ESTRUCTURACIÓN DE UNA PROPUESTA A ESTUDIANTES DE GRADO NOVENO DEL COLEGIO DISTRITAL KENNEDY J.T., PARA EL DESARROLLO DEL RAZONAMIENTO INDUCTIVO MATEMÁTICO

AUTOR:
FABIO VARGAS ORTIZ

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
FACULTAD DE EDUCACIÓN
DEPARTAMENTO DE POSGRADOS
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN
BOGOTA D.C.
2018

APLICACIÓN DE UNA PROPUESTA A ESTUDIANTES DE GRADO NOVENO DEL COLEGIO DISTRITAL KENNEDY J.T., PARA EL DESARROLLO DEL RAZONAMIENTO INDUCTIVO MATEMÁTICO

Trabajo de grado para optar por el título de Magister en Educación

AUTOR:
FABIO VARGAS ORTIZ

DIRECTOR:
JOSÉ BERNARDO GALINDO ÁNGEL

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL
FACULTAD DE EDUCACION
DEPARTAMENTO DE POSGRADOS
MAESTRIA EN EDUCACION
BOGOTA D.C.
2018

AGRADECIMIENTOS

A Dios todo poderoso, quien con
su espíritu fortaleció mi vida en los
momentos en que sentí desfallecer.

A mi esposa Sandra torres, quien ha comprendido con paciencia y
Amor el sacrificio de emprender y culminar este proyecto, a mis
hijos David Santiago e Isabella, quienes han sido el motor que
mueve mi vida; a ellos gracias por regalarme gran parte de su tiempo.

A mis padres, gracias por su entrega
consejo y motivación, porque con
su ejemplo ha forjado en mi un
espíritu combativo y de superación.

Al maestro José Bernardo, quien, con su dirección,
apoyo y sabiduría me ha guiado a culminar este
proceso de crecimiento personal y profesional.

1. Información General	
Tipo de documento	Tesis de grado
Acceso al documento	Universidad Pedagógica Nacional. Biblioteca Central
Título del documento	Aplicación de una propuesta a estudiantes de grado noveno del Colegio Distrital Kennedy J.T., para el desarrollo del razonamiento inductivo matemático.
Autor(es)	Vargas Ortiz, Fabio
Director	Galindo Ángel, José Bernardo
Publicación	Bogotá. Universidad Pedagógica Nacional, 2018. 162 p.
Unidad Latrocinante	Universidad Pedagógica Nacional
Palabras Claves	RAZONAMIENTO INDUCTIVO MATEMÁTICO; GEOGEBRA; SUCESIONES.

2. Descripción
La tesis de grado tiene como objetivo general estructurar una propuesta para el desarrollo del razonamiento inductivo matemático en estudiantes de grado noveno del Colegio Distrital Kennedy J.T., a través de la aplicación GeoGebra, la cual permite resolver problemas que pueden ser modelados mediante una sucesión. Para dar cumplimiento a tal propósito se diseñaron tres actividades, cada una de ellas da a conocer la situación mediante una construcción hecha en un Applet en GeoGebra, la cual los estudiantes pueden visualizar y manipular, facilitando la identificación de las regularidades; esta construcción está acompañada de una guía escrita donde hay una serie de preguntas orientadoras relacionadas con cada paso del razonamiento inductivo matemático.

Esta investigación se desarrolla bajo un enfoque cualitativo de carácter descriptivo. El desarrollo del trabajo cuenta con tres fases fundamentales: en la fase inicial se realiza un recorrido de búsqueda sobre el razonamiento inductivo, sucesiones y aplicaciones multimedia; en la fase intermedia se seleccionaron y diseñaron instrumentos para recopilar información acerca del razonamiento inductivo matemático, que permiten describir detalladamente los pasos del desarrollo, para lo cual, se tomó como referencia el modelo teórico propuesto por Cañadas (2007); en la etapa final, se realiza la descripción de los pasos del razonamiento inductivo que se evidencian en las soluciones dadas por los estudiantes en cada una de las actividades planteadas; donde, a partir de la aplicación de estas actividades se realiza una descripción y análisis de los resultados que se obtuvieron.

3. Fuentes

A continuación, se mencionan las fuentes bibliográficas principales:

Alvarez, M. Y., Alonso , I., & Gorina, A. (2012). Dinámica del razonamiento inductivo en la resolución de problemas matemáticos. Una propuesta didáctica.*Comité latinoamericano de matemática Educativa A. C.*

Álvarez, R., & Miguel, L. *Patrones y regularidades numéricas: razonamiento inductivo* (Tesis de Maestría) Universidad Nacional de Colombia.

Apóstol T. (1988). *Calculus V. I.*, Bogotá: Reverté S.A,

Ausubel, D. P., Novack, J. D., & Hanesian, H. (1983). *Psicología Educativa*. México: Ed. Trillas.

Balacheff, N. (2000). *Procesos de prueba en alumnos de matemáticas*. Bogotá: Una Empresa Docente.

Barrientos Tascón, P. A., Cano Vallejo, M. A., & Orozco Guzmán, J. (2010). *El razonamiento desde la enseñanza de conceptos matemáticos utilizando las TIC.*

Cabero, J. A. (2007). Las necesidades de las TIC en el ámbito eeducativo: oportinidades, riesgos y necesidades. *Tecnologia y comunicación educativas,(21),* 4-19.

Cabero Almenara, J., & Duarte Hueros, A. M. (1999). Evaluación de medios y materiales de enseñanza en soporte multimedia. *Pixel-Bit. Revista de medios y educación*, (*13)*, 23-45.

Cáceres, R. A., Genoff, R. A., & Zachman, P. P. (Julio de 2013). Apps móviles como herramientas de apoyo al aprendizaje matemático informal en Educación Superior. En VIII Congreso de Tecnología en Educación y Educación en Tecnología.

Cañadas, M. C. (2002). *Razonamiento inductivo puesto de manifiesto por alumnos de Secundaria.* (Trabajo de Investigación Tutelada). Dpto. de Didáctica de la Matemática, Granada: Universidad de Granada.

Cañadas, M. C., & Castro, E., (2004) Razonamiento inductivo de 12 alumnos de secundaria en la resolución de un problema matemático.

Cañadas, M. C. (2007). Descripción y caracterización del razonamiento inductivo utilizado por estudiantes de educación secundaria al resolver tareas relacionadas con sucesiones lineales y cuadráticas.

Castro, E., Cañadas, M. C., & Molina, M. (2010). El razonamiento inductivo como generador de conocimiento matemático. *UNO*, (*54)*, 55-67.

Cardeña Ojeda, R. A. (2016). Relación entre Multimedia Educativa y Aprendizaje Matemático en función del Estilo de Aprendizaje, en Alumnos de Quinto Grado de Educación Primaria.

Contreras Bravo, L. E., Escobar Elizalde, I., & Tristancho Ortiz, J. A. (2013). Estrategias educativas para el uso de las TIC en educación superior. *Tecnura*, 161-173.

Cruz Valencia, W. F., &DT-Morales Fiallos, F. (2014). La utilización de Material Didáctico Multimedia incidirá en la Enseñanza Aprendizaje del bloque curricular de Relaciones y Funciones en los estudiantes de noveno año de educación general básica del colegio Tirso de Molina de la ciudad de Ambato.

De Guzmán, M. (2007). Y la matemática. *Revista iberoamericana de educación*, (*43)*, 19-58.

Dewey, J. (1989). *Cómo pensamos*. Barcelona: Paidós.

Díaz, F., & Hernández, G. (1999). Estrategias de enseñanza para la promoción de aprendizajes significativos. *F. Díaz Barriga, Estrategias docentes para un aprendizaje significativo*.

Española, D. D. L. R. A. (2012). Madrid, 201.

Española, R. A. (2012). Migración. *Diccionario de la lengua española*, 1019.

García, G. (2003). *Estándares básicos de competencias en matemáticas. Potenciar el pensamiento matemático:un reto escolar.*

Gómez, G. R., Flores, J. G., & Jiménez, E. G. (1996). Metodología de la investigación cualitativa.

Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, P. (2010). Metodología de la investigación.

Hincapié Jaramillo, G. A., Suárez Ríos, A. M., & Urrea Galeano, G. L. (2008). El razonamiento matemático y la resolución de problemas.

ICFES. (2016). Resumen Ejecutivo Colombia en PISA 2015.

Jacquez, L. F. H., & Rodríguez, D. G. (2016). Las tecnologías multimedia y su relación con el aprendizaje de la matemática. *Revista Educación y Ciencia (ISSN 2448-525X)*, *5*(45).

MEN. (1998). Lineamientos Curriculares de matemáticas.

Méndez, V., Ruiz, L., & Figueroa, H. (2007). *Recursos digitales y multimedia*. México: UNAM.Recuperado de*http://ru. ffyl. unam. mx*, *8080*.

Mendoza Bedoya, C. C., Hurtado Betancur, J., & Mercado Romero, J. E. (2013). Explicaciones de los estudiantes de grado quinto al resolver problemas relacionados con progresiones aritméticas.

Merino, E. (2012). *Patrones y representaciones de alumnos de 5º de educación primaria en una tarea de generalización* (Doctoral dissertation). Universidad de Granada.

Moliner, M. (1986). *Diccionario de María Moliner.* Madrid: Gredos.

Morera, L., Chico, J., Badillo, E., & Planas, N. Problemas argumentativamente ricos para secundaria (i): reflexiones sobre el problema y la gestión del profesor.

Pachón Alonso, L. A., Parada Sánchez, R. A., Cardozo, C., & Zamir, A. (2016). El razonamiento como eje transversal en la construcción del pensamiento lógico. *Praxis & Saber*, *7*(14), 219-243.

Pérez Bartolomé, R. (2015). Apps móviles en la educación. Una propuesta de actividad. (Universidad de Valladolid).

Pólya, G. (1945). How to solve it. Princeton, NJ: University Press. (Traducción al castellano: J. Zugazagoitia, 1965, Cómo plantear y resolver problemas. México: Trillas).

Rico, L. (1997a). Dimensiones y componentes de la noción de currículo. En L. Rico (Ed.), Bases teóricas del currículo de matemáticas en educación secundaria (pp. 377-414). Madrid: Síntesis.

Rodríguez Gómez, G. (1996). Gil Flores, Javier. García Jiménez, Eduardo. *Metodología de la investigación cualitativa. Ediciones Aljibe, Archidona, Málaga*.

Rozo, O. P., & Pérez, V. R. D. (2014). Didáctica de las matemáticas y tecnologías de la información y la comunicación. *Educación y Desarrollo Social*.

Sarmiento, J. M. C. (2007). La identidad virtual y el trabajo colaborativo en red como bases para el cambio de paradigma en la formación permanente del profesorado. *DIM: Didáctica, Innovación y Multimedia*.

Stake, R. (1999). *Investigación con estudios de casos.* Madrid. Morata.

Valverde R. L. (2001). *El razonamiento matemático*.

Velásquez Naranjo, L. J. (2012). Enseñanza de sucesiones numéricas para potenciar el desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de grado cuarto de básica primaria.

Vidal Ledo, M., & Rodríguez Díaz, A. (2010). Multimedias educativas. *Educación médica Superior, 24*(3), 430-441.

Villamizar, N. H., Velandia, W. M., & Jaimes, S. P. (2012). Revisión teórica sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, 254-287.

4. Contenidos

Este trabajo de investigación contiene seis capítulos. El primero, presenta el planteamiento del problema, los antecedentes, la justificación y los objetivos que se pretende abarcar durante su desarrollo; el segundo, plantea los referentes teóricos que soportan este estudio, centrando la atención en el razonamiento inductivo matemático, las sucesiones, el aprendizaje significativo y aplicaciones multimedia. El tercer capítulo contiene la metodología del estudio, en él se explica el enfoque investigativo, el método por el cual se aborda el estudio, la caracterización de la población y la descripción de las tres fases que se llevaron a cabo para la realización de este trabajo (fase inicial, fase intermedia y fase final). En el cuarto capítulo se muestra el diseño de la propuesta, la descripción de las actividades que se aplican para dar cumplimiento al objetivo general. El modelo planteado por Cañadas en sus investigaciones es tomado como referencia para realizar el diseño y análisis de las actividades, para ello se reorganizó dentro de una tabla que evidencia los pasos del razonamiento según este modelo, la característica y los indicadores que dan parte de su aplicabilidad y cumplimiento. En el quinto capítulo se hace la descripción y análisis de los resultados, se contó con las producciones escritas plasmadas en cada una de las guías. Finalmente, en el sexto capítulo se incluyen las conclusiones a la luz de los objetivos planteados y se exponen unas conclusiones generales junto con las recomendaciones.

5. Metodología
En la metodología se evidencia el paso a paso realizado para cumplir con los objetivos establecidos inicialmente. Esta investigación se enmarca dentro de un enfoque cualitativo de carácter descriptivo, utilizando el método de estudio de caso. Contando para el desarrollo del trabajo con tres fases fundamentales: en la fase inicial, se realiza una búsqueda de trabajos y publicaciones relacionados con el razonamiento inductivo, sucesiones y aplicaciones multimedia, adicional a ello se planificó la realización de un diagnóstico de pre-saberes, ya que es fundamental conocer de antemano cuáles son las falencias o aciertos cognitivos de los estudiantes en cuanto al razonamiento inductivo matemático que poseen. En la fase intermedia, se realizó el proceso de elaboración y aplicación de las actividades, con las cuales se pretende observar y analizar el desarrollo del razonamiento inductivo matemático de algunos estudiantes de grado noveno del Colegio Distrital Kennedy J.T., mediante el desarrollo de las actividades planteadas. En la etapa final, se realiza la descripción de los resultados, se hace una clasificación de los pasos del razonamiento inductivo matemático a la luz de la teoría. De esta manera se pretende analizar el desarrollo del razonamiento inductivo y la idoneidad de la aplicación GeoGebra.

6. Conclusiones
A continuación, se presenta un resumen de las conclusiones del trabajo: Los estudiantes siguen la secuencia de preguntas de cada guía y recolectan información, ya que, observan, identifican y caracterizan algunas relaciones que se establecen en las figuras que aparecen en cada una de las construcciones del Applet; hallando regularidades e identificando el patrón en cada situación. Además, plantean y comunican las conjeturas verbalmente, estableciendo las relaciones y regularidades que han encontrado con anterioridad. La conjetura surge a partir de la exploración del Applet y el registro de datos que se ha hecho durante los dos primeros pasos del razonamiento, ya que es un proceso mediante el cual se comunican las características, regularidades o propiedades ya sea de manera verbal o simbólica.

El uso de dibujos y de objetos manipulables favorece el desarrollo del razonamiento inductivo matemático, y ayuda a que los reconozcan los errores y a partir de ellos reconstruyan el conocimiento, al establecer conexión entre los sistemas de representación hallando su significado. Por lo que proponer situaciones en el Applet resulta beneficioso, ya que, al presentar la situación de una manera distinta, donde se incluyen dibujos dinámicos que pueden ser manipulados por los estudiantes, les permite jugar un papel importante en su propio proceso de aprendizaje, pasando de ser receptores a creadores de conocimiento. En términos educativos, con la elaboración de las actividades que se implementaron en este trabajo se aportan elementos conceptuales como metodológicos, que permiten reflexionar sobre el ejercicio docente que se ha venido llevando a cabo dentro del aula de clase con los estudiantes, donde de manera habitual la enseñanza de la matemática ha hecho énfasis en la reproducción de contenidos, privilegiando el trabajo rutinario de dominio de algoritmos y de memorización (Álvarez, Alonso& Gorina, 2012); por tal razón es necesario que las situaciones que se planteen dentro del aula de clase propicien la actividad matemática, donde las nociones matemáticas involucradas no se presenten de manera terminada, sino como un proceso en el cual el estudiante tenga la posibilidad de promover el desarrollo de procesos de abstracción, creatividad, interpretación, expresión y comunicación de ideas entre otros, a partir de un trabajo exploratorio que permita la apropiación de conceptos y finalmente llegue a un aprendizaje significativo.

Elaborado por:	Vargas Ortiz, Fabio
Revisado por:	Galindo Ángel, José Bernardo

Fecha de elaboración del Resumen:	**26**	**03**	**2018**

Tabla de contenido

Introducción

Uno de los principales objetivos de la enseñanza es lograr un aprendizaje significativo en los estudiantes, esto implica llevarlos por el camino de la comprensión, para ello es necesario encontrar las estrategias y recursos adecuados que permitan contextualizar los conceptos, dándoles aplicabilidad y utilidad en el entorno en que se desenvuelven. Para ello se requiere de la implementación de nuevas prácticas escolares que permitan que el estudiante se involucre de manera protagónica en la búsqueda de soluciones a los problemas que se le plantean, prácticas basadas en la creatividad y en la innovación por parte de los maestros.

En el área de matemáticas particularmente, el tema de la innovación y la búsqueda de estrategias para transformar las didácticas de la clase es fundamental y constituye una preocupación constante de los maestros, existe un interés por evitar que la enseñanza de las matemáticas se reduzca a un abordaje procedimental y poco reflexivo, donde se privilegia el trabajo rutinario de dominio de algoritmos y prácticas de memorización (Álvarez, Alonso , & Gorina, 2012). Dentro del Colegio Kennedy J. Tarde, los estudiantes de grado noveno tienen la concepción de que las matemáticas son una disciplina estática y aburrida, que hace énfasis en el operativismo sin sentido de procesos largos y complicados y en la cual su actividad se reduce a realizar cálculos. Por tal razón, es fundamental fortalecer procesos inherentes al desarrollo de pensamiento, atendiendo no solo a la transmisión de contenidos y de procesos mecánicos y memorísticos, sino también a las acciones propias de la actividad matemática, como visualizar, identificar relaciones, regularidades, propiedades, patrones, etc.; formular, verificar, generalizar y validar conjeturas; acciones que a su vez hacen parte del razonamiento inductivo matemático y están en estrecha relación con el quehacer científico de un matemático, poniendo al estudiante en una situación semejante, donde puede actuar por tanteo, tomar ejemplos y contraejemplos, buscar regularidades y llegar a la formulación de leyes generales.

Por otra parte, las matemáticas son un medio donde los patrones y relaciones aparecen constantemente en sus contenidos, lo que es posible evidenciar en la teoría de números, la cual posee unas características especiales que hacen que sus propiedades, teoremas y problemas sean adecuados para ser descubiertos mediante el razonamiento inductivo; razón por la cual se incorporó a esta investigación la riqueza de las relaciones que están inmersas en las sucesiones. Temática que hace parte de la programación curricular para el grado noveno según el plan de estudios anual y los estándares establecidos por el Ministerio de Educación Nacional.

Además, teniendo en cuenta las características y rasgos importantes del aprendizaje significativo en la construcción del conocimiento, en la presente investigación se han incorporado herramientas tecnológicas como parte del escenario educativo, donde se evidencia la transformación de las prácticas tradicionales en las cuales el tablero, el marcador y el maestro eran el foco central del conocimiento, pasando a un ambiente donde el estudiante se convierte en protagonista de su proceso formativo. Como parte de estos recursos tecnológicos se incluye la aplicación multimedia GeoGebra, la cual está diseñada para el desarrollo del razonamiento inductivo matemático, esta con todas sus potencialidades y posibilidades en el ámbito del aprendizaje de la matemática, permite motivar y presentar un escenario diferente a los estudiantes.

En consecuencia, en este trabajo se plantea la aplicación de tres actividades, con la intencionalidad de promover el desarrollo de razonamiento inductivo matemático en el escenario de la aplicación multimedia denominada GeoGebra, privilegiando la argumentación en el sustento de los descubrimientos, la formulación de conjeturas y el acercamiento a procesos de generalización y validación, al resolver problemas que pueden ser modelados mediante una sucesión. Además, las preguntas realizadas en las diferentes actividades están enfocadas a promover el desarrollo del razonamiento inductivo matemático y las actividades que se plantean, relacionan la estructura de conocimiento sobre una base contextualizada, que con ayuda de la tecnología recrean situaciones reales referentes al trabajo con sucesiones, que de manera intencional vinculan las ideas previas pertinentes que se hallan en la estructura cognitiva del estudiante.

Este trabajo investigativo está organizado en seis capítulos, en el primero se presenta el planteamiento del problema, los antecedentes, la justificación y los objetivos que se pretende alcanzar; en el segundo, se expone el marco de referencia, dando a conocer los ejes temáticos que fundamentan la investigación, como lo son el razonamiento inductivo matemático, las sucesiones, el aprendizaje significativo y aplicaciones multimedia. El tercero, corresponde a la metodología, en este se evidencia el paso a paso realizado para cumplir con los objetivos establecidos inicialmente.

Esta investigación se desarrolla bajo un enfoque cualitativo de carácter descriptivo, ya que por la naturaleza del objetivo general, se parte de un interés por analizar las actuaciones matemáticas de los estudiantes y el desarrollo del razonamiento inductivo matemático en un nuevo escenario como lo son las aplicaciones multimedia, en este caso GeoGebra, al resolver problemas que pueden ser modelados mediante una sucesión. El método utilizado es un estudio de caso.

En el cuarto capítulo se muestra el diseño de la propuesta, la descripción de las actividades que se aplican para dar cumplimiento al objetivo general. El modelo planteado por Cañadas (2007) es tomado como referencia para realizar el diseño y el análisis de las actividades, para ello se reorganizó la información en una tabla que evidencia los pasos del razonamiento según este modelo, la característica y los indicadores que dan parte de su aplicabilidad y cumplimiento. En el quinto capítulo, correspondiente a la descripción y análisis de los resultados. Estos se describen a partir de las producciones escritas plasmadas en cada una de las guías, teniendo en cuenta que su estructura mantiene un orden específico relacionado con los pasos del razonamiento inductivo matemático a saber: *observar y organizar casos, identificación de patrones, formulación de conjeturas, justificación de conjeturas y generalización de conjeturas*.La descripción y análisis se realiza teniendo en cuenta el orden de los pasos ya mencionados y se muestran las imágenes de las producciones escritas de los estudiantes.

Por último, en el capítulo seis se encuentran las conclusiones a las que se llegan tras la implementación de las actividades y el análisis de los resultados obtenidos. En primer lugar, se hace referencia al alcance de los objetivos y en segundo lugar se exponen unas conclusiones generales junto con las recomendaciones

Capítulo I

Planteamiento del problema

Las matemáticas han gozado de una importancia sobresaliente dentro de la sociedad, constituyéndose en parte esencial de la formación cultural y académica de los estudiantes, sin embargo, su trascendencia contrasta enormemente con los resultados académicos y con los niveles alcanzados en las pruebas; por ejemplo, los resultados internacionales de la prueba PISA no nos dejan bien posicionados, ya que revelan que solo el 0,3% de los estudiantes obtuvieron resultados óptimos, mientras que un 66% de ellos se ubican en el nivel más bajo (ICFES, 2016); de igual manera, el resultado de la prueba SABER de grado noveno en el Colegio Kennedy I.E.D. J.T. arroja resultados no tan alentadores, ya que para el año 2016 el 62% de los estudiantes de esta institución se ubican en el nivel de desempeño mínimo (Anexo 1).

También resulta significativo destacar que en esta institución educativa se realizan durante el año escolar dos pruebas institucionales bajo la estructura de las pruebas Saber, los resultados promedio que se obtuvieron en grado noveno en el año 2016 no son muy distintos a los mencionados con anterioridad en las pruebas estandarizadas, ya que, tan solo el 13,33% obtuvo un resultado satisfactorio, el 26,6% un rendimiento aceptable, mientras que el 60,07% obtuvo nivel bajo. Sumado a esto, el índice de reprobación final del área de matemáticas durante ese año fue de 7,2 %, siendo un porcentaje elevado para el nivel. Esto puede ser una consecuencia de la práctica pedagógica de los docentes en el aula, puesto que los estudiantes en el desarrollo de las clases están acostumbrados a realizar procesos mecánicos para resolver ejercicios netamente algorítmicos, dejando de lado la resolución de problemas, el análisis y la interpretación.

Estas pruebas evalúan competencias básicas que se enfocan en la resolución de problemas y en el uso del conocimiento en diferentes aplicaciones de otras áreas y de su cotidianidad; en contraste con el tratamiento dado en las instituciones educativas, donde la enseñanza de la matemática se ha enfatizado en la reproducción de contenidos, privilegiando el trabajo rutinario de dominio de algoritmos y de memorización (Álvarez, Alonso , & Gorina, 2012). De esta manera, estas metodologías se han desligado de la realidad de los estudiantes, de su forma de razonar, de sus saberes, y se han centrado en la transmisión del conocimiento, presentando al maestro como el protagonista del proceso de enseñanza, coartando al estudiante de la construcción individual y colectiva del conocimiento y por tanto de su comprensión, imponiéndose una práctica mecánica e irreflexiva (Villamizar, Velandia, & Jaimes, 2012).

Las actividades que se desarrollan durante la clase de matemáticas en su mayoría exigen a los estudiantes un abordaje procedimental y poco reflexivo, donde no se vinculan los contenidos matemáticos con situaciones concretas de la cotidianidad, de tal manera que se manifiesta un insuficiente trabajo de análisis en los problemas matemáticos, lo que dificulta que el estudiante se apropie y comprenda la estructura y los componentes de los mismos (relaciones, características, propiedades).

Esta realidad no es ajena al Colegio Kennedy J.T., ya que los estudiantes de grado noveno conciben las matemáticas como una disciplina estática y aburrida, basada en procedimientos largos, complicados y sin sentido, debido a que no encuentran relación con su cotidianidad, situación que coarta la imaginación, la modelación, la abstracción y hasta la misma capacidad propositiva del estudiante; es decir, no se da lugar a la invención, a las refutaciones, al planteamiento de hipótesis o conjeturas o a la aplicación de los contenidos en situaciones problema cotidianas o de diferentes áreas del conocimiento, dificultando la apropiación de conceptos matemáticos y componentes como relaciones, propiedades o características comunes que facilitan su comprensión.

De esta manera es relevante trabajar procesos inherentes al desarrollo de pensamiento y no atender solo a la transmisión de contenidos y procesos mecánicos memorísticos; es indispensable trabajar en las acciones propias de la actividad matemática, que consisten en estudiar los elementos que aparecen en determinado contexto con el propósito de identificar y caracterizar comportamientos y propiedades para abstraer estructuras, moldear situaciones, aplicar modelos en la medida de las posibilidades que permitan llegar a resolver un problema determinado. Donde acciones como visualizar o identificar relaciones, regularidades, propiedades, patrones, etc.; formular, verificar, generalizar y validar conjeturas se concretan en la actividad matemática y contribuyen al desarrollo de otros procesos generales como la resolución y planteamiento de problemas, el razonamiento, la comunicación, la modelación y la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos. (MEN, 1998, p.35).

Por tanto, se debe incitar a los estudiantes a explorar, predecir e incluso a cometer errores y corregirlos; a leer, escribir y debatir sobre las matemáticas; a formular hipótesis, comprobarlas y elaborar argumentos sobre su validez; llevarlos a que desarrollen hábitos mentales matemáticos que sirvan para construir, simbolizar y generalizar ideas. Estas son acciones propias del razonamiento inductivo matemático que están en estrecha relación con el quehacer científico de un matemático y que ponen al estudiante en una situación semejante. Las cuales, como todo proceso de generalización tienen gran importancia en la vida cotidiana de los seres humanos.

Es así como el razonamiento inductivo matemático, ha jugado un papel importante y activo en la generación de nuevo conocimiento; puesto que, mediante este, al igual que los investigadores matemáticos, los estudiantes pueden actuar por tanteo, tomar ejemplos y contraejemplos, buscar regularidades y llegar a la formulación de leyes generales. Como parte del razonamiento, se puede establecer su aplicabilidad a los procesos de descubrimiento y validación. Para esta tarea, los patrones juegan un papel destacado en el proceso de razonamiento de los estudiantes, ya que proporcionan oportunidades importantes para formular conjeturas (descubrimiento) y dar razones de su validez (validación). La descripción y representación de patrones geométricos y numéricos aparecen asociadas a la generalización y al lenguaje algebraico y verbal como formas de expresar las generalizaciones.

De Koning, Hamers, Sijtsma y Vermeer, (citados en Cañadas, 2007), resaltan la importancia del razonamiento inductivo matemático, debido a que potencia el desarrollo de la inteligencia, la resolución de problemas y la lectura y la escritura; además, se ha considerado como un dominio específico del conocimiento. Aunque el razonamiento inductivo no es exclusivo de las matemáticas, si ocupa un lugar destacado dentro de esta ciencia, donde la actitud inductiva es fundamental para la construcción del conocimiento matemático debido a que permite establecer relaciones entre diferentes elementos a través del descubrimiento y la validación.

El trabajo con patrones y el descubrimiento de regularidades y leyes (formulación y validación de conjeturas), están vinculados al proceso de generalización, que forma parte del razonamiento inductivo matemático; entendido como la acción de generar ideas para llegar a una conclusión o para explicar un hecho; en esta dirección Cañadas (2002) relaciona el razonamiento inductivo como la acción del pensamiento humano adoptada para producir afirmaciones y alcanzar conclusiones, partiendo de casos particulares y buscando una generalidad, es decir, es el proceso de elaboración y verificación de conjeturas.

Para el desarrollo del razonamiento inductivo matemático se desatacan contenidos matemáticos con los que se puede usar la inducción; las matemáticas son un medio idóneo para realizar este tipo de razonamiento por ser una disciplina donde los patrones y relaciones aparecen constantemente. La teoría de números es una de las ramas de las matemáticas que posee unas características especiales que hacen que sus propiedades, teoremas y problemas sean adecuados para ser descubiertos mediante el razonamiento inductivo; por ello es propicio incorporar la riqueza de las relaciones que están en la base de cualquier concepto matemático de esta rama y en particular de las sucesiones. Por otra parte, Cañadas (2007); Álvarez (2012); Velásquez (2012); Merino (2012); Mendoza, Hurtado & Mercado (2013) coinciden en que las sucesiones es uno de los contenidos matemáticos que proporciona mayor facilidad para el desarrollo de este razonamiento. Además, las sucesiones, hacen parte de la programación curricular para el grado noveno según el plan de estudios anual; por estas razones, las sucesiones de números naturales son tomadas como parte del estudio del desarrollo del razonamiento inductivo matemático.

En este sentido, surge la necesidad de transformar el paradigma que ubica al maestro como protagonista de los procesos de enseñanza aprendizaje y como poseedor y transmisor del conocimiento, y del mismo modo, empoderar al estudiante como actor principal de su proceso de aprendizaje, esto por medio de la realización de actividades que relacionen la realidad de su entorno y permitan el desarrollo de su imaginación, de su abstracción y de su capacidad propositiva; para ello resulta propicio cambiar el escenario educativo tradicional donde el maestro es el centro del proceso (Villamizar, Velandia, & Jaimes, 2012), por uno que ofrezca nuevas posibilidades en el proceso de formación.

Más aun con la inclusión de las nuevas tecnologías de la información y comunicación (TIC) que han incursionado en todos los campos de la vida moderna, cambiando completamente la forma como los individuos, la comunidad y sociedad en general trabajan y se relacionan; escenario donde la educación no es la excepción, estas han ocasionado que la relación estudiante-maestro-conocimiento deje de ser rígida e inmóvil (Contreras Bravo, Escobar Elizalde& Tristancho Ortiz, 2013).

En la educación y específicamente en las matemáticas, el impacto de las TIC ha revolucionado la forma de enseñar y orientar el conocimiento y la interacción formativa que se presenta en todos los niveles de la educación en esta área (Santos, citado en Rozo, O. P., & Pérez, V. R. D. 2014); puesto que se puede hacer uso de herramientas virtuales para apoyar los procesos pedagógicos y el quehacer del maestro, convirtiendo a la tecnología en un escenario de interacción que brinda posibilidades para contribuir con el desarrollo de pensamiento, aportando estrategias conceptuales y analíticas al modelamiento de problemas y conceptos emergentes de una matemática significante, donde los estudiantes debaten y establecen conjeturas o aproximaciones para describir las representaciones y conceptos allí plasmados, de tal manera que se relacionan ideas y se llega a un aprendizaje significativo en términos de la comprensión de lo que se está haciendo y de la finalidad que se persigue (Guerrero, citado en Rozo, O. P., & Pérez, V. R. D., 2014).

Por lo tanto, para que se produzca un verdadero aprendizaje, es decir, un aprendizaje a largo plazo que no sea sometido al olvido, es necesario conectar los conocimientos nuevos con los previos, lo que hace imprescindible presentar estos conocimientos al estudiante de manera coherente y contextualizada, buscando una construcción sólida de los conceptos, interrelacionándolos unos con otros en forma de red de conocimiento. Este tipo de aprendizaje es capaz de modificar ideas previas, de ampliar la red de conocimientos e incluso de establecer nuevas relaciones entre conocimientos. Así, el aprendizaje consistiría en revisar, modificar y enriquecer los esquemas previos y establecer nuevas conexiones y relaciones entre ellos, en definitiva, consiste en construir desde lo que se les enseña.

Por otra parte, la integración de un escenario que proporcione diversidad de herramientas para que el estudiante pueda entender la complejidad en el tipo de aplicaciones y representaciones que se pueden obtener en el estudio de un objeto matemático, específicamente en el desarrollo del razonamiento inductivo, exige el uso de otras formas y medios para que se logre contextualizar el concepto, ponerlo en aplicabilidad desde un plano visual; ello le da al aprendizaje un referente dinámico que le otorga un sentido con significado y comprensión a aquello que se realiza.

Es dentro de esas posibilidades de interacción que se encuentran las TIC, ya que brindan la oportunidad de utilizar aplicaciones multimedia, entendidas como cualquier objeto o sistema que utiliza múltiples medios de expresión (físicos o digitales) para presentar o comunicar información. Los medios pueden ser variados, desde texto e imágenes, hasta animación, sonido, video, etc. También se puede calificar como multimedia a los medios electrónicos que permiten almacenar y presentar contenido interactivo.

Sin lugar a dudas una de las grandes posibilidades de las TIC radica en su capacidad para elaborar presentaciones multimedia, donde se puede utilizar una diversidad de símbolos, tanto de forma individual como conjunta para la producción de los mensajes: imágenes estáticas, imágenes en movimiento, imágenes tridimensionales, sonidos, etc., es decir, nos ofrece la posibilidad de ir más allá del uso de códigos verbales, utilizando otros audiovisuales y multimedia, con las repercusiones que ello tiene, ya que vivimos en un mundo multimedia interactivo, donde los códigos visuales han adquirido más importancia que en el pasado (Cabero, 2007).

Para llevar a cabo la propuesta de investigación se hará uso de Apps educativas; estas son programas creados para atender tareas específicas, concretas, que atienden a una necesidad con la mayor rapidez posible (Cáceres, Genoff, Zachman, 2013), además se pueden clasificar de acuerdo a su funcionalidad y sirven para visualizar imágenes o gráficas que permitan encontrar patrones o regularidades y establecer relaciones, otras proporcionan gran ayuda al realizar cálculos matemáticos complicados, además son útiles para comunicar de manera verbal, simbólica o gráfica ideas con el fin de tener un registro que permita organizar, clasificar e identificar la información de manera eficaz para formular la conjetura de forma clara.

Algunas aplicaciones permiten verificar la información estableciendo relaciones entre conceptos, facilitando la modelación y solución de situaciones problema en diferentes contextos; sumado a que posibilitan extender las actividades de aprendizaje en tiempo y espacio, remplazando los ambientes rutinarios de aprendizaje donde se privilegian el tablero y el marcador por otros donde se utilicen el computador y medios multimedia (Contreras Bravo, Escobar Elizalde, & Tristancho Ortiz, 2013), convirtiéndose así en un escenario educativo más llamativo y motivador para el estudiante.

No obstante, es necesario aclarar que utilizar las TIC para llevar a cabo las mismas tareas que se realizan en los escenarios tradicionales, donde solo se cambia el tablero y el marcador por la pantalla del computador, resulta poco productivo y no implica ningún cambio, por el contario se reduce el aprendizaje a la mera instrucción, la cual es entendida como la transmisión-recepción de información, asociada al conductismo como mecanismo de acción (estimulo-respuesta); en este aspecto Cabero (2007) hace claridad al afirmar que utilizar las TIC, para realizar las mismas cosas que con las tecnologías tradicionales, es un gran error. Las nuevas tecnologías nos permiten realizar cosas completamente diferentes, por ejemplo, abren espacios para que el estudiante pueda vivir experiencias matemáticas (difíciles de reproducir con los medios tradicionales como el lápiz y el papel) en las que él puede manipular directamente los objetos matemáticos dentro de un ambiente de exploración.

Razón por la cual, la tecnología en el proceso educativo es simplemente un medio y un recurso didáctico que puede movilizarse para resolver un problema o conformar un ambiente diferente que sea propicio en el proceso formativo; pero la solución de los problemas educativos no se va a dar por la incorporación de la tecnología en la educación, ya que las tecnologías sin importar lo avanzadas o estructuradas que sean, son medios que no pueden verse como elementos aislados o "autosuficientes", sino como partes integrantes de un todo donde tienen sus propias áreas de desempeño, por tanto, su sentido y efecto pedagógico resultará de las relaciones que se establecen con el resto de componentes donde son relevantes y adquieren sentido. Retomando la problemática y aspectos enmarcados en los párrafos anteriores, relacionados con la práctica pedagógica en la clase de matemáticas, el razonamiento inductivo matemático, la riqueza de las sucesiones en el desarrollo de este razonamiento y algunas de las posibilidades que brindan las aplicaciones multimedia en el campo educativo; surgen los interrogantes que son fundamentales en la investigación: ¿Qué tipo de actividades se deben proponer en la clase de matemáticas para favorecer el análisis y la comprensión de conceptos en el proceso de aprendizaje?, ¿Qué situaciones deberían plantearse para favorecer el desarrollo del razonamiento inductivo matemático en los estudiantes?, ¿Cómo la resolución de problemas favorece el desarrollo del razonamiento inductivo a través de las progresiones aritméticas y geométricas?, ¿Al trabajar problemas que involucran el razonamiento inductivo matemático, mejora el desempeño académico de los estudiantes?, ¿Qué estrategias pedagógicas alternativas se requieren para favorecer el desarrollo de razonamiento inductivo matemático en los estudiantes? ¿Qué incidencia tienen las aplicaciones multimedia en el desarrollo del razonamiento inductivo matemático en problemas que pueden ser modelados con sucesiones?, ¿Desarrollan los estudiantes el razonamiento inductivo matemático cuando trabajan en el escenario tecnológico de las aplicaciones multimedia?

Estos cuestionamientos acerca del papel del razonamiento inductivo en el aprendizaje especifico de las matemáticas, se consideran fundamentales para la construcción del conocimiento matemático a través del descubrimiento de patrones que pueden llevar a la formulación de propiedades y leyes generales; ya que, permiten la reflexión acerca de la importancia de brindar la posibilidad al estudiante de desarrollar su imaginación, su abstracción, de mejorar su interpretación y su capacidad de análisis, y de esta manera mejorar la comprensión de lo que hace. En adición a esto, en la cotidianidad del aula de clase, los estudiantes se ven enfrentados a la toma de decisiones donde es necesario vincular razonamientos que permitan establecer la ruta de solución de la problemática que se les pueda presentar, por lo que se hace necesario que el estudiante haga uso del razonamiento para organizar sus ideas, argumentarlas o refutarlas, lo que es importante cuando se necesita solucionar una situación.

Por las razones expuestas anteriormente, el objetivo del trabajo consiste en observar y analizar el desarrollo del razonamiento inductivo matemático en estudiantes de grado noveno del Colegio Distrital Kennedy J.T, a través del uso de aplicaciones multimedia; incorporando activamente la riqueza de las relaciones que están en las sucesiones. Se tomará la resolución de problemas como contexto adecuado para el desarrollo del razonamiento inductivo. En este sentido surge la siguiente pregunta de investigación ¿Cómo desarrollar el razonamiento inductivo matemático en estudiantes de grado noveno del Colegio Distrital Kennedy J.T., a través de la aplicación multimedia GeoGebra, al resolver problemas que pueden ser modelados mediante una sucesión?

Antecedentes

Para llevar a cabo este ejercicio investigativo se realizó una búsqueda bibliográfica que permitió conocer los acercamientos que otras investigaciones hacen en relación con el razonamiento inductivo, los patrones, las regularidades y las aplicaciones multimedia; hallando puntos de encuentro en los siguientes trabajos monográficos:

En el ámbito nacional y en relación con el razonamiento inductivo matemático, se puede encontrar por ejemplo la tesis de maestría desarrollada por Lina Velásquez Naranjo (2012) en la Institución Educativa Arzobispo Tulio Botero Salazar donde se aborda el análisis de regularidades para descubrir patrones en un contexto de grado cuarto de primaria, cuyo objetivo se centra en la construcción del concepto de sucesión numérica a través de la identificación de patrones de regularidad aditivo y multiplicativo para potenciar el desarrollo de competencias y el uso de pensamiento variacional. Esta propuesta ofrece diversas actividades de intervención donde se presentan secuencias con palabras, formas, colores, posiciones, cantidades y números que se le proporcionan al estudiante llevando un registro de datos y cálculos; con el objeto de identificar el fenómeno, describir el patrón, descubrir la regularidad y comprender los conceptos del patrón o regla de la sucesión (Velásquez, 2012).

De igual forma, en el trabajo desarrollado en la institución Bello Horizonte por Cindy Catalina Mendoza Bedoya, Janeth Hurtado Betancur y Jorge Enrique Mercado Romero (2013), quienes adelantaron una investigación cuya pretensión fue analizar las explicaciones escritas y verbales a partir de patrones y regularidades que presentan los estudiantes de grado quinto de la Institución Educativa Bello Horizonte al momento de resolver problemas relacionados con progresiones aritméticas; teniendo en cuenta tres aspectos que promueven las mismas, completar, verificar y proponer; y como complemento de ellas fue implementada la entrevista semiestructurada para aportar evidencia de explicaciones verbales.

Estas investigaciones fueron realizadas con estudiantes de los niveles de cuarto y quinto de básica primaria, allí se relacionan estudios acerca del trabajo con patrones y regularidades que son un punto de partida y de vital importancia en el desarrollo del razonamiento inductivo matemático, ya que los patrones y regularidades hacen parte estructural del mismo.

En este mismo ámbito y en relación con el razonamiento inductivo matemático en los niveles de secundaria, se encontró la tesis realizada por Hincapié Jaramillo Gloria Amparo, Suárez Ríos Adriana María y Urrea Galeano Gloria Luz (2008) titulada: *El razonamiento matemático y la resolución de problemas,* la cual surge como un aporte a las necesidades de los estudiantes, que utilizan las habilidades de pensamiento y el razonamiento matemático. La investigación está organizada en tres momentos: primero, el desarrollo de las habilidades del pensamiento, segundo, razonamiento matemático y por último la resolución de problemas. En esta propuesta se propone una estrategia metodológica para el fortalecimiento del razonamiento matemático, desarrollando 12 guías con objetivos específicos en cuanto al desarrollo de una habilidad.

También el trabajo realizado por Luis Miguel Rangel Barrientos (2012) titulado*: Patrones y Regularidades Numéricas: Razonamiento Inductivo;* el cual centra la atención en favorecer el trabajo progresivo de los estudiantes en el razonamiento de tipo inductivo a partir del descubrimiento de patrones y regularidades en las progresiones aritméticas y geométricas. En este trabajo se generó una unidad didáctica con 10 actividades orientadas al descubrimiento de patrones y a la búsqueda de regularidades.

En la tesis de maestría elaborada por Paula Andrea Barrientos Tascón, Mauricio Andrés Cano Vallejo y Jason Orozco Guzmán de la Universidad de Antioquia (2010) titulada *El razonamiento desde la enseñanza de conceptos matemáticos utilizando las TIC,* se presenta como objetivo principal, diseñar e implementar una propuesta didáctica orientada al desarrollo del razonamiento mediada por las TIC en la enseñanza de conceptos matemáticos, de continuidad, limite y derivada. La propuesta consta de 25 clases mediadas por las TIC donde se hizo uso de videos e imágenes, cuestionarios y 3 pruebas: diagnostica, intermedia y final.

En el ámbito internacional, se encontró la tesis doctoral de Cañadas (2007), donde se detalla como tema de investigación el mismo razonamiento inductivo enmarcado en la línea de pensamiento numérico y cuyo interés estaba centrado en analizar producciones de los estudiantes al resolver problemas y observar si había un uso de procesos inductivos, se desarrolló con estudiantes de tercer y cuarto curso de la ESO (Educación Secundaria Obligatoria) en España y se buscaba describir y caracterizar el razonamiento inductivo empleado por estos estudiantes al resolver problemas que puedan ser modelados mediante una progresión aritmética de números naturales de orden 1 ó 2 como objetivo central.

De esta investigación se toma el razonamiento como proceso de pensamiento que permite a los sujetos obtener conclusiones a partir de premisas previamente establecidas y destaca la elaboración y consideración de un modelo teórico de razonamiento inductivo, esto se resume en el orden que se menciona a continuación: trabajo con casos particulares, organización de casos particulares, identificación de factores, formulación de conjeturas, justificación, generalización y demostración; se aclara que no todos los estudiantes siguen esta estructura o utilizan todos los pasos sugeridos.

Por otro lado, se halló en la misma línea, el trabajo de razonamiento inductivo llevado a cabo con doce (12) estudiantes de secundaria basado en la resolución de un problema matemático, en el que se sustenta desde los principios y estándares para la educación matemática del NCTM que, para que un individuo entienda matemática, es de suma importancia que sea capaz de razonar, concepto entendido como un hábito mental que ha de desarrollarse mediante un uso coherente en muchos contextos matemáticos. Al respecto Cañadas (2004) considera el razonamiento de manera general, como el modo de encadenar conceptos e ideas que permite llegar a una conclusión.

Por su parte, Merino (2012), enfoca su investigación hacia la capacidad de generalización de un grupo de alumnos de quinto grado de educación primaria, para ello elaboró una prueba escrita que consta de 10 preguntas referidas a una situación inicial descrita verbalmente e introducida mediante una representación gráfica que constituye un ejemplo genérico. Las preguntas tratan sobre patrones y relaciones funcionales que se pueden establecer. En el informe se analizan las producciones de los estudiantes en dicha prueba, atendiendo a la capacidad de generalización que muestran, al uso de patrones para llegar a generalizar y al tipo de representaciones que utilizan (verbales, tabulares, gráficas, simbólicas, entre otras), uno de los resultados arrojados en dicha investigación es que tanto la observación de casos particulares como la abstracción, permiten llegar a la generalización mediante el reconocimiento de patrones y regularidades de lo que es común.

Paralelamente, respecto a los procesos de investigación relacionados con el tema que nos atañe, que tienen en cuenta la mediación por las TIC y aplicaciones multimedia, se encontró el trabajo de Roberto Alejandro Cardeña Ojeda (2013) titulado *Relación entre multimedia educativa y aprendizaje matemático en función del estilo de aprendizaje, en alumnos de quinto grado de*

Educación Primaria; este vincula como variables de la investigación el aprendizaje de las matemáticas, las posibilidades de trabajo que cada estilo de aprendizaje otorga en función de los procesos cognitivos y la necesidad de emplear recursos multimedia para potenciar el aprendizaje. Cuya meta general consiste en explorar su mutua interinfluencia y establecer pautas de acción en beneficio del aprendizaje de los alumnos.

En el trabajo de grado de maestría realizado por Wilson Fabián Cruz Valencia (2014) titulado *La utilización de material didáctico multimedia en la enseñanza aprendizaje del bloque curricular de relaciones y funciones en los estudiantes de noveno año de educación general básica del colegio tirso de molina de la ciudad de Ambato*; se propuso la elaboración de una guía didáctica multimedia como material didáctico para el fortalecimiento de los conocimientos del bloque curricular de Relaciones y Funciones; la propuesta es una aplicación elaborada en el software Power Point, estructurada en cinco módulos, contiene refranes de motivación, destrezas que se pretende alcanzar, así como el instrumento de evaluación de conocimientos. El objetivo de esta investigación es determinar de qué manera incide la utilización del material didáctico Multimedia en la enseñanza aprendizaje del bloque curricular de relaciones y funciones en el noveno año de Educación General Básica del colegio Tirso de Molina de la ciudad de Ambato.

En el trabajo de investigación titulado *Las tecnologías multimedia y su relación con el aprendizaje de la matemática en alumnos de sexto grado de educación primaria*, realizado por Luis Fernando Hernández Jacquez y Domitilo Gutiérrez Rodríguez (2016); el objetivo fue determinar la influencia que tiene el uso de las tecnologías multimedia tales como el video, las animaciones, la imagen, el texto, entre otros, en el aprendizaje de la matemática en educación primaria en México. La investigación se desarrolló desde un enfoque cuantitativo de tipo cuasi-experimental, utilizando para la recolección de la información una prueba pedagógica diseñada para tal efecto; los resultados arrojados muestran que para el grupo experimental los resultados son significativamente altos.

Finalmente, se halló en la misma línea, el trabajo titulado *Apps móviles en la educación. Una propuesta de actividad;* desarrollado por Raquel Pérez Bartolomé (2015); el objetivo principal fue diseñar una actividad curricular en la que se incluyeran los dispositivos móviles, propuesta que se tomó como ejemplo para cambiar la metodología de aprendizaje, constituyéndose en eje central el dispositivo móvil.

Los trabajos anteriormente citados conforman los antecedentes de la investigación, señalan caminos recorridos en direcciones en las que se identifican patrones convergentes como la resolución de problemas, sistemas de representación, estructuras numéricas, aplicaciones multimedia y enfoques investigativos. Respecto a estos últimos se puede constatar, que el cualitativo es el más utilizado en los estudios relacionados con el razonamiento inductivo, aunque algunos combinaron lo cuantitativo y lo cualitativo; a su vez, el nivel o tipo de investigación de estos trabajos está enmarcado dentro de una naturaleza de carácter exploratorio o descriptivo; sin embargo, para el desarrollo de las investigaciones no coincide el mismo método, ya que en algunas de ellas se implementó el estudio de casos, en otras la investigación acción o la entrevista semiestructurada. En cuanto a los trabajos que integraron las aplicaciones multimedia en su desarrollo se evidencia que el enfoque investigativo más usual fue el cuantitativo, y el tipo de investigación fue la experimental o cuasi-experimental.

Teniendo en cuenta las consideraciones metodológicas mencionadas en estas investigaciones y que el interés de la investigación está centrado en observar y analizar el desarrollo del razonamiento inductivo matemático a través de las aplicaciones multimedia, se considera que el enfoque acorde es el cualitativo y el tipo de investigación que más se acopla es el descriptivo.

Hacer una investigación descriptiva permite especificar propiedades, características y rasgos importantes del razonamiento inductivo matemático, lo que posibilita mostrar con mayor precisión sus dimensiones, de tal manera que para la observación y análisis del desarrollo del razonamiento inductivo matemático resulte más fácil recoger información de forma independiente o conjunta; y así hacer énfasis en el estudio de cada característica o relación con el fin de determinar cómo se manifiesta su desarrollo.

Algunos de los objetivos de las investigaciones están direccionados a realizar un análisis de las producciones escritas y verbales de los estudiantes a partir de la identificación y descubrimiento de patrones y regularidades al resolver problemas relacionados con progresiones aritméticas y geométricas, otras apuntan al fortalecimiento del razonamiento inductivo y a favorecer el trabajo progresivo de los estudiantes en razonamiento inductivo a partir del descubrimiento de patrones y regularidades; de acuerdo con estos objetivos, en los resultados alcanzados se reconocen diversas formas de explicar, entre las más comunes se encuentran las representaciones verbales, a pesar de que las numéricas y gráficas aparecen con mucha frecuencia.

En estas se considera que las representaciones gráficas se usan con mayor frecuencia cuando implican situaciones pequeñas, mientras que las numéricas se usan con representaciones grandes, además, al utilizar y relacionar los diferentes tipos de representaciones se posibilita el pasaje de un modelo a otro, pasar de expresiones dibujadas a expresiones numéricas y algebraicas. En síntesis, los resultados obtenidos de estas investigaciones coinciden en que tanto la observación de casos particulares como la abstracción permiten llegar a la generalización mediante el reconocimiento de patrones y regularidades de lo que es común.

En general, se observan dos marcos metodológicos frecuentes en la aproximación a los problemas relacionados con el razonamiento inductivo. Por un lado, hay investigaciones que se interesan por los resultados tras la aplicación de un proceso de instrucción, por otro, hay investigaciones que se centran en describir el proceso de razonamiento que siguen los estudiantes mientras resuelven unas tareas determinadas. En estas últimas se considera la necesidad de conocer el proceso de razonamiento de los estudiantes, más allá del resultado obtenido.

Por su parte, este trabajo de investigación está centrado en observar y analizar el desarrollo del razonamiento inductivo matemático a través de las aplicaciones multimedia, al resolver problemas que pueden ser modelados mediante una sucesión. El propósito se diferencia de las otras investigaciones en el tipo de escenario que se va a trabajar, ya que se observa el desarrollo del razonamiento en un escenario diferente al convencional; el de las aplicaciones multimedia, incorporando la riqueza de las relaciones que están presentes en las sucesiones contextualizadas en problemas.

Los trabajos presentados, independientemente del marco metodológico que emplean, comparten la resolución de problemas como contexto en el que los estudiantes deben dar respuesta a unas tareas determinadas. A este respecto, hay que destacar que, en esos problemas, la información de la que parten los estudiantes son uno o varios casos particulares expresados numérica o gráficamente. A partir de ellos se les plantea una propuesta de trabajo en la que deben continuar, explorar, generalizar, particularizar, comprobar, justificar o demostrar.

También dentro de los resultados sobresale la importancia y necesidad de implementar en la escuela estrategias pedagógicas para fortalecer los procesos de razonamiento, donde se desarrollen habilidades de exploración, interpretación, inferencia y transferencia que permitan al estudiante llegar a conclusiones y argumentos válidos en la exposición de sus ideas. En este sentido, dentro de los resultados encontrados en las investigaciones se evidencia que el uso de material multimedia ayuda al fortalecimiento de conocimientos teóricos y conceptuales; en un estudio experimental con un grupo de ellos se evidenció un mejor desempeño y motivación.

En estas investigaciones además se exponen nuevos retos y caminos, donde se plantean otros interrogantes y se abren nuevas líneas de investigación; una de ellas se proyecta desde los análisis de las producciones de los estudiantes, ya que se identificaron diferentes tipos de patrones, algunos de ellos no adecuados, se hace necesaria una profundización en el conocimiento de esos errores y el estudio de los obstáculos cognitivos y epistemológicos; así como un estudio donde se plantee el paso de un patrón concreto o gráfico a tablas numéricas. De igual manera, es posible trabajar en el significado de representaciones gráficas sobre un mismo concepto; así mismo, analizar las producciones de cada estudiante para apreciar la constancia en el uso de patrones y de diferentes representaciones enfocadas hacia la capacidad de generalización.

De este modo, de los resultados de estos trabajos surgen los siguientes interrogantes ¿Cómo la resolución de problemas favorece el desarrollo del razonamiento inductivo a través de las progresiones aritméticas y geométricas?, ¿Cómo favorecer en los estudiantes la acción de proponer problemas relacionados con progresiones geométricas?, ¿Qué otras acciones deberían implementarse para favorecer el desarrollo del razonamiento inductivo en el tema de progresiones aritméticas y secuencias de tipo gráfico?

Se evidencia entonces que en los caminos recorridos relacionados con el razonamiento inductivo matemático se encuentran puntos de convergencia en la resolución de problemas, los sistemas de representación, las estructuras numéricas y aplicaciones multimedia. En ellas se aconseja la resolución de problemas como contexto adecuado para el desarrollo del razonamiento inductivo, de igual forma coinciden en que las sucesiones son uno de los contenidos matemáticos que proporciona mayor facilidad para el desarrollo de este razonamiento; además, muestran la utilidad de las aplicaciones multimedia en el proceso de formación de los estudiantes.

Desde otra perspectiva, en el desarrollo de las investigaciones se observa de manera general que hay planteamientos que se interesan en los resultados tras la aplicación de un proceso de instrucción, y otros que se centran en describir el proceso de razonamiento que siguen los estudiantes mientras resuelven unas tareas determinadas; en estos últimos se considera la necesidad de conocer el proceso de razonamiento seguido por los estudiantes más allá del resultado. Dentro de los planteamientos de cada propuesta, se enmarca un trabajo donde los estudiantes parten de una información de uno o varios casos particulares expresados numérica o gráficamente, donde ellos deben continuar, relacionar, generalizar, particularizar, comprobar, justificar o demostrar el ejercicio. Es importante señalar, que dentro de estas investigaciones no es muy recurrente encontrar situaciones contextualizadas a vivencias propias de los estudiantes que sean representativas en su aprendizaje, ya que los casos particularmente son generalizados y alejados de su realidad.

Por lo tanto, es necesario pensar en la relevancia de construir planteamientos basados en situaciones contextualizadas, que no sean ajenas a la realidad de los estudiantes, para que de esta manera se establezcan relaciones entre sus conocimientos matemáticos previos, su aplicabilidad y su utilidad en la solución de problemas de su entorno; de este modo el aprendizaje es duradero y significativo y no es sometido al olvido. Este tipo de aprendizaje tiene la capacidad de modificar ideas previas, de ampliar la red de conocimientos e incluso de establecer nuevas relaciones entre ellos, brindando la posibilidad de revisar, modificar y enriquecer los esquemas previos y establecer nuevas conexiones y relaciones.

Teniendo en cuenta la revisión de antecedentes, el objetivo de esta investigación está centrado en observar y analizar el desarrollo del razonamiento inductivo matemático en estudiantes de grado noveno del Colegio Distrital Kennedy J.T, a través de las aplicaciones multimedia, al resolver problemas que pueden ser modelados mediante una sucesión. Para llevarlo a cabo, se hará uso de herramientas multimedia, en donde las aplicaciones propuestas serán tomadas como escenario de aprendizaje, posibilitando la observación, la identificación de patrones, la abstracción e interpretación de información, así como el desarrollo de la imaginación, de la creatividad y del análisis; debido a que la visualización de imágenes permite al estudiante centrar su atención en la interpretación e identificación de patrones para la formulación y posterior generalización de conjeturas, junto con su comprobación y verificación; estableciendo relaciones entre conceptos, facilitando la modelación y solución de situaciones problema en diferentes contextos.

Por consiguiente, se hará énfasis en estrategias que fortalezcan el aprendizaje significativo incorporado en el proceso de formación, ya que este brinda la oportunidad al estudiante de ser participe en la construcción de su conocimiento, posibilitando que se produzca un aprendizaje a largo plazo, además que permite relacionar los conocimientos nuevos y los previos de manera contextualizada y coherente, de tal manera que adquiera sentido y significado.

Justificación

Dentro de las orientaciones establecidas por el Ministerio de Educación Nacional (MEN) con la publicación de los lineamientos curriculares de matemáticas (1998), se hace evidente la necesidad de trabajar los procesos inherentes al desarrollo del pensamiento (MEN, 1998, p.14), cuya pretensión es la de una enseñanza de la matemática basada en cinco procesos generales, los cuales son: primero, formular y resolver problemas, donde se analiza la situación; se identifica lo relevante en ella; se establecen las relaciones entre sus componentes y con situaciones semejantes; segundo, modelar procesos y fenómenos de la realidad, entendido como la detección de esquemas que se repiten en las situaciones cotidianas, científicas y matemáticas para reconstruirlas mentalmente; tercero, comunicar, refiriéndose a que las matemáticas pueden construirse, refinarse y comunicarse a través de diferentes lenguajes con los que se expresan y representan, se leen y se escriben, se hablan y se escuchan; cuarto, formular comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos, tiene que ver con dominar procedimientos y algoritmos matemáticos y conocer cómo, cuándo y por qué usarlos de manera flexible y eficaz; y quinto, razonar, es decir, usar la argumentación, la prueba y la refutación, el ejemplo y el contraejemplo, como medios de validar y rechazar conjeturas, y avanzar en el camino hacia la demostración.

Cada uno de los procesos generales a los que hace referencia el MEN se trabaja en toda la actividad matemática, que consiste en estudiar los elementos que aparecen en determinado contexto con el propósito de identificar y caracterizar comportamientos y propiedades para abstraer estructuras, moldear situaciones, aplicar modelos en la medida de las posibilidades que permitan llegar a resolver un problema determinado. Donde acciones como visualizar; identificar relaciones, regularidades, propiedades, patrones; formular, verificar, generalizar y validar conjeturas se concretan en la actividad matemática.

Estas acciones hacen parte del razonamiento inductivo matemático, como lo señalan Cañadas (2007); Álvarez (2012); Velásquez (2012); Merino (2012) Mendoza, Hurtado & Mercado (2013), estos autores demuestran en sus investigaciones que acciones como identificar y buscar patrones, descubrir regularidades, hallar relaciones y conjeturar hacen parte esencial de este tipo de razonamiento; entendido como como la acción de generar ideas para llegar a una conclusión o para explicar un hecho; Cañadas (2002) relaciona el razonamiento inductivo con la acción del pensamiento humano adoptada para producir afirmaciones y alcanzar conclusiones, partiendo de casos particulares y buscando una generalidad, es decir, es el proceso de elaboración y verificación de conjeturas.

Además, las acciones del razonamiento inductivo son vitales en el proceso educativo como lo menciona García (2003), quien plantea que es conveniente que las situaciones de aprendizaje propicien el razonamiento en los aspectos espaciales, métricos y geométricos, el razonamiento numérico y, en particular, el razonamiento proporcional apoyado en el uso de gráficas; de igual forma en los lineamientos curriculares de matemáticas (1998) el MEN da cuenta de estas acciones que involucran el razonamiento en su desarrollo. Desde lo planteado en este documento razonar en matemáticas tiene que ver con:

- ✓ Dar cuenta del cómo y del porqué de los procesos que se siguen para llegar a conclusiones.
- ✓ Justificar las estrategias y los procedimientos puestos en acción en el tratamiento de problemas.
- ✓ Formular hipótesis, hacer conjeturas y predicciones, encontrar contraejemplos, usar hechos conocidos, propiedades y relaciones para explicar otros hechos.
- ✓ Encontrar patrones y expresarlos matemáticamente.
- ✓ Utilizar argumentos propios para exponer ideas, comprendiendo que las matemáticas más que una memorización de reglas y algoritmos, son lógicas y potencian la capacidad de pensar(p. 56).

De esta manera, el razonamiento inductivo está en el centro del quehacer matemático y científico en general, y se le atribuyen dos grandes aplicaciones, la primera de ellas es que permite el descubrimiento de conocimiento nuevo mediante la formulación de conjeturas basadas en los casos particulares, y la segunda, que se puede utilizar para validar conjeturas con base en casos particulares (Cañadas, 2007).

En ese sentido, se considera que para que un individuo entienda matemáticas, es de suma importancia que sea capaz de razonar, lo que se entiende como un hábito mental que ha de desarrollarse mediante un uso coherente en muchos contextos matemáticos. La habilidad de razonar no es únicamente característica de los ámbitos científicos, sino que es una habilidad del ser humano que se pone en juego desde la infancia (Cañadas, 2004).

En contraste con esto, en el colegio Kennedy J. Tarde, los estudiantes de grado noveno, durante el desarrollo de las clases evidencian estar habituados a resolver ejercicios mecánicos, donde la instrucción en la aplicación de algoritmos y la memorización predomina para el hallazgo de resultados sin dotar de sentido sus soluciones. En la cotidianidad del trabajo en el aula en esta clase, no se pone de manifiesto la imaginación, la interpretación, el análisis y la relación con su cotidianidad y otras ciencias, dejando de lado la resolución de problemas y el razonamiento inductivo matemático.

Es indispensable entonces, que en la cotidianidad del aula de clase, la toma de decisiones vincule razonamientos básicos para establecer la ruta de solución de una problemática, por lo que el estudiante requiere razonar para organizar y defender sus ideas, argumentarlas o refutarlas, lo que se vuelve relevante cuando se necesita proponer soluciones que se adapten a su contexto particular (Pachón, Parada & Chaparro, 2016). A esto se suma la necesidad que tiene el estudiante de ser acompañado durante su proceso de formación por el maestro, para poder orientar acciones como la observación, la imaginación, la intuición y el razonamiento que le permitan crear su propio aprendizaje (Gómez & Villegas, citado en Pachón, Parada & Chaparro, 2016).

No obstante, muchas estrategias didácticas empleadas por los maestros no favorecen los procesos de formación, debido a que no atienden a los cambios acelerados a los que están sometidas las nuevas generaciones, incluyendo la aparición en la escuela de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC). El maestro debe ser consciente de la necesidad de transformar el paradigma donde el docente es el centro del proceso de enseñanza aprendizaje y es el poseedor del conocimiento, convirtiendo al estudiante en protagonista de su proceso formativo; al maestro le corresponde propiciar espacios donde los estudiantes enfrenten de manera eficaz los nuevos cambios sociales y tecnológicos del mundo actual.
De este modo, el estudiante deja de ser un simple receptor de información y pasa a ser un actor capaz de procesarla y analizarla para alcanzar objetivos concretos. Aprovechando que las TIC ofrecen, tanto al maestro como a los estudiantes, escenarios para que durante los procesos formativos se posibilite el desarrollo de diversos tipos de pensamiento, entre los que se encuentra el pensamiento lógico-matemático.

De hecho, las TIC como escenario, contribuyen al desarrollo del razonamiento, dando forma conceptual y analítica al modelamiento de problemas y conceptos emergentes de una matemática significante, donde los estudiantes debaten y establecen conjeturas o aproximaciones para describir las representaciones y conceptos allí plasmados, de tal manera que se relacionan ideas y se llega a un aprendizaje significativo en términos de la comprensión (Guerrero, citado en Rozo, O. P., & Pérez, V. R. D. 2014).

Una de las tendencias actuales de las TIC, son las aplicaciones multimedia que en el ámbito de la educación se denominan Apps Educativas, las cuales proporcionan múltiples escenarios para el trabajo en matemáticas, ya que permiten presentar o comunicar información, así como el uso de diversos símbolos en forma individual o conjunta, para la elaboración de los mensajes (imágenes estáticas, imágenes en movimiento, imágenes tridimensionales, sonidos, videos); es decir, nos ofrecen la posibilidad, la flexibilización, de superar el trabajo exclusivo con códigos verbales, y pasar a otros audiovisuales y multimedia, con las repercusiones que ello tiene, ya que vivimos en un mundo multimedia interactivo, donde los códigos visuales han adquirido más importancia que en el pasado (Cabero, 2007).

Las Apps educativas, posibilitan escenarios para el desarrollo del razonamiento inductivo matemático, al permitir la observación, la identificación de patrones, la abstracción e interpretación de información, así como al desarrollo de la imaginación, de la creatividad y del análisis activando los procesos de pensamiento (Cáceres, Roy, Zachman, 2013).

Algunas posibilidades de las Apps son: la visualización de imágenes o gráficas que permiten encontrar patrones o regularidades y establecer relaciones; la realización de cálculos matemáticos complicados; la comunicación verbal, simbólica o gráfica de ideas con el fin de tener un registro que permita organizar, clasificar e identificar información, aspecto clave para la formulación de conjeturas; la verificación de información, estableciendo relaciones entre conceptos, facilitando la modelación y solución de situaciones problemas en diferentes contextos. Además, posibilitan extender las actividades de aprendizaje en tiempo y espacio, remplazar ambientes rutinarios de aprendizaje como el tablero y marcador por el computador y medios multimedia (Contreras Bravo, Escobar Elizalde, & Tristancho Ortiz, 2013).

Como se ha señalado, el razonamiento inductivo ha jugado un papel importante y activo en la generación de conocimiento matemático, ya que mediante este razonamiento los estudiantes pueden actuar por tanteo, dar ejemplos, contraejemplos, buscar regularidades explorar y llegar a formular generalidades; es por ello que en el proceso de formación de las matemáticas, en su planificación, se debe tener en cuenta las capacidades de los estudiantes, como la naturaleza del conocimiento matemático, el carácter constructivo y su estrecho vínculo con la capacidad de abstraer relaciones a partir de la propia actividad matemática.

Esto por medio de la ejecución de actividades que relacionen la realidad de su entorno y permitan el desarrollo de su imaginación, su abstracción y capacidad propositiva, para lo que resulta propicio vincular al proceso educativo el escenario de las aplicaciones multimedia, ya que facilitan el desarrollo del razonamiento inductivo al permitir la observación, la identificación de patrones, regularidades, propiedades; así como la formulación, verificación y generalización de conjeturas.

Por ejemplo, uno de los contenidos de las matemáticas que brinda una gran posibilidad e idoneidad para desarrollar este razonamiento, es la teoría de números, específicamente el trabajo con progresiones aritméticas, ya que posee características especiales que hacen que sus propiedades, teoremas y problemas sean adecuados para ser descubiertos. Además, con ayuda del escenario tecnológico se pueden modelar y abrir espacios para que el estudiante vivencie las situaciones matemáticas en las que él puede manipular directamente los objetos dentro de un ambiente de exploración, reproduciendo experiencias difíciles de alcanzar con medios tradicionales como lápiz y papel.

Objetivos

Objetivo general

Estructurar una propuesta para el desarrollo del razonamiento inductivo matemático en estudiantes de grado noveno del Colegio Distrital Kennedy J.T., a través de la aplicación GeoGebra, para resolver problemas que pueden ser modelados mediante una sucesión.

Objetivos específicos

Caracterizar las estrategias planteadas por los estudiantes al resolver problemas relacionados con el razonamiento inductivo matemático, modelados mediante una sucesión, utilizando la aplicación multimedia GeoGebra.

Evaluar el uso de la aplicación multimedia GeoGebra como un escenario propicio para el desarrollo del razonamiento inductivo matemático.

Capítulo II

Marco de referencia

Como fundamento de esta investigación se tienen en cuenta los siguientes ejes temáticos: razonamiento inductivo matemático, sucesiones, aprendizaje significativo y referentes tecnológicos.

Razonamiento

Consideraciones acerca del razonamiento

El Diccionario de la Real Academia Española define razonamiento como la "sección de conceptos encaminados a demostrar una cosa o a persuadir o mover a oyentes o lectores". María Moliner (1988) considera el razonamiento como la "serie de ideas encadenadas que conducen a una conclusión" y razonar como "deducir unas ideas de otras para llegar a cierta conclusión, dar las razones o motivos de cierta cosa, justificar algo", sin embargo, aunque en las anteriores definiciones de los diccionarios no se haga hincapié en el pensamiento, el razonamiento está ligado al pensamiento humano.

Desde la psicología, el razonamiento es un proceso articulado con el estudio del pensamiento. Ella trata el proceso de inferencias y comprende aspectos importantes del campo de la investigación psicológica entre los que se encuentra el razonamiento, el aprendizaje, la memoria, la comprensión o el lenguaje (González, citado en Cañadas 2007).

En este contexto, al razonamiento se le asignan procesos de pensamiento diferentes, los que conllevan una inferencia explicita y los inherentes a un acto de exploración; en primer lugar, se trata de aquellos en los que de una o varias proposiciones se infiere otra y que están intrínsecamente ligados al lenguaje, por otro lado, los segundos son aquellos que se efectúan con objeto de adaptar una situación nueva, se trata de problemas para cuya solución es suficiente una manipulación, bien de objetos o de instrumentos (Duval, citado en Cañadas 2007).

En general, cuando los estudios psicológicos tratan el razonamiento deductivo, suelen aparecer experiencias relacionadas con la resolución de problemas y, cuando tratan el razonamiento inductivo, suelen aparecer ligados a la toma de decisiones, a la formación de conceptos, a la adquisición de conocimiento, al aprendizaje o al razonamiento informal (Santamaría, citado en Cañadas 2007).

Desde la Educación Matemática, Balacheff (2000) considera que el razonamiento es “una actividad intelectual no completamente explícita que se ocupa de la manipulación de la información dada o adquirida, para producir una nueva información” (p. 13). En esa misma línea, Rico (1997) plantea que “el razonamiento es la capacidad para establecer nuevas relaciones entre las unidades de información que constituyen un concepto y se expresan mediante una secuencia argumental, en otras palabras, el razonamiento es la capacidad de procesar conceptos, es decir derivar unos conceptos de otros y generar una nueva relación sobre la base de las relaciones previamente establecidas” (p. 33). Así mismo, se entiende que Rico (1997) considera el razonamiento como una acción intelectual en la que se analizan y procesan premisas o conceptos iniciales para posteriormente generar nueva información.

Por su parte, Cañadas (2007) establece el razonamiento como “un proceso cognitivo mediante el que se encadenan o manipulan ideas o conceptos que llevan a una conclusión” (p. 61). Es claro que desde esta mirada el razonamiento hace parte de una actividad de la mente humana, en la cual se procesa información y que, dependiendo de tal acción, el ser humano establece conclusiones a partir de información previa que le es suministrada.

Tipos de razonamiento

A continuación se mencionan algunas posturas teóricas vinculadas a la educación matemática acerca de los diferentes tipos de razonamiento. En primer lugar, es necesario hacer la distinción entre el razonamiento inductivo y deductivo, para luego continuar con los otros tipos de razonamiento que surgieron posteriormente.

Desde la filosofía, se ha hecho una distinción entre el razonamiento inductivo y el deductivo; donde lo inductivo va de lo particular a lo general, mientras que lo deductivo funciona de manera inversa, otro criterio para distinguir entre estos dos tipos de razonamiento es atender al tipo de conclusión que se alcanza; si en la conclusión queda incluida la información que viene dada, la inferencia será deductiva y la conclusión tendrá valor de verdad. Un razonamiento deductivo es válido sólo si es imposible que su conclusión sea falsa mientras que sus premisas sean verdaderas.

El razonamiento inductivo

La presente investigación se centrará en este tipo de razonamiento, ya que el objetivo general está direccionado a observar y analizar el desarrollo del razonamiento inductivo matemático, a través de las aplicaciones multimedia, al resolver problemas concretos que pueden ser modelados mediante una sucesión.

Cañadas (2002) relaciona el razonamiento inductivo como la acción del pensamiento humano adoptada para producir afirmaciones y alcanzar conclusiones, partiendo de casos particulares y buscando una generalidad, es decir, es el proceso de elaboración y verificación de conjeturas. Las acciones implicadas en el razonamiento inductivo son importantes tanto en matemáticas como en otras ciencias. Castro, Cañadas y Molina (2010) plantean que:

> El razonamiento inductivo es un medio potente de construcción de conocimiento tanto en el medio científico como en el social. Su potencialidad se debe, fundamentalmente, a que la generalización es una de las componentes del mismo. Es posible llegar a la generalización a través de la abstracción de lo que es regular y común en los sucesos y los hechos científicos, a partir del descubrimiento de patrones que constituyen el germen de leyes propias del nuevo conocimiento (p.1).

Otro aspecto que plantean estos autores es que el razonamiento inductivo desde el punto de vista cognitivo es un proceso que permite llegar a un conocimiento específico a través de la adquisición de información que se puede extraer de los datos que inicialmente se tienen. El razonamiento inductivo brinda grandes aportes al conocimiento científico, ya que permite el descubrimiento de leyes generales con base en el estudio, el análisis y la observación de eventos particulares (Castro, Cañadas y Molina, 2010, p.55).

En consonancia con lo anterior, se encuentra lo establecido por Valverde (2001) en relación con el razonamiento inductivo, ya que plantea por razonamiento inductivo, como aquel proceso que consiste en pasar de un conocimiento de menor grado de universalidad a uno de mayor grado (es decir, de algunos casos particulares se pasa a un juicio universal) (p.40).

Los anteriores planteamientos se articulan con lo que establece Polya (1945) quien argumenta que la inducción es un método usado por los grandes científicos para tratar de validar la experiencia, además, estudia las regularidades en una serie de fenómenos para determinar ciertas propiedades que de ellos emergen y así poder llegar a una generalidad. Es decir, el éxito de un razonamiento inductivo radica en el trabajo de casos particulares para formular conjeturas y luego poderlas comprobar a través de nuevos casos particulares.

Por su parte, Poincaré (citado en Castro, Cañadas y Molina, 2010) plantea que para llegar al conocimiento en cualquiera de las ciencias y en particular en las matemáticas, es de vital importancia utilizar la vía de la inducción, la cual permite hacer un estudio de fenómenos y situaciones particulares para finalmente llegar a la generalización. Así mismo, Jhonson-Laid y Byrne citados por Cañadas (2007) plantean que:

> El razonamiento inductivo es un proceso cognitivo que se inicia con el trabajo de casos particulares con la pretensión de llegar a nuevas conclusiones. También permite evaluar conclusiones ya formuladas comprobándolas con nuevos casos particulares (p.15).

En esta misma línea, Castro, Cañadas y Molina (2010) recogen algunos planteamientos y definiciones de este tema entre los que se destacan los aportes de Polya (1945), quien define que el razonamiento inductivo es el natural, que da lugar al conocimiento científico, mediante la obtención de leyes generales a partir de la observación de casos particulares; donde se describe lo planteado por el mismo, cuando afirma que el razonamiento inductivo requiere del trabajo con casos particulares, de la búsqueda de patrones basados en la regularidad observada en los casos particulares, de la formulación de una conjetura de acuerdo con el patrón, y de la comprobación posterior de dicha conjetura. (p.45).

A partir de las consideraciones anteriores Castro y Cañadas (2007) proponen un modelo de razonamiento inductivo compuesto por siete pasos:

1. *Trabajo con casos particulares*. Casos concretos o ejemplos con los que se inicia el proceso. Suelen ser casos sencillos y fácilmente observables.

2. *Organización de casos particulares.* Disponer los datos obtenidos de forma que ayuden a la percepción de patrones, ya sea en una tabla, en filas y columnas, con algún orden.
3. *Identificación de patrones*. El patrón, o pauta, es lo común, lo repetido con regularidad en diferentes hechos o situaciones y que se prevé que puede volver a repetirse.
4. *Formulación de conjeturas.* Una conjetura es una proposición que se supone verdadera pero que no ha sido sometida a exploración. Dicha exploración puede dar como resultado su aceptación o su rechazo. Si se presenta un ejemplo para el que la conjetura no es válida, ésta se rechaza. En términos de Popper (1967), se dice que la conjetura se refuta.
5. *Justificación de las conjeturas*. Hace referencia a toda razón dada para convencer de la verdad de una afirmación. Se suele distinguir entre justificaciones empíricas y deductivas. Las empíricas usan los ejemplos como elemento de convicción. Se vuelve comprobar con otros casos particulares.
6. *Generalización*. La conjetura se expresa de tal manera que se refiere a todos los casos de una clase determinada. Implica la extensión del razonamiento más allá de los casos particulares considerados.
7. *Demostración.* Proceso de validación formal que no deja lugar a dudas sobre la validez de la conjetura que se trata de probar y que la determina inequívocamente.

A partir del trabajo de Castro y Cañadas (2007), es preciso señalar que el modelo planteado por estas autoras es ideal para la aproximación al desarrollo del razonamiento inductivo matemático, por tal razón esta investigación se fundamenta en los pasos a los que se refieren en este proceso. Modelo que contribuiría a lograr el objetivo propuesto puesto que permite observar y analizar el desarrollo del razonamiento inductivo matemático basado en el análisis de patrones y la formulación, verificación y generalización de conjeturas, lo que se vincula directamente con las dos dimensiones propuestas.

El razonamiento inductivo en los lineamientos y estándares básicos de matemáticas en Colombia

Según los lineamientos curriculares de matemáticas (1998), las matemáticas escolares deben estar basadas en el reconocimiento de los siguientes aspectos:

- ✓ Aceptar que el conocimiento matemático es el resultado de una evolución histórica, de un proceso cultural, cuyo estado actual no es, en muchos casos, la culminación definitiva del conocimiento y cuyos aspectos formales constituyen sólo una faceta de este conocimiento.
- ✓ Valorar la importancia que tienen los procesos constructivos y de interacción social en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.
- ✓ Considerar que el conocimiento matemático (sus conceptos y estructuras) constituyen una herramienta potente para el desarrollo de las habilidades de pensamiento.
- ✓ Reconocer que existe un núcleo de conocimientos matemáticos básicos que debe dominar todo ciudadano.
- ✓ Comprender y asumir los fenómenos de transposición didáctica.
- ✓ Reconocer el impacto de las nuevas tecnologías tanto en los énfasis curriculares como en sus aplicaciones.
- ✓ Privilegiar como contexto del hacer matemático escolar las situaciones problemáticas. (p.29).

En el contexto del proceso de formación se construye sentido y significado para los contenidos matemáticos y, por lo tanto, se establecen conexiones con las ciencias, con la vida, con el ámbito sociocultural y con otros ámbitos de la matemática misma.

Dentro de las orientaciones establecidas por el Ministerio de Educación Nacional (MEN) con la publicación de los Lineamientos curriculares de matemáticas de 1998, se hace evidente la necesidad de trabajar los procesos inherentes al desarrollo del pensamiento cuya pretensión es la de una enseñanza de la matemática basada en cinco procesos generales: Formular y resolver problemas; modelar procesos y fenómenos de la realidad; comunicar, formular, comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos; y razonar (p.14).

1. **Formular y resolver problemas:** (permea la totalidad del currículo, contexto en el cual se aprenden conceptos y herramientas): Formular y plantear problemas a partir de situaciones dentro y fuera de las matemáticas, desarrollar y aplicar diversas estrategias para resolver problemas, verificar, interpretar, generalizar soluciones.
2. **Modelar procesos y fenómenos de la realidad:** Identificar matemáticas específicas en un contexto general (situación problemática real), formular y visualizar un problema en formas diversas, identificar relaciones y regularidades, traducir a un modelo matemático, representar por una fórmula o relación, solucionar, verificar y validar.
3. **Comunicar:** Expresar ideas (en forma oral, escrita, gráfica-visual), comprender, interpretar y evaluar ideas presentadas en formas diversas. Construir, interpretar y relacionar diferentes representaciones de ideas y relaciones. Formular preguntas y reunir y evaluar información. Producir y presentar argumentos convincentes.
4. **Formular comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos:** Calcular (efectuar una o más operaciones), predecir el efecto de una operación, calcular usando fórmulas o

propiedades. Graficar, transformar (a través de manipulaciones, rotando, reflejando), medir, seleccionar unidades apropiadas, seleccionar herramientas apropiadas.

5. **Razonar:** Dar cuenta del cómo y del porqué de los procesos que se siguen para llegar a conclusiones. Justificar estrategias y procedimientos, formular hipótesis, hacer conjeturas y predicciones, encontrar contraejemplos, explicar usando hechos y propiedades, identificar patrones, utilizar argumentos para exponer ideas.

El MEN (1998) plantea que el razonamiento en matemáticas tiene que ver con establecer y proponer explicaciones relacionadas con los procedimientos que se llevan a cabo en el momento de establecer conclusiones o llegar a las soluciones; justificar los pasos y los procedimientos que se utilizan para resolver problemas; cómo se formulan hipótesis y conjeturas cuando se justifican soluciones. Además, el razonamiento tiene que ver con encontrar elementos, propiedades, regularidades y relaciones que se hallan dentro de un problema. Finalmente, el razonamiento tiene que ver con el por qué se utilizaron ideas propias al momento de resolver problemas matemáticos.

De esta manera, el razonamiento tiene que ver con el cómo “utilizar argumentos propios para exponer ideas, comprendiendo que las matemáticas más que una memorización de reglas y algoritmos, son lógicas y potencian la capacidad de pensar” (MEN, 1998, p. 54). Dewey (1989) considera que el razonamiento es el modo de encadenar conceptos, habla de pensamiento reflexivo y le asigna la función de “transformar una situación en la que se experimenta oscuridad, duda, conflicto o algún tipo de perturbación, en una situación clara, coherente, estable y armoniosa” (p.98).

Referente teórico matemático

Acerca del contenido matemático para la investigación se tiene como referente el *Cálculo* de Apóstol (1988) y el libro *Sucesiones y Series y Problemas sobre sucesiones recurrentes*.

Sucesiones

Una **sucesión** es una función f del conjunto de los enteros positivos N al conjunto de los números Reales R. Es decir: f: **N** $\rightarrow$ **R.**

Las imágenes de los números 1, 2, 3,…, son números reales que representamos con el símbolo a_n y escribimos: $f(n) = a_n$. La sucesión se expresa por el conjunto, $\{a_n\} = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots\} = \{\mathrm{f}(1), \mathrm{f}(2), \mathrm{f}(3), \dots f(n), \dots\}$que es el recorrido o rango de la función. Los números a_k, se llaman términos de la sucesión, a_n es el término general o n-ésimo de la sucesión.

En toda sucesión se destacan tres elementos fundamentales: el término general, los términos particulares (a_k, para algún k) y el límite si existe.

El término general, como se vio en la definición de sucesión, designa el elemento genérico del conjunto de imágenes $a_n = f(n)$. Damos a continuación algunas definiciones claves:

Se dice que un número L es el límite de la sucesión $\{a_n\}$, si para cada número real positivo Ɛ, existe otro número positivo N natural (que depende de Ɛ) tal que

$|a_n - L| <$ Ɛ, para todo n ≥ N

En este caso, decimos que la sucesión $\{a_n\}$converge hacia L y escribimos

$$\lim_{n \to \infty} a_n = L$$

Cuando una sucesión no converge se llama divergente.

Ejemplo: Consideremos la sucesión cuyo término enésimo es$a_n = \frac{n}{n+1}$

Por simple inspección, la sucesión es $\{\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \frac{6}{7}, \frac{7}{8}, ...\}$. Como $\frac{1}{2} = 0.5, \frac{1}{2} = 0.666 \ldots, \frac{3}{4} = 0.75,$ conjeturamos que el límite de esta sucesión sea 1, para valores suficientemente grandes de n. Es decir, $\lim_{n\to\infty} \frac{n}{n+1} = 1$.

Demostremos dicha afirmación usando la definición. Dado que Ɛ > 0 debemos encontrar un número natural n (que depende de Ɛ) tal que a partir de él todos los términos a_n, con n ≥ N satisfacen$|a_n - 1| < Ɛ$. Para que $|a_n - 1| < Ɛ$ debe ocurrir que

$|a_n - 1| = \left|\frac{n}{n+1} - 1\right| = \left|\frac{n-(n-1)}{n+1}\right| = \left|-\frac{1}{n+1}\right| = \left|\frac{1}{n+1}\right| < Ɛ$; entonces n+1 >$\frac{1}{Ɛ}$, de donde n >$\frac{1}{Ɛ}$ – 1.

Es decir, si escogemos como n al primer natural mayor que $\frac{1}{Ɛ}$ – 1 habremos encontrado un natural n tal que a partir de él todos los términos de $a_n$con n ≥ N satisfacen que $\left|\frac{n}{n+1} - 1\right| < Ɛ$. Por lo tanto, hemos probado que el límite es 1.

Propiedades de las sucesiones

Según sus elementos, las sucesiones poseen unas propiedades que hacen distinguir diferentes tipos de las mismas. Entre dichas propiedades se encuentran la finitud, la monotonía, la acotación, la convergencia y la recurrencia.

La *finitud* depende del número de términos que tenga la sucesión. Si la sucesión tiene un número finito de términos, se llama sucesión finita. En caso contrario, se habla de una sucesión infinita. Una sucesión de llama *monótona* si es creciente o decreciente. Una sucesión $\{a_n\}$, es creciente si $\{a_n\} \leq \{a_m\}$, Para todo m > n. Al contrario, ocurre en las decreciente, en las que $\{a_n\} \geq \{a_m\}$, Para todo m > n. En cualquiera de los dos casos, si la desigualdad es estricta, la sucesión se llama estrictamente creciente o estrictamente decreciente, respectivamente.

Una sucesión $\{a_n\}$ está acotada inferiormente cuando existe un número natural que es menor o igual que todos los términos de dicha sucesión. De manera análoga, una sucesión $\{a_n\}$ está acotada superiormente cuando existe un número natural que es mayor o igual que todos los términos de dicha sucesión. Una sucesión se dice que está *acotada* cuando está acotada superior e inferiormente.

Como ya se indicó en la definición de límite de una sucesión, una sucesión que tiene límite se dice que es convergente, Una sucesión que no converge se llama divergente.

Ejemplos:

1. La sucesión 1, 1.1, 1.11, 1.111, … es acotada y monótona creciente, siendo estrictamente creciente.

2. La sucesión 1, -1, 1, -1, 1, … es acotada pero no es monótona ni creciente ni decreciente.

Se dice que una sucesión numérica $\{a_n\}$ es *recurrente* si cada término, a partir de uno de ellos en adelante, se puede obtener en función de los anteriores. En caso contrario, la sucesión será no recurrente. Por ejemplo, la sucesión de los números naturales es recurrente al igual que la sucesión de Fibonacci y la sucesión de los números primos no lo es.

Series finitas e infinitas

A partir de los términos de una sucesión de números reales, se puede formar una nueva sucesión sumando los términos sucesivamente. Así, si consideramos la sucesión $\{a_n\}$n ϵN, podemos formar una nueva sucesión $\{s_n\}$n ϵN por medio de sumas parciales así:

$s_1 = a_1$, $s_2 = a_1+a_2$, $s_3 = a_1+a_2+a_3$, y así de esta manera el término generals_n, está dada por$s_n = a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n = \sum_{k=1}^{n} a_k$

La sucesión $\{s_n\}$ de sumas parciales se llama serie, y puede ser finita o infinita según sea el número de términos de la serie.

Una propiedad importante de las series finitas es la propiedad llamada telescópica que afirma que:

$$\sum_{k=1}^{n}(a_{k+1} - a_k) = a_{k+1} - a_1 \text{, ó , } \sum_{k=1}^{n}(a_k - a_{k+1}) = a_1 - a_{k+1}\text{.}$$

Progresiones aritméticas

La sucesión $\{a_n\}$ es una progresión aritmética $a_{n+1} - a_n = d$, donde d es la diferencia constante para todo n natural. Si $d > 0$ la sucesión es creciente y $d < 0$es decreciente, también puede ser finita o infinita.

Propiedades de las progresiones aritméticas

Cálculo de un término cualquiera

Sea la progresión aritmética $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_{n-1}, a_{n,\ldots}$ de primer termino a_1, término enésimo a_n y diferencia d. por definición de sucesión aritmética tenemos:

$a_2 = a_1 + d$, $a_3 = a_2 +$ d, $a_4 = a_3 +$ d ,…, $a_n = a_{n-1} + d$,

La suma miembro a miembro de las n-1 igualdades da como resultado

$$a_2 + a_3 + a_4 + \cdots + a_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1} + (n-1)d$$

Igualdad que simplificada es esta otra

$a_n = a_1 + (n-1)d$

Expresión que permite obtener un término cualquiera, en función del primero, del total de términos que le preceden y la diferencia d.

Referente teórico pedagógico

Miguel de Guzmán (2007), considera que una de las tendencias generales más difundidas hoy, consiste en hacer mayor hincapié en la transmisión de los procesos de pensamiento propios de la matemática, que en la mera transferencia de contenidos. De esta manera, la matemática deja de ser irreflexiva y sin sentido, donde la repetición y memorización de reglas han sido el eje central. Por tal motivo se debe estimular el desarrollo del razonamiento inductivo en la resolución de problemas, más que la trasmisión de recetas adecuadas en casos determinados. Por ello adquiere una gran importancia el estudio de los procesos de pensamiento donde el aprendizaje sea significativo, para ello se aborda la teoría que plantea David Paul Ausubel para el fortalecimiento y desarrollo del razonamiento inductivo.

Aprendizaje significativo

En la teoría del aprendizaje significativo que plantea Ausubel (1983) y a lo largo de sus escritos utiliza reiteradamente los términos alumno y facilitador, en adelante para la presente investigación se establece una correspondencia entre alumno-estudiante y facilitador-maestro.

La teoría de Ausubel acuña el concepto de "aprendizaje significativo" para distinguirlo del repetitivo o memorístico y señala el papel que juegan los conocimientos previos del estudiante en la adquisición de nuevas informaciones. La significatividad sólo es posible si se relacionan los nuevos conocimientos con los que ya posee el sujeto. Sus ideas constituyen una clara discrepancia con la visión de que el aprendizaje y la enseñanza escolar deben basarse sobre todo en la práctica secuenciada y en la repetición de elementos divididos en pequeñas partes, como pensaban los conductistas.

Para Ausubel, aprender es sinónimo de comprender; por ello, lo que se comprenda será lo que se aprenderá y recordará mejor porque quedará integrado en nuestra estructura de conocimientos. Este autor hace una fuerte crítica a la enseñanza mecánica repetitiva tradicional, al indicar que resulta muy poco eficaz para el aprendizaje de las ciencias. Estima que aprender significa comprender y para ello es condición indispensable tener en cuenta lo que el estudiante ya sabe sobre aquello que se le quiere enseñar.

El aprendizaje significativo aparece en oposición al aprendizaje sin sentido, memorístico o mecánico. El término "significativo" se refiere tanto a un contenido con estructuración lógica propia como a aquel material que potencialmente puede ser aprendido de modo significativo, es decir, con significado y sentido para el que lo interioriza (Ausubel, 1983). El primer sentido del término se denomina sentido lógico y es característico de los contenidos cuando son no arbitrarios, claros y verosímiles, es decir, cuando el contenido es intrínsecamente organizado, evidente y lógico. El segundo es el sentido psicológico y se relaciona con la comprensión que se alcance de los contenidos a partir del desarrollo psicológico del estudiante y de sus experiencias previas.

Aprender, desde el punto de vista de esta teoría, es realizar el transito del sentido lógico al sentido psicológico, hacer que un contenido intrínsecamente lógico se haga significativo para quien aprende. Para Ausubel la estructura cognoscitiva consiste en un conjunto organizado de ideas que preexisten al nuevo aprendizaje que se quiere instaurar. Los nuevos aprendizajes se establecen por subsunción. Esta forma de aprendizaje se refiere a una estrategia en la cual, a partir de aprendizajes anteriores ya establecidos, de carácter más genérico, se puede incluir nuevos conocimientos que sean subordinables a los anteriores. Los conocimientos previos más generales permiten anclar los nuevos y más particulares. La estructura cognoscitiva debe estar en capacidad de discriminar los nuevos conocimientos y establecer diferencia para que tengan algún valor para la memoria y puedan ser retenidos como contenidos distintos.

Los conceptos previos que presentan un nivel superior de abstracción, generalización e inclusión los denomina Ausubel organizadores avanzados y su principal función es la de establecer un puente entre lo que el estudiante ya conoce y lo que necesita conocer. Desde el punto de vista didáctico, el papel del maestro es el de identificar los conceptos básicos de una disciplina dada, organizarlos y jerarquizarlos para que desempeñen su papel de organizadores avanzados.

Ausubel distingue entre tipos de aprendizaje y tipos de enseñanza o formas de adquirir información. El aprendizaje puede ser repetitivo o significativo, según que lo aprendido se relacione arbitraria o sustancialmente con la estructura cognoscitiva mientras que la enseñanza, desde el punto de vista del método, puede presentar dos posibilidades ampliamente compatibles, primero se puede presentar el contenido y los organizadores avanzados que se van a aprender de una manera completa y acabada, posibilidad que Ausubel llama aprendizaje receptivo o se puede permitir que el estudiante descubra e integre lo que ha de ser asimilado; en este caso se le denomina aprendizaje por descubrimiento.

Dado que en el aprendizaje significativo los conocimientos nuevos deben relacionarse sustancialmente con lo que el alumno ya sabe, es necesario que se presenten de manera simultánea por lo menos las siguientes condiciones:

- ✓ El contenido que se ha de aprender debe tener sentido lógico, es decir, ser potencialmente significativo, por su organización y estructuración.
- ✓ El contenido debe articularse con sentido psicológico en la estructura cognoscitiva del estudiante, mediante su anclaje en los conceptos previos.
- ✓ El estudiante debe tener deseos de aprender, voluntad de saber, es decir, que su actitud sea positiva hacia el aprendizaje.
- ✓ En síntesis, los aprendizajes han de ser funcionales, en el sentido que sirvan para algo, y significativos, es decir, estar basados en la comprensión.

El autor considera que el aprendizaje por descubrimiento no debe ser presentado como opuesto al aprendizaje por exposición (recepción), ya que éste puede ser igual de eficaz, si se cumplen unas características. De acuerdo con el aprendizaje significativo, los nuevos conocimientos se incorporan en forma sustantiva en la estructura cognitiva del estudiante, pero también es necesario que el estudiante se interese por aprender lo que se le está mostrando.

Ventajas del aprendizaje significativo

- ✓ Produce una retención más duradera de la información.

- ✓ Facilita el adquirir nuevos conocimientos relacionados con los anteriormente adquiridos.
- ✓ La nueva información al ser relacionada con la anterior es guardada en la memoria a largo plazo.
- ✓ Es activo, pues depende de la asimilación de las actividades de aprendizaje por parte del estudiante.
- ✓ Es personal, ya que la significación de aprendizaje depende los recursos cognitivos del estudiante.

En síntesis, de acuerdo con lo anterior el maestro debe conocer los conocimientos previos del estudiante, es decir, se debe asegurar que el contenido a presentar pueda relacionarse con las ideas previas, ya que conocer lo que sabe el estudiante ayuda al docente a la hora de planear. Organizar los materiales en el aula de manera lógica y jerárquica, teniendo en cuenta que no sólo importa el contenido sino la forma en que se presenta a los estudiantes. Considerar la motivación como un factor fundamental para que el estudiante se interese por aprender, ya que el hecho de que el estudiante se sienta contento en la clase, con una actitud favorable y una buena relación con el maestro, hará que se motive.

El maestro debe contextualizar los conceptos, su aplicabilidad y utilidad en el entorno del estudiante; para que el aprendizaje sea duradero y no sea sometido al olvido; además, el estudiante debe ser protagonista de la construcción y afianzamiento de su propio conocimiento. Por tal razón, se debe insistir en que las actividades que se planteen deben desarrollar aprendizaje significativo.

Teniendo en cuenta las características y rasgos importantes del aprendizaje significativo en la construcción del conocimiento, en la presente investigación se han incorporado los medios tecnológicos como escenario educativo, donde se cambia el escenario tradicional del tablero, marcador y el maestro como foco central del conocimiento, a un ambiente o escenario donde el estudiante hace parte de su propio proceso formativo. Para llegar a esto y crear un ambiente diferente y con disposición hacia el aprendizaje, se hace uso de los medios tecnológicos con aplicaciones multimedia para el desarrollo del razonamiento inductivo matemático, ya que permiten motivar y presentar un escenario diferente a los estudiantes con todas sus potencialidades.

Referente teórico tecnológico

En tiempos en los que la internet es una de las plataformas de acceso al conocimiento más estructurada y dinámica donde se puede encontrar información, revisar el correo electrónico, escuchar música, observar un video, participar de foros de opinión y jugar, entre otras actividades que se realizan simultánea y cotidianamente, cada vez por más personas, es un imperativo entender lo que significan las TIC y cuál es su evolución en el campo educativo. Nuevos lenguajes y actitudes se hacen necesarios para interactuar con estudiantes nativos en un mundo digital, inmersos en realidades virtuales producto de ambientes tecnológicos donde las comunicaciones se reinventan constantemente y los conceptos sociales y culturales se reordenan. Dentro de esta nueva sociedad, los espacios educativos también se encuentran en constante transformación, sin embargo, es necesario plantear y reflexionar acerca del uso y la incorporación de las tecnologías; los contextos educativos deben apuntar hacia una integración crítica y reflexiva en los que se defina el porqué de su incorporación al proceso de formación. Por tal razón, en esta investigación se incorpora la tecnología como escenario para el desarrollo del razonamiento inductivo matemático, con el uso de la aplicación multimedia denominada GeoGebra.

Aplicaciones multimedia

El término multimedia tiene una amplitud considerable de acepciones y de ámbitos de aplicación, lo que lo hace difícil de conceptualizar. El Diccionario de la Lengua Española (Real Academia Española, 2012) lo define como el adjetivo de aquello que “utiliza conjunta y simultáneamente diversos medios, como imágenes, sonidos y texto, en la transmisión de una información”. De esta manera hace alusión a multitud de situaciones y aparatos, y aún formas de comunicación cotidiana.

Diversos autores han contribuido con explicaciones y detalles para conformar una definición más completa de lo que representa la multimedia en el contexto computacional. Méndez, Ruiz y Figueroa (2007) se centran en la variedad de soportes de información (audio, video, texto o animaciones) que deben ser usados por un recurso para ser considerado multimedia. Sarmiento (2007) añade a la combinación de recursos la necesidad de que la información tenga una secuencialidad previamente establecida como óptima para su comprensión. Mientras que otros autores (Cabrero y Duarte, 1999) se enfocan en indicar como requisito esencial para un material multimedia la posibilidad de la que el usuario interactúe con él y le dé opciones para acceder a diferentes unidades de información, según sus intereses.

Al condensar estas posturas, se puede afirmar que las aplicaciones multimedia son entendidas como cualquier objeto o sistema que utiliza múltiples medios de expresión (físicos o digitales) para presentar o comunicar información; los medios pueden ser variados, desde texto e imágenes, hasta animación, sonido, video, etc. También se puede calificar como multimedia a los medios electrónicos (u otros medios) que permiten almacenar y presentar contenido multimedia; además, ofrece interactividad adaptable a diferentes ritmos y necesidades, con el objetivo de generar un aprendizaje específico.

Sin lugar a dudas, una de las grandes características de las TIC radica en su capacidad para ofrecer una presentación multimedia, donde utilicemos una diversidad de símbolos, tanto de forma individual como conjunta para la elaboración de los mensajes: imágenes estáticas, imágenes en movimiento, imágenes tridimensionales, sonidos; es decir, nos ofrecen la posibilidad, la flexibilización, de superar el trabajo exclusivo con códigos verbales, y pasar a otros audiovisuales y multimedia, con las repercusiones que ello tiene, ya que vivimos en un mundo multimedia interactivo, donde los códigos visuales han adquirido más importancia que en el pasado (Cabero, 2007).

Dentro del proceso de formación académica el uso de la multimedia despierta el interés y por ende la motivación en los estudiantes; la motivación es uno de los factores importante que el maestro debe conseguir mientras imparte sus clases ya que ayuda a la creatividad, la participación y expresión del estudiante, logrando que él interiorice los conocimientos. La multimedia se convierte así en un escenario de formación que combina las posibilidades educativas que ofrecen diferentes medios de comunicación.

Entre las variadas facilidades que los escenarios interactivos ofrecen, encontramos que los estudiantes pueden captar de una manera mucho más efectiva la información que se recibe, estimulando los sentidos, poniéndolos mucho más alerta y receptivos, ya que al mismo tiempo se activan los sonidos, las imágenes, los colores, la acción y otros. Las aplicaciones multimedia en la actualidad representan un recurso tecnológico de gran ayuda, siendo esenciales en la educación, y poniéndose al servicio de los maestros en las aulas para mejorar el aprendizaje de los estudiantes.

Ventajas de las aplicaciones multimedia

Los principales beneficios del uso de multimedia para los estudiantes en general, durante el proceso educativo, son de acuerdo con Sarmiento (2007) y Vidal & Rodríguez (2010):

- ✓ Su versatilidad, entendida como la posibilidad de adaptación a diversos contextos, ritmos de trabajo y horario de uso, entre otros.
- ✓ La posibilidad de otorgar calidad al entorno audiovisual y a la comunicación de la información.
- ✓ La oportunidad de presentar fenómenos que sería imposible, muy costoso o peligroso hacer de otro modo.
- ✓ Su alta capacidad de motivación para el estudio y al autodidactismo, por integrar factores con carácter lúdico, atractivo y dinámico.
- ✓ La posibilidad de adecuación a necesidades educativas especiales y ritmos de aprendizaje de diferentes usuarios.
- ✓ Control del flujo y repetición de la información.
- ✓ La posibilidad de fortalecer los aprendizajes y su retención al comprometer mayor cantidad y diversidad de procesos cognitivos y canales sensitivos en el alumno y favorecer la interacción individual y social para el aprendizaje.
- ✓ El ofrecimiento de retroalimentación y evaluación instantánea.
- ✓ La posibilidad de complementar, suplementar o reforzar procesos de estudio guiados por otros medios.
- ✓ La economía y relativa facilitad en el transporte, almacenaje y actualización del contenido.

De igual manera Cabero (2007) señala las siguientes ventajas que aportan las aplicaciones multimedia a la educación:

- ✓ Incremento de las modalidades educativas
- ✓ Creación de entornos más flexibles para el aprendizaje
- ✓ Potenciación de los escenarios y entornos interactivos
- ✓ Favorecer el aprendizaje independiente y el auto aprendizaje como el colaborativo y en grupo
- ✓ Romper los escenarios formativos, limitados a las instituciones escolares
- ✓ Ofrecer nuevas posibilidades para la orientación y la tutorización de los estudiantes
- ✓ Facilitar una formación permanente

No cabe duda que una de las posibilidades que nos ofrece las aplicaciones multimedia es la de crear escenarios de formación, que ponen a disposición del estudiante gran amplitud de elementos que de alguna manera favorecen la adquisición de nuevos saberes.

Desventajas de las aplicaciones multimedia

Para Sarmiento (2007), Vidal y Rodríguez (2010) los inconvenientes principales que reporta el uso de recursos multimedia son:

- ✓ Aprendizajes incompletos o superficiales, por falta de supervisión cuando se permite la libre interacción de los estudiantes con el recurso.
- ✓ La posibilidad de descuidar contenidos actitudinales por preferencia de contenidos conceptuales y procedimentales.
- ✓ La distracción del alumno del objetivo central de aprendizaje por atender más a la parte lúdica o novedosa del recurso manejado.

- ✓ La falta de estandarización y el continuo desarrollo de nuevas versiones de programas y la consiguiente obsolescencia de programas y equipos, que provoca la posibilidad de incompatibilidad y la inadecuada o nula ejecución del material multimedia.
- ✓ La posibilidad de potenciar más el individualismo y el aislamiento que la socialización y la cooperación al desarrollar el proceso educativo.
- ✓ El rechazo de su empleo en sectores a los que se les dificulta manejar las nuevas tecnologías.
- ✓ La generación de problemas de visión, audición, postura y otros problemas físicos, por abuso y uso inconveniente de los equipos computacionales o electrónicos.
- ✓ La limitación y rigidez del diálogo alumno-multimedia, a comparación del diálogo maestro–estudiante más abierto y flexible.

De igual manera Cabero (2007) señala las siguientes desventajas que poseen las aplicaciones multimedia en la educación:

- ✓ Acceso y recursos necesarios por parte del estudiante.
- ✓ Necesidad de una infraestructura administrativa específica.
- ✓ Se requiere contar con personal técnico de apoyo.
- ✓ Costo para la adquisición de equipos con calidades necesarias para desarrollar una propuesta formativa rápida y adecuada.
- ✓ Necesidad de cierta formación para poder interaccionar en un entorno telemático.
- ✓ Necesidad de adaptarse a nuevos métodos de aprendizaje (su utilización requiere que el estudiante y el profesor sepan trabajar con otros métodos diferentes a los usados tradicionalmente).
- ✓ En ciertos entornos el estudiante debe saber trabajar en grupo de forma colaborativa.

- ✓ El ancho de banda que generalmente se posee no permite realizar una verdadera comunicación audiovisual y multimedia.
- ✓ Toma más tiempo y más dinero el desarrollo que la distribución.
- ✓ Si los materiales no se diseñan de forma específica se puede tender a la creación de una formación memorística.
- ✓ Y falta de experiencia educativa en su consideración como medio de formación.

De otro lado, la implementación de las TIC en instituciones educativas está lejos de ser la panacea que resolverá los problemas educativos, la efectividad de sus alcances está dimensionada por la voluntad de estudiantes y maestros, estás herramientas exigen esfuerzos en materia de diseño conjunto, estudio y responsabilidades con el auto aprendizaje y con la enseñanza (Cabero, 2007).

En este aspecto Cabero (2007) hace claridad al afirmar que utilizar las nuevas TIC, para realizar las mismas cosas que con las tecnologías tradicionales, es un gran error. Las nuevas tecnologías nos permiten realizar cosas completamente diferentes a las efectuadas con las tecnologías tradicionales; de ahí que un criterio, para su incorporación, no pueda ser exclusivamente, el hecho que nos permitan hacer las cosas de forma más rápida, automática y fiable. Con las TIC lo que debemos procurar es crear nuevas escenografías de aprendizaje, no reproducir las tradicionales y ello pasa necesariamente para la transformación del rol del maestro y del estudiante.

Particularmente, las aplicaciones multimedia en educación se denominan Apps Educativas, estas proporcionan múltiples escenarios para el trabajo incluidas las matemáticas, desde donde es posible presentar o comunicar información, y el uso de diversos símbolos en forma individual o conjunta, para la elaboración de los mensajes (imágenes estáticas, imágenes en movimiento, imágenes tridimensionales, sonidos, videos); posibilitando escenarios para el desarrollo del razonamiento inductivo matemático, al permitir la observación, la identificación de patrones, la abstracción e interpretación de información, formulación de conjeturas potenciando el desarrollo de la imaginación, de la creatividad y del análisis, ofrecen la posibilidad de flexibilizar los procesos exclusivos con códigos verbales para pasar a otros audiovisuales y multimedia.

Una de las apps educativas diseñadas específicamente para el área de matemáticas es el programa GeoGebra, el cual es un software interactivo matemático que reúne dinámicamente geometría, álgebra y cálculo. Donde la interactividad está mediada por el uso que hacen de las matemáticas los maestros y estudiantes, ya que fue planeado para desarrollar actividades de enseñanza de cualquier conocimiento que implique el uso de ecuaciones, gráficas y análisis de datos, posibilitando la visualización gráfica, algebraica y de hoja de cálculo vinculadas dinámicamente.

Así mismo, este software permite abordar temáticas a través de la experimentación y la manipulación facilitando la realización de construcciones, modificaciones para deducir resultados, propiedades y características en un proceso de exploración.

Por lo tanto, GeoGebra presenta características adicionales que los programas dinámicos de geometría por lo general no poseen y que lo hace especial, conforme se realizan las construcciones geométricas en una ventana se van mostrando las expresiones algebraicas que representan los objetos construidos, relacionando los tipos de representaciones entre estos. De esta manera sirve para visualizar imágenes o gráficas que permitan encontrar patrones o regularidades y establecer relaciones, además son útiles para comunicar verbal, simbólica o gráficamente ideas con el fin de tener un registro que permita organizar, clasificar e identificar la información de manera eficaz facilitando la formulación y verificación de conjeturas, estableciendo relaciones entre conceptos, facilitando la modelación y solución de situaciones problemas en diferentes contextos.

Capítulo III

Diseño metodológico

Para Hernández, Fernández & Baptista (2010) “La investigación es un conjunto de procesos sistemáticos, críticos y empíricos que se aplican al estudio de un fenómeno”. Teniendo en cuenta esta consideración, uno de los aspectos más importantes en una investigación tiene que ver estrictamente con la metodología que se aplica, pues de esto depende el asertivo desarrollo de la misma; ya que esta hace referencia a la forma como se construye el conocimiento y al tratamiento que se da a los datos en relación con la teoría.

Esta investigación se desarrolla bajo un enfoque cualitativo de carácter descriptivo, ya que, por la naturaleza del objetivo general, el interés se basa en describir y analizar las actuaciones matemáticas de los estudiantes y el desarrollo del razonamiento inductivo matemático en un nuevo escenario como lo son las aplicaciones multimedia y específicamente GeoGebra, al resolver problemas que pueden ser modelados mediante una sucesión. El método por el cual se aborda es un estudio de caso.

Enfoque de la investigación

Según el nivel y análisis de la información la investigación tiene un enfoque cualitativo, dado que el interés está centrado en observar y analizar el desarrollo del razonamiento inductivo matemático en estudiantes de grado noveno del Colegio Distrital Kennedy J. Tarde, a través de la aplicación multimedia GeoGebra, al resolver problemas que pueden ser modelados mediante una sucesión. A partir de ahí se busca estudiar la realidad en un contexto natural, intentando dar sentido o interpretando los significados que esta tiene para los estudiantes.

Gómez, Flores y Jiménez (1996), así como Hernández, Fernández y Baptista (2010) consideran que la investigación cualitativa proporciona profundidad a los datos, dispersión, riqueza interpretativa, contextualización del ambiente o entorno, detalles y experiencias únicas. También aporta un punto de vista fresco, natural y holístico de los fenómenos, así como flexibilidad. Por tanto, este trabajo investigativo busca que el estudiante haga uso de conocimientos matemáticos previos, aplicando diversas estrategias para la solución de situaciones en contexto, que permitan generar el desarrollo de su razonamiento inductivo matemático y dotar de sentido y significado los procesos que fortalece.

Por otro lado, la investigación descriptiva tiene como fin especificar propiedades, características y rasgos importantes de cualquier fenómeno que se analice (Hernández, Fernández y Baptista, 2010). Por lo cual la presente investigación busca especificar las propiedades, características del desarrollo del razonamiento inductivo matemático en un escenario como el de la aplicación multimedia GeoGebra, al resolver problemas que se modelan mediante una sucesión. Es decir, pretende medir o recoger información alusiva a los procesos llevados por los estudiantes en la toma de decisiones, en la búsqueda de patrones y la generación de conjeturas en los procesos seguidos por cada uno de ellos.

Método de investigación

Este trabajo se realizó en el marco del estudio de caso, teniendo en cuenta su aplicación en la investigación cualitativa, y pretende dar cuenta de los hechos ocurridos en un momento concreto, mostrando cómo se lleva a cabo el desarrollo del razonamiento inductivo matemático a través de la aplicación multimedia GeoGebra.

De acuerdo con los aportes de Stake (1999) es posible clasificar dos tipos de estudios: los intrínsecos y los instrumentales. El primero se refiere a los casos en los que predomina el principio del interés que ofrece el caso, es decir el interés se centra exclusivamente en las características del caso abordado. En el segundo, se utiliza el caso estudiado como un medio para conocer un problema más amplio, permitiendo llegar a la comprensión de aspectos que van más allá del caso abordado.

Con base en la anterior tipología el presente trabajo se cataloga como un estudio intrínseco, porque busca observar y analizar el desarrollo del razonamiento inductivo matemático que presentan los estudiantes al hacer uso de la aplicación GeoGebra como escenario y parte de sus procesos.

Fases de la investigación

El proceso de enseñanza - aprendizaje, tiene que partir de la consideración de una metodología integrada por fases, etapas, eslabones o momentos a través de los cuales transcurre el aprendizaje. Las fases de la metodología constituyen estadios de un proceso único y totalizador que tienen una misma naturaleza dada por su carácter de proceso consciente. En este apartado se presentan las fases de la investigación, a través de las cuales se trabaja el desarrollo del razonamiento inductivo matemático en el escenario de la aplicación multimedia GeoGebra al resolver problemas que pueden ser modelados mediante una sucesión. Este trabajo fue desarrollado en tres fases fundamentales con las que se propone abarcar los objetivos específicos planteados.

La fase inicial de este proceso investigativo nace a partir de la recopilación de propuestas académicas y formativas, que después de la observación en el aula, experiencia laboral e interés particular llevaron a plantear el problema de investigación. Se realizó un recorrido de búsqueda sobre el razonamiento inductivo, sucesiones y aplicaciones multimedia para delimitar las características de las estrategias de aprendizaje, analizar los contextos y sujetos, fuentes de información y las posibilidades que aportan para alcanzar efectivamente los objetivos de la investigación. Sustentado con la indagación sobre teorías del aprendizaje, modelos pedagógicos, factores y recursos del proceso de aprendizaje que inducen a la adquisición de estrategias que favorecen el aprender.

Adicional a esta revisión bibliográfica, se planificó la realización de un diagnóstico de pre-saberes, ya que es fundamental conocer de antemano cuales son las falencias o aciertos cognitivos de los estudiantes en cuanto al razonamiento inductivo matemático que poseen. Según la Teoría del Aprendizaje Significativo de David Ausubel, el aprendizaje del estudiante depende de la estructura cognitiva previa que se relaciona con los nuevos conceptos adquiridos, de manera que resulta indispensable para el maestro caracterizar a sus estudiantes en este sentido, para poder pensar en una estrategia coherente con sus verdaderas necesidades de aprendizaje.

En la fase intermedia se seleccionaron y diseñaron instrumentos para recopilar información acerca del razonamiento inductivo matemático, los cuales permiten describir detalladamente los pasos de su desarrollo. Para lo cual, se tomó como referencia el modelo teórico propuesto por Cañadas y Castro (2007), que consta de siete pasos a saber:

1. Trabajo con casos particulares
2. Organización de casos particulares

3. Identificación de patrones
4. Formulación de conjeturas
5. Justificación
6. Generalización
7. Demostración

Teniendo en cuenta además el potencial de las aplicaciones multimedia y conjugando el trabajo de sucesiones con situaciones reales cercanas a los estudiantes.

Se eligió la aplicación matemática GeoGebra como escenario pertinente, ya que los estudiantes van aprendiendo matemáticas de una forma diferente, además esta permite abordar las temáticas desde una perspectiva dinámica e interactiva que ayuda a los estudiantes a visualizar contenidos matemáticos fácilmente; por ejemplo, se pueden crear actividades para que los estudiantes manipulen construcciones y deduzcan relaciones, propiedades, regularidades y resultados.

De esta manera, se diseñaron tres actividades que relacionan situaciones reales de su cotidianidad, con la finalidad de permitir el desarrollo de su imaginación, abstracción y capacidad de análisis, y así poder observar la forma como se fortalece el razonamiento inductivo matemático al modelar situaciones reales que involucran sucesiones en el escenario de la aplicación multimedia GeoGebra. Del mismo modo, las preguntas de las actividades están enfocadas a promover el desarrollo del razonamiento inductivo matemático utilizando esta aplicación como escenario.

Es así como las actividades que se plantean relacionan la estructura de conocimiento sobre una base contextualizada, que con ayuda de la tecnología simula situaciones reales referentes al trabajo con sucesiones, vinculando de manera intencional las ideas previas pertinentes que se hallan en la estructura cognitiva del estudiante. Estas actividades fueron aplicadas a 31 estudiantes del curso 903 J. Tarde, de donde se seleccionaron 7 de ellos para realizar el análisis respectivo.

En la etapa final se realiza la descripción de los pasos del razonamiento inductivo que se evidencia en las soluciones dadas por los estudiantes en cada una de las actividades planteadas; posteriormente se hace una clasificación de los pasos a la luz de los resultados que se observan en las descripciones, con el propósito de identificar, inferir y describir cada uno de ellos, con esta información se procederá a realizar el análisis. Luego se realiza una descripción e interpretación detallada de los datos sistematizados, con el fin de establecer una caracterización de los pasos de razonamiento puestos en juego por cada uno de ellos. Se precisa entonces la forma como se lleva a cabo la aplicación de las actividades, la manera como se estructura la descripción de la información que se recolecta y el contraste con los elementos teóricos tratados en el marco de referencia. De esta manera se pretende determinar el desarrollo del razonamiento inductivo y la idoneidad de la aplicación GeoGebra para este.

Población

Teniendo en cuenta la importancia del razonamiento inductivo matemático en la formación de los estudiantes, la presente investigación busca observar y analizar el razonamiento inductivo matemático a través de la aplicación multimedia GeoGebra, al resolver problemas que pueden ser modelados mediante una sucesión; como esta temática hace parte del componente curricular de grado noveno, para tal efecto se hace partícipe a los estudiantes de este nivel del Colegio Distrital Kennedy J. Tarde.

En el grado noveno existe una población de 97 estudiantes matriculados con edades que oscilan entre 14 y 17 años, distribuidos en tres grados. La distribución de los tres cursos es la siguiente:

Grado y Grupo	901	902	903	TOTAL
Número de estudiantes	34	32	31	97

La muestra estará conformada por un grupo de 7 estudiantes del curso 903, escogidos al azar, sobre los cuales se va a realizar la investigación de corte cualitativo y con estudio de casos, que permitirá observar y analizar cómo desarrollan el razonamiento inductivo con ayuda de la aplicación multimedia GeoGebra al modelar situaciones problema que relacionan un trabajo con sucesiones. Es importante destacar que los estudiantes del curso 903 están habituados a desarrollar ejercicios mecánicos y de un tratamiento algorítmico, ya que en su quehacer dentro del aula se ha enfatizado muy poco en la relación de los conceptos matemáticos con su realidad. Por lo tanto, se busca como resultado, favorecer el aprendizaje significativo y el desarrollo del razonamiento inductivo matemático a partir de una serie de actividades planteadas y que relacionan la estructura de conocimiento con una base contextualizada, donde gracias a la tecnología se modelan situaciones reales referentes al trabajo con sucesiones, que de manera intencional vinculan las ideas previas pertinentes que se hallan en la estructura cognitiva del estudiante.

Como requisito para generar aprendizaje significativo, el estudiante debe mostrar disposición para relacionar de manera independiente y no literal el nuevo conocimiento con su estructura cognitiva; es decir, si la intención del estudiante es memorizar y hacer todo al pie de la letra, tanto el proceso como el resultado serán mecánico. De esta manera, se debe propiciar que el estudiante sea el protagonista de su proceso de aprendizaje y que cree una expectativa que lo mueva hacia la exploración del objeto de estudio, en este caso el razonamiento inductivo matemático.

Capítulo IV

Diseño de la propuesta

Dando continuidad a las fases de desarrollo del trabajo, en este apartado se inicia con la segunda fase, es decir, con el diseño del instrumento de recolección de información; se presentan las descripciones y el diseño de tres actividades propuestas para el desarrollo del razonamiento inductivo matemático en el escenario de la aplicación multimedia GeoGebra, al resolver problemas que pueden ser modelados mediante una sucesión. Teniendo en cuenta la indagación bibliográfica y la formulación del marco teórico.

La intencionalidad de las actividades es promover el desarrollo del razonamiento inductivo matemático en el escenario de la aplicación multimedia GeoGebra, privilegiando la argumentación en el sustento de los descubrimientos, la formulación de conjeturas y el acercamiento a procesos de generalización y validación. Como sustento teórico de este trabajo han sido de gran ayuda los postulados teóricos de Álvarez, Alonso, & Gorina (2012) así como los de Cañadas y Castro (2007). Cabe recordar que el modelo planteado por Cañadas y Castro en sus investigaciones es tomado como referencia para realizar el diseño y análisis de las actividades con los siete pasos ya mencionados con anterioridad. A continuación, se hace pertinente reiterar la descripción de las acciones a las que se refiere cada paso del modelo.

1. **Trabajo con casos particulares:** los casos particulares son los ejemplos o casos concretos con los que se inicia un proceso inductivo. Los casos particulares juegan un papel fundamental como punto de partida de la inducción. Además, los casos particulares pueden servir para validar una conjetura de una manera informal, como se detallará en el paso que corresponde con los procesos de validación.

2. **Organización de casos particulares:** disponer los datos obtenidos de forma que ayuden a la percepción de patrones, ya sea en una tabla, en filas y columnas, con algún orden.
3. **Identificación de patrones:** El patrón, o pauta, es lo común, lo repetido con regularidad en diferentes hechos o situaciones y que se prevé que puede volver a repetirse.
4. **Formulación de conjeturas:** una conjetura es una proposición que se supone verdadera y desea someterse a una valoración. Dicha valoración puede dar como resultado su aceptación o su rechazo. Si se presenta un ejemplo para el que la conjetura no es verdadera, ésta se rechaza.
5. **Justificación de las conjeturas:** Hace referencia a toda razón dada para convencer de la verdad de una afirmación. Se suele distinguir entre justificaciones empíricas y deductivas. Las empíricas usan los ejemplos como elemento de convicción. Se vuelve a comprobar con otros casos particulares.
6. **Generalización:** Cuando la conjetura se expresa de tal manera que se refiere a todos los casos de una clase determinada, se habla de generalización. Este es el principal objetivo del razonamiento inductivo, por el que se le considera generador de conocimiento, en particular de conocimiento matemático. Sin embargo, para poder saber si estamos o no ante nuevo conocimiento, antes de poder aceptar una nueva conjetura (general o no) con plena certeza de su validez desde el punto de vista matemático, es necesario llegar a demostrarla mediante un proceso de validación formal.
7. **Demostración:** proceso de validación formal que no deja lugar a dudas sobre la validez de la conjetura que se trata de probar y que la determina inequívocamente. Para comprobar la validez de una conjetura desde el punto de vista de la verificación matemática, es necesario recurrir a procesos deductivos, y la demostración formal.

Para adecuarse al propósito de este trabajo, este modelo se reorganizó dentro de una tabla que evidencia los pasos del razonamiento, la característica y los indicadores que dan parte de su aplicabilidad y cumplimiento. Hay que tener en cuenta que dentro de esta reorganización no se tuvo en cuenta la fase demostrativa, ya que está fuera del alcance de la propuesta.

PASO	CARÁCTERÍSTICA	LOGRO
Observar y organizar casos	La observación de casos particulares del objeto matemático es el inicio del proceso inductivo, ya que a partir de ella se puede identificar características y relaciones; además, posibilita la sistematización de datos en tablas y listas entre otros, teniendo en cuenta los esquemas cognitivos del estudiante acerca del objeto matemático.	✓ Identifica características del objeto matemático. ✓ Observa la relación existente entre los elementos del objeto matemático. ✓ Sistematiza en tablas o en listas los datos observados
Identificación de patrones.	A partir de los datos iniciales se identifica lo relevante y común, lo repetido con regularidad en diferentes hechos o situaciones y que se prevé puede volver a repetirse, en lo que corresponde a patrones, regularidades, relaciones entre objetos, propiedades, semejanzas, entre otros	✓ Observa situaciones constantes o que se repiten. ✓ Identifica relaciones, propiedades, regularidades del objeto matemático. ✓ Organiza y clasifica relaciones, propiedades, regularidades del objeto matemático. ✓ Realiza predicciones sobre casos desconocidos.
Formular conjeturas	Es un proceso mediante el cual se comunica las características, regularidades, propiedades y patrones del objeto matemático, de manera verbal, simbólica o gráficamente; de esta manera, consiste en realizar una proposición que se supone verdadera sin que se haya sometido a una	✓ Comunica las relaciones encontradas verbal o simbólicamente ✓ Realiza afirmaciones de manera clara y organizada ✓ Identifica y clasifica información útil para formular una conjetura.

	valoración. Dicha valoración puede dar como resultado su aceptación o su rechazo.	
Justificación de conjeturas	Hace referencia a las razones que se dan para convencer de la verdad de una afirmación. Se suele distinguir entre justificaciones empíricas y deductivas. Las empíricas usan los ejemplos como elemento de convicción, las deductivas se comprueban como su nombre lo indica con demostración rigorosa como las usuales en matemáticas.	✓ Utiliza ejemplos y contraejemplos para comprobar la conjetura. ✓ Utiliza argumentos matemáticos para convencer acerca de la veracidad de la conjetura
Generalizar conjeturas	La conjetura se expresa de tal manera que se refiere a todos los casos de una clase determinada. Implica la extensión del razonamiento más allá de los casos particulares considerados.	✓ Describe el comportamiento del objeto matemático. ✓ Asocia un término general a la conjetura. ✓ Argumenta la veracidad del término general utilizando conceptos matemáticos.

Cuadro N°1. Pasos del razonamiento inductivo matemático.

Proceso de construcción del instrumento de recolección de información

En el proceso de construcción de las tres actividades se buscaron situaciones problema relacionadas con sucesiones, que involucren diferentes relaciones numéricas y regularidades que posibiliten el desarrollo del razonamiento inductivo matemático; de esta manera se eligieron tres problemas ricos en patrones y regularidades que permitieran potenciar el razonamiento inductivo subyacente en la temática de las sucesiones.

Además, las situaciones escogidas se pueden representar por medio de una construcción en GeoGebra, en la que se trabaja de forma implícita en conceptos matemáticos propios del currículo de grado noveno. Los conocimientos previos, hilados con los nuevos, permiten que los estudiantes construyan argumentos bien sustentados, dando lugar a un aprendizaje significativo. Así, se escogieron tres situaciones, las dos primeras fueron tomadas de un estudio realizado por Morera, Chico, Badillo y Planas; y la tercera, de un estudio realizado por Cañadas. Para cada situación se diseñó un Applet[1] en GeoGebra en el cual los estudiantes se apoyan para dar respuesta a la guía propuesta para cada situación.

A continuación, se presentan las tres actividades que se aplicaron a los estudiantes del curso 903 J.T. del Colegio Distrital Kennedy; se da a conocer la situación en una construcción hecha en un Applet en GeoGebra, donde los estudiantes pudieron visualizar y manipular, facilitando la identificación de las regularidades, esta construcción está acompañada de una guía escrita donde se proporciona una serie de preguntas orientadoras relacionadas con cada paso del razonamiento.

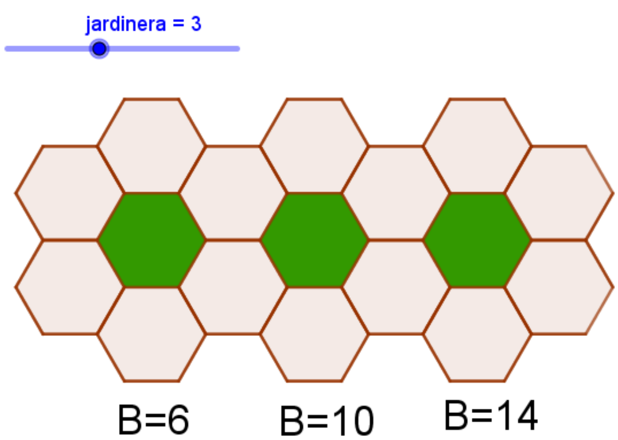
Actividad N°1

En la primera actividad se plantea la siguiente situación en una construcción en GeoGebra.

[1] En este trabajo applet es entendido como una aplicación que se ejecuta dentro de un programa creado para atender tareas específicas (GeoGebra). Su contenido no es estático y permite la interacción por parte del estudiante, donde se puede manipular diversos elementos, observar cambios y extraer conclusiones.

PROBLEMA DE LAS BALDOSAS

El alcalde de la ciudad quiere embellecer un parque colocando jardineras hexagonales (verdes en el dibujo), rodeadas de baldosas también hexagonales.



Problema N°1. Problema de las baldosas.

Para el desarrollo de la actividad se diseña un Applet y una guía con preguntas orientadoras con el fin de que los estudiantes puedan estudiar la situación en un orden especial de acuerdo con la reorganización de los pasos de razonamiento inductivo propuestos en el cuadro N°1.

Cada pregunta orientadora está relacionada con uno de los pasos de razonamiento; a continuación, se muestran las preguntas que hacen referencia a cada uno de ellos.

- ✓ **Observar y organizar casos**

Las preguntas propuestas en los numerales ***a, b, c*** y ***d*** pretenden que los estudiantes observen y organicen los datos, e identifiquen las principales características que le servirán para la identificación de patrones y la posterior formulación y validación de conjeturas.

a. Observa y describe para que sirve cada botón de la construcción de GeoGebra.

RESPUESTA

Mueve el deslizador "JARDINERA" ¿Qué función tiene este botón en la construcción?

RESPUESTA

c. ¿Qué figuras aparecen en la construcción? ¿qué característica tiene cada una de ellas?

RESPUESTA

d. ¿Qué características tienen los elementos que conforman la construcción?

RESPUESTA

- ✓ **Identificación de patrones**

Los numerales ***e, f, g*** y ***h*** buscan que los estudiantes descubran el patrón y establezcan la relación entre el número de jardineras y el número de baldosas que lo rodean, sistematicen la información y la utilicen para formular conjeturas para luego verificarlas de algún modo.

e. Describe que sucede cuando se mueve el deslizador "JARDINERA"

RESPUESTA

f. ¿Cuántas baldosas serán necesarias para 4 jardineras? ¿Cuántas para 5 jardineras? Explícalo

RESPUESTA

g. Si en la construcción de GeoGebra estuviera representada la jardinera 7 ¿Cuántas baldosas son necesarias para rodearlas? ¿porqué?

RESPUESTA

h. Busca pautas en tus datos ¿encuentras algo repetitivo de un valor a otro?

RESPUESTA

- ✓ **Formulación de conjeturas**

Las preguntas de los numerales ***h, i*** y ***j*** tienen la finalidad de que el estudiante logre evidenciar y conjeturar las relaciones entre el número de jardineras y el número de baldosas, al observar que la cantidad de baldosas aumenta en 4 unidades a medida que se aumenta una jardinera.

h. Busca pautas en tus datos ¿encuentras algo repetitivo de un valor a otro?

RESPUESTA

i. ¿Qué relación encuentra entre el número de jardineras y el número de baldosas? ¿porqué?

RESPUESTA

j. Si hay 38 baldosas ¿cuántas jardineras se han rodeado? Explícalo

RESPUESTA

- ✓ **Justificación de conjeturas**

Con los numerales ***j*** y ***k*** se busca que los estudiantes pongan a prueba la conjetura planteada y la utilicen para dar solución al interrogante, contrastando los resultados con ejemplos ya desarrollados.

j. Si hay 38 baldosas ¿cuántas jardineras se han rodeado? Explícalo

RESPUESTA

k. Para rodear 100 jardineras ¿Cuántas baldosas son necesarias?

RESPUESTA

- ✓ **Generalización**

Con la pregunta del numeral ***l*** se busca que el estudiante generalice el patrón descubierto en las anteriores preguntas. Es posible aquí que el estudiante a partir de una tabla que muestre la relación entre el número de baldosas y el número de baldosas correspondiente pueda plantear que el número de baldosas que se necesitan para rodear n jardineras es 4n+2. El numeral ***m*** busca que el estudiante de cuenta de la generalización de manera verbal.

l. Para un número cualquiera de n jardineras ¿cuántas baldosas hacen falta? Explícalo

RESPUESTA

m. ¿Qué te permite realizar esta información?

RESPUESTA

En el siguiente cuadro se presenta un modelo de solución de la situación, teniendo en cuenta los pasos del razonamiento inductivo matemático descritos en el cuadro N°1; el primer recuadro nombra el paso correspondiente al razonamiento, el siguiente hace referencia a la descripción de una posible solución de la situación y el último se enmarca los indicadores donde se establece lo que se espera lograr en el desarrollo de la actividad.

<table>
<tr><th>PASO</th><th>DESCRIPCION DE LA ACTIVIDAD</th><th>INDICADORES</th></tr>
<tr><td>Observar y organizar casos</td><td>✓ La forma de la jardinera y las baldosas que la rodean es la misma (hexagonal)
✓ Cada jardinera la rodean 6 baldosas.</td><td>✓ Identifica la forma de las figuras que aparecen en la ilustración. (figuras hexagonales).
✓ Establece la relación entre la jardinera y los elementos que la rodean (tiene la misma forma y tamaño la jardinera y las baldosas)
✓ Sistematiza la información observada en tablas.</td></tr>
<tr><td>Identificación de patrones</td><td>✓ Cada jardinera se encuentra rodeada por 6 baldosas.
✓ Por cada jardinera aumenta en 4 el número de baldosas.
✓ Realiza una tabla que le permite organizar la información (jardineras vs baldosas)</td><td>✓ Observa e identifica en la secuencia que cada jardinera está rodeada por seis baldosas.
✓ Identifica el patrón de cambio, al establecer que de una jardinera a la siguiente aumenta en cuatro el número de baldosas.
✓ Organiza los datos hallados, por ejemplo, realizan tablas o listas comparando el número de jardineras y el número de baldosas.
✓ Realiza predicciones sobre casos desconocidos. (casos lejanos)</td></tr>
<tr><td>Formulación de conjeturas</td><td><table><tr><th>JARDINERAS</th><th>BALDOSAS</th></tr><tr><td>1</td><td>6</td></tr><tr><td>2</td><td>10</td></tr><tr><td>3</td><td>14</td></tr><tr><td>4</td><td>18</td></tr></table></td><td>✓ Comunica las relaciones encontradas verbal o simbólicamente
✓ Realiza afirmaciones de manera clara y organizada</td></tr>
</table>

	5 22 **…** … **N** 4n+2 El número de baldosas que se necesitan para cubrir n jardineras es 4n+2. En el sistema de representación numérico pueden aparecer otras formas de representar algebraicamente la situación, pero equivalentes a 4n+2. La conjetura puede ser planteada verbalmente. Para cubrir las n jardineras se debe multiplicar el número de estas por 4 y sumarle 2.		✓ Identifica y clasifica información útil para formular una conjetura
Justificación de conjeturas	Para la justificación de la conjetura planteada, se hace el conteo de baldosas de acuerdo al número de jardineras utilizadas, se aplica la formula encontrada, luego se contrasta este resultado con el anterior, si hay coincidencia, se empieza a considerar que la conjetura planteada es probablemente valida.		✓ Utiliza ejemplos y contraejemplos para comprobar la conjetura. ✓ Utiliza argumentos matemáticos para convencer acerca de la veracidad de la conjetura

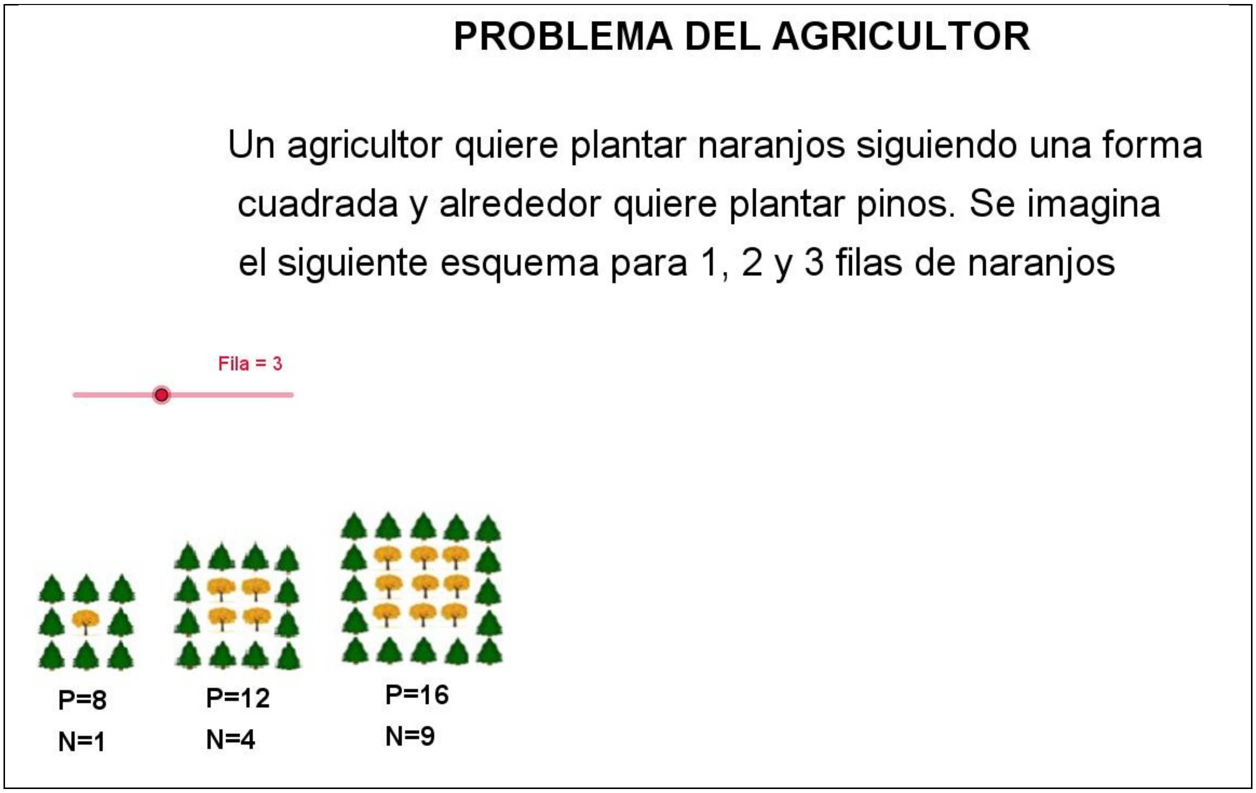
Número de jardineras	Número de baldosas	Aplicación de la formula
1	6	(4x1) +2=6
2	10	(4x2) +2=10
3	14	(4x3) +2=14

	4	18	(4x4) +2=18	
	5	22	(4x5) +2=22	
	6	26	(4x6) +2=26	
	7	30	(4x7) +2=30	
Generalizar conjeturas	La generalización de la conjetura es la siguiente: El número baldosa para n jardineras es 4n+2. Donde n hace referencia al número de jardineras y corresponde al lugar que ocupa en la sucesión.			✓ Describe el comportamiento del objeto matemático. ✓ Asocia un término general a la conjetura. ✓ Argumenta la veracidad del término general utilizando conceptos matemáticos.

Cuadro N°2. Desarrollo de la actividad N°1.

Actividad N°2

La situación planteada para la segunda actividad es la siguiente.



Problema N°2. Problema del agricultor.

Para el desarrollo de la actividad se diseña un Applet y una guía con preguntas orientadoras con el fin de que los estudiantes puedan estudiar la situación con un orden especial de acuerdo con la reorganización de los pasos de razonamiento inductivo propuestos en el cuadro N°1. Cada pregunta orientadora está relacionada a uno de los pasos de razonamiento; a continuación, se muestran las preguntas que hacen referencia a cada uno de ellos.

- ✓ **Observar y organizar casos**

Las preguntas propuestas en los numerales ***a, b, c*** y ***d*** pretenden que los estudiantes observen y organicen los datos, e identifiquen las principales características que le servirán para la identificación de patrones y la posterior formulación y validación de conjeturas.

a. Observa y describe para que sirve cada botón de la construcción de GeoGebra.

RESPUESTA

b. Mueve el deslizador "Fila" ¿Qué función tiene este botón en la construcción?

RESPUESTA

c. ¿Qué figuras aparecen en la construcción? ¿qué caracteristica tiene cada una de ellas?

RESPUESTA

d. ¿Qué elementos conforman cada figura?

RESPUESTA

- ✓ **Identificación de patrones**

Los numerales ***e, f, g*** y ***h*** buscan que los estudiantes descubran el patrón y establezcan la relación entre el número de la fila y el número de pinos y naranjos, sistematicen la información y la utilicen para formular conjeturas y las verifiquen de algún modo.

e. ¿Qué relación encuentras entre el lado del cuadrado grande con relación al lado del cuadrado grande anterior?

RESPUESTA

f. ¿Cuántos pinos hay en la fila 4? ¿Cuántos en la fila 5?

RESPUESTA

g. ¿Cuántos naranjos hay en la fila 4? ¿Cuántos en la fila 5?

RESPUESTA

h. Organiza la información y describe la relación que encuentras

RESPUESTA

- ✓ **Formulación de conjeturas**

Las preguntas de los numerales ***i, j*** y ***k*** tienen la finalidad de que el estudiante logre evidenciar y conjeturar las relaciones existentes entre el número de la fila de naranjos y la cantidad de pinos y naranjos.

i. Si en la construcción de GeoGebra estuviera la fila número 10 ¿Cuántos pinos habría? ¿y naranjos?

RESPUESTA

j. ¿Qué relación encuentra entre el número de la Fila y el número de pinos? ¿Por qué?

RESPUESTA

k. ¿Que relación encuentra entre el número de Fila y el número de naranjos? ¿Por qué?

RESPUESTA

- **Justificación de conjeturas**

Con el numeral ***l*** se busca que los estudiantes pongan a prueba la conjetura planteada y la utilicen para dar solución al interrogante, contrastando los resultados con ejemplos ya desarrollados.

1. Si en la construcción aparecieran 32 pinos ¿en que Fila se encontraría? ¿Por qué? ¿Cuántos naranjos habría?

RESPUESTA

- **Generalización**

Con la pregunta del numeral ***m*** se busca que el estudiante generalice el patrón descubierto en las anteriores preguntas. El numeral ***n*** busca que el estudiante de cuenta de la generalización de manera verbal. Mientras que los numerales ***o*** y ***p*** buscan dar significado al producto de la generalización en el contexto del agricultor.

m. Para el caso general de n filas de naranjos ¿Cuántos naranjos se necesitan? ¿y pinos? Explícalo con tus palabras.

RESPUESTA

n. ¿Qué te permite realizar la afirmación?

RESPUESTA

o. El principal ingreso del agricultor proviene de la venta de naranjas. Por tanto, le interesa tener mas cantidad de naranjos que de pinos. Manteniendo la forma del huerto ¿esto es posible?

RESPUESTA

p. Si es posible, ¿a partir de cual fila de naranjos comienza a superar la cantidad de naranjos a la cantidad de pinos? ¿porqué?

RESPUESTA

En el siguiente cuadro se presenta un modelo de solución de la situación, teniendo en cuenta los pasos del razonamiento inductivo matemático descritos en el cuadro N°1; el primer recuadro nombra el paso correspondiente al razonamiento, el siguiente hace referencia a la descripción de una posible solución de la situación y el último enmarca los indicadores donde se establece lo que se espera lograr en el desarrollo de la actividad.

PASO	DESCRIPCION DE LA ACTIVIDAD	INDICADORES
Observar y organizar casos	✓ En cada figura aparece un cuadrado grande conformado por pinos y en el centro un cuadrado pequeño conformado por naranjos. ✓ En cada vértice del cuadrado conformado por naranjos hay un pino.	✓ Identifica la forma de las figuras que aparecen en la ilustración (cuadrado grande y cuadrado pequeño).

		✓ Establece la relación entre los elementos que conforman el cuadrado grande y el cuadrado pequeño (pinos y naranjos respectivamente) ✓ Especifica que en cada vértice del cuadrado conformado por naranjos hay un pino. ✓ Sistematiza la información observada en tablas.
Identificación de patrones	✓ En la secuencia cada lado del cuadrado conformado por pinos tiene una unidad más en relación con la anterior. ✓ De una figura a la siguiente se aumenta en cuatro el número de pinos. ✓ En cada figura los pinos se pueden agrupar para formar cuatro rectángulos del mismo tamaño, que bordean el cuadro de naranjos, así: para la primera figura que es un cuadrado de lado tres, cada rectángulo tiene dos pinos (4x2=8), en el siguiente cada rectángulo tiene tres pinos (4x3=12), en la tercera figura cada rectángulo tiene cuatro pinos (4x4)=16. ✓ El número de pinos es múltiplo de 4.	✓ Identifica en la secuencia que cada lado del cuadrado formado por pinos tiene una unidad más de lado en relación con la anterior. ✓ Identifica el patrón de cambio en las figuras, al establecer que de una figura a la siguiente aumenta en cuatro, el número de pinos. ✓ Descubre que el número de pinos es múltiplo de 4 ✓ Organiza los datos hallados, por ejemplo, realizan tablas o listas

<table>
<tr>
<td>Formulación de conjeturas</td>
<td>
<table>
<tr><th>Fila</th><th>Número de rectángulos</th><th>Cantidad de pinos en cada rectángulo</th><th>Total, de pinos</th><th>Número de naranjos</th></tr>
<tr><td>1</td><td>4</td><td>2</td><td>8</td><td>1</td></tr>
<tr><td>2</td><td>4</td><td>3</td><td>12</td><td>4</td></tr>
<tr><td>3</td><td>4</td><td>4</td><td>16</td><td>9</td></tr>
<tr><td>4</td><td>4</td><td>5</td><td>20</td><td>16</td></tr>
<tr><td>…</td><td></td><td></td><td></td><td>…</td></tr>
</table>
La figura que se encuentra en la fila n debe tener 4 rectángulos, cada uno conformado por n+1 pinos, luego en total habría un total de 4(n+1) pinos. Para el número de naranjos en la posición n se establece un total de n^2.
</td>
<td>
✓ Comunica las relaciones encontradas verbal o simbólicamente
✓ Realiza afirmaciones de manera clara y organizada
✓ Identifica y clasifica información útil para formular una conjetura
</td>
</tr>
<tr>
<td>Justificación de conjeturas</td>
<td>
Para la justificación de la conjetura planteada, se hace el conteo de pinos en diferentes posiciones, para cada posición se aplica la formula encontrada, luego se contrasta este resultado con el anterior, si hay coincidencia, se empieza a considerar que la conjetura planteada es probablemente valida.
<table>
<tr><th>Fila</th><th>Numero de pinos</th><th>Aplicación de la fórmula de los pinos</th><th>Aplicación de la fórmula de los naranjos</th></tr>
<tr><td>4</td><td>20</td><td>4x(4+1)=20</td><td>4^2=16</td></tr>
<tr><td>5</td><td>24</td><td>4x(5+1)=24</td><td>5^2=25</td></tr>
<tr><td>6</td><td>28</td><td>4x(6+1)=28</td><td>6^2=36</td></tr>
</table>
</td>
<td>
✓ Utiliza ejemplos y contraejemplos para comprobar la conjetura.
✓ Utiliza argumentos matemáticos para convencer acerca de la veracidad de la conjetura
</td>
</tr>
<tr>
<td>Generalizar conjeturas</td>
<td>La generalización de la conjetura es la siguiente: El número de pinos en cualquier fila n se obtiene aplicando la fórmula 4(n+1), y para el número de naranjos n^2. Donde n corresponde al número de filas de los naranjos y corresponde al lugar que ocupa en la sucesión.</td>
<td>
✓ Describe el comportamiento del objeto matemático.
✓ Asocia un término general a la conjetura.
✓ Argumenta la veracidad del término general
</td>
</tr>
</table>

	utilizando conceptos matemáticos.

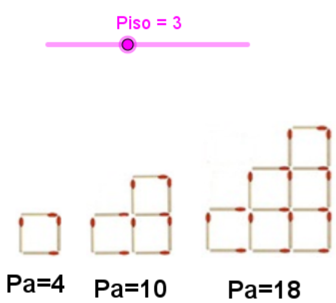
Cuadro N°3. Desarrollo de la actividad N°2.

El planteamiento de la tercera situación es la siguiente.

Actividad N°3

PROBLEMA DE LOS PALILLOS

Un arquitecto está realizando un diseño utilizando palillos formando diferentes figuras sobre la mesa. Construye escaleras de uno, dos y tres pisos; para el diseño de un piso tiene un palillo en cada lado exterior, para lo que necesita 4 palillos, para la escalera de dos pisos utiliza 10 palillos. De esa misma manera continua construyendo escaleras.



Problema N°3. Problema de los palillos.

Para el desarrollo de la actividad se diseña un Applet y una guía con preguntas orientadoras con el fin de que los estudiantes puedan estudiar la situación en un orden especial de acuerdo con la reorganización de los pasos de razonamiento inductivo propuestos en el cuadro N°1. Cada pregunta orientadora está relacionada con uno de los pasos de razonamiento; a continuación, se muestran las preguntas que hacen referencia a cada uno de ellos.

✓ **Observar y organizar casos**

Las preguntas propuestas en los numerales ***a, b*** y ***c*** pretenden que los estudiantes observen y organicen los datos, e identifiquen las principales características que le servirán para la identificación de patrones y la posterior formulación y validación de conjeturas.

a. Mueve el deslizador "PISO" ¿Qué función tiene este botón en la construcción?

RESPUESTA

b. ¿Qué figuras aparecen en la construcción? ¿qué característica tiene cada una de ellas?

RESPUESTA

c. Al mover el deslizador "PISO" ¿qué observas en la construcción?

RESPUESTA

✓ **Identificación de patrones**

Los numerales ***d, e*** y ***f*** buscan que los estudiantes descubran el patrón y establezcan la relación entre el número de piso y el número de palillos, sistematicen la información y la utilicen para formular conjeturas y las verifiquen de algún modo.

d. Con ayuda en la construcción en GeoGebra, en el piso 4 de la escalera ¿Cuántos palillos hay? ¿y en el piso 5?

RESPUESTA

e. Organiza la información en una tabla

RESPUESTA

f. Si en la construcción de GeoGebra estuviera representado el piso 7 ¿Cuántos palillos habrá? ¿porqué?

RESPUESTA

✓ **Formulación de conjeturas**

Las preguntas de los numerales ***g, h*** y ***i*** tienen la finalidad que el estudiante logre evidenciar y conjeturar las relaciones existentes entre el número de pisoy el número de palillos.

g. Busca pautas en tus datos ¿encuentras algo repetitivo de un valor a otro?

RESPUESTA

h. ¿Qué relación encuentra entre el número de pisos y el número de palillos? ¿porqué?

RESPUESTA

i. Expresa la relación numéricamente.

RESPUESTA

- ✓ **Justificación de conjeturas**

Con el numeral ***j*** se busca que los estudiantes pongan a prueba la conjetura planteada y la utilicen para dar solución al interrogante, contrastando los resultados con ejemplos ya desarrollados.

j. ¿Podrías establecer en que piso de la escalera estaría si se han utilizado 130 palillos? Explícalo

RESPUESTA

- ✓ **Generalización**

Con la pregunta del numeral ***k*** se busca que el estudiante generalice el patrón descubierto en las anteriores preguntas. El numeral ***l*** busca que el estudiante de cuenta de la generalización de manera verbal.

k. Para un número cualquiera de n pisos ¿cuántos palillos se necesitan? Explícalo

RESPUESTA

l. ¿Cómo probarías esta afirmación?

RESPUESTA

En el siguiente cuadro se presenta un modelo de solución de la situación, teniendo en cuenta los pasos del razonamiento inductivo matemático descritos en el cuadro N°1; el primer recuadro nombra el paso correspondiente al razonamiento, el siguiente hace referencia a la descripción de una posible solución de la situación y el último se enmarca en los indicadores donde se establece lo que se espera lograr en el desarrollo de la actividad.

FASE	DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD	INDICADORES
Observar y organizar casos	✓ Las figuras están formadas por cuadrados del mismo tamaño. ✓ En cada escalera los cuadros consecutivos comparten algunos palillos. ✓ La diferencia entre el número de palillos de las figuras no es constante. ✓ Realiza el conteo de palillos y los organiza en tablas.	✓ Identifica la forma de las figuras que aparecen en la ilustración (cuadrados). ✓ Establece la relación entre los elementos que conforman las escaleras (palillos). ✓ Especifica que cada cuadro de la escalera comparte algunos palillos. ✓ Sistematiza la información observada en tablas.
Identificación de patrones	✓ A partir de la segunda figura cada cuadrado comparte algunos palillos. ✓ Todas las figuras tienen un número par de palillos. ✓ Cada figura aumenta el número anterior de palillos más el número par de palillos siguiente al que se ha sumado en el caso anterior. 4 10=4+6 18=10+8 28=18+10 40=28+12 ✓ Realiza una tabla que le permite organizar la información.	✓ Observa e identifica en la secuencia que a partir de la segunda figura cada cuadro comparte algunos palillos. ✓ Identifica el patrón de cambio, al establecer que cada figura aumenta el número anterior de palillos más el número par de palillos siguiente al que se ha sumado en el caso anterior. ✓ Organiza los datos hallados, por ejemplo, realizan tablas o listas. ✓ Realiza predicciones sobre casos desconocidos. (casos lejanos)

Formulación de conjeturas

Una forma de llevar un registro de la información es utilizar una tabla.

Número de pisos	Número de palillos	Número de palillos
1	4=4x1	(1+3) x1=4
2	10=5x2	(2+3) x2=10
3	18=6x3	(3+3) x3=18
4	28=7x4	(4+3) x4=28
5	40=8x5	(5+3) x5=40
…	…	…
n		$(n+3)\ n = n^2+3n$

El número de palillos que se necesitan para n pisos es n^2+3n

- ✓ Comunica las relaciones encontradas verbal o simbólicamente
- ✓ Realiza afirmaciones de manera clara y organizada
- ✓ Identifica y clasifica información útil para formular una conjetura

Justificación de conjeturas

Para la justificación de la conjetura planteada, se hace la prueba comprobando la expresión para el termino general con casos particulares. luego se contrasta este resultado con el anterior, si hay coincidencia, se empieza a considerar que la conjetura planteada es probablemente valida.

Número de pisos	Número de palillos	Número de palillos
5	40=8x5	(5+3) x5=40
6	40=8x5	(6+3) x6=54
7	40=8x5	(7+3) x7=70
8	40=8x5	(8+3) x8=88
9	40=8x5	(9+3) x9=108

- ✓ Utiliza ejemplos y contraejemplos para comprobar la conjetura.
- ✓ Utiliza argumentos matemáticos para convencer acerca de la veracidad de la conjetura

Generalizar conjeturas	La generalización de la conjetura es la siguiente: El número de palillos para n pisos de la escalera es n^2+3n. Donde n hace referencia al número de pisos y corresponde al lugar que ocupa en la sucesión.	✓ Describe el comportamiento del objeto matemático. ✓ Asocia un término general a la conjetura. ✓ Argumenta la veracidad del término general utilizando conceptos matemáticos.

Capítulo V

Resultados y análisis

En este capítulo se presenta la descripción y análisis de los resultados obtenidos al realizar la aplicación de las tres actividades a los estudiantes de grado noveno del Colegio Distrital Kennedy J.T., para tal fin se cuenta con las producciones escritas de los estudiantes, resultado del trabajo con cada una de las guías que se propusieron.

Es importante resaltar que las actividades que componen la propuesta hacen parte de una prueba piloto y mediante esta aplicación buscan ser validadas.

A continuación, se presentan algunas consideraciones acerca de la forma como se desarrollaron las actividades durante su aplicación, y los parámetros que se siguieron para la organización de la información y la estructura de la descripción, con la intención de contrastarla con los referentes teóricos que se mencionan en el marco de referencia.

Acerca de la aplicación de la guía

La aplicación se lleva a cabo en tres sesiones de clase de 110 minutos cada una, donde a cada estudiante se le proporcionó una guía de trabajo de cada actividad junto con un computador portátil que contiene la aplicación GeoGebra en la cual se diseñó un Applet que representa cada una de las situaciones propuestas. El desarrollo de las actividades tuvo lugar en el aula de clase, y se aplicó a todos los estudiantes del curso 903 J. Tarde, de esta manera se recolectaron las guías de todos los integrantes del curso; sin embargo, se seleccionó una muestra de las producciones escritas de siete estudiantes, teniendo en cuenta que en ellas se evidenciarán los pasos del razonamiento inductivo matemático, además que sus desarrollos estén completos y hayan participado en el proceso de las tres actividades debido a que no todos asistieron los días de la aplicación de las actividades.

Acerca de la descripción de resultados

Para describir los resultados obtenidos se contó con las producciones escritas plasmadas en cada una de las guías, teniendo en cuenta que la estructura de cada una de ellas mantiene un orden específico relacionado con los pasos del razonamiento inductivo matemático a saber: *observar y organizar casos, identificación de patrones*, *formulación de conjeturas, justificación de conjeturas y generalización de conjeturas*; donde la descripción y análisis se realiza teniendo en cuenta el orden de los pasos ya mencionados y se muestran las imágenes de la producciones escritas de los estudiantes. Vale la pena aclarar que, en el análisis de las actividades de todos los pasos, no aparecen las respuestas de los siete estudiantes, ya que el interés es desatacar algunos procesos encontrados.

Análisis de la actividad N°1.

Como se ha mencionado en el apartado anterior se ha tomado el modelo propuesto por Cañadas para realizar el análisis de las actividades, por ello en cada paso del razonamiento inductivo matemático se establecieron indicadores que dan cuenta de su aplicabilidad y cumplimiento. En la descripción y análisis de las actividades se presenta cada paso con sus indicadores.

Observar y organizar casos

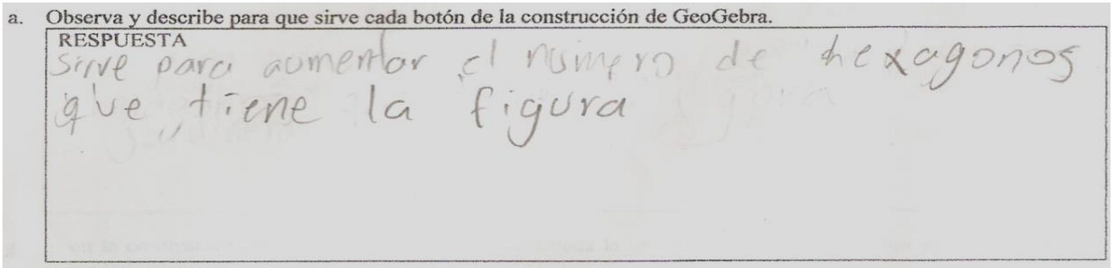
PASO	INDICADOR
Observar y organizar casos	✓ Identifica la forma de las figuras que aparecen en la ilustración. (figuras hexagonales). ✓ Establece la relación entre la jardinera y los elementos que la rodean (tiene la misma forma y tamaño la jardinera y las baldosas) ✓ Sistematiza la información observada en tablas.

A continuación, se presentan los resultados obtenidos en los numerales *a, b, c* y *d,* que hacen referencia al primer paso del razonamiento inductivo matemático *observar y organizar casos*. Las preguntas están orientadas para que los estudiantes observen y organicen los datos e identifiquen las principales características en la construcción en GeoGebra, con el objeto de que éstas sirvan para la identificación de patrones y la posterior formulación y verificación de conjeturas.

A los estudiantes se les proporciona un Applet que contiene el diseño de la situación "El problema de las baldosas", donde ellos realizan una observación y exploración del Applet, ubican el puntero del mouse en el deslizador y manipulan la construcción.

En lo referido a las dos primeras preguntas *a* y *b*, estas tienen como intencionalidad que los estudiantes observen y describan el funcionamiento del deslizador y se familiaricen con la aplicación y la actividad.

En las imágenes de las producciones escritas correspondientes a la primera pregunta se evidencia que los estudiantes reconocen el funcionamiento del deslizador, ya que cuando mueven el deslizador describen los cambios que observan en la construcción "sirve para aumentar el número de hexágonos que tiene la figura"

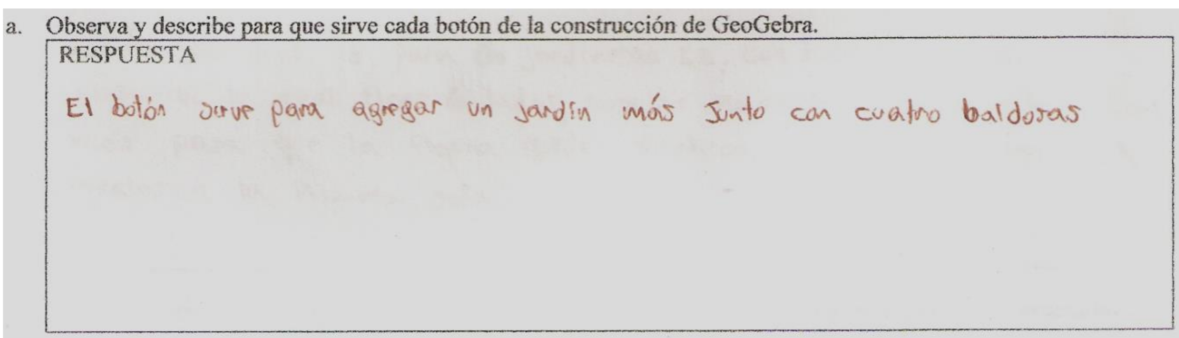

a. Observa y describe para que sirve cada botón de la construcción de GeoGebra.

RESPUESTA

Sirve para aumentar el numero de hexagonos que tiene la figura

Imagen N°1

También es importante señalar que uno de los estudiantes al manipular la construcción e identificar la función del deslizador “jardinera”, asocia un incremento de 4 baldosas a la función de este; donde se evidencia la identificación de regularidades que hace parte de uno de los pasos del razonamiento que da inicio con la observación y visualización.

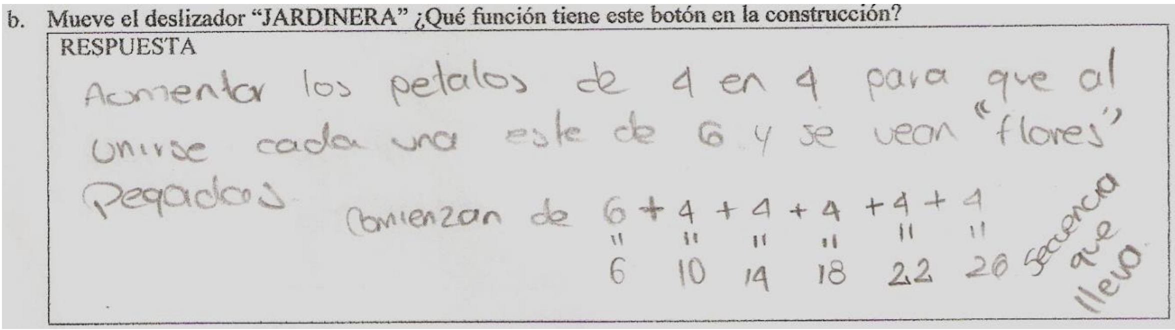

a. Observa y describe para que sirve cada botón de la construcción de GeoGebra.

RESPUESTA

El botón sirve para agregar un jardín más junto con cuatro baldosas

Imagen N°2

En relación con el segundo numeral de la guía los estudiantes dan parte del cumplimiento al primer paso del razonamiento, ya que visualizan y observan el comportamiento de la construcción, y esto les permite identificar regularidades, en la imagen N°3 se evidencia cómo un estudiante identifica la razón de cambio en la construcción al organizar la información.


b. Mueve el deslizador "JARDINERA" ¿Qué función tiene este botón en la construcción?

RESPUESTA

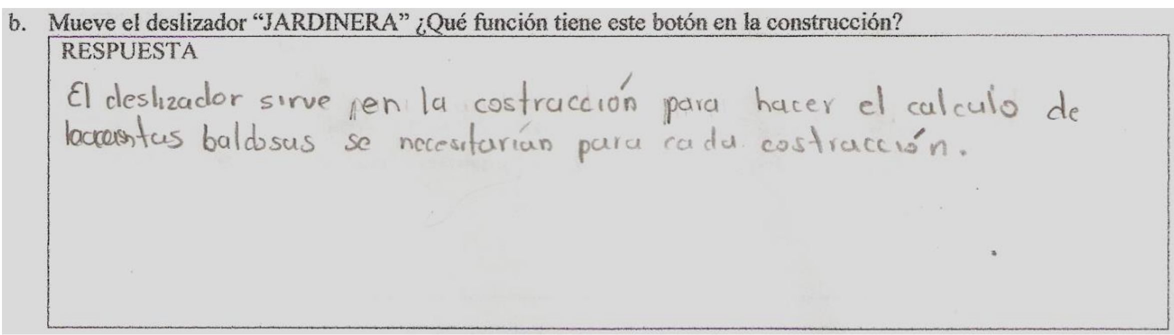
Aumentar los petalos de 4 en 4 para que al unirse cada una este de 6 y se vean "flores" pegados

Comienzan de 6 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4

6 10 14 18 22 26 secuencia de llevo

Imagen N°3

Además, los estudiantes asocian a la función del deslizador con la función de hacer el cálculo del número de baldosas necesarias para la construcción.

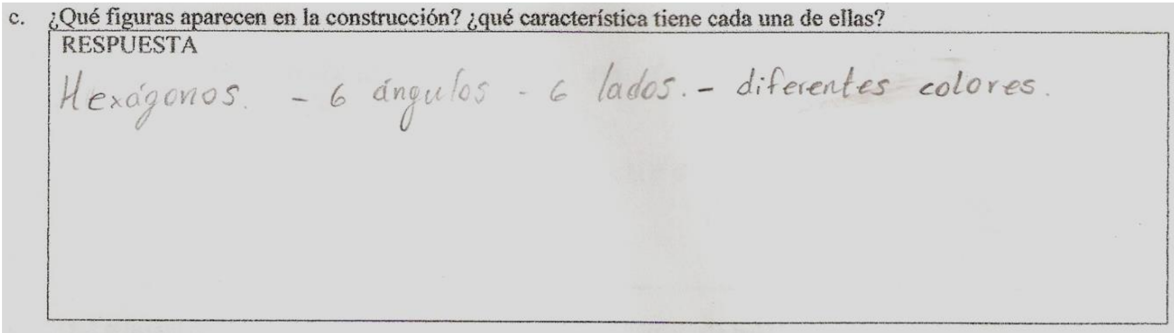

b. Mueve el deslizador "JARDINERA" ¿Qué función tiene este botón en la construcción?

RESPUESTA

El deslizador sirve en la costracción para hacer el calculo de lacuantas baldosas se necesitarían para cada costracción.

Imagen N°4

Teniendo en cuenta las producciones escritas de los estudiantes al realizar la observación y visualización de las figuras que aparecen en el Applet, se evidencia que identifican características de estas, como la forma hexagonal de las baldosas y jardineras; además, dan cuenta del número de lados de cada figura y la variación de los colores en la construcción.

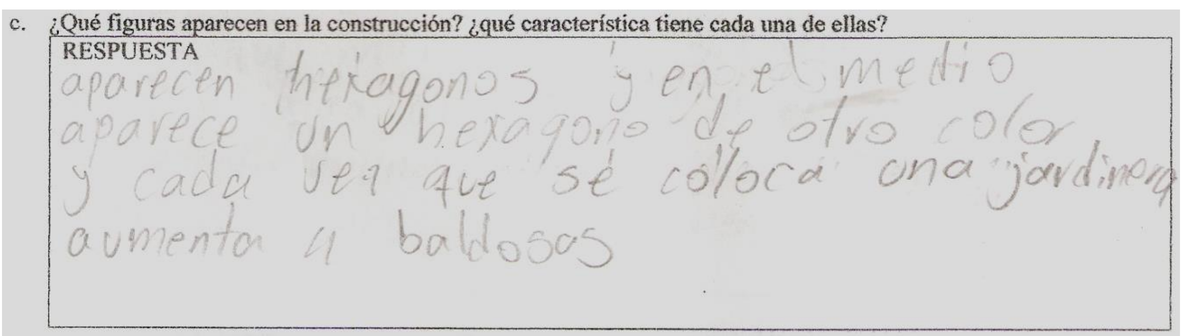

c. ¿Qué figuras aparecen en la construcción? ¿qué característica tiene cada una de ellas?

RESPUESTA

Hexágonos. - 6 ángulos - 6 lados. - diferentes colores.

Imagen N°5

También se observa que hay estudiantes que establecen relaciones en el comportamiento de las figuras en la construcción, teniendo en cuenta los colores que aparecen en ella y continúan dando cuenta de la variación en el aumento de las baldosas respecto al incremento de las jardineras.

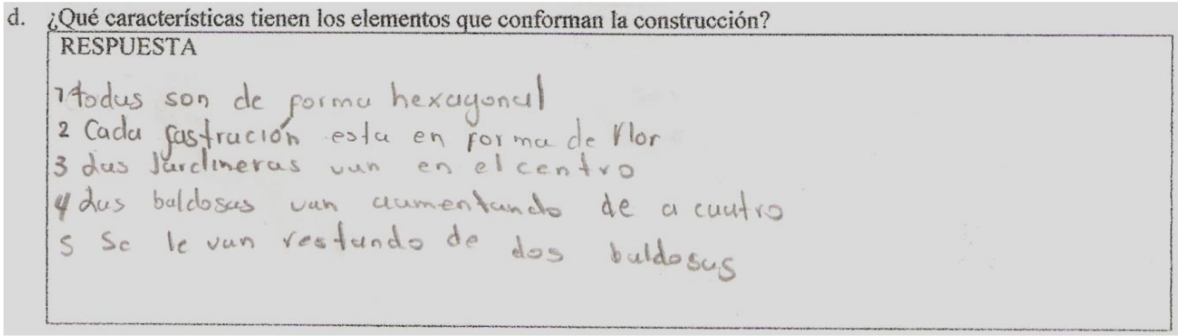

c. ¿Qué figuras aparecen en la construcción? ¿qué característica tiene cada una de ellas?

RESPUESTA

aparecen hexagonos y en el medio
aparece un hexagono de otro color
y cada vez que se coloca una jardinera
aumenta 4 baldosas

Imagen N°6

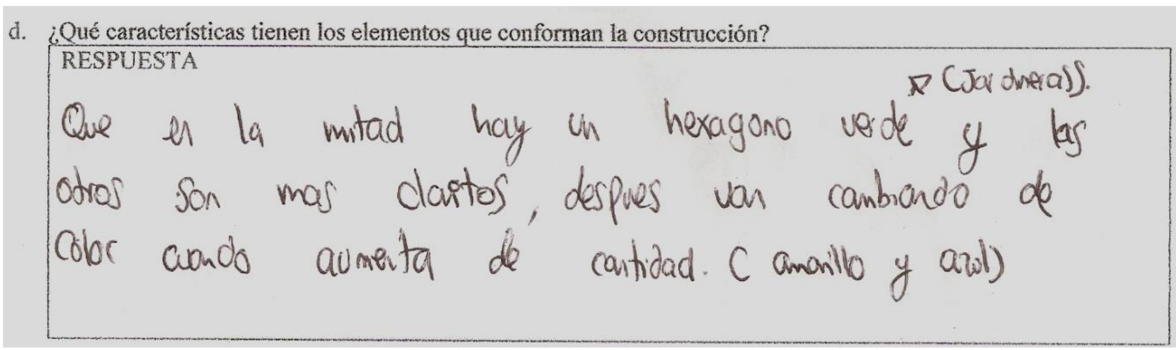
Los estudiantes logran describir la forma hexagonal de la jardinera y el color representativo que la acompaña, además, establecen que a cada jardinera la rodean 6 baldosas de la misma forma y tamaño. Persisten en señalar que el aumento por cada jardinera es de 4 baldosas.


d. ¿Qué características tienen los elementos que conforman la construcción?

RESPUESTA

1 todos son de forma hexagonal
2 Cada castración esta en forma de flor
3 dos Jardineras van en el centro
4 dos baldosas van aumentando de a cuatro
5 Se le van restando de dos baldosas

Imagen N°7

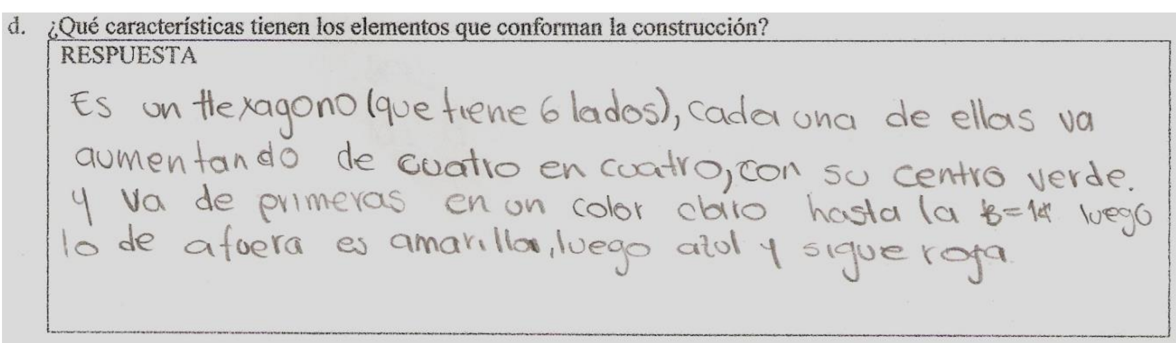

d. ¿Qué características tienen los elementos que conforman la construcción?

RESPUESTA

(Jardineras).
Que en la mitad hay un hexagono verde y las
otros son mas clartos, despues van cambiando de
color cuando aumenta de cantidad. (amarillo y azul)

Imagen N°8

Indican un cambio representativo de color en las baldosas a medida que aumentan las jardineras, este cambio en la construcción es intencional, ya que se diseñó de esta manera para que los estudiantes lograran evidenciar en la construcción la regularidad del aumento de 4 baldosas cada vez que se aumentara una jardinera.


d. ¿Qué características tienen los elementos que conforman la construcción?

RESPUESTA

Es un Hexagono (que tiene 6 lados), cada una de ellas va
aumentando de cuatro en cuatro, con su centro verde.
y va de primeras en un color claro hasta la B=14 luego
lo de afuera es amarillo, luego azul y sigue roja.

Imagen N°9

En cada una de las respuestas de estos primeros numerales referidos al primer paso del razonamiento, manifiestan que por cada jardinera aumentan 4 baldosas, lo que hace suponer que los estudiantes ya establecieron una relación entre el número de jardineras y el número de baldosas.

Frente al paso del razonamiento de *observar y organizar casos* se evidencia que los estudiantes observan y visualizan al explorar el Applet, e identifican características como forma tamaño y color. Además, identifican la regularidad que "aumenta de a 4 baldosas cada vez que se incrementa una jardinera".

Teniendo en cuenta los resultados hallados en las producciones escritas de los estudiantes junto con las descripciones hechas y los indicadores que se plantearon para este primer paso del razonamiento inductivo matemático se identificaron los siguientes aspectos:

Los estudiantes se familiarizaron con el Applet, ya que encontraron la funcionalidad del deslizador "jardinera", manipularon la construcción e identificaron características que se encuentran allí presentes; de esta manera se avanza al siguiente paso del razonamiento inductivo.

Respecto al paso de observar y organizar casos en el desarrollo del razonamiento inductivo matemático, se evidencia que de acuerdo a los indicadores establecidos con antelación los estudiantes observan, identifican y caracterizan algunas relaciones que se establecen en las figuras que aparecen en la construcción; sumado a ello, los estudiantes comenzaron a encontrar regularidades "por cada jardinera van aumentando 4 baldosas".

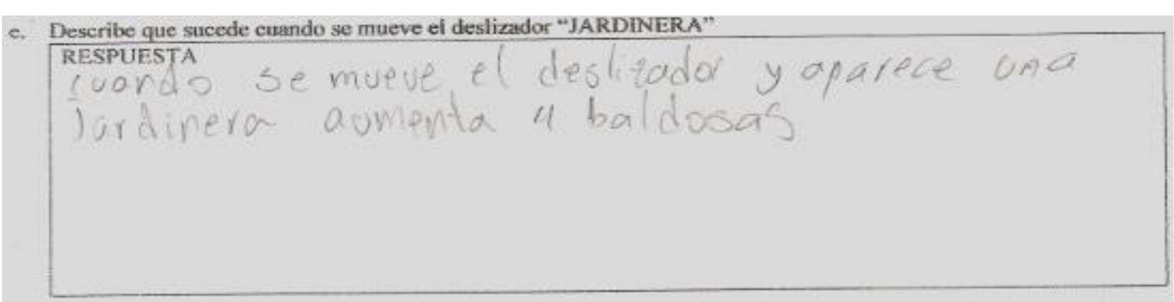
Por lo tanto, se evidencia que los numerales *a, b, c,* y *d* planteados en la guía contribuyen al desarrollo del razonamiento inductivo matemático, ya que de acuerdo con los indicadores planteados para este paso los estudiantes logran identificar la forma de las figuras (hexagonales), y establecen relaciones entre la jardinera y los elementos que la rodean, es decir, identifican que las jardineras y las baldosas tienen la misma forma y tamaño. A su vez, hay estudiantes que identifican la razón de cambio en la construcción al organizar la información. Es decir que los indicadores fueron cumplidos a cabalidad.

Identificación de patrones

PASO	INDICADOR
Identificación de patrones	✓ Observa e identifica en la secuencia que cada jardinera está rodeada por seis baldosas. ✓ Identifica el patrón de cambio, al establecer que de una jardinera a la siguiente aumenta en cuatro el número de baldosas. ✓ Organiza los datos hallados, por ejemplo, realizan tablas o listas comparando el número de jardineras y el número de baldosas. ✓ Realiza predicciones sobre casos desconocidos. (casos lejanos)

Las preguntas de los numerales *e*, *f*, *g* y *h* están orientadas para que los estudiantes identifiquen regularidades, establezcan la relación entre el número de jardineras y el número de baldosas que la rodean, sistematicen la información y la utilicen para formular conjeturas y las verifiquen de algún modo.

Por ejemplo, la pregunta *e* requiere que el estudiante luego de observar y organizar casos, de cuenta de la regularidad que ha encontrado, relacionando los elementos que intervienen.


e. Describe que sucede cuando se mueve el deslizador "JARDINERA"

RESPUESTA

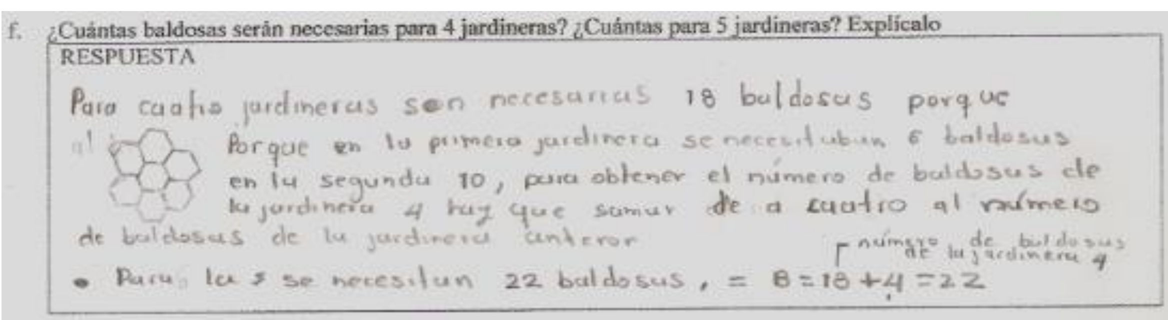
cuando se mueve el deslizador y aparece una Jardinera aumenta 4 baldosas

Imagen N°10

Se evidencia entonces, que los estudiantes comienzan a relacionar el aumento de las baldosas con el número de jardineras que aparecen en la construcción, lo que indica que han encontrado una regularidad.

La siguiente pregunta busca que los estudiantes organicen la información que suministra el Applet en tablas o listas, y de esta manera les permita comparar el número de jardineras con el número de baldosas de la construcción; relacionando la representación gráfica con la numérica, buscando que mediante un razonamiento numérico se den cuenta que se forma una sucesión aritmética factor 4.

En la evidencia escrita de los estudiantes se constata que en ninguno de los casos se organizó la información en listas o tablas, sin embargo, para responder a la pregunta dieron cuenta de un orden específico que muestra las regularidades observadas y halladas. En los argumentos registrados en la solución es posible observar una organización de datos que permite hallar la respuesta.


f. ¿Cuántas baldosas serán necesarias para 4 jardineras? ¿Cuántas para 5 jardineras? Explícalo

RESPUESTA

Para cuatro jardineras son necesarias 18 baldosas porque

Porque en la primera jardinera se necesitaban 6 baldosas en la segunda 10, para obtener el número de baldosas de la jardinera 4 hay que sumar de a cuatro al número de baldosas de la jardinera anterior

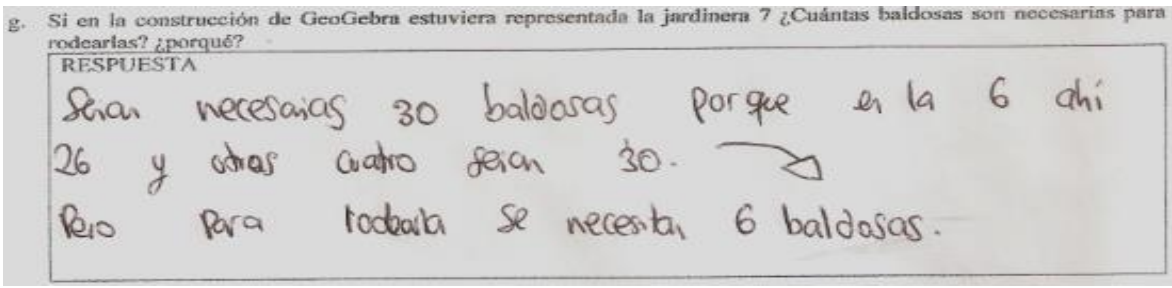
• Para la 5 se necesitan 22 baldosas, = 8 = 18 + 4 = 22

número de baldosas de la jardinera 4

Imagen N°11

A pesar de no realizar una tabla para organizar los datos, la estructura de la solución muestra que tienen clara la regularidad que se presenta en la construcción. En el desarrollo de la pregunta anterior se puede inferir que su respuesta se deriva del desarrollo de la construcción del Applet que representa la situación, ya que el estudiante observa y visualiza la situación y extrae la regularidad apoyándose en el dibujo.

En el numeral *g*, en la construcción en GeoGebra no aparece la jardinera 7, lo que implica que el estudiante debe hacer uso de la información recolectada con anterioridad y ponerla en práctica; es decir, la regularidad que ha venido encontrando se pone de manifiesto para poder hallar la respuesta, muestra de ello se manifiesta en la siguiente solución.



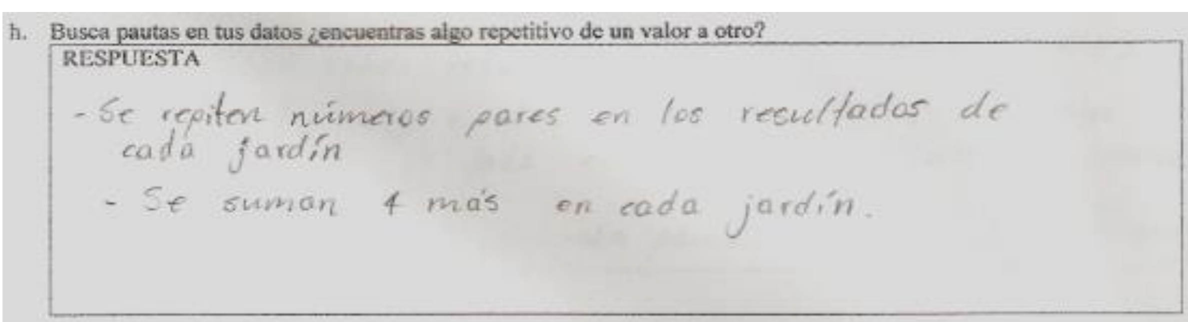
g. Si en la construcción de GeoGebra estuviera representada la jardinera 7 ¿Cuántas baldosas son necesarias para rodearlas? ¿porqué?

RESPUESTA

Serian necesarias 30 baldosas porque en la 6 ahí 26 y otras cuatro serian 30.
Pero para todavía se necesitan 6 baldosas.

Imagen N°12

En el siguiente numeral los estudiantes deben establecer y describir la regularidad que han venido observando “por cada jardinera aumenta en 4 el número de baldosas”; sin embargo, hay estudiantes que agregan una regularidad, al decir que todos los resultados son números pares.



h. Busca pautas en tus datos ¿encuentras algo repetitivo de un valor a otro?

RESPUESTA

- Se repiten números pares en los resultados de cada jardín
- Se suman 4 más en cada jardín.

Imagen N°13

Esta pregunta sirve como preámbulo para que los estudiantes formulen conjeturas de acuerdo con las regularidades halladas. Sin embargo, en ninguna de las producciones escritas se encontró la formulación de conjeturas hasta este paso, teniendo en cuenta que si presentan claridad en la regularidad que aparece en la situación.

Teniendo en cuenta los resultados hallados en las producciones escritas de los estudiantes junto con las descripciones hechas y los indicadores que se plantearon para este segundo paso del razonamiento inductivo matemático se identificaron los siguientes aspectos:

Los estudiantes siguen la secuencia de preguntas de la guía y recolectan información que permite evidenciar los contrastes teóricos que se encuentran en el desarrollo de la misma; el Applet y el uso de GeoGebra permiten observar características de las figuras y la relación entre la jardinera y la cantidad de baldosas necesarias para rodearlas.

En el paso de identificación de patrones, se evidencia que de acuerdo con los indicadores establecidos con antelación los estudiantes establecen las relaciones existentes que aparecen en la construcción; hallando regularidades como el patrón, al establecer que el número de baldosas aumenta en 4 de acuerdo con la cantidad de jardineras de la construcción; adicional a esto, hubo estudiantes que establecieron que todos los resultados son pares.

En lo concerniente a la organización de datos, es evidente que no lo hacen en tablas, sin embargo, en las producciones escritas se ve de manifiesto que tienen claridad en las regularidades halladas, lo que les permite hacer predicciones sobre casos que no aparecen en la construcción; el caso del numeral g.

En algunas de las producciones escritas de los estudiantes se infiere que sus soluciones se derivan directamente de la observación (sobre el dibujo), y otros las desarrollan utilizando estrategias numéricas (apoyándose en los valores que aparecen en la parte inferior de la construcción), lo que pone de manifiesto que adoptar varios sistemas de representación favorece la visualización y la comprensión del problema, además la interpretación de esos sistemas de representación.

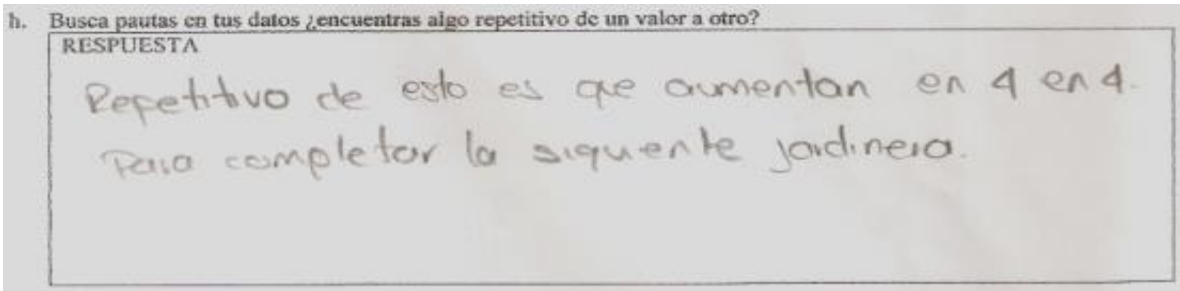
El proponer la situación en el Applet resulta ventajoso, ya que se presenta la situación de una manera distinta, donde se incluyen dibujos dinámicos que pueden ser manipulados por los estudiantes, y permite mostrar las regularidades de la situación en la construcción; por ejemplo, en este caso las baldosas que se agregaron para las jardineras 4, 5 y 6 aparecen con un color diferente a los del planteamiento del problema, facilitando la identificación del patrón.

Formulación de conjeturas

PASO	INDICADOR
Formulación de conjeturas	✓ Comunica las relaciones encontradas verbal o simbólicamente ✓ Realiza afirmaciones de manera clara y organizada ✓ Identifica y clasifica información útil para formular una conjetura

En este paso los estudiantes comunican verbal o simbólicamente las relaciones que han encontrado, para ello organizan la información útil, de manera que permita realizar afirmaciones claras y ordenadas.

Las preguntas de los numerales *h, i* y *j* tienen como finalidad que el estudiante logre evidenciar y conjeturar las relaciones entre el número de jardineras y el número de baldosas, al observar que la cantidad de baldosas aumenta en 4 unidades a medida que se aumenta una jardinera. El numeral *h* sirve como preámbulo a la formulación de la conjetura, debido a que muestra la relación y la regularidad encontrada.

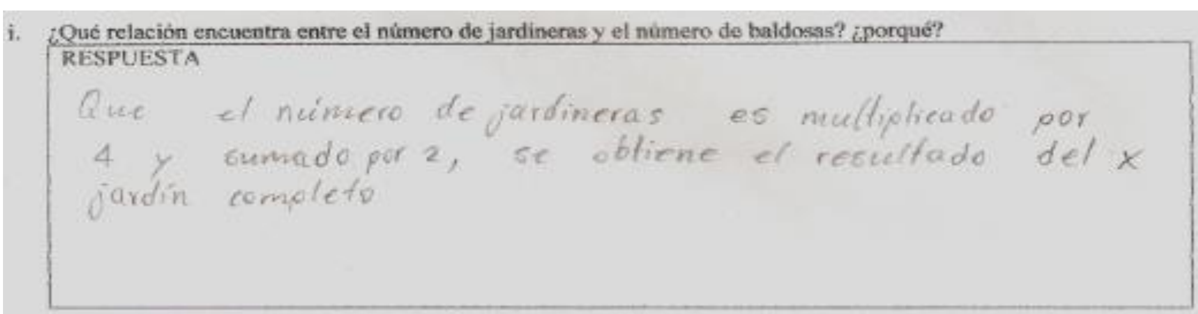

h. Busca pautas en tus datos ¿encuentras algo repetitivo de un valor a otro?

RESPUESTA

Repetitivo de esto es que aumentan en 4 en 4. Para completar la siguente jardinera.

Imagen N°14

La siguiente pregunta lleva a los estudiantes a formular la conjetura y a comunicarla, teniendo en cuenta los datos registrados en el primer y segundo paso del razonamiento, así, como los patrones registrados en sus anotaciones. Al solicitar a los estudiantes que describan la relación que han encontrado entre los elementos que intervienen en la situación, estos deben proponer una conjetura, ya sea de manera verbal o algebraica. En la siguiente imagen se evidencia la formulación de una conjetura verbal junto con su respectiva justificación.


i. ¿Qué relación encuentra entre el número de jardineras y el número de baldosas? ¿porqué?

RESPUESTA

Que el número de jardineras es multiplicado por 4 y sumado por 2, se obtiene el resultado del x jardín completo

Imagen N°15

Se evidencia que el estudiante plantea y comunica la conjetura verbalmente, estableciendo las relaciones y regularidades que ha encontrado con anterioridad. La conjetura surge a partir de la exploración del Applet y el registro de datos que se ha hecho durante los dos primeros pasos del razonamiento, ya que es un proceso mediante el cual se comunican las características, regularidades o propiedades de manera verbal o simbólica.

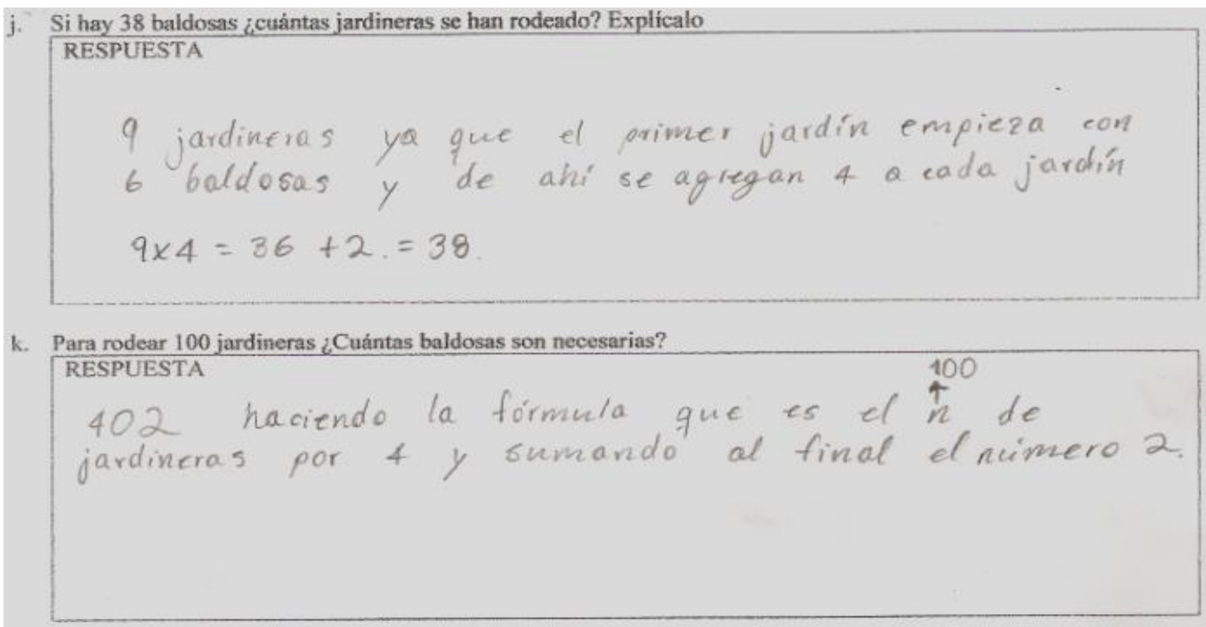
Las preguntas diseñadas en esta guía contribuyen al desarrollo de este paso del razonamiento inductivo matemático; ya que, por ejemplo, los primeros numerales de la guía promueven que los estudiantes identifiquen las principales características que tiene la construcción en GeoGebra, en lo que se refiere a la identificación de la forma y tamaño de las figura que aparecen en ella; las siguientes preguntas conllevan a la identificación de regularidades, específicamente a establecer que por cada jardinera aumenta en 4 el número de baldosas en la construcción, además de identificar que cada jardinera se encuentra rodeada por 6 baldosas.

Teniendo en cuenta los resultados hallados en las producciones escritas de los estudiantes junto con las descripciones hechas y los indicadores que se plantearon para este paso del razonamiento inductivo matemático se identificó que algunos de los estudiantes comunicaron de manera clara y ordenada las relaciones que hallaron en los pasos previos a este, lo que pone de manifiesto que han clasificado la información útil para la formulación de la conjetura.

Justificación de conjeturas

PASO	**INDICADOR**
Justificación de conjeturas	✓ Utiliza ejemplos y contraejemplos para comprobar la conjetura. ✓ Utiliza argumentos matemáticos para convencer acerca de la veracidad de la conjetura.

En este paso del razonamiento inductivo matemático, los estudiantes hacen uso de ejemplos y de argumentos matemáticos para convencer de la veracidad de la conjetura; por ello, con los numerales *j* y *k* se busca que los estudiantes pongan a prueba la conjetura planteada y la utilicen para dar solución al interrogante, contrastando los resultados con ejemplos ya desarrollados. Los estudiantes que plantearon la conjetura la ponen a prueba aplicándola para la solución de las preguntas j y k.



j. Si hay 38 baldosas ¿cuántas jardineras se han rodeado? Explícalo

RESPUESTA

9 jardineras ya que el primer jardín empieza con 6 baldosas y de ahí se agregan 4 a cada jardín

9x4 = 36 +2. = 38.

k. Para rodear 100 jardineras ¿Cuántas baldosas son necesarias?

RESPUESTA

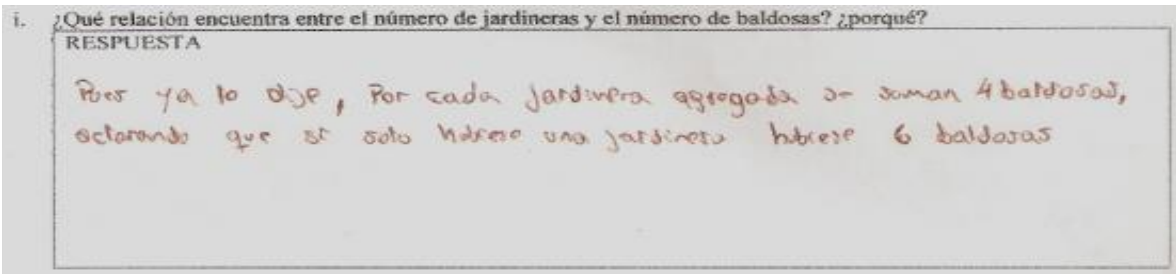
100

402 haciendo la fórmula que es el n de jardineras por 4 y sumando al final el número 2.

Imagen N°16

En la producción escrita de la anterior imagen se evidencia la comprensión de la relación existente entre el dibujo de la construcción y la progresión que se forma. Se encuentran pocas evidencias de la forma como los estudiantes validan las conjeturas planteadas; la manera de convencer a otros de las respuestas dadas se basa principalmente en el registro realizado y la observación de la construcción geométrica presentada en el Applet de la guía.

Sin embargo, también se puede observar que los estudiantes que no formularon la conjetura de manera clara en el numeral *i*, al buscar la solución de los numerales *j* y *k* ponen de manifiesto las relaciones y regularidades que han hallado. A continuación, se muestra la evidencia escrita de uno de ellos que no formuló la conjetura de manera clara.

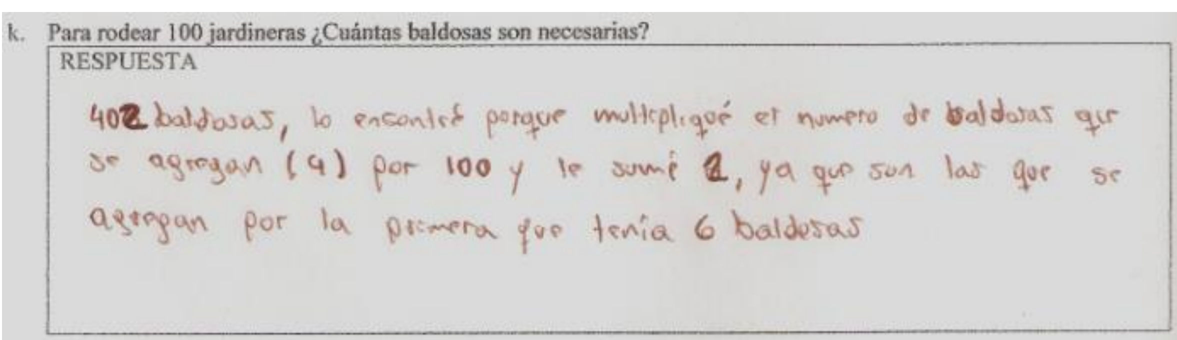

i. ¿Qué relación encuentra entre el número de jardineras y el número de baldosas? ¿porqué?

RESPUESTA

Pues ya lo dije, Por cada jardinera agregada se suman 4 baldosas, aclarando que si solo hubiese una jardinera hubiese 6 baldosas

Imagen N°17

Como se puede observar en la imagen N°17, este estudiante no formuló de manera clara la conjetura, no obstante, en el numeral *k* hace específica la conjetura, al explicar el procedimiento que utilizó para hallar lo que se le solicita; además, la justifica al utilizar esta respuesta como ejemplo de su validez.


k. Para rodear 100 jardineras ¿Cuántas baldosas son necesarias?

RESPUESTA

402 baldosas, lo encontré porque multipliqué el numero de baldosas que se agregan (4) por 100 y le sumé 2, ya que son las que se agregan por la primera que tenía 6 baldosas

Imagen N°18

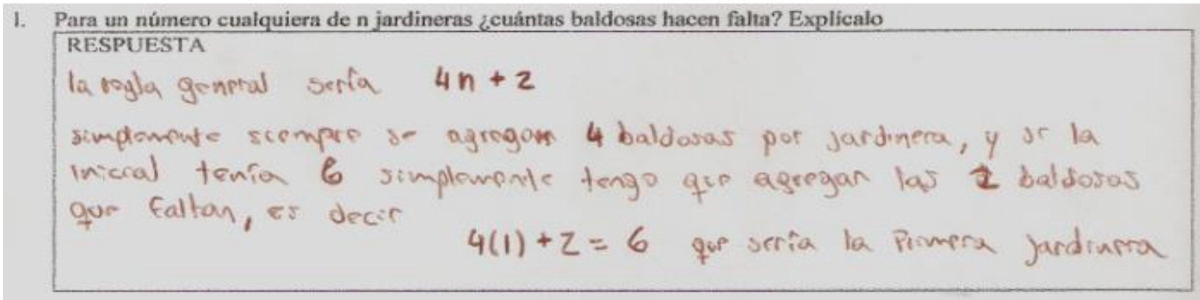
En la mayoría de las producciones escritas, se encuentran pocas evidencias de la forma como los estudiantes validan las conjeturas; la manera de convencer a otros de las respuestas dadas se basa principalmente en el registro realizado en las primeras preguntas o en la observación directa de la construcción geométrica presentada en el Applet de la guía.

Generalización de conjeturas

PASO	INDICADOR
Generalizar conjeturas	✓ Describe el comportamiento del objeto matemático. ✓ Asocia un término general a la conjetura. ✓ Argumenta la veracidad del término general utilizando conceptos matemáticos.

En este paso del razonamiento inductivo matemático, la conjetura se expresa de tal manera que se refiere a todos los casos de una clase determinada; esto implica la extensión del razonamiento más allá de los casos particulares considerados.

Con la pregunta del numeral ***l*** se busca que el estudiante generalice el patrón descubierto y le asocie una expresión matemática, que relacione el número de baldosas necesarias para rodear n jardineras. Los estudiantes que plantearon y justificaron la conjetura de manera clara en los numerales anteriores lograron asociar un término general a la conjetura que plantearon.


I. Para un número cualquiera de n jardineras ¿cuántas baldosas hacen falta? Explícalo

RESPUESTA

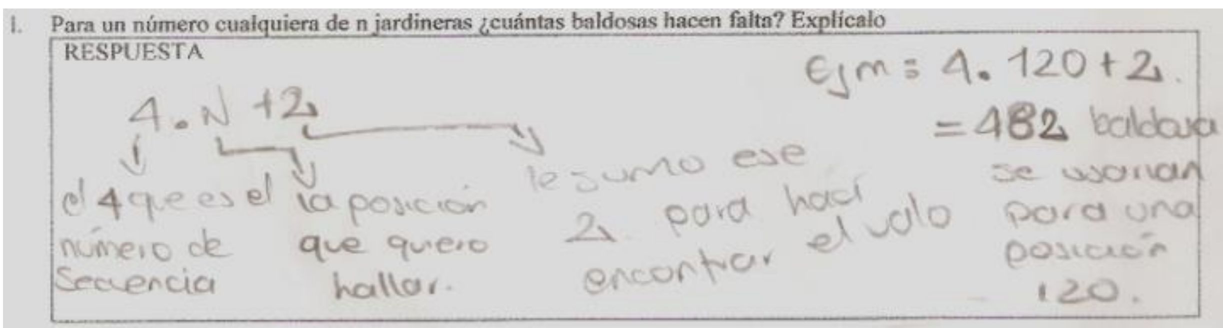
la regla general sería $4n + 2$

simplemente siempre se agregan 4 baldosas por jardinera, y si la inicial tenía 6 simplemente tengo que agregar las 2 baldosas que faltan, es decir

$4(1) + 2 = 6$ que sería la primera jardinera

Imagen N°19

En esta evidencia escrita se observa cómo el estudiante consigue asociar un término general a la situación planteada inicialmente; además, se observa cómo desarrolla acciones sobre la sucesión numérica y comprueba la validez de sus cálculos sobre la construcción (dibujo).


I. Para un número cualquiera de n jardineras ¿cuántas baldosas hacen falta? Explícalo

RESPUESTA

$4 . N + 2$

el 4 que es el número de secuencia

la posición que quiero hallar.

le sumo ese 2 para hacer encontrar el valo

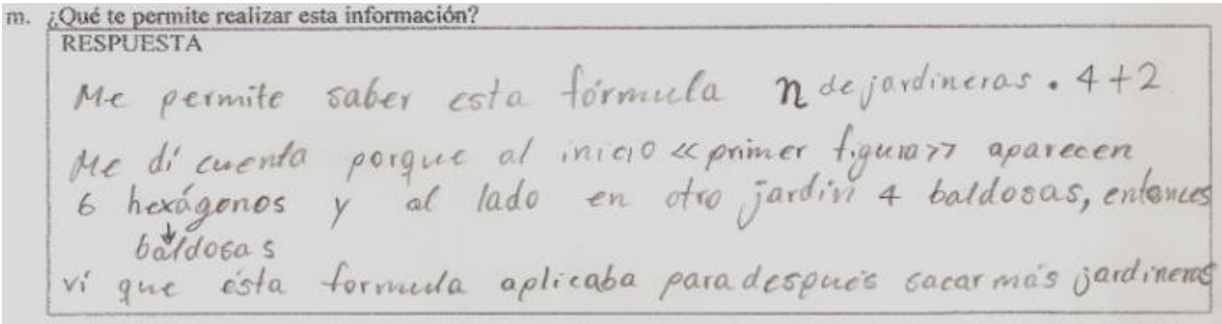
Ejm = $4 . 120 + 2$.

$= 482$ baldosa se usarían para una posición 120.

Imagen N°20

Esta otra muestra cómo el estudiante asocia una expresión matemática a la situación, donde n representa el número de jardineras y lo relaciona con la posición en la sucesión. Además, se observa cómo verifica la conjetura ya generalizada en un ejemplo particular.

El numeral ***m*** busca que los estudiantes den cuenta de la generalización de manera verbal, ya que pedirles que justifiquen sus conjeturas conlleva a que ellos generalicen verbalmente.


m. ¿Qué te permite realizar esta información?

RESPUESTA

Me permite saber esta fórmula n de jardineras . 4+2

Me dí cuenta porque al inicio «primer figura» aparecen 6 hexágonos y al lado en otro jardín 4 baldosas, entonces

baldosas

ví que ésta formula aplicaba para después sacar más jardineras

Imagen N°21

En la producción escrita de la imagen N°21 se observa cómo el estudiante al intentar justificar su conjetura realiza una generalización verbal de la situación; por lo tanto, al pedir a los estudiantes a realizar justificaciones verbales se induce a la generalización verbal.

Los estudiantes que consiguen llegar a la generalización describen las variaciones que se observan en la construcción del Applet, estableciendo la relación entre el número de jardineras y el número de baldosas, al asociar un término general que permite hallar el número de baldosas necesarias para rodear un número *n* de jardineras. Además, comprueban el término asociado aplicándolo a un número de jardineras que aparezca en la construcción del Applet para así probar la validez de sus cálculos sobre la construcción.

Por lo que proponer la situación en el Applet resulta beneficioso, ya que se presenta la situación de una manera distinta, donde se incluyen dibujos dinámicos que pueden ser manipulados por los estudiantes, y les permite jugar un papel importante en su propio proceso de aprendizaje dejando de ser receptores y convirtiéndose en creadores de conocimiento.

Análisis de la actividad N°2.

Como se ha mencionado con anterioridad se ha tomado el modelo propuesto por Cañadas para realizar el análisis de las actividades, por ello en cada paso del razonamiento inductivo matemático se establecieron indicadores que dan cuenta de su aplicabilidad y cumplimiento. En la descripción y análisis de las actividades se presenta cada paso con sus indicadores.

Observar y organizar casos

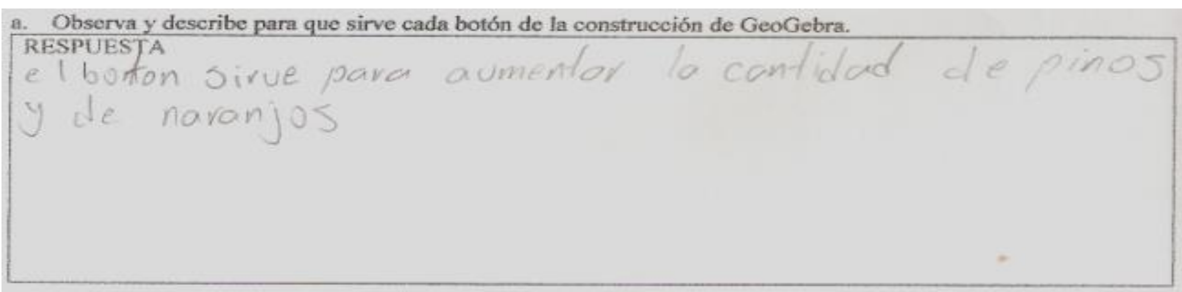
PASO	**INDICADOR**
Observar y organizar casos	✓ Identifica la forma de las figuras que aparecen en la ilustración (cuadrado grande y cuadrado pequeño). ✓ Establece la relación entre los elementos que conforman el cuadrado grande y el cuadrado pequeño (pinos y naranjos respectivamente) ✓ Especifica que en cada vértice del cuadrado conformado por naranjos hay un pino. ✓ Sistematiza la información observada en tablas.

A continuación se presentan los resultados obtenidos en los numerales *a*, *b*, *c* y *d*, que hacen referencia al primer paso del razonamiento inductivo matemático *observar y organizar casos*. Las preguntas están orientadas para que los estudiantes observen y organicen los datos, e identifiquen las principales características de la construcción en GeoGebra, con el objeto de que estás sirvan para la identificación de patrones y la posterior formulación y verificación de conjeturas.

A los estudiantes se les proporciona un Applet que contiene el diseño de la situación “El problema del agricultor”, donde inicialmente ellos realizan una observación y exploración del Applet, ubican el puntero del mouse en el deslizador y manipulan la construcción; desatacando que ya tienen experiencia en la manipulación del Applet debido a la participación en la actividad anterior.

En lo referido a las dos primeras preguntas *a* y *b*, la intencionalidad de ellas está dirigida para que los estudiantes observen y describan el funcionamiento del deslizador y se familiaricen con la aplicación y la actividad.

En las imágenes de las producciones escritas correspondientes a la primera pregunta se evidenció que los estudiantes reconocen el funcionamiento del deslizador, ya que cuando mueven el deslizador describen los cambios que observan en la construcción.


a. Observa y describe para que sirve cada botón de la construcción de GeoGebra.

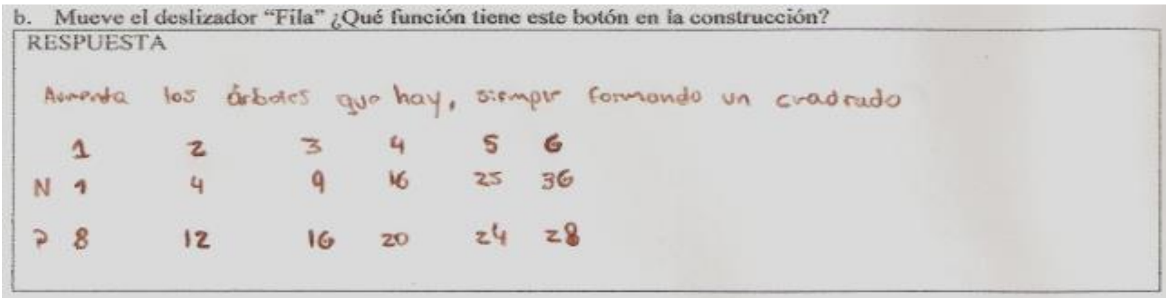
RESPUESTA

el boton sirve para aumentar la cantidad de pinos y de naranjos

ImagenN°22

Esta respuesta del estudiante coincide con la de sus compañeros, evidenciando que ellos reconocen el funcionamiento del deslizador en la construcción, sumado a que ya tienen experiencia en la manipulación del Applet, debido a la participación en el desarrollo de la primera actividad.

En relación con el segundo numeral de la guía los estudiantes dan parte del cumplimiento al primer paso del razonamiento, ya que visualizan y observan el comportamiento de la construcción, y esto les permite identificar regularidades, en la imagen N°23 se evidencia cómo un estudiante organiza la información que se presenta en el Applet.


b. Mueve el deslizador "Fila" ¿Qué función tiene este botón en la construcción?

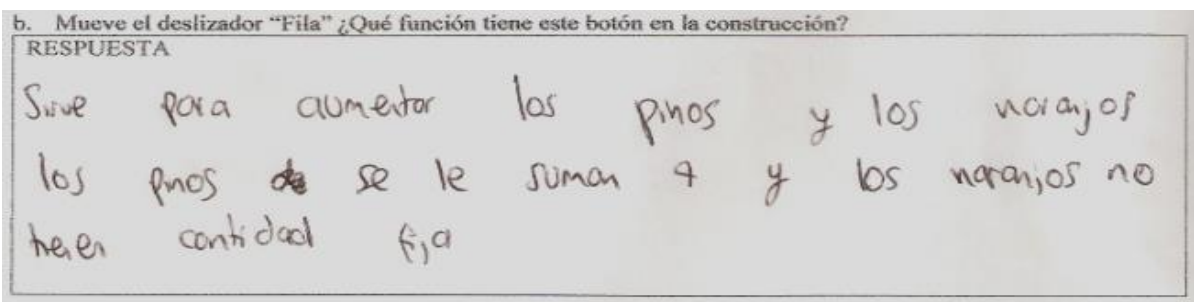
RESPUESTA

Aumenta los árboles que hay, siempr formando un cuadrado

	1	2	3	4	5	6
N	1	4	9	16	25	36
P	8	12	16	20	24	28

Imagen N°23

También, hay estudiantes que comienzan a establecer regularidades al describir la función del deslizador en la construcción, ya que asocian una relación de incremento en los pinos y naranjos.

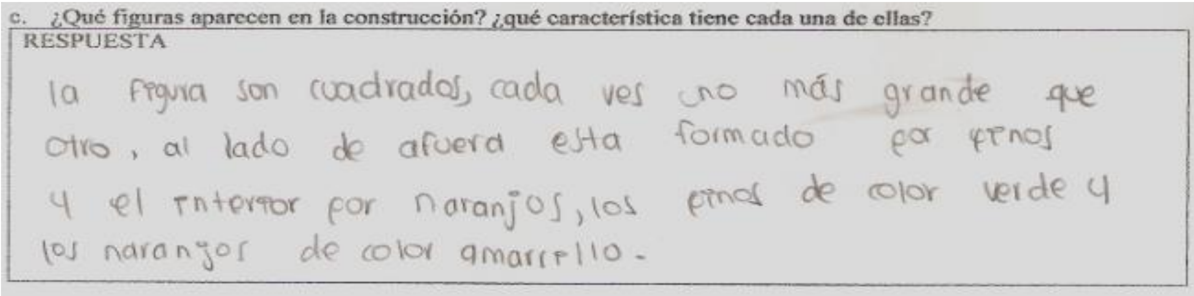

b. Mueve el deslizador "Fila" ¿Qué función tiene este botón en la construcción?

RESPUESTA

Sirve para aumentar los pinos y los naranjos los pinos ~~de~~ se le suman 4 y los naranjos no tieen cantidad fija

Imagen N°24

Teniendo en cuenta las producciones escritas de los estudiantes al realizar la observación y visualización de las figuras que aparecen en el Applet, se evidencia que identifican características de estas, la forma cuadrada que conforman los pinos y naranjos, e identifican que el cuadrado grande lo conforman los pinos (exterior) y el cuadrado pequeño lo conforman los naranjos (interior); además de establecer un rasgo particular en el color de cada figura.



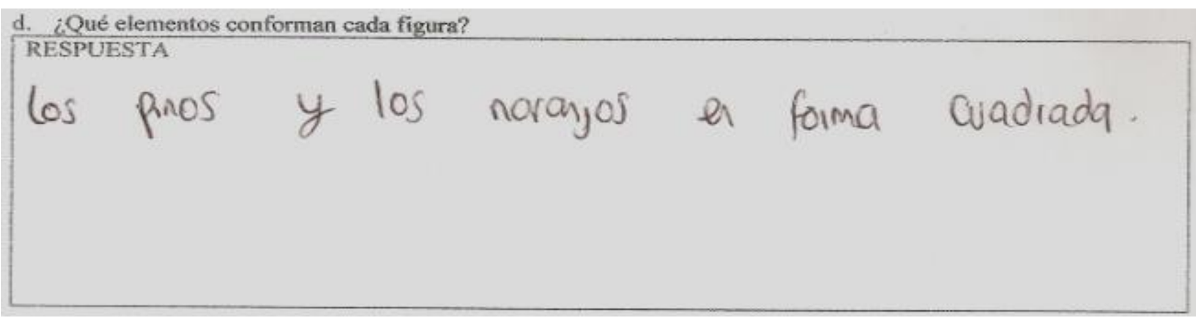
c. ¿Qué figuras aparecen en la construcción? ¿qué característica tiene cada una de ellas?

RESPUESTA

la Figura son cuadrados, cada ves uno más grande que otro, al lado de afuera esta formado por pinos y el interior por naranjos, los pinos de color verde y los naranjos de color amarrillo.

Imagen N°25

Además, con la siguiente pregunta los estudiantes logran describir la forma cuadrada que los pinos y los naranjos van formando.



d. ¿Qué elementos conforman cada figura?

RESPUESTA

los pinos y los naranjos en forma cuadrada.

Imagen N°26

Frente al paso de *observar y organizar casos* se evidencia que los estudiantes observan y visualizan al explorar el Applet, e identifican características como forma, tamaño y color de las figuras que aparecen en la construcción junto con las que se van conformando de manera ordenada. Además, algunos de ellos identificaron la regularidad de aumento de los pinos al establecer que de una fila a la otra aumenta su cantidad en 4 unidades, sin embargo, la relación que se aprecia en los naranjos aún no ha sido hallada.

Teniendo en cuenta los resultados hallados en las producciones escritas de los estudiantes junto con las descripciones hechas y los indicadores que se plantearon para este primer paso del razonamiento inductivo matemático se identificaron los siguientes aspectos:

Los estudiantes se familiarizaron con el Applet, ya que encontraron la funcionalidad del deslizador “Fila”, manipularon la construcción e identificaron características que se encuentran allí presentes; de esta manera se avanza al siguiente paso del razonamiento inductivo. Vale la pena aclarar que para esta segunda actividad los estudiantes ya contaban con la experiencia que brindó la primera actividad, lo que facilitó en alguna medida la solución de las preguntas referidas a la exploración del Applet.

Respecto al paso de *observar y organizar casos*, se evidencia que de acuerdo a los indicadores establecidos con antelación los estudiantes observan, identifican y caracterizan algunas relaciones que se establecen en las figuras que aparecen en la construcción, ya que identifican la forma de las figuras que aparecen en la ilustración (cuadrado grande y cuadrado pequeño) y establecen la relación entre los elementos que conforman el cuadrado grande y el cuadrado pequeño (pinos y naranjos respectivamente). Por otro lado, a pesar de que algunos establecieron la relación de aumento de los pinos en la construcción, no especificaron que en cada vértice del cuadrado formado por naranjos hay un pino.

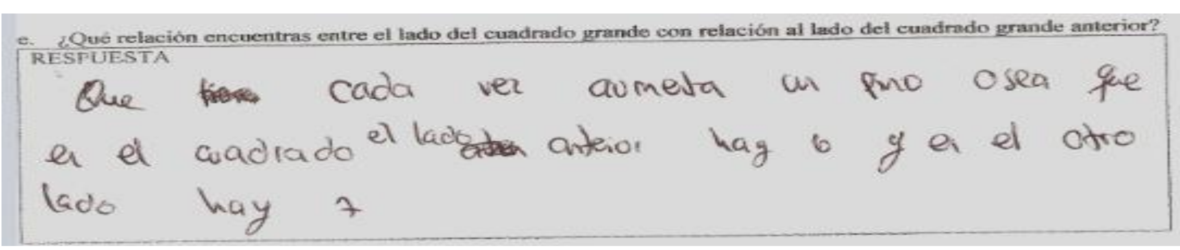
En relación con lo anterior, se evidencia que los numerales *a, b, c,* y *d* planteados en la guía contribuyen al desarrollo del razonamiento inductivo matemático, ya que de acuerdo a los indicadores planteados para este paso se evidencia cumplimiento de ellos; observando e identificando las características del objeto matemático.

Identificación de patrones

PASO	INDICADOR
Identificación de patrones	✓ Identifica en la secuencia que cada lado del cuadrado formado por pinos tiene una unidad más de lado en relación con la anterior. ✓ Identifica el patrón de cambio en las figuras, al establecer que de una figura a la siguiente aumenta en cuatro, el número de pinos. ✓ Identifica el patrón de cambio en las figuras, al establecer que el número de pinos se calcula multiplicando el número de fila por sí mismo. ✓ Descubre que el número de pinos es múltiplo de 4 ✓ Organiza los datos hallados, por ejemplo, realizan tablas o listas

Las preguntas de los numerales *e, f, g* y *h* buscan que los estudiantes descubran el patrón y establezcan la relación entre el número de la fila y el número de pinos y naranjos, sistematicen la información y la utilicen para formular conjeturas y las verifiquen de algún modo.

Por ejemplo, la pregunta *e* requiere que los estudiantes luego de observar y organizar casos comiencen a establecer relaciones entre los elementos que allí intervienen, para que den cuenta de las regularidades presentes en la situación.


e. ¿Qué relación encuentras entre el lado del cuadrado grande con relación al lado del cuadrado grande anterior?

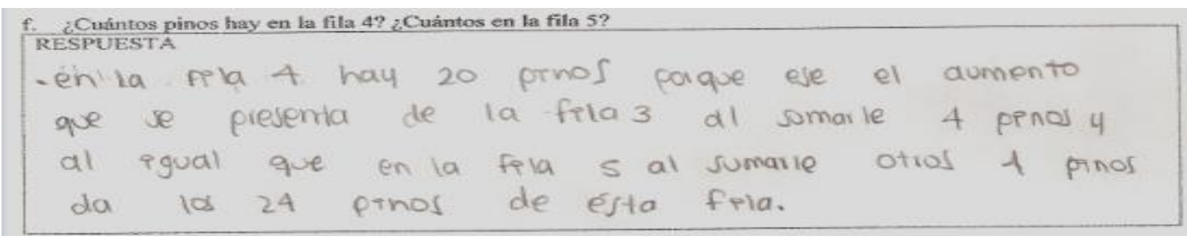
RESPUESTA

Que ~~tiene~~ cada vez aumeta un pino osea que en el cuadrado el lado anterior hay 6 y en el otro lado hay 7

Imagen N°27

La respuesta del estudiante evidencia que ha encontrado una regularidad respecto al incremento del lado de los cuadrados grandes consecutivos, lo cual era uno de los propósitos de la pregunta, ya que la relación esperada es que en la secuencia cada lado del cuadrado conformado por pinos tiene una unidad más en relación con la anterior.

La siguiente pregunta busca que los estudiantes organicen la información que suministra el Applet en tablas o listas, y de esta manera les permita establecer la relación entre el número de pinos y el número de fila; relacionando la representación gráfica con la numérica, buscando que mediante un razonamiento numérico se den cuenta que se forma una sucesión aritmética factor 4. En la evidencia escrita de los estudiantes se constata que en ninguno de los casos se organizó la información en listas o tablas.


f. ¿Cuántos pinos hay en la fila 4? ¿Cuántos en la fila 5?

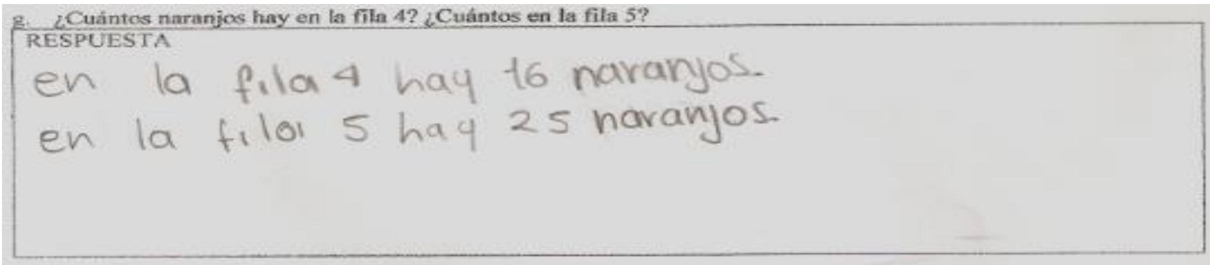
RESPUESTA

-en la fila 4 hay 20 pinos porque ese el aumento que se presenta de la fila 3 al sumarle 4 pinos y al igual que en la fila 5 al sumarle otros 4 pinos da las 24 pinos de esta fila.

Imagen N°28

A pesar de no realizar una tabla para organizar los datos, la estructura que muestran en la solución evidencia que tienen clara la regularidad que se presenta en la construcción. En el desarrollo de la pregunta anterior se puede inferir que su respuesta se deriva del desarrollo de la construcción del Applet que representa la situación, ya que el estudiante observa y visualiza la situación, extrae la regularidad apoyándose en el dibujo.

Al igual que la pregunta anterior, lo que se busca es que los estudiantes organicen la información que suministra el Applet en tablas o listas, y de esta manera les permita establecer la relación entre el número de naranjos y el número de fila; relacionando la representación gráfica con la numérica, buscando que mediante un razonamiento numérico se den cuenta que se forma una sucesión de segundo orden.

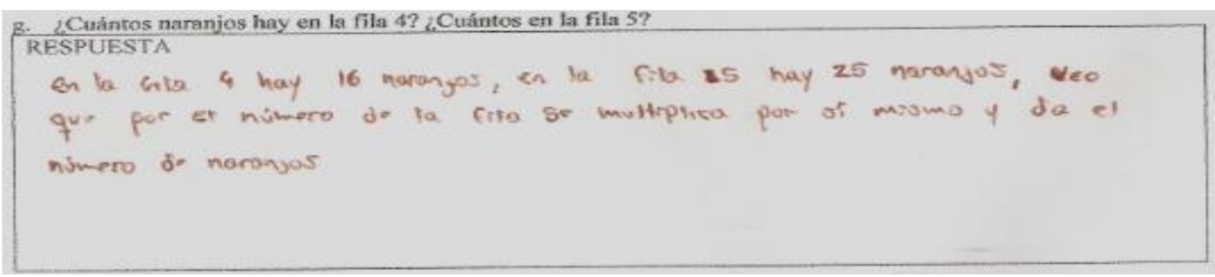

g. ¿Cuántos naranjos hay en la fila 4? ¿Cuántos en la fila 5?

RESPUESTA

en la fila 4 hay 16 naranjos.
en la fila 5 hay 25 naranjos.

Imagen N°29

Se observa en la producción escrita que no se organizó la información en tablas, pero a pesar de no hacerlo, se puede inferir que los estudiantes identificaron la relación entre el número de fila y la cantidad de naranjos. Se puede inferir al igual que en el numeral anterior, su respuesta se deriva del desarrollo de la construcción del Applet que representa la situación, ya que los estudiantes observan y visualizan la situación, extraen la regularidad apoyándose en el dibujo.


g. ¿Cuántos naranjos hay en la fila 4? ¿Cuántos en la fila 5?

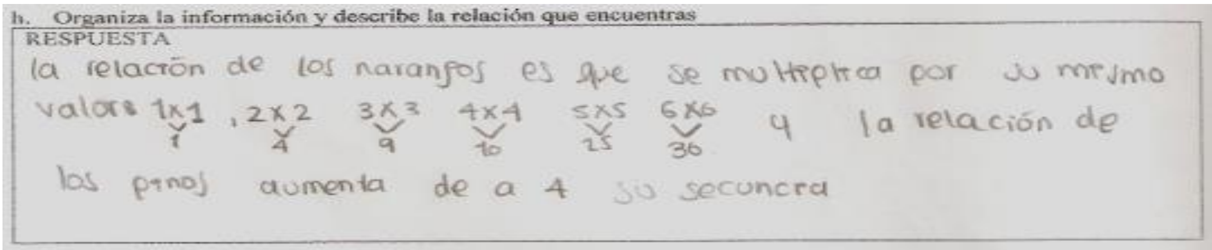
RESPUESTA

en la fila 4 hay 16 naranjos, en la fila 5 hay 25 naranjos, veo que por el número de la fila se multiplica por sí mismo y da el número de naranjos

Imagen N°30

Además, claramente en la respuesta de un estudiante se formula la conjetura al afirmar "veo que el número de fila se multiplica por sí mismo y da el número de naranjos".

En el siguiente numeral *h* los estudiantes deben establecer y describir la regularidad que han venido observando, la relación entre el número de pinos y la fila, así mismo la relación entre el número de naranjos y la fila.


h. Organiza la información y describe la relación que encuentras

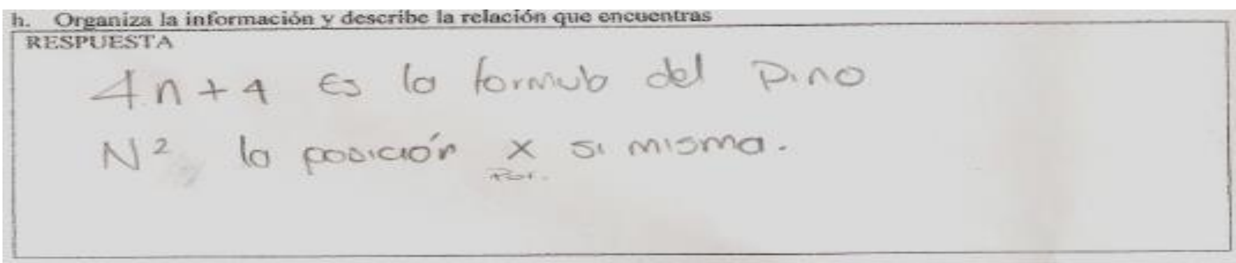
RESPUESTA

la relacion de los naranjos es que se multiplica por su mismo valors 1x1 , 2x2 3x3 4x4 5x5 6x6 y la relación de los pinos aumenta de a 4 su secuencia

1 4 9 16 25 36

Imagen N°31

Esta pregunta sirve como preámbulo para que los estudiantes formulen conjeturas de acuerdo con las regularidades halladas. Muestra de ello se evidencia en la producción escrita realizada por uno de los estudiantes, que formuló la siguiente conjetura.


h. Organiza la información y describe la relación que encuentras

RESPUESTA

$4n+4$ es la formula del pino

N^2 la posición x si misma.

Por

Imagen N°32

Teniendo en cuenta los resultados hallados en las producciones escritas de los estudiantes junto con las descripciones hechas y los indicadores que se plantearon para este segundo paso del razonamiento inductivo matemático, se identificaron los siguientes aspectos:

Los estudiantes siguen la secuencia de preguntas de la guía y recolectan información que permite evidenciar los contrastes teóricos que se encuentran en el desarrollo de la misma; el Applet y el uso de GeoGebra, permiten observar características de las figuras y la relación entre el número de pinos y la fila, de igual forma la relación entre el número de naranjos y la fila.

En este paso de identificación de patrones, se evidencia que de acuerdo con los indicadores establecidos con antelación los estudiantes identifican las relaciones existentes que aparecen en la construcción; hallando regularidades al establecer que el número pinos aumenta de a 4 cada vez que aumenta una fila, y el número de naranjos se calcula multiplicando la fila por sí misma. En lo concerniente a la organización de datos, se evidencia que no lo hacen en tablas, sin embargo, en las producciones escritas se ve de manifiesto que tienen claridad en las regularidades halladas, se puede inferir que su respuesta se deriva del desarrollo de la construcción del Applet que representa la situación, ya que el estudiante observa y visualiza la situación, extrae la regularidad apoyándose en el dibujo.

En algunas de las producciones escritas de los estudiantes se infiere que sus soluciones se derivan directamente de la observación (sobre el dibujo), y otros las desarrollan utilizando estrategias numéricas (apoyándose en los valores que aparecen en la parte inferior de la construcción), lo que pone de manifiesto que adoptar varios sistemas de representación favorece la visualización y la comprensión del problema, además la interpretación de esos sistemas de representación. El proponer la situación en el Applet resulta valioso, ya que la presenta de una manera distinta, donde se incluyen dibujos dinámicos que pueden ser manipulados por los estudiantes, y permite mostrar las regularidades de la situación en la construcción difíciles de alcanzar con lápiz y papel.

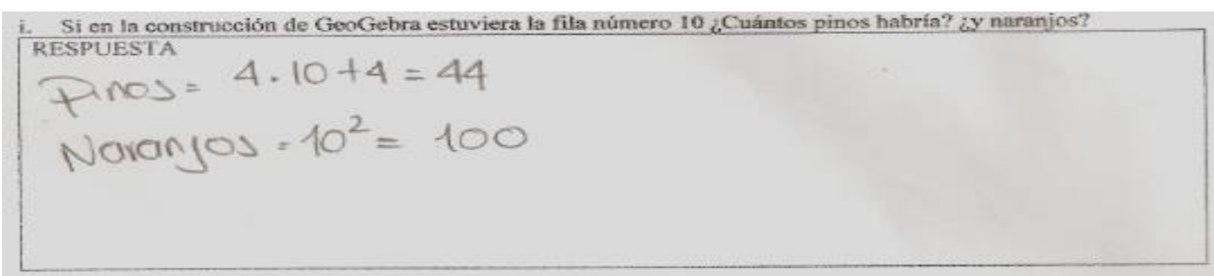
Formulación de conjeturas

PASO	INDICADOR
Formulación de conjeturas	✓ Comunica las relaciones encontradas verbal o simbólicamente ✓ Realiza afirmaciones de manera clara y organizada ✓ Identifica y clasifica información útil para formular una conjetura

En este paso los estudiantes comunican verbal o simbólicamente las relaciones que han encontrado, para ello organizan la información útil, de manera que permita realizar afirmaciones claras y ordenadas.

Las preguntas de los numerales *i*, *j* y *k* tienen la finalidad de que el estudiante logre evidenciar y conjeturar las relaciones entre el número de fila y el número de pinos, de la misma forma el número de fila y el número de naranjos; al observar que la cantidad de pinos aumenta en 4 unidades a medida que se aumenta la fila; de igual manera que el número de naranjos se consigue multiplicando por sí mismo el número de fila.

En el numeral *i*, en la construcción en GeoGebra no aparece la fila 10, lo que implica que el estudiante debe hacer uso de la información recolectada con anterioridad y ponerla en práctica; es decir, la regularidad que ha venido encontrando se pone de manifiesto para poder hallar la respuesta, muestra de ello se evidencia en la siguiente solución.


i. Si en la construcción de GeoGebra estuviera la fila número 10 ¿Cuántos pinos habría? ¿y naranjos?

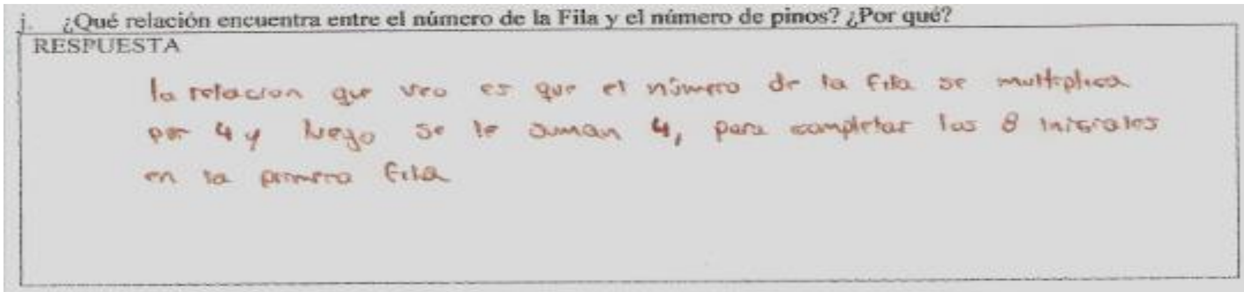
RESPUESTA

Pinos = $4 \cdot 10 + 4 = 44$

Naranjos = $10^2 = 100$

Imagen N°33

Las preguntas *j* y *k* llevan a los estudiantes a formular la conjetura y a comunicarla, teniendo en cuenta los datos registrados en el primer y segundo paso del razonamiento, así, como los patrones registrados en sus anotaciones. Al solicitar a los estudiantes que describan la relación que han encontrado entre los elementos que intervienen en la situación, estos deben proponer una conjetura, ya sea de manera verbal o algebraica. En la siguiente imagen se evidencia la formulación de una conjetura verbal junto con su respectiva justificación.

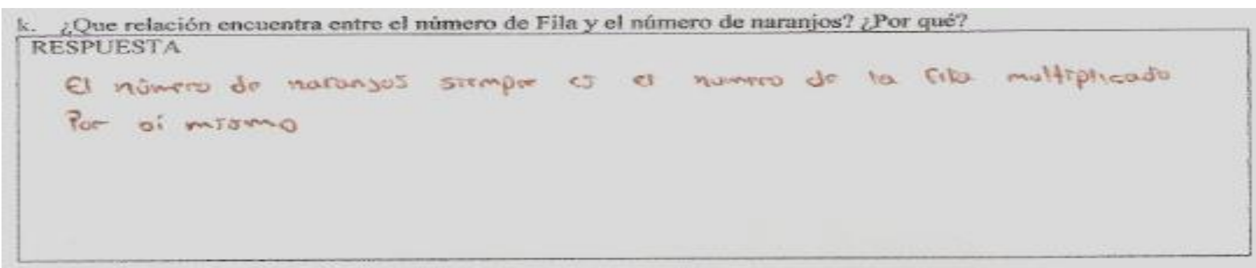

j. ¿Qué relación encuentra entre el número de la Fila y el número de pinos? ¿Por qué?

RESPUESTA

la relacion que veo es que el número de la fila se multiplica por 4 y luego se le suman 4, para completar los 8 integrales en la primera fila

Imagen N°34

En la solución del punto *k*, se formula la conjetura para hallar el número de naranjos.


k. ¿Que relación encuentra entre el número de Fila y el número de naranjos? ¿Por qué?

RESPUESTA

El número de naranjos siempre es el numero de la fila multiplicado Por si mismo

Imagen N°35

Se evidencia que el estudiante plantea y comunica la conjetura verbalmente, estableciendo las relaciones y regularidades que ha encontrado con anterioridad. La conjetura surge a partir de la exploración del Applet y el registro de datos que se ha hecho durante los dos primeros pasos del razonamiento, ya que es un proceso mediante el cual se comunican las características, regularidades o propiedades ya sea de manera verbal o simbólica.

Las preguntas diseñadas en esta guía contribuyen al desarrollo de este paso; ya que, por ejemplo, los primeros numerales de la guía promueven que los estudiantes identifiquen las principales características que tiene la construcción en GeoGebra, en este paso referido a la identificación de la forma y el tamaño de las figuras que aparecen en ella; las siguientes preguntas conllevan a la identificación de regularidades, específicamente a establecer que por cada fila aumenta en 4 el número de pinos en la construcción, de igual manera a establecer la relación entre la fila y el número de naranjos.

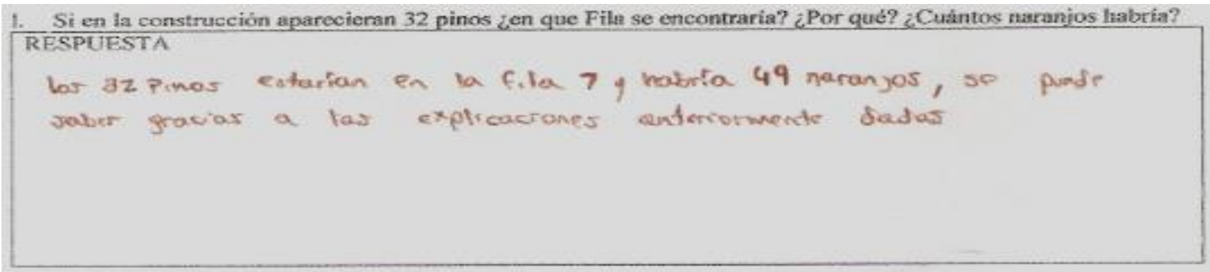
Teniendo en cuenta los resultados hallados en las producciones escritas de los estudiantes junto con las descripciones hechas y los indicadores que se plantearon para este paso del razonamiento inductivo matemático se identificó que algunos de los estudiantes comunicaron de manera clara y ordenada las relaciones que hallaron en los pasos previos a este, lo que pone de manifiesto que han clasificado la información útil para la formulación de la conjetura. Adicional a ello, se resalta que uno de los estudiantes formuló la conjetura de forma algebraica en el paso anterior a este.

Justificación de conjeturas

PASO	**INDICADOR**
Justificación de conjeturas	✓ Utiliza ejemplos y contraejemplos para comprobar la conjetura. ✓ Utiliza argumentos matemáticos para convencer acerca de la veracidad de la conjetura.

En este paso, los estudiantes hacen uso de ejemplos y de argumentos matemáticos para convencer de la veracidad de la conjetura; por ello, con el numeral *l* se busca que los estudiantes pongan a prueba la conjetura planteada y la utilicen para dar solución al interrogante, contrastando los resultados con ejemplos ya desarrollados.

Los estudiantes que plantearon la conjetura la ponen a prueba aplicándola para la solución de la pregunta *l*.


1. Si en la construcción aparecieran 32 pinos ¿en que Fila se encontraría? ¿Por qué? ¿Cuántos naranjos habría?

RESPUESTA

los 32 pinos estarían en la fila 7 y habría 49 naranjos, se puede saber gracias a las explicaciones anteriormente dadas

Imagen N°36

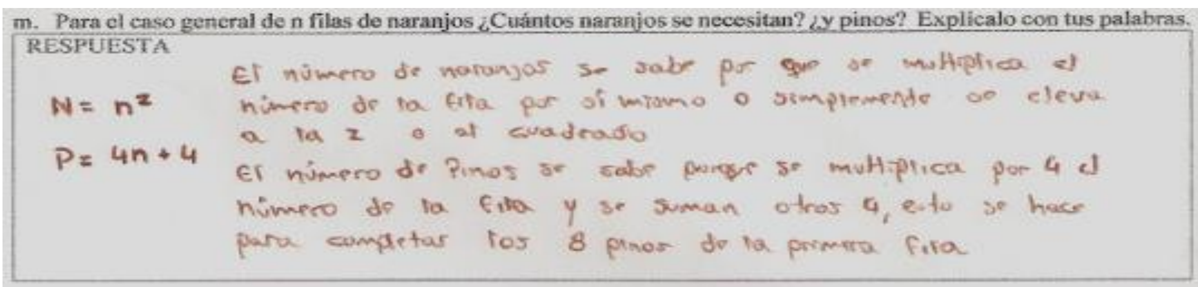
En la producción escrita de la anterior imagen se evidencia la comprensión de la relación existente entre el dibujo de la construcción y la progresión que se forma. Se encuentran pocas evidencias de la manera como los estudiantes validan las conjeturas planteadas; la forma de convencer a otros acerca de la veracidad de sus respuestas, se basa principalmente en el registro realizado y la observación de la construcción geométrica presentada en el Applet de la guía.

Generalización de conjeturas

PASO	**INDICADOR**
Generalizar conjeturas	✓ Describe el comportamiento del objeto matemático. ✓ Asocia un término general a la conjetura. ✓ Argumenta la veracidad del término general utilizando conceptos matemáticos.

En este paso del razonamiento inductivo matemático, la conjetura se expresa de tal manera que se refiere a todos los casos de una clase determinada; esto implica la extensión del razonamiento más allá de los casos particulares considerados.

Con la pregunta del numeral *m* se busca que el estudiante generalice el patrón descubierto y lo asocie con una expresión matemática, que relacione el número de pinos con el número de fila, de igual manera, el estudiante debe encontrar la expresión que relacione el número de fila con el número de naranjos. Los estudiantes que plantearon y justificaron la conjetura de manera clara en los numerales anteriores lograron asociar un término general a la conjetura que plantearon.


m. Para el caso general de n filas de naranjos ¿Cuántos naranjos se necesitan? ¿y pinos? Explicalo con tus palabras.

RESPUESTA

$N = n^2$

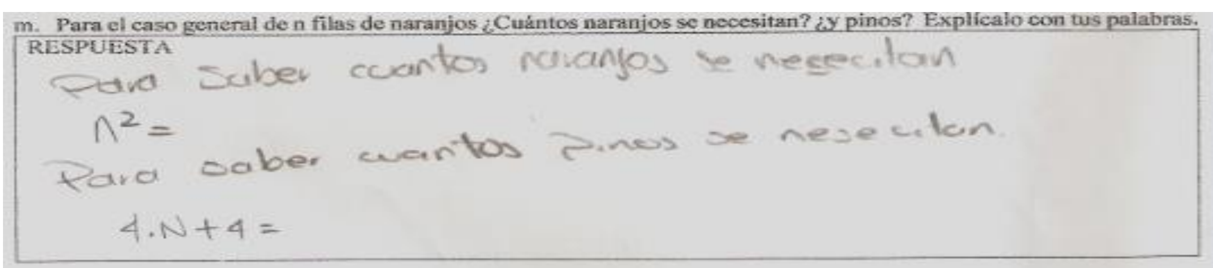
$P = 4n + 4$

El número de naranjos se sabe por que se multiplica el número de la fila por sí mismo o simplemente se eleva a la 2 o al cuadrado

El número de pinos se sabe porque se multiplica por 4 el número de la fila y se suman otros 4, esto se hace para completar los 8 pinos de la primera fila

ImagenN°37

En esta evidencia escrita se observa cómo el estudiante consigue asociar un término general a la situación planteada inicialmente.


m. Para el caso general de n filas de naranjos ¿Cuántos naranjos se necesitan? ¿y pinos? Explícalo con tus palabras.

RESPUESTA

Para saber cuantos naranjos se negecitan

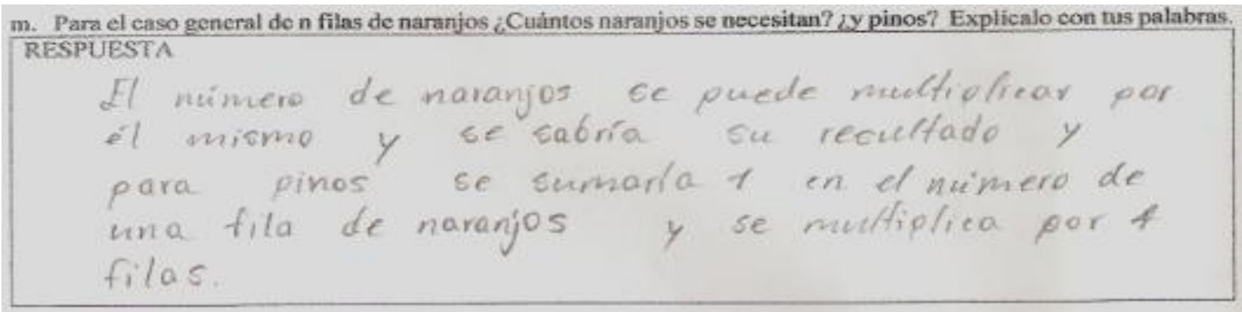
$n^2 =$

Para saber cuantos pinos se nesecitan

$4.N+4 =$

Imagen N°38

En la siguiente producción escrita un estudiante realiza la generalización verbalmente pero no asocia una expresión algebraica a la situación, sin embargo, en su generalización para el caso de los pinos se percibe el término general de esta manera 4(n+1), que es otra representación de la generalización que equivale a la misma expresión que presentan los otros estudiantes.

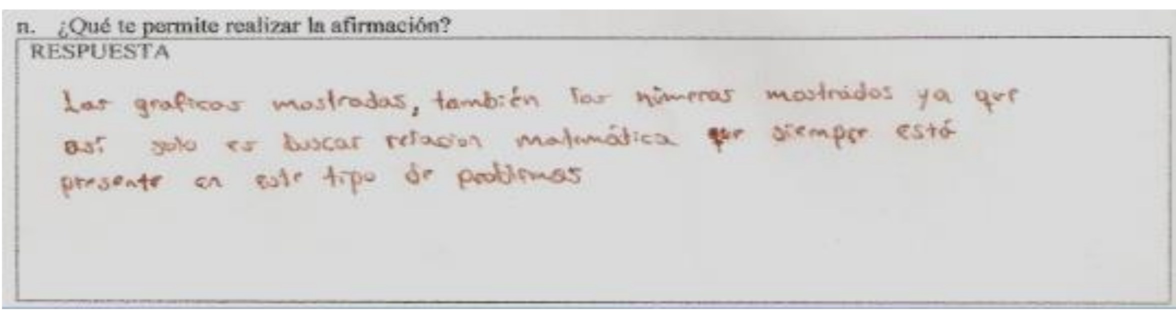

m. Para el caso general de n filas de naranjos ¿Cuántos naranjos se necesitan? ¿y pinos? Explicalo con tus palabras.

RESPUESTA

El número de naranjos se puede multiplicar por él mismo y se sabría su resultado y para pinos se sumaría 1 en el número de una fila de naranjos y se multiplica por 4 filas.

ImagenN°39

El numeral *n* busca que los estudiantes den cuenta de la generalización de manera verbal, y que pongan de manifiesto los elementos y relaciones que permitieron llegar a este desarrollo.


n. ¿Qué te permite realizar la afirmación?

RESPUESTA

Las graficas mostradas, también los números mostrados ya que así solo es buscar relacion matemática que siempre está presente en este tipo de problemas

Imagen N°40

En la producción escrita de la imagen N°40 se observa cómo el estudiante describe como llega a realizar la generalización de la situación.

Los estudiantes que consiguen llegar a la generalización describen las variaciones que se observan en la construcción del Applet, estableciendo la relación entre el número de fila y el número de pinos y naranjos respectivamente, al asociar un término general que permite hallar el número de pinos para una cantidad n de filas, del mismo modo asocian un término general para el número de naranjos para una cantidad de n filas.

Análisis de la actividad N°3.

Como se ha mencionado con anterioridad se ha tomado el modelo propuesto por Cañadas para realizar el análisis de las actividades, por ello en cada paso del razonamiento inductivo matemático se establecieron indicadores que dan cuenta de su aplicabilidad y cumplimiento. En la descripción y análisis de las actividades se presenta cada paso con sus indicadores.

Observar y organizar casos

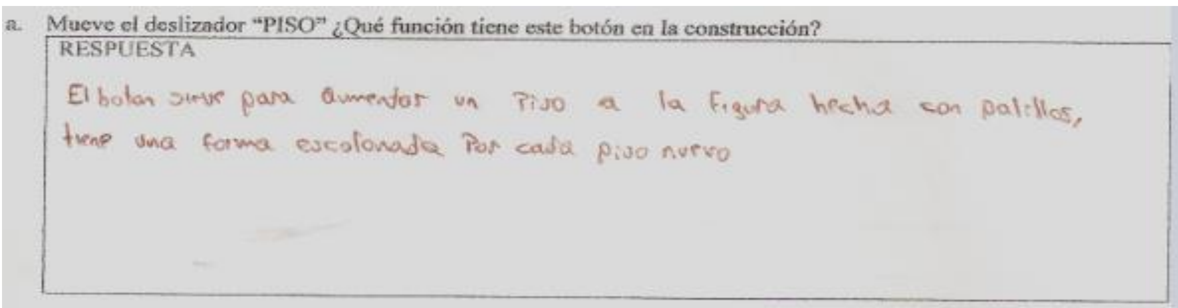
PASO	INDICADOR
Observar y organizar casos	✓ Identifica la forma de las figuras que aparecen en la ilustración (cuadrados). ✓ Establece la relación entre los elementos que conforman las escaleras (palillos). ✓ Sistematiza la información observada en tablas.

A continuación, se presentan los resultados obtenidos en los numerales *a*, *b* y *c*, que hacen referencia al primer paso del razonamiento inductivo matemático *observar y organizar casos*. Las preguntas están orientadas para que los estudiantes observen y organicen los datos e identifiquen las principales características de construcción en GeoGebra, con el objeto de que estás sirvan para la identificación de patrones y la posterior formulación y verificación de conjeturas.

A los estudiantes se les proporciona un Applet que contiene el diseño de la situación “El problema de los palillos”, donde inicialmente ellos realizan una observación y exploración del Applet, ubican el puntero del mouse en el deslizador y manipulan la construcción.

En lo referido a la primera pregunta, la intencionalidad de ella está dirigida para que los estudiantes observen y describan el funcionamiento del deslizador y se familiaricen con la aplicación y la actividad.

En las imágenes de las producciones escritas correspondientes a la primera pregunta se evidencia que los estudiantes reconocen el funcionamiento del deslizador, ya que cuando mueven el deslizador describen los cambios que observan en la construcción.


a. Mueve el deslizador “PISO” ¿Qué función tiene este botón en la construcción?

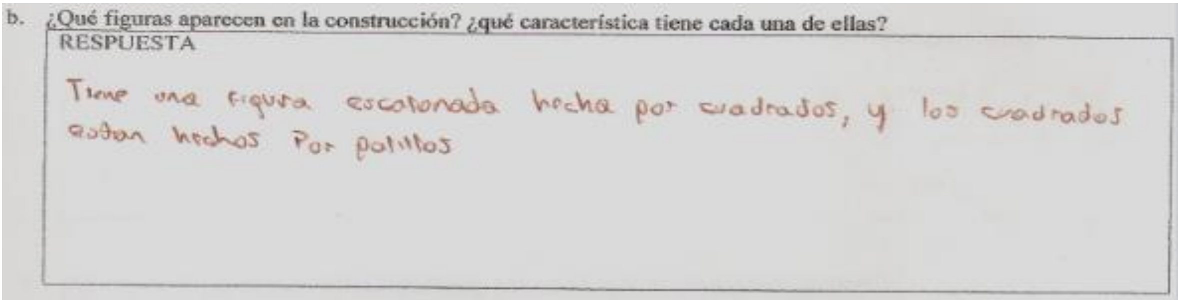
RESPUESTA

El boton sirve para aumentar un Piso a la figura hecha con palillos, tiene una forma escalonada Por cada piso nuevo

Imagen N°41

También es importante señalar que los estudiantes ya tienen experiencia en el funcionamiento de los deslizadores debido a la participación en las otras dos actividades llevadas a cabo con ellos; en las respuestas solo relacionan la función de aumento que observan al manipular la construcción.

Teniendo en cuenta las producciones escritas de los estudiantes al realizar la observación y visualización de las figuras que aparecen en el Applet, se evidencia que identifican características de estas, ya que observan que la construcción se forma con cuadrados, y la forma de la construcción es una escalera, además, establecen que los cuadrados se forman con palillos.

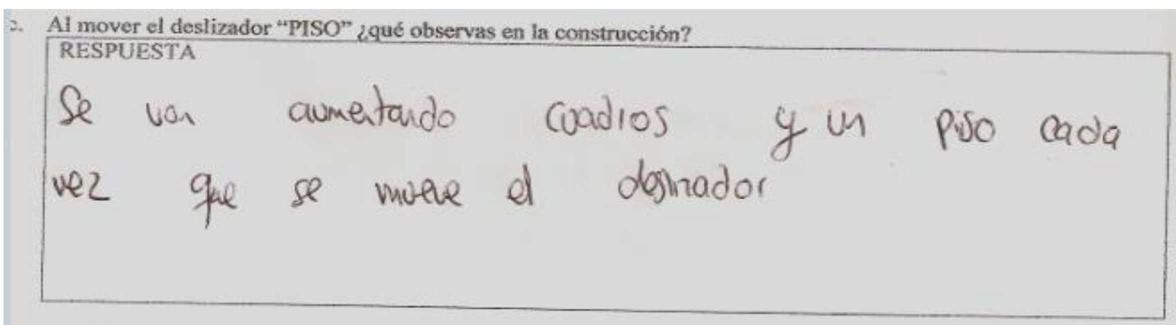

b. ¿Qué figuras aparecen en la construcción? ¿qué característica tiene cada una de ellas?

RESPUESTA

Tiene una figura escalonada hecha por cuadrados, y los cuadrados estan hechos Por palillos

Imagen N°42

También se observa que hay estudiantes que establecen relaciones en el comportamiento que se aprecia en la construcción cuando se mueve el deslizador, poniendo de manifiesto que cada vez que esto ocurre aumenta un piso en la figura.


c. Al mover el deslizador "PISO" ¿qué observas en la construcción?

RESPUESTA

Se van aumentando cuadros y un piso cada vez que se mueve el deslizador

Imagen N°43

Frente al paso de *observar y organizar casos* se evidencia que los estudiantes observan y visualizan al explorar el Applet e identifican características como la forma de las figuras que aparecen, pero aun no dan cuenta de la relación entre el número de pisos y la cantidad de palillos utilizados en la construcción; solo relacionan un aumento en el piso de la construcción al mover el deslizador.

Teniendo en cuenta los resultados hallados en las producciones escritas de los estudiantes junto con las descripciones hechas y los indicadores que se plantearon para este primer paso del razonamiento inductivo matemático se identificaron los siguientes aspectos:

Los estudiantes se familiarizaron con el Applet, ya que encontraron la funcionalidad del deslizador "piso", manipularon la construcción e identificaron características que se encuentran allí presentes; de esta manera se avanza al siguiente paso del razonamiento inductivo.

Respecto al paso de observar y organizar casos en el desarrollo del razonamiento inductivo matemático, se evidencia que de acuerdo con los indicadores establecidos con antelación los estudiantes observan, identifican y caracterizan algunas relaciones que se establecen en las figuras que aparecen en la construcción.

Por lo tanto, se observa que los numerales *a, b,* y c planteados en la guía contribuyen al desarrollo del razonamiento inductivo matemático, ya que de acuerdo con los indicadores planteados para este paso se da cumplimiento a lo propuesto, puesto que los estudiantes logran identificar la forma de las figuras (cuadrados) y dan cuenta de cómo se conforman (palillos).

Identificación de patrones

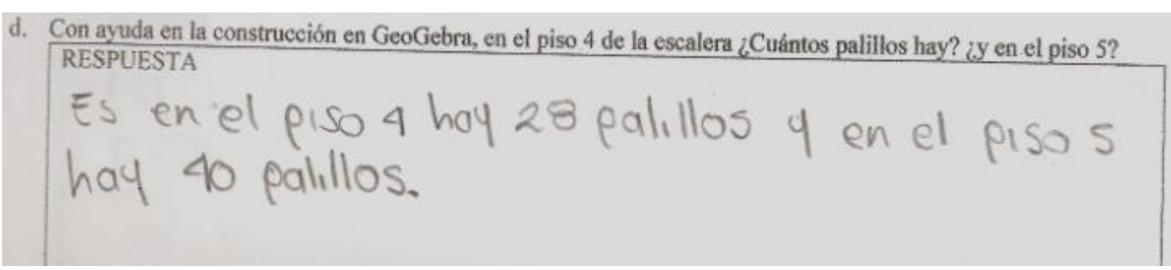
PASO	**INDICADOR**
Identificación de patrones	✓ Observa e identifica en la secuencia que a partir de la segunda figura cada cuadro comparte algunos palillos. ✓ Identifica el patrón de cambio, al establecer que cada figura aumenta el número anterior de palillos más el número par de palillos siguiente al que se ha sumado en el caso anterior.

	✓ Organiza los datos hallados, por ejemplo, realizan tablas o listas. ✓ Realiza predicciones sobre casos desconocidos. (casos lejanos)

Las preguntas de los numerales *d, e* y *f* están orientadas para que los estudiantes identifiquen regularidades, establezcan la relación entre el número de piso y el número de palillos utilizados en la construcción, sistematicen la información y la utilicen para formular conjeturas y las verifiquen de algún modo.

Las siguientes preguntas buscan que los estudiantes organicen la información que suministra el Applet en tablas o listas, y de esta manera les permita comparar el número de piso con el número de palillos de la construcción; relacionando la representación gráfica con la numérica, buscando que mediante un razonamiento numérico se den cuenta que se forma una sucesión aritmética de segundo orden.

En la evidencia escrita de los estudiantes sobre el numeral *d* se constata que en ninguno de los casos se organizó la información en listas o tablas, y en el desarrollo de la pregunta se puede inferir que su respuesta se deriva del desarrollo de la construcción del Applet que representa la situación, ya que el estudiante observa y visualiza la situación, extrae la regularidad apoyándose en el dibujo.

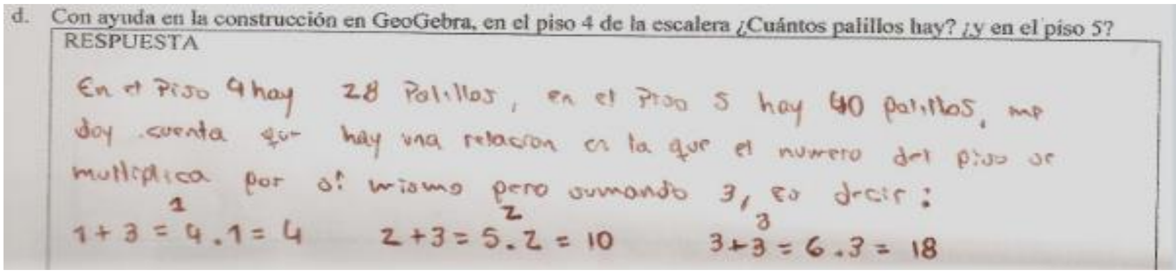

d. Con ayuda en la construcción en GeoGebra, en el piso 4 de la escalera ¿Cuántos palillos hay? ¿y en el piso 5?

RESPUESTA

Es en el piso 4 hay 28 palillos y en el piso 5 hay 40 palillos.

Imagen N°44

Sin embargo, un estudiante describe la relación que encuentra en la construcción, y utiliza la relación que halló para dar solución a los interrogantes que se plantearon en este numeral.


d. Con ayuda en la construcción en GeoGebra, en el piso 4 de la escalera ¿Cuántos palillos hay? ¿y en el piso 5?

RESPUESTA

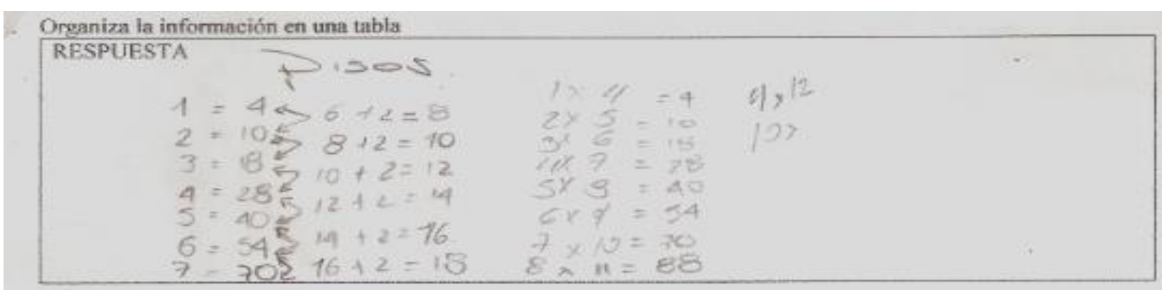
En el Piso 4 hay 28 Palillos, en el Piso 5 hay 40 palillos, me doy cuenta que hay una relacion en la que el numero del piso se multiplica por si mismo pero aumando 3, es decir:

$1+3=4.1=4$ $2+3=5.2=10$ $3+3=6.3=18$

Imagen N°45

En la anterior imagen se muestra como uno de los estudiantes al establecer la relación comienza a probarla para los casos particulares que tiene a la mano en la construcción, comprobando su validez.

En el numeral *e* se solicita a los estudiantes que organicen la información en una tabla, donde puedan comparar el número de palillos con el número de piso de acuerdo a la información proporcionada en el Applet, relacionando la representación gráfica con la numérica, con la intención de que mediante un razonamiento numérico logren encontrar la regularidad o patrón que le permita formular la conjetura.


Organiza la información en una tabla

RESPUESTA

Pisos

$1=4$ $6+2=8$ $1\times4=4$
$2=10$ $8+2=10$ $2\times5=10$
$3=18$ $10+2=12$ $3\times6=18$
$4=28$ $12+2=14$ $4\times7=28$
$5=40$ $14+2=16$ $5\times8=40$
$6=54$ $16+2=18$ $6\times9=54$
$7=70$ $7\times10=70$
$8\times11=88$

Imagen N°46

En la producción escrita de la imagen N°46 se observa cómo el estudiante ordena los datos que aparecen en la construcción del Applet en una tabla, y encuentra una relación a partir de un razonamiento numérico, poniendo de manifiesto que la regularidad que encontró se hizo más asequible en este tipo de representación.

En este mismo numeral, otro estudiante organiza la información en una tabla y expresa una forma de conseguir cada resultado mediante operaciones aritméticas.

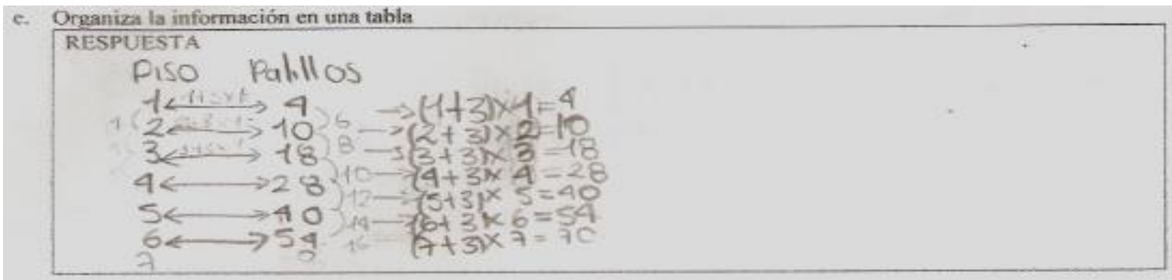


Imagen N°46

Se muestra cómo el estudiante relaciona el número de piso con el número de palillos mediante el polinomio que propone, y lo prueba con cada dato que tiene en la tabla que organizó y la construcción del Applet.

Para solucionar el numeral *f*, el estudiante no cuenta con la construcción del Applet ya que no aparece el piso 7 en ella, lo que implica que el estudiante debe hacer uso de la información recolectada con anterioridad y ponerla en práctica; es decir, la regularidad que ha venido encontrando se pone de manifiesto para poder hallar la respuesta, muestra de ello se evidencia en las siguientes soluciones.

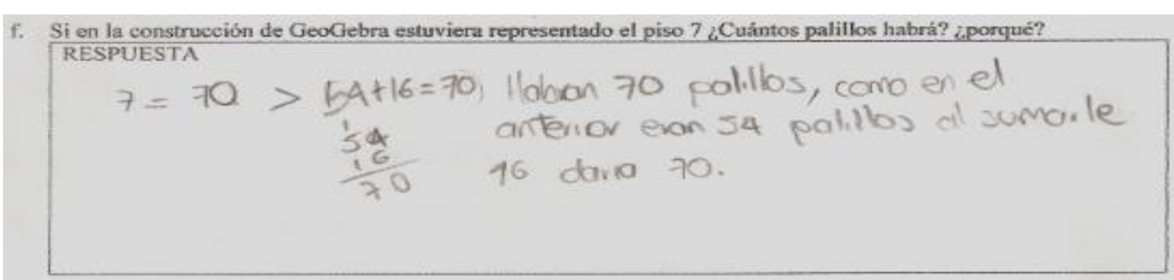
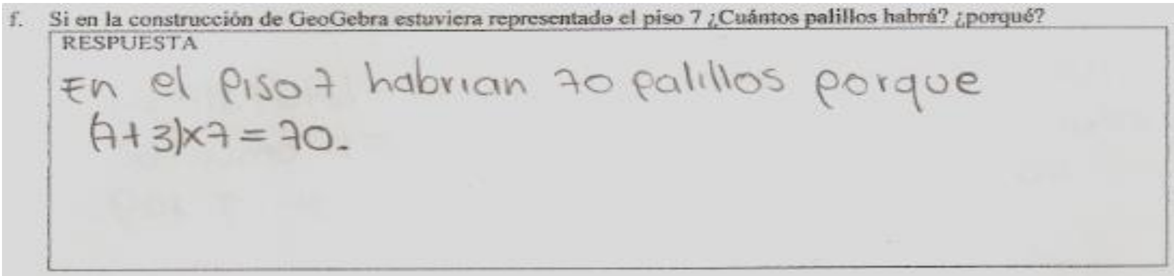


Imagen N°47


f. Si en la construcción de GeoGebra estuviera representado el piso 7 ¿Cuántos palillos habrá? ¿porqué?

RESPUESTA

En el piso 7 habrian 70 palillos porque
$(7+3)\times 7 = 70$.

Imagen N°48

En cada una de las soluciones se utiliza la relación hallada en el numeral respectivamente, como se evidencia en las imágenes las dos relaciones conllevan a la misma solución.

Teniendo en cuenta los resultados hallados en las producciones escritas de los estudiantes junto con las descripciones hechas y los indicadores que se plantearon para este segundo paso del razonamiento inductivo matemático se identificaron los siguientes aspectos:

Los estudiantes siguen la secuencia de preguntas de la guía y recolectan información que permite evidenciar los contrastes teóricos que se encuentran en el desarrollo de la misma; el Applet y el uso de GeoGebra, permiten observar características de las figuras y la relación entre el piso y la cantidad de palillos de la construcción.

En este paso de identificación de patrones, se observa que de acuerdo con los indicadores establecidos con antelación los estudiantes identifican las relaciones existentes que aparecen en la construcción; hallando regularidades y patrones que permiten establecer el número de palillos en la construcción en relación con el número de piso; muestra de ello se evidencia en las producciones escritas del numeral *e*.

En lo concerniente a la organización de datos, se evidencia que al solicitar a los estudiantes que organicen la información en tablas, permite relacionar la representación gráfica con la numérica posibilitando el razonamiento numérico, de esta manera los estudiantes logran extraer las relaciones que se encuentran presentes en la situación.

En algunas de las producciones escritas de los estudiantes se infiere que sus soluciones se derivan directamente de la observación (sobre el dibujo),y otros las desarrollan utilizando estrategias numéricas (apoyándose en los valores que aparecen en la parte inferior de la construcción y la tabla), lo que pone de manifiesto que adoptar varios sistemas de representación favorece la visualización y la comprensión del problema, además la interpretación de esos sistemas de representación.

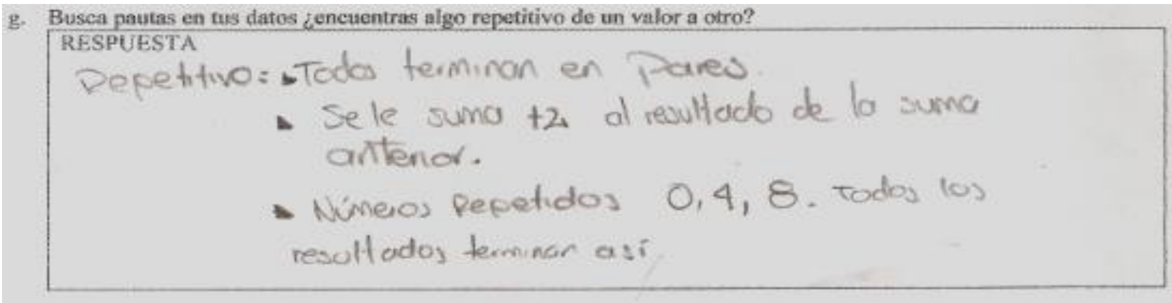
El proponer la situación en el Applet resulta ventajoso, ya que se presenta la situación de una manera distinta, donde se incluyen dibujos dinámicos que pueden ser manipulados por los estudiantes, y permite mostrar las regularidades de la situación en la construcción; difíciles de alcanzar con lápiz y papel.

Formulación de conjeturas

PASO	INDICADOR
Formulación de conjeturas	✓ Comunica las relaciones encontradas verbal o simbólicamente ✓ Realiza afirmaciones de manera clara y organizada ✓ Identifica y clasifica información útil para formular una conjetura

En este paso los estudiantes comunican verbal o simbólicamente las relaciones que han encontrado, para ello organizan la información útil, de manera que permita realizar afirmaciones claras y ordenadas.

Las preguntas de los numerales *g*, *h* e *i* tienen la finalidad de que el estudiante logre evidenciar y conjeturar las relaciones entre el número de piso y el número de palillos. El numeral *g* sirve como preámbulo a la formulación de la conjetura, debido a que solicita al estudiante que exprese la regularidad que ha encontrado.


g. Busca pautas en tus datos ¿encuentras algo repetitivo de un valor a otro?

RESPUESTA

Repetitivo: • Todos terminan en Pares.

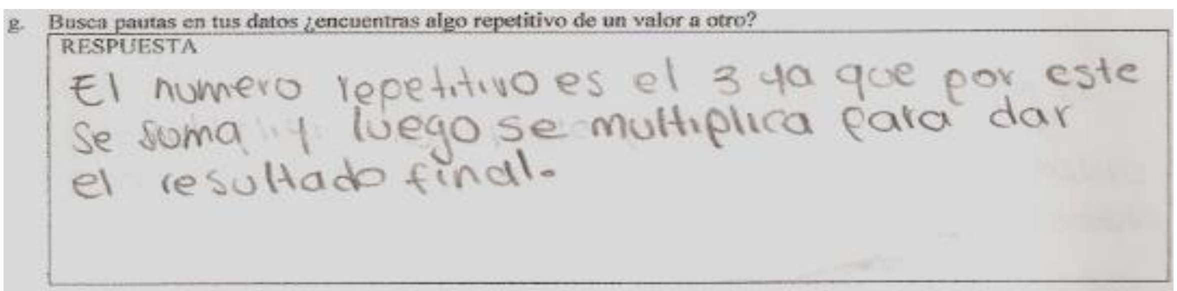
• Se le suma +2 al resultado de la suma anterior.

• Números repetidos 0, 4, 8. todos los resultados terminan así

Imagen N°49

En la producción escrita de la pregunta anterior se muestra cómo el estudiante formula conjeturas con base en los datos registrados en el desarrollo de la guía. Sin embargo, en ninguna de ellas se evidencia la relación entre el número de piso y el número de palillos.

Otra producción escrita de la misma pregunta se muestra a continuación; en ella se ve como el estudiante intenta formular la conjetura.


g. Busca pautas en tus datos ¿encuentras algo repetitivo de un valor a otro?

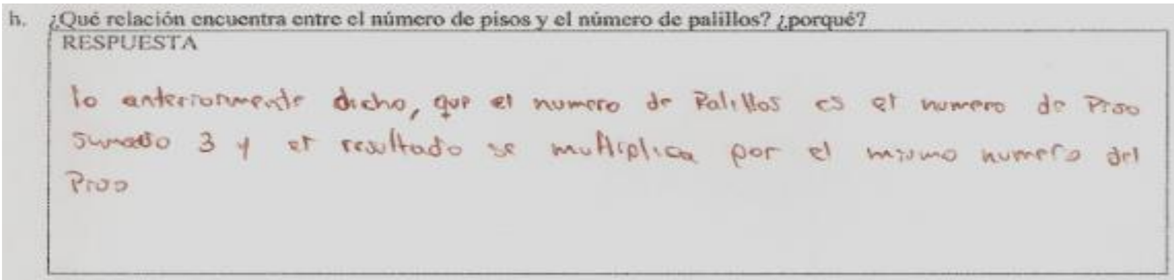
RESPUESTA

El numero repetitivo es el 3 ya que por este se suma y luego se multiplica para dar el resultado final.

Imagen N°50

La interpretación de la conjetura que formula el estudiante es la siguiente "el número 3 se suma al número de piso y este resultado se multiplica por el número de piso". En esta evidencia se logra percibir que el estudiante tiene clara la regularidad, pero no la pudo expresar correctamente.

La siguiente pregunta lleva a los estudiantes a formular la conjetura y a comunicarla, teniendo en cuenta los datos registrados en el primer y segundo paso del razonamiento, así, como los patrones registrados en sus anotaciones.Al solicitar a los estudiantes que describan la relación que han encontrado entre los elementos que intervienen en la situación, estos deben proponer una conjetura verbal. En la siguiente imagen se evidencia la formulación de una conjetura verbal junto con su respectiva justificación.


h. ¿Qué relación encuentra entre el número de pisos y el número de palillos? ¿porqué?

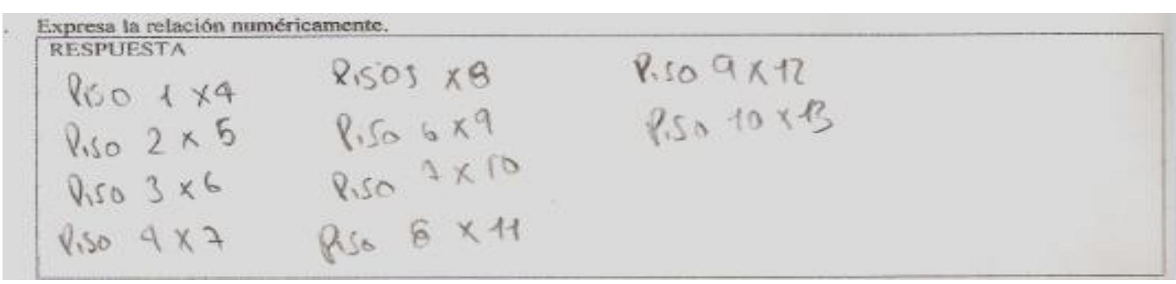
RESPUESTA

lo anteriormente dicho, que el numero de Palillos es el numero de Piso sumado 3 y el resultado se multiplica por el mismo numero del Piso

Imagen N°51

Es posible observar que el estudiante plantea y comunica la conjetura verbalmente, estableciendo las relaciones y regularidades que ha encontrado con anterioridad. La conjetura surge a partir de la exploración del Applet y el registro de datos que se ha hecho durante los dos primeros pasos del razonamiento, ya que es un proceso mediante el cual se comunica las características, regularidades o propiedades ya sea de manera verbal o simbólica.

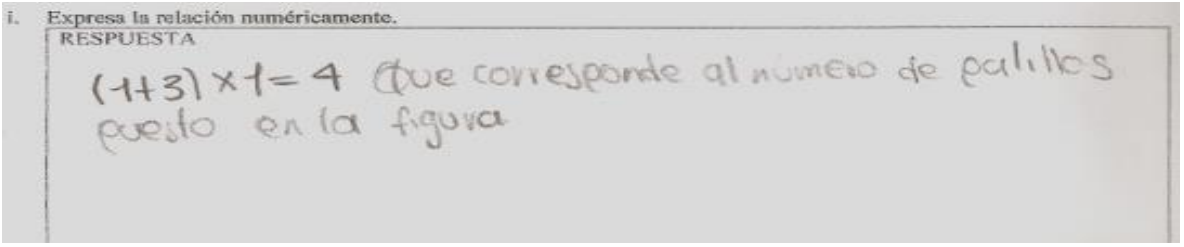
En el numeral *i*, se solicita que expresen la conjetura numéricamente, donde relacione el número de piso con el número de palillos de la construcción; a continuación se muestra la evidencia de tres de las producciones escritas de los estudiantes.


Expresa la relación numéricamente.

RESPUESTA

Piso 1 x4
Piso 2 x 5
Piso 3 x6
Piso 4 x 7
Piso5 x8
Piso 6 x9
Piso 7 x 10
Piso 8 x 11
Piso 9 x 12
Piso 10 x 13

Imagen N°52



i. Expresa la relación numéricamente.

RESPUESTA

$(1+3)\times 1 = 4$ Que corresponde al número de palillos puesto en la figura

Imagen N°53

i. Expresa la relación numéricamente.

RESPUESTA

$(x+3).x$ o algo así

Imagen N°54

En la producción escrita de la imagen N°52, se evidencia la claridad que tiene el estudiante al establecer la relación entre el número de piso y el número de palillos, ya que pone de manifiesto la regularidad encontrada; en la imagen N°53, se observa cómo el estudiante mediante un ejemplo pone en evidencia la regularidad y prueba su validez; y en la imagen N°54 se muestra cómo uno de los estudiantes asocia una expresión general a su conjetura que en definitiva es el objetivo de la actividad.

Las preguntas diseñadas en esta guía contribuyen al desarrollo de este paso del razonamiento inductivo matemático; ya que, por ejemplo, los primeros numerales promueven que los estudiantes identifiquen las principales características que tiene la construcción en GeoGebra, en este paso referidos a la identificación de la forma y tamaño de las figuras que aparecen en ella; las siguientes preguntas conllevan a la identificación de regularidades.

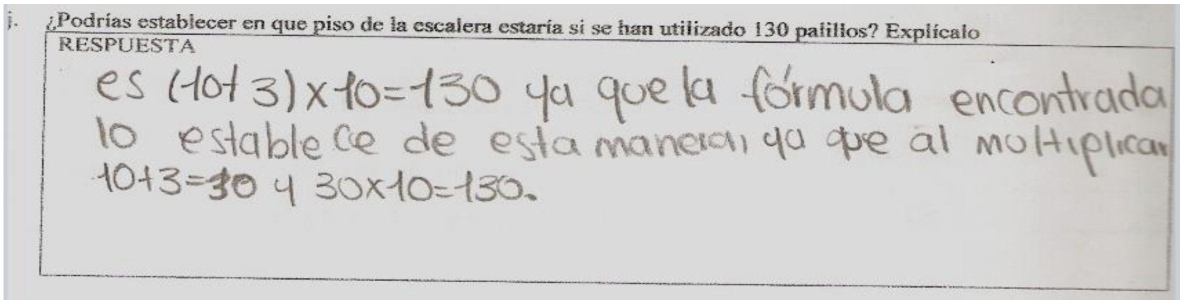
Teniendo en cuenta los resultados hallados en las producciones escritas de los estudiantes junto con las descripciones hechas y los indicadores que se plantearon para este paso del razonamiento inductivo matemático se identificó que algunos de los estudiantes comunicaron de manera clara y ordenada las relaciones que hallaron en los pasos previos a este, lo que pone de manifiesto que han clasificado la información útil para la formulación de la conjetura.

Justificación de conjeturas

PASO	INDICADOR
Justificación de conjeturas	✓ Utiliza ejemplos y contraejemplos para comprobar la conjetura. ✓ Utiliza argumentos matemáticos para convencer acerca de la veracidad de la conjetura.

En este paso del razonamiento inductivo matemático, los estudiantes hacen uso de ejemplos y de argumentos matemáticos para convencer de la veracidad de la conjetura; por ello, con el numeral *j* se busca que los estudiantes pongan a prueba la conjetura planteada y la utilicen para dar solución al interrogante, contrastando los resultados con ejemplos ya desarrollados.

Los estudiantes que plantearon la conjetura la ponen a prueba aplicándola para la solución de la pregunta *j*.


j. ¿Podrías establecer en que piso de la escalera estaría si se han utilizado 130 palillos? Explícalo

RESPUESTA

es (10+3)x10=130 ya que la fórmula encontrada lo establece de esta manera ya que al multiplicar 10+3=30 y 30x10=130.

Imagen N°55

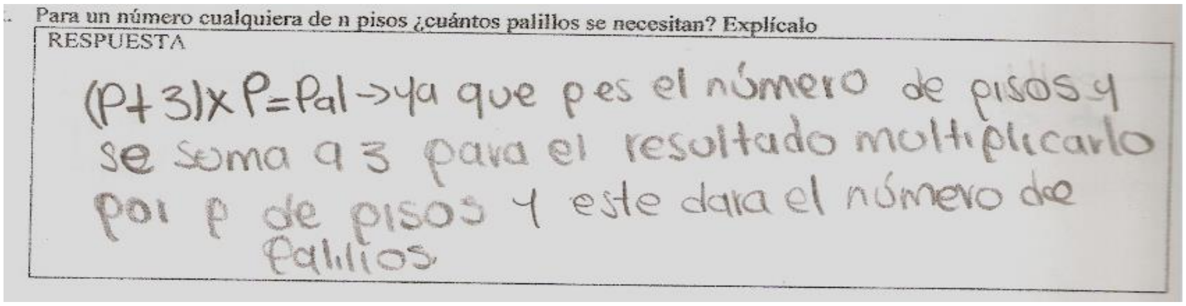
En la producción escrita de la anterior imagen se evidencia la comprensión de la relación existente entre el dibujo de la construcción y la progresión que se forma. Se encuentran pocas evidencias de la forma como los estudiantes validan las conjeturas planteadas; la manera de convencer a otros de las respuestas dadas se basa principalmente en el registro realizado y en la observación de la construcción geométrica presentada en el Applet de la guía.

Generalización de conjeturas

PASO	INDICADOR
Generalizar conjeturas	✓ Describe el comportamiento del objeto matemático. ✓ Asocia un término general a la conjetura. ✓ Argumenta la veracidad del término general utilizando conceptos matemáticos.

En este paso del razonamiento inductivo matemático, la conjetura se expresa de tal manera que se refiere a todos los casos de una clase determinada; esto implica la extensión del razonamiento más allá de los casos particulares considerados.

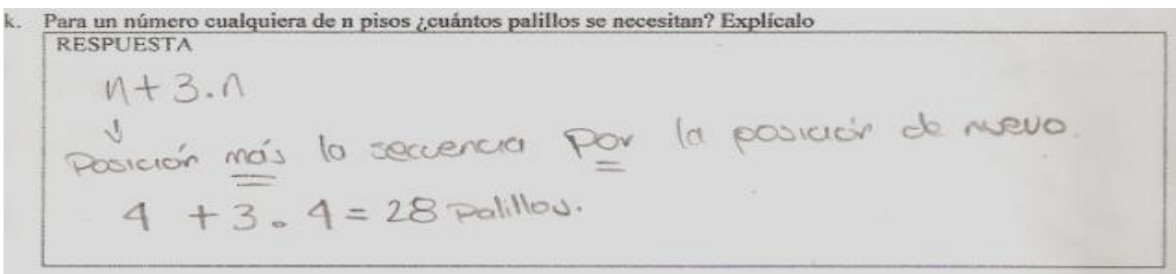
Con la pregunta del numeral ***k*** se busca que el estudiante generalice el patrón descubierto y lo asocie con una expresión matemática, que relacione el número de palillos necesarios para la construcción para un número n de pisos. Los estudiantes que plantearon y justificaron la conjetura de manera clara en los numerales anteriores lograron asociar un término general a la conjetura que plantearon.


Para un número cualquiera de n pisos ¿cuántos palillos se necesitan? Explícalo

RESPUESTA

(P+3)xP=Pal → ya que p es el número de pisos y se soma a 3 para el resoltado moltiplicarlo por p de pisos y este dara el número de palilios

Imagen N°56


k. Para un número cualquiera de n pisos ¿cuántos palillos se necesitan? Explícalo

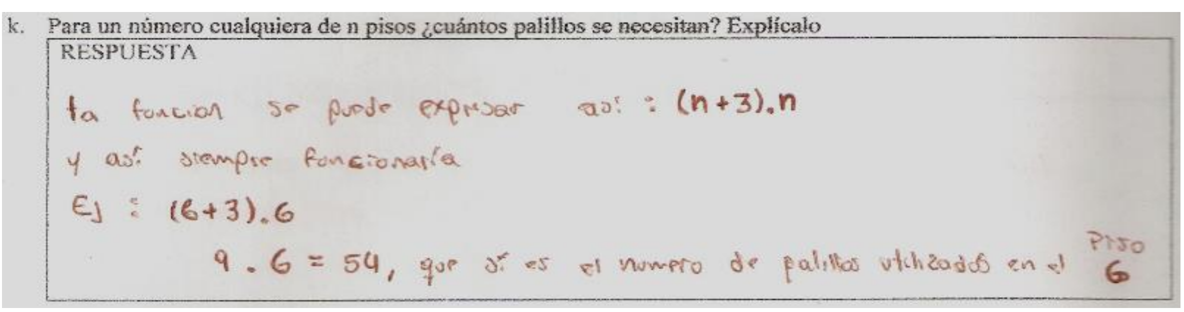
RESPUESTA

n+3.n

Posición más la secuencia por la posición de nuevo.

4 + 3 . 4 = 28 palillos.

Imagen N°56


k. Para un número cualquiera de n pisos ¿cuántos palillos se necesitan? Explícalo

RESPUESTA

la funcion se puede expresar así: (n+3).n

y así siempre funcionaría

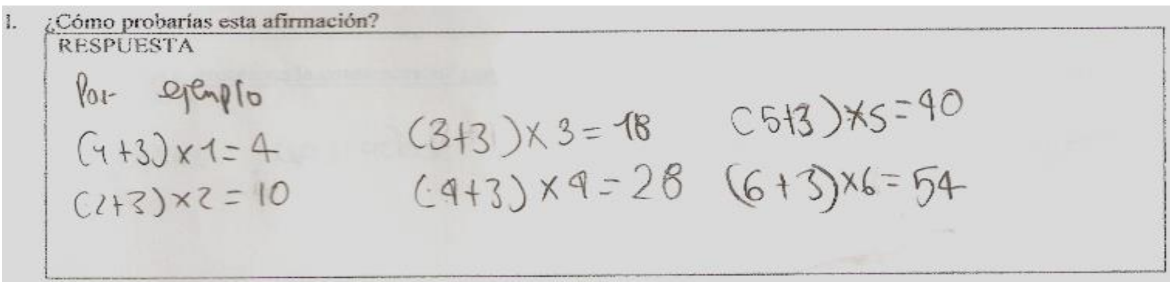
Ej: (6+3).6

9 . 6 = 54, que así es el numero de palillos utilizados en el piso 6

Imagen N°56

En estas evidencias escritas se observa cómo los estudiantes consiguen asociar un término general a la situación planteada inicialmente; además, se observa cómo desarrollan acciones sobre la sucesión numérica y comprueban la validez de sus cálculos sobre la construcción (dibujo).

El numeral *l* busca que los estudiantes prueben la generalización a la que han llegado, y que pongan de manifiesto los elementos y relaciones que permitieron llegar a este desarrollo.



l. ¿Cómo probarías esta afirmación?

RESPUESTA

Por ejemplo

(1+3)x1=4 (3+3)x3=18 (5+3)x5=40

(2+3)x2=10 (4+3)x4=28 (6+3)x6=54

Imagen N°57

En la producción escrita de la imagen N°57 se observa cómo el estudiante comprueba la generalización con casos particulares que aparecen en la construcción del Applet. Además, comprueba el término asociado aplicándolo a un número de piso que aparece en la construcción del Applet para así probar la validez de sus cálculos sobre la construcción.

Capítulo VI

Conclusiones

En este capítulo se plantean las conclusiones a las que se llega tras la implementación de las actividades y el análisis de los resultados obtenidos. En primer lugar, se hace referencia al alcance de los objetivos, y en segundo lugar se exponen unas conclusiones generales junto con las recomendaciones.

Conclusiones referidas a los objetivos

El objetivo principal de esta investigación se centró en *estructurar una propuesta para el desarrollo del razonamiento inductivo matemático en estudiantes de grado noveno del Colegio Distrital Kennedy J.T., a través de la aplicación GeoGebra, para resolver problemas que pueden ser modelados mediante una sucesión*; de acuerdo con este objetivo formulado y con el análisis de los resultados obtenidos, se puede decir que la estructura planteada para posibilitar el desarrollo del pensamiento inductivo en los estudiantes de grado noveno, se hizo posible, ya que se evidenció claramente cómo se va generando este pensamiento a través de las verbalizaciones de los estudiantes y de sus explicaciones, que los pasos implementados permitieron caracterizar esas acciones que ocurren cuando nuestros estudiantes están pensando matemáticamente.

En relación con el primer objetivo: *caracterizar las estrategias planteadas por los estudiantes al resolver problemas relacionados con el razonamiento inductivo matemático, modelados mediante una sucesión utilizando la aplicación multimedia GeoGebra*. Se puede decir que este objetivo se ha conseguido, ya que al analizar los datos recogidos en cada una de las actividades propuestas, se han identificado estrategias que fueron utilizadas por los estudiantes. Sin embargo, hay que tener en cuenta, que las preguntas de cada guía establecen un orden que va llevando a los estudiantes paso a paso hacia el razonamiento inductivo matemático.

Los estudiantes siguen la secuencia de preguntas de cada guía y recolectan información, ya que observan, identifican y caracterizan algunas relaciones que se establecen en las figuras que aparecen en cada una de las construcciones del Applet; hallando regularidades e identificando el patrón en cada situación. Además, plantean y comunican las conjeturas verbalmente, estableciendo las relaciones y regularidades que ha encontrado con anterioridad. La conjetura surge a partir de la exploración del Applet y el registro de datos que se ha hecho durante los dos primeros pasos del razonamiento, ya que es un proceso mediante el cual se comunican las características, regularidades o propiedades ya sea de manera verbal o simbólica.

Las conjeturas planteadas por los estudiantes tienen que ver con relaciones entre números naturales y se obtienen al realizar procesos inductivos, en los cuales se parte de casos particulares para llegar a una generalización. En la mayoría de las evidencias escritas se observa que cuando los estudiantes intentan justificar una conjetura realizan una generalización que no necesariamente es expresada en un lenguaje matemático, ya que, cuando justifican sus conjeturas lo que consiguen es dar una explicación para el caso general; por lo tanto, al poner a los estudiantes a realizar justificaciones verbales se induce a la generalización verbal de la conjetura.

En algunas de las producciones escritas de los estudiantes se infiere que sus soluciones se derivan directamente de la observación (sobre el dibujo), y otros las desarrollan utilizando estrategias numéricas (apoyándose en los valores que aparecen en la parte inferior de la construcción), lo que pone de manifiesto que adoptar varios sistemas de representación favorece la visualización y la comprensión del problema, además la interpretación de esos sistemas de representación.

La organización de datos en tablas permite relacionar la representación gráfica con la numérica posibilitando el razonamiento numérico, de esta manera los estudiantes logran extraer las relaciones que se encuentran presentes en la situación; además, los estudiantes que organizan la información en tablas formulan de manera clara la conjetura y llegan con mayor frecuencia a la generalización. Por lo que proponer a los estudiantes que utilicen varios sistemas de representación (numérico, grafico, algebraico) así como pasar de uno a otro favorece la comprensión del problema y la interpretación de los sistemas de representación.

Gran parte de los estudiantes comprenden la relación entre el dibujo de la construcción y la progresión que se forma, ya que cuando consigue asociar un término general a la situación que se les plantea desarrollan acciones sobre la sucesión numérica para comprobar la validez de los cálculos sobre la construcción (dibujo). En algunos momentos, se encontró que los conocimientos de los estudiantes influyeron para validar sus conjeturas.

Las guías propuestas para cada actividad facilitan el desarrollo del razonamiento inductivo matemático, en tanto se presentan diferentes preguntas estructuradas y ordenadas que permiten realizar un estudio de manera inductiva, dando lugar a la adquisición de habilidades y competencias matemáticas como interpretar, argumentar, calcular, ordenar, abstraer, relacionar, generalizar entre otras; evidenciando en los desarrollos de las soluciones que se parte de los casos particulares para conducir a posibles generalizaciones, permitiendo ver la forma en que los conocimientos previos de los estudiantes influyen a la hora de formular la conjetura y la posterior generalización.

Como segundo objetivo específico se planteó *evaluar el uso de la aplicación multimedia GeoGebra como un escenario propicio para el desarrollo del razonamiento inductivo* *matemático*; objetivo que también se logró, ya que al analizar los datos recogidos en cada una de las actividades propuestas, se han identificado algunas ventajas que proporciona este escenario. El proponer la situación en el Applet resulta ventajoso, ya que se presenta la situación de una manera distinta, donde se incluyen dibujos dinámicos que pueden ser manipulados por los estudiantes y permite mostrar las regularidades de la situación en la construcción; por ejemplo, en el caso de las baldosas que se agregaron para las jardineras 4, 5 y 6 aparecen con un color diferente a los del planteamiento del problema, facilitando la identificación del patrón.

En las tareas propuestas para observar el desarrollo del razonamiento inductivo matemático en los estudiantes, se pudo evidenciar que observaron, relacionaron, identificaron regularidades y relaciones, conjeturaron, afirmaron y generalizaron, apoyados en el dinamismo que les ofreció el escenario tecnológico. Se pudo evidenciar que el Applet, permite a los estudiantes visualizar los objetos de estudio, de manera dinámica, lo que ayuda a percibir más fácilmente las características y cualidades de estos que con lápiz y papel serían difíciles de ilustrar.

El uso de dibujos y de objetos manipulables favorece el desarrollo del razonamiento inductivo matemático y ayuda a que los estudiantes reconozcan los errores y a partir de ellos reconstruyan (configuren) el conocimiento, al establecer conexión entre los sistemas de representación hallando su significado. Por lo que proponer situaciones en el Applet resulta beneficioso, ya que, el presentar la situación de una manera distinta, donde se incluyen dibujos dinámicos que pueden ser manipulados por los estudiantes, les permite jugar un papel importante en su propio proceso de aprendizaje y pasan de ser receptores a creadores de conocimiento.

La implementación de un escenario como GeoGebra en las aulas de clase resulta interesante en diferentes sentidos, ya que puede fomentar tanto la autonomía en el aprendizaje como transformar el papel del maestro para convertirse en orientador. Una de las posibilidades que brinda este recurso tecnológico es que la adquisición del conocimiento no tiene por qué comenzar con explicaciones teóricas, sino que se facilita que primero se experimente sobre un caso concreto, dando lugar a la interpretación e interrogación del objeto matemático en estudio; de esta manera permitirá a los estudiantes adquirir los conocimientos fomentando la actividad matemática.

En términos educativos, con la elaboración de las actividades que se implementaron en este trabajo se aportan elementos conceptuales como metodológicos, que permiten de alguna manera reflexionar sobre el ejercicio que se ha venido llevando a cabo dentro del aula de clase con los estudiantes, donde de manera habitual la enseñanza de la matemática se ha enfatizado en la reproducción de contenidos privilegiando el trabajo rutinario de dominio de algoritmos y de memorización (Álvarez, Alonso , & Gorina, 2012); por tal razón es necesario que las situaciones que se planteen dentro del aula de clase propicien la actividad matemática, donde las nociones matemáticas involucradas, no se presenten de manera terminada, sino como un proceso en el cual el estudiante tenga la posibilidad de promover el desarrollo de procesos de abstracción, creatividad, interpretación, expresión y comunicación de ideas entre otros, a partir de un trabajo exploratorio que le permita apropiar conceptos y finalmente llegar a un aprendizaje significativo.

A nivel personal puedo decir que durante el proceso investigativo se encontró información que develaba realidades sobre la actividad del maestro, los procesos de aprendizaje de los estudiantes y las metodologías educativas, generando un conflicto interno y cuestionamientos acerca de mis propias prácticas, así como una posterior reflexión, situación que condujo a una transformación de percepciones y paradigmas que motivaron cambios evidentes en mi quehacer como maestro.

El reto que los maestros debemos asumir es el de lograr que nuestros estudiantes aprendan y sean partícipes de la construcción de su propio conocimiento, que identifiquen su verdadero papel en el escenario educativo teniendo claro que como maestros solo somos sus orientadores que los guiarán en el camino del aprendizaje. Debemos actuar como facilitadores acompañando, asesorando, informando y elaborando estrategias pedagógicas que posibiliten el desarrollo de habilidades que promuevan la construcción de un aprendizaje significativo. Nuestro gran desafío es cuidarnos en no caer en prácticas tradicionalistas que conlleven al aburrimiento y al desarrollo tedioso de clases descontextualizadas; encontrando nuevas maneras para acceder a los intereses de los estudiantes y para presentar los conocimientos de una manera distinta.

Recomendaciones

En este trabajo se abordaron los pasos que inciden en el desarrollo del razonamiento inductivo matemático según el modelo planteado por Cañadas (2007), los cuales fueron descritos y analizados buscando observar su desarrollo. De esta manera, fue posible evidenciar que este tipo de intervenciones en el aula ayuda a potenciar los procesos de pensamiento en los estudiantes; por lo que se recomienda que se dé continuidad a este tipo de acciones, donde las actividades que se propongan propicien la actividad matemática.

La estrategia pedagógica presentada en este trabajo de investigación puede servir de insumo a futuras investigaciones o como estrategia para proporcionar elementos importantes en el desarrollo de habilidades del pensamiento con el objetivo de fortalecer los procesos de razonamiento y solución de problemas en los estudiantes.

Sin embargo, es necesario tener en cuenta que restringir el trabajo a las producciones escritas de los estudiantes puede suponer una limitación, por lo que se recomienda complementar la obtención de datos por medio de otras fuentes como entrevistas semiestructuradas o grabaciones audio-visuales, ya que esto puede brindar información complementaria sobre el tema a tratar y así enriquecer la investigación.

Por otro lado, se considera que este estudio se podría ampliar generando actividades que relacionen otros conceptos matemáticos con procesos referentes al razonamiento inductivo matemático, teniendo en cuenta las aplicaciones multimedia como escenario; ya que al centrar la atención en las progresiones se limitó la posibilidad de analizar otros aspectos que pueden surgir a partir de la consideración de otros conceptos matemáticos.

Esta investigación puede ser un aporte a futuros proyectos que consideren en su propósito el razonamiento inductivo matemático o la implementación de las aplicaciones multimedia como escenario de trabajo. Teniendo en cuenta el análisis de los resultados luego de la aplicación de las actividades propuestas, se pueden plantear temas de investigación que respondan a cuestionamientos como ¿Cuáles son los obstáculos que presentan los estudiantes al resolver problemas relacionados con el razonamiento inductivo matemático?, ¿Al trabajar problemas que involucran el razonamiento inductivo matemático se mejora el desempeño académico de los estudiantes?, ¿Cómo contribuir al desarrollo del razonamiento inductivo matemático utilizando las TIC en la resolución de problemas?, ¿Qué situaciones deberían plantearse para favorecer el desarrollo del razonamiento inductivo matemático?, ¿El uso de recursos educativos multimedia influye significativamente en el aprendizaje de las matemáticas según el estilo del aprendizaje de los estudiantes?.

REFERENCIAS

Álvarez, M. Y., Alonso , I., y Gorina, A. (2012). Dinámica del razonamiento inductivo en la resolución de problemas matemáticos. Una propuesta didáctica. *Comité latinoamericano de matemática Educativa A. C.*, 625-634.

Apóstol, T. (1988). *Calculus V. I.*, Bogotá: Reverté S.A,.

Ausubel, D., Novack, J., y Hanesian, H. (1983). *Psicología Educativa.*México: Ed. Trillas.

Balacheff, N. (2000). *Procesos de prueba en alumnos de matemáticas*. Bogotá: Una Empresa Docente.

Barrientos, P., Cano, M., y Orozco, J. (2010). El razonamiento desde la enseñanza de conceptos matemáticos utilizando las TIC.

Cabero, J. (2007). Las necesidades de las TIC en el ámbito educativo: oportinidades, riesgos y necesidades. *Tecnologia y comunicación educativas,(21),* 4-19.

Cabero, J. y Duarte, A. (1999). Evaluación de medios y materiales de enseñanza en soporte multimedia. *Pixel-Bit. Revista de medios y educación*, (*13)*, 23-45.

Cáceres, R., Genoff, R. y Zachman, P. (Julio de 2013). Apps móviles como herramientas de apoyo al aprendizaje matemático informal en Educación Superior. En VIII Congreso de Tecnología en Educación y Educación en Tecnología.

Cañadas, M. (2002). *Razonamiento inductivo puesto de manifiesto por alumnos de Secundaria.* (Trabajo de Investigación Tutelada). Dpto. de Didáctica de la Matemática, Granada: Universidad de Granada.

Cañadas, M. y Castro, E. (2004) Razonamiento inductivo de 12 alumnos de secundaria en la resolución de un problema matemático.

Cañadas, M. (2007). Descripción y caracterización del razonamiento inductivo utilizado por estudiantes de educación secundaria al resolver tareas relacionadas con sucesiones lineales y cuadráticas.

Castro, E., Cañadas, M. y Molina, M. (2010). El razonamiento inductivo como generador de conocimiento matemático. *UNO*, (*54)*, 55-67.

Cardeña, R. (2016). Relación entre Multimedia Educativa y Aprendizaje Matemático en función del Estilo de Aprendizaje, en Alumnos de Quinto Grado de Educación Primaria.

.

Contreras, L., Escobar, I. y Tristancho, J. (2013). Estrategias educativas para el uso de las TIC en educación superior. *Tecnura*, 161-173.

Cruz, W. y DT-Morales Fiallos, F. (2014). La utilización de Material Didáctico Multimedia incidirá en la Enseñanza Aprendizaje del bloque curricular de Relaciones y Funciones en los estudiantes de noveno año de educación general básica del colegio Tirso de Molina de la ciudad de Ambato.

De Guzmán, M. (2007). Y la matemática. *Revista iberoamericana de educación*, (*43)*, 19-58.

Dewey, J. (1989). *Cómo pensamos*. Barcelona: Paidós.

Díaz, F., y Hernández, G. (1999). Estrategias de enseñanza para la promoción de aprendizajes significativos. *F. Díaz Barriga, Estrategias docentes para un aprendizaje significativo*.

Española, D. D. L. R. A. (2012). Madrid.

Española, R. A. (2012). Migración. *Diccionario de la lengua española*..

García, G. (2003). *Estándares básicos de competencias en matemáticas. Potenciar el pensamiento matemático:un reto escolar.*

Gómez, G., Flores, J. y Jiménez, E. (1996). Metodología de la investigación cualitativa.

Hernández R., Fernández, C. y Baptista P. (2010). Metodología de la investigación.

Hincapié, G., Suárez, A. y Urrea, G. (2008). El razonamiento matemático y la resolución de problemas.

ICFES. (2016). Resumen Ejecutivo Colombia en PISA 2015.

Jacquez, L. y Rodríguez, D. (2016). Las tecnologías multimedia y su relación con el aprendizaje de la matemática. *Revista Educación y Ciencia (ISSN 2448-525X)*, *5*(45).

M.E.N. (1998). Lineamientos Curriculares de matemáticas.

Méndez, V., Ruiz, L., y Figueroa, H. (2007). *Recursos digitales y multimedia*. México: UNAM.Recuperado de*http://ru. ffyl. unam. mx, 8080*.

Mendoza, C., Hurtado, J. y Mercado, J. (2013). Explicaciones de los estudiantes de grado quinto al resolver problemas relacionados con progresiones aritméticas.

Merino, E. (2012). *Patrones y representaciones de alumnos de 5º de educación primaria en una tarea de generalización* (Doctoral dissertation). Universidad de Granada.

Moliner, M. (1986). *Diccionario de María Moliner.* Madrid: Gredos.

Morera, L., Chico, J., Badillo, E., y Planas, N. Problemas argumentativamente ricos para secundaria (i): reflexiones sobre el problema y la gestión del profesor.

Pachón, L., Parada, R., Cardozo, C. y Zamir, A. (2016). El razonamiento como eje transversal en la construcción del pensamiento lógico. *Praxis & Saber, 7*(14), 219-243.

Pérez, R. (2015). Apps móviles en la educación. Una propuesta de actividad. (Universidad de Valladolid).

Pólya, G. (1945). How to solve it. Princeton, NJ: University Press. (Traducción al castellano: J. Zugazagoitia, 1965, Cómo plantear y resolver problemas. México: Trillas).

Rangel, L. *Patrones y regularidades numéricas: razonamiento inductivo* (Tesis de Maestría) Universidad Nacional de Colombia.

Rico, L. (1997). Dimensiones y componentes de la noción de currículo. En L. Rico (Ed.), Bases teóricas del currículo de matemáticas en educación secundaria (pp. 377-414). Madrid: Síntesis.

Rodríguez, G. (1996). *Metodología de la investigación cualitativa.* Archidona, Málaga: Ediciones Aljibe,

Rozo, O. y Pérez, V. (2014). Didáctica de las matemáticas y tecnologías de la información y la comunicación. *Educación y Desarrollo Social*.

Sarmiento, J. (2007). La identidad virtual y el trabajo colaborativo en red como bases para el cambio de paradigma en la formación permanente del profesorado. *DIM: Didáctica, Innovación y Multimedia*.

Stake, R. (1999). *Investigación con estudios de casos.* Madrid: Morata.

Valverde, R. (2001). *El razonamiento matemático*.

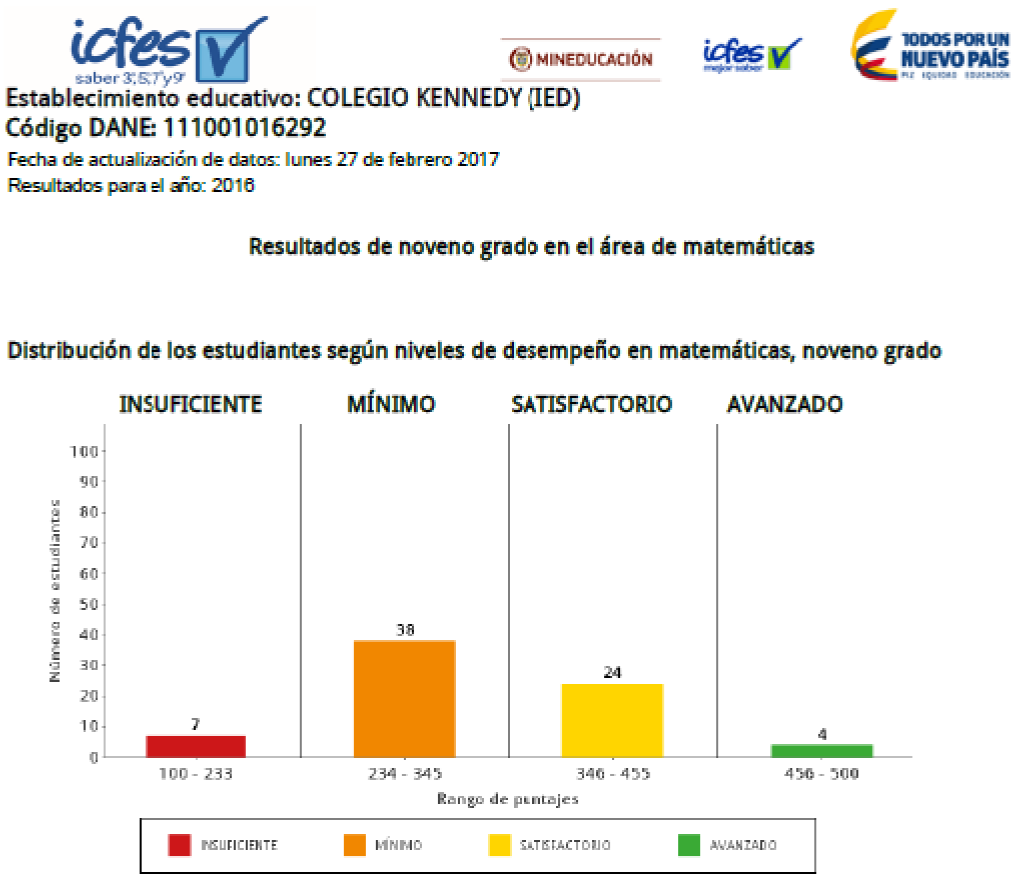
Velásquez, L. (2012). Enseñanza de sucesiones numéricas para potenciar el desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de grado cuarto de básica primaria.

Vidal, M. y Rodríguez, A. (2010). Multimedias educativas. *Educación médica Superior*, *24*(3), 430-441.

Villamizar, N. H., Velandia, W. M., & Jaimes, S. P. (2012). Revisión teórica sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, 254-287.

ANEXOS

Anexo 1. Prueba saber 9



Anexo 2. Guía de aplicación problema de las baldosas

a. Observa y describe para que sirve cada botón de la construcción de GeoGebra.

RESPUESTA

b. Mueve el deslizador "JARDINERA" ¿Qué función tiene este botón en la construcción?

RESPUESTA

c. ¿Qué figuras aparecen en la construcción? ¿qué característica tiene cada una de ellas?

RESPUESTA

d. ¿Qué características tienen los elementos que conforman la construcción?

RESPUESTA

e. Describe que sucede cuando se mueve el deslizador "JARDINERA"

RESPUESTA

f. ¿Cuántas baldosas serán necesarias para 4 jardineras? ¿Cuántas para 5 jardineras? Explícalo

RESPUESTA

g. Si en la construcción de GeoGebra estuviera representada la jardinera 7 ¿Cuántas baldosas son necesarias para rodearlas? ¿porqué?

RESPUESTA

h. Busca pautas en tus datos ¿encuentras algo repetitivo de un valor a otro?

RESPUESTA

i. ¿Qué relación encuentra entre el número de jardineras y el número de baldosas? ¿porqué?

RESPUESTA

j. Si hay 38 baldosas ¿cuántas jardineras se han rodeado? Explícalo

RESPUESTA

k. Para rodear 100 jardineras ¿Cuántas baldosas son necesarias?

RESPUESTA

l. Para un número cualquiera de n jardineras ¿cuántas baldosas hacen falta? Explícalo

RESPUESTA

m. ¿Qué te permite realizar esta información?

RESPUESTA

Anexo 3. Guía de aplicación problema del agricultor

a. Observa y describe para que sirve cada botón de la construcción de GeoGebra.

RESPUESTA

b. Mueve el deslizador "Fila" ¿Qué función tiene este botón en la construcción?

RESPUESTA

c. ¿Qué figuras aparecen en la construcción? ¿qué característica tiene cada una de ellas?

RESPUESTA

d. ¿Qué elementos conforman cada figura?

RESPUESTA

e. ¿Qué relación encuentras entre el lado del cuadrado grande con relación al lado del cuadrado grande anterior?

RESPUESTA

f. ¿Cuántos pinos hay en la fila 4? ¿Cuántos en la fila 5?

RESPUESTA

g. ¿Cuántos naranjos hay en la fila 4? ¿Cuántos en la fila 5?

RESPUESTA

h. Organiza la información y describe la relación que encuentras

RESPUESTA

i. Si en la construcción de GeoGebra estuviera la fila número 10 ¿Cuántos pinos habría? ¿y naranjos?

RESPUESTA

j. ¿Qué relación encuentra entre el número de la Fila y el número de pinos? ¿Por qué?

RESPUESTA

k. ¿Qué relación encuentra entre el número de Fila y el número de naranjos? ¿Por qué?

RESPUESTA

l. Si en la construcción aparecieran 32 pinos ¿en qué Fila se encontraría? ¿Por qué? ¿Cuántos naranjos habría?

RESPUESTA

m. Para el caso general de n filas de naranjos ¿Cuántos naranjos se necesitan? ¿y pinos? Explícalo con tus palabras.

RESPUESTA

n. ¿Qué te permite realizar la afirmación?

RESPUESTA

Anexo 4. Guía de aplicación problema de los palillos

a. Mueve el deslizador "PISO" ¿Qué función tiene este botón en la construcción?

RESPUESTA

b. ¿Qué figuras aparecen en la construcción? ¿qué característica tiene cada una de ellas?

RESPUESTA

c. Al mover el deslizador "PISO" ¿qué observas en la construcción?

RESPUESTA

d. Con ayuda en la construcción en GeoGebra, en el piso 4 de la escalera ¿Cuántos palillos hay? ¿y en el piso 5?

RESPUESTA

e. Organiza la información en una tabla

RESPUESTA

f. Si en la construcción de GeoGebra estuviera representado el piso 7 ¿Cuántos palillos habrá? ¿porqué?

RESPUESTA

g. Busca pautas en tus datos ¿encuentras algo repetitivo de un valor a otro?

RESPUESTA

h. ¿Qué relación encuentra entre el número de pisos y el número de palillos? ¿porqué?

RESPUESTA

i. Expresa la relación numéricamente.

RESPUESTA

j. ¿Podrías establecer en que piso de la escalera estaría si se han utilizado 130 palillos? Explícalo

RESPUESTA

k. Para un número cualquiera de n pisos ¿cuántos palillos se necesitan? Explícalo

RESPUESTA

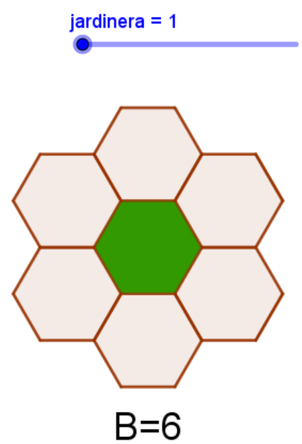
l. ¿Cómo probarías esta afirmación?

RESPUESTA

Anexo 5. Construcción problema de las baldosas

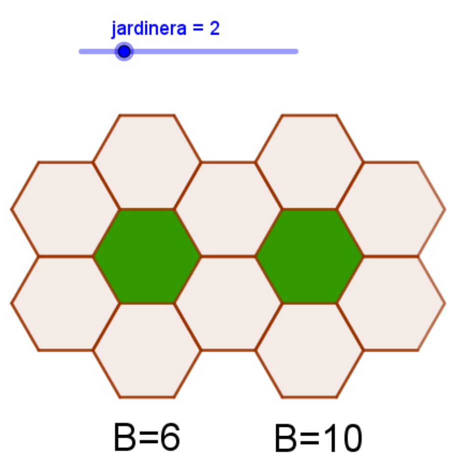
PROBLEMA DELAS BALDOSAS

El alcalde de la ciudad quiere embellecer un parque colocando jardineras hexagonales (verdes en el dibujo), rodeadas de baldosas también hexagonales.



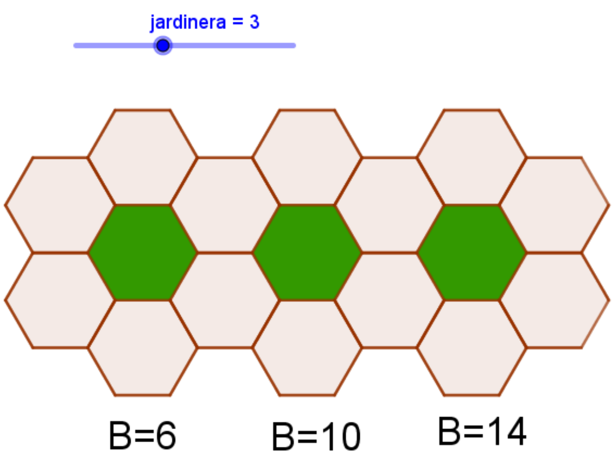
PROBLEMA DELAS BALDOSAS

El alcalde de la ciudad quiere embellecer un parque colocando jardineras hexagonales (verdes en el dibujo), rodeadas de baldosas también hexagonales.



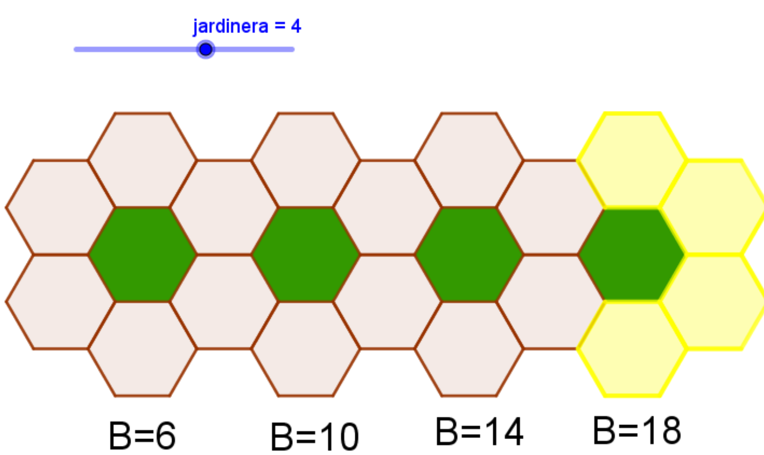
PROBLEMA DELAS BALDOSAS

El alcalde de la ciudad quiere embellecer un parque colocando jardineras hexagonales (verdes en el dibujo), rodeadas de baldosas también hexagonales.



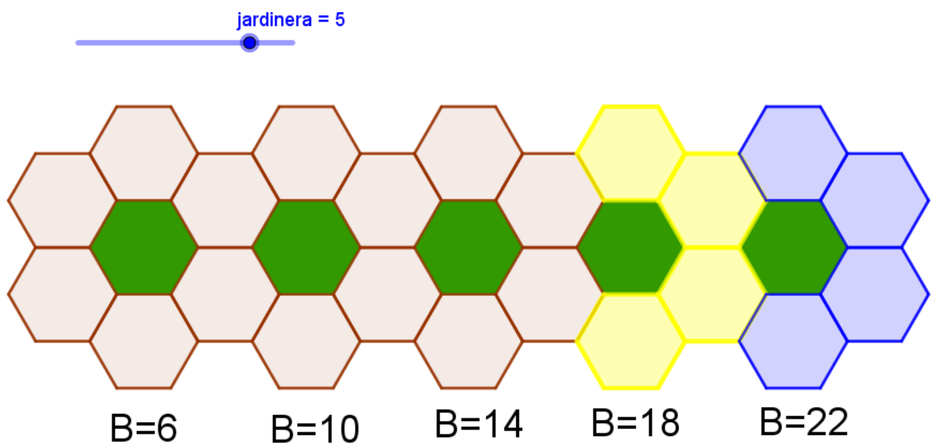
PROBLEMA DELAS BALDOSAS

El alcalde de la ciudad quiere embellecer un parque colocando jardineras hexagonales (verdes en el dibujo), rodeadas de baldosas también hexagonales.



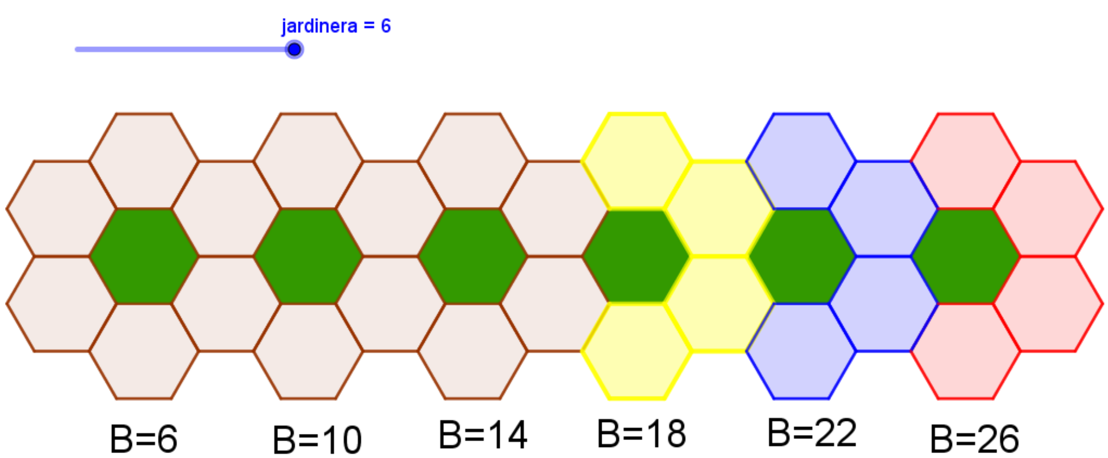
PROBLEMA DELAS BALDOSAS

El alcalde de la ciudad quiere embellecer un parque colocando jardineras hexagonales (verdes en el dibujo), rodeadas de baldosas también hexagonales.



PROBLEMA DELAS BALDOSAS

El alcalde de la ciudad quiere embellecer un parque colocando jardineras hexagonales (verdes en el dibujo), rodeadas de baldosas también hexagonales.



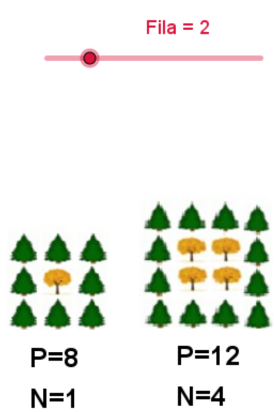
Anexo 6. Construcción problema del agricultor

PROBLEMA DEL AGRICULTOR

Un agricultor quiere plantar naranjos siguiendo una forma cuadrada y alrededor quiere plantar pinos. Se imagina el siguiente esquema para 1, 2 y 3 filas de naranjos

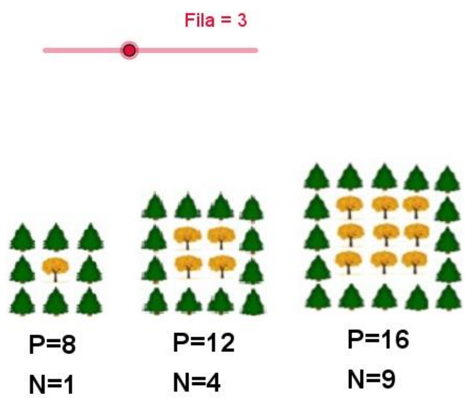
PROBLEMA DEL AGRICULTOR

Un agricultor quiere plantar naranjos siguiendo una forma cuadrada y alrededor quiere plantar pinos. Se imagina el siguiente esquema para 1, 2 y 3 filas de naranjos



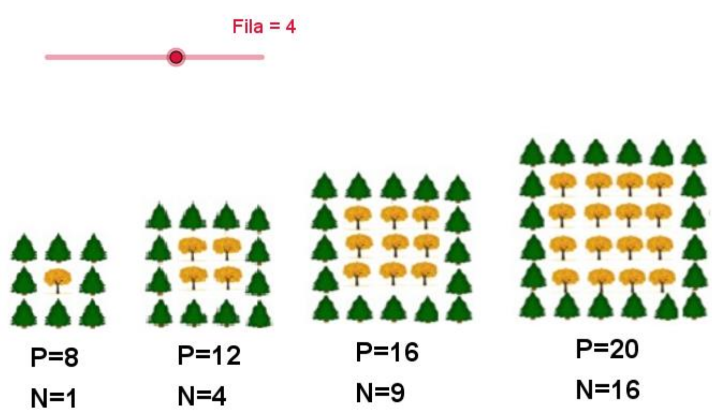
PROBLEMA DEL AGRICULTOR

Un agricultor quiere plantar naranjos siguiendo una forma cuadrada y alrededor quiere plantar pinos. Se imagina el siguiente esquema para 1, 2 y 3 filas de naranjos



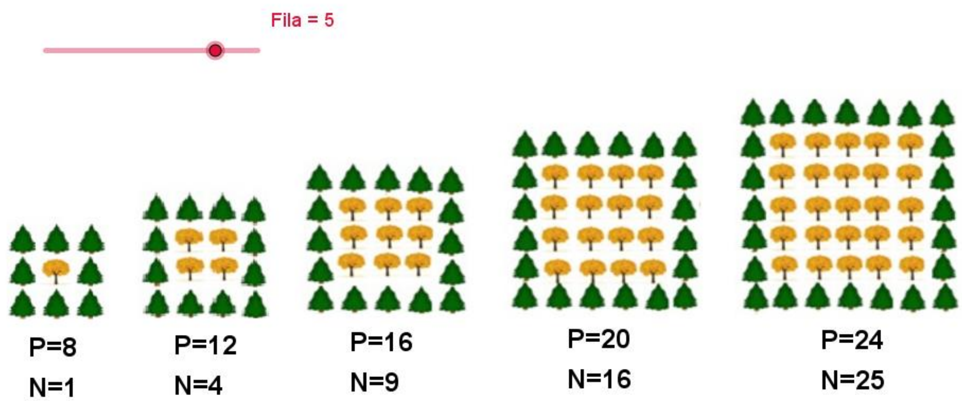
PROBLEMA DEL AGRICULTOR

Un agricultor quiere plantar naranjos siguiendo una forma cuadrada y alrededor quiere plantar pinos. Se imagina el siguiente esquema para 1, 2 y 3 filas de naranjos



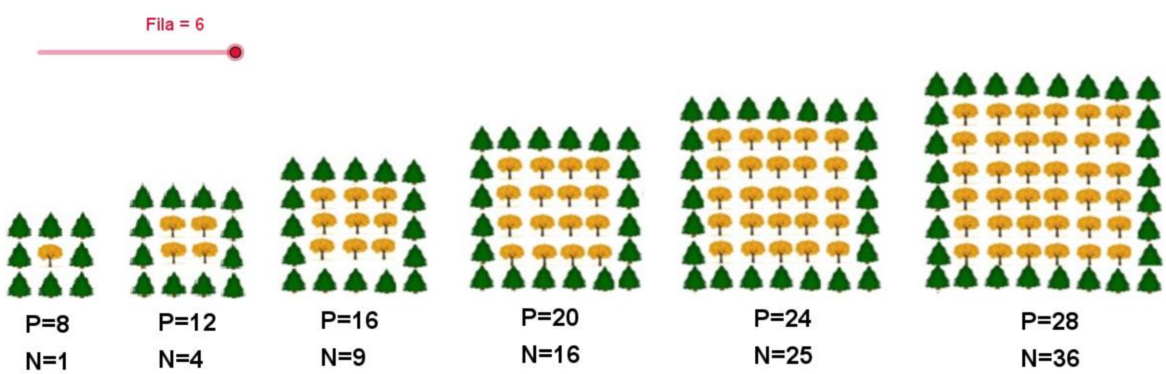
PROBLEMA DEL AGRICULTOR

Un agricultor quiere plantar naranjos siguiendo una forma cuadrada y alrededor quiere plantar pinos. Se imagina el siguiente esquema para 1, 2 y 3 filas de naranjos



PROBLEMA DEL AGRICULTOR

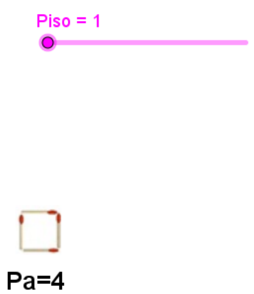
Un agricultor quiere plantar naranjos siguiendo una forma cuadrada y alrededor quiere plantar pinos. Se imagina el siguiente esquema para 1, 2 y 3 filas de naranjos



Anexo 7. Construcción problema los palillos

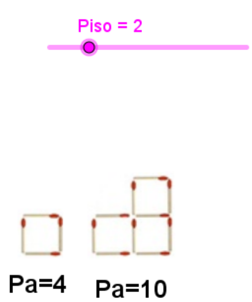
PROBLEMA DE LOS PALILLOS

Un arquitecto está realizando un diseño utilizando palillos formando diferentes figuras sobre la mesa. Construye escaleras de uno, dos y tres pisos; para el diseño de un piso tiene un palillo en cada lado exterior, para lo que necesita 4 palillos, para la escalera de dos pisos utiliza 10 palillos. De esa misma manera continua construyendo escaleras.



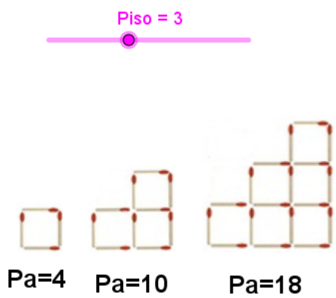
PROBLEMA DE LOS PALILLOS

Un arquitecto está realizando un diseño utilizando palillos formando diferentes figuras sobre la mesa. Construye escaleras de uno, dos y tres pisos; para el diseño de un piso tiene un palillo en cada lado exterior, para lo que necesita 4 palillos, para la escalera de dos pisos utiliza 10 palillos. De esa misma manera continua construyendo escaleras.



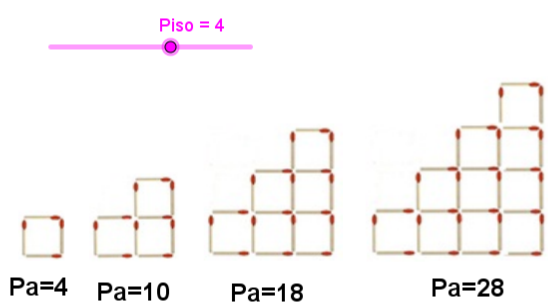
PROBLEMA DE LOS PALILLOS

Un arquitecto está realizando un diseño utilizando palillos formando diferentes figuras sobre la mesa. Construye escaleras de uno, dos y tres pisos; para el diseño de un piso tiene un palillo en cada lado exterior, para lo que necesita 4 palillos, para la escalera de dos pisos utiliza 10 palillos. De esa misma manera continua construyendo escaleras.



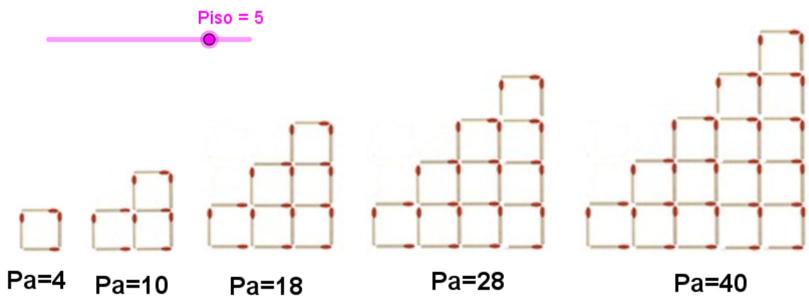
PROBLEMA DE LOS PALILLOS

Un arquitecto está realizando un diseño utilizando palillos formando diferentes figuras sobre la mesa. Construye escaleras de uno, dos y tres pisos; para el diseño de un piso tiene un palillo en cada lado exterior, para lo que necesita 4 palillos, para la escalera de dos pisos utiliza 10 palillos. De esa misma manera continua construyendo escaleras.



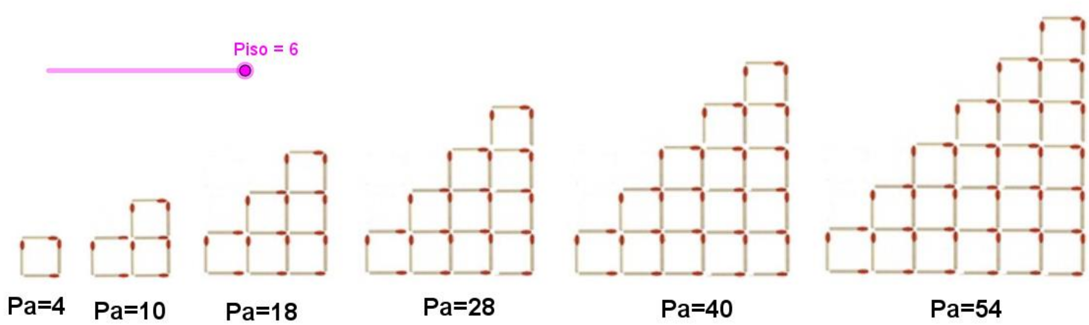
PROBLEMA DE LOS PALILLOS

Un arquitecto está realizando un diseño utilizando palillos formando diferentes figuras sobre la mesa. Construye escaleras de uno, dos y tres pisos; para el diseño de un piso tiene un palillo en cada lado exterior, para lo que necesita 4 palillos, para la escalera de dos pisos utiliza 10 palillos. De esa misma manera continua construyendo escaleras.



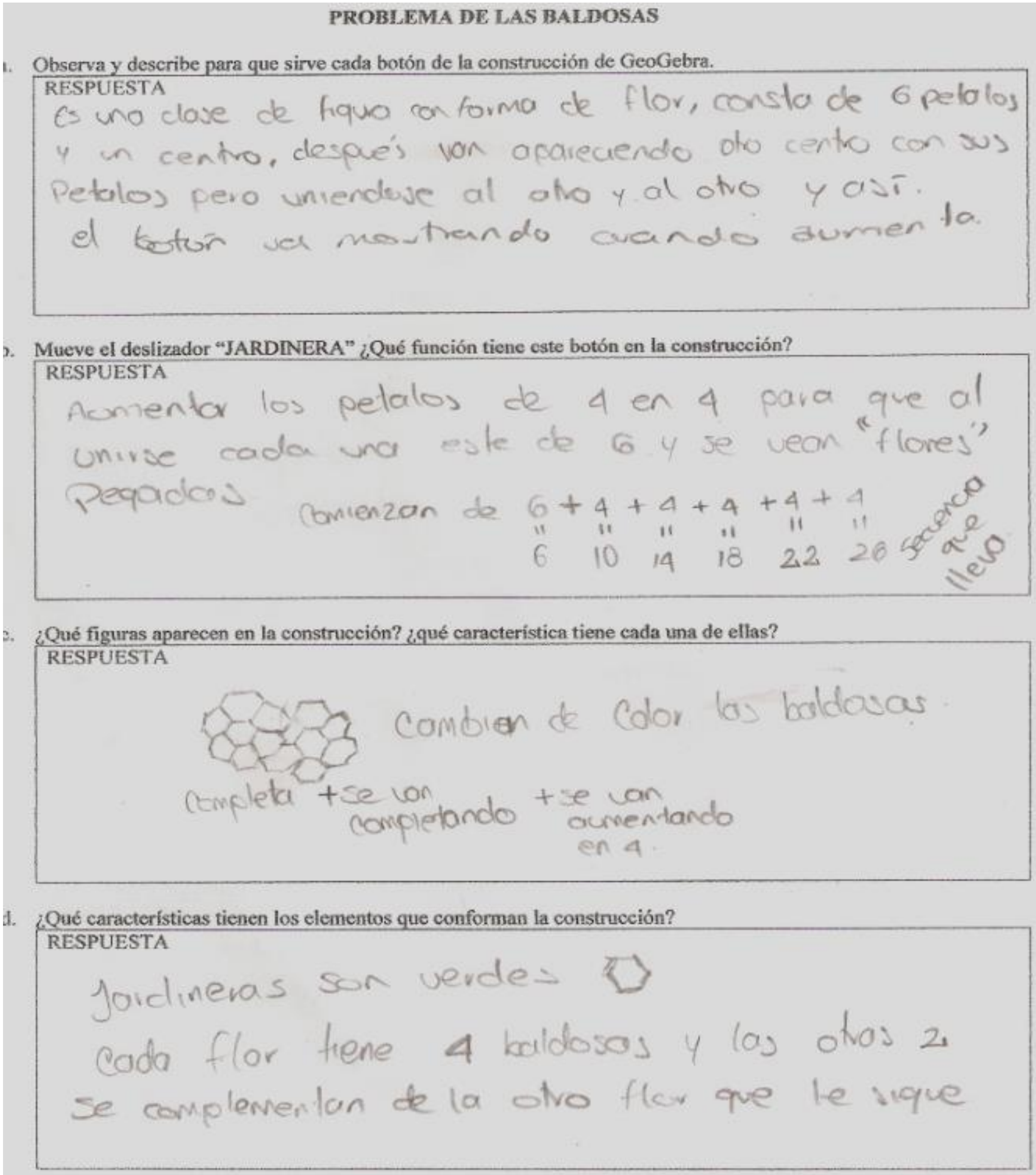
PROBLEMA DE LOS PALILLOS

Un arquitecto está realizando un diseño utilizando palillos formando diferentes figuras sobre la mesa. Construye escaleras de uno, dos y tres pisos; para el diseño de un piso tiene un palillo en cada lado exterior, para lo que necesita 4 palillos, para la escalera de dos pisos utiliza 10 palillos. De esa misma manera continua construyendo escaleras.



anexo 8. Evidencias de las producciones escritas de los estudiantes problema de las baldosas

Estudiante 1



PROBLEMA DE LAS BALDOSAS

a. Observa y describe para que sirve cada botón de la construcción de GeoGebra.

RESPUESTA

Es una clase de figura con forma de flor, consta de 6 petalos y un centro, después van apareciendo otro centro con sus Petalos pero uniendose al otro y al otro y así.
el botón va mostrando cuando aumenta.

b. Mueve el deslizador "JARDINERA" ¿Qué función tiene este botón en la construcción?

RESPUESTA

Aumentar los petalos de 4 en 4 para que al unirse cada una este de 6 y se vean "flores" Pegados

Comienzan de 6 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4
6 10 14 18 22 26 secuencia de llego

c. ¿Qué figuras aparecen en la construcción? ¿qué característica tiene cada una de ellas?

RESPUESTA

Cambian de Color las baldosas.

Completa +se van completando +se van aumentando en 4.

d. ¿Qué características tienen los elementos que conforman la construcción?

RESPUESTA

Jardineras son verdes

Cada flor tiene 4 baldosas y las otros 2 se complementan de la otra flor que le sigue

e. Describe que sucede cuando se mueve el deslizador "JARDINERA"

RESPUESTA

Se aumenta de 4 en 4 y van cambiando de color, me imagino que es el cambio de los baldosas y diseño.

f. ¿Cuántas baldosas serán necesarias para 4 jardineras? ¿Cuántas para 5 jardineras? Explícalo

RESPUESTA

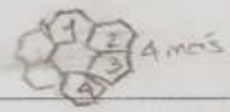
Para 4 jardineras se necesitan 18 baldosas, ya que cada una aumenta en 4 y forma 18 en 4 jardineras

Para 5 jardineras se necesitan 22 baldosas para completar.

g. Si en la construcción de GeoGebra estuviera representada la jardinera 7 ¿Cuántas baldosas son necesarias para rodearlas? ¿porqué?

RESPUESTA

si hubiera la jardinera 7. para rodearla se necesitan 4 baldosas más, y así quedaría completa



h. Busca pautas en tus datos ¿encuentras algo repetitivo de un valor a otro?

RESPUESTA

Repetitivo de esto es que aumentan en 4 en 4. Para completar la siguiente jardinera.

i. ¿Qué relación encuentra entre el número de jardineras y el número de baldosas? ¿porqué?

RESPUESTA

son 6 jardineras en la cual al rodearlos se necesitan 6 baldosas y cada baldosa consta de 6 lados.

Si hay 38 baldosas ¿cuántas jardineras se han rodeado? Explícalo

RESPUESTA

1	2	3	4	5	6	7	8	9
6	10	14	18	22	26	30	34	38

+4 +4 +4 +4 +4

Es la secuencia que se lleva.

sumando el valor anterior +4 hasta llegar a la baldosa 38.

k. Para rodear 100 jardineras ¿Cuántas baldosas son necesarias?

RESPUESTA

10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100
42	62	82	102	122	142	162	182	202	222	242	262	282	302	322	342	362	382	402

+20 +20 +20 +20 +20 +20 +20

Cada 5 jardineras se le suma 20. $\boxed{402}$ Baldosas.

l. Para un número cualquiera de n jardineras ¿cuántas baldosas hacen falta? Explícalo

RESPUESTA

$4 \cdot N + 2$

el 4 que es el número de secuencia

la posición que quiero hallar.

le sumo ese 2 para hacer encontrar el valor

Ejm: $4 \cdot 120 + 2$

$= 482$ baldosas se usaran para una posición 120.

m. ¿Qué te permite realizar esta información?

RESPUESTA

lo que me enseño el profesor en clases anteriores y con lo que pude interpretar de cada imagen PENSANDO BASTANTE.

Estudiante 2

PROBLEMA DE LAS BALDOSAS

a. Observa y describe para que sirve cada botón de la construcción de GeoGebra.

RESPUESTA

sirve para aumentar el número de hexagonos que tiene la figura

b. Mueve el deslizador "JARDINERA" ¿Qué función tiene este botón en la construcción?

RESPUESTA

su función es aumentar la figura osea poner más hexagonos en cada jardinera

c. ¿Qué figuras aparecen en la construcción? ¿qué característica tiene cada una de ellas?

RESPUESTA

aparecen hexagonos y en el medio aparece un hexagono de otro color y cada vez que se coloca una jardinera aumenta 4 baldosas

d. ¿Qué características tienen los elementos que conforman la construcción?

RESPUESTA

todos son hexagonos y siempre en la mitad hay un hexagono de color verde

Describe que sucede cuando se mueve el deslizador "JARDINERA"

RESPUESTA
cuando se mueve el deslizador y aparece una jardinera aumenta 4 baldosas

¿Cuántas baldosas serán necesarias para 4 jardineras? ¿Cuántas para 5 jardineras? Explícalo

RESPUESTA
Son necesarias 14 badosas ya que por cada jardinera son necesarias 6 baldosas pero como se unen se pierden 2 baldosas y para 5 jardineros son necesarias 18 baldosas

Si en la construcción de GeoGebra estuviera representada la jardinera 7 ¿Cuántas baldosas son necesarias para rodearlas? ¿porqué?

RESPUESTA
Son necesarias 30 ya que por cada jardinera son 6 baldosas pero como se unen se pierden 2 y por eso solo aumentan de 4 en 4

Busca pautas en tus datos ¿encuentras algo repetitivo de un valor a otro?

RESPUESTA
Si ya que en mis datos siempre aperece que la figura aumenta de 4 en 4 ya que para cubrir una jardinera son necesarias 6 baldosas pero como se unen se pierden 2

¿Qué relación encuentra entre el número de jardineras y el número de baldosas? ¿porqué?

RESPUESTA
que para cubrir 6 jardineras se necesitan 26 baldosas porque para cubrir una jardinera se necesitan 6 baldosas pero como estan unidas solo aumenta de 4 en 4

j. Si hay 38 baldosas ¿cuántas jardineras se han rodeado? Explícalo

RESPUESTA

se han rodeado 9 jardineras y esto se
allá sumando 4 baldosas por jardinera
pero solo se suman 4 baldosas debido
a que se tiene 6 baldosas y se le restan
2 que sobran

k. Para rodear 100 jardineras ¿Cuántas baldosas son necesarias?

RESPUESTA

son necesarias 402 baldosas debido a que
aumenta de 4 en 4 y 10 [illegible] de la
siguiente forma: duplique el resultado
de 10 jardineras y le reste 2 y así
sucesivamente

l. Para un número cualquiera de n jardineras ¿cuántas baldosas hacen falta? Explícalo

RESPUESTA

para un numero cualquiera de n jardineras
se necesitan 4 baldosas para rodearla

m. ¿Qué te permite realizar esta información?

RESPUESTA

porque siempre había un aumento de 4 en 4
pero para cubrir una jardinera son necesario
6 pero como se unen se pierden 2 por
eso solo se aumentan 4

Estudiante 3

PROBLEMA DE LAS BALDOSAS

a. **Observa y describe para que sirve cada botón de la construcción de GeoGebra.**

RESPUESTA

Para realizar la costrucción de las Jardinera Hexagonales

b. **Mueve el deslizador "JARDINERA" ¿Qué función tiene este botón en la construcción?**

RESPUESTA

El deslizador sirve en la costrucción para hacer el calculo de cuantas baldosas se necesitarían para cada costrucción.

c. **¿Qué figuras aparecen en la construcción? ¿qué característica tiene cada una de ellas?**

RESPUESTA

Aparecen Jardineras de forma hexagonal.

d. **¿Qué características tienen los elementos que conforman la construcción?**

RESPUESTA

1 todas son de forma hexagonal
2 Cada costrución esta en forma de flor
3 Las Jardineras van en el centro
4 Las baldosas van aumentando de a cuatro
5 Se le van restando de dos baldosas

e. Describe que sucede cuando se mueve el deslizador "JARDINERA"

RESPUESTA

El número de buldosas de la Jardinera va aumentando de a cuatro baldosas para cada costrucción

f. ¿Cuántas baldosas serán necesarias para 4 jardineras? ¿Cuántas para 5 jardineras? Explícalo

RESPUESTA

Para cuatro jardineras son necesarias 18 buldosas porque

al  Porque en la primera jardinera se necesitaban 6 baldosas en la segunda 10, para obtener el número de baldosas de la jardinera 4 hay que samar de a cuatro al número de baldosas de la jardinera anteror

número de baldosas de la jardinera 4

• Para la 5 se necesitan 22 baldosas, = 8 = 18 + 4 = 22

g. Si en la construcción de GeoGebra estuviera representada la jardinera 7 ¿Cuántas baldosas son necesarias para rodearlas? ¿porqué?

RESPUESTA

La jardinera son necesarias 30 baldosas porque por cada jardinera va aumentando de a cuatro baldosas

h. Busca pautas en tus datos ¿encuentras algo repetitivo de un valor a otro?

RESPUESTA

Encuentro que para realizar cada costrucción el boton del deslizador hace que aumente y rodee de a cuatro baldosas cada costrucción

i. ¿Qué relación encuentra entre el número de jardineras y el número de baldosas? ¿porqué?

RESPUESTA

Que el número de jardineras son 6 y el numero de baldosas de los jardineros son 6 también =

Si hay 38 baldosas ¿cuántas jardineras se han rodeado? Explícalo

RESPUESTA

número de baldosas

Jardinera	
1	6
2	10
3	14
4	18
5	22
6	26 +4
7	30 +4
8	34 +4
9	38
10	42

número que aumenta

Se han rodeado 9 Jardineras

Para rodear 100 jardineras ¿Cuántas baldosas son necesarias?

RESPUESTA

Jardineras

número de baldosas que aumenta

número de baldosas faltantes de la primera

$100 \times 4 + 2 = 402$

Son necesarias 402 baldosas para rodearlas

Para un número cualquiera de n jardineras ¿cuántas baldosas hacen falta? Explícalo

RESPUESTA

Sería el número de Jardineras + el número de baldosas que hacen falta

N + B

N − B

m. ¿Qué te permite realizar esta información?

RESPUESTA

Calcular y analizar y encontrar formas para solucionar estos problemas

Estudiante 4

PROBLEMA DE LAS BALDOSAS

a. **Observa y describe para que sirve cada botón de la construcción de GeoGebra.**

RESPUESTA

Sirve para duplicar la figura en una secuencia, que cada vez va tomando un color y siguiendo un patrón

b. **Mueve el deslizador "JARDINERA" ¿Qué función tiene este botón en la construcción?**

RESPUESTA

Tiene la función de realizar una secuencia o patrón que va aumentando, de 4 en 4, o cualquier tipo de número

c. **¿Qué figuras aparecen en la construcción? ¿qué característica tiene cada una de ellas?**

RESPUESTA

Es una figura hexagonal.
Que va acmentando de 4 en 4 cada vez más grande y de un color más oscuro.

d. **¿Qué características tienen los elementos que conforman la construcción?**

RESPUESTA

Es un ~~H~~hexagono (que tiene 6 lados), cada una de ellas va aumentando de cuatro en cuatro, con su centro verde. y va de primeras en un color claro hasta la ~~8~~=14 luego lo de afuera es amarilla, luego azul y sigue roja

e. **Describe que sucede cuando se mueve el deslizador "JARDINERA"**

RESPUESTA

Cuando se mueve la jardinera va saliendo otra figura y otra con aumento y diferente Color.

f. **¿Cuántas baldosas serán necesarias para 4 jardineras? ¿Cuántas para 5 jardineras? Explícalo**

RESPUESTA

Para 4 jardineras se necesitan 18 baldosas por que se va aumentando de cuatro en cuatro.
Para 5 Jardinero se necesitan 22 baldosas por aumenta de cuatro en cuatro

g. **Si en la construcción de GeoGebra estuviera representada la jardinera 7 ¿Cuántas baldosas son necesarias para rodearlas? ¿porqué?**

RESPUESTA

en la jardinera 7 estaría rodeada en 6=30 por que su amento es de 4 en 4.

h. **Busca pautas en tus datos ¿encuentras algo repetitivo de un valor a otro?**

RESPUESTA

Si, la repetición va en que todos los numeros van aumentando en cuatro en cuatro entonces esa es la repitición el más 4.

i. **¿Qué relación encuentra entre el número de jardineras y el número de baldosas? ¿porqué?**

RESPUESTA

en que hay seis jardinera y esta sustituido por seis baldosas, las dos son hexagonos

j. Si hay 38 baldosas ¿cuántas jardineras se han rodeado? Explícalo

RESPUESTA

Se han rodeado 9 jardineras, porque hay un aumento de cuatro en cuatro y la suma de cada aumento da 38.

k. Para rodear 100 jardineras ¿Cuántas baldosas son necesarias?

RESPUESTA Para 100 jardineras = 378 baldosas

6, 10, 14, 18, 22, 26, 30, 34, 38, 42, 46, 50, 54, 58, 62, 66, 70, 74, 78, 82, 86, 90, 94, 98, 82
86, 90, 94, 98, 102, 106, 110, 114, 118, 122, 126, 130, 134, 138, 142, 146, 150,
154, 158, 162, 166, 170, 174, 178, 182, 186, 190, 194, 198, 202, 206, 210, 214, 218,
222, 226, 230, 234, 238, 242, 246, 250, 252, 256, 260, 264, 268, 272, 276, 280, 282,
286, 290, 294, 298, 302, 306, 310, 314, 318, 322, 326, 330, 334, 338, 342, 346,
350, 354, 358, 362, 366, 370, 374, 378

l. Para un número cualquiera de n jardineras ¿cuántas baldosas hacen falta? Explícalo

RESPUESTA

$n + F = X$ → n es el número tal de jardineras que hay.
F es es el número de la frecuencia que hay
X es el numero de la suma de la frecuencia para las baldosas.

m. ¿Qué te permite realizar esta información?

RESPUESTA

Con la imagen que nos mostro el profesor, mire la frecuencia y cuanto hiba aumentando así hiba sumando al número de baldosas que la frecuencia marcaba siguiendo un patrón, guiandome tambien por la jardinera y por la formula que yo creia que puede ser la correcta

Estudiante 5

PROBLEMA DE LAS BALDOSAS

a. Observa y describe para que sirve cada botón de la construcción de GeoGebra.

RESPUESTA

Para agregar otra parte de 5 Hexágonos.

b. Mueve el deslizador "JARDINERA" ¿Qué función tiene este botón en la construcción?

RESPUESTA

Agregar 4 partes hexagonales.

c. ¿Qué figuras aparecen en la construcción? ¿qué característica tiene cada una de ellas?

RESPUESTA

Hexágonos. - 6 ángulos - 6 lados. - diferentes colores.

d. ¿Qué características tienen los elementos que conforman la construcción?

RESPUESTA

Que todos los hexágonos son iguales en tamaño

e. Describe que sucede cuando se mueve el deslizador "JARDINERA"

RESPUESTA

Se agregan 5 hexágonos iguales incluyendo el verde

f. ¿Cuántas baldosas serán necesarias para 4 jardineras? ¿Cuántas para 5 jardineras? Explícalo

RESPUESTA

Para 4 = 18
Para 5 = 22

Cada jardín requiere 4 baldosas más

g. Si en la construcción de GeoGebra estuviera representada la jardinera 7 ¿Cuántas baldosas son necesarias para rodearlas? ¿porqué?

RESPUESTA

Son necesarias 30 ya que empezando desde 6 que es un jardín completo se requieren 4 más

h. Busca pautas en tus datos ¿encuentras algo repetitivo de un valor a otro?

RESPUESTA

- Se repiten números pares en los resultados de cada jardín
- Se suman 4 más en cada jardín.

i. ¿Qué relación encuentra entre el número de jardineras y el número de baldosas? ¿porqué?

RESPUESTA

Que el número de jardineras es multiplicado por 4 y sumado por 2, se obtiene el resultado del x jardín completo

. Si hay 38 baldosas ¿cuántas jardineras se han rodeado? Explícalo

RESPUESTA

9 jardineras ya que el primer jardín empieza con 6 baldosas y de ahí se agregan 4 a cada jardín

$9 \times 4 = 36 + 2 = 38$.

k. Para rodear 100 jardineras ¿Cuántas baldosas son necesarias?

RESPUESTA

402 haciendo la fórmula que es el n de jardineras por 4 y sumando al final el número 2.

100

l. Para un número cualquiera de n jardineras ¿cuántas baldosas hacen falta? Explícalo

RESPUESTA

4 baldosas ÷ para completar las jardineras es necesario agregar 4 más consecutivamente

m. ¿Qué te permite realizar esta información?

RESPUESTA

Me permite saber esta fórmula n de jardineras · 4+2

Me dí cuenta porque al inicio «primer figura» aparecen 6 hexágonos y al lado en otro jardín 4 baldosas, entonces vi que ésta formula aplicaba para después sacar más jardineras

baldosas

Estudiante 6

PROBLEMA DE LAS BALDOSAS

a. Observa y describe para que sirve cada botón de la construcción de GeoGebra.

RESPUESTA

el deslizador: pala duplicar

b. Mueve el deslizador "JARDINERA" ¿Qué función tiene este botón en la construcción?

RESPUESTA

El deslizador sirve para duplicar la figura y aumenta de 4 en cuatro la primera tiene 6 y la segunda tiene 10.

c. ¿Qué figuras aparecen en la construcción? ¿qué característica tiene cada una de ellas?

RESPUESTA

luego hexagonos que sirven para hacer la simulación de las baldosas y aparecen en forma de flores

d. ¿Qué características tienen los elementos que conforman la construcción?

RESPUESTA

Que en la mitad hay un hexagono verde (Jardineras) y las otros son mas clartos, despues van cambiando de color cuando aumenta de cantidad. (amarillo y azul)

Describe que sucede cuando se mueve el deslizador "JARDINERA"

RESPUESTA

Aumentan 4 baldosas para formar otra figura

¿Cuántas baldosas serán necesarias para 4 jardineras? ¿Cuántas para 5 jardineras? Explícalo

RESPUESTA

Son necesarias 18 baldosas y para 5 son necesarias 22 porque va aumentando de 4 en 4.

g. Si en la construcción de GeoGebra estuviera representada la jardinera 7 ¿Cuántas baldosas son necesarias para rodearlas? ¿porqué?

RESPUESTA

Serían necesarias 30 baldosas porque en la 6 ahí 26 y otras cuatro serían 30.

Pero para rodearla se necesita 6 baldosas.

h. Busca pautas en tus datos ¿encuentras algo repetitivo de un valor a otro?

RESPUESTA

Si ya que aumenta de 4 en cuatro es algo repetitivo en cada figura

i. ¿Qué relación encuentra entre el número de jardineras y el número de baldosas? ¿porqué?

RESPUESTA

Si hay una jardinera tienen que aumentar las baldosas para rodearla. O sea una depende de la otra.

j. Si hay 38 baldosas ¿cuántas jardineras se han rodeado? Explícalo

RESPUESTA

Se han rodeado 9 jardineras ya que al aumentar de 4 a 4 baldosas se llega a rodear la jardinera 9.

k. Para rodear 100 jardineras ¿Cuántas baldosas son necesarias?

RESPUESTA

100 x 4 = 400 + 2. ya que aumenta de 4 en 4 pues lo multiplico por el 4 pero para rodearlas se necesitan otras 2 y por eso se le suman dos

l. Para un número cualquiera de n jardineras ¿cuántas baldosas hacen falta? Explícalo

RESPUESTA

Dependiendo el número de jardineras siempre se le van a sumar 4 para poder rodearla y con las otras dos que se cuentan de la otra figura pues se rodea. y en la primera siempre van a ver 6 baldosas.

m. ¿Qué te permite realizar esta información?

RESPUESTA

Pues que la frecuencia de las baldosas siempre aumenta de 4 en 4. y con

Estudiante 7

PROBLEMA DE LAS BALDOSAS

a. Observa y describe para que sirve cada botón de la construcción de GeoGebra.

RESPUESTA

El botón sirve para agregar un jardín más junto con cuatro baldosas

b. Mueve el deslizador "JARDINERA" ¿Qué función tiene este botón en la construcción?

RESPUESTA

Agrega las jardineras más cuatro baldosas, Puede ser para medir el espacio que se gasta en la construccion o cuantos materiales se necesitan, Por ejemplo, en la jardinera 6 se necesitarían 26 baldosas

c. ¿Qué figuras aparecen en la construcción? ¿qué característica tiene cada una de ellas?

RESPUESTA

Veo varios hexágonos, tienen 6 lados y encajan perfectamente, se ve simetrico

d. ¿Qué características tienen los elementos que conforman la construcción?

RESPUESTA

A parte de la forma, la cual sirve para hacerlo vistosamente bonito o simetrico, como un rompecabezas

e. Describe que sucede cuando se mueve el deslizador "JARDINERA"

RESPUESTA

se agrega una jardinera con sus respectivas baldosas o se quitan

f. ¿Cuántas baldosas serán necesarias para 4 jardineras? ¿Cuántas para 5 jardineras? Explícalo

RESPUESTA

Para 4 jardineras 18, para 5 jardineras 22, con base en la primera jardinera, la cual tiene 6 lados, solo se necesitaría agregar 4 baldosas más para que la figura quede simetrica o, mirando en prespectiva, iguales a la primera sola

g. Si en la construcción de GeoGebra estuviera representada la jardinera 7 ¿Cuántas baldosas son necesarias para rodearlas? ¿porqué?

RESPUESTA

se necesitarían 30 baldosas para que rodearan las 7 baldosas, como ya expliqué anteriormente se suman 4 baldosas para que queden con forma similar a la primera todas

h. Busca pautas en tus datos ¿encuentras algo repetitivo de un valor a otro?

RESPUESTA

A parte de que se suman 4 baldosas por cada jardín agregado, no

i. ¿Qué relación encuentra entre el número de jardineras y el número de baldosas? ¿porqué?

RESPUESTA

Pues ya lo dije, por cada jardinera agregada se suman 4 baldosas, aclarando que si solo hubiese una jardinera hubiese 6 baldosas

j. Si hay 38 baldosas ¿cuántas jardineras se han rodeado? Explícalo

RESPUESTA

habría 9 jardineras, por cada jardinera agregada se suman 4 baldosas

k. Para rodear 100 jardineras ¿Cuántas baldosas son necesarias?

RESPUESTA

402 baldosas, lo encontré porque multipliqué el numero de baldosas que se agregan (4) por 100 y le sumé 2, ya que son las que se agregan por la primera que tenía 6 baldosas

l. Para un número cualquiera de n jardineras ¿cuántas baldosas hacen falta? Explícalo

RESPUESTA

la regla general sería $4n + 2$

simplemente siempre se agregan 4 baldosas por jardinera, y si la inicial tenía 6 simplemente tengo que agregar las 2 baldosas que faltan, es decir

$4(1) + 2 = 6$ que sería la Primera jardinera

m. ¿Qué te permite realizar esta información?

RESPUESTA

el Patrón que hay entre las jardineras y las baldosas que se suman, es decir, Por cada jardinera que se le agrega a la primera, que tenía 6 baldosas, se suman 4 baldosas

Anexo 9. Evidencias de las producciones escritas de los estudiantes problema del agricultor

Estudiante 1

PROBLEMA DEL AGRICULTOR

a. Observa y describe para que sirve cada botón de la construcción de GeoGebra.

RESPUESTA

Se desliza el botón para mostrar como aumenta la secuencia

b. Mueve el deslizador "Fila" ¿Qué función tiene este botón en la construcción?

RESPUESTA

Fila para aumentar la secuencia

c. ¿Qué figuras aparecen en la construcción? ¿qué característica tiene cada una de ellas?

RESPUESTA

Se encuentran cuadrados, lo mas grandes conformados por Pinos de color verde y en el interior un cuadrado mas pequeño conformado por naranjos de color amarillo, cada uno aumenta diferente.

d. ¿Qué elementos conforman cada figura?

RESPUESTA

Un cuadrado lo conforma el pino y el cuadrado mas pequeño los naranjos.

e. ¿Qué relación encuentras entre el lado del cuadrado grande con relación al lado del cuadrado grande anterior?

RESPUESTA

la secuencia en los pinos = Es aumentar 4 en 4.

la secuencia en los Naranjos es= es multiplicar la posicion por el mismo número ejm: Posición 3 X 3 que es el mismo número da 9 naranjos.

f. ¿Cuántos pinos hay en la fila 4? ¿Cuántos en la fila 5?

RESPUESTA

En la fila 4 hay 20 pinos 1 2 3 4 5 6 20

En la fila 5 hay 24 pinos 1 2 3 4 5 6 7 24

g. ¿Cuántos naranjos hay en la fila 4? ¿Cuántos en la fila 5?

RESPUESTA

En la fila 4 hay 16 naranjos 1 2 3 4 16

En la fila 5 hay 25 naranjos 1 2 3 4 .... 25.

h. Organiza la información y describe la relación que encuentras

RESPUESTA

$4n+4$ es la formula del pino

N^2 la posición x si misma.
Por.

i. Si en la construcción de GeoGebra estuviera la fila número 10 ¿Cuántos pinos habría? ¿y naranjos?

RESPUESTA

Pinos = $4 \cdot 10 + 4 = 44$

Naranjos = $10^2 = 100$

j. ¿Qué relación encuentra entre el número de la Fila y el número de pinos? ¿Por qué?

RESPUESTA

la correr el boton de fila, aumenta una fila y aumenta el número de Pinos.

k. ¿Que relación encuentra entre el número de Fila y el número de naranjos? ¿Por qué?

RESPUESTA

se corre el boton y pasa lo mismo se aumenta la fila y aumenta los naranjos

l. Si en la construcción aparecieran 32 pinos ¿en que Fila se encontraría? ¿Por qué? ¿Cuántos naranjos habría?

RESPUESTA

la fila sera 7 ya que al sumarle 4 a la fila anterior daria 32.

$4.\underbrace{7}_{fila}+4=32$

m. Para el caso general de n filas de naranjos ¿Cuántos naranjos se necesitan? ¿y pinos? Explicalo con tus palabras.

RESPUESTA

Para Saber cuantos naranjos se necesitan

$n^2=$

Para saber cuantos Pinos se nesesitan.

$4.N+4=$

n. ¿Qué te permite realizar la afirmación?

RESPUESTA

El analisis que realicé durante cada pregunta, observando las imagenes.

Estudiante 2

PROBLEMA DEL AGRICULTOR

a. Observa y describe para que sirve cada botón de la construcción de GeoGebra.

RESPUESTA

el boton sirve para aumentar la cantidad de pinos y de naranjos

b. Mueve el deslizador "Fila" ¿Qué función tiene este botón en la construcción?

RESPUESTA

Para aumentar la figura osea aumentan los Pinos

c. ¿Qué figuras aparecen en la construcción? ¿qué característica tiene cada una de ellas?

RESPUESTA

son pinos de color verde al rededor, y en el centro naranjos de color amarillo

d. ¿Qué elementos conforman cada figura?

RESPUESTA

los pinos rodean a los naranjos formando un cuadro

e. ¿Qué relación encuentras entre el lado del cuadrado grande con relación al lado del cuadrado grande anterior?

RESPUESTA que los pinos a los lados aumenta de 1 en 1 y los naranjos aumenta de 1 en 1

f. ¿Cuántos pinos hay en la fila 4? ¿Cuántos en la fila 5?

RESPUESTA
hay 20 pinos y en la fila 5 hay 24

g. ¿Cuántos naranjos hay en la fila 4? ¿Cuántos en la fila 5?

RESPUESTA
hay 16 naranjos y en la fila 5 hay 25 naranjos

h. Organiza la información y describe la relación que encuentras

RESPUESTA
que los pinos aumenta de 4 en 4 y los naranjos aumentan

i. Si en la construcción de GeoGebra estuviera la fila número 10 ¿Cuántos pinos habría? ¿y naranjos?

RESPUESTA
4.10+4=44 pinos
10x10=100 naranjos

j. ¿Qué relación encuentra entre el número de la Fila y el número de pinos? ¿Por qué?

RESPUESTA

que cada vez aumenta de 4 en 4 porque

4.n+4

k. ¿Que relación encuentra entre el número de Fila y el número de naranjos? ¿Por qué?

RESPUESTA

los naranjos aumentan de 1 por columna y de 2 por ejemplo de la fila 2 a la fila 3 hay 5 naranjos de difencia y entre la fila 3 y la fila 4 ya hay 7 naranjos de diferencia

l. Si en la construcción aparecieran 32 pinos ¿en que Fila se encontraría? ¿Por qué? ¿Cuántos naranjos habría?

RESPUESTA

4.7+4=32 estaria en la fila 7

habrían 49 naranjos porque 7x7=49

m. Para el caso general de n filas de naranjos ¿Cuántos naranjos se necesitan? ¿y pinos? Explícalo con tus palabras.

RESPUESTA

N= n x n = n que significa multiplicar cualquier número por otro número y el resultado que esta da es el número de naranjos que hay

P= 4.n+4 que significa multiplicar 4 por cualquier número y a ese resultado sumarle 4

n. ¿Qué te permite realizar la afirmación?

RESPUESTA

las siguientes formula anteriormente explicados

$n \times n = n^2$

4.n+4=

Estudiante 3

PROBLEMA DEL AGRICULTOR

a. Observa y describe para que sirve cada botón de la construcción de GeoGebra.

RESPUESTA

Para incrementar la cantidad de cada esquema, con el deslizados para aumentar o desminuir la secuencia.

b. Mueve el deslizador "Fila" ¿Qué función tiene este botón en la construcción?

RESPUESTA

Aumentar la cantidad de pinos y naranjos cada vez más, de forma de secuencial

c. ¿Qué figuras aparecen en la construcción? ¿qué característica tiene cada una de ellas?

RESPUESTA

la figura son cuadrados, cada ves uno más grande que otro, al lado de afuera esta formado por pinos y el interior por naranjos, los pinos de color verde y los naranjos de color amarrillo.

d. ¿Qué elementos conforman cada figura?

RESPUESTA

las pinos que tienen mayor cantidad, y los arboles de naranjos, que los pinos rodean los naranjos.

e. ¿Qué relación encuentras entre el lado del cuadrado grande con relación al lado del cuadrado grande anterior?

RESPUESTA

Que cada vez el lado del cuadrado siguiente le iría aumentando una fila de un numero mas, o sea que si una fila del pino hay 5 la proxima tendra 6 y así secuencialmente, y así el pino extra conforma otra fila.

f. ¿Cuántos pinos hay en la fila 4? ¿Cuántos en la fila 5?

RESPUESTA

- en la fila 4 hay 20 pinos porque ese el aumento que se presenta de la fila 3 al sumarle 4 pinos y al igual que en la fila 5 al sumarle otros 4 pinos da los 24 pinos de esta fila.

g. ¿Cuántos naranjos hay en la fila 4? ¿Cuántos en la fila 5?

RESPUESTA

naranjos fila 4 = 16 por que 4 x 4 en las filas hay 4 en cada lado

narajos fila 5 = 25 porque 5x5 en la fila a los lados estan 5 y 5 naranjos.

h. Organiza la información y describe la relación que encuentras

RESPUESTA

la relación de los naranjos es que se multiplica por su mismo valor 1x1 = 1, 2x2 = 4, 3x3 = 9, 4x4 = 16, 5x5 = 25, 6x6 = 36 y la relación de los pinos aumenta de a 4 su secuencia

i. Si en la construcción de GeoGebra estuviera la fila número 10 ¿Cuántos pinos habría? ¿y naranjos?

RESPUESTA

7x7 = 49, 8x8 = 64, 9x9 = 82, 10x10 = 100 habrian 100 naranjos y los pinos si aumentan de a 4 serían

6 = 36, 7 = 40, 8 = 44, 9 = 48, 10 = 52 pinos.

j. ¿Qué relación encuentra entre el número de la Fila y el número de pinos? ¿Por qué?

RESPUESTA

Al aumentar la fila, aumenta 4 pinos.

k. ¿Que relación encuentra entre el número de Fila y el número de naranjos? ¿Por qué?

RESPUESTA

Se multiplica el número de filas por el mismo número

l. Si en la construcción aparecieran 32 pinos ¿en que Fila se encontraría? ¿Por qué? ¿Cuántos naranjos habría?

RESPUESTA

los 32 pinos se encuentran en la fila no.7 porque en la fila 6 hay 28 pinos y se le suman los 4 de secuencia da estos.

m. Para el caso general de n filas de naranjos ¿Cuántos naranjos se necesitan? ¿y pinos? Explícalo con tus palabras.

RESPUESTA

pinos

$4n(2) = 8$

$4n(3) = 12$

$4n(4) = 16$

$4n(5) = 20$

$4n(6) = 24$

naranjos

$n^2 = 1^2 = 1$

$n^2 = 2^2 = 4$

$n^2 = 3^2 = 9$

$n^2 = 4^2 = 16$

$n^2 = 5^2 = 25$

$n^2 = 6^2 = 36$

naranjos = fila 8

$n^2 = 8^2 = 64$

n. ¿Qué te permite realizar la afirmación?

RESPUESTA

Que hacer una secuencia de 4 en pinos, dara su secuencia y cuantos, es necesario. y en los naranjos al multiplicar su mismo número cumple la condicion

Estudiante 4

PROBLEMA DEL AGRICULTOR

a. Observa y describe para que sirve cada botón de la construcción de GeoGebra.

RESPUESTA

Sirve para aumentar el número de naranjos y pinos, en los pinos de cuatro en cuatro en los naranjos.

b. Mueve el deslizador "Fila" ¿Qué función tiene este botón en la construcción?

RESPUESTA

La función es la de ir aumentando las figuras de naranjos y pinos.

c. ¿Qué figuras aparecen en la construcción? ¿qué característica tiene cada una de ellas?

RESPUESTA

aparecen pinos y naranjos; Pinos verdes en forma de triangulos y rectangulos y narangos en forma de circulos.

d. ¿Qué elementos conforman cada figura?

RESPUESTA

Los conforman naranjas y pinos.

e. ¿Qué relación encuentras entre el lado del cuadrado grande con relación al lado del cuadrado grande anterior?

RESPUESTA

Que van en un aumento de un lado de cuadrado con uno más.

f. ¿Cuántos pinos hay en la fila 4? ¿Cuántos en la fila 5?

RESPUESTA

en la fila 4 hay 20 pinos.
en la fila 5 hay 24 pinos.

g. ¿Cuántos naranjos hay en la fila 4? ¿Cuántos en la fila 5?

RESPUESTA

en la fila 4 hay 16 naranjos.
en la fila 5 hay 25 naranjos.

h. Organiza la información y describe la relación que encuentras

RESPUESTA

son unos naranjos rodeados de pinos que van aumentando cuando en las naranjas se aumenta de una naranja más y se multiplica el número de fila por columna y los pinos de 4 en 4.

i. Si en la construcción de GeoGebra estuviera la fila número 10 ¿Cuántos pinos habría? ¿y naranjos?

RESPUESTA

Fila #10 = habrian 100 naranjas y de pinos
harian 44 pinos

j. ¿Qué relación encuentra entre el número de la Fila y el número de pinos? ¿Por qué?

RESPUESTA

Que es el mismo número de fila es el mismo número de pinos.
Ejemplo en la fila 1 hay 8 pinos que corresponde a 8 pinos que lo rodeanya que aumentan de 4 en cuatro.

k. ¿Que relación encuentra entre el número de Fila y el número de naranjos? ¿Por qué?

RESPUESTA

Que el número de la fila es por ejemplo 1. y el número de naranjos es uno, va en aumento de uno correspondiente al número de naranjos.

l. Si en la construcción aparecieran 32 pinos ¿en que Fila se encontraría? ¿Por qué? ¿Cuántos naranjos habría?

RESPUESTA

Fila 7 ya qué va en un aumento de 4 en 4.
habrian 49 naranjos.

m. Para el caso general de n filas de naranjos ¿Cuántos naranjos se necesitan? ¿y pinos? Explícalo con tus palabras.

RESPUESTA

$n^x = ?$ el número de n es el número de naranjas que hay en una fila. Por x que es el número que hay en la columna.

4.R? el 4 es por quien multiplica y ~~p~~ a quien multiplica para el resultado.

n. ¿Qué te permite realizar la afirmación?

RESPUESTA

ya que vi un aumento y encontre la secuencia pude hayar los resultados de cada uno de las fórmulas.

Estudiante 5

PROBLEMA DEL AGRICULTOR

a. Observa y describe para que sirve cada botón de la construcción de GeoGebra.

RESPUESTA

Para multiplicar los cudros - agregar más cuadros.

b. Mueve el deslizador "Fila" ¿Qué función tiene este botón en la construcción?

RESPUESTA

Multiplicar los naranjos = mismo número de fila por el mismo.

c. ¿Qué figuras aparecen en la construcción? ¿qué característica tiene cada una de ellas?

RESPUESTA

Aparecen pinos de color verde y, aparecen naranjos redondos amarillos.

d. ¿Qué elementos conforman cada figura?

RESPUESTA

Pinos y naranjos.

e. ¿Qué relación encuentras entre el lado del cuadrado grande con relación al lado del cuadrado grande anterior?

RESPUESTA

Aumento de uno en uno.

f. ¿Cuántos pinos hay en la fila 4? ¿Cuántos en la fila 5?

RESPUESTA

20 - 24

Fila 4 Fila 5.

g. ¿Cuántos naranjos hay en la fila 4? ¿Cuántos en la fila 5?

RESPUESTA

16 25

Fila 4 Fila 5

h. Organiza la información y describe la relación que encuentras

RESPUESTA

Que mediante más naranjos se ponen, ~~el~~ número de pinos se reduce

i. Si en la construcción de GeoGebra estuviera la fila número 10 ¿Cuántos pinos habría? ¿y naranjos?

RESPUESTA

Naranjos $10 \times 10 = 100$

Pinos - $4 \times 11 = 44$

j. ¿Qué relación encuentra entre el número de la Fila y el número de pinos? ¿Por qué?

RESPUESTA

Que entre más filas menos pinos se encuentran

k. ¿Que relación encuentra entre el número de Fila y el número de naranjos? ¿Por qué?

RESPUESTA

Entre más filas - más naranjos - cada fila multiplicado por el mismo numero da el resultado. Ej: fila 4 se multiplica el número de la fila por el mismo número.

l. Si en la construcción aparecieran 32 pinos ¿en que Fila se encontraría? ¿Por qué? ¿Cuántos naranjos habría?

RESPUESTA

fila 7 ya que se cuenta de 4 en 4.
Habrían 7x7=49 naranjos.

m. Para el caso general de n filas de naranjos ¿Cuántos naranjos se necesitan? ¿y pinos? Explícalo con tus palabras.

RESPUESTA

El número de naranjos se puede multiplicar por él mismo y se sabría su resultado y para pinos se sumaría 1 en el número de una fila de naranjos y se multiplica por 4 filas.

n. ¿Qué te permite realizar la afirmación?

RESPUESTA

Saber que teniendo el número de una fila de naranjos puedo sacar el de los pinos y viceversa

Estudiante 6

PROBLEMA DEL AGRICULTOR

a. Observa y describe para que sirve cada botón de la construcción de GeoGebra.

RESPUESTA

El deslizador fila aumenta los pinos y los naranjos

b. Mueve el deslizador "Fila" ¿Qué función tiene este botón en la construcción?

RESPUESTA

Sirve para aumentar los pinos y los naranjos los pinos ~~de~~ se le suman 4 y los naranjos no tienen cantidad fija

c. ¿Qué figuras aparecen en la construcción? ¿qué característica tiene cada una de ellas?

RESPUESTA

Pinos los cuales aparecen verdes alrededor de los naranjos
Naranjos aparecen en color amarillo y en el centro alrededor de los pinos

d. ¿Qué elementos conforman cada figura?

RESPUESTA

los pinos y los naranjos en forma cuadrada.

e. ¿Qué relación encuentras entre el lado del cuadrado grande con relación al lado del cuadrado grande anterior?

RESPUESTA

Que ~~tiene~~ cada vez aumenta un pino osea que en el cuadrado el lado ~~otra~~ anterior hay 6 y en el otro lado hay 7

f. ¿Cuántos pinos hay en la fila 4? ¿Cuántos en la fila 5?

RESPUESTA

En la fila 4 hay 20 pinos
En la fila 5 hay 24 pinos

g. ¿Cuántos naranjos hay en la fila 4? ¿Cuántos en la fila 5?

RESPUESTA

En la fila 4 hay 16 naranjos
y en la fila 5 hay 25. naranjos

h. Organiza la información y describe la relación que encuentras

RESPUESTA

Que según el número de secuencia ~~el~~ es el número de naranjos ~~ya~~ se multiplica por si mismo el número por ejemplo si es la secuenca número 4 se multiplica por si mismo y da el número de naranjos

i. Si en la construcción de GeoGebra estuviera la fila número 10 ¿Cuántos pinos habría? ¿y naranjos?

RESPUESTA

6	7	8	9	10
28=P.	P=32	P=36	P=40	P=44
N=36	N=49	N=64	N=81.	N=100.

j. ¿Qué relación encuentra entre el número de la Fila y el número de pinos? ¿Por qué?

RESPUESTA

Que dependiendo el número de filas se le suman cuatro pinos uno a cada esquina

k. ¿Que relación encuentra entre el número de Fila y el número de naranjos? ¿Por qué?

RESPUESTA

Que dependiendo el número de filas ese número se multiplica por ~~a~~ si mismo y da el número de naranjos

l. Si en la construcción aparecieran 32 pinos ¿en que Fila se encontraría? ¿Por qué? ¿Cuántos naranjos habría?

RESPUESTA

Se encontraría en la fila 7. porque en la 6 ahí 28 pinos y como se suman 4 pues serían 32. y habrían 49 naranjos ya que al multiplicar 7x7 ¿darían 49.

m. Para el caso general de n filas de naranjos ¿Cuántos naranjos se necesitan? ¿y pinos? Explícalo con tus palabras.

RESPUESTA

Según el número de fila se multiplica por si mismo y ~~el~~ ~~no~~ al número de fila pues se le suma un pino en cada esquina, si es la fila 4 se le pone un pino a cada esquina del cuadrado

fila 4x4=16
pinos= 16+4=

n. ¿Qué te permite realizar la afirmación?

RESPUESTA

Ver la secuencia con cada fila ver la cantidad de naranjos y pinos y así se ~~sa~~ realiza la afirmación

Estudiante 7

PROBLEMA DEL AGRICULTOR

a. Observa y describe para que sirve cada botón de la construcción de GeoGebra.

RESPUESTA

El botón sirve para agrandar el cuadrado que se forma con los naranjos y los pinos

b. Mueve el deslizador "Fila" ¿Qué función tiene este botón en la construcción?

RESPUESTA

Aumenta los árboles que hay, siempre formando un cuadrado

	1	2	3	4	5	6
N	1	4	9	16	25	36
P	8	12	16	20	24	28

c. ¿Qué figuras aparecen en la construcción? ¿qué característica tiene cada una de ellas?

RESPUESTA

Siempre los árboles forman un cuadrado, cada vez más grande

d. ¿Qué elementos conforman cada figura?

RESPUESTA

Los pinos forman cada cuadrado

e. ¿Qué relación encuentras entre el lado del cuadrado grande con relación al lado del cuadrado grande anterior?

RESPUESTA

Que siempre el cuadrado grande supera en 1 pino al cuadrado pequeño, esto ocurre con cada lado

f. ¿Cuántos pinos hay en la fila 4? ¿Cuántos en la fila 5?

RESPUESTA

en la fila 4 hay 6 (~~20~~) Pinos, en la fila 5 hay 7 (~~[illegible]~~) pinos, cada vez que se aumenta la fila se agrega un pino más, Por consiguiente, en cada cuadrado se aumentan de 4 en 4, uno por cada lado del cuadrado

g. ¿Cuántos naranjos hay en la fila 4? ¿Cuántos en la fila 5?

RESPUESTA

en la fila 4 hay 16 naranjos, en la fila 5 hay 25 naranjos, Veo que por el número de la fila se multiplica por sí mismo y da el número de naranjos

h. Organiza la información y describe la relación que encuentras

RESPUESTA

Veo que los pinos aumentan de 4 en 4, sumando los 8 iniciales por cada fila.

los naranjos aumentan multiplicando por sí mismo el número de la fila.

i. Si en la construcción de GeoGebra estuviera la fila número 10 ¿Cuántos pinos habría? ¿y naranjos?

RESPUESTA

habría 44 pinos y 100 naranjos, se puede resolver gracias a la explicación dada anteriormente

j. ¿Qué relación encuentra entre el número de la Fila y el número de pinos? ¿Por qué?

RESPUESTA

la relacion que veo es que el número de la fila se multiplica por 4 y luego se le suman 4, para completar los 8 iniciales en la primera fila

k. ¿Que relación encuentra entre el número de Fila y el número de naranjos? ¿Por qué?

RESPUESTA

El número de naranjos siempre es el numero de la fila multiplicado Por sí mismo

l. Si en la construcción aparecieran 32 pinos ¿en que Fila se encontraría? ¿Por qué? ¿Cuántos naranjos habría?

RESPUESTA

los 32 Pinos estarian en la fila 7 y habría 49 naranjos, se puede saber gracias a las explicaciones anteriormente dadas

m. Para el caso general de n filas de naranjos ¿Cuántos naranjos se necesitan? ¿y pinos? Explícalo con tus palabras.

RESPUESTA

$N = n^2$

$P = 4n + 4$

El número de naranjos se sabe por que se multiplica el número de la fila por sí mismo o simplemente se eleva a la 2 o al cuadrado

El número de Pinos se sabe porque se multiplica por 4 el número de la fila y se suman otros 4, esto se hace para completar los 8 pinos de la primera fila

n. ¿Qué te permite realizar la afirmación?

RESPUESTA

Las graficas mostradas, también los números mostrados ya que así solo es buscar relacion matemática que siempre está presente en este tipo de problemas

Anexo 10. Evidencias de las producciones escritas de los estudiantes problema de los palillos

Estudiante 1

PROBLEMA DE LOS PALILLOS

a. Mueve el deslizador "PISO" ¿Qué función tiene este botón en la construcción?

RESPUESTA

Al deslizarlo para lo mismo se aumenta la secuencia.

b. ¿Qué figuras aparecen en la construcción? ¿qué característica tiene cada una de ellas?

RESPUESTA

una figura que se encuentra es:
Cuadrados pequeños

c. Al mover el deslizador "PISO" ¿qué observas en la construcción?

RESPUESTA

Al moverlo se muestra como los cuadrados Aumentan y van formando un tipo de escalera con palillos.

d. Con ayuda en la construcción en GeoGebra, en el piso 4 de la escalera ¿Cuántos palillos hay? ¿y en el piso 5?

RESPUESTA

En el piso 4 hay 28 palillos
En el piso 5 hay 40 palillos

Organiza la información en una tabla

RESPUESTA

Pisos

1 = 4	6 + 2 = 8	1 x 4 = 4	9, 12
2 = 10	8 + 2 = 10	2 x 5 = 10	10?
3 = 18	10 + 2 = 12	3 x 6 = 18	
4 = 28	12 + 2 = 14	4 x 7 = 28	
5 = 40	14 + 2 = 16	5 x 8 = 40	
6 = 54	16 + 2 = 18	6 x 9 = 54	
7 = 70		7 x 10 = 70	
		8 x 11 = 88	

f. Si en la construcción de GeoGebra estuviera representado el piso 7 ¿Cuántos palillos habrá? ¿porqué?

RESPUESTA

7 = 70 > 54+16=70, llevan 70 palillos, como en el anterior eran 54 palillos al sumarle 16 daría 70.

$$\begin{array}{r} 54 \\ +16 \\ \hline 70 \end{array}$$

g. Busca pautas en tus datos ¿encuentras algo repetitivo de un valor a otro?

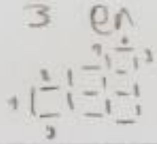
RESPUESTA

Repetitivo:
- Todos terminan en Pares.
- Se le suma +2 al resultado de la suma anterior.
- Números repetidos 0, 4, 8. todos los resultados terminan así.

h. ¿Qué relación encuentra entre el número de pisos y el número de palillos? ¿porqué?

RESPUESTA

Cada vez que se aumenta un piso se le aumenta 3 en cada esquina



i. Expresa la relación numéricamente.

RESPUESTA

9 x 12 = 108
10 x 13 = 130
11 x 14 = 154
12 x 15 = 180

solo terminan en 0, 4, 8 ...

+2

8 = 70 + 18 = 88
9 = 88 + 20 = 108
10 = 108 + 22 = 130
11 = 130 + 24 = 154
12 = 154 + 26 = 180.

¿Podrías establecer en que piso de la escalera estaría si se han utilizado 130 palillos? Explícalo

RESPUESTA

n+3.n.

10×13 = 130 palillos

k. Para un número cualquiera de n pisos ¿cuántos palillos se necesitan? Explícalo

RESPUESTA

n+3.n

↓

Posición más la secuencia por la posición de nuevo.

4 + 3 . 4 = 28 palillos.

l. ¿Cómo probarías esta afirmación?

RESPUESTA

lo puedo comprobar con mis analisis y un ejm:

¿Cuantos palillos habia en el piso 54?

54 + 3 . 54 = 3078 palillos.

57
54
228
285
3078

Estudiante 2

PROBLEMA DE LOS PALILLOS

a. Mueve el deslizador "PISO" ¿Qué función tiene este botón en la construcción?

RESPUESTA
tiene como función aumentar el número de palillos y así agrandar la figura

b. ¿Qué figuras aparecen en la construcción? ¿qué característica tiene cada una de ellas?

RESPUESTA
aparecen cuadros formados por palillos

c. Al mover el deslizador "PISO" ¿qué observas en la construcción?

RESPUESTA
que, aumenta un piso en la escalera

d. Con ayuda en la construcción en GeoGebra, en el piso 4 de la escalera ¿Cuántos palillos hay? ¿y en el piso 5?

RESPUESTA
hay 28 palillos y en el piso 5 hay 40 palillos

e. **Organiza la información en una tabla**

RESPUESTA

1x4=4
2x5=10
3x6=18
4x7=28
5x8=40
6x9=54
7x10=70

f. **Si en la construcción de GeoGebra estuviera representado el piso 7 ¿Cuántos palillos habrá? ¿porqué?**

RESPUESTA

hay 70 palillos porque los palillos aumentan de dos en dos ejemplo del piso 2 al piso 3 hay 6 palillos de diferencia y del piso 3 al piso 4 hay 8 palillos esto quiere decir que se le suma 2 al número anterior

g. **Busca pautas en tus datos ¿encuentras algo repetitivo de un valor a otro?**

RESPUESTA

si que cada vez se le suma dos al resultado anterior y eso es la diferencia que hay entre los pisos

h. **¿Qué relación encuentra entre el número de pisos y el número de palillos? ¿porqué?**

RESPUESTA

que para para formar un solo piso son necesarios 4 palillos porque un piso esta conformado por un cuadro

i. **Expresa la relación numéricamente.**

RESPUESTA

n+3.n=
ejemplo
6+3.6
9.6=54
7+3.7

j. **¿Podrías establecer en que piso de la escalera estaría si se han utilizado 130 palillos? Explícalo**

RESPUESTA

estaria en el piso 10 debido a que

$10 \times 13 = 130$

k. **Para un número cualquiera de n pisos ¿cuántos palillos se necesitan? Explícalo**

RESPUESTA

$n+3.n$

Para saber cuantos palillos se necesitan hay que saber cual piso es

ejemplo

$8+3.8 = 11.8 = 88$

l. **¿Cómo probarías esta afirmación?**

RESPUESTA

con la formula

$n+3.n$

esto quiere decir que los 2 n son el mismo número ejemplo

$2+3.2$

$5.2 = 10$

Estudiante 3

PROBLEMA DE LOS PALILLOS

a. Mueve el deslizador "PISO" ¿Qué función tiene este botón en la construcción?

RESPUESTA

Desplazar las costrucciones

b. ¿Qué figuras aparecen en la construcción? ¿qué característica tiene cada una de ellas?

RESPUESTA

1 Costruciones de palos en forma de escaleras
2) Cada vez va amentando el número de escalones

c. Al mover el deslizador "PISO" ¿qué observas en la construcción?

RESPUESTA

1)
Que se van mostrando, más numero de costrucciones

d. Con ayuda en la construcción en GeoGebra, en el piso 4 de la escalera ¿Cuántos palillos hay? ¿y en el piso 5?

RESPUESTA

En el piso 4 hay 28 palillos y en el cinco hay 40 palillos

. Organiza la información en una tabla

RESPUESTA

Cantidad de palillos utilizados para la construcción de pisos	Piso
4	1
10	2
18	3
28	4
40	5
54	6

20-2 = 18

. Si en la construcción de GeoGebra estuviera representado el piso 7 ¿Cuántos palillos habrá? ¿porqué?

RESPUESTA

hubian 70 palillos porqué hay una secuencia

4 10 18 28 40 54 70

6 8 10 12 14 16 18

+2 +2 +2

. Busca pautas en tus datos ¿encuentras algo repetitivo de un valor a otro?

RESPUESTA

va aumentando de a dos

. ¿Qué relación encuentra entre el número de pisos y el número de palillos? ¿porqué?

RESPUESTA

Que cada piso va aumentando de a dos

. Expresa la relación numéricamente.

RESPUESTA

N X) +2

j. ¿Podrías establecer en que piso de la escalera estaría si se han utilizado 130 palillos? Explícalo

RESPUESTA

En el piso 63 porque en las secuencias se le va aumando de a dos

k. Para un número cualquiera de n pisos ¿cuántos palillos se necesitan? Explícalo

RESPUESTA

$n+2$

l. ¿Cómo probarías esta afirmación?

RESPUESTA

Porque por el número de palillos que se utiliza en cada costruccion siempre aumenta de a dos

Estudiante 4

PROBLEMA DE LOS PALILLOS

a. Mueve el deslizador "PISO" ¿Qué función tiene este botón en la construcción?

RESPUESTA

Sirve para duplicar cada figura y ver el aumento de cada uno de ellos.

b. ¿Qué figuras aparecen en la construcción? ¿qué característica tiene cada una de ellas?

RESPUESTA

aparecen cuadrados en cada una de las figuras de la construcción, que tienen cuatro lados.

c. Al mover el deslizador "PISO" ¿qué observas en la construcción?

RESPUESTA

Que va aumentando cada figura de la construcción de a un cuadrado más.

d. Con ayuda en la construcción en GeoGebra, en el piso 4 de la escalera ¿Cuántos palillos hay? ¿y en el piso 5?

RESPUESTA

Es en el piso 4 hay 28 palillos y en el piso 5 hay 40 palillos.

e. Organiza la información en una tabla

RESPUESTA

Piso	Palillos		
1	4		$(1+3)\times 1=4$
2	10	6	$(2+3)\times 2=10$
3	18	8	$(3+3)\times 3=18$
4	28	10	$(4+3)\times 4=28$
5	40	12	$(5+3)\times 5=40$
6	54	14	$(6+3)\times 6=54$
7	70	16	$(7+3)\times 7=70$

f. Si en la construcción de GeoGebra estuviera representado el piso 7 ¿Cuántos palillos habrá? ¿porqué?

RESPUESTA

En el piso 7 habrian 70 palillos porque $(7+3)\times 7=70$.

g. Busca pautas en tus datos ¿encuentras algo repetitivo de un valor a otro?

RESPUESTA

El numero repetitivo es el 3 ya que por este se suma y luego se multiplica para dar el resultado final.

h. ¿Qué relación encuentra entre el número de pisos y el número de palillos? ¿porqué?

RESPUESTA

ya que al mirar la fórmula encontrada anteriormente se da que la relación que se ve reflejada es la de la operación, ya que al sumarle 3 al número de pisos y luego multiplicarlo por este mismo da el numero de palillos

i. Expresa la relación numéricamente.

RESPUESTA

$(1+3)\times 1=4$ Que corresponde al numero de palillos puesto en la figura

¿Podrías establecer en que piso de la escalera estaría si se han utilizado 130 palillos? Explícalo

RESPUESTA

es $(10+3)\times 10=130$ ya que la fórmula encontrada lo establece de esta manera ya que al multiplicar $10+3=30$ y $30\times 10=130$.

Para un número cualquiera de n pisos ¿cuántos palillos se necesitan? Explícalo

RESPUESTA

$(P+3)\times P=Pal \rightarrow$ ya que p es el número de pisos y se suma a 3 para el resultado multiplicarlo por p de pisos y este dara el número de palillos

¿Cómo probarías esta afirmación?

RESPUESTA

esta fórmula general se encontro ya que en el punto e de la guía elabore una tabla que me conllevo a encontrar la relación que habia entre palillos y pisos y así encontrar la formula general.

Estudiante 5

PROBLEMA DE LOS PALILLOS

a. Mueve el deslizador "PISO" ¿Qué función tiene este botón en la construcción?

RESPUESTA

Aumentar otra capa de escalera.

b. ¿Qué figuras aparecen en la construcción? ¿qué característica tiene cada una de ellas?

RESPUESTA

Aparecen palitos rectos de igual tamaño- longitud.

c. Al mover el deslizador "PISO" ¿qué observas en la construcción?

RESPUESTA

Se hace más grande a medida deque se corre a la derecha.

d. Con ayuda en la construcción en GeoGebra, en el piso 4 de la escalera ¿Cuántos palillos hay? ¿y en el piso 5?

RESPUESTA

En el piso 4 hay 28 y en el pico 5 hay 40.

Organiza la información en una tabla

RESPUESTA

Piso	1	2	3	4	5	6	7	8
Palillos	4	10	18	28	40	54	70	88

f. Si en la construcción de GeoGebra estuviera representado el piso 7 ¿Cuántos palillos habrá? ¿porqué?

RESPUESTA

70 porque en el piso 6 se requiere sumar 14 palillos y para un siguiente piso que es el 7 se necesita sumar 2, o: sea, 16 palillos más que dan 70.

g. Busca pautas en tus datos ¿encuentras algo repetitivo de un valor a otro?

RESPUESTA

Que se suma 3 en un número de fila y ese resultado se multiplica = n de fila. el resultado de esos dos números sumados.

h. ¿Qué relación encuentra entre el número de pisos y el número de palillos? ¿porqué?

RESPUESTA

Que por ejemplo en el piso 5 para que de 40 se necesita multiplicar el número de piso 5 . 8 y en esos números la diferencia es 3.

i. Expresa la relación numéricamente.

RESPUESTA

Piso		Palillos
1	= +3	4 4
2	= +3	5 10
3	= +3	6 18

¿Podrias establecer en que piso de la escalera estaría si se han utilizado 130 palillos? Explícalo

RESPUESTA

Sí, tiene que ser multiplicados dos números que su diferencia sea 3 como por ejemplo el 10 y el 13, se multiplican y da 130.

c. Para un número cualquiera de n pisos ¿cuántos palillos se necesitan? Explícalo

RESPUESTA

Se necesita multiplicar por el mismo número pero ese mismo número se le suma 3.

. ¿Cómo probarías esta afirmación?

RESPUESTA

Así, 9 pisos = 9. 9+3= 9.12 = 108 palillos.

Estudiante 6

PROBLEMA DE LOS PALILLOS

a. Mueve el deslizador "PISO" ¿Qué función tiene este botón en la construcción?

RESPUESTA

tiene como función aumentar las figuras

b. ¿Qué figuras aparecen en la construcción? ¿qué característica tiene cada una de ellas?

RESPUESTA

Aparecen cuadrados que forman como escaleras

c. Al mover el deslizador "PISO" ¿qué observas en la construcción?

RESPUESTA

Se van aumentando cuadros y un piso cada vez que se mueve el deslizador

. Con ayuda en la construcción en GeoGebra, en el piso 4 de la escalera ¿Cuántos palillos hay? ¿y en el piso 5?

RESPUESTA

En el piso 4 hay · 28 palillos

En el piso 5 hay = 40 palillos

Organiza la información en una tabla

RESPUESTA

Piso 1	Piso 2	Piso 3	Piso 4	Piso 5	Piso 6
4 palillos	10 palillos	18 palillos	28 palillos	40 palillos	54 palillos

Si en la construcción de GeoGebra estuviera representado el piso 7 ¿Cuántos palillos habrá? ¿porqué?

RESPUESTA

54 + 16 = 70

habrían 70 palillos en el piso 7 porque según la secuencia se le suman 16 al resultado de palillos del piso 6.

Busca pautas en tus datos ¿encuentras algo repetitivo de un valor a otro?

RESPUESTA

En el piso el valor repetitivo es 1

En el caso de los palillos es 2.

¿Qué relación encuentra entre el número de pisos y el número de palillos? ¿porqué?

RESPUESTA

Que por ejemplo en este caso se multiplica desde 4, en el piso 1 se multiplica 1 x 4 = 4 palillos en el piso 2 se multiplica por 5 2 x 5 = 10 palillos en el piso 3 se multiplica por 6 6x3 = 18 palillos

Expresa la relación numéricamente.

RESPUESTA

Piso 1 x 4
Piso 2 x 5
Piso 3 x 6
Piso 4 x 7
Piso 5 x 8
Piso 6 x 9
Piso 7 x 10
Piso 8 x 11
Piso 9 x 12
Piso 10 x 13

j. ¿Podrías establecer en que piso de la escalera estaría si se han utilizado 130 palillos? Explícalo

RESPUESTA

Seria el piso 10 ya que 10x13 darían 130 palillos

k. Para un número cualquiera de n pisos ¿cuántos palillos se necesitan? Explícalo

RESPUESTA

$(n+3) \times n = ?$

la n es el número de piso se pone de primeras y se multiplica por ese mismo.

l. ¿Cómo probarías esta afirmación?

RESPUESTA

Por ejemplo

$(1+3) \times 1 = 4$ $(3+3) \times 3 = 18$ $(5+3) \times 5 = 40$

$(2+3) \times 2 = 10$ $(4+3) \times 4 = 28$ $(6+3) \times 6 = 54$

Estudiante 7

PROBLEMA DE LOS PALILLOS

a. Mueve el deslizador "PISO" ¿Qué función tiene este botón en la construcción?

RESPUESTA

El boton sirve para aumentar un piso a la figura hecha con palillos, tiene una forma escalonada por cada piso nuevo

b. ¿Qué figuras aparecen en la construcción? ¿qué característica tiene cada una de ellas?

RESPUESTA

Tiene una figura escalonada hecha por cuadrados, y los cuadrados están hechos por palillos

c. Al mover el deslizador "PISO" ¿qué observas en la construcción?

RESPUESTA

que la escalera aumenta de tamaño al agregar un piso

d. Con ayuda en la construcción en GeoGebra, en el piso 4 de la escalera ¿Cuántos palillos hay? ¿y en el piso 5?

RESPUESTA

En el piso 4 hay 28 palillos, en el piso 5 hay 40 palillos, me doy cuenta que hay una relacion en la que el numero del piso se multiplica por sí mismo pero sumando 3, es decir:

1   2   3

$1+3=4.1=4$ $2+3=5.2=10$ $3+3=6.3=18$

Organiza la información en una tabla

RESPUESTA

Piso	1	2	3	4	5	6
Palillos	4	10	18	28	40	54

f. Si en la construcción de GeoGebra estuviera representado el piso 7 ¿Cuántos palillos habrá? ¿porqué?

RESPUESTA

según mi operación anteriormente dicha sería:

$7 + 3 = 10 . 7 = 70$ entonces habrían 70 palillos

g. Busca pautas en tus datos ¿encuentras algo repetitivo de un valor a otro?

RESPUESTA

Si, también se podría decir de otra manera, el número del Piso se multiplica por 4 en el primero, por 5 en el segundo y así, se podría decir que se multiplica por 4 y se le suma 1 por cada piso que aumente

h. ¿Qué relación encuentra entre el número de pisos y el número de palillos? ¿porqué?

RESPUESTA

lo anteriormente dicho, que el numero de Palillos es el numero de Piso sumado 3 y el resultado se multiplica por el mismo numero del Piso

i. Expresa la relación numéricamente.

RESPUESTA

$(X + 3) . X$ o algo así

¿Podrías establecer en que piso de la escalera estaría si se han utilizado 130 palillos? Explícalo

RESPUESTA

sería el Piso 10, se puede saber gracias a mi ecuación ya explicada anteriormente

k. Para un número cualquiera de n pisos ¿cuántos palillos se necesitan? Explícalo

RESPUESTA

La funcion se puede expresar así: $(n+3).n$

y así siempre funcionaría

Ej: $(6+3).6$

$9 . 6 = 54$, que sí es el numero de palillos utilizados en el Piso 6

l. ¿Cómo probarías esta afirmación?

RESPUESTA

Con los ejemplos que de en el anterior puesto y los ejemplos anteriores a ese, otro ejemplo que falta para demostrarlo es:

$(5+3).5$

$8.5 = 40$