

**La resolución de problemas y la formación ciudadana: Un estudio de textos
escolares de matemáticas publicados entre el 2006 y 2021**

Jhon Ferney Quitian González

Juan Carlos Valencia

Universidad Pedagógica Nacional

Maestría en Docencia de la Matemática

Directora Gloria García Oliveros

Julio del 2021

Para todos los efectos, declaramos que el presente trabajo es original y de nuestra total autoría: en aquellos casos en los cuales hemos requerido del trabajo de otros autores o investigadores, hemos dado los respectivos créditos.



UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA
NACIONAL

Educadora de educadores

FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

**ACTA DE VALORACIÓN
DE TRABAJO DE GRADO**

Escuchada la sustentación del Trabajo de Grado titulado ***La resolución de problemas y la formación ciudadana: Un estudio de textos escolares publicados entre 2006 y 2021***, presentado por los estudiantes:

Jhon Ferney Quitian González, Cód. 2019185023, CC. 1012407445
Juan Carlos Valencia, Cód. 2019185031, CC. 1033687217

como requisito parcial para optar al título de **Magíster en Docencia de la Matemática** y analizado el proceso seguido por los estudiantes en la elaboración del trabajo y evaluada la calidad del escrito final, se le asigna la calificación de **Aprobada**, con cuarenta y seis puntos (46) puntos.

Observaciones: Este trabajo de grado fue postulado a distinción meritoria.

En constancia se firma a los 22 días del mes de septiembre de 2021.

JURADOS

Directora del Trabajo: Profesora: *gloria garcia*
GLORIA GARCÍA OLIVEROS
Universidad Pedagógica Nacional

Jurados: Profesora: *Claudia*
CLAUDIA MARCELA VARGAS GUERRERO
Universidad Pedagógica Nacional

Profesor: *Néstor Fernando Guerrero Recalde*
NÉSTOR FERNANDO GUERRERO RECALDE
Universidad Distrital Francisco José de Caldas

Dedicatoria

A la universidad pública por permitirme llegar hasta acá.

Jhon Quitian

*A mi mamá y a mi abuela, pues sin su amor y apoyo
no habría logrado esta importante meta en mi vida.*

*Su ejemplo, su constancia, su fortaleza son un faro
que me ilumina y me motiva para seguir adelante.*

Juan Valencia

Agradecimientos

A todas las personas que acompañaron y aportaron a mi formación académica.

Jhon Quitian

A Ángela, por hacer este logro posible, tu ayuda ha sido fundamental,

Has estado conmigo, incluso en los momentos más turbulentos.

Gracias por permanecer.

Te agradezco por todas tus palabras, pero sobre todo por cada uno de tus actos.

*A todas las personas que me acompañaron en este camino,
gracias por cada palabra de aliento y por la motivación, para seguir adelante.*

Juan Valencia

Contenido

Índice de tablas.....	8
Índice de figuras	9
Introducción	10
1 Área problemática	12
1.1 Planteamiento del problema.....	12
1.2 Objetivos de la investigación	18
1.2.1 Objetivo general	18
1.2.2 Objetivos específicos	18
1.3 Antecedentes de investigación	19
1.3.1 Investigaciones relacionadas con educación matemática y formación ciudadana. 19	
1.3.2 Investigaciones relacionadas con resolución de problemas y formación ciudadana. 22	
1.3.3 Investigaciones relacionadas con análisis de libros de texto en educación matemática. 25	
2 Marco conceptual	27
2.1 Educación matemática en Colombia	27
2.1.1 Ciudadanía, competencias y resolución de problemas	27
2.1.2 Algunas reflexiones sobre la resolución de problemas.....	32
2.2 Formación ciudadana y educación matemática	34
2.2.1 Las matemáticas como instrumento de conocimiento	34
2.2.2 Las competencias matemáticas para la ciudadanía	37
2.3 Resolución de problemas y formación ciudadana.....	39
2.3.1 El proceso de resolución de problemas.....	40
2.3.2 El contexto de los problemas matemáticos	43
2.3.3 Los enunciados de los problemas matemáticos.....	47
3 Metodología	50
3.1 Enfoque investigativo, diseño y método.....	50
3.2 Análisis de contenido	51
3.2.1 Fase 1: Recolección de documentación	52
3.2.2 Fase 2: Selección de la muestra.....	53
3.2.3 Fase 3: Instrumentos de recolección.....	54

3.2.4	Fase 4: Selección de unidades de registro y categorías de análisis	55
3.3	Consideraciones éticas.....	62
4	Análisis	63
4.1	Enunciados de problemas sobre derechos y deberes.....	63
4.1.1	Periodo I (2006 – 2013)	63
4.1.2	Periodo II (2014 – 2021).....	68
4.2	Enunciados de problemas sobre salud.....	69
4.2.1	Periodo I (2006 – 2013)	69
4.2.2	Periodo II (2014 – 2021).....	71
4.3	Enunciados de problemas sobre ecología	72
4.3.1	Periodo I (2006 – 2013)	72
4.3.2	Periodo II (2014 – 2021).....	76
4.4	Resultados	78
4.4.1	Enunciados de problemas sobre derechos y deberes	78
4.4.2	Enunciados de problemas sobre salud	79
4.4.3	Enunciados de problemas sobre ecología	80
5	Conclusiones	81
5.1	Acerca del objetivo general y pregunta de investigación	81
5.2	Aportes y aprendizajes profesionales	84
5.3	Asuntos de estudios emergentes.....	84
	Referencias.....	86

Índice de tablas

Tabla 1: Etapas de la resolución de problemas.....	43
Tabla 2: Referencias, situaciones o contextos de problemas matemáticos.....	45
Tabla 3: Enunciados sobre vidas dignas	65
Tabla 4: Enunciados sobre la dignidad	67
Tabla 5: Enunciado sobre la participación ciudadana	68
Tabla 6: Enunciados sobre derechos y deberes.....	69
Tabla 7: Enunciados sobre trastornos alimenticios.....	71
Tabla 8: Enunciado sobre la salud de la piel.....	72
Tabla 9: Enunciados sobre el deterioro ambiental.....	74
Tabla 10: Enunciados sobre la recolección de basuras.....	76
Tabla 11: Enunciados sobre el uso energético responsable.....	77

Índice de figuras

Figura 1: Contenencia contextual en los problemas matemáticos.....	47
Figura 2: Muestra seleccionada para el análisis.....	55
Figura 3: Niveles de análisis de contenido.....	56
Figura 4: Codificación de unidades de registro (enunciados).....	57
Figura 5: Descripción y organización de unidades de registro	58
Figura 6: Panorama de rasgos de caracterización en el periodo I.....	59
Figura 7: Panorama de rasgos de caracterización en el periodo II.....	60
Figura 8: Panorama de unidades de registro delimitadas.....	61

Introducción

El presente estudio se realiza en el marco de la Maestría en Docencia en Matemáticas con énfasis en formación ciudadana de la Universidad Pedagógica Nacional, cohorte 2019-I. El foco de atención es la relación educación matemática y formación ciudadana, en los enunciados de problemas propuestos en los libros de texto para la educación básica media y secundaria en Colombia.

El primer capítulo describe el área problemática; planteando el problema de la investigación y sus objetivos. Además, está incluida una revisión de antecedentes de la formación ciudadana en los enunciados de los libros de texto de matemáticas; estos se reportan en tres apartados. El primer apartado describe las investigaciones relacionadas con la educación matemática y la formación ciudadana; en el segundo, las investigaciones relacionadas con la resolución de problemas y la formación ciudadana y, el último, las investigaciones relacionadas con el análisis de libros de texto en educación matemática.

El segundo capítulo presenta el marco conceptual en torno a la relación educación matemática, resolución de problemas y formación ciudadana. En este apartado se incluyen y desarrollan todas las ideas respecto a los referentes teóricos que se usaron en el desarrollo del presente estudio.

El tercer capítulo describe la metodología, contextualizando el enfoque de la investigación, el diseño de la investigación, el modelo de análisis, las unidades de registro, la planificación y las categorías del análisis. El enfoque investigativo es cualitativo enmarcado en el análisis de contenido de libros de texto de matemáticas.

El análisis y descripción de los resultados está explícito en cuarto capítulo. El análisis se hace a un total de 85 enunciados de problemas de libros de texto, de seis editoriales, cuyas

publicaciones fueron posteriores a la publicación de los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2006a).

El quinto capítulo está conformado por las conclusiones en relación con la pregunta de investigación planteada y los objetivos propuestos, los aportes y aprendizajes profesionales y, los asuntos de estudios emergentes.

1 Área problemática

Este capítulo describe el área problemática. En primer lugar, está el planteamiento del problema en relación con la formación ciudadana, la educación matemática y los enunciados de problemas planteados por libros de texto. Los objetivos del presente estudio están en el segundo apartado. Finalmente, se presenta la revisión realizada respecto a los antecedentes de investigación.

1.1 Planteamiento del problema

En el marco de la relación existente entre la educación matemática y la formación ciudadana, Callejo (2000) resalta el papel de las matemáticas como “una poderosa herramienta para analizar, comprender e interpretar la realidad” (pág. 6) y eventualmente intervenir en ella, posibilitando la elaboración de propuestas de cambio y transformación. Para la autora, las matemáticas entendidas desde el enfoque de la formación ciudadana no pueden dirigirse a una minoría, que ha de utilizarlas en su vida profesional, sino que deben llegar a las mayorías para utilizarlas en su vida cotidiana, participar de forma activa y crítica en la sociedad. Desde el énfasis de la formación ciudadana centrada en los derechos humanos se propone “una nueva forma de aproximarse a la educación matemática, desde lo concreto, desde las necesidades de la persona humana, desde sus aspiraciones y problemas cotidianos” (pág. 2).

Alsina (2010) plantea que “el objetivo central de la educación matemática de hoy debe ser preparar para la vida” (pág. 89) y, en consecuencia, concibe *las matemáticas para la vida* como aquellas necesarias para ejercer una ciudadanía responsable propia del siglo XXI. Goñi (2010) comparte los principios de una educación matemática para responder a la formación ciudadana, capaz de dotar a los sujetos de herramientas matemáticas que les permitan responder a las nuevas formas de producción de la sociedad y a las necesidades de los ciudadanos. Con

estas consideraciones como referentes se propone que los proyectos educativos con las matemáticas, orientados a la formación de la ciudadanía, deben ir más allá del dominio de los procedimientos, hechos y conceptos, e incluir procesos más complejos como la matematización de situaciones y la resolución de problemas (en adelante RP), encaminados a la formación de sujetos informados, activos, conscientes de sus derechos y deberes, así como partícipes en la vida política y social (Callejo, 2000).

La relación entre la educación matemática y la formación ciudadana propuesta por Callejo (2000) y Alsina (2010), no son ajenas al contexto colombiano. A finales del siglo XX, la visión de la educación en Colombia sufrió transformaciones¹ para responder a las demandas de la Constitución Política Colombiana [Const.] de 1991. En su Artículo 67, la Constitución, establece que la educación debe contribuir al desarrollo del conocimiento, la ciencia, la técnica, los derechos humanos, la paz, la democracia y, el mejoramiento cultural, científico y tecnológico de la nación, enmarcados en la formación del ciudadano (Const., 1991). La Ley General de Educación (Ley 115, 1994), en el Artículo 5, determina que los fines de la educación son el desarrollo de la capacidad crítica, reflexiva y analítica, orientado hacia la participación de los ciudadanos en la búsqueda y solución a los problemas. De igual manera, exalta la formación de estudiantes enfocados en el respeto de los derechos humanos, la paz, los principios democráticos, la tolerancia y la libertad. En otras palabras, la educación debe comprometerse con la formación ciudadana.

¹ Una de estas transformaciones se da con publicación de la Ley General de Educación (Ley 115, 1994), donde se proclaman los fines de la educación, cumpliendo esta una función social en concordancia de los intereses y necesidades de los ciudadanos, promoviendo los valores y la participación ciudadana (García, Navarrete y Samboní, 2016). Posteriormente el Ministerio de Educación Nacional publica en 1998 los Lineamientos Curriculares en Matemáticas en un intento de responder a las proclamasiones nacionales (Constitución Política Colombiana y Ley General de educación), reconociendo la necesidad de un cambio en las matemáticas escolares que diesen cara a los nuevos retos del siglo XXI.

En este sentido, Colombia reconoce en la educación la función social de formar ciudadanos que, desde la actuación individual y colectiva, participen crítica, reflexiva y analíticamente en la búsqueda de alternativas de solución a problemas sociales, respetando los derechos humanos y los principios democráticos de convivencia, pluralismo, justicia, solidaridad y equidad (Ley 115, 1994). Así, la educación matemática colombiana busca no solo conducir al estudiante a la apropiación de los elementos de su cultura, a la comprensión del mundo que le rodea y a la construcción de significados socialmente compartidos, sino también a la adquisición de instrumentos para explorar, representar, explicar y predecir la realidad, dando sentido a esta y actuando en y para ella, sabiendo *qué, cómo, cuándo y por qué* hacerlo; es decir, siendo matemáticamente competente (Ministerio de Educación Nacional [MEN], 1998, 2006a).

Para tales propósitos, los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas [en adelante EBCM] (MEN, 2006a) resaltan la importancia de formar en conocimiento matemático tanto conceptual como procedimental. El primero, representa una faceta formal del conocimiento matemático, asociado con el saber *qué* y el saber *por qué*; el segundo, cercano a la acción, representa una faceta práctica, la cual se relaciona con las técnicas y las estrategias para comparar, relacionar y usar conceptos en contexto, y está asociado con el saber *cuándo* y saber *cómo*. El conjunto de ambos tipos de conocimiento matemático permite relacionar en la noción de competencia al *hacer* como al *comprender*. Los documentos curriculares, proponen relacionar estos modos del conocimiento matemático con procesos matemáticos como aquellos que explicitan lo que significa ser matemáticamente competente: formular y resolver problemas, modelar procesos de la realidad, comunicar, razonar, y; formular, comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos.

En particular, la RP es considerada como el eje central del currículo en matemáticas (MEN, 2006a) dado que “las situaciones problema proporcionan el contexto inmediato en donde el quehacer matemático cobra sentido” (pág. 52) puesto que las situaciones permiten interpretar la realidad y formular posibles soluciones por parte de los estudiantes. Esta última afirmación coincide con la formulada en los Lineamientos Curriculares en Matemáticas (MEN, 1998) al reconocer que una situación problema permite a los estudiantes desplegar varias estrategias para resolverla, para encontrar resultados e interpretarla y, promueve el desarrollo de una actitud mental perseverante e inquisitiva. En consecuencia, con lo anterior, para los EBCM (MEN, 2006a), es importante abordar problemas abiertos en donde se posibilite una mayor cantidad de soluciones o en algunos casos ninguna. El documento relaciona la importancia de experimentar con otro tipo de problemas, a los cuales les sobre o les falte información, con enunciados incompletos frente a los cuales los estudiantes tengan que formular preguntas antes de intentar resolverlos, es decir, plantear problemas muy diferentes a los problemas tomados de los textos escolares, que suelen ser solo “ejercicios de rutina” (EBCM, 2006a)

Teniendo en cuenta lo anterior, se suma el carácter transversal que promueve la resolución de problemas, “convirtiéndose en redes de interconexión” (MEN, 2006a, pág. 52) en la promoción de la formación ciudadana, determinando que la RP se constituya en el vínculo con la formación ciudadana. Para Callejo (2010), los problemas relacionados con situaciones sociales, económicas, políticas o ecológicas pueden brindar varias respuestas correctas, integrando las dimensiones críticas y propositivas en las soluciones, cuestionando a quienes privilegian o no. Los datos en la RP, no quedan en lo abstracto sino en situaciones contextualizadas, donde los números, las estadísticas, las formas, las variables son dotados de un

significado para comprender, valorar e interpretar realidades sociales, ambientales, sanitarias, entre otras.

En el contexto colombiano, Agudelo-Valderrama (2005) señala que, a pesar de los cambios formulados en los documentos curriculares de la educación matemática, en Colombia, las realidades escolares colombianas siguen estando permeadas por una formación de corte tradicional donde prima la adquisición del conocimiento matemático en un contexto ajeno a las problemáticas sociales, económicas, ambientales. Ahora bien, en la formación que prioriza la adquisición del conocimiento matemático, se encuentra que el libro de texto, en la mayoría de casos, es el único material curricular en la clase de matemáticas.

Por lo tanto, es pertinente analizar el papel de los textos escolares en la educación matemática, puesto que estudios como los de González y Sierra (2004) han mostrado como el libro de texto impone una determinada forma de estructurar los contenidos, dando preponderancia a unos contenidos sobre otros. Choppin (1980, citado por González y Sierra, 2004) argumenta que el libro de texto impone una organización y una jerarquía de los contenidos. Los autores coinciden en señalar que los textos se configuran como un instrumento de poder dado que “contribuye a la uniformización lingüística de la disciplina, a la nivelación cultural y a la propagación de las ideas dominantes” (pág. 5). Esta mirada crítica de los libros de texto hace que su estudio aporte gran información tanto de las concepciones en relación de la formación ciudadana con el contenido matemático que desarrollan, como acerca del proceso educativo con el que están relacionados.

Pino y Blanco (2008) coinciden con Agudelo-Valderrama (2005), al mostrar cómo las propuestas curriculares se ven reflejadas en los libros de texto, haciendo de estos un recurso muy importante para los profesores (a veces el único) para su implementación. Para González y

Sierra, (2004) es en los libros de texto donde se decide: qué contenidos son importantes o básicos; cómo deben ser transmitidos y los diversos ejercicios y problemas planteados para el desarrollo o evaluación de los contenidos propuestos. Por lo tanto, el libro de texto es uno de los recursos esenciales en la enseñanza- aprendizaje, sirviendo como un mediador del currículo, el docente y el aprendizaje del estudiante.

Coincidiendo con estos estudios, Rico (1990, citado por Romero et al., 2008) y Monterrubio y Ortega (2012) coinciden en señalar que los libros de texto son determinantes en el fracaso o éxito de un cambio en la educación, puesto que determinan las posibilidades de realizar los cambios que demandan las reformas curriculares más que los propios documentos rectores a nivel nacional. Por lo tanto, las propuestas editoriales se convierten, en legitimadoras de los enfoques curriculares a desarrollar en el aula y que la sociedad valida como necesarios de aprender, sobre el papel de los procesos que integran las competencias matemáticas, sobre el papel de la RP en relación con la formación ciudadana en el aula, así como de las matemáticas y sus procesos de enseñanza y aprendizaje (Olson, 1989, citado por López et al. 2015).

Dada la importancia de los libros de texto y su papel en la divulgación de las reformas curriculares, es necesario reconocer el papel de los enunciados de problemas matemáticos incluidos en los libros de texto, los cuales según Orrantia, J., González, LB y Vicente, S. (2005) y Vicente, S., Dooren, WV y Verschaffel, L. (2008) suelen adaptarse a contratos estandarizados, ocultando algunos presupuestos contrarios a la naturaleza propia de la resolución de problemas. Tales presupuestos (descritos en el apartado 2.3.3) parecen indicar que la RP consiste únicamente en elegir y ejecutar una o varias operaciones matemáticas, así como que la RP solo requiere usar conocimientos matemáticos vistos anteriormente y que las respuestas de los problemas son únicas, precisas, limpias y numéricas. De hecho, los profesores suelen partir de

los libros de texto, de su estructura y de la visión que aportan sobre qué es resolver problemas y su función dentro del currículo en matemáticas (Nathan y Koedinger, 2000). Es por ello que, la influencia del libro de texto en cómo se enseña a los alumnos a resolver problemas está influenciada por las propuestas de los libros de texto.

Teniendo en cuenta las consideraciones mencionadas en apartados precedentes, este estudio se propone analizar la relación entre la formación ciudadana y los enunciados de problemas en libros de texto de matemáticas, publicados a partir del 2006. Esto es debido a que en la revisión y selección de los textos se ha encontrado que a partir del 2006 se incorporan las competencias matemáticas. Con base en estos argumentos se han seleccionado 12 libros de texto, de seis editoriales, publicados a partir de la divulgación de los EBCM (MEN, 2006a) para la educación básica secundaria colombiana en matemáticas.

Con base en los argumentos expuestos **la pregunta que orienta la investigación es:**

¿Cómo los enunciados de problemas propuestos en algunos libros de texto de matemáticas publicados a partir del 2006 para la educación básica media y secundaria colombiana promueven la formación ciudadana?

1.2 Objetivos de la investigación

1.2.1 Objetivo general

Analizar en libros de texto de matemáticas la relación entre enunciados de problemas y formación ciudadana en la educación básica media y secundaria colombiana.

1.2.2 Objetivos específicos

- Caracterizar teóricamente la relación entre formación ciudadana y resolución de problemas

- Caracterizar los tipos de enunciados de problemas relacionados con la formación ciudadana
- Diseñar un sistema de categorías para el análisis de la relación formación ciudadana y enunciados de problemas en libros de texto de matemáticas.

1.3 Antecedentes de investigación

Este apartado describe la revisión de los antecedentes de investigación. En primer lugar, las investigaciones relacionadas con la educación matemática y la formación ciudadana. En segundo lugar, las investigaciones en torno a la resolución de problemas y la formación ciudadana. Finalmente, las investigaciones en relación con los libros de texto en educación matemática.

1.3.1 Investigaciones relacionadas con educación matemática y formación ciudadana.

1.3.1.1 Valores democráticos en escenarios de aprendizaje de matemáticas: conexiones entre la diversidad y la cultura juvenil. García, Navarrete y Samboní, (2018). Revista Tecné, Episteme y Didaxis. Colombia.

García, Navarrete y Samboní (2018) centran su atención en el estudio de la relación educación matemática, democracia y diversidad, en aulas de clase de colegios colombianos, teniendo como referentes dos escenarios de aprendizaje. Estos escenarios de aprendizaje aportaron al reconocimiento de problemáticas (de salud y ambientales) cercanas a los estudiantes y la discusión de soluciones de manera colectiva.

Navarrete (2015, citada por García, Navarrete y Samboní, 2018) propuso el escenario de aprendizaje *¿Cuánta agua gastamos?* en respuesta a una necesidad latente de las familias de los estudiantes, para reducir los costos del consumo de agua en una población dedicada a la agricultura y floricultura, promoviendo espacios de comunicación deliberativa entre los implicados. El escenario de aprendizaje se implementó en una institución pública, donde los

estudiantes participaron, independientemente de sus habilidades matemáticas, recolectando información sobre los costos de los recibos del agua en la institución, en sus hogares y otros sitios. Posteriormente, con los datos, con los conceptos de volumen y costos del recurso hídrico, analizaron el consumo del agua en cada familia y en la escuela. Navarrete relata la participación colectiva al escenario de aprendizaje, y la deliberación como acciones colectivas de participación en las estrategias de solución

Chávez y Samboní (2013, citadas por García, Navarrete y Samboní, 2018) construyen el escenario de aprendizaje *No le des la espalda a tu espalda*, integrando “una problemática social y culturalmente relevante para los estudiantes” (pág. 215). Con datos sobre el sobrepeso de las maletas en las que los estudiantes transportan libros a la escuela, y con datos sobre las consecuencias y limitaciones del sobrepeso de las maletas se inicia la reflexión de los estudiantes. Las autoras enmarcan el estudio de la problemática en el campo de las relaciones funcionales.

Con la mediación de otras áreas del conocimiento (física, química y biología), se establecen relaciones entre una espalda sana, la buena alimentación y, el fortalecimiento de huesos y músculos. Con la información recolectada, se realiza una campaña en el colegio para informar a todos los estudiantes de la institución sobre “cómo los jóvenes no le dan la espalda a su espalda”.

Una de las reflexiones de García, Navarrete y Samboní (2018) es la limitación y presión de las organizaciones curriculares, por parte de las instituciones escolares, para el cumplimiento de en el desarrollo del listado de contenidos establecidos en los programas de matemática institucionales. Las autoras del artículo encuentran dificultades para promover espacios de distanciamiento en los que las matemáticas den solución a problemas sociales, políticos o

económicos. Se plantea también, cómo la estructura curricular de las matemáticas escolares intenta promover la idea de homogenización en el aprendizaje y como la estratificación está presente en las aulas de clase.

1.3.1.2 Caracterización y desarrollo de la competencia de ciudadanía en la formación de docentes de matemáticas de secundaria. Morales, Alpízar y Alfaro A. (2016). Revista digital Matemática, Educación e Internet.

En relación con la caracterización del buen ciudadano y el desarrollo de la competencia ciudadana en futuros docentes de matemáticas en Costa Rica, Morales, Alpízar y Alfaro (2016) presentan un estudio, vinculando actividades de datos estadística y probabilidad. Los autores caracterizan al *buen ciudadano* con las categorías: convivencia, criticidad, democracia y conciencia social.

Inicialmente, el estudio reconoció una generalidad de las concepciones de los futuros docentes en la relación educación matemática y formación ciudadana, siendo esta las aplicaciones de las matemáticas con las situaciones de la vida cotidiana (comercio, finanzas, juegos de azar, entre otros), resaltándola como “una estructura de razonamiento, útil para resolver problemas más allá del contenido matemático” (Morales, Alpízar y Alfaro, 2016, pág. 8).

Además, se reconocieron limitaciones de la investigación debido a las debilidades conceptuales evidenciadas en los participantes, puesto que ninguno logró interpretar una representación gráfica que les fue presentada en una de las actividades propuestas por los autores de la investigación. Esto restringió a los autores a proponer actividades más sofisticadas. Los autores señalan la dificultad presente en los futuros educadores para promover la formación ciudadana, debido a situaciones presentadas en las aulas que se apoyan en conceptos erróneos.

Parte de la investigación se centró en la creación de proyectos por parte de los futuros docentes. Se presentaron cuatro proyectos enmarcados en el uso de la estadística y probabilidad, con relación a la formación ciudadana. La categoría que sobresale en las propuestas de los participantes es la de la conciencia social; lo cual, desde la perspectiva de los autores del artículo “es esperanzador, ya que la sociedad costarricense pasa actualmente por una crisis social donde los valores se han ido perdiendo ... ya que como docentes no solo deben formar a los estudiantes en conceptos teóricos sino darles herramientas que les permitan desarrollarse en la sociedad” (Morales, Alpízar y Alfaro, 2016, pág. 13).

1.3.2 Investigaciones relacionadas con resolución de problemas y formación ciudadana.

1.3.2.1 Competencias matemáticas básicas que muestran estudiantes de bachillerato en la resolución de problemas que involucran análisis y toma de decisiones. Cruz, (2006). Universidad Pedagógica Nacional. Doctorado en Educación. México.

Cruz (2006), en su tesis de doctorado se cuestiona cómo las matemáticas escolares le permiten desenvolverse al ciudadano actual, señalando la vulnerabilidad a la que puede estar expuesto por el anumerismo² y cómo incide en la toma de decisiones.

Partiendo de la premisa que cualquier persona es tomadora de decisiones, reconoce que un estudiante de bachillerato de forma individual o colectiva, toma o tomará decisiones para su vida cotidiana o en futuro su vida laboral y, que la clase de matemáticas puede aportar a tales acciones. Añade que para la formación ciudadana la totalidad de procesos matemáticos no son plenamente reconocidos en el currículo mexicano, procesos como la ponderación de la

² Planteado por Paulos (1988, citado por Cruz, 2006) y entendido como la incapacidad de manejar con facilidad conceptos fundamentales de los números y el azar.

información o el tratamiento de datos en situaciones problema, para la toma de decisiones por parte de los ciudadanos (estudiantes).

Así mismo, afirma “La necesidad de que el individuo desarrolle una competencia matemática que le permita entender eventos cotidianos y del campo laboral” (Cruz, 2006, pág. 5) para ámbitos como las matemáticas para la vida, las matemáticas y la cultura, las matemáticas para el trabajo y, las matemáticas para el progreso de la ciencia y la tecnología.

El autor propone nueve problemas a un grupo de primer año de bachillerato, con un total de 51 participantes entre los 15 y 16 años de edad. No se atendió a algún criterio en particular para la elección del grupo. Con la intención de fomentar el trabajo en los pequeños grupos, se fijó una norma en la cual se estableció que el profesor no respondía preguntas. En cuanto a los problemas que Cruz (2006) propone, hay gran variedad de situaciones que involucran la toma de decisiones, siendo de consumo, de publicidad, de otras ciencias, de convivencia familiar y de estudios.

Una de las conclusiones de la investigación resalta que las situaciones problema en matemáticas que se alejan del carácter rígido y universal (que se ha dado en décadas anteriores), permite a los profesores reconocer la complejidad del trabajo de los estudiantes asociado al análisis y la toma de decisiones en contextos sociales.

1.3.2.2 Problemas matemáticos en el caso de un currículo: Análisis con base en el contexto y en la contextualización. Chavarría, y Albanese (2021). Revista Avances de Investigación en Educación Matemática. España.

Chavarría y Albanese (2021) estudian el contexto y la contextualización de problemas matemáticos presentes en el currículo costarricense posterior a la reforma educativa del país en el

año 2012. Dicha reforma, para el área de matemáticas, hace énfasis en la resolución de problemas ligados al entorno cultural de los estudiantes (Chavarría y Albanese, 2021).

El estudio parte de la premisa de la importancia del contexto y la contextualización en la educación matemática. Los contextos de problemas involucrados en el estudio, se toman con base en la propuesta del Rico (2006, citado por Chavarría y Albanese, 2021), siendo los *i)* personales, *ii)* educativos, *iii)* públicos y *iv)* científicos. Los autores añaden el contexto costarricense, puesto que la reforma invita a tener en cuenta la realidad de dicha nación y, el contexto rural y urbano. Del contexto rural, surge una variable que es el contexto indígena, con la intención de estudiar un grupo originario del país, cuya población representa alrededor del 2.4% del total de habitantes.

En cuanto a la contextualización, se tiene en cuenta la *i)* artificial, siendo aquella donde el contexto del problema no es relevante en la solución, *ii)* la activa, siendo aquella en la cual el contexto es imprescindible para la solución y *iii)* la significativa, siendo aquella donde se tiene en cuenta “la realidad del grupo donde se lleva a cabo el proceso de enseñanza y aprendizaje” (Chavarría y Albanese, 2021, pág. 43).

En el estudio, los autores analizan problemas de diferentes ramas de las matemáticas: aritmética, geometría, álgebra, teoría de conjuntos y, estadística y probabilidad, en los grados entre séptimo y undécimo. Además, tanto la reforma como los autores, reconocen la importancia de los contextos culturales para la comprensión en los procesos de aprendizaje de las matemáticas, siguiendo así lo planteado por Bishop (1991, citado por Chavarría y Albanese, 2021).

Se identifican dos aportes de Chavarría y Albanese (2021). El primero es que la reforma educativa costarricense promueve la educación matemática dirigida al cambio, pero no se ajusta a lo analizado en los problemas. La gran mayoría de problemas planteados son de contextos matemáticos o científicos alejados de la realidad del país, siendo estos más del 59.5% del total de problemas analizados. Además, los problemas de contextos rurales o indígenas son nulos y, solo el 18% (aproximadamente) están en el contexto costarricense, pero no se ajustan a su realidad.

El segundo aporte refiere a la contextualización de los problemas. Se tiene que 45 de ellos están clasificados como de contextualización activa y, de ellos, solo 6 presentan contextualización significativa. Estos problemas enmarcan problemáticas de consumo, inversiones, emprendimiento, estudios, salud e inclusión. De los problemas de contextualización activa, pero no significativa, los autores señalan que muchos de ellos “se alejan de cómo se abordarían en la realidad” (Chavarría y Albanese, 2021, pág. 51), resaltando la posible transformación de estos para que sea de contextualización significativa.

1.3.3 Investigaciones relacionadas con análisis de libros de texto en educación matemática.

1.3.3.1 Dimensión sociopolítica de las matemáticas: Un análisis del texto escolar. Caicedo y Pérez, (2020). Universidad de La Sabana. Maestría en Educación. Colombia.

Caicedo y Pérez (2020), dos editoras de textos escolares, se cuestionan sobre el enfoque de la educación matemática en relación a los planteamientos de los textos escolares y lo proyectado por los documentos que regulan la educación colombiana (Constitución Política de Colombia, 1991; Ley 115, 1994, Lineamientos Curriculares en Matemáticas, 1998 y EBCM, 2006a). Centran su atención en las potencialidades de la educación matemática en su intención de formar ciudadanos desde una visión de la educación matemática crítica. La investigación se

realiza contemplando un enfoque cualitativo, revisando un libro de texto escolar de matemáticas de grado quinto que circuló en los años 2015 y 2016 en Colombia.

Con categorías provenientes del enfoque de educación matemática crítica, las autoras analizan que en el contenido del texto sobresalen las temáticas enmarcadas con el pensamiento variacional (19%) y numérico (39%). Además, el 24% del texto corresponde a secciones que promueven el proceso de resolución de problemas en los contextos de la vida cotidiana, de otras ciencias y de las mismas matemáticas, siendo este último el de mayor relevancia en el libro. Se añade que los problemas tienen como principal objetivo promover mecanización de algoritmos.

En el análisis del texto, también se concluyó que este aporta al proceso de exclusión, al ser un documento que no tiene en cuenta la diversidad cultural colombiana, en cuanto a condiciones de vida, raza, género o economía refiere. En cuanto a la práctica discursiva, en el texto se reconoce la influencia que tiene de textos previamente publicados, señalando así la no autonomía textual. El texto tiene en cuenta los discursos provenientes de las investigaciones en educación matemática y de las proclamaciones nacionales.

Caicedo y Pérez (2020) concluyen que hay una visión preferencial en los planteamientos de los textos a lo disciplinar, evidenciándose la ausencia con situaciones de tipo social, por ejemplo. Los aportes a las matemáticas y educación matemática por parte de los editores generan una *ruta* que en la mayoría de libros de texto delimita la acción del estudiante a solo seguir órdenes. Como reflexión, señalan que el libro de texto debe permitir al estudiante involucrarse y tomar postura sobre situaciones sociales y políticas (Caicedo y Pérez, 2020).

2 Marco conceptual

El presente capítulo está organizado en tres apartados. En el primero de ellos se expone un panorama general de la educación colombiana que permite relacionar los referentes sobre educación matemática con intereses de formación ciudadana, al tiempo que suscita reflexiones sobre la apuesta de resolución de problemas en este marco. En coherencia con ello, los otros dos apartados presentan, desde diversas investigaciones nacionales e internacionales, un acercamiento conceptual y reflexivo a una educación matemática para la ciudadanía desde el desarrollo de competencias como la resolución de problemas.

2.1 Educación matemática en Colombia

2.1.1 *Ciudadanía, competencias y resolución de problemas*

El concepto de *ciudadanía* en Colombia no solo concibe una relación con el Estado en términos de derechos y deberes asociados a la nacionalidad, el sufragio y la vida pública (Const., 1991, arts. 98 y 99); también integra el pensar en el otro, respetar sus derechos y actuar de manera colectiva a favor de intereses comunes desde un mínimo de humanidad compartida (Mockus, 2004). De esta forma, la ciudadanía se construye sobre la base de las relaciones humanas que tienen lugar tanto en el ámbito público como en el privado: los contextos de participación colectiva permiten reconfigurar formas individuales de relacionarse con el otro, en compromiso con la construcción y transformación social desde intereses tanto personales como comunes, volviendo público lo privado y viceversa.

En este sentido, Colombia reconoce en la educación la función social de formar ciudadanos que, desde la actuación individual y colectiva, participen crítica, reflexiva y analíticamente en la búsqueda de alternativas de solución a problemas sociales, respetando los derechos humanos y los principios democráticos de convivencia, pluralismo, justicia, solidaridad

y equidad (Ley 115, 1994). Dado que dicha formación supone tanto habilidades específicas como valores para convivir, la educación colombiana le apuesta al desarrollo de competencias entendiéndolas como “*saber hacer* en situaciones concretas que requieren la aplicación creativa, flexible y responsable de conocimientos, habilidades y actitudes” (MEN, 2006b, pág. 12).

En el marco de estas competencias, se concibe la actualización del conocimiento en distintos contextos y la comprensión de sus implicaciones éticas, sociales, económicas y políticas. Coherentemente y de manera particular, desde la educación matemática colombiana (MEN, 2006a) se pretende responder a la formación de ciudadanos con las competencias necesarias para el ejercicio de sus derechos y deberes democráticos, promoviendo el uso de conocimientos matemáticos fuera del ámbito escolar al momento de participar activa y críticamente en la vida social y política, al preparar, discutir, tomar decisiones, opinar, escuchar y enfrentarse a acciones que colectivamente puedan transformar la sociedad.

La educación matemática colombiana busca no solo conducir al estudiante a la apropiación de los elementos de su cultura, a la comprensión del mundo que le rodea y a la construcción de significados socialmente compartidos, sino también a la adquisición de instrumentos para explorar, representar, explicar y predecir la realidad, para dar sentido a esta y actuar en y para ella, sabiendo *qué, cómo, cuándo y por qué* hacerlo, es decir, siendo matemáticamente competente (MEN, 1998; 2006a).

Para tales propósitos, se resalta como imperativo formar en conocimiento matemático tanto conceptual como procedimental (MEN, 2006a). Mientras el primero de ellos representa una faceta formal, es producido por la actividad cognitiva y está asociado con el saber qué y el saber por qué; el segundo está más cercano a la acción, representa una faceta práctica, se relaciona con las técnicas y las estrategias para relacionar, comparar y usar conceptos en contexto, así como

con el saber cuándo y saber cómo. El conjunto de ambos tipos de conocimiento matemático permite relacionar la noción de competencia tanto al *hacer* como al *comprender* y, en consecuencia, precisar los siguientes procesos generales como aquellos que explicitan lo que significa ser matemáticamente competente:

- La formulación, tratamiento y resolución de problemas: promueve la búsqueda de soluciones, la modificación de condiciones y el despliegue de una serie de estrategias para resolver situaciones problema de la vida cotidiana, de otras ciencias y de las matemáticas mismas, convirtiéndose en ricas redes de interconexión e interdisciplinariedad.
- La modelación: permite, en situaciones problema, decidir qué variables y relaciones son importantes para establecer modelos matemáticos que permitan hacer predicciones, obtener y comparar resultados.
- La comunicación: fundamental para expresar preguntas, problemas, conjeturas y resultados matemáticos, así como para fomentar la discusión colectiva sobre situaciones, conceptos y simbolizaciones.
- El razonamiento: indispensable para identificar relaciones, hacer conjeturas, justificar y argumentar procesos, soluciones e interpretaciones.
- La formulación, comparación y ejercitación de procedimientos: refiere a la construcción y ejecución precisa y rápida de algoritmos o procedimientos de rutina como herramientas eficaces y útiles en diversas situaciones.

Particularmente, los Lineamientos Curriculares en Matemáticas [LCM] (MEN, 1998) conciben la resolución de problemas [RP] no solo como estrategia didáctica, sino también como logro fundamental de la educación. Como estrategia, el contexto de los estudiantes, al

relacionarse “con los ambientes que [lo] rodean ... y que le dan sentido a las matemáticas que aprende” (pág. 19), permite generar *situaciones problemáticas* que “además de comprometer la afectividad del estudiante, desencadenen los procesos de aprendizaje esperados”(pág. 19), considerando sus condiciones sociales, económicas y culturales, así como el tipo de interacciones, el intercambio de puntos de vista y los intereses del grupo en el que se concreta el acto educativo.

Estas situaciones de la vida diaria, de las matemáticas y de otras ciencias deben permitir de manera constante explorar problemas, plantear preguntas y reflexionar sobre modelos, por lo que la RP asociada no debe reservarse para momentos posteriores al aprendizaje, sino utilizarse como contexto dentro del cual este tenga lugar (MEN, 1998). En otras palabras, se requiere romper con la tradición de aprender matemáticas abstractas descontextualizadas para luego aplicar “los conocimientos a la resolución de problemas presentados en un contexto” (pág. 24), y que en su lugar sean las situaciones problemáticas las que dinamicen y permeen todo el currículo como el contexto más propicio para acercarse al conocimiento matemático escolar desde un aprendizaje activo, significativo e inmerso en la cultura.

Ahora bien, como logro fundamental educativo, la RP es el objetivo general y eje transversal del currículo de matemáticas, no constituye un tópico aparte y provee un contexto en el cual los conceptos y herramientas son aprendidos (MEN, 1998). En la medida que se adquiere la capacidad de RP, no solo se desarrollan habilidades como comunicar, interpretar, razonar y conjeturar, sino que se genera “confianza en el uso de las matemáticas ... desarrollando una mente inquisitiva y perseverante ... para utilizar procesos de pensamiento de más alto nivel” (pág. 52).

En consecuencia, para los LCM (MEN, 1998), la RP es un proceso fundamental para aprender matemáticas, por lo que es pertinente considerar en el currículo aspectos como: la formulación de problemas a partir de situaciones dentro y fuera de las matemáticas, el desarrollo y aplicación de estrategias de resolución, la decisión sobre el tipo de respuestas apropiadas y razonables, la verificación e interpretación de resultados, la repetición del ciclo utilizando estrategias alternativas, y, la generalización de soluciones y estrategias para nuevos problemas.

Coherentemente con los anteriores planteamientos, los EBCM (MEN, 2006a) resaltan que la RP:

es un proceso presente a lo largo de todas las actividades curriculares de matemáticas y no una actividad aislada y esporádica; más aún, podría convertirse en el principal eje organizador del currículo de matemáticas, porque las situaciones problema proporcionan el contexto inmediato en donde el quehacer matemático cobra sentido, en la medida en que las situaciones que se aborden estén ligadas a experiencias cotidianas y, por ende, sean más significativas para los alumnos. Estos problemas pueden surgir del mundo cotidiano cercano o lejano, pero también de otras ciencias y de las mismas matemáticas, convirtiéndose en ricas redes de interconexión e interdisciplinariedad. (pág. 52)

En este sentido, se promueve un aprendizaje significativo y comprensivo mediante situaciones problema que permitan reconstruir y validar colectivamente el saber matemático, superando el aprendizaje pasivo con “contextos accesibles a los intereses y a las capacidades intelectuales de los estudiantes” (MEN, 2006a, pág. 72); de tal manera que la interpretación de los distintos contenidos y estructuras matemáticas inmersas en dichas situaciones involucre factores sociales y culturales propios de la clase de matemáticas, del ambiente de aprendizaje y del clima institucional y extraescolar. Es así como los EBCM (MEN, 2006a) asumen que una

situación bien preparada no solo promueve el conocimiento como la herramienta más eficaz en la solución de los problemas asociados, sino que también permite avanzar y profundizar en la comprensión, habilidades y actitudes de los estudiantes, es decir, en las competencias matemáticas.

A este respecto, los Derechos Básicos de Aprendizaje para Matemáticas [DBAM] (MEN, 2016) considerando que las competencias matemáticas se relacionan con la capacidad de reconocer, relacionar, organizar y utilizar los conocimientos de forma eficiente en la RP, coinciden con asumir esta última “como el *macro-proceso* alrededor del cual se articulan, desarrollan y estructuran los otros procesos del *ser matemáticamente competente*” (págs. 33 – 34). Además, resaltan que la RP al ser promovida por situaciones problemas no solo permite el despliegue de una serie de estrategias de resolución e interpretación, sino que también, articulada con el pensamiento crítico, la innovación y otras áreas, favorece la adaptación a un mundo en constante cambio.

2.1.2 Algunas reflexiones sobre la resolución de problemas

Dado que, en un país democrático como Colombia, la educación matemática está llamada a contribuir con la consolidación de valores ciudadanos tales como el trabajo colaborativo, la interpretación crítica de información, la participación y la toma de decisiones responsables en la RP de tipo social; se hace indispensable establecer conexiones entre conceptos, procedimientos matemáticos y contextos de la vida (Skovsmose y Valero, 2012). En coherencia con ello, dos de los principios de la educación colombiana a partir de los años noventa han sido entender las matemáticas escolares como un proceso cultural e integrar su funcionalidad asumiéndolas como una herramienta de lectura, interpretación y análisis de las realidades sociales y científicas (García y Salazar, 2009).

Sin embargo, aunque esto, como se expuso en la sección 2.1.1, ha desencadenado en proponer la RP como eje central del currículo de matemáticas, como proceso y como gestor de nuevas culturas en la clase, también ha servido como medio de estratificación por aprendizajes logrados. García y Salazar (2009) plantean que “lo que aparentemente se propuso como un eje para intentar promover cambios necesarios en la cultura de la clase de matemáticas, termina actuando para distorsionar y empobrecer las posibilidades de aprendizaje con equidad y calidad” (pág. 78), pues en lugar de privilegiar la RP como potenciadora del aprendizaje de valores tales como la comunicación, la participación, la diversidad de soluciones, la discusión y el trabajo en grupo, se le ha dado relevancia a sus efectos de control.

Estos últimos tienen lugar bajo el supuesto de que es posible medir con certeza absoluta las competencias individuales de los estudiantes en determinadas tareas; en este caso, la RP termina siendo la actividad asumida como el eje modular que indica de manera neutral si un estudiante es o no competente matemáticamente dando cuenta de su *saber hacer* integrado por el conocimiento matemático y las situaciones problema (Morgan, 2000). En virtud de ello, la RP se asume como producto individual en relación con preguntas cerradas de respuestas correctas e incorrectas, promoviendo el abordaje de problemas estandarizados con contextos poco significativos para los estudiantes, la creación de situaciones de enunciados verbales forzados, junto con el abandono de características y variables propias de la complejidad de las situaciones problemáticas (García y Salazar, 2009).

En relación con esto, Sánchez (2021) resalta que al dejar de lado la importancia de abordar problemas que sean significativos para los estudiantes desde sus intenciones, disposiciones y experiencias, el propósito preponderante de la RP termina siendo alcanzar

niveles más altos de conceptualización y abstracción matemática; asumidos como objetivos curriculares desde puntos de vista estructuralistas de las matemáticas escolares (Valero, 2002)

Por lo anterior, se hace necesario problematizar los fines de la RP para integrarlos de tal manera que el énfasis esté en el fomento del trabajo colaborativo, la comunicación, la participación y la toma de decisiones responsables en situaciones sociales que puedan ser comprendidas, interpretadas y analizadas con las matemáticas como herramienta, encontrando así un equilibrio entre las dimensiones de la RP (Skovsmose, 1999; García y Salazar, 2009).

2.2 Formación ciudadana y educación matemática

2.2.1 Las matemáticas como instrumento de conocimiento

A partir de la década del noventa, el interés por el concepto de *ciudadanía* cobra vigor en el campo del pensamiento político y social occidental al integrar las exigencias de justicia y de pertenencia comunitaria propias de la filosofía política de los años setenta y ochenta, respectivamente (Kymlicka y Norman, 1996). El debate sobre la ciudadanía ha hecho que sus acepciones modernas den sentido a la relación sociedad – individuo, al concebirla como:

Un estatus jurídico a través del cual los individuos se consideran poseedores de un conjunto de derechos y deberes que los hacen miembros de una comunidad política, el Estado-nación, dotándolos de lazos de identidad y pertenencia, así como de los requerimientos sociales y culturales necesarios para ejercer esos derechos y deberes, de manera participativa y en condiciones de igualdad. (Herrera, 2006, pág. 100)

Tal estatus supone entonces ciertas garantías por parte del Estado para promover el desarrollo integral de los ciudadanos y, en consecuencia, fomentar su participación responsable en beneficio de la comunidad política a la que pertenecen. En relación con esta participación, Callejo (2000) concibe dos dimensiones de la ciudadanía: la dimensión crítica y la dimensión

propositiva. La primera exige estar informado, decodificar, interpretar y analizar críticamente los mensajes en que circula la información social; mientras que la dimensión propositiva, implica sugerir soluciones a situaciones problemáticas relevantes y/o alternativas para proyectos sociales.

En virtud de esto, se requiere formar ciudadanos informados, activos, responsables, críticos, autónomos, capaces de decidir, negociar, cuestionar situaciones, proponer soluciones y resolver conflictos como movilizadores de intereses colectivos. En el logro de esta formación, la educación y en particular la educación matemática juega un papel crucial, pues según como se conciba, puede contribuir con la interpretación del mundo y la toma de decisiones colectivas para la construcción de una sociedad más justa.

Al respecto, Callejo (2000) plantea que la formación de ciudadanos desde la educación matemática requiere contemplar las matemáticas no solo como un objeto de conocimiento, sino como un instrumento de este, es decir, reconocer en ellas una poderosa herramienta para analizar, comprender e interpretar desde una perspectiva crítica la realidad, los fenómenos naturales y las situaciones sociales como los procesos electorales, el consumo, la ecología o la salud. En otras palabras, se trata de usar las matemáticas en contexto, superando su carácter abstracto, rígido, absoluto y preestablecido.

Desde esta postura, la enseñanza de las matemáticas implica que los estudiantes se comprometan en actividades originadas a partir de informaciones, situaciones y problemáticas sociales, desde un pensamiento creativo para comunicar y evaluar ideas, así como para conjeturar, descubrir, inventar y tomar decisiones a través de la reflexión crítica, argumentativa y colectiva (Vilanova et al., 2001). Así, el manejo de conceptos y procedimientos matemáticos deja de ser el objetivo de la enseñanza, para convertirse en un medio y mecanismo de lectura, interpretación y abordaje de situaciones mediante las que los conceptos matemáticos adquieren

significado contribuyendo con la construcción de sujetos críticos con poder de decisión dentro y fuera del aula.

Concretamente, Claudi Alsina (2019) plantea que contemplar las matemáticas como instrumento para la vida, implica reconocer su uso en:

- La resolución de asuntos problemáticos como cobrar un trabajo o decidir el amueblamiento de un piso, cuestiones cotidianas que obligan a poner en juego aritmética, ecuaciones, álgebra y geometría.
- La elección democrática y la toma de decisiones, para las cuales el análisis cuantitativo y cualitativo de sondeos, recuentos, representaciones y descuentos es fundamental en términos de equivalencias y proporcionalidad.
- La moderación de hábitos que resultan perjudiciales para la salud o la vida en general como el tabaquismo y los juegos en casinos por medio de la interpretación de datos estadísticos, análisis de dependencias entre variables y evaluación de esperanzas de vida o pérdidas.
- La interpretación, la decodificación y la precisión de verosimilitud y credibilidad del inmenso caudal de información que retoman la teoría de la codificación, la funcionalidad, el cálculo, la geometría y la lógica.
- La planificación familiar respecto a pensiones, inversiones, créditos o viajes que exigen poner en juego cálculos “donde las series numéricas o temporales asociadas pueden tener factores fijos y elementos variables o inciertos” (pág. 6).
- La defensa ante sentencias, la nulidad de procesos, la compensación de daños y la solicitud de devoluciones, ante las cuales la lógica deductiva, la teoría de índices

económicos, los criterios de proporcionalidad, el análisis de correlación y los procesos estocásticos aportan grandes beneficios.

Es preciso decir entonces que concebir las matemáticas como instrumento de conocimiento, encierra un carácter formativo y esencial para el ejercicio de la ciudadanía al promover no solo la articulación con otras ciencias en contextos interdisciplinarios y la exploración, la interpretación y el análisis crítico de situaciones, sino también la toma de decisiones a favor de la justicia, de la equidad, de los derechos humanos y del beneficio tanto individual como colectivo (Callejo, 2000).

2.2.2 Las competencias matemáticas para la ciudadanía

Asociado a la línea argumental de la sección anterior, Goñi (2010) manifiesta que la aspiración y el acceso a la ciudadanía “pasa, entre otras condiciones, por el desarrollo universal de la competencia matemática, entendiendo esta como la capacidad de utilizar de manera integral los conocimientos matemáticos para hacer frente a las situaciones complejas de la vida personal, social y profesional” (pág. 57). Se trata entonces de una competencia que no se reduce a cuestiones cognitivas, sino que a través de estas supone una participación en la construcción social, concibiendo tanto el *saber* como el *hacer*, el *ser* y el *convivir*.

Entendida así, la competencia matemática permite no solo interpretar información, argumentar, proponer soluciones, tomar decisiones y evaluar las consecuencias de estas, sino también comprender el papel que desempeñan las matemáticas en el mundo al utilizarlas en función de necesidades ciudadanas tales como cuestionar el poder hegemónico, hacer frente a la injusticia y configurar las propias condiciones de vida. En términos de Valero (2006):

El punto central de la visión de las competencias matemáticas es facilitar un aprendizaje que se conecte claramente con una capacidad de actuación en diversas situaciones con

base en un conocimiento adquirido. El aprendizaje deja de ser una actividad cuyo fin es poseer o almacenar conocimiento, y pasa a ser una actividad que permite actuar en el mundo. (pág. 4)

De esta manera, una educación matemática a favor de las competencias implica formar personas que afronten los problemas reales que plantea la vida y la ciudadanía, más allá de aquellos estrictamente académicos. Para ello, Ángel Alsina (2010, 2015) plantea que es preciso partir de la base de que la riqueza competencial depende de cómo se plantean y gestionan las actividades, de tal manera que se consideren contextos de aprendizaje significativos y ajustados a las necesidades de los alumnos, asumiendo como recursos indispensables las situaciones problemáticas y los retos que surgen en la vida cotidiana, la observación y el análisis de los elementos matemáticos del contexto, y, la manipulación con materiales diversos o juegos.

Esta noción de competencia matemática posiciona la actuación como principio teórico del aprendizaje, por lo que no es posible medirlo en términos de buenos resultados en evaluaciones institucionales, sino que implica reconocer la manera en que los estudiantes actúan y se desenvuelven en el mundo como ciudadanos con base en su experiencia escolar; rompiendo así las barreras del aula para experimentar y vivir las matemáticas como una actividad humana que permite tomar decisiones y emprender acciones a favor de proyectos sociales y causas justas (Valero, 2006). Para tales propósitos, Claudi Alsina (2010) plantea que cualquier ciudadano debería contar con las siguientes competencias matemáticas:

- Pensar matemáticamente: oportunidad de aplicar en la vida el pensamiento lógico, incluyendo habilidades como abstraer, generalizar y relacionar conceptos.
- Razonar y argumentar matemáticamente: capacidad de traspasar el rigor disciplinar y sentido crítico a los razonamientos cotidianos.

- Resolver problemas: actividad implícita o explícita en la vida social que no refiere a meras técnicas o ejercicios.
- Saber hacer modelos: pone a prueba la capacidad para matematizar e ir del mundo real al modelo (y viceversa), obteniendo e interpretando resultados.
- Comunicar: saber expresar ideas y métodos con diferentes recursos, así como entender las explicaciones de los demás.
- Representar: entender y/o usar materiales o recursos para representar tanto objetos como situaciones, codificando y decodificando.
- Usar símbolos: usar e interpretar toda clase de simbolismos aplicables a problemas cotidianos desde el lenguaje natural manipulando la formalización.
- Usar adecuadamente instrumentos: saber usar bien, con sus límites y virtudes, materiales, programas y aparatos de reproducción o comunicación.

Claudi Alsina (2010) afirma que existe un consenso al considerar que la RP ofrece el “más genuino entrenamiento para ser matemáticamente competente” (pág. 96), pues permite a los ciudadanos analizar críticamente asuntos sociales y políticos, utilizando las matemáticas como una herramienta clave en la construcción de una sociedad más justa y libre.

2.3 Resolución de problemas y formación ciudadana

Reconociendo que la relación de las matemáticas con el contexto es intrínseca al desarrollo del conocimiento matemático que se ha ido construyendo social y culturalmente para responder a situaciones problemáticas, se procede a abordar distintos contextos asociados a los problemas matemáticos para establecer relaciones entre los mismos.

Lo anterior permite finalizar el apartado, considerando otras variables (soporte, informaciones, pregunta, tarea) involucradas en los enunciados de tales problemas y

problematizando algunos de los presupuestos ocultos en estos, particularmente en aquellos propuestos en los libros de texto escolar, para proponer reflexiones sobre modelos de organización curricular acordes a una formación ciudadana desde la educación matemática.

2.3.1 *El proceso de resolución de problemas*

De acuerdo con una educación matemática comprometida con la formación de ciudadanos (como la descrita en la sección 2.2), la RP requiere superar una comprensión limitada de los problemas desde la cual, según Vicente et al. (2008), se promueve el uso exclusivo de operaciones respondiendo a rasgos superficiales como palabras clave en los enunciados o aplicaciones de procedimientos memorizados por repetición. Para superar tal comprensión, los problemas deben concebirse como aquellas situaciones en las que se quiere alcanzar un objetivo y no se sabe cómo proceder o hay obstáculos que no se pueden superar (Callejo, 2000).

En este sentido, es preciso retomar a Polya (1981) quien plantea que resolver un problema significa encontrar una salida a una dificultad, una manera de sortear un obstáculo o alcanzar un objetivo que no era alcanzable de inmediato. De tal forma, la RP está permeada por cierto grado de incertidumbre en tanto no existe un esquema para su consecución, como sí sucede con los ejercicios cuya solución se obtiene mediante una tarea meramente computacional, algorítmica, rutinaria, mecánica y no significativa (Schoenfeld, 1985; Carrillo, 1998).

Además de estas consideraciones, siguiendo a Valero (2007) es necesario reconocer que los problemas no son una cuestión exclusivamente individual, estos se encuentran:

en la manera como colectivamente y a través de la historia se construyen ideas sobre lo que es válido y legítimo como acción y como pensamiento ... Los problemas se encuentran tanto en el nivel de la acción individual como en el nivel de la acción colectiva de grupos de personas y de sistemas sociales. (pág. 2)

En consecuencia, desde una educación matemática para la ciudadanía, la RP debe adaptarse a las realidades sociales y culturales para contribuir con la construcción crítica y propositiva de una sociedad más justa y libre.

Skovmose (1999) y Callejo (2000) apuestan por delimitar un conjunto de temáticas o situaciones sociales problemáticas relevantes asociadas a la cotidianidad de los estudiantes, cuya precisión, acotación y tratamiento en un contexto interdisciplinar promueva las matemáticas como una herramienta para dialogar con el saber popular en función de una transformación por el bienestar individual y comunitario.

Particularmente, Callejo (2010) distingue una situación problemática de un problema, refiriéndose a la primera como aquella que, partiendo de la realidad social compleja, conflictiva y cambiante, es abierta y puede dar origen a discusiones para formular un problema susceptible de ser abordado matemáticamente, para lo cual es preciso “seleccionar ciertos elementos que parecen importantes e identificar las relaciones entre ellos: se decide lo que se puede obviar y lo que ha de tenerse en cuenta, construyendo así una versión idealizada de la cuestión original que se formula matemáticamente” (pág. 115).

Algunos de los factores que intervienen en el proceso de resolución de problemas procedentes de situaciones sociales problemáticas son: el conocimiento base de la situación y las herramientas matemáticas a disposición; las estrategias o etapas propias de la resolución de problemas; aspectos metacognitivos como el análisis, el monitoreo y control del proceso; y el sistema de creencias configurado por aspectos afectivos, concepciones y formas de actuación en relación con las situaciones y las matemáticas (Schoenfeld, 1992; Vilanova et al., 2001).

De manera particular, en la tabla 1 se relacionan etapas reconocidas en la resolución de problemas desde tres autores diferentes, a saber, Polya (1981, 1989), Brandsford y Stein (1993) y Callejo (2000, 2010).

Tabla 1

Etapas en la resolución de problemas

<i>Polya (1981, 1989)</i>	<i>Brandsford y Stein (1993)</i>	<i>Callejo (2000, 2010)</i>
(1) Comprender el problema, estableciendo meta, datos y condiciones. (2) Concebir un plan que permita llegar a la solución. (3) Ejecutar el plan comprobando pasos. (4) Revisar retrospectivamente el resultado y el razonamiento en función del problema.	(1) Identificar el problema. (2) Definir y representar el problema. (3) Explorar posibles estrategias. (4) Actuar según estrategia. (5) Observar y evaluar logros y efectos de la estrategia en función del problema planteado.	(1) Identificar el problema procedente de una situación problemática, precisándola y acotándola. (2) Buscar diferentes alternativas de solución. (3) Llevar a cabo una alternativa con distintas estrategias como explorar, replantear preguntas, considerar casos. (4) Revisar el proceso atendiendo a cálculos, procedimientos, sentido de la solución y variantes del problema.

Como se evidencia en la tabla, existen similitudes respecto a las etapas del proceso de resolución de problemas que proponen los distintos autores (Polya, 1981, 1989; Brandsford y Stein, 1993 y Callejo 2000, 2010), puesto que se requiere identificar y comprender el problema, concebir un plan o alternativas de solución, llevar a cabo tal plan o alternativa, y, revisar y evaluar la solución en función del proceso y de las estrategias. En este punto, es preciso mencionar que el reconocimiento de estas etapas no supone un proceso estereotipado de resolución de problemas, sino más bien un marco organizativo para el mismo.

Resolver problemas en el marco de una educación matemática a favor de la formación ciudadana como se ha descrito en esta sección, constituye un camino hacia la comprensión y

transformación social desde una participación horizontal y crítica tanto de las situaciones problemáticas como de las mismas matemáticas. En consecuencia, promueve el dialogo continuo entre profesores y estudiantes, la negociación de significados, así como el cuestionamiento de lo que se enseña, se lee y se expone (Sierpinska,1998; Serrano, 2016), reivindicando los valores de las matemáticas tales como el espíritu crítico, la capacidad de iniciativa y de decisión, la credibilidad de los datos, el beneficio o perjuicio de la información, la equidad, y, el seguimiento y control de proyectos sociales (Callejo, 2000; Rodríguez, 2013).

2.3.2 El contexto de los problemas matemáticos

De acuerdo con D'Ambrosio (2008, citado por Chavarría y Albanese, 2021), la relación de las matemáticas con el *contexto* es intrínseca al desarrollo histórico del conocimiento matemático, pues este se ha ido construyendo social y culturalmente para responder a distintas situaciones problemáticas. En este sentido, los problemas en matemáticas suponen referencias a ciertos contextos o situaciones que promueven la búsqueda de estrategias para su resolución desde la intervención de objetos, relaciones y operaciones (Díaz y Poblete, 2001).

Valero (2002) y Ramos y Font (2006) plantean que el *contexto de un problema matemático* puede referirse: (1) a los objetos, nociones y procedimientos matemáticos dentro de los cuales este se ubica, o (2) a las referencias o situaciones que su formulación evoca en el estudiante. En este último caso, se habla de un uso ecológico del contexto, “ya que el contenido matemático tendrá un significado o uso distinto, según lugar, grupo social o temporalidad de referencia” (Chavarría y Albanese, 2021, pág. 41).

Particularmente, en la tabla 2 se relacionan diferentes referencias, situaciones o contextos que reconocen algunos autores para los problemas matemáticos (Skovsmose³, 2000; Díaz y Poblete, 2001; Santos, s.f.; INECSE, 2005; Rico, 2006; Chavarría y Albanese, 2021; Chapman, 2003, 2015; Vanegas, 2013; Piñeiro, 2015).

Tabla 2

Referencias, situaciones o contextos de problemas matemáticos

<i>Skovsmose (2000), Díaz y Poblete (2001), Santos (s.f.)</i>	<i>INECSE (2005), Rico (2006), Chavarría y Albanese (2021)</i>	<i>Chapman (2003, 2015), Vanegas (2013), Piñeiro (2015)</i>
(1) Referencia real: involucra variables de situaciones reales, cuyo estudio, comprensión y examen a partir de recursos matemáticos, compromete la acción del estudiante.	(1) Situaciones personales: relacionadas con actividades que percibe o realiza a diario el estudiante como práctica no especializada.	(1) Contexto estudiantil: concibe la experiencia, el conocimiento y la habilidad del estudiante, involucrándolo directamente desde sus intenciones e intereses.
(2) Referencia semirealista: simulación de la realidad o de una parte de ella, susceptible de producirse realmente.	(2) Situaciones educativas, ocupacionales o laborales: retoman un centro escolar o entorno de trabajo para involucrar al estudiante en una actividad matemática como práctica especializada o no.	(2) Contexto social: permite transmitir y compartir historias, experiencias y conocimientos desde la referencia a entornos globales, locales o personales.
(3) Referencia fantástica o hipotética: concibe supuestos fruto de la imaginación sin fundamento en la realidad.	(3) Situaciones públicas: refieren a la comunidad o entorno que el estudiante observa y evalúa en relación con la vida pública, como práctica especializada.	(3) Contexto situacional: caso específico del contexto social que enmarca las matemáticas en una situación particular.
		(4) Contexto matemático: involucra específicamente

³ Aunque Skovsmose (2000) no hace alusión a referencias de problemas matemáticos, sí las resalta como aquellas “que sirven de base para el significado que los estudiantes pueden construir de los conceptos matemáticos y de las actividades en la clase” (pág. 9), razón por la cual se considera de gran aporte conceptual para esta sección.

<i>Skovsmose (2000), Díaz y Poblete (2001), Santos (s.f.)</i>	<i>INECSE (2005), Rico (2006), Chavarría y Albanese (2021)</i>	<i>Chapman (2003, 2015), Vanegas (2013), Piñeiro (2015)</i>
(4) Referencia matemática: la situación involucra solamente aspectos matemáticos, sucede al interior del cuerpo de las matemáticas.	(4) Situaciones científicas: implican la comprensión de un proceso tecnológico, una interpretación teórica o un problema específicamente matemático, constituyendo aplicaciones de la ciencia.	objetos y propiedades matemáticas como elementos universales, predeterminados y ajenos a la realidad del estudiante.

Las referencias, situaciones o contextos de un problema constituyen puentes entre el problema y las matemáticas implicadas, por lo que si bien pueden ser de distinta naturaleza, autores como Vicente et al. (2008) y García y Salazar (2009) resaltan que estos cobran relevancia en la medida que permitan a los estudiantes involucrarse en una construcción activa del conocimiento y dotar de sentido a las matemáticas que aprenden, articulando el saber escolar con sus propios saberes extraescolares, matemáticos o no.

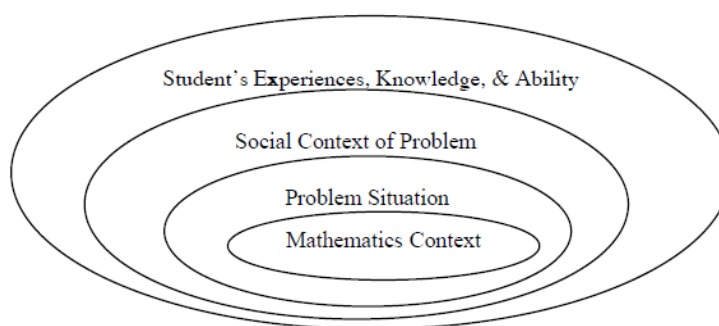
Vithal y Valero (2003), desde las reflexiones sobre los proyectos de educación matemática para la ciudadanía, llaman la atención para que los problemas matemáticos en esta relación incluyan referencias reales, relacionadas con situaciones públicas y contextos sociales que permitan tanto a estudiantes como a docentes percibirse como seres sociales y políticos con posibilidad de posicionarse y actuar con herramientas particulares como lo son las matemáticas escolares.

Tal como lo resalta Valero (2002), no se trata únicamente de “traer al aula un contenido contextualizado que sirva de motivación para la construcción de ideas matemáticas significativas y más ‘poderosas’” (pág. 56), sino de reconocer el aula de matemáticas como un espacio de acción social en el que se construyen y negocian conocimientos entre seres humanos con un

pasado, presente y futuro. Una representación gráfica de estos planteamientos (Figura 1) es sustentada en la relación de contención entre los distintos contextos que se involucran o se deberían involucrar en un problema matemático: el contexto de las experiencias, conocimientos y habilidades de los estudiantes contiene aquel contexto social en el que tiene lugar el problema que, a su vez, se posiciona en una situación determinada y concibe un contexto matemático particular (Chapman, 2003).

Figura 1

Contenencia contextual en los problemas matemáticos



Nota. Figura tomada de Chapman (2003, pág. 201)

Chapman (2003) reconoce que el contexto social del problema, abarca la situación problema y el contexto matemático de la misma. A su vez el contexto social, está situado en las experiencias, el conocimiento y la capacidad del alumno. Ahora bien, la situación del problema es un caso específico del contexto social del problema y actúa como un puente entre los aspectos personales e impersonales del problema. Son las experiencias de los estudiantes las que determinan los aspectos del contexto social del problema que surgen, haciendo que el contexto matemático sea significativo.

En este sentido, reconociendo que las matemáticas no están desconectadas del contexto, la historia, de otros conocimientos, del entorno, de valores, ni de circunstancias ideológicas,

políticas, económicas y culturales, la investigación a favor de la formación ciudadana propende por una educación matemática contextualizada de manera significativa y reflexiva en un espectro extra – matemático que permita tejer vínculos no solo entre los contenidos matemáticos, sino también entre la integridad de los sujetos educativos en el marco de los procesos de enseñanza y aprendizaje y los distintos niveles de acción social (Skovsmose, 1999; Valero, 2002; Rico, 2006; Chavarría y Albanese, 2021).

2.3.3 Los enunciados de los problemas matemáticos

Según los planteamientos de Chamorro (2005), los enunciados de los problemas matemáticos consideran, además del contexto, otras variables como:

- El *soporte* que se refiere a la forma en que se presenta la información, ya sea con una imagen, un texto escrito, una tabla de datos, un material manipulable.
- Las *informaciones* que pueden ser textuales, lógicas, numéricas, no matemáticas, pertinentes o no para la resolución del problema.
- Las *preguntas* que constituyen el desafío de la actividad y pueden ser respondidas por simple lectura del enunciado, por verificación de información, por traducción de representación, por reflexión sobre cálculos y contextos, entre otros.
- La *tarea* que debe realizar el resolutor para abordar el problema y puede ser individual o colectiva, de búsqueda e indagación, de aplicación, de decisión, etc.

A pesar de estas variables, Orrantia et al. (2005) y Vicente et al. (2008) resaltan que los enunciados de los problemas matemáticos escolares suelen adaptarse a un contrato estandarizado en el que algunos de los presupuestos ocultos son: (1) todos los datos suministrados en los problemas son necesarios y suficientes, (2) la RP consiste únicamente en elegir y ejecutar una o varias operaciones matemáticas, (3) no es necesario considerar incoherencias entre el

planteamiento del problema y el mundo real, (4) todo problema tiene sentido y puede resolverse, (5) las respuestas de los problemas son únicas, precisas, limpias y numéricas, (6) la RP solo requiere usar conocimientos matemáticos previos y recientes.

Estos presupuestos son alimentados por aquellos libros de texto que tienden a agrupar y formular los problemas, de tal forma que puedan ser resueltos utilizando estrategias superficiales que involucren procesos o conceptos claves, poco estimulantes y motivantes de contexto extra-matemático irrelevante (Verschaffel et al., 2000).

Esta es una situación cada vez más latente en las aulas de matemáticas, debido a que los libros de texto no solo son los materiales curriculares más accesibles al profesor y a los estudiantes, sino que ejercen un control considerable en los procesos de enseñanza y aprendizaje (A. Alsina, 2010; López et al., 2015; González y Sierra, 2004).

Así, reconociendo que la utilización de los libros de texto ha sido decisiva tanto para lograr en los alumnos una serie de conocimientos matemáticos como para crear una animadversión a las matemáticas, debido a la dificultad para presentar sus contenidos de forma clara y amena; autores como Vicente et al. (2008) y Nortes y Nortes (2011) consideran conveniente que los enunciados de los problemas, entre otras cosas, incluyan datos superfluos o por inferir, no contemplen estrategias explícitas de resolución, eviten datos ajenos a la realidad, legitimen y validen distintos tipos de respuestas, y promuevan la invención de situaciones.

En síntesis, es necesario superar los modelos de organización curricular fragmentados, estereotipados y disciplinares, para apostarle a otros flexibles que propendan por proyectos o temas transversales para vincular las matemáticas con otras áreas e incorporar distintos escenarios de aprendizaje de la vida social y cultural en actividades y problemas reales con

significado para los estudiantes, de tal forma que la educación permita contribuir con el bienestar y la igualdad social (Callejo, 2000; García et al., 2009).

3 Metodología

3.1 Enfoque investigativo, diseño y método

Teniendo en cuenta que el propósito de este estudio es *Analizar los enunciados de problemas propuestos en algunos libros de texto de matemáticas publicados a partir del 2006 para la educación básica secundaria y media colombiana, para establecer su relación con la formación ciudadana proclamada desde los referentes nacionales*, la presente investigación se enmarca en el paradigma de investigación de *enfoque cualitativo*.

El enfoque cualitativo asume que la recolección de datos no se realizará mediante la medición de algún fenómeno (como ocurre en el enfoque cuantitativo), sino que se basará en la revisión documental, en este caso una revisión de los libros de texto. Esta revisión permitirá al investigador identificar las posibles relaciones entre los conceptos claves descritos en el marco conceptual y así, entender el fenómeno en todas sus dimensiones, internas y externas, pasadas y presentes (Sampieri, et al. 2014).

En virtud de lo anterior, el presente trabajo se inscribe dentro del enfoque cualitativo y más específicamente dentro del diseño fenomenológico dado que, en términos de Sampieri et al. (2004), el diseño fenomenológico realiza un análisis de los fenómenos o la experiencia significativa que se le muestra al investigador. Para el autor, en la fenomenología, lo primordial es comprender que el fenómeno es parte de un todo significativo y no hay posibilidad de analizarlo sin el abordaje holístico (holístico, porque se precia de considerar el “todo”) y, por lo tanto, sin reducirlo al estudio de sus partes.

Ahora bien, dentro de la fenomenología existen dos enfoques distintos, la fenomenología hermenéutica y fenomenología empírica. El enfoque empírico está orientado (como lo señala su nombre) a describir las experiencias vividas por los diferentes participantes del fenómeno a

estudiar (Fuster, 2019). Así mismo, la fenomenología hermenéutica se enfoca no solo en describir dichas experiencias, sino que busca interpretarlas y así descubrir categorías, temas y conceptos esenciales del fenómeno, lo que se traduce para el presente trabajo en interpretar y analizar la producción escrita de los autores más representativos de la resolución de problemas y la formación ciudadana en los libros de texto de matemáticas, para así poder descubrir las categorías esenciales del fenómeno para su análisis.

Dado que el interés de esta investigación es realizar un análisis de la literatura existente, un enfoque hermenéutico, es lo más conveniente. Dado que para Schleiermacher (1768-1834), quien puede ser considerado como el padre de la hermenéutica, la hermenéutica es entendida como la ciencia de la comprensión o el *arte del entendimiento*, como una técnica que busca rastrear en la literatura existente la perspectiva comprensiva del hombre como ser histórico que se presenta en los textos, con el fin de comprender la intención de los autores en los textos que producen (Schleiermacher, 1768-1834).

3.2 Análisis de contenido

Para Sandoval (1996, citado por Ruiz, 2004), el análisis de contenido (en adelante AC) se configura como una alternativa de investigación para abordar la realidad social, dado que “los procedimientos seguidos en su utilización nos permiten comprender la complejidad de la realidad social que estamos interesados en estudiar, en lugar de simplificarla y reducirla a mínimos esquemas de representación.” (pág. 45).

Por tanto, en palabras de Bardín (1986, citado por Raigada, 2002), el AC se convierte en una forma de *revelación* de la expresión, donde priman las indagaciones sobre lo recóndito, lo no aparente, lo escondido, lo inédito, lo no dicho; en resumidas cuentas, lo potencial de todo mensaje. Es así, que el AC amplía el campo de estudio hacia una dimensión no manifiesta del

texto, dado que lo que se revisa en los libros de texto no es únicamente lo que dice textualmente, sino lo que se pretende decir, en este caso, analizar los enunciados presentes en los libros de texto y su relación con propósitos de la resolución de problemas y la formación ciudadana, de acuerdo con lo establecido en las políticas educativas colombianas (EBCM, Lineamientos curriculares, Ley 115) y en relación con lo expuesto en el apartado 2.3 de esta investigación.

El AC, permite acceder a los tres niveles de investigación, los cuales son señalados por Ruíz (2004) y serán descritos en el apartado 3.4 de este documento. Con ellos se pretende construir un texto distinto a los anteriores, más completo, más sintético, más estructurado, en el que los enunciados de los libros de texto se vean reflejados, recuperados, reconstruidos. Lo anterior debe permitirles tanto a los investigadores como a los lectores tener una visión fiel de las distintas concepciones, acciones y circunstancias sociales que se convierten en objeto de investigación.

Teniendo en cuenta lo anterior, se llevan a cabo las siguientes fases de investigación:

3.2.1 Fase 1: Recolección de documentación

Es importante tener en cuenta que los documentos relacionados con el problema de investigación son muy variados y que es preciso recurrir únicamente a aquellos que se sean pertinentes con la investigación y haya una posibilidad de acceso a los mismos (Marín Ibáñez, 1985 citado por López Noguero, 2002). Es por ello, que inicialmente se analizaron los documentos curriculares, la normatividad, así como los referentes teóricos de la relación educación matemática y ciudadanía.⁴

⁴ A pesar de la gran diversidad de fuentes susceptibles de análisis, la fuente documental más importante es el vestigio escrito. No obstante, en general, el documento escrito, como fuente de observaciones sociales, tiene carácter secundario ya que no ofrece los mismos fenómenos sociales que han tenido lugar, sino el resultado de la percepción e interpretación de ellos por el escritor, que siempre es parcial e incompleta. Por ello, es obvio que los documentos presentan también un carácter indirecto, ya que no permiten al que los utiliza un contacto directo con los hechos, sino mediato, a través de los documentos. (López Noguero, 2002, pág. 5)

Ahora bien, el análisis condujo a la identificación del momento inicial dónde se determinó explícitamente la inclusión de la formación ciudadana y del establecimiento de la RP como eje central del currículo (revisar el apartado 2.1), es decir a partir de la publicación de los ECBM en el año 2006.

3.2.2 Fase 2: Selección de la muestra

La selección de la muestra representativa de los textos escolares se realizó con las orientaciones de Sampieri, Collado y Lucio (2014) quienes señalan que para elegir la muestra se debe partir desde el planteamiento mismo del problema; es decir, la muestra debe contener información relacionada con el contexto y con los intereses de los investigadores.

El tamaño de la muestra, para Sampieri, Collado y Lucio (2014) en el estudio fenomenológico, debe ser al menos de 10 unidades. Para el presente trabajo, el tamaño de la muestra es de 12 diferentes libros de texto, utilizados en la educación escolar colombiana desde 2006 (fecha de la publicación de los EBCM) a 2021 (fecha actual), los cuales se encuentran relacionados en la figura 2. En dicha figura, se relaciona el periodo al cual pertenece el libro; siendo el periodo I del 2006 al 2013 y, el periodo II del 2014 al 2021. De igual manera, en la tabla se considera la serie, la cual hace referencia a la editorial a la que pertenece la publicación, tipificadas por las letras A, B, C, D, E y F, así como el grado al cual pertenece cada libro y la forma en la que se obtuvo los respectivos libros de texto (digital o impreso).

Figura 2*Muestra seleccionada para el análisis*

Código periodo	Periodo ▼	Año ▼	Código serie ▼	Grado ▼	Estilo ▼
I	2006-2013	2008	A	6	Impreso
I	2006-2013	2008	B	7	Impreso
I	2006-2013	2008	A	8	Impreso
I	2006-2013	2012	C	9	Digital
I	2006-2013	2008	B	10	Impreso
I	2006-2013	2012	C	11	Digital
II	2014-2021	2019	D	6	Digital
II	2014-2021	2019	D	7	Digital
II	2014-2021	2019	D	8	Digital
II	2014-2021	2016	E	9	Digital
II	2014-2021	2015	F	10	Impreso
II	2014-2021	2017	E	11	Digital

3.2.3 Fase 3: Instrumentos de recolección

Los instrumentos a utilizar son aquellos que permitan realizar en primer lugar un registro, dado que es muy importante llevar un balance de la literatura encontrada y en segundo lugar instrumentos que faciliten el análisis y categorización de la información. Por lo tanto, la herramienta que será utilizada para llevar a cabo el registro y el estudio de la literatura encontrada es la *matriz*, estas matrices resultan útiles para establecer vinculaciones entre las diferentes subcategorías y las cuales pueden evidenciarse en las Figuras 2, 5, 6 y 7,

Para Sampieri, Collado y Lucio (2014) las matrices “son útiles para establecer vinculaciones entre categorías o temas (o ambos)” (pág. 446). En cada una de las celdas, el investigador documenta si las categorías o temas se vinculan o no; lo cual permitirá hacer una revisión en donde se explica cómo y por qué se vinculan, o, al contrario, por qué no se asocian.

3.2.4 Fase 4: Selección de unidades de registro y categorías de análisis

Una vez seleccionado, la técnica y el objeto de recolección de información, es necesario el establecimiento de las Unidades de registro y de la categoría de análisis a utilizar (lo cual se detallará en el siguiente apartado). Es preciso mencionar que el análisis documental requiere llevar a cabo la codificación abierta (o de primer nivel) la cual es necesaria para crear categorías o códigos y, por otra parte, de una codificación axial (o de segundo nivel) la cual da lugar a la interpretación de los datos, al desarrollo de temas y patrones y a la Codificación selectiva para la generación de hipótesis, explicaciones, teorías y narrativas (Sampieri, Collado y Lucio, 2014)

3.2.4.1 Planificación de análisis

El análisis de la información recolectada se estructuró a partir de los tres niveles propuestos por Ruíz (2004) para el AC: nivel de superficie, nivel analítico y nivel interpretativo. Como se sintetiza en la Figura 3, en el *nivel de superficie* se describe la información marco del estudio, la cual es organizada en el *nivel analítico* respondiendo a criterios de afinidad o diferenciación para dar lugar a la construcción de categorías de análisis. Por su parte, en el *nivel interpretativo* se comprende la información descrita y organizada en los otros dos niveles.

Figura 3

Niveles de análisis de contenido

NIVELES DE ANÁLISIS DE CONTENIDO	
Nivel	Característica
Superficie	Descripción de la información
Analítico	Clasificación, ordenamiento de la información y construcción de categorías
Interpretativo	Comprensión y constitución de sentido

Nota. Figura tomada de Ruíz (2004, pág. 46)

Para el nivel de superficie se consideró como *universo observado* el conjunto de 12 libros escolares de matemáticas publicados en Colombia durante dos períodos de años: 2006 – 2013 y

2014 – 2021. Así mismo, se determinaron como *referencias* o *unidades de registro*, es decir, como las partes a analizar del universo (Andréu, 2001; Ruíz, 2004), los enunciados de problemas matemáticos presentados en dichos libros y enmarcados en situaciones propicias para la formación ciudadana, de acuerdo con lo expuesto en el marco conceptual del presente documento.

Cada enunciado, como unidad de registro, se codificó teniendo en cuenta: (1) el periodo de publicación del libro en el que aparece, (2) la serie a la que pertenece, identificándola con una letra mayúscula para proteger la identidad de las editoriales respectivas, (3) el grado al que se dirige y, (4) la página en que se encuentra. Por ejemplo, el código *IB10_156* (Figura 4) hace referencia a la unidad de registro dispuesta en la página 156 del libro escolar de matemáticas perteneciente a la serie B publicada en el primer periodo de años definido.

Figura 4

Codificación de unidades de registro (enunciados)



Las unidades de registro se describieron y organizaron en una matriz (Figura 5), con la que se dio inicio al *nivel analítico* precisando, desde la *diferenciación* y *afinidad*, tres grupos de *rasgos* o elementos significativos de caracterización (Ruíz, 2004), por lo que en el presente trabajo utilizaremos la expresión *rasgos de caracterización* para referirnos a ellos. El primero de ellos refiere a que los enunciados de problemas matemáticos enmarcados en situaciones propicias para la formación ciudadana que se encuentran en las actividades de los libros de texto o en sus secciones especiales, pero no de manera transversal al contenido presentado. En segundo lugar, algunos de estos enunciados promueven el uso de las matemáticas para

comprender la situación que los enmarca, otros usan dichas situaciones para abordar contenidos matemáticos y los demás, aunque conciben situaciones asociadas a la formación ciudadana, no involucran matemáticas. Por último, los enunciados de estudio se enmarcan en temáticas o situaciones sobre derechos y deberes, salud, ecología o economía.

Figura 5

Descripción y organización de unidades de registro

Libro	Página	Enunciado	Descripción del enunciado	Sección de exposición	Sección	Matemáticas versus situación	Temática o situación
IA6	195	5	Ajuste a la decena en recibos	Práctica	Actividades	La situación que enmarca el enunciado se usa para abordar contenidos matemáticos	Derechos y deberes
IA6	222 y 223	Todos	Especies amenazadas de extinción	Inicio de unidad	Especiales	Las matemáticas se usan como herramienta para comprender la situación general	Ecología
IB7	94	11	distribución por porcentajes de salario	Práctica	Actividades	La situación que enmarca el enunciado se usa para abordar contenidos matemáticos	Economía
IB7	238 y 239	Todos	Derechos de discapacitados	Competencias ciudadanas	Especiales	Las matemáticas se usan como herramienta para comprender la situación general	Derechos y deberes
IA8	8 y 9	Todos	Cómo estabilizar emisiones de carbono	Inicio de unidad	Especiales	La situación que enmarca el enunciado se usa para abordar contenidos matemáticos	Ecología
IA8	59	6 y 7	Manifiesto indignación ante situaciones que vulneran	Formación ciudadana	Especiales	La situación que enmarca el enunciado se usa para abordar contenidos matemáticos	Salud
IA8	68 y 69	Todos	Extinción de animales y plantas	Prueba Saber	Especiales	La situación que enmarca el enunciado se usa para abordar contenidos matemáticos	Ecología
IA8	109	4, 5, 6 y 7	Mantengo acuerdos entre grupos recolección de basuras	Formación ciudadana	Especiales	Las matemáticas se usan como herramienta para comprender la situación general	Ecología
IA8	210 y 211	Todos	Atmósfera en peligro residuos sólidos	Inicio de unidad	Especiales	La situación que enmarca el enunciado se usa para abordar contenidos matemáticos	Ecología
IID8	56 y 57	Todos	Prestación de servicios públicos y privados	Educación económica y financiera	Especiales	La situación que enmarca el enunciado no involucra matemáticas	Derechos y deberes
IC9	46	8	Tiempo de reacción conducir con alcohol	Pon a prueba tus competencias	Especiales	Las matemáticas se usan como herramienta para comprender la situación general	Salud
IIE9	252 y 253	Todos	Crisis alimentaria universal	Cátedra: protección del medio ambiente	Especiales	La situación que enmarca el enunciado no involucra matemáticas	Ecología

Para obtener un panorama de los rasgos de caracterización descritos, se realizó un conteo tanto general como particular, diferenciando periodos de publicación, grados y rasgos respectivos (ver Figura 6 y Figura 7), con lo que fue posible especificar que:

- Del 100% de unidades de registro o enunciados seleccionados, casi el 60% se halla en el primer periodo de años de publicación; mientras que el porcentaje restante pertenece al segundo periodo.
- Los enunciados de problemas matemáticos enmarcados en situaciones propicias para la formación ciudadana se encuentran en las actividades y secciones especiales de los libros escolares publicados en el periodo I, pero cuando se trata del periodo II, se hallan únicamente en tales secciones.

- Independientemente del periodo de publicación, la cantidad de enunciados que promueven el uso de las matemáticas para comprender la situación que los enmarca disminuye a medida que aumenta el grado de escolaridad. Lo mismo sucede con aquellos enunciados que conciben situaciones asociadas a la formación ciudadana, pero no involucran matemáticas.
- La cantidad de enunciados que usan las situaciones que los enmarcan para abordar contenidos matemáticos disminuye a medida que aumenta el grado de escolaridad si se trata del periodo I de publicación, en caso contrario, aumenta.
- Los enunciados propios del primer periodo de años están enmarcados en situaciones sobre derechos y deberes, salud o ecología. Los del segundo periodo consideran, además de estas temáticas, la economía.

Figura 6

Panorama de rasgos de caracterización en el periodo I

	PERIODO DE AÑOS	I						
	GRADO DEL LIBRO	Sexto	Séptimo	Octavo	Noveno	Décimo	Once	
SECCIÓN DE EXPOSICIÓN DEL ENUNCIADO	Trasversal al contenido	0	0	0	0	0	0	0
	En actividades	4	1	0	4	0	0	9
	En secciones especiales	6	7	6	10	4	7	40
MATEMÁTICAS VS. SITUACIÓN	Las matemáticas se usan como herramienta para comprender la situación general	2	5	1	2	3	1	14
	La situación que enmarca el enunciado se usa para abordar contenidos matemáticos	8	3	5	6	0	2	24
	La situación que enmarca el enunciado no involucra matemáticas	0	0	0	6	1	4	11
TEMÁTICA O SITUACIÓN QUE ENMARCA EL ENUNCIADO	Economía	0	0	0	0	0	0	0
	Ecología	3	2	3	3	2	0	13
	Salud	2	2	2	2	0	4	12
	Derechos y deberes	5	4	1	9	2	3	24

Figura 7

Panorama de rasgos de caracterización en el periodo II

	PERIODO DE AÑOS	II						
	GRADO DEL LIBRO	Sexto	Séptimo	Octavo	Noveno	Décimo	Once	
SECCIÓN DE EXPOSICIÓN DEL ENUNCIADO	Trasversal al contenido	0	0	0	0	0	0	0
	En actividades	0	0	0	0	0	0	0
	En secciones especiales	5	4	5	10	2	10	36
MATEMÁTICAS VS. SITUACIÓN	Las matemáticas se usan como herramienta para comprender la situación general	3	3	3	0	1	1	11
	La situación que enmarca el enunciado se usa para abordar contenidos matemáticos	2	1	0	1	1	7	12
	La situación que enmarca el enunciado no involucra matemáticas	0	0	2	9	0	2	13
TEMÁTICA O SITUACIÓN QUE ENMARCA EL ENUNCIADO	Economía	3	2	2	0	0	0	7
	Ecología	1	1	1	1	1	2	7
	Salud	1	0	1	0	0	6	8
	Derechos y deberes	0	1	1	9	1	2	14

A partir de las especificaciones sobre los rasgos encontrados, el proceso de *delimitación* de las referencias o unidades de registro involucró una *estrategia extensiva* que, de acuerdo con Ruíz (2004), permite reducir al máximo los elementos a analizar para concentrar los esfuerzos en un tratamiento exhaustivo, completo y preciso del asunto. En función de ello y considerando que, tal como lo expone Callejo (2000) y se detalla en la sección 2.3.1 del presente documento, la educación matemática para la ciudadanía exige distanciarse de utilizar aisladamente ejemplos de situaciones reales relacionadas con la ciudadanía para reforzar conceptos y procedimientos matemáticos, se descartaron los enunciados que usan las situaciones que los enmarcan para abordar contenidos matemáticos y aquellos que, aunque conciben situaciones asociadas a la formación ciudadana, no involucran matemáticas.

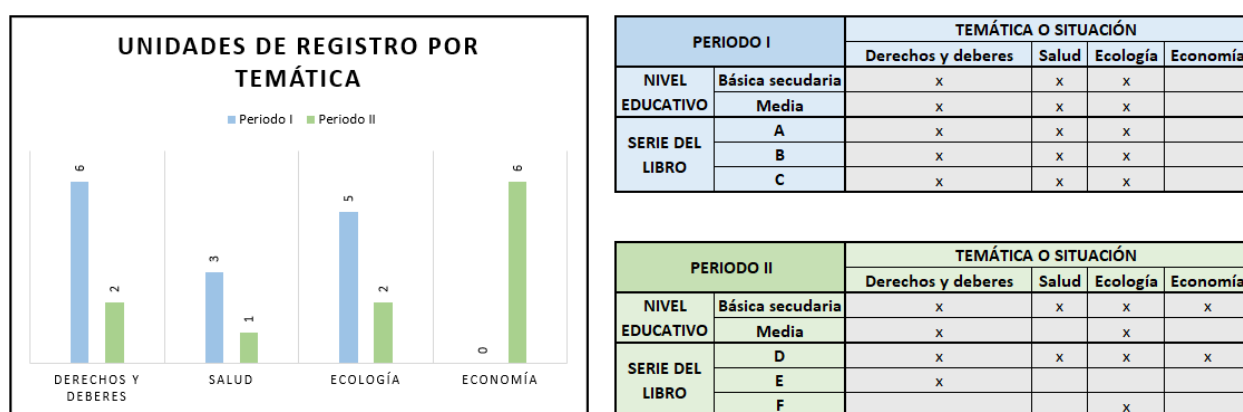
Habiendo delimitado las unidades de registro a enunciados que promueven el uso de las matemáticas para comprender la situación que los enmarca, se estudió la viabilidad de incluir aquellos enunciados que versan sobre economía dado que solo se hallaron en el segundo periodo de publicación determinado. Para ello, se consideró el nivel educativo y la serie del libro de los

enunciados, como se relaciona en la Figura 8. Evidenciando que, a diferencia de los enunciados sobre derechos y deberes y sobre ecología, aquellos sobre economía propios del periodo II pertenecen a un único nivel educativo y serie, se decidió prescindir de ellos para conservar la distribución mayoritaria general y la precisión del posterior análisis de resultados.

En este punto cabe resaltar que, bajo el mismo argumento anterior, no se descartan los enunciados del periodo II que versan sobre salud dado que se trata de un solo enunciado, lo que imposibilita una distribución por niveles educativos y series de libros.

Figura 8

Panorama de unidades de registro delimitadas



Consecuentemente, la *determinación categorial* se articuló desde una *estrategia intertextual* y un *método agregativo* que, en conjunto, permitieron relacionar las unidades de registro para unificarlas en una sola categoría (Ruíz, 2004): **situaciones problemáticas y formación ciudadana** definida como sigue.

Situaciones problemáticas y formación ciudadana

En virtud de los planteamientos de Callejo (2000, 2010) expuestos en la sección 2.3.1 del presente documento, esta categoría se configura sobre el reconocimiento de que una educación matemática para el ejercicio de la ciudadanía requiere delimitar un conjunto de *temáticas o situaciones problemáticas relevantes* que se puedan interpretar y comprender usando las matemáticas como una *herramienta* y atendiendo a *valores* como el espíritu crítico, la capacidad de iniciativa y de decisión, la credibilidad de los datos, la propositividad, la equidad, la justicia, el beneficio o perjuicio de la información, así como el seguimiento y control de los proyectos sociales. En coherencia con ello, esta categoría incluye *unidades de registro* que corresponden a enunciados de problemas matemáticos enmarcados en situaciones sobre derechos y deberes, salud o ecología, cuya interpretación y comprensión es posible usando las matemáticas en atención a los valores anteriormente expuestos.

Finalmente, para el *nivel interpretativo* del análisis, en el que se comprende la información descrita y organizada en los otros dos niveles, se decidió organizar la presentación de resultados en función de tres subcategorías o categorías de segundo orden: enunciados de problemas sobre derechos y deberes, enunciados de problemas sobre salud y enunciados de problemas sobre ecología. En cada caso, y en virtud de los objetivos específicos del estudio, se realizó un análisis diferenciado por periodos de años de publicación para configurar las conclusiones respondiendo al objetivo general y pregunta de investigación.

3.3 Consideraciones éticas

En cuanto a las consideraciones éticas, como en todo trabajo, es necesario atender a los requerimientos del Sistema Institucional de Formación Avanzada (SIFA) de la UPN, en el acuerdo 031 del 2007, por medio del cual se ha de desarrollar un trabajo de autoría propia, relacionando los créditos correspondientes a los autores que se han estudiado y de los cuales se ha parafraseado o tomado textualmente algún fragmento de su producción intelectual.

4 Análisis

Tal como se advirtió anteriormente, en este capítulo se presentan y analizan los resultados de la investigación en tres apartados que responden a la categoría analítica ***situaciones problemáticas y formación ciudadana*** desde tres subcategorías distintas: enunciados de problemas sobre derechos y deberes, enunciados de problemas sobre salud y enunciados de problemas sobre ecología. Cada subcategoría se aborda diferenciando periodos de años de publicación y maneras en que la interpretación y comprensión de los enunciados es posible usando las matemáticas en atención a valores como el espíritu crítico, la capacidad de iniciativa y de decisión, la credibilidad de los datos, la equidad, la justicia, el beneficio o perjuicio de la información, así como el seguimiento y control de los proyectos sociales. Todo ello en virtud de los objetivos específicos de la investigación, y a la luz de las propuestas teóricas expuestas en el marco conceptual.

4.1 Enunciados de problemas sobre derechos y deberes

4.1.1 *Periodo I (2006 – 2013)*

Para el periodo I de años de publicación, se identifica un grupo de enunciados que versan sobre el *derecho a una vida digna y el deber de respetarla*, entendiendo una vida digna, según la Declaración Universal de los Derechos Humanos (Naciones Unidas, 2015), como aquella en la que se asegura al individuo y su familia, bienestar, alimentación, vestido, vivienda, trabajo, asistencia médica y servicios sociales necesarios. En la tabla 3 se presentan tales enunciados: IC9_139 refiere a los efectos que tiene la superpoblación en el bienestar y la alimentación, mientras que IA6_31 e IB7_29 suscitan reflexiones sobre el desempleo.

Tabla 3

Enunciados sobre vidas dignas

IC9_139	IA6_31
Conciencia social El problema del crecimiento excesivo de la población fue denunciado a finales del siglo XVIII. En esa época, se predijo que el crecimiento demográfico introduciría una trampa para el progreso y que a la postre desembocaría en hambrunas ante la insuficiencia de la producción alimentaria (que crecía en progresión aritmética) para abastecer a la población (que aumentaba en progresión geométrica). • Si tuvieras que emprender una campaña para generar conciencia social acerca de la superpoblación mundial, ¿qué clase de argumentos utilizarías?	El año pasado el número de desempleados en Colombia fue de 2 587 000, y este año es de 2 657 000. ¿En cuánto aumentó el desempleo de un año al siguiente? ¿Qué factores consideras que inciden en el aumento del desempleo en Colombia? ¿Cuáles podrían ser fuentes de empleo para más colombianos?

IB7_29

la siguiente tabla nos muestra la cantidad de personas desempleadas en Bogotá, durante 5 años consecutivos.

Bogotá. Desocupados (cesantes) según grupo de edad
2002 - 2006 Segundo trimestre

Grupo edad	2002	2003	2004	2005	2006
Total	522 716	521 231	447 258	406 427	358 948
De 12 a 17	12 186	6 534	5 095	4 301	9 347
De 18 a 24	144 997	157 227	112 685	94 159	93 976
De 25 a 55	321 253	320 121	296 925	277 492	233 187
De 56 y más	44 278	37 351	32 553	30 477	22 440

Podemos expresar en otra tabla, la variación de estas cantidades del 2002 al 2003 así:

Grupo edad	2002	2003	Variación
Total	522 716	521 231	-1 485
De 12 a 17	12 186	6 534	-5 652
De 18 a 24	144 997	157 227	12 230
De 25 a 55	321 253	320 121	-1 132
De 56 y más	44 278	37 351	-6 927

¿En qué rangos de edades hubo aumento de desocupados? ¿A qué crees que se debe?

Elabora una tabla en donde muestres la variación de las cantidades del año 2005 al 2006 y analiza los resultados. ¿Cambiaran significativamente los resultados?

¿Crees que han mejorado las políticas de empleo en Colombia durante estos últimos años?

Específicamente, interpretar y comprender la situación marco del enunciado IC9_139 es posible no solo reconociendo que la superpoblación tiene efectos negativos en el bienestar y la alimentación humanos, sino también interpretando esta correlación desde el comportamiento ascendente de las progresiones aritmética y geométrica, en atención a valores como el pensamiento crítico y la capacidad de iniciativa y de decisión. Estos últimos promovidos explícitamente desde la *tarea y pregunta* que, como variables del enunciado (Chamorro, 2005), proponen argumentar una campaña para generar conciencia social sobre la superpoblación mundial. A este respecto, es preciso resaltar que, si bien se trata de una campaña hipotética, la búsqueda de argumentos implica un involucramiento con la situación y una apropiación de las razones que fundamentan la necesidad de concienciar a la población.

Por su parte, la situación planteada en IA6_31 es susceptible de interpretación y comprensión desde la cuantificación del aumento del desempleo en atención a los valores del

pensamiento crítico y de la propositividad, que exigen problematizar los factores de incidencia en dicho aumento, así como las fuentes de empleo para contrarrestarlo. Puesto así, el enunciado IA6_31 promueve tanto la dimensión crítica como la propositiva de la ciudadanía que, de acuerdo con lo expuesto en la sección 2.2.1 del presente documento, exige estar informado, decodificar, interpretar y analizar críticamente los mensajes en que circula la información social, al tiempo que implica sugerir soluciones a situaciones problemáticas relevantes y/o alternativas para proyectos sociales (Callejo, 2000).

Respecto al enunciado IB7_29, reconociendo que las tablas son, en términos de Chamorro (2005), *soportes* que acompañan las preguntas del enunciado, es preciso plantear que su lectura e interpretación promueve la comprensión de la situación macro: aumento o disminución del desempleo en Bogotá durante cinco años consecutivos. Esto en atención a valores como el pensamiento crítico y la credibilidad de los datos, pues, aunque son suministrados en las tablas, resulta cuestionable el hecho de que la variación del aumento del desempleo triplique el promedio de la variación de su disminución, la cual, además, se presenta en tres de los cuatro grupos de edad. Igualmente, las preguntas del enunciado posicionan la reflexión en torno a cambios significativos en los datos y posibles razones de tales comportamientos.

Ahora bien, un segundo grupo de enunciados propios del periodo I de años de publicación refiere al *derecho a la igualdad y deber de resguardarla* entendido, según la Organización de Naciones Unidas (2018), desde el reconocimiento genuino de que todos son iguales ante la ley y tienen, sin distinción, derecho a igual protección contra todo tipo de discriminación o provocación a esta. En la tabla 4 se presentan tales enunciados pertenecientes a

la serie B y séptimo grado: IB7_239 suscita reflexiones sobre el trato a personas en condición de discapacidad, mientras que IB7_301 refiere a la igualdad de género.

Tabla 4

Enunciados sobre la igualdad

IB7_239	IB7_301
I. El diagnóstico 1. Reúnanse en grupos para medir el tiempo que emplean en desplazarse a los lugares que recorren cada día (el colegio, el salón, la cafetería, el patio de descanso, etc). 2. Elijan a uno de los compañeros para que recorra alguno de esos lugares, pero debe hacerlo con los ojos vendados o usando solo una pierna. 3. Lleven un diario en el que registren los tiempos y todas las dificultades que se le presentó al compañero. Convendría que, además, dibujaran un mapa. 4. Analicen en clase lo sucedido. Algunas preguntas para discutir serían: • ¿Qué diferencia notaron en los tiempos empleados? • ¿Qué otras diferencias se presentaron? • ¿Cómo se podrían superar los obstáculos? • ¿Cómo es el acceso al colegio? (Por ejemplo, ¿es peligroso para una persona discapacitada?) • ¿Hay en el colegio personas discapacitadas? ¿Cuántas son? 5. Conversen con los compañeros discapacitados acerca del análisis que hicieron y escuchen los comentarios que ellos tengan al respecto. II. La intervención Realización de acciones para adecuar la infraestructura del colegio a las necesidades de las personas con dificultades para desplazarse. Si no es posible la adecuación, podrían pensarse estrategias de colaboración con esas personas, así como la creación de reglas que permitan darles un trato especial, como que no tengan que hacer fila en la cafetería del colegio o cederles la silla en eventos públicos, en los vehículos, etc. Con base en la información que obtengan, analicen la viabilidad de las propuestas con representantes del Gobierno Escolar para que las den a conocer al Consejo Directivo de la institución.	I. El diagnóstico 1. Observa con tus compañeros algunos programas de televisión. Pero esta vez presten especial atención a la manera como en esos programas se dan las relaciones entre hombres y mujeres. 2. En el momento de los comerciales, fíjense qué recursos usan los anunciantes para vender sus productos. 3. Discutan si les parece que hay escenas en las que el trato a alguna persona es desigual frente a otras. Algunas preguntas que podrían guiar la discusión son: • ¿Qué diferencia hay, por ejemplo, entre el trato que una madre le da a su hijo, comparado con el trato que le da a su hija? • ¿Existe diferencia en el tipo de trabajos que desempeñan las mujeres, en contraste con el de los hombres? 4. Ahora, analiza si en tu hogar y en el colegio se dan prácticas discriminatorias similares a las que observaste en televisión. 5. Reúnete con tus compañeros y conversen acerca de lo observado en estos otros dos escenarios. ¿Estando repitiendo los patrones que nos presentan en la televisión? II. La intervención Podrían presentar su análisis a la comunidad académica y a los padres de familia, con el fin de generar reflexiones sobre el tema. Es posible que algunas prácticas discriminatorias sean hechas de manera inconsciente; conversar acerca de ellas puede ayudar a ponerlas en evidencia. Es un primer paso para cambiar. Para esto, sería útil ilustrar el análisis con representaciones gráficas y mediciones estadísticas, donde aparezcan las sugerencias que se hagan al respecto.

Interpretar y comprender la situación marco del enunciado IB7_239 exige el desarrollo del pensamiento métrico para la medición de tiempo, longitud y superficie en procesos reflexivos y empáticos, como lo es buscar alternativas de desplazamiento para las personas con discapacidad en la institución escolar atendiendo a valores como la equidad, la justicia y el emprendimiento de proyectos sociales. Coincidiendo esto con las demandas de ciudadanía que reclaman una igualdad social real desde un trato equivalente por parte de las instituciones para todos, promoviendo la equidad en la garantía de sus derechos (Wills, 2002).

El enunciado IB7_301 también coincide con estas demandas al suscitar reflexiones desde el reconocimiento de formas de discriminación por género en la sociedad, el colegio y el hogar. Para tal propósito, se plantea posicionar como objeto de estudio distintos programas de televisión

cuyo análisis puede ser ilustrado por medio de representaciones gráficas y mediciones estadísticas en atención a valores como la equidad, la capacidad de iniciativa y la propositividad de acciones para contrarrestar la problemática.

Finalmente, en el periodo I de años de publicación también se identifica un enunciado (IB10_229) asociado al *derecho y deber a la participación ciudadana*, entendiendo esta como “un espacio de interacción, comunicación y diferenciación entre el sistema estatal y el social ... que tiene como función la regulación permanente del conflicto supuesto en la definición de los temas públicos y de la propia agenda político-social” (Espinosa, 2009, pág. 71).

Tabla 5

Enunciado sobre la participación ciudadana

IB10_229	
I. El diagnóstico 1. Elabora un listado de las organizaciones, entidades o instituciones, así como los eventos que se realizan en el colegio y en la localidad, en los cuales se analizan, debaten y toman decisiones sobre asuntos que afectan a los jóvenes y a los estudiantes. 2. Intercambia ideas con tus compañeros acerca de las herramientas que poseen los menores de 18 años para hacerse oír ante las organizaciones estatales y privadas que toman decisiones que afectan a la colectividad. Así mismo, investiga qué acciones y recursos pueden usar los jóvenes para el ejercicio de sus derechos y libertades. 3. Realiza una encuesta para establecer qué tanto conocen los jóvenes estos mecanismos de participación, además de las acciones y recursos para la defensa de sus derechos y libertades.	4. Con los resultados obtenidos en la encuesta del punto anterior, elabora gráficas estadísticas y formula hipótesis. ¿Es posible usar alguna medida de localización que sea representativa para estos datos? 5. Comenten qué tanto confían ustedes en los mecanismos de participación. En caso de que estos mecanismos no sean efectivos, no deben olvidar la herramienta más eficaz que pueden emplear: la libertad de expresión. II. La intervención Escriban un artículo sobre participación democrática y sobre la encuesta realizada. Representen en un cuadro la información que obtuvieron. Tengan en cuenta que con la representación pueden destacar lo que más les interesa a ustedes. Traten de difundir este artículo por televisión, radio, Internet, periódicos, revistas o un boletín.

Interpretar y comprender la situación marco del enunciado IB10_229 es posible mediante un proceso de indagación y discusión sobre entidades y mecanismos de participación, acompañado del uso de herramientas estadísticas tales como la encuesta y representación e interpretación de resultados. Todo ello en torno a los valores de pensamiento crítico y libertad de expresión que, en conjunto, configuran la piedra angular de una sociedad democrática, informada y libre (Organización de los Estados Americanos, 2010).

4.1.2 Periodo II (2014 – 2021)

Para el periodo II de años de publicación, se identifican dos enunciados de problemas que versan sobre derechos y deberes (tabla 6): el enunciado IID7_55 refiere al *derecho a una vida digna y el deber de respetarla*, mientras que IIE11_345 está asociado al *derecho y deber a la participación ciudadana*, ambos entendidos como se describió en la sección anterior.

Tabla 6

Enunciados sobre derechos y deberes

IID7_55	IIE11_345
Consulta las estrategias que se llevan a cabo en tu región para la prevención de los desabastecimientos de alimentos o de recursos como el agua o la electricidad. Dialoga con tus compañeros y establezcan si dichas estrategias son suficientes. Proyecciones establecen que para el año 2030 la escasez severa de agua afectará hasta 3 900 millones de personas. Consulta por las iniciativas que se vienen desarrollando en el país para el cuidado del recurso hídrico y comparte la información con tus compañeros por medio de una cartelera.	Al ser ciudadano de un país, el individuo establece lazos emocionales con un lugar, una nación y genera comportamientos y relaciones de respeto hacia lo público y lo privado. Es tu deber ser un buen ciudadano en tu colegio mediante la promoción de la educación en ciudadanía, la participación y la democracia en la institución educativa. Los ciudadanos también ejercemos algunos deberes, como participar en las elecciones para elegir a nuestros representantes en el gobierno, sin embargo, existen algunas actividades que resultan peligrosas para la democracia, como la compra y la coacción de los votos, y, en algunos casos, la manipulación de la información. Y tú ¿qué harías si te dieras cuenta de que un grupo de estudiantes de tu colegio está haciendo fraude en la elección del personero escolar? En este proyecto escribirás un artículo de opinión y harás una encuesta en la que puedas analizar el conocimiento que los estudiantes del colegio tienen acerca de los derechos y deberes del ser ciudadano.

El enunciado IID7_55 propende implícitamente por una reflexión sobre los efectos que tiene el desabastecimiento de alimentos o recursos como el agua o la electricidad en la calidad de vida de las personas. La interpretación y comprensión de la situación es posible desde un proceso de indagación sobre estrategias de prevención y proyecciones en cifras, que exige atender a valores como el cuestionamiento de la información y el seguimiento a proyectos sociales (Callejo, 2000). No basta con consultar iniciativas y estrategias de prevención para compartirlas con los demás, sino que se requiere un cuestionamiento profundo que permita decidir si estas han sido o no suficientes a la luz de un seguimiento a las mismas.

Por su parte, el enunciado IIE11_345, desde una identificación del conocimiento que se tiene sobre los mecanismos de participación ciudadana escolar, constituye una invitación a ejercerla de manera responsable y crítica. Para ello, se fomenta el uso de las matemáticas como una herramienta que permite comprender la situación y profundizar en ella a partir de un instrumento de recolección de información como lo es la encuesta (C. Alsina, 2019). De esta manera, atiende a valores como el pensamiento crítico y la libertad de expresión, para delimitar la encuesta y debatir sobre el fraude en las elecciones.

4.2 Enunciados de problemas sobre salud

En este apartado se presentan y analizan los enunciados de problemas matemáticos enmarcados en situaciones sobre salud tales como trastornos alimenticios y cuidados de la piel.

4.2.1 Periodo I (2006 – 2013)

Para el periodo I de años de publicación, se identifica un grupo de enunciados sobre *trastornos alimenticios* entendidos como aquellos que, a pesar de manifestarse a través de la conducta alimentaria, conciben una complejidad de síntomas como “alteración o distorsión de la auto-imagen corporal, un gran temor a subir de peso y otros problemas relacionados con la aceptación por parte de otras personas” (Casadiego, 2019).

En la tabla 7 se presentan tales enunciados: IC11_302 suscita reflexiones sobre los regímenes alimentarios que se siguen en el modelaje y pueden ser perjudiciales para la salud, IB7_73 refiere a enfermedades como la anorexia y la bulimia, mientras que IA8_161 lo hace respecto a la obesidad. Los tres enunciados coinciden con contemplar las matemáticas como instrumento para la vida al reconocer su uso en la moderación de hábitos que resultan perjudiciales para la salud o la vida (C. Alsina, 2019)

Tabla 7

Enunciados sobre trastornos alimenticios

IC11_302

IB7_73

IA8_161

2. El índice de masa corporal (IMC) se define como:

$$\text{IMC} = \frac{\text{Peso (kg)}}{\text{Estatura}^2 (\text{m}^2)}$$

En la tabla 7.67 figuran los límites más aceptados para el IMC, independientemente del peso y la edad, según la Organización Mundial de la Salud.

Clasificación	IMC
Infrapeso	< 18,50
Normal	18,50 a 24,99
Preobeso	25,00 a 29,99
Obeso	≥ 30

Tabla 7.67

a) Para evitar los riesgos que para la salud suponen las características físicas exigidas por las modelos, algunos desfiles han impuesto normas para que las modelos que desfilen tengan un IMC superior a 18. ¿Qué opinión te merece que una mujer de 175 cm de estatura tenga una talla 4 y un peso de 50 kg?

b) Expón tu opinión sobre los modelos de belleza y los problemas de salud que pueden originar.

c) Seguro que has oído hablar de los problemas de alimentación que existen entre los jóvenes. Busca en el diccionario el significado de las siguientes palabras: anorexia, bulimia y obesidad, y comenta su significado con tus compañeros de clase.

I. El diagnóstico

1. Busca libros o artículos de revista que aborden el tema de la anorexia y de la bulimia. Infórmate acerca de sus causas, síntomas y consecuencias.
2. Elabora una "guía de observación" para contrastar la información con la actividad que vas a realizar a continuación. La guía podría tener preguntas como las siguientes:
 - a. Conozco personas que:
 - ¿Se niegan a subir de peso aunque este sea notablemente inferior?
 - ¿Dicen estar "gordas" cuando en realidad no es así?
 - ¿Siguen dietas sin la asesoría de personas expertas?
 - ¿Acuden al baño apenas terminan de ingerir alimentos?
 - b. ¿Existe presión social por ser delgado?
3. Selecciona tres programas de televisión aptos para todas las audiencias. Mira críticamente los programas revisando tu guía.
4. Revisa la publicidad en comerciales de televisión y de radio, y en avisos de periódico, con el mismo objetivo del punto anterior, y responde las preguntas.
5. Cuéntales a tus compañeros de clase lo que encuentres. Podrían discutir preguntas como las siguientes:
 - ¿Con qué frecuencia las personas están preocupadas por su apariencia física?
 - ¿Qué aspecto (características) tienen las personas que se muestran como "modelos" de belleza?
 - ¿La belleza está relacionada con el éxito?
 - ¿Hay situaciones de discriminación hacia las personas que no cumplen con algún parámetro físico de belleza?

II. La intervención

Las reflexiones generadas podrían ayudar a desarrollar una mirada crítica de los ideales que promueven algunos medios. Convendría presentar ese análisis ante las personas e instituciones que envían dichos mensajes.

El índice se mide en kg/m^2 . Dependiendo de este resultado, se establece el grado de obesidad de acuerdo con la siguiente tabla:

Grado de obesidad	IMC
Sobrepeso	25 – 29,9
Grado I	30 – 34,9
Grado II	35 – 39,9
Grado III	>40

Por ejemplo, si una persona de 1,68 m de altura tiene un peso de 75 kg, entonces su índice de masa corporal es:

$$\frac{75 \text{ kg}}{(1,68 \text{ m})^2} = 26,57 \text{ kg/m}^2$$

Lo cual indica que está con sobrepeso.

En el IMC también deben considerarse otros factores, ya que un peso elevado no necesariamente implica obesidad.

1. Con base en la información anterior, recoge los datos de los pesos, las estaturas, las edades y los géneros de una muestra de personas.
2. Calcula el IMC para cada una y elabora diferentes gráficos comparativos.
3. Existirá alguna relación entre:
 - a. ¿El grado de obesidad y los hábitos alimenticios?
 - b. ¿El grado de obesidad y la edad?
 - c. ¿El grado de obesidad y el ejercicio físico?

Específicamente, interpretar y comprender la situación marco del enunciado IC9_302 es posible, no solo desde la lectura, interpretación y manipulación de los *soportes* que lo acompañan (Chamorro, 2005) que, en este caso, son la fórmula del IMC y la tabla de clasificación, sino también desde un proceso reflexivo sobre la obesidad, los estándares de belleza y los problemas de salud que pueden acarrear. Para ello, se requiere atender a valores como el pensamiento crítico que permite el establecimiento, discusión y consenso de posturas y argumentos frente a enfermedades producto de presiones ejercidas respecto a la imagen corporal.

El enunciado IB7_73 también suscita reflexiones sobre este tipo de presiones. Su interpretación y comprensión exige, en términos de Claudi Alsina (2019), decodificar el caudal de información que circula en los medios de comunicación para analizar si estos promocionan un modelo de belleza cuya búsqueda puede afectar la salud y estado emocional. De esta manera, se

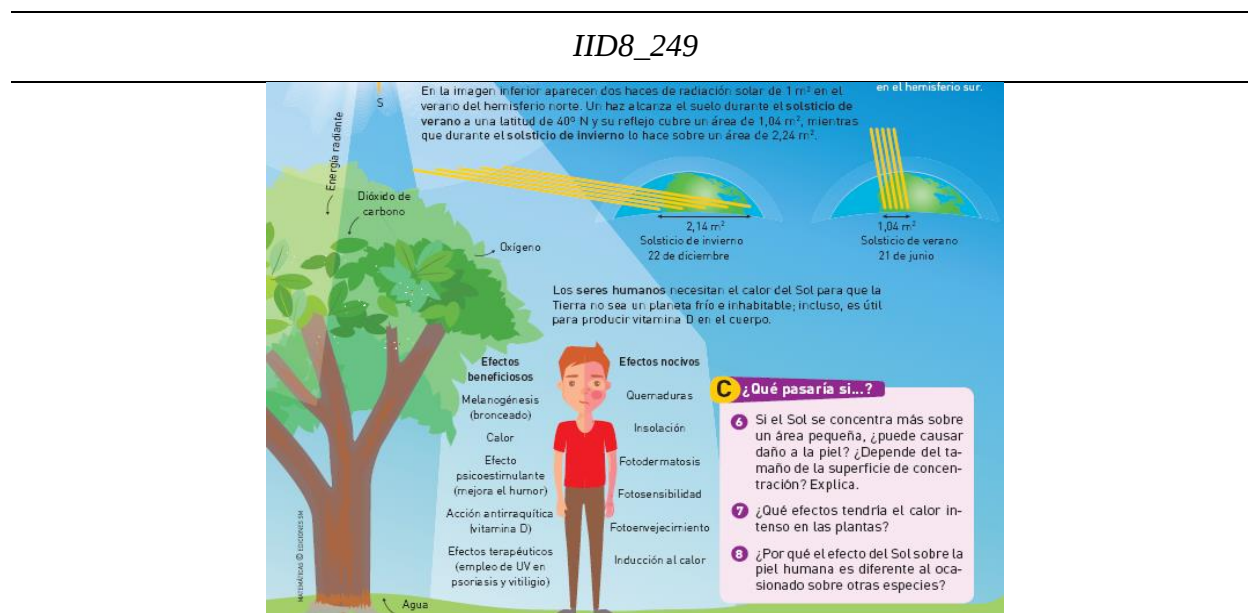
usan instrumentos estadísticos atendiendo a los valores del pensamiento crítico y la capacidad de iniciativa y decisión para generar reflexiones y presentar análisis ante los medios respectivos.

Por su parte, el enunciado IA8_161 posiciona la obesidad como un problema de salud que no está asociado únicamente a la relación entre estatura y peso dada por el IMC. Esto permite que la comprensión sobre la obesidad, como una cuestión problemática, involucre junto a un proceso de traducción entre sistemas de representación tabulares, escritos y numéricos, indagaciones sobre causas y consecuencias de la enfermedad. Todo ello en atención a valores como el pensamiento crítico, la capacidad de iniciativa y el cuestionamiento de la información (Callejo, 2000).

4.2.2 Período II (2014 – 2021)

Tabla 8

Enunciado sobre la salud de la piel



La interpretación y comprensión de la situación que enmarca el enunciado IID8_249 es posible desde diversos procesos: lectura e interpretación de infografía; relación entre superficies de haces de luz, latitudes y movimientos solares; así como atención a valores como pensamiento

crítico, y, beneficio y perjuicio del uso de los recursos. Coincidiendo así con Vilanova et al. (2001) cuando plantean que una educación matemática para la ciudadanía requiere contemplar situaciones originadas a partir de informaciones que posibilitan conjeturar, descubrir, inventar y tomar decisiones a través de la reflexión argumentativa que considera ventajas y desventajas.

4.3 Enunciados de problemas sobre ecología

En este apartado se presentan y analizan los enunciados de problemas matemáticos enmarcados en situaciones sobre ecología tales como deterioro ambiental, recolección de basuras y uso energético responsable.

4.3.1 Periodo I (2006 – 2013)

Para el periodo I de años de publicación, se identifica un grupo de enunciados que versan sobre el *deterioro ambiental* que, de acuerdo con Sánchez (2019), ocurre cuando los recursos naturales de la tierra se agotan o se dañan y el medio ambiente se ve comprometido perdiendo su capacidad para satisfacer las necesidades sociales, de la biodiversidad y ambientales de la tierra. En la tabla 9 se presentan tales enunciados: IA6_182 refiere a los procesos acelerados de degradación de suelos, IB7_103 a la destrucción de la capa de ozono y el enunciado IB10_61 a las consecuencias de la industria petrolera.

Tal como se muestra en lo que sigue, los tres enunciados coinciden con Callejo (2000) cuando plantea que una educación matemática para la ciudadanía requiere contemplar las matemáticas como instrumento de conocimiento, reconociendo en ellas una poderosa herramienta para analizar, comprender e interpretar desde una perspectiva crítica la realidad, las situaciones sociales y los fenómenos naturales.

Tabla 9

Enunciados sobre el deterioro ambiental

IA6_182	
d. El Ministerio de Ambiente reveló que, según un estudio, el 17% del territorio colombiano presenta procesos de degradación de suelos como erosión, contaminación, salinización y otros, causados por actividades como la deforestación, uso inadecuado de fuentes de agua, quemas indiscriminadas y cultivos ilícitos. a. Si el territorio colombiano tiene un área de 1 141 748 km², ¿cuál es el área que presenta degradación? b. El mismo estudio muestra que un 15% más está propenso a esos procesos. ¿Cuántos kilómetros cuadrados representa este porcentaje? c. ¿Cómo podríamos los colombianos y colombianas contribuir a que se detenga el proceso de degradación del suelo? Explica tu respuesta.	
IB7_103	IB10_61
El ozono se concentra aproximadamente desde los 20 km hasta los 40 km por encima de la superficie terrestre. Aunque más cerca a la superficie de la Tierra estas concentraciones son peligrosas para la salud, la capa de ozono es de suma importancia para el planeta porque protege a los seres vivos de los dañinos rayos ultravioleta del Sol. a. ¿Qué parte de la atmósfera contiene dióxido de carbono? b. Qué elemento se encuentra en mayor proporción dentro de la atmósfera: ¿el nitrógeno o el oxígeno? c. ¿Qué es y qué efectos produce la contaminación de la capa atmosférica? d. ¿Qué efectos tiene la disminución de la cantidad de ozono en la atmósfera terrestre? e. Averigua qué sustancias producidas por el hombre destruyen la capa de ozono. f. ¿Cómo puedes ayudar a que no se deteriore la capa de ozono?	2. Haz una investigación acerca de las distintas aplicaciones en que se emplea el petróleo, así como las consecuencias que se generan a partir de dichas aplicaciones. Comenta esta experiencia con tus compañeros y luego resuelve estas preguntas: ¿Por qué crees que el precio del petróleo sube cada día más? ¿Qué consecuencias trae este incremento para la situación política mundial y para tu casa en particular? 3. “Por cada gramo de alimentos que llega a tu boca se han gastado 3 gramos de petróleo”. ¿Será eso cierto? ¿Por qué? Establece las diferentes categorías, teniendo en cuenta también la necesidad o no del uso del combustible. 4. Averigua qué formas alternativas existen para obtener energía distinta de la que proporciona el petróleo. Dialoga con tus compañeros acerca de las ventajas y desventajas de estas alternativas y la necesidad de introducir cambios que nos beneficien a todos. La intervención Elaboren en grupos un reporte sobre la investigación e intenten publicarlo. Háganselo llegar a los padres de familia. El cambio también comienza por casa, y se logra concientizando a la familia de la necesidad de cuidar los recursos naturales. El petróleo, en particular, cuando se tiene un carro, economizando el recurso, en el sentido de emplearlo en actividades útiles.

Para interpretar y comprender la situación marco del enunciado IA6_182 no basta con calcular los porcentajes respectivos para determinar las áreas degradadas o propensas a degradación, sino que se requiere un involucramiento en la problemática para proponer estrategias que permitan disminuirla o detenerla atendiendo a valores como la propositividad y la capacidad de iniciativa y de decisión. De manera similar, para comprender la situación propia del enunciado IB7_103 no es suficiente un proceso de cuantificación para establecer la distribución

del dióxido de carbono, nitrógeno y oxígeno en la atmósfera, sino que se hace necesario un proceso de indagación que, orientado por distintas preguntas y tareas, fomenta la problematización de las acciones que contribuyen con el deterioro de la capa de ozono, atendiendo a los valores de pensamiento crítico y conciencia ambiental (Callejo, 2000).

Por su parte, el enunciado IB10_61, al posicionar en los hogares de los estudiantes las reflexiones sociales sobre el uso del petróleo, complementa los contextos considerados en los otros dos enunciados (contextos matemático, situacional y social), incluyendo el *contexto estudiantil* descrito por Chapman (2003, 2015) como aquel que concibe la experiencia, el conocimiento y la habilidad del estudiante, involucrándolo directamente desde su diario vivir. Así, la interpretación de la situación generatriz del enunciado es posible desde la cuantificación del incremento en los costos del petróleo y el abordaje de los cuestionamientos planteados, en atención a los valores de capacidad de decisión, y, beneficio y perjuicio del uso de recursos.

Ahora bien, un segundo grupo de enunciados propios del periodo I de años de publicación refiere a la *recolección de basuras*: con IC9_109 se pretende concienciar a la comunidad acerca de la importancia de hacer una adecuada recolección de basuras, y, con IB10_163 sobre la necesidad de hacer parte de la práctica del reciclaje (tabla 10).

Específicamente, el enunciado IC9_109 coincide con los planteamientos de García et al. (2009) y Callejo (2000) que versan sobre la importancia de propender por actividades que vinculen las matemáticas con otras áreas, incorporando distintos escenarios de aprendizaje de la vida social y cultural en actividades y problemas reales con significado para los estudiantes. Dicha coincidencia se hace explícita al involucrar en la primera tarea al área de biología, para luego concentrar la atención en procesos estadísticos y finalizar con la promoción de campañas a favor de una adecuada recolección de basuras. En este sentido es preciso decir que la

interpretación y comprensión de la situación que enmarca el enunciado IC9_109 es posible desde procesos estadísticos e indagativos que atiendan a valores como la propositividad, la capacidad de iniciativa y decisión, y, el seguimiento y control a proyectos sociales.

Tabla 10

Enunciados sobre la recolección de basuras

IC9_109	IB10_163
con el fin de concienciar a la comunidad acerca de la importancia de hacer una adecuada recolección de basuras, promueve en tu colegio o comunidad una campaña para informar del tema y motivar la creación de un esquema de recolección de las mismas. 4. Con la ayuda de tu profesor o profesora de Biología, selecciona los contenidos básicos para la comprensión del tema (recolección, selección y eliminación de basuras; elaboración de fertilizantes, recuperación de recursos energéticos e impacto en la salud y en los ecosistemas, entre otros). 5. Investiga estadísticas que muestren la cantidad de basura que se producen en las ciudades principales de tu país, averigua cuál es la producción de residuos al año por persona y estima la producción de basura anual en tu grupo familiar o comunidad. 6. Promueve la recolección básica de basuras en tu colegio o comunidad; incentivando el uso de canecas de diferentes colores para preseleccionar los desperdicios no orgánicos (papel, latas, envases plásticos, etcétera) y los desperdicios orgánicos (cáscaras de frutas, huesos, alimentos, etcétera).	1. Es bueno que nos preguntemos qué clase de uso les damos a las hojas de papel con las que tenemos contacto diario. Un ejercicio interesante que podrían hacer en grupo, consiste en revisar –durante una semana– el cesto de la basura, para que exploren las hojas que emplearon, el uso que les dieron y si hay desperdicio. Luego, contesten: ¿Cuántas hojas mal utilizadas reciben de sus profesores? ¿Cuántas veces utilizas toallas de papel, en vez de pañuelos de tela? ¿Cuánto papel desperdiciaste esta semana en total? ¿Cuánto desperdiciaron tus compañeros? 2. Ahora empieza a hacer cálculos: - Teniendo en cuenta el promedio de hojas desperdiciadas semanalmente, calcula cuánto papel se gasta al año en tu casa, en tu colegio, en el barrio, la ciudad, el país y en el mundo. - Averigua cuántas hojas de papel tamaño carta se pueden sacar de un árbol, y con base en esta información, calcula cuántos árboles se podrían talar debido a tu desperdicio de hojas. II. La intervención Las observaciones y reflexiones generadas podrían ayudar a desarrollar actividades, como el reciclaje. Investiga sobre las distintas maneras en que se puede reutilizar el papel. Transmite la información recogida entre todas las personas que te rodean. Puedes realizar una campaña en tu colegio. ¡Así también comienza el cambio! Recoge firmas y envía una carta a la autoridad responsable del medio ambiente, a las ONG que se ocupan del tema y al periódico local, donde exhorten a todos a proteger los bosques.

Por su parte, el enunciado IB10_163 se enmarca en la necesidad de hacer parte de la práctica del reciclaje dado el desperdicio de papel en la escuela y su estrecha relación con la tala de árboles que afecta significativamente la conservación del medio ambiente. La interpretación y comprensión de esta situación es posible desde un proceso de indagación y recolección sistemática de información que permite cuantificar la cantidad de papel que se desperdicia en la escuela y la casa, en atención a los mismos valores referidos para el enunciado IC9_109: propositividad, capacidad de iniciativa y decisión, y, seguimiento y control a proyectos sociales.

4.3.2 Periodo II (2014 – 2021)

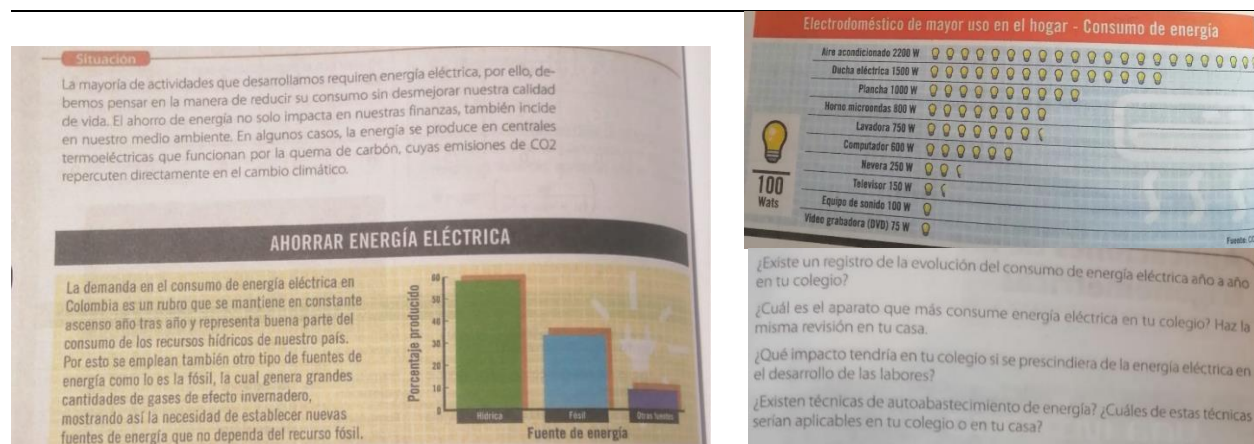
Para el periodo II de años de publicación, se identifican dos enunciados de problemas que versan sobre el *uso energético responsable* (tabla 11): mientras el enunciado IIF10_92,93 propende por el uso racional de la energía eléctrica, el IID7_74,75 promueve la utilización del sol como fuente de energía.

En ambos casos, la interpretación y comprensión de la necesidad de un uso energético responsable que beneficie al medio ambiente disminuyendo su deterioro, es posible en la medida que las situaciones se aborden usando técnicas y procedimientos de lectura e interpretación de información representada en diversos registros (gráfico, tabular, textual) en atención a valores como el cuestionamiento de la información, la capacidad de decisión sobre las mejores fuentes de suministro de energía, la propositividad de estrategias que propendan por un uso energético responsable, y, el seguimiento a proyectos que velan por la conservación del medio ambiente.

Tabla 11

Enunciados sobre el uso energético responsable

IIF10_92,93



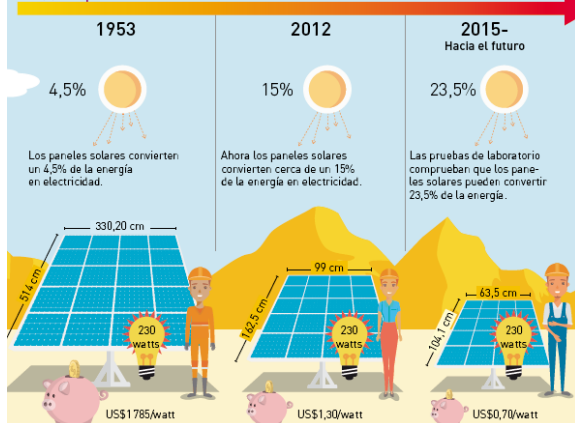
EL SOL COMO FUENTE DE ENERGÍA

Actualmente, se podrían empezar a explotar otras fuentes de energía aparte de la energía térmica y de la hidroeléctrica, que hoy satisfacen la demanda energética del país.

Mejoras tecnológicas en paneles solares

Los paneles solares tienen un largo camino desde su creación en el siglo XX. El costo de producción ha disminuido drásticamente, y la tecnología seguirá mejorando a medida que la investigación y el desarrollo avancen.

Línea de tiempo



A Explora el contexto

- ¿Cuál es el precio en pesos colombianos de 8 paneles solares hoy y cuánta potencia eléctrica tendrían?
- Investiga cuáles son las unidades de medida para la energía eléctrica y cómo se relacionan.
- La superficie de los paneles solares se ha venido reduciendo, aun cuando la potencia eléctrica es la misma. ¿Cuál es el factor que influye en este cambio? ¿Cómo se relacionan estos paneles con la corriente directa y la corriente alterna?

B Utiliza la información

- Según la tabla que relaciona la fuente de energía respecto de la capacidad instalada, si se generan 1 608 MW con todas las fuentes, 729,228 MW corresponden a energía eólica. ¿Cuántos megavatios se producirían por energía solar?
- Averigua cuál es el precio actual de cada panel solar, además del costo del inversor y del medidor bidireccional. ¿Cuánto tiempo tomaría recuperar la inversión si ahorrarán todo lo que en promedio gastan en el pago del recibo de la energía?

Celdas fotovoltaicas

Las celdas fotovoltaicas o paneles solares generan un voltaje al recibir luz solar y se produce una corriente eléctrica. Esta forma de crear energía eléctrica resulta mucho mejor para el medio ambiente, en comparación con la quema de combustibles fósiles.

Celdas fotovoltaicas

Los paneles generan electricidad en corriente directa (CD) y la envían al inversor.

- Si se produce más electricidad de la que se consumió, el resto se ahora para usarse el próximo mes.



- Si se produce menos electricidad de la que se consumió, se toma la energía de la red.

Fuente de energía	Capacidad instalada (%)
Eólica (vientos)	45,35
Biomasa	42,16
Hidroeléctrica	9,21
Solar fotovoltaica	3,28

C ¿Qué pasaría si...?

- Si tuvieras que escoger algunos países en los que la radiación solar es mayor, ¿cuáles serían y por qué? ¿Es Colombia un lugar geográficamente bien ubicado para aprovechar la energía solar?

De esta manera, ambos enunciados coinciden con contemplar las matemáticas como un instrumento para la vida, al usarlas en el proceso de concientización para moderar hábitos que resultan perjudiciales para la vida (C. Alsina, 2019) como, por ejemplo, el consumo irresponsable y desmedido de energía.

4.4 Resultados

A partir del análisis presentado en el apartado anterior, es preciso señalar que respecto al periodo I de años de publicación, frente al periodo II, existe una reducción significativa de enunciados de problemas independientemente de la situación en la que se enmarcan, esto debido a que el periodo I de años, es inmediatamente posterior a la publicación de los EBCM (2006a).

Si bien la interpretación y comprensión de la mayoría de estas situaciones involucra el pensamiento aleatorio desde principios estadísticos atendiendo a valores específicos, estos varían un poco dependiendo del periodo. Para el primer periodo, los valores preponderantes son el pensamiento crítico y la capacidad de iniciativa, decisión y proposición; mientras que, para el segundo, lo son el cuestionamiento de la información y el seguimiento a proyectos sociales.

A continuación, se encontrarán los resultados por grupos de enunciados, diferenciados por periodos cada uno:

4.4.1 Enunciados de problemas sobre derechos y deberes

Tanto en el periodo I como en el periodo II, los enunciados de los problemas identificados poseen un componente fuerte frente a la participación ciudadana. Son enunciados que enmarcan las situaciones de desempleo en Bogotá para el periodo I, así como la indagación y búsqueda de los mecanismos de participación ciudadana escolar para el periodo II, si bien ambas situaciones son diferentes atienden a los mismos valores.

De igual manera, se encontraron enunciados que propenden por concientizar a la población, sobre el desabastecimiento de recursos, la superpoblación, la alimentación y como afectan al bienestar colectivo. Aunque inicialmente el objetivo es el mismo, los valores descritos en el periodo I hacen referencia al pensamiento crítico, a la capacidad de iniciativa y decisión,

mientras que en el periodo II se promueven los valores como el cuestionamiento de la información y el seguimiento de proyectos.

En los dos periodos, las matemáticas son concebidas como una herramienta para comprender la situación y ahondar en ella, en concordancia con lo planteado por Claudi Alsina (2010) quien afirma que ser matemáticamente competente permite a los ciudadanos analizar críticamente asuntos sociales y políticos. Ahora bien, en el primer periodo se usan las progresiones y la decodificación de la información presente en tablas y en el segundo se usan las proyecciones y el análisis de información

4.4.2 *Enunciados de problemas sobre salud*

En este grupo, los enunciados del periodo I se encuentran enfocados en trastornos alimenticios como la obesidad, la bulimia y los regímenes alimenticios en el modelaje, para el periodo II se identifica un solo enunciado orientado a la salud de la piel.

En los enunciados presentes tanto en el periodo I como del periodo II, los valores a promover son el pensamiento crítico y la capacidad de iniciativa para generar reflexiones, sin embargo, dichas reflexiones en el enunciado del periodo II, son suscitadas considerando las ventajas y las desventajas de la situación propuesta, lo cual no sucede en el periodo I. Así mismo el uso de las matemáticas es diferente en cada periodo, ya que en el periodo I se evidencia una clara instrumentalización de las matemáticas para abordar una temática o situación social, mientras que en el enunciado del periodo II, la infografía permite el desarrollo de las competencias una educación matemática a favor de las competencias matemáticas que permitan formar personas que afronten los problemas más allá de los académicos, es decir problemas reales (Valero, 2006)

4.4.3 Enunciados de problemas sobre ecología

Frente a los enunciados identificados en el periodo I y II, se encontró que atienden a los mismos valores, a la conciencia ambiental, la propositividad y a la capacidad de decisión. Que mientras en el periodo II los enunciados promueven el cuestionamiento de la información presentada en diferentes registros, en el periodo I, los enunciados avalan la información presentada.

Cabe resaltar que los enunciados del periodo I, invitan al estudiante a involucrarse para solucionar las problemáticas presentadas, que calcular la cantidad de árboles, la cantidad de basura, los costos del petróleo o las áreas de suelo degradadas por la contaminación son suficientes. Los enunciados promueven valores como la propositividad, ya que involucra a los estudiantes con preguntas y situaciones de su diario vivir, lo cual no ocurre en los enunciados del periodo II.

5 Conclusiones

5.1 Acerca del objetivo general y pregunta de investigación

En virtud del objetivo general de la investigación, *analizar los enunciados de problemas propuestos en algunos libros de texto de matemáticas publicados a partir del 2006 para la educación básica secundaria y media colombiana, para establecer su relación con la formación ciudadana proclamada desde los referentes nacionales*, se precisan dos grandes conclusiones:

- Aunque desde los referentes nacionales se proponen una educación matemática que, en coherencia con una formación ciudadana, promueva la participación crítica, reflexiva y analítica en la búsqueda de alternativas de solución a problemas sociales, respetando los derechos humanos y los principios democráticos; los libros escolares de matemáticas objeto de estudio de esta investigación no evidencian tal intención. Muestra de ello es que, de un total de 12 libros de texto revisados, solo se hayan determinado 19 unidades de registro para ser analizadas a la luz de los respectivos referentes conceptuales. Así mismo, resulta pertinente resaltar que, del total de unidades de registro seleccionadas, el 74% pertenecen al periodo I (entre los años 2006 y 2013), aquel que es más cercano a la publicación de los EBCM.
- Aunque desde los referentes nacionales, la RP es considerada el objetivo general y eje central del currículo de matemáticas permeándolo en su totalidad sin constituir un tópico aparte, debido a que es un proceso que relaciona la escolaridad con la experiencia cotidiana y promueve aprendizajes significativos desde la consideración de intenciones, intereses y condiciones sociales; los

hallazgos de la presente investigación muestran lo contrario. Si bien en los libros de texto revisados es significativo el planteamiento de problemas matemáticos, estos suelen reservarse para apartados específicos de actividades o secciones especiales. Como se ilustra en el capítulo anterior, la situación se hace mucho más evidente cuando se delimitan los tipos de problemas, la cantidad se reduce sustancialmente y sus secciones de exposición son particulares. Además, son muy pocos aquellos enunciados que se enmarcan en situaciones del contexto estudiantil, descrito por Chapman (2003, 2015) como aquel que involucra intenciones e intereses de los estudiantes.

Lo anterior, junto con el análisis de resultados, permite plantear en respuesta a la pregunta que orientó esta investigación que, aunque son pocos los enunciados de problemas matemáticos propuestos en los libros revisados que promueven la formación ciudadana, lo hacen partiendo de situaciones que versan sobre los derechos y los deberes, la salud y la ecología. Aquellas situaciones sobre derechos y deberes propician la formación ciudadana, al generar consciencia en los estudiantes sobre problemáticas de su entorno las cuales a gran escala se transforman en situaciones relevantes para la sociedad, promoviendo tanto la dimensión crítica como la propositiva de la ciudadanía, involucrando a los estudiantes en la solución de los mismos. Por su parte, aquellas situaciones problemáticas que versan sobre la salud, propician reflexiones en los estudiantes, asociando dichas problemáticas a los estándares de belleza impuestos en la sociedad y como la alimentación y la obesidad se ha convertido en un problema de sanidad pública, en dichas situaciones las matemáticas se presentan como un instrumento para la vida al reconocer su uso en la moderación de hábitos que resultan perjudiciales para la salud o la vida.

Finalmente, las situaciones sobre ecología propician la formación ciudadana, al posicionar en los hogares de los estudiantes reflexiones sobre problemas tan agudos como el desgaste de la capa de ozono, el uso de la energía y del petróleo, el agotamiento de los recursos naturales en el planeta, los daños al medio ambiente y como estas situaciones a nivel global comprometen al planeta en su capacidad para satisfacer las necesidades de los seres vivos que la habitan. En estos enunciados la cuantificación de las cantidades de contaminación en el aire, de cantidades de litros de petróleo o las estimaciones de daños en el medio ambiente, no es suficiente para entender y apropiarse de la problemática. Dichos enunciados promueven no solo procesos de cuantificación sino de indagación que, orientado por distintas preguntas y tareas, fomenten la problematización de las acciones que contribuyen a la atención y solución de las situaciones ecológicas encontradas, atendiendo a los valores de pensamiento crítico y conciencia ambiental.

De manera general, los enunciados referenciados aparecen mayoritariamente en el nivel de básica secundaria, presentando una notoria disminución de exposición en el nivel de media e involucrando en su abordaje el pensamiento aleatorio desde los principios estadísticos de lectura e interpretación de representaciones, atendiendo a valores como el pensamiento crítico respecto a situaciones sociales relevantes, como salud, ecología y medio ambiente, la superpoblación y el desabastecimiento de recursos, la capacidad de iniciativa para generar reflexiones importantes frente a problemáticas de su entorno, las cuales conllevan a promover espacios de decisión y proposición respecto a estas problemáticas.

Este panorama convoca a reflexionar sobre los siguientes cuestionamientos: (1) ¿el pensamiento aleatorio es el más potencial para el fomento de una educación matemática para la ciudadanía?, o, ¿hace falta explorar más estas situaciones desde los demás pensamientos?, (2) ¿el

hecho de que los enunciados marco del estudio disminuyan en la educación media está asociado a la búsqueda preponderante por alcanzar niveles más altos de conceptualización y abstracción matemática, como se enunció en el marco conceptual?

5.2 Aportes y aprendizajes profesionales

El desarrollo de esta investigación suscitó reflexiones en el ámbito personal y el quehacer docente. En primer lugar, convocó una problematización sobre la manera en que, como docentes de matemáticas, abordamos y entendemos la resolución de problemas y, la incidencia de los libros de texto en nuestro que hacer docente.

Así mismo, los resultados de este estudio alertan sobre la urgencia de un cambio en la proyección de los enunciados de los problemas de los libros de texto que respondan a las proclamaciones de los referentes curriculares nacionales, para facilitar la promoción de la formación ciudadana.

Finalmente, se precisa resaltar la riqueza que el desarrollo de este estudio ha tenido para el crecimiento académico de los investigadores desde un trabajo responsable y minucioso de indagación, organización, escritura, análisis y constante reestructuración.

5.3 Asuntos de estudios emergentes

A partir de esta investigación se considera pertinente abordar al menos seis cuestiones para estudios posteriores. En primer lugar, se señala la necesidad de abordar cómo las propuestas de los libros de texto permean la acción del docente en el aula de clase y su influencia en el objetivo de formar ciudadanos. En segundo lugar, también es pertinente analizar cómo el docente de matemáticas hace la elección del libro de texto a utilizar en sus clases, dado que este refleja sus convicciones e intenciones, ya sea para priorizar un contenido sobre otro o responder a lineamientos o directrices institucionales. Además, se concibe pertinente realizar un estudio del

tipo de interacción y respuestas en los estudiantes al proponer problemas que promuevan la formación ciudadana. Como un estudio emergente, da lugar cuestionarse la relación resolución de problemas y formación ciudadana en propuestas interdisciplinarias. También surge la propuesta de indagación sobre cómo complementar los enunciados de situaciones problemas en contextos meramente matemáticos o de otras ciencias, con la intención de formar ciudadanos. Por último, se contempla la posibilidad de un estudio que se enfoque en responder cuáles son los pensamientos matemáticos (numérico, variacional, métrico, geométrico y aleatorio) que más aportan a la formación ciudadana.

Referencias

- Alsina, A. (2010). La «pirámide de la educación matemática» Una herramienta para ayudar a desarrollar la competencia matemática. *Aula de Innovación Educativa*, (189), 12-16.
- Alsina, A. (2015). Sobre el sentido de las matemáticas en la Educación Primaria: ¿instruir para la escuela o educar para la vida? *Jornadas sobre el Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas*.
- Alsina, C. (2010). Matemáticas para la ciudadanía. En ML Callejo y JM Goñi (Coords.), *Educación matemática y ciudadanía* (págs. 89-102). GRAÓ.
- Alsina, C. (2019). Las matemáticas imprescindibles para la vida. En O. Bermúdez (Ed.), *Ruta Maestra. Somos matemáticas* (págs. 2-7). Santillana S.A.S.
- Agudelo-Valderrama, C. (2005). Explicaciones de ciertas actitudes hacia el cambio: las concepciones de profesores y profesoras de matemáticas colombianos (as) sobre los factores determinantes de su práctica de enseñanza del álgebra escolar. *Revista Ema*, 10(2 y 3), 375-412.
- Andréu, J. (2001). *Las técnicas de Análisis de Contenido: Una revisión actualizada*. Universidad de Granada.
- Brandsford, J. y Stein, B. (1993). *Solución IDEAL de problemas*. Labor.
- Caicedo, A y Pérez, A. (2020). Dimensión sociopolítica de las matemáticas: Un análisis del texto escolar. (Master's thesis, Universidad de La Sabana).
- Callejo, ML (2000). *Educación matemática y ciudadanía: propuestas desde los derechos humanos*. Centro Cultural Poveda.
- Callejo, ML (2010). Disfrutar de y luchar por los derechos humanos: las matemáticas también cuentan. En ML Callejo y JM Goñi (Coords.), *Educación matemática y ciudadanía* (págs. 103-128). GRAÓ.
- Carrillo, J. (1998). *Modos de resolver problemas y concepciones sobre la matemática y su enseñanza: metodología de investigación y relaciones*. Universidad de Huelva Publicaciones.
- Casdiego, A. (2019). *Trastornos Alimenticios*. Clínica Universidad de La Sabana.
<https://www.clinicaunisabana.edu.co/pacientes/educacionalpaciente/articulos-de-educacion/psicologia/trastornos-alimenticios/>

- Chamorro, MC (2005). Didáctica de las matemáticas para educación infantil. *Colección Didáctica Infantil*.
- Chapman, O. (2003). Teachers' Conceptions of Mathematical Word Problems: A Basis for Professional Development. *International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 2, 197-194
- Chapman, O. (2015). Mathematics teachers' knowledge for teaching problem solving. *LUMAT: International Journal on Math, Science and Technology Education*, 3(1), 19-36.
- Chavarría, G. y Albanese, V. (2021). Problemas matemáticos en el caso de un currículo: Análisis con base en el contexto y en la contextualización. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, (19), 39-54.
- Constitución política de Colombia (1991) 2da Ed. Legis
- Congreso de Colombia. (8 de febrero de 1994). Ley General de Educación. [Ley 115 de 1994]. DO: 41.214.
- Cruz, S. (2006). Competencias matemáticas básicas que muestran estudiantes de bachillerato en la resolución de problemas que involucran análisis y toma de decisiones (Doctoral dissertation, Sergio Cruz Contreras-UPN). México.
- Díaz, MV y Poblete, Á. (2001). Contextualizando tipos de problemas matemáticos en el aula. *Números*, 45, 33-41.
- Espinosa, M. (2009). La participación ciudadana como una relación socio-estatal acotada por la concepción de democracia y ciudadanía. *Andamios*, 5(10), 71-109.
- Fuster, DE (2019). Investigación cualitativa: Método fenomenológico hermenéutico. *Propósitos y Representaciones*, 7(1), 201-229.
- García, G., Navarrete, E. y Samboní, T. (2016). Valores democráticos en escenarios de aprendizaje de las matemáticas: conexiones entre la diversidad y la cultura juvenil. *Tecné, Episteme y Didaxis: TED*, (43), 207-221.
- García, G., Salazar, C., Mancera, G., Camelo, F. y Romero, J. (2009). Dilemas y tensiones que enmarcan el significado de Competencia matemática: ¿Soluciones de problemas en contextos reales? ¿Soluciones significativas para la vida social? ¿Formación para participar activamente en la vida democrática? *Revista internacional Magisterio, educación y pedagogía*, (39), 76-83

- García, G. y Amaya, C. (2009). La resolución de problemas de matemáticas: entre la esperanza de cambios en los ambientes de aprendizaje y como herramienta en el control centralizado del currículo. *Nodos y Nudos*, 3(27), 70-79.
- González, MT y Sierra, M. (2004). Metodología de análisis de libros de texto de matemáticas: los puntos críticos en la enseñanza secundaria en España durante el siglo XX. *Enseñanza de las Ciencias*, 22(3), 389-408.
- Goñi, JM (2010). La aspiración a la ciudadanía y el desarrollo de la competencia matemática. En ML Callejo y JM Goñi (Coords.), *Educación matemática y ciudadanía* (págs. 11-58). GRAÓ.
- Herrera, M. (2006). Ciudadanía Social y cultural: Perspectiva Histórica y retos del aprendizaje ciudadano del siglo XXI. *PROCESOS. Revista Ecuatoriana de Historia*, 23, 97-113.
- INECSE. (2005). *Pisa 2003. Pruebas de Matemáticas y de Solución de Problemas*. MEC-INECSE PISA.
- Kymlicka, W. y Norman, W. (1996). El retorno del ciudadano. Una revisión de la producción reciente en teoría de la ciudadanía. *La Política: ciudadanía. El debate contemporáneo*, 3(5).
- López, EM, Guerrero, AC, Carrillo, J. y Contreras, LC (2015). La resolución de problemas en los libros de texto: un instrumento para su análisis. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 8, 73 – 94.
- López Noguero, F. (2002). El análisis de contenido como método de investigación.
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos curriculares. Matemáticas*. Magisterio.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006a). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. En Ministerio de Educación Nacional (Ed.), *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas* (págs. 46-95). MEN.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006b). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*. MEN.
- Ministerio de Educación Nacional. (2016). *Documento Fundamentación Teórica de los Derechos Básicos de Aprendizaje (V2) y de las Mallas de Aprendizaje para el Área de Matemáticas*. MEN.
- Mockus, A. (2004). ¿Por qué competencias ciudadanas en Colombia? AlTablero.
https://www.mineducacion.gov.co/1621/propertyvalues-31332_tablero_pdf.pdf

- Monterrubio, MC y Ortega, T. (2012). Creación y aplicación de un modelo de valoración de textos escolares matemáticos de Educación Secundaria. *Revista de Educación*, 358, 471-496.
- Morales López, Y., Alpízar Vargas, M., y Alfaro Arce, A. L. (2016). Caracterización y desarrollo de la competencia de ciudadanía en la formación de docentes de matemáticas de secundaria. *Revista Digital: Matemática, Educación E Internet*, 16(2).
<https://doi.org/10.18845/rdmei.v16i2.2522>
- Morgan, C. (2000). Discourses of Assessment - Discourses of Mathematics. *Proceedings of the Second International Mathematics Education and Society Conference* (págs. 58-76).
- Naciones Unidas (2015). *Declaración Universal de Derechos Humanos*.
- Nortes, A. y Nortes, R. (2011). Los libros de texto y la resolución de problemas en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. *Educatio Siglo XXI*, 29(2), 67-98.
- Organización de los Estados Americanos. (2010). El derecho a la libertad de pensamiento y expresión. Comisión Interamericana de Derechos Humanos.
<http://www.cidh.org/countryrep/colom99sp/capitulo-8.htm>
- Organización de Naciones Unidas. (2018). *Artículo 7: el derecho a la igualdad ante la ley*. Noticias ONU. <https://news.un.org/es/story/2018/11/1445981>
- Orrantia, J., González, LB y Vicente, S. (2005). Un análisis de los problemas aritméticos en los libros de texto de Educación Primaria. *Infancia y aprendizaje*, 28(4), 429-451.
- Pino, J. y Blanco, L. (2008). Análisis de los problemas de los libros de texto de Matemáticas para alumnos de 12 a 14 años de edad de España y de Chile en relación con los contenidos de proporcionalidad. *Publicaciones: Facultad de Educación y Humanidades del Campus de Melilla*, (38), 63-88.
- Piñeiro, JL (2015). *Resolución de problemas desde una perspectiva curricular. Implicaciones para la formación de profesores* [Tesis Doctoral]. Universidad de Granada.
- Polya, G. (1981). *Mathematical discovery: On understanding, learning, and teaching problem solving*. John Willey & Son.
- Polya, G. (1989) *Cómo plantear y resolver problemas*. Trillas.
- Ramos, AB y Font, V. (2006). Contesto e contestualizzazione nell'insegnamento e nell'apprendimento della matematica. Una prospettiva ontosemiotica. *La Matematica e la sua Didattica*, 20(4), 535-556.

- Raigada, J. L. P. (2002). Epistemología, metodología y técnicas del análisis de contenido. *Sociolinguistic studies*, 3(1), 1-42.
- Rico, L. (2006). La competencia matemática en PISA. *PNA*, 1(2), 47-66.
- Rodríguez, ME (2013). La educación matemática en la conformación del ciudadano. *Telos*, 15 (2), 215-230.
- Romero, J., García, G. y Niño, I. (2008). El papel de los textos escolares de matemáticas en la implementación de los lineamientos curriculares: el caso del razonamiento multiplicativo. *Encuentro Colombiano de Matemática Educativa. Asociación Colombiana de Matemática Educativa. Asocolme*.
- Ruíz, A. (2004). Texto, testimonio y metatexto: el análisis de contenido en la investigación en educación. *La práctica investigativa en ciencias sociales*. Universidad Pedagógica Nacional.
- Sánchez, J. (2019). *Deterioro ambiental: definición, causas y consecuencias*. Ecología verde. <https://www.ecologiaverde.com/deterioro-ambiental-definicion-causas-y-consecuencias-1393.html>
- Sánchez, Y. (2021). *La formación de ciudadanos críticos desde las matemáticas escolares. Posibilidades que ofrecen los documentos curriculares en el contexto colombiano* [Trabajo de grado de Maestría]. Universidad Pedagógica Nacional
- Santos, LM (s.f.). *Los Contextos en los Problemas*. Apropriación y Transformación de Artefactos Tecnológicos en Herramientas de Aprendizaje y Resolución de Problemas Matemáticos. http://www.matedu.cinvestav.mx/~santos/atat/gen_contexto.html
- Schoenfeld, A. (1985). Making sense of “out loud” problem-solving protocols. *The Journal of Mathematical Behavior*, 4(2), 171-191.
- Schoenfeld, A. (1992). Learning to Think Mathematically Problem Solving Meta Cognition and Sense-Making in Mathematics. *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning*.
- Serrano, W. (2016). *La educación crítica de la Matemática en el contexto de la sociedad venezolana: hacia su filosofía y praxis*. GIDEM
- Sierpinska, A. (1998). Three epistemologies, three views of classroom communication: Constructivism, sociocultural approaches, interactionism. En H. Steinbring, MGB Bussi y

- A. Sierpinska (Eds.), *Language and communication in the mathematics classroom* (págs. 30-62). NCTM.
- Skovsmose, O. (1999). *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica*. Universidad de los Andes: una empresa docente.
- Skovsmose, O. (2000). Escenarios de investigación. *Revista Ema*, 6(1), 3-26.
- Skovsmose, O. y Valero, P. (2012). *Educación matemática crítica. Una visión sociopolítica del aprendizaje*. Universidad de los Andes.
- Valero, P. (2002). Consideraciones sobre el contexto y la educación matemática para la democracia. *Quadrante*, 11(1), 49-59.
- Valero, P. (2006). ¿De carne y hueso? La vida social y política de la competencia matemática. *Memorias del Foro Educativo Nacional de Colombia—Competencias matemáticas*. MEN.
- Valero, P. (2007). *Investigación socio-política en educación matemática: Raíces, tendencias y perspectivas*. https://vbn.aau.dk/ws/portalfiles/portal/57368988/Granada_notas.pdf
- Vanegas, YM (2013). *Competencias ciudadanas y desarrollo profesional en matemáticas* [Tesis Doctoral]. Universitat de Barcelona.
- Verschaffel, L., Greer, B. y De Corte, E. (2000). *Making sense of word problems*. Swets & Zeitlinger.
- Vicente, S., Dooren, WV y Verschaffel, L. (2008). Utilizar las matemáticas para resolver problemas reales. *Cultura y educación*, 20(4), 391-406
- Vilanova, S., Rocerau, M., Valdez, G., Oliver, M., Vecino, S., Medina, P., Astiz, M. y Álvarez, E. (2001). La educación matemática: el papel de la resolución de problemas en el aprendizaje. *Revista Iberoamericana de educación*, 4(1), 45-68.
- Vithal, R. y Valero, P. (2003). Researching mathematics education in situations of social and political conflict. In *Second international handbook of mathematics education* (pp. 545-591). Springer.
- Wills, M. (2002). Nuevas y viejas ciudadanías: la apuesta por una nueva democracia. En A. Estrada, L. Garay, C. Gaviria, G. Hoyos, A. Mockus, N. Ortiz, A. Rico, L. Sarmiento, J. Toro y M. Wills. *Camino hacia nuevas ciudadanías* (págs. 13-26). Pontificia Universidad Javeriana, Instituto de Estudios Sociales y Culturales PENSAR. Departamento Administrativo de Bienestar Social, Serie Proyectos.

