



UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA
NACIONAL

Educadora de educadores

DISEÑO DE UN OBJETO VIRTUAL DE APRENDIZAJE (OVA) PARA LA
ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS ECUACIONES LINEALES EN LA
EDUCACIÓN BÁSICA Y MEDIA DURANTE LA ÉPOCA DE POSTPANDEMIA
EN COLOMBIA.

JHONATAN STIVEN SARMIENTO DIAZ
WENDY LORENA WILCHES SANCHEZ

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
BOGOTÁ, D. C.

2024

DISEÑO DE UN OBJETO VIRTUAL DE APRENDIZAJE (OVA) PARA LA
ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS ECUACIONES LINEALES EN LA
EDUCACIÓN BÁSICA Y MEDIA DURANTE LA ÉPOCA DE POSTPANDEMIA
EN COLOMBIA.

JHONATAN STIVEN SARMIENTO DIAZ

Código: 2017240072

WENDY LORENA WILCHES SANCHEZ

Código: 2017240084

Director:

DIEGO GUERRERO GARAY

Magister en Docencia de la Matemática

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
BOGOTÁ, D. C.

2024

Dedico este trabajo a mi abuela, a mis padres, a mi hermana, a mi esposo y a mi hija quienes me han brindado su paciencia, amor y apoyo a lo largo de mi paso por la Universidad Pedagógica Nacional.

Wendy Wilches

Agradezco a mis padres y a mi hermano por brindarme su apoyo incondicional para poder cumplir con mis objetivos personales y académicos.

Jhonatan Sarmiento

Agradecimientos.

Queremos agradecer primeramente a Dios, por permitirnos culminar nuestros estudios, por las experiencias significativas que tuvimos antes y durante la elaboración de nuestro trabajo.

Agradecemos a nuestras familias por ser fuente de apoyo e inspiración para desarrollar este proyecto, por ser esa voz de aliento cuando pensamos en que no íbamos a lograr y queríamos desfallecer.

Por último, pero no por ello el menos importante, al profesor Diego Guerrero Garay quien fue pieza fundamental en la orientación y elaboración de nuestro proyecto, gracias por la paciencia y el esfuerzo que nos demostró en cada asesoría.

Resumen

Este trabajo de grado se enfoca en el diseño de un Objeto Virtual de Aprendizaje (OVA) para la enseñanza de ecuaciones lineales en la educación básica y media en Colombia durante el periodo post pandemia. La elaboración de este trabajo resalta la importancia y la efectividad de los OVA como herramientas educativas, capaces de adaptarse a las necesidades emergentes de la educación digital y de responder a los retos que impuso la pandemia de COVID-19. Se propone un OVA que integra diversas tecnologías y métodos pedagógicos para facilitar un aprendizaje significativo y adaptativo, promoviendo la interacción, la flexibilidad y la accesibilidad educativa.

A lo largo del diseño del OVA, se consideraron aspectos teóricos y metodológicos para garantizar su eficacia y relevancia educativa. El marco teórico del proyecto se fundamenta en una exhaustiva revisión sobre las ecuaciones lineales, abordando su enseñanza, así como las estrategias pedagógicas más efectivas para su aprendizaje. Adicionalmente, se analizó cómo las tecnologías de la información y comunicación (TIC) han sido aplicadas en la educación matemática, identificando aquellas que ofrecen mayor potencial para enriquecer la interacción y el compromiso de los estudiantes con el contenido matemático. La metodología del diseño integró la implementación de estrategias interactivas y evaluativas, diseñadas para apoyar activamente la construcción del conocimiento matemático.

Palabras clave: Aprendizaje, Aprendizaje Virtual, Enseñanza, Álgebra, TIC (Tecnologías de la información y la comunicación), Objetos virtuales.

TABLA DE CONTENIDO

Introducción	8
Capítulo 1: Aspectos Generales de Estudio.....	11
1.1 Descripción de la Problemática.....	11
1.2 Justificación.....	17
1.3 Objetivos	26
1.3.1 <i>Objetivo General</i>	26
1.3.2 <i>Objetivos Específicos</i>	26
Capítulo 2: Marco Teórico.....	27
2.1 Marco Curricular.....	27
2.1.1 <i>Lineamientos Curriculares (1998)</i>	27
2.1.2 <i>Estándares Básicos en Competencias Matemáticas (MEN, 2006)</i>	29
2.1.3 <i>Derechos Básicos de Aprendizaje en Matemáticas (DBA, 2016)</i>	31
2.2 Marco Didáctico.....	32
2.2.1 <i>Interpretación de la letra</i>	33
2.2.2 <i>Definición de una Ecuación</i>	35
2.2.2 <i>Proceso de solución de una Ecuación Lineal</i>	40
2.2.3 <i>Enseñanza de las Ecuaciones</i>	41
2.2.4 <i>Dificultades y errores</i>	42
2.3 OVA.....	45
2.3.1 <i>Interacción y uso de las TIC en el aula</i>	45
2.3.2 <i>Los OVA; su uso e integración en los procesos de enseñanza y aprendizaje</i>	47
2.3.3 <i>La relevancia de la gamificación en las matemáticas</i>	52
Capítulo 3: Diseño Metodológico.....	55
3.1 Metodología de Investigación	55
3.2 Diseño del OVA.....	61
3.3 Diseño de las Actividades	64
Capítulo 4: Actividades Realizadas.....	68
4.1 Sesión 1. Actividad de Introducción	68
4.2 Sesión 2. Actividad de Desarrollo.....	69
4.3 Sesión 3. Actividad de Cierre.....	70
Capítulo 5: Análisis y Resultados.....	72
Capítulo 6: Conclusiones del OVA y Objetivos	79
Bibliografía	84

ÍNDICE DE FIGURAS

Tabla 1. Propiedades ecuaciones lineales

Tabla 2. Errores en la resolución de ecuaciones.

Tabla 3. Categorización de aspectos vistos en la exploración del OVA.

Introducción

El documento que se presenta a continuación da cuenta al diseño de un Objeto Virtual de Aprendizaje (OVA) que se enfoca en la presentación de las ecuaciones lineales dirigidas a los estudiantes de grado octavo del Colegio Santa Angela Merecí (Madrid Cundinamarca). A continuación, se describirán brevemente los capítulos que conforman este documento.

En el primer capítulo de este documento se encuentra el planteamiento de la problemática donde se presenta la pertinencia de la creación del OVA como herramienta digital, la justificación que sustenta el problema identificado y a la formulación de la pregunta de investigación, finaliza con la presentación del objetivo general y los objetivos específicos, que destacan la directriz para el desarrollo de esta propuesta.

El segundo capítulo que se presenta está compuesto por subcapítulos. En el primero se encuentra el *Marco Curricular*, sustenta este trabajo mediante documentos curriculares que orientan el proceso de enseñanza y aprendizaje, basado en unos procesos que se logra mediante el desarrollo de capacidades, conocimientos y actitudes de los estudiantes. Para un segundo capítulo se elaboró un *Marco Didáctico*, en la cual menciona una definición didáctica de una ecuación, también se expone unos procesos para la enseñanza de las ecuaciones y los errores o dificultades que existen a la hora de dar solución a las ecuaciones. Finalmente, un capítulo titulado OVA, en este se presenta el concepto, características e impacto que se tiene frente a la educación y a la enseñanza.

El tercer capítulo expone el diseño metodológico que permitió desarrollar la propuesta y que se encuentra enfocado en la ingeniería didáctica y en sus cuatro grandes fases, adicionalmente el paso a paso para el diseño del OVA, destacando estrategias metodológicas para su desarrollo, vinculando la Metodología de Aprendizaje

Colaborativo para la Producción y Consumo de Objetos de Aprendizaje (MACOBA), la cual se centra en el desarrollo colaborativo de recursos educativos digitales, tomando en cuenta las etapas de producción y consumo de estos objetos. Los recursos son inicialmente producidos por educadores y luego utilizados de manera colaborativa por los estudiantes, facilitando un aprendizaje interactivo y participativo. Finalizando con una presentación de aspectos necesarios para el diseño de actividades.

El cuarto capítulo menciona la estructuración de tres actividades diseñadas en relación con el OVA, cada una orientada a consolidar el dominio del concepto de ecuación lineal y su resolución. La primera actividad, introduce a los estudiantes al concepto de ecuación lineal a través de retos conceptuales situados en un contexto imaginario, enfocándose en familiarizarlos con la formulación y manipulación básica de ecuaciones. La segunda actividad, de desarrollo, sitúa a los estudiantes en contextos más realistas y cercanos a su experiencia diaria, profundizando en la aplicación y resolución de ecuaciones lineales a través de problemas más complejos. Finalmente, la actividad de cierre busca consolidar y aplicar todo lo aprendido; los estudiantes revisan y resuelven desafíos previos, y repasan los conceptos clave para asegurar una comprensión integral del tema.

En el quinto capítulo se presentan el análisis y los resultados obtenidos de una prueba piloto realizada para evaluar el comportamiento del OVA. Esta prueba, llevada a cabo presencialmente con estudiantes de octavo grado del Colegio Santa Angela Merecí, permitió no solo observar la interacción de los estudiantes con las actividades propuestas, sino también identificar los errores y problemas técnicos que surgieron durante la ejecución del OVA. Este análisis ayudó a comprender la eficacia de este en el contexto educativo, y las mejoras para optimizar su funcionamiento y efectividad.

En el último capítulo del documento se presentan las conclusiones del trabajo de grado, las cuales se centran en los objetivos específicos alcanzados y los aportes significativos al desarrollo y la implementación del OVA. Este análisis refleja cómo el OVA ha sido enriquecido y ajustado a través de la prueba piloto y la integración de los feedbacks recogidos, atendiendo eficazmente a la pregunta de investigación principal. También se discuten las implicaciones pedagógicas de la metodología MACOBA y cómo ésta ha influenciado positivamente en la estructura y funcionalidad del OVA. Finalmente, se citan las fuentes bibliográficas y los recursos consultados que fundamentaron teóricamente y enriquecieron el desarrollo de este proyecto educativo.

Capítulo 1: Aspectos Generales de Estudio

En este capítulo se presentará la descripción de la problemática, la cual motivó el desarrollo de este diseño del OVA. En seguida, la justificación que permite sustentar la existencia y la importancia de usar en las clases de matemáticas los OVA. Se establecen con precisión el objetivo general y los objetivos específicos, determinando la dirección y alcance de la investigación.

1.1 Descripción de la Problemática.

En 2020, la contingencia sanitaria por el COVID-19 obligó al sector educativo colombiano a adoptar herramientas alternativas para la interacción y la gestión educativa, enfrentando el desafío de crear ambientes de estudio comparables a los presenciales. En este contexto, el uso de tecnologías digitales se hizo esencial, facilitando así la transformación del proceso educativo. Esta adaptación refleja lo señalado por Granados (como se citó en Chela et al., 2022), "los recursos tecnológicos se han convertido en recursos educativos para facilitar el aprendizaje rompiendo los medios tradicionales de aprendizaje y brindando aportes asumiendo nuevos retos en la labor de enseñanza y por ende en el proceso de aprendizaje." (p. 4148).

Adicionalmente, Martínez y Garcés (2020) afirman que la educación virtual permite generar algunas competencias digitales, estas se pueden entender como la habilidad para comprender, utilizar y evaluar críticamente los medios digitales de comunicación. A continuación, se mencionan algunas competencias digitales:

Informatización y Alfabetización Informacional: "Esta consiste en la facilidad para localizar, identificar y clasificar la información digital considerando su finalidad y relevancia" (Martínez y Garcés, 2020, p. 5).

Comunicación y Colaboración: "Esta es la que permite a los docentes utilizar entornos digitales para compartir recursos utilizando herramientas en línea promoviendo la conexión y colaboración con otros a través de la construcción de redes de socialización" (Martínez y Garcés, 2020, p. 6).

Creación de Contenido Digital: "En ella juega un papel especial la creatividad para poder generar, editar, integrar y reelaborar contenidos digitales teniendo presente los aspectos de la propiedad intelectual y las licencias de uso como creative commons" (Martínez y Garcés, 2020, p. 4).

Seguridad: "La competencia es la de seguridad relacionada con los conocimientos, actitudes y habilidades de los docentes para diseñar y desarrollar experiencias de aprendizaje digitalmente responsables contando con la adecuada privacidad, integridad y eficiencia de la información manejada a través de internet" (Martínez y Garcés, 2020, p. 7).

Resolución de Problemas: "Orientada a la identificación de necesidades, toma de decisiones y resolución de problemas conceptuales a través de herramientas digitales usando de manera creativa la tecnología para actualizar las competencias propias y colectivas" (Martínez y Garcés, 2020, p. 8).

Es importante resaltar que, para la época de contingencia del COVID-19, los autores de esta propuesta desarrollaban espacios académicos que están vinculados a la práctica educativa y que hacen parte del plan de formación de profesores de Matemáticas en la Universidad Pedagógica Nacional. Allí se identificó una notable afectación al aprendizaje (estudiantil) y de enseñanza (profesores), por la transición a la virtualidad impuesta por la contingencia sanitaria del COVID-19. Esta situación se evidenció en las prácticas de inmersión total, en espacios académicos como Práctica en

Aula y Práctica de Integración Profesional en la Escuela, respectivamente, en el Instituto Pedagógico Nacional (ubicado en Bogotá) y la Institución Educativa Las Villas (ubicado en Soacha), donde se realizaron ejercicios de observación, planificación de actividades y asistencia a clases colaborativas. Durante las funciones anteriormente mencionadas, los Maestros en Formación Inicial (MenFI) evidenciaron dificultades relacionadas con la ausencia de ciertos grupos de estudiantes en las sesiones virtuales, atribuida a problemas de accesibilidad a internet o la carencia de dispositivos para participar en las clases virtuales.

En el desarrollo de las prácticas educativas mencionadas anteriormente, durante la virtualidad, otro aspecto crucial identificado por los MenFI fue el desarrollo del pensamiento espacial y sistema geométrico, el cual recibió mayor atención, destacándose el uso de softwares dinámicos como GeoGebra o Desmos, que facilitaron una comprensión más profunda mediante actividades de visualización y exploración, aspecto contrario sucedió con el pensamiento variacional y sistema algebraico ya que, los objetos matemáticos asociados a este se vieron limitados a la presentación de diapositivas y la elaboración de talleres, donde se privilegiaba el proceso de ejercitación, comparación y elaboración de procedimientos.

Además, durante la virtualidad, el desarrollo del pensamiento variacional resultó desafiante para los estudiantes de dichas instituciones porque implicaba analizar cambios en diferentes escenarios, identificar lo que cambia, cuantificarlo y analizar su ocurrencia. Según Caballero y Cantoral (2013), los docentes a menudo enfrentan dificultades al abordar situaciones de variación, recurriendo mecánicamente a fórmulas en lugar de utilizar herramientas que permitan la modelación de escenarios centrados en la variación. Esto pudo ser evidenciado por los MenFI durante las prácticas ya que, identificaron que algunos docentes priorizan la aplicación de fórmulas en lugar de

emplear estrategias que fomentaran la comprensión profunda de la variación en diferentes contextos. Este hallazgo sugiere la necesidad de explorar estrategias pedagógicas más efectivas para el desarrollo integral del pensamiento variacional durante la enseñanza virtual.

Sin embargo, López (2020) señaló un planteamiento a partir de lo propuesto por Abadía (2020) donde destaca que la sustitución de clases presenciales por clases virtuales era la opción más adecuada para evitar la suspensión de estas y no afectar el calendario escolar en tiempos de contingencia. No obstante, se evidenció que esto no era factible en la mayoría de los colegios públicos del país, donde estudia el 80% de los niños y jóvenes. Esta limitación se debe a la falta de acceso a herramientas tecnológicas en los hogares de los estudiantes y a la carencia de competencias digitales por parte de los maestros, lo que resulta en una barrera significativa para implementar eficazmente el aprendizaje en línea. Este déficit tecnológico y de habilidades no solo impide una transición fluida hacia modalidades de enseñanza virtuales, sino que también amplifica las desigualdades educativas existentes, afectando desproporcionadamente a las comunidades más vulnerables y limitando las oportunidades de aprendizaje continuo durante la pandemia.

De igual manera, en el artículo del Laboratorio de Economía de la Educación (LEE) de la Universidad Javeriana (2020) se menciona que el 63 % de los estudiantes de 11° (once) de bachillerato y 5° (quinto) de primaria de colegios públicos del país no tienen acceso a internet ni a un computador, mientras que el 57% es para estudiantes de 9° (novenio) de bachillerato. Además, en el 96% de los municipios del país, menos de la mitad de los estudiantes acceden a las herramientas tecnológicas necesarias para recibir clases virtuales, siendo la región suroriental la que presenta mayores dificultades. Por último, el 48% de los rectores de colegios públicos considera que sus docentes no tienen

las habilidades técnicas y pedagógicas necesarias para integrar dispositivos digitales en la enseñanza.

De esta manera Ligarretto (2020) menciona que la pandemia ha generado un aumento significativo en el número de estudiantes de educación virtual en el país, y aunque este crecimiento es un indicador positivo para el sector educativo, es importante tener en cuenta que la implementación de un modelo educativo virtual de calidad requiere abordar varios aspectos técnicos, educativos y regulatorios que han sido postergados en los últimos años. De esta manera, se reconoció que la tecnología ha permitido la flexibilidad en el ámbito educativo, sin embargo, hay que tener en cuenta que estas herramientas no deben cumplir con una función primordial para el ejercicio de la práctica docente, esto último debido a que Ligarretto (2020) también menciona que la didáctica en la virtualidad implica concebir ritmos de aprendizaje, y que el rol docente debe enfocarse en trabajar con tendencias educativas para la mediación tecnológica, flexibilizar la evaluación, entre otros aspectos.

A pesar de que la emergencia sanitaria ha cesado, los autores de este trabajo consideran crucial abordar la resolución de ecuaciones lineales. Investigaciones previas, como la de Muñoz, Erazo y Marmolejo (2013), han identificado desafíos significativos en la conversión de enunciados de problemas a ecuaciones. Este proceso no solo requiere una comprensión profunda de los conceptos matemáticos, sino también la habilidad para manipular y transformar representaciones semióticas. La dificultad principal radica en la capacidad del estudiante para transitar entre distintas representaciones, desde la lengua natural hasta la escritura algebraica, un paso crucial en el pensamiento matemático que frecuentemente no se aborda adecuadamente en las estrategias de enseñanza.

En este contexto, las Tecnologías de la Información y Comunicación (TICs) han sido integradas con el objetivo de facilitar el aprendizaje. No obstante, según el estudio de Solano Wilches (2013), la resolución de ecuaciones lineales sigue representando un obstáculo considerable para muchos estudiantes. Esto subraya la necesidad de desarrollar estrategias didácticas más efectivas y de implementar cuidadosamente las TICs. La integración exitosa de estas tecnologías requiere más que simplemente digitalizar los métodos tradicionales; es imprescindible innovar y mejorar estas estrategias para enfrentar las dificultades persistentes de manera efectiva.

En el proceso de realización de este trabajo, es relevante mencionar que, aunque las instituciones educativas en Colombia han retomado sus actividades presenciales, el uso de tecnologías digitales en la educación ha demostrado ser fundamental. Como señalan Herrera e Italo (2020), la adopción de herramientas digitales ha proporcionado a los docentes diversos instrumentos para superar dificultades pedagógicas, fomentando la innovación educativa mediante la adaptación de metodologías tradicionales a entornos virtuales. Este enfoque ha permitido una transición más fluida entre escenarios educativos, aprovechando las oportunidades que ofrecen las TICs para enriquecer la experiencia de aprendizaje.

Para los autores de este trabajo es relevante proponer el uso de los Objetos Virtuales de Aprendizaje (OVA) en el desarrollo de las clases, ya que estos permiten profundizar en conceptos matemáticos y fortalecer la formación de los estudiantes perjudicados durante la virtualidad. El uso de recursos multimedia, como páginas web, aplicaciones, libros digitales, juegos virtuales, videos y herramientas interactivas como GeoGebra, son útiles en estrategias didácticas que implican posiblemente el desarrollo de algunos procesos como la ejercitación, modelación, resolución de problemas, entre otros. El uso de OVA es fundamental para profundizar en conceptos matemáticos y

fortalecer la formación de estudiantes en contextos virtuales. Según Ceballos y Triana (2016), los OVA son particularmente valiosos para trabajar el pensamiento variacional, ya que “facilitan la exploración y comprensión de situaciones matemáticas complejas mediante la representación dinámica y manipulable de conceptos, permitiendo a los estudiantes visualizar y experimentar con diferentes escenarios de manera concreta y teórica” (p. 166). Este enfoque no solo mejora la comprensión matemática, sino que también adapta el aprendizaje a las necesidades y ritmos individuales, haciendo de los OVA una herramienta clave en la educación matemática contemporánea.

Considerando los desafíos persistentes en la resolución de ecuaciones lineales en el contexto educativo y la integración de las TICs en la enseñanza, surge la siguiente pregunta y es:

¿Cuál es el alcance de los Objetos Virtuales de Aprendizaje (OVA) en el apoyo de la enseñanza y aprendizaje de la resolución de ecuaciones lineales en época post pandemia, en estudiantes de octavo grado, de una Institución Educativa en Colombia?

1.2 Justificación

El avance tecnológico ha facilitado el acceso a la información a través de internet, y también ha impulsado el uso de herramientas virtuales en los procesos de enseñanza y aprendizaje, como el desarrollo de entornos digitales. Según Cabrera-Medina et al. (2016) la incorporación de estas herramientas no solo aumenta la motivación, sino que también fomenta y estimula el aprendizaje autónomo, así como el trabajo colaborativo entre profesores y alumnos.

Las herramientas virtuales pueden ser un aspecto central para enseñar y aprender matemáticas, pero algunos profesores no las integran en el aula (Triana y Ceballos 2016), En Colombia, el estudio de Villa et al. (2014) señaló que, aunque los profesores

socialmente reconocen la importancia de la tecnología, en el aula no se da un buen uso, porque suelen tomar estos recursos como una herramienta complementaria y no toman en cuenta la profundización que puede dar en la producción del conocimiento matemático.

Autores como Triana y Ceballos (2016) mencionan que el uso pedagógico de las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones (TIC), en la implementación de OVA y su valoración, determinan que las herramientas digitales son importantes en las matemáticas escolares, ya que permiten construir conocimientos y desarrollar habilidades cognitivas y realizar diferentes representaciones de un mismo objeto matemático. Wong et al. (2012) puntualizan que cuando se utiliza un ordenador o material de aprendizaje digital en una situación de aprendizaje, se espera que se haga para introducir un valor añadido a este proceso diferente al del material impreso. Teniendo en cuenta que al integrar las TIC en los procesos de enseñanza de las matemáticas hay herramientas de fácil acceso a la web. Es importante considerar algunos criterios para su uso efectivo y beneficioso en el aprendizaje de los estudiantes. A continuación, se mencionan algunos de estos criterios:

1. Adecuación a los objetivos de aprendizaje: Según Colás-Bravo et al. (2021), las herramientas digitales deben ser seleccionadas de acuerdo con los objetivos de aprendizaje que se quieren lograr. Es necesario evaluar si la herramienta puede ayudar a los estudiantes a alcanzar los objetivos de la lección o unidad de enseñanza.

2. Diseño atractivo y motivador: Los recursos digitales deben ser atractivos y motivadores para los estudiantes, para que se involucren activamente en el proceso de aprendizaje. Deben ser fáciles de usar, tener una interfaz atractiva y proporcionar un feedback inmediato (Ceballos y Triana, 2016).

3. Adaptable a diferentes estilos de aprendizaje: Los recursos digitales deben ser adaptables a diferentes estilos de aprendizaje y necesidades educativas especiales.

Según Ceballos y Triana (2016), se debe considerar la diversidad de los estudiantes y proporcionar diferentes opciones para que puedan interactuar con los recursos.

4. Verificación de la fiabilidad y pertinencia del contenido: Es importante verificar la fiabilidad y pertinencia del contenido que se va a utilizar en las herramientas digitales. Según Colás et al. (2021), los docentes deben asegurarse de que el contenido sea preciso, actualizado y relevante para los objetivos de aprendizaje.

5. Seguridad y privacidad de los datos: Los recursos digitales deben cumplir con los estándares de seguridad y privacidad de los datos de los estudiantes. Según la Asociación para la Supervisión y el Desarrollo de la Tecnología Educativa (ASDTE), es necesario verificar si la herramienta cumple con las leyes y políticas de privacidad de datos.

En resumen, las herramientas digitales, como Kahoot, Nearpod, Scratch y GeoGebra, se caracterizan por su capacidad para ofrecer interactividad, accesibilidad y fomentar la colaboración y competencia. Estas plataformas no solo evalúan y proporcionan retroalimentación de manera inmediata, sino que también son diseñadas para ser atractivas y motivadoras, adaptándose a diversos estilos de aprendizaje. Por ejemplo, Kahoot garantiza estas características mediante un diseño de interfaz intuitivo y visualmente atractivo que capta la atención de los estudiantes. Además, permite personalizar los cuestionarios para alinearlos con objetivos educativos específicos y utiliza sistemas de gamificación para fomentar la participación y competencia saludable entre los estudiantes. La verificación de la fiabilidad y pertinencia del contenido se maneja a través de actualizaciones constantes y la incorporación de feedback de usuarios, asegurando que los materiales sean actuales y relevantes. Finalmente, la

seguridad y la privacidad de los datos se mantienen mediante el cumplimiento de las normativas internacionales sobre protección de datos, garantizando que la información de los estudiantes se maneje de manera segura y confidencial.

Un OVA tiene como características fundamentales que sea: reutilizables, interoperables, accesibles, duraderos, autónomos y flexibles, lo que permite que esta herramienta sea atractiva en la presentación de contenidos permitiendo contar con nuevos entornos y situaciones problema, así como optimizar recursos y costos. Según Cabrera Medina et al (2006):

Además, los OVA como herramienta de trabajo en el aula o fuera de ella propician el aprendizaje colaborativo: al estar disponible el mismo recurso para todos, propicia el intercambio de ideas y el trabajo en equipo. Un ejemplo de aplicación de un OVA sería un escenario donde los estudiantes puedan compartir datos a partir de un laboratorio virtual, el cual incluya la comunicación sincrónica entre usuarios. (p. 8)

Por otra parte, Cabrera (como se citó en Villamizar et al., 2020):

Los OVA se enmarcan en los propósitos de las herramientas TIC, las cuales están produciendo cambios en las metodologías de enseñanza y aprendizaje, en la forma en que los profesores y estudiantes se relacionan con el conocimiento, y la manera en que interactúan los agentes involucrados en el proceso educativo. (p. 6)

Adicionalmente, según Villamizar et al. (2020):

En lugar de ser un objeto definible, es una construcción tecnológica compleja y multifacética, un rompecabezas tecnológico más grande, porque confluyen con

lo pedagógico y curricular que se derivan de las prácticas de la tecnología educativa, de la tecnología de la información y comunicación, entre otros. (p. 6)

Teniendo en cuenta lo mencionado por Villmarin (2020), es relevante implementar una solución que ayude a los estudiantes a mejorar su habilidad para pensar matemáticamente, enfocándose inicialmente en las operaciones con números racionales. Crear un objeto virtual de aprendizaje (OVA) puede ser fundamental en este esfuerzo, ya que incorpora metodologías activas que apoyan el desarrollo académico y fomentan el pensamiento matemático. Además, el autor hace hincapié en que estos recursos no solo incrementan el interés de los estudiantes en sus estudios, sino que también elevan su rendimiento académico y contribuyen a un ambiente educativo más positivo. Al poner al estudiante en el centro de su propio aprendizaje, se promueve una mejora continua en su rendimiento y se facilita una mayor comprensión y retención de la materia, lo que lleva a un éxito académico sostenido a lo largo del tiempo.

La labor educativa exige actualmente que los docentes desarrollen o desempeñen múltiples competencias relacionadas con la capacidad de diseñar experiencias de aprendizaje significativas, logrando que el estudiante sea el centro del proceso de enseñanza y aprendizaje. Para ello, el uso de las TIC y la implementación de la era digital en el proceso educativo son indispensables según las necesidades de los estudiantes del siglo XXI (Hernández et al., 2016).

Para el desarrollo de Ambientes Virtuales para el Aprendizaje (AVA) se requiere un enfoque interdisciplinario, según señala Ligarretto (2020). Para lograr una mayor efectividad en la educación virtual, se propone utilizar ambientes sincrónicos, entendidos como una comunicación directa con los estudiantes, ya sea mediante una video llamada o una reunión presencial, y espacios asincrónicos, que se refieren al

trabajo autónomo y remoto de los alumnos. El enfoque interdisciplinario incluye cambios tanto para el docente como para el estudiante, por lo que es necesario contar con intenciones pedagógicas orientadas a la actividad digital.

Para garantizar la efectividad de la educación virtual, es crucial considerar varios aspectos del diseño del entorno de aprendizaje. Según Martínez-Garcés y Garcés-Fuenmayor (2020), un ambiente virtual efectivo debe ser intuitivo y fácil de navegar, además de incluir diversos recursos didácticos como videos, imágenes y herramientas interactivas que enriquecen la experiencia educativa y facilitan la adquisición de competencias digitales. Asimismo, es importante que los docentes sepan cómo utilizar adecuadamente estas herramientas para crear un ambiente de aprendizaje significativo para los estudiantes (Gutiérrez y Pérez, 2019)

Antecedentes

La sección de antecedentes de este trabajo de grado se fundamenta en una cuidadosa selección de documentos y autores que aportan conocimientos clave en el campo de la enseñanza de las matemáticas a través de Objetos Virtuales de Aprendizaje (OVA). Los documentos seleccionados abordan desde propuestas didácticas innovadoras hasta análisis teóricos que mencionan las dificultades y estrategias en la enseñanza de ecuaciones lineales y otros conceptos matemáticos. La elección de estos recursos se guió por un criterio de relevancia y contribución a la temática de la elaboración de esta propuesta pedagógica, enfocándose en estudios que ofrecen diferentes perspectivas en la integración de tecnologías en la educación matemática.

Para garantizar la pertinencia y la actualidad de los documentos incorporados en este trabajo, se realizó un exhaustivo proceso de revisión bibliográfica en bases de datos académicas de renombre y publicaciones especializadas en educación matemática y tecnología educativa. Se priorizaron aquellos trabajos que no solo destacaban por su

rigor académico, sino también por su capacidad de ofrecer una introspección aplicable al diseño de intervenciones educativas mediadas por TIC. Este enfoque metodológico aseguró una base teórica sólida y coherente, capaz de sustentar las propuestas de diseño e implementación de OVA en contextos educativos actuales.

A continuación, se describe brevemente la intención de cada uno de los autores con respecto al diseño e implementación de estas herramientas. Primeramente, Muñoz, Erazo y Marmolejo (2013), junto al trabajo de Rojas y Ariza (2013), responde a la necesidad de comprender a fondo las transformaciones semióticas y metodológicas en la resolución de ecuaciones lineales. En el estudio de Muñoz (2013) se profundiza en el análisis semiótico de libros de texto, proporcionando una visión crítica sobre cómo los estudiantes manejan el cambio de registro de representación, un aspecto crucial en la comprensión matemática que se ve reflejado en el diseño de OVA. Por su parte, Rojas Gómez y Ariza Daza (2013) presentan una propuesta didáctica basada en la teoría de situaciones didácticas de Brousseau, que busca construir conocimiento de forma significativa a través de contextos familiares para los estudiantes. La combinación de estos enfoques ofrece un marco robusto para el diseño de OVA que faciliten la transición entre diferentes formas de representación matemática, garantizando así una experiencia de aprendizaje más integrada y efectiva.

Los documentos de Garzón (2013) y Ceballos (2016) se seleccionaron por su enfoque práctico y teórico sobre la implementación y efectividad de los OVA en la enseñanza matemática. Garzón (2013), en su trabajo de grado, explora la creación y aplicación de OVA en el ámbito de las matemáticas, detallando el proceso de diseño instruccional y evaluación de la efectividad de estos recursos en entornos educativos reales. Este enfoque práctico se complementa con el análisis teórico de Ceballos (2016), quien discute las implicaciones pedagógicas y las estrategias didácticas en la integración

de las TIC en la educación matemática. La combinación de estos estudios proporciona una visión integral que no solo justifica la aplicación de OVA, sino que también guía su desarrollo con base en evidencia y buenas prácticas, subrayando la importancia de una implementación reflexiva y basada en resultados para mejorar los procesos de aprendizaje matemático.

El estudio de Zapata (2015) se enfoca en la integración efectiva de las TIC en la enseñanza de matemáticas, mostrando cómo la tecnología puede facilitar la comprensión y aplicación de conceptos matemáticos complejos. Jaramillo y Quintero (2014), por su parte, exploran las percepciones de los estudiantes sobre el uso de OVA en el aprendizaje matemático, destacando los beneficios y desafíos desde la perspectiva del aprendiz. La combinación de estos trabajos resalta la relevancia de los OVA no solo como herramientas de enseñanza, sino también como facilitadores de un aprendizaje más autónomo y dirigido por el estudiante, un aspecto crucial para desarrollar habilidades de aprendizaje independiente y crítico en la educación superior.

Garzón (2013), en su investigación, implementó un OVA utilizando herramientas Web, centrado en la enseñanza de matemáticas para estudiantes de octavo grado. Este OVA se destacó por su capacidad de facilitar el aprendizaje autónomo y motivar a los estudiantes a través de un enfoque interactivo. Los resultados indicaron una mejora significativa en la comprensión y aplicación de conceptos matemáticos, particularmente en el manejo de fracciones en contextos de la vida real, lo que refleja una integración efectiva de tecnologías digitales en el proceso educativo.

Otro autor como Rojas (2015) aplicó el modelo ADDIE para el desarrollo de un OVA destinado al aprendizaje del álgebra. Este enfoque sistemático permitió la creación de actividades pedagógicamente sólidas que mejoraron el interés y la participación de los estudiantes. Los resultados de este estudio demostraron un aumento en el

rendimiento académico y una mejor comprensión de los conceptos de álgebra, evidenciando cómo la estructura metodológica contribuye a la efectividad del aprendizaje digital. Adicionalmente, Zapata et al. (2015), también utilizaron el modelo ADDIE para desarrollar un OVA enfocado en el concepto de fracciones. A través de una meticulosa identificación de necesidades y diseño de contenidos, lograron crear un recurso educativo que mejoró notablemente la comprensión del concepto de fracción entre los estudiantes de educación básica. El estudio concluyó que un diseño instruccional bien fundamentado es crucial para la efectividad de los OVA en el aprendizaje de las matemáticas.

Finalmente, el OVA diseñado por Rodríguez (2014) integró el uso de origami para enseñar conceptos geométricos, dirigido principalmente a docentes de matemáticas. La metodología incluyó talleres que proporcionaron a los docentes estrategias innovadoras para la enseñanza de la geometría. Los resultados mostraron que los docentes que utilizaron estas técnicas mejoraron significativamente su habilidad para enseñar conceptos geométricos complejos, facilitando así un aprendizaje más interactivo y visual en el aula.

A partir de lo descrito anteriormente, los autores de este trabajo consideran que tanto el diseño como la implementación de los OVA en el proceso de enseñanza y aprendizaje durante el abordaje y estudio de objetos matemáticos, han permitido centrar su atención a la importancia de planear clases innovadoras, en las cuales los estudiantes puedan interactuar con distintos softwares interactivos para construir colectivamente el conocimiento matemático.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo General

Diseñar un Objeto Virtual de Aprendizaje (OVA) que permita a los estudiantes de Educación Básica y Media en Colombia, durante la época de postpandemia, el aprendizaje y la resolución de ecuaciones lineales.

1.3.2 Objetivos Específicos

- Seleccionar un software para el diseño y presentación del OVA, que tenga acceso abierto a la comunidad educativa y público en general.
- Diseñar una secuencia de actividades¹ mediante un OVA que proporcione a los estudiantes ejemplos y situaciones reales e irreales, relacionadas con la problemática planteada, fomentando la resolución y aplicación de las ecuaciones lineales.
- Desarrollar un informe para documentar el proceso de construcción del OVA, con instrucciones exhaustivas sobre su uso, acompañado de un manual para los usuarios que deseen implementar este recurso.
- Realizar una implementación piloto del OVA para detectar y resolver problemas técnicos o de contenido, asegurando que la funcionalidad y la usabilidad del sistema estén optimizadas para futuros usuarios.

¹ Una secuencia de actividades es un conjunto organizado y planificado de tareas diseñadas para alcanzar objetivos específicos en un contexto educativo, recreativo o profesional. La idea central es estructurar las actividades de manera lógica y coherente para guiar a los participantes a través de un proceso que les permita adquirir conocimientos, habilidades, o completar una meta.

Capítulo 2: Marco Teórico

Este capítulo se fundamenta en la exploración de conceptos clave que sostienen el diseño e implementación de OVA en el contexto de la educación matemática. Empieza con un detallado análisis de los lineamientos curriculares y estándares educativos vigentes que guían la enseñanza de las matemáticas en Colombia, resaltando la importancia de integrar las tecnologías en el aula para fomentar un aprendizaje más dinámico y participativo. El marco didáctico propone enfoques pedagógicos basados en el constructivismo y el aprendizaje significativo, donde la tecnología no solo es una herramienta de soporte, sino un elemento esencial que transforma las estrategias de enseñanza y potencia la interacción y la comprensión estudiantil. Este capítulo es crucial para establecer la base teórica que justifica la implementación del OVA diseñado.

2.1 Marco Curricular

Para este marco se proporciona una estructura fundamental para la planificación y ejecución de la educación matemática, abordando aspectos claves que guíen el proceso de enseñanza y aprendizaje de las ecuaciones lineales. Dentro de este marco, se establecen los Lineamientos Curriculares (MEN, 1998), los Estándares Básicos de Competencias Matemáticas junto con los Derechos Básicos de Aprendizaje. Estos documentos orientan las habilidades esenciales que los estudiantes deben adquirir en su desarrollo educativo, y a su vez proporcionan una guía sobre los contenidos, metodologías y competencias adecuadas para cada nivel educativo.

2.1.1 Lineamientos Curriculares (1998)

Los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998) se refieren al pensamiento variacional para poder abordar las relaciones y cambios de diferentes magnitudes como en la geometría y las funciones. Con respecto a la geometría, no solo

se concibe como el estudio de las formas y sus propiedades, sino que se enriquece con la exploración de cómo estas propiedades varían al modificar dimensiones y otros atributos geométricos. Por otro lado, las funciones se consideran herramientas importantes para comprender la variabilidad y la dependencia entre variables, posibilitando así una descripción dinámica de fenómenos tanto en matemáticas puras como en aplicaciones prácticas. Este pensamiento promueve una comprensión más profunda de los conceptos matemáticos y fomenta habilidades analíticas y de modelado en los estudiantes

También enfatizan en la relevancia de poder desarrollar competencias que permitan a los estudiantes no solo comprender conceptos matemáticos, sino que puedan aplicarlos de manera efectiva en diversos contextos. En este documento se abarca múltiples aspectos de la enseñanza de las matemáticas, de las cuales para este trabajo se van a destacar las siguientes:

- **Resolución de problemas:** Es la capacidad de aplicar el conocimiento matemático a situaciones desconocidas, identificando y utilizando estrategias adecuadas para encontrar una solución.
- **Razonamiento:** La habilidad para comprender y construir argumentos matemáticos, identificar patrones y seguir secuencias lógicas en el proceso de resolución de problemas.
- **Comunicación:** Es la competencia la cual expresa las ideas matemáticas de manera clara y coherentes, tanto verbal como escrita empleando un lenguaje matemático adecuado.

Teniendo en cuenta lo anterior se puede interpretar en los lineamientos curriculares, para los autores de este trabajo, se considera que las ecuaciones lineales se asocian a los aspectos de la enseñanza como la resolución de problemas, el

razonamiento y la comunicación. Esto porque los estudiantes deben poder identificar problemas que puedan expresarse por medio de ecuaciones lineales, aplicar métodos adecuados para su solución, comprender las implicaciones en contextos reales o matemáticos y socializar su respuesta con sus pares o su comunidad.

Los Lineamientos Curriculares subrayan la importancia de la enseñanza de las matemáticas como el desarrollo integral de unas competencias que permitan a los estudiantes aplicar, analizar y apreciar las matemáticas en distintos contextos. Por esto, los autores consideraron ecuaciones lineales el concepto por el que se desarrollarán estas competencias, ya que mediante el OVA se pretende ofrecer oportunidades de análisis, modelar una situación real y fortalecer el pensamiento lógico y analítico.

2.1.2 Estándares Básicos en Competencias Matemáticas (MEN, 2006)

A partir de los Estándares Básicos en Competencias Matemáticas (MEN, 2006), se puede considerar que el pensamiento variacional se refiere a la habilidad de comprender y analizar situaciones en las que intervienen el cambio y la variabilidad. Con respecto a las ecuaciones lineales, este tipo de pensamiento es crucial para identificar cómo varían las variables involucradas y cómo estas variaciones afectan los resultados de las ecuaciones. Al modelar problemas del mundo real mediante ecuaciones lineales, el pensamiento variacional permite a los estudiantes no solo prever los cambios en una situación dada, sino también adaptar y aplicar las soluciones matemáticas a contextos variados y dinámicos. Este enfoque es esencial para la resolución de problemas reales, sustentados en el estudio de la variación y el cambio, y en la modelación de procesos de la vida cotidiana, las ciencias naturales y sociales y las matemáticas mismas.

A continuación, se presenta un rastreo de los conceptos de acuerdo con los Estándares Básicos en Competencias Matemáticas y que están ligados al objeto matemático:

Cuarto – Quinto

- Describo e interpreto variaciones representadas en gráficos.
- Predigo patrones de variación en una secuencia numérica, geométrica o gráfica.
- Construyo igualdades y desigualdades numéricas como representación de relaciones entre distintos datos.

Sexto – Séptimo

- Utilizo métodos informales (ensayo y error, complementación) en la solución de ecuaciones.
- Identifico las características de las diversas gráficas cartesianas (de puntos, continuas, formadas por segmentos, etc.) en relación con la situación que representan.
- Describo y represento situaciones de variación relacionando diferentes representaciones (diagramas, expresiones verbales generalizadas y tablas).
- Reconozco el conjunto de valores de cada una de las cantidades variables ligadas entre sí en situaciones concretas de cambio (variación)

Octavo – Noveno

- Identifico relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas.

- Construyo expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada.
- Identifico diferentes métodos para solucionar sistemas de ecuaciones lineales.

El rastreo sobre el concepto de ecuaciones lineales en el contexto de los derechos básicos de aprendizaje en Colombia ha permitido revisar y consolidar los conceptos previos de cursos anteriores y ha establecido una base para introducir y explorar temas relacionados en futuros cursos. Esta caracterización busca asegurar una comprensión integral y efectiva que facilite a los estudiantes la conexión entre conocimientos pasados y nuevos desafíos académicos, potenciando así su desarrollo y aprendizaje significativo.

2.1.3 Derechos Básicos de Aprendizaje en Matemáticas (DBA, 2016)

La relevancia de los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA) en el diseño de Objetos Virtuales de Aprendizaje (OVA) es fundamental, dado que los DBA proporcionan una guía estructurada y detallada de los aprendizajes esenciales que los estudiantes deben alcanzar en cada nivel educativo. Esta guía es invaluable para los diseñadores de este OVA, ya que ofrece una base sólida sobre la cual se puede desarrollar contenidos educativos digitales que no solo son pedagógicamente adecuados sino también alineados con los estándares educativos nacionales. Al integrar los DBA en el proceso de diseño del OVA, se asegura que los recursos desarrollados sean efectivos para cumplir con los objetivos educativos específicos, facilitando así un aprendizaje dirigido y significativo que responde directamente a las necesidades curriculares y competencias fundamentales que los estudiantes deben desarrollar. Por lo anterior Los siguientes DBA son los asociados para los estudiantes de grado octavo:

- ❖ Reconoce los diferentes usos y significados de las operaciones (convencionales y no convencionales) y del signo igual (relación de equivalencia e igualdad condicionada) y los utiliza para argumentar equivalencias entre expresiones algebraicas y resolver sistemas de ecuaciones.

Evidencias de aprendizaje:

- Reconoce el uso del signo igual como relación de equivalencia de expresiones algebraicas en los números reales.
 - Propone y ejecuta procedimientos para resolver una ecuación lineal y sistemas de ecuaciones lineales y argumenta la validez o no de un procedimiento.
- ❖ Propone, compara y usa procedimientos inductivos y lenguaje algebraico para formular y poner a prueba conjeturas en diversas situaciones o contextos.

Evidencias de aprendizaje:

- Opera con formas simbólicas que representan números y encuentra valores desconocidos en ecuaciones numéricas.
- Reconoce patrones numéricos y los describe verbalmente.
- Representa relaciones numéricas mediante expresiones algebraicas y opera con y sobre variables.

2.2 Marco Didáctico

Este apartado, se centra en describir y fundamentar las estrategias pedagógicas y enfoques educativos que respaldan el diseño y la utilización del OVA en la enseñanza

de las matemáticas. Este segmento del trabajo aborda cómo los principios del constructivismo y la pedagogía activa se integran en el desarrollo y aplicación del OVA para facilitar un aprendizaje significativo y centrado en el estudiante. Se exploran las metodologías didácticas que promueven la interacción, la exploración y la reflexión crítica entre los estudiantes, permitiendo que estos se conviertan en protagonistas de su propio proceso de aprendizaje. Además, se mencionan algunas dificultades y errores en la enseñanza y aprendizaje de las ecuaciones lineales con la finalidad de adaptar las actividades e intentando minimizar dichas dificultades.

2.2.1 Interpretación de la letra

En el aprendizaje del álgebra, la correcta interpretación de los símbolos matemáticos, en particular de la letra, es crucial para desarrollar un pensamiento matemático sólido. Según Küchemann (1981), como se citó en Forigua y Velandia. (2015), la letra puede ser entendida de diversas formas, desde una incógnita específica hasta un número generalizado o una variable, dependiendo del contexto en que se utilice. Sin embargo, la confusión entre estos términos puede dificultar la comprensión de conceptos algebraicos fundamentales. Por ello, es esencial distinguir entre la letra, que puede asumir múltiples interpretaciones; la variable, que según el mismo Küchemann representa un rango de valores relacionados sistemáticamente; y la incógnita, que se refiere a un valor desconocido que se debe determinar en una ecuación. Esta distinción es vital para que los estudiantes desarrollen un pensamiento algebraico más robusto y puedan abordar con eficacia problemas matemáticos más complejos.

A continuación, se realiza una distinción entre estos tres términos basados en el trabajo “*Sobre la interpretación y uso de la letra como número generalizado en tareas y*

actividades sobre generalización de patrones: reporte de una experiencia con estudiantes de grado octavo” de los autores Forigua y Velandia en 2015:

Letra: En matemáticas puede tener varias interpretaciones según el contexto en el que se utiliza. Según Küchemann (1981), la letra puede ser vista de seis maneras diferentes: como una cantidad evaluada, como una incógnita específica, como un objeto, como un número generalizado, como una variable o incluso puede ser ignorada por completo. Esta flexibilidad en el significado de la letra refleja la complejidad del pensamiento algebraico que los estudiantes deben desarrollar. Adicionalmente, los autores resaltan una categorización realizada por Küchemann (1981), la cual sería:

- **Letra evaluada:** Se le asigna un valor numérico desde el comienzo.
- **Letra ignorada:** La letra es ignorada o su existencia es reconocida, pero sin darle un significado.
- **Letra como objeto:** La letra se reconoce como el nombre de un objeto o como el objeto en sí mismo.
- **Letra como incógnita específica:** La letra es reconocida como un número desconocido pero específico, y se puede operar sobre ella.
- **Letra como número generalizado:** A la letra se le reconoce como un ente con la posibilidad de tomar valores en un universo dado.
- **Letra como variable:** La letra se ve como representante de un rango de valores inespecíficos, y se identifica una relación sistemática entre esos valores

Variable: En el documento se menciona que la letra como variable es entendida como un símbolo que representa un rango de valores no específicos, y que estos valores están sistemáticamente relacionados entre sí. Esta interpretación de la letra es fundamental para la comprensión de conceptos algebraicos más avanzados y para la generalización de patrones, adicionalmente, se entiende como una letra que puede tomar

diferentes valores en un conjunto determinado y resaltan que la variable es clave para la comprensión de funciones y relaciones matemáticas.

Incógnita: En dicho documento se habla sobre que la incógnita es definida como un número desconocido específico dentro de una ecuación o problema matemático, sobre el cual se puede operar para encontrar su valor. Esta es una de las interpretaciones más comunes de la letra en los contextos algebraicos, especialmente en la resolución de ecuaciones.

Finalmente, la correcta interpretación de la letra en el álgebra es fundamental para el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes. Según Küchemann (1981), las diferentes formas en que los estudiantes interpretan la letra, como incógnita, número generalizado o variable, reflejan distintos niveles de comprensión del álgebra y son cruciales para su progreso en esta área. De acuerdo con Forigua y Velandia (2015) la distinción entre estos conceptos no solo facilita la transición de la aritmética al álgebra, sino que también permite a los estudiantes abordar problemas matemáticos con mayor precisión y confianza. Tal como señala Küchemann, reconocer y enseñar estas diferencias es esencial para fomentar un aprendizaje más profundo y significativo del álgebra, ayudando a los estudiantes a superar las dificultades comunes que enfrentan al iniciar su estudio.

2.2.2 Definición de una Ecuación

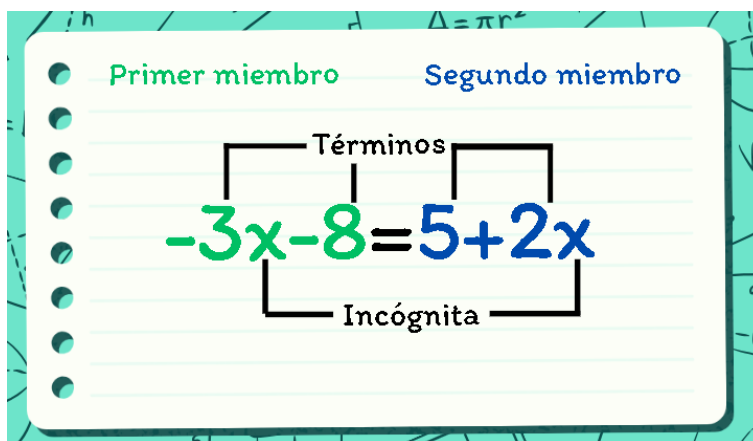
Frente al concepto, Fortún y Pareja (2024) definen la ecuación como igualdad entre dos expresiones unidas con valores incógnitos o conocidos, pero también con valores conocidos, datos necesarios para determinar o identificar el valor de las expresiones desconocidas. La ecuación expresa que dos términos son iguales usando números y letras, estas últimas para representar la incógnita, ejemplo $9x + 8 = x - 3$,

entre los puntos a resaltar estaría la igualdad entre dos expresiones con la misma letra, que reciben el nombre de incógnitas o variables desconocidas, con el fin de identificar el valor numérico de la misma.

Por otro lado, Asth (2019) explica qué la ecuación puede apreciarse como una igualdad en matemática con una o más incógnitas presentes, las incógnitas tendrían que ser resueltas para determinar el valor numérico del tipo letra desconocido.

Ilustración 1

Partes de una ecuación.



Fuente: Elaboración propia.

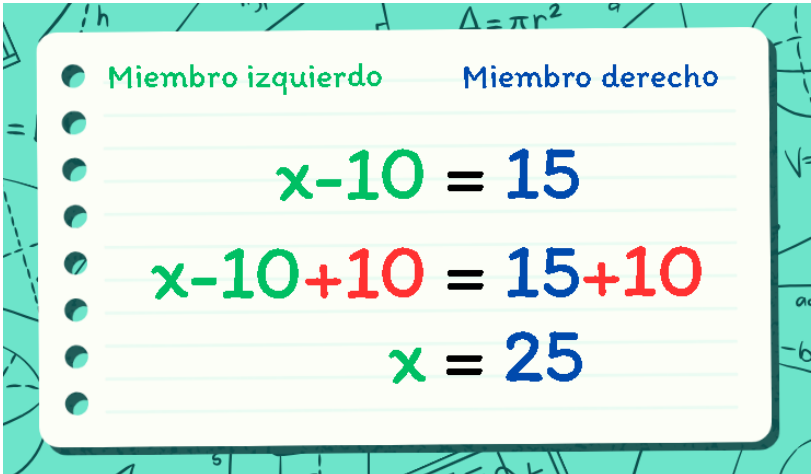
Con base en las dos menciones, citadas anteriormente se puede decir que la ecuación es una expresión matemática compuesta por incógnitas y valores conocidos, que en su cuerpo existe una igualdad que debe resolverse para conocer el valor numérico de la incógnita dentro de la ecuación.

El Sentido de la Igualdad en la Ecuación. Frente a la ecuación, Fortún y López (2019) argumenta que la igualdad aplicada es la porción de equivalencia, una expresión que puede estar compuesta por dos miembros uno a la izquierda y el otro a la derecha del ejercicio donde en medio de esa expresión está el signo igual. Es decir, por ambos lados el resultado es igual, y cuando no es así la igualdad es nula o inexistente.

Entre las propiedades de la igualdad están, si se multiplica en ambos sentidos por el mismo valor numérico, la igualdad se mantiene, si se divide pasaría lo mismo, si se está el mismo valor en ambos lados pasaría igual, y lo mismo ocurre con la suma.

Ilustración 2

Ejemplo aplicación básica propiedad uniforme.



The illustration shows a notepad with mathematical steps. At the top, there are two labels: 'Miembro izquierdo' (left member) in green and 'Miembro derecho' (right member) in blue. Below these, the equation $x - 10 = 15$ is written. The next line shows the addition of 10 to both sides: $x - 10 + 10 = 15 + 10$. The final line shows the solution: $x = 25$. The background of the notepad is light green with faint mathematical formulas like $\Delta = \pi r^2$ and $V =$.

Fuente: Elaboración propia a partir de las propiedades de la igualdad.

Desde otra perspectiva, según Morales (2021) el concepto de igualdad es la existencia de una relación entre dos elementos que tienen el mismo valor o cantidad, empleándose el símbolo de “=” para señalar que dos expresiones son iguales. Llevo esto a una ecuación donde existen variables e incógnitas se podría decir que $x + 2 = 4$ lo cual indicaría que la suma de $x + 2$ sería igual a 7. Grosso modo, la igualdad sería la relación entre cantidades que a la final del ejercicio tendrían el mismo valor, y aplicado en la ecuación sería reflejado en una estructura matemática que contiene incógnitas a hallarse mediante los procesos matemáticos algebraicos, siguiendo y aplicando las reglas matemáticas.

Propiedad Uniforme de la igualdad. Para Maldonado (2019) la propiedad uniforme se aplica a la igualdad, ya que se establece una comparación expresada en valores por el signo igual, lo que se mencionaba anteriormente, pero la propiedad

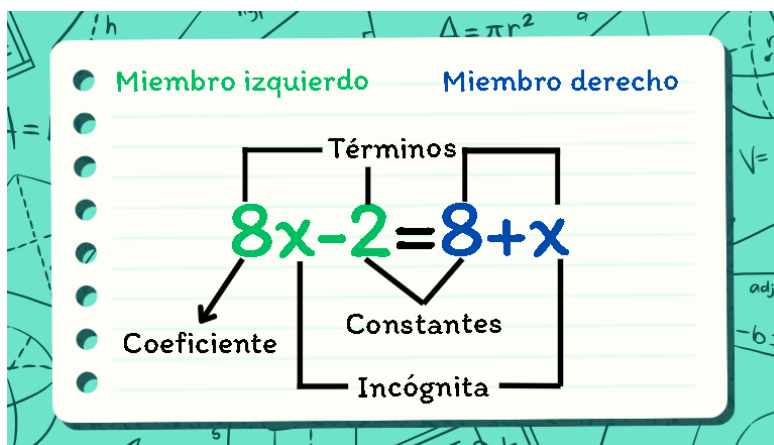
uniforme se manifiesta cuando se establece un valor numérico en ambos lados, con el mismo símbolo sea suma, resta, multiplicación o división, para conservar la igualdad. Por su parte López (2019) explica que en la propiedad uniforme agrega o elimina elementos numéricos en una igualdad o ecuación, en ambos lados con la necesidad de que el ejercicio sea resuelto, teniendo como eje central la conservación de la igualdad puesto que ambos valores en izquierda y derecha se aplica el mismo cambio, como por ejemplo “ $a + b = x$, donde a, b y x son números reales y aplicando dicha propiedad se tiene $a + b - c = x - c$ donde c también es un número real, por lo que siguen siendo la misma ecuación” (párr.5).

Definición de la ecuación lineal. Hernández (2020) la define como aquella donde solo aparece una variable con grado de ecuación igual a 1, que emplea cualquier letra para hacer saber la incógnita, y los coeficientes son números reales, llegando a tener cambios hasta llegar a la expresión. Así:

$$ax + b = 0 .$$

Ilustración 3

Estructura ecuación lineal



Fuente: Elaboración propia.

- **Miembros:** son cada una de las dos expresiones algebraicas que están situadas a los lados del signo igual.
- **Términos:** son cada uno de los monomios de la ecuación.
- **Incógnita:** Representa una cantidad desconocida o representa el valor desconocido que debemos encontrar para que la ecuación se cumpla.
- **Coefficiente:** es el número que multiplica a la variable.
- **Grado de la ecuación:** es igual al exponente más grande que tiene la incógnita de la ecuación.
- **Constantes:** son aquellos números que no están acompañados por ninguna letra. (Enciclopedia Matemática, s.f).

Hernández (2020) señala que en las ecuaciones lineales se deben tener en cuenta propiedades específicas las cuales se explicarán en la siguiente tabla, donde a , b y c son números reales:

Tabla 1

Propiedades de ecuaciones lineales en los números reales

Propiedad	Proposición	Ejemplo
Propiedad reflexiva	$a = a$	$9 = 9$
Propiedad simetría	Sí, $a = b$, $b = a$	$x = 4$, $4 = x$
Propiedad transitiva	Sí, $a = b$ y $b = c$, $a = c$	$x = 4$ y $4 = z$, $x = z$
Propiedad de sustitución	Sí $a = b$, a puede sustituir a b	Sí, $x = 4$ $2(x) + 3 = 2(4) + 3$
Propiedad aditiva de la igualdad	Si $a = b$, $a + c = b + c$	Sí $x = 4$, $x + 2 = 4 + 2$
Propiedad multiplicativa	Sí, $a = b$, $a \cdot c = b \cdot c$	Sí, $x = 4$ $x \cdot 2 = 4 \cdot 2$

Fuente: Aplicaciones de Ecuaciones Lineales de Hernández (2020).

Entre las características más importantes de las ecuaciones lineales se identifican porque son de primer grado, se conforma su estructura por varios términos, el resultado es una recta gráficamente llamada lineal, puede tener más de una variable, y su método para resolverse es mediante la agrupación y reducción de términos semejantes (Hernández, 2020).

2.2.2 Proceso de solución de una Ecuación Lineal

Según Barnett et al. (2008) citado por Román (2015) menciona que para resolver una ecuación lineal se deben de seguir los siguientes pasos:

1. Las fracciones en la ecuación se simplifican si existen, eliminando los denominadores.
2. Se eliminan los paréntesis, si los hay.
3. Transponga todos los términos que contienen la incógnita o variable de un miembro de la ecuación (de preferencia al miembro izquierdo)² y todos los términos independientes (constantes) al otro.
4. Se realiza la reducción de términos semejantes presentes, si los hay, con el objetivo de reducir la expresión algebraica que conforma la ecuación lineal.
5. Se dividen ambos miembros de la ecuación entre el valor de la constante que acompaña a la incógnita, exceptuando cuando este valor es igual a la unidad.
6. Se comprueba la solución encontrada, para esto se reemplaza el valor hallado de la incógnita en la ecuación original.

² El motivo por el cual no se menciona específicamente el "miembro derecho" en las instrucciones puede deberse a la convención matemática establecida de preferir mover los términos con la incógnita hacia el lado izquierdo. Esto no significa que no se pueda hablar del "miembro derecho" en una ecuación, sino que el enfoque generalmente se centra en la manipulación de los términos con la incógnita para simplificar el proceso de resolución de ecuaciones.

2.2.3 Enseñanza de las Ecuaciones.

Desde la perspectiva de la pedagogía, la enseñanza de las ecuaciones lineales se convierte en un proceso para el desarrollo del pensamiento matemático en los estudiantes. Autores como Guzmán (1984), resalta la importancia de enseñar las matemáticas de manera contextualizada, permitiendo a los estudiantes comprender la relevancia de las ecuaciones lineales en situaciones cotidianas. Radford (2014) en su trabajo enfatiza que el aprendizaje de las ecuaciones lineales se logra mediante el diálogo y la colaboración entre estudiantes, y el uso correcto del lenguaje matemático en un entorno ameno a los estudiantes, generando una comprensión del concepto.

Otros autores como Godino (2017) propone un enfoque centrado en la resolución de problemas reales para enseñar ecuaciones lineales, para ello menciona que los estudiantes deben enfrentarse a situaciones que les permitan descubrir este concepto como una herramienta útil para resolver problemas cotidianos, mejora la comprensión de las ecuaciones lineales y promueve el desarrollo de competencias mencionadas en la sección de lineamientos curriculares. Chamorro (2018) resalta la necesidad de adaptar la enseñanza de las ecuaciones lineales según las necesidades individuales de los estudiantes, propone manipular objetos concretos, visualizar y usar tecnologías educativas como softwares interactivos que aporten en la comprensión de las ecuaciones lineales, lo que permite a los estudiantes construir una ecuación de primer grado, facilitando un aprendizaje significativo.

Para los autores de este trabajo, poder involucrar enfoques en el aula como la integración de problemas reales o significativos para los estudiantes, motiva el aprendizaje y comprensión de ecuaciones lineales porque estos problemas contextualizan el contenido, haciendo que el material sea más relevante y aplicable a la vida diaria de los alumnos. A su vez, el uso de tecnología, entendida como las

herramientas digitales y softwares educativos, puede generar espacios de análisis, exploración y visualización en distintos contextos. Generando así un ambiente interactivo, colaborativo y adaptado a las necesidades de los estudiantes, lo cual permitiría una mejor comprensión de este concepto y sus aplicaciones en situaciones reales o complejas.

2.2.4 Dificultades y errores

Para este apartado se presentará una tabla elaborada por los autores de este trabajo y en la que se basa en la información presentada en el trabajo de investigación, *causas de errores en la resolución de ecuaciones lineales con una incógnita*, elaborado por Istúris et al. (2019). En este trabajo se realizó un análisis de los tipos de errores que los estudiantes suelen cometer al trabajar con ecuaciones lineales, proporcionando una clasificación detallada y una exploración de las causas subyacentes de estos errores. Dicha investigación se apoya de diversos autores que han contribuido significativamente a esta problemática.

Entre los autores referenciados se pudo encontrar a Egodawatte (2011), quien identificó errores específicos relacionados con la propiedad distributiva. Abrate et al (2006), quienes mencionaron dificultades y errores en matemáticas. Además, se menciona a Rico (1995) el cual por sus observaciones sobre la categorización de errores en la enseñanza de las matemáticas y la falta de un desarrollo teórico que permita interpretar sus causas de manera sistemática. Cabe resaltar que dentro del documento ellos mencionan más autores los cuales proporcionan o contribuyen al análisis empírico en la comprensión de los desafíos que puedan enfrentarse los estudiantes al aprender ecuaciones lineales.

La información de la tabla pretende mencionar los errores más comunes en la resolución de ecuaciones, clasificándolos en distintas categorías. También se mencionan

ejemplos concretos para ilustrar cada error, facilitando la comprensión de las dificultades que pueden surgir en el aprendizaje. Finalmente, esta tabla no solo sirve como una herramienta de diagnóstico para identificar los tipos de errores, sino que también proporciona ideas sobre el desarrollo de estrategias pedagógicas para su corrección y prevención.

Tabla 2.

Errores en la resolución de ecuaciones.

Tipo de Error	Descripción del error y causas	Ejemplo
Errores frecuentes con las operaciones	<p>Error en operación con enteros: Olvido de signos en operaciones básicas.</p> <p>Causa: Da prioridad a lo último aprendido.</p>	<p style="text-align: center;">$-2 + 3 = 5$</p> <p>El error se presenta al olvidar el signo de la operación.</p>
	<p>Errores en operaciones con fracciones: Error al sumar fracciones y al calcular el mínimo común múltiplo.</p> <p>Causa: Falta de asimilación de nociones aritméticas u obstáculo cognitivo.</p>	<p style="text-align: center;">$\frac{1}{2} + \frac{2}{6}$</p> <p>El error está en el manejo de las operaciones con fracciones, esto debido al hecho de que sumar dos fracciones, suman directamente los numeradores y denominadores respectivamente:</p> <p style="text-align: center;">$\frac{1}{2} + \frac{2}{6} = \frac{3}{8}$</p>

		Este error es un ejemplo de cómo el mal entendimiento del proceso de encontrar un denominador común puede llevar a resultados incorrectos en las operaciones con fracciones.
	<p>Error en la propiedad distributiva: Aplicación incorrecta de la propiedad distributiva.</p> <p>Causa: Ausencia del sentido de asimilación de nociones aritméticas.</p>	$5(x + 2) = 15$ $5x + 2 = 15$ <p>El error está al aplicar incorrectamente la propiedad con uno solo término de la distributiva.</p>
Errores algebraicos propios de las ecuaciones	<p>Errores de concepto: Dificultad en la diferenciación entre términos con incógnitas y términos independientes, manejo incorrecto del coeficiente.</p>	$3x + 1 = 0$ $x = -1 - 3$ <p>El error se puede observar al trasladar el coeficiente como si estuviese sumando.</p>
	<p>Errores de procedimiento: Incluye errores en la igualdad entre miembros de la ecuación, fallos en procedimientos acordes a la jerarquía de operaciones, este error se puede generar debido a la</p>	$-6x = 2$ $x = 2 + 6$ $x = 8$ <p>Este error es análogo al anterior, debido a la confusión del producto entre el coeficiente y la incógnita, junto con un procedimiento inadecuado</p>

	aplicación inapropiada de reglas o procedimientos.	en el desarrollo de las operaciones.
Errores debido a la aplicación inapropiada de las fórmulas	Este error es por utilizar procedimientos memorizados sin comprender su sentido.	Uso incorrecto de una fórmula de resolución de ecuaciones en situaciones que no la requiere.
Errores debidos a una falta de asimilación de nociones aritméticas	Fallos en la comprensión y aplicación de conceptos aritméticos básicos.	Aquí se incluyen errores como la falta de comprensión al momento de poder operar términos semejantes.
Errores debidos a la manipulación del lenguaje algebraico	Dificultades en el uso y comprensión de símbolos y estructuras algebraicas.	$3(2x + 1) = 7$ $3(3) = 7$ Error por confusión entre terminó con incógnita y término independiente al simplificar la ecuación.

2.3 OVA

Para este apartado se realizarán dos momentos; un primer momento se hablará sobre la interacción y el uso de las TIC en el aula, el cómo estas pueden transformar los procesos de aprendizaje, ofreciendo nuevas oportunidades para la motivación y comprensión de los estudiantes. Posteriormente, se mencionan las implicaciones de integrar estos OVA en los procesos de enseñanza y aprendizaje, examinando su potencial para mejorar la experiencia educativa tanto para estudiantes como para profesores.

2.3.1 Interacción y uso de las TIC en el aula

En el contexto actual de la educación digital, los OVA han surgido como elementos fundamentales para enriquecer y potenciar los procesos de enseñanza y

aprendizaje. La UNESCO (2008) destaca el propósito de capacitar a los docentes en competencias de Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC), promoviendo así su capacidad para utilizar recursos digitales y liderar innovaciones pedagógicas. De esta manera, se refleja la necesidad de integrar herramientas tecnológicas de manera efectiva en el ámbito educativo.

Los OVA se han definido de diversas maneras en la literatura académica. Según el Ministerio de Educación Nacional en base al documento Colombia Aprende (2008), son materiales digitales con una estructura significativa y propósito educativo, destinados a ser consultados o distribuidos a través de internet. Esta definición resalta la importancia de la organización y el propósito educativo como elementos centrales de los OVA.

De esta manera, Massa y Pesado (2012) ofrecen una perspectiva más detallada, caracterizando a los OVA como estructuras independientes que contienen un objetivo específico, contenido educativo, actividades de aprendizaje, metadatos descriptivos y mecanismos de evaluación. Esta conceptualización resalta la modularidad y la reutilización como aspectos clave de los OVA, así como su capacidad para adaptarse a diferentes contextos y tecnologías.

La integración de OVA en el proceso educativo conlleva una serie de beneficios significativos. En primer lugar, los OVA permiten una mayor flexibilidad y personalización del aprendizaje, ya que pueden adaptarse a las necesidades y estilos de aprendizaje de los estudiantes (Massa & Pesado, 2012). Además, facilitan el acceso a recursos educativos de alta calidad en entornos digitales, lo que contribuye a reducir las barreras de acceso a la educación.

Otro aspecto relevante es la interoperabilidad de los OVA, que les permite integrarse con diferentes plataformas y sistemas de gestión del aprendizaje, promoviendo así la colaboración y el intercambio de recursos entre educadores y estudiantes (Massa & Pesado, 2012). Esta interoperabilidad también facilita la actualización y reutilización de los OVA a lo largo del tiempo, maximizando su impacto y eficiencia.

Además, los OVA pueden promover la inclusión y la equidad en la educación al ofrecer alternativas de aprendizaje accesibles para personas con discapacidades o con dificultades de acceso a la educación tradicional (Colombia Aprende, 2008). Esto contribuye a crear entornos educativos más inclusivos y diversificados.

2.3.2 Los OVA; su uso e integración en los procesos de enseñanza y aprendizaje

La integración de herramientas virtuales en la enseñanza de las matemáticas se ha reconocido fundamental durante décadas para enriquecer la experiencia educativa para docentes y estudiantes. Estos softwares ofrecen una amplia gama de funcionalidades que van desde la demostración de conceptos algebraicos y geométricos hasta la resolución de problemas complejos y la creación de material interactivo. A continuación, se presentan algunas de las herramientas virtuales más destacadas en el ámbito educativo de las matemáticas según Cabrera et al. (2016) y Ceballos (2016).

Derive, desarrollado en la década de 1970 y adquirido por Texas Instruments en 1999, se ha utilizado mucho en instituciones educativas de todo el mundo. Este software se destaca por su capacidad para resolver factorizaciones de números complejos y resolver problemas matemáticos con facilidad. Su interfaz intuitiva y sus poderosas capacidades de cálculo lo convierten en una herramienta valiosa para estudiantes y profesionales en el campo de las matemáticas (Cabrera et al., 2016; Ceballos, 2016).

Matlab, desarrollado por The MathWorks en 1984, ha sido una herramienta ampliamente utilizada en el ámbito educativo y en la industria. Este paquete matemático permite desarrollar algoritmos, graficar funciones y trabajar con matrices, ofreciendo una amplia gama de funcionalidades para el análisis y la simulación de sistemas dinámicos. Su popularidad radica en su capacidad para integrar diversas herramientas de simulación y análisis, lo que lo convierte en una herramienta invaluable para la enseñanza y la investigación en matemáticas aplicadas (Cabrera et al., 2016; Ceballos, 2016).

Cabri, desarrollado y comercializado por Texas Instruments, es una herramienta de enseñanza que permite crear formas geométricas dinámicas y explorar diferentes conceptos matemáticos de manera interactiva. Este software ofrece la posibilidad de realizar análisis, experimentos y demostraciones, así como crear animaciones para ayudar a los estudiantes a visualizar conceptos abstractos. Su capacidad para generar material interactivo facilita la creación de recursos educativos en línea, promoviendo un aprendizaje activo y participativo (Cabrera et al., 2016; Ceballos, 2016).

GeoGebra, desarrollado por la Universidad de Salzburgo en 2001, se ha consolidado como uno de los softwares más utilizados en el aula para prácticas geométricas. Este software libre combina herramientas algebraicas y geométricas, permitiendo a los usuarios realizar cálculos, graficar funciones y explorar conceptos matemáticos de manera dinámica. Su versatilidad lo convierte en un recurso didáctico invaluable para el desarrollo de clases de matemáticas, facilitando la comprensión de conceptos abstractos a través de representaciones visuales interactivas (Cabrera et al., 2016; Ceballos, 2016).

La adopción de estas herramientas en las aulas responde a la necesidad de transformar la manera en que se enseñan y se aprenden las matemáticas. Al brindar una

plataforma interactiva y dinámica, los docentes pueden fomentar un aprendizaje activo y participativo entre los estudiantes, en este punto se reconoce la importancia de adaptar los métodos de enseñanza a las necesidades cambiantes de la sociedad y de los estudiantes. Los lineamientos curriculares de matemáticas del Ministerio de Educación Nacional (1998) destacan el papel de las nuevas tecnologías en la ampliación del campo de indagación y enriquecimiento del currículo escolar. Esto implica una evolución hacia prácticas más pragmáticas y contextualizadas, donde se incorporan metodologías innovadoras facilitadas por las tecnologías digitales.

Hoy la diversidad de software educativo contiene herramientas para abordar los contenidos matemáticos de manera dinámica y participativa. Beccaria & Rey (2005) comentan que diversos softwares como GeoGebra, Cabri y Derive permiten la simulación de situaciones reales y estimulan el desarrollo cognitivo de los estudiantes al proporcionar un entorno interactivo para la exploración y experimentación. Siendo así, estas herramientas no solo facilitan la comprensión de conceptos abstractos, sino que también promueven procesos como: la resolución de problemas y el razonamiento matemático.

La metodología mediada por las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC), incluyendo los OVA, se presenta como un facilitador clave para alcanzar los niveles de competencia establecidos por el Ministerio de Educación Nacional (MEN). Estas metodologías, basadas en teorías constructivistas del aprendizaje, promueven la interacción entre el conocimiento matemático, los profesores, los estudiantes y su entorno social. Además, integran elementos como incentivos, contenidos, actividades de seguimiento y recursos para enriquecer la experiencia educativa.

En este contexto, las TIC y los OVA emergen como herramientas poderosas que complementan la enseñanza tradicional al permitir un aprendizaje más interactivo y personalizado. Al adoptar enfoques, los docentes pueden diseñar experiencias de aprendizaje que involucren a los estudiantes de manera activa en la construcción de su propio conocimiento matemático. La interacción con estos recursos digitales no solo proporciona acceso a una amplia gama de contenidos y actividades, sino que también fomenta el desarrollo de habilidades cognitivas superiores, como el razonamiento lógico y la resolución de problemas. Asimismo, al integrar incentivos y elementos motivacionales, se crea un ambiente propicio para el compromiso y la persistencia en el aprendizaje, aspectos esenciales para el desarrollo de competencias matemáticas sólidas.

Entonces, la idea de competencia matemática está vinculada a la capacidad de aplicar el conocimiento matemático en situaciones prácticas y resolver problemas eficazmente. Esto implica no solo la habilidad para utilizar fórmulas y procesos matemáticos, sino también la capacidad de adaptarse a nuevas situaciones, establecer relaciones y comprender conceptos matemáticos de manera integral. En este sentido, el desarrollo de competencias matemáticas se relaciona con el enfoque integrado de la actividad matemática, donde los estudiantes adquieren habilidades prácticas y argumentativas fundamentales para su desarrollo académico y personal.

La integración de tecnología en la enseñanza de las matemáticas, como se destaca en el marco teórico, facilita el proceso de modelación al proporcionar a los estudiantes herramientas interactivas y dinámicas para explorar conceptos matemáticos y aplicarlos en contextos reales.

Ahora, si bien un OVA tiene la finalidad de software educativo, hay que tener en cuenta que como un recurso debe presentar un apoyo tanto al profesor como al estudiante. Sus características a nivel general son:

(...) las características de los OVA han sido descritas por Agudelo (2008) y el

Ministerio de Educación Nacional de Colombia, en Cubides (2013) se proponen las siguientes características a las que a nivel general deben responder los objetos de aprendizaje:

- 1. Reutilizable: Ser reutilizado es su principal característica, un objeto de aprendizaje puede usarse varias veces en contextos y propósitos educativos diversos, al identificarse con metadatos pueden localizarse independientemente.*
 - 2. Interoperable: Tiene la capacidad de ser importado o exportado para integrarse en estructura y plataforma de difusión diferente. Evita costos económicos en el desarrollo de contenidos para una tecnología cuando se cambia de plataforma.*
 - 3. Accesible: Cuentan con la facilidad para ser identificados, buscados y encontrados gracias al correspondiente etiquetado a través de diversos descriptores (metadatos) que permiten la catalogación y almacenamiento en el correspondiente repositorio.*
 - 4. Durable: Deben ser diseñados de tal forma que la vigencia de la información de los objetos sea duradera, y que los cambios tecnológicos no lo alteren.*
 - 5. Autónomo: Los objetos deben ser autónomos, con respecto de los sistemas desde los que fueron creados.*
 - 6. Flexible: Su versatilidad y funcionalidad les dan elasticidad para combinarse en muy diversas propuestas y generar nuevos objetos de áreas diferentes del saber.*
- (Triana y Ceballos, 2016, pp 170)*

Las características de los OVA plantean tanto oportunidades como desafíos en el ámbito educativo. Si bien su reutilizabilidad e interoperabilidad prometen eficiencia y acceso ampliado a recursos educativos, su autonomía y durabilidad plantean interrogantes sobre la actualización y relevancia de la información. Además, la

accesibilidad puede depender de la infraestructura tecnológica disponible, lo que podría excluir a ciertos grupos de estudiantes. La flexibilidad de los OVA puede conducir a la fragmentación del contenido educativo y a la falta de coherencia en los enfoques pedagógicos. Por tanto, su implementación requiere una cuidadosa consideración de cómo estas características pueden impactar realmente en la calidad y equidad de la educación.

2.3.3 La relevancia de la gamificación en las matemáticas

En los últimos años la gamificación se ha convertido en una estrategia educativa innovadora, especialmente en la enseñanza de las matemáticas, donde la motivación y el compromiso de los estudiantes son fundamentales para el alcance de un aprendizaje significativo. Según Kapp (2012, como se citó en Martín et al., 2016), la gamificación se define como "una actitud, una estrategia de aprendizaje y un movimiento, todo en uno", dicho autor hace referencia que la gamificación no es solamente la aplicación de técnicas de juego en entornos de aprendizaje, sino que también implica adoptar una mentalidad que considera el aprendizaje como un proceso dinámico e interactivo. Además, se enmarca como un movimiento que busca transformar la educación al integrar metodologías lúdicas para mejorar la motivación y el compromiso de los estudiantes, lo que resalta su versatilidad y potencial en diversos contextos educativos.

En este sentido, Ramírez (2014, como se citó en Martín et al., 2016) señala que la gamificación "aplica estrategias, mecánicas y reglas de juegos y videojuegos en entornos no jugables, cotidianos", esto permite transformar el aprendizaje en una experiencia lúdica y atractiva. Esta integración de dinámicas de juego en la educación no solo busca aumentar la motivación de los estudiantes, sino también mejorar la retención y comprensión de conceptos matemáticos clave.

Como se mencionó anteriormente la gamificación en la educación se ha convertido en una herramienta que apoya la manera en que los estudiantes interactúan con el conocimiento, especialmente en áreas que tradicionalmente se consideran desafiantes, como las matemáticas. Según Martín, et al., (2016), "la gamificación implica la adopción de una mentalidad de concebir las ideas como un juego, de forma sistemática, para planificar el aprendizaje". Este enfoque permite que los estudiantes vean el aprendizaje como una experiencia lúdica y motivadora, lo que a su vez facilita la asimilación de conceptos complejos.

La utilización de estos recursos tecnológicos gamificados en la enseñanza de las matemáticas también ha demostrado ser eficaz para mejorar las habilidades cognitivas y emocionales de los estudiantes, Valera (2013, como se citó en Martín et al., 2016) menciona que "algunos estudios han comprobado que los videojuegos aportan: Mejora y rapidez en la toma de decisiones, pensamiento más rápido y memoria más aguda, mejor coordinación mano-ojo, más creatividad y favorecen el aprendizaje". Esta evidencia sugiere que, al integrar elementos de juego en el aprendizaje matemático, los estudiantes no solo adquieren conocimientos, sino que también desarrollan habilidades críticas para su desempeño académico y personal.

Además, la gamificación en las matemáticas contribuye a la creación de un entorno de aprendizaje más inclusivo y accesible. Según Ramírez (2014, como se citó en Martín et al., 2016) mediante la gamificación se tiene la posibilidad de convertir tareas monótonas y rutinarias en juegos divertidos que supongan un reto para los estudiantes, motivándolos y dándoles confianza. Esto es especialmente relevante en la enseñanza de matemáticas, donde el desinterés y la ansiedad son comunes entre los estudiantes. La gamificación puede ayudar a superar estas barreras, proporcionando un enfoque de aprendizaje que se adapta a las necesidades y estilos de aprendizaje individuales.

Finalmente, la aplicación de juegos y actividades lúdicas en el aula de matemáticas no solo mejora el ambiente escolar, sino que también fortalece la relación entre estudiantes y docentes. Martínez y Martínez (2006) destacan que "la motivación que aporta un rato de esparcimiento en la clase, en el que las tensiones se aparten y sea posible ver un resultado matemático donde no se esperaba, puede traer una mejora en las relaciones de nuestros estudiantes con nosotros como docentes, y más importante tal vez, con la matemática misma". Esta perspectiva subraya la importancia de crear un ambiente de aprendizaje positivo, donde el juego actúa como un puente entre la enseñanza formal y la creatividad espontánea de los estudiantes.

En resumen, para los autores de este trabajo la gamificación representa un enfoque pedagógico prometedor que no solo facilita el aprendizaje de las matemáticas, sino que también promueve un desarrollo integral de los estudiantes al fomentar la motivación, la creatividad y el compromiso con el conocimiento.

Capítulo 3: Diseño Metodológico

Este capítulo se dedica a explorar la metodología utilizada para la elaboración del presente estudio, centrándose en la aplicación de la ingeniería didáctica (ID) como metodología de investigación. Adicionalmente se describirá el proceso para diseñar un OVA, destacando las estrategias metodológicas en el desarrollo de un proceso educativo. Finalmente se profundizará en la metodología empleada para la creación de las actividades, atendiendo al objeto matemático y a la problemática establecida.

3.1 Metodología de Investigación

De acuerdo con Camargo (2018) quien menciona que una metodología es el conjunto determinado por los siguientes elementos:

- Enfoque, este término hace referencia a los supuestos, visiones y prácticas de investigación en educación. También se menciona que los hechos de indagación pueden llegar a tener dos tipos de acercamientos, el primero, el empírico-analítico, que consiste en que estos hechos pueden manipularse, verificar empírica, deducir y formular leyes; el segundo consiste en el ámbito fenomenológico, y este reside en que los hechos pueden describirse, interpretarse, explicarse y cuestionarse.
- Estrategias investigativas, este elemento permite a quienes realizan una investigación en educación reconocer y contribuir a la construcción de su indagación. En el documento hacen una profundización de ciertas metodologías como la ingeniería didáctica, el ciclo ACE (Aprender, Crear, Experimentar), aproximación semiótica y una metodología basada en el modelo para la abstracción.

- Para el desarrollo de este trabajo de grado se hará uso de un grupo de recursos didácticos, entendiendo esto como los medios materiales que intervienen y facilitan el proceso tanto de investigación como de enseñanza y aprendizaje. Según Gabino (2017) estos materiales pueden ser físicos y virtuales, y asumen como condición, despertar el interés de los estudiantes, adecuarse a las características físicas y psíquicas de estos, además de facilitar la actividad docente al servir de guía; así, tienen la gran virtud de adecuarse a cualquier tipo de contenido.

También hace énfasis que la metodología determina el problema a investigar, las preguntas que se hacen, el marco conceptual de referencia, el modelo investigativo, las estrategias y recursos que se ponen en juego para obtener información y analizarla. En este mismo texto mencionan diferentes metodologías, pero para este trabajo se consideró la siguiente:

Ingeniería didáctica (ID)

Esta metodología surge hacia los 80 y se basa en las teorías de las situaciones didácticas (TSD), cuyo fin era plantarse autónomamente y con cierto grado de independencia de otras áreas del conocimiento, tratar fenómenos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en las aulas. En la TSD se parte del supuesto que el aprendizaje se origina mediante un proceso de adaptación y aculturación entre el estudiante y un medio en el que este actúa para resolver una tarea.

La TSD cuenta con unas características las cuales se debe tener en cuenta, la primera consiste en el hecho de que el conocimiento matemático se deriva de una solución óptima de una situación sugerida en una tarea, Camargo (2018) resalta que esta primera particularidad se denomina “situación fundamental”. La segunda característica

está relacionada con las tareas, puesto que estas deben estar diseñadas en un medio que reacciona a las acciones del estudiante de forma positiva o negativa, esto último teniendo en cuenta si se está enfocando a la “situación fundamental”. En la tercera característica, se espera que el estudiante sea capaz de llegar a una solución óptima sin que el docente intervenga constantemente. Finalmente, la cuarta característica se desarrolla en base a dos momentos que debe generar el docente y los cuales Artigue (1995) menciona, el primero es la “devolución” y esta consiste en que los estudiantes acepten con responsabilidad de resolver la tarea por ellos mismos, y la segunda la “institucionalización” y esta tiene como propósito el conectar el conocimiento construido por los estudiantes con el conocimiento escolar de referencia.

Calderón (2005) resalta que esta estrategia investigativa parte de un análisis de un conjunto de tareas, en las cuales se articulan los niveles macro y micro, la primera se enfoca en lo curricular junto a lo didáctico y la segunda a la interacción del conocimiento con los interlocutores del aula. Camargo (2018) menciona que, a partir de un análisis preliminar, también concebir las situaciones didácticas y hacer un análisis a priori de las variables micro y macro sobre las tareas a los estudiantes.

La ID ha sido la metodología de investigación didáctica privilegiada en Francia, esto debido a dos grandes características que menciona Artigue (2011), las cuales son:

- Sobre la concepción, realización, observación y análisis de secuencias de enseñanza, basadas en intervenciones didácticas en clase.
- La validación es esencialmente interna, fundada en la confrontación entre el análisis a priori y a posteriori y no basada en la comparación de rendimientos de grupos experimentales y de control.

Camargo (2018) menciona que la ingeniería didáctica presenta cuatro grandes características, de las que Artigue (1989) clasifica como cuatro grandes fases distinguiendo temporalmente su proceso experimental. La fase 1 es un análisis preliminar; la fase 2 se realiza una concepción y análisis a priori de las situaciones didácticas; la fase 3 es la experimentación y la fase 4 consiste en el análisis a posteriori y evaluación.

Fase 1: Los análisis preliminares. Para llevar a cabo esta fase se hace uso del siguiente conjunto de subanálisis:

- **Análisis didáctico del contenido.** Se analiza el cómo se enseña el concepto. En el capítulo 2, sección 2.3 y la sección 2.3.1, el cual menciona todo lo relacionado con el marco didáctico.
- **Análisis cognitivo de la población.** A la cual va dirigido el concepto. Atendiendo a este análisis, se elaboró la caracterización en el capítulo 5 en la sección 5.3.1.
- **El análisis del campo de restricciones.** Donde se va a situar la realización de la ingeniería didáctica. Para este trabajo se tuvo en cuenta las siguientes restricciones:
 - ✓ **Restricción temporal:** Para este ítem se considera el tiempo disponible para la implementación y desarrollo de la implementación de la actividad. Esto se puede observar en el capítulo 4, donde se establece el tiempo esperado para cada actividad.
 - ✓ **Restricción de recurso:** En este apartado se tiene en cuenta tanto los recursos materiales (tecnología, materiales, entre otros) como el apoyo de un guía como lo puede ser el docente. Nuevamente, en el capítulo 4

se hace mención de que elementos se llega a usar durante la implementación de la actividad.

✓ **Restricción Normativa:** En este último apartado se consideraron varios documentos de normatividad educativa como los lineamientos curriculares, los estándares básicos de competencias matemáticas y los derechos básicos de aprendizaje; esto se puede encontrar en el capítulo 2, más específicamente en la sección 2.2 marco curricular.

Todo lo anterior se realiza teniendo en cuenta los objetivos específicos de la investigación.

Fase 2: La concepción y el análisis a priori. Para esta fase se realiza el diseño y descripción de la secuencia didáctica, se menciona las tareas que se van a realizar, el tiempo estimado para realizar la actividad, el rol que tendrá el docente y la intervención que este tendrá durante la aplicación de las actividades, también se menciona las dificultades y errores durante la aplicación de las actividades por parte de los estudiantes. Para llevar a cabo este segundo análisis se requiere el *análisis preliminar*, y a su vez se emplean las teorías de situaciones didácticas de Brousseau.

Tradicionalmente, este análisis a priori incluye una parte descriptiva y una parte predictiva y estas se centran en las características de la situación didáctica diseñada y presentada a los estudiantes, como lo puede llegar a ser los siguientes hechos:

- Describir las opciones locales (su conexión con las globales) y las características resultantes de la situación didáctica.
- Se hace un análisis de lo que el alumno podría aprender en la situación dada, a partir de las posibilidades disponibles de acción, decisión, control y validación, se realiza en la práctica actuando con independencia del profesor.

- Se asumen posibles comportamientos y se intenta mostrar cómo el análisis realizado verifica su significado y asegura que cuando se produce el comportamiento esperado, es el resultado de aplicar los conocimientos solicitados.

Este análisis a priori se entiende como un análisis de control de sentido. Muy esquemáticamente, si la teoría constructivista afirma que el alumno participa en la construcción de su conocimiento interactuando con el entorno, la teoría de las situaciones didácticas, que sirve de referencia a la metodología de la didáctica. Desde su nacimiento, la ingeniería trató de convertirse en una teoría del manejo de las relaciones entre significados y situaciones. Esta fase se observa en el capítulo 4, donde se relacionan las actividades propuestas para el estudio.

Fase 3 Experimentación. A la fase experimental le sigue un análisis posterior basado en los conjuntos de datos recopilados durante el experimento, que incluye observaciones de los períodos de estudio, así como la producción de los estudiantes dentro y fuera del aula. Esta información suele complementarse con otros cuestionarios, entrevistas individuales o información obtenida en pequeños grupos, que se aplican en diferentes momentos del estudio o durante el mismo.

Fase 4 Análisis a posteriori. En este análisis se hace un contraste entre el análisis a priori y la experimentación, y esto determina una validación interna. La confrontación de dos análisis, a priori y a posteriori, se basa en la confirmación de la problemática a estudio.

Las fases 3 y 4 se pueden contemplar en los capítulos 5 y 6, en los cuales se mencionan el análisis, los resultados y las conclusiones después de aplicar el OVA con estudiantes de octavo grado.

3.2 Diseño del OVA

En este trabajo, se utilizó la metodología MACOBA para abordar este desafío, con el objetivo de desarrollar un OVA efectivo. Esta metodología, detallada en el artículo de María de Lourdes et al (2009), integra prácticas colaborativas de enseñanza y aprendizaje, cruciales en la educación a distancia, y se centra en un enfoque sistemático basado en patrones.

La metodología MACOBA propone un modelo en el que la producción y el consumo de los objetos de aprendizaje se realizan de forma colaborativa. Este proceso colaborativo no solo implica la interacción entre estudiantes y profesores, sino que también se apoya en el uso de patrones, que son soluciones predefinidas a problemas comunes en contextos de aprendizaje específicos. Estos patrones ayudan a estructurar el contenido y las actividades de aprendizaje de manera que puedan reutilizarse y adaptarse fácilmente a diversos contextos educativos.

Uno de los aspectos más innovadores de MACOBA es su enfoque en el desarrollo de habilidades individuales y grupales a través de la colaboración. La metodología fomenta que los estudiantes trabajen en equipo y participen activamente en el proceso de aprendizaje, mejorando sus capacidades de análisis y resolución de problemas en grupo. Las herramientas tecnológicas utilizadas en esta metodología, como foros y wikis, crean un entorno donde la interacción es clave para el proceso educativo.

Finalmente, la efectividad de MACOBA se evalúa a través de estudios de caso y retroalimentación de los estudiantes en este caso, lo que permite medir aspectos como la utilidad, ventaja relativa y facilidad de uso del OVA desarrollado. Los resultados sugieren que los objetos de aprendizaje creados bajo esta metodología sean efectivos y

altamente valorados por los estudiantes, indicando su potencial para mejorar significativamente la educación.

Adicionalmente cabe mencionar, que la implementación de la educación a distancia y la creación de OVA representan avances significativos en la adaptación de métodos educativos a las tecnologías digitales. Sin embargo, es necesario e importante realizar una prueba piloto presencial. Esta decisión fue tomada por los autores de este trabajo, dada la necesidad de identificar y analizar los posibles inconvenientes que podrían surgir durante el proceso de implementación. La prueba piloto presencial proporciona una oportunidad invaluable para realizar una retroalimentación directa por los MenFI hacia los estudiantes, evaluando tanto la funcionalidad del OVA como la eficacia de las estrategias pedagógicas asociadas. Este enfoque estratégico no solo permite ajustes y mejoras antes de la implementación final, sino que también garantiza un diseño educativo adaptado y efectivo para las necesidades de los estudiantes y de los MenFI.

3.2.1 Pasos para la construcción, diseño y elaboración del OVA

1 - Nivel de Requerimientos. Etapa en la que los maestros definen los requerimientos educativos del OVA, incluyendo los contenidos, recursos necesarios y la planificación del proceso educativo (tiempo, roles, etc.). Se proporcionan guías al diseñador instruccional para que los materiales didácticos desarrollados se adapten al objetivo educativo.

2 - Nivel de Análisis. En esta etapa se integrarán las características colaborativas y pedagógicas en el objeto de aprendizaje.

3 - Nivel de Diseño y Desarrollo. Este paso requiere que el diseñador tecnológico configure el OVA con los patrones identificados en los niveles anteriores.

También implica la selección de los servicios de comunicación más adecuados (como Wiki, Foro y Chat) para formar parte del OVA y facilitar una colaboración eficiente entre los usuarios.

4 - Nivel de Implementación. Posteriormente, se procede al empaquetado del OVA utilizando el software apropiado que manejará los modelos de referencia de MROCC (Modelo de Referencia de Objeto de Contenido Compartible). Este nivel asegura que el OVA se puede distribuir y utilizar fácilmente en plataformas de aprendizaje electrónico.

5 - Nivel de Evaluación. Finalmente, se realizó la revisión del OVA para modificarlo y asegurar que los usuarios participen en el proceso. Esto permitió obtener más aportaciones de los usuarios sobre el rediseño y la adaptación del OVA si fuera necesario.

Teniendo en cuenta lo anterior, durante la fase de diseño del OVA para este trabajo de grado, se consideraron varias plataformas educativas conocidas por sus capacidades interactivas, entre las que se destacaron Kahoot, Nearpod y Scratch. Kahoot es ideal para la creación de cuestionarios y fomentar juegos competitivos. Nearpod ofrece una gama más amplia de actividades interactivas y es ideal para realizar presentaciones guiadas. Y finalmente, Scratch, esta plataforma se distingue por su entorno de programación, permitiendo a los usuarios crear historias, juegos, animaciones con facilidad. Tras una evaluación por parte de los autores, se decidió utilizar Scratch para el desarrollo del OVA, debido a que esta presenta herramientas que facilitan la integración de elementos interactivos y multimedia, permitiendo una experiencia de aprendizaje significativo para los estudiantes.

Para los autores de este trabajo, el proceso de diseñar un OVA fue un desafío que llevó a una experiencia enriquecedora, especialmente en lo que respecta a la reanudación de habilidades de programación, aunque no tan rigurosa, como otros programas del lenguaje de programación. A medida que se fue desarrollando el proyecto en Scratch, se descubrieron herramientas que potencian la creatividad o imaginación de nuevas ideas que aportarán a las actividades que se querían programar, una de estas fue la implementación de los audios, junto con la posibilidad del estudiante poder interactuar con los personajes. Estos elementos no sólo enriquecieron el proyecto, sino que también ofrecieron a los estudiantes una forma más dinámica de interactuar con el contenido educativo propuesto. Esta experiencia ha subrayado la importancia y el impacto de integrar herramientas tecnológicas como las plataformas anteriormente mencionadas, para generar nuevas vías en la enseñanza de las matemáticas.

3.3 Diseño de las Actividades

El diseño de las actividades de aprendizaje de los estudiantes es una manera de anticipar los itinerarios que los estudiantes realizarán para aprender un contenido y adquirir unas competencias determinadas. El diseño de estas actividades debe facilitar y describir toda la información requerida por parte de los profesores para poder aplicar la actividad de aprendizaje (Falconer y Littlejohn, 2006). También, el diseño debe describir las tareas y los recursos necesarios que permitan hacer realidad su aplicación. Así, los diseños de actividades de aprendizaje pueden servir de modelos o fuentes de inspiración para otros profesores, por lo que no se limita a aplicar un área de conocimiento determinada, sino que puedan compartir y mejorarlos por otros profesores.

Cabe mencionar que para dar atención a lo anterior se van a diseñar las actividades de introducción, desarrollo y cierre, este diseño estará basado en Otero y Rodríguez (2016) propone siete pasos a seguir para diseñar actividades de aprendizaje:

1. **Primer paso.** Definir los objetivos de aprendizaje asociados a cada una de las actividades propuestas. Este paso requiere que el profesor piense que objeto matemático se va a trabajar.
2. **Segundo paso.** Identificar el público al que va dirigida la actividad. Puede ser un grupo de estudiantes con deficiencia técnica, como la adquisición de conocimientos técnicos previos requeridos en la asignatura, o la actividad puede dirigirse al colectivo de estudiantes de la asignatura. En ambos casos el docente deberá determinar si la actividad de aprendizaje se realiza de forma individual o en grupo. La deficiencia técnica, se ve reflejada en el grupo de octavo grado, con el cual se va a aplicar y a trabajar el OVA, fue identificado durante actividades externas.
3. **Tercer paso.** Elegir la actividad de aprendizaje. Para esto el docente debe buscar documentación que explique diferentes actividades de aprendizaje. Generalmente, llegado este punto, el docente no va a ciegas. Seguramente ya tiene referencias sobre una actividad concreta que ha visto, leído o que algún compañero ya le ha explicado y que además ha funcionado en los cursos en donde se ha realizado esa actividad de aprendizaje. También puede que, a partir de una idea, el docente quiera determinar las actividades de aprendizaje que puede utilizar para poner en práctica su idea. En cualquier caso, después de estudiar las actividades de aprendizaje que resultan de interés, el docente deberá seleccionar aquella que se ajuste mejor a sus aptitudes y recursos. Para realizar este tercer paso, los intereses de los estudiantes fueron: fútbol, voleibol,

astronautas, galaxias y otros planetas, los MenFI realizaron el OVA relacionando, galaxias y planetas, ya que fue el interés más votado por los estudiantes.

4. **Cuarto paso.** Preparación de la ficha de la actividad. Cuando diseñamos, como docentes nos interesa guardar cierta información relevante del trabajo que vamos haciendo. Para guardar esta información proponemos el uso de dos fichas, donde la primera incluye una vista general de la actividad y la segunda contiene una vista más detallada de la actividad.
5. **Quinto paso.** Elaborar la guía que describe la labor del docente y la de los estudiantes. En algunas actividades, las fichas de actividad no son suficientes para describir la actividad, ya que se relacionan con contenido concreto o harían muy extensa la descripción de la actividad en la ficha, desvirtuando el uso de la ficha. El desarrollo de esta guía debe detallar la actividad y que no se hayan incluido en la ficha de actividad (vista detallada).
6. **Sexto paso.** Diseñar las plantillas para monitorizar las diferentes etapas de trabajo de la actividad de cada estudiante. Generalmente, las actividades tienen planificadas entregas preliminares a la entrega final que controlan el desarrollo adecuado (en el tiempo) de la actividad. Para ofrecer un feedback adecuado a los estudiantes y controlar el trabajo realizado en cada entrega, el docente diseña plantillas que el estudiante debe incluir en estas entregas preliminares.
7. **Séptimo paso.** Diseñar las rúbricas para realizar el proceso de evaluación de la actividad. El docente deberá disponer de un mecanismo que le permita evaluar la actividad de aprendizaje. Este proceso de evaluación deberá ser sencillo y no deberá suponer un esfuerzo muy grande por parte del profesor para poder evaluar la actividad. El uso de estas rúbricas ayuda al estudiante para que

conozca los aspectos de la actividad que se evaluarán y la puntuación que tendrán cada uno.

Luego se presentarán dos fichas de actividades, que parten desde lo específico en la elaboración de una actividad, que son las bases en el diseño de la secuencia de actividades implementadas en el OVA.

Ilustración 4

Ficha de la actividad (Vista general)

<p>Nombre de la actividad: ¿Cuál es el nombre de la actividad?</p> <p>Objetivos de la actividad: ¿Cuál es el producto previsto?</p> <p>Prerrequisitos: ¿Qué deben conocer los alumnos y los profesores?</p> <p>¿Quién la realiza?: La actividad es individual o en grupo.</p> <p>Tiempo de preparación: ¿Cuánto tiempo le lleva al profesor diseñar la actividad? Este tiempo inicialmente puede estimarse y posterior a realizar la ficha de vista detallada, puede ajustarse.</p> <p>Materiales: ¿Qué materiales utiliza el profesor en el diseño de la actividad?</p> <p>Duración: ¿Qué tiempo le lleva al docente diseñar, aplicar y evaluar la actividad? ¿Qué tiempo le lleva al estudiante realizar la actividad?</p> <p>Dificultades previstas: ¿Qué problemas podemos encontrar durante el desarrollo de la actividad?</p>

Nota. Tomado de Ficha de actividad (Vista general), por Otero y Rodríguez 2016.

Ilustración 5

Ficha de descripción de la actividad (Vista detallada)

<p>Nombre de la actividad: ¿Cuál es el nombre de la actividad?</p> <p>Carácter de la actividad: ¿Cuál es el carácter de la actividad: obligatoria u opcional?</p> <p>Objetivos de aprendizaje: ¿Cuáles son los objetivos temáticos que desarrolla la actividad?</p> <p>Competencias: ¿Cuáles son las competencias transversales que se desarrollan en la actividad?</p> <p>Prerrequisitos y bibliografía: ¿Qué deben conocer los alumnos y los profesores? ¿Cuál es la bibliografía asociada a los prerrequisitos?</p> <p>Planificada para realizar en: ¿Cuándo se inicia la actividad?</p> <p>Duración: ¿Cuál es el tiempo de desarrollo de cada etapa de la actividad? Este tiempo ¿pertenece a horas lectivas o corresponde a horas que no están contempladas en el horario de clase?</p> <p>Organización: ¿Cuál es la cantidad de estudiantes de cada grupo de trabajo? ¿Quién los elige?</p> <p>Espacio utilizado: ¿Cuáles son los espacios que pueden utilizar para realizar la actividad y durante cuanto tiempo pueden hacer uso de ellos?</p> <p>Descripción: ¿En qué consiste la actividad?</p> <p>Recursos para el aprendizaje: ¿Cuál es la bibliografía que debe consultarse para realizar la actividad?</p> <p>Entregas: ¿Cuántas entregas hay que realizar y cuando?</p> <p>Feedback: ¿Cuándo y cómo se realiza <i>feedback</i> de cada una de las entregas de la actividad?</p> <p>Evaluación: ¿Cómo se realiza la evaluación de la actividad?</p> <p>Resultados: ¿Cuáles son las conclusiones de haber realizado la actividad? ¿Cuáles han sido los resultados?</p>
--

Nota. Tomado de Ficha de actividad (Vista general), por Otero y Rodríguez 2016.

Capítulo 4: Actividades Realizadas

Cada actividad propuesta en el trabajo incluye una breve descripción de su diseño y aplicación, en total se tienen tres actividades (introducción, desarrollo y cierre), cada actividad contiene subactividades a desarrollar a lo largo que se van obteniendo resultados positivos. Por eso todas las actividades propuestas contribuyen positivamente en el aprendizaje estudiantil, por lo que las actividades se desarrollarán individualmente. A continuación, se realizará la descripción de las actividades con la metodología propuesta para su diseño:

4.1 Sesión 1. Actividad de Introducción

Duración: 70 min.

Objetivo: Desarrollar y reconocer patrones mediante la resolución de problemas que involucran la estimación de pesos y el uso de operaciones básicas en un contexto específico.

Competencias matemáticas: Resolución de problemas y capacidad de análisis.

Prerrequisitos: No existen prerrequisitos en esta actividad.

Organización: la actividad se realiza de manera individual.

Espacio utilizado: Los estudiantes pueden utilizar espacios para trabajar en su propia casa, o cualquier espacio al que tengan acceso dentro del colegio.

Descripción: La primera actividad se enfoca en el desarrollo de habilidades de cálculo mental y lógica, las cuales se dividen en dos subactividades:

Actividad 1.1.1 – Adivina el número

Los estudiantes deben pensar en un número secreto. Siguiendo una serie de operaciones matemáticas proporcionadas, se manipula este número para obtener un

resultado final. Este resultado se ingresa al programa, representado por un personaje virtual al que llamaremos Álgebra, que sorprendentemente logra adivinar el número original pensado por el estudiante. Esta subactividad tiene como objetivo no solo entretener sino también hacer que los estudiantes reflexionen sobre las propiedades de los números y las operaciones aritméticas.

Actividad 1.1.2 - Equilibrio de la Balanza

Se presenta el desafío de adivinar el peso de un cubo imaginario necesario para equilibrar una balanza. A través de la experimentación y el ensayo y error, los estudiantes desarrollan una comprensión intuitiva de los pesos y las medidas, así como de los principios básicos de la física, como el equilibrio.

Enlace del proyecto: <https://scratch.mit.edu/projects/973841196>

Enlace cuestionario: <https://acortar.link/teMroz>

4.2 Sesión 2. Actividad de Desarrollo

Duración: 70 minutos

Objetivo: Construir las nociones de las ecuaciones lineales, incluyendo la identificación de variables, la construcción de estas a partir de situaciones cotidianas y la resolución de estas.

Competencias matemáticas: Resolución de problemas y razonamiento.

Organización: La actividad se realiza de manera individual, de ser necesario el docente puede intervenir para asesorar la actividad.

Espacio utilizado: Los estudiantes pueden utilizar espacios para trabajar en su propia casa, o cualquier espacio al que tengan acceso dentro del colegio.

Descripción: La segunda actividad introduce conceptos matemáticos más avanzados mediante el uso de esferas y cristales como elementos de juego:

Actividad 2.1 - Analizando y reconociendo la definición de ecuación lineal

A los estudiantes se les da un valor dependiendo del objeto obtenido entre esferas y cristales, donde una esfera de oro equivale a 18 segundos y un cristal a 20 segundos. A medida que avanzan en esta actividad, se enfrentan a una serie de preguntas que deben resolver mediante el razonamiento deductivo. Este ejercicio está diseñado para introducir gradualmente la noción de ecuaciones lineales, permitiendo a los estudiantes aplicar y comprender conceptos matemáticos de una manera tangible y atractiva.

Enlace de apoyo: <https://scratch.mit.edu/projects/971675829>

4.3 Sesión 3. Actividad de Cierre

Duración: 70 min.

Objetivo: Extender el concepto una ecuación lineal.

Competencias matemáticas y sociales: Resolución de problemas, responsabilidad y capacidad de análisis.

Prerrequisitos: Haber realizado la actividad 1 y 2.

Organización: La actividad se realiza de manera individual.

Espacio utilizado: Los estudiantes pueden utilizar espacios para trabajar en su propia casa, o cualquier espacio al que tengan acceso dentro del colegio.

Descripción: Proporciona un OVA para explorar las soluciones algebraicas de los retos anteriormente superados (adivina el número inicial, analizando y reconociendo la definición de ecuación lineal, ver ejemplo y realizar ejercicios).

Enlace del proyecto: <https://scratch.mit.edu/projects/979834711>

Capítulo 5: Análisis y Resultados

En este apartado se hará un análisis breve del OVA, aplicado en el Colegio Santa Ángela Merecí, concretamente con el grupo de octavo grado, de 24 estudiantes. Este recurso didáctico se aplica para observar y evaluar el comportamiento de la actividad educativa, identificando posibles inconvenientes tanto de la programación interna realizada en Scratch como de aspectos formales o textuales. En este sentido, se considerarán los puntos de vista de los estudiantes y docentes involucrados, para obtener una perspectiva completa que permita ajustar y mejorar el OVA en cuestión. Este análisis pretende, por lo tanto, ofrecer una mirada constructiva sobre la experiencia educativa sobre las tecnologías digitales dentro de las aulas.

Para este capítulo tendremos en cuenta que a los 24 estudiantes se les aplicó una encuesta (la cual se puede encontrar en la descripción de *Explorando Patrones Igualitarios*), dentro de esta actividad se adicionaron unas preguntas las cuales son las siguientes:

- ¿Qué de la actividad no te gustó?
- ¿Qué te llamó más la atención de esta actividad?

Estas preguntas no aparecen en la encuesta original, porque el formulario pretende apoyar el OVA respecto al análisis crítico de esta actividad. En cambio, estas dos preguntas son las que se consideraron para analizar el rendimiento de esta primera versión del OVA.

A partir de lo anterior, se plantea la siguiente tabla que establece lo que los autores consideraron negativos en las respuestas de los estudiantes y aspectos vistos por los maestros en formación. Además, se van a mencionar los aspectos positivos

reportados por los propios estudiantes que podrían alcanzar una mejora de las actividades planteadas.

Tabla 3.

Categorización de aspectos vistos en la exploración del OVA.

	ASPECTOS	ACCIONES REALIZADAS
NEGATIVAS	El 42% de los estudiantes mencionaron que los personajes hablan mucho o hay demasiado texto.	<p>Para este aspecto, se cambió el guión de tal manera que ahora los personajes transmitieran el mismo mensaje, pero con menos texto.</p> <p>Como segunda acción realizada se implementaron más escenarios con el fin de que presente un ambiente más interactivo entre el estudiante y el programa.</p>
	La actividad cuenta con la opción de agregar sonido, así los personajes tendrían la conversación de forma oral, de este apartado el 37.5 % de los estudiantes afirmaban que la voz no se escuchaba o hablaban muy despacio.	<p>Para darle solución se tuvo en cuenta el ítem anterior, al resumir el texto los personajes ya no tendrán que hablar demasiado.</p> <p>Aunque el programa de Scratch ofrece la programación de voz, es limitada y no permite</p>

		<p>configurar con respecto a la velocidad con la que los personajes pueden hablar.</p> <p>Con respecto al volumen del sonido se recomienda hacer uso de audífonos o un parlante que ayude a tener una mejor recepción del sonido durante la actividad.</p>
	<p>Otro aspecto mencionado por el 25 % de los estudiantes fue el aspecto de la movilidad de los personajes. Esto porque en la mayoría de los escenarios los personajes eran estáticos.</p>	<p>Para darle solución a este aspecto en los escenarios que se agregaron, se colocaron animaciones como un cohete que recorría el espacio, también se agregó la función de desplazamiento en los personajes.</p>
	<p>Otra dificultad relatada por dos estudiantes fue que sentían que los mensajes de los personajes no eran idóneos, en el sentido de que sentían que el trabajo que hacían no era suficiente.</p>	<p>Para este aspecto se revisó el discurso que se tenía programada y colocar mensajes más afectivos hacia los estudiantes, así cuando lograban resolver una actividad el mismo personaje menciona palabras de agradecimiento o felicitaciones.</p>
	<p>Por parte de los maestros en formación se observó</p>	<p>Para este caso se considera la opción de descargar la</p>

	que usar dispositivos y conexión a internet es un factor por considerar. Esto fue un retraso para la actividad debido a que la conexión de la institución no era muy eficiente y no todos los estudiantes podían ingresar a la actividad.	aplicación de escritorio de Scratch, en el caso de que la conexión donde se vaya a emplear no sea la óptima. Esta aplicación no requiere ningún tipo de conexión para poder correr las actividades.
POSITIVAS	El 21 % de los estudiantes comentaron que les gustaba la aplicación ya que podían interactuar con los personajes.	Gracias a esto se establecieron más escenarios (antes mencionados) donde los estudiantes puedan relajar acciones como desplazamientos dentro de la actividad.
	El 29 % de los estudiantes mencionaron que la actividad era sencilla de entender.	Para los autores del trabajo se consideró que al implementar nuevos escenarios era necesario la implementación de instrucciones concretas y claras de entender para los estudiantes.

Continuando con el análisis, se planteó tres categorías enfocadas al desarrollo y mejoramiento del OVA; dentro de estas se plantearon unas subcategorías, para profundizar y caracterizar los alcances de las actividades en esta primera versión. A continuación, se presenta la categorización realizada por los autores del trabajo y el alcance que tuvo después de la aplicación:

1. Interactividad

En esta categoría se consideró aspectos como la posibilidad de controlar el ritmo y capacidad de modificar su entorno de aprendizaje con los elementos que ofrece el OVA. También, la posibilidad de comunicarse con sus pares o con el docente que orienta la actividad. Teniendo en cuenta lo anterior, para los autores estos serían los alcances:

- Interactividad: El OVA ofrece interacción con el estudiante, permitiendo que ellos realicen actividades prácticas, como resolver ecuaciones lineales junto a sus compañeros.
- Feedback: Se proporcionó una retroalimentación instantánea a las acciones del estudiante para reforzar el aprendizaje o corregir errores.
- Motivación: El OVA captó y mantuvo la atención del estudiante con elementos como el juego, preguntas, o el movimiento de los personajes en cada uno de los desafíos.

2. Diseño y Usabilidad

Teniendo en cuenta que el OVA debe ser accesible para los estudiantes e intuitivo de usar. Para los autores, estos serían el alcance del OVA:

- Accesibilidad: El OVA es accesible para estudiantes con diversas dificultades de dispositivos, esto debido a que el OVA al estar programado en Scratch, este permite usarse desde el navegador bien sea desde un computador o desde un dispositivo móvil (Smartphone o Tablet) e incluso en computadores permite descargar una aplicación la cual al ser instalada permite ejecutar cualquier aplicación (previamente descargada) sin tener una conexión a Internet.

- **Facilidad de Uso:** La interfaz se programó para que fuera intuitiva y fácil de navegar para estudiantes de todas las edades.
- **Compatibilidad Tecnológica:** Compatible con diferentes dispositivos y sistemas operativos para garantizar el acceso de todos los estudiantes.

3. Actualización y Retroalimentación

Un OVA debe ser un material el cual pueda actualizarse o adaptarse para alguna necesidad educativa y a su vez poder fomentar una retroalimentación de las actividades planteadas. Para los autores, estos serían los alcances del OVA:

Herramienta de actualización: Scratch al elaborar actividades a partir de un lenguaje de programación sencilla, hace que el OVA sea fácil de editar y poder adaptarse a ciertos contextos de los estudiantes.

- **Retroalimentación Constructiva:** La retroalimentación proporcionada por el OVA es específica, orientada a mejorar el proceso de aprendizaje del estudiante, mediante las actividades de cierre. Cabe destacar que este OVA también permite modificar el apartado de las conclusiones para que el estudiante tenga una aplicación más amena para él según el contexto desarrollado.

Por lo tanto, una OVA es una herramienta efectiva y positiva para el ambiente educativo. Gracias a su alta capacidad de interacción, el estudiante no solo controla, sino que se ve involucrado a través de prácticas y comunicaciones enriquecedoras. El feedback instantáneo y la motivación constante son aspectos cruciales que no solo mantienen el interés del estudiante, sino que también fomentan un ambiente de aprendizaje continuo y adaptativo. Su diseño accesible y su compatibilidad tecnológica garantizan que todos los estudiantes puedan verse beneficiados de esta herramienta,

independientemente de sus condiciones o el dispositivo que utilicen. En resumidas cuentas, el OVA se presenta como un recurso en la educación moderna, facilitando un aprendizaje más dinámico, personalizado y accesible para todos.

Capítulo 6: Conclusiones del OVA y Objetivos

Para este último capítulo, se abordó una evaluación integral de los objetivos planteados inicialmente. A través de un análisis, se evaluó la efectividad del OVA en cumplir con el objetivo general y cada uno de los objetivos específicos, considerando la implementación práctica y la respuesta de los estudiantes. Este análisis se fundamenta en los datos recopilados, las observaciones durante la implementación y el feedback obtenido de los participantes. Esto último permitió validar la eficacia del recurso educativo desarrollado y también identificar áreas de mejora para futuras intervenciones.

Partiendo del objetivo general, este se consideró que tuvo un alcance del 80% debido a que el diseño que se abordó para el OVA ayudó a la asociación del concepto y comprender el algoritmo para resolver ecuaciones lineales, mediante los retos realizados y la resolución de problemas a la hora de desarrollar todos los retos, ya que no se puede dar finalidad al proyecto sin culminar los ejercicios solicitados, esto se puede evidenciar en el análisis didáctico del capítulo 5, que a pesar de que los estudiantes cometen algunos errores se pudo percibir que ellos intentaron hacer uso de lo visto en el OVA. Nuevamente, con respecto al diseño se abordó una problemática real, el cual consistía en el flujo de la movilidad de los transportes sobre la calle 80, la cual suelen transcurrir con frecuencia los estudiantes del colegio Santa Ángela Merici; con respecto al caso irreal, se plantea desde el inicio del OVA que los personajes principales son seres de otro planeta y el estudiante debe ayudarlos. Finalmente, se consideró que el recibimiento por parte de los estudiantes fue positivo ya que ellos mismo mencionaron que las actividades fueron “divertidas”, esto último se puede evidenciar en la tabla 2, del capítulo 5.2 análisis de la ova.

Continuando el análisis de los objetivos, el primer objetivo específico se consideró la selección de un recurso para el diseño de un OVA. Para los autores se contempló que el alcance fue del 100%. Esto debido a que se llevó un proceso de selección entre distintas aplicaciones o páginas web como Kahoot, Nearpod y Scratch. Donde se decidió trabajar con la última ya que cuenta con programación libre, permitiendo así elaborar actividades como un juego, audiolibros interacción directa del estudiante con los personajes de la aplicación, en cambio Kahoot y Nearpod es limitada en este mismo sentido puesto que no permite la elaboración de las mismas actividades.

Siguiendo con la misma idea, al diseñar el OVA se tuvieron dos aspectos relevantes. El primero se consideró el hecho de que el programa de Scratch sea de acceso libre, ya que sin una buena orientación el estudiante podría alterar la programación de las actividades y con ello las actividades no tendrán el alcance esperado. Aun así, otro aspecto relevante fue la accesibilidad del recurso, puesto que en capítulos anteriores se mencionaba que un OVA debe tener la facilidad de adaptarse más específicamente en los dispositivos, bien sea desde un computador o una persona con smartphone o Android podrá ejecutar la actividad.

Con respecto al segundo objetivo específico, el cual se considera que el alcance de este objetivo es de 95%. Este trató sobre el diseño de una secuencia de actividades, donde se tuvieron en cuenta dos metodologías, la primera consiste en la metodología MACOBA para el diseño y elaboración de un OVA y en segundo lugar la metodología de diseño de actividades. En vista de estas dos metodologías (se profundiza en la sección del capítulo 3) se realizaron actividades, donde hubo actividades con un contexto real, como el mencionado anteriormente, y los estudiantes lograran asociar el concepto de ecuaciones lineales a partir de estos contextos.

Para el tercer objetivo del trabajo, hablaba de desarrollar un informe o documento en el que se desarrolla el proceso de utilidad del OVA. Para este objetivo se considera que el alcance es del 100%, porque en gran parte en dicho documento externo (Manual de instrucciones) al trabajo se dejó lo más claro posible la utilidad de cada elemento presentado en el OVA. Y cabe mencionar que este documento facilita su comprensión de cada actividad y llevando así una mejor orientación de un docente hacia sus estudiantes.

Finalmente, para el cuarto objetivo, se tuvo en consideración la aplicación de esta prueba piloto en el Colegio Santa Ángela Merecí, concretamente con el grupo de octavo grado, conformado por 24 estudiantes. Cabe resaltar que esta se aplicó en un espacio de dos horas de clase según la institución. A partir de métodos de recolección de datos como una breve encuesta, observaciones directas que se detallaron durante la implementación y entrevistas se pudo determinar la **Tabla 3. Categorización de aspectos vistos en la exploración del OVA**, la cual está conformada por distintos problemas técnicos como el uso excesivo de texto junto a unas mejoras en la usabilidad de este.

Teniendo en cuenta esto, se considera que el alcance de este cuarto objetivo es de 82 %, esto debido que, durante la presentación, el desempeño del sistema presentó algunos fallos al momento de ingresar a la actividad. También, la capacidad de respuesta del OVA se vio limitada según el dispositivo que se usará, a pesar de esto, en la misma **Tabla 3**, se establecen propuestas de mejoras basadas en los resultados y comentarios de los estudiantes.

En este análisis los autores resaltan las siguientes recomendaciones para el uso del OVA. En un primer lugar se recomienda que, al momento de adaptar estas actividades a un contexto diferente al planteado, las actividades sean interactivas bien

sea incorporando la gamificación mediante puntos o recolección de elementos. Con respecto al contenido, de ser necesario asegurarse de agregar más elementos como ejemplos o definiciones que corroboren en el aprendizaje del estudiante. Como última recomendación, se aconseja que el OVA sea accesible para los estudiantes, independientemente del nivel cognitivo o alguna discapacidad física, en otras palabras, aprovechar los recursos que ofrece Scratch para beneficiarse de estos, como el texto a voz, los subtítulos en una animación, asegurándonos así que el recurso sea una herramienta de aprendizaje significativa.

Ahora, en el contexto actual de la educación, los OVA se pueden considerar una alternativa en comparación con los métodos de enseñanza tradicionales. La flexibilidad, personalización y capacidad de adaptación que ofrecen los OVA permiten a los estudiantes acceder a recursos educativos de alta calidad en entornos digitales, facilitando un aprendizaje más dinámico y ajustado a sus necesidades individuales. Según Massa y Pesado (2012), los OVA no solo ofrecen una estructura modular y reutilizable, sino que también integran actividades de aprendizaje y mecanismos de evaluación que potencian la experiencia educativa. Esta capacidad para adaptarse a diferentes contextos y tecnologías representa una ventaja significativa frente a las limitaciones de los enfoques tradicionales, que a menudo carecen de la misma capacidad de personalización y actualización continua.

Además, los OVA promueven un entorno de aprendizaje más inclusivo y accesible, abriendo nuevas oportunidades para estudiantes que enfrentan barreras en la educación tradicional, como aquellos con discapacidades o con dificultades de acceso a materiales educativos físicos. La interoperabilidad de los OVA, que permite su integración en diversas plataformas y sistemas de gestión del aprendizaje, también facilita la colaboración entre educadores y estudiantes, promoviendo un intercambio de

recursos más fluido y enriquecedor (Massa & Pesado, 2012). En este sentido, la adopción de OVA en la educación no solo enriquece el proceso de enseñanza-aprendizaje, sino que también refuerza la importancia de la innovación pedagógica en la formación de estudiantes más competentes y motivados.

Finalmente, un objeto virtual de aprendizaje es una herramienta para el ambiente educativo. Gracias a su alta capacidad de interacción, el estudiante no solo controla, sino que se ve involucrado a través de prácticas y comunicaciones enriquecedoras. El feedback y la motivación constante son aspectos cruciales que no solo mantienen el interés del estudiante, sino que también fomentan un ambiente de aprendizaje continuo y adaptativo. Su diseño hace que sea accesible y compatible garantizando que todos los estudiantes puedan verse beneficiados de esta herramienta, independientemente de sus condiciones o el dispositivo que utilicen. En resumidas cuentas, el OVA se presenta como un recurso en la educación moderna, facilitando un aprendizaje más dinámico, personalizado y accesible para todos.

Concluimos que este proyecto ha aportado significativamente a la resolución de ecuaciones lineales a través del diseño del Objeto Virtual de Aprendizaje. Basándonos en las investigaciones de autores como Muñoz, Erazo y Marmolejo, y Rojas Gómez y Ariza Daza, y hemos integrado estrategias didácticas que facilitan la comprensión de transformaciones semióticas y la aplicación de teorías de situaciones didácticas en el aula. Estas metodologías han demostrado ser efectivas en mejorar la habilidad de los estudiantes para interpretar y resolver ecuaciones lineales, al proporcionar un entorno interactivo que refuerza el aprendizaje autónomo y promueve una mejor comprensión de los conceptos matemáticos. Al implementar este OVA, esperamos no solo mejorar el rendimiento académico de los estudiantes en matemáticas, sino también fomentar una actitud positiva hacia la resolución de problemas matemáticos complejos.

Bibliografía

- Abadía, K. (2020). *El Reto Que El Sector Educativo En Colombia Debe Superar Tras La Pandemia*. Revista Universidad Javeriana.
<https://www.javeriana.edu.co/documents/12789/11569759/P%C3%A1g.+9.+El+reto+del+sector+educativo.+HJ+marzo+2020+web.pdf/bf0db075-be31-413f-8496-e6d72ec72bf9>
- Abrate, R., Pochulu, M. y Vargas, J. (2006). *Errores y dificultades en Matemática: análisis de causas y sugerencias de trabajo*. Buenos Aires, Argentina: Universidad Nacional de Villa María
- Amaya, L. (2020). *El papel del vínculo psicoafectivo familiar en el tránsito de la educación presencial a la educación virtual y remota en el marco de la emergencia sanitaria por la Covid-19*. Corporación Universitaria del Caribe - CECAR.
- Ariza Herreño, J. (2021). *Sistemas de ecuaciones lineales*.
- Artigue, M. (1989). *Ingenierie didactique. Recherches en Didactique des Mathématiques*, 9 (3), 281–308.
- Artigue, M. (2011). L'ingénierie didactique: un essai de synthèse. En C. Margolinas, M. Abboud-Blanchard, L. Bueno-Ravel, N. Douek, A. Fluckiger, P. Gibel, F. Vandebrouck & F. Wozniak (Eds.), *En amont et en aval des ingénieries didactiques* (pp. 225-237). Grenoble: La pensée sauvage.
- Artigue, M., Douady, R., Moreno, L., & Gómez, P. (1995). *Ingeniería didáctica en educación matemática*.
- Asth, R. (20 de diciembre 2019). Ecuación de primer grado. Página web Enciclopedia de Significados. Disponible en: <https://www.significados.com/ecuacion-de-primer-grado/>
- Beccaria, L., & Rey, P. (2005). *La inserción de la Informática en la educación y sus efectos en reconversión la laboral*. Argentina: Instituto de Formación Docente SEPA. Edduardo Costa.
- Caballero, M., & Cantoral, R. (2013). *Dificultades en el desarrollo del pensamiento variacional en profesores de bachillerato*.

- Cabrera, J. (2014). Un Objeto Virtual de Aprendizaje (OVA) para el Movimiento Armónico Simple (M.A.S) y sus Aplicaciones. *Entornos*, (28), 71-85. DOI: <https://doi.org/10.25054/01247905.526>
- Cabrera, J., Sánchez, I. y Rojas, F. (2016). *Uso de objetos virtuales de aprendizaje OVAS como estrategia de enseñanza – aprendizaje inclusivo y complementario a los cursos teóricos – prácticos. Una experiencia con estudiantes del curso física de ondas*. *Rev. Educación en Ingeniería*, 11 (22), 4-12.
- Calderón, D. (2005). *Dimensión cognitiva y comunicativa de la argumentación en matemáticas*. [Tesis doctoral]. Cali: Universidad del Valle.
- Camargo, L. (2018). *Estrategias cualitativas de investigación en Educación Matemática*. Bogotá: Fondo de Publicaciones Universidad Pedagógica Nacional, en evaluación.
- Ceballos, M., & Triana, N. (2016). El uso de los objetos virtuales de aprendizaje (OVA) en el área de matemáticas en el nivel de educación media superior. *Revista Interamericana de Investigación, Educación y Pedagogía*, 9(1), 83-100. <https://doi.org/10.15332/rie.v9i1.1245>
- Chamorro, C. (2018). *Innovación en la didáctica de la matemática: Estrategias y prácticas para el aula*.
- Chela, L., Segura, V., Michuy, C., & Velasco, J. (2022). *Impacto de la educación virtual bajo la pandemia de covid-19 en el proceso de enseñanza-aprendizaje en unidades educativas interculturales bilingües del Ecuador*. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 6(1), 4144-4155.
- Colás, P., Hernández, J., e Iglesias, M. (2021). Diseño y evaluación de recursos educativos digitales. *Revista de Docencia Universitaria*, 19.
- Colombia Aprende. (2008). *Objetos virtuales de Aprendizaje ¿Qué es un banco de objetos?* Recuperado de Colombia Aprende: <http://www.colombiaaprende.edu.co/html/directivos/1598/article-172372.html>
- Dólera, J., y Sánchez, E. (2024). *La resolución de la ecuación de primer grado en los textos de Rey Pastor y Puig Adam*.

Egodawatte, G. (2011). *Secondary school students' misconceptions in Algebra*. (Tesis doctoral). Department of Curriculum, Teaching and Learning. University of Toronto

El reto que el sector educativo en Colombia debe superar tras la pandemia – Hoy en la Javeriana. (n.d.). Tomado de: <https://www.javeriana.edu.co/hoy-en-la-javeriana/el-reto-que-el-sector-educativo-en-colombia-debe-superar-tras-la-pandemia/#:~:text=En%20Colombia%2C%20al%20igual%20que,clases%20presenciales%20por%20las%20virtuales>.

Falconer, I. y Littlejohn, A. (2006). Mod4L Report: Case Studies, Exemplars and Learning Designs [versión electrónica]. Recuperado el 25 de febrero de 2015 de <http://www.jisc.ac.uk/media/documents/programmes/elearningpedagogy/mod4lreportfinal.pdf>

Forigua P. y Velandia S. (2015). *Sobre la interpretación y uso de la letra como número generalizado en tareas y actividades sobre generalización de patrones: reporte de una experiencia con estudiantes de grado octavo (13-15 años)*.

Fortún, M., y López, J. (29 de agosto 2019). Igualdad matemática. Página web Economipedia. Disponible en: <https://economipedia.com/definiciones/igualdad-matematica.html>

Fortún, M., y Pareja, C. (11 de marzo 2024). Ecuación: Qué es y para qué sirve. Página web Economipedia. Disponible en: <https://economipedia.com/definiciones/ecuacion.html>

Garzón, J. (2013). Objeto virtual de aprendizaje para matemáticas (Trabajo de Maestría). Universidad Pontificia Bolivariana, Medellín, Colombia.

Godino, J. (2017). *Hacia una educación matemática efectiva: La teoría de situaciones didácticas*.

Granados, A. (2015) Las TIC en la enseñanza de los métodos numéricos. *Sophia Educación*, v. 11, n. 2, p. 143-154, 2015.

Gutiérrez, A., y Pérez, A. (2019). La formación de los docentes en el uso de las TIC en el aula. *Revista de Investigación Académica*, 7, 1-14.

Guzmán, M. (1984). *Juegos matemáticos en la enseñanza*. Documento en línea, disponible en: <http://www.mat.ucm.es/deptos/am/guzman/juemat/juemat.htm>.

- Hernández C., Arévalo, M., & Gamboa, A. (2016). *Competencias TIC para el desarrollo profesional docente en educación básica*. *Praxis & Saber*, 7(14), 41-69.
- Hernández, L. (2020). Aplicaciones de ecuaciones lineales. [Presentación Power Point]. Universidad del Estado de Hidalgo. Disponible en: <https://repository.uaeh.edu.mx/bitstream/bitstream/handle/123456789/19674/aplicacion-ecuaciones-lineales.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Herrera, C., & Italo, O. (2020). *Los objetos virtuales de aprendizaje en el proceso educativo matemático de estudiantes de básica media* (Master's thesis, Quito: Universidad Tecnológica Indoamérica).
- Istúriz, J., Blanco, I., & López, M. (2019). *Causas de los errores en la resolución de ecuaciones lineales con una incógnita*. PNA. *Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática*, 13(2), 84-103.
- Jaramillo, J., & Quintero, D. (2014). Desarrollo de un ambiente virtual de aprendizaje fundamentado en la lúdica que estimule el pensamiento aleatorio en los estudiantes de grado cuarto y quinto de primaria de la Institución educativa el Hormiguero (Trabajo de maestría). Universidad Libre, seccional Cali. Cali, Colombia.
- Küchemann, D. E. (1981). *The understanding of generalized arithmetic (algebra) by secondary school children* (Doctoral dissertation, Chelsea College, University of London).
- Ligarretto, R. (2020). Educación virtual: realidad o ficción en tiempos de pandemia. *Revista Pesquisa Javeriana*. Tomado de: <https://www.javeriana.edu.co/pesquisa/educacion-virtual-realidad-o-ficcion-en-tiempos-de-pandemia/>
- López, L. (2020). Educación remota de emergencia, virtualidad y desigualdades: pedagogía en tiempos de pandemia. *593 Digital Publisher CEIT*, 5(5), 98-107. <file:///C:/Users/castr/Pictures/DialnetEducacionRemotaDeEmergenciaVirtualidadYDesigualdad-7898226.pdf>
- López, M. (2019). Propiedades de las ecuaciones. Página web Platzi. Disponible en: <https://platzi.com/clases/1393-fundamentos-matematicas/14417-propiedades-de-las-ecuaciones/>

- Lourdes M., Arteaga, J., & Rodríguez, F. (2009). *Metodología de Aprendizaje Colaborativo fundamentada en patrones para la producción y uso de Objetos de Aprendizaje*. *Investigación y Ciencia*, 17(44), 22-28.
- Luzardo, D., y Peña, A. (2006). La Historia del Álgebra Lineal hasta los Árboles del siglo XX. *Revista Divulgaciones Matemáticas*. Vol.14. No.2. Pp. 153-170. Disponible en: https://d1wqtxts1xzle7.cloudfront.net/36421185/art6-libre.pdf?1422412004=&response-content-disposition=inline%3B+filename%3DArt6.pdf&Expires=1711564115&Signature=STeYmtM3BEAHnbxxiBSeLqG9AJcWgEGgU5X6uPaxgsPb0fOR84-naBrLqFGXokJ3LWIgoYKVX02filHq6oWOgy15e2ZTO48aYcpcx2Af8xBAbHw1KT64f3XgWarOWvHJ9IHTX3u-WYsuGSgkpAMa0wSNhRPn3-p44hPFVh5QHRw9gj1xxSZ0Ey5zWYQAP4ZKWXndAxx6vvyzQBeEUCtyIHnkiHd7w0eb4cSqLqVpD-FaCwK4XZI4Z~5mCWLR04IHQJcWvkyBJgTsHmCw35fKTyZg4hDE90NF6PZ2FYrbik0V35ujxO-mGrceXZYGVE-AtRTca4leQnU2slMeHdVA6zQ_&Key-Pair-Id=APKAJLOHF5GGSLRBV4ZA
- Maldonado, B. (19 de septiembre 2019). Propiedades Uniforme de La Igualdad. Página web Scribd. Disponible en: <https://www.scribd.com/document/426501356/Propiedades-Uniforme-de-La-Igualda>.
- Martínez, M., & Martínez, M. (2006). *Aprendizaje mediante juegos*. *Memorias del V Festival Internacional de Matemática*, 189-196.
- Martínez, J. & Garcés, J (2020). Competencias digitales docentes y el reto de la educación virtual derivado de la covid-19. *Educación y Humanismo*, 22(39), 1-16 <https://doi.org/10.17081/eduhum.22.39.4114>. 1 Competencias digitales docentes y el reto de la educación virtual derivado de la covid-19.
- Martín, A. S., Mendoza, J. L. C., & Martín, A. P. (2016). *Aprendizaje matemático mediante aplicaciones tecnológicas en un enfoque de Gamificación*. *Revista Iberoamericana de Producción Académica y Gestión Educativa*, 3(5).
- Massa, S., & Pesado, P. (2012). Evaluación de la usabilidad de un objeto de aprendizaje por estudiantes. *TE&TE*, 8, 65-76.

- MEN. (1998). Lineamientos curriculares de matemáticas. Magisterio, Bogotá.
- MEN. (2006). Estándares Básicos de Competencias en matemáticas. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.
- MEN. (2016). Derechos Básicos de Aprendizaje V.2. Bogotá D.C., Colombia: Ministerio de Educación Nacional.
- MEN. (2016). Documento Fundamentación Teórica de los Derechos Básicos de Aprendizaje (V2) y de las Mallas de Aprendizaje para el Área de Matemáticas. Medellín, Colombia: Universidad de Antioquia.
- Morales, S. (4 de enero 2021). Qué es el concepto de igualdad y ecuación. Página web Sociedad Universal. Disponible en: <https://sociedaduniversal.com/igualdad/que-es-el-concepto-de-igualdad-y-ecuacion/>
- Muñoz, J., Erazo, L., & Marmolejo, G. (2013). La conversión en la resolución de ecuaciones lineales de primer grado con una incógnita. Un análisis semiótico de libros de texto. *Revista científica*, 17(2), 675-678.
- Otero, B. y Rodríguez, E. (2016). Un modelo para diseñar actividades de aprendizaje en la enseñanza de las ingenierías. *REDU-Revista de Docencia Universitaria*, 14(2), 79-101.
- Radford, L. (2014). *The progressive development of early embodied algebraic thinking*. *Mathematics Education Research Journal*, 26(2), 257-277.
- Rico, L. (1995). Errores y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas. En J. Kilpatrick; P. Gómez y L. Rico: *Educación Matemática* (pp. 69-108). México DF, México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Rodríguez, A. (2014). Elaboración de un Objeto Virtual de Aprendizaje (OVA), que integre el origami como facilitador de la enseñanza de los sólidos en Geometría (Trabajo de maestría). Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia.
- Rodríguez, E., y Fernández, C. (2011). Análisis histórico de la función afín y la ecuación lineal en la economía desde el enfoque ontosemiótico. *Revista Científica Teorías, Enfoques y Aplicaciones en las Ciencias Sociales*. No.8. Pp. 17-29. Disponible en: <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=4735431>

- Rojas, C. (2015). Objetos virtuales de aprendizaje como herramienta para la enseñanza del álgebra en el grado octavo de la Institución Educativa Ana de Castrillón (Trabajo de maestría). Universidad Nacional de Colombia, Medellín, Colombia.
- Rojas, L., & Ariza, L. (2013). Propuesta didáctica para la enseñanza de los métodos para resolver un sistema de ecuaciones lineales. *Revista Científica*, 17(2), 97.
- Román, J. (2015). La balanza virtual como recurso didáctico para el aprendizaje de ecuaciones lineales en el área de matemáticas de los alumnos de decimo grado de educación general básica del colegio técnico fiscal mixto. Universidad de Loja. <https://dspace.unl.edu.ec/jspui/bitstream/123456789/21251/1/TESIS%20JENNY%20ROM%C3%81N%20BIBLIOTECA.pdf>
- Simmons, G., y Robertson, J. (1993). *Ecuaciones diferenciales: con aplicaciones y notas históricas*. McGraw-Hill.
- Solano, M., Cantú, A., & Zúñiga, L. (2013). *Un estudio sobre el aprendizaje de ecuaciones lineales en secundaria con apoyo en las TICs y la solución de problemas* (Doctoral dissertation, Posgrado).
- Triana, M., & Ceballos, J. (2016). *Valoración de Objetos Virtuales de Aprendizaje (OVA) para la enseñanza de las matemáticas. Un instrumento para profesores* (Doctoral dissertation, Maestría en Educación Matemática-Universidad de Medellín).
- Unesco. (2008). Organización de las naciones unidas para la educación, la ciencia y la cultura. Normas sobre competencias en TIC para docentes. Recuperado de http://www.portaleducativo.hn/pdf/Normas_UNES
- Valera, J. J. F. (2013). *Gamificación en la empresa. Lo que los videojuegos nos enseñan sobre gestionar personas*. CreateSpace. Plataforma Independent Publishing.
- Villa, J., Galvis, J., Sierra, R., & Velez, L. (2014). *Integración de tecnologías en el aula. El caso de los profesores implicados en el proyecto Teso*. In A. Richit (Ed.), *Tecnologías Digitais en Educação: perspectivas teóricas y metodológicas sobre formação e prática docente*. Curitiba: Editora CRV.
- Villa, J., Bustamante, C., Berrio, M., Castaño, J., Ocampo, D (2009) Sentido de la realidad y modelación matemática. El caso de Alberto. *Revista de Educação em Ciência e*

Tecnología, ISSN-e 1982-5153, Vol. 2, Nº. 2, 2009. De:
<https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6170694>

Villamarin, N. (2020). *Implementación de un OVA para el fortalecimiento del pensamiento matemático en los estudiantes de grado séptimo.*

Villamizar, C. Z. A., Suárez, C. A. H., & Suárez, J. P. R. (2020). *Objeto virtual de aprendizaje para desarrollar las habilidades numéricas: una experiencia con estudiantes de educación básica.* Panorama, 14(1 (26)), 111-133.

Wong, K. Y., Boey, K. L., Lim-Teo, S. K., & Dindyal, J. (2012). *The preparation of primary mathematics teachers in Singapore: programs and outcomes from the TEDS-M study.* ZDM, 44(3), 293-306.

Zapata, D., Estrada, E., & Chaparro, L. (2015). *Diseño y construcción de un objeto virtual de aprendizaje, como estrategia para fortalecer la comprensión del concepto de fracción en los estudiantes de grado octavo del Colegio Salucoop Sur IED (Trabajo de especialización).* Fundación Universitaria Los Libertadores, Bogotá, Colombia.