

RECURSOS EDUCATIVOS DIGITALES PARA EL MANEJO DE GEOGEBRA

JAIRO ANDRÉS NIETO BERNAL

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL
FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
BOGOTÁ D.C
2018

RECURSOS EDUCATIVOS DIGITALES PARA EL MANEJO DE GEOGEBRA

JAIRO ANDRÉS NIETO BERNAL

Código: 2010240045

Cédula: 1030618223


Trabajo de grado para optar al título de
Licenciado en Matemáticas

Asesor:

Msc. JEISON CAMILO SUA FLÓREZ

A handwritten signature in black ink that reads "Camilo Sua Florez". The signature is written in a cursive style with a large initial 'C' and a long, sweeping tail on the 'z'.

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL
FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
BOGOTÁ D.C
2018

	FORMATO	
	RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN - RAE	
Código: FOR020GIB	Versión: 01	
Fecha de Aprobación: 10-10-2012	Página 2 de 92	

1. Información General	
Tipo de documento	Trabajo de grado
Acceso al documento	Universidad Pedagógica Nacional. Biblioteca Central
Título del documento	Recursos educativos digitales para el manejo de GeoGebra
Autor(es)	Nieto Bernal, Jairo Andrés
Director	Sua Florez, Jeison Camilo
Publicación	Bogotá. Universidad Pedagógica Nacional, 2017. 77 p.
Unidad Patrocinante	Universidad Pedagógica Nacional.
Palabras Claves	GeoGebra, VIDEO, RECURSO EDUCATIVO DIGITAL

2. Descripción
<p>En este trabajo de Grado se presenta la manera en la cual se realizan algunos recursos educativos digitales, los cuales sirven de instructivo para integrar las TIC en el proceso de enseñanza de las matemáticas por medio del Software educativo GeoGebra. La construcción de estos aplicativos es enseñada a través del desarrollo de videotutoriales los cuales permiten conocer el manejo de las herramientas del software con el fin de que sean usadas para nutrir el proceso de enseñanza y de esta manera se logren realizar recursos propios</p>

3. Fuentes
<p>ALEMÁN DE SÁNCHEZ, Á. (1998). La enseñanza de la matemática asistida por computadora. Universidad Tecnológica de Panamá, Facultad de Ciencias y Tecnología: http://www. utp. ac. pa/articulos/ensenarmatematica. html.</p>

- ARNAL B. A., y OLLER A. M. (2017). Formación del profesorado y demostración matemática. Estudio exploratorio e implicaciones. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 31(57), 135-157. Obtenido de <http://www.scielo.br/pdf/bolema/v31n57/0103-636X-bolema-31-57-0135.pdf>
- ARDILA, O. (2011). Diseño e implementación de objetos virtuales de aprendizaje como estrategia de apoyo para la enseñanza de las matemáticas en la educación técnica profesional. Disponible en http://repository.uniminuto.edu:8080/xmlui/bitstream/handle/10656/2753/TAMB_ArdilaChaparroOscar_2011.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- ARJONA, M & BLANDO, M. (2007). Ambientes Virtuales de Aprendizaje. Metodología para la Educación a Distancia, 9, 18. Disponible en: <https://magno-congreso.cic.ipn.mx/CD-2007/Magno%20Congreso%20CIC%202007/METODOLOGIA%202007/Metodologia%202007.pdf#page=15>
- AUSUBEL, D., NOVAK, J. & HANESIAN, H. (1997). Psicología educativa. Un punto de vista cognitivo. México. Trillas
- BATISTA, M. Á. H. (2006). Consideraciones para el diseño didáctico de ambientes virtuales de aprendizaje: una propuesta basada en las funciones cognitivas del aprendizaje. *Revista Iberoamericana de Educación*, 38(5), 2.
- BAUTISTA, A. (1994). Entre la cultura y la alfabetización informática. *Pixel-Bit*, (2), 89-100.
- BENITO, M., QUIMBAY, E. y VÁSQUEZ, L. (2017). Estrategia Didáctica Mediada Por Geogebra y un Aula Virtual Para El Desarrollo De Funciones Exponenciales En Contexto Para Estudiantes Del Grado 11 De La Institución Educativa Las Américas. Fundación Universitaria Los Libertadores, Cartagena, Colombia.
- CARNOY, M. (2004). Las TIC en la enseñanza: posibilidades y retos. Lección inaugural del curso académico, 2005, 1-19.
- DEL-PINO, J. (2013). El uso de Geogebra como herramienta para el aprendizaje de las medidas de dispersión. Actas de las 1ª Jornadas Virtuales en Didáctica, 243-250.

- GANNERUP, T. (2013). Reseña histórica de GeoGebra. ggbkursus.dk. Recuperado 15 de Octubre de 2017, de <http://ggbkursus.dk/geogebra/nyheder/historisk-tilbageblik-pa-geogebra/?lang=es>
- GEOGEBRA, (2017). Acerca de GeoGebra. Geogebra.org. Rescatado Julio de 2017 , de <https://www.geogebra.org/about?ggbLang=es>
- GÓMEZ, J. A. P., & SÁNCHEZ, Z. C. N. (2015). Modelación matemática y Geogebra en el desarrollo de competencias en jóvenes investigadores. *Revista Logos, Ciencia & Tecnología*, 7(1), 65-70.
- GOMEZ, E., NAVAS, D., APONTE, G. y BETANCOURT, L. (2014). Metodología para la revisión bibliográfica y la gestión de información de temas científicos, a través de su estructuración y sistematización. *Dyna*, 81(184). Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=49630405022>
- GROS, B., & SILVA, J. (2005): "La formación del profesorado como docentes en los espacios virtuales de aprendizaje", en *Revista Iberoamericana de Educación*, n.º 36 (1), http://www.campus-oei.org/revista/tec_edu32.htm
- HEEREN, E., & COLLIS, B. (1993). Design Considerations for Telecommunications-Supported Cooperative Learning Environments: Concept Mapping as a" Telecooperation Support Tool.". *Journal of Educational Multimedia and Hypermedia*, 2(2), 107-27.
- Herrera B., Miguel Á. (2004). Las nuevas tecnologías en el aprendizaje constructivo. *Revista Iberoamericana de educación*, 34(4), 1-20.
- INZUNSA, C. S. (2014). GeoGebra: Una herramienta cognitiva para la enseñanza de la probabilidad. In *Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación*. Recuperado de: <http://www.oei.es/historico/congreso2014/memoriactei/104.pdf>.
- KARSENTI, T., & LIRA, M. L. (2011). ¿Están listos los futuros profesores para integrar las TIC en el contexto escolar? El caso de los profesores en Quebec, Canadá. *Revista electrónica de investigación educativa*, 13(1), 56-70.
- LISTE, R. L. (2008). GeoGebra: La eficiencia de la intuición. *La Gaceta de la RSME*, 10(1), 223-239. Disponible en http://geogebra.es/pub/la_eficiencia_de_la_intuicion.pdf

- LEÓN, O. A., SCHILARDI, A. R., SEGURA, S. M., & POLENTA, C. (2016). Estilos de aprendizaje y objetos virtuales para enseñanza. *Journal of Learning Styles*, 9(18).
- MARQUÉS, P. (1996). El software educativo. Universidad Autónoma de Barcelona. Monografía en Internet] Disponible en: http://www.lmi.ub.es/te/any96/marques_software/.
- MASSA, S. M., & PESADO, P. M. (2012). Evaluación de la usabilidad de un Objeto de Aprendizaje por estudiantes. *Revista TE & ET*, (8), 65-76. Disponible en <http://sedici.unlp.edu.ar/handle/10915/25537>
- MASON, R. (1991). Moderating educational computer conferencing. *Deosnews*, 1(19), 91-00011.
- MENESES, C. M. (2015). Ambientes y Objetos Virtuales de Aprendizaje. Bogotá D.C., Cundinamarca, Colombia: Vicerrectoría de Educación Virtual y a Distancia, Universidad Los Libertadores.
- MEN. (2012). Recursos Educativos Digitales Abiertos Colombia. Bogotá D.C., Cundinamarca, Colombia: Graficando Servicios Integrados. <http://www.colombiaaprende.edu.co/html/directivos/1598/article-172369.html>
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL (MEN). (2005). Portal Colombia aprende. La red del conocimiento Recuperado de: http://www.colombiaaprende.edu.co/html/directivos/1598/article-99368.html#h2_1
- MORALES, M., ARIZA, Y. & GUTIÉRREZ MENDOZA. (2016). Guía para el diseño de objetos virtuales de aprendizaje (OVA). Aplicación al proceso enseñanza-aprendizaje del área bajo la curva de cálculo integral. *Revista Científica General José María Córdova*, 14(18), 127-147.
- MORALES, J., & TAVERA, I. (2017) Millennials, centennials, tecnología y educación superior: El modelo LEKTURE
- OEI. [Organización de Estados Iberoamericanos OEI]. (2017, octubre 14). Conferencia Dynamic Mathematics for Everyone (subtitulada) Markus Hohenwarter [Archivo de video]. Recuperado de <https://youtu.be/Yq1eBZjz16I>
- PIZARRO, R. A. (2009). Las TICs en la enseñanza de las Matemáticas (Doctoral dissertation, Facultad de Informática). Disponible en http://sedici.unlp.edu.ar/bitstream/handle/10915/4152/Documento_completo.pdf

- RIVERA, E. (1997). Aprendizaje asistido por computadora, diseño y realización. Disponible en <http://www.geocities.com/eriverap/libros/Aprend-comp/apend1.html>
- RIVEROS, F., & PAEZ, E. (s.f.) Diseño de un Objeto Virtual de Aprendizaje para la Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas en la Universidad de los Llanos. Recuperado de http://www.colombiaaprende.edu.co/html/micrositios/1752/articles-345071_recurso_2.pdf
- RODRÍGUEZ, M. (2011). Exploración del impacto producido por la integración del ambiente de geometría dinámica (agd) geogebra en la enseñanza de los cursos de matemáticas básicas de primer semestre de la universidad nacional de Colombia sede Palmira. Nacional University of Colombia
- RODRÍGUEZ, O. (2017). Objetos de Aprendizaje con eXeLearning y GeoGebra para la definición y representación geométrica de operaciones con vectores y sus aplicaciones (Doctoral dissertation, Universidad de Salamanca).
- RUIZ L., N. (2012). Análisis del desarrollo de competencias geométricas y didácticas mediante el software de geometría dinámica GeoGebra en la formación inicial del profesorado de Primaria.
- RYAN, S., SCOTT, B., FREEMAN, H. & PATEL, D. (2000). The virtual University: the internet and resources based learning, London; Kogan Page.
- SALINAS, J. (1997). Nuevos ambientes de aprendizaje para una sociedad de la información. *Revista Pensamiento Educativo*, (20), 81-104. PUC de Chile.
- SALINAS, J. (2004). Innovación docente y uso de las TIC en la enseñanza universitaria. *RUSC. Universities and Knowledge Society Journal*, 1(1).
- SANDOVAL, I. T. (2009). La geometría dinámica como una herramienta de mediación entre el conocimiento perceptivo y el geométrico. *Educación matemática*, 21(1), 5-27.
- TAPSSCOT (1998): Growing up Digital: The Risen if The Net Generation, Nueva York. McGraw-Hill.
- VALLEJO, C. (2017). Geogebra: panorama actual y futuro | Observatorio Tecnológico. [Recursostic.educacion.es](http://recursostic.educacion.es). Recuperado 15 de Octubre de 2017, de <http://recursostic.educacion.es/observatorio/web/gl/software/software-educativo/1082-geogebra-panorama-actual-y-futuro>

VILLARRAGA, M. E., SAAVEDRA, F., ESPINOSA, Y., JIMÉNEZ, C., SÁNCHEZ, L., & JEFFERSON, S. (2012). Acercando al profesorado de matemáticas a las TIC para la enseñanza y aprendizaje. Disponible en http://helvia.uco.es/bitstream/handle/10396/11638/Edmetic_vol_1_n_2_6.pdf

ZENGIN, Y., FURKAN, H., & KUTLUCA, T. (2012). The effect of dynamic mathematics software geogebra on student achievement in teaching of trigonometry. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 31, 183-187.

4. Contenidos

El trabajo comienza con la exposición del porqué de la necesidad de involucrar las TIC en la educación, se describe el papel actual de los profesores en la integración de las mismas, una descripción del software GeoGebra, se presenta el problema, los objetivos, marco teórico, metodología de trabajo. Posteriormente, se presentan las conclusiones del trabajo presentado.

5. Metodología

Para el desarrollo de este trabajo de grado en primer lugar, se realizó un marco teórico pertinente que sirviera de guía para el desarrollo de los aplicativos, resaltando especialmente las características que debían tener para convertirse en OVA de buena calidad. Posteriormente se desarrollan los aplicativos para los cuales se eligieron diferentes temáticas con el fin de abarcar la mayor cantidad de herramientas posibles y demostrar la versatilidad de GeoGebra respecto a las diferentes áreas en las cuales puede ser empleado. luego, se realizaron videotutoriales, teniendo en su estructura una introducción, la explicación del contenido y una contextualización. Para finalizar se realiza la divulgación de los recursos creados y los videotutoriales.

6. Conclusiones

La grabación de los videos como recursos educativos digitales representaron una nueva experiencia, la cual demandó nuevos conocimientos y destrezas; manejo de software de grabación y edición, técnicas de discurso y de optimización de tiempo, en donde el papel de la práctica es fundamental

para uso de las tecnologías. De esta manera se busca que los recursos educativos digitales estén disponibles para brindar el soporte didáctico a futuros profesores que quieran incluir en su formación la enseñanza a través de GeoGebra aprovechando sus diferentes ventajas dado que a pesar que desde la experiencia de realizar este trabajo los conocimientos adquiridos durante el proceso de formación son suficientes para el ejercicio docente estos pueden llegar a ser de mejor comprensión al involucrarse las TIC en el Proceso de enseñanza.

Elaborado por:	Nieto Bernal Jairo Andrés
Revisado por:	Sua Florez , Jeison Camilo

Fecha de elaboración del Resumen:	22	01	2018
--	----	----	------

TABLA DE CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	1
JUSTIFICACIÓN	3
¿Por qué las TIC en la educación?	3
El papel de los profesores en la integración de las TIC	3
GeoGebra.....	5
Problema.....	5
OBJETIVOS	6
General	6
Específicos	6
ANTECEDENTES	7
MARCO TEÓRICO	15
GEOGEBRA.....	21
Acerca de su historia	21
GeoGebra y Geometría Dinámica	23
Ventajas y Beneficios.....	24
METODOLOGIA	26
Metodología de consulta	26
Búsqueda de información	26
Organización de la información	26
Construcción de OVA.....	27
Circunferencia de los nueve puntos.....	28
Circunferencia Goniométrica.....	33
Lanzamiento de dados.....	37

Dado cargado.....	40
Isla de Koch.....	45
Triángulo de Sierpinsky	53
Cónicas	57
Tasas de Cambio.....	59
Sólido de Revolución	62
Generación y edición de Videos	63
Publicación de contenidos	65
YouTube	66
GeoGebraTube	67
GeoGebra Book	68
CONCLUSIONES	69
BIBLIOGRAFIA.....	72

Lista de Tablas

Tabla 1. GeoGebra frente a otros software de geometría dinámica	25
Tabla 2. Características de la circunferencia de Feuerbach	29
Tabla 3. Protocolo de Construcción circunferencia Goniométrica	30
Tabla 4. Características de la circunferencia Goniométrica.....	33
Tabla 5. Protocolo de Construcción de la Circunferencia de Feuerbach	34
Tabla 6. Características del aplicativo del lanzamiento de un dado	37
Tabla 7. Protocolo de Construcción lanzamiento de Dado	38
Tabla 8. Características del lanzamiento del dado cargado	40
Tabla 9. Protocolo de Construcción de dado cargado	41
Tabla 10. Características de la Isla de Koch.....	45
Tabla 11. Protocolo de Construcción Fractal Isla de Koch.....	46
Tabla 12. Características del triángulo de Sierpinski	53
Tabla 13. Protocolo de Construcción del Triángulo de Sierpinsky	54
Tabla 14. Características de Secciones cónicas	57
Tabla 15. Protocolo de Construcción de Secciones Cónicas	57
Tabla 16. Características de Tasa de cambio en un cilindro	59
Tabla 17. Protocolo de Construcción tasas de cambio	60
Tabla 18. Características del Aplicativo sólidos de revolución	62
Tabla 19. Protocolo de Construcción.....	62
Tabla 20. Descripción de videos generales	65

Tabla de Ilustraciones

Ilustración 1. Esquema del contenido pedagógico tecnológico.....	19
Ilustración 3. Aplicativo Circunferencia de Feuerbach	29
Ilustración 4. Aplicativo Circunferencia Goniométrica.....	33
Ilustración 5. Ampliación y reutilización de la Circunferencia Goniométrica	36
Ilustración 6. Lanzamiento de un dado	37
Ilustración 7. Aplicativo Lanzamiento de Dado cargado	40
Ilustración 8. Aplicativo Isla de Koch.....	45
Ilustración 9. Aplicativo triángulo de Sierpinski	53
Ilustración 10. Aplicativo secciones cónicas	57
Ilustración 11. Aplicativo Tasa de cambio	59
Ilustración 12. Aplicativo Sólido de Revolución	62
Ilustración 13. Canal de YouTube: Redudigital.....	66
Ilustración 14. Perfil de GeoGebra Tube.....	67
Ilustración 15. Geogebra Book: Estudiando GeoGebra.....	68

Dedicatoria

A mi abuelo y abuela.

Agradecimientos

A mi tutor de algoritmos y director de trabajo de grado Camilo, por su ayuda incondicional y su paciencia desde mi primer semestre en la universidad.

INTRODUCCIÓN

La Integración de las Tecnologías de Información y las Comunicaciones (TIC), como parte fundamental del desarrollo de la sociedad actual, ha generado nuevas necesidades demandando a su vez un cambio en el modelo de educación tradicional. Esta integración de las TIC en la sociedad ha originado la Generación N o Net Generation, descrita por Tapscot (1998), como una generación identificada y familiarizada con el uso de las tecnologías a causa de una formación y crecimiento en la era digital, teniendo dos características principales, según Gross y Silva (2005, p.4), las cuales son:

“a) Los estudiantes superan a sus profesores en el dominio de estas tecnologías y tienen un acceso más fácil a datos, información y conocimientos que circulan en la red; b) Viven en una cultura de la interacción; su paradigma comunicacional se basa en la interactividad al usar un medio instantáneo y personalizable como internet”

Estas características son aplicables a las generaciones de los jóvenes actuales, los Millenials y la generación Z, quienes están aún más inmersos en las tendencias tecnológicas, impulsadas por las redes sociales (Facebook, Twitter, YouTube, etc.), plataformas e-learning, entre otros, facilitando la divulgación y globalización de la información (Morales, 2017). Al encontrarse el estudiante actual en un entorno virtual en constante cambio, su educación debe estar enfocada hacia el rápido desarrollo de habilidades haciéndolo flexible a un aprendizaje continuo, por medio de la adquisición de destrezas emocionales e intelectuales en diferentes niveles (Salinas, 1997).

En este caso, es de interés la aplicación de las TIC como herramienta de mediación en la enseñanza de matemáticas, donde se reconocen diversas herramientas como software educativo, OVA, AVA, entre otras. GeoGebra es un software educativo reconocido para la enseñanza de las matemáticas, ampliamente estudiado en diversos niveles educativos y

contenidos matemáticos, caracterizándose por ser libre, de código abierto e integrar geometría dinámica y álgebra.

A pesar de las múltiples herramientas accesibles como GeoGebra para la enseñanza de las matemáticas, los docentes presentan una resistencia al cambio, aferrándose a los métodos tradicionales, presentando una dificultad para la innovación en este ámbito. Sin embargo, se reconoce la importancia del papel de los profesores en un cambio a favor la integración de las TIC, cambiando su rol de constituir la única fuente de conocimientos para ser el integrador de todos los recursos disponibles para los procesos de enseñanza-aprendizaje.

Así, se hace necesario la generación de estrategias para facilitar la tarea de la introducción de GeoGebra como TIC en la educación para los profesores, induciendo en su capacidad de generación de sus propios recursos educativos digitales para impartir diferentes contenidos curriculares, promoviendo la innovación en la enseñanza de las matemáticas.

En este sentido, se plantea como parte de la solución a esta necesidad el diseño de recursos digitales facilitadores en la inserción de GeoGebra como estrategia educativa para las nuevas generaciones, de tal forma que a través de estos recursos se le proporcionen al docente la oportunidad de hacer parte de la innovación de forma abierta y accesible. Los aplicativos desarrollados por medio de GeoGebra, en este trabajo fueron desarrollados no sólo para su uso en diferentes áreas de las matemáticas (como el cálculo, la estadística y probabilidad, sucesiones y series, entre otros.), sino también en su construcción se tuvo en cuenta que fuesen empleadas diferentes herramientas de GeoGebra, para enseñar su uso y los docentes estén en la capacidad de reproducir su uso en la creación de aplicativos tanto similares como diferentes. Con el fin de enseñar el uso de las herramientas se recurrió a la creación de video tutoriales en YouTube, los cuales contienen las instrucciones paso a paso del uso de herramientas y la generación de los aplicativos aquí presentados.

JUSTIFICACIÓN

¿Por qué las TIC en la educación?

La inserción de las TIC en las prácticas educativas no sólo responde a la necesidad de innovación impuesta por la sociedad, sino también el conjunto de beneficios en el sistema educativo, como fuente de innovación y cambio en el mismo (Karsenti & Lira, 2011), logrando un mejor aprendizaje, más rápido y menos costoso, que llevará a lograr el éxito académico. En su trabajo “*¿Están listos los futuros profesores para integrar las TIC en el contexto escolar? El caso de los profesores en Quebec, Canadá*”, Karsenti y Lira (2011) señalan el impacto de las TIC a través de los aportes de diferentes autores, sobresaliendo la mejora en habilidades de escritura. La clave de estos beneficios está en que las TIC estimulan a los estudiantes motivándolos y aumentando el tiempo dedicado al aprendizaje (Christmann y Badgett, 2003; Evans, 2000; Karsenti, Savoie-Zajc y Larose, 2001; Sivin-Kachala y Bialo, 2000). En este trabajo, los autores también indican que el mejor impacto de la implementación de las TIC se da en el área de matemáticas, de acuerdo con resultados obtenidos en diversos test estandarizados, citando trabajos de la OCDE (2004), Becta (2006), Kessel *et al* (2005) y Underwood (2005,2006). De manera similar, comparando las matemáticas con las demás áreas del conocimiento y en diferentes niveles educativos, estas presentan mejores resultados con una mayor optimización en el rendimiento de los estudiantes (Carnoy, 2004).

El papel de los profesores en la integración de las TIC

Los educadores representan un papel fundamental en cualquier sistema educativo, siendo imprescindibles también para cualquier cambio (Salinas, 2004). Aun así, los profesores han tenido la función de “barrera”, teniendo la opción de ser el “puente” para la inclusión de nuevas tecnologías (Bautista, 1994). Las causas del estancamiento de los docentes se expresan en diferentes trabajos de las cuales se puede resaltar la falta de motivación entendida como la fuerza que energiza y dirige el comportamiento hacia un objetivo, siendo crucial para el aprendizaje como señalan Karsenti y Lira (2011) al citar a Eggen *et al.* (1994); Marín

y Romero (2009) apuntan a una *tecnofobia* en algunos profesores, quienes están aferrados a las clases magistrales y al libro de texto “como a una tabla en medio del océano”; por otro lado, Rodríguez y Oliveira (2003) le dan importancia a diversos problemas de integración de TIC, de los que se rescata la rapidez de los avances tecnológicos y el principal de ellos, el cual es que los profesores se siguen formando bajo visiones y una cultura incompatible con la generación actual (Gros & Silva, 2013).

Con el fin de afrontar las restricciones en la inclusión de las TIC es necesaria una modificación en la formación de los educadores, generando un cambio del rol de los mismos, donde el profesor pasa de ser la fuente exclusiva del conocimiento, a ser un guía de aprendizaje, facilitando el uso de los recursos y herramientas tecnológicas, en función de la exploración y elaboración de nuevos conocimientos y destrezas, como coinciden diversos autores (Salinas, 1998; Gallego, 1995; Tello y Aguaded, 2009; gros y silva, 2013). De esta forma, los docentes deben incorporar de una forma reflexiva las TIC en procesos educativos implementando los recursos técnicos y didácticos pertinentes en su área (Silva *et al.*, 2006).

Con el cambio de rol se induce a una integración de nuevas funciones del profesor. Algunos autores como Mason (1991) y Heeren y Collins (1993) las dividen en tres roles, el organizacional, social e intelectual; otros las categorizan en cuatro líneas: pedagógica, social, organizacional o administrativa y técnica (Berge, 1995; Ryan *et al.*, 2000); sin embargo, coinciden en que son necesarias habilidades técnicas en el manejo de las herramientas tecnológicas, habilidades comunicativas tanto por medios virtuales como presenciales y la interacción con la comunidad educativa institucional e interinstitucional para dirigir y moderar la generación del conocimiento.

Cabe resaltar que, si bien es fundamental el papel del docente en la integración de las TIC, es necesario un replanteamiento organizacional en las instituciones de educación donde estas evolucionen y se innove a través de profesores entusiastas y flexibles, la motivación y el apoyo institucional adecuado. En este replanteamiento institucional debe promover experiencias innovadoras a partir de un rediseño de la enseñanza, teniendo en cuenta el tipo de institución, aspectos específicos de la enseñanza (metodología de la enseñanza, estrategias didácticas, rol del profesor, rol del estudiante, recursos de aprendizaje, contenido curricular,

forma de evaluación), el sistema de comunicación, y la financiación, gestión y desarrollo de las TIC, además de impulsar el desarrollo interinstitucional e interdisciplinar (Salinas, 2004).

GeoGebra

GeoGebra constituye un software educativo, el cual hace parte de las TIC empleadas para la enseñanza de las matemáticas, ha sido estudiado ampliamente en cuanto a su efecto en los procesos enseñanza-aprendizaje empírico o en un aula de clase, los niveles educativos y los temas que pueden ser desarrollados. Este software cobra importancia debido a que con él, no sólo se pueden generar procesos educativos en diferentes áreas y niveles, sino también permite generar los OVA, las cuales son otra modalidad de TIC. Cabe resaltar una de las características de GeoGebra a destacar es ser un software libre y de código abierto permitiendo así, su disponibilidad y accesibilidad tanto para estudiantes como profesores.

Sin embargo, para emplear GeoGebra como herramienta de enseñanza en un aula de clase es necesario que los docentes cuenten con el conocimiento técnico para su manejo, de esta forma, integrar contenidos matemáticos, pedagogía y tecnología.

Problema

¿Qué recursos educativos digitales pueden ser diseñados para brindar el soporte didáctico al docente en la integración de GeoGebra como TIC para la enseñanza de matemáticas de una forma óptima?

El presente trabajo de grado pretende brindar una ayuda para la integración de GeoGebra en la enseñanza de las matemáticas a través de la generación de recursos educativos con este software y videotutoriales disponibles en la plataforma YouTube en los que se muestra cómo construirlos. Estos videos se enfocaron en la enseñanza del manejo de las herramientas disponibles en GeoGebra en diversos contenidos matemáticos con el fin de que no sólo puedan ser utilizadas con los aplicativos enseñados, sino además inducir a la libre creación de estos. Por medio de las plataformas de acceso libre y masivo YouTube y GeoGebra Tube se publicaron los videos y los aplicativos de GeoGebra respectivamente, con el fin de que estuvieran disponibles de forma pública.

Se espera de este trabajo que los recursos digitales elaborados brinden la oportunidad a los maestros en formación de licenciatura en matemáticas de reconocer en GeoGebra un conjunto de oportunidades y posibilidades para nutrir su proceso de formación y que en su ejercicio docente puedan involucrar este recurso de manera adecuada y óptima. De esta manera, pretender un cambio en la formación de una nueva generación de docentes de matemáticas, que se caractericen por ser integradores de TIC. En consecuencia a lo anterior, se presentan como objetivos general y específicos del trabajo de grado los expuestos a continuación.

OBJETIVOS

General

Diseñar un recurso educativo digital que facilite el uso de las TIC en el proceso de formación de los futuros licenciados en matemáticas.

Específicos

- Diseñar recursos educativos digitales que puedan ser implementados en las clases de matemáticas.
- Proponer actividades que innoven en la presentación de contenidos matemáticos gracias al apoyo del software Geogebra.
- Proporcionar al Departamento de Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional recursos educativos digitales que guarden relación con los contenidos matemáticos involucrados en sus espacios académicos.

A continuación, presentamos algunos antecedentes investigativos alrededor de la problemática expuesta anteriormente.

ANTECEDENTES

GeoGebra como software educativo para la enseñanza de las matemáticas ha sido ampliamente estudiado. Dichos estudios incluyen investigaciones sobre los diferentes contenidos que pueden ser manejados, las teorías que describen los procesos de enseñanza-aprendizaje por medio de su uso, los diferentes retos que se presentan alrededor de su implementación masiva y de la misma forma, las posibles soluciones para la integración de GeoGebra como recurso en un aula de clase. A continuación, se presentan algunos de estos casos destacados.

✓ **Formación del profesorado y demostración matemática. Estudio exploratorio e implicaciones**

Identificando la demostración como una necesidad en la enseñanza de las matemáticas y la difícil introducción del componente pedagógico frente a los componentes de contenido y tecnológico y las interrelaciones entre componentes, Arnal y Oller (2017) diseñaron y analizaron una actividad de formación del profesorado de secundaria. En esta actividad el contenido seleccionado fue la geometría del triángulo y las relaciones entre el ángulo y la longitud de los lados. Esta actividad consistió en 5 tareas planteadas bajo los dominios y los subdominios del marco TPACK, de las cuales una correspondió al conocimiento del contenido (demostración con lápiz y papel), dos al conocimiento pedagógico del contenido (reflexión de cómo abordar y reestructurar una demostración), una del conocimiento pedagógico de la tecnología (demostración con GeoGebra para una explicación verbal) y una última enmarcando el conocimiento pedagógico, tecnológico y del contenido (Planificación de una actividad con demostraciones en GeoGebra).

En esta investigación se obtuvo que todos los estudiantes tenían el conocimiento del contenido, pero no todos identificaron el fundamento pedagógico del mismo (reducción al absurdo). Al momento de combinar el uso de GeoGebra con las explicaciones, en sólo un caso se consideró que fuera realizado por los estudiantes, en los demás casos, el uso es por parte del docente, de tal forma que convierten a GeoGebra en una nueva forma de tablero. En la última actividad se identificaron

nuevamente dificultades en la articulación de la tecnología con el contenido y la pedagogía al plantearse en la mayoría de los casos la demostración de una propiedad, en lugar de un aprendizaje mediante la exploración de GeoGebra (Arnal y Oller, 2017).

Esta investigación brinda el concepto de TPACK, reconociendo las relaciones entre los conocimientos de contenido, pedagogía y tecnología que deben ser tenidos en cuenta para un uso efectivo de las TIC y por lo tanto deberá ser tenido en cuenta en el diseño y desarrollo de los OVA. Esto induce a que su desarrollo y debe estar enfocado no sólo para que el docente diseñe actividades y clases con el fin de demostrar un resultado en concreto, limitándose a usar el software por el mismo, sino también, llevar a cabo diversos métodos funciones o técnicas de demostración de los contenidos conceptuales, haciendo de los estudiantes los usuarios de GeoGebra. Con base en esta investigación se puede inferir en la necesidad de OVA generados a través de GeoGebra como herramientas que enmarcan una adecuada integración de la tecnología a los componentes de contenido y pedagogía.

✓ **Estrategia didáctica mediada por GeoGebra y un aula virtual para el desarrollo de funciones exponenciales en contexto para estudiantes del grado 11 de la institución educativa Las Américas**

Considerando el bajo desempeño en el área de Matemáticas en la Institución Educativa las Américas en Florida, Valle, se planteó una estrategia didáctica implementando OVA creados en GeoGebra y ejecutados a través de un AVA, para el desarrollo de la función exponencial en los estudiantes del grado 11 (Benito et al., 2017).

En esta investigación se llevó a cabo la metodología constructivista de Arceo y Rojas (1999) basada en 4 fases: introducción, investigación y conjeturas, generalización y formalización, y la aplicación. La fase introductoria se llevó a cabo mediante un video motivacional, la segunda fase a través de actividades diseñadas para la familiarización

con GeoGebra, GeoGebraBook y GeoGebratube para la solución de preguntas planteadas sobre la función exponencial. En la tercera fase se realizaron ejercicios de profundidad, en la aplicación el estudiante propone soluciones a situaciones reales por medio del AVA, Geogebra y demás recursos. Adicionalmente, se planeó una evaluación de la estrategia (Benito et al., 2017).

El resultado principal consiste en una estrategia estructurada de la integración de OVA creados mediante Geogebra en la enseñanza de las matemáticas en el AVA Milaulas, mediante los cuales se logró en los estudiantes un aumento en la motivación, mejorando su actitud frente al aprendizaje de las matemáticas, su nivel de comprensión y la aplicación del conocimiento adquirido. Además, se identificó una mejora en el pensamiento crítico, con argumentaciones fundamentadas en análisis pertinentes sobre la solución de problemas (Benito et al., 2017).

El aporte de este artículo consistió en la demostración de la afectividad de una metodología aplicada. Siendo importante también la articulación de diferentes TIC como el AVA, OVA, GeoGebraBook, entre otras para el desarrollo de una temática específica en la enseñanza de las matemáticas. Además, la investigación describe detalladamente las actividades de las que es responsable en cada una de las fases el estudiante y el docente, señalando a la vez los resultados esperados de la buena ejecución.

- ✓ **Diseño e implementación de objetos virtuales de aprendizaje como estrategia de apoyo para la enseñanza de las matemáticas en la educación técnica profesional.** Ardila (2011) desarrolló una estrategia de implementación de OVA como apoyo en los procesos de enseñanza aprendizaje de matemáticas en estudiantes de primer semestre de la Fundación de educación superior ISUNTEC con el fin de mejorar su comprensión y apropiación.

En este caso la metodología aplicada en la implementación de OVA se realizó desde tres enfoques: el cognitivo, el visual y el enfoque de usabilidad, a través de un AVA llamado “Matemáticas I”, el cual fue ordenado en los bloques: nombre y presentación, Información general del curso, Módulos (distribución de temas) y Zonas de Trabajo. En cuanto a la pedagogía se siguió la estrategia de Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) de la teoría constructivista. En este proyecto se emplea GeoGebra para la generación de OVA en las unidades temáticas de conjuntos numéricos, operaciones con números reales, relaciones geométricas y espaciales, productos y cocientes notables, noción de función y definición gráfica de la derivada (Ardila, 2011).

Como resultado de la implementación de la estrategia se obtuvo una mayor comprensión conceptual interpretando de manera acertada cada uno de los talleres y actividades plateadas. La aplicación de los OVA de GeoGebra permitió el fortalecimiento de los conceptos aplicados, logrando la comprensión de sistemas más complejos (Ardila, 2011).

El aporte de este artículo consistió en tres aspectos:

- La aplicación exitosa de una estrategia con un fundamento diferente para la integración de OVA
- La estructuración básica de un AVA
- Consideraciones respecto a la variedad de contenidos en los cuales puede ser usado GeoGebra y sus OVA

✓ **Objetos de aprendizaje con eXeLearning y GeoGebra para la definición y representación geométrica de operaciones con vectores y sus aplicaciones.**

En matemáticas es común que los conceptos no sean correctamente comprendidos, de tal forma que sean relacionados con la solución de problemas, provocando que sean fácilmente olvidados, para esto Rodríguez (2017) presentó una propuesta

didáctica compuesta por seis OVA de GeoGebra para la definición y representación geométrica de operaciones con vectores y sus aplicaciones.

La propuesta didáctica fue diseñada con base en las Teorías de los Modelos mentales de Johnson-Laird (1983,1996, 2013) y de los procesos cognitivos de visualización y razonamiento de Duval (1995, 1998, 1999a), mientras que los OVA fueron diseñados con referencia en el modelo ADDIE (Análisis, Diseño, Desarrollo, Implementación y Evaluación). Desde el punto técnico los OVA fueron empaquetados y etiquetados a través de la plataforma eXeLearning. Finalmente, los OVA fueron implementados a un grupo de estudiantes y evaluados por un grupo de expertos mediante la herramienta HEODAR (Rodríguez, 2017).

Esta investigación tuvo como resultado una estrategia didáctica con OVA de buena calidad pedagógica y de diseño técnico y según la prueba piloto con estudiantes constituyen una herramienta de enseñanza con un buen potencial educativo, sin embargo, se platearon algunas mejoras. Por otro lado, las representaciones geométricas construidas por GeoGebra fueron catalogadas como el recurso más interesante, siendo muy útiles con falta de adición de más ejercicios de contextualización (Rodríguez, 2017).

Se pueden nombrar varios aportes en este artículo, los cuales son:

- El diseño de OVA desde el pensamiento del estudiante y no sólo desde una teoría pedagógica ofreciendo una alternativa innovadora, bajo la comprensión de cómo funciona el aprendizaje. Por un lado, se enmarca en Teorías de los Modelos mentales de Johnson-Laird (1983,1996, 2013), las cuales se basan en nueve principios y cuatro modelos (monádico, racional, metalingüístico y conjunto teórico), su importancia radica en la explicación de todas las formas de pensamiento proposicional, además de constituir una teoría contemporánea. Por otro lado, consideró la Teoría de los procesos cognitivos de visualización y razonamiento de Duval (1995, 1998, 1999a), donde se identifican tres procesos de razonamiento el configural, el discursivo natural

y el discursivo teórico, sin embargo, planteó la importancia de los estímulos externos y la relación concepto-aplicación en el aprendizaje.

- Diseño de OVA bien definidos y caracterizados
 - Aportes pedagógicos en el Diseño de OVA: La autora presentó diferentes perspectivas de las cuales parten los fundamentos para la creación de OVA, incluyendo el cognitivismo, conductismo, constructivismo y el socio-constructivismo.
 - Valoración y Análisis de cada OVA individualmente y no únicamente un conjunto de ellos haciendo parte de un proyecto como sucede en la mayoría de investigaciones.
- ✓ **Diseño de un objeto virtual de aprendizaje para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en la Universidad de los Llanos**

Riveros et al (s.f.) en la Universidad de los Llanos diseñaron un OVA en los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas para los primeros semestres de ingeniería para dar respuesta a al nivel de reprobación en esta área y el grado de deserción en los primeros semestres.

Para esto, Riveros et al (s.f.), consideraron las teorías de aprendizaje del constructivismo, el aprendizaje significativo y la resolución de problemas según Polya y aplicó el OVA para las temáticas de la asignatura de Matemáticas II. Se realizó una prueba piloto con 28 estudiantes de ingeniería de sistemas de segundo semestre, cubriendo los temas de integral definida, sus aplicaciones y métodos de integración en el portal de aprendizaje de Colombia Aprende. El OVA fue generado a través del software gratuito GeoGebra.

Los resultados fueron evaluados mediante a encuestas realizadas a estudiantes de últimos semestres quienes consideraron que dentro del OVA se debían mejorar los escritos y las simulaciones incluidas mediante los ejercicios propuestos en GeoGebra. De esta investigación se rescatan las características estéticas que fueron tenidas en cuenta como la selección de colores, la interactividad del OVA, diseño y estructura gráfica de los temas y mapa claro del mismo (Riveros et al, s.f.).

Esta investigación brinda el soporte de un caso exitoso en el ámbito nacional del uso de un OVA con el la implementación de las TIC en la enseñanza de las matemáticas, resaltando la importancia de un buen diseño y calidad de este tipo de recursos.

✓ **Estilos de aprendizaje y objetos virtuales para enseñanza**

Mediante Geogebra se plantea el desarrollo de OVA con las características adecuadas para estudiantes con estilo de aprendizaje visual, de tal forma que se satisfaga los requerimientos de este tipo de estudiantes ya que no les es suficiente con procedimientos y hechos concretos, necesitan visualizar imágenes y secuencias concretas para resolver situaciones problemáticas. Se Planteó como temática el concepto de la recta en \mathbb{R}^3 (León et al, 2016).

Para esto se aplican las corrientes de aprendizaje adaptativo, la teoría didáctica APOE (Acciones, Procesos, Objetos y Esquemas), la cual describe la construcción del conocimiento matemático. En primer lugar, se determinaron los estilos de aprendizaje a 77 alumnos de Álgebra y Geometría Analítica de Ingeniería, aplicando el test Felder y Silverman que los clasifica en estilo de aprendizaje activo, sensitivo, visual y secuencial (León et al, 2016).

Como resultado se demostró cómo mediante un video generado en GeoGebra es posible generar un aprendizaje cognitivamente eficiente de la recta en alumnos con aprendizaje sensitivo y visual, basándose en hechos y datos experimentales (León et al, 2016).

Se tiene en cuenta gracias a este estudio las facilidades que puede presentar la generación de OVA mediante GeoGebra para hacer de la geometría dinámica una herramienta versátil y aplicable para diferentes tipos de aprendizaje. De tal forma que contextualiza la efectividad de la enseñanza con GeoGebra, mediante el análisis de la recepción de contenidos por parte del estudiante.

✓ **GeoGebra: Una herramienta cognitiva para la enseñanza de la probabilidad**

La necesidad del conocimiento probabilístico en la aplicación de diferentes ramas y la dificultad de su enseñanza se hace necesaria una herramienta que permita la simulación computacional de fenómenos aleatorios, por esta razón, en este artículo

se realizó un análisis del potencial de GeoGebra para la enseñanza de probabilidad en la educación media y superior (Inzunza, 2014).

En este análisis se consideraron las ventajas potenciales frente a otras herramientas computacionales y software educativos, las características de una herramienta cognitiva, la cual debe tener dos tipos de funciones: las propósito y proceso. Por último, se evaluó específicamente el potencial cognitivo en la enseñanza de probabilidad de GeoGebra, teniendo en cuenta un ambiente constructivista y los procedimientos de la distribución de la probabilidad, aplicando una actividad didáctica (Insunza, 2014).

Los resultados de este estudio destacan especialmente la característica de software libre de GeoGebra y su posibilidad de transformar en applets las actividades diseñadas, con el fin de convertirlas en OVA de uso potencial en las Aulas Virtuales de Aprendizaje. Además, mediante ejemplos se demostró que GeoGebra contiene las funciones de herramienta cognitiva, que puede tener potencial de uso en la enseñanza de probabilidades siempre y cuando se diseñe adecuadamente actividades didácticas (Insunza, 2014).

Este documento muestra una temática innovadora para la aplicación de GeoGebra en un área de conocimiento compleja, convirtiéndose a su vez en una opción en el desarrollo de OVA para la formación de docentes.

MARCO TEÓRICO

Como respuesta a la necesidad de la implementación de las TIC para la enseñanza de las matemáticas para producir nuevas y mejores dinámicas de enseñanza se han generado diversas herramientas como los recursos digitales, OVA, AVA y software educativo.

Por un lado, el software educativo se define como “todos los programas educativos y didácticos creados para computadoras con fines específicos de ser utilizados como medio didáctico, para facilitar los procesos de enseñanza y de aprendizaje”(Marqués, 1996; Pizarro, 2009, p. 12). En matemáticas el software educativo ha sido empleado para la visualización de conceptos teóricos y situaciones problemáticas (representación del “para qué” de las matemáticas), mediante el desarrollo de un aprendizaje interactivo y dinámico, evitando el trabajo rutinario y proporcionando una optimización del tiempo, que puede ser usado en el análisis y comprensión de los contenidos. Además, estos procesos enseñanza-aprendizaje brindan al alumno, por medio de la motivación, un mejor desarrollo de sus destrezas y habilidades, a su vez, un mejor rendimiento académico (Pizarro, 2009; Alemán, 1998; Ausubel et al, 1997; Rivera, 1997).

Actualmente GeoGebra es el claro ejemplo de un software educativo, siendo uno de los más conocidos para la enseñanza de las matemáticas y por ende de los más estudiados como forma de integración de las TIC en la docencia. Este es un software de matemáticas dinámicas que integra geometría, álgebra, hoja de cálculo, gráficos, estadística y cálculo en un solo programa fácil de usar y tener un código abierto (Del-Pino, 2013).

La implementación de GeoGebra en las aulas de clase ha tenido resultados exitosos, Pizarro (2009) afirma que este software educativo permite la enseñanza y el aprendizaje de los métodos numéricos de una forma más fácil y mejorada frente al método convencional porque permite la visualización de cómo cada método de resolución va produciendo los resultados de acuerdo con su funcionamiento, algo imposible de hacer en la misma escala, en un tablero. Además, Pizarro (2009) resalta que no es suficiente conocer la aplicabilidad y la eficiencia en los procesos de aprendizaje de GeoGebra como software educativo, también es necesario que los docentes estén en la capacidad de integrarlos. Asimismo, se hace necesario que los

software educativos sean usados en la formación de los futuros docentes para que estos estén en la capacidad, basada en la experiencia, de replicarlo en su práctica profesional, incluyendo de una forma eficiente un software educativo en las clases y el proceso evaluativo.

De manera similar Villarraga et al (2012) afirman que el uso del software educativo en la formación docente mejora su alcance cognitivo, resolviendo problemas matemáticos comprendidos desde la manipulación de representaciones. Sin embargo, para llegar a esto es indispensable una “*alfabetización tecnológica*” como preparación del docente, una reformulación de las preguntas en el aula de clase y un cambio en el rol del docente.

Como se señaló al inicio de esta sección, los OVA y AVA también hacen parte de la implementación de las TIC en la enseñanza de las matemáticas, los cuales, en términos generales son los recursos educativos digitales, Objetos Virtuales de Aprendizaje (OVA) y Ambientes Virtuales de Aprendizaje (AVA). Por esta razón se hace pertinente la aclaración de la definición de cada uno de ellos realizada a continuación.

En primera medida, los recursos digitales hacen referencia a cualquier información en formato digital, con contenido educativo o usado con este fin, como ejemplo de estos se encuentran los videotutoriales y los aplicativos desarrollados en este trabajo. De acuerdo con esta definición y la realizada, más adelante, acerca de los OVA, se señala que son dos términos son complementarios (Colombia Aprende, 2017; Manrique, 2017)

En primer lugar, los Ambientes Virtuales de Aprendizaje (AVA), son entornos en el ciberespacio diseñados con fines pedagógicos y tecnológicos que permiten una educación caracterizada por una interactividad para las actividades de aprendizaje y la construcción del conocimiento (Arjona, 2007). Según Benito et al (2017), citando a Meneses (2015), y él a su vez a Escalera (2002), los principales elementos que conforman la dinámica de los AVA son los usuarios, el contenido (currículo, programa de estudio, etc.), los especialistas (equipo de trabajo multidisciplinar de desarrollo y puesta en marcha), los Sistemas de administración de aprendizaje (Plataforma tecnológica o software del AVA), el acceso, la infraestructura y la conectividad.

Por otra parte, Arjona (2007) plantea la estructura que debe tener un AVA en el elemento de sistema de administración de aprendizaje (LMS por sus siglas en inglés), haciendo referencia a los siguientes espacios:

- **Espacio de conocimiento**, donde se encuentra la información de contenido curricular para la enseñanza
- **Espacio de colaboración**, integración de tecnologías de información y comunicación para un trabajo interactivo de forma sincrónica (al mismo tiempo) o asincrónica.
- **Espacio de asesoría**, entorno para la función orientadora y personalizada del profesor o tutor.
- **Espacio de experimentación**, en el cual se permite poner en práctica de una forma virtual los contenidos a través de software especializado, simuladores, laboratorios virtuales, videos interactivos, entre otros.
- **Espacio de gestión**, donde se da la administración del aprendizaje, es decir los tramites educativos como inscripción, estadísticas, historial académico entre otros.

Retomando la idea del cambio en los procesos de enseñanza- aprendizaje para la integración de recursos como los AVA, la acción docente requiere un rediseño como medida de adaptación frente al nuevo entorno que representan los mismos AVA. Batista (2006) expone las fuentes de aprendizaje en función de los procesos cognitivos de asimilación y acomodación de Herrera (2004) generadoras de condiciones favorables son clasificadas en materiales didácticos (OVA y bases de información), el contexto ambiental (realidad virtual) y la comunicación directa (interacción interpersonal). Estas fuentes deben ser tenidas en cuenta al momento del diseño de los AVA y de la mediación realizada por el tutor, de tal forma que, este uso de los AVA no se convierta únicamente en una función de entrega de información, sino también cumplan las funciones de provisión adecuada de estímulos sensoriales y mediación cognitiva (tránsito de ideas en las estructuras mentales).

En la provisión de estímulos sensoriales de los AVA, en el diseño de su interfaz debe estar centrado en la dimensión atencional que permite dirigir la atención del estudiante en los estímulos de contenidos relevantes, inhibiendo las interferencias del entorno, y una dimensión motivacional, entendida como la capacidad del AVA de estimular y mantener la

motivación del estudiante hacia el aprendizaje. Referente a la mediación motivacional, se resalta la importancia de la comprensión de la interacción de los esquemas cognitivos en el aprendizaje de tal forma que se facilite la interacción entre las estructuras mentales de los interlocutores (Batista, 2006).

Para el desarrollo exitoso de los AVA es fundamental tener una buena calidad de los OVA entendidos como uno de los elementos fundamentales. Por esta razón, cabe resaltar que los objetos virtuales de aprendizaje (OVA) son un conjunto de recursos digitales, con un propósito educativo con una estructura mínima compuesta por contenidos y actividades (MEN, 2012; MEN, 2005). Sin embargo, Morales (2016) expone diferentes definiciones al respecto, citando a Massa y Pesado (2012) quienes definen los OVA como:

“una mínima estructura independiente que contiene un objetivo, un contenido, una actividad de aprendizaje, un metadato y un mecanismo de evaluación, el cual puede ser desarrollado con tecnologías de información y comunicación (TIC) lo que posibilita su reutilización, interoperabilidad, accesibilidad y duración en el tiempo”

Por otro lado, Morales (2016), teniendo en cuenta que la definición de un OVA puede ser aplicada en la pedagogía de diferentes disciplinas, la toma como:

“unidad básica de aprendizaje que puede contener teorías, explicaciones, recursos didácticos, actividades, ejercicios de práctica y evaluación, para facilitar el estudio y comprensión de un tema de un contenido programático de una asignatura; elaborado para facilitar su uso a través de un computador o equipo digital”

La estructura de un OVA, de acuerdo con el Portal Colombia Aprende (2005) debe estar compuesto por objetivos, contenidos, actividades de aprendizaje y elementos de contextualización, para que el OVA tenga un valor pedagógico, coincidiendo con Vega et al (2010), citados por Morales (2016), quien sólo añade que los elementos de contextualización deben caracterizarse por una estructura de fácil identificación, almacenamiento y recuperación.

Un OVA se caracteriza por ser un mediador pedagógico, según Aguilar (2012), también se caracteriza por ser granular, accesible, flexible, reutilizable y personalizado. En adición a

esto se pueden nombrar características señaladas por APROA (2005) de interoperabilidad, duración y actualización en el tiempo.

Para que el diseño de un OVA, al igual que en las demás formas de integración de las TIC en la enseñanza de las matemáticas, se hace necesario que el profesor cuente con suficientes conocimientos en cuanto a la tecnología, el contenido y la pedagogía, así como estipulan Arnal y Oller (2017) al exponer la perspectiva TPACK (Technological Pedagogical Content Knowledge) de Koehler y Mishra (2009). En este marco se dan diversas interacciones entre los conocimientos implicados como se observa en la Ilustración 1, presentada a continuación.

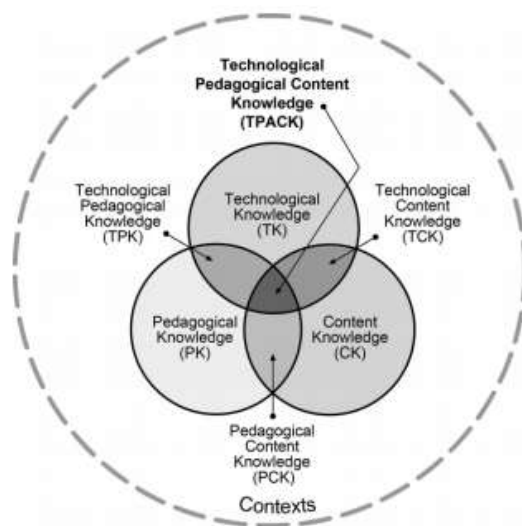


Ilustración 1. Esquema del contenido pedagógico tecnológico

Fuente: Arnal y Oller (2017)

En la Ilustración 1, se observan los diferentes conocimientos necesarios en el docente, el referente al contenido (CK), a la pedagogía (PK) y a la tecnología y su uso (TK), donde el primero de ellos hace referencia a los temas matemáticos, teorías y conceptos, el segundo, a los procesos y métodos de enseñanza y el último al dominio de las tecnologías de información (Arnal y Oller, 2017).

La relación PCK, en la Ilustración 1, indica el conocimiento y habilidad del docente de adaptar el contenido matemático para su enseñanza, el TCK se refiere a la influencia recíproca entre el contenido y la tecnología y el TPK al conocimiento que permite articular la tecnología en los procesos de enseñanza- aprendizaje. Sin embargo, también se debe tener

en cuenta en la integración de las TIC cómo cada uno de estos dominios afecta los otros, de tal forma que, para usar GeoGebra es necesario un conocimiento técnico amplio de su interfaz para hacer una mediación adecuada de la enseñanza de matemáticas (PCK), así poder generar OVA exitosos a través de este software (Arnal y Oller, 2017).

GEOGEBRA

GeoGebra es un software de matemáticas dinámicas gratuito que integra geometría, álgebra, hoja de cálculo, gráficos, estadística y cálculo en un solo programa. Se caracteriza por ser fácil de usar y tener un código abierto, permitiendo modificaciones a la versión estándar, además, se caracteriza por permitir que sus construcciones sean dinámicas y fácilmente exportables a aplicaciones web, gracias a su plataforma Java (Del-Pino, 2013).

Acerca de su historia

GeoGebra fue desarrollado por Markus Hohenwarter y presentado en su tesis de maestría en el año 2002, en la universidad de Salzburgo de Austria. GeoGebra fue creado a partir de la necesidad de integrar dos tipos de software, de algebra computacional y de geometría dinámica, de tal forma que se pudieran visualizar las matemáticas con gráficas y ecuaciones de manera sincrónica y relacionadas en una construcción. En esta primera versión GeoGebra contaba con herramientas y funciones limitadas, encontrándose disponibles solamente en los idiomas inglés y alemán (OEI, 2013).

La versión 2.0 de GeoGebra, en 2004, tuvo pocos cambios respecto a la primera pues sólo se agregaron algunas herramientas. En el año 2009 en su versión 3.0 se destaca la ampliación de disponibilidad a 39 idiomas, nuevas características de personalización, exportación de archivos, además de la ampliación de las herramientas y comandos disponibles, dentro de ellas la posibilidad de generar nuevas herramientas, la inserción de texto, fórmulas LaTeX e imágenes. En este mismo año, se generó la siguiente versión, GeoGebra 3.2, la cual empezó a ser traducida a 45 idiomas. A esta versión se adicionó la hoja de cálculo, la cual además de tener las características clásicas de una hoja de cálculo, podía interactuar con la representación gráfica de las construcciones. Posteriormente, en el 2011, la versión 4.0 tuvo como novedad la adición de herramientas para la hoja de cálculo, asimismo de herramientas para usuarios de educación básica como representación de ecuaciones, inecuaciones, una calculadora de probabilidades entre otros. En esta versión se destacó la inserción de herramientas interactivas como los botones con comando y casillas de entrada, además, se tradujo a 5 idiomas más (Gannerup, 2013; Vallejo, 2017).

Con el fin de mejorar este software educativo, en el 2012 fue agregada la calculadora CAS en GeoGebra 4.2., con esto se podía ya graficar funciones, incluyendo derivadas e integrales. Sin embargo, la dificultad en la programación de esta calculadora indujo a que GeoGebra se convirtiera en un software de código abierto, así, empezó a tener la propiedad de ser modificado por cualquier persona. Un año después se reemplaza el motor CAS y se generan nuevos comandos.

La versión 5.0 se destaca por incluir la vista gráfica en 3D, añadiendo asimismo diferentes herramientas propias de la vista para realizar construcciones en 3D, además del correspondiente soporte para el manejo de dos variables. Otra de las novedades es la incorporación de la programación interna por medio de Python, la cual presenta ventajas sobre Javascript, presente en las versiones anteriores, debido a que es más sencilla y económica.

Cabe resaltar que GeoGebra no sólo es un software educativo, sino también, desde el 2005 es una comunidad investigativa a través del portal web GeoGebra Tube, en el cual se comparten contenidos y se realizan modificaciones y aportes de GeoGebra de forma interactiva entre los participantes. Además, funciona como foro donde se despejan dudas entre los usuarios de GeoGebra (OEI, 2013).

El éxito de GeoGebra actualmente se ve reflejado en su más de un millón de aplicativos cargados en GeoGebra Tube y en los diferentes premios a nivel internacional que ha recibido desde su lanzamiento, los cuales son (GeoGebra, 2017):

- Archimedes 2016: MNU Award in category Mathematics (Hamburg, Germany)
- Microsoft Partner of the Year Award 2015: Finalist, Public Sector: Education (Redmond, WA, USA)
- MERLOT Classics Award 2013: Multimedia Educational Resource for Learning and Online Teaching (Las Vegas, Nevada, USA)
- NTLC Award 2010: National Technology Leadership Award (Washington D.C., USA)
- Tech Award 2009: Laureat in the Education Category (San Jose, California, USA)

- BETT Award 2009: Finalist in London for British Educational Technology Award
- SourceForge.net Community Choice Awards 2008: Finalist, Best Project for Educators
- AECT Distinguished Development Award 2008: Association for Educational Communications and Technology (Orlando, USA)
- Learnie Award 2006: Austrian Educational Software Award (Vienna, Austria)
- eTwinning Award 2006: 1st prize for "Crop Circles Challenge" with GeoGebra (Linz, Austria)
- Trophées du Libre 2005: International Free Software Award, category Education (Soisson, France)
- Comenius 2004: German Educational Media Award (Berlin, Germany)
- Learnie Award 2005: Austrian Educational Software Award (Vienna, Austria)
- digita 2004: German Educational Software Award (Cologne, Germany)
- Learnie Award 2003: Austrian Educational Software Award (Vienna, Austria)
- EASA 2002: European Academic Software Award (Ronneby, Sweden)

GeoGebra y Geometría Dinámica

GeoGebra además de ser un software educativo de matemáticas, es un Sistema de Geometría Dinámica (SGD), caracterizado por permitir la creación y la manipulación dinámica de construcciones geométricas. Las modificaciones que permite realizar un SGD no sólo consiste en las variaciones de las propiedades que se le puedan realizar a un objeto sino también a los objetos dependientes de este, facilitando la generación de construcciones.

Según Ruiz (2012) un SGD modifica las concepciones de los estudiantes y por ende su aprendizaje, introduciendo el concepto de retroacción de Laborde, el cual describe la interacción entre el alumno y el SGD, donde se produce una adquisición del aprendizaje independiente del docente, de tal forma que se facilita la tarea del docente al impartir una clase. En el caso de GeoGebra se facilita la retroacción con el estudiante gracias a la vinculación característica entre las vistas gráfica y algebraica, permitiendo no sólo una

visualización de las construcciones geométricas (vista gráfica) sino también su representación algebraica.

Por otro lado, la retroacción se ve favorecida gracias a que GeoGebra permite el *arrastre* de una construcción. Esta función facilita la exploración y validación de objetos y construcciones, permitiendo a su vez realizar conjeturas de diferentes fenómenos por medio del reconocimiento de la teoría base de las construcciones manipuladas por el estudiante. En este sentido, Sandoval (2009, p.33) afirma que "Los comportamientos de arrastre cambian según la especificidad de las modalidades epistemológica y cognoscitiva", ampliando la idea cita a Olivero y Robutti quienes afirman que el arrastre funciona como herramienta de comprobación de la veracidad de los fundamentos teóricos sirviendo como mediador en el nivel perceptivo de los estudiantes.

Una de las ventajas que ofrece Geogebra por encima de otros SGD consiste en que es continuo, es decir, que mantiene una dependencia de parámetros ocultos dentro de las construcciones geométricas dándole una característica consistente al objeto (Liste, 2008). Además, integra dos tecnologías de software educativo en matemáticas, por un lado, el Sistema de Geometría dinámica (SGD) y por otro un Sistema de Álgebra Computacional (CAS) (Ruiz, 2012) a diferencia de otros programas de geometría dinámica, permitiendo representaciones gráficas y simbólicas reuniendo herramientas de geometría, álgebra y cálculo (Rodríguez, 2011)

Ventajas y Beneficios

Los beneficios de usar GeoGebra también consisten en las ventajas que ofrece frente a otros software de Geometría dinámica. De esta forma, se expone en la Tabla 1 la comparación entre GeoGebra y los software más usados en este campo, teniendo en cuenta las características principales.

Tabla 1. GeoGebra frente a otros software de geometría dinámica

	GeoGebra	Cabri	Regla y Compás	Cinderella
Versión	5.0	2.1	8.84	2.9
Licencia	Libre	Comercial	Libre	Comercial
Tamaño	49.88 MB	20.06MB	7.04 MB	74.4 MB
Sistema Operativo	Windows Web app iOS Mac Os Android Linux	Mac OS X Windows	Windows Linux Unix Mac OS X	Windows Linux Solaris Mac Os
Plataforma	Java HTML5	Java	Java	Java
Tipo	Geometría dinámica Estadística Cálculo diferencial e integral	Geometría Dinámica	Geometría Dinámica	Geometría Dinámica
Disponible en	50 idiomas	23 idiomas	No encontrado	7 idiomas

Fuente: Miranda (2005)

En la Tabla 1, se puede observar la versatilidad de GeoGebra ya que al ser un software libre puede ser modificado por el usuario permitiendo autonomía en su uso y redistribución, al igual que una rápida y eficiente corrección de errores. Por otro lado, GeoGebra se caracteriza por tener un amplio campo de acción gracias al soporte brindado por su plataforma y la cobertura de sistemas operativos, ofreciendo la posibilidad de ser usado en dispositivos como tablets y teléfonos inteligentes.

Haciendo referencia a las versiones actuales de los software de Geometría dinámica observados en la Tabla 1, GeoGebra representa la mejor opción para su integración en el aula de clase debido a que articula de forma sincrónica estadística y cálculo diferencial, facilitando los procesos de enseñanza- aprendizaje. Esta característica permite un mayor campo de acción en cuanto a los contenidos matemáticos que pueden ser trabajados para su verificación.

METODOLOGIA

Metodología de consulta

La metodología de consulta presentada a continuación describe la forma en la que fueron reunidas referencias bibliográficas, las cuales sirvieron de sustento del trabajo expuesto en este documento. Con el fin de delimitar la búsqueda de estas referencias se tuvo en cuenta la situación problema determinada anteriormente y los objetivos planteados, lo cual permitió que cada referencia incluida fuese útil en la investigación. Asimismo, se tuvo en cuenta que se deseaba direccionar este trabajo dándole importancia a través del fundamento teórico, metodológico y antecedentes.

Búsqueda de información

La búsqueda de las referencias bibliográficas se realizó principalmente por medio del motor de búsqueda de Google Académico, este permitió encontrar revistas científicas, de divulgación, tesis de grado y libros que abordan el objeto de estudio. Esta búsqueda se llevó a cabo digitando palabras clave en Google Académico, como “TIC en la enseñanza de matemáticas”, “Aplicaciones de GeoGebra”, “papel de los docentes en la integración de TIC” y “procesos de enseñanza aprendizaje con TIC”. A medida que se realizó una documentación sobre el tema, se profundizó en los temas relacionados con el desarrollo del trabajo, al encontrarse términos como OVA, AVA, entre otros, se determinaron nuevas palabras de búsqueda como “OVA y la enseñanza de matemáticas”, “OVA y GeoGebra”, “GeoGebra y la Geometría Dinámica”, entre otros. Para realizar un filtro preliminar de documentos, fueron seleccionados de acuerdo con los títulos de los resultados obtenidos de acuerdo con la pertinencia con la búsqueda realizada.

Esta consulta permitió recolectar para su respectivo análisis 40 documentos los cuales fueron clasificados y seleccionados como se describe a continuación.

Organización de la información

Los documentos preseleccionados fueron leídos con el fin de profundizar en la información que brinda cada una de las fuentes bibliográficas, realizando una clasificación de acuerdo

con las temáticas a las cuales se hace un aporte, siendo clasificados en documentos que hacen referencia a OVA, TIC y Geometría Dinámica, luego se descartaron 8 documentos por carecer de relevancia para el trabajo realizado. De tal forma que se recolectaron nueve documentos de OVA, diez de TIC y trece de Geometría dinámica.

Con los documentos elegidos, se dividieron nuevamente las fuentes bibliográficas tenidas en cuenta. Para los antecedentes la información fue tomada principalmente de artículos científicos y fue ordenada en cuatros partes, un párrafo introductorio, una reseña de la metodología empleada, un resumen de resultados y la aclaración del aporte de la fuente bibliográfica a la investigación; para la sección de antecedentes fueron tenidos en cuenta 7 investigaciones que afrontando diversas aplicaciones de GeoGebra en diversos temas y niveles académicos.

Por otro lado, las fuentes bibliográficas tomadas en el marco teórico fueron ordenadas de acuerdo con la temática a la cual corresponden los conceptos tomados, así: los conceptos en software educativo, OVA y la teoría de integración de TIC. Algunas fuentes fueron tenidas en cuenta para otras secciones. Para la introducción se tomaron algunas fuentes que brindan el contexto a la integración de las TIC en la educación; en la justificación se tomaron documentos referentes a la importancia de la TIC en la enseñanza de las matemáticas y los roles del profesor y estudiante en este fenómeno. Por último, la bibliografía relacionada con GeoGebra y la Geometría dinámica fue incluida en la metodología, como se muestra a continuación.

Construcción de OVA

Con base en las características y ventajas que presenta GeoGebra, este software educativo fue empleado para la creación de OVA. Entendiendo los OVA como recursos educativos digitales, estos fueron diseñados con el fin de ser usados para la enseñanza de diversos contenidos matemáticos, sin embargo, en este trabajo los aplicativos fueron usados para enseñar cómo emplear herramientas de GeoGebra por medio de videos, generando así la habilidad de desarrollar sus propios recursos de acuerdo con sus necesidades.

Para el diseño de los aplicativos se tuvo en cuenta las características para convertirlos en OVA de buena calidad, como se presentó en la sección del marco teórico. Por un lado, cabe resaltar que al ser estos desarrollados con GeoGebra permite que sean personalizados, flexibles, interoperables, durables y actualizables, las cuales están dadas al desarrollarse en este software libre. Por otro lado, al estar disponibles en GeoGebra Tube una comunidad igualmente de acceso libre les permite ser de fácil identificación, almacenamiento y operación. Finalmente, a continuación, se presentan las ilustraciones de los aplicativos realizados y las características que los convierten en OVA válidos en un contexto nacional de acuerdo con el Portal Colombia Aprende (2005), donde se afirma que un OVA debe estar compuesto por objetivos, contenidos y elementos de contextualización.

Circunferencia de los nueve puntos

En la Ilustración 2, se puede observar la construcción de la circunferencia de Feuerbach realizada en GeoGebra 5.0. Donde se observa cómo cualquier triángulo se puede inscribir en una circunferencia y otra que se caracteriza por pasar por los nueve puntos característicos del triángulo. Además, se presenta el centroide, baricentro y ortocentro, que se describen los puntos de la recta de Euler.

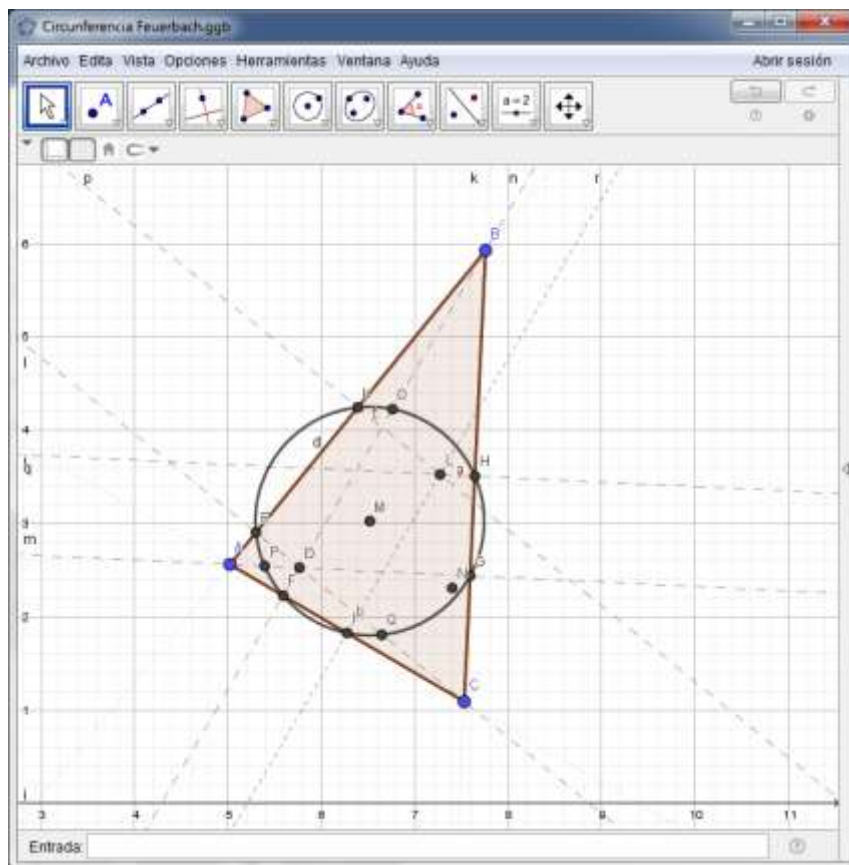


Ilustración 2. Aplicativo Circunferencia de Feuerbach

La circunferencia de los nueve puntos o circunferencia de Feuerbach como OVA fue diseñado de acuerdo con los criterios presentados en la Tabla 2.

Tabla 2. Características de la circunferencia de Feuerbach






Objetivo	Manipular herramientas básicas con GeoGebra.
Descripción	Este aplicativo se caracteriza por ser una representación gráfica sencilla que permite un primer paso en el manejo de GeoGebra en la producción de aplicativos (OVA). Su construcción se caracteriza por ser dependiente de los vértices del triángulo, siendo los únicos objetos libres.
Área	Geometría
Contenidos	Conceptos básicos (puntos, rectas, ángulos, entre otros) Propiedades geométricas del triángulo y el círculo (alturas, radio, arco, perímetro, etc) Cálculo de áreas Paralelismo y perpendicularidad Triángulo y circunferencia Inscrita Tipos de triángulos
Herramientas	Elige y mueve Punto Perpendicular













	Intersección Medio o centro Recta Segmento	Mediatriz Polígono Circunferencia (centro-punto) Circunferencia por tres puntos
Link Videotutorial	https://www.youtube.com/watch?v=hkeLCOloISI&t=10s https://www.geogebra.org/m/XGEcM9t5	

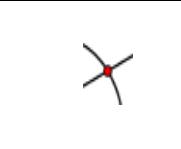
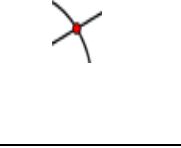
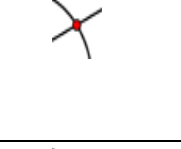
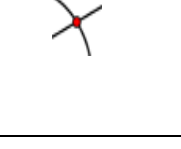
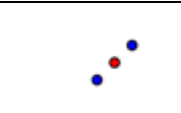
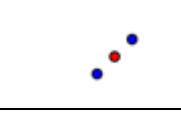
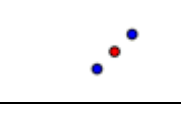
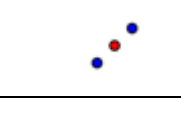
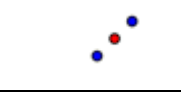
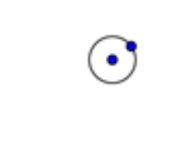
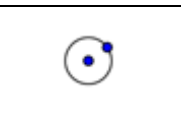
Para elaborar el aplicativo de la circunferencia de Feuerbach, se emplearon las herramientas de la Tabla 2, llevando a cabo los siguientes pasos en la construcción, los cuales explicados más ampliamente mediante el correspondiente videotutorial (Ver link, Tabla 2).

Por otro lado, en la Tabla 3 se presenta cada uno de los pasos de construcción del aplicativo La circunferencia de Feuerbach, el cual también describe el proceso explicado en el videotutorial.

Tabla 3. Protocolo de Construcción circunferencia Goniométrica

Definición	Nombre	Icono de la Herramienta	Descripción
Se crea Punto A Como un objeto libre para Generar un triángulo	Punto A		Punto Libre
Se crea Punto B Como un objeto libre para Generar un triángulo	Punto B		Punto Libre
Se crea Punto C Como un objeto libre para Generar un triángulo	Punto C		Punto Libre
Se crea el Triángulo t1 (Polígono B, C, A) a través de la herramienta polígono.	Triángulo t1		Polígono B, C, A
Se crea a través de la Herramienta Polígono el segmento a, correspondiente a uno de los lados del triángulo (Extremos puntos B y C)	Segmento a		Segmento [B, C]
Se crea a través de la Herramienta Polígono el segmento b, correspondiente a uno de los lados del triángulo (Extremos puntos C y A)	Segmento b		Segmento [C, A]
Se crea a través de la Herramienta Polígono el segmento c, correspondiente a uno de los lados del triángulo (Extremos puntos A y B)	Segmento c		Segmento [A, B]
Se crea a través de la Herramienta Recta por dos Puntos la Recta i (Pasa por los puntos A y B)	Recta i		Recta A, B

Se crea a través de la Herramienta Recta por dos Puntos la Recta j (Pasa por los puntos A y C)	Recta j		Recta A, C
Se crea a través de la Herramienta Recta por dos Puntos la Recta k (Pasa por los puntos B y C)	Recta k		Recta B, C
Se crea a través de la Herramienta Recta Perpendicular, la recta l, la cual es la Recta que pasa por C perpendicular a i	Recta l		Recta que pasa por C perpendicular a i
Se crea a través de la Herramienta Recta Perpendicular, la recta m, la cual es la Recta que pasa por A perpendicular a k	Recta m		Recta que pasa por A perpendicular a k
Se crea a través de la Herramienta Recta Perpendicular, la recta n, la cual es la Recta que pasa por B perpendicular a j	Recta n		Recta que pasa por B perpendicular a j
Se crea a través de la Herramienta Punto de Intersección, el punto D, que es el punto de intersección entre las rectas l y m	Punto D		Intersección de l, m
Se crea a través de la Herramienta Punto de Intersección, el punto E, que es el punto de intersección entre las rectas i y l	Punto E		Intersección de i, l
Se crea a través de la Herramienta Punto de Intersección, el punto F, que es el punto de intersección entre las rectas n y j	Punto F		Intersección de n, j
Se crea a través de la Herramienta Punto de Intersección, el punto G, que es el punto de intersección entre las rectas m y k	Punto G		Intersección de m, k
Se crea a través de la Herramienta Mediatriz, la recta p, mediatriz de los puntos A y B	Recta p		Mediatriz de AB
Se crea a través de la Herramienta Mediatriz, la recta q, mediatriz de los puntos C y B	Recta q		Mediatriz de CB
Se crea a través de la Herramienta Mediatriz, la recta r, mediatriz de los puntos A y C	Recta r		Mediatriz de AC

Se crea a través de la Herramienta Punto de Intersección, el punto H que es el punto de intersección entre las rectas q y k	Punto H		Intersección de q, k
Se crea a través de la Herramienta Punto de Intersección, el punto I que es el punto de intersección entre las rectas r y j	Punto I		Intersección de r, j
Se crea a través de la Herramienta Punto de Intersección, el punto J que es el punto de intersección entre las rectas i y f	Punto J		Intersección de i, f
Se crea a través de la Herramienta Punto de Intersección, el punto K que es el punto de intersección entre las rectas p y i	Punto K		Intersección de p, i
Se crea a través de la Herramienta Punto de Intersección, el punto L que es el punto de intersección entre las rectas p y q	Punto L		Intersección de p, q
Se crea a través de la Herramienta Punto Medio, el punto M, el cual es el punto medio entre los Puntos L y D	Punto M		Punto medio de L, D
Se crea a través de la Herramienta Punto Medio, el punto N, el cual es el punto medio entre los Puntos L y C	Punto N		Punto medio de L, C
Se crea a través de la Herramienta Punto Medio, el punto O, el cual es el punto medio entre los Puntos D y B	Punto O		Punto medio de D, B
Se crea a través de la Herramienta Punto Medio, el punto P, el cual es el punto medio entre los Puntos D y A	Punto P		Punto medio de D, A
Se crea a través de la Herramienta Punto Medio, el punto Q, el cual es el punto medio entre los Puntos D y C	Punto Q		Punto medio de D, C
Se crea a través de la Herramienta Circunferencia dado el centro y un punto, la circunferencia d, la cual es la circunferencia de Centro en M y que contiene a Q	Circunferencia d		Circunferencia que pasa por Q con centro M
Se crea a través de la Herramienta Circunferencia dado el centro y un punto, la circunferencia e, la cual es la	Circunferencia e		Circunferencia que pasa por B con centro L

circunferencia de Centro en L y que contiene a B			
--	--	--	--

Circunferencia Goniométrica

La circunferencia Goniométrica se caracteriza por ser una herramienta de enseñanza-aprendizaje de las funciones trigonométricas y se caracteriza por tener un radio de 1 unidad y centro ubicado en el origen, como se observa en la Ilustración 3. Sin embargo, se plantea su posible utilidad en diversas áreas expuestas en la Tabla 4, además, se demostró cómo pueden ser modificadas las construcciones para ampliar su utilidad y versatilidad como herramienta de enseñanza.

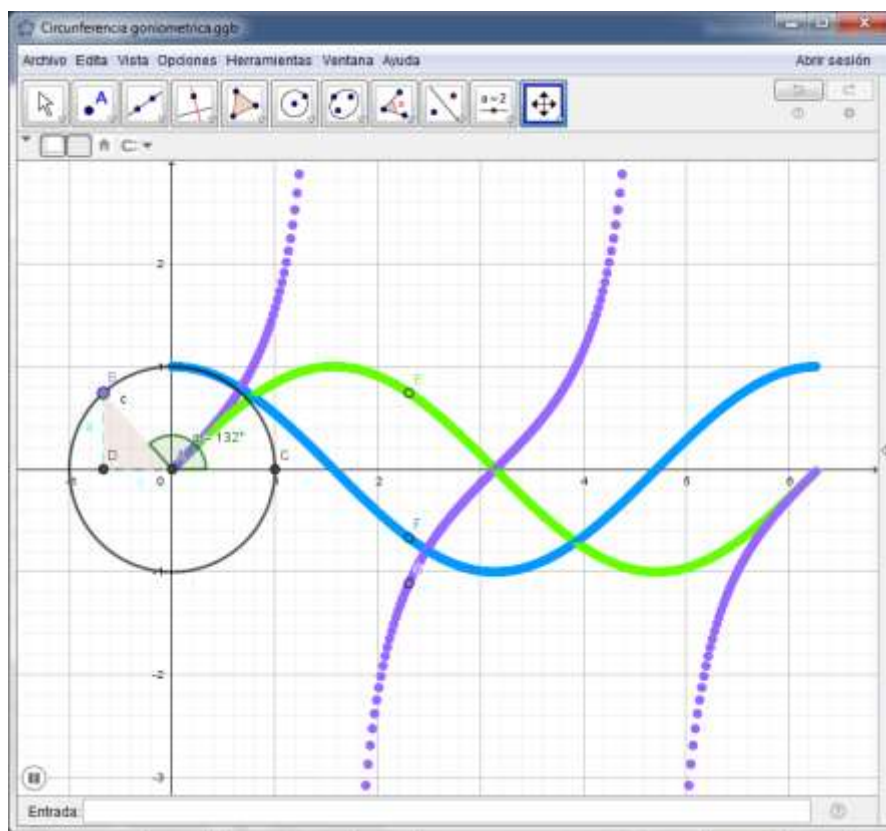




Ilustración 3. Aplicativo Circunferencia Goniométrica







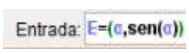
Tabla 4. Características de la circunferencia Goniométrica

Objetivo	Manipular diversas herramientas para la construcción de funciones trigonométricas.
Descripción	Este aplicativo brinda la oportunidad de ampliar el manejo de las herramientas de la vista gráfica con elementos de trazados, ángulos, entre otros. Se caracteriza por ser una construcción dependiente de la variación del ángulo, representando las funciones trigonométricas de seno, coseno y tangente, las cuales pueden ser visualizadas a través de un rastro. Esta circunferencia Goniométrica presenta una modificación (Ilustración 4) que la convierte en una herramienta flexible y reutilizable. Esta ampliación consiste en darle la característica de periodicidad a las funciones trigonométricas.
Área	Trigonometría
Contenidos	Propiedades de los triángulos rectángulos (Catetos, Hipotenusa, ángulos, etc.) Pitágoras Solución de triángulos rectángulos Razones trigonométricas Ángulos complementarios Demostración de identidades trigonométricas Diferentes unidades de ángulos Periodicidad de funciones trigonométricas
Herramientas	Elige y mueve Punto Punto en Objeto Ángulo Lugar Geométrico Rastro Circunferencia (centro- radio) Casilla de Control Deslizador
Link Videotutorial	https://www.youtube.com/watch?v=Na_ATftQ_0k&t=10s https://www.geogebra.org/m/taW44Nuq https://www.youtube.com/watch?v=eGay7mzf23w&t=3s https://ggbm.at/WpkDaacd

Para el desarrollo de la construcción mostrada en la Ilustración 3, se llevaron a cabo los siguientes pasos, presentados en el protocolo de construcción de GeoGebra en la Tabla 5

Tabla 5. Protocolo de Construcción de la Circunferencia de Feuerbach

Definición	Nombre	Icono de la Herramienta	Descripción
Se crea el punto A, a través de la Herramienta Punto, un punto con una característica dada, que es la intersección entre los ejes cartesianos	Punto A (0, 0)		Intersección de Eje, Eje
Se crea la circunferencia c a través de la Herramienta Circunferencia dado el centro y un Radio, la cual es la	Circunferencia c		Circunferencia con centro A y radio 1

circunferencia de Centro en A con radio 1.			
Se crea el punto B a través de la Herramienta Punto en objeto, un punto con una característica dada, que es pertenecer a la circunferencia c.	Punto B		Punto sobre c
Se crea el punto C a través de la Herramienta Punto, un punto con una característica dada, que es la intersección de la circunferencia c y el eje X.	Punto C (1, 0)		Intersección de c, Eje
Se crea el Angulo α a través de la Herramienta Angulo, un Angulo que tiene como laterales los puntos C y B y como Vértice el punto A	Ángulo α		Ángulo entre C, A, B
Se crea a través de la Herramienta Recta Perpendicular, la recta f, la cual es la Recta que pasa por B perpendicular a el eje X	Recta f		Recta que pasa por B perpendicular a Eje
Se crea el punto D a través de la Herramienta Punto de intersección, un punto con una característica dada, que es la intersección entre la recta f y el eje x	Punto D		Intersección de f, Eje
Se crea el Triángulo t1 (Polígono B, D, A) a través de la herramienta polígono.	Triángulo t1		Polígono B, D, A
Se crea a través de la Herramienta Polígono el segmento a, correspondiente a uno de los lados del triángulo (Extremos puntos B y D)	Segmento a		Segmento [B, D]
Se crea a través de la Herramienta Polígono el segmento b, correspondiente a uno de los lados del triángulo (Extremos puntos D y A)	Segmento b		Segmento [D, A]
Se crea a través de la Herramienta Polígono el segmento d, correspondiente a uno de los lados del triángulo (Extremos puntos A y B)	Segmento d		Segmento [A, B]
Se crea a través de la barra de entrada el punto E, un punto con unas Coordenadas establecidas (α , $\text{sen}(\alpha)$)	Punto E		$(\alpha, \text{sen}(\alpha))$

Se crea a través de la barra de entrada el punto F, un punto con unas Coordenadas establecidas (α , $\cos(\alpha)$)	Punto F	Entrada: $F=(\alpha, \cos(\alpha))$	$(\alpha, \cos(\alpha))$
Se crea a través de la barra de entrada el punto G, un punto con unas Coordenadas establecidas (α , $\tan(\alpha)$)	Punto G	Entrada: $G=(\alpha, \tan(\alpha))$	$(\alpha, \tan(\alpha))$

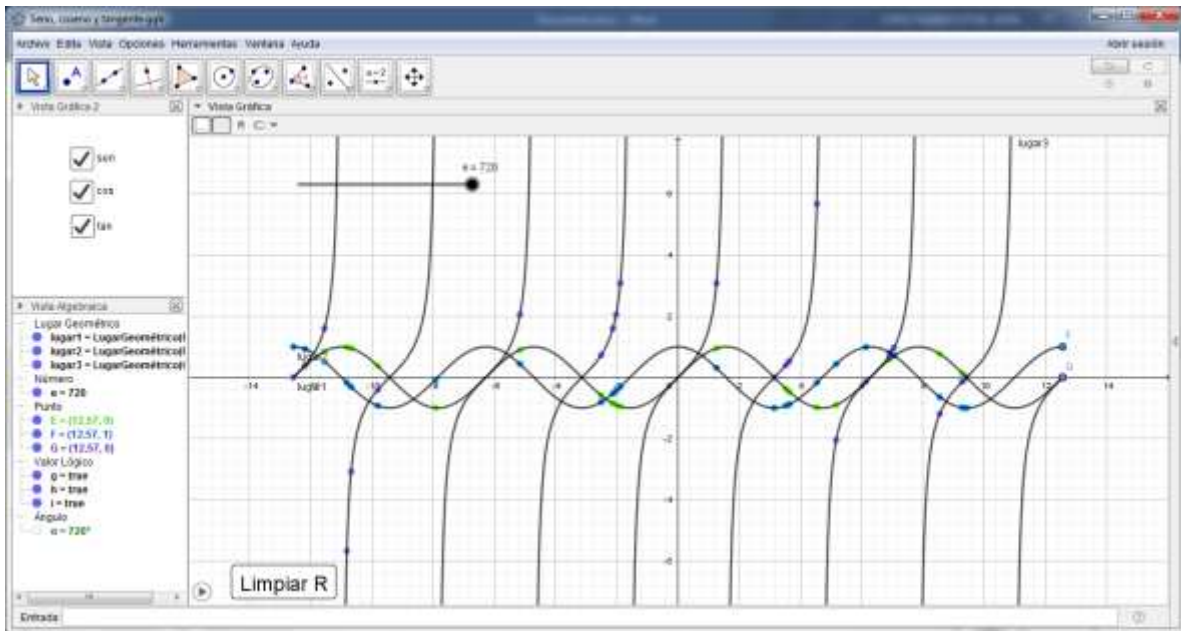


Ilustración 4. Ampliación y reutilización de la Circunferencia Goniométrica

Lanzamiento de dados

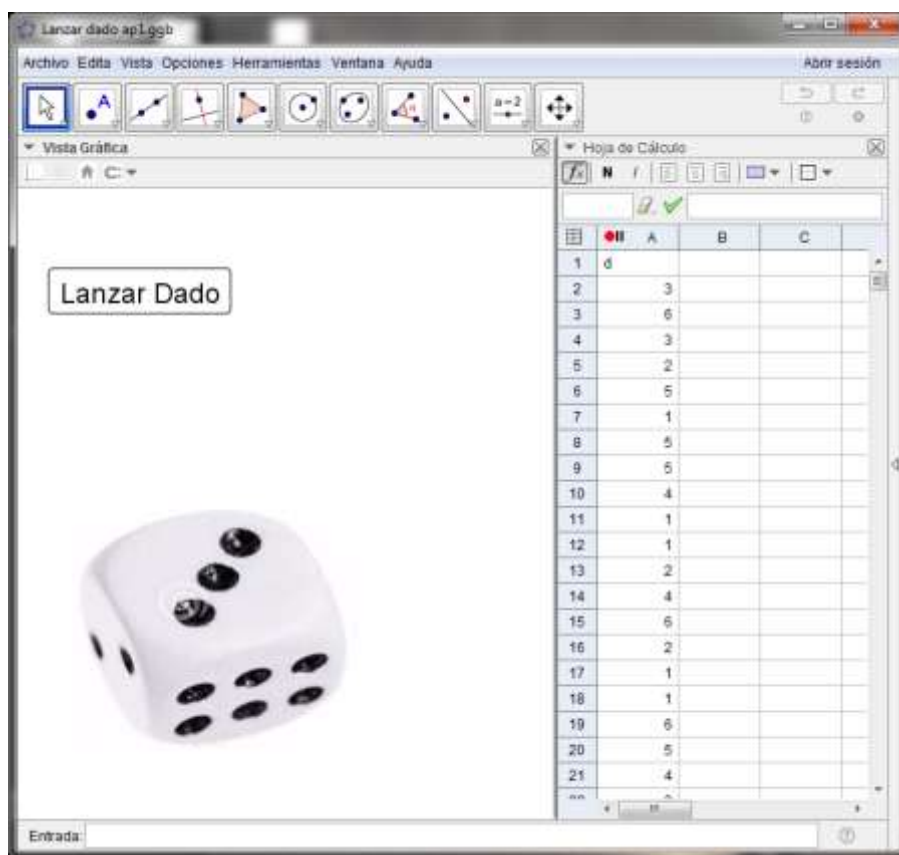













Ilustración 5. Lanzamiento de un dado

Tabla 6. Características del aplicativo del lanzamiento de un dado

Objetivo	Introducir el manejo de comandos y la inserción de imágenes.	
Descripción	Esta construcción de caracteriza por la simulación del lanzamiento de un dado al asignar una variable a las imágenes.	
Área	Probabilidad	
Contenidos	Conceptos básicos (muestra, frecuencia, variable aleatoria, entre otros) Probabilidad condicionada Variable aleatoria Distribución binomial	
Herramientas	Imagen Botón	Registro en hoja de cálculo Punto
Comandos	Aleatorio Entre y Listas	
Links	https://www.youtube.com/watch?v=gdoFIK47H8Y&t=1s https://www.geogebra.org/m/y99VEspS	

Tabla 7. Protocolo de Construcción lanzamiento de Dado

Definición	Nombre	Icono de la Herramienta	Descripción
Se crea a través de la barra de entrada la variable d1, un número con unas Características dadas (número al azar entre 1 y 6)	Número d1		AleatorioEntre(1, 6)
Se crea Punto A Como un objeto libre para La ubicación de las imágenes posteriormente	Punto A		Punto Libre
Se crea Punto B Como un objeto libre para La ubicación de las imágenes posteriormente	Punto B		Punto Libre
Se Inserta la imagen 1 a través de la Herramienta Insertar imagen, para la cual se designan posteriormente la posición con las esquinas en los puntos A y B, adicional se les da condiciones para que se muestren según el valor de la variable d1 (cuando d1=1)	Imagen imagen1		imagen de la cara 1 del dado
Se Inserta la imagen 2) a través de la Herramienta Insertar imagen, para la cual se designan posteriormente la posición con las esquinas en los puntos A y B, adicional se les da condiciones para que se muestren según el valor de la variable d1 (cuando d1=2)	Imagen imagen2		imagen de la cara 2 del dado
Se Inserta la imagen 3 a través de la Herramienta Insertar imagen, para la cual se designan posteriormente la posición con las esquinas en los puntos A y B, adicional se les da condiciones para que se muestren según el valor de la variable d1 (cuando d1=3)	Imagen imagen3		imagen de la cara 3 del dado
Se Inserta la imagen 4 a través de la Herramienta Insertar imagen, para la cual se designan posteriormente la posición con las esquinas en los puntos A y B, adicional se les da condiciones para que se muestren según el valor de la variable d1 (cuando d1=4)	Imagen imagen4		imagen de la cara 4 del dado
Se Inserta la imagen 5 a través de la Herramienta Insertar imagen, para la cual se designan posteriormente la posición	Imagen imagen5		imagen de la cara 5 del dado

con las esquinas en los puntos A y B, adicional se les da condiciones para que se muestren según el valor de la variable d1 (cuando d1=5)			
Se Inserta la imagen 6 a través de la Herramienta Insertar imagen, para la cual se designan posteriormente la posición con las esquinas en los puntos A y B, adicional se les da condiciones para que se muestren según el valor de la variable d1 (cuando d1=6)	Imagen imagen6		imagen de la cara 6 del dado
Se crea el botón 1 a través de la Herramienta Botón, un botón para cumplir con la función de cambiar el valor de la Variable d1, para realizar la simulación de el lanzamiento del dado (ActualizaConstrucción[])	Botón botón1		Lanzar Dado
Se crea el botón 2 a través de la Herramienta Botón, un botón para cumplir con la función de limpiar los registros de la Variable d1 en la Hoja de cálculo (Elimina [A2:A9999]).	Botón botón2		Limpiar Tabla

Dado cargado

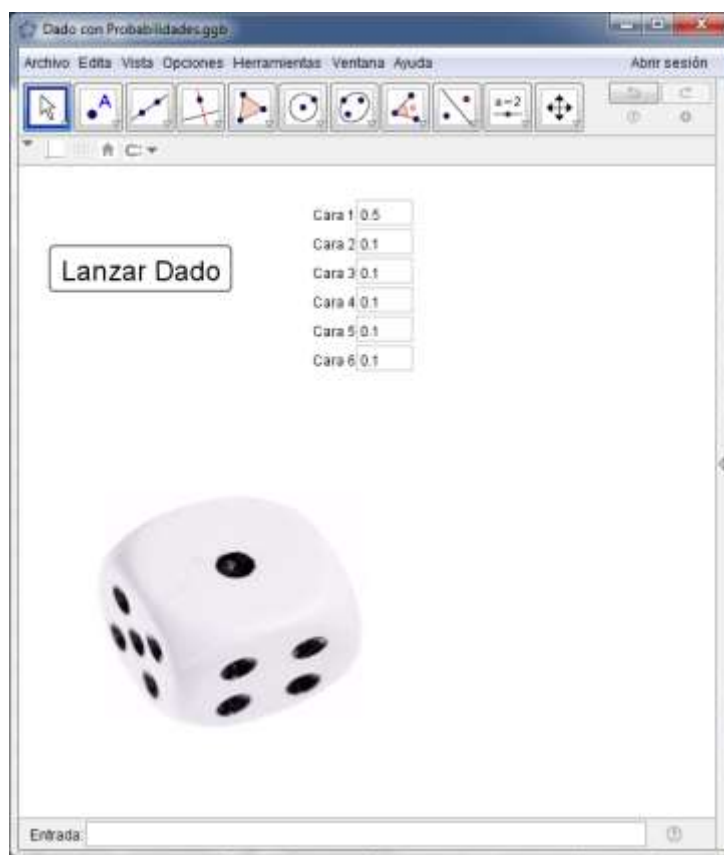










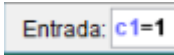
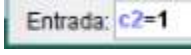
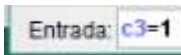

Ilustración 6. Aplicativo Lanzamiento de Dado cargado

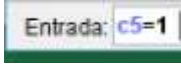








Tabla 8. Características del lanzamiento del dado cargado





Objetivo	Ampliar las posibles aplicaciones del recurso de lanzamiento de dados.
Descripción	Este aplicativo permite la asignación de probabilidades a cada una de las seis caras del dado, mediante la herramienta de casillas de entrada, la cual no había sido usada en los aplicativos anteriores.
Área	Probabilidad
Contenidos	Espacios muestrales equiprobables e inequiprobables Ley fuerte de los grandes números
Herramientas	Elige y mueve Análisis de una variable Casillas de Entrada Texto
Comandos	Aleatorio entre listas
Links	https://www.youtube.com/watch?v=sTgUVELw2bA&t=1s https://www.geogebra.org/m/aMk7QWSR

Tabla 9. Protocolo de Construcción de dado cargado

Definición	Nombre	Icono de la Herramienta	Descripción
Se crea Punto A Como un objeto libre para La ubicación de las imágenes posteriormente	Punto A		Punto Libre
Se crea Punto B Como un objeto libre para La ubicación de las imágenes posteriormente	Punto B		Punto Libre
Se Inserta la imagen 1 a través de la Herramienta Insertar imagen, para la cual se designan posteriormente la posición con las esquinas en los puntos A y B, adicional se les da condiciones para que se muestren según el valor de la variable d1 (cuando d1=1)	Imagen imagen1		imagen de la cara 1 del dado
Se Inserta la imagen 2) a través de la Herramienta Insertar imagen, para la cual se designan posteriormente la posición con las esquinas en los puntos A y B, adicional se les da condiciones para que se muestren según el valor de la variable d1 (cuando d1=2)	Imagen imagen2		imagen de la cara 2 del dado
Se Inserta la imagen 3 a través de la Herramienta Insertar imagen, para la cual se designan posteriormente la posición con las esquinas en los puntos A y B, adicional se les da condiciones para que se muestren según el valor de la variable d1 (cuando d1=3)	Imagen imagen3		imagen de la cara 3 del dado
Se Inserta la imagen 4 a través de la Herramienta Insertar imagen, para la cual se designan posteriormente la posición con las esquinas en los puntos A y B, adicional se les da condiciones para que se muestren según el	Imagen imagen4		imagen de la cara 4 del dado

valor de la variable d1 (cuando d1=4)			
Se Inserta la imagen 5 a través de la Herramienta Insertar imagen, para la cual se designan posteriormente la posición con las esquinas en los puntos A y B, adicional se les da condiciones para que se muestren según el valor de la variable d1 (cuando d1=5)	Imagen imagen5		imagen de la cara 5 del dado
Se Inserta la imagen 6 a través de la Herramienta Insertar imagen, para la cual se designan posteriormente la posición con las esquinas en los puntos A y B, adicional se les da condiciones para que se muestren según el valor de la variable d1 (cuando d1=6)	Imagen imagen6		imagen de la cara 6 del dado
Se crea a través de la barra de entrada la variable c1, un número que toma el valor de una casilla de entrada correspondiente a la probabilidad de lanzar el dado y que caiga la cara 1	Número c1		Variable probabilidad cara 1
Se crea a través de la barra de entrada la variable c2, un número que toma el valor de una casilla de entrada correspondiente a la probabilidad de lanzar el dado y que caiga la cara 2	Número c2		Variable probabilidad cara 2
Se crea a través de la barra de entrada la variable c3, un número que toma el valor de una casilla de entrada correspondiente a la probabilidad de lanzar el dado y que caiga la cara 3	Número c3		Variable probabilidad cara 3
Se crea a través de la barra de entrada la variable c4, un número que toma el valor de una	Número c4		Variable probabilidad cara 4

casilla de entrada correspondiente a la probabilidad de lanzar el dado y que caiga la cara 4			
Se crea a través de la barra de entrada la variable c5, un número que toma el valor de una casilla de entrada correspondiente a la probabilidad de lanzar el dado y que caiga la cara 5	Número c5		Variable probabilidad cara 5
Se crea a través de la barra de entrada la variable c6, un número que toma el valor de una casilla de entrada correspondiente a la probabilidad de lanzar el dado y que caiga la cara 6	Número c6		Variable probabilidad cara 6
Se crea la casilla de entrada 1 a través de la Herramienta Casilla de entrada, la cual toma el valor que corresponde a la variable c1	CasillaDeEntrada1		Casilla Entrada(c1) Cara 1
Se crea la casilla de entrada 2 a través de la Herramienta Casilla de entrada, la cual toma el valor que corresponde a la variable c2	CasillaDeEntrada2		Casilla Entrada(c2) Cara 2
Se crea la casilla de entrada 3 a través de la Herramienta Casilla de entrada, la cual toma el valor que corresponde a la variable c3	CasillaDeEntrada3		CasillaEntrada(c3) Cara 3
Se crea la casilla de entrada 4 a través de la Herramienta Casilla de entrada, la cual toma el valor que corresponde a la variable c4	CasillaDeEntrada4		CasillaEntrada(c4) Cara 4
Se crea la casilla de entrada 5 a través de la Herramienta Casilla de entrada, la cual toma el valor que corresponde a la variable c5	CasillaDeEntrada5		CasillaEntrada(c5) Cara 5
Se crea la casilla de entrada 6 a través de la Herramienta Casilla de entrada, la cual toma el valor que corresponde a la variable c6	CasillaDeEntrada6		CasillaEntrada(c6) Cara 6
Se crea la lista LD1 a través de la barra de entrada, una lista que	Lista LD1		LD1 = {1, 2, 3, 4, 5, 6}

guarda los valores correspondientes a las caras de los lados que puede tomar nuestra variable			
Se crea la lista elepé a través de la barra de entrada, una lista que guarda los valores correspondientes a las variables de las caras del dado	Lista LP		{c1, c2, c3, c4, c5, c6}
Se crea a través de la barra de entrada la variable d1, un numero con unas Características dadas ya que se crea como el aleatorio que puede tomar valores entre 1 y 6 con la condición de que las variables asignan su respectiva probabilidad.	Número d1		AleatorioDiscreto(LD1, LP)
Se crea el botón 1 a través de la Herramienta Botón, un botón para cumplir con la función de cambiar el valor de la Variable d1, para realizar la simulación de el lanzamiento del dado (Actualiza Construcción [])	Botón botón1		Lanzar Dado
Se crea a través de la barra de entrada la variable sp, un número que toma el valor de la suma de las probabilidades de las caras del dado	Número sp		$c1 + c2 + c3 + c4 + c5 + c6$
Se Inserta el texto 1 a través de la Herramienta Insertar texto, se le da una condición para que se muestren según el valor de la variable sp (cuando $sp < 1$)	Texto texto1	ABC	recuerde que la suma de las probabilidades debe ser 1

Isla de Koch

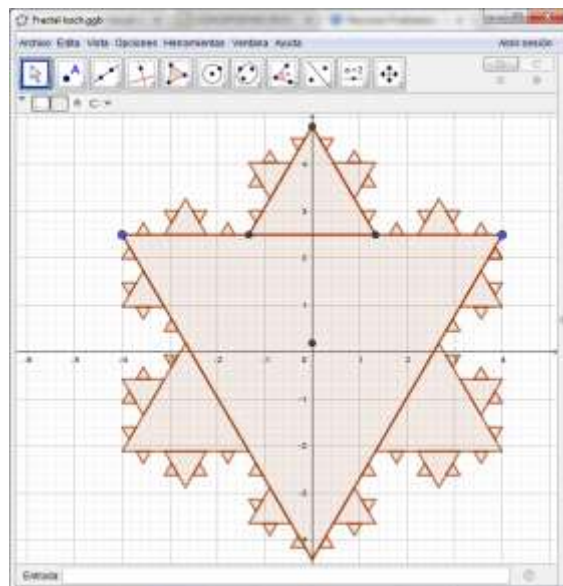


















Ilustración 7. Aplicativo Isla de Koch










Tabla 10. Características de la Isla de Koch
















Objetivo	Introducir herramientas de trazado.	
Descripción	Este aplicativo emplea la curva de Koch realizada a través de la generación de polígonos mediante una construcción dependiente de puntos libres.	
Área	Sucesiones y Series	
Contenidos	Curva de Koch Serie del área Sucesión del Perímetro	Fractales Homotecia Continuidad
Herramientas	Elige y Mueve Punto Recta Segmento Paralela Rotación Simetría Axial	Mediatriz Bisectriz Polígono regular Circunferencia centro-punto Compás Homotecias
Links	https://www.youtube.com/watch?v=CMKYY79LKwA&t=33s https://www.geogebra.org/m/cgataGrV	

Tabla 11. Protocolo de Construcción Fractal Isla de Koch










Definición	Nombre	Icono de la Herramienta	Descripción
Se crea a través de la Herramienta segmento, se crea el segmento f, con extremos en los puntos A y B.	Segmento f		Segmento [A, B]
Se crea Punto A Como un objeto libre para Generar un Segmento	Punto A		Punto Libre
Se crea Punto B Como un objeto libre para Generar un Segmento	Punto B		Punto Libre
Se crea Punto C Como un objeto libre para La ubicación de una recta.	Punto C		Punto Libre
Se crea a través de la Herramienta Recta por dos Puntos la Recta g (Pasa por los puntos A y C)	Recta g		Recta A, C
Se crea a través de la Herramienta Compas, la circunferencia c, la cual es la circunferencia de radio el segmento AC. Y se centra en el punto C.	Circunferencia c		Circunferencia con centro C y radio Segmento (C, A)
Se crea a través de la Herramienta Punto de Intersección, el punto D, que es el punto de intersección entre la recta g y la circunferencia c.	Punto D		Intersección de c, g
Se crea a través de la Herramienta Compas, la circunferencia d, la cual es la circunferencia de radio el segmento AC. Y se centra en el punto D.	Circunferencia d		Circunferencia con centro D y radio Segmento (C, A)
Se crea a través de la Herramienta Punto de Intersección, el punto E, que es el punto de intersección entre la recta g y la circunferencia d.	Punto E		Intersección de d, g
Se crea a través de la Herramienta Recta por dos Puntos la Recta h (Pasa por los puntos E y B)	Recta h		Recta E, B
Se crea a través de la Herramienta Recta paralela la recta i que es la recta paralela a la recta h que pasa por el punto D.	Recta i		Recta que pasa por D paralela a h
Se crea a través de la Herramienta Recta paralela la recta j que es la recta paralela a la recta i que pasa por el punto C.	Recta j		Recta que pasa por C paralela a i





















Se crea a través de la Herramienta Punto de Intersección, el punto F, que es el punto de intersección entre las rectas j y f.	Punto F		Intersección de j, f
Se crea a través de la Herramienta Punto de Intersección, el punto G, que es el punto de intersección entre las rectas i y f.	Punto G		Intersección de i, f
Se crea el Polígono1 a través de la herramienta polígono regular, el cual es un polígono regular que tiene como dos de sus vértices los puntos B y A y es un polígono de tres vértices.	Polígono1		Polígono Regular de tres lados
Se crea a través de la Herramienta Polígono el segmento k, correspondiente a uno de los lados del triángulo (Extremos puntos B y A)	Segmento k		Segmento [B, A]
Se crea a través de la Herramienta Polígono el segmento l, correspondiente a uno de los lados del triángulo (Extremos puntos A y H)	Segmento l		Segmento [A, H]
Se crea a través de la Herramienta Polígono el punto H, el cual es el otro vértice del triángulo con vértices A, B y H	Punto H		Polígono (B, A, 3)
Se crea a través de la Herramienta Polígono el segmento m, correspondiente a uno de los lados del triángulo (Extremos puntos H y B)	Segmento m		Segmento [H, B]
Se crea el Polígono2 a través de la herramienta polígono regular, el cual es un polígono regular que tiene como dos de sus vértices los puntos F y G y es un polígono de tres vértices.	Polígono polígono2		Polígono (F, G, 3)
Se crea a través de la Herramienta Polígono el segmento n, correspondiente a uno de los lados del triángulo (Extremos puntos F y G)	Segmento n		Segmento [F, G]
Se crea a través de la Herramienta Polígono el segmento p, correspondiente a uno de los lados del triángulo (Extremos puntos G y I)	Segmento p		Segmento [G, I]
Se crea a través de la Herramienta Polígono el punto I, el cual es el otro	Punto I		Polígono (F, G, 3)

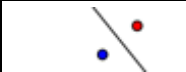

vértice del triángulo con vértices F, G y I			
Se crea a través de la Herramienta Polígono el segmento q, correspondiente a uno de los lados del triángulo (Extremos puntos I y F)	Segmento q		Segmento [I, F]
Se crea a través de la herramienta Bisectriz la recta r la cual es la bisectriz del Angulo con extremos A, H y vértice B y esta a su vez es la Mediatriz de l.	Recta r		Mediatriz de l
Se crea a través de la herramienta Bisectriz la recta s la cual es la bisectriz del Angulo con extremos B, H y vértice A y esta a su vez es la Mediatriz de m.	Recta s		Mediatriz de m
Se crea a través de la herramienta Bisectriz la recta t la cual es la bisectriz del Angulo con extremos A, B y vértice H y esta a su vez es la Mediatriz de k.	Recta t		Mediatriz de k
Se crea a través de la Herramienta Punto de Intersección, el punto j, que es el punto de intersección entre las rectas r, s y t	Punto J		Intersección de r, s
Se crea el Polígono2' a través de la herramienta Rotación, el cual es la rotación del polígono2 que tiene como centro de rotación el punto J y se rota a 120°.	Polígono polígono2'		polígono2 rotado por el ángulo 120°
Se crea el Polígono2'' a través de la herramienta Simetría axial, el cual es la Reflexión del polígono2' y tiene como eje de simetría la recta t.	Polígono polígono2''		Simétrico de polígono2' por t
Se crea el Polígono2'_1 a través de la herramienta Homotecia, el cual es la homotecia a una escala de 1/3 del polígono2 y tiene como centro de homotecia el punto B.	Polígono polígono2'_1		Homotecia de polígono2, de factor 1 / 3 desde B
Análogo a la construcción de polígono2'_1	Polígono polígono2'_2		Homotecia de polígono2, de factor 1 / 3 desde A
Se crea el Polígono t1 a través de la herramienta Simetría axial, el cual es	Polígono t1		Simétrico de polígono2'_2 por s

la Reflexión del polígono2'_2 y tiene como eje de simetría la recta t.			
Análogo a la construcción de polígono t1	Polígono t1'		Simétrico de t1 por r
Análogo a la construcción de polígono t1	Polígono t1''		Simétrico de t1' por t
Análogo a la construcción de polígono t1	Polígono t1'''		Simétrico de t1'' por s
Se crea a través de la Herramienta Recta por dos Puntos la Recta a (Pasa por los puntos G y J) esta es de importancia debido a que es otro eje de simetría para algunas de las figuras a generar	Recta a		Recta G, J
Se crea el Polígono t2 a través de la herramienta Simetría axial, el cual es la Reflexión del polígono2'_1 y tiene como eje de simetría la recta a	Polígono t2		Simétrico de polígono2'_1 por a
Análogo a la construcción de polígono t2	Polígono t2'		Simétrico de t2 por t
Análogo a la construcción de polígono t2	Polígono t2''		Simétrico de t2' por s
Análogo a la construcción de polígono t2	Polígono t2'''		Simétrico de t2'' por r
Análogo a la construcción de polígono t2	Polígono t3		Simétrico de t2''' por t
Análogo a la construcción de polígono t2	Polígono t3'		Simétrico de t3 por s
Se crea el Polígono t4 a través de la herramienta Homotecia, el cual es la homotecia a una escala de 1/3 del polígono2'_1 y tiene como centro de homotecia el punto B.	Polígono t4		Homotecia de polígono2'_1, de factor 1 / 3 desde B
Se crea el Polígono t4' a través de la herramienta Simetría axial, el cual es la Reflexión del polígono t4 y tiene como eje de simetría la recta r.	Polígono t4'		Simétrico de t4 por r
Análogo a la construcción de polígono t4	Polígono t5		Homotecia de polígono2'_1, de factor 1 / 3 desde G
Análogo a la construcción de polígono t4'	Polígono t5'		Simétrico de t5 por a
Análogo a la construcción de polígono t4'	Polígono t4'_1		Simétrico de t4 por a

Análogo a la construcción de polígono t4'	Polígono t4' ₂		Simétrico de t4 por t
Análogo a la construcción de polígono t4'	Polígono t5' ₁		Simétrico de t5 por t
Análogo a la construcción de polígono t4'	Polígono t5''		Simétrico de t5' por t
Análogo a la construcción de polígono t4'	Polígono t6		Simétrico de t4' ₁ por t
Análogo a la construcción de polígono t4'	Polígono t4' ₃		Simétrico de t4 por s
Análogo a la construcción de polígono t4'	Polígono t5' ₂		Simétrico de t5 por s
Análogo a la construcción de polígono t4'	Polígono t5'' ₁		Simétrico de t5' por s
Análogo a la construcción de polígono t4'	Polígono t7		Simétrico de t4' ₁ por s
Análogo a la construcción de polígono t4'	Polígono t6'		Simétrico de t6 por s
Análogo a la construcción de polígono t4'	Polígono t5'''		Simétrico de t5'' por s
Análogo a la construcción de polígono t4'	Polígono t8		Simétrico de t5' ₁ por s
Análogo a la construcción de polígono t4'	Polígono t9		Simétrico de t4' ₂ por s
Análogo a la construcción de polígono t4'	Polígono t9'		Simétrico de t9 por t
Análogo a la construcción de polígono t4'	Polígono t8'		Simétrico de t8 por t
Análogo a la construcción de polígono t4'	Polígono t10		Simétrico de t5''' por t
Análogo a la construcción de polígono t4'	Polígono t6''		Simétrico de t6' por t
Análogo a la construcción de polígono t4'	Polígono t7'		Simétrico de t7 por t
Análogo a la construcción de polígono t4'	Polígono t11		Simétrico de t5'' ₁ por t
Análogo a la construcción de polígono t4'	Polígono t12		Simétrico de t5' ₂ por t
Análogo a la construcción de polígono t4'	Polígono t13		Simétrico de t4' ₃ por t
Se crea a través de la Herramienta Punto de Intersección, el punto K, que es el punto de intersección entre el	Punto K		Intersección de k, polígono2' ₁

polígono 2'_1 y el segmento k (uno de los lados del polígono 1)			
Se crea a través de la Herramienta Punto de Intersección, el punto L, que es el punto de intersección entre el polígono 2'_1 y el segmento k (uno de los lados del polígono 1)	Punto L		Intersección de k, polígono 2'_1
Se crea a través de la Herramienta Punto de Intersección, el punto m, que es el punto de intersección entre el polígono t1' y el segmento l (uno de los lados del polígono 1)	Punto M		Intersección de l, t1'
Se crea a través de la Herramienta Punto de Intersección, el punto N, que es el punto de intersección entre el polígono t1' y el segmento l (uno de los lados del polígono 1)	Punto N		Intersección de l, t1'
Se crea a través de la Herramienta Recta por dos Puntos la Recta b (Pasa por los puntos K y J) esta es de importancia debido a que es otro eje de simetría para algunas de las figuras a generar	Recta b		Recta K, N
Análogo a la construcción de polígono t4'	Polígono t4'_4		Simétrico de t4 por b
Se crea a través de la Herramienta Punto de Intersección, el punto O, que es el punto de intersección entre el polígono t1'' y el segmento m (uno de los lados del polígono 1)	Punto O		Intersección de m, t1''
Se crea a través de la Herramienta Punto de Intersección, el punto P, que es el punto de intersección entre el polígono t1''' y el segmento m (uno de los lados del polígono 1)	Punto P		Intersección de m, t1'''
Se crea a través de la Herramienta Recta por dos Puntos la Recta e (Pasa por los puntos L y O) esta es de importancia debido a que es otro eje de simetría para algunas de las figuras a generar	Recta e		Recta L, O
Se crea el Polígono t5'_3 a través de la herramienta Simetría axial, el cual es	Polígono t5'_3		Simétrico de t5 por e

la Reflexión del polígono t_5 y tiene como eje de simetría la recta e .			
Análogo a la construcción de polígono $t5_3$	Polígono $t14$		Simétrico de $t5_3$ por a
Análogo a la construcción de polígono $t5_3$	Polígono $t15$		Simétrico de $t4_4$ por a
Análogo a la construcción de polígono $t5_3$	Polígono $t15'$		Simétrico de $t15$ por t
Análogo a la construcción de polígono $t5_3$	Polígono $t14'$		Simétrico de $t14$ por t
Análogo a la construcción de polígono $t5_3$	Polígono $t16$		Simétrico de $t5_3$ por t
Análogo a la construcción de polígono $t5_3$	Polígono $t17$		Simétrico de $t4_4$ por t
Análogo a la construcción de polígono $t5_3$	Polígono $t18$		Simétrico de $t4_4$ por s
Análogo a la construcción de polígono $t5_3$	Polígono $t19$		Simétrico de $t5_3$ por s
Análogo a la construcción de polígono $t5_3$	Polígono $t14'_1$		Simétrico de $t14$ por s
Análogo a la construcción de polígono $t5_3$	Polígono $t15'_1$		Simétrico de $t15$ por s
Análogo a la construcción de polígono $t5_3$	Polígono $t15''$		Simétrico de $t15'$ por s
Análogo a la construcción de polígono $t5_3$	Polígono $t14''$		Simétrico de $t14'$ por s
Análogo a la construcción de polígono $t5_3$	Polígono $t16'$		Simétrico de $t16$ por s
Análogo a la construcción de polígono $t5_3$	Polígono $t17'$		Simétrico de $t17$ por s
Análogo a la construcción de polígono $t5_3$	Polígono $t17'_1$		Simétrico de $t17$ por r
Análogo a la construcción de polígono $t5_3$	Polígono $t16'_1$		Simétrico de $t16$ por r
Análogo a la construcción de polígono $t5_3$	Polígono $t14''_1$		Simétrico de $t14'$ por r
Análogo a la construcción de polígono $t5_3$	Polígono $t15''_1$		Simétrico de $t15'$ por r
Análogo a la construcción de polígono $t5_3$	Polígono $t15'_2$		Simétrico de $t15$ por r
Análogo a la construcción de polígono $t5_3$	Polígono $t14'_2$		Simétrico de $t14$ por r

Análogo a la construcción de polígono t5'_3	Polígono t20		Simétrico de t5'_3 por r
Análogo a la construcción de polígono t5'_3	Polígono t21		Simétrico de t4'_4 por r

Triángulo de Sierpinsky

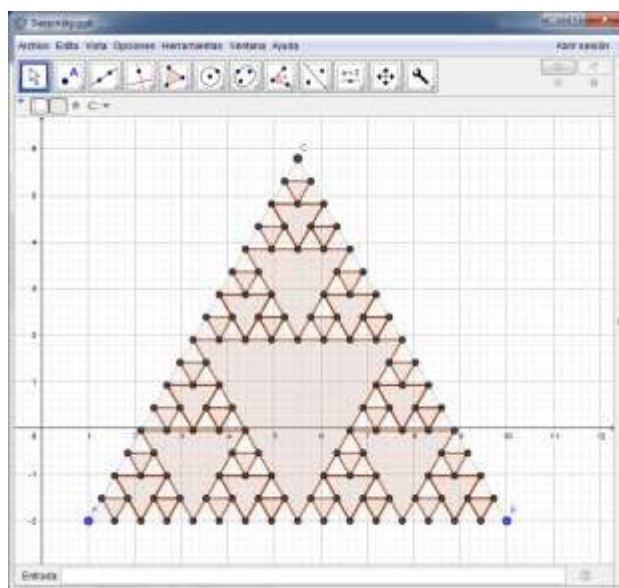














Ilustración 8. Aplicativo triángulo de Sierpinski


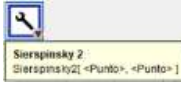
Tabla 12. Características del triángulo de Sierpinski

Objetivo	Generar herramientas propias como simplificación de pasos en un proceso de construcción reiterativo.	
Descripción	Este aplicativo cuenta con tres herramientas que facilita las iteraciones en el triángulo de Sierpinski	
Área	Sucesiones y series	
Contenidos	Geometría Euclidiana Fractales	Homotecia Área nula
Herramientas	Elige y mueve Punto Punto medio o centro	Homotecia Polígono regular Herramientas propias
Links	https://www.youtube.com/watch?v=1O0oEJ2osCs https://www.geogebra.org/m/kEkJQ25A	

Tabla 13. Protocolo de Construcción del Triángulo de Sierpinsky

Definición	Nombre	Icono de la Herramienta	Descripción
Se crea Punto A Como un objeto libre para Generar un triángulo	Punto A		Punto Libre
Se crea Punto B Como un objeto libre para Generar un triángulo	Punto B		Punto Libre
Se crea el Polígono1 a través de la herramienta polígono regular, el cual es un polígono regular que tiene como dos de sus vértices los puntos B y A y es un polígono de tres vértices.	Polígono1		Polígono B, C, A
Se crea a través de la Herramienta Polígono el segmento f, correspondiente a uno de los lados del triángulo (Extremos puntos A y B)	Segmento f		Segmento [A, B]
Se crea a través de la Herramienta Polígono el segmento g, correspondiente a uno de los lados del triángulo (Extremos puntos B y C)	Segmento g		Segmento [B, C]
Se crea a través de la Herramienta Polígono el punto C, el cual es el otro vértice del triángulo con vértices A, B y C	Punto C		Polígono(A, B, 3)
Se crea a través de la Herramienta Polígono el segmento h, correspondiente a uno de los lados del triángulo (Extremos puntos C y A)	Segmento h		Segmento [C, A]
Se crea a través de la Herramienta Punto Medio, el punto D, el cual es el punto medio entre los Puntos C y B	Punto D		Punto medio de C, B
Se crea a través de la Herramienta Punto Medio, el punto E, el cual es el punto medio entre los Puntos B y A	Punto E		Punto medio de B, A
Se crea a través de la Herramienta Punto Medio, el punto F, el cual es el punto medio del segmento h	Punto F		Punto medio de h
Se crea el Triángulo t1 (Polígono F, D, E) a través de la herramienta polígono.	Triángulo t1		Polígono F, D, E
Se crea a través de la Herramienta Polígono el segmento e, correspondiente a uno de los lados del triángulo (Extremos puntos F y D)	Segmento e		Segmento [F, D]

Se crea a través de la Herramienta Polígono el segmento f_1, correspondiente a uno de los lados del triángulo (Extremos puntos D y E)	Segmento f_1		Segmento [D, E]
Se crea a través de la Herramienta Polígono el segmento c, correspondiente a uno de los lados del triángulo (Extremos puntos E y F)	Segmento d		Segmento [E, F]
Se crea a través de la Herramienta Punto Medio, el punto G, el cual es el punto medio entre los Puntos D y B	Punto G		Punto medio de D, B
Se crea a través de la Herramienta Punto Medio, el punto H, el cual es el punto medio entre los Puntos E y B	Punto H		Punto medio de E, B
Se crea a través de la Herramienta Punto Medio, el punto I, el cual es el punto medio entre los Puntos E y D	Punto I		Punto medio de D, E
Se crea el Triángulo t2 (Polígono I, H, G) a través de la herramienta polígono.	Triángulo t2		Polígono I, H, G
Se crea a través de la Herramienta Polígono el segmento g_1, correspondiente a uno de los lados del triángulo (Extremos puntos I y H)	Segmento g_1		Segmento [I, H]
Se crea a través de la Herramienta Polígono el segmento i, correspondiente a uno de los lados del triángulo (Extremos puntos H y G)	Segmento i		Segmento [H, G]
Se crea a través de la Herramienta Polígono el segmento h, correspondiente a uno de los lados del triángulo (Extremos puntos G y I)	Segmento h_1		Segmento [G, I]
Se crea el Triángulo t3 (Polígono A, E) a través de la Herramienta Sierpinsky1 la cual dados dos puntos del triángulo me genera el triángulo de los puntos medios.	Triángulo t3		Sierpinsky1(A, E)
Se crea a través de la Herramienta Sierpinsky1, el punto J, el cual es el punto medio entre los Puntos A y F	Punto J		Sierpinsky1(A, E)
Se crea a través de la Herramienta Sierpinsky1, el punto K, el cual es el punto medio entre los Puntos E y F	Punto K		Sierpinsky1(A, E)

Se crea a través de la Herramienta Sierpinsky1, el punto L, el cual es el punto medio entre los Puntos A y E	Punto L		Sierpinsky1(A, E)
Se crea el Triángulo t3 (Polígono A, E) a través de la Herramienta Sierpinsky1 la cual dados dos puntos del triángulo me genera el triángulo de los puntos medios.	Triángulo t4		Sierpinsky1(F, D)
Se crea a través de la Herramienta Sierpinsky1, el punto M, el cual es el punto medio entre los Puntos C y F	Punto M		Sierpinsky1(F, D)
Se crea a través de la Herramienta Sierpinsky1, el punto N, el cual es el punto medio entre los Puntos C y D	Punto N		Sierpinsky1(F, D)
Se crea a través de la Herramienta Sierpinsky1, el punto O, el cual es el punto medio entre los Puntos F y D	Punto O		Sierpinsky1(F, D)
De manera Análoga a la Construcción de la herramienta Sierpinsky1 se genera la Herramienta Sierpinsky2 la cual reproduce que dados dos puntos genera los objetos descritos anteriormente con el solo dar clic en dos puntos del triángulo. (de esta manera generamos una herramienta más "compleja" que ayuda a iterar procesos)	Triángulos t5, t6, t7, t8; Segmentos j, k, l, m, n y p; Puntos P, Q, R, S, T, U, V, W, A_1, B_1 y C_1.		Sierpinsky2(H, B)

Cónicas

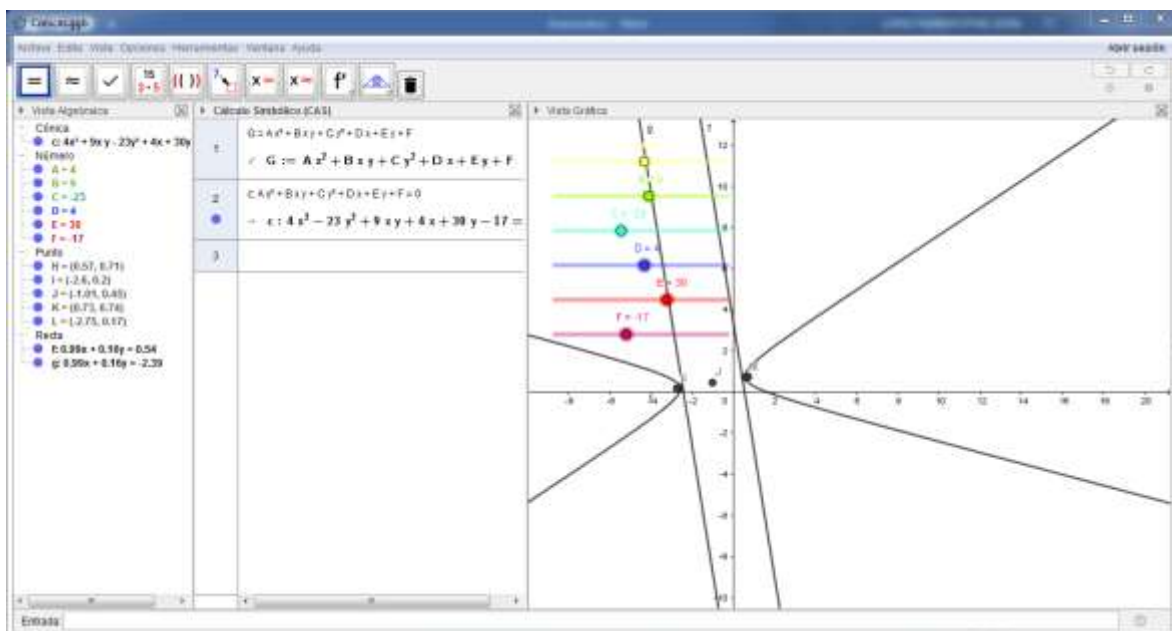







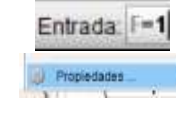

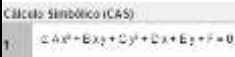

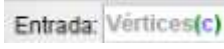
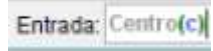
Ilustración 9. Aplicativo secciones cónicas

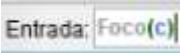



Tabla 14. Características de Secciones cónicas

Objetivo	Instruir aplicación de la Vista CAS y sus herramientas	
Descripción	Este aplicativo expresa el comportamiento de secciones cónicas representando sus expresiones algebraicas en la Vista CAS y la Algebraica, con variables independientes ligadas a deslizadores.	
Área	Geometría Analítica	
Contenidos	Elipse Parábola	Hipérbola Cónicas como lugar geométrico
Herramientas	Punto Elipse Hipérbola	Parábola
Comandos	Cónicas	
Links	https://www.youtube.com/watch?v=U8Nfegn7914 https://www.geogebra.org/m/XyQKy5B3	

Tabla 15. Protocolo de Construcción de Secciones Cónicas

Definición	Nombre	Icono de la Herramienta	Descripción
Se crea a través de la barra de entrada la variable número A, un numero con unas características dadas al cual posteriormente se le asigna la función de ser un numero dinámico que puede tomar valores entre -100 y 100.	Número A		Variable A

Se crea a través de la Herramienta deslizador la variable número A, un numero con unas características dadas que se crea como el aleatorio que puede tomar valores entre -100 y 100.	Número B		Variable B
Se crea a través de la Herramienta deslizador la variable número A, un numero con unas características dadas que se crea como el aleatorio que puede tomar valores entre -100 y 100.	Número C		Variable C
Se crea a través de la Herramienta deslizador la variable número A, un numero con unas características dadas que se crea como el aleatorio que puede tomar valores entre -100 y 100.	Número D		Variable D
Se crea a través de la Herramienta deslizador la variable número A, un numero con unas características dadas que se crea como el aleatorio que puede tomar valores entre -100 y 100.	Número E		Variable E
Se crea a través de la Herramienta deslizador la variable número A, un número con unas características dadas que se crea como el aleatorio que puede tomar valores entre -100 y 100.	Número F		Variable F
Se genera a través de la Vista Cas la Expresión G, una expresión algebraica la cual vincula las variables anteriormente generadas	Celda CAS G		$G := A x^2 + B x y + C y^2 + D x + E y + F$
Se genera a través de la Vista Cas la Cónica c, una cónica dependiente de los deslizadores de las variables A, B, C, D, E y F.	Cónica c		$A x^2 + B x y + C y^2 + D x + E y + F = 0$
Se crea a través de la barra de entrada por medio de el comando Vértice, el punto H el cual corresponde a ser uno de los vértices de mi cónica c	Punto H		Vértice de c
Se crea a través de la barra de entrada por medio de el comando Vértice, el punto I el cual corresponde a ser uno de los vértices de mi cónica c	Punto I		Vértice de c
Se crea a través de la barra de entrada por medio de el comando Centro, el punto H	Punto J		Centro de c

el cual corresponde a ser el centro de mi cónica c			
Se crea a través de la barra de entrada por medio de el comando Foco, el punto K el cual corresponde a ser uno de los Focos de mi cónica c	Punto K		Foco de c
Se crea a través de la barra de entrada por medio de el comando Foco, el punto L el cual corresponde a ser uno de los Focos de mi cónica c	Punto L		Foco de c
Se crea a través de la barra de entrada por medio de el comando Directriz, la recta g la cual es la recta que corresponde a ser una de las directrices de mi cónica c	Recta g		Directriz de c
Se crea a través de la barra de entrada por medio de el comando Directriz, la recta f la cual es la recta que corresponde a ser una de las directrices de mi cónica c	Recta f		Directriz de c

Tasas de Cambio

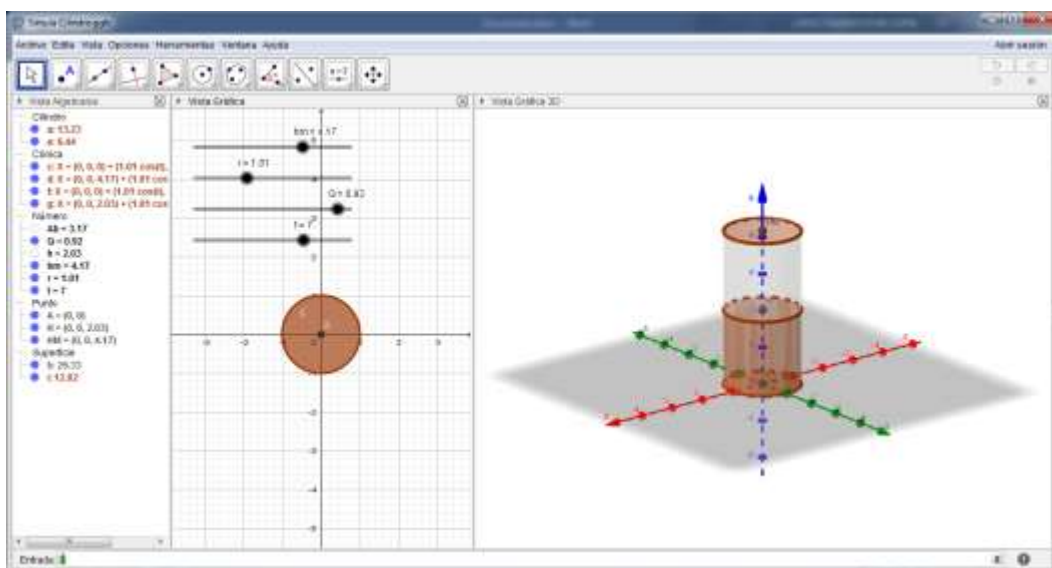





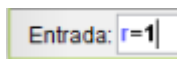

Ilustración 10. Aplicativo Tasa de cambio


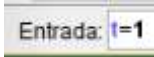

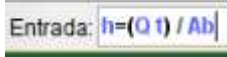
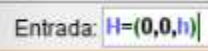

Tabla 16. Características de Tasa de cambio en un cilindro

Objetivo	Brindar un aplicativo construido a través de las herramientas de la Vista 3D
Descripción	Construcción que representa la tasa de cambio por medio del llenado de un recipiente cilíndrico, dependiente de las variables altura, radio y tiempo.
Área	Cálculo diferencial

Contenidos	Incremento y tasas de cambio Derivación	Interpretación Geométrica del incremento La derivada como velocidad
Herramientas	Deslizadores Vista 3D Rota la vista gráfica 3D	Punto Cilindro
Comandos	Punto	
Links	https://www.youtube.com/watch?v=G7QLWT-e2iw&t=3s https://www.geogebra.org/m/SxSj7wwQ	

Tabla 17. Protocolo de Construcción tasas de cambio

Definición	Nombre	Icono de la Herramienta	Descripción
Se crea el punto A, a través de la Herramienta Punto, un punto con una característica dada, que es la intersección entre los ejes cartesianos	Punto A (0, 0)		Intersección de EjeX, EjeY
Se crea a través de la barra de entrada la variable hm, un numero con unas Características dadas ya que se crea como una de las variables que determina la altura del cilindro	Número hm		Variable hm
Se crea a través de la barra de entrada un punto en el espacio que tiene coordenadas en el eje X y Y nulas y en Z el valor de la variable hm	Punto HM		(0, 0, hm)
Se crea a través de la barra de entrada la variable r, un numero con unas Características dadas ya que se crea como una de las variables que determina el radio de la base de la circunferencia del cilindro	Número r		Variable r
Se crea el Cilindro a través de la herramienta Cilindro, con el punto que determina el centro de la base, el radio y la altura.	Cilindro a		Cilindro(A, HM, r)
Se la circunferencia c través de la herramienta Cilindro, con el punto que determina el centro de la base, el radio y la altura.	Circunferencia c		Cilindro(A, HM, r)
Se la circunferencia d través de la herramienta Cilindro, con el punto que	Circunferencia d		Cilindro(A, HM, r)

determina el centro de la base, el radio y la altura.			
Se crea a través de la barra de entrada la variable Q, un numero con unas Características dadas ya que se crea como una de las variables que determina el caudal con el cual se llena el cilindro.	Número Q		Variable Q
Se crea a través de la barra de entrada la variable t, un numero con unas Características dadas ya que se crea como una de las variables que determina el tiempo que transcurre con el cual se llena el cilindro.	Número t		Variable t
Se crea a través de la barra de entrada la variable Ab, un numero con unas Características dadas ya que se crea como el valor del área de la base del cilindro.	Número Ab		πr^2
Se crea a través de la barra de entrada la variable h, un numero con unas Características dadas ya que se crea como el valor de la altura relativa que tiene el cilindro al llenarse y que depende del caudal, el tiempo transcurrido y la base del cilindro.	Número h		$(Q t) / Ab$
Se crea a través de la barra de entrada un punto en el espacio que tiene coordenadas en el eje X y Y nulas y en Z el valor de la variable h	Punto H(0, 0,h)		(0, 0, h)
Se crea el Cilindro e través de la herramienta Cilindro, con el ponto que determina el centro de la base, el radio y la altura.	Cilindro e		Cilindro(A, H, r)
Se la circunferencia f través de la herramienta Cilindro e, con el punto que determina el centro de la base, el radio y la altura.	Circunferencia f		Cilindro(A, H, r)
Se la circunferencia g través de la herramienta Cilindro e, con el punto que determina el centro de la base, el radio y la altura.	Circunferencia g		Cilindro(A, H, r)

Sólido de Revolución

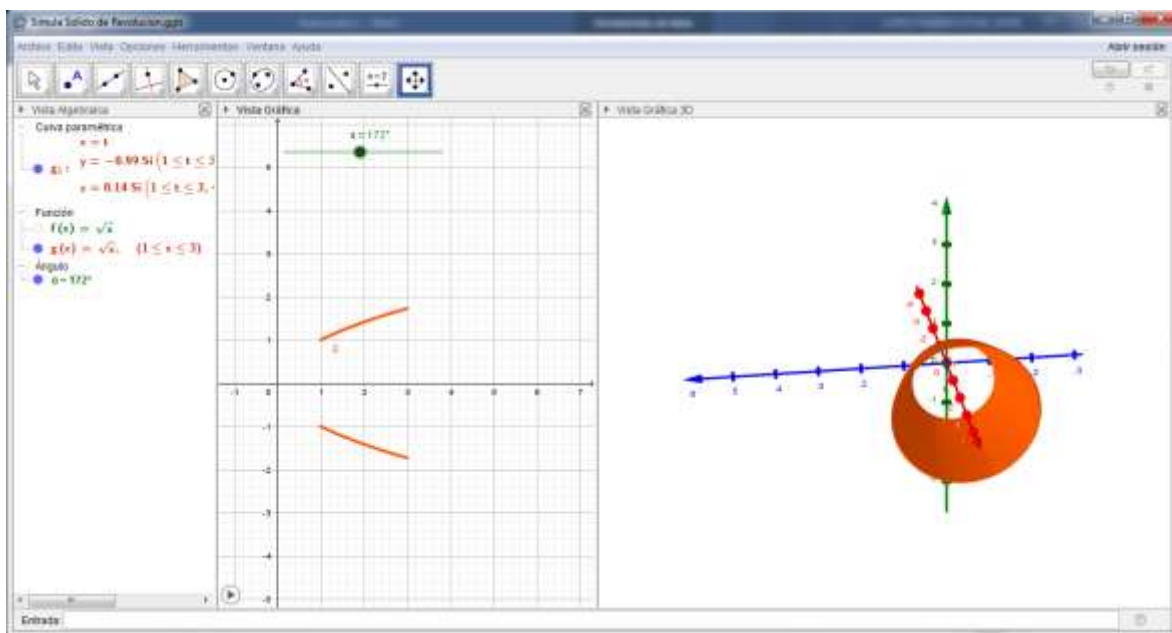





Ilustración 11. Aplicativo Sólido de Revolución

Tabla 18. Características del Aplicativo sólidos de revolución

Objetivo	Brindar soporte en la visualización de cálculo integral	
Descripción	Representa un sólido descrito por la rotación de una función dada sus extremos, mediante el empleo de la vista 3D	
Área	Cálculo Integral	
Contenidos	Función dada sus extremos Sólidos de revolución	
Herramientas	Rotación Axial Deslizador	Rota Vista Gráfica 3D
Comandos	Función Sqrt	
Links	https://www.youtube.com/watch?v=aWNeyI4Y-fQ https://www.geogebra.org/m/K5H5dpSS	

Tabla 19. Protocolo de Construcción

Definición	Nombre	Icono de la Herramienta	Descripción
Se genera a través de la barra de entrada la función f definida como la raíz de x	Función f		$f(x) = \sqrt{x}$

Se genera a través de la barra de entrada la función Acotada g definida como la raíz de x en el intervalo $(1,3)$	Función g		$g(x) = \text{Si}(1 \leq x \leq 3, \sqrt{x})$
Se crea a través de la Herramienta deslizador el Angulo α , un numero con unas características dadas que se crea como un ángulo con valores entre 0 y 360 .	Ángulo α		α
Se genera la Curva paramétrica g_1 como el rastro de la función dependiendo del ángulo α	Curva paramétrica g_1		Rastro generado por α

Generación y edición de Videos

Con el fin de recrear y enseñar el uso de diferentes herramientas de GeoGebra en la generación de aplicativos útiles para la enseñanza de matemáticas, se grabaron videos de la construcción de cada uno de los recursos. Cada uno de los videotutoriales se caracterizó por desarrollarse resaltando los siguientes contenidos:

- *Introducción:* Al iniciar los videos tutoriales se realizó un recuento de su contenido, resaltando el tipo de aplicativo a desarrollar, la(s) herramienta(s) principal(es) a emplear y el tipo de contenidos matemáticos que podrían enseñarse con la construcción.
- *Contenido:* Se caracterizó por la explicación paso a paso de cómo realizar los aplicativos y la forma de uso de cada herramienta y comando empleado. Además, se describieron las formas de personalización en cada uno de los casos de las vistas de GeoGebra y las construcciones.
- *Contextualización:* Consiste en el enlace realizado con los links presentes en la descripción del videotutorial donde se encuentran los aplicativos terminados y con otros videos al momento de realizar el uso de herramientas ya empleadas y explicadas ampliamente en videos anteriores.

Para la grabación de los videotutoriales fue usado el software Camtasia Studio 8.0, el cual permitió la grabación de audio y video y su posterior edición. La edición de los videos se realizó con el fin de optimizar el tiempo y evitar procesos repetitivos llevados a cabo en

la construcción de los aplicativos, de esta forma, lograr videos cortos y fáciles de visualizar en la web. Además, se resaltó cada pulso de “clic” realizado, se resaltaron partes de la pantalla en los videos, ampliando vistas de la pantalla, insertando textos y señalando información importante para las instrucciones dadas en los videos.

Cabe resaltar que en función de realizar una enseñanza desde el manejo básico de GeoGebra se realizaron diferentes videos de generalidades, los cuales consisten en lo señalado en la Tabla 20

Tabla 20. Descripción de videos generales

Video	Descripción	Link
Descarga	Se introdujo paso a paso cómo realizar la descarga e instalación de GeoGebra 5.0 para Windows	https://www.youtube.com/watch?v=p9XzzQyFzjc&t=62s
Descripción General	Se explicó el interfaz de visualización básico de GeoGebra, describiendo la Vista Gráfica, Vista Algebraica y la barra de entrada y cómo moverse a través de ellas. También se realizó una introducción a las herramientas para la creación de objetos elementales. Así como también uno para la vista correspondiente a la ventana CAS	https://www.youtube.com/watch?v=Q3_Ht0Ru81k&t=7s https://www.youtube.com/watch?v=QM9g0zJ5dpw&t=2s

Publicación de contenidos

Con el fin de convertir en recursos accesibles, todos los aplicativos y videos realizados fueron publicados en dos plataformas: GeoGebra Tube y YouTube, respectivamente. Los contenidos subidos en estas plataformas se encuentran relacionados en la medida que fueron referenciados por medio de links.

YouTube

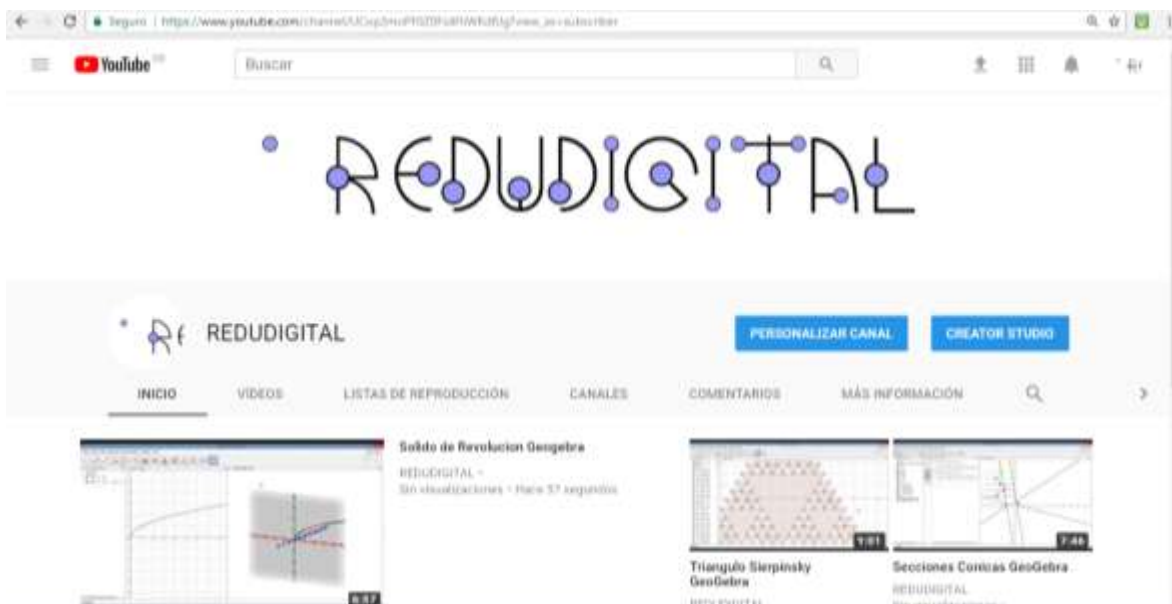


Ilustración 12. Canal de YouTube: Redudigital
Fuente: YouTube

En el caso de los videos, como se nombró anteriormente, fueron cargados al portal de videos de YouTube. Esta acción implicó los siguientes pasos:

- Creación de un canal de YouTube: Esta plataforma requiere que se cuente con un canal asociado a una cuenta de Gmail para cargar videos. El canal creado recibió en nombre de “REDUDIGITAL” lo que indica recursos para la educación digital y se asignó el logo en la imagen miniatura que permite el canal, como se observa en la Ilustración 12.
- Cargar el video: en este paso fue necesario tener presente la ubicación de los archivos de los videos en el disco con para facilitar su carga.
- Por otro lado, YouTube permite la adición de detalles por medio del cual se agregó una descripción de cada video donde se enlazó a los links necesarios en GeoGebra Tube.
- Etiquetas: También se agregaron etiquetas con palabras clave en cada caso útiles para que los videos sean encontrados fácilmente por motores de búsqueda.

- Por último, se eligió configuración de privacidad “Público”, para que el contenido subido pudiese ser encontrado por cualquier persona.

GeoGebraTube

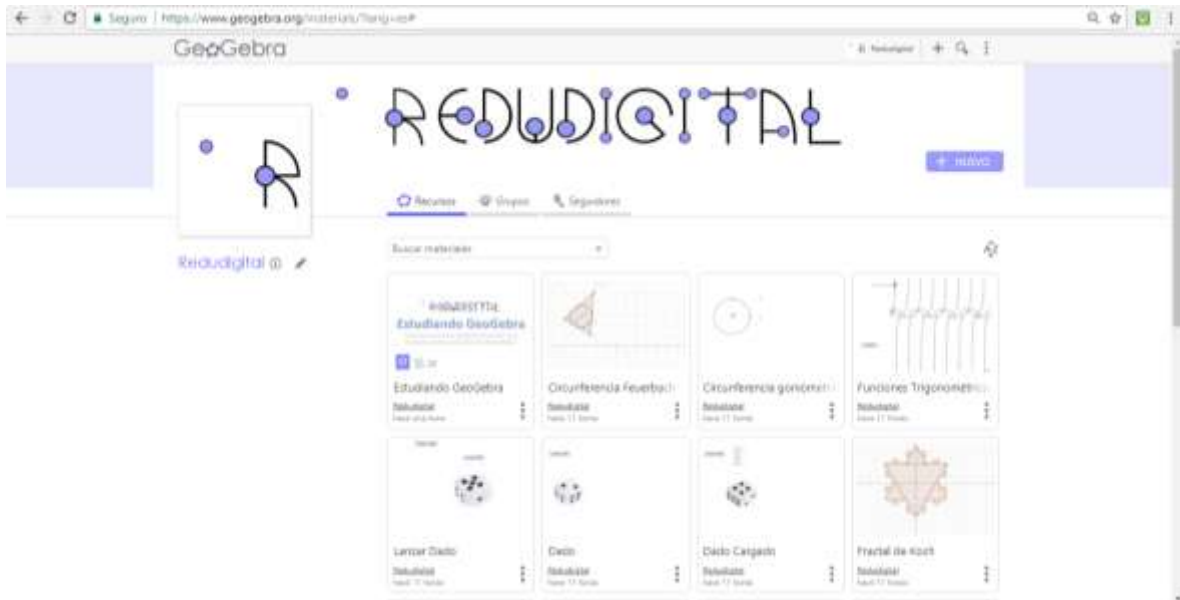


Ilustración 13. Perfil de GeoGebra Tube
Fuente: GeoGebra

En el caso de los recursos, como se nombró anteriormente, fueron cargados a la plataforma de GeoGebraTube. Esta acción implicó los siguientes pasos:

- Creación de un canal de GeoGebra: Para esto se requiere de una cuenta de correo, para lo cual se empleó la misma cuenta con la que se creó el canal de YouTube El Perfil de Usuario Se genero con los datos personales y el nombre asociado al canal ya creado. Se asignó el logo en la imagen miniatura y en la portada el nombre como se observa en la Ilustración 13.
- Cargar los recursos: en este paso fue necesario tener presente la ubicación de los archivos en el disco para facilitar su carga y además de esto tener presente las dimensiones de la pantalla debido que algunos recursos contaban con gran tamaño en su presentación y esto podría afectar su visualización en algunos dispositivos.

- Etiquetas: También se agregaron etiquetas con palabras clave en cada caso útiles para que los recursos sean de fácil acceso en los motores de búsqueda.
- Por último, se eligió como configuración de privacidad “Público”, para que el contenido subido pudiese ser encontrado por cualquier persona.

GeoGebra Book

Se empleó GeoGebra Book para realizar una recopilación de los recursos generados y presentarlos de tal manera que cada uno contara adicionalmente con un videotutorial. Este video fue incrustado en la web de GeoGebra para así lograr un enlace entre las dos plataformas y obtener una presentación más dinámica. En la Ilustración 14, se puede observar el GeoGebra Book generado con los aplicativos y los videos desarrollados en este documento. Este Libro puede ser encontrado a través del link <https://ggbm.at/rQgPhy5c> o mediante la búsqueda con el título “Estudiando GeoGebra” en el portal de GeoGebraTube.



Ilustración 14. Geogebra Book: Estudiando GeoGebra

Fuente: GeoGebra

CONCLUSIONES

Retos en la creación de recursos educativos digitales

La grabación de los videos como recursos educativos digitales representaron una nueva experiencia, la cual demandó nuevos conocimientos y destrezas; dentro de ellos el manejo del software de grabación y edición de los mismos Camtasia Studio. En este sentido, fue necesario realizar un proceso de aprendizaje para su manejo, incluyendo la manipulación de las herramientas disponibles, solución de errores producidos por falta de práctica y errores comunes del software en la grabación sonido.

Por otro lado, este ejercicio exige algunas técnicas para su realización como una buena vocalización, evitar el uso de muletillas, de tal forma que se optimice el tiempo de grabación. Además, se identificó una complejidad al momento de iniciar los videos relacionada con el papel a cumplir, el cambio de rol y la costumbre a la interacción con los estudiantes en el aula. En esta medida, el aprendizaje de “ensayo y error” en la grabación y edición de los videos demandó repetición de algunas acciones, al igual que en el desarrollo de los aplicativos en GeoGebra, haciendo de la práctica algo indispensable para uso de las tecnologías.

Se pretende que los recursos educativos digitales presentados en este trabajo de grado no se limiten al papel, sino por el contrario sean aprovechados por el público en general beneficiándose de las plataformas de difusión libre y masiva dónde fueron compartidos. De la misma forma, los recursos estén disponibles para brindar el soporte didáctico a futuros profesores que quieran incluir en su formación la enseñanza a través de GeoGebra aprovechando sus diferentes ventajas.

Aplicación de conocimientos

Durante el desarrollo del presente trabajo de grado, en general, fueron aplicados conocimientos adquiridos en todas líneas curriculares como programación, geometría, estadística y probabilidad, algebra, cálculo, y enseñanzas. Por ejemplo, en el desarrollo de los aplicativos por medio de GeoGebra fueron aplicados conceptos de lenguajes de

programación y algoritmos, ya que a pesar de la disponibilidad de herramientas gráficas en su interfaz se hace necesario el uso de comandos para facilitar algunos procesos de construcción y acceder a funciones adicionales del software.

Una razón a la cual se atribuye que no fueron necesarios conocimientos adicionales a los adquiridos en la formación como docente es que los temas trabajados son básicos, ya que se centró la atención en introducir los temas de manera proporcional y en función del manejo de herramientas.

Potenciales Áreas de aplicación de GeoGebra

En mi opinión, en el programa de Licenciatura de Matemáticas existen diversas áreas en las cuales se facilitarían su aprendizaje como la geometría analítica, el cálculo en varias variables, cálculo Integral, cálculo diferencial, sucesiones y series. Esto se debe a que son áreas donde los docentes tienden a inducir a las prácticas rutinarias de los conocimientos, desaprovechando así el potencial que ofrecen las TIC por medio de un aprendizaje basado en la exploración y visualización, como se puede obtener por medio del empleo de los recursos digitales presentados en este documento.

Desde mi experiencia en el proceso de formación en el Programa de Licenciatura en Matemáticas se presenta aun una resistencia a la enseñanza con TIC por parte de algunos profesores, los cuales realizan sus clases enfocados en algunos libros de texto los cuales se vienen manejando de mucho tiempo atrás y no realizan un proceso de modernización de acuerdo con el contexto que tienen los estudiantes hoy en día. Por este motivo es de resaltar en mi proceso de formación algunas de las materias como las pertenecientes a la línea de tecnología en las cuales el desarrollo de actividades con el uso de recursos digitales, ya que incentivan a que se fortalezca el uso de estas herramientas en los docentes en formación y de esta manera lograr que estos a su vez los involucren para sus procesos de enseñanza en el aula de clase de manera más dinámica. Adicionalmente también rescatar algunas de las enseñanzas como lo fue la de la estadística y Probabilidad, que apporto a la puesta en práctica de TIC en el desarrollo del curso y de esta manera lograr proponer un cambio en el desarrollo de estas enseñanzas.

Algo a tener en cuenta posterior al desarrollo del este trabajo es que se debe buscar que electivas como Geometría Dinámica pasen a ser de indispensables en el proceso de formación docente, debido a que si se quieren realizar proceso que integren las TIC en la enseñanza de la educación matemática cursos como estos son de gran ayuda para adquirir conocimiento en el manejo de estos recursos.

BIBLIOGRAFIA

- ALEMÁN DE SÁNCHEZ, Á. (1998). La enseñanza de la matemática asistida por computadora. Universidad Tecnológica de Panamá, Facultad de Ciencias y Tecnología: <http://www.utp.ac.pa/articulos/ensenarmatematica.html>.
- ARNAL B. A., y OLLER A. M. (2017). Formación del profesorado y demostración matemática. Estudio exploratorio e implicaciones. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 31(57), 135-157. Obtenido de <http://www.scielo.br/pdf/bolema/v31n57/0103-636X-bolema-31-57-0135.pdf>
- ARDILA, O. (2011). Diseño e implementación de objetos virtuales de aprendizaje como estrategia de apoyo para la enseñanza de las matemáticas en la educación técnica profesional. Disponible en http://repository.uniminuto.edu:8080/xmlui/bitstream/handle/10656/2753/TAMB_ArdilaChaparroOscar_2011.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- ARJONA, M & BLANDO, M. (2007). Ambientes Virtuales de Aprendizaje. Metodología para la Educación a Distancia, 9, 18. Disponible en: <https://magno-congreso.cic.ipn.mx/CD-2007/Magno%20Congreso%20CIC%202007/METODOLOGIA%202007/Methodologia%202007.pdf#page=15>
- AUSUBEL, D., NOVAK, J. & HANESIAN, H. (1997). Psicología educativa. Un punto de vista cognitiva. México. Trillas
- BATISTA, M. Á. H. (2006). Consideraciones para el diseño didáctico de ambientes virtuales de aprendizaje: una propuesta basada en las funciones cognitivas del aprendizaje. *Revista Iberoamericana de Educación*, 38(5), 2.
- BAUTISTA, A. (1994). Entre la cultura y la alfabetización informática. Pixel-Bit, (2), 89-100.
- BENITO, M., QUIMBAY, E. y VÁSQUEZ, L. (2017). Estrategia Didáctica Mediada Por Geogebra y un Aula Virtual Para El Desarrollo De Funciones Exponenciales En

Contexto Para Estudiantes Del Grado 11 De La Institución Educativa Las Américas.
Fundación Universitaria Los Libertadores, Cartagena, Colombia.

CARNOY, M. (2004). Las TIC en la enseñanza: posibilidades y retos. Lección inaugural del curso académico, 2005, 1-19

COLOMBIA APRENDE (2017). Recursos educativos digitales para la enseñanza de las áreas de Ciencias Naturales, Matemáticas y Lenguaje, para educación básica y media. Recuperado Agosto 22 de 2017, de <http://aprende.colombiaaprende.edu.co>

DEL-PINO, J. (2013). El uso de Geogebra como herramienta para el aprendizaje de las medidas de dispersión. Actas de las 1ª Jornadas Virtuales en Didáctica, 243-250.

GANNERUP, T. (2013). Reseña histórica de GeoGebra. ggbkursos.dk. Recuperado 15 de Octubre de 2017, de <http://ggbkursos.dk/geogebra/nyheder/historisk-tilbageblik-pa-geogebra/?lang=es>

GEOGEBRA, (2017). Acerca de GeoGebra. [Geogebra.org](http://www.geogebra.org). Rescatado Julio de 2017 , de <https://www.geogebra.org/about?ggbLang=es>

GÓMEZ, J. A. P., & SÁNCHEZ, Z. C. N. (2015). Modelación matemática y Geogebra en el desarrollo de competencias en jóvenes investigadores. Revista Logos, Ciencia & Tecnología, 7(1), 65-70.

GOMEZ, E., NAVAS, D., APONTE, G. y BETANCOURT, L. (2014). Metodología para la revisión bibliográfica y la gestión de información de temas científicos, a través de su estructuración y sistematización. Dyna, 81(184). Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=49630405022>

GROS, B., & SILVA, J. (2005): “La formación del profesorado como docentes en los espacios virtuales de aprendizaje”, en Revista Iberoamericana de Educación, n.º 36 (1), http://www.campus-oei.org/revista/tec_edu32.htm

HEEREN, E., & COLLIS, B. (1993). Design Considerations for Telecommunications-Supported Cooperative Learning Environments: Concept Mapping as a"

- Telecooperation Support Tool." *Journal of Educational Multimedia and Hypermedia*, 2(2), 107-27.
- HERRERA B., MIGUEL Á.(2004). Las nuevas tecnologías en el aprendizaje constructivo. *Revista Iberoamericana de educación*, 34(4), 1-20.
- INZUNSA, C. S. (2014). GeoGebra: Una herramienta cognitiva para la enseñanza de la probabilidad. In Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación. Recuperado de: <http://www.oei.es/historico/congreso2014/memoriactei/104.pdf>.
- KARSENTI, T., & LIRA, M. L. (2011). ¿Están listos los futuros profesores para integrar las TIC en el contexto escolar? El caso de los profesores en Quebec, Canadá. *Revista electrónica de investigación educativa*, 13(1), 56-70.
- LISTE, R. L. (2008). GeoGebra: La eficiencia de la intuición. *La Gaceta de la RSME*, 10(1), 223-239. Disponible en http://geogebra.es/pub/la_eficiencia_de_la_intuicion.pdf
- LEÓN, O. A., SCHILARDI, A. R., SEGURA, S. M., & POLENTA, C. (2016). Estilos de aprendizaje y objetos virtuales para enseñanza. *Journal of Learning Styles*, 9(18).
- MANRIQUE, V. E., & MEDINA, I. J. (2017). *Tareas Digitales: Recurso Didáctico Para Favorecer La Argumentación*. Universidad Pedagógica Nacional. Bogotá, D. C, Colombia.
- MARQUÉS, P. (1996). El software educativo. Universidad Autónoma de Barcelona. Monografía en Internet] Disponible en: http://www.lmi.ub.es/te/any96/marques_software/.
- MASSA, S. M., & PESADO, P. M. (2012). Evaluación de la usabilidad de un Objeto de Aprendizaje por estudiantes. *Revista TE & ET*, (8), 65-76. Disponible en <http://sedici.unlp.edu.ar/handle/10915/25537>
- MASON, R. (1991). Moderating educational computer conferencing. *Deosnews*, 1(19), 91-00011.

- MENESES, C. M. (2015). *Ambientes y Objetos Virtuales de Aprendizaje*. Bogotá D.C., Cundinamarca, Colombia: Vicerrectoría de Educación Virtual y a Distancia, Universidad Los Libertadores.
- MEN. (2012). *Recursos Educativos Digitales Abiertos Colombia*. Bogotá D.C., Cundinamarca, Colombia: Graficando Servicios Integrados. <http://www.colombiaaprende.edu.co/html/directivos/1598/article-172369.html>
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL (MEN). (2005). *Portal Colombia aprende. La red del conocimiento*. Recuperado de: http://www.colombiaaprende.edu.co/html/directivos/1598/article-99368.html#h2_1
- MIRANDA, R. (2005). *Comparación de procesadores geométricos. Geometría dinámica*. Recuperado el 10 de febrero de 2018, en <http://www.geometriadinamica.cl/2005/08/comparacion-de-procesadores-geometricos/>
- MORALES, M., ARIZA, Y. & GUTIÉRREZ MENDOZA. (2016). *Guía para el diseño de objetos virtuales de aprendizaje (OVA). Aplicación al proceso enseñanza-aprendizaje del área bajo la curva de cálculo integral*. *Revista Científica General José María Córdova*, 14(18), 127-147.
- MORALES, J., & TAVERA, I. (2017) *Millennials, centennials, tecnología y educación superior: El modelo LEKTURE*
- OEI. [Organización de Estados Iberoamericanos OEI]. (2017, octubre 14). *Conferencia Dynamic Mathematics for Everyone (subtitulada) Markus Hohenwarter [Archivo de video]*. Recuperado de <https://youtu.be/Yq1eBZjz16I>
- PIZARRO, R. A. (2009). *Las TICs en la enseñanza de las Matemáticas (Doctoral dissertation, Facultad de Informática)*. Disponible en http://sedici.unlp.edu.ar/bitstream/handle/10915/4152/Documento_completo.pdf
- RIVERA, E. (1997). *Aprendizaje asistido por computadora, diseño y realización*. Disponible en <http://www.geocities.com/eriverap/libros/Aprend-comp/apend1.html>

- RIVEROS, F., & PAEZ, E. (s.f.) Diseño de un Objeto Virtual de Aprendizaje para la Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas en la Universidad de los Llanos. Recuperado de http://www.colombiaaprende.edu.co/html/micrositios/1752/articulos-345071_recurso_2.pdf
- RODRÍGUEZ, M. (2011). Exploración del impacto producido por la integración del ambiente de geometría dinámica (agd) geogebra en la enseñanza de los cursos de matemáticas básicas de primer semestre de la universidad nacional de colombia sede palmira. National University of Colombia
- RODRÍGUEZ, O. (2017). Objetos de Aprendizaje con eXeLearning y GeoGebra para la definición y representación geométrica de operaciones con vectores y sus aplicaciones (Doctoral dissertation, Universidad de Salamanca).
- RUIZ L., N. (2012). Análisis del desarrollo de competencias geométricas y didácticas mediante el software de geometría dinámica GeoGebra en la formación inicial del profesorado de Primaria.
- RYAN, S., SCOTT, B., FREEMAN, H. & PATEL, D. (2000). The virtual University: the internet and resources based learning, London; Kogan Page.
- SALINAS, J. (1997). Nuevos ambientes de aprendizaje para una sociedad de la información. *Revista Pensamiento Educativo*, (20), 81-104. PUC de Chile.
- SALINAS, J. (2004). Innovación docente y uso de las TIC en la enseñanza universitaria. *RUSC. Universities and Knowledge Society Journal*, 1(1).
- SANDOVAL, I. T. (2009). La geometría dinámica como una herramienta de mediación entre el conocimiento perceptivo y el geométrico. *Educación matemática*, 21(1), 5-27.
- TAPSCOTT (1998): *Growing up Digital: The Rise of The Net Generation*, Nueva York. McGraw-Hill.
- VALLEJO, C. (2017). Geogebra: panorama actual y futuro | Observatorio Tecnológico. Recursostic.educacion.es. Recuperado 15 de Octubre de 2017, de

<http://recursostic.educacion.es/observatorio/web/gl/software/software-educativo/1082-geogebra-panorama-actual-y-futuro>

VILLARRAGA, M. E., SAAVEDRA, F., ESPINOSA, Y., JIMÉNEZ, C., SÁNCHEZ, L., & JEFFERSON, S. (2012). Acercando al profesorado de matemáticas a las TIC para la enseñanza y aprendizaje. Disponible en http://helvia.uco.es/bitstream/handle/10396/11638/Edmetic_vol_1_n_2_6.pdf

ZENGIN, Y., FURKAN, H., & KUTLUCA, T. (2012). The effect of dynamic mathematics software geogebra on student achievement in teaching of trigonometry. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 31, 183-187. ANEXOSnexo 1. Protocolo de Construcción de la Circunferencia de Feuerbach