

Herramientas de medición experimental

Jhon Stiven Dueñas Garcia

Universidad Pedagógica Nacional

Facultad de Ciencia y Tecnología

Departamento de Matemáticas

Licenciatura en Matemáticas

Bogotá D.C. 2025

Herramientas de medición experimental

Jhon Stiven Dueñas Garcia

Trabajo de grado para optar por el título de Licenciado en Matemáticas

Asesor: Mg. John Alejandro Mendoza Rodríguez

Universidad Pedagógica Nacional

Facultad de Ciencia y Tecnología

Departamento de Matemáticas

Licenciatura en Matemáticas

Bogotá D.C. 2025

Dedicatoria

Dedico este trabajo, en primer lugar, a Dios, creo en él a mi manera y sé que me ha acompañado en los momentos difíciles. También a mi familia, y especialmente a mis padres, Jhon y Doris, ya que, sin su confianza y amor, no habría alcanzado este logro.

Agradecimientos

Quiero agradecer a Dios por su guía en la toma de decisiones, siempre orientándome por el camino del bien. También a mi familia, quienes me acompañan día a día, brindándome su apoyo incondicional y siendo una parte fundamental en mi vida.

A mi madre, Doris Garcia, quien siempre ha estado a mi lado, acompañándome, apoyándome y aconsejándome en las decisiones más importantes de mi vida. A mi padre, Jhon Dueñas, por estar siempre pendiente de mis necesidades y dispuesto a ayudarme en todo momento, especialmente en la elaboración de una de las herramientas de este trabajo.

Quiero agradecer a mi asesor, John Mendoza, quien, desde el inicio de mis prácticas, me ha guiado con sus conocimientos y me motivó a dar lo mejor de mí. Su apoyo fue fundamental en el desarrollo de este trabajo, aportando significativamente a mi formación académica.

Por último, quiero agradecer a quienes me brindaron su amistad a lo largo de mi vida universitaria: Angie L., Lina P., Laura D., Daniela G., Lized M., Lina O., Laura C., Óscar M. y Juan V. La vida universitaria no es solo estudio, sino también la oportunidad de conocer personas con intereses similares, apoyarse mutuamente y compartir momentos inolvidables.

Tabla de contenido

Lista de Tablas.....	6
Lista de Figuras	7
Introducción.....	8
Justificación	9
Revisión bibliográfica	12
Historia de las herramientas	12
Uso de las herramientas en la educación y otras ciencias	14
Matemáticas de las herramientas.....	16
Objetivos.....	18
Objetivo General.....	18
Objetivos Específicos	18
Estrategia Investigativa.....	19
Marco Conceptual.....	22
Artefacto	22
Herramienta	22
Instrumento.....	24
Relación entre artefacto, herramienta, instrumento.....	24
Gnomon	25
<i>Historia</i>	26
<i>Usos</i>	27

Cuadrante.....	27
<i>Historia</i>	28
<i>Usos</i>	29
Astrolabio.....	30
<i>Historia</i>	31
<i>Usos</i>	33
Construcción de las herramientas.....	35
Construcción del Gnomon.....	35
Construcción del Cuadrante.....	38
Construcción del Astrolabio.....	41
Análisis.....	44
Análisis del Astrolabio.....	44
Comparación de datos entre las herramientas.....	47
<i>Margen de error</i>	53
Conclusiones.....	54
Referencias.....	57

Lista de Tablas

Tabla 1 Resumen del boletín de Sáez.....	12
Tabla 2 Resumen del artículo de Ten	13
Tabla 3 Resumen del artículo de González	14
Tabla 4 Resumen del artículo de Mora.....	14
Tabla 5 Resumen del trabajo de grado de Cardona	15
Tabla 6 Resumen del trabajo de grado de Cruz.....	15
Tabla 7 Resumen del artículo de Pérez	16
Tabla 8 Resumen de la tesis doctoral de Lago	17
Tabla 9 Diferencia de alturas.....	50
Tabla 10 Incógnita de minutos	51
Tabla 11 Datos con el Astrolabio	53
Tabla 12 Error Cuadrante y Astrolabio	53

Lista de Figuras

Figura 1 Esquema metodológico	21
Figura 2 Chimpancé utilizando rocas para romper nueces	23
Figura 3 Bicicleta fusion	25
Figura 4 Un dial de sol con un Gnomon y una sombra de ella. Vieja superficie oxidada sin números.....	27
Figura 5 Quardrans vetus del siglo XIV	29
Figura 6 Partes del Astrolabio	31
Figura 7 Astrolabio andalusí de Ibn Said	33
Figura 8 Primer paso de construcción del Gnomon	36
Figura 9 Rectificación del Gnomon.....	37
Figura 10 Gnomon terminado.....	38
Figura 11 Herramienta de paladraga	39
Figura 12 Adaptación a Cuadrante	40
Figura 13 Cuadrante finalizado	41
Figura 14 Araña de acetato transparente	42
Figura 15 Paso dos en opalina y cartulina	42
Figura 16 Astrolabio de latitud 10.....	43
Figura 17 Astrolabio iniciando piscis.....	44
Figura 18 Astrolabio finalizando piscis.....	46
Figura 19 Uso del Gnomon	47
Figura 20 Uso del Cuadrante	48
Figura 21 Uso del Astrolabio.....	49
Figura 22 Aplicación Suncalc el 13 de marzo	50
Figura 23 Congruencia en el ángulo de altura.....	52

Introducción

Las herramientas de medición experimental han sido fundamentales en el avance de la ciencia permitiéndonos obtener datos que no se pueden percibir fácilmente a simple vista. A lo largo de la historia, las herramientas de medición han permitido obtener datos bastante precisos para experimentos en diversas disciplinas, como la física, mediante el uso de balanzas; la química, al medir temperaturas; y la astronomía, al observar los movimientos en el cielo. Esta última será la que recibirá atención en el presente trabajo.

Es importante analizar estas herramientas de medición experimental, cómo funcionan y cuál es su relevancia en el ámbito profesional. Por ello, esta investigación se centra en la indagación de tres herramientas: el Gnomon, el Cuadrante y el Astrolabio, con el objetivo de comprender su historia, algunos de sus usos y aplicaciones, así como una forma de construirlos para ser manipulados.

De esta manera, se espera contribuir al conocimiento mediante el uso práctico de estas herramientas, debido a que como lo dice el MEN (1998) es necesario abordar problemas en diferentes contextos y considerar que en el proceso de resolver problemas influyen el uso de material manipulable, el ensayo y el error, así se contribuye planteando el uso de estas herramientas, a través de la comparación y el análisis de los resultados obtenidos al emplearlas en un contexto real las cuales se pueden utilizar para la enseñanza de las matemáticas en el cálculo y rectificación de ángulos de altura, teniendo en cuenta que, a partir de estos, es posible derivar datos relacionados con el tiempo y la distancia con la ayuda que ofrecen aplicaciones modernas

Justificación

En mi formación como futuro Licenciado en Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional, desconozco herramientas de medición experimental diferentes a la regla y el compás. Es importante que un profesor de matemáticas conozca distintas herramientas de medición experimental para la práctica educativa, porque el docente puede vincular los conceptos matemáticos de una manera didáctica a través de situaciones reales que surgen del uso de herramientas de medición, además Campo (2019) menciona “los materiales didácticos manipulativos son empleados en las aulas como un recurso de ayuda tanto a docenes como discentes. Gracias a ellos los primeros pueden impartir los conocimientos marcados para que los segundos sean capaces de adquirirlos” (p. 25), además de promover un aprendizaje activo mediante la manipulación e interpretación de datos, esto me lleva a preguntarme: *¿cómo funcionan algunas herramientas de medición experimental?*

Haciendo un estudio del documento realizado por Garzón (2014), encontré que hay una herramienta que se utilizó en uno de los problemas clásicos de la geometría: la trisección de ángulos. Esta herramienta, que no tiene un nombre específico, surgió porque el problema de la trisección no era posible de realizar por medio del uso de la regla y el compás. Debido a esto, se crearon diferentes herramientas que permitieron dar solución a este problema con la condición de agregar movimientos a los objetos geométricos. Una de estas herramientas, creada por los griegos, es un artefacto que tiene forma de “L”; este artefacto posee las condiciones de guardar ciertas proporciones referentes a congruencias y arcos de circunferencia. Este artefacto era desconocido para mí, lo cual suscitó mi interés en revisar qué otros instrumentos o herramientas de medición existen.

Se realizó una indagación sobre otro tipo de herramientas, algunos de estas son el Gnomon y el Cuadrante. Cardona (2020), menciona que una de las herramientas más antiguas era el Gnomon, con el cual se observaba el sol a través de su sombra proyectada;

tanto su longitud como su dirección permitían determinar la posición del Sol. Otra herramienta es el Cuadrante, el cual permitió determinar la posición de cuerpos celestes, como la Luna. Además de permitir medir magnitudes angulares mediante escalas que se encuentran grabadas.

Otras herramientas, además del Gnomon y el Cuadrante, eran el zócalo de Ptolomeo, la regla paraláctica, la esfera armilar y el Astrolabio. Cardona (2020), menciona que, el Astrolabio es un instrumento astronómico de precisión, al cual se le atribuye su invención a Ptolomeo. Este instrumento refleja la concepción de un universo esférico y fue muy importante en las observaciones astronómicas y de navegación de los siglos siguientes.

Al llevar a cabo una breve indagación sobre las herramientas astronómicas, junto con la pregunta inicial sobre el funcionamiento de distintas herramientas, se procede con el diseño y elaboración de una monografía, la cual cumple con mi interés profesional debido a la elección del tema por iniciativa propia y su relación con las matemáticas en dichas herramientas. De este modo, por parte propia y para los futuros educadores matemáticos que lean este trabajo, se inicia un estudio sobre el Gnomon, el Cuadrante y el Astrolabio, con el fin de comprender mejor su uso y propósito.

El cuerpo del trabajo se organiza en varias secciones que permiten una comprensión de las herramientas seleccionadas. Inicialmente, se presenta una revisión bibliográfica que se divide en tres categorías: la historia de las herramientas, su uso en contextos educativos y científicos, y su vínculo con conceptos matemáticos fundamentales. Posteriormente, se plantean los objetivos y la estrategia investigativa que guía el estudio en 8 pasos a seguir. El marco conceptual aclara los términos clave relacionados con las herramientas: el gnomon, el cuadrante y el astrolabio, describiendo su historia y aplicaciones. Posteriormente, se detalla el proceso de construcción de cada herramienta, seguido por

un análisis de los resultados obtenidos, incluyendo comparaciones y márgenes de error.

Finalmente, se presentan las conclusiones generales del estudio.

Revisión bibliográfica

A continuación, se presentan algunas investigaciones tanto de artículos como de trabajos de grados y tesis, los cuales aportan a este trabajo de grado; estas se clasificaron en tres categorías diferentes: Historia de las herramientas, Uso de las herramientas en la Educación y en otras ciencias, y, Matemáticas de las herramientas. Cada revisión aporta tanto en el marco conceptual como en el análisis, al tener una comprensión de las herramientas. Son presentadas en forma de tablas con la información básica del trabajo y su respectivo resumen.

Historia de las herramientas

Tabla 1

Resumen del boletín de Sáez

Título: Evolución histórica de la instrumentación topográfica		
Tipo de documento: Boletín del Instituto de Estudios Giennenses	Año: 1998	País: España
Autores: Sáez, A., De la Cruz, J. y, Mesa, J.		
Resumen: La instrumentación topográfica ha avanzado a lo largo del tiempo, desde las primeras herramientas como las cadenas y cuerdas utilizadas por los babilonios y griegos en el año 3000 a.C. para la medición de distancias, hasta las técnicas modernas de teledetección satelital.		

Nota: Elaboración propia basada en Sáez (1998)

Tabla 2

Resumen del artículo de Ten

Título: Historia y enseñanza de la astronomía. Los primitivos instrumentos y su utilización pedagógica		
Tipo de documento: Artículo	Año: 1984	País: Barcelona
Autor: Ten, A. y Monros, M.		
Resumen: En la historia, una de las primeras ciencias es la astronomía, la cual ha sido de gran importancia siendo promovida en el aprendizaje de la ciencia. El sol ha sido uno de los astros estudiados por su movimiento durante el día, el movimiento del sol ha sido importante, con el cual se calculaba los tiempos de cosecha debido a la relación de los tiempos cosechables y cómo estos tiempos eran calculados con la ayuda de la observación de distintos instrumentos.		

Nota: Elaboración propia basada en Ten (1984)

La historia es fundamental y de gran importancia, ya que, sin su conocimiento, el avance de la humanidad sería mucho más lento. En el campo de la astronomía, los primeros instrumentos tuvieron un impacto significativo al contribuir en el desarrollo de métodos para calcular y facilitar diversas tareas. La historia es crucial para entender y mejorar estas herramientas, aprendiendo de los errores que se pudieran cometer durante su construcción y aplicación, además de permitir un avance continuo y una mejora constante, mientras se comparte y amplía el conocimiento y desarrollo de las herramientas.

Uso de las herramientas en la educación y otras ciencias

Tabla 3

Resumen del artículo de González

Título: El Gnomon y el esclavo		
Tipo de documento: Artículo	Año: 2005	País: México
Autor: González, C.		
Resumen: Se analiza la época posterior al descubrimiento de los números irracionales, mencionando cómo Sócrates interroga a un esclavo, además de cómo el Gnomon funciona y es utilizado en el cálculo de latitudes, la astronomía y la geografía.		

Nota: Elaboración propia basada en González (2005)

Tabla 4

Resumen del artículo de Mora

Título: Explorando las sombras: una bonita relación entre matemáticas y astronomía		
Tipo de documento: Artículo	Año: 2012	País: Colombia
Autores: Mora, M., L, Roldán H., D y Vargas M, C		
Resumen: Se describe la relación entre las matemáticas y la astronomía en relación con el Gnomon y su sombra de manera intuitiva respecto a la posición del sol. Luego, se comprueba dicha intuición y se explica cómo, gracias al Gnomon y su sombra, se calculaba la circunferencia de la Tierra con una buena aproximación, utilizando el método de Eratóstenes.		

Nota: Elaboración propia basada en Mora (2012)

Tabla 5

Resumen del trabajo de grado de Cardona

Título: Consideraciones en torno a la elaboración de modelos sobre la posición y movimiento del Sol y la Luna en la enseñanza de la Astronomía.		
Tipo de documento: Trabajo de grado – posgrado	Año: 2020	País: Colombia
Autor: Cardona, O. J		
Resumen: Se realiza un estudio apuntando hacia el sentido astronómico que surge al observar los cuerpos celestes gracias a estas herramientas como el Cuadrante y la esfera armilar, entre otras. A través de estas, es posible describir los movimientos del Sol y la Luna, así como representarlos en diferentes modelos para su enseñanza en astronomía.		

Nota: Elaboración propia basada en Cardona (2020)

Tabla 6

Resumen del trabajo de grado de Cruz

Título: El uso de instrumentos en astronomía: una propuesta de enseñanza para potenciar la habilidad de observación		
Tipo de documento: Trabajo de grado – pregrado	Año: 2019	País: Colombia
Autor: Cruz, M, C		
Resumen: Se realiza una práctica sobre el uso intuitivo de varias herramientas y cómo son utilizadas para la localización y ubicación respecto a objetos del entorno. Además, se utiliza el Gnomon como herramienta para determinar qué pasa respecto al tiempo, con el fin de potencializar las habilidades de observación en el proceso de enseñanza y aprendizaje		

Nota: Elaboración propia basada en Cruz (2019)

Los usos de las herramientas son importantes porque representan el propósito original con el que fueron desarrollados. Sin embargo, es gratificante cuando surgen nuevos usos, debido a que el uso de una herramienta puede cambiar implícitamente según la perspectiva o la forma en que se manipule, ya que esto agrega un valor adicional a la herramienta y amplía su aporte, permitiendo mejorar sus capacidades y comprender mejor su funcionamiento, aprendiendo mejor de esto.

Matemáticas de las herramientas

Tabla 7

Resumen del artículo de Pérez

Título: Uso del Gnomon para la posible interpretación del año de 260 días		
Tipo de documento: Artículo	Año: 2001	País: México
Autor: Pérez, R		
Resumen: Gracias al método gnómico se presenta un posible origen del calendario Maya con 260 días, interpretando la herradura de trilitos de Stonehenge la cual, a partir de las sombras en fechas extremas, determina un calendario de tres estaciones.		

Nota: Elaboración propia basada en Pérez (2001)

Las matemáticas están integradas en otras ciencias de tal manera que también desempeñan un papel fundamental en la astronomía. Este trabajo ilustra y contribuye a la investigación matemática, permitiendo entender cómo estos artefactos tienen un propósito y sentido según los resultados y datos que arrojan, y no fueron creados de manera arbitraria, sino que fueron creados y utilizados para determinar calendarios y comprender mejor el movimiento del sol.

Tabla 8

Resumen de la tesis doctoral de Lago

Título: Génesis y evolución de los instrumentos de alturas usados en navegación: análisis de los errores cometidos durante las observaciones		
Tipo de documento: Tesis doctoral	Año: 2005	País: España
Autor: Lago, F. L.		
Resumen: La tesis se centra en el análisis de los primeros instrumentos utilizados en la navegación y, al ser instrumentos de altura y cómo estos determinaban alturas angulares, se observan las similitudes, cambios y actualizaciones de cada uno en distintas épocas. También se analiza cómo la escala influía en la precisión y cómo fueron utilizados considerando las adversidades que enfrentaban los navegantes, así como la importancia de cada actualización según dichas dificultades. Además, se examinan los materiales de fabricación y cómo, a lo largo de la historia, han sobrevivido pocos de estos primeros instrumentos, los cuales se conservan en distintos museos y fueron fundamentales antes de la llegada del GPS.		

Nota: Elaboración propia basada en Lago (2005)

La base conceptual es de gran ayuda, ya que nos permite familiarizarnos con el fenómeno de estudio. Al tratarse de herramientas antiguas, esta base resulta especialmente valiosa, ya que a partir de ella se puede construir nuevo conocimiento mediante el contraste de documentos o la interpretación. Además, facilita la generación de aportes novedosos al destacar la historia y las matemáticas que pueden derivarse de ellos, permitiendo la experimentación y comprobación de las herramientas en la actualidad, una vez que han sido comprendidas a partir de la interpretación de las lecturas.

Objetivos

En relación con la justificación y la revisión bibliográfica, se plantea un objetivo general y tres objetivos específicos, con el propósito de orientar el trabajo de grado, evitar desviaciones y aclarar el fenómeno de interés, para así profundizar aún más en las herramientas de seleccionadas.

Objetivo General

Construir tres herramientas de medición experimental —el Gnomon, el Cuadrante y el Astrolabio— a partir de una revisión de literatura especializada sobre su origen y funcionamiento, con el fin de analizar sus principios de uso y aplicar dichas herramientas en una situación particular.

Objetivos Específicos

- Realizar una indagación en diferentes artículos, así como en trabajos de pregrado y posgrado, para determinar la historia de las herramientas de medición experimental del Gnomon, el Cuadrante y el Astrolabio, con el fin de investigar quiénes los crearon, con qué propósito y cómo fueron contruidos.

- Construir las herramientas el Gnomon, el Cuadrante y el Astrolabio, para comprender su funcionamiento y fundamentar las matemáticas de cómo funcionan estas herramientas de medición experimental seleccionadas.

- Estudiar algunos de los usos que se les han dado a las herramientas de medición experimental seleccionadas el Gnomon, el Cuadrante y el Astrolabio. y cómo estas pueden ser utilizadas simultáneamente en un caso relacionado con el movimiento y la altura del Sol.

Estrategia Investigativa

Se manejará un enfoque fenomenológico en la aproximación hermenéutica debido a que este es acorde al propósito del trabajo realizado, esto permitirá una mejor comprensión de las herramientas al analizar su construcción y cómo esta se relaciona con su uso. Camargo (2021) menciona cualidades de este tipo de enfoque las cuales son ideales para la indagación debido a su interpretación de textos para ser descritos, interpretados y explicados en el caso de nuestro fenómeno de estudio de las herramientas de medición experimental.

El enfoque fenomenológico pretende obtener descripciones y explicaciones significativas del fenómeno de estudio, permitiendo que se logren hallazgos de tal manera que estos sean novedosos, debido al análisis sobre estas herramientas y su manipulación. Este enfoque se complementa con una aproximación interpretativa o hermenéutica debido a su rastreo en busca de una cercanía total con el fenómeno de estudio, de esta manera habrá una mejor comprensión acerca de las herramientas de medición experimental su construcción y uso.

Continuando con la metodología, esta se basa en el modelo artesanal de Romberg, el cual se describe en Camargo (2021). Consta de 10 pasos que pueden ser susceptibles a cambios, pero que sirven como guía a causa de que en toda investigación o indagación surgen procedimientos a seguir, siendo aceptados por otros investigadores debido a la frecuencia de estos procedimientos en distintas investigaciones, de tal manera que se pueden excluir pasos de esta metodología o agregar nuevos pasos a ella si se ven relevantes, de esta manera se establece trabajar con 8 pasos del modelo de Romberg como se observa en la Figura 1.

El primer paso es el *fenómeno de interés*, en este paso se tiene claro el fenómeno a indagar, en este caso, las herramientas de medición experimental.

Como segundo paso, *el modelo preliminar*, consiste en aclarar y limitar un fenómeno de tal modo que se pueda acotar la investigación, en este caso al haber tantas herramientas de medición se escogen tres el Gnomon, el Cuadrante y el Astrolabio para realizar la investigación sobre las seleccionadas.

En el tercer paso, *la relación con ideas de otros* hace alusión a los antecedentes o en este caso una revisión bibliográfica, debido a la claridad de ideas o estudios en relación con el estudio que se desea realizar de tal manera que estas revisiones puedan aportar o aclarar ideas del trabajo realizado.

Un cuarto paso consiste en *preguntas o conjeturas*, las cuales permiten orientar en qué sentido se desea realizar la investigación o indagación, también se pueden ver cómo los objetivos del estudio, o en este caso objetivos y objetivos específicos en la indagación, queriendo dar respuesta con el fin de realizar la indagación pertinente al fenómeno estudiado como lo son las herramientas de medición.

En el quinto paso, la *selección de recursos investigativos* es importante la selección de recursos debido a que las investigaciones deben estar argumentadas de otras investigaciones que brinden validez y utilidad al trabajo y no solamente investigar y escribir por escribir, sino de fundamentar adecuadamente la indagación, por ello, se indagó en los repositorios buscando artículos y trabajos de grado relacionados a las herramientas seleccionadas. Se clasificaron en tres categorías (Historia de las herramientas, Uso de las herramientas en la Educación y en otras ciencias, y, Matemáticas de las herramientas), y así tener la validez necesaria para realizar la indagación y argumentar adecuadamente el trabajo.

Finalmente, en el sexto, séptimo y octavo paso, se lleva a cabo *la captura de evidencias, la interpretación de resultados y reporte de resultados*, en este caso en la

manipulación de las herramientas en su uso, los cuales serán claves en la indagación debido a la muestra del trabajo realizado en relación con los pasos anteriores.

Figura 1

Esquema metodológico



Nota: Autoría propia basado en el esquema de Robert mencionado en Camargo (2021)

Una vez establecida la metodología y definida la secuencia de pasos, se cuenta con una guía a seguir para realizar la indagación sobre las herramientas sin perder el enfoque, brindando así una estructura al trabajo que se lleva a cabo.

Marco Conceptual

Los referentes teóricos, no solo deben estar relacionados con las herramientas de estudio para el análisis, sino que también es importante clarificar el término “herramienta” y todo lo que abarca o se relaciona con esta palabra. De esta manera, se podrá comprender qué es una herramienta, qué es un instrumento, qué es un artefacto y cuál es la relación entre estos conceptos.

Artefacto

La noción de artefacto, como lo menciona Rabardel (2011), “designa en antropología toda cosa que ha sufrido una transformación, incluso mínima, de origen humano, y es entonces compatible con un punto de vista antropocéntrico, sin especificarlo en detalle” (p. 91); de esta manera un artefacto puede referirse tanto a objetos materiales como a sistemas simbólicos debido a las transformaciones que pueden surgir, de tal manera que cada artefacto está diseñado para generar efectos en el uso de una acción, siendo susceptible de ser utilizado.

Herramienta

La herramienta, según Baber (2003), son artefactos los cuales se utilizan para realizar cambios en el entorno, posee una función y así mismo tiene un potencial según la manipulación y utilización del sujeto. Rabardel (2011) menciona que, en las herramientas humanas, el hombre encuentra la forma de superar un problema, y a veces redefinir sus límites.

Cuando utilizamos la palabra herramienta, también surge la necesidad de especificar a qué herramienta se refiere y al contexto en donde se utiliza, debido a que la herramienta se puede definir como cualquier objeto físico de mano que puede utilizarse para realizar una tarea (como las herramientas de los carpinteros), como también referirse a cualquier forma de apoyo que se pueda recurrir en una acción de una tarea. Goodall,

mencionado en Baber (2003), afirma que las herramientas representan una extensión del cuerpo (objetos físicos) y de la cognición (sistemas simbólicos). El uso de un objeto como extensión de una mano o una garra de un animal representa una herramienta para lograr un objetivo inmediato mejorando la eficacia de las acciones. Por ejemplo, en la Figura 2, se observa a un mono capuchino utilizando un objeto, la roca, para romper nueces de tal forma que la roca se convierte en una herramienta que está siendo utilizada para ayuda a la acción de abrir la nuez.

Figura 2

Chimpancé utilizando rocas para romper nueces



Nota: Tomada de VANDAL RANDON (2024)

La herramienta no es igual para el animal que para el hombre, la cognición del animal y la del hombre son diferentes, un animal puede utilizar una piedra o una rama como herramienta con el fin de golpear con un propósito pero al finalizar la acción o cumplir con la tarea, la piedra o la rama dejan de ser una herramienta, pues esta es devuelta a su origen; en cambio el hombre con el propósito de golpear puede recurrir, igual que el animal, a una piedra o una rama, pero a diferencia de este, él puede construir sus propias herramientas, mejorando la capacidad de realizar la acción construyendo herramientas exclusivamente humanas y además, conservando la herramienta.

Instrumento

Rabaldel (2011) afirma que un instrumento hace parte del mundo no natural al transformar aspectos particulares. El instrumento no es simplemente un objeto de forma particular, pues también sustituye ciertas funciones por otras, recrea y reconstituye toda la estructura del comportamiento, y reestructura la constitución de las operaciones del trabajo, orientándose hacia la solución de un problema.

El uso de instrumentos es de saber explícito de tal forma que los artefactos usados como instrumentos tienen un propósito, un sentido y propiedades de forma que pueden ser explicados. Interpretar el valor de un instrumento permite ampliar la capacidad de acceder o lograr una tarea, utilizando esquemas mentales debido a que el instrumento es el resultado de asociar el artefacto a la acción de un sujeto permitiendo que en su utilización atribuya significados y funciones diferentes.

Relación entre artefacto, herramienta, instrumento

Las relaciones entre los tres conceptos artefacto, instrumento y herramienta se podrían ver de manera complementaria en el siguiente ejemplo:

En una sola acción sería el hecho de movilizarse en una bicicleta Figura 3. El artefacto, en este caso, es la bicicleta como objeto construido y transformado por el ser humano. Las herramientas serían, por ejemplo, los frenos, cambios, manubrio, transmisión, etc., que tienen la función de facilitar y apoyar su uso. La bicicleta, cuando es utilizada para transportarse, se convierte en un instrumento de movilidad.

Figura 3

Bicicleta fusion



Nota: Autoría propia.

Las herramientas experimentales seleccionadas son consideradas herramientas e instrumentos porque actúan como medios de apoyo en tareas que requieren un saber explícito y poseen propiedades específicas que les otorgan sentido y propósito. Estas herramientas permiten recrear y redefinir la forma en que se percibe y observa el cielo, facilitando su comprensión.

A continuación, presentamos las tres herramientas seleccionadas, en las cuales se revisará su historia y sus usos, ya que esta información será tomada en cuenta en la sección de construcción de las herramientas para su respectiva elaboración.

Gnomon

El Gnomon es un instrumento antiguo que tiene su propia ciencia, la gnomónica, la cual estudia los relojes de sol, su relación con el tiempo y la posición del sol. Dependiendo de la sombra, si esta es corta, el sol estará alto angularmente respecto al horizonte, y la posición del sol será opuesta a la dirección de la sombra proyectada.

La longitud de la sombra varía de forma gradual y no es exactamente la misma todos los días, ya que cambia según las estaciones. Solo se mantiene constante al mediodía, y la mayor longitud de la sombra se da al amanecer en la salida del sol o al atardecer en la puesta del sol.

Historia

El Gnomon permite hacer observaciones del movimiento del sol y gracias a ello se logra sistematizar la variación anual y cotidiana del sol en distintos lapsos del día.

En la astronomía, el Gnomon es el instrumento más simple y antiguo Figura 4. Fue utilizado por antiguas culturas, como las neolíticas, en su modelo más básico, que consiste en una varilla fijada verticalmente sobre una superficie plana y horizontal. El Gnomon fue esencial en la astronomía hindú y fue ampliamente utilizado por los griegos y babilonios. Aunque el Gnomon es bastante útil, su gran relevancia en la historia se debe principalmente a Eratóstenes y su aproximación al cálculo del radio de la Tierra, lo cual se estudiará en la sección de usos de este trabajo.

En la historia es utilizado frecuentemente en iglesias antiguas con un diseño de reloj solar vertical, pero sus primeras referencias del instrumento se pueden encontrar en Cruz (1998), quien menciona que el origen del instrumento se dio alrededor del año 560 a.C. por Anaximandro; sin embargo, también se cree que fueron los babilonios o egipcios quienes crean el instrumento.

Figura 4

Un dial de sol con un Gnomon y una sombra de ella. Vieja superficie oxidada sin números



Nota: Tomada de Shutterstock (2021)

Usos

Uno de los usos del Gnomon es determinar la hora del día, aunque de manera estimada, el máximo desvío entre la hora oficial de un lugar y su hora solar es, teóricamente, de una hora. Este desvío o margen de error se debe al movimiento del sol respecto al eje de rotación terrestre y a la línea del ecuador.

Otro uso del Gnomon es proporcionar una aproximación del calendario y sus estaciones, basándose en la posición del sol durante los solsticios.

Además, el Gnomon se puede utilizar para estimar la circunferencia de la Tierra, a través de la medición del ángulo formado en relación con las sombras en distintos puntos, estimando a su vez el radio de la tierra.

Cuadrante

El Cuadrante era un instrumento con el cual se podía calcular la altura del sol respecto al horizonte. Consiste en una plancha de madera con la forma de un cuarto de

círculo con un limbo graduado o escala de medición, desde el vértice del Cuadrante cuelga un hilo, que es un poco más largo que el radio del Cuadrante, y en su extremo tiene un peso de plomo fijo. El Cuadrante determina el ángulo de declinación del sol y su altitud; el Cuadrante cuenta con seis arcos circulares, conocidos como líneas horarias, que facilitan la determinación de la hora temporal o desigual a partir de la altura del sol. Sin embargo, a lo largo del tiempo han existido variaciones del instrumento, por lo tanto, no hay una sola descripción del Cuadrante. Una versión de esta es el Cuadrante antiguo (Figura 5), el cual cuenta con las características mencionadas anteriormente siendo de un material resistente.

Historia

El Cuadrante ha evolucionado a lo largo de la historia, Lago (2005), menciona que la más antigua evocación del instrumento es descrita por Ptolomeo en la obra *Almagesto*. El Cuadrante es un instrumento de la astronomía helenística y a lo largo de la historia pasó a ser destacado en la astronomía de la Europa occidental, lo cual suele suceder no solamente con los instrumentos sino con todo avance histórico, se suele indagar y estudiar en distintas partes del mundo y mejorar o descubrir nuevos aspectos de los avances en otros lados.

El primer Cuadrante es conocido como *plinto*, de la definición de Lago (2005), se logra identificar que, al ser el primer Cuadrante, este no cuenta con los seis arcos horarios, además, este Cuadrante consistía en una gran superficie cuadrada de madera o de piedra; no era como las versiones posteriores de materiales más resistentes. Al igual que en todos los Cuadrantes, marcaba un cuarto de círculo dividido en grados, pero tenía la peculiaridad de que, al ser el primero, se colocaba de una manera específica la cual era que su cara estuviese orientada al Este y perfectamente alineado en la dirección Norte-Sur, lo cual no es necesario con todos los Cuadrantes, pero esto se debía también a su

tamaño, el cual no era pequeño. En el vértice superior, en el centro del arco y dirigido hacia el Sur, se instalaba una aguja horizontal de tal manera que fuera perpendicular al plano del Cuadrante para que la sombra indicara la altura meridiana del Sol. Del vértice se colgaba además una plomada, elemento usual en todos los Cuadrantes incluido el primero, para alinear el borde del instrumento con la vertical. Aunque plinto era un Cuadrante, este era fijo, de tal manera que las mediciones solamente eran desde el mismo lugar, pero más adelante los árabes construirían un Cuadrante antiguo (Figura 5). Aunque se ignora la fecha de su introducción en el occidente, este Cuadrante se les atribuye a los árabes el cual era pequeño comparado a plinto y más sofisticado y fácil de manipular.

Figura 5

Quadrans vetus del siglo XIV



Nota: tomado de The British Museum (2025)

Usos

Ptolomeo determina la altura del sol a medio día gracias al Cuadrante y, a partir de esas mediciones, calculó la oblicuidad de la eclíptica.

Otro de sus usos es la medición del tiempo según la hora temporal, gracias a las líneas horarias marcadas en el Cuadrante. Estas horas son desiguales, ya que se basan en el momento de la salida y la puesta del sol, dividiéndose en 12 partes. Su duración también varía según la latitud del observador.

Además, el Cuadrante era utilizado para la navegación debido al cálculo de las latitudes del lugar del observador al lugar de destino.

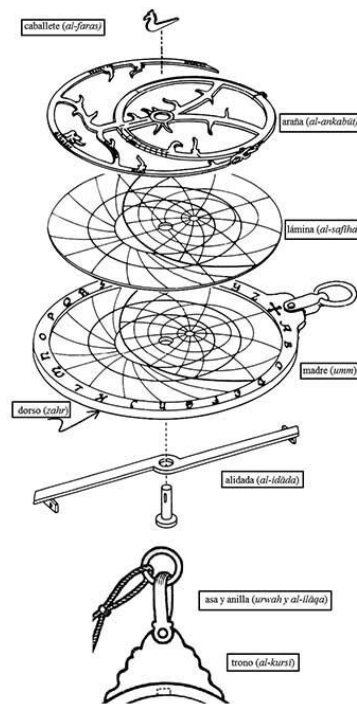
Se estudiará la altura del Sol, determinada por su ángulo, el cual será analizado más adelante con mayor detalle, incluyendo su fundamentación matemática.

Astrolabio

El Astrolabio es uno de los instrumentos más sofisticados entre todos los instrumentos antiguos. Lago (2005), cuenta que su nombre proviene de la palabra griega astro, que significa estrella, y de la palabra labio, el que busca, y por lo tanto literalmente Astrolabio podría traducirse por "buscador de estrellas" (p.139). El Astrolabio consta de varias partes como láminas, arañas y alidada de tal forma que representan la esfera celeste como se muestra en la Figura 6. Estas arañas son proyecciones estereográficas, las cuales representan una especie de mapa de estrellas en forma de plano de una forma que se pueda observar bidimensionalmente; la esfera celeste sirve para la orientación, se puede acomodar según el calendario debido a que las estrellas no están siempre en el mismo punto en el transcurso del año, generalmente se toma como centro de proyección el polo sur celeste y el plano que pasa por el ecuador es el plano de proyección de tal manera que en esta esfera celeste se represente tanto al sol como a algunas de las estrellas más importantes con relación a la tierra.

Figura 6

Partes del Astrolabio



Nota: tomado de la plazuela (2019)

Historia

El origen del Astrolabio no es seguro, pero pudo desarrollarse en la Grecia clásica durante el siglo II a.C., debido a los avances de estudio de proyecciones de Hiparco de Nicea, pero como se menciona anteriormente, no hay certeza de este desarrollo, pero se estima debido al conocimiento de las proyecciones lo cual es punto clave del Astrolabio. El Astrolabio fue creado gracias a la proyección estereográfica. Lago (2005), menciona que el Astrolabio más antiguo conservado en la actualidad data del año 927/8 d.C. siendo de origen islámico y se encuentra en el museo nacional de Kuwait.

Aunque no se sabe quién creó el Astrolabio, se suele atribuir la invención del Astrolabio a Ptolomeo debido a la confección de una araña para señalar las estrellas mostrando una proyección estereográfica del cielo justo como la del Astrolabio, pero este se puede considerar como predecesor del Astrolabio al ser una de las partes del Astrolabio. tanto Hiparco como Ptolomeo hicieron un gran aporte a la construcción del Astrolabio.

Lago (2005) menciona que uno de los primeros tratados del Astrolabio fue escrito por Alexandria en el siglo IV, lo cual hace pensar que el Astrolabio también pudo haber sido creado durante esa época, pero ese documento fue base de escritos posteriores en alusión al Astrolabio. El Astrolabio era un instrumento complejo, el cual se fabricaba en lugares específicos; uno de los primeros lugares de fabricación era en Harrán, Turquía, pero como en esos tiempos no existían las patentes, la fabricación del instrumento se realizó en distintos partes comercializando el producto, aunque no existen ejemplares sino a partir del siglo X.

Al igual que el Cuadrante, existen varios tipos de Astrolabios, uno de ellos es el Astrolabio andalusí (Figura 7), siendo un Astrolabio de la edad media entre los siglos X y XI. Los primeros Astrolabios solo eran utilizados en lugares donde la latitud estaba indicada en el mismo Astrolabio, lo cual representaba un problema, ya que la latitud variaba de un lugar a otro y llevó a desarrollar un Astrolabio que funcionara en todo el mundo sin importar su latitud, siendo este un Astrolabio universal que se pudiera utilizar en cualquier parte debido a que cada vez se encontraban nuevas funciones del Astrolabio debido a la complejidad y uso de este en la observación de los astros.

Figura 7

Astrolabio andalusí de Ibn Said



Nota: Tomado de Museo Arqueológico Nacional (2016)

Usos

El Astrolabio es un instrumento complejo el cual permite realizar observaciones de los astros determinando así su latitud y dirección, y así ubicar el norte geográfico para navegar con mapas los cuales se orientaban hacia el norte, siendo bastante útil en la navegación.

Otro uso era poder determinar la hora tanto en el día como en la noche mediante la observación del sol durante el día o una estrella sobre el horizonte en la noche, además de estimar la posible hora de salida y ocultación del sol.

Además, permite realizar cálculos para determinar la altura de objetos en la Tierra desde una perspectiva topográfica, considerando distintos niveles. Esto facilita la medición de la altura de montañas o la profundidad de pozos, identificando niveles superiores e inferiores.

Como resultado de la indagación, encuentro que los usos que se les daban a las herramientas coinciden bastante, tanto en el caso del Gnomon, el Cuadrante y el Astrolabio, en relación con la forma en que cada instrumento determinaba la hora. Estos artefactos fueron diseñados con fines similares. Además, tanto el Cuadrante como el Astrolabio ayudaban a la navegación de manera muy parecida, aunque con grados de exactitud diferentes. Se realizará el estudio pertinente de la relación que tienen estas herramientas y cómo los datos del Gnomon y el Cuadrante se encuentran en el Astrolabio, con su fundamentación matemática y las variaciones de cada instrumento.

Construcción de las herramientas

Las herramientas de medición experimental, aunque tengan propósitos similares, son muy diferentes físicamente. Para continuar con la indagación, se procederá a construirlas de tal manera que puedan ser utilizadas para una mejor comprensión del fenómeno estudiado y, así, poder comparar en usos similares, cuál es el margen de error o la aproximación entre ellas.

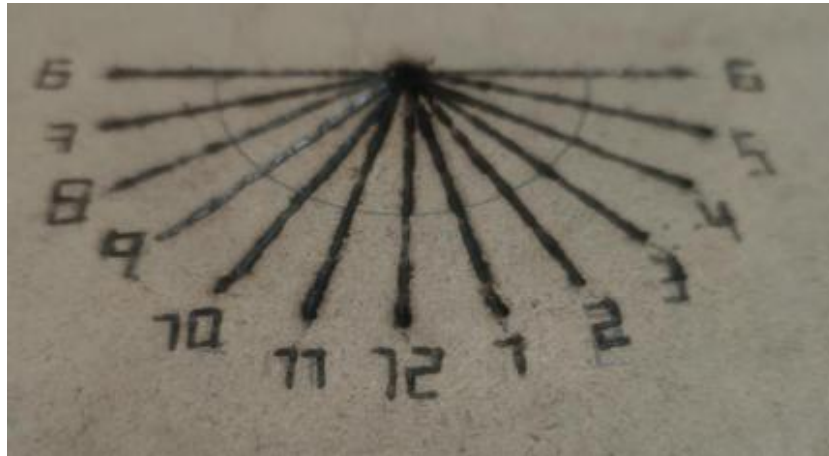
Construcción del Gnomon

Para la construcción de la herramienta Gnomon, no se requiere de muchos materiales. Como ya se mencionó, el Gnomon consta de una varilla fijada sobre una superficie horizontal o vertical, es decir, que la varilla está fijada con un ángulo de 90° respecto a la superficie o base; los cuatro pasos de construcción son los siguientes:

Primer paso: Se demarcaron las líneas horarias del sol, las cuales se trazan cada 15° debido a que la rotación del sol al día es de 360° por lo tanto avanza 15° por hora, se trazan con una longitud de 6 cm las cuales se realizaron con ayuda de un compás y una regla. El reloj se elabora sobre una lámina de trípex, que proporciona resistencia a la base del Gnomon. Se señalan las horas correspondientes desde las 6 de la mañana hasta las 6 de la tarde en cada demarcación de 15° , y tanto las líneas horarias como la numeración se realizan con un cautín como se muestra en la Figura 8.

Figura 8

Primer paso de construcción del Gnomon



Nota: Autoría propia

Segundo paso: Se construyó la base rectangular alrededor de la demarcación de las líneas horarias, en las cuales se utilizó una taladora para realizar el respectivo corte y se utiliza una lija para quitar las imperfecciones del borde de la base dejadas por la taladora. En la intersección de las demarcaciones, se realiza un agujero por el cual pasará el Gnomon.

Tercer paso: El Gnomon será un tornillo, el cual se ajustará en el agujero realizado en el paso dos, y se colocará una tuerca en cada lado de la base para que se sostenga. Además, cada tuerca, al estar paralelas y unidas a la base, garantizará que el tornillo esté perpendicular a la base. Otra forma de rectificar la perpendicular será con una plomada, la plomada apunta hacia el centro de la Tierra debido a la fuerza de la gravedad, lo que garantiza que su dirección sea completamente vertical con respecto al suelo o cualquier superficie. Sin embargo, el suelo no siempre es completamente horizontal, por lo que se utiliza un nivelador para determinar su inclinación. De esta manera, se puede ajustar la posición del suelo o superficie para asegurarse de que la plomada y la base determinen

un ángulo recto (Figura 9), permitiendo corroborar adecuadamente la varilla y la base del Gnomon.

Figura 9

Rectificación del Gnomon



Nota: Autoría propia

Paso cuatro: Se trazan dos líneas perpendiculares de medio centímetro cada 6 cm en el lado donde apunta la demarcación de mediodía, las cuales se cortan con la taladradora y se engruesan con el caudín para, así, colocar un anillo que sostendrá verticalmente la base del Gnomon y concluir con la construcción del Gnomon como se ve en la Figura 10.

Figura 10

Gnomon terminado



Nota: Autoría propia

Construcción del Cuadrante

La construcción del Cuadrante es más elaborada que la del Gnomon, ya que el Cuadrante es más sofisticado y preciso. Para su fabricación, se adaptará una herramienta con grados (Figura 11), la cual fue retirada de una máquina paladraga y que originalmente marcaba los grados de la pluma cuyo propósito es que entre mayor sea el grado de inclinación, mayor peso puede levantar, siendo directamente proporcional la relación entre grados y fuerza. En la paladraga se recomienda llevar la pluma hasta 75°, pero como máximo hasta 80°, para poder levantar hasta 35,000 kg de peso en casos extremos o situaciones específicas. Además, a mayor ángulo, menor esfuerzo para levantar objetos más livianos, lo que también ayuda a forzar menos el motor.

Figura 11

Herramienta de paladraga



Nota: Autoría propia

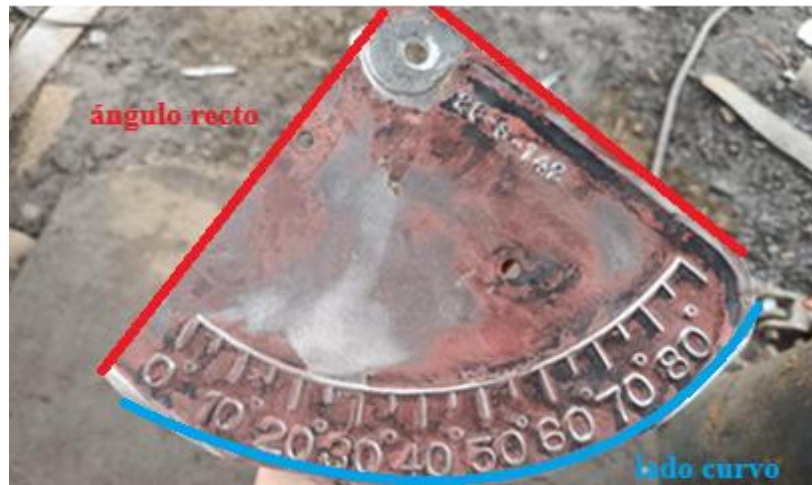
Los pasos de construcción junto con los materiales serán los siguientes:

Primer paso: Construir la base del Cuadrante, la cual consta de un cuarto de círculo, de tal manera que se cortará el objeto formando un ángulo recto (Figura 12), opuesto a las medidas de los grados que ya se encuentran en el objeto.

Segundo paso: Como ya se tienen las marcas correspondientes de los grados en la lámina, de 0° a 90° , se construirá el lado curvo a lo largo del borde de los grados realizando el corte mostrado en Figura 12, dando forma al lado curvo del Cuadrante.

Figura 12

Adaptación a Cuadrante



Nota: Autoría propia

Tercer paso: Colocación del hilo de la plomada, el cual se ubicará en la posición del vértice del ángulo recto del Cuadrante. Se realizará un agujero de tal manera que se pueda introducir una cuerda que sostendrá una tuerca de tornillo, que funcionará como peso, de forma que funcione como plomada para medir el ángulo de elevación con el Cuadrante.

Cuarto paso: Se sueldan dos tornillos para permitir el enfoque, alineando el Cuadrante (Figura 13), con esta alineación de los tornillos, se podrá observar a través del agujero como si fuera una mira.

Figura 13

Cuadrante finalizado



Nota: Autoría propia

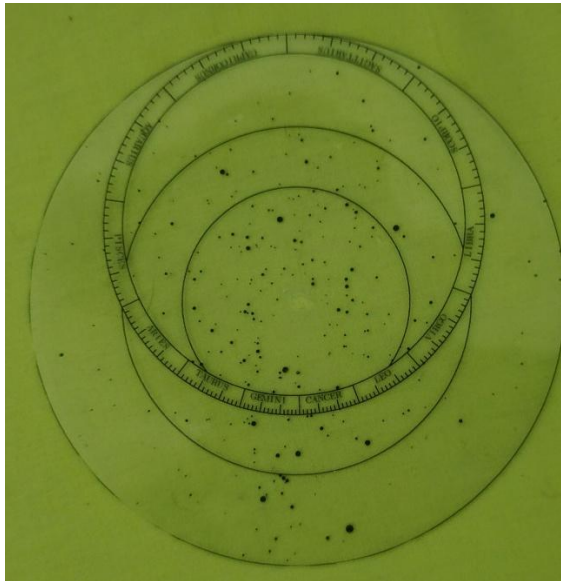
Construcción del Astrolabio

Para la construcción del Astrolabio, se llevó a cabo con base en el documento construcción de un Astrolabio por Ford (2012), el cual consta de una serie de pasos para la elaboración del Astrolabio con latitudes diferentes según la ubicación de donde se observará.

Primer paso: Se imprimen las partes del Astrolabio, correspondientes al dorso, la madre, la alidada y la regla, en papel opalina, el cual tiene una textura más gruesa que el papel normal. La parte de la araña será impresa en acetato transparente (Figura 14), debido a la necesidad de poder observar solapadas la araña y la madre.

Figura 14

Araña de acetato transparente

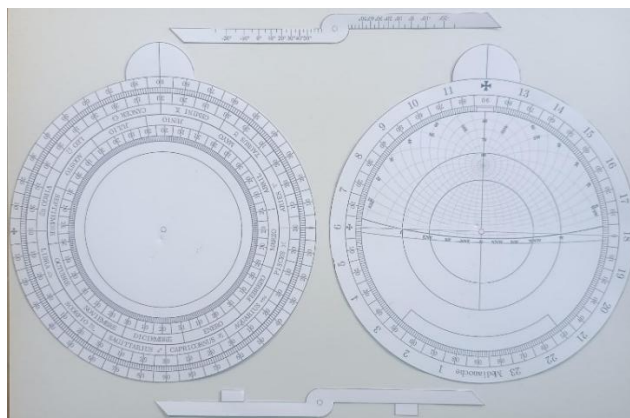


Nota: Autoría propia

Segundo paso: Se recortan las partes del Astrolabio impresas en opalina y se pegarán sobre cartulina como se observa en la Figura 15, con el fin de aumentar su grosor para mejorar el control y la durabilidad del material.

Figura 15

Paso dos en opalina y cartulina



Nota: Autoría propia

Tercer paso: Una vez recortadas las partes del Astrolabio se unirán para ser utilizadas en conjunto con la ayuda de un gancho mariposa, el cual facilita el movimiento en conjunto de la herramienta.

Cuarto paso: Como paso final se colocará un hilo en la parte superior del Astrolabio para sostener el Astrolabio de forma perpendicular al suelo Figura 16.

Figura 16

Astrolabio de latitud 10



Nota: Autoría propia

Análisis

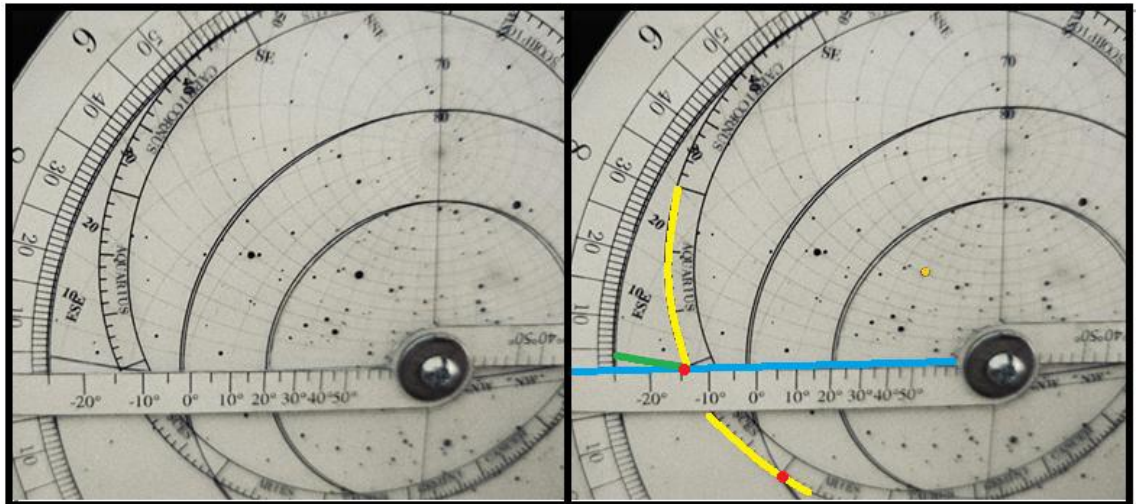
Análisis del Astrolabio

El Astrolabio nos permite calcular la altura de una estrella, a su vez, conocer el comportamiento de la altura en relación con el tiempo, así como su variación, aumentando o disminuyendo a lo largo del día de modo que nos puede indicar la hora al calcular la altura de la estrella y viceversa.

El Astrolabio está relacionado con los astros, y estos, a su vez, con las costelaciones. Gracias a esta herramienta, es posible determinar la posición de las estrellas y la hora del amanecer, cuando el sol aparece por el este, como se muestra en la siguiente Figura 17.

Figura 17

Astrolabio iniciando piscis



Nota: Autoría propia.

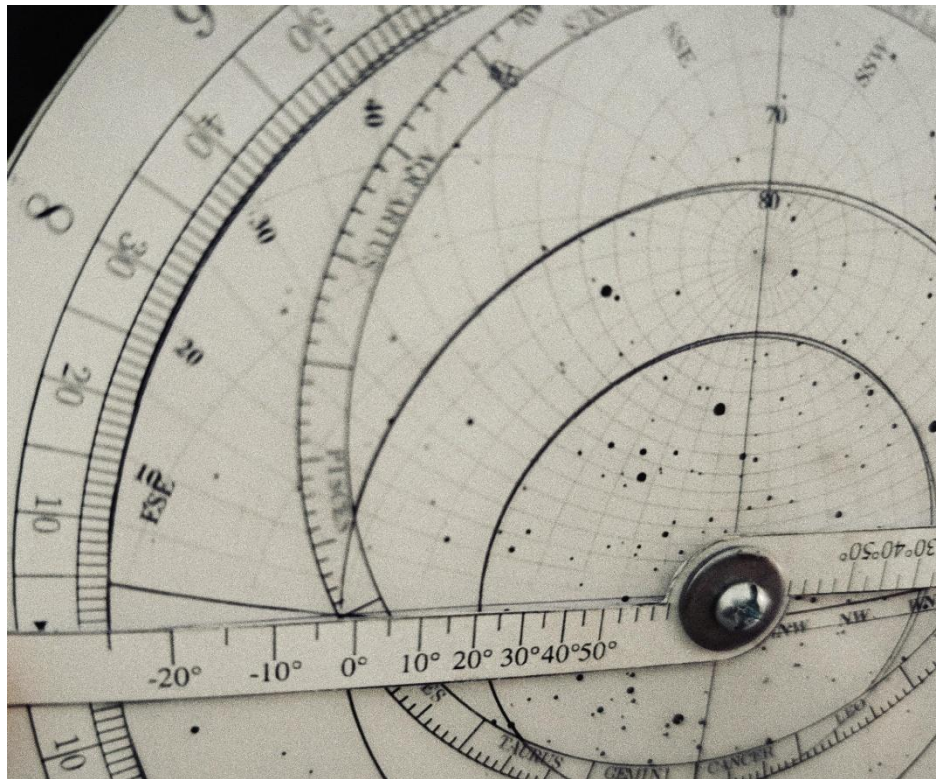
En la Figura 17, el Sol representa la eclíptica, la cual está indicada por un pequeño tramo de color amarillo para facilitar su identificación. La curva correspondiente al horizonte está marcada en color verde en un tramo visible; continúa por debajo de la regla

y se extiende desde el Este, en la parte izquierda del Astrolabio, hasta el Oeste, en la parte derecha, la regla está coloreada en azul. Los puntos rojos señalan el inicio y el final de la salida del Sol durante su paso por la constelación de Piscis, y el punto naranja representa a la estrella Vega, la cual aparece con un tamaño mayor en comparación con las demás estrellas en el Astrolabio. En la Figura 17 se logra evidenciar cómo el Sol se aproxima al horizonte por el Este al iniciar su recorrido por la constelación de Piscis, es decir, alrededor del 19 de febrero. Esta observación es posible gracias a la intersección de la eclíptica solar durante el inicio de la constelación de Piscis y el horizonte, el sol se aproxima a las 6:08 a.m., debido a que la eclíptica del sol está intersecando la curva del horizonte en la fecha de piscis y junto con la regla se logra ver del centro del Astrolabio con el punto de intersección determina la aproximación de la hora a las 6:08 am, a su vez se logra ver la altura de los astros al momento del amanecer. Vega es uno de los astros que más fácil se identifica debido a su tamaño en la bóveda celeste; en la imagen se aprecia su altitud a 45° hacia el este de tal manera que, al comenzar a aumentar la altura del sol, la altura de vega aumentará hasta 90° y luego disminuye debido a la rotación de los astros en sentido horario.

Piscis es una constelación, la cual finaliza el 20 de marzo. En ese lapso, la salida del sol cambia y a su vez la altura de las estrellas como se muestra en la Figura 18.

Figura 18

Astrolabio finalizando piscis



Nota: Autoría propia.

En la Figura 18, se puede observar cómo el sol sale pocos minutos más temprano respecto al horizonte mostrando un cambio en la elíptica del sol de 8 minutos en comparación a la Figura 17, pero estos pocos minutos implican grandes distancias en los astros, al iniciar en la fecha 19 de febrero al salir el sol la estrella Vega se encontraba a 45° este, en la nueva Figura, la cual el sol sale por el horizonte el 20 de marzo se logra ver cómo la estrella Vega ha cambiado su altura de 45° a 60° en dirección oeste.

La duración del tiempo entre el amanecer y el atardecer no es siempre la misma; esto depende de la inclinación de la eclíptica solar en relación con el horizonte, lo cual provoca que el Sol sea visible durante el día por unos minutos más o menos según la época del año

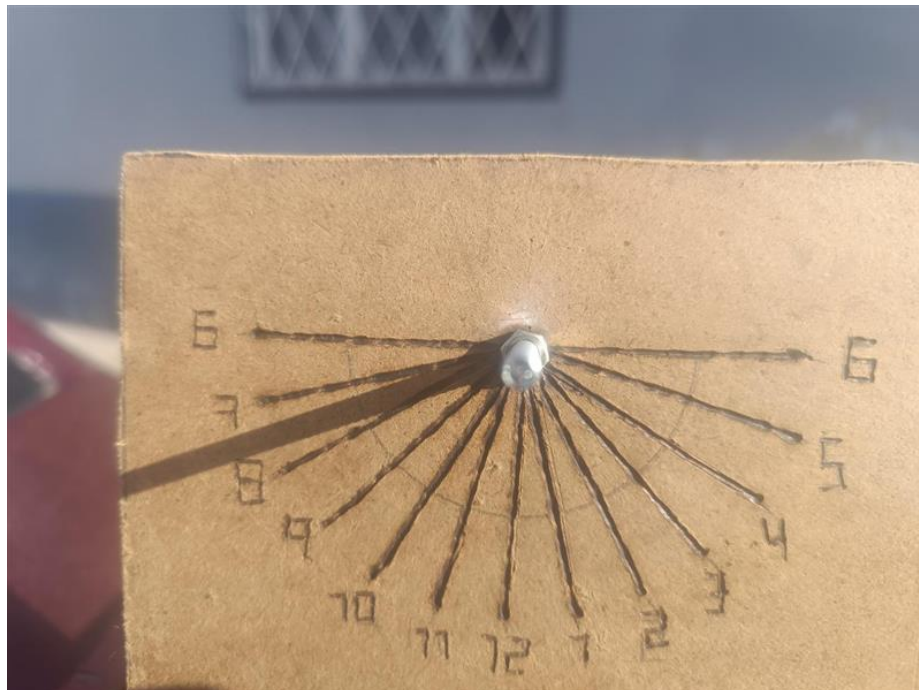
Comparación de datos entre las herramientas

Como se mencionó al final del marco conceptual, el Gnomon, el Cuadrante y el Astrolabio están relacionados entre sí. Por ello, se realiza un análisis comparativo de estas tres herramientas con el fin de comprobar si los datos obtenidos con cada una concuerdan, considerando la relación y la información que se puede derivar de su uso.

Se utilizó el Gnomon para determinar la hora en la Figura 19, la cual fue tomada a las 7:38 am del día 13 de marzo del 2025 en la ciudad de Bogotá, se evidencia una aproximación de la hora en relación con el momento en que se tomó la fotografía, estimándose la hora en 7:30 am, para la toma de la fotografía al ser un día nublado se esperó el mejor momento para poder apreciar la sombra en el Gnomon.

Figura 19

Uso del Gnomon



Nota: Autoría propia

La posición del sol determina un ángulo respecto al horizonte, el cual se puede medir con el Cuadrante para encontrar la altitud solar. Al determinar el ángulo de altura en la Figura 20, se observa que la altitud del Sol es algo difícil de medir directamente, ya que es necesario apuntar hacia él, lo que puede causar molestias visuales. Para facilitar la observación y registrar la evidencia, se utilizó la cámara del celular. Sin embargo, también se presentan dificultades, ya que el Cuadrante tiene marcaciones cada 5° , lo que complica una lectura precisa a simple vista. Aun así, se estima que la altura del Sol es de aproximadamente $20,2^\circ$ a las 7:38 a.m.

Figura 20

Uso del Cuadrante



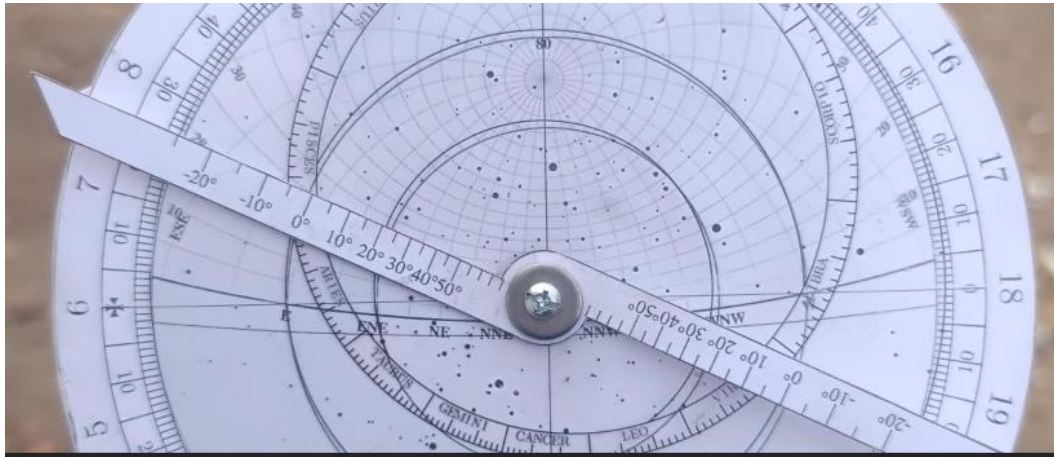
Nota: Autoría propia

El Astrolabio es una herramienta que permite medir la altura del sol y visualizar cómo la eclíptica se desplaza a través del horizonte a lo largo del año, como se vio en la Figura 17 y Figura 18. Además, muestra la variación de la altura solar durante el

transcurso del día en cualquier fecha del año. En la Figura 21 se observa cómo la regla está ubicada a las 7:38 am, y la araña en la constelación de Piscis aproximadamente el 13 de marzo, mostrando así una altura del sol de aproximadamente 19°.

Figura 21

Uso del Astrolabio



Nota: Autoría propia

Los datos de la altura del sol, obtenidos mediante el Cuadrante y el Astrolabio a la misma hora, presentan una diferencia de 1,2°, lo cual indica una diferencia de precisión entre las herramientas, aunque también depende de la manipulación y estimación del observador en la escala de marcación en grados de las herramientas.

Usando la aplicación SunCalc, que muestra el movimiento del sol a lo largo de los días, se pueden obtener diversos datos, entre ellos la altura del sol a una hora, fecha y ubicación determinadas, como se muestra en la Figura 22. Esto permite comparar los valores obtenidos con herramientas experimentales y determinar su margen de error respecto a los datos exactos.

Figura 22

Aplicación SunCalc el 13 de marzo



Los datos sobre la altura del sol obtenidos con el Cuadrante, el Astrolabio y la aplicación SunCalc, así como sus diferencias, se pueden observar en la siguiente tabla:

Tabla 9

Diferencia de alturas

	Cuadrante	Astrolabio	SunCalc
Altura del sol	20,2°	19°	22.8°
Diferencia respecto a SunCalc	2,6°	3,8°	0°

Al ser de las primeras herramientas astronómicas, estos instrumentos de medición son experimentales y no poseen total exactitud, pero logran aproximaciones bastantes cercanas.

El error del Cuadrante, en comparación con la aplicación SunCalc, es de 2,6°, lo cual puede considerarse bastante pequeño. Sin embargo, la Tierra gira aproximadamente

361° sobre su eje cada 24 horas con respecto al Sol, esto se puede inferir del movimiento de la elíptica del sol en el Astrolabio. En promedio, gira 15° por hora.

Tabla 10

Incógnita de minutos

Grados	Minutos
15°	60 min
2,6°	x min

$$15^\circ \rightarrow 60 \text{ min}$$

$$2,6^\circ \rightarrow x \text{ min}$$

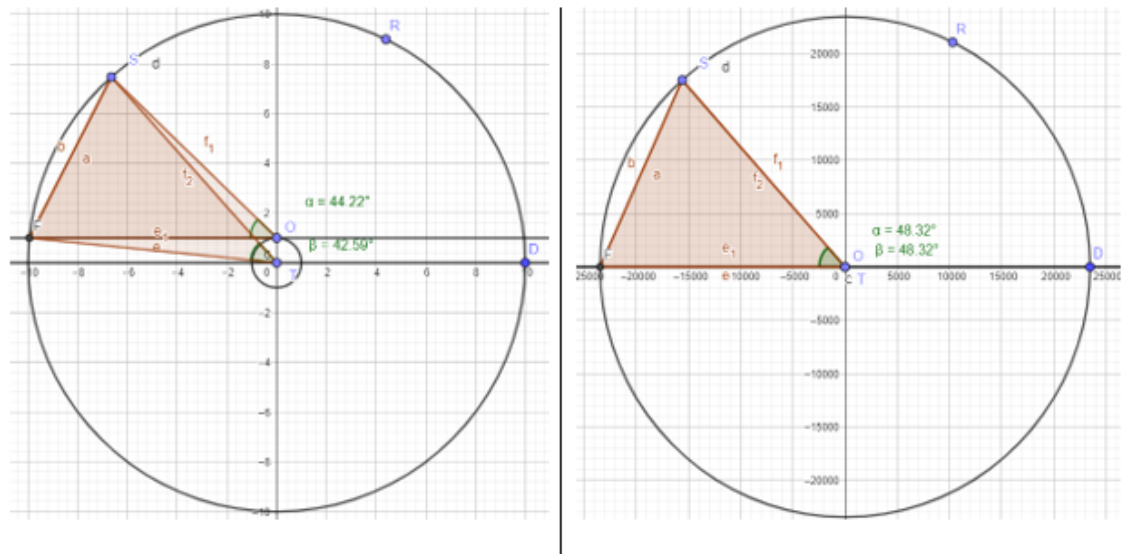
$$x = \frac{2,6 \times 60}{15} = 10,4 \text{ min}$$

En términos de tiempo es significativo, equivale a 10 minutos y 24 segundos.

Aunque 2,6° pueden parecer insignificantes al medir la altura del Sol, en navegación este margen de error era bastante significativo debido a la importancia de la distancia. En términos de posición respecto al Sol, 2,6° representan una distancia considerable. El ángulo determinado por la altura del Sol respecto al horizonte es prácticamente el mismo que el ángulo medido desde el centro de la Tierra hacia el Sol. Esto se debe a la enorme distancia entre la Tierra y el Sol, lo que hace que el horizonte y la línea de visión desde el centro de la Tierra sean casi el mismo. Esto se aprecia en la Figura 23, donde los ángulos alfa y beta, a mayor distancia, se perciben como si fueran congruentes, y los puntos *O* y *T* prácticamente se consideran el mismo.

Figura 23

Congruencia en el ángulo de altura



Nota: Autoría propia

De este modo, el ángulo determinado por la altura del Sol también refleja el ángulo de distancia en la superficie terrestre. La Tierra tiene una circunferencia de 40,075 km en el ecuador, por lo que una diferencia de 2,6° representa una distancia significativa.

$$Distancia = \frac{40075 \text{ km}}{360^\circ} \times altura \text{ del sol}$$

De esta manera, aunque una diferencia de 2,6° en la altura del Sol pueda parecer pequeña, en términos de distancia representa 289,43 km, lo que es una diferencia significativa.

Realizando el mismo proceso con los datos del Astrolabio en relación con SunCalc, en el cual la diferencia es de 3,8° se obtienen los siguientes datos.

Tabla 11

Datos con el Astrolabio

Grados	Tiempo	Distancia
3,8°	15:12	423,01km

Margen de error

El margen de error depende de los datos. En este caso, al ser experimentales, existe un margen de error inevitable. Además, la manipulación de las herramientas puede generar errores de precisión.

Para calcular el margen de error porcentual, se toman los valores obtenidos con el Cuadrante y el Astrolabio como valores experimentales, y el valor proporcionado por la aplicación SunCalc como el valor real, dado que se trata de una aplicación moderna, se asume que su margen de error es mínimo o prácticamente nulo.

Se encuentra el margen de error utilizando la fórmula:

$$\text{Margen de error} = \left(\frac{\text{valor experimental} - \text{valor real}}{\text{valor real}} \right) \times 100$$

Tabla 12

Error Cuadrante y Astrolabio

	Error grados
Cuadrante	11,40%
Astrolabio	16,67%

Conclusiones

En la indagación de referentes bibliográficos sobre el origen de las herramientas, se suele poner más énfasis en los aportes más relevantes de estas y en los usos que les dieron matemáticos importantes, que en su origen puro. Esto sugiere que, al tratarse de herramientas utilizadas en épocas anteriores a Cristo, existe conocimiento sobre su existencia, pero no necesariamente sobre su primer creador, lo que deja vacíos en la historia.

Construir las herramientas es importante, pero no es una tarea sencilla, ya que, aunque se realice la construcción y se conozcan los componentes de la herramienta, no se sabe si funcionará hasta ponerla a prueba en su uso. Esto genera incertidumbre, además de los posibles errores durante su construcción, considerando la gran variedad de materiales con los que se pueden fabricar. No solo se trata de construirlas, sino también de pensar en su vida útil y en que sean manipulables sin generar problemas, cumpliendo con las características más importantes, como en el caso del gnomon y su perpendicularidad, o el cuadrante, que debe ser un cuarto de círculo para cubrir la totalidad de los grados necesarios para su observación.

La importancia de las herramientas, como lo señala Rabaldel (2011) en relación con su ayuda en las tareas, es fundamental. Adaptarse a estas herramientas a veces no es fácil debido a su complejidad, pero la constancia en su uso nos permite comprender lo que inicialmente no fue sencillo. Como en el caso del Astrolabio cuyo funcionamiento mediante la manipulación y la práctica, se llega a comprender, entendiendo la relación de cada parte como la madre, la araña y la regla se manipulan en conjunto. Esto demuestra que no siempre es más fácil aprender indagando sobre el funcionamiento de una herramienta compleja como el Astrolabio, sino más bien manipulándola.

En la manipulación y obtención de datos de las herramientas, aunque la diferencia en grados parezca pequeña, puede desencadenar procesos significativos, demostrando que incluso el más mínimo error puede tener grandes repercusiones. En la era moderna, gracias a los GPS, ya no sufrimos los mismos problemas que enfrentaban antes; sin embargo, esas diferencias en los datos representan distintas formas de abordar un problema. Como educadores, muchas veces buscamos datos exactos, cuando en realidad los datos aproximados o no exactos también reflejan un razonamiento profundo e intelectualmente válidos.

El conocimiento de distintas herramientas con enfoques similares resulta útil para explorar diversas maneras de abordar un problema. El aprendizaje en su manipulación fue especialmente beneficioso, ya que facilitó una mejor comprensión de su uso, a pesar de las dificultades encontradas en la obtención de datos debido a los rangos entre los grados marcados en las herramientas.

Aunque el margen de error al medir el sol en la navegación pueda parecer significativo, era la opción más viable, ya que, aunque las herramientas no sean completamente precisas, siguen siendo útiles para la orientación.

Conocer este tipo de herramientas, como futuro educador en matemáticas, es relevante, ya que, al igual que los estudiantes, se aprende más mediante la manipulación y la práctica que únicamente a través de la teoría. De esta manera, es posible enseñar el uso de estas herramientas y las matemáticas que en ellas están presentes, promoviendo una enseñanza más didáctica que permita al estudiante aprender de forma más significativa. Además, las clases prácticas suelen ser las más recordadas por los estudiantes, ya que conectan el aprendizaje con la experiencia directa.

El trabajo realizado me aportó en mi formación profesional, ya que me permitió profundizar en la indagación sobre el interés que surgió por estas herramientas experimentales. También comprendí la importancia de comparar documentos para verificar o cuestionar la información, seguir una metodología adecuada y no adelantarme a los pasos, lo cual me enseñó a valorar el proceso necesario para elaborar un documento bien estructurado, sin apresurarme a concluir, con el fin de lograr una mejor calidad en lo realizado. Además, aprendí a indagar y analizar con mayor profundidad.

Para finalizar las herramientas experimentales con que se indagaron se acotaron a tres el Gnomon, el Cuadrante y el Astrolabio, las cuales tenían relación con el movimiento del sol. No obstante, el estudio puede complementarse ampliando esa acotación e indagando sobre otro tipo de herramientas experimentales similares, también de carácter astronómico y vinculadas al Sol como lo es también el sextante y otras, lo que permitiría realizar un análisis similar al ya desarrollado.

Otro posible caso sería la adaptación del análisis realizado, aplicándolo en la práctica con los estudiantes al aire libre, construyendo las tres herramientas y comparando los resultados obtenidos. Esta actividad permitiría generar preguntas orientadoras que inviten a suponer qué podría pasar o qué implican los datos obtenidos.

Referencias

- Baber, C. (2003). *Cognition and Tool Use Forms of Engagement in Human and Animal Use of Tools*. CRC Press.
- Camargo, L. (2021). *Estrategias cualitativas de investigación en educación matemática*. Editorial Universidad de Antioquia.
- Campo, L. E. (2019). *Los materiales didácticos manipulativos en el aprendizaje basado en proyectos*. Universidad de Valladolid.
- Cardona, O. J. (2020). *Consideraciones en torno a la elaboración de modelos sobre la posición*. Universidad Pedagógica Nacional.
- Cruz, M. C. (2019). *El uso de instrumentos en astronomía: una propuesta de enseñanza para potenciar la habilidad de observación*. Universidad Pedagógica Nacional.
- Ford, D. (2012). *In the sky*. Retrieved from https://in-the-sky.org/astrolabe/#google_vignette
- Garzón, A. D. (2014). *Trisección de ángulos mediante curvas mecánicas*. Universidad Pedagógica Nacional.
- González, C. (2005). El Gnomon y el esclavo. *Nova tellus*, 23-47.
- la plazuela. (2019, 12 27). *Astrolabios medievales: cómo eran y para qué se usaban*. Retrieved from la plazuela: <https://laplazuela.net/index.php/health/12408-astrolabios-medievales-como-eran-y-para-que-se-usaban>
- Lago, F. L. (2005). *Génesis y evolución de los instrumentos de alturas usados en navegación: análisis de los errores cometidos durante las observaciones*. Universidade da Coruña.

- Ministerio de Educación Nacional [MEN]. (1998). *Matemáticas Lineamientos Curriculares*. Bogotá: Magisterio.
- Mora, M. L. (2012). Explorando las sombras: una bonita relación entre matemáticas y astronomía. *Matemáticas: Enseñanza Universitaria*, 107-116.
- Museo Arqueológico Nacional. (2016, 11). *La transmisión del saber clásico* . Retrieved from Museo Arqueológico Nacional: <https://www.man.es/man/dam/jcr:f4eec240-077f-4a29-a5dc-8c51511e91aa/man-piezames-2016-11-astrolabio.pdf>
- Pérez, R. (2001). *Uso del Gnomon para la posible interpretación del año de 260 días*. Memorias V Encuentro Internacional de Mayistas.
- Rabardel, P. (2011). *Los hombres y las tecnologías: Visión cognitiva de los instrumentos contemporáneos*. Universidad Industrial de Santander.
- Sáez, A. C. (1998). Evolucion historica de la instrumentacion topografica. *Boletín del Instituto de Estudios Giennenses*, 637-646.
- shutterstock. (2021, 3 26). *Un dial de sol con una gnomon y una sombra de ella. Vieja superficie oxidada sin números*. Retrieved from shutterstock: shutterstock por Ronninw. <https://www.shutterstock.com/es/image-photo/sundial-dial-gnomon-shadow-old-rusty-1944585616>
- Ten, A. y. (1984). Historia y enseñanza de la astronomía. Los primitivos instrumentos y su utilización pedagógica. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 49-56.
- The British Museum. (2025). *Quardrans vetus*. Retrieved from The British Museum: <https://www.britishmuseum.org/>

VANDAL RANDON . (2024, 5 18). *Científicos encuentran evidencias de qué animales han entrado en la edad de piedra y ya construyen sus propias herramientas.*

Retrieved from VANDAL RANDON :

<https://vandal.lespanol.com/noticia/r26346/cientificos-encuentran-evidencias-de-que-animales-han-entrado-en-la-edad-de-piedra-y-ya-construyen-sus-propias-herramientas>