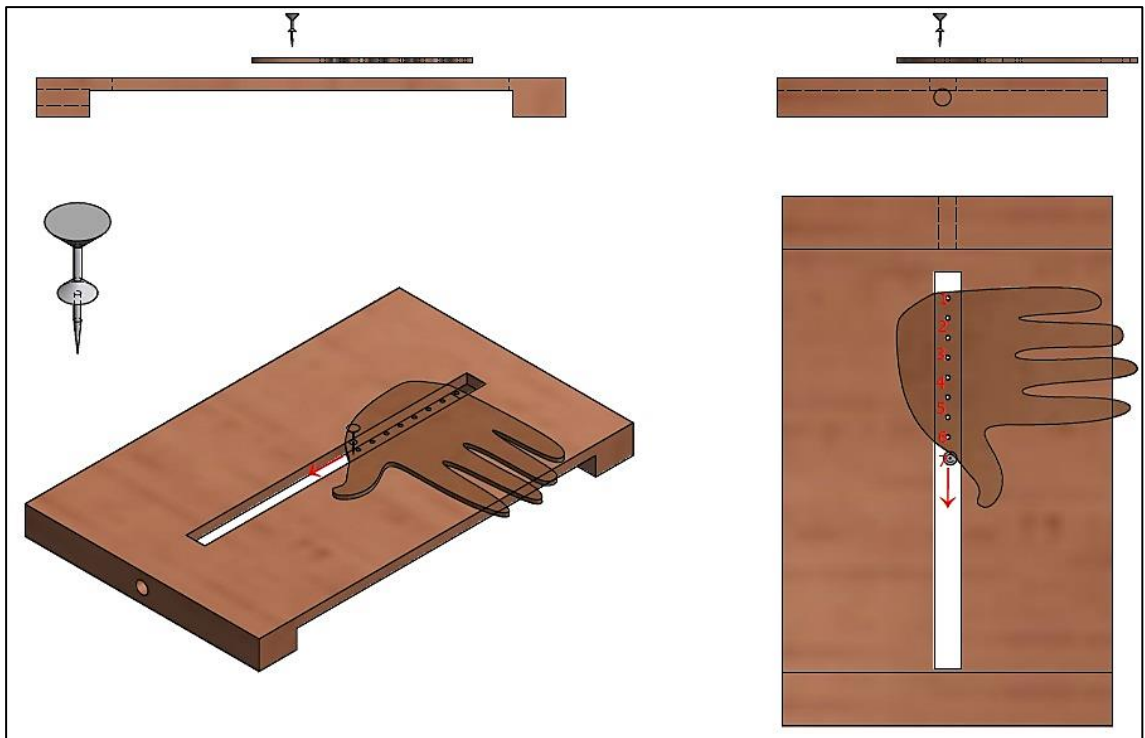
Línea de acción de la fuerza 1.



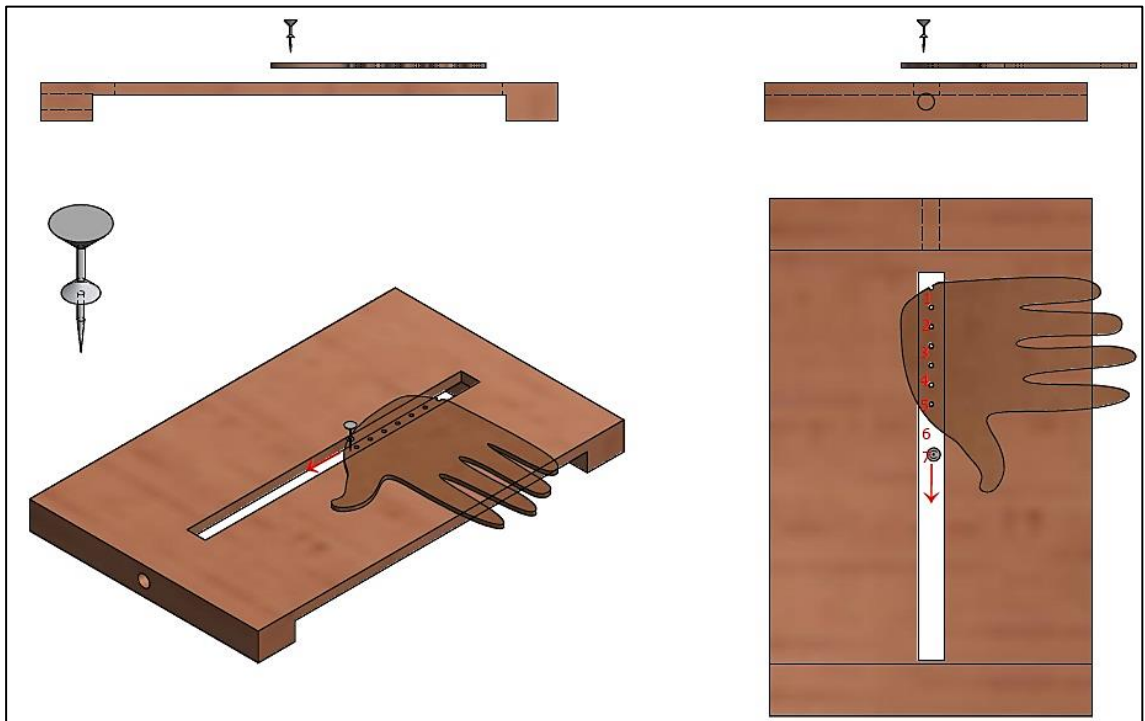
Línea de acción de la fuerza 2.



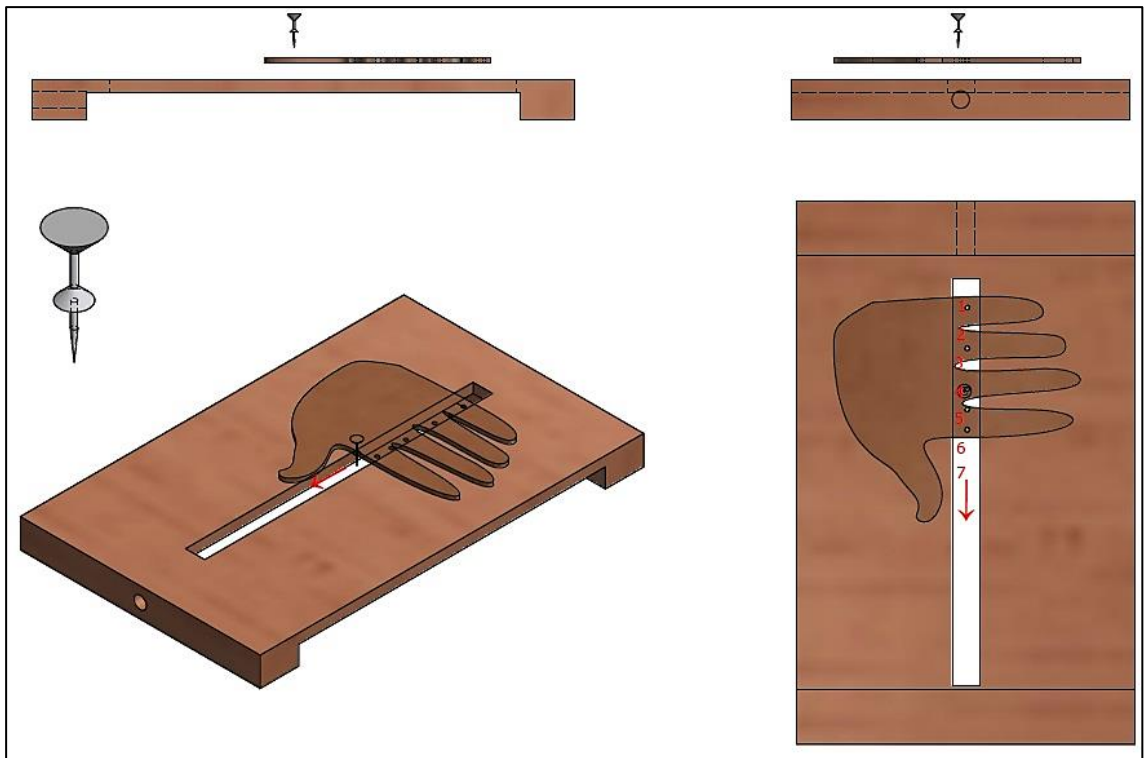
Línea de acción de la fuerza 3.



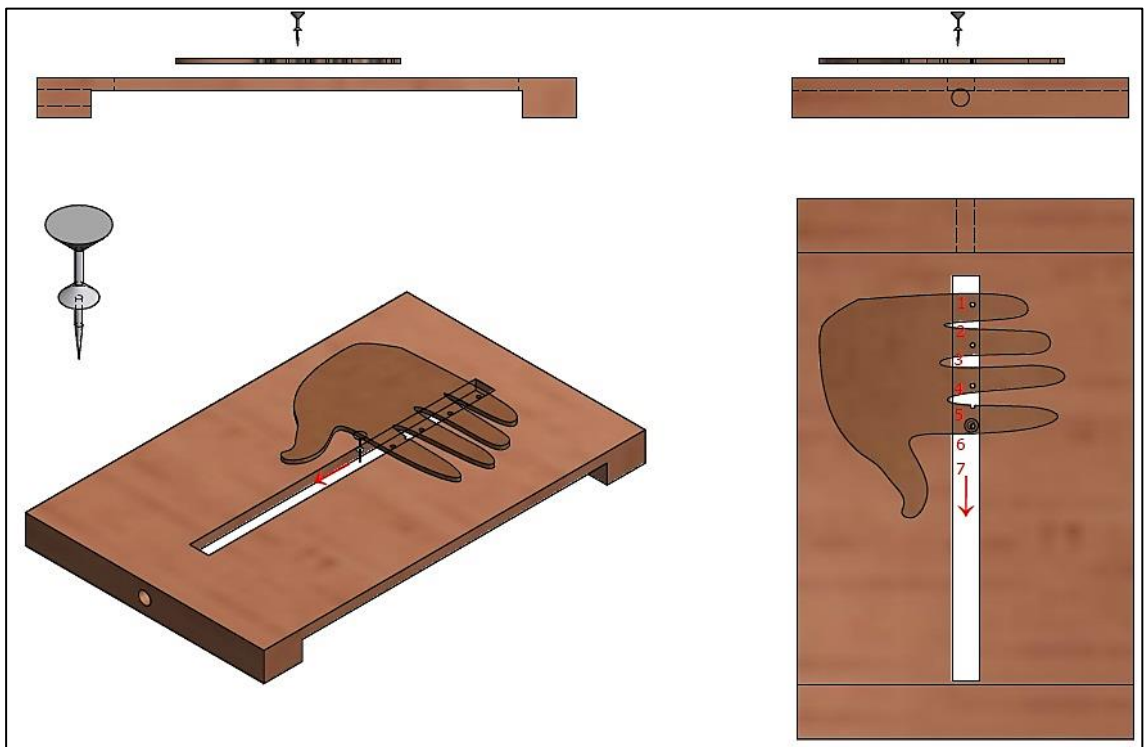
Línea de acción de la fuerza 4.



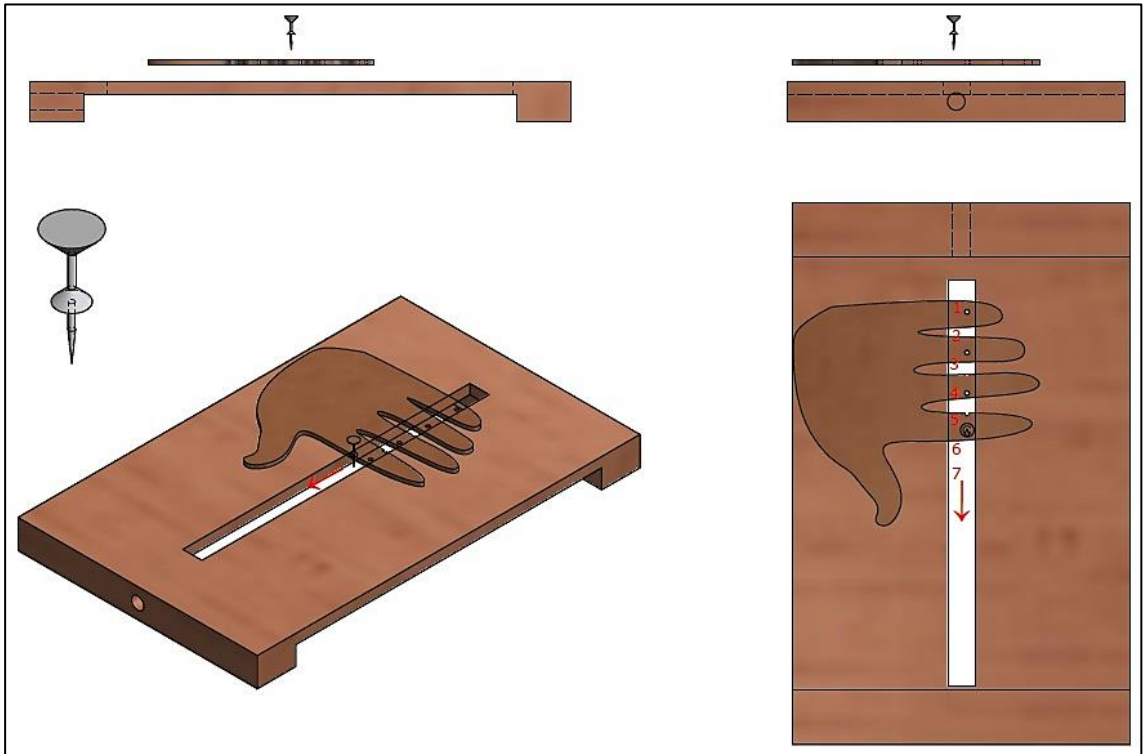
Línea de acción de la fuerza 5.



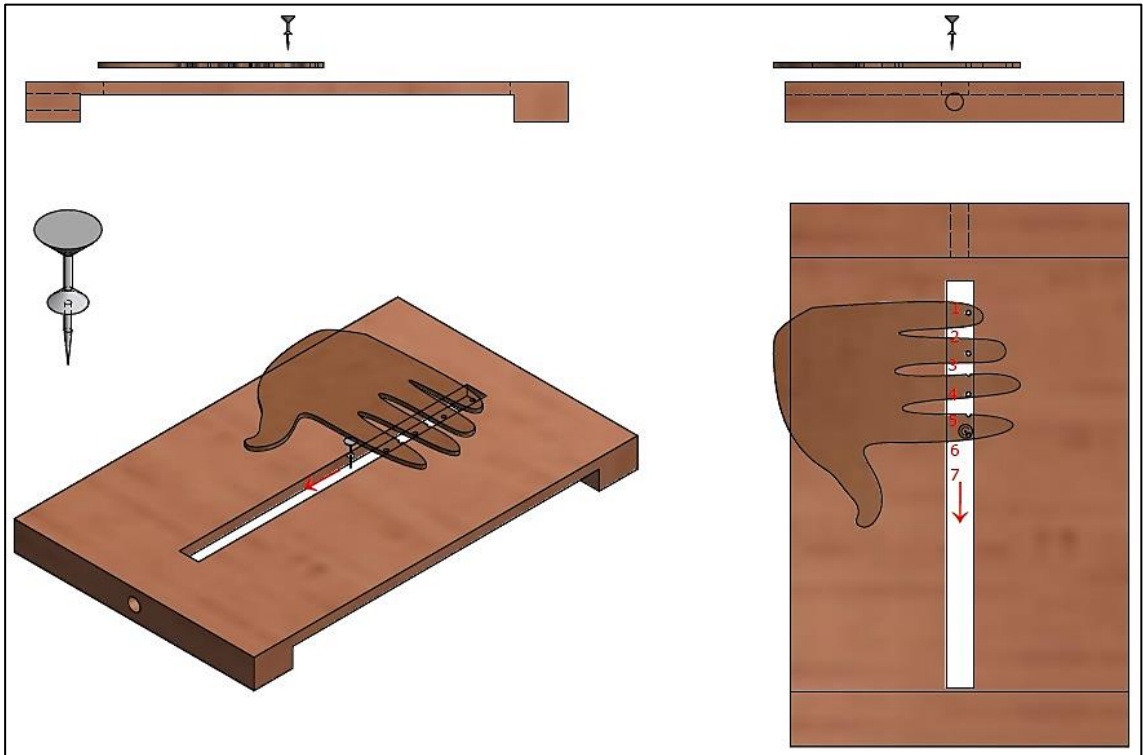
Línea de acción de la fuerza 6.



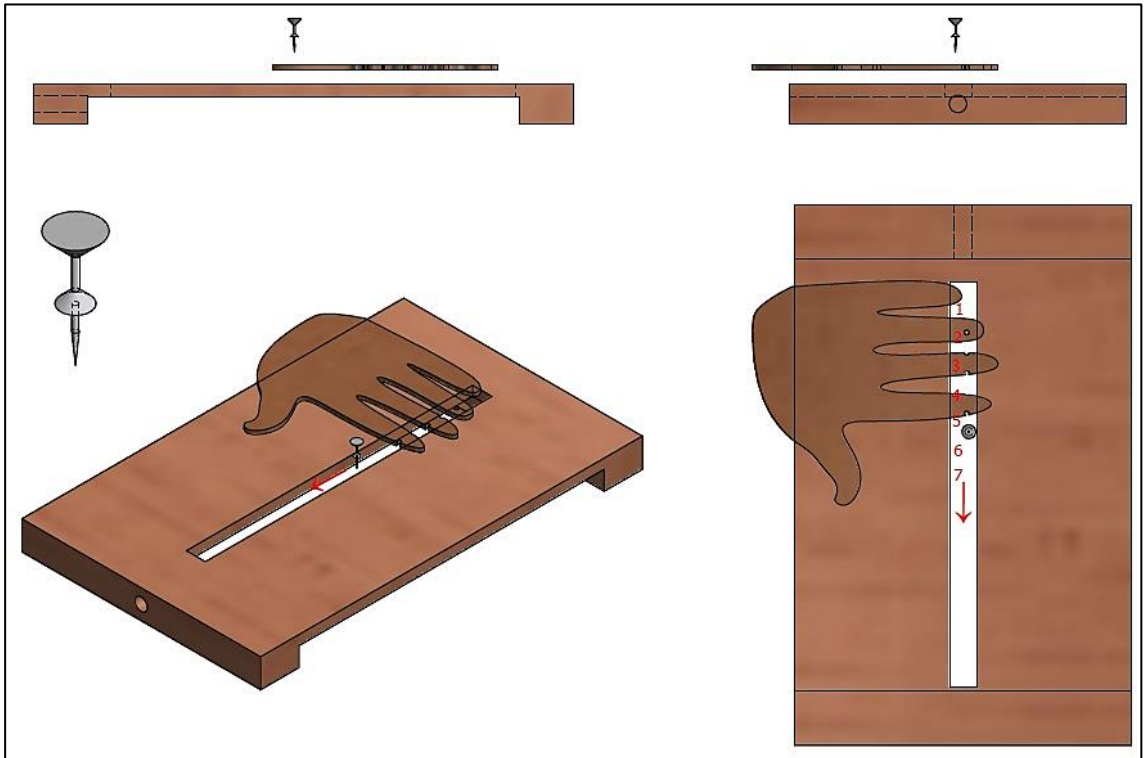
Línea de acción de la fuerza 7.



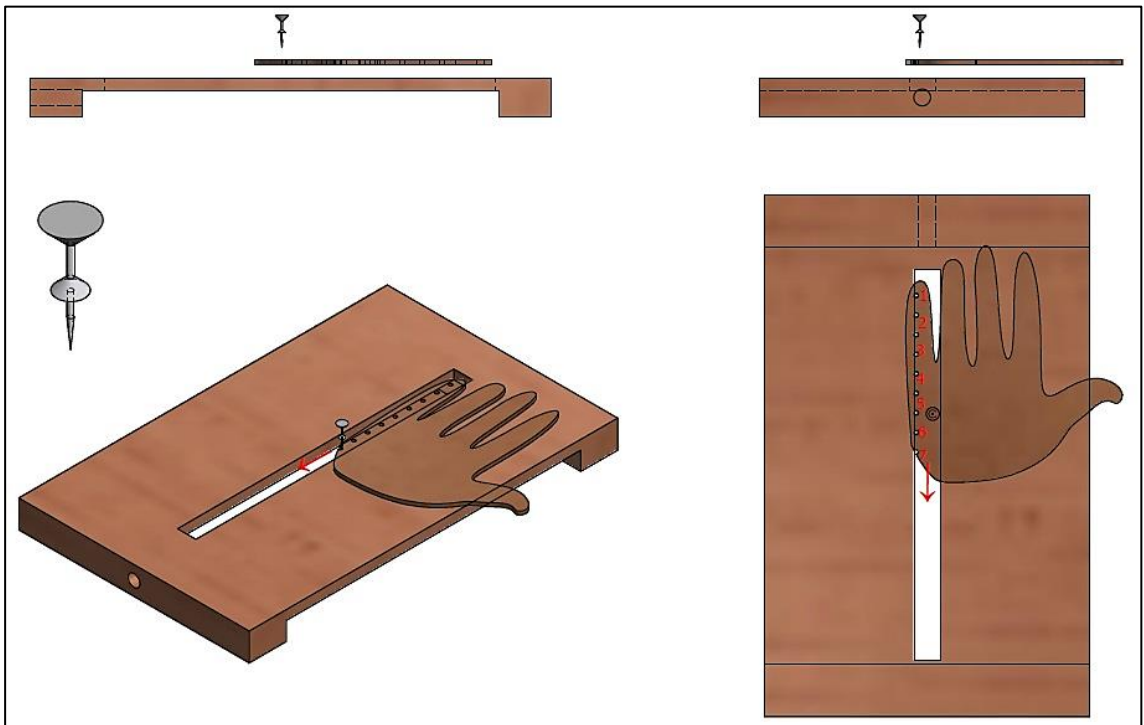
Línea de acción de la fuerza 8.



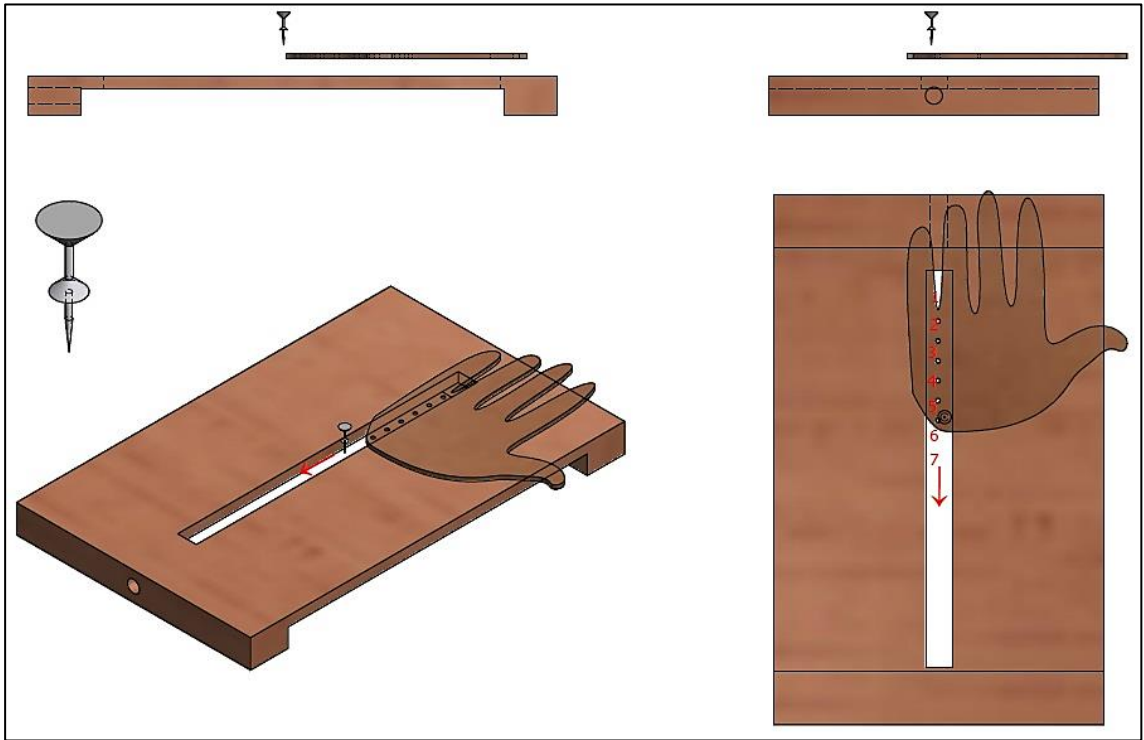
Línea de acción de la fuerza 9.



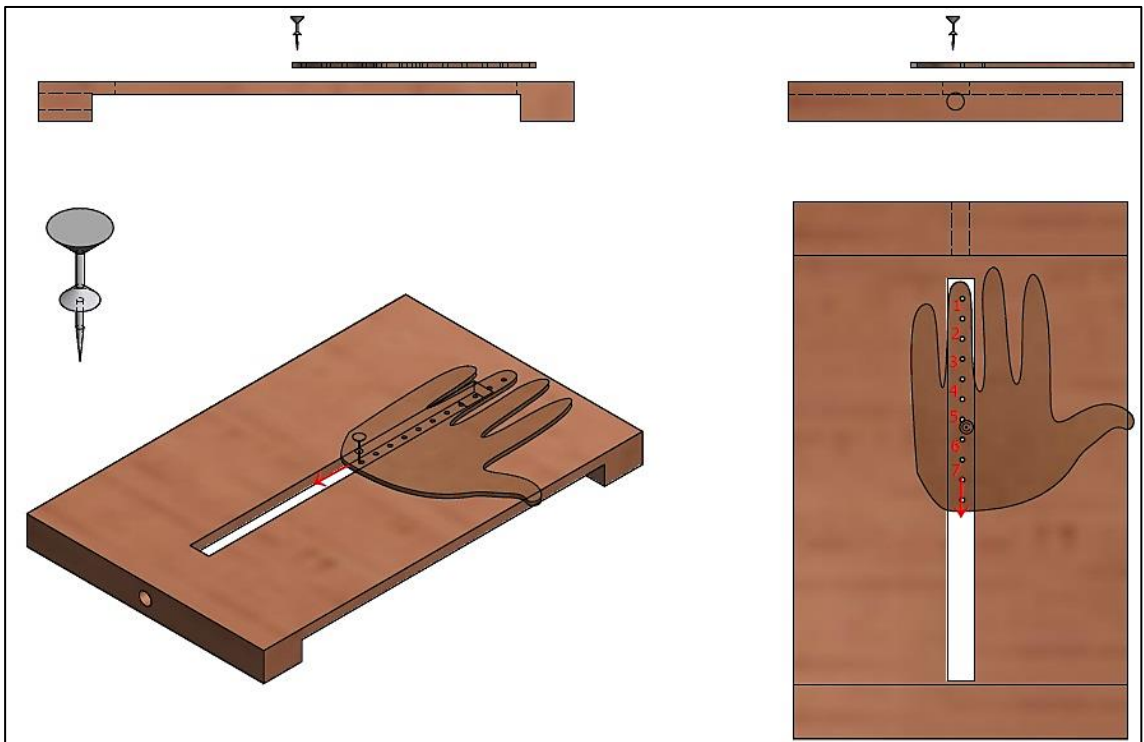
Línea de acción de la fuerza 10.



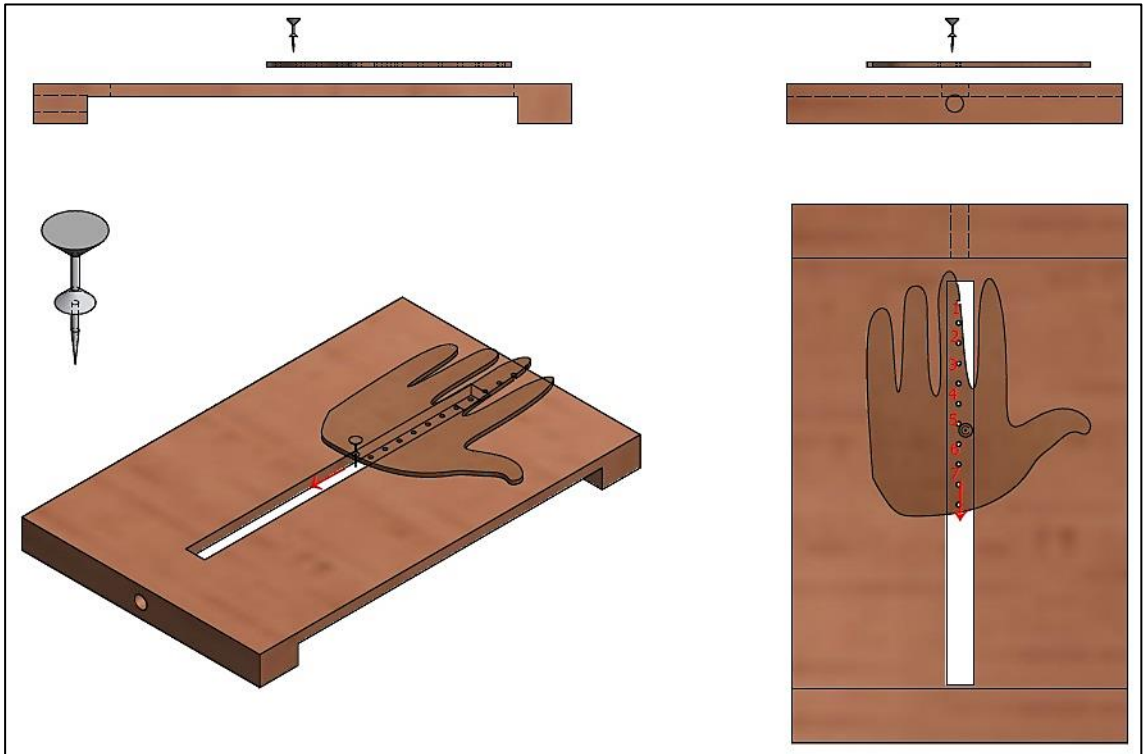
Línea de acción de la fuerza 11.



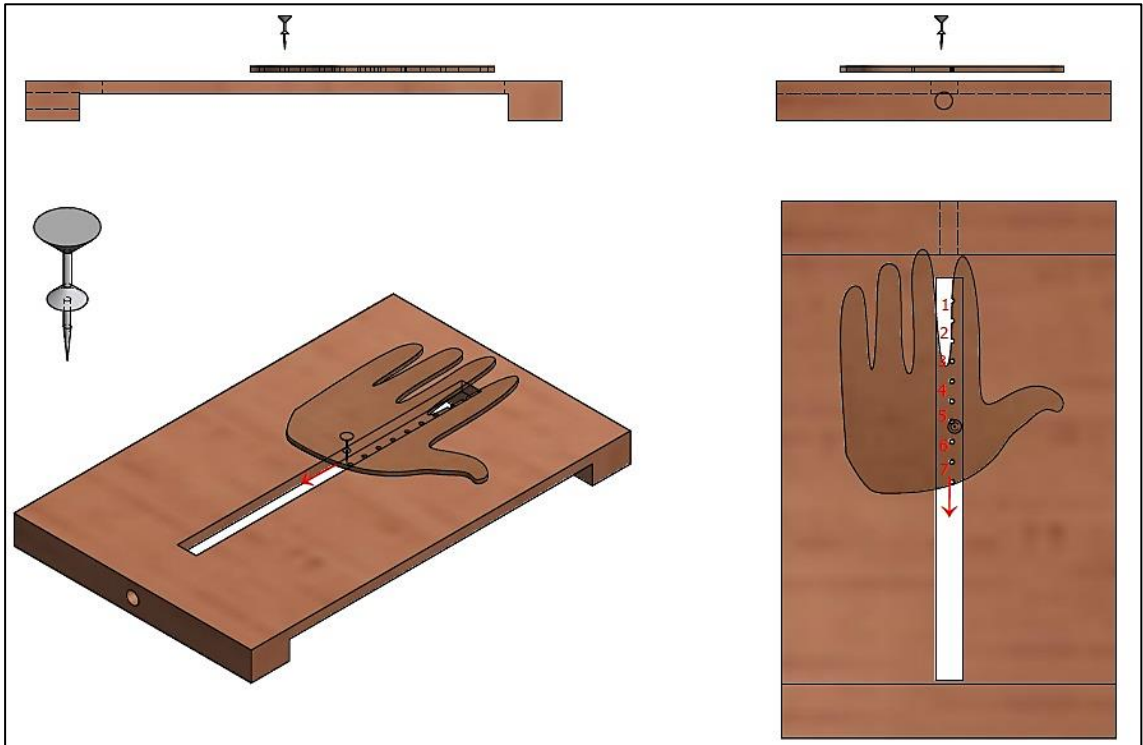
Línea de acción de la fuerza 12.



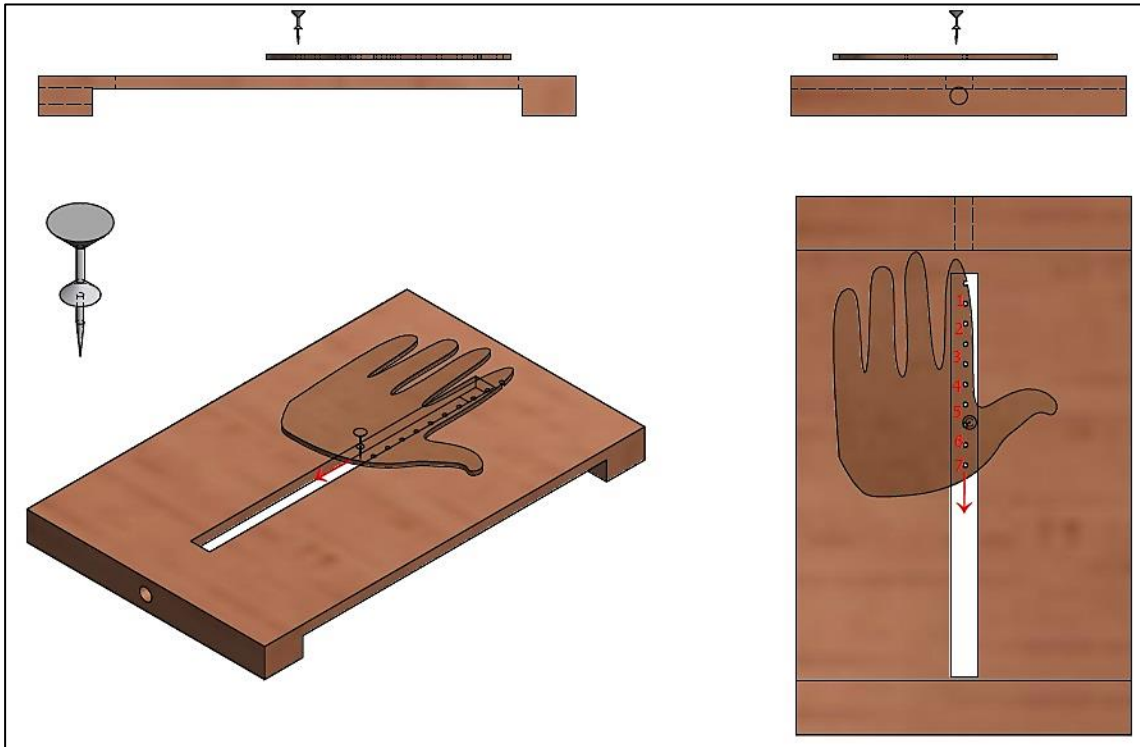
Línea de acción de la fuerza 13.



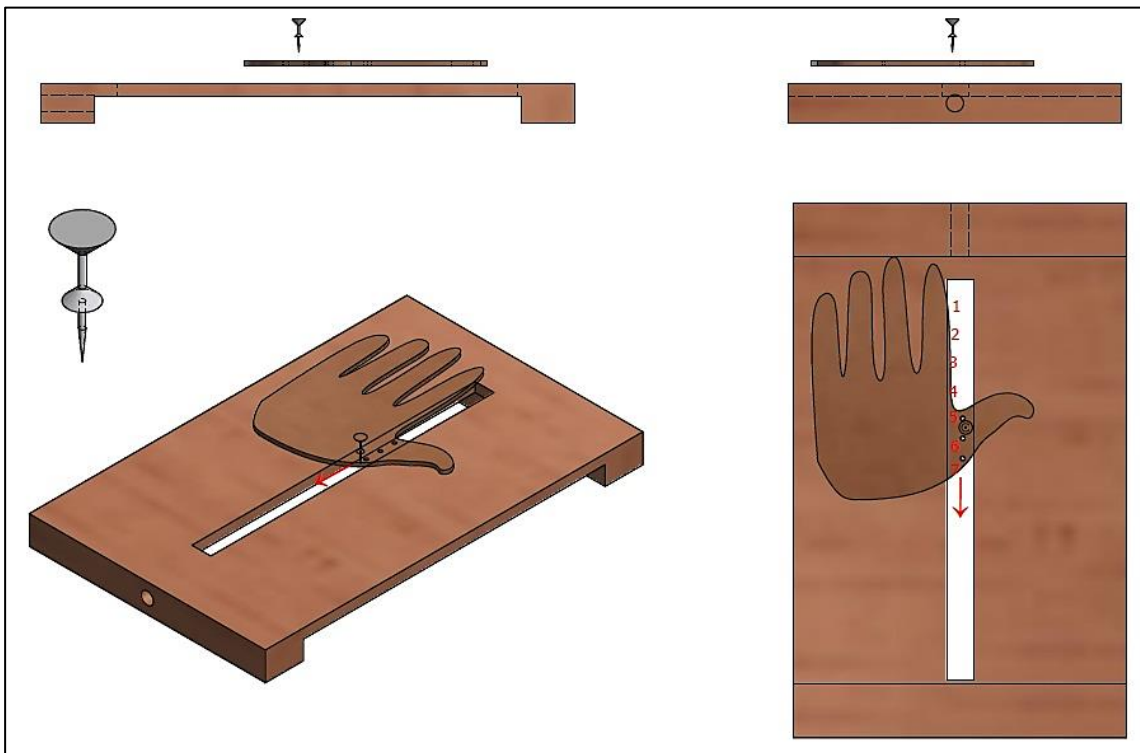
Línea de acción de la fuerza 14.



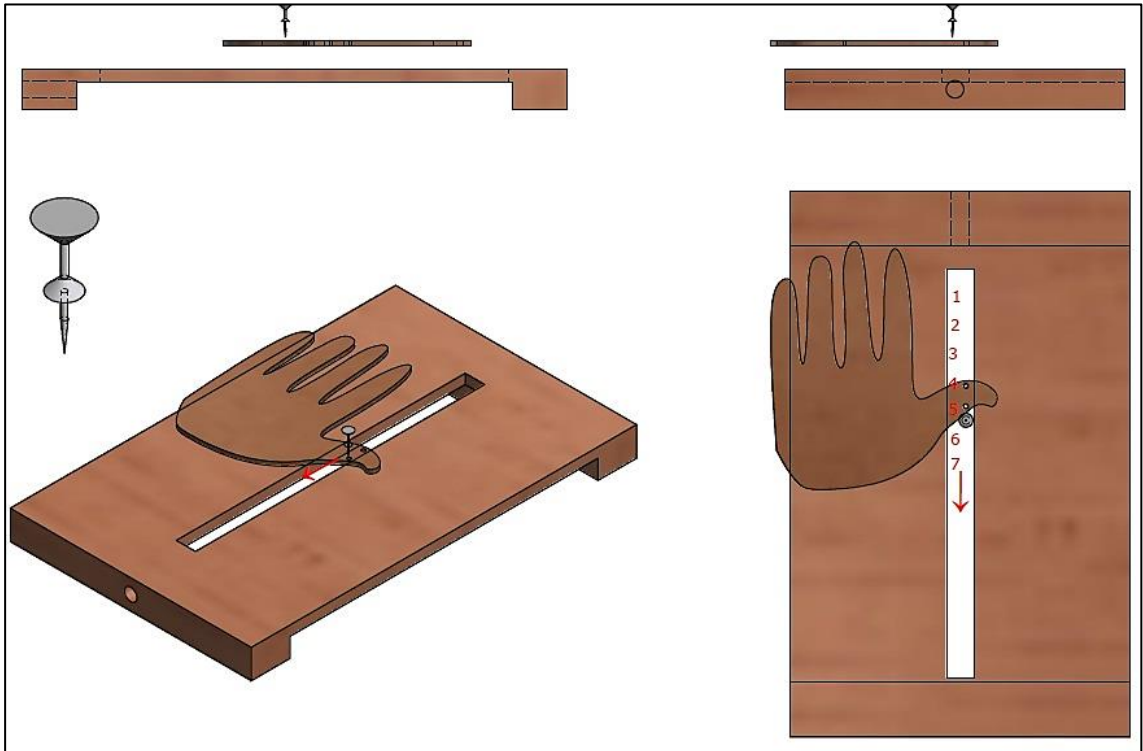
Línea de acción de la fuerza 15.



Línea de acción de la fuerza 16.

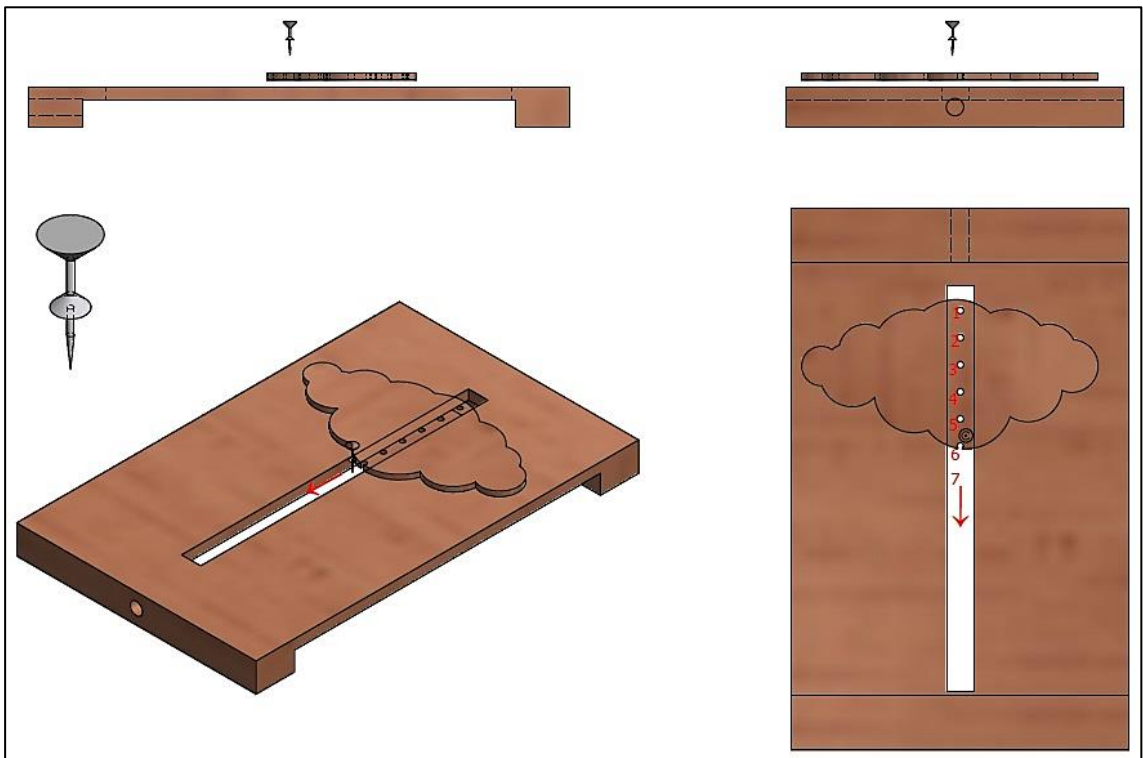


Línea de acción de la fuerza 17.

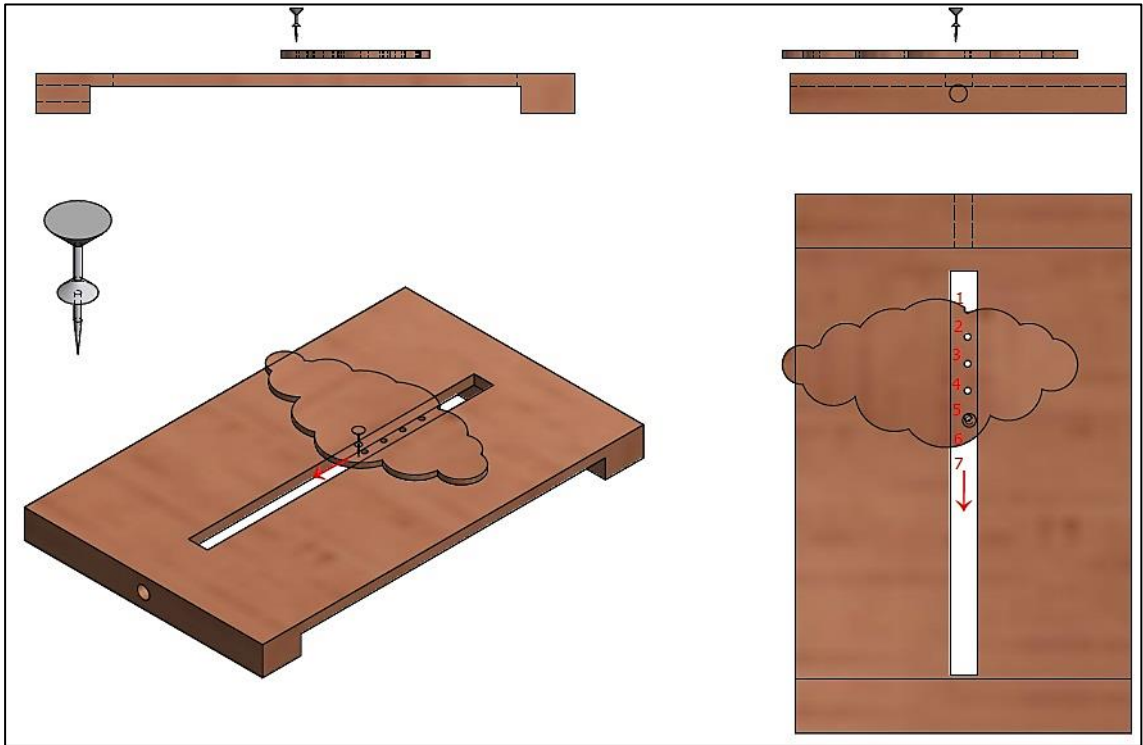


e. Para caso de la figura en forma de nube.

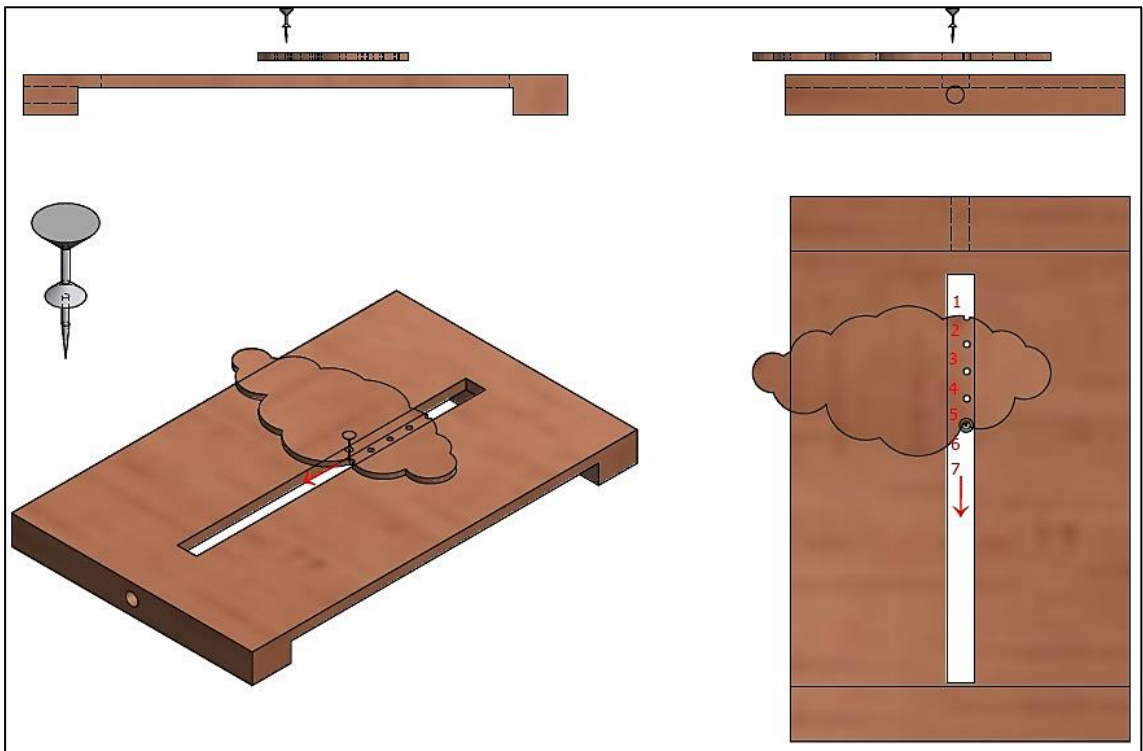
Línea de acción de la fuerza 1.



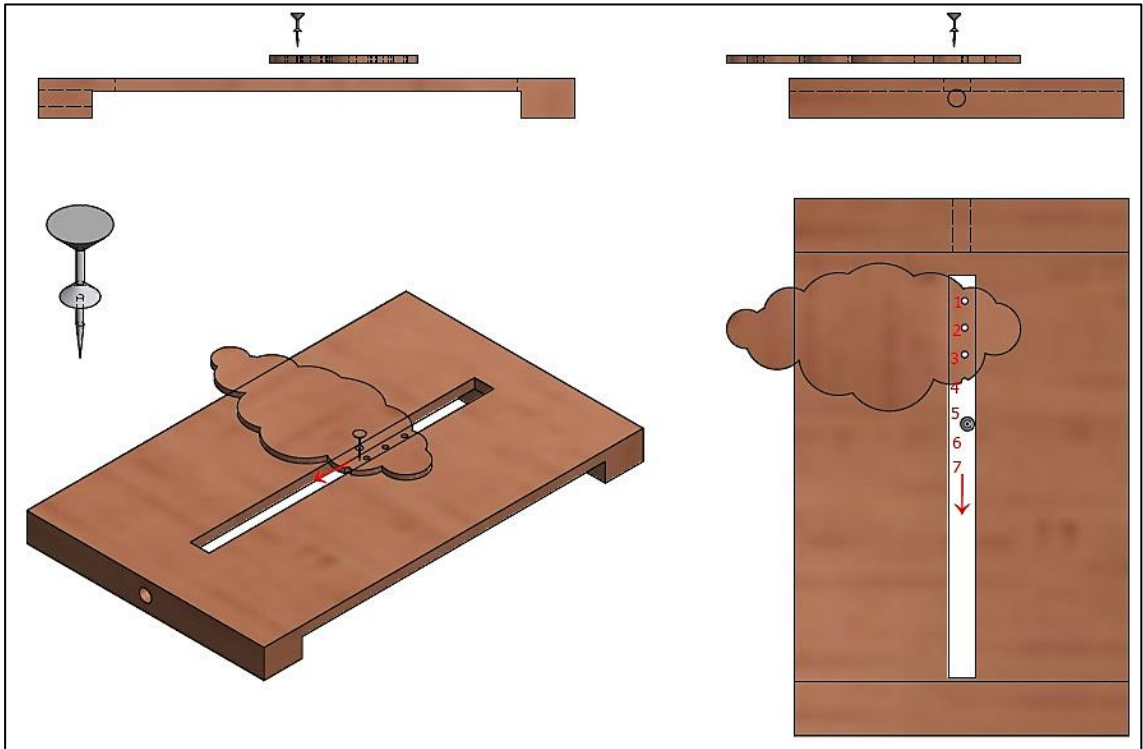
Línea de acción de la fuerza 2.



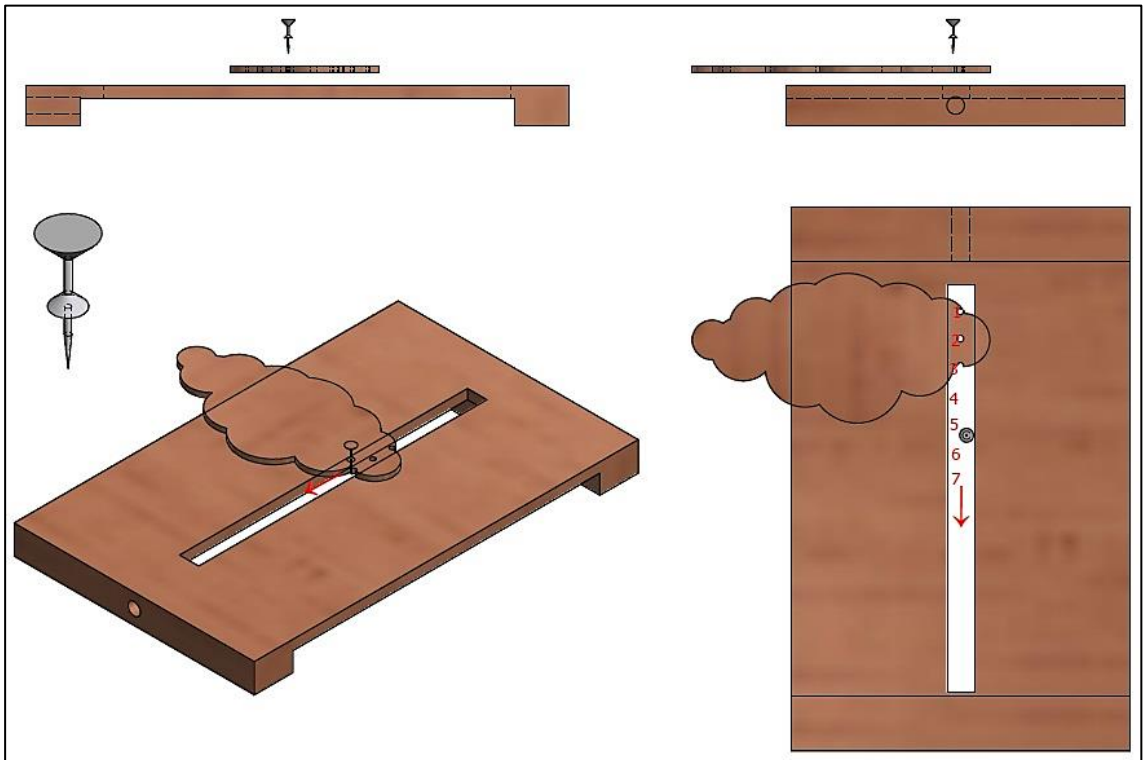
Línea de acción de la fuerza 3.



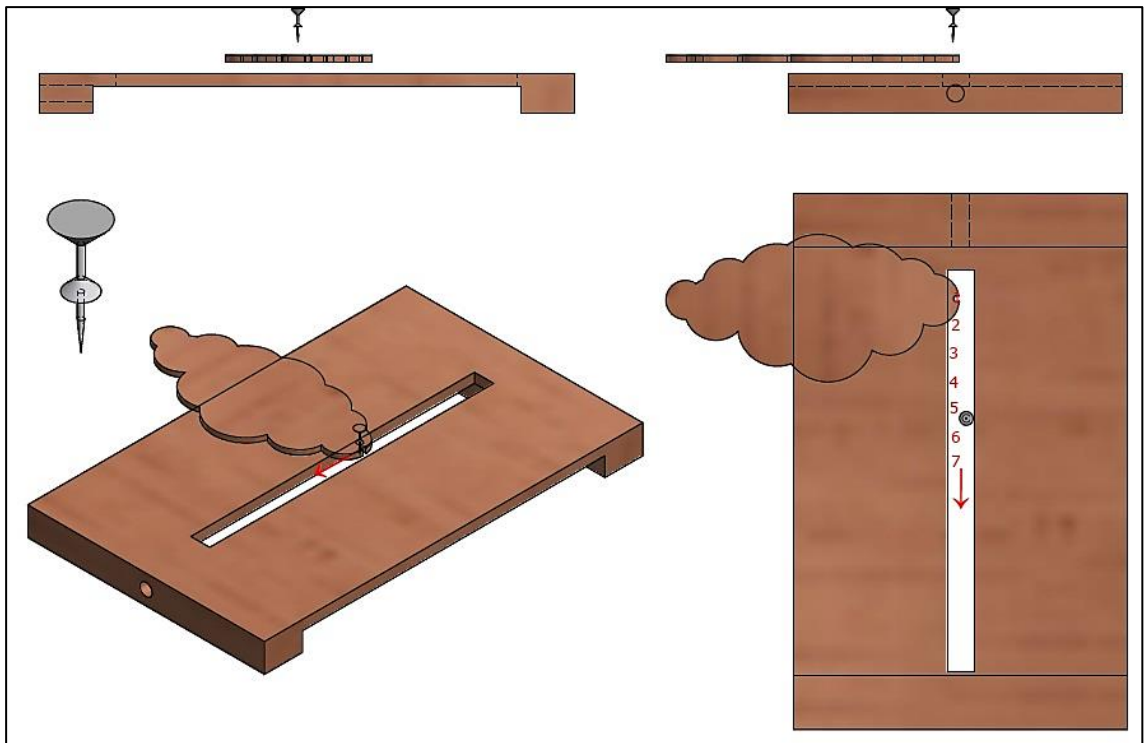
Línea de acción de la fuerza 4.



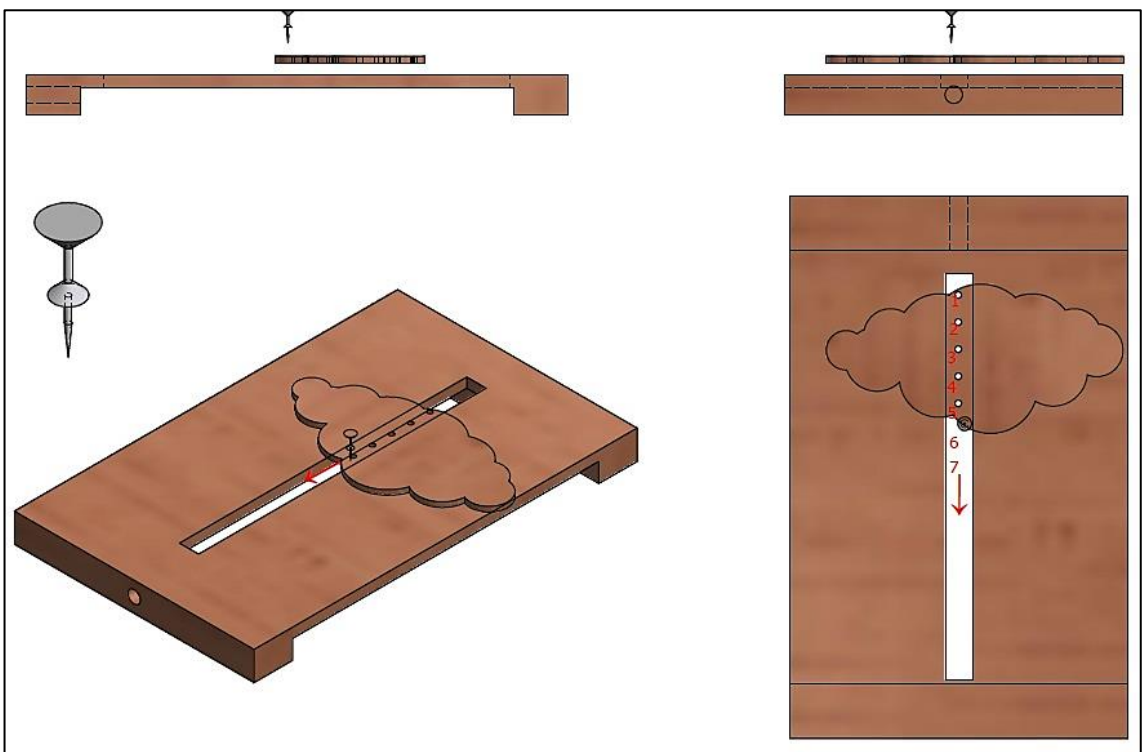
Línea de acción de la fuerza 5.



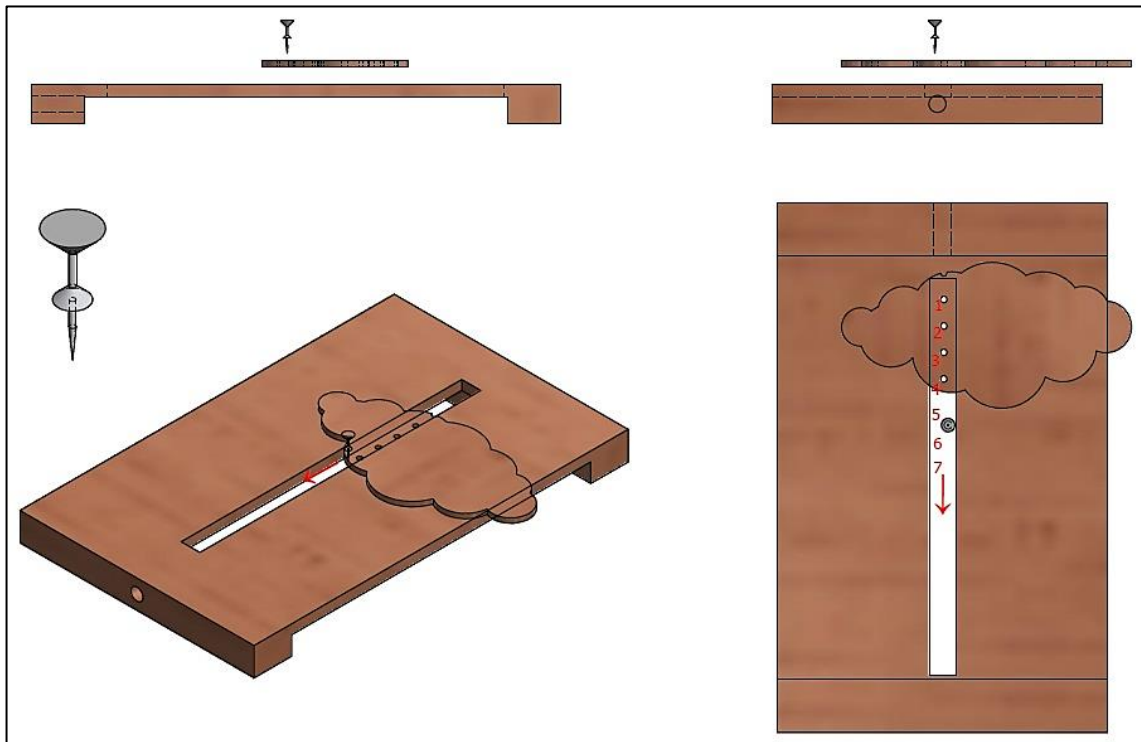
Línea de acción de fuerza 6.



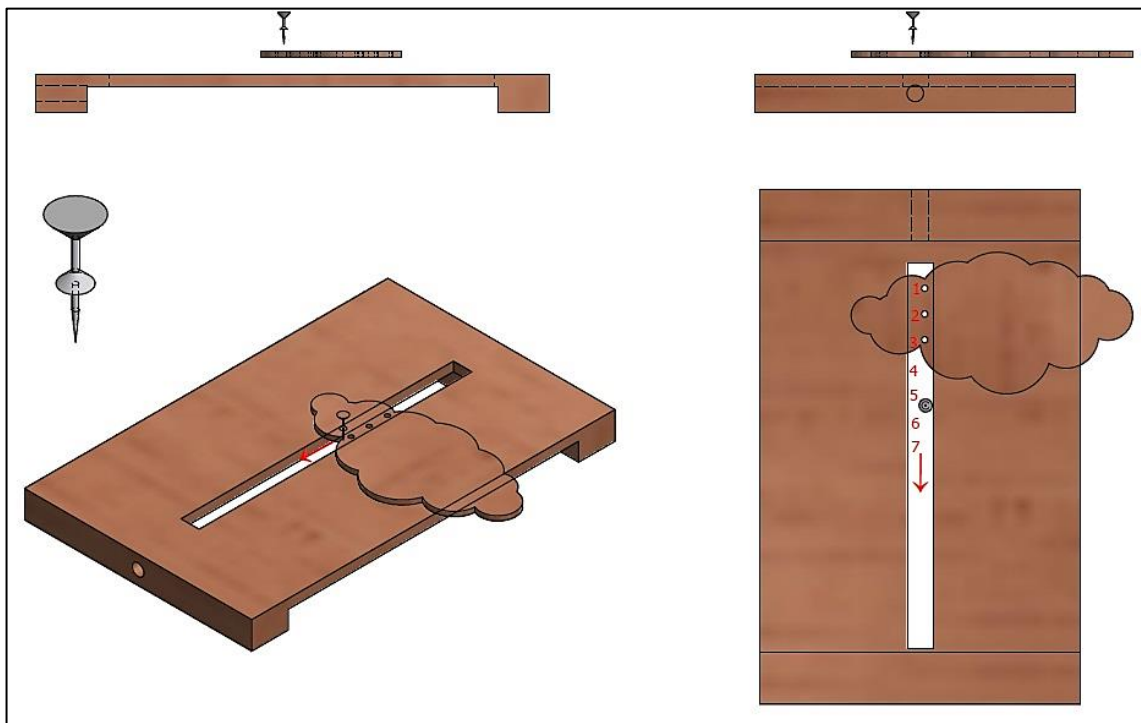
Línea de acción de la fuerza 7.



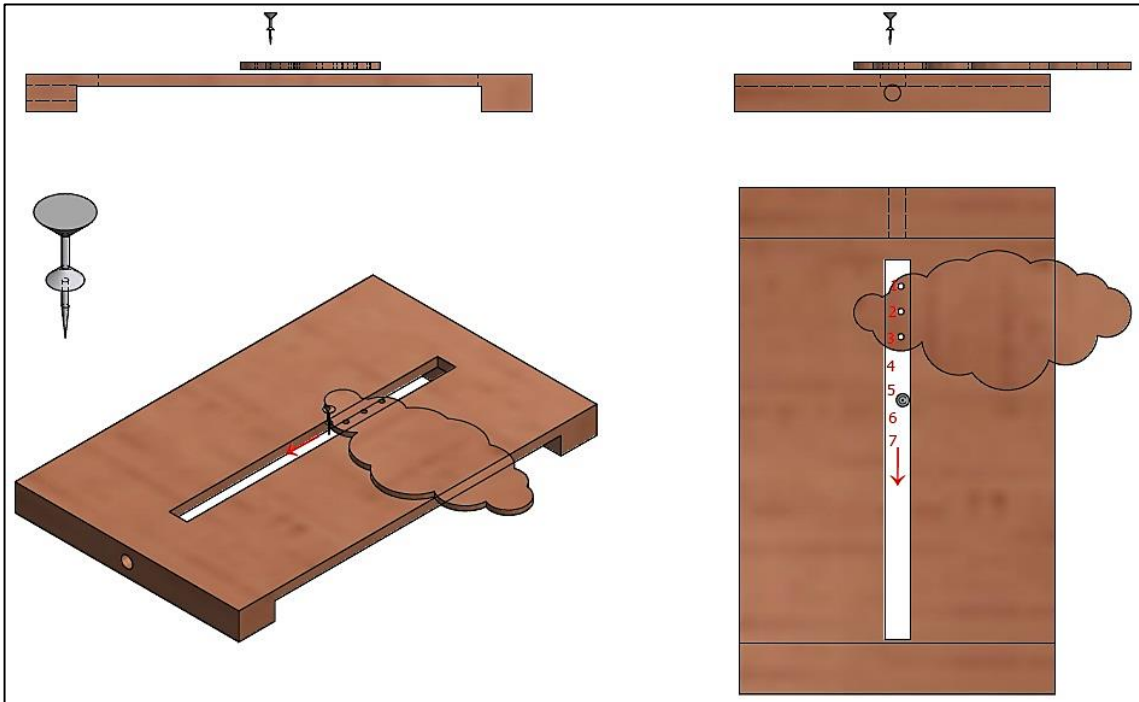
Línea de acción de la fuerza 8.



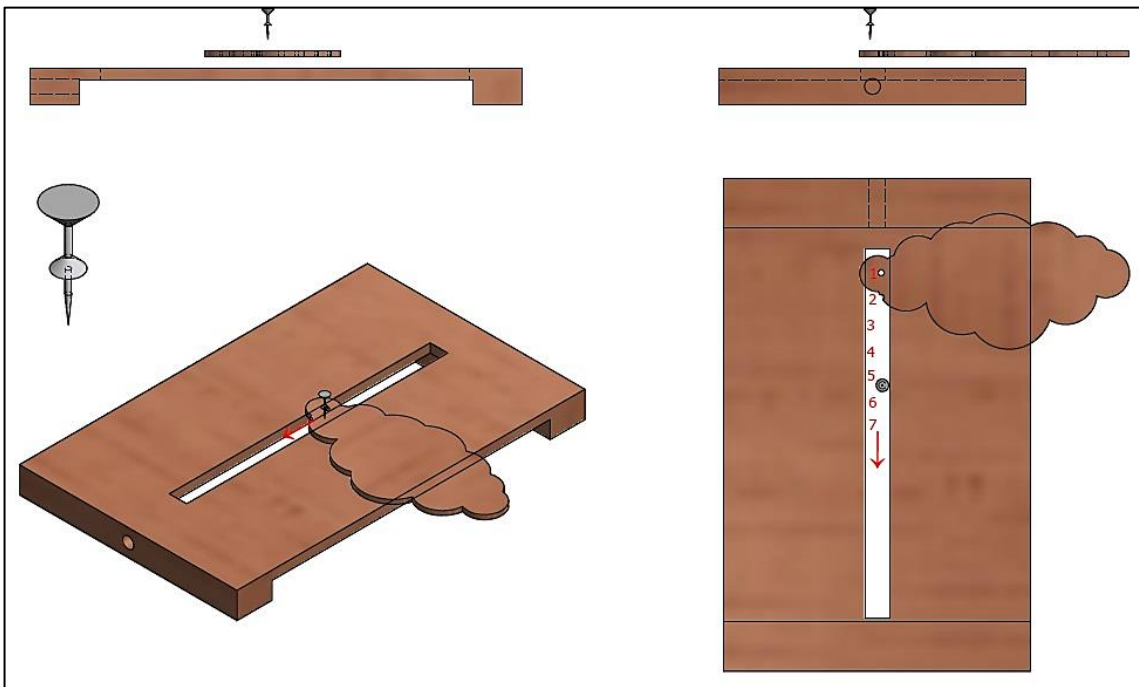
Línea de acción de la fuerza 9.



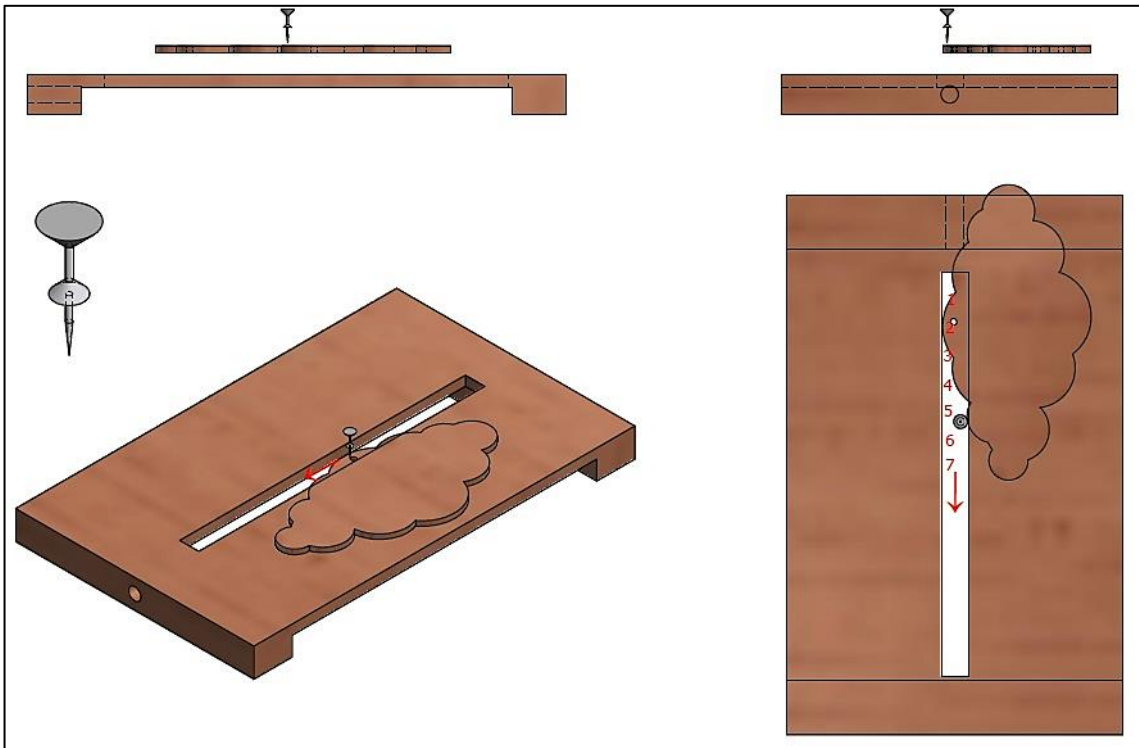
Línea de acción de la fuerza 10.



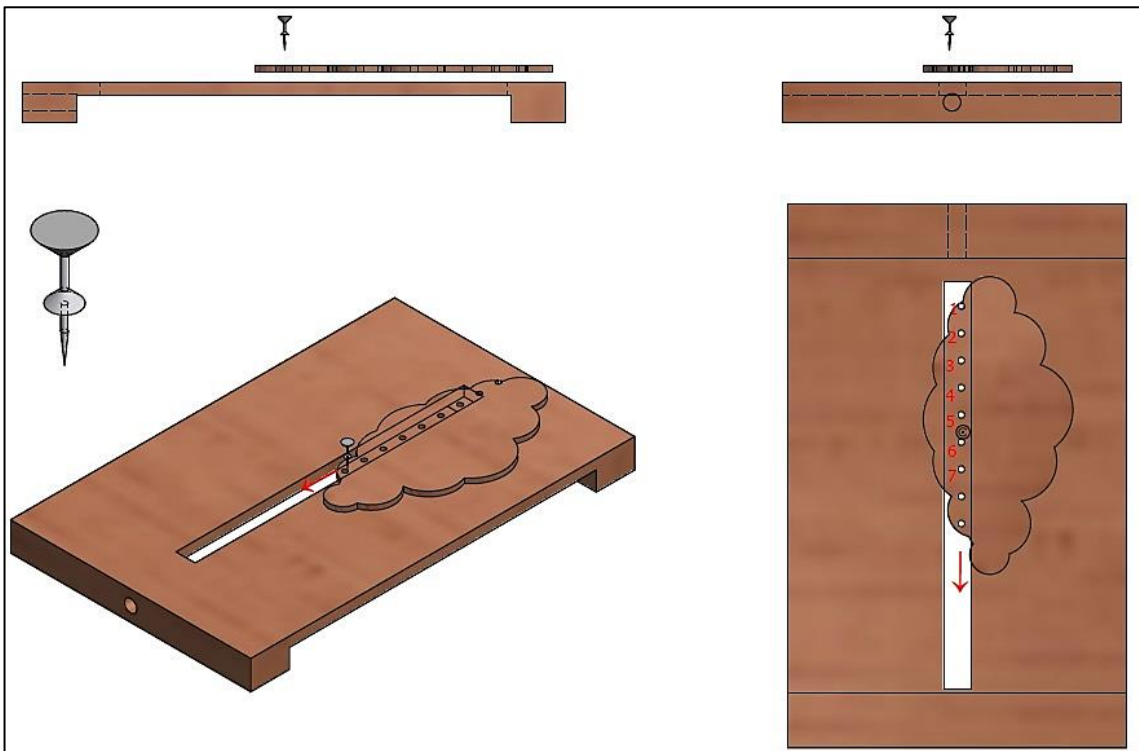
Línea de acción de la fuerza 11.



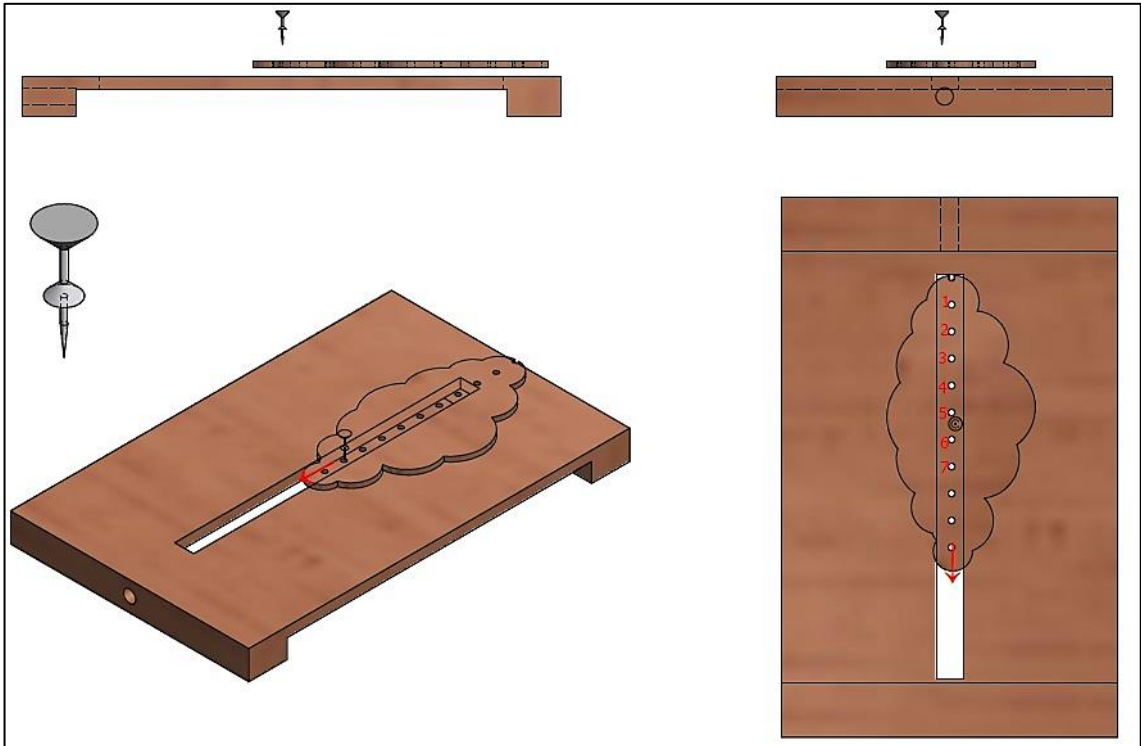
Línea de acción de la fuerza 12.



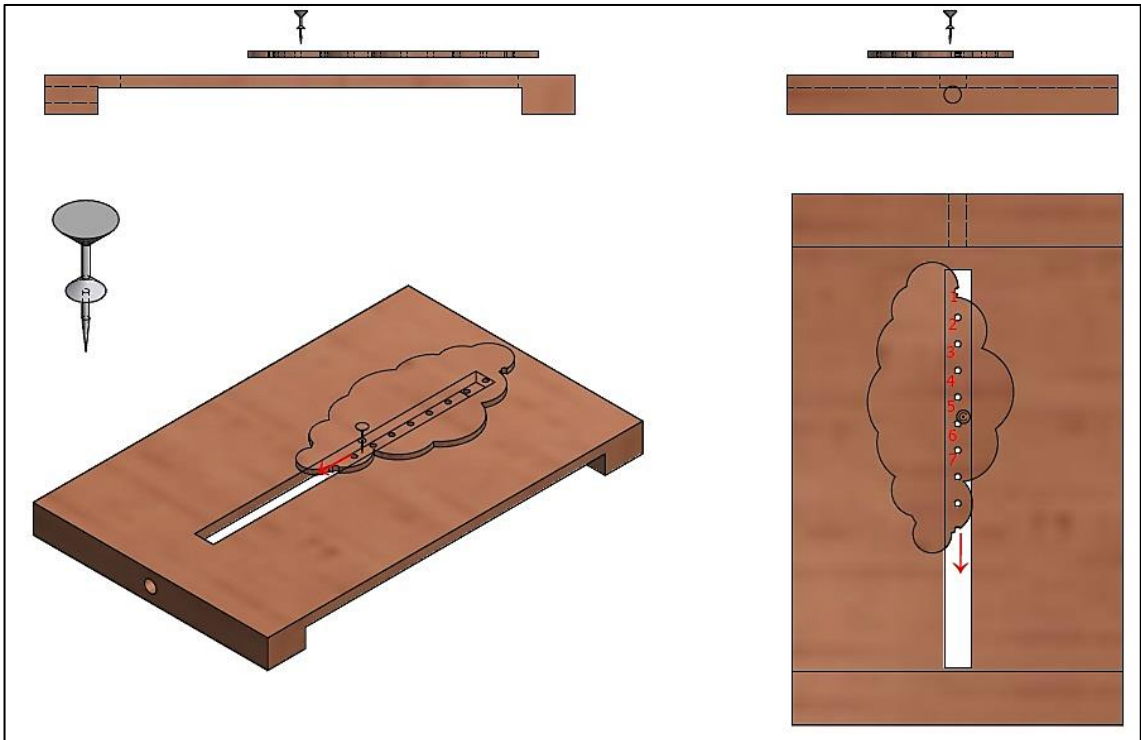
Línea de acción de la fuerza 13.



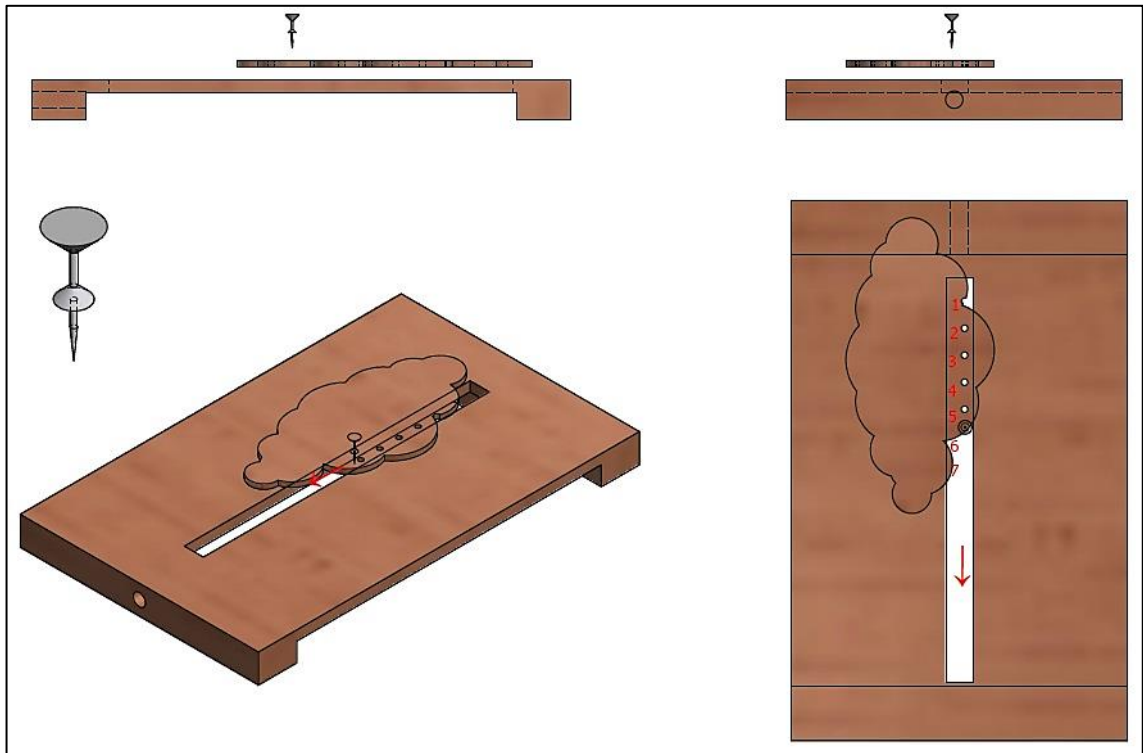
Línea de acción de la fuerza 14.



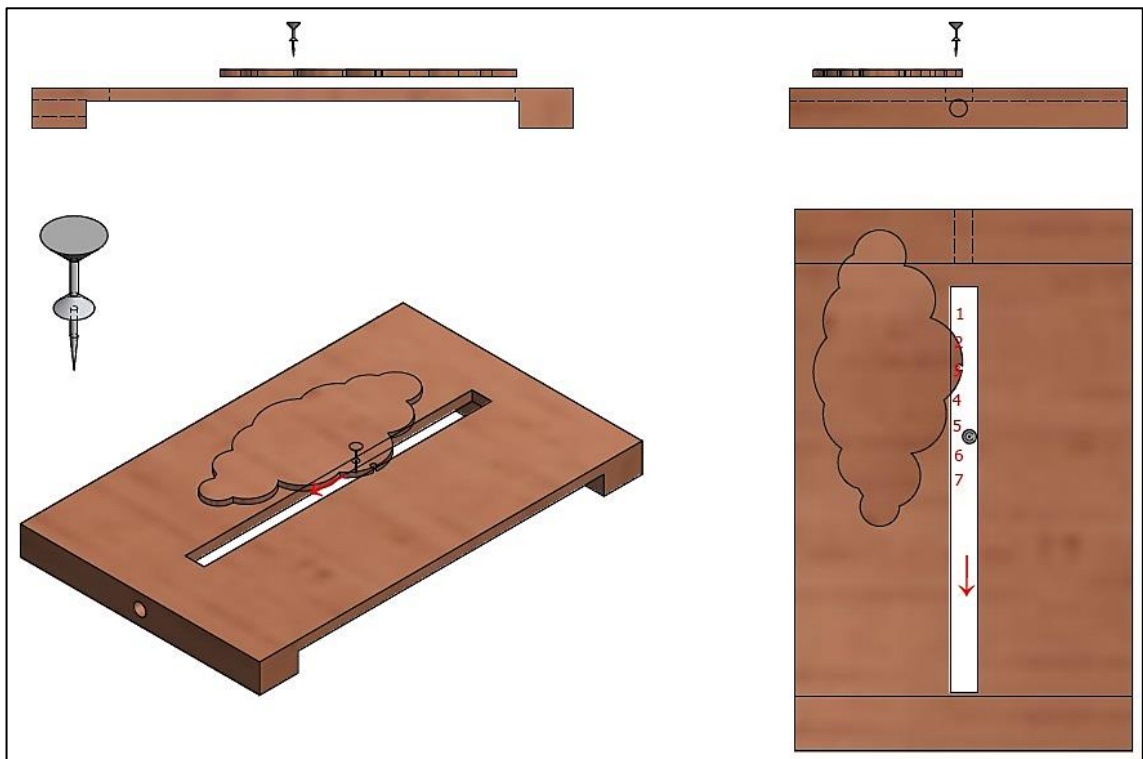
Línea de acción de la fuerza 15.



Línea de acción de la fuerza 16.

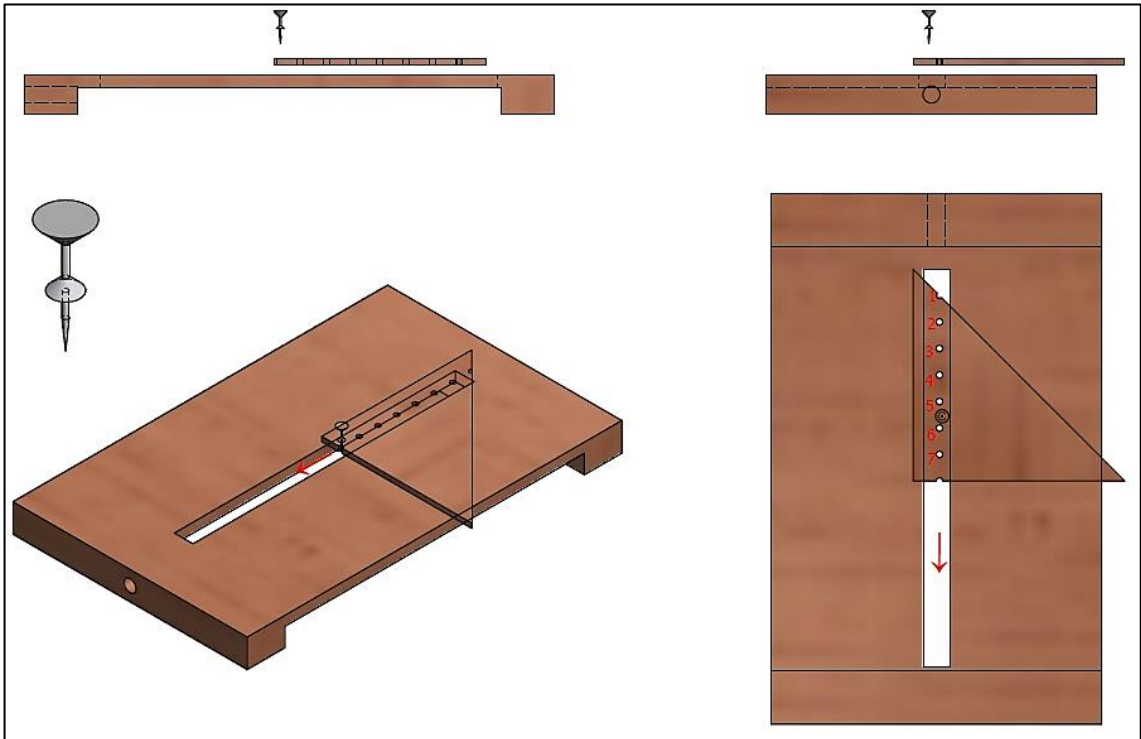


Línea de acción de la fuerza 17.

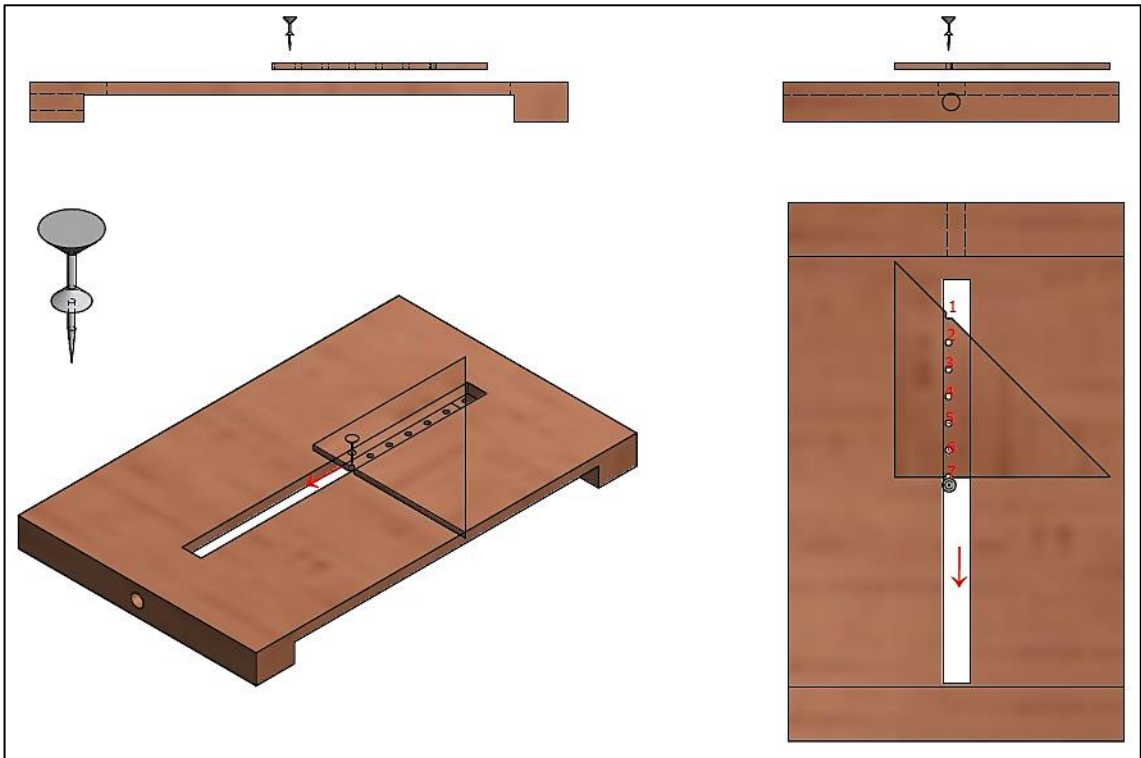


f. Para el caso del triángulo rectángulo.

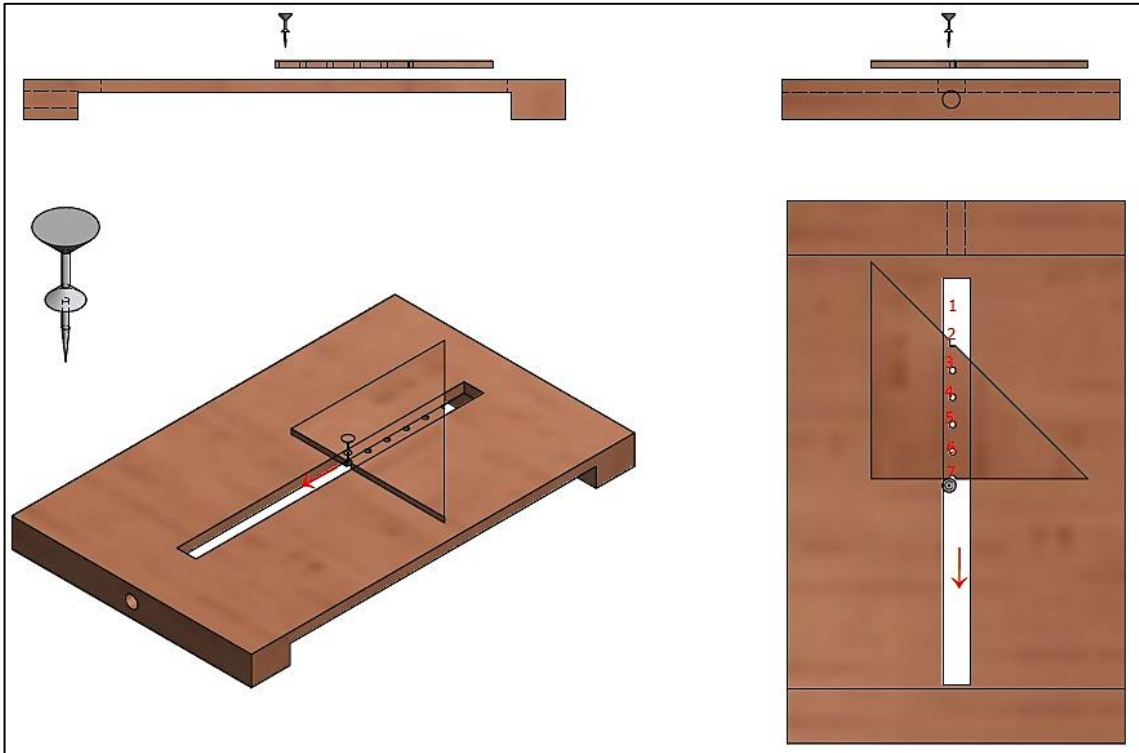
Línea de acción de fuerza 1.



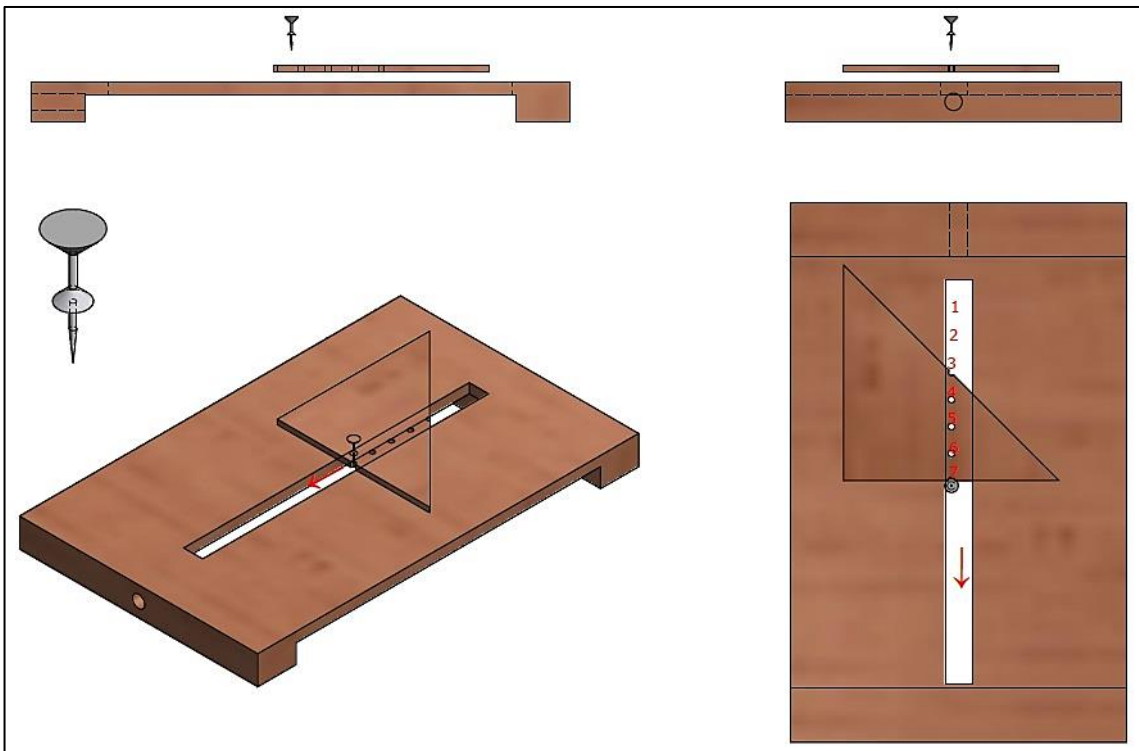
Línea de acción de fuerza 2.



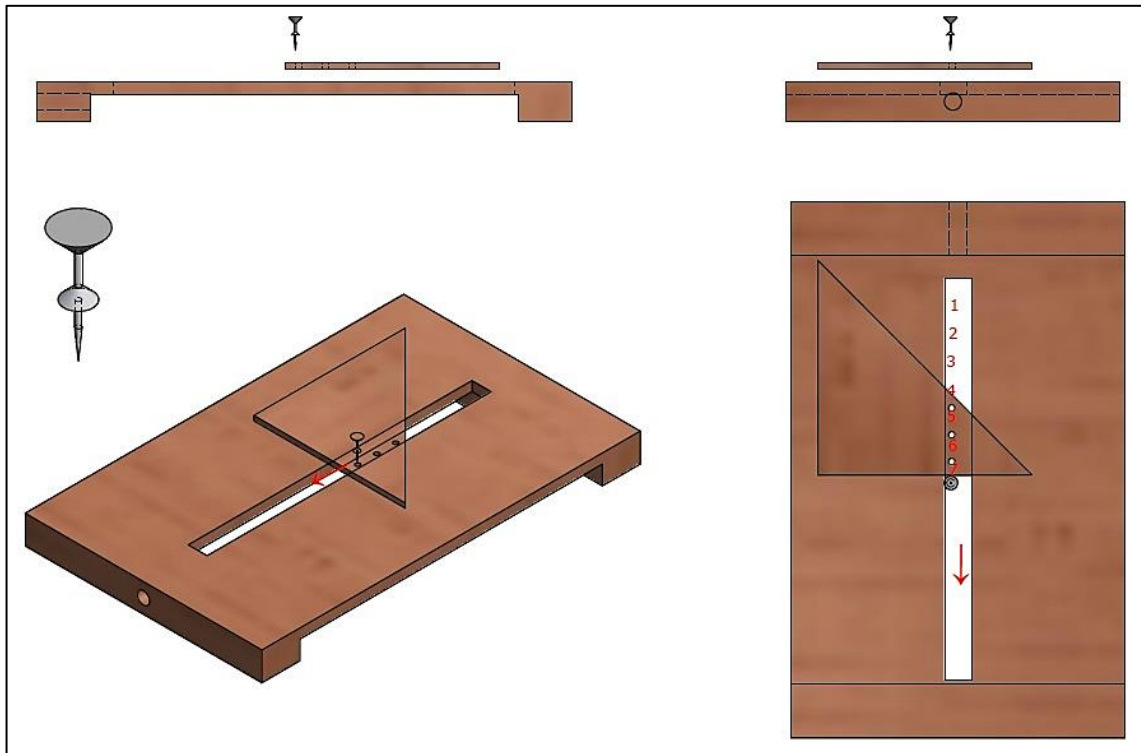
Línea de acción de la fuerza 3.



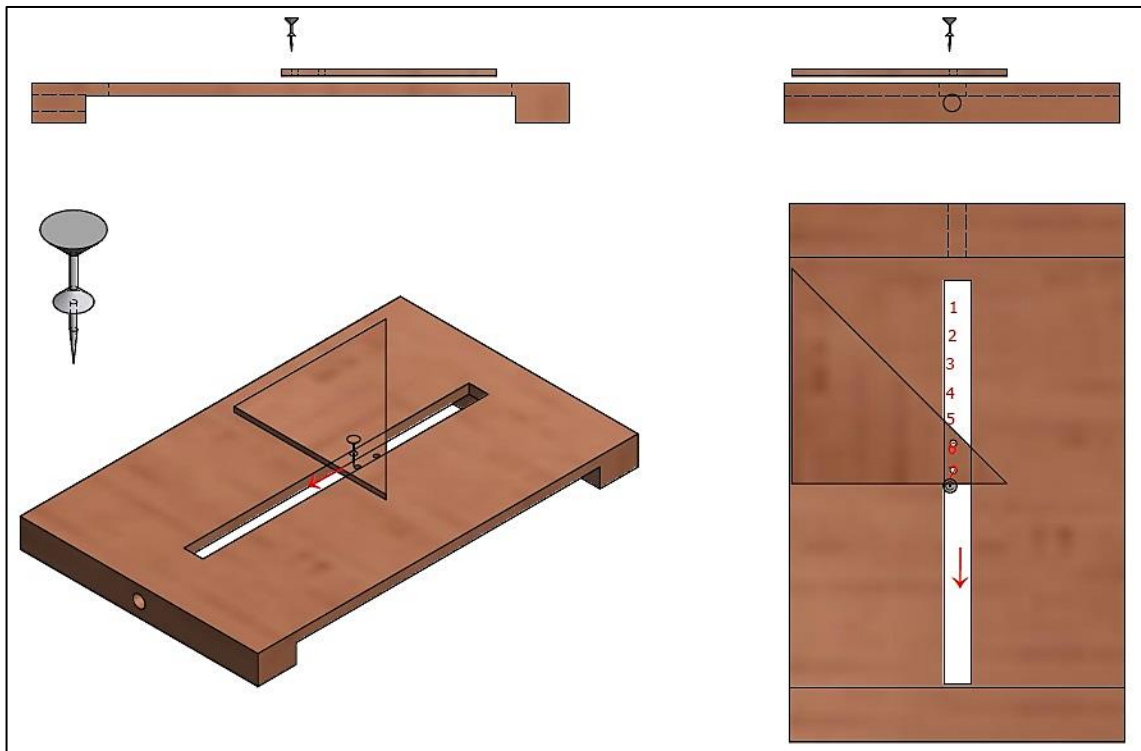
Línea de la acción de la fuerza 4.



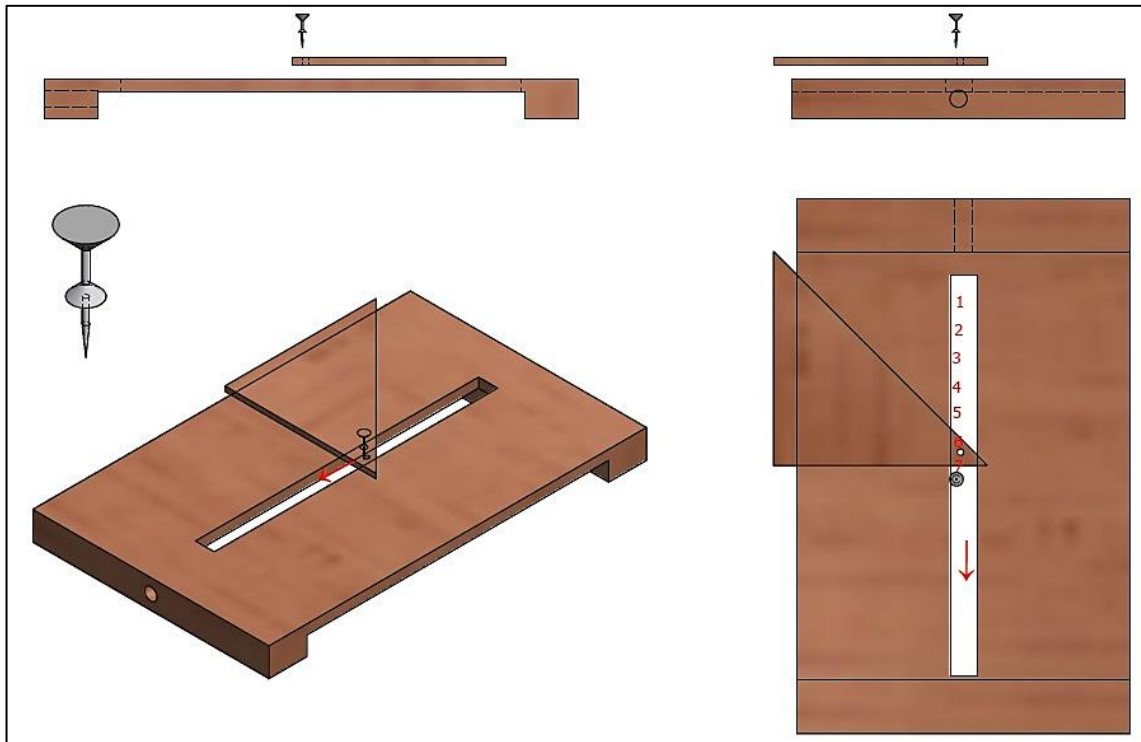
Línea de acción de la fuerza 5.



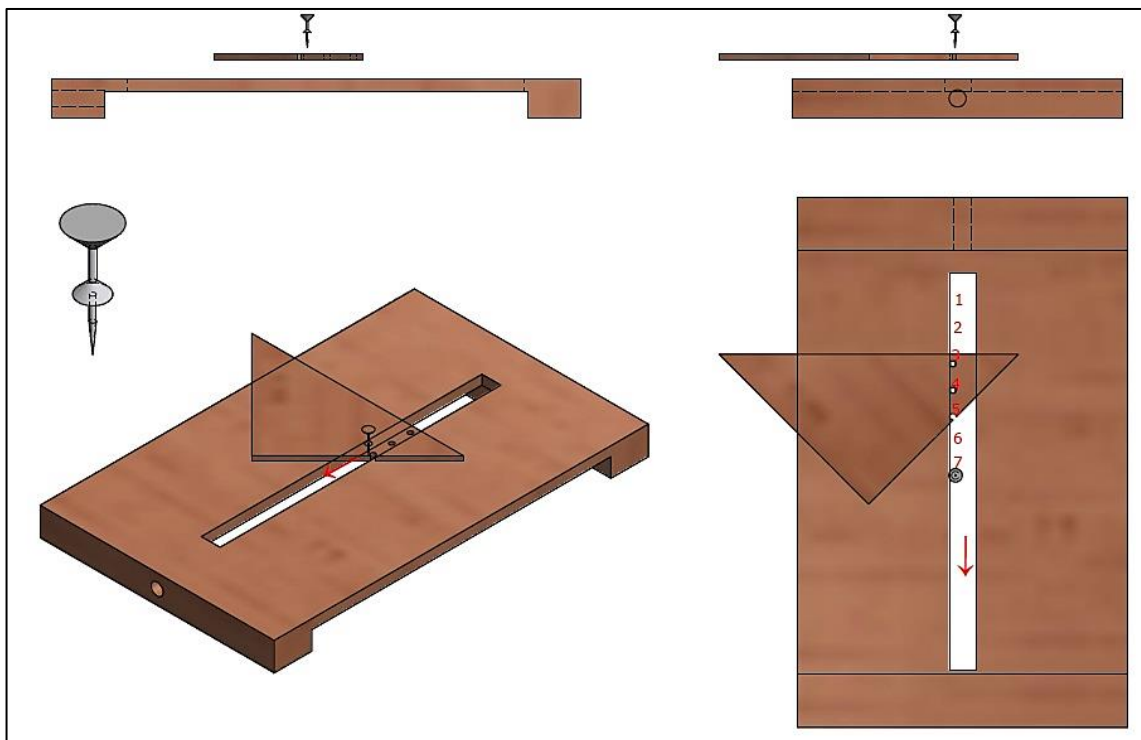
Línea de acción de la fuerza 6.



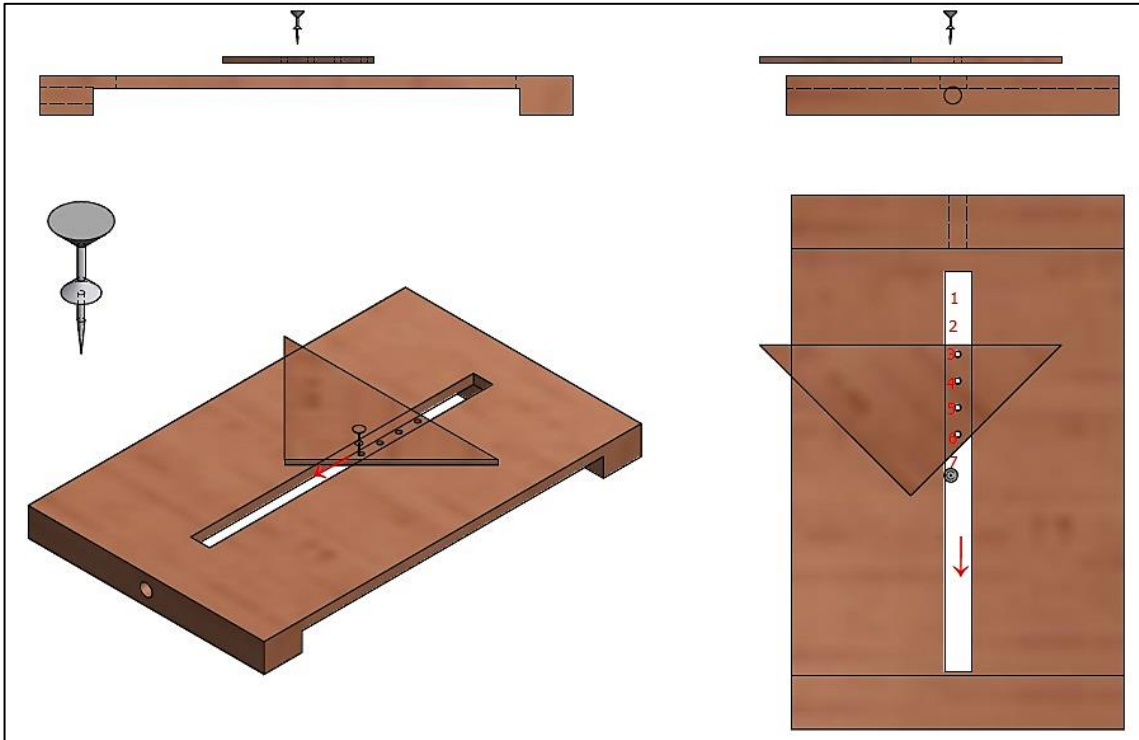
Línea de acción de la fuerza 7.



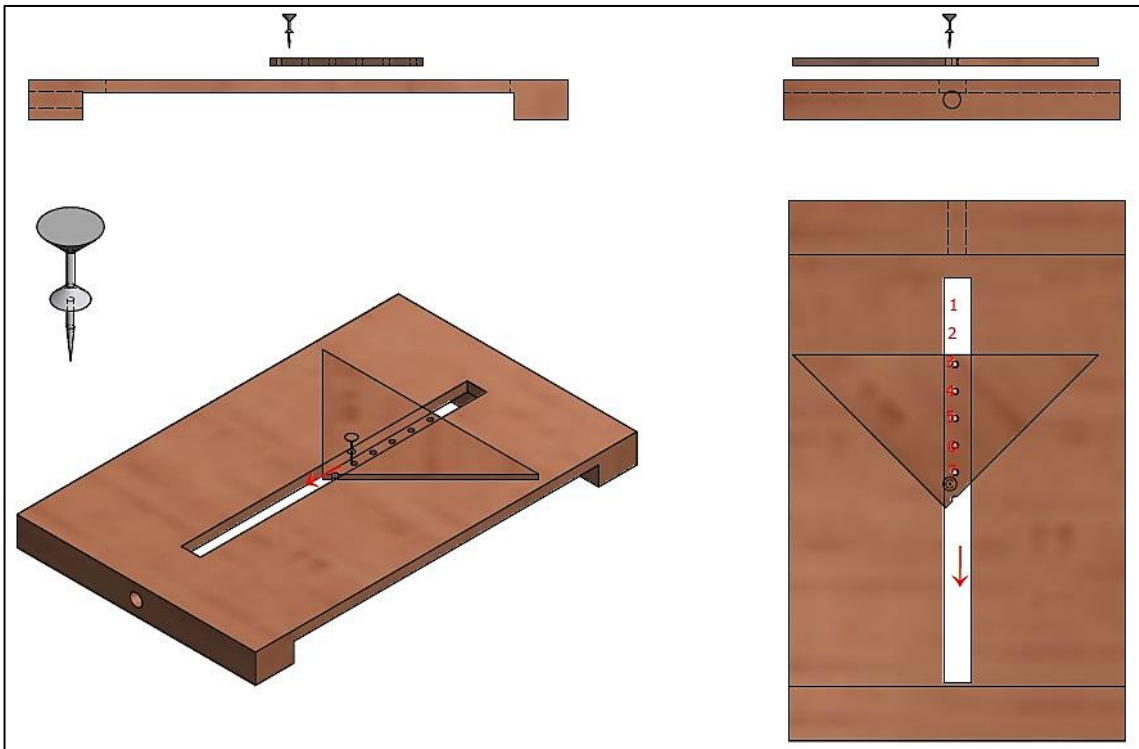
Línea de acción de la fuerza 8.



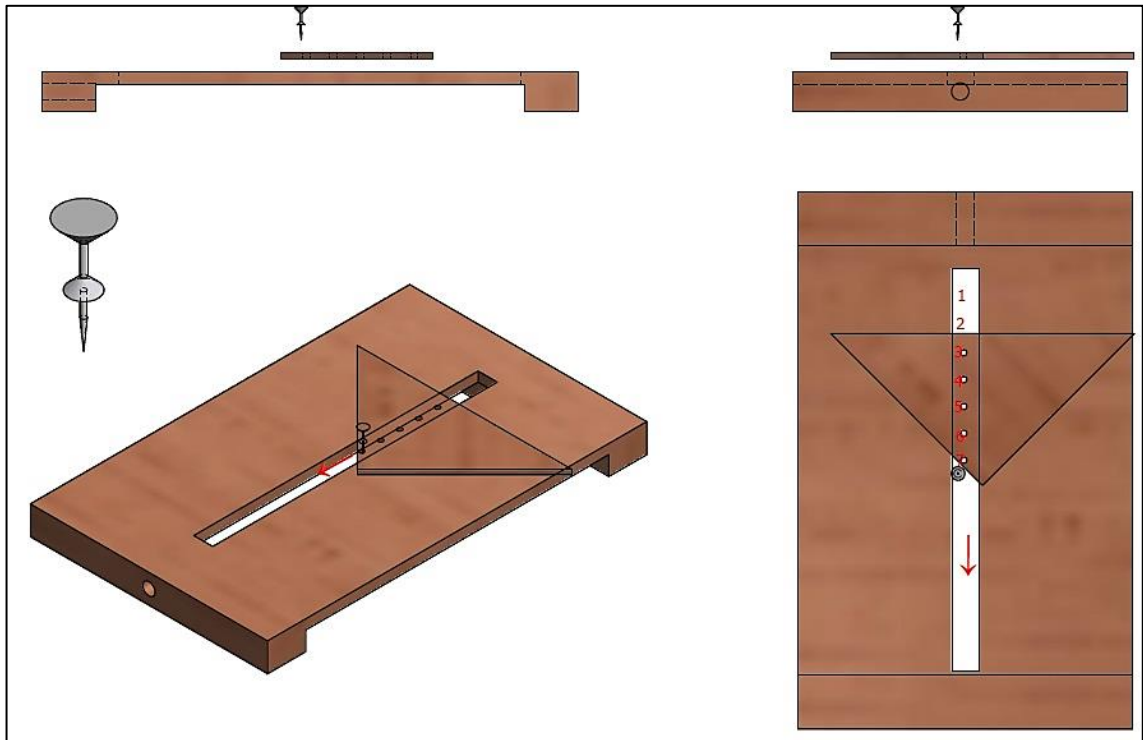
Línea de acción de la fuerza 9.



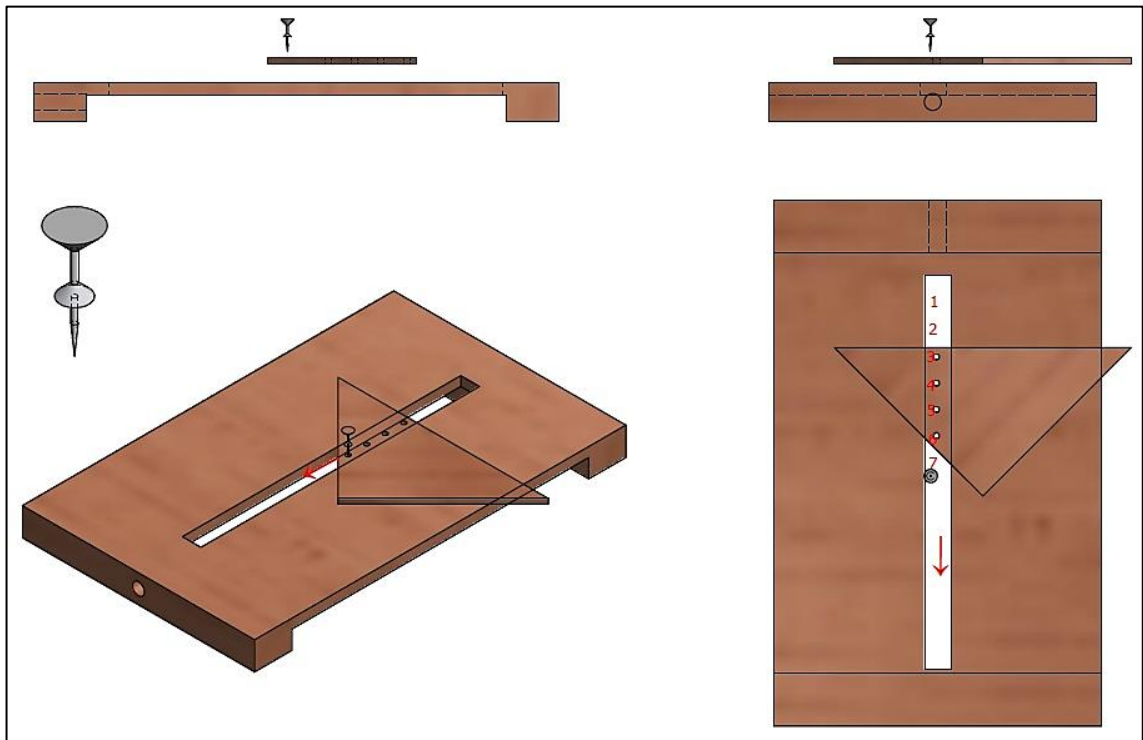
Línea de acción de la fuerza 10.



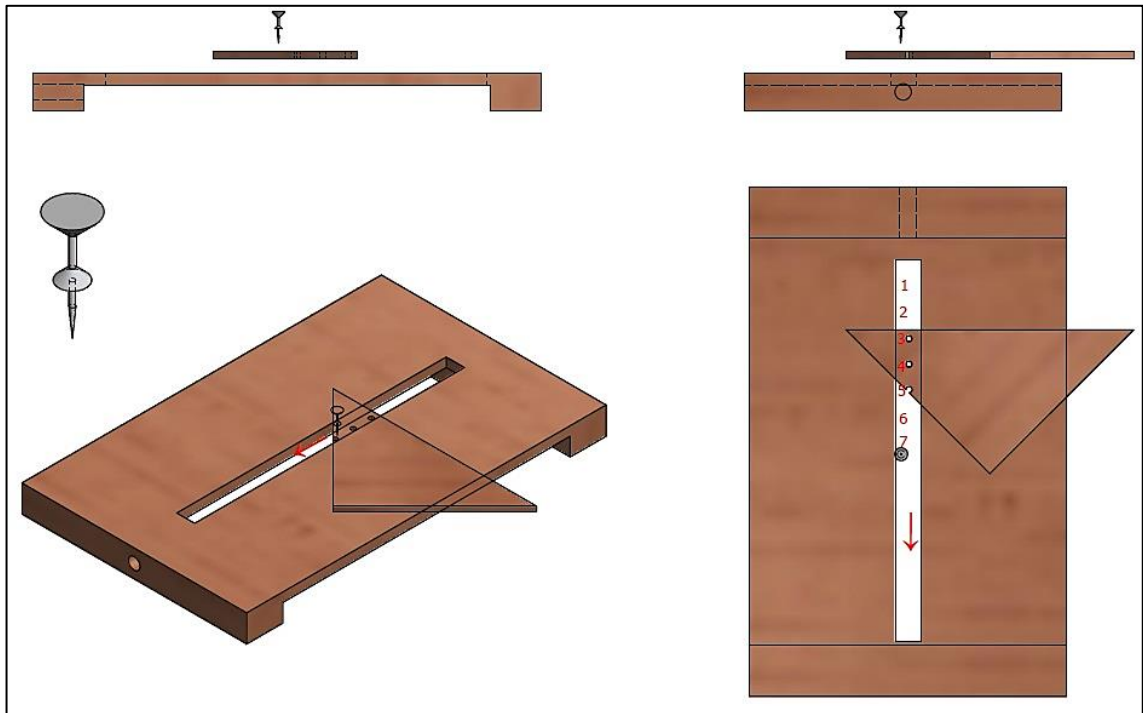
Línea de acción de la fuerza 11.



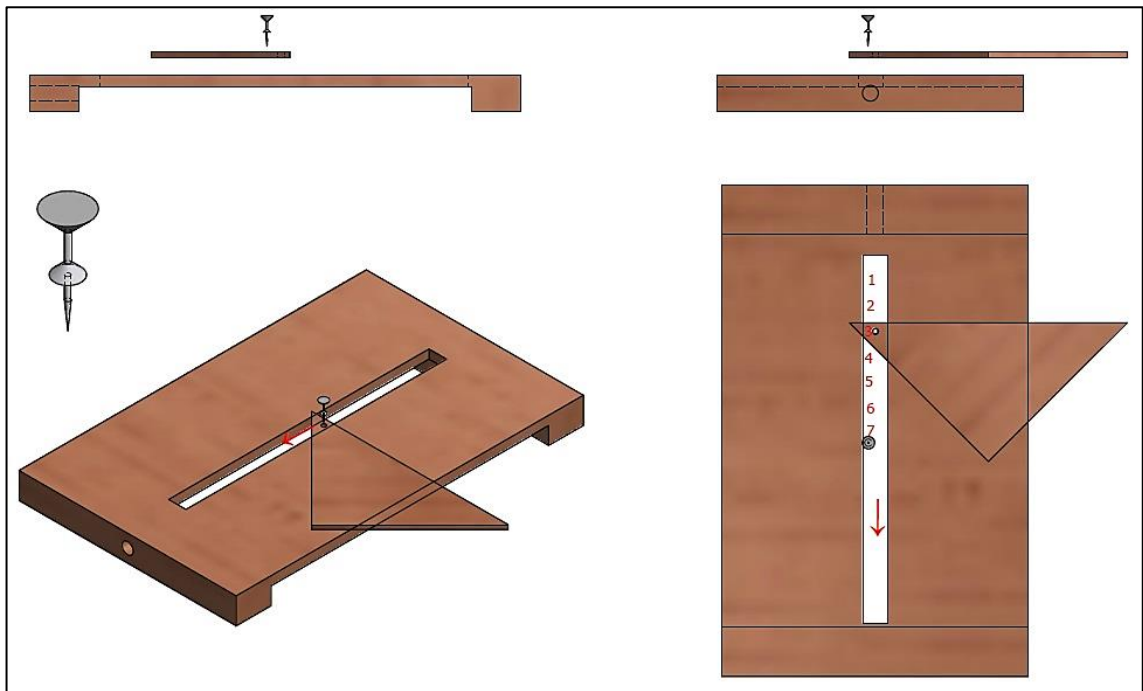
Línea de acción de la fuerza 12.



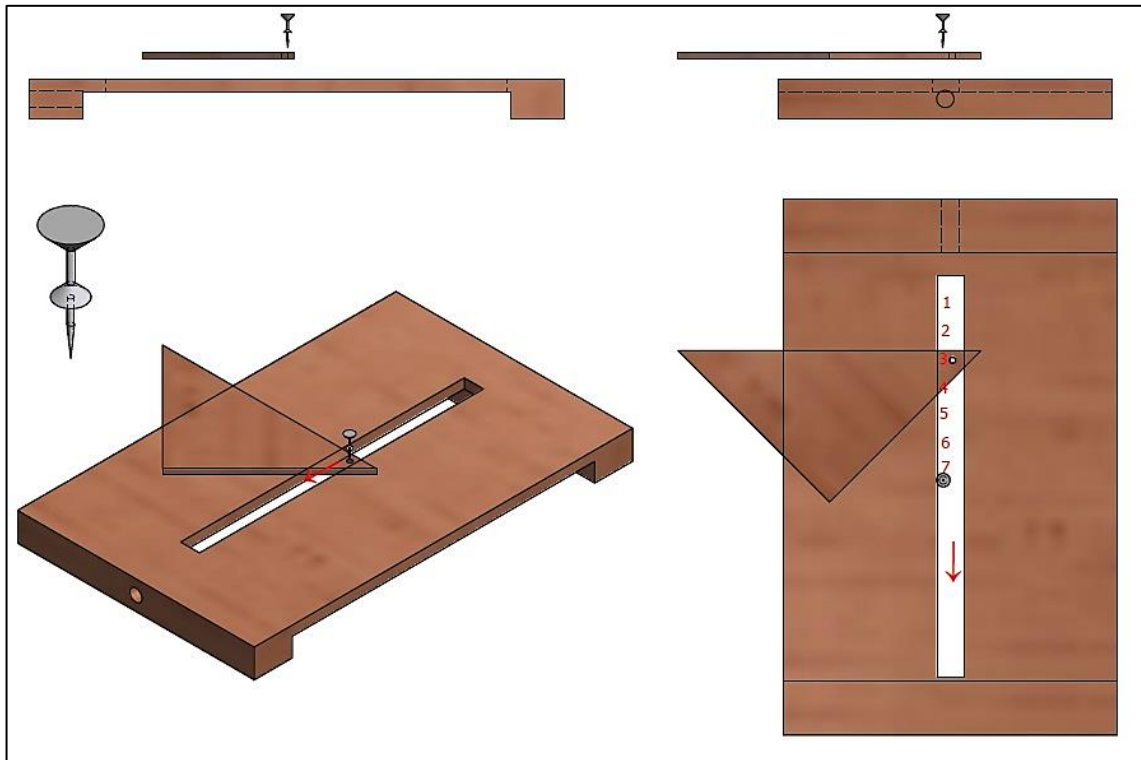
Línea de acción de la fuerza 13.



Línea de acción de la fuerza 14.



Línea de acción de la fuerza 15.



Nota para el docente: se muestra la ilustración con cada una de las figuras, pero en el caso del círculo, el cuadrilátero y el hexágono solo se muestra un lado; ya que todos sus lados son iguales y posee una simetría central, entonces no habría diferencia en las ilustraciones. Por el contrario, en la figura en forma de mano y en la figura en forma de nube son lados son muy diferentes y por ello se muestran más ilustraciones de estas dos.

Se podría realizar el ejercicio con cada uno de los lados de las figuras y daría como resultado una matriz de agujeros, pero esto se realizará en la tercera parte de la guía de actividades. Reiterando, el fin de esta segunda parte es identificar que sucede con la fuerza a lo largo de esa línea en donde se ubican los agujeros que denominamos línea de acción de la fuerza.

Completar la siguiente tabla sobre la posición inicial-final y justificar su respuesta

Figura	¿Cuántos lados diferentes utilizo?	¿Posición inicial igual a la posición final?	¿Por qué cree que sucedió esto?
Circunferencia			
Cuadrilátero			
Hexágono			
Forma mano			
Forma nube			
Triángulo			

Paralelogramo			
Rectángulo			

Completar la tabla con la información para cada una de las figuras.

Línea de acción de la fuerza	Agujero	Posición final es igual a la posición final (Si/No)
No.1	1	
	2	
	N	
No.2	1	
	2	
	N	
No.3	1	
	2	
	N	
No.4	1	
	2	
	N	
No.5	1	
	1	
	N	
No. N.	1	

Tercera parte de la actividad de construcción del concepto de centro de masa:

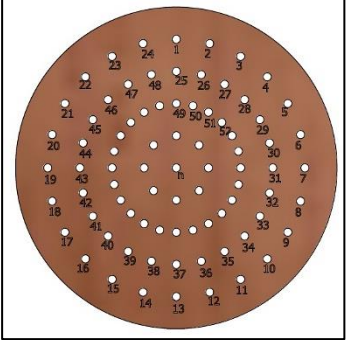
Sobre el movimiento general de las 6 figuras regulares y 2 irregulares.

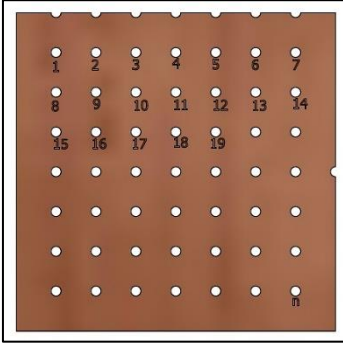
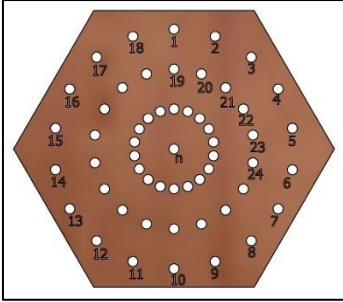
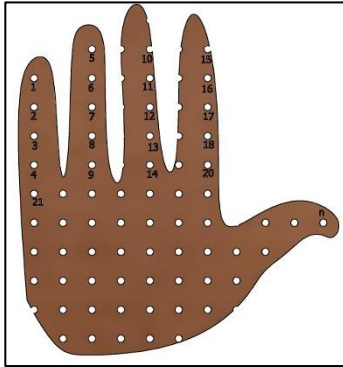
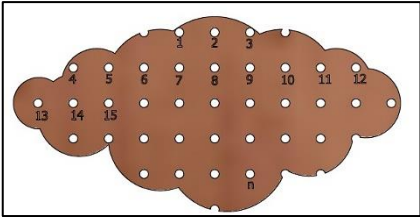
Se presenta el caso en donde se considera el movimiento de las figuras en dos categorías: la traslación, el movimiento en línea recta y la rotación, un movimiento en donde se describe una curva. Un tercer caso es cuando existe traslación y rotación que denominamos movimiento general.

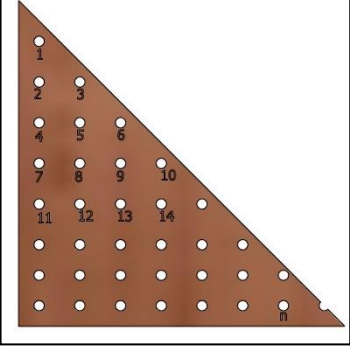
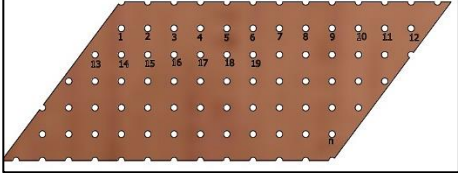
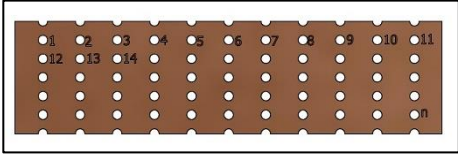
Teniendo el numeral anterior se realizan perforaciones en toda la superficie de las figuras y se vuelve a ejercer fuerza utilizando la tachuela y la cuerda para observar y luego describir el movimiento de las figuras utilizar la forma de cantidad de rotación más la cantidad de traslación. Para el caso de la figura en forma de mano y de la figura en forma nube se dibujan líneas perpendiculares entre sí y no perpendiculares a lados irregulares.

Nota para el docente: para esta parte se sugiere realizar los agujeros en la superficie de las figuras utilizando las líneas (de acción de la fuerza) de la segunda parte, omitiendo (cubriendo con cinta) las líneas que pasan por el centro geométrico; para que el estudiante posiblemente encuentre una regularidad en cuando se aplica la fuerza en la cuerda unida a la tachuela que esta insertada en el agujero. Lo que puede encontrar el estudiante es que el centro de masa no coincide con el centro geométrico y/o que cuando se aplica una fuerza en otra línea que no pasa por el centro de masa se presentación una rotación de la figura.

1. Se realizan agujeros en lugares diferentes como se muestra en la imagen a continuación.

Figura	¿Cuántos agujeros perforo?	¿Están en un lugar diferentes a los agujeros realizados anteriormente?	Enumero los agujeros. Si/No.
			

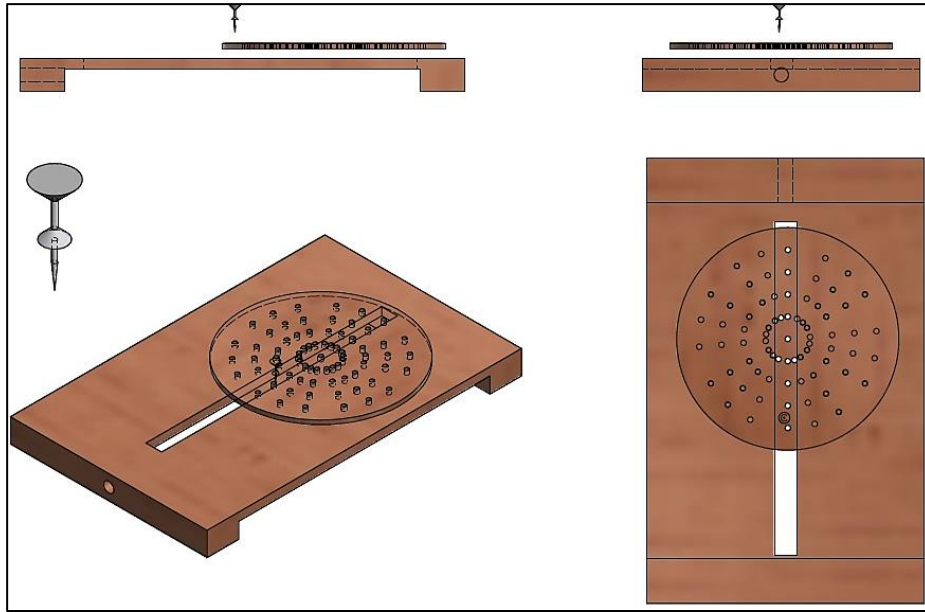
			
			
			

Nota para el

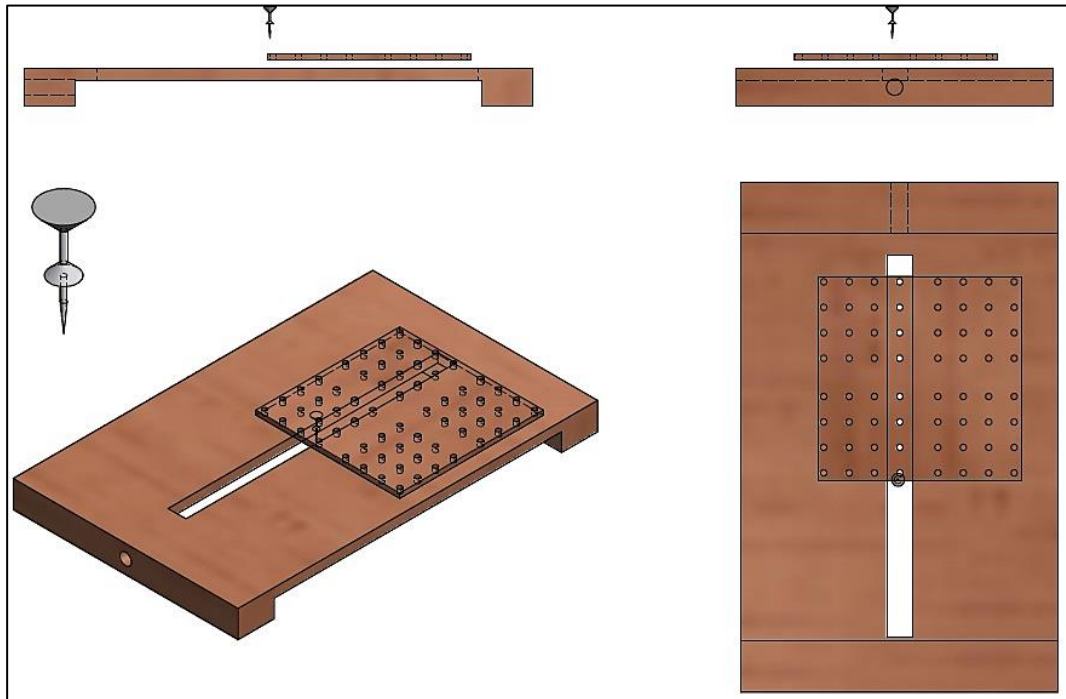
docente: en este procedimiento se supone que cuando aplico la fuerza en algunos agujeros la figura se traslada, es decir, que su movimiento es en línea recta. Se sugiere aclararle al estudiante que las ilustraciones no representan un caso totalmente real de la situación.

2. Se ubican cada una de las figuras sobre el soporte y se jalan utilizando la tachuela y la cuerda. Se presentan los siguientes gráficos sobre la situación mencionada.

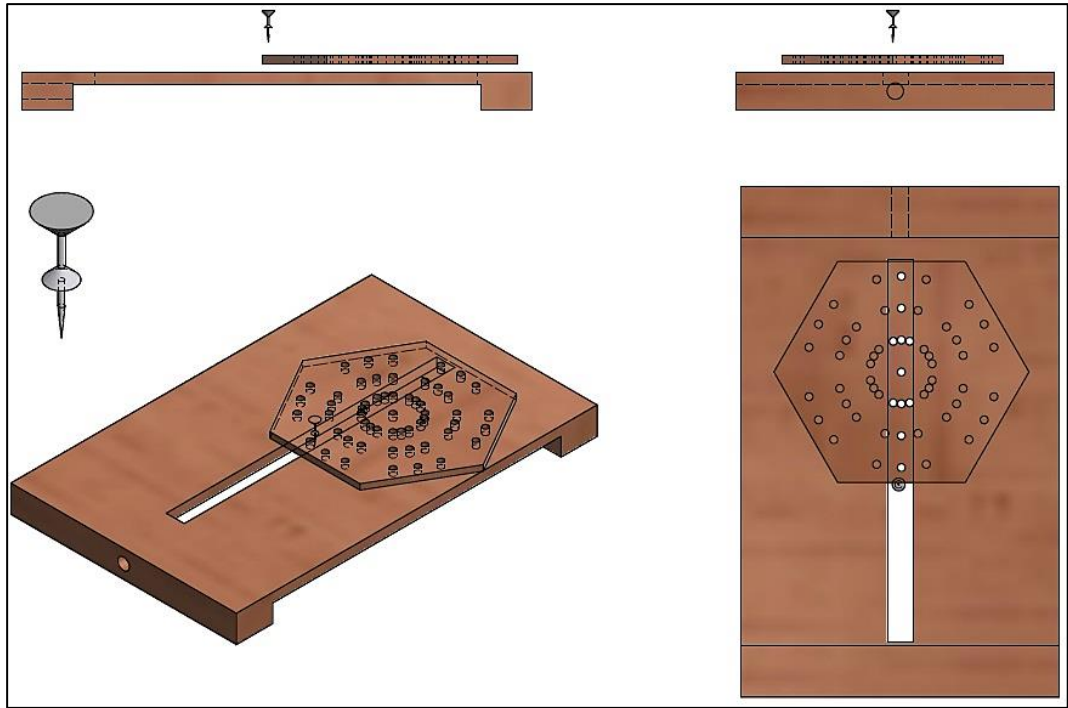
a. Para el caso de la círculo.



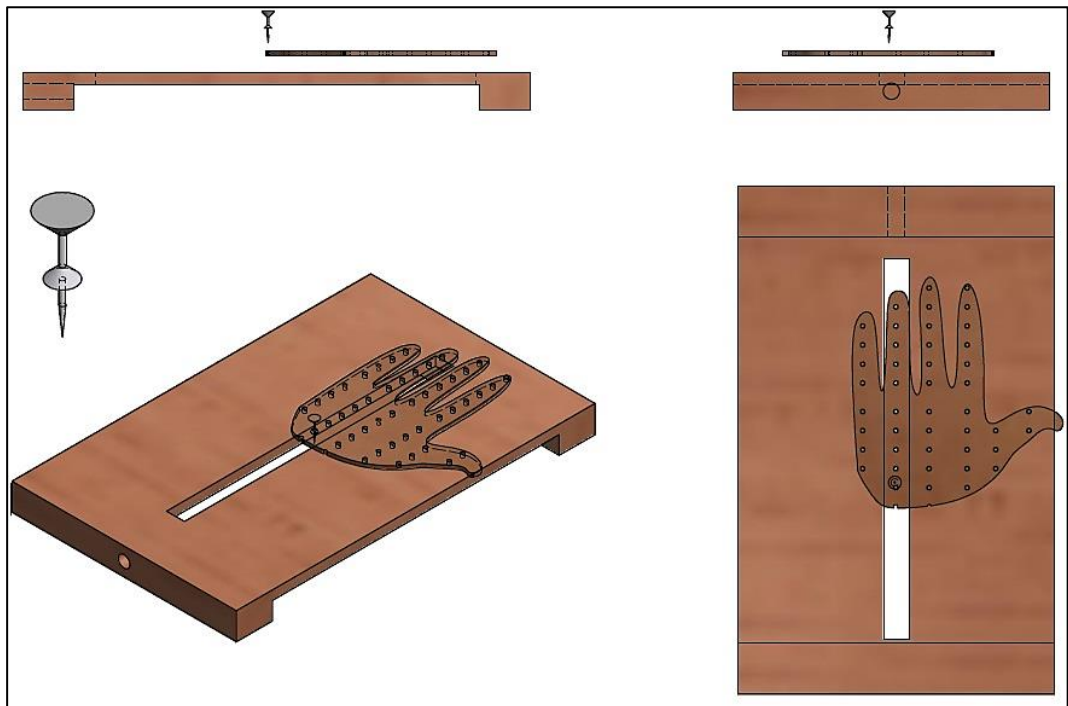
b. Para el caso del cuadrilátero.



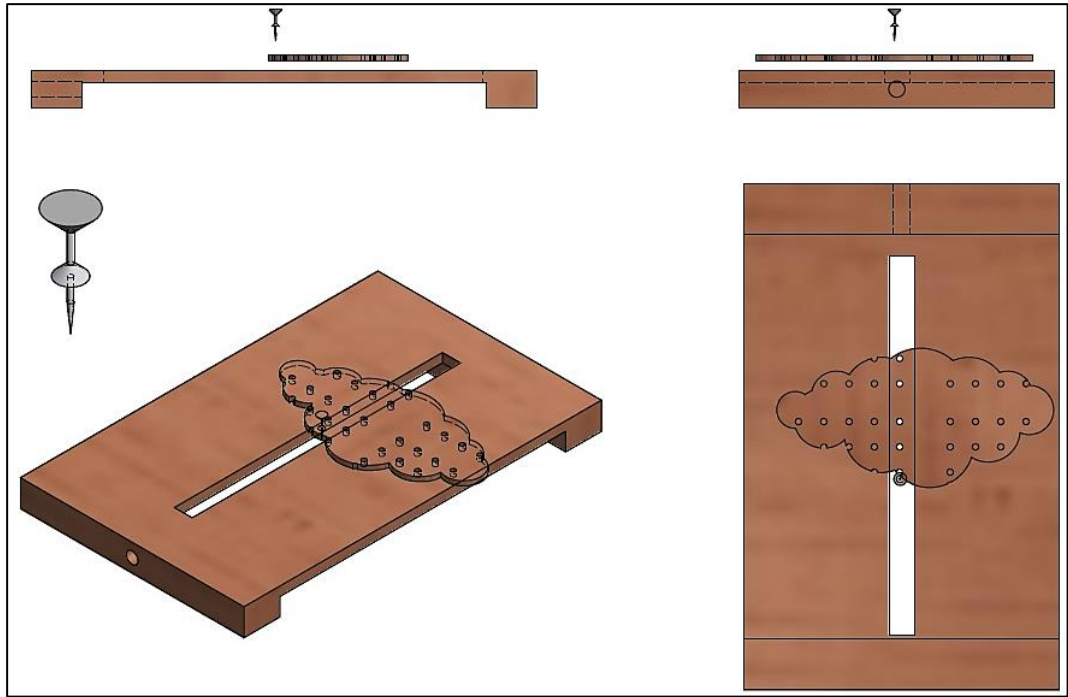
c. Para el caso del hexágono.



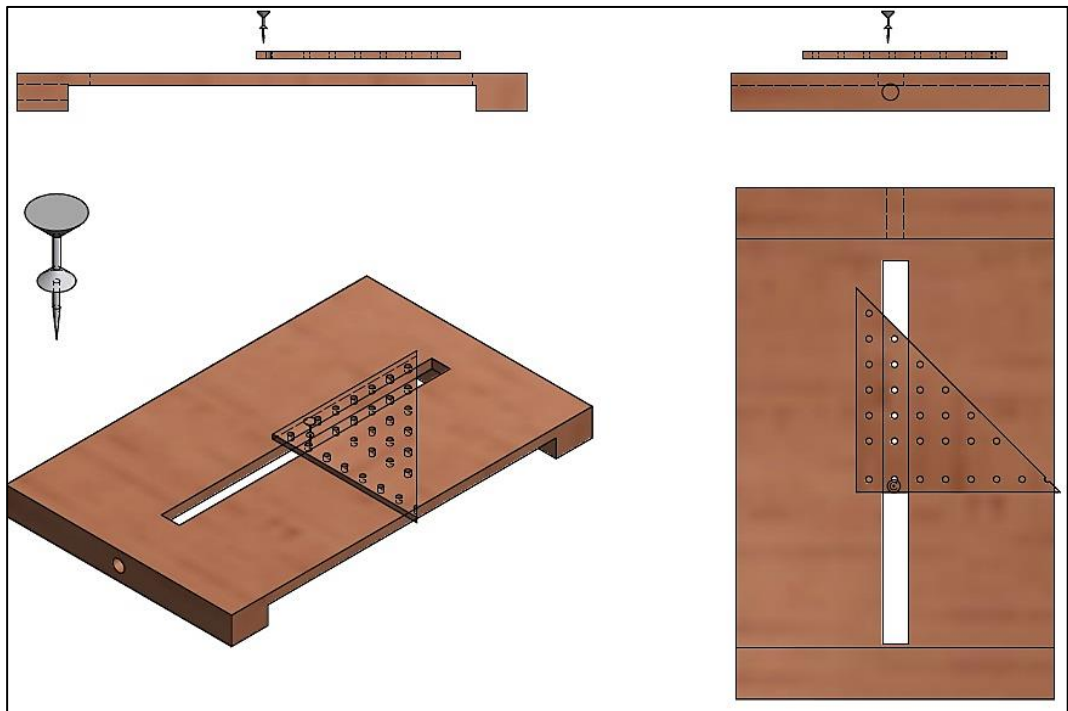
d. Para el caso de la figura en forma de mano.



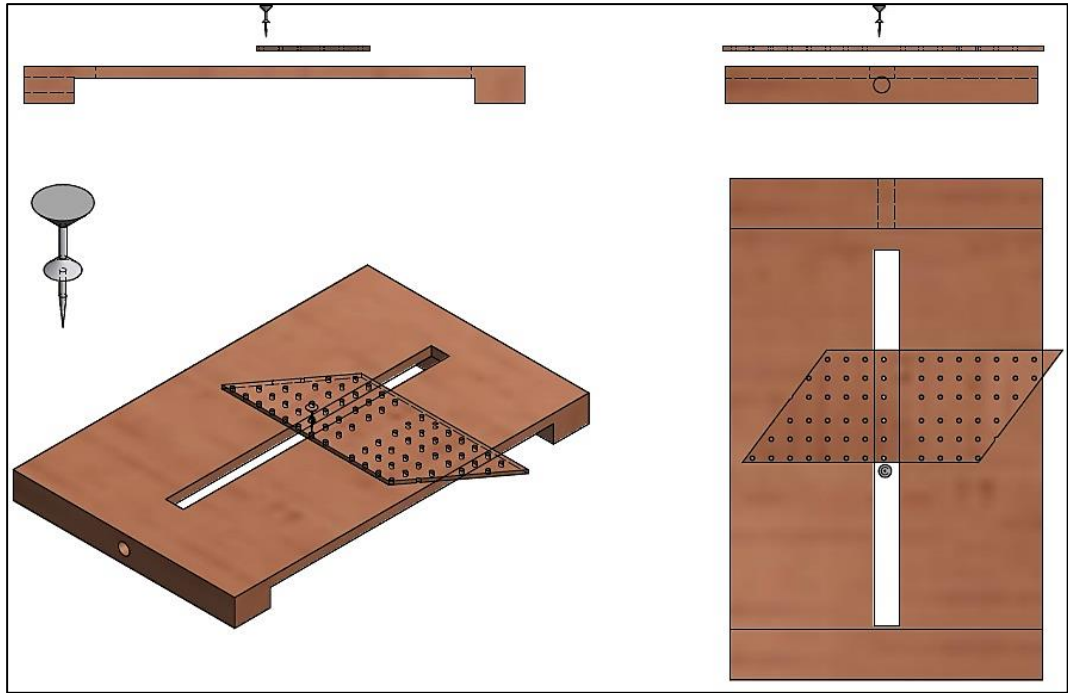
e. Para el caso de la figura en forma de nube.



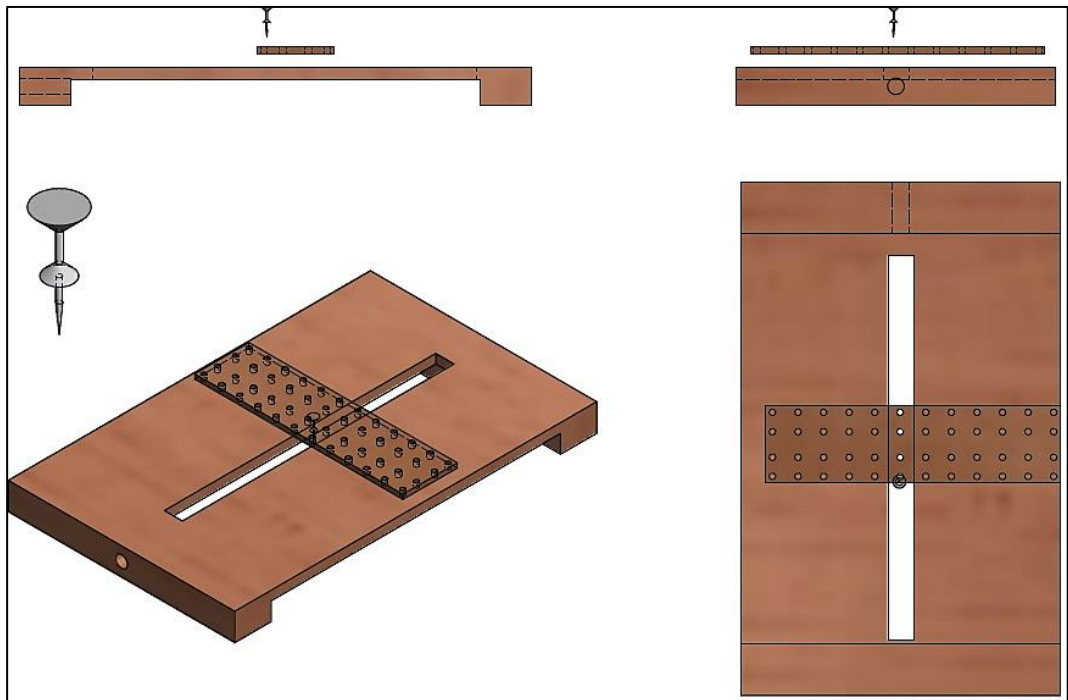
f. Para del triángulo rectángulo.



g. Para el caso del paralelogramo.



h. Para el caso del rectángulo.



Completar la siguiente tabla sobre la posición inicial-final en donde se indica la ubicación de agujero, la numeración del agujero como mejor le parezca e indicar si la posición inicial de la figura es igual a la posición final.

Figura	Ubicación del agujero. Izquierda inferior/ izquierda superior/ derecha inferior...	Número del agujero. (1,2,3...n); (a, b, c, d...a1, an.)	¿Posición inicial igual a la posición final? Si/No.
Circunferencia			
Cuadrilátero			
Hexágono			
Forma mano			
Forma nube			
Triángulo			
Paralelogramo			
Rectángulo			

Nota: sobre los huecos en la misma línea utilice las gráficas del numeral 7.

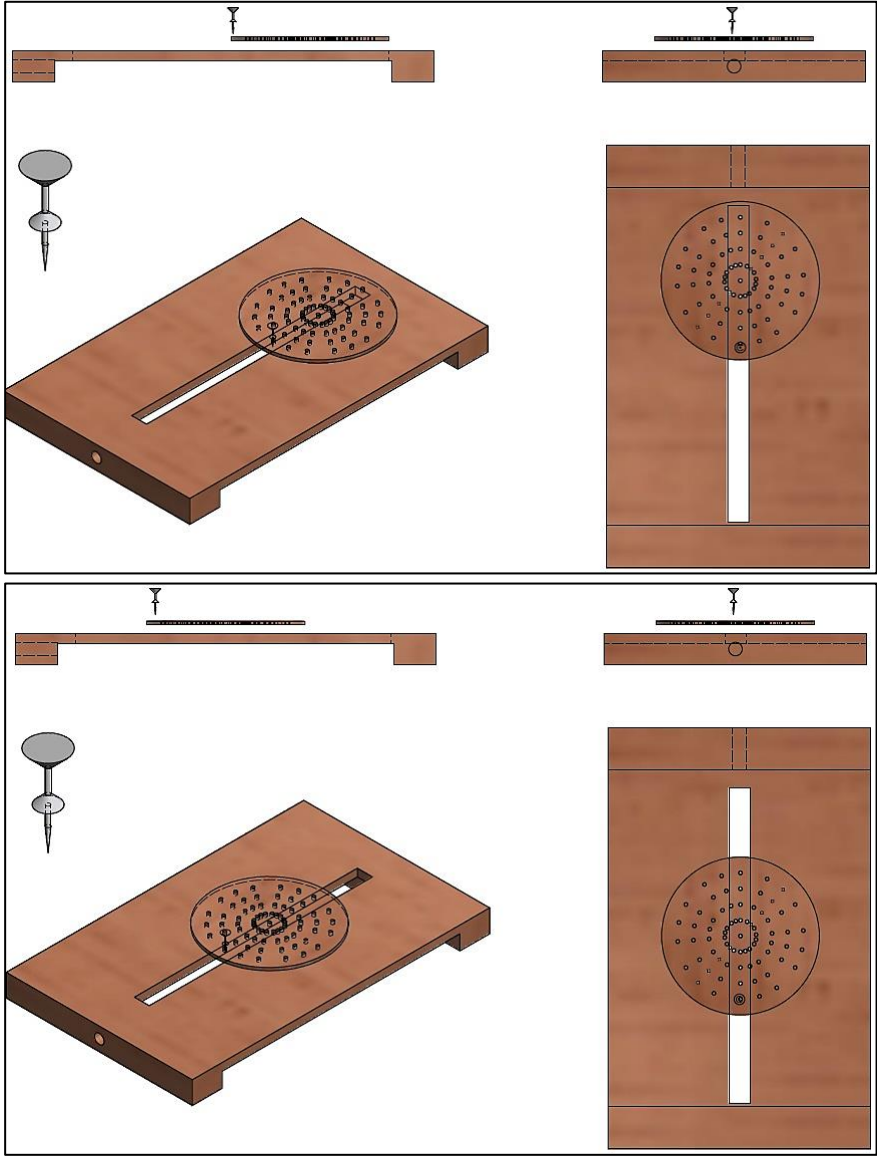
Completar la siguiente tabla la trayectoria que realiza cada uno de los puntos (huecos en cada figura) que están en la misma línea de cada figura y sobre la fuerza que realizo para jalar la figura utilizando los huecos que están en la misma línea.

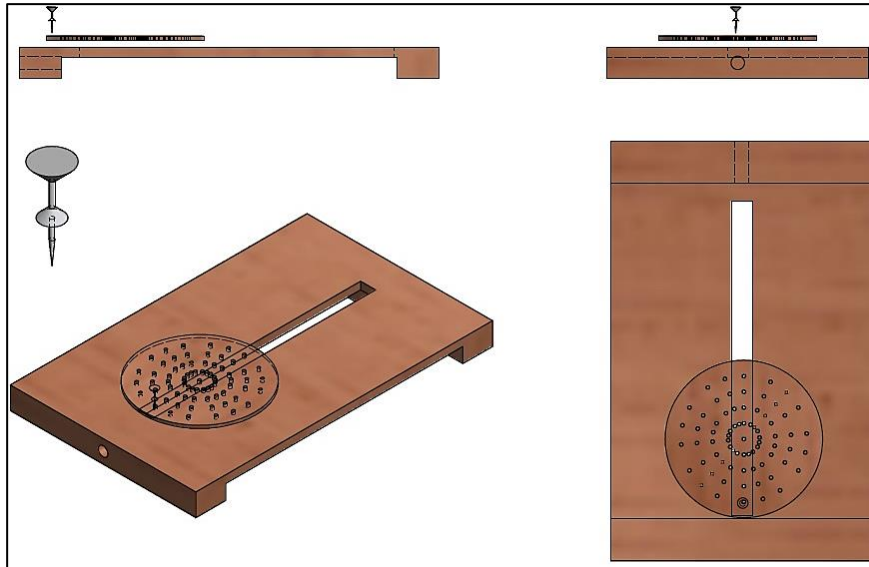
Figura	¿Cómo describiría la trayectoria de cada uno de los huecos que están en la misma línea?	¿Cómo describiría la fuerza que aplico para jalar en los puntos que están en misma línea?
Circunferencia		
Cuadrilátero		
Hexágono		
Forma mano		
Forma nube		
Triángulo		
Paralelogramo		
Rectángulo		

Nota para el docente: en este procedimiento se supone que cuando aplica la fuerza en algunos agujeros la figura tiene una rotación, es decir, que su movimiento es curvo o diferente a una línea recta. Se sugiere aclararle al estudiante que las ilustraciones no representan un caso totalmente real de la situación.

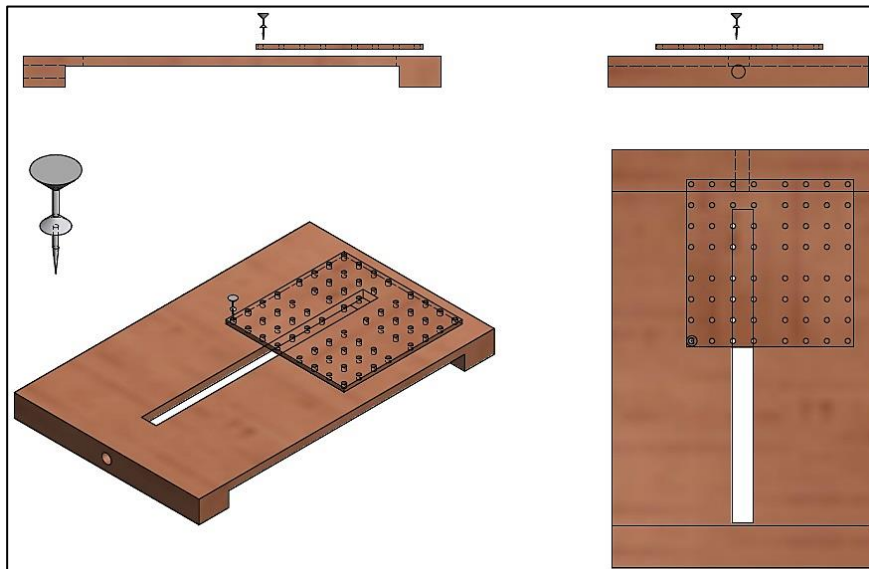
3. Se muestra la posible trayectoria cuando se jala la tachuela que esta incrustada en uno de los agujeros de cada una de las figuras.

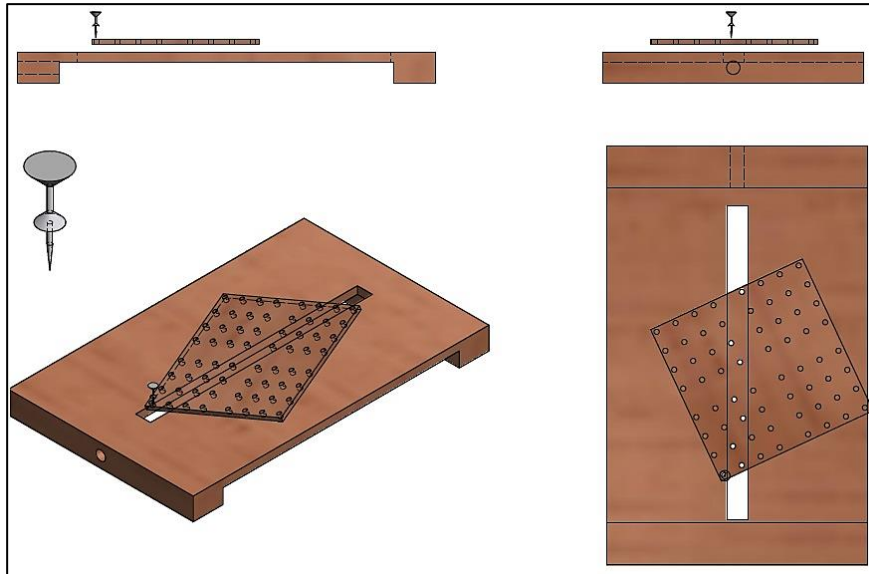
a. Para el caso de la circunferencia.



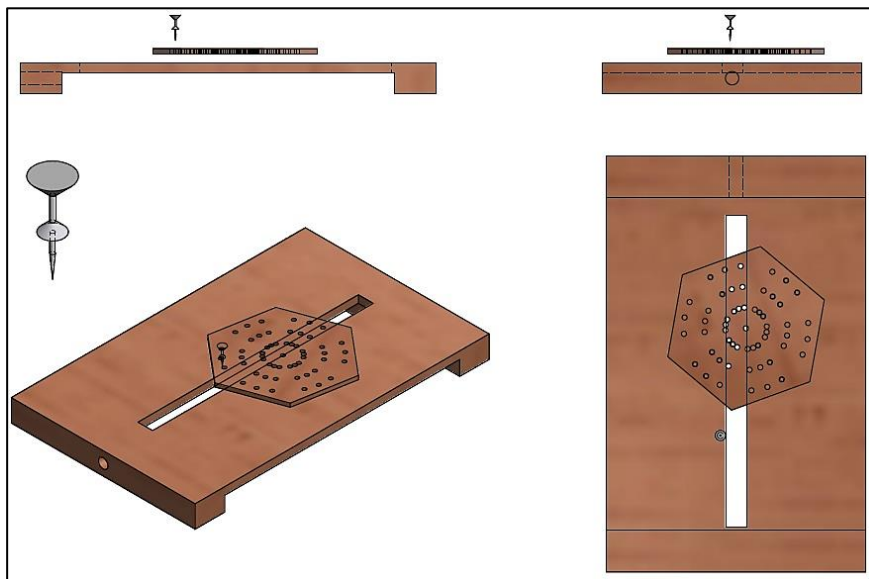
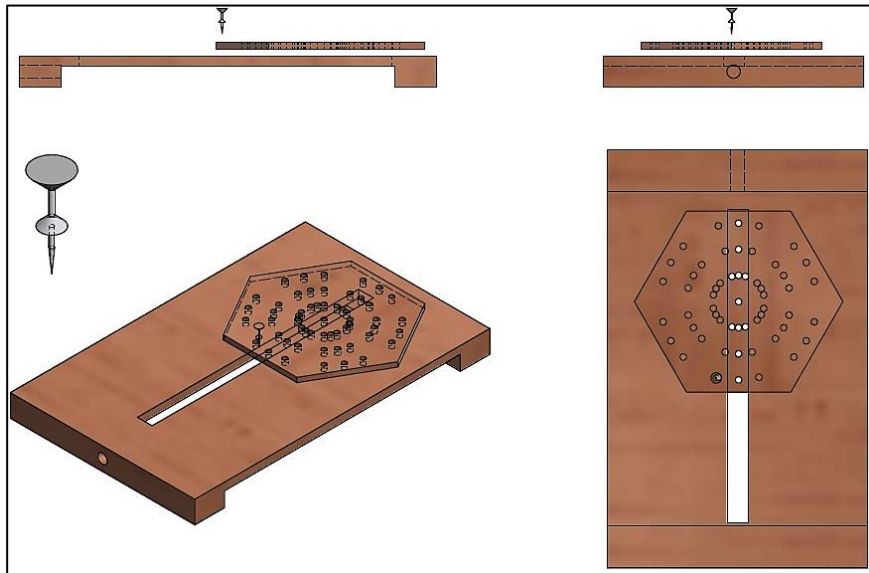


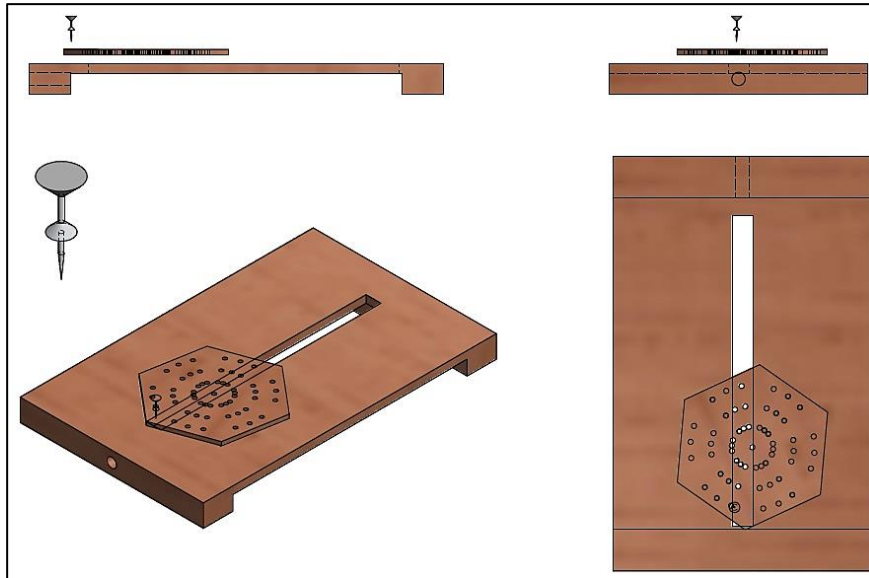
b. Para el caso del cuadrilátero.



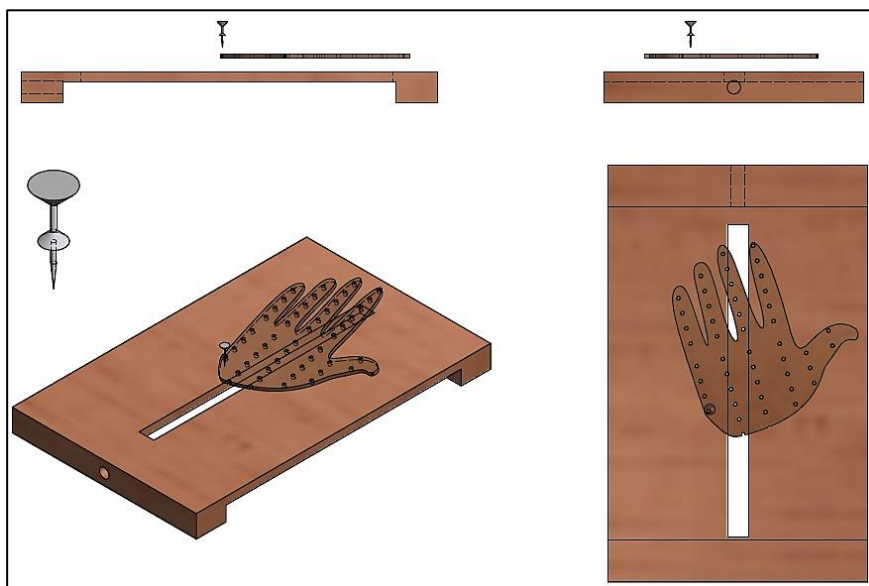
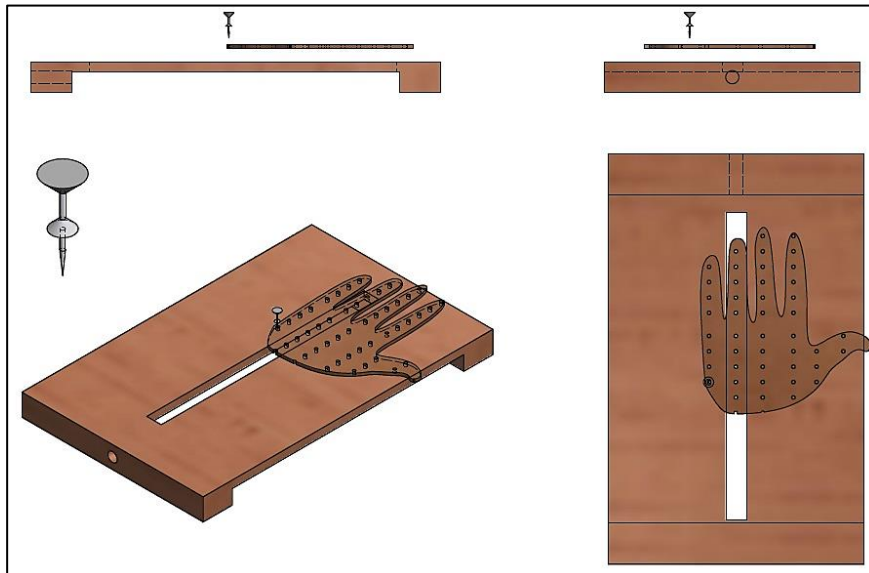


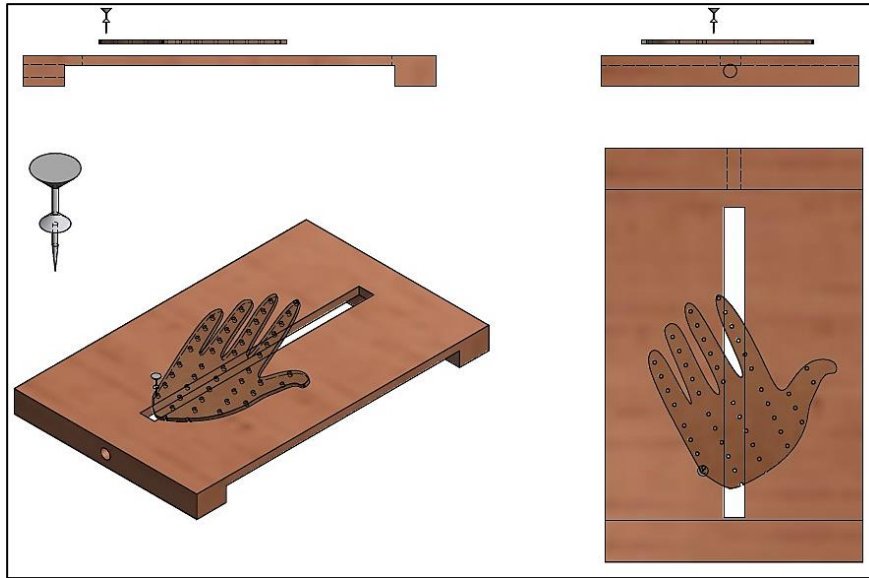
c. Para el caso del hexágono.



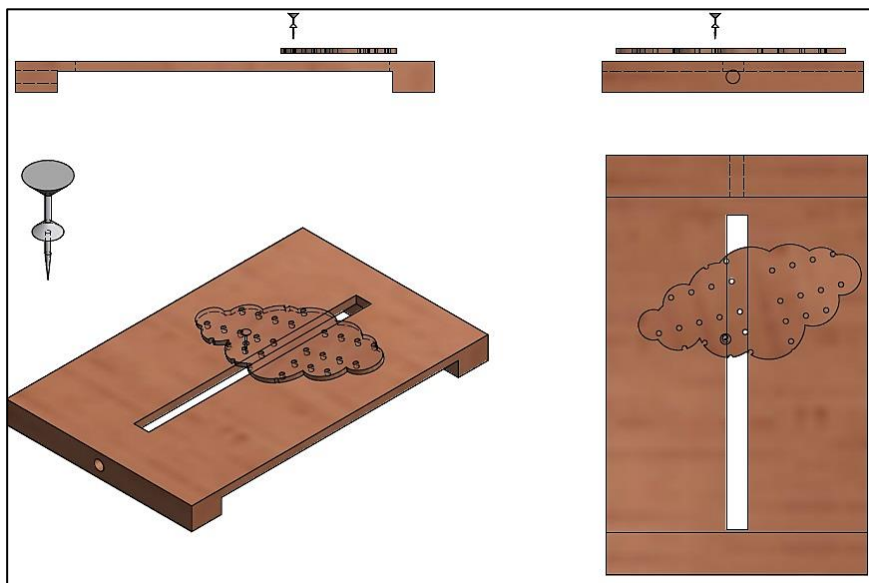
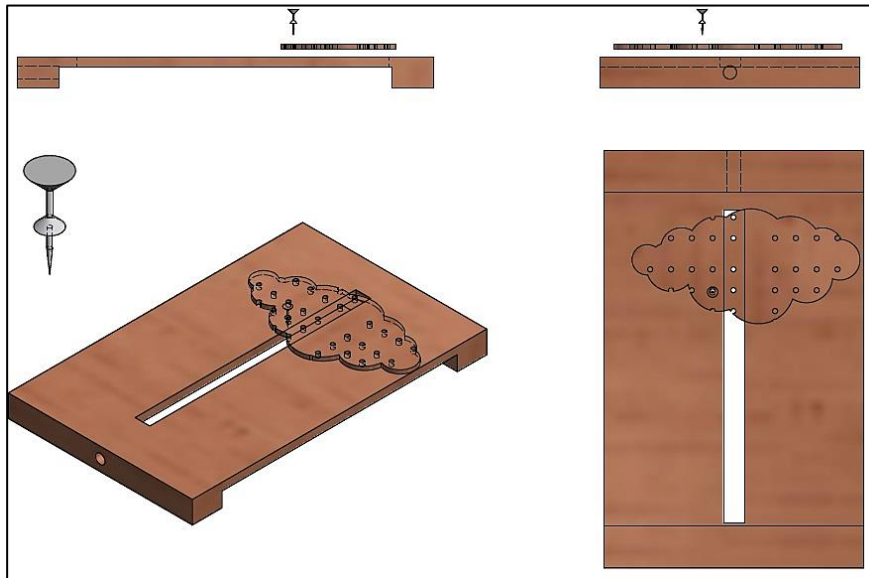


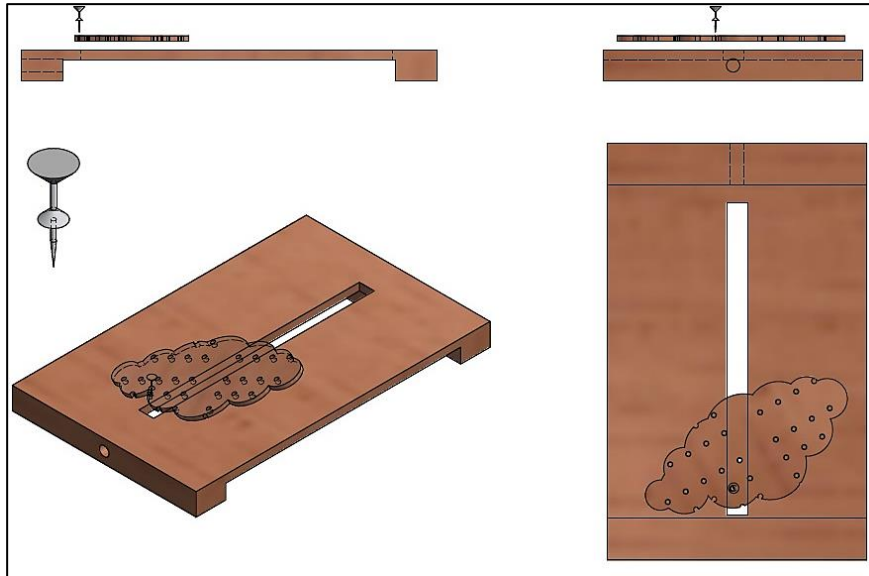
d. Para el caso de la figura en forma de mano.



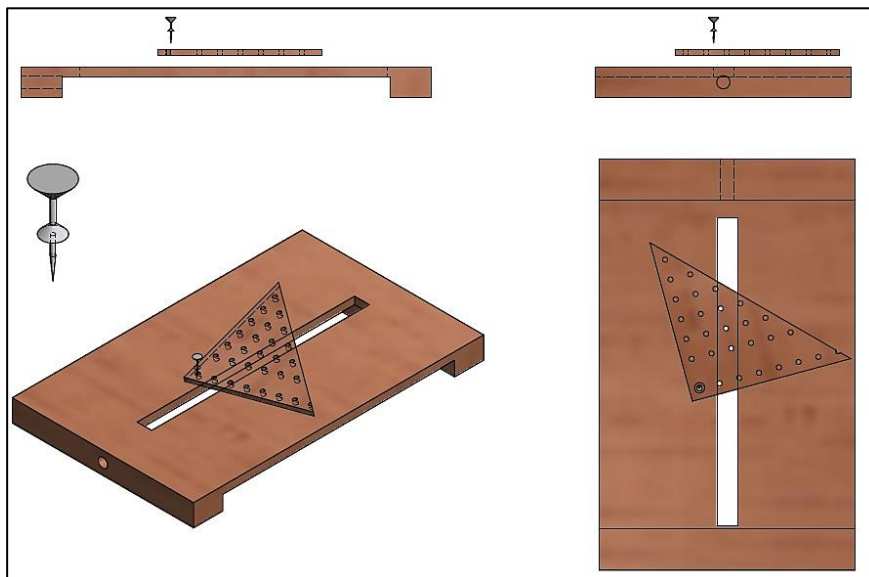
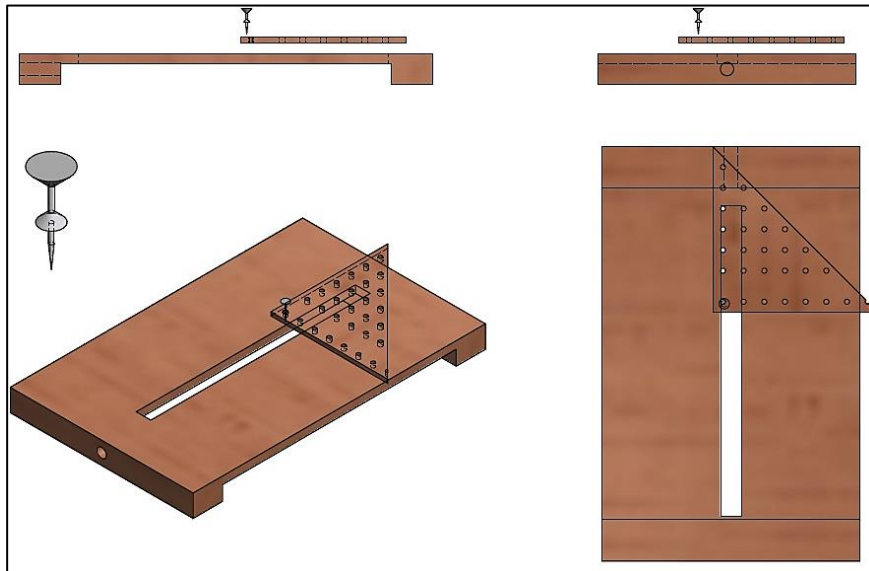


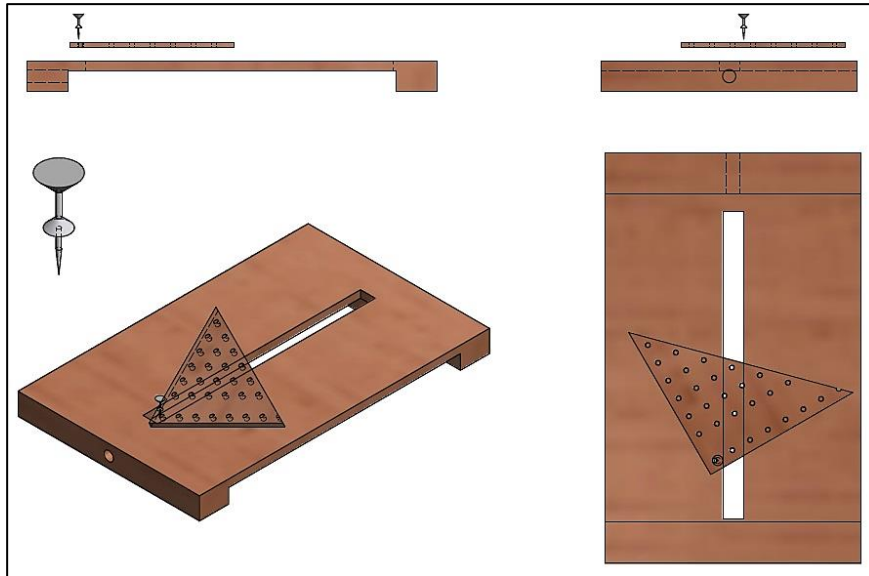
e. Para el caso de la figura en forma de mano.



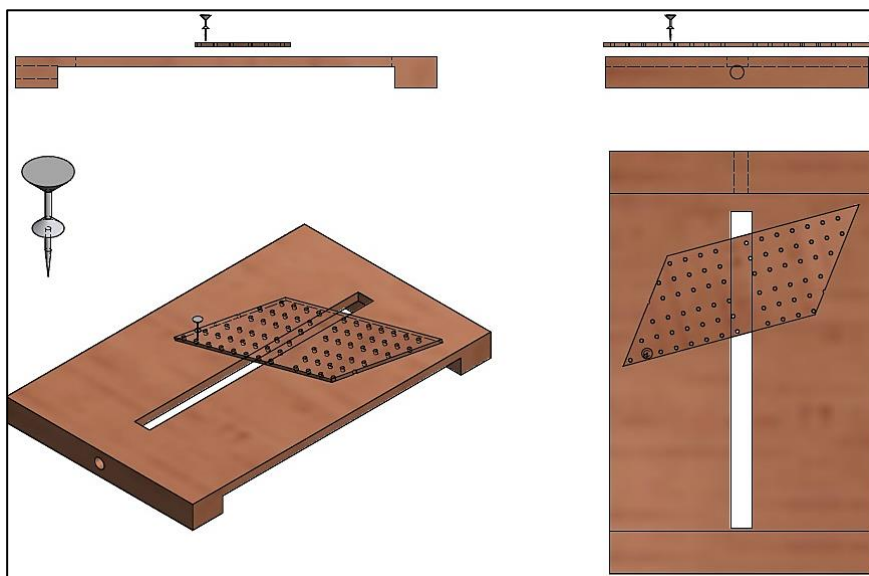
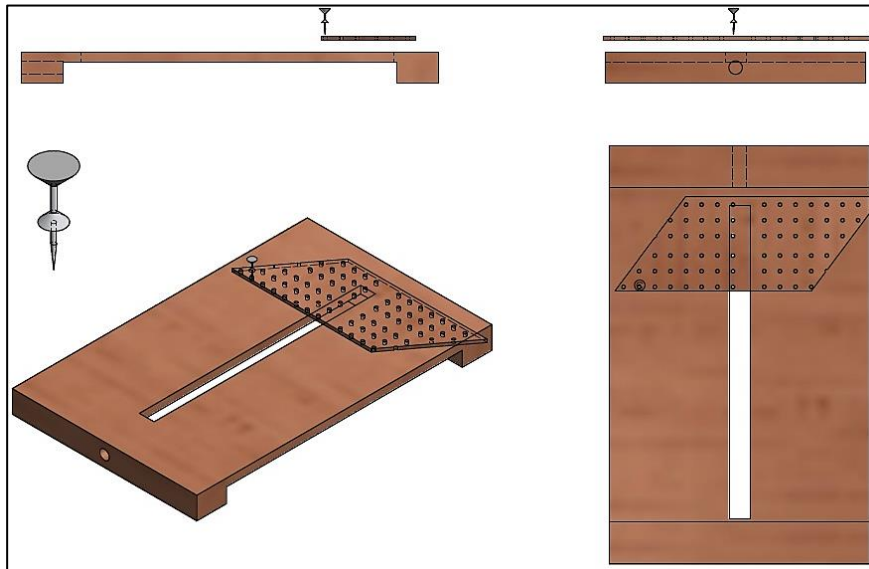


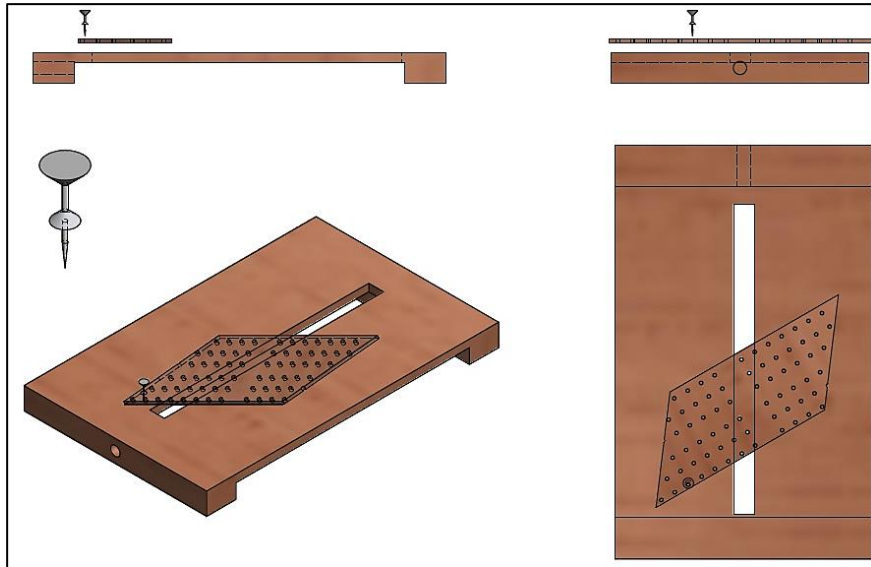
f. Para el caso del triángulo rectángulo.



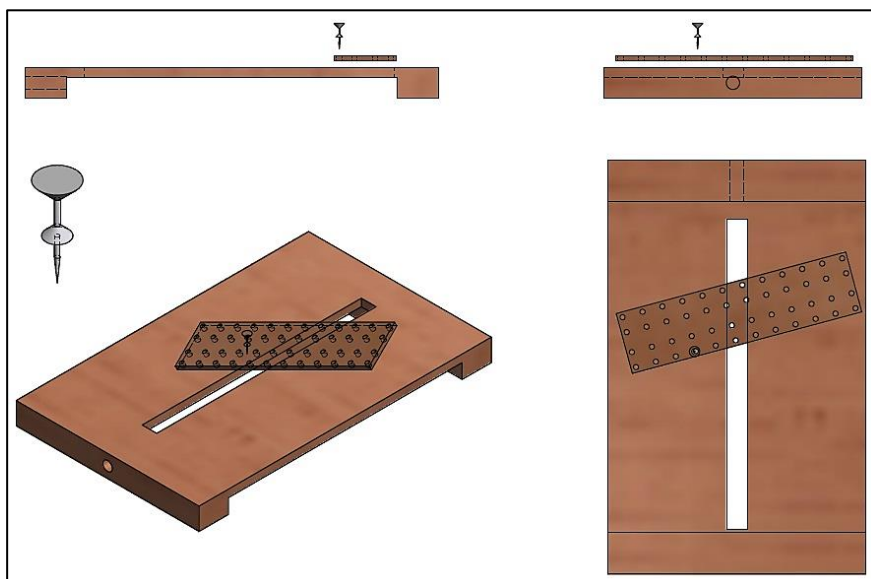
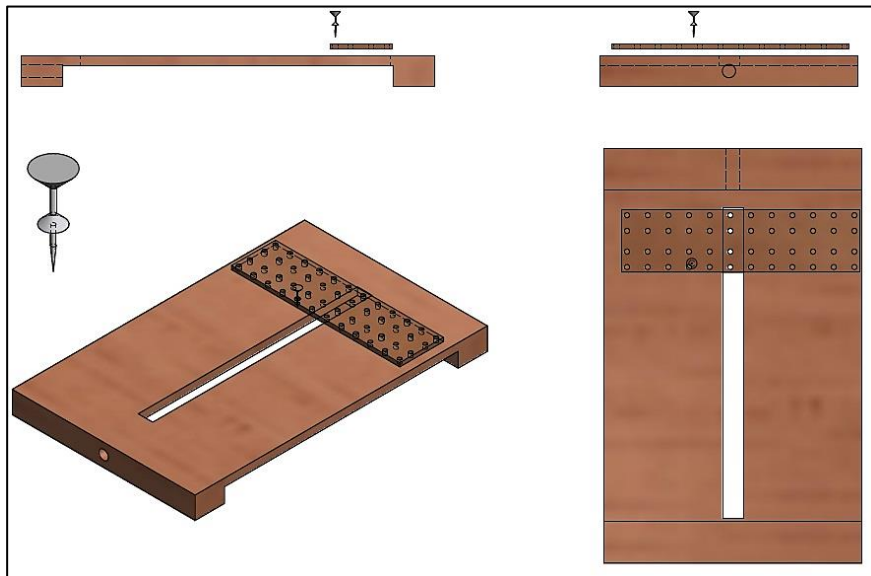


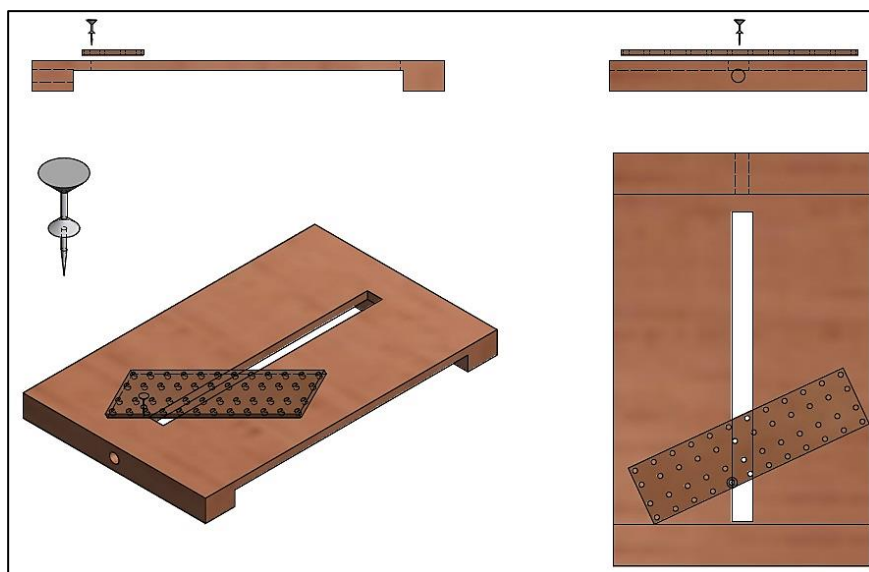
g. Para el caso del paralelogramo.





h. Para el caso del rectángulo.





Completar la siguiente tabla sobre la posición inicial-final en donde se indica la ubicación de agujero, la numeración del agujero como mejor le parezca e indicar si la posición inicial de la figura es igual a la posición final.

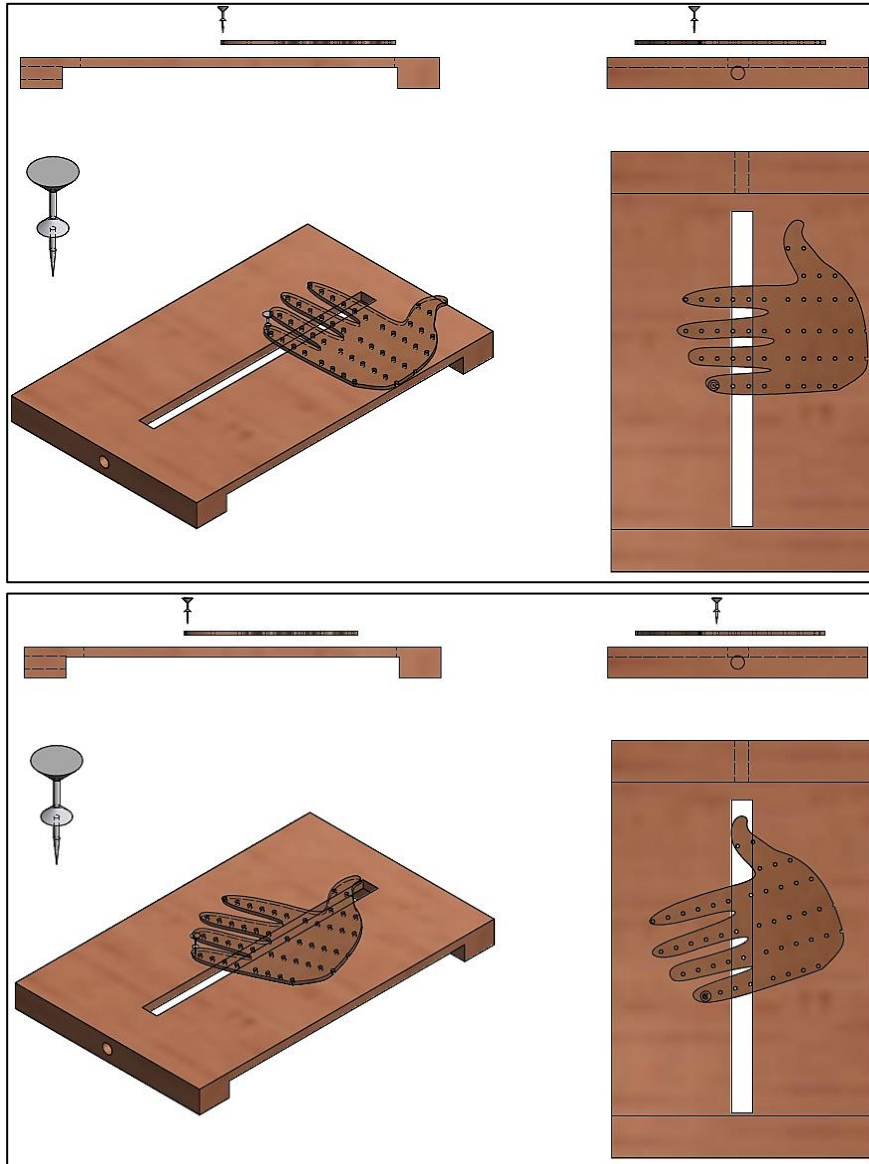
<u>Nota para el</u>	Figura	Ubicación del agujero. Izquierda inferior/ izquierda superior/ derecha inferior...	Número del agujero. (1,2,3...n); (a, b, c, d...a1, an.)	¿Posición inicial igual a la posición final? Si/No.
	Circunferencia			
	Cuadrilátero			
	Hexágono			
	Forma mano			
	Forma nube			
	Triángulo			
	Paralelogramo			
	Rectángulo			

docente: para completar la tabla al final de este procedimiento, se sugiere aclararle al estudiante la similitudes y diferencias entre la traslación y la rotación, las características de un movimiento en línea recta y un movimiento circular. Todo esto para que el estudiante tenga herramientas para observar, reconocer y caracterizar el movimiento de las 8 figuras planas.

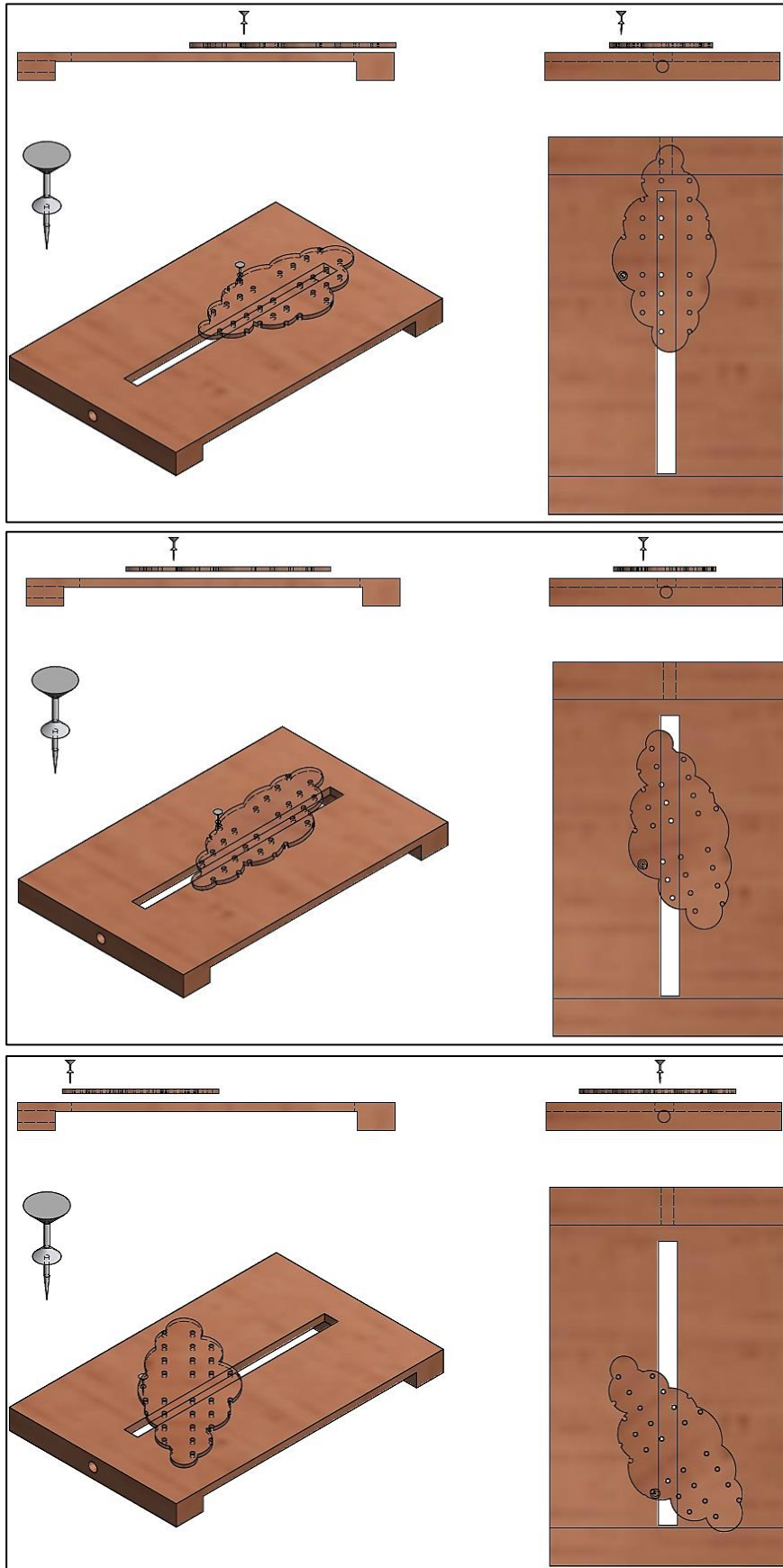
4. Realizar el paso anterior con tres lados diferentes de cada una de las figuras. A continuación, se muestra el gráfico de este procedimiento. Para el caso de la

circunferencia, el cuadrilátero y el hexágono no se ve el cambio porque todos los lados son iguales.

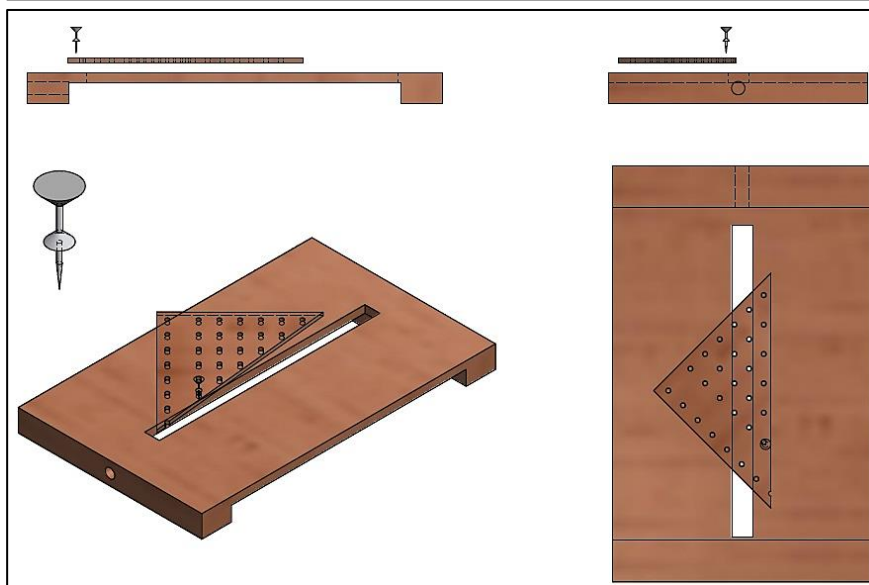
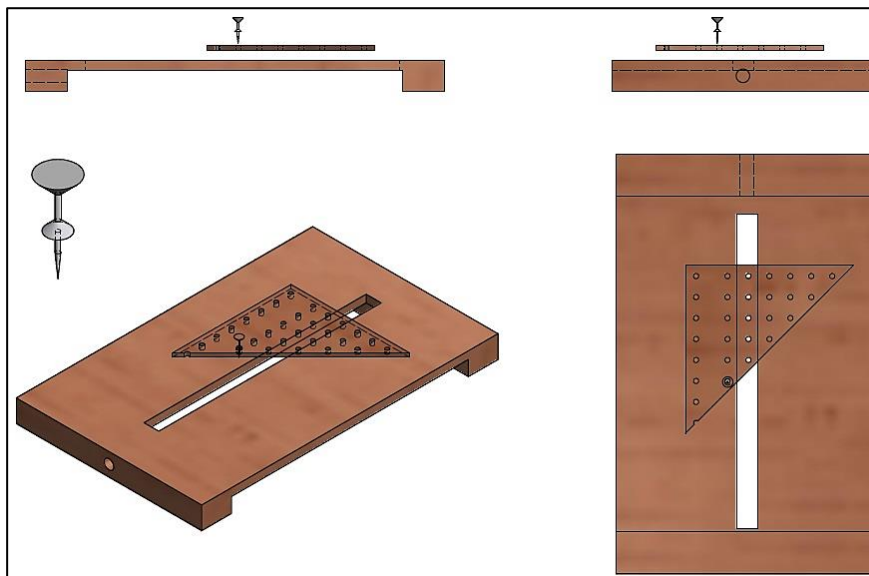
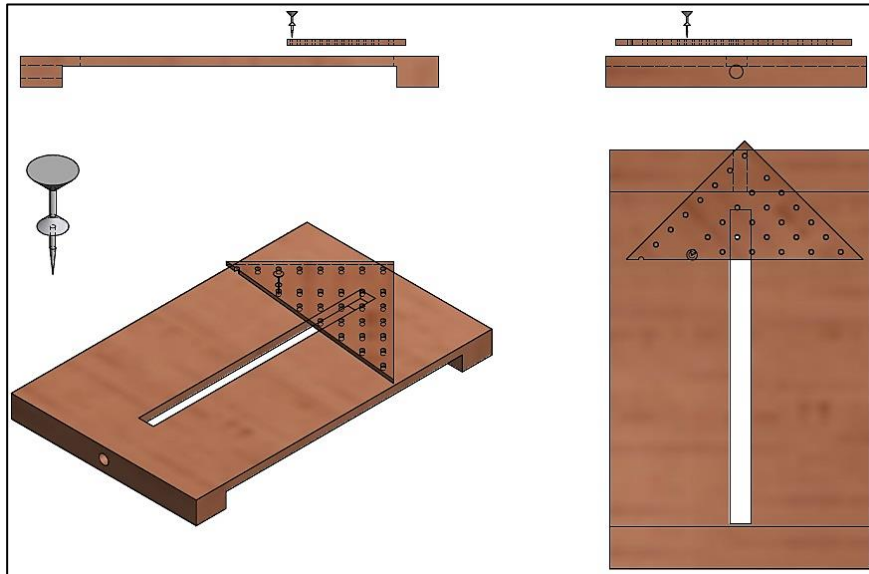
a. Para la figura en forma de mano.



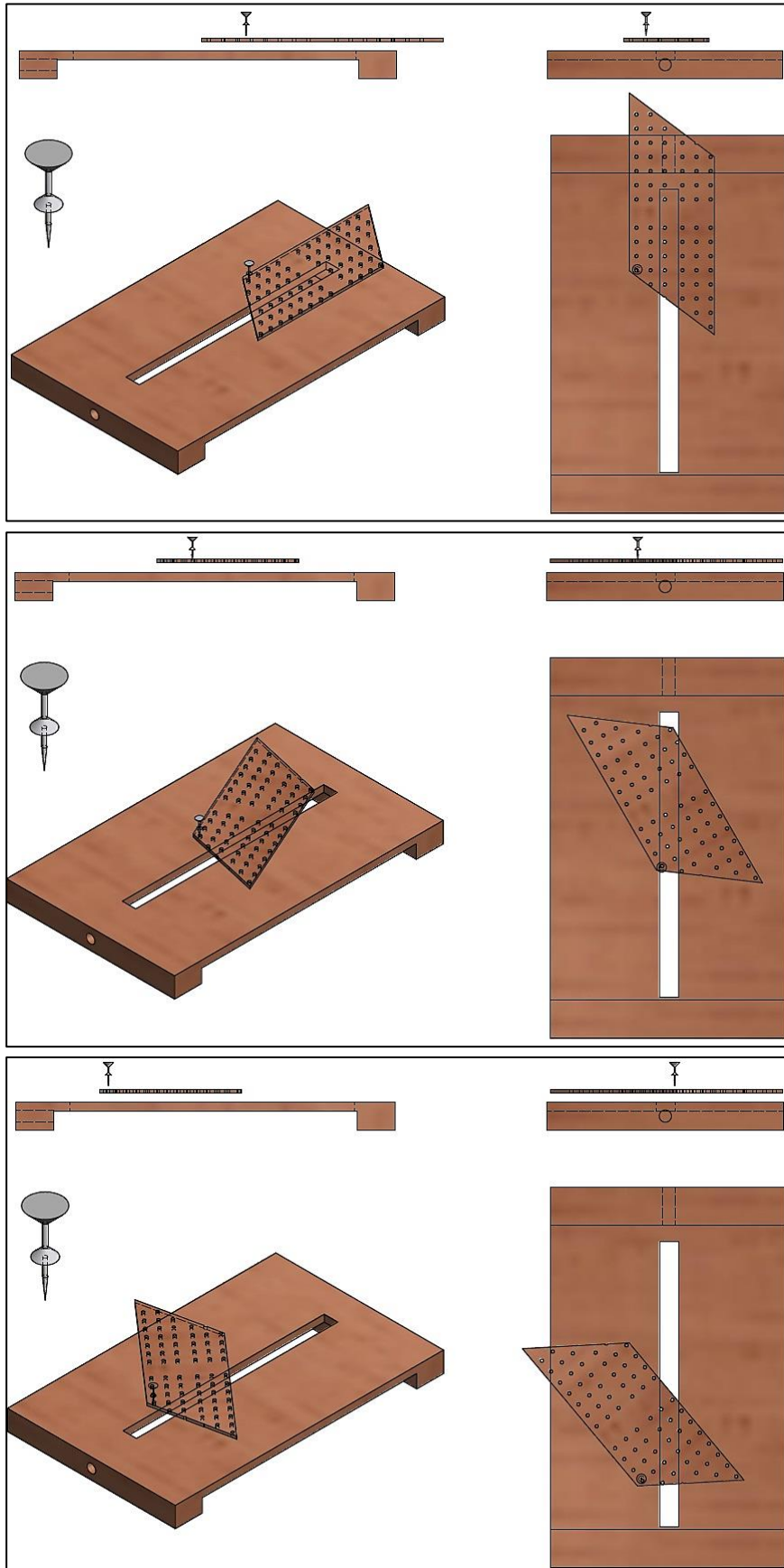
b. Para el caso de la figura en forma de nube.



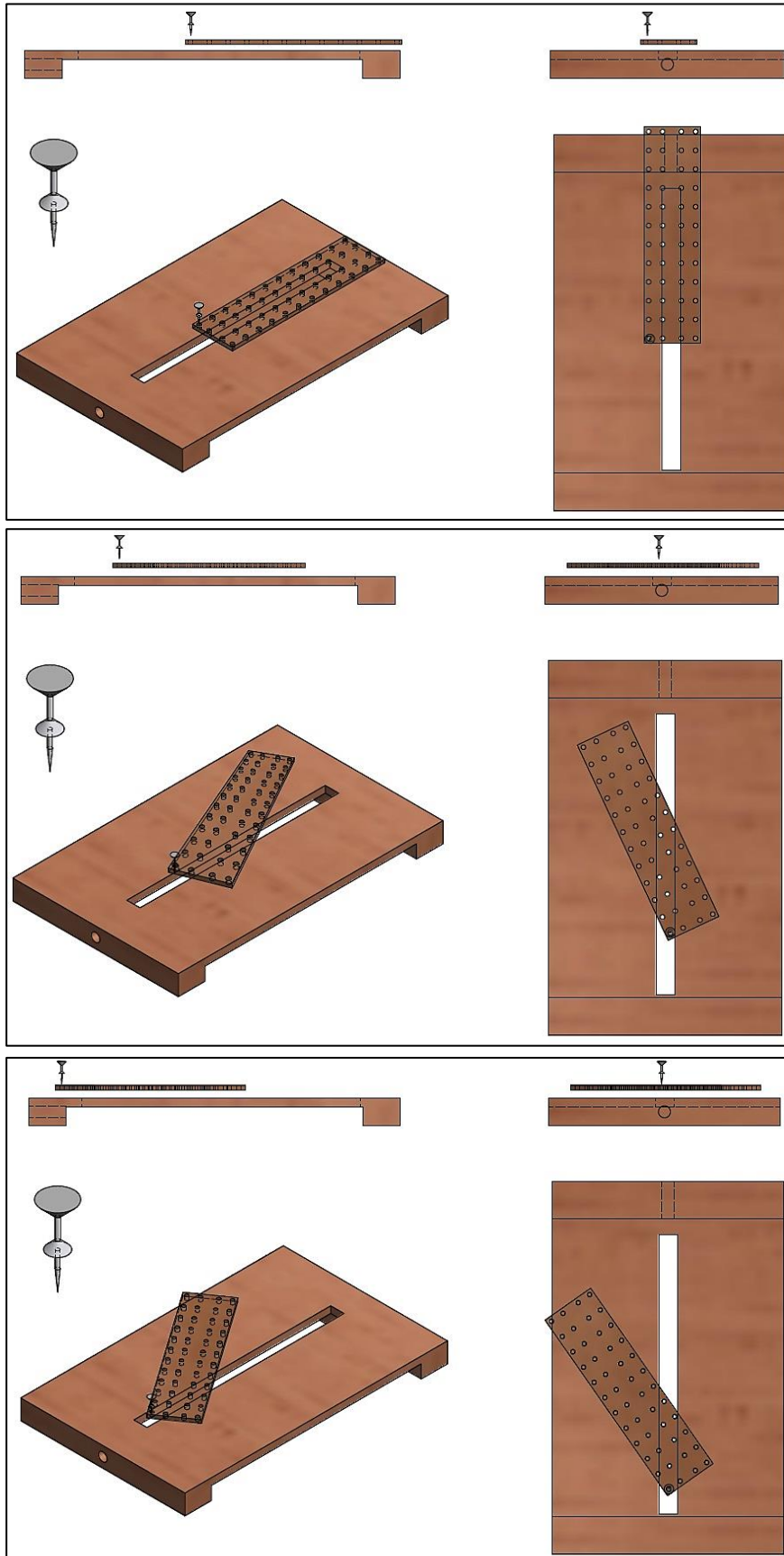
c. Para el caso del triángulo rectángulo.



d. Para el caso del paralelogramo.



e. Para el caso del rectángulo.



Completar la siguiente tabla sobre la posición inicial-final y justificar su respuesta

Figura	¿Cuántos agujeros diferentes utilizo?	¿Posición inicial igual a la posición final?	¿Por qué cree que sucedió esto?
Circunferencia			
Cuadrilátero			
Hexágono			
Forma mano			
Forma nube			
Triángulo			
Paralelogramo			
Rectángulo			

Completar la tabla con la información para cada una de las figuras.

Línea de acción de la fuerza	Agujero	Rotación (Si/No)	Traslación (Si/No)
No.1	1		
	2		
	N		
No.2	1		
	2		
	N		
No.3	1		
	2		
	N		
No.4	1		
	2		
	N		
No. N.	1		

Cuarta parte de la actividad de construcción del concepto de centro de masa:

Sobre agujeros donde solo se presentaron traslaciones y pertenecen a dos o más segmentos

En esta parte se concluye la guía de actividades para la construcción del concepto de masa de figuras planas utilizando una de las conclusiones en los procedimientos anteriores y con las informaciones de las tablas.

Teniendo lo desarrollado hasta aquí y con respecto a los resultados de la actividad anterior se tomarán en cuenta los datos de la rotación y de la traslación de cada una de las líneas de acción en cada figura.

Los segmentos perpendiculares a los lados, es decir, las líneas de acción cuando se aplicó la fuerza en donde solo hubo traslaciones, los agujeros que están allí y los lados de la figura.

Por último se denota los agujeros que pertenecen a dos o más líneas de acción cuando se aplica la fuerza y se producen una traslación, concluyendo que este es el centro de masa de la figura. Utilizar la información de la última tabla de la tercera parte de la guía de actividades.

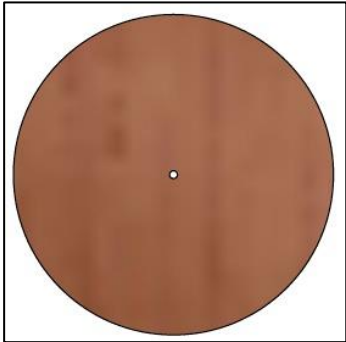
Objetivos:

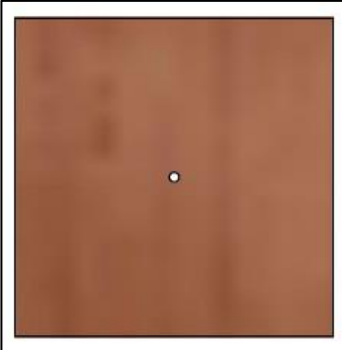
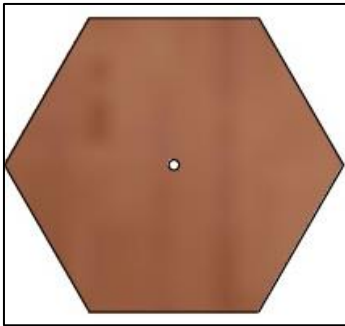
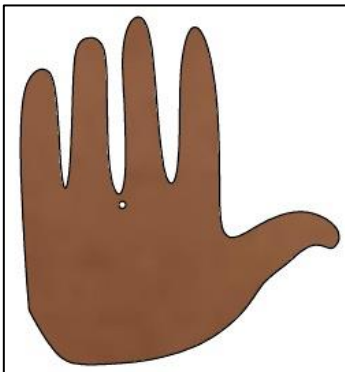
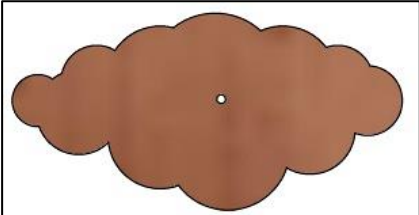
- a. Caracterizar el centro de masa en figuras planas utilizando el concepto de fuerza.
- b. Concluir la guía de actividades sobre la construcción del concepto de masa en figuras planas.

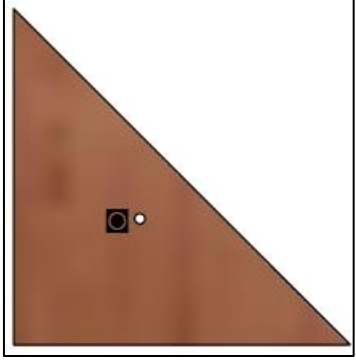
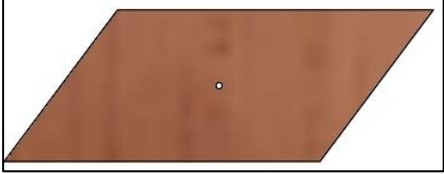
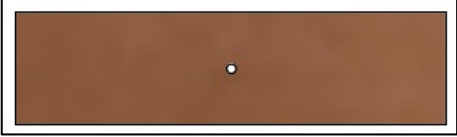
Nota para el docente: puede agregar las modificaciones necesarias a la guía de actividades principalmente en donde los estudiantes tuvieron confusiones.

En las siguientes ilustraciones se muestra los posibles centros de masa de cada figura. Esto solo es un ejemplo, ya que esto depende de la distribución de masa y de la geometría de cualquier figura plana con la cual se vaya a trabajar.

1. Se realizan los agujeros en cada una de las figuras.

Figura	¿Coincide con el centro geométrico? Si/No	¿presento alguna dificultad en encontrar este punto? Si/No	Numero de lados
			

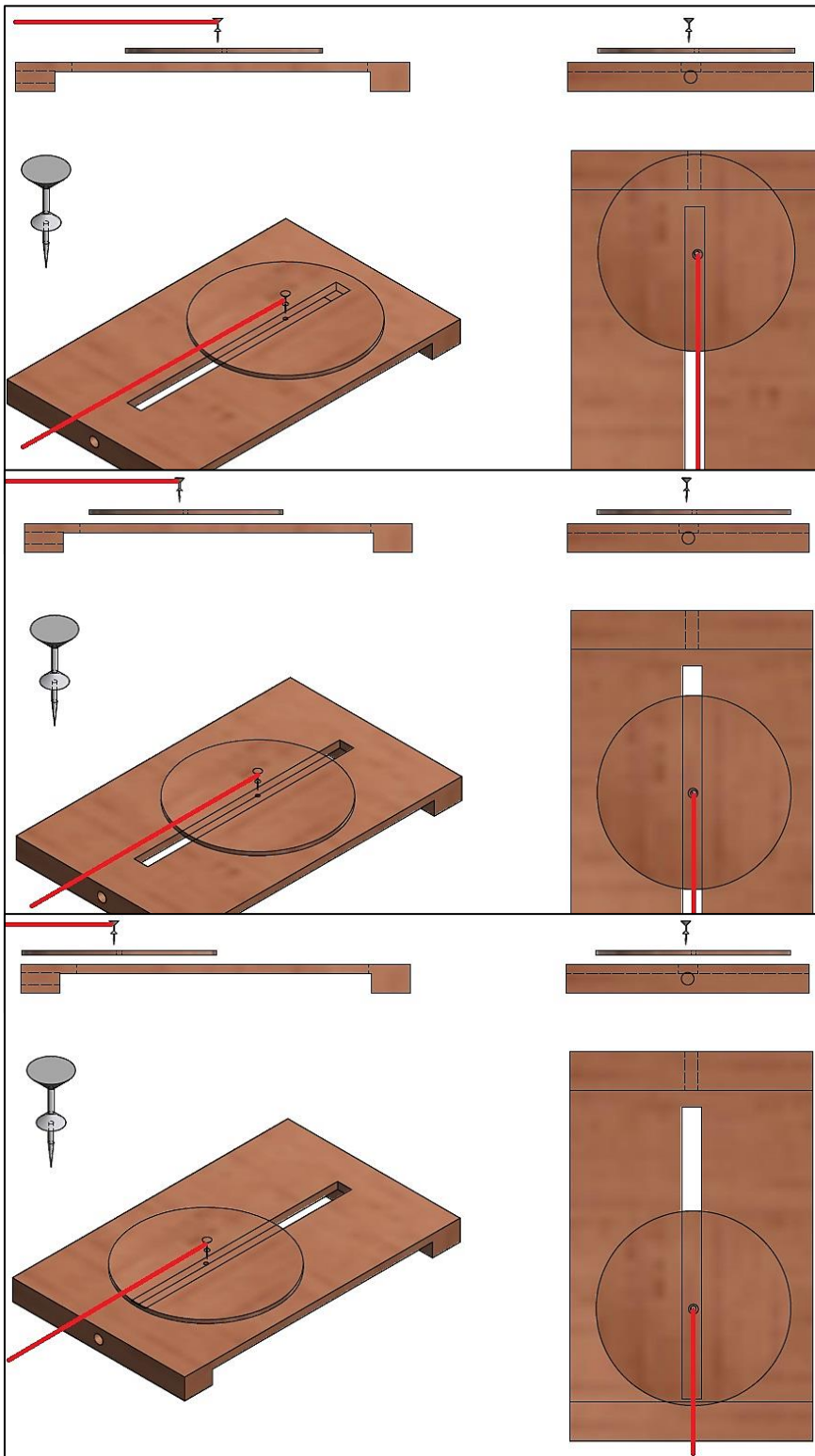
			
			
			
			

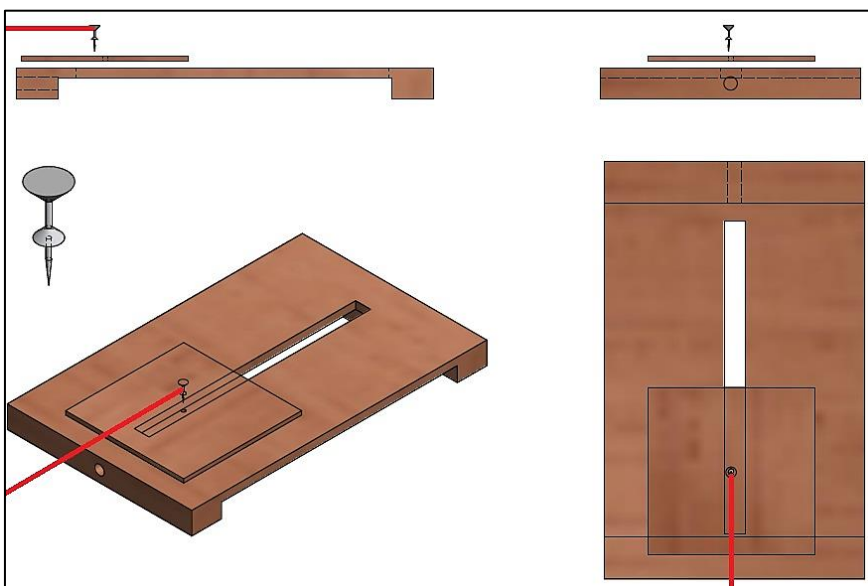
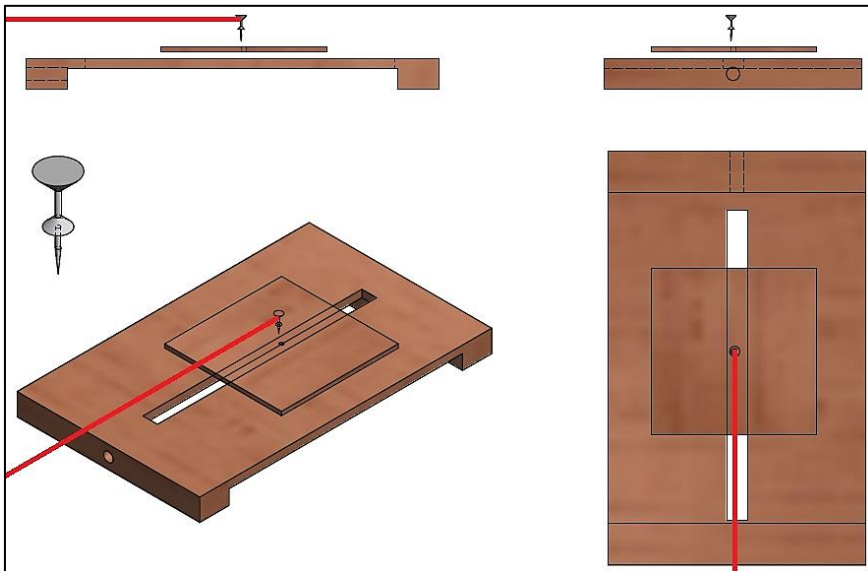
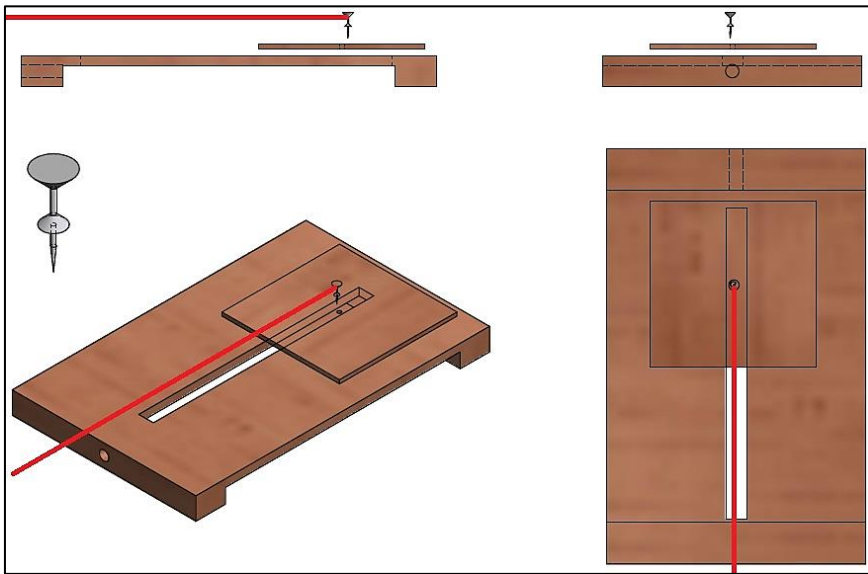
2. A continuación, se muestra la traslación de las figuras, aplicando tensión (fuerza) en la cuerda que va unida a la tachuela que esta insertada en el centro de masa de cada figura.

Nota para el docente: esta cuarta actividad es la conclusión de la guía; aquí las figuras solo deberían describir una trayectoria recta y no una rotación o sería necesario volver a realizar la actividad desde el inicio. Deben describir una trayectoria recta porque se espera que la línea de acción de la fuerza pasa por el centro de masa y por ello debería producir un movimiento total de la figura.

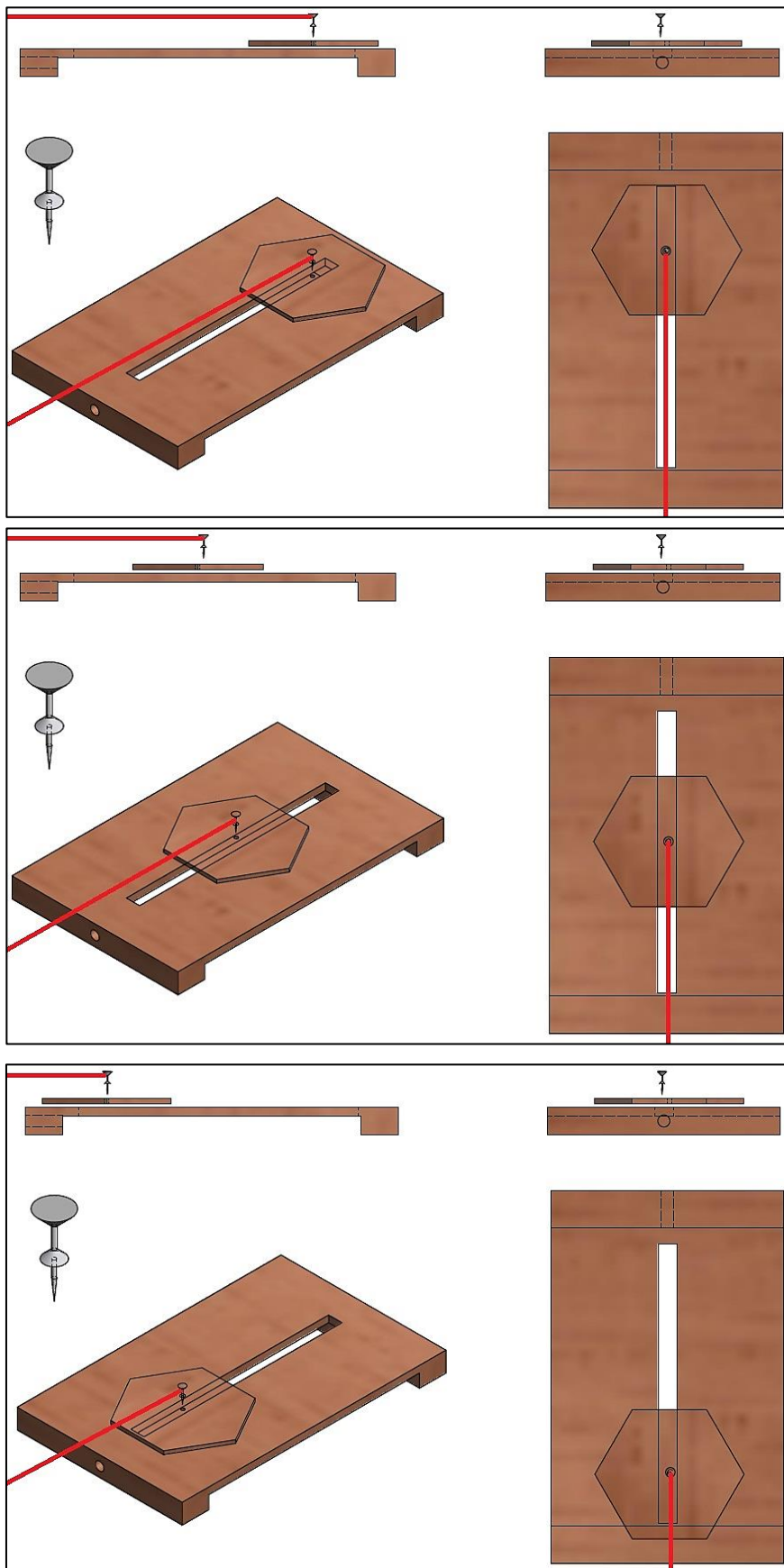
a. Para el caso de la circunferencia.



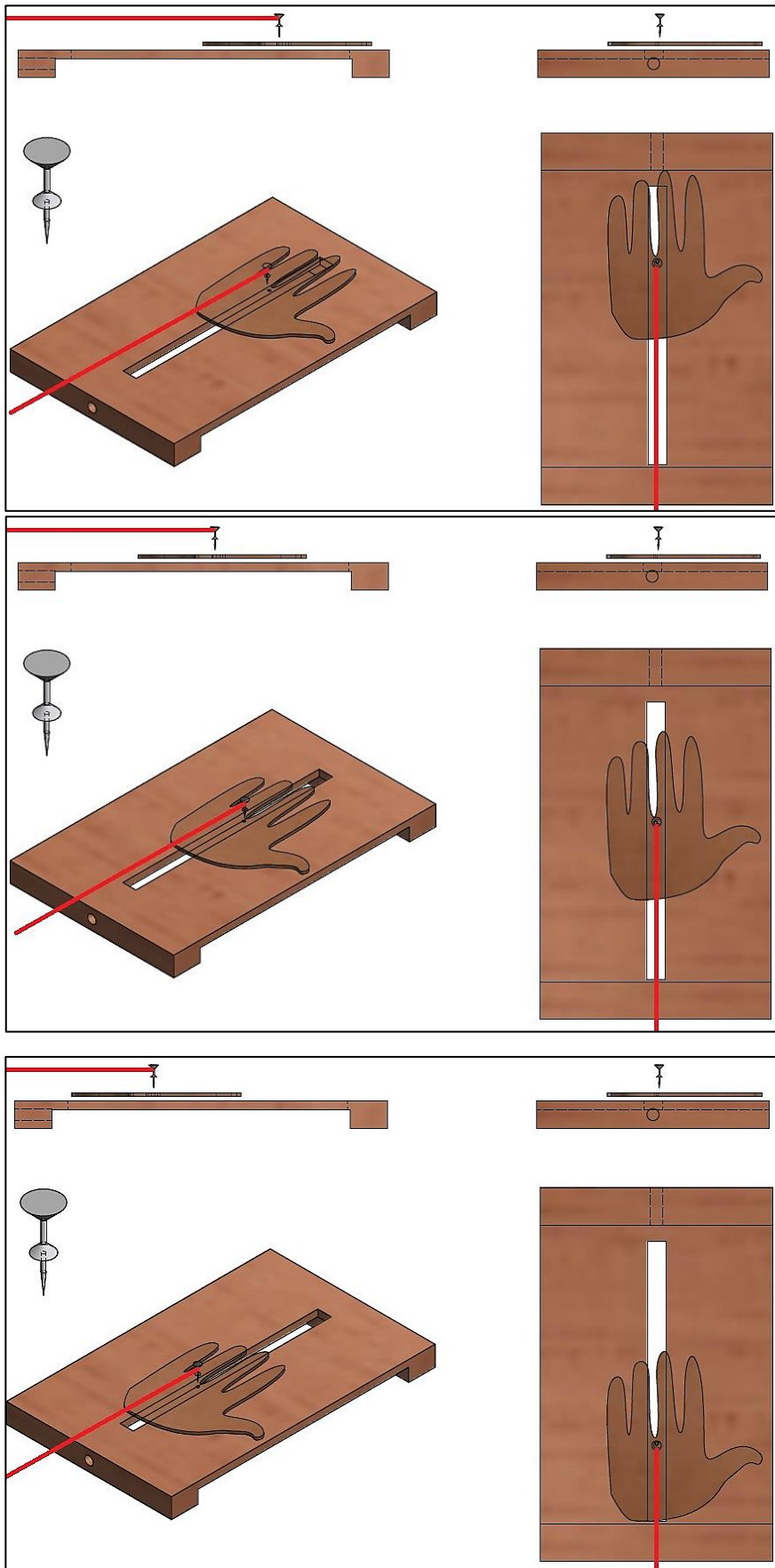
b. Para el caso del cuadrilátero.



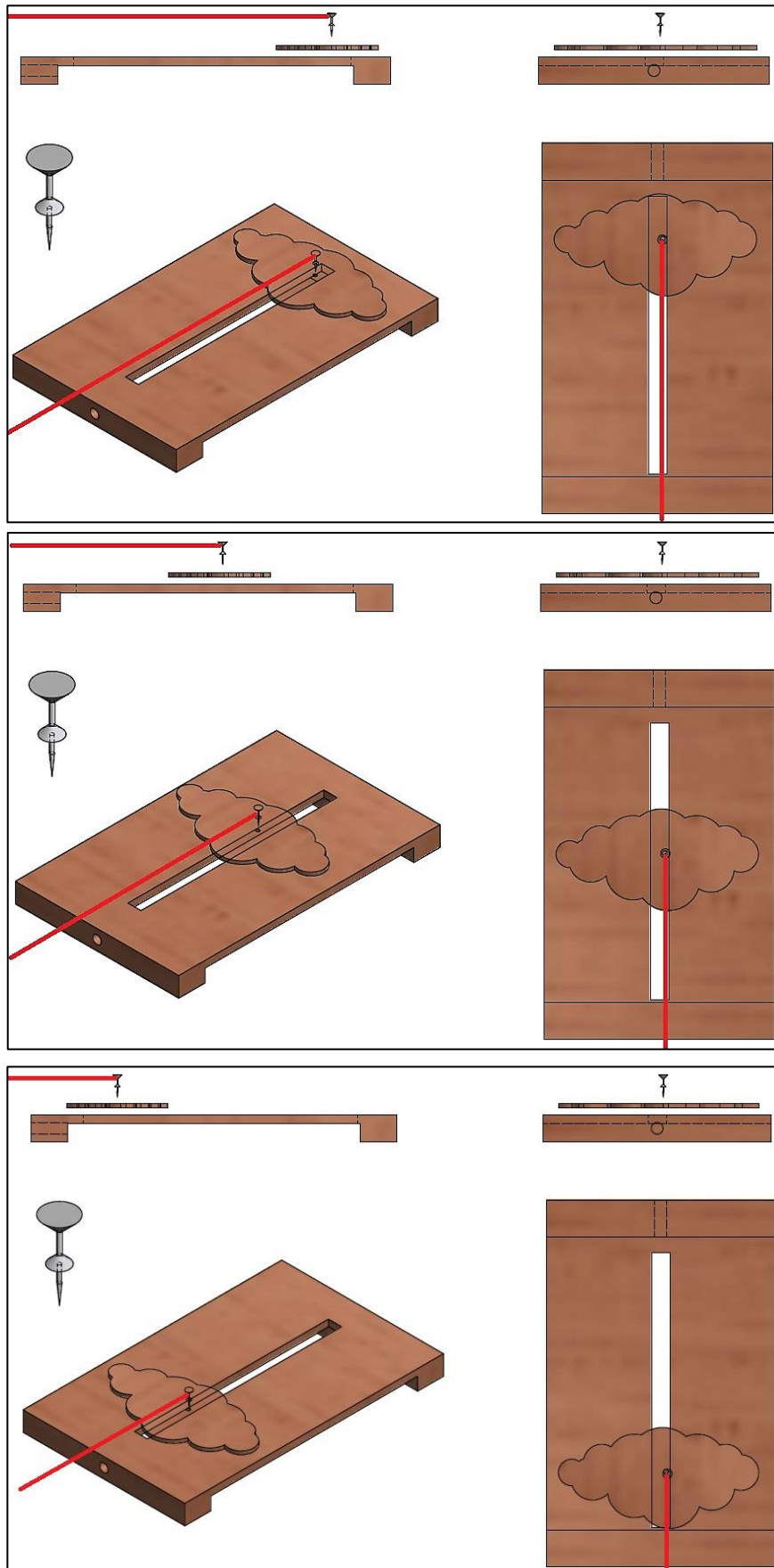
c. Para el caso del hexágono.



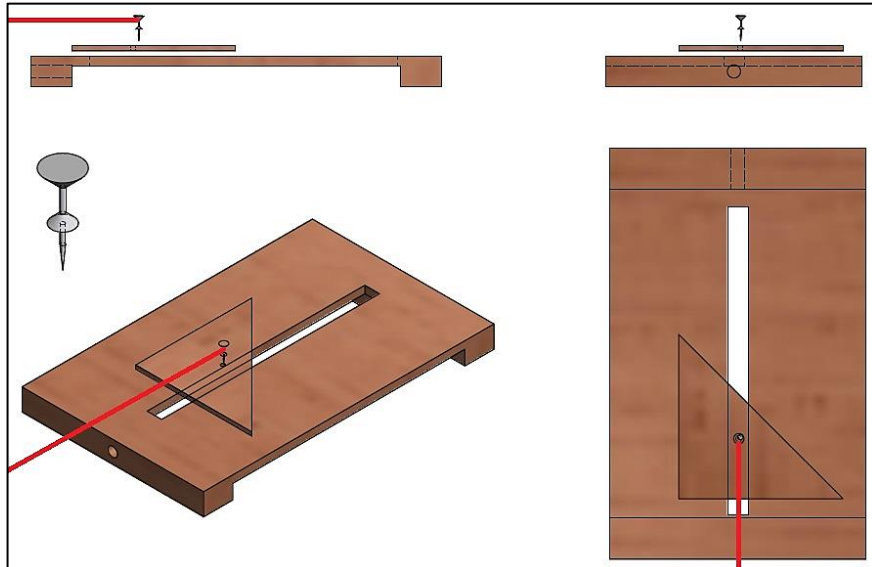
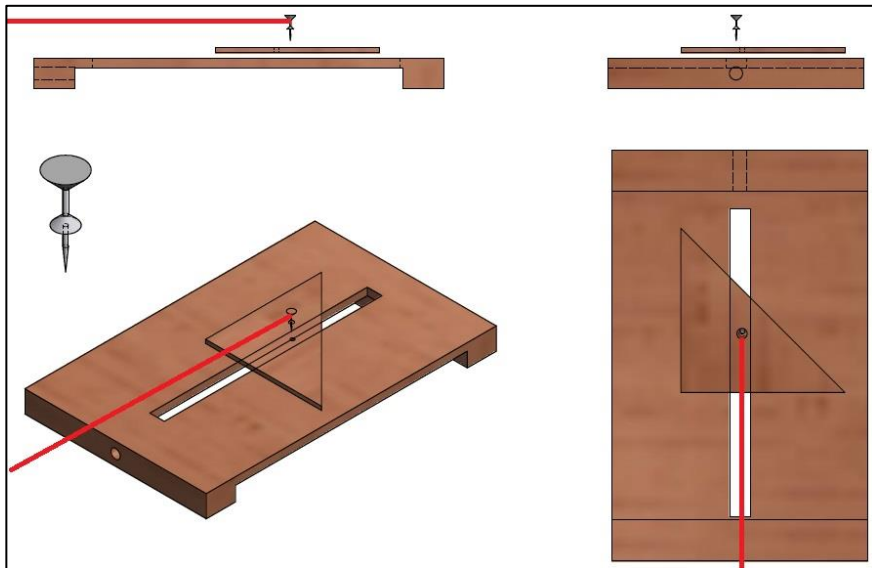
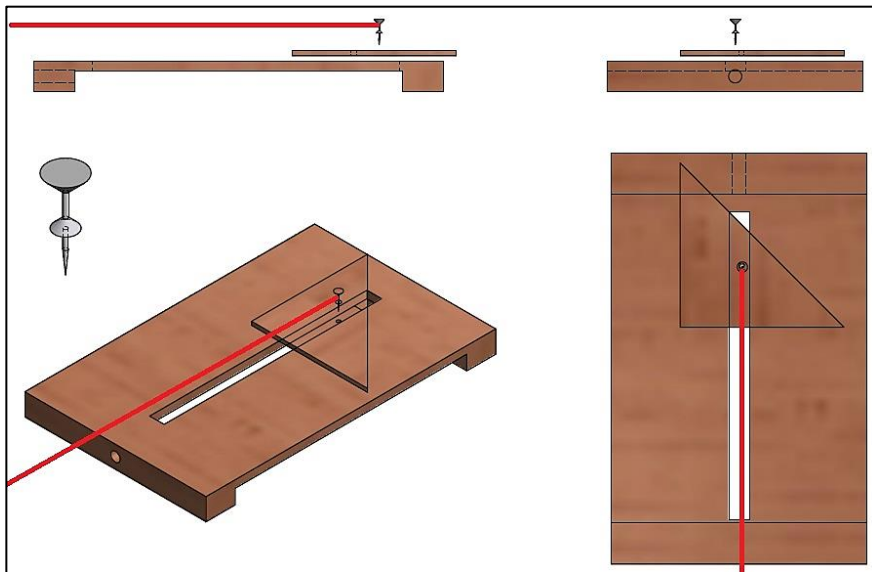
d. Para el caso de la figura en forma de mano.



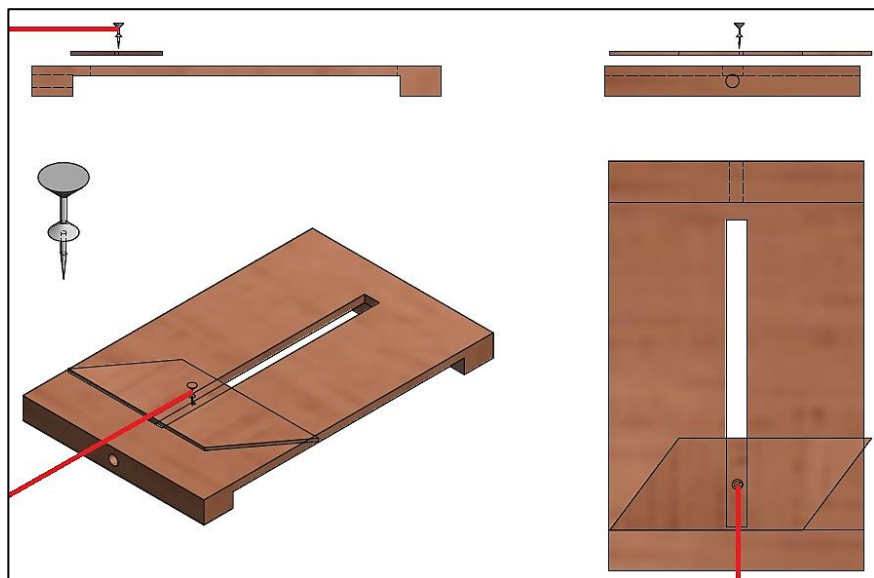
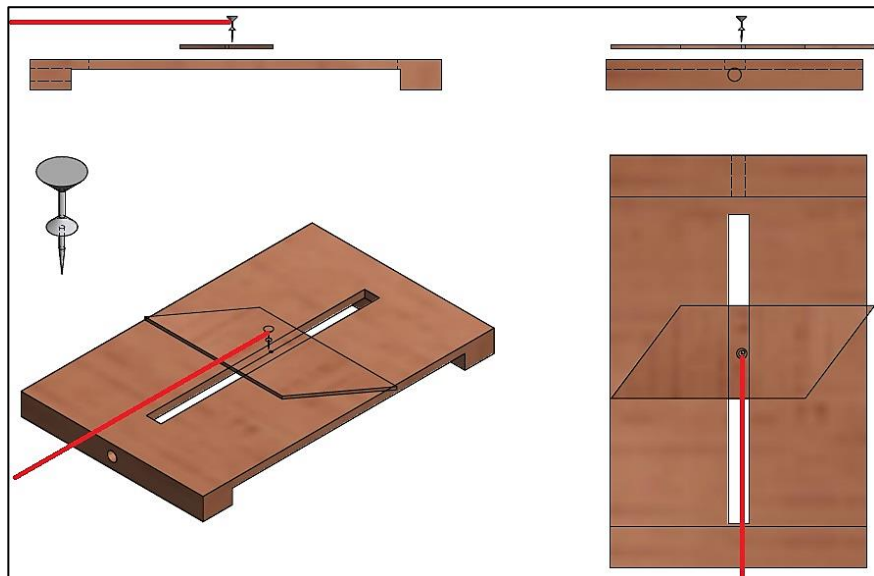
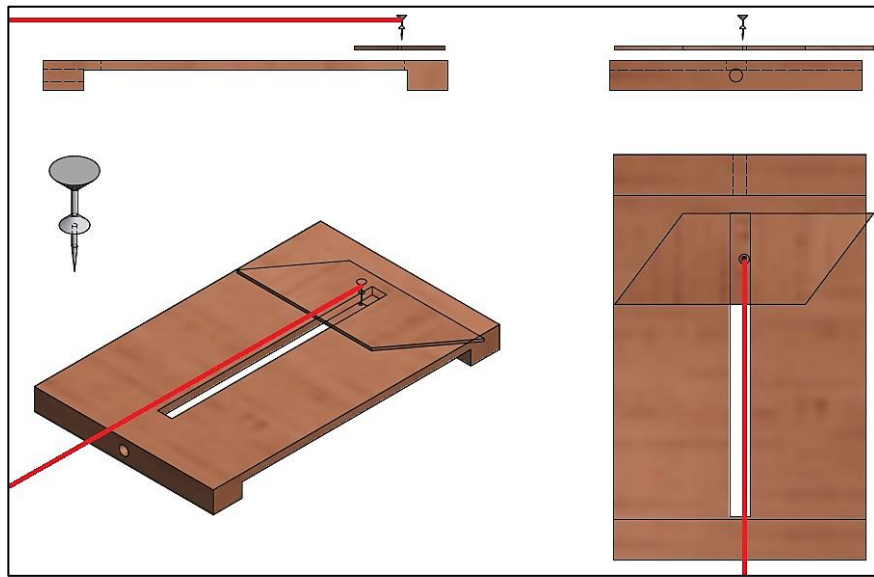
e. Para el caso de la figura en forma de nube.



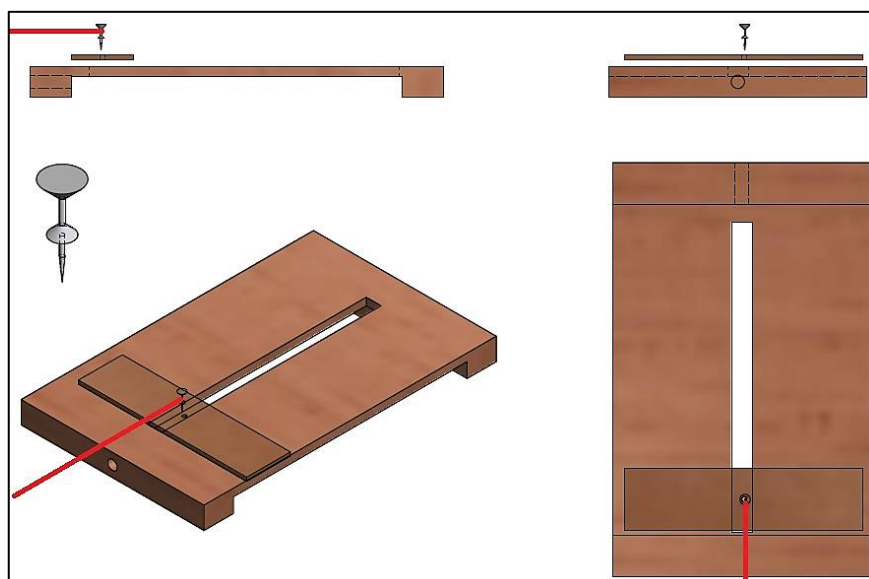
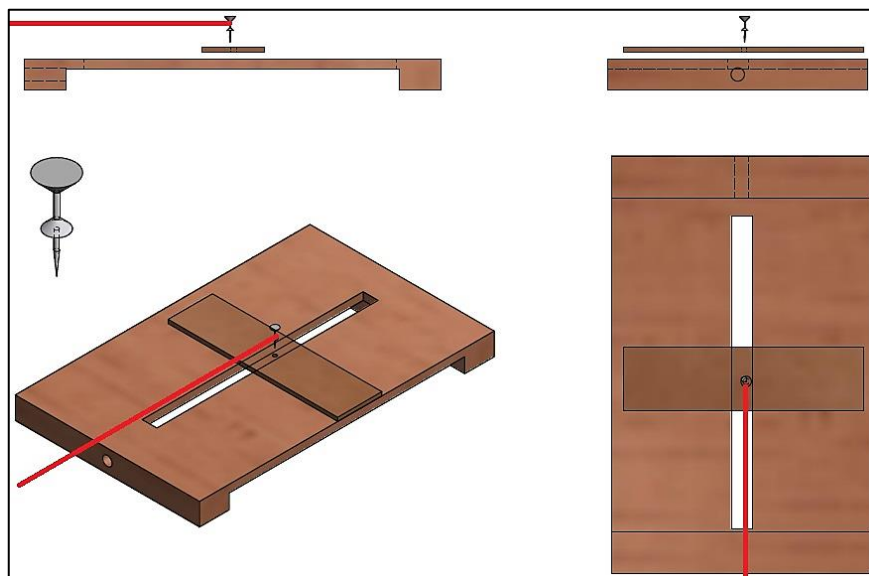
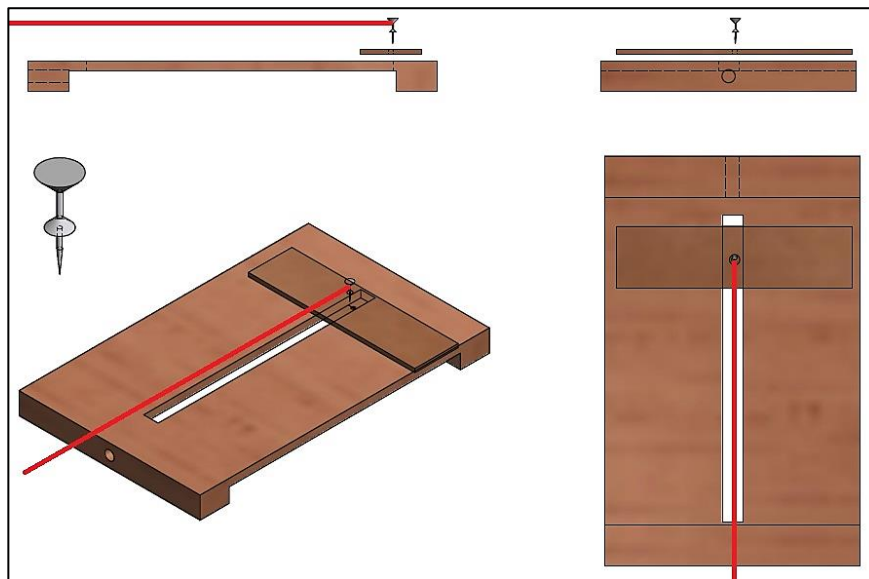
f. Para el caso del triángulo rectángulo.



g. Para el caso del paralelogramo.



h. Para el caso del rectángulo.



Para concluir la última actividad de la cuarta parte de la guía de actividades. Se completa la siguiente tabla

Figura	¿el agujero del centro de masa coincidió con el punto marcado en la primera parte? Si/No	¿Posición inicial igual a la posición final? Si/ No	¿Por qué cree que sucedió esto? (Justificación de la primera pregunta)	¿Por qué cree que sucedió esto? (Justificación de la segunda pregunta)
Circunferencia				
Cuadrilátero				
Hexágono				
Forma mano				
Forma nube				
Triángulo				
Paralelogramo				
Rectángulo				

Observaciones del docente a la unidad didáctica basada en una guía de actividades (numerales donde los estudiantes tuvieron dificultad, recomendaciones o modificantes de alguna de las actividades, elementos que faltaron tener en cuenta, entre otros).

**Anexo 2:** informe de aplicación de la unidad didáctica  
**Sobre la construcción del concepto de centro de masa en figuras planas**  
**Resumen**

Este es un informe de laboratorio sobre el centro de masa de algunas formas bidimensionales, en donde se lleva a cabo los pasos de la guía de actividades, pero no con todas las 8 figuras planas; ya que se pueden encontrar similitudes en movimientos por ejemplo de las figuras regulares. Los cuatro apartados son llevados a cabo con las sugerencias al docente y con posibles modificaciones de la forma como están diseñadas las actividades.

**Objetivos**

1. Construir las ocho formas regulares e irregulares propuestas en la guía de actividades.
2. Construir una estructura en la cual se coloquen las formas y se apliquen fuerzas (tensión por medio de una cuerda).
3. Realizar los cuatro apartados de la unidad didáctica e indicando las conclusiones de cada actividad.
4. Realizar videos sobre las rotaciones y traslaciones de los cuerpos, así tener registro que esté disponible en la red para fines escolares.
5. Realizar las simulaciones de las situaciones planteadas en la unidad didáctica basada en una guía de actividades experimentales.

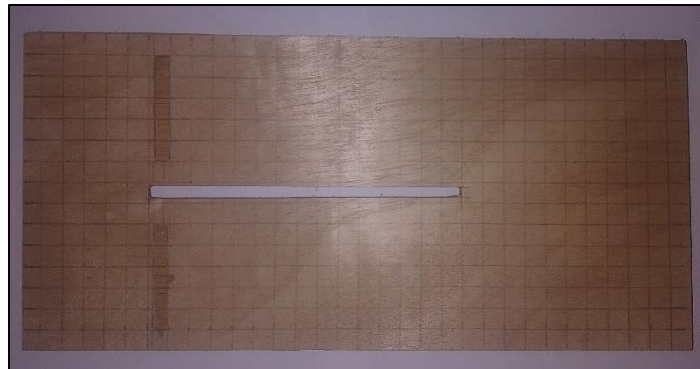
**Introducción**

Se utilizan los siguientes materiales para la construcción del montaje:

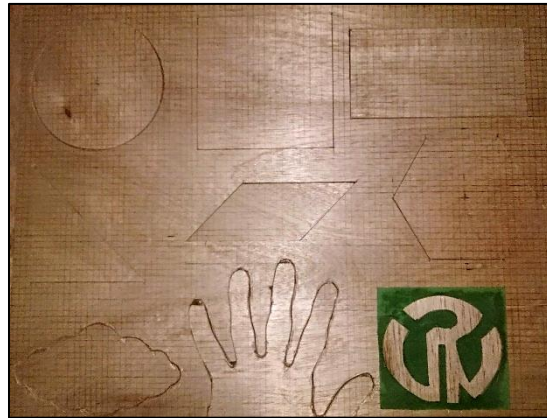
7. 8 figuras de hechas de tríplex (6 regulares y 2 irregulares).
  - h. Circunferencia.
  - i. Cuadrilátero.
  - j. Hexágono.
  - k. Forma mano.
  - l. Forma nube.
  - m. Triángulo.
  - n. Paralelogramo.
8. Soporte de Tríplex.
9. Cuerda de nylon o cuerda de pita.
10. Gancho que consiste en un cable caimán.
11. Tachuelas.
12. Cinta de enmascarar.

A continuación, se presenta cada una de las partes el montaje para llevar a cabo las actividades.

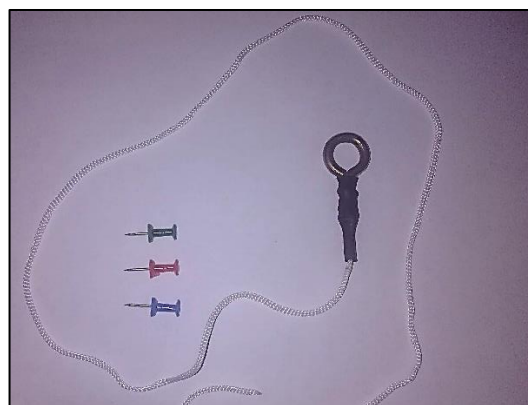
1. La base o soporte.



2. Las figuras.



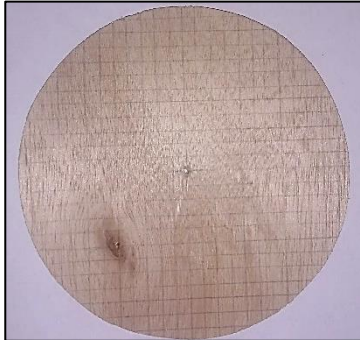
3. Gancho (caimán) con cuerda, argolla con cuerda y tachuelas.



Se procede a realizar los cuatro apartados de la guía de las actividades de la unidad didáctica.

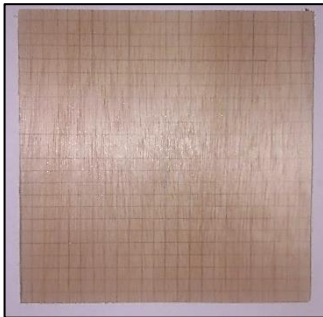
**Primera actividad: Sobre la forma (la geometría) y el peso (masa y distribución de masa)**

1. Para el círculo.



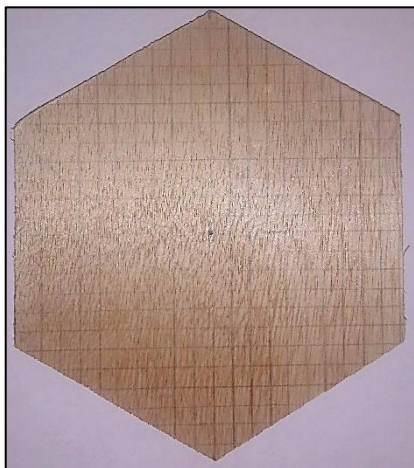
Radio	¿Porque se marca el punto allí?	Instrumento utilizado
6 cm	Porque es el centro de simetría	Regla

2. Para el caso del cuadrilátero.



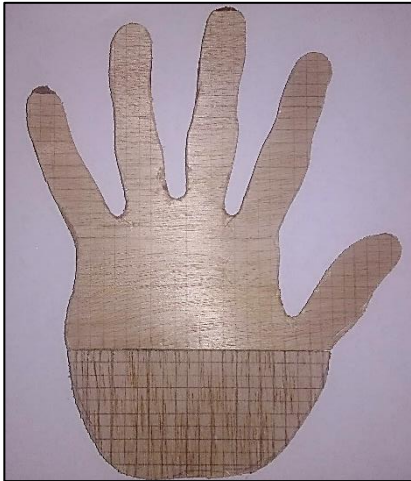
Longitud del lado	¿Porque se marca el punto allí?	Instrumento utilizado
12 cm	Porque es el centro de simetría	Regla

3. Para el caso del hexágono.



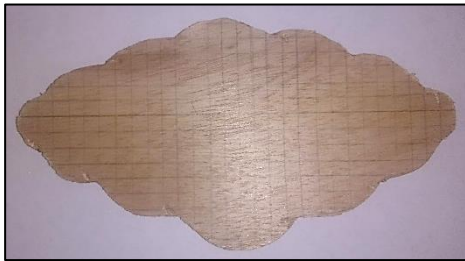
Longitud del lado	¿Porque se marca el punto allí?	Instrumento utilizado
6 cm	Porque es el centro de simetría	Regla

4. Para el caso de la figura en forma de mano.



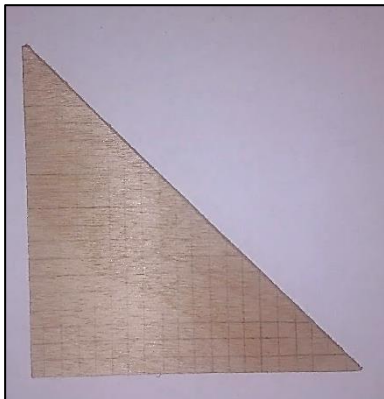
Altura/ ancho	¿Porque se marca el punto allí?	Instrumento utilizado
19 cm/ 11 cm	Porque es el centro de simetría	Regla

5. Para el caso de la figura en forma de nube.



Altura/ ancho	¿Porque se marca el punto allí?	Instrumento utilizado
7.5 cm/ 14 cm	Porque es el centro de simetría	Regla

6. Para el caso del triángulo rectángulo.



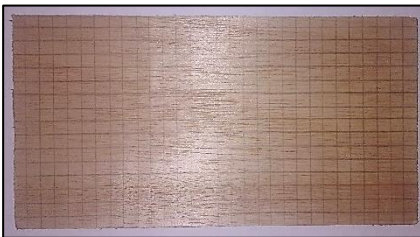
Catetos	¿Porque se marca el punto allí?	Instrumento utilizado
10 cm	Porque es el centro de simetría	Regla

7. Para el caso del paralelogramo.



Ancho/ altura	¿Porque se marca el punto allí?	Instrumento utilizado
10 cm/ 5 cm	Porque es el centro de simetría	Regla

8. Para el caso del rectángulo.

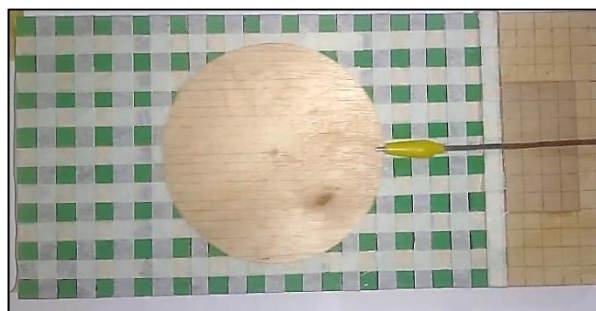


Ancho/ altura	¿Porque se marca el punto allí?	Instrumento utilizado
8 cm/ 15 cm	Porque es el centro de simetría	Regla

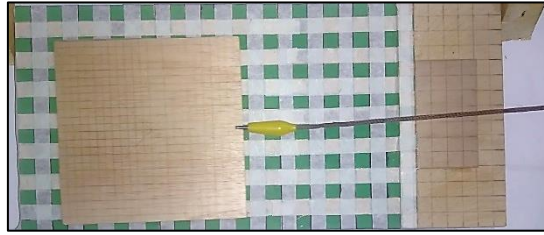
Cada una de las figuras se consideró con una distribución de masa uniforme porque no se sentía ningún desbalanceo y el material se sentía igual en cada punto.

Se colocan las figuras sobre el soporte para observar que sucede.

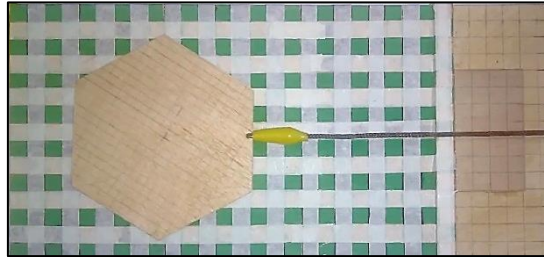
1. Para el caso del círculo.



2. Para el caso del cuadrilátero.



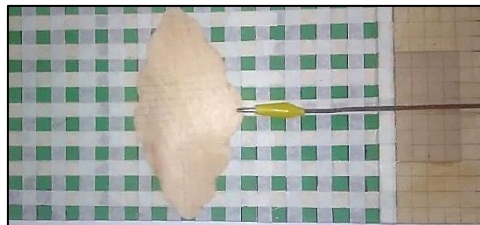
3. Para el caso del hexágono.



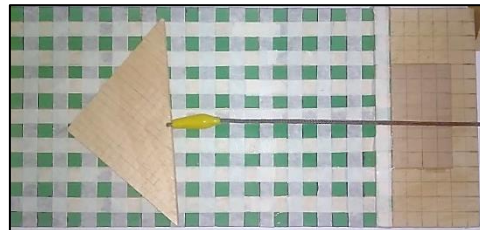
4. Para el caso de la forma mano.



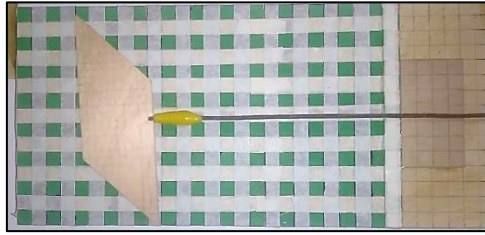
5. Para el caso de la figura en forma de nube.



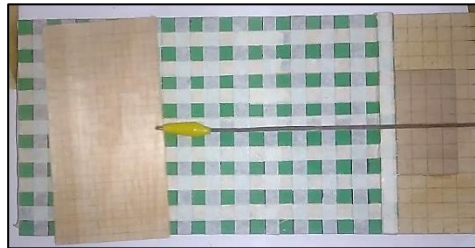
6. Para el caso del triángulo rectángulo.



7. Para el caso del paralelogramo.



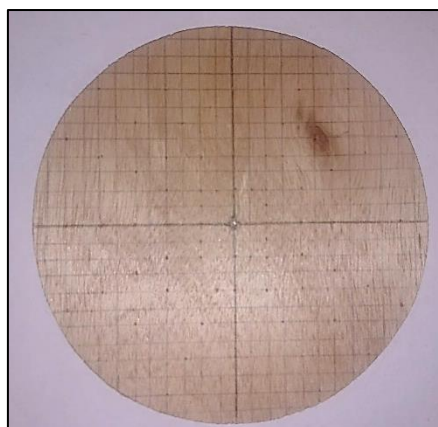
8. Para el caso del rectángulo.



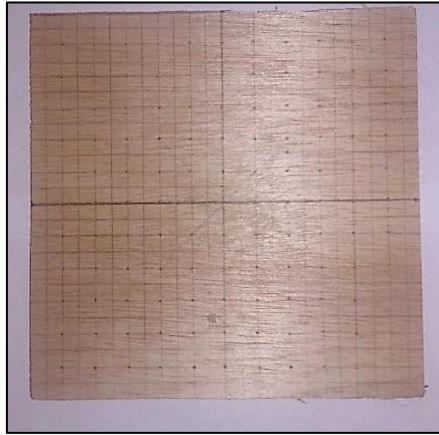
Se adjunto el vínculo de los videos que se realizaron sobre esta primera actividad, para tener una mayor de lo planteado y como apoyo visual tanto para el docente como para los estudiantes: <https://youtu.be/vQgCD8FudfM>.

Para la siguiente actividad se trazaron rectas perpendiculares a los lados que se cortaran en donde consideremos el centro de masa. Para el caso de las dos figuras irregulares y el triángulo rectángulo no se hizo esto, ya que en las figuras irregulares se trazaron líneas perpendiculares entre sí y en el caso del triángulo las líneas no son perpendiculares y para el caso del paralelogramo una de las rectas no es perpendicular a dos lados. A continuación, se muestran las líneas trazadas en cada figura.

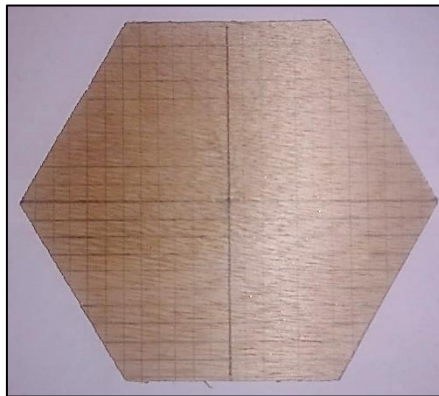
1. Para el caso del círculo.



2. Para el caso del cuadrilátero.



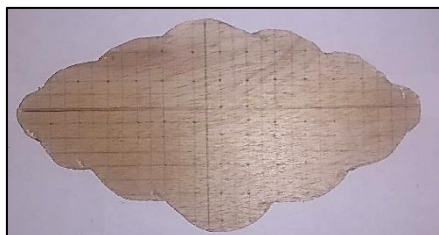
3. Para el caso del hexágono.



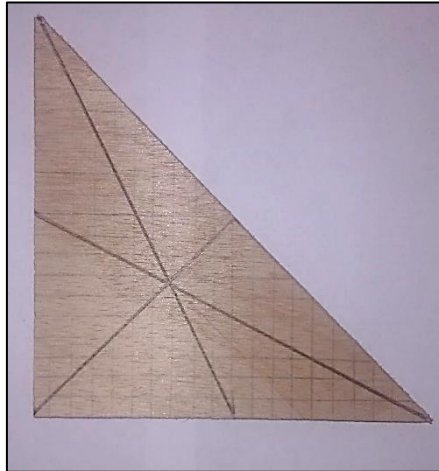
4. Para el caso de la figura en forma de mano.



5. Para el caso de la figura en forma de nube.



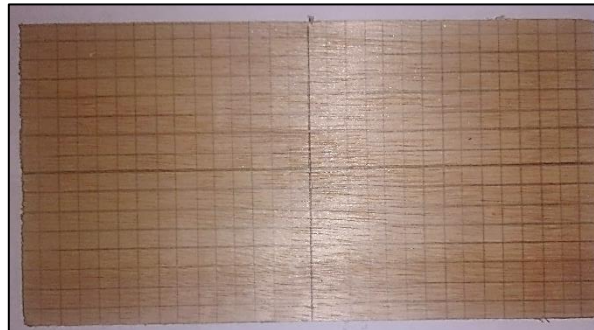
6. Para el caso del triángulo rectángulo.



7. Para el caso del paralelogramo.



8. Para el caso del rectángulo.



Para brindar información sobre la experiencia mencionada con relación al movimiento de las figuras debido a la fuerza ejercida en las líneas trazadas, se adjunta el siguiente vínculo: <https://youtu.be/o2OOXCy3hq0>.

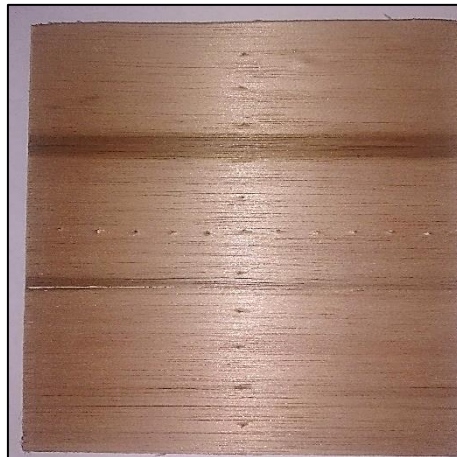
**Sobre la línea de acción de la fuerza en cada uno de los casos de las (6) figuras regulares y las (2) figuras irregulares**

Se realizan los agujeros en cada una de las figuras.

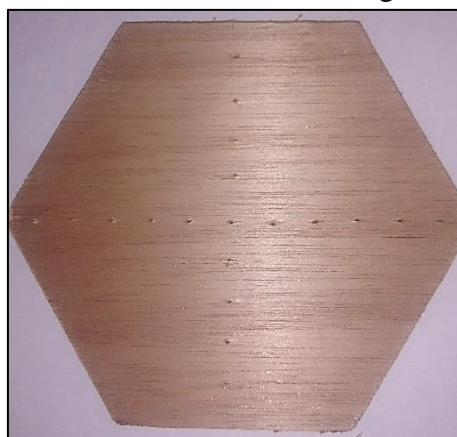
1. Para el caso del círculo.



2. Para el caso del cuadrilátero.



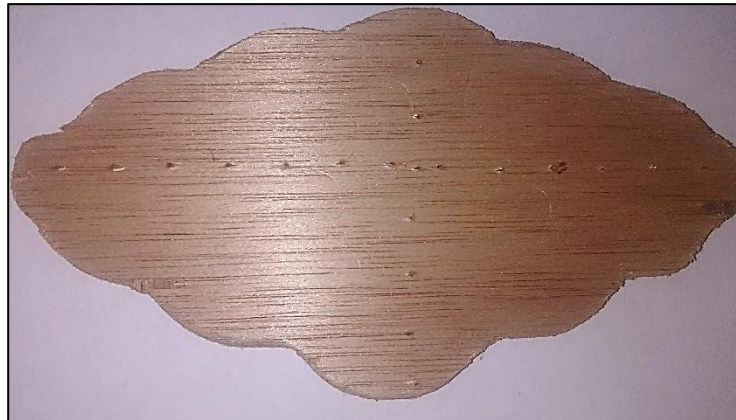
3. Para el caso del hexágono.



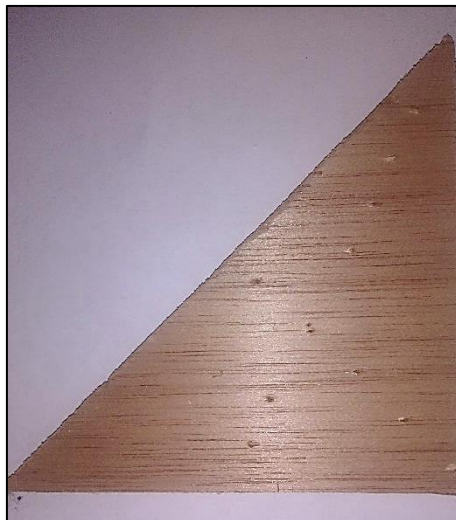
4. Para el caso de la figura en forma de mano.



5. Para el caso de la figura en forma de nube.



6. Para el caso del triángulo rectángulo.



7. Para el caso del paralelogramo.



8. Para el caso del rectángulo.



Se muestran las imágenes sobre la línea de acción de la fuerza en cada una de las figuras, el desarrollo completo de las actividades se encuentra en el vínculo al final de estas.

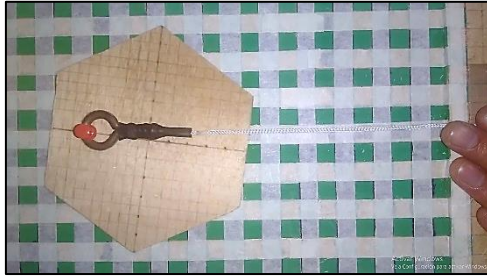
1. Para el caso de círculo.



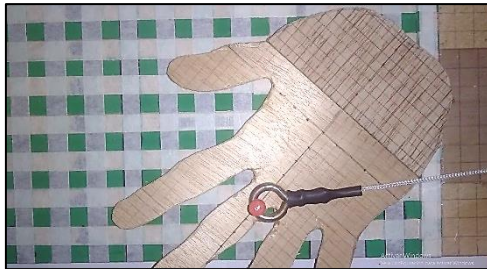
2. Para el caso del cuadrilátero.



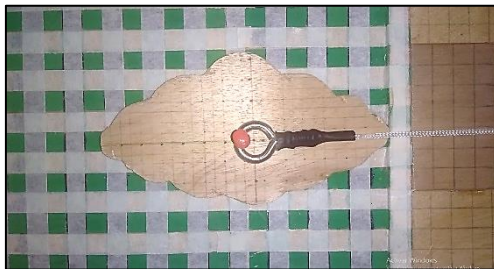
3. Para el caso del hexágono.



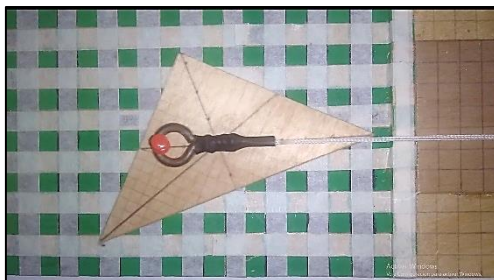
4. Para el caso de la figura en forma de mano.



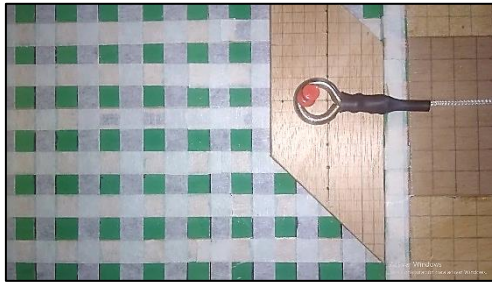
5. Para el caso de la figura en forma de nube.



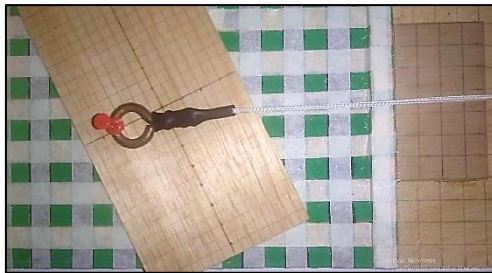
6. Para el caso del triángulo rectángulo.



7. Para el caso del paralelogramo.



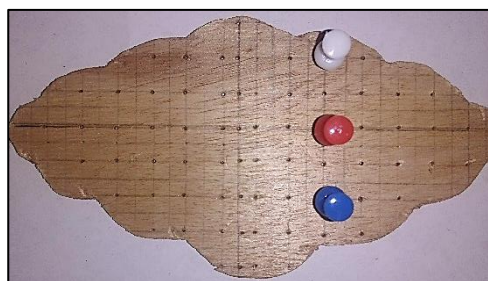
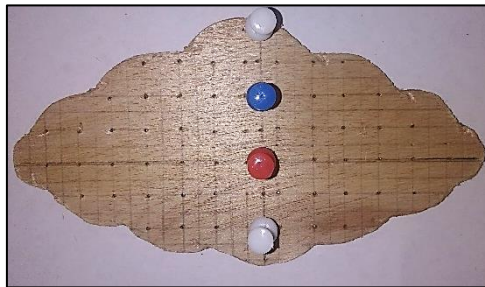
8. Para el caso del rectángulo.

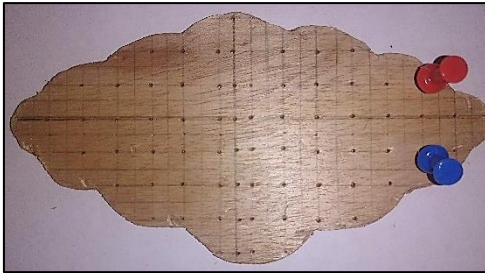
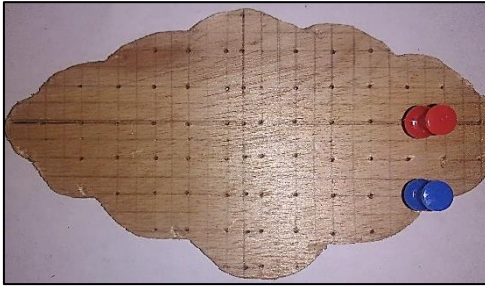


Se adjunta el vínculo donde se realizan las actividades con varios puntos (los agujeros) de una línea de acción de cada figura. El vínculo es: [https://youtu.be/zCvSzxpZ\\_tw](https://youtu.be/zCvSzxpZ_tw) .

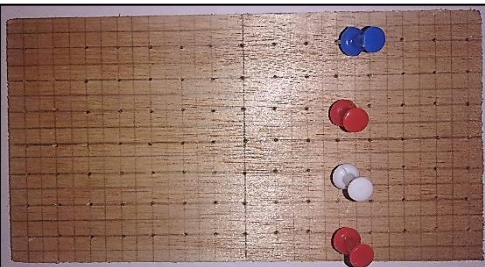
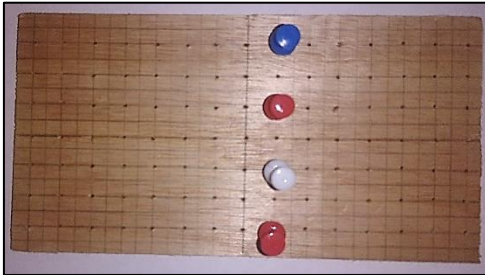
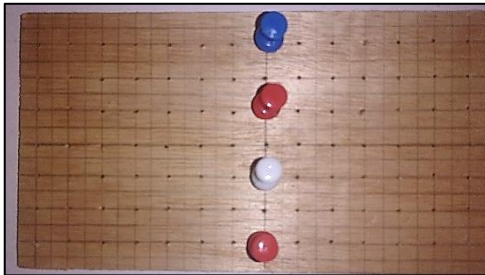
Se procede a realizar los agujeros en las líneas paralelas a una de las líneas de acción que se marcaron anteriormente.

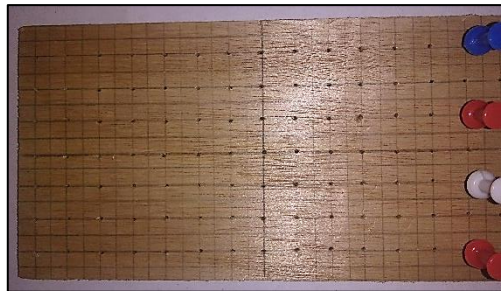
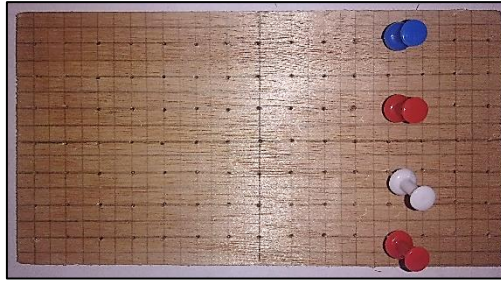
1. Para el caso de la figura en forma de nube.





2. Para el caso del rectángulo.





Se toman en cuenta solo dos de las figuras, ya que se pueden encontrar similitudes en la trayectoria de las figuras regulares e irregulares.

1. Para el caso de la figura en forma de nube.



2. Para el caso del rectángulo.



Este es el vínculo en donde se observa la trayectoria de las figuras teniendo en cuenta las líneas de acción presentadas en las imágenes anteriores: <https://youtu.be/u2dtBrDcglo>