Efecto de la consideración de diferencias individuales en el desarrollo del razonamiento estadístico en estudiantes de secundaria

Tesis doctoral

Presentado por:

Leidy Nataly Mateus Aguilera

Dirigido por:

Doctora Ángela Camargo Uribe

Universidad Pedagógica Nacional

Doctorado Interinstitucional en Educación

Énfasis: sujetos y escenarios de aprendizaje

Grupo de investigación: Estilos cognitivos

Bogotá D.C. (Colombia)

2025

Agradecimientos

En primer lugar, agradezco a Dios y a mi familia por acompañarme en este proceso y por brindarme su amor y cuidado incondicional. De manera especial, expreso mi gratitud a Hector Mateus (papi), Martha Aguilera (mami), Erika Mateus (hermanita) y Pablo Aragón (mi amor), por cuidarse entre ustedes durante mi ausencia, por permitirme aislarme por largos periodos y por estar disponibles en los momentos que más los necesité, ofreciéndome un abrazo sincero, una bebida caliente o una comida reconfortante. Este logro no es solo mío, también es de ustedes.

A la Universidad Pedagógica Nacional y a la Escuela Tecnológica Instituto Técnico Central por el convenio celebrado, el cual me acogió por los primeros 4 años. A mis maestras y maestros de los seminarios de la UPN, en particular a la Doctora Ángela Camargo y al Doctor Christian Hederich, así como a quienes me recibieron generosamente durante la pasantía doctoral en universidades externas, el Doctor Yilton Riascos y la Doctora Fabiola Sáez; a todos les expreso mi más sincero agradecimiento por compartir su experiencia, sus consejos, material de estudio y lugares de trabajo.

Hoy culmina otra etapa formativa y estoy agradecida con Dios y con el universo. A mis amigas y amigos, les agradezco el apoyo, las orientaciones administrativas y personales, los mensajes y llamadas, los abrazos, las palabras de aliento y los llamados de atención para cuidar de mi salud. La lista de personas que de una u otra manera me acompañaron y apoyaron es extensa, por ende le agradezco a todas aquellas personas que durante estos seis años me escucharon, me leyeron, me escribieron, me llamaron, me abrazaron, me hicieron reír, me alentaron a continuar y, muy especialmente, a quienes oraron por mí.

Como Doctora en educación, espero contribuir al crecimiento y la formación de mis estudiantes y, en la medida en que el camino lo permita, también aportar a otros colegas desde este nuevo rol profesional.

Contenido

INTRODUCCIÓN **1**

CAPÍTULO I. PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN **5**

Planteamiento del problema **5**

Antecedentes **11**

Justificación del estudio **16**

Pregunta de investigación **21**

Preguntas específicas 21

Objetivo general **22**

Objetivos específicos 22

CAPÍTULO II. MARCO TEÓRICO **23**

Razonamiento estadístico **23**

Aproximación teórica y evaluación del razonamiento estadístico 24

Normativa referente al conocimiento estadístico y el desarrollo de competencias 28

Análisis exploratorio de datos 30

Indicadores de aprendizaje, errores y obstáculos del razonamiento estadístico 32

Enseñanza del razonamiento estadístico 36

Diferencias Individuales **39**

Estilo Cognitivo 42

Autorregulación del Aprendizaje 47

Fundamentos del andamiaje educativo **50**

Componentes, intenciones y medios 51

Modelo teórico de la investigación **55**

CAPÍTULO III. MARCO METODOLÓGICO **57**

Enfoque y diseño de investigación **57**

Variables, instrumentos y participantes **58**

Variable dependiente 58

Variables independientes 59

Instrumentos y validez 59

Evaluación del Razonamiento Estadístico en Estudiantes de Secundaria (EREES). 59

Instrumento de Estilos Cognitivos GEFT. 62

Instrumento con indicadores ARA. 63

Fiabilidad de los instrumentos con evidencia de validez. 63

Participantes 64

Procedimiento de investigación **66**

Fase 1. Preparación 67

Adaptación y pilotaje de instrumentos. 67

Diseño de la propuesta pedagógica. 68

Capacitación y revisión del diseño de la propuesta pedagógica 69

Fase 2: Aplicación y recolección de datos 70

Relatoría sobre la aplicación de los instrumentos. 71

Relatoría de la aplicación de la propuesta pedagógica. 72

Fase 3: Análisis de datos..... 75
Procedimiento de análisis cuantitativo. 76
Procedimiento de análisis cualitativo (de contenido). 77
Indicadores de razonamiento estadístico y logro..... 77
Aspectos éticos 82

CAPÍTULO IV. PROPUESTA PEDAGÓGICA DIFERENCIAL 84

Justificación..... 84

Fundamentación teórica de la propuesta..... 85

Objetivo pedagógico general 86
Objetivos específicos:..... 86

Metodología de clase..... 87

Materiales y escenarios..... 90

Evaluación de los aprendizajes 91

CAPÍTULO V. RESULTADOS DEL ESTUDIO 93

a) Resultados descriptivos..... 93

b) Análisis cuantitativo..... 94
Evaluación de la propuesta pedagógica 94
Rendimiento académico..... 95
Razonamiento estadístico, pretest y postest. 96
Razonamientos correctos e incorrectos. 99

Comparación entre grupos experimentales y control (intergrupos) 101
Verificación de supuestos. 101
Análisis descriptivo entre grupos. 102
Análisis de las variables (intragrupo) 106
Análisis del grupo control. 106
Análisis del grupo experimental estilo cognitivo. 110
Análisis del grupo experimental de autorregulación del aprendizaje. 115
Resultados de la encuesta 119

c) Análisis cualitativo 121
Codificación, descriptores y temas 122
Análisis de contenido intragrupo 124
Análisis de contenido GC. 125
Análisis de contenido GE_DIC. 139
Análisis de contenido GE_ARA. 150

CAPÍTULO VI. DISCUSIONES Y CONCLUSIONES 159

Discusión 159
Sobre el razonamiento estadístico 160
Sobre los andamiajes 164
Sobre los grupos 169
Estilo cognitivo. 170
Autorregulación del aprendizaje. 173
Discusión entre los resultados por grupos y la literatura. 175

Conclusiones 177
Aportes a la investigación sobre la comprensión del razonamiento estadístico 179

Aportes pedagógicos y curriculares 180

Limitaciones 181

REFERENCIAS 183

ANEXOS..... 203

Lista de Figuras

Figura 1. Diagrama PRISMA para exclusión y selección de estudios _____ 12

Figura 2. Modelo Teórico_____ 55

Figura 3. Ejemplo de análisis con un ítem de opción múltiple _____ 61

Figura 4. Ejemplo de análisis de una respuesta abierta. _____ 61

Figura 5. Presentación y explicación de la prueba GEFT_____ 62

Figura 6. Subescala de disposición al estudio en el instrumento ARA. _____ 63

Figura 7. Fases de investigación_____ 66

Figura 8. Aplicaciones a las que los estudiantes tienen acceso. _____ 72

Figura 9. Procedimiento para el análisis estadístico _____ 76

Figura 10. Estructura general de las guías con andamiajes. _____ 88

Figura 11. Nube de palabras sobre temas de interés para los estudiantes de secundaria 2023. _____ 91

Figura 12. Categorización de cada grupo por diferencia individual._____ 94

Figura 13. Nota obtenida en la asignatura _____ 96

Figura 14. Indicadores por cada grupo. _____ 103

Figura 15. Indicadores por estilo cognitivo del GC. _____ 109

Figura 16. Indicadores por capacidad autorreguladora del aprendizaje del GC. _____ 110

Figura 17. Indicadores por estilo cognitivo en el GE_DIC _____ 113

Figura 18. Indicadores por niveles de ARA en el GE_ARA _____ 118

Figura 19. Diagrama de barras sobre el grado de habilidad para usar información estadística. _____ 120

Figura 20. Nivel de conocimientos y razonamientos alcanzados después de la intervención. _____ 121

Figura 21. Importancia para los estudiantes de las diferencias individuales en su proceso de aprendizaje.
_____ 121

Figura 22. Nubes de palabras según los argumentos dados para la resolución de los problemas. ___ 124

Lista de Cuadros

Cuadro 1. Razonamientos correctos e incorrectos los ítems del SRA sobre contenidos de estadística descriptiva. _____ 32

Cuadro 2. Descriptores por niveles de razonamiento. _____ 33

Cuadro 3. Rasgos de los estudiantes bajo la dimensión DIC _____ 45

Cuadro 4. Cronograma de aplicación de la propuesta pedagógica _____ 71

Cuadro 5. Razonamientos correctos e incorrectos de los ítems de opción múltiple. _____ 78

Cuadro 6. Descriptores por niveles de razonamiento adaptado a la población colombiana. _____ 78

Cuadro 7. Categorías y descriptores de las respuestas dadas a la pregunta abierta. _____ 79

Cuadro 8. Planeación de los componentes del andamiaje y actividades. _____ 90

Cuadro 9. Clasificación de argumentos por niveles. _____ 97

Cuadro 10. Ejemplos de las respuestas a los problemas y su categorización. _____ 123

Cuadro 11. Argumentos del tema Habilidades asociadas a los niveles de razonamiento, por estilo cognitivo en el GC. _____ 126

Cuadro 12. Argumentos del tema Conocimiento estadístico por estilo cognitivo en el GC. _____ 129

Cuadro 13. Argumentos del tema Obstáculos epistemológicos por estilo cognitivo en el GC _____ 131

Cuadro 14. Argumentos del tema Habilidades asociadas a los niveles de razonamiento, por capacidad autorreguladora del aprendizaje en el GC. _____ 134

Cuadro 15. Argumentos del tema Conocimiento estadístico por nivel ARA en el GC. _____ 136

Cuadro 16. Argumentos del tema Obstáculos epistemológicos por nivel ARA en el GC. _____ 137

Cuadro 17. Argumentos del tema Habilidades asociadas a los niveles de razonamiento, por estilo cognitivo en el GE_DIC. _____ 139

Cuadro 18. Argumentos del tema Conocimiento estadístico por estilo cognitivo en el GE_DIC _____ 144

Cuadro 19. Argumentos del tema Obstáculos epistemológicos por estilo cognitivo del GE_DIC. _____ 146

Cuadro 20. Argumentos del tema Habilidades asociadas a los niveles de razonamiento, por capacidad autorreguladora del aprendizaje en el GE_ARA. _____ 150

Cuadro 21. Argumentos del tema Conocimiento estadístico por nivel ARA en el GE_ARA _____ 154

Cuadro 22. Argumentos del tema Obstáculos epistemológicos por nivel ARA en el GE_ARA. _____ 155

Lista de Tablas

Tabla 1. Supuestos y fiabilidad por instrumento. 64

Tabla 2. Estadísticos descriptivos de los estudiantes. 93

Tabla 3. Medias aritméticas por cada tipo de evaluación sobre razonamiento estadístico. 98

Tabla 4. Porcentaje de razonamientos correctos. 100

Tabla 5. Porcentaje de razonamientos incorrectos. 100

Tabla 6. Prueba de Normalidad para cada indicador y grupo. 101

Tabla 7. Prueba de homogeneidad de varianzas para la comparación entre grupos. 102

Tabla 8. Prueba Kruskal-Wallis entre grupos 104

Tabla 9. Prueba de contraste T para muestras independientes entre los grupos. 105

Tabla 10. Medidas descriptivas del grupo control 106

Tabla 11. Contraste Kruskal-Wallis del GC por estilo cognitivo. 109

Tabla 12. Contraste Kruskal-Wallis del GC según la capacidad autorreguladora. 110

Tabla 13. Medidas descriptivas del GE_DIC. 111

Tabla 14. Prueba Shapiro-Wilk por categorías según estilo cognitivo en el GE_DIC. 113

Tabla 15. Contraste Kruskal-Wallis del GE_DIC por cada polaridad 114

Tabla 16. Medidas descriptivas del GE_ARA. 115

Tabla 17. Prueba Shapiro-Wilk por categorías según nivel de ARA en el GE_ARA 118

Tabla 18. Contraste Kruskal-Wallis del GE_ARA por cada nivel 119

Tabla 19. Indicadores por estilo cognitivo general. 171

Tabla 20. Indicadores por estilo cognitivo general. 171

Tabla 21. Indicadores por nivel de ARA general. 173

TABLA DE ANEXOS

Anexo A: Pretest. Evaluación del Razonamiento Estadístico en Estudiantes de Secundaria EREES [I] 203

Anexo B: Postest. Evaluación del Razonamiento Estadístico en Estudiantes de Secundaria [EREES] (F) 208

Anexo C: Test para caracterizar el estilo cognitivo (GEFT) 215

Anexo D: Instrumento componentes de autorregulación del aprendizaje (ARA). 218

Anexo E: Resultados pilotaje grado noveno 2023 223

Anexo F: Diapositivas usadas para la capacitación 225

Anexo G: Matriz de planeación pedagógica. 226

Anexo H: Guía de la profesora 229

Anexo I: Diapositivas análisis exploratorio de datos 233

Anexo J: Guía 1. Trabajo en Equipo. 235

Anexo K: Guía 2. Trabajo individual 248

Anexo L: Rúbricas de evaluación 251

Cuadro L1. Rúbrica nivel de razonamiento y de conocimiento grupal (todos). 251

Cuadro L2. Rúbrica habilidades asociadas al estilo cognitivo (GE_DIC) 251

Cuadro L3. Rúbrica niveles de capacidad autorreguladora del aprendizaje (GE_ARA) 251

Cuadro L4. Rúbrica evaluación global de conocimientos y procedimientos escolares, individual (todos). 252

Anexo M: Evaluación de conocimientos y habilidades estadísticas grado octavo, individual. 253

Anexo N: Formatos y autorizaciones digitales. 255

Anexo O: Tablas de correlaciones entre indicadores (variable dependiente) y diferencias individuales (variable independiente). 257

Tabla O1. Correlación entre los datos del GC 257

Tabla O2. Correlación entre los datos del GE_DIC 258

Tabla O3. Correlación entre los datos del GE_ARA 259

Anexo P: Categorización por grupos y momentos 261

Cuadro P1. Pretest justificaciones Grupo Control 261

Cuadro P2. Pretest justificaciones Grupo Experimental DIC 263

Cuadro P3. Pretest justificaciones Grupo Experimental ARA 265

Cuadro P4. Postest justificaciones Grupo Control 268

Cuadro P5. Postest justificaciones Grupo Experimental DIC 271

Cuadro P6. Postest justificaciones Grupo Experimental ARA 274

Cuadro P7. Sugerencias del grupo control 278

Cuadro P8. Sugerencias del grupo Experimental DIC 278

Cuadro P9. Sugerencias del grupo Experimental ARA 280

Anexo Q: Categorías comunes entre los grupos y momentos 282

Anexo R: Categorías comunes de las sugerencias para desarrollar el razonamiento estadístico entre los grupos. 283

Introducción

La creciente cantidad de datos recolectados, procesados y difundidos en diferentes disciplinas profesionales y en los medios de comunicación ha generado la necesidad de capacitar a la población en conocimientos estadísticos. Este propósito busca trascender el rol pasivo de los individuos como simples receptores de información, mediante el desarrollo de competencias que les permitan analizar y validar la veracidad de los resúmenes estadísticos a los que acceden. Aunque esta necesidad comenzó a atenderse en el ámbito educativo mediante la inclusión de contenidos de estadística en los currículos, dentro del marco de la educación matemática, como ocurrió en Reino Unido desde 1982, en Estados Unidos desde 1989 (Zieffler et al., 2017), y en España y Colombia desde 2006 (Batanero et al., 2011a; Ministerio de Educación Nacional [MEN], 2006), persisten desafíos significativos para garantizar aprendizajes profundos y el desarrollo de competencias que permitan adoptar una postura crítica frente a la información difundida.

A lo largo de mis catorce años de experiencia como docente de educación básica primaria y secundaria en el área de matemáticas, observé que la enseñanza de la estadística tendía a ser relegada, ya fuera por omisión en los planes de estudio, por la limitada formación estadística de los docentes o porque los esfuerzos del colectivo docente se concentraban en contenidos aritméticos o algebraicos. En particular, trabajé en dos instituciones educativas donde el conocimiento estadístico no figuraba en el plan de estudios y en otra donde solo se abordaba en los últimos cursos de secundaria (10° y 11°). Estas experiencias motivaron una investigación orientada a examinar cómo se presentaban los contenidos estadísticos en los libros de texto de matemáticas. Los resultados evidenciaron que, aunque dichos contenidos estadísticos aparecían principalmente en los textos diseñados para la educación secundaria (grados de 6° a 11°), se limitaban a definiciones y algoritmos, y carecían de estrategias pedagógicas que promovieran el razonamiento estadístico (Mateus, 2014).

Con el tiempo, logré incluir contenidos estadísticos en los planes de estudio de las instituciones donde trabajé y motivé a otros docentes para incorporarlos en sus prácticas de aula, especialmente en la educación secundaria. Este avance permitió identificar diversas problemáticas sobre las cuales profundicé progresivamente, centrándome en tres ejes: propuestas de enseñanza no tradicional en educación estadística; consensos teóricos sobre los procesos cognitivos u objetivos de aprendizaje reconocidos como alfabetización, razonamiento y pensamiento estadístico; y estudios que analizaron la relación entre factores individuales, contextuales y el rendimiento académico de los estudiantes.

Entre los principales hallazgos se destacó que los enfoques de enseñanza centrados en el estudiante favorecen aprendizajes más profundos; que el razonamiento estadístico debe promoverse desde la educación secundaria; y que los factores individuales, como la motivación, pueden constituirse en predictores relevantes del rendimiento académico; (Batanero, 2019; Ben-Zvi y Makar, 2016; Campos et al., 2011; Estrella, 2017; Garfield y Ben-Zvi, 2007; Zamora-Araya et al., 2022). Sin embargo, estos hallazgos rara vez se han incorporado en propuestas pedagógicas concretas orientadas a la educación estadística en secundaria, y se han señalado vacíos relacionados con la estructuración del material instruccional, la identificación de los momentos y edades más pertinentes para enseñar estadística, y el efecto de distintas estrategias pedagógicas en el desarrollo de competencias (Batanero, 2019; Ben-Zvi, 2016; Carrión y Espinel, 2005). Como resultado, los niveles de desempeño de los estudiantes de secundaria continúan siendo bajos con aprendizajes centrados en la memorización de definiciones y algoritmos (ICFES, 2022; OCDE, 2019).

Frente a esta situación, la literatura especializada ha señalado que la atención a las diferencias individuales puede potenciar las habilidades cognitivas y favorecer aprendizajes más significativos mediante el uso de estrategias pedagógicas adaptativas

(López-Vargas et al, 2018). En este marco, el presente estudio se centró en dos diferencias individuales teóricamente relevantes por su influencia en el rendimiento académico: el estilo cognitivo en la dimensión dependencia independencia de campo (García, 1989; Hederich, 2013) y la capacidad autorreguladora del aprendizaje (Zimmerman, 2000, 2008; Sitzmann y Ely, 2011). En coherencia con estos planteamientos, la adaptación pedagógica se operacionalizó mediante el diseño de andamiajes temporales que incluyeron instrucciones personalizadas, preguntas orientadoras y estrategias ajustadas a las características teóricas con ambas diferencias individuales (Van de Pol et al., 2010).

El propósito de este estudio fue analizar la incidencia de dichas adaptaciones pedagógicas en el aprendizaje del razonamiento estadístico. La investigación se desarrolló con estudiantes de educación secundaria pertenecientes a una institución educativa pública de carácter técnico, utilizando instrumentos con evidencias de validez aplicados antes y después de tomar un curso de estadística adaptado para fomentar el razonamiento estadístico.

Este estudio aporta evidencia empírica sobre los cambios en el nivel de razonamiento estadístico tras la implementación del curso adaptado, así como sobre la influencia de las diferencias individuales en dicho proceso. Los resultados y análisis derivados de este estudio se discuten con mayor profundidad en los capítulos posteriores.

A partir de esta investigación se han generado diversos productos académicos que amplían su alcance: un estado de arte sobre la investigación en educación estadística que considera las diferencias individuales (Mateus-Aguilera, 2024); un estudio que analiza su incidencia en el rendimiento académico de estudiantes en un curso orientado al desarrollo del razonamiento estadístico (Mateus-Aguilera, 2025) y un tercer estudio, actualmente en evaluación, que examina cualitativamente las respuestas dadas por los estudiantes y los niveles de razonamiento estadístico asociados.

Este documento se estructura en cinco capítulos. El primer capítulo expone el planteamiento del problema y su contextualización, resaltando la pertinencia del estudio en el marco de las necesidades actuales de la educación estadística. El segundo capítulo desarrolla el marco teórico, donde se presentan los enfoques conceptuales de las variables centrales y los fundamentos que sustentan el estudio. El tercer capítulo describe el marco metodológico, el diseño de la investigación, la caracterización de la población, los instrumentos utilizados y los procedimientos de recolección y análisis de la información. El cuarto capítulo presenta la propuesta pedagógica. El quinto capítulo expone los resultados cuantitativos y cualitativos derivados del proceso investigativo, y el sexto capítulo ofrece una discusión de los hallazgos, las conclusiones y las limitaciones del estudio. Finalmente, se incluyen anexos con los instrumentos aplicados, los formularios de autorización, la organización de los datos y otros materiales complementarios.

CAPÍTULO I. Problema de investigación

Planteamiento del problema

Tras la inclusión de contenidos estadísticos en los planes de estudio colombianos, la enseñanza de la estadística continúa enfrentando dificultades para desarrollar en los estudiantes secundaria una comprensión profunda de los datos y su interpretación. Muestra de ello son los resultados obtenidos en la prueba internacional PISA (aplicada a estudiantes de 15 años) y en las pruebas SABER (dirigida a los grados 3°, 5°, 9° y 11°). Dichas pruebas son consideradas en Colombia como referentes de la calidad educativa, según el Decreto 1290 de 2009 (Presidencia de la República de Colombia, 2009). Los resultados evidencian que alrededor del 65% de los estudiantes de secundaria en Colombia y otros países latinoamericanos presentan desempeños bajos o básicos (Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación [ICFES], 2022; 2024; Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico [OCDE], 2019; 2023).

En el caso colombiano, las pruebas SABER en el núcleo común de matemáticas incluyen preguntas sobre el pensamiento aleatorio y los sistemas de datos (ICFES, 2022). Sus indicadores de desempeño muestran que los estudiantes ubicados en los niveles más bajos apenas identifican ideas estadísticas explícitas y desarrollan procedimientos aritméticos sencillos. Estos resultados sugieren que la enseñanza de la estadística sigue basándose en métodos tradicionales, centrados en la memorización y en la aplicación de algoritmos. Esto dificulta la comprensión conceptual, genera ansiedad y reduce la motivación hacia el aprendizaje (Garfield y Ben-Zvi, 2008; Ramos, 2019).

Ante esta situación, resulta prioritario diseñar e implementar estrategias pedagógicas que mejoren los resultados de aprendizaje en los cursos de estadística de la educación secundaria. En este sentido, se requiere avanzar hacia el desarrollo de habilidades que permitan a los estudiantes interpretar información estadística, analizar datos, comparar series, resolver problemas y tomar decisiones fundamentadas (Batanero,

2001), en respuesta a las demandas sociales y cognitivas que pueden atenderse desde la educación (De Zubiría, 2014).

En el campo de la educación estadística se han consensuado tres procesos cognitivos fundamentales (Ben-Zvi y Makar, 2016; Garfield y Ben-Zvi, 2008), estudiados desde tres enfoques que presentan elementos comunes y diferencias: dos de carácter teórico y uno empírico[1] (delMas, 2002; Gómez-Blancarte et al., 2021). El presente estudio adopta el enfoque teórico de carácter jerárquico, en el cual los procesos se conciben de manera progresiva y se diferencian según las tareas de aprendizaje que se promuevan, de modo que la alfabetización constituye la base para alcanzar los procesos superiores (delMas, 2002).

1. Alfabetización estadística. Habilidad para reaccionar a mensajes o información con contenido estadístico mediante conocimientos matemáticos y estadísticos básicos (Gal, 2002; Zapata, 2011).

2. Razonamiento estadístico. Habilidad para articular ideas estadísticas y dar sentido a la información; lo que implica interpretar, representar, explicar, resumir y predecir con base en los datos (Garfield, 2002; Lovett, 2001).

3. Pensamiento estadístico. Nivel cognitivo superior que implica comprender la naturaleza de las ideas estadísticas y el proceso investigativo asociado, incluyendo porqué se necesita la estadística, cómo se diseñan los experimentos, cómo operan los modelos matemáticos y cuál es el rol del contexto. En este nivel, las personas analizan críticamente la información estadística y evalúan los resultados de un problema o investigación (Ben-Zvi y Garfield, 2004).

[1] Los enfoques incluyen, respectivamente: 1) una jerarquía entre los tres procesos, 2) un conjunto universal (alfabetización) que incluye los otros dos, y 3) un modelo unidimensional, basado en las actividades instruccionales que pueden desarrollar simultáneamente los tres procesos (derivado de un estudio con docentes) (delMas, 2002; Gómez-Blancarte et al., 2021).

Con base en los desempeños reportados en las pruebas SABER, se observa que la mayoría de los estudiantes de secundaria logra únicamente identificar elementos explícitos, como la frecuencia de un dato o una medida de tendencia central (ICFES, 2022). Estas tareas se asocian con la aplicación de conocimientos básicos; por ello, dichos niveles de desempeño pueden considerarse representativos de la alfabetización estadística. Sin embargo, la literatura advierte que, en la educación secundaria, es necesario promover el desarrollo de habilidades más complejas vinculadas al razonamiento estadístico, como comparar medidas descriptivas o explicar el comportamiento de los datos, con el fin de favorecer una comprensión profunda del conocimiento (Batanero, 2019; Estrella, 2017; Gómez-Blancarte et al., 2022). Para ello es necesario trascender la enseñanza centrada en la memorización de conceptos y la aplicación mecánica de procedimientos matemáticos, y avanzar hacia prácticas orientadas a la interpretación, el análisis y la argumentación basada en datos.

A pesar de la relevancia atribuida al razonamiento estadístico, persiste la necesidad de realizar estudios que aporten mayor claridad sobre el aprendizaje de los estudiantes en este campo (Batanero, 2001; 2019), especialmente en el contexto de la educación secundaria colombiana. Si bien se ha reconocido la importancia de mejorar las prácticas pedagógicas desde la formación inicial, y se ha estudiado el razonamiento estadístico desde diversas perspectivas teóricas con población universitaria (Andrade et al., 2017; Ben-Zvi y Makar, 2016; Garfield y Ben-Zvi, 2008; Ramos, 2019; Zamora-Araya et al., 2022), aún son escasos los estudios empíricos que integren estrategias pedagógicas adaptadas a las características de los estudiantes de secundaria y que, al mismo tiempo, consideren factores individuales identificados como predictores del rendimiento o del éxito académico en los cursos de estadística (Mateus-Aguilera, 2024).

Una alternativa para abordar esta problemática consiste en considerar pedagógicamente diferencias individuales, entendidas como los rasgos que explican la

diversidad del ser humano y que pueden predecir comportamientos que inciden en el desarrollo personal y académico (Ángeles y Olmedo, 2005). Estas diferencias incluyen factores sociodemográficos, afectivos y cognitivos:

1. Sociodemográficos. Características del individuo en un contexto social, como situación socioeconómica, género, edad, nivel educativo y condiciones asociadas al entorno familiar.

2. Afectivos. En el marco de la experiencia del individuo, se refieren a sentimientos y emociones generados frente al aprendizaje o a la realización de tareas, tales como actitudes, expectativas académicas, frustración y ansiedad.

3. Cognitivos. Procesos mentales involucrados en situaciones de aprendizaje y otros aspectos asociados al desarrollo de la personalidad, como la memoria, el tipo de procesamiento de información, las preferencias o estilos, las estrategias de aprendizaje y el nivel de inteligencia.

La consideración de las diferencias individuales es relevante, ya que explican por qué algunos estudiantes alcanzan el éxito académico y desarrollan una actitud positiva hacia el aprendizaje, mientras que otros no (Hederich et al., 2014; Kolb y Kolb, 2013; López y Padilla, 2006). Diversos estudios han demostrado que, al categorizar las preferencias de los estudiantes y ofrecerles estrategias afines, se observa una mejora en su rendimiento académico, indicador del aprendizaje, así como en habilidades cognitivas como la concentración, la metacognición, la resolución de problemas o el pensamiento crítico (Ben-Zvi, 2016; Garfield y Ben-Zvi, 2007; Jiménez, 2004; Kolb y Kolb, 2013; López y Padilla, 2006; López et al., 1991; Martínez, 2012; Ramos, 2019; Régnier y Kuznetsova, 2015). También, se ha evidenciado que el uso de andamiajes pedagógicos potencia la comprensión y el compromiso de los estudiantes (Lovett, 2001; Van de Pol et al., 2010).

Dos de las diferencias individuales más estudiadas en el ámbito educativo son el estilo cognitivo en la dimensión de dependencia-independencia de campo [DIC] y la

capacidad autorreguladora del aprendizaje [ARA]. Ambas variables han sido ampliamente investigadas con población de educación secundaria: la dimensión DIC, particularmente con estudiantes colombianos, y la capacidad ARA, especialmente en estudios desarrollados con estudiantes de secundaria en Chile y Ecuador.

El estilo cognitivo se refiere al funcionamiento intelectual típico de un individuo, manifestado en sus preferencias, su percepción, la forma en que procesa la información y las reacciones que exhibe ante estímulos cognitivos o de aprendizaje (Hederich-Martínez et al., 2023b; López et al., 2012a; 2012b; Martínez, 2012). En esta clasificación, la dimensión DIC, una de las más estudiadas por su relación con el éxito académico, describe patrones de conducta asociados a la percepción, al procesamiento cognitivo, y al comportamiento social (Hederich-Martínez et al., 2023b). Así, los individuos dependientes de campo (DC) perciben el entorno de manera holística, procesan los problemas de manera global, sin variantes, y recurren a su entorno social y a las claves externas dispuestas en él para resolver una tarea. En contraste, los individuos independientes de campo (IC) perciben el entorno como partes diferenciadas, procesan los problemas mediante análisis y reconfiguraciones, y prefieren confiar en sus propias capacidades para resolver tareas, mostrando menor disposición a interactuar con otros.

La capacidad autorreguladora del aprendizaje se refiere a la habilidad del individuo para activar procesos y estrategias de aprendizaje mediante pensamientos, sentimientos y acciones que le permiten planificar y ajustar sus esfuerzos en función de metas (Panadero y Alonso-Tapia, 2014a; Sáez-Delgado, 2013; Sitzmann y Ely, 2011; Zimmerman, 2000). Un estudiante autorregulado es capaz de fijar objetivos, incrementar sus esfuerzos y desarrollar un fuerte sentido de agencia personal (Zimmerman, 2008).

Se ha observado que los estudiantes IC, caracterizados por su aprendizaje activo, suelen obtener mejores rendimientos académicos y mayor afinidad con las matemáticas (Hederich y Camargo, 2000; López et al., 2012 a; Tinajero y Páramo, 2013). Asimismo, los

estudiantes con un alto grado de autorregulación del aprendizaje logran mejores rendimientos académicos en general (Sáez-Delgado, 2013). Además, se ha encontrado que la personalización de la enseñanza puede empoderar a los estudiantes en el manejo de sus habilidades (Hederich et al., 2011; Torrano et al., 2017). Una forma de personalización consiste en el uso de andamiajes pedagógicos, entendidos como estructuras, estrategias o actividades que el docente brinda de manera temporal para apoyar el aprendizaje. En el contexto del razonamiento estadístico, se habla de facilitar la transición de los estudiantes entre los procedimientos, por ejemplo, mediante retroalimentaciones (Lovett, 2001).

En síntesis, esta investigación analiza la incidencia de adaptaciones pedagógicas basadas en diferencias individuales en el aprendizaje del razonamiento estadístico de estudiantes de educación secundaria. Con ello, se contribuye al campo de la educación estadística mediante evidencia empírica sobre estrategias pedagógicas que favorecen la comprensión profunda de los contenidos estadísticos, promueven el razonamiento estadístico y adoptan un enfoque sensible a las diferencias individuales en los procesos de aprendizaje de esta disciplina.

Antecedentes

La divulgación de investigaciones sobre la educación estadística ha aumentado en los últimos años, como se evidencia en encuentros de investigadores, publicaciones en revistas indexadas e incluso la creación de revistas especializadas (Batanero, 2019). En los últimos 10 años, se pueden identificar cinco tendencias en estas publicaciones: 1) estudios sobre la caracterización o medición de los procesos cognitivos relacionados con la estadística (alfabetización, razonamiento y pensamiento); 2) el uso de recursos tecnológicos en los cursos de estadística; 3) las actitudes hacia la estadística y la validación de instrumentos para medirla; 4) el conocimiento del docente; y 5) estrategias de enseñanza basadas en el aprendizaje activo (Zamora-Araya et al., 2022). Aunque estas tendencias han permitido avances teóricos, como conocer el estado de la enseñanza, las dificultades que afronta los estudiantes en los cursos de estadística y otros aspectos del aprendizaje del conocimiento estadístico, persiste la necesidad de trasladar estos hallazgos al aula y diseñar estrategias alineadas con la naturaleza de la disciplina y sus aplicaciones en el mundo moderno.

En particular, algunos estudios sobre razonamiento estadístico han propuesto diversas metodologías de enseñanza. Entre las más referenciadas se encuentran el ciclo de investigación estadística (problema, plan, datos, análisis y conclusiones, Modelo PPDAC); el uso de proyectos (Batanero, 2001; Porciúncula, 2022; Zapata, 2011), y el ambiente de aprendizaje para el desarrollo del razonamiento estadístico (Garfield y Ben-Zvi, 2008). Asimismo, estos estudios han señalado que persisten dificultades en la comprensión de ciertos conocimientos estadísticos y que es necesario profundizar en el razonamiento estadístico en diferentes poblaciones (Garfield y Ben-Zvi, 2007; Porciúncula, 2022; Zapata, 2011).

A pesar del creciente interés por fomentar del razonamiento estadístico, no se han encontrado investigaciones que lo integren explícitamente con el estudio de diferencias

individuales. Para tener un acercamiento a esta problemática, se realizó una revisión sistemática de investigaciones en educación estadística que consideraran diferencias individuales (Mateus-Aguilera, 2024), utilizando las bases de datos Scopus, Eric y Redalyc, la metodología PRISMA (ver Figura 1) y dos tipos de filtros. El filtro temporal, que abarcó los últimos 21 años, y el filtro de contenido en inglés y en español con las siguientes frases: “statistic* education” AND (“individual differences” OR “cognitive style” OR “learning style” OR “self-regulation”) y “educación estadística” AND (“diferencias individuales” OR “estilo cognitivo” OR “estilo de aprendizaje” OR “autorregulación”).

Figura 1. *Diagrama PRISMA para exclusión y selección de estudios*



Nota. Se excluyeron artículos que no cumplían con todos los elementos de la frase filtro, ensayos teóricos, informes estadísticos, investigaciones documentales y estudios sobre conocimiento matemático. Diagrama con base en las directrices PRISMA (Hoyos, 1999; Páramo, 2020)
Fuente: Mateus-Aguilera, 2024.

El análisis incluyó 52 artículos, los cuales abordaban diferentes variables individuales relacionadas con algún aspecto de la educación estadística. La mayoría de estos estudios se enfocó en la comprensión de las actitudes hacia la estadística y su

impacto en el rendimiento académico, lo que explica la prevalencia del instrumento Student Attitudes Towards Statistics [SATS] (Schau et al., 1995), ampliamente validado en distintas regiones e idiomas (inglés, danés, chino, italiano, español, portugués, estonio y turco). No obstante, solo el 7.69% de las publicaciones consideró la alfabetización o el razonamiento estadístico como variable de investigación. Además, los estudios analizados priorizaron enfoques cuantitativos con diseños no experimentales, centrados principalmente en estudiantes universitarios.

Los estudios sobre las diferencias individuales en educación estadística han explorado su relación con la aversión hacia la estadística y el bajo rendimiento académico. Entre las variables investigadas se destacan:

- Actitudes (38.46% de los estudios) que influyen en las calificaciones y en la permanencia en los cursos de estadística. Se ha identificado que los estudiantes de carreras relacionadas con las ciencias, la tecnología, la ingeniería y las matemáticas (STEM) presentan actitudes más positivas hacia el conocimiento estadístico en comparación con estudiantes de carreras como jurisprudencia, psicología o medicina (Zámková et al., 2020).
- Estilo de aprendizaje[2] y competencia cognitiva (21,15% de los estudios). Entre estos trabajos se evidencian mejoras en el rendimiento académico en cursos de estadística cuando los estudiantes universitarios reconocen su estilo de aprendizaje y lo vinculan con estrategias pedagógicas adecuadas (Gundlach et al., 2015). También se compararon los rendimientos académicos en cursos de estadística entre estudiantes universitarios con diferentes estilos de aprendizaje, según las categorías propuestas por

[2] Los estilos se entienden como patrones de comportamiento y formas de realizar actividades en contextos específicos. La literatura especializada señala que el estilo cognitivo y el estilo de aprendizaje están relacionados, no obstante, son constructos distintos: el primero se refiere formas habituales de percibir, procesar y organizar la información, mientras que el segundo alude a las preferencias para abordar situaciones de aprendizaje en contextos determinados (Hederich, 2010). En esta revisión sistemática, solo emergió la categoría “estilo de aprendizaje”.

Felder y Solomon: reflexivo, intuitivo, verbal y global, y no se encontraron diferencias significativas (Yousef, 2016). En cuanto a la competencia cognitiva, definida mediante una subescala del instrumento SATS[3] (Schau et al., 1995) o como un autoconcepto vinculado a factores como el interés o la capacidad matemática, se sugiriere que estas competencias aumentan con el conocimiento acumulado (Xu et al., 2021).

- Ansiedad (15.38% de los estudios), concebida como una variable transitoria que afecta el rendimiento académico de estudiantes de posgrado en cursos de estadística (Williams, 2013; 2015; Da Silva et al., 2015).
- Creencias y percepciones (11.53%), asociadas con las capacidades matemáticas (Martin et al., 2017), la eficacia de las fichas mnemotécnicas para afrontar los exámenes de un curso estadística (Mocko et al., 2017), las concepciones sobre cómo enseñar estadística (Olfos et al., 2015) y la influencia de experiencias previas en la interpretación de datos (Kaplan, 2009).
- Motivación (5.76%), vinculada a la preferencia por metodologías innovadoras, aprendizaje en grupo, el uso de tecnología y la gamificación para mejorar la disposición hacia la estadística (Legaki et al., 2020).

Con respecto a la autorregulación del aprendizaje, se ha evidenciado una limitada cantidad de investigaciones. Un estudio sugiere que el modelo pedagógico *flipped classroom* mejora los procesos de enseñanza y aprendizaje al promover la autorregulación y la metacognición en un curso universitario de estadística (Sánchez-Cruzado y Sánchez-Compaña, 2020). Otro estudio indica que la autorregulación es una cualidad que los estudiantes adultos utilizan para reducir la ansiedad (Kleitman y Costa, 2014).

Los estudios revisados muestran que la investigación con población de educación secundaria sigue siendo limitada, dado que solo tres de los 52 artículos analizados

[3] Percepción del estudiante sobre su propia capacidad para comprender y aplicar conocimiento estadístico.

consideraron este nivel educativo. Dichos trabajos abordaron: la relación entre variables demográficas y el desempeño de los estudiantes en una prueba de conocimiento estadístico (García-Martínez et al., 2015); el tamaño del efecto de las actitudes, medidas con el instrumento SATS-36, según el género y el nivel educativo (Hommik y Luik, 2017); y la percepción de los estudiantes sobre su dominio conceptual en estadística (Ocampo-Castaño, 2018).

En relación con el razonamiento estadístico, solo cuatro estudios que consideran las diferencias individuales entre los 52 analizados informaron mejoras en este proceso tras intervenciones dirigidas a modificar actitudes hacia el curso de estadística (Kaplan, 2009; Martin et al., 2017; Tempelaar et al., 2006; 2007). En otros cuatro estudios en los que se menciona el término “razonamiento estadístico” solo se evalúan conocimientos estadísticos, como el test de significancia según dos metodologías de enseñanza (Tintle et al., 2012), o se hace referencia al razonamiento de manera general, pero se enfocan en algunos contenidos para reformular planes de estudios universitarios (Da Silva et al., 2015; Gundlach et al., 2015; Hijazi y Zoubeidi, 2017).

En conjunto, los resultados confirman que la mayoría de las investigaciones en educación estadística siguen priorizando el análisis de variables afectivas y la modificación de actitudes en estudiantes universitarios y profesores (Garfield y Ben-Zvi, 2007; Mateus-Aguilera, 2024). Asimismo, evidencian la necesidad de estudios que integren las diferencias individuales, como el estilo cognitivo en la dimensión DIC y la capacidad ARA, con el desarrollo del razonamiento estadístico, especialmente en ambientes de aprendizaje diseñados para potenciar este proceso cognitivo con estudiantes de secundaria.

Justificación del estudio

En la sociedad de la información, caracterizada por avances tecnológicos y científicos acelerados, la globalización, el reconocimiento de la diversidad, y la creciente necesidad de tomar decisiones basadas en datos, se reconoce que no basta con poseer conocimientos básicos o una alfabetización estadística elemental. Diversos estudios han evidenciado que muchos adultos no aplican adecuadamente el conocimiento estadístico en situaciones que impactan su vida cotidiana, barrera que podría superarse mediante un enfoque pedagógico diferencial (Batanero, 2001; Ben-Zvi y Garfield, 2004; OCDE, 2019). Además, se ha señalado que los estudiantes de secundaria merecen tener fundamentos sólidos sobre el razonamiento estadístico para afrontar de manera informada decisiones basadas en datos, por ejemplo, el ejercicio de la ciudadanía, la adopción de hábitos de vida saludables o la interpretación de estadísticas de calidad de vida, entre otros (Franklin et al., 2007/2018).

Esto subraya la importancia de una formación integral, iniciada desde edades tempranas, que proporcione las competencias necesarias para analizar e interpretar la evidencia estadística y las tendencias difundidas a través de diversos medios, y que promueva el desarrollo del razonamiento estadístico para obtener beneficios tanto en la vida personal como en la profesional (Ben-Zvi y Garfield, 2004; Ramos, 2019; Rocha, 2007; Zamora-Araya et al., 2022; Zapata, 2011; 2016). Además, es crucial que los estudiantes avancen de manera progresiva entre los distintos procesos cognitivos para alcanzar una comprensión profunda del conocimiento estadístico (Batanero, 2019; Garfield y Ben-Zvi, 2007; Zamora-Araya et al., 2022).

A pesar de los avances en la investigación en educación estadística y de la consideración de diferencias individuales, solo un 15.38% de los estudios aborda explícitamente el proceso del razonamiento estadístico (Mateus-Aguilera, 2024). Estos trabajos se limitan, en su mayoría, a medir el razonamiento para establecer su relación

con las actitudes, el estilo de aprendizaje o algunos factores que pueden predecirlo, sin realizar un análisis profundo. Por ejemplo, se concluye que las actitudes y las creencias tienen un efecto significativo en el puntaje de una prueba de razonamiento estadístico (Gundlach et al., 2015); otro estudio, desde el modelo de patrones de aprendizaje de Vermunt, señala que los estudiantes universitarios con un patrón de aprendizaje dirigido al significado obtienen los mayores puntajes en la prueba de razonamiento (Tempelaar et al., 2006); y otro, indica que el pensamiento crítico es el mejor predictor del razonamiento estadístico en un curso universitario (Martin et al., 2017). Estos resultados, aunque relevantes, evidencian que todavía falta explorar otros aspectos, como el nivel de razonamiento alcanzado en educación secundaria y la contribución de estrategias pedagógicas para un aprendizaje profundo.

Así mismo, se ha demostrado que las diferencias individuales pueden conferir ventajas a cierto grupo de estudiantes y generar brechas en logro de aprendizajes. Solo mediante la educación y la práctica se podrían cerrar esas brechas, potenciar el bienestar y favorecer un mejor rendimiento académico (Hederich-Martínez et al., 2023b; Schneider y Artelt, 2010; Tinajero y Páramo, 2013; Zimmerman, 2001). La mayoría de las investigaciones en educación estadística que han considerado diferencias individuales se han centrado en variables afectivas, como la actitud y la ansiedad, debido al rechazo que manifiestan los estudiantes cuando deben tomar cursos de estadística y a los bajos rendimientos académicos que alcanzan. En menor medida se han estudiado variables cognitivas, como los estilos; de allí que aún se disponga de escasa información sobre diferencias individuales como el estilo cognitivo y la capacidad autorreguladora del aprendizaje.

A nivel teórico y práctico, resulta fundamental complementar la información existente sobre el razonamiento estadístico, integrando las diferencias individuales en el diseño y la evaluación de estrategias pedagógicas. Hasta la fecha, en el ámbito de la

educación estadística no se han encontrado estudios que consideren específicamente el estilo cognitivo en la dimensión de dependencia-independencia de campo, ni la autorregulación del aprendizaje. Por ello, se requieren investigaciones empíricas que articulen aspectos teóricos y cognitivos de forma descriptiva para comprender mejor el razonamiento estadístico. Además, estos factores no solo influyen en el aprendizaje, sino también en el rendimiento académico que se utiliza como indicador de calidad educativa y, a largo plazo, en el desarrollo personal de cada individuo.

En este contexto, diversas estrategias pedagógicas como ofrecer una instrucción específica, que ayude a los estudiantes y les permita usar el conocimiento estadístico en el futuro (Vinje et al., 2021) o el uso de andamiajes que explican algunos cambios en los modelos mentales del individuo (Van de Pol et al., 2010), han demostrado ser eficaces para empoderar a los estudiantes, mejorar sus habilidades de pensamiento y aumentar el rendimiento académico (Hederich et al., 2011).

En cuanto al estilo cognitivo, dado que en el campo de la educación estadística ha sido poco estudiado, se toman como referencia los resultados provenientes de la educación matemática, disciplina que ha incluido en sus planes de estudio algunos contenidos estadísticos. En clases de matemáticas se ha observado que los estudiantes IC presentan una clara ventaja en relación con el logro académico (López et al., 2012a). Además, se ha identificado una relación significativa entre el rendimiento académico y factores individuales, tanto afectivos como cognitivos, entre ellos los esquemas de razonamiento y las competencias matemáticas tempranas (Cerda, Pérez, Aguilar y Aragón, 2018). No obstante, en educación estadística, la integración de estas variables con el desarrollo del razonamiento estadístico ha sido escasamente explorada.

Con relación a los procesos de autorregulación del aprendizaje, se identifica la necesidad de explorarlos en distintos niveles educativos y diseñar entornos de aprendizaje que los integren. En otras palabras, se propone conectar la evidencia empírica con la evidencia

meta analítica, diseñar estudios experimentales sólidos, desarrollar investigaciones longitudinales que pongan a prueba los modelos existentes y nuevas propuestas, medir el alcance de dichos modelos y generar nuevo conocimiento a partir de las mediciones de los procesos de ARA, involucrando la tecnología y entornos de aprendizaje personalizados (Panadero, 2017).

Este trabajo doctoral aporta información empírica sobre el desarrollo del razonamiento estadístico en estudiantes de secundaria mediante la implementación de una intervención pedagógica que incorpora el uso de andamiajes personalizados. Para ello, se diseña un ambiente de aprendizaje orientado a fomentar el razonamiento estadístico y se implementan andamiajes adaptados según el estilo cognitivo en la dimensión DIC y la capacidad ARA, constituyendo una propuesta pedagógica diferencial. Con este estudio, no solo se identifican las diferencias individuales o los razonamientos estadísticos correctos e incorrectos, sino que también se aporta evidencia sobre el nivel de desarrollo del razonamiento en estudiantes de secundaria, población poco estudiada. Asimismo, se analizan las brechas de aprendizaje asociadas a diferencias individuales presentes al momento de aprender sobre el razonamiento estadístico y se examina la efectividad de las estrategias pedagógicas para reducir dichas brechas y mejorar la comprensión de los procedimientos escolares que favorecen su desarrollo, lo cual se refleja en el desempeño académico.

Finalmente, describir la relación entre el estilo cognitivo en la dimensión DIC, la habilidad ARA y el logro de objetivos en la educación estadística permitirá ampliar las aplicaciones teóricas y prácticas de estas variables, cuyo estudio se ha limitado principalmente a áreas como el lenguaje y, en menor medida, las matemáticas (López, Sanabria y Buitrago, 2018; Tinajero y Páramo, 2013). Abordar estas perspectivas mediante una investigación rigurosa no solo facilitará la replicabilidad del enfoque en otras

poblaciones, sino que también contribuirá, a nivel curricular, a la incorporación de habilidades clave para el desarrollo del razonamiento estadístico.

Pregunta de investigación

¿En qué medida el uso de andamiajes adaptados a las diferencias individuales contribuye al desarrollo de razonamiento estadístico en estudiantes de educación secundaria?

Preguntas específicas

¿Qué efecto tuvo la implementación de andamiajes diferenciados según el estilo cognitivo en la dimensión dependencia-independencia de campo sobre el desarrollo del razonamiento estadístico?

¿Cómo incidió el fomento de los procesos de autorregulación del aprendizaje, mediante andamiajes, en el desarrollo del razonamiento estadístico?

¿Cuáles cambios se registraron en el nivel de razonamiento estadístico alcanzado por los estudiantes, según sus diferencias individuales en el estilo cognitivo en la dimensión DIC y en la capacidad ARA, en comparación con los aprendizajes del grupo control?

¿Qué efecto tuvo la aplicación de la propuesta pedagógica general en el desarrollo del razonamiento estadístico de los estudiantes?

Objetivo general

Evaluar la incidencia de una adaptación pedagógica basada en diferencias individuales, específicamente, el estilo cognitivo de dependencia-independencia de campo y el nivel de autorregulación del aprendizaje, sobre el desarrollo del razonamiento estadístico de los estudiantes de educación secundaria.

Objetivos específicos

- Analizar el efecto de los andamiajes diseñados en el desarrollo del razonamiento estadístico en estudiantes de educación secundaria, diferenciando entre un andamiaje personalizado según el estilo cognitivo en la dimensión DIC y otro según la capacidad ARA.
- Valorar si la utilización del andamiaje personalizado reduce la brecha entre la polaridad de estilo cognitivo DIC en el desarrollo del razonamiento estadístico.
- Describir y comparar los cambios en el razonamiento estadístico de los estudiantes, considerando sus diferencias individuales en el estilo cognitivo DIC y capacidad ARA en contraste con el grupo control.
- Analizar la efectividad de una propuesta pedagógica para desarrollar el razonamiento estadístico en estudiantes de educación secundaria.

CAPÍTULO II. Marco teórico

En este capítulo se abordan los fundamentos teóricos que sustentan la investigación, organizados en tres ejes principales: el razonamiento estadístico, las diferencias individuales de estilo cognitivo DIC y la capacidad ARA, y los andamiajes pedagógicos.

Cada constructo se examina a partir de aportes conceptuales y empíricos considerados en el diseño y evaluación de la propuesta pedagógica basada en diferencias individuales, así como en el análisis de los resultados de la investigación. Asimismo, se presentan los instrumentos para medir las variables, los indicadores de análisis de otros estudios y las estrategias de enseñanza y aprendizaje afines a cada eje.

Razonamiento estadístico

Los avances investigativos en el campo de la educación estadística, junto con los resultados de las evaluaciones estandarizadas que evidencian bajos niveles de desempeño, la limitada evidencia empírica sobre el estudio del razonamiento estadístico en estudiantes de secundaria y la influencia de diferencias individuales en el éxito de los cursos de estadística, han motivado el desarrollo de investigaciones orientadas a caracterizar habilidades, analizar tareas de aprendizaje propias del razonamiento estadístico y la consideración de alguna diferencia individual para mejorar los desempeños de los estudiantes.

Para lograr un diseño pedagógico integral, en el presente estudio se considera la fundamentación teórica del razonamiento estadístico, las formas de evaluación (como pruebas, proyectos y resolución de problemas), los niveles de comprensión y dificultades documentadas, los aprendizajes propuestos desde la normativa colombiana, y las estrategias de enseñanza específicas para fomentar el razonamiento estadístico en estudiantes de secundaria.

Aproximación teórica y evaluación del razonamiento estadístico

Los procesos cognitivos continúan siendo objeto de estudio, lo que ha generado una diversidad de aproximaciones teóricas y empíricas (Andrade et al, 2017; Sierra-Bonilla et al., 2019). Si bien estas aproximaciones comparten fundamentos conceptuales y habilidades, difieren en su énfasis, alcance y forma de operacionalizar el razonamiento estadístico.

En este apartado se presentan, en primer lugar, las principales posturas teóricas y empíricas que han modelado este constructo desde la década de 1970 hasta el año 2000, siguiendo la sistematización propuesta por Lovett (2001). Luego se integran aportes más recientes (2001-2019), desde otras perspectivas, y finalmente, se delimita la posición teórica adoptada en esta investigación, que orienta la propuesta pedagógica diferencial.

En la década de 1970, los estudios teóricos desarrollados por psicólogos cognitivistas y científicos sociales predominaban en este campo de investigación. Estos estudios analizaron el comportamiento de las personas al enfrentarse a situaciones de incertidumbre o resolución de problemas, postulando el razonamiento como un proceso mental subyacente a dichos comportamientos.

Durante la década de 1980, la investigación adoptó un enfoque más empírico, debido al interés de los psicólogos cognitivistas en comprender el desempeño de los estudiantes en cursos de estadística. A través de experimentos, estos investigadores demostraron que, al identificar patrones basados en reglas abstractas, los individuos podían reconocer estructuras similares en otros problemas y aplicar dichas reglas para resolverlos. Estos resultados evidenciaron que el desempeño en estadística podía mejorarse mediante entrenamiento específico.

En la década de 1990, aumentaron los estudios de caso en el aula, desarrollados por psicólogos, educadores e instructores en el marco de las reformas educativas en matemáticas y ciencias, introducidas en ese periodo. Estas investigaciones exploratorias

documentaron las fortalezas y debilidades de los estudiantes en la adquisición de conceptos, y, en algunos casos, exploraron propuestas pedagógicas que incorporaban el uso de la tecnología como apoyo al aprendizaje.

A partir del año 2000, se intensificó el interés de los investigadores por definir formalmente el razonamiento estadístico y comprender los procesos de aprendizaje implicados en su desarrollo.

Uno de los primeros intentos por integrar los enfoques de las décadas anteriores permitió definir operativamente el razonamiento estadístico como el uso de herramientas y conceptos estadísticos para resumir, predecir y formular conclusiones sobre un conjunto de datos (Lovett, 2001). Además, tras implementar un entorno de aprendizaje basado en el análisis de tareas con el uso de computadoras, Lovett concluyó que las habilidades desarrolladas por los estudiantes les permitían transferir conocimientos a una variedad de contextos.

Por su parte, Garfield (2002) conceptualizó el razonamiento estadístico como el proceso mediante el cual las personas razonan con ideas estadísticas y les atribuyen significado, siendo una de las definiciones más referenciadas en la literatura. Según esta autora, dicho proceso requiere que el individuo identifique, represente y sintetice información estadística, además de combinar ideas e interpretar los resultados.

Otra perspectiva, basada en la didáctica de Guy Brousseau, señala que el razonamiento estadístico en un proceso cognitivo que requiere una forma particular de leer el mundo, una forma de pensar y un cierto ingenio estadístico (Régnier, 2005).

En los últimos años (2010-2024), el razonamiento estadístico ha sido abordado de diversas maneras. Algunos autores lo asocian con los niveles de complejidad de la taxonomía del Bloom, al considerarlo un proceso de comprensión y aplicación del conocimiento comparable (Sierra-Bonilla et al., 2019). Otros lo definen como una forma distinta de aprender y usar la estadística, es decir, esa capacidad mental para extraer

conclusiones tras considerar los hechos, los datos, las técnicas y el contexto (Riascos, 2017), o como la habilidad de explicar procesos estadísticos e interpretar globalmente los resultados (Herrera y Rodríguez, 2011). Estas perspectivas han contribuido a la caracterización del razonamiento estadístico, a su reconocimiento como un objetivo de aprendizaje esencial en la enseñanza de la estadística y a la exploración de estrategias para su enseñanza, aprendizaje y evaluación.

En la presente investigación se adopta una postura integral, en la cual el razonamiento estadístico se entiende como un proceso cognitivo que implica que el individuo logre interpretar ideas estadísticas, aplicar procedimientos para analizar información, evaluar sus hipótesis, explicar y comunicar los resultados estadísticos con base en la evidencia y que, debido a que se visibiliza por medio de la argumentación, se aprende según diferentes niveles de complejidad. Este proceso cognitivo se sitúa en un nivel intermedio entre la alfabetización y el pensamiento estadístico, y se considera apropiado fomentarlo desde la educación secundaria (delMas, 2002).

En cuanto a la evaluación del conocimiento estadístico, la literatura reporta diversos métodos, entre ellos evaluaciones escritas, proyectos individuales o grupales, diarios reflexivos y problemas de respuesta abierta o de opción múltiple (Batanero, 2001; Garfield y Chance, 2000; Lovett, 2001). Algunos estudios se centran en el análisis de las respuestas a problemas (Santellán y Tauber, 2020), otros en el material de trabajo o en las tareas desarrolladas por los estudiantes (Lovett, 2001), y otros proponen instrumentos con varios ítems para medir los procesos cognitivos (Sabbag et al., 2018). Estas formas de análisis se consideran complementarias para el presente estudio.

Entre los instrumentos propuestos, se destaca la Evaluación de Razonamiento Estadístico (Statistical Reasoning Assessment [SRA]), una de las pocas herramientas capaces de medir tanto razonamientos correctos como incorrectos. El SRA fue desarrollado dentro del proyecto *ChancePlus* validado inicialmente en inglés por Garfield

(1991, 1993) con estudiantes de secundaria y universitarios de Estados Unidos. Posteriormente, se aplicó en distintos países (Garfield, 2003) mostrando adecuados índices de confiabilidad ($\propto = 0.70$). Este instrumento está conformado por 20 ítems que abordan problemas de estadística descriptiva y probabilidad, diseñados para valorar la interpretación de datos, la comprensión de conceptos, la comparación de series y el cálculo de probabilidades.

En el ámbito hispano, las 20 preguntas del SRA fueron traducidas al español en el marco de un proyecto de colaboración entre la Universidad de Granada (España) y la Universidad de Minnesota (Estados Unidos), con el fin de identificar las concepciones previas de estudiantes de docencia. Dicho estudio mostró adecuados niveles de validez de contenido y fiabilidad ($\propto = 0.70$). Posteriormente, Estrada (2002) aplicó una versión abreviada de nueve ítems (SRA-A), seleccionados de los 20 ya traducidos al español, con base en su correspondencia con los contenidos de estadística descriptiva impartidos en un curso de formación docente, contenidos afines a los considerados en la presente investigación.

Con relación a los otros métodos de evaluación, se han diseñado diversos problemas de respuesta abierta y se han analizado las respuestas de estudiantes universitarios latinoamericanos. Estos estudios han permitido comprender cómo los estudiantes justifican sus elecciones al comparar diferentes series de datos y han evidenciado relaciones entre los argumentos de los estudiantes y algunos indicadores teóricos de razonamiento estadístico (Figueroa y Aznar, 2018; Santellán y Tauber, 2020).

En el presente estudio, para evaluar el razonamiento estadístico se utilizan algunas preguntas del SRA-A, ajustadas según los conocimientos estadísticos incluidos en el plan de estudios de los estudiantes de secundaria (que se presentan más adelante), junto con dos problemas de respuesta abierta. Mientras las preguntas de opción múltiple con única respuesta identifican los razonamientos correctos e incorrectos asociados con los

conocimientos estadísticos, las tareas de respuesta abierta posibilitan reconocer, a partir de las argumentaciones de los estudiantes, evidencias sobre sus conocimientos, habilidades y nivel de logro alcanzado.

Desde una perspectiva teórica, ambos recursos se consideran complementarios y necesarios para triangular la información relacionada con el razonamiento estadístico de los estudiantes de secundaria y con los objetivos y preguntas de investigación. Con base en lo anterior, ambos recursos se integran en la Evaluación del Razonamiento Estadístico en Estudiantes de Secundaria (EREES) que se describe en el capítulo de metodología. Esta evaluación fue desarrollada y adaptada para esta investigación (ver Anexos A y B).

Normativa referente al conocimiento estadístico y el desarrollo de competencias

En el contexto educativo colombiano, la enseñanza, el aprendizaje y la evaluación del conocimiento estadístico están regulados por los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998), los Estándares Básicos de Competencia en Matemáticas (MEN, 2006) y los Derechos Básicos de Aprendizaje (MEN, 2016). En estos documentos se establecen indicadores sobre, lo que se denomina, el “pensamiento aleatorio y sistemas de datos”. Este eje busca promover la comprensión de fenómenos de la vida cotidiana y la resolución de problemas mediante la enseñanza de contenidos estadísticos y probabilísticos.

En los Lineamientos se mencionan contenidos específicos que se deberían enseñar, por ejemplo, frecuencias, medidas de tendencia central, o construcción de representaciones gráficas, y se enfatiza que se deben considerar situaciones prácticas basadas en la realidad. Los Estándares presentan competencias generales que se deben desarrollar; por ejemplo, para primaria se espera que los estudiantes clasifiquen, identifiquen, organicen, describan, representen y comparen datos; para secundaria, además de estas habilidades, se propone que relacionen, apliquen algoritmos, interpreten la información y formulen conjeturas (MEN, 2006). En los Derechos Básicos de

Aprendizaje se establecen evidencias de aprendizaje por grado; por ejemplo, para grado octavo se espera que los estudiantes interpreten datos representados de diversas formas, usen estrategias gráficas y numéricas para calcular medidas de tendencia central, describan el comportamiento de los datos, analicen la variabilidad de las medidas de tendencia y el rango entre los datos (MEN, 2016).

Estas directrices se pueden enriquecer desde los planteamientos en los Lineamientos para la Evaluación e Instrucción en Educación Estadística (Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education [GAISE]), que presentan, como modelo de enseñanza, un proceso de resolución de problemas (Franklin et al., 2007/2018). En dicho documento el proceso se presenta en tres niveles de complejidad y comprende, el desarrollo de cuatro momentos: a) formular problemas, clasificándolos y planteando preguntas que se puedan responder con los datos; b) recolectar datos, diseñando un plan; c) analizar datos, mediante la selección y aplicación de métodos gráficos y numéricos apropiados; y d) interpretar resultados, señalando que la interpretación, posterior al análisis, debe relacionarse con la respuesta a la pregunta inicial. También destaca la naturaleza aleatoria de la estadística, ligada a la comprensión de la variabilidad de los datos, y señala que mediante este modelo es posible evidenciar el avance entre los niveles de cada proceso cognitivo (Franklin et al., 2007/2018).

Las normativas nacionales e internacionales coinciden en que la enseñanza debe considerar el uso de situaciones prácticas, el fomento de habilidades específicas y la promoción del análisis exploratorio de datos. En términos generales, estas orientaciones establecen como objetivo principal el fortalecimiento de habilidades que permitan al estudiante comprender fenómenos de la vida práctica a partir del estudio de la variabilidad y los datos. Sin embargo, un desafío persistente para la educación estadística consiste en trasladar dichas orientaciones a la práctica educativa de manera que se promueva el desarrollo de habilidades como el razonamiento estadístico.

Análisis exploratorio de datos

Salcedo (2019) documentó que diversas investigaciones han identificado habilidades y procedimientos específicos que deberían abordarse según el nivel educativo. En la educación primaria (que en algunos países se considera que va hasta sexto grado) se recomienda el uso de experimentos y ejercicios prácticos que permitan a los estudiantes describir, representar y reconocer la variabilidad de los datos. En contraste, en la educación secundaria, al finalizar el bachillerato, se espera que las actividades propuestas promuevan la exploración de distintos tipos de datos y distribuciones, el uso de diversas representaciones gráficas y el análisis, la asociación o la comparación entre conjuntos de datos. En síntesis, los resultados de Salcedo (2019) evidencian una progresión en la enseñanza de la estadística desde la descripción y representación hasta el análisis de datos y la comparación de conjuntos más complejos.

Diversos autores han abordado las grandes ideas de la estadística en torno a las cuales debería estructurarse el proceso educativo y que deberían ser conocidas por cualquier persona que haya cursado estudios en estadística (Garfield, 2002; Garfield y Ben-Zvi, 2008). En esta línea, Salcedo (2019) presenta las grandes ideas estudiadas por diversos autores que, para el caso de educación secundaria, según las ideas comunes entre las investigaciones, incluyen: análisis exploratorio, modelación de información mediante probabilidades, exploración y por asociación, y muestreo e inferencia. De estas ideas, el análisis exploratorio se considera la más adecuada para educación secundaria, dado su alineamiento con la normatividad colombiana.

El análisis exploratorio comprende un conjunto de procedimientos escolares aplicados en el estudio estadístico de problemas del mundo real, orientados a la comprensión de los datos (Ben-Zvi. 2016; Salcedo, 2019). Este proceso permite identificar relaciones entre variables, destacar atributos específicos según la representación gráfica utilizada (transnumeración) y aplicar conceptos fundamentales de la estadística. Para

estudiantes de secundaria, este análisis se descompone en cuatro procedimientos escolares (Jones et al., 2005):

1. Describir los datos (lectura de los datos). Incluye dos subprocesos: identificar conscientemente las características representadas y las unidades de medida de los datos.

2. Organizar y resumir los datos. Requiere transitar por tres subprocesos, agrupar los datos, resumirlos en función de su centralidad (numérico) y describir su distribución.

3. Representar los datos gráficamente. Permite tener una visión resumida de los datos, identificar tendencias y hacer predicciones. Este proceso se divide en dos subprocesos: completar o construir una representación gráfica y evaluar la eficacia de dicha representación.

4. Analizar e interpretar los datos. Considerado el núcleo del razonamiento estadístico, implica reconocer patrones y explicar el comportamiento de los datos a partir de medidas descriptivas. Este proceso incluye dos subprocesos: la lectura de los datos y la lectura más allá de los datos.

Algunos autores, como lo documentan Andrade et al. (2017), sugieren abordar el estudio descriptivo de los datos de manera holística e integrada, considerando tanto su centralidad como su dispersión. Asimismo, se enfatiza la importancia de utilizar representaciones gráficas de forma detallada, ya que estas pueden otorgar mayor sentido a la estadística en los niveles introductorios, consolidándola como una herramienta fundamental para la investigación (Andrade et al., 2017; Rocha, 2017).

Para el presente estudio el tema central de aprendizaje será el fomento del razonamiento estadístico mediante el análisis exploratorio de datos, pues, como se documentó anteriormente, este proceso permite la comprensión del conocimiento estadístico y el desarrollo de habilidades para estudiar fenómenos de la vida práctica.

Indicadores de aprendizaje, errores y obstáculos del razonamiento estadístico

Diversas investigaciones, particularmente con estudiantes universitarios, han identificado indicadores de aprendizaje del razonamiento estadístico, así como los errores más frecuentes y los obstáculos que podrían dificultar su aprendizaje. Algunos indicadores de razonamiento se basan en habilidades que demuestran el dominio de ideas estadísticas; otros caracterizan los niveles de desarrollo cognitivo, y otros analizan competencias, habilidades y conocimientos desde diversos enfoques teóricos. Estas tres perspectivas se consideran complementarias, pues permiten comprender con mayor detalle los aprendizajes y logros académicos alcanzados. Cada una constituye un punto de referencia para el presente estudio, que considera estudiantes de educación secundaria.

En primer lugar, el instrumento SRA categoriza las habilidades que muestran el dominio de ideas estadísticas y probabilísticas según la respuesta dada a cada ítem, entre razonamientos correctos e incorrectos. En el caso de la educación secundaria, inicialmente se consideran solo los conocimientos estadísticos (ver Cuadro 1).

Cuadro 1. *Razonamientos correctos e incorrectos los ítems del SRA sobre contenidos de estadística descriptiva.*

Tipo de razonamiento	ID. de Garfield	Descriptores por tipo de razonamiento
Correctos	2	Comprende cómo seleccionar un promedio adecuado
	4	Comprende la independencia estadística
	5	Comprende la variabilidad del muestreo
	7	Interpreta correctamente las tablas de doble entrada
	8	Comprende la importancia de grandes muestras
Incorrectos	1a	El promedio es el número más común
	1b	No tiene en cuenta los valores atípicos cuando calcula la media
	1c	Compara grupos basados en su promedio
	1d	Confunde promedio con mediana
	2	Ideas erróneas en la orientación de los resultados

	3	Buenas muestras han de representar un alto porcentaje de la población
	4	Ley de los pequeños números
	5	Error de representatividad
	8	Grupos que solo pueden ser comparados, si son del mismo tamaño

Nota. Los descriptores señalan habilidades de razonamiento traducidas e interpretadas de la propuesta de Garfield (2003). Solo se consideran los razonamientos asociados a ítems con contenido de estadística descriptiva.

Fuente: elaboración propia.

En segundo lugar, el modelo de desarrollo de razonamiento estadístico resumido por Jones et al. (2005) señala que los estudiantes de secundaria se centran en la aplicación de conceptos y procedimientos; por ende, deben comprender conceptos para analizar e interpretar datos y manifestar cierto nivel de complejidad en sus argumentos (ver Cuadro 2).

Cuadro 2. *Descriptores por niveles de razonamiento.*

Código	Nombre del nivel	Descriptor por nivel
1	Idiosincrático	Razonamiento subjetivo, basado en las experiencias personales que desconoce los datos proporcionados. El individuo puede distraerse con aspectos irrelevantes de la situación problema. Es comparable con el nivel preestructural de la taxonomía SOLO.
2	Transicional	Razonamiento que reconoce la importancia de cuantificar, aunque se enfoca en un solo aspecto de la situación problema. Se vincula con el uso de procedimientos sencillos. Es comparable con el nivel uniestructural de la taxonomía SOLO.
3	Cuantitativo	Razonamiento que muestra dominio de ideas matemáticas necesarias para abordar la situación problema; aunque los individuos son conscientes de su uso, no integran dichas ideas durante el desarrollo de la tarea. Ligado al uso de algoritmos o ideas matemáticas complejas. No se distraen con aspectos irrelevantes. Es comparable con el nivel multiestructural de la taxonomía SOLO.
4	Analítico o Razonamiento	Razonamiento que muestra conexiones y comparaciones entre múltiples aspectos de la situación problema, por ejemplo, al crear

		diferentes representaciones de la información o hacer predicciones razonables. Evidencia la integración del conocimiento adquirido. Es comparable con el nivel relacional de la taxonomía SOLO.

Nota. Los niveles constituyen una interpretación de la Taxonomía Structure of Observed Learning Outcomes [SOLO] desarrollado por Biggs y Collis (1991), adaptado por Jones et al., (2005).
Fuente: elaboración propia.

En tercer lugar, el análisis de tareas, a menudo basado en los argumentos de los estudiantes, aunque escaso en la literatura, ha demostrado ser un método eficaz para identificar indicadores de conocimiento, dificultades y habilidades desarrolladas en la educación estadística. Este enfoque facilita la comprensión del proceso de aprendizaje y permiten identificar áreas susceptibles de mejora, especialmente mediante el estudio del lenguaje y el discurso de los estudiantes (Batanero et al., 2020; Sañudo, 2016).

Sañudo (2016) sostiene que la interpretación del lenguaje del otro permite acceder a su pensamiento profundo, comprender su subjetividad y dar sentido a sus acciones, destacando que el significado emergente está influenciado por la cultura. Por su parte, Batanero et al. (2020) abordan el lenguaje desde un enfoque semiótico, analizando el sentido y significado, y proponen el estudio de los significados institucionales y personales. En la presente investigación se hace énfasis en los significados personales, entendidos como las acciones o prácticas expresadas por el estudiante al enfrentarse a un problema.

Batanero et al. (2020) distinguen dos tipos de prácticas en el uso del lenguaje (verbal o simbólico) en las clases de estadística: prácticas operativas, vinculadas con la aplicación práctica de los conocimientos matemáticos, y las prácticas discursivas, relacionadas con las justificaciones y argumentos construidos por los estudiantes. Estas prácticas pueden analizarse a través de diferentes elementos, como: los campos de problemas o situaciones que inducen la actividad matemática y en los que surge el conocimiento; el uso del lenguaje y las representaciones en la resolución de problemas; la aplicación de algoritmos y procedimientos; la comprensión de definiciones, propiedades y

relaciones entre conceptos; y los argumentos que vinculan las acciones con los conocimientos utilizados para resolver un problema o verificar una hipótesis.

Por otro lado, Pfannkuch (2007) categoriza los elementos del pensamiento estadístico en términos de competencias, habilidades y conocimientos. Estas categorías también se aplicaron en un estudio que analizó una tarea de inferencia con estudiantes universitarios, en el cual uno de los problemas propuestos se retoma en la presente investigación (Santellán y Tauber, 2020). Las categorías relevantes para este estudio son:

- Elementos de razonamiento: incluyen la generación de hipótesis, el resumen, el cambio, la señal, la dispersión, el muestreo, explicaciones, y los casos particulares o análisis de datos atípicos.
- Elementos moderadores del razonamiento: incluyen la evaluación y solidez de la evidencia, así como el uso adecuado de etiquetas e ideas estadísticas.

Para el presente estudio se adoptan los indicadores propuestos por Batanero et al. (2020), Jones et al. (2005) y Pfannkuch (2007), ya que permiten realizar un análisis más detallado de los argumentos utilizados por los estudiantes y brindan un panorama más preciso al aplicarse en el estudio del razonamiento estadístico. Lo que posibilita hacer comparaciones con otros estudios y poblaciones.

En cuanto a la identificación de errores y obstáculos, estos no deben interpretarse como una falta de conocimiento, sino como el resultado de intentar generalizar o adaptar un conocimiento previo que resulta inadecuado o incorrecto (Artigue, 2018; Brousseau, 1983). Brousseau (1983) expresa que los obstáculos pueden clasificarse en tres tipos, según su origen: ontogenéticos, relacionados con limitaciones de las capacidades cognitivas; didácticos, derivados del sistema de enseñanza; y epistemológicos, vinculados con el conocimiento mal adaptado o con dificultades inherentes a la conceptualización matemática.

En la presente investigación se consideran los obstáculos epistemológicos, pues están directamente relacionados con los procesos cognitivos de los estudiantes. Además, dado que la investigación sobre el desarrollo del razonamiento se encuentra en niveles descriptivos, es fundamental obtener información detallada para comprender mejor cómo los estudiantes construyen sus conocimientos y desarrollan sus habilidades, a partir de la interpretación y el análisis de los argumentos que aportan.

Los errores y obstáculos más comunes documentados en la literatura incluyen (Batanero y Díaz, 2011; Batanero et al., 2020; Garfield y Ben-Zvi, 2007): considerar la media aritmética ($\bar{x}$) y la moda (M_o) como los mejores representantes de un conjunto de datos, incluso en presencia de valores atípicos; usar conocimientos inadecuados para resolver un problema; confundir las frecuencias con los valores de la variable; calcular indicadores estadísticos tomando solo valores agrupados en lugar de considerar los datos no agrupados; describir valores sin analizar los datos en su contexto; calcular la moda en lugar de la mediana o referenciarlas indistintamente; usar escalas inadecuadas en las gráficas; confundir la definición o procedimiento para calcular la mediana; y no usar etiquetas o bien omitir intervalos en el gráfico.

Finalmente, en lo que respecta al estudio de los argumentos, Batanero et al. (2020) no establecen categorías específicas, ya que, según sus observaciones, los estudiantes de secundaria suelen desarrollar principalmente argumentos de carácter informal.

Enseñanza del razonamiento estadístico

En la última década, la enseñanza del razonamiento estadístico ha sido objeto de diversas investigaciones. Según la revisión sistemática sobre el razonamiento estadístico de estudiantes universitarios en Iberoamérica realizada por Ayala y Pinto (2024), en un periodo de 10 años, solo encontraron 14 publicaciones indexadas. Entre dichos estudios, solo uno implementó una propuesta didáctica y evaluó el nivel de razonamiento estadístico al finalizar el curso sobre pruebas de hipótesis; sin embargo, la propuesta didáctica no se

detalla en el texto (Inzunsa y Jiménez, 2013). Además, dos estudios evaluaron el razonamiento estadístico tras aplicar una propuesta para desarrollar el pensamiento estadístico, mientras que el resto de las investigaciones se centró en la medición del razonamiento en estudiantes de carreras de licenciatura o en profesores en ejercicio (Ayala y Pinto, 2024).

Uno de los resultados relevantes en el estudio de Ayala y Pinto (2024) ha sido la identificación de seis factores claves para el desarrollo del razonamiento estadístico: a) comprensión de conceptos y procedimientos estadísticos; b) comprensión del proceso investigativo; c) resolución de problemas con datos reales; d) actividades de análisis, interpretación, comparación y evaluación en contextos estadísticos; e) uso de representaciones gráficas y tabulares; y f) formación y capacitación docente.

Estos hallazgos son coherentes con los elementos clave expuestos en diversas metodologías de enseñanza de la estadística, que suelen reseñarse en varias investigaciones (Estrella, 2017; Ramos, 2019; Zapata, 2011):

- El modelo PPDAC, que se compone de cinco etapas: Problema, Plan, Datos, Análisis y Conclusiones (Wild y Pfannkuch, 1999).
- El modelo GAISE, basado en la trayectoria de aprendizaje de un estadístico profesional, que abarca la formulación de problemas y preguntas, la recolección de datos, el análisis y la interpretación (Franklin et al., 2007/2018).
- El modelo ISI (Inferencia Estadística Informal), que integra el conocimiento informal y el contexto (Makar et al., 2011).
- El modelo SRLE (Statistical Reasoning Learning Environmental) basado en seis componentes entre los que se incluye comprender ideas fundamentales, usar la tecnología y promover la argumentación, entre otros (Garfield y Ben-Zvi, 2008).

- El aprendizaje gamificado, una estrategia reciente, que incluye el uso de juegos, simulaciones, plataformas e-learning y aprendizaje asistido por computadora (Legaki et al., 2020).

Entre estos modelos, el SRLE de Garfield y Ben-Zvi (2008) es el único que integra múltiples elementos para la enseñanza del razonamiento estadístico. Su aplicación ha demostrado fomentar comprensiones significativas en relación con el conocimiento estadístico al combinar materiales, actividades, discusiones, uso de tecnología, enfoque de enseñanza y evaluación. Este modelo adopta una perspectiva centrada en el estudiante y se orienta por la pregunta: ¿Qué hacer para promover el aprendizaje de los estudiantes? De acuerdo con los autores, su diseño se basa en seis principios fundamentales, sustentados en el diseño instruccional de Cobb y McClain (2004) y en los lineamientos de evaluación e instrucción de la educación estadística GAISE.

Los principios de esta propuesta incluyen: 1) desarrollar ideas estadísticas fundamentales; 2) usar datos reales que motiven a los estudiantes y les permitan evaluar sus conjeturas; 3) emplear actividades colaborativas; 4) integrar herramientas tecnológicas; 5) promover la argumentación basada en las ideas centrales de la estadística; y 6) usar la evaluación como una herramienta para entender el conocimiento estadístico, el proceso de aprendizaje de los estudiantes y los planes de instrucción.

En este tipo de ambiente de aprendizaje se reconocen dos clases de actividades: actividades individuales, en las que los estudiantes elaboran conjeturas, abordan problemas con datos reales y reflexionan sobre sus acciones; y actividades grupales, que fomentan el aprendizaje cooperativo a través de proyectos en los que los estudiantes discuten preguntas y establecen relaciones entre las variables analizadas (Garfield y Ben-Zvi, 2008).

Para complementar el diseño del ambiente de aprendizaje, se consideran los planteamientos de Lovett (2001), quien enfatiza que éstos deben: ayudar a los estudiantes

a desarrollar habilidades generales y transferibles a diferentes contextos; incluir andamiajes que faciliten la progresión hacia el razonamiento estadístico; incentivar la aplicación de estrategias sistemáticas basadas en la comprensión; e incorporar la planificación y retroalimentación para optimizar el aprendizaje.

Con base en los anteriores principios, metodologías y procedimientos escolares, se diseña, gestiona y evalúa una propuesta pedagógica que incorpora aspectos relevantes para el desarrollo del razonamiento estadístico y considera, además, dos diferencias individuales con mayor incidencia en el rendimiento académico y que han sido objeto de estudio en investigaciones previas en América Latina.

Diferencias Individuales

Las diferencias individuales han sido objeto de estudio desde hace siglos, y han captado el interés de filósofos, médicos, psicólogos, matemáticos y, más recientemente, educadores. Su análisis se ha vinculado tanto con la posibilidad de predecir los comportamientos humanos como con la mejora del desarrollo personal (Ángeles y Olmedo, 2005).

En este contexto, Ángeles y Olmedo (2005) identifican dos momentos clave en la evolución del estudio de las diferencias individuales: el primero con Platón y la educación según las capacidades y el segundo con Hipócrates y la doctrina de los humores. Según Ángeles y Olmedo (2005) en *La República*, Platón plantea la existencia de distintos tipos de almas y capacidades, las cuales se manifiestan desde la infancia y deberían guiar el tipo de educación que recibe cada individuo. Esta perspectiva sentó las bases para el desarrollo de estudios sobre la inteligencia. Por su parte, la doctrina de los humores, según Ángeles y Olmedo (2005), presenta una relación entre el temperamento humano y cuatro fluidos corporales, teoría que influyó en los primeros estudios psicológicos sobre la personalidad.

Ángeles y Olmedo (2005) también señalan dos hitos fundamentales en la consolidación de la psicología diferencial, el trabajo de Alfred Binet y Victor Henri, y la contribución de William Stern. En el artículo titulado *"la psychologie individuelle"* Binet y Henri (como se citó en Ángeles y Olmedo, 2005) analizaron la naturaleza y alcance de esta disciplina. En el segundo trabajo titulado *Über Psychologie der individuellen differenzen, ideen zu einer Differentiellen Psychologie*, Stern (como se citó en Ángeles y Olmedo, 2005) amplió el trabajo de Binet y Henri al incorporar tres dimensiones clave: la naturaleza y el alcance de las diferencias individuales y grupales; los factores que influyen en su desarrollo; y la medición de sus manifestaciones.

Estos enfoques iniciales sentaron las bases para el desarrollo de diversos experimentos que, con el tiempo, despertaron el interés por la medición y caracterización de estas diferencias, impulsado por el apoyo financiero de distintas instituciones (Ángeles y Olmedo, 2005). Ello permitió el desarrollo de estudios más detallados, la creación de perfiles individuales, el fortalecimiento del campo de investigación en esta área y la consolidación de las teorías contemporáneas sobre las diferencias individuales.

En la década de 1990, el estudio de las diferencias individuales adquirió un nuevo enfoque. Más allá de describir y medir la diversidad entre individuos, contextos y comportamientos, surgió la necesidad de comprender cómo estas diferencias impactaban el desarrollo personal y grupal (Martínez, 2012; Sánchez-López, 1997). Esto condujo a investigaciones en áreas clave como la personalidad, la inteligencia, la cognición, la motivación y el estilo.

Con el tiempo, estos intereses se trasladaron al ámbito educativo, lo que dio lugar a la psicología educativa, la pedagogía diferencial y la educación adaptativa. En estas áreas se aborda el impacto de las diferencias individuales en el rendimiento académico, se proponen estrategias para ajustar el contexto y los elementos del proceso educativo en función de dichas diferencias y se experimenta en el aula para comprender aspectos del

aprendizaje (Jiménez, 2004; López et al., 1991; Rodríguez-Palmero et al., 2008). Asimismo, se observa una distinción entre diferencias individuales transitorias, que pueden cambiar con el tiempo, y aquellas relativamente estables a lo largo de la vida. Por ejemplo, las estrategias de estudio constituyen una diferencia individual transitoria, mientras que el estilo cognitivo se considera una diferencia más permanente, dado que está relacionado con rasgos de personalidad (Hederich, 2013).

A partir de lo anterior, se han identificado principios pedagógicos fundamentales que han demostrado efectos significativos en el rendimiento académico, en la mejora de las actitudes hacia el aprendizaje, en el desarrollo personal de los estudiantes y en su motivación (García, 1989; López y Padilla, 2006). Estos principios incluyen la equidad, la personalización, la incorporación de la tecnología, el seguimiento continuo, la autorregulación y el aprendizaje autónomo, los cuales se implementan a través de propuestas pedagógicas (Arteaga y García, 2010; López et al., 2018; Van de Pol et al., 2010).

De este modo, las diferencias individuales constituyen un aspecto central para el aprendizaje, pues influye en la forma que los individuos procesan la información, adquieren conocimientos y desarrollan habilidades académicas. Por ejemplo, Arteaga y García (2010) señalan que, en la enseñanza de las matemáticas, es fundamental emplear estrategias pedagógicas flexibles y personalizadas según las necesidades individuales de los estudiantes, con el fin de brindar una educación eficaz que potencie sus fortalezas.

Sin embargo, en el ámbito de la educación estadística, las investigaciones se han centrado en el estudio de variables como la actitud, las creencias y la ansiedad (Mateus-Aguilera, 2024). Si bien estos estudios han mostrado cambios que repercuten en el éxito académico, ofrecen una visión parcial del individuo. Por ello, se considera necesario complementar estos enfoques con perspectivas que expliquen los procesos de

aprendizaje y las comprensiones que los estudiantes logran sobre el conocimiento y las habilidades estadísticas.

Dos de las diferencias individuales que abordan aspectos cognitivos con amplia trayectoria en el ámbito de la investigación educativa son el estilo cognitivo y la autorregulación del aprendizaje. Estos dos constructos diferenciales se abordan a continuación. Además, son relevantes porque han demostrado relaciones significativas con el rendimiento académico, el uso de claves sociales, el manejo de la atención y la memoria, y el logro de metas u objetivos específicos (Hederich, 2013; Hederich-Martínez et al., 2023b; López et al., 2012a; 2012b; Zimmerman, 2000).

Estilo Cognitivo

El término *estilo* se utiliza para describir los patrones, conductas y preferencias que caracterizan la manera en que los individuos procesan información, enfrentan diversas tareas y abordan situaciones académicas o de resolución de problemas. Estos patrones reflejan rasgos cognitivos relativamente estables que influyen en la percepción, la organización de la información y la toma de decisiones (Cassidy, 2004; Hederich, 2013; Martínez, 2012; Sánchez-López, 1997; Tinajero y Páramo, 2013).

En el ámbito educativo latinoamericano, las diferencias estilísticas estudiadas con mayor frecuencia son el estilo de aprendizaje y el estilo cognitivo, particularmente en relación con el logro de aprendizaje y el rendimiento académico (Hederich, 2013).

El estilo de aprendizaje se refiere a las preferencias, estrategias y acciones que los estudiantes emplean en situaciones específicas de estudio para asimilar la información. Este estilo resulta de la integración de dimensiones cognitivas, afectivas, fisiológicas y psicológicas, y puede modificarse en función del entorno, los estímulos o la experiencia del estudiante (Buela-Casal et al., 2001; Casidy, 2010; López y Padilla, 2006). Un ejemplo ampliamente difundido es el modelo VAK (visual, auditivo y kinestésico) que se refiere a la preferencia de los estudiantes frente a cierta estimulación sensorial para asimilar la

información. En el contexto iberoamericano, el modelo más estudiado es el propuesto por Alonso et al. (1997), que distingue cuatro estilos: activo, reflexivo, teórico y pragmático (Hederich, 2013).

Por su parte, el estilo cognitivo describe el funcionamiento intelectual típico de un individuo. Este funcionamiento se expresa mediante el estudio de características internas y relativamente estables relacionadas con el pensamiento y el procesamiento de información (García, 1989; Hederich, 2013; Hederich-Martínez et al, 2023b; López y Padilla, 2006; Martínez, 2012). Estas características están vinculadas a rasgos de personalidad y tienden a mantenerse constantes a lo largo del tiempo. En este campo, se han identificado diversas dimensiones bipolares, que explican tendencias diferenciadas en el pensamiento y la conducta cognitiva (Buela-Casal et al., 2001; Cassidy, 2004; Hederich, 2013; Hederich y Camargo, 2000; Tinajero y Páramo, 2013). Entre las dimensiones más estudiadas se encuentran:

- Dependencia-Independencia de Campo, estudiada por Witkin y Asch en 1948 (como se citó en Hederich, 2013), mediante pruebas basadas en claves visuales o vestibulares. Esta dimensión diferencia a los individuos que procesan la información de forma analítica (IC) de aquellos que lo hacen de manera global e intuitiva (DC).
- Reflexividad- impulsividad, propuesta por Kagan et al. en 1964 (como se citó en Hederich, 2013), describe la tendencia a responder de manera rápida o pausada en la resolución de problemas. La tendencia pausada, reduce el margen de error en la respuesta.
- Convergente-divergente, planteada por Guilford en 1967 (como se citó en Hederich, 2013), se estudia según la manera de solucionar un problema y distingue entre la búsqueda de una solución lógica única y la exploración creativa de múltiples alternativas.

- Holista-serialista, propuesta por Pask y Scott en 1972 (como se citó en Hederich, 2013), con base en las observaciones de situaciones de aprendizaje libre en las que se prefiere el procesamiento global de grandes cantidades de información o el abordaje secuencial de pequeñas unidades.

Entre estas dimensiones, la dependencia-independencia de campo (DIC) es la más estudiada y la que ha mostrado mayor relación con el rendimiento académico, las interacciones entre estilos de docentes y estudiantes, la atención, la memoria de trabajo y las preferencias pedagógicas (Hederich, 2013). Asimismo, ha sido explorada en estudiantes de secundaria.

A continuación, se describen los rasgos asociados a cada polaridad en los campos perceptuales, cognitivos y sociales (Hederich y Camargo, 2000; Hederich-Martínez, et al., 2023b).

- Dependiente de Campo (DC). Este individuo utiliza referentes externos y muestra poca habilidad de desenmascaramiento perceptual y cognitivo. Su funcionamiento cognitivo es global, al igual que su concepción corporal y sus mecanismos de defensa, y tiende a mantener las representaciones originales sin estructurarlas. Su identidad se encuentra integrada a otros individuos y mantiene una fuerte orientación interpersonal. Además, integra de manera conjunta sus funciones ideacionales, motivacionales, y motoras, lo que refleja bajos niveles de lateralización hemisférica (se especializa en un procesamiento global, espacial, intuitivo y visual). Tiende a aprender de forma pasiva y a requerir mayor guía o supervisión.

- Independiente de Campo (IC). Este individuo utiliza referentes internos y posee habilidades de desenmascaramiento perceptual y cognitivo. Su funcionamiento cognitivo es analítico y flexible lo que le facilita la reestructuración de la información. Mantiene una identidad más autónoma y una orientación social impersonal. Además, diferencia sus funciones ideacionales, motivacionales y motoras, lo que indica altos niveles de

lateralización hemisférica (se especializa en un procesamiento analítico, secuencial, lógico y verbal). Aprende de forma activa y autónoma, con preferencia por el análisis y la exploración estratégica.

Para identificar estas polaridades, se utilizan las pruebas propuestas por Witkin y sus colaboradores (como se citó en Tinajero y Páramo, 2013). En esta investigación se utilizó la Group Embedded Figures Test (GEFT), Prueba de Grupos de Figuras Enmascaradas, que permite evaluar la capacidad de reestructuración perceptual a partir de la rapidez para identificar una figura simple dentro de una figura compleja. Esta capacidad influye en la forma en que los estudiantes perciben, organizan y aprenden información en distintos entornos educativos (Tinajero y Páramo, 2013). En la literatura, quienes muestran mayor rapidez suelen clasificarse en la polaridad IC.

Diversas investigaciones han demostrado que esta prueba presenta un alto índice de confiabilidad (superiores o iguales $\alpha = 0.785$), con variaciones según la población (Hederich-Martínez et al., 2023a; Hederich-Martínez et al., 2023b; López et al., 2012a; 2012b; López et al., 2014). El puntaje total (entre 1 y 18) determina la tendencia del individuo hacia una polaridad u otra (ver Cuadro 3).

Cuadro 3. Rasgos de los estudiantes bajo la dimensión DIC

Estudiante dependiente de campo	**Estudiante independiente de campo**
Es detallista al momento de abordar una tarea, depende en muchas ocasiones de la relación social que pueda establecer. Procura comprender lo que lee con profundidad, requiere de mayor acompañamiento o supervisión, desarrolla mejor sus habilidades sociales, suele ser holístico o mantener una visión global de la tarea, tienen una baja capacidad reestructuradora y adquieren el aprendizaje de forma pasiva.	Es estratégico al momento de abordar una tarea, tiende a ser autónomo y más analítico. Prefieren abordar tareas como partes de un todo, se adapta más fácil a las circunstancias, se le dificultan las relaciones interpersonales, tiene una alta aptitud, una alta capacidad reestructuradora y adquieren el aprendizaje de forma activa o experimental.

Nota. esta caracterización es basada en los hallazgos presentados por Hederich y Camargo (2000), Hederich (2004; 2013), Ruiz y Espinosa (2010), Tinajero y Páramo (2013).

Fuente: elaboración propia.

Además, la versión del GEFT ha sido adaptada y aplicada en investigaciones colombianas con estudiantes de educación secundaria y universitarios por los grupos de investigación de Estilos Cognitivos y COGNITEK, ambos adscritos a la Universidad Pedagógica Nacional (UPN), este último, responsable de su actualización, digitalización y validación en el marco del proyecto DTE-549-21, financiado por la UPN.

La evidencia indica que cada polaridad presenta patrones diferenciados de rendimiento académico, y que, en algunas asignaturas, genera una brecha de aprendizaje. En particular, se ha encontrado que los estudiantes DC tienden a obtener los resultados más bajos, ya que presentan dificultades para determinar cuándo y dónde utilizar determinadas estrategias (Tinajero y Páramo, 2013). En educación matemática se ha observado que los estudiantes IC suelen alcanzar niveles más altos de logro (Herrera et al., 2024; López et al., 2012a; 2012b) y que, en algunos casos, existe una correlación positiva entre el estilo IC y el desempeño en las pruebas SABER (Ruíz y Espinoza, 2010).

No obstante, se ha identificado un vacío en la literatura respecto a la relación entre la dimensión DIC y el rendimiento académico en clases de estadística. Únicamente se encontró un estudio que interpreta el proceso estadístico desarrollado por una estudiante IC de cuarto grado de primaria, destacando su dominio en procedimientos del análisis exploratorio de datos, aunque con escasa información sobre tendencias generales (Qomariyah et al., 2019).

A partir de lo anterior, se infiere que las polaridades cognitivas pueden generar desventajas en el aprendizaje de la estadística, especialmente dado el énfasis tradicional en conceptos y procedimientos matemáticos. Por ello, se destaca la necesidad de adaptar la enseñanza según las características de cada polaridad para reducir brechas de aprendizaje.

Para este estudio, la identificación de polaridades se realizó mediante el GEFT debido a su evidencia de validez y a que digitalmente se encuentra con libre acceso. La adaptación pedagógica se basó en estrategias recomendadas en la literatura para atender

a estudiantes DC, tales como el uso de esquemas gráficos, la presentación de información en diferentes formatos, la elaboración de resúmenes visuales, el acompañamiento cercano, el uso de analogías y la reducción de agentes distractores (Tinajero y Páramo, 2013). Estas estrategias pueden favorecer una comprensión más profunda del conocimiento estadístico y potenciar el desarrollo del razonamiento.

Otros aspectos que se pueden considerar en el proceso de enseñanza incluyen: el apoyo de tipo motivacional y volitivo, la incitación a pedir ayuda, el uso de estrategias cognitivas que ayudan a codificar, comprender y recordar información, y las estrategias metacognitivas o actividades que orientan al estudiante para que planeen, monitoreen y evalúen su aprendizaje (Tinajero y Páramo, 2013).

Autorregulación del Aprendizaje

La autorregulación del aprendizaje (ARA) se define como el conjunto de procesos y capacidades mediante los cuales un estudiante formula metas o planea, organiza la información, supervisa su desempeño y reflexiona sobre éste para ajustar sus estrategias y adaptarse a distintas situaciones de aprendizaje (Panadero y Alonso-Tapia, 2014a; 2014b; Zimmerman, 2000; 2008). Estos procesos integran aspectos cognitivos, metacognitivos, conductuales, motivacionales y afectivos, y permiten transformar habilidades mentales en competencias académicas (Panadero, 2017; Sitzmann y Ely, 2011; Zimmerman, 2008).

Un componente central de la autorregulación es la metacognición, entendida como el proceso mediante el cual el individuo reflexiona sobre su pensamiento, evalúa su desempeño y ajusta sus acciones con el fin de mejorar su aprendizaje (Gutiérrez, 2021; Kleitman y Costa, 2014; Sitzmann y Ely, 2011; Stark y Krause, 2008).

En el campo pedagógico, la autorregulación se ha estudiado desde diversas dimensiones, dando lugar a modelos teóricos que integran elementos cognitivos (pensamiento estratégico, metacognición), motivacionales (creencias, compromiso,

expectativas) y contextuales (adaptación del entorno de aprendizaje) (López et al., 2012a; 2012b).

Panadero (2017) sintetiza seis modelos de autorregulación del aprendizaje: a) el de Zimmerman, de carácter cíclico, que integra las fases de planificación, ejecución o desempeño y autorreflexión; b) el de Boekaerts, que articula mecanismos cognitivos y emocionales; c) el de Winne y Hadwin, centrado en la metacognición y el procesamiento de la información; d) el de Pintrich, que destaca la relación entre autorregulación, motivación y contexto; e) el de Efklides, que incorpora el afecto como elemento central; y f) el de Hadwin, Järvelä y Miller, enfocado en la autorregulación socialmente compartida.

Entre estos modelos, los propuestos por Zimmerman, Winne y Hadwin, y Boekaerts han mostrado mayor desarrollo empírico con diversas poblaciones estudiantiles (Panadero y Tapias, 2014b). En particular, el modelo de Zimmerman ha experimentado un notable avance teórico, ya que integra dimensiones cognitivas, conductuales y motivacionales que permiten planificar intervenciones pedagógicas.

El modelo de Zimmerman (2000; 2008) describe la autorregulación como un proceso cíclico de tres fases: previsión-planeación o análisis de tareas y creencias de automotivación, que preceden al esfuerzo para alcanzar metas próximas; control volitivo-desempeño o de esfuerzos motores que afectan la atención y la acción, como el autocontrol y la autobservación; y autorreflexión o reflexión crítica sobre la mejora de los esfuerzos desde la consideración de las posibles causas, la comparación con otras situaciones similares y la reacción adaptativa, que depende del juicio que asigne el individuo a los esfuerzos motores.

También, señala que la habilidad de autorregularse se desarrolla en cuatro niveles, que describen los orígenes sociales de los procesos autorregulatorios (Panadero y Tapias, 2014b; Zimmerman, 2000):

1) Observación de un experto y modelación de los patrones conductuales, en donde el docente muestra al estudiante cómo alcanzar la meta de aprendizaje.

2) Emulación o imitación de conductas y experimentación estratégica, en donde el docente orienta, brinda ejercicios de práctica y retroalimentaciones sobre el proceso.

3) Autocontrol o dominio de la propia conducta, siendo el estudiante quien adquiere un nivel de mayor conciencia metacognitiva, sin imitar directamente, y demanda al docente orientación en los procesos mentales y estrategias específicas para enfrentar tareas desafiantes. Hay una mínima intervención docente.

4) Autorregulación, cuando el estudiante adapta sistemáticamente sus estrategias a distintas tareas o necesidades, en este caso, el docente facilita información y reduce sistemáticamente sus intervenciones.

Para medir la ARA en este estudio, se seleccionó un instrumento validado previamente con estudiantes de secundaria de Ecuador y Chile, que reportó adecuados índices de fiabilidad ($\alpha = 0.70$) (Sáez-Delgado et al., 2021a; Sáez-Delgado et al., 2021b). Este instrumento evalúa la ARA mediante dos perspectivas (ver Anexo D):

- Cinco subescalas que agrupan los componentes de la autorregulación: a) estrategias de disposición al estudio; b) autoeficacia para la disposición al estudio; c) estrategias cognitivas, metacognitivas y búsqueda de ayuda; d) atribuciones causales; y e) autoevaluación.
- Las tres fases del modelo de Zimmerman de modo que las subescalas a) y b) corresponden a la fase de planificación, la subescala c) a la fase de desempeño y las subescalas d) y e) a la fase de evaluación.

La literatura muestra consistentemente que los estudiantes que participan en actividades de autorregulación obtienen mejores resultados académicos (Sitzmann y Ely, 2011), que la conciencia metacognitiva se asocia con el uso de estrategias efectivas (Gutiérrez, 2021), y que la autorregulación mejora el interés por el objeto de aprendizaje,

favorece el control de conductas como la procrastinación y mejora la persistencia, el esfuerzo y la autoeficacia, fomentando una actitud consciente, reflexiva y responsable hacia el aprendizaje (Nilson, 2013; Sitzmann y Ely, 2011).

En contraste, en la educación estadística, las investigaciones sobre ARA son escasas y se han centrado en dos enfoques: actividades de reproducción superficial de contenido estadístico y actividades orientadas hacia metas intrínsecas.

Algunos estudios muestran que la retroalimentación metacognitiva mejora el rendimiento en un curso de estadística para estudiantes de una especialización en psicología (Kleitman y Costa, 2014), mientras que otros destacan la importancia de enseñar estrategias para establecer metas, identificar herramientas y aplicarlas eficazmente (Kleitman y Costa, 2014; Rodríguez et al., 2010; Sánchez-Cruzado y Sánchez-Compañía, 2020).

Entre las estrategias pedagógicas propuestas por diversos autores (Panadero, 2017; Torrano et al., 2017), para esta investigación se adoptaron las siguientes: usar tareas auténticas relacionadas con situaciones de la vida real, diseñar ambientes de aprendizaje libres de distracciones, organizar las instrucciones que faciliten el uso de estrategias cognitivas y metacognitivas, enseñar a usar esquemas y actividades que fomenten el pensamiento estratégico, y, brindar oportunidades para la autoobservación y reflexión sobre el propio proceso de aprendizaje.

Fundamentos del andamiaje educativo

El término *andamiaje* es adaptado del ámbito de la construcción, donde un andamio constituye una estructura temporal que permite edificar o modificar otra estructura más compleja (Van de Pol, 2010). En educación, esta metáfora describe el apoyo ajustado y transitorio que se brinda a los estudiantes para que, a partir del desarrollo de tareas o de habilidades más simples, puedan desarrollar tareas o competencias más complejas que, sin dicho apoyo, serían difíciles de alcanzar (López-Vargas et al., 2018; Van de Pol et al.,

2010). Este apoyo puede brindarse de manera presencial, mediante orientación verbal directa, o a través de recursos tecnológicos, y se desvanece gradualmente en la medida en que los estudiantes adquieren un nivel mayor de autonomía en su aprendizaje.

Históricamente, los estudios sobre andamiajes se han desarrollado principalmente en el ámbito del lenguaje, específicamente en procesos de alfabetización lectora. En menor medida, se ha investigado su aplicación en disciplinas como las matemáticas y las ciencias (Van de Pol et al., 2010). Una revisión sistemática realizada por Van de Pol et al. (2010), que analizó investigaciones publicadas entre 1998 y 2009, identificó únicamente cuatro estudios centrados en el análisis de las instrucciones dadas por los docentes y en los cambios en el desempeño de los estudiantes en cursos de aritmética o álgebra (Meyer y Turner, 2002; Nathan y Kim, 2009; Pratt y Savoy, 1998; Swanson y Lussier, 2001).

En el campo de la educación estadística, la literatura es aún más limitada. Solo se identificó un estudio que aborda explícitamente el uso de un programa (Software) que incorporaba instrucciones o andamiajes destinados a reforzar las habilidades de planificación de los estudiantes (Lovett, 2001). Este programa incluía pasos intermedios para analizar datos y permitía realizar cálculos estadísticos, facilitando la comprensión de los procedimientos (Lovett, 2001).

Desde la perspectiva pedagógica, el andamiaje posibilita que los estudiantes desarrollen habilidades complejas, avancen más allá de sus capacidades iniciales y construyan estrategias adaptativas. Asimismo, promueve la autonomía, el pensamiento estratégico y la personalización del aprendizaje. En algunos planteamientos, se menciona que su propósito final es transferir progresivamente la responsabilidad del aprendizaje al estudiante (Torrano et al., 2017).

Componentes, intenciones y medios

La literatura pedagógica ha permitido identificar algunos elementos comunes que deberían considerarse en las diferentes propuestas pedagógicas para garantizar la

efectividad del andamiaje. Según Van de Pol et al. (2010) se identificaron componentes teóricos, tipologías, intenciones pedagógicas y medios.

Los componentes fundamentales se refieren a las tres características de los andamiajes. La primera es la contingencia, entendida como la capacidad del docente o del recurso instruccional para ajustar el nivel de apoyo en función de las necesidades inmediatas del individuo; este ajuste dinámico garantiza que la ayuda sea pertinente y proporciona un punto de apoyo sin sustituir el esfuerzo cognitivo del aprendiz. La segunda es el desvanecimiento, proceso mediante el cual se retira el apoyo de manera progresiva en la medida en que el estudiante adquiere mayor dominio de las tareas; este retiro gradual favorece la interiorización de estrategias y fomenta la autonomía. La tercera característica es la transferencia, momento en el que se asigna mayor responsabilidad al estudiante mediante la incitación a aplicar su capacidad, seleccionar estrategias adecuadas y decidir sin depender del apoyo externo.

La literatura reconoce diferentes formas de andamiaje que pueden clasificarse según la naturaleza del apoyo proporcionado entre cognitivo, metacognitivo y afectivo (López et al., 2018; Van de Pol et al., 2010):

- El andamiaje cognitivo ofrece estructuras conceptuales y procedimentales que ayudan al estudiante a organizar la información, comprender conceptos fundamentales y ejecutar procesos sistemáticos. Este tipo de apoyo resulta particularmente relevante en tareas que implican análisis de datos, comparación de representaciones o aplicación de procedimientos estadísticos.
- El andamiaje metacognitivo promueve la reflexión sobre el propio pensamiento a través de preguntas que guían al estudiante sobre el análisis de sus estrategias, la posibilidad de anticiparse a las dificultades y la regulación de su desempeño.
- El andamiaje afectivo o motivacional, por su parte, se orienta a sostener el compromiso del estudiante mediante el refuerzo de la autoeficacia, la regulación de la

frustración y la generación de interés por la tarea. Este tipo de apoyo adquiere especial relevancia en áreas donde la ansiedad hacia la disciplina constituye un obstáculo frecuente, como ocurre en la estadística escolar.

También estos autores señalan que, gracias a la investigación que ha estudiado los procesamientos ascendentes (Bottom-up) y descendentes (Top-down) relacionados con los andamiajes, es posible abordar andamiajes en el contexto educativo desde tres dimensiones: intenciones (objetivo del andamiaje), medios (cómo se desarrolla el andamiaje) y estrategias (articulación de intenciones y medios) (Van de Pol et al., 2010).

Las intenciones de los andamiajes pueden clasificarse en seis tipos. Las primeras cuatro relacionadas con actividades cognitivas (a, b y c) y las otras dos relacionadas con aspectos afectivos (Van de Pol et al., 2010; Wood et al., 1976):

a) Mantenimiento de la dirección. Consiste en orientar al estudiante hacia el objetivo de aprendizaje, regulando su atención y guiando su proceso metacognitivo.

b) Estructuración cognitiva. Implica proporcionar estructuras conceptuales o procedimentales que faciliten al estudiante organizar, justificar y dar sentido a sus decisiones.

c) Reducción de grados de libertad. Se refiere a guiar al estudiante en el desarrollo de tareas que aún no puede realizar de manera autónoma, limitando las alternativas de acción.

d) Modelación. consiste en mostrar de manera idealizada la ejecución de una tarea, con el propósito de que el estudiante la observe y la pueda imitar.

e) Reclutamiento. Implica despertar el interés del estudiante en el desarrollo de una tarea, motivándolo.

f) Control de la frustración. Consiste en establecer contingencias que permitan mantener la motivación del estudiante, previniendo y reduciendo la frustración.

Los seis medios que se pueden usar para apoyar las actividades de aprendizaje incluyen: ofrecer retroalimentación sobre el desempeño, proporcionar pistas para avanzar en la tarea o conocimiento, brindar instrucciones específicas sobre qué hacer y porqué, explicar con detalle la tarea o el concepto, modelar acciones que el estudiante pueda imitar y formular preguntas que activen procesos verbales y cognitivos para avanzar (Van de Pol et al., 2010).

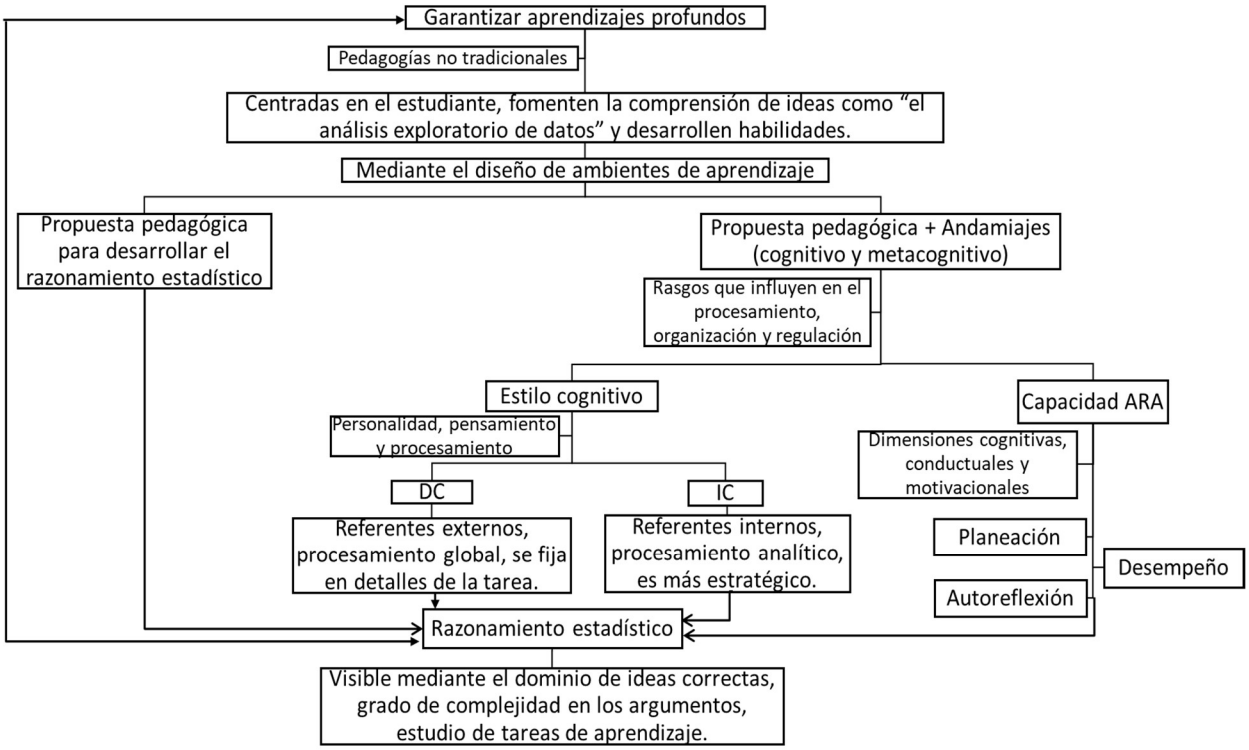
El andamiaje pedagógico ha demostrado ser una estrategia eficaz para atender la diversidad cognitiva en el aula, pues permite ajustar el tipo y nivel de apoyo que requiere un estudiante, respondiendo de manera contingente a su desempeño (Wood et al., 1976; Van de Pol et al., 2010). En este sentido, se ha señalado que las adaptaciones pedagógicas pueden contribuir a reducir brechas de aprendizaje asociadas con diferencias individuales. Por ejemplo, los estudiantes DC podrían beneficiarse de andamiajes cognitivos, verbales o escritos, que señalen claves externas para organizar la información y aplicar estrategias adecuadas (Hederich y Camargo, 2000); mientras que los estudiantes con menor capacidad de autorregulación podrían beneficiarse de andamiajes metacognitivos que los guíen entre las fases de planeación, monitoreo y autoevaluación (Zimmerman, 2000; 2008).

En conjunto los anteriores componentes, intensiones, tipologías y medios permiten comprender el valor del andamiaje como una herramienta pedagógica relevante y representan la base conceptual que orienta la propuesta pedagógica desarrollada en este estudio. En particular, se consideran el uso de guías, rúbricas y preguntas orientadoras que orienten al estudiante a nivel cognitivo sobre los procedimientos escolares para el análisis de datos y, a nivel personal, sobre la evaluación de los aprendizajes y las habilidades desarrolladas mediante estrategias afines a sus diferencias individuales.

Modelo teórico de la investigación

Este modelo plantea que, para favorecer aprendizajes estadísticos profundos, es necesario incorporar pedagogías no tradicionales fundamentadas en los principios de los ambientes de aprendizaje específicos. Asimismo, reconoce la relevancia de diferencias individuales en el aprendizaje y, por ello, se incluyen andamiajes ajustados a variable cognitivas pertinentes para estudiantes de educación secundaria que toman un curso de estadística. De igual modo, el modelo articula los conocimientos estadísticos, las habilidades, errores y obstáculos documentados empíricamente (ver Figura 2).

Figura 2. *Modelo Teórico*



Nota: El modelo ilustra las relaciones entre los referentes teóricos en educación estadística (Ben-Zvi y Makar, 2016; delMas, 2002; Garfield y Ben-Zvi, 2008), andamiajes pedagógicos (López et al., 2018; Van de Pol et al., 2010; Wood et al., 1976) y diferencias individuales, como el estilo cognitivo en la dimensión DIC (Hederich, 2013; Hederich y Camargo, 2000; Tinajero y Páramo, 2013) y la capacidad ARA (Zimmerman, 2000; 2008).

Fuente: elaboración propia.

El modelo se sustenta en los consensos de la comunidad educadora respecto a la necesidad de promover el razonamiento estadístico desde la educación secundaria (Ben-Zvi y Makar, 2016; delMas, 2002) con el fin de favorecer aprendizajes profundos, desarrollar habilidades más allá del uso de procedimientos numéricos y mejorar el desempeño de los estudiantes. Para alcanzar dicho propósito, se ha propuesto el diseño de ambientes de aprendizajes (Garfield y Ben-Zvi, 2008), así como la implementación de andamiajes pedagógicos (López et al., 2018; Van de Pol et al., 2010; Wood et al., 1976) adaptados a diferencias individuales cognitivas, entre ellas el estilo cognitivo en la dimensión DIC (Hederich, 2013; Hederich y Camargo, 2000; Tinajero y Páramo, 2013) y la capacidad ARA (Zimmerman, 2000; 2008).

En este sentido el modelo se organiza en torno al concepto del *andamiaje,* entendido como el elemento que orienta la enseñanza del análisis exploratorio de datos y que permite fomentar las habilidades necesarias para razonar estadísticamente de manera diferenciada: el grupo control recibe una propuesta pedagógica para fomentar el análisis exploratorio de datos, mientras que los grupos experimentales incorporan, además, variables moderadoras según su polaridad en la dimensión DIC o según la capacidad ARA, estructurada por fases.

Este modelo permite visualizar la interacción entre los factores pedagógicos, las diferencias individuales y el razonamiento estadístico, proporcionando un marco conceptual que guía tanto el diseño de la intervención como la interpretación de los resultados empíricos.

CAPÍTULO III. Marco metodológico

En este capítulo se describen los fundamentos metodológicos que orientaron el desarrollo de la investigación. Se presenta el enfoque y el diseño, las variables y los instrumentos empleados, así como el procedimiento seguido en las distintas fases del estudio y las consideraciones éticas que enmarcaron el proceso.

Enfoque y diseño de investigación

Esta investigación se enmarca en un enfoque cuantitativo, orientado a evaluar la incidencia de adaptaciones pedagógicas basadas en diferencias individuales en el desarrollo del razonamiento estadístico de estudiantes de educación secundaria. Este enfoque permite la medición objetiva de las variables y la comparación empírica de las relaciones planteadas en el modelo teórico, mediante instrumentos con evidencias de validez y confiabilidad.

En cuanto al diseño de investigación, se adoptó un diseño cuasiexperimental con componente correlacional, que posibilita intervenir pedagógicamente, de manera intencional, grupos de estudiantes para observar los efectos de distintas estrategias de andamiaje. Campbell y Stanley (1995) señalan que este tipo de diseño se caracteriza por la ausencia de control total sobre los estímulos. En este estudio, el control se ejerció específicamente sobre el andamiaje pedagógico basado en las diferencias individuales.

De acuerdo con Hernández-Sampieri y Mendoza-Torres (2018), el enfoque correlacional permite establecer el grado de relación entre variables. En coherencia con ello, este estudio integra mediciones pretest y postest en grupos no equivalentes. Se trabajó con dos grupos experimentales (uno según el estilo cognitivo en la dimensión DIC [GE_DIC] y otro según la capacidad ARA [GE_ARA]), y un grupo control (GC), en el que se mantuvo la propuesta sin adaptaciones. Estos grupos fueron relativamente homogéneos en términos de proporción y formación académica previa en temas estadísticos.

Para la recolección de datos se aplicó un diseño transeccional correlacional, que permitió medir los cambios producidos antes y después de la intervención, utilizando información cuantitativa y cualitativa que posteriormente se analizó mediante métodos mixtos. Esta estructura metodológica proporcionó una base sólida para examinar los efectos del andamiaje pedagógico sobre el razonamiento estadístico y establecer relaciones significativas entre las variables analizadas.

Variables, instrumentos y participantes

A continuación, se presentan las variables usadas en este estudio, los instrumentos empleados para medir cada una, sus sistemas de puntuación, los índices de fiabilidad obtenidos y la caracterización general de los participantes. Teniendo en cuenta las condiciones de la institución educativa, se dio la posibilidad de aplicar estos instrumentos fuese virtual, lo que facilitó el acceso y la recolección de los datos.

Variable dependiente

Razonamiento estadístico. Se evaluó de dos maneras: mediante una prueba de ocho ítems, compuesta por siete ítems de opción múltiple de respuesta única, adaptadas del SRA-A, y un ítem de respuesta abierta con evidencias de validez; y a partir del rendimiento o promedio académico del estudiante, obtenido de la evaluación de actividades grupales e individuales desarrolladas durante la propuesta pedagógica.

La prueba de ocho ítems tuvo como propósito identificar, en las preguntas de opción múltiple, los razonamientos correctos e incorrectos; y en el ítem de respuesta abierta, los indicadores de aprendizaje, así como los errores y obstáculos epistemológicos. Por su parte, el rendimiento académico permitió valorar el logro de aprendizaje del razonamiento estadístico y la apropiación de los procedimientos escolares para el análisis exploratorio de datos, según las rúbricas diseñadas para esta propuesta pedagógica.

Variables independientes

1. Andamiaje personalizado según el estilo cognitivo. Se utilizó el instrumento GEFT para identificar la preferencia del estudiante en el procesamiento de información, específicamente en la dimensión DIC. Con base en esta clasificación, se asignó un andamiaje adaptado a cada polaridad del estilo cognitivo, con el propósito de facilitar el aprendizaje de los conocimientos y el uso de los procesos relacionados con el razonamiento estadístico.

2. Andamiaje para desarrollar la capacidad autorreguladora del aprendizaje. Se empleó el instrumento psicométrico ARA para evaluar la capacidad del estudiante según la frecuencia con la que aplicaban procesos autorregulatorios. A partir de este diagnóstico, se asignó un andamiaje orientado a transitar por las tres fases del proceso de autorregulación (planificación, ejecución y evaluación), con el objetivo de facilitar el aprendizaje de los conocimientos y el uso de los procesos vinculados con el razonamiento estadístico.

Instrumentos y validez

Los instrumentos aplicados en este estudio se encuentran en los anexos del documento. El Anexo A y el Anexo B corresponden al pretest y el postest para medir el razonamiento estadístico, basados en instrumentos con validez. El Anexo C y Anexo D contienen imágenes de las versiones digitales utilizadas para caracterizar a los estudiantes según su estilo cognitivo en la dimensión DIC y su capacidad ARA, respectivamente.

Evaluación del Razonamiento Estadístico en Estudiantes de Secundaria (EREES). Para este estudio se aplicaron dos test, un pretest y un postest, cada uno compuesto ocho ítems[4]: siete de opción múltiple (ítem 1, 2, 3, 4, 6, 7 y 9), tomados y adaptados de la versión SRA-A elaborada por Estrada (2002) a partir del instrumento

[4] La adaptación de los ítems se explica en la fase 1 de la metodología.

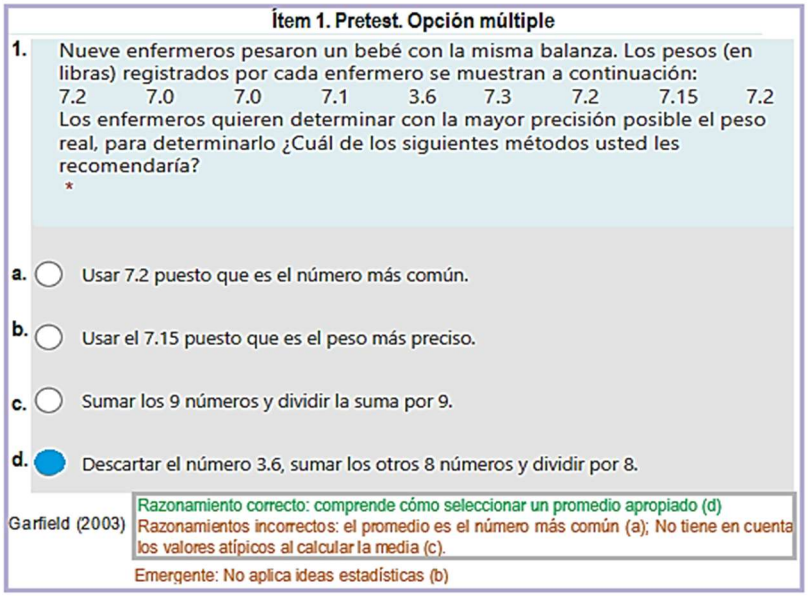
original SRA desarrollado por Garfield (1991; 1993), y un ítem de respuesta abierta (ítem 10). El ítem de respuesta abierta del pretest se seleccionó de los propuestos por Figueroa y Aznar (2018) y el del postest de los propuestos por Santellán y Tauber (2020). Se aplicaron dos test adaptados debido al corto intervalo de tiempo entre el pretest y postest.

La estructura de la *EREES*, diseñada en la plataforma de Microsoft Forms, incluyó dos secciones principales: 1) Información descriptiva del estudiante (sexo, edad, curso y autorreporte de su habilidad) y 2) Medición del razonamiento estadístico, mediante las preguntas de opción múltiple y el ítem de respuesta abierta.

Solo en el postest, se agregaron preguntas adicionales de autorreporte. En la primera sección se incluyeron dos preguntas nuevas: una autoevaluación sobre el conocimiento adquirido y otra sobre las estrategias usadas. Además, se añadió una tercera sección en la que los estudiantes indicaron y justificaron el nivel de razonamiento alcanzado, la importancia otorgada a la diferencia individual (ARA o DIC) y las sugerencias que, desde su experiencia, podrían fomentar el razonamiento estadístico.

El análisis del EREES se realizó mediante dos procedimientos (ver Figura 3 y Figura 4), considerando el sistema de categorías que se presenta más adelante (fase 3 de análisis), que incluye el tipo de razonamiento correcto, los niveles de razonamiento y los indicadores de razonamiento. En primer lugar, los ítems de opción múltiple se calificaron asignando un punto para cada respuesta correcta y cero puntos a cada respuesta incorrecta, con un puntaje máximo de siete. Además, las respuestas se categorizaron según los razonamientos correctos e incorrectos propuestos por Garfield (2003). En segundo lugar, el contenido de los ítems de respuesta abierta se evalúo en función de su acierto (correctos, parcialmente correctos o incorrectos), el nivel de complejidad (Jones et al., 2005) y se categorizó, ya fuera de manera emergente o teórica, de acuerdo con los niveles de logro, los indicadores de aprendizaje, los errores y los obstáculos descritos por Batanero et al. (2020), Batanero y Díaz (2011), Garfield y Ben-Zvi (2007) y Pfannkuch (2007).

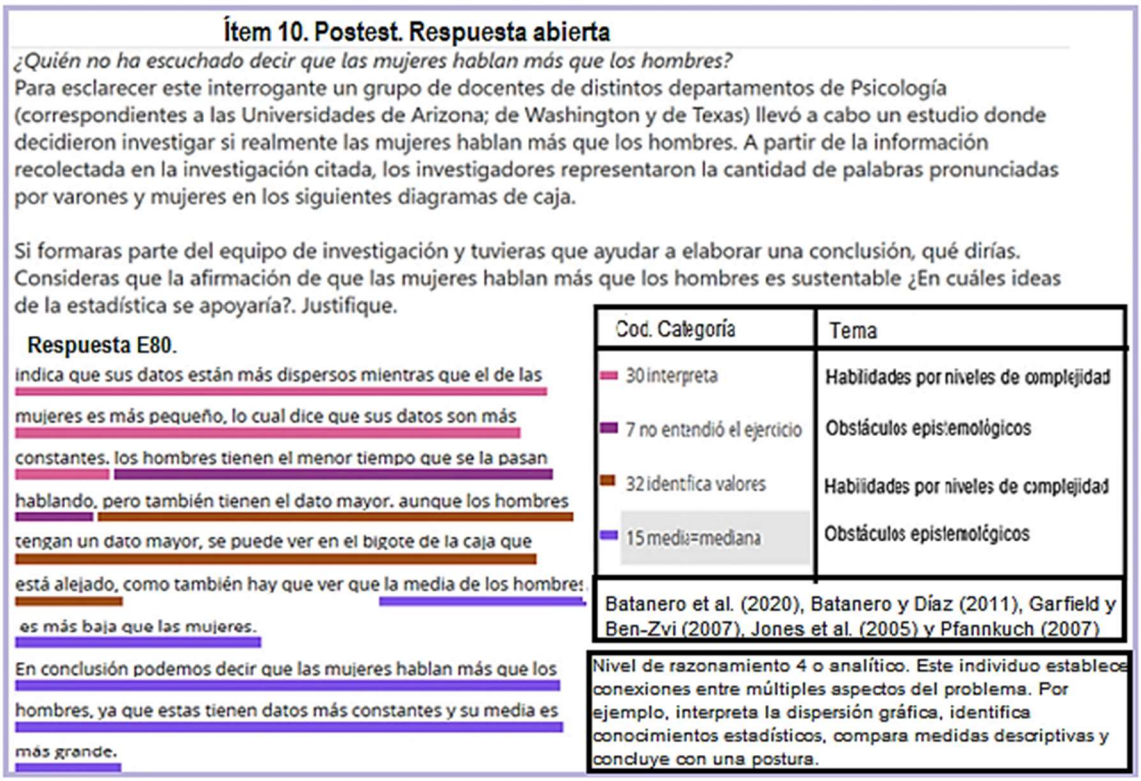
Figura 3. *Ejemplo de análisis con un ítem de opción múltiple*



Nota. En este ítem se muestra tanto la respuesta correcta (color azul) como los indicadores de razonamiento correcto (color verde) e incorrecto (color ocre) según Garfield (2003).

Fuente: elaboración propia.

Figura 4. *Ejemplo de análisis de una respuesta abierta.*



Nota. En esta figura se muestra el análisis de la respuesta abierta del E80 del GC. Este análisis integra los niveles de logro según la taxonomía del Bloom (códigos 30 y 32) y el obstáculo epistemológico de

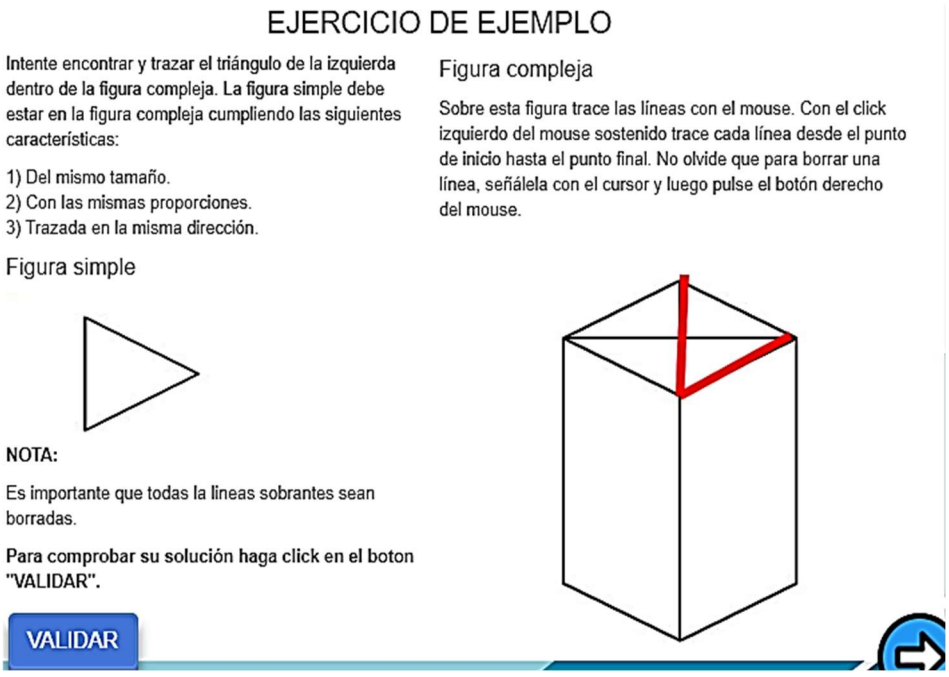
confundir el concepto estadístico de la media con el de la mediana, ampliamente documentado en la literatura (Batanero, 2020; Batanero y Díaz, 2011; Garfield y Ben-Zvi, 2007; Jones, et al., 2005; Pfannkuch, 2007).

Fuente: elaboración propia.

Instrumento de Estilos Cognitivos GEFT. Para este estudio se aplicó el instrumento GEFT en la versión digital diseñada por el grupo de investigación COGNITEK-UPN (ver Figura 5). Este instrumento no requirió adaptaciones adicionales, dado que ya había sido usado previamente con población colombiana. La página web donde se presenta el instrumento ofrece 25 ejercicios, un tiempo limitado por cada bloque de ejercicios y, al finalizar, un puntaje entre 0 y 18 con una aproximación teórica sobre la posible tendencia o polaridad del individuo. Es importante señalar que las figuras simples pueden repetirse dentro de las figuras complejas.

El análisis de esta información se realizó a partir de los puntajes obtenidos por los estudiantes, mediante terciles por sugerencia teórica, estableciendo tres agrupaciones: Dependientes de Campo (DC), con puntajes entre 1 y 6; Intermedios (INT), con puntajes entre 7 y 11; e Independientes de Campo (IC), con puntajes entre 12 y 18.

Figura 5. *Presentación y explicación de la prueba GEFT*



Nota. La prueba GEFT se encuentra disponible en: https://cognitek-upn.com/aplicaciones/

Fuente: Adaptación del Test de H. Witkin et al., 1950 para el proyecto de investigación DTE-549-21, financiado por la Universidad Pedagógica Nacional y desarrollado por el grupo de investigación COGNITEK.

Instrumento con indicadores ARA. Este instrumento se digitalizó en plataforma de Microsoft Forms e incluyó dos secciones: una de información descriptiva y otra compuesta por las preguntas adaptadas a una escala Likert de siete niveles. El primer nivel representaba la frecuencia “nunca” y el séptimo nivel “siempre”. En el formulario se agruparon las preguntas según cada subescala teórica (ver Figura 6).

El instrumento incluyó 48 ítems distribuidos en cinco subescalas. El análisis se realizó mediante el promedio de los puntajes obtenidos por cada estudiante, en los componentes de la capacidad ARA, organizados en tres niveles teóricos (Sáez-Delgado et al., 2023): insuficiente (INS) [1.0, 2.9], intermedio (INT) [3.0, 5.0] y óptimo (ÓPT) [5.1, 7.0].

Figura 6. *Subescala de disposición al estudio en el instrumento ARA.*

Escala de disposición al estudio								
ítem	En una escala de 1 a 7 donde 1 es nunca y 7 es siempre, responda: Con qué frecuencia, antes de empezar a estudiar o realizar una tarea académica:							
1	Establezco objetivos académicos a corto plazo (diario, semanal)	1	2	3	4	5	6	7
2	Establezco objetivos académicos a largo plazo (mensual, semestral)	1	2	3	4	5	6	7
3	Ordeno los materiales para el estudio	1	2	3	4	5	6	7
4	Hago un horario para organizar mi tiempo de estudio	1	2	3	4	5	6	7
5	Planifico el tiempo que voy a dedicar a cada actividad	1	2	3	4	5	6	7
6	Tengo una lista con las tareas académicas por hacer	1	2	3	4	5	6	7
7	Identifico que tareas académicas realizare primero	1	2	3	4	5	6	7

Nota. Esta subescala presenta ítems relacionados con las estrategias y actitudes propias de la fase de planificación de la autorregulación del aprendizaje.

Fuente: Sáez-Delgado et al., 2021

Fiabilidad de los instrumentos con evidencia de validez. Tanto el instrumento de estilo cognitivo GEFT como el instrumento con indicadores ARA presentaron valores de confiabilidad altos, cercanos a los valores teóricos esperados. En el caso de los ítems de opción múltiple del EREES se realizó un ajuste estadístico, dado que no se utilizaron los 20 ítems originales del instrumento SRA. A partir de este ajuste se obtuvo un coeficiente

de confiabilidad inferior al teórico reportado, pero es aceptable para los propósitos exploratorios de este estudio (ver Tabla 1).

Tabla 1. *Supuestos y fiabilidad por instrumento.*

Instrumento	Estimación por punto	IC del 95% límite inferior	IC del 95% límite superior	Estimación teórica
Cronbach's α Ítems GEFT; n=50	0.894	0.847	0.930	Gutiérrez et al. (2020) reportan para el caso colombiano un coeficiente $\alpha = 0.785$.
Nota. De las observaciones, se utilizaron casos completos por pares.				
McDonald's ω ítems ARA n=55	0.958(ítems) 0.754(fases)	0.943(ítems) 0.647(fases)	0.974(ítems) 0.862(fases)	Sáez-Delgado et al. (2021) reportan, para su muestra con estudiantes de secundaria, un coeficiente $\alpha = 0.700$.
Nota. Los siguientes ítems se calcularon con escala inversa 5.2, 5.4 y 5.7.				
Correlación de Pearson entre ítems.	0.342 p<.05	0.130	0.525	Dado que en el presente estudio se utilizaron 7 de los 20 ítems de SRA, se aplicó el ajuste mediante el estadístico Sperman-Brown, con el que se estimó un coeficiente de: ICC= 0.545.
Correlación Interclase test-retest n=78	0.341	0.130	0.523	

Nota. La fiabilidad de los instrumentos se calculó con el total de cuestionarios recolectados entre el grupo experimental y el grupo control.

Fuente: elaboración propia.

Participantes

Participaron en la investigación estudiantes de educación secundaria de la Escuela Tecnológica Instituto Técnico Central (ETITC). Esta institución pública, ubicada en la ciudad de Bogotá (Colombia), ofrece programas de educación superior (carreras técnicas, tecnológicas y profesionales) y un programa de educación secundaria técnica. En este programa, la institución maneja una jornada única para estudiantes de 6° a 11°. La población estudiantil asciende a 1200 alumnos, distribuidos entre cinco y ocho cursos por

grado. En su mayoría, las familias y estudiantes pertenecen al estrato socioeconómico tres, es decir, a la clase social media-baja.

El programa de educación secundaria técnica inicia con una exploración vocacional en los grados sexto y séptimo. A partir de octavo, los estudiantes son asignados a una especialidad técnica acorde con sus aptitudes, que cursan hasta culminar su formación.

En la ETITC, los contenidos estadísticos se imparten dentro del plan de estudios del área de matemáticas, conforme a las directrices curriculares nacionales. Estos contenidos abarcan temas de la estadística descriptiva y probabilidad desde sexto grado, incluyendo recolección de datos, representación y cálculo de algunos algoritmos. En el último grado de secundaria (11°) se introducen nociones básicas de estadística inferencial. Sin embargo, la forma y la profundidad con que se enseñan estos contenidos varían según la autonomía de cada docente.

La muestra por conveniencia de este estudio estuvo conformada por 78 estudiantes de tres cursos de grado octavo, con edades entre 12 y 15 años, de los cuales 32 eran mujeres y 46 hombres. Dicha muestra se distribuyó en dos grupos experimentales y un grupo control. Todos participaron en esta propuesta pedagógica; no obstante, solo los estudiantes de los grupos experimentales recibieron andamiajes personalizadores basados en su estilo cognitivo en la dimensión DIC o en su capacidad ARA, con el fin de fomentar el desarrollo del razonamiento estadístico según su diferencia individual.

Los tratamientos se asignaron aleatoriamente a los grupos. En el primer grupo experimental se controló la variable del estilo cognitivo (GE_DIC), utilizando estrategias de aprendizaje afines a cada polaridad. En el segundo grupo experimental se controló la variable de autorregulación del aprendizaje (GE_ARA), mediante estrategias que orientaban al estudiante a transitar por las fases de autorregulación (planeación-control-evaluación).

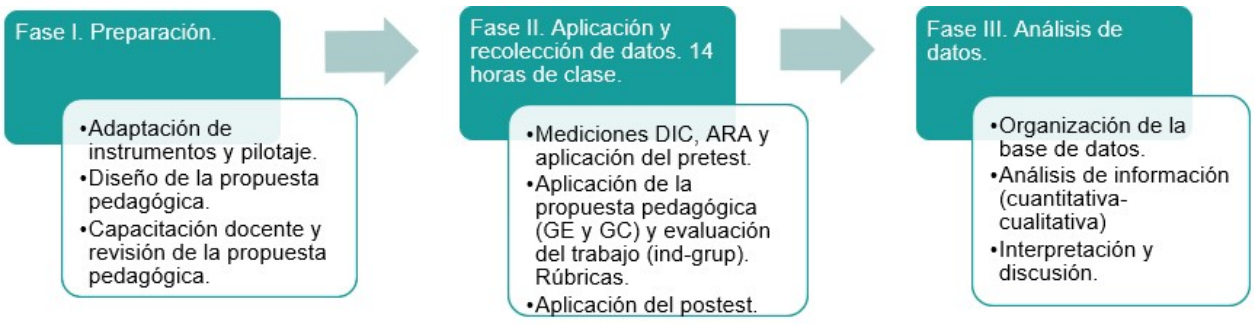
La docente-investigadora fue encargada de impartir los cursos, con el acompañamiento de una docente de área de la ETITC, con quien compartía el mismo nivel. Esta docente colaboradora fue capacitada sobre el estudio que se implementaría (ver Anexo F) y participó en la realización de los ajustes pedagógicos finales.

Es importante señalar que, previo a la aplicación de esta propuesta pedagógica, la enseñanza de los contenidos estadísticos en los cursos anteriores (6° y 7°) se desarrollaba mediante una metodología tradicional centrada en la exposición magistral del docente. Este antecedente permite contextualizar el alcance del cambio pedagógico introducido en este estudio, pues no solo se implementó una propuesta no tradicional orientada para enseñar el análisis exploratorio de datos y fomentar el razonamiento estadístico, sino que además se incorporaron andamiajes adaptados a las diferencias individuales de los estudiantes.

Procedimiento de investigación

Esta investigación se desarrolló en tres fases (ver Figura 7). La primera fase se enfocó en la preparación previa a la implementación pedagógica, incluyendo la planificación pedagógica, la capacitación docente y la revisión de instrumentos. La segunda fase abarcó la aplicación pedagógica y recolección de información mediante el pretest y el postest. Finalmente, la tercera fase consistió en el análisis de resultados.

Figura 7. *Fases de investigación*



Nota. Este diagrama articula las diferentes fases y las actividades que se desarrollaron.
Fuente: elaboración propia

Fase 1. Preparación

Adaptación y pilotaje de instrumentos. La adaptación de instrumentos incluyó: ajustes de vocabulario, el formato y las escalas de respuesta. Se realizaron modificaciones únicamente en la EREES y en el instrumento ARA, dado que el instrumento GEFT ya contaba con evidencias de validez para su aplicación con estudiantes de educación secundaria en Colombia.

En el instrumento EREES se adaptaron las preguntas a un vocabulario más cercano a la población infantil. En el pretest, todos los ítems de opción múltiple fueron contextualizados con situaciones comprensibles para los estudiantes de secundaria, mientras que en el postest se mantuvieron situaciones más cercanas a la versión del SRA-A. En cuanto a los ítems de respuesta abierta, solo se realizaron ajustes mínimos en el lenguaje utilizado en el enunciado y las instrucciones.

Inicialmente, el instrumento EREES quedo conformado por diez preguntas. Este instrumento fue evaluado por dos expertos. Un primer experto[5], especializado en educación estadística y caracterización del razonamiento, verificó la pertinencia del vocabulario y del contenido evaluado. Posteriormente, un segundo experto[6], en matemáticas y metodología de la investigación, recomendó eliminar dos preguntas de opción múltiple (ítem 5 y 8), ya que incluían conceptos ajenos al curso, como correlación y muestreo. De esta manera, cada versión del test EREES (pretest y postest) quedó conformada por siete ítems de opción múltiple y un ítem de respuesta abierta, para un total de ocho preguntas.

[5] Agradezco al Doctor Yilton Riascos, de la Universidad del Cauca (Colombia), por su valiosa colaboración en la revisión y ajuste de los ítems, y por la orientación disciplinar brindada para diseñar parte del ambiente de aprendizaje y andamiaje general.
[6] Agradezco al Doctor Christian Hederich, de la Universidad Pedagógica Nacional (Colombia), por su valiosa participación en la evaluación de los ítems y el análisis de respuestas del SRA.

En el instrumento ARA se ajustó el vocabulario y se unificaron todas las subescalas a los mismos siete niveles tipo Likert[7], donde el nivel uno representa la frecuencia "nunca" y el nivel siete la frecuencia "siempre".

En cuanto al pilotaje (ver Anexo E), este permitió ajustar el vocabulario, revisar la estructura de los instrumentos y estimar los tiempos de aplicación. Se aplicó la prueba EREES y el instrumento ARA en dos cursos diferentes de grado noveno de la misma institución, lo que permitió verificar la claridad de la información y realizar ajustes puntuales en el vocabulario y la configuración de algunas opciones de respuesta.

Diseño de la propuesta pedagógica. La propuesta pedagógica diferencial (que se detalla en el capítulo IV) se fundamentó en: los lineamientos y estándares colombianos (MEN 2011; 2016); los principios del SRLE propuestos por Garfield y Ben-Zvi (2008), que incluían usar datos relevantes, actividades colaborativas, integrar herramientas tecnológicas y promover la argumentación basada en las ideas centrales de la estadística (como el análisis exploratorio de datos); y la consideración de diversas formas de evaluación del conocimiento estadístico y el logro de aprendizaje mencionados en el marco teórico.

Entre la fundamentación de la propuesta se incluyen elementos para la planeación estadística (Lovett, 2001), la personalización pedagógica mediante andamiajes y la concientización sobre diferencias individuales (Arteaga y García, 2010; López et al., 2018; Van de Pol et al., 2010). También se incorporaron orientaciones de un experto en educación estadística y los ajustes de una experta en el trabajo de aula con estudiantes de secundaria[8].

---

[7] Agradezco a la Doctora Fabiola Sáez, de la Universidad Católica de la Santísima Concepción (Chile), por su valiosa colaboración en la adaptación del instrumento ARA y por las orientaciones metodológicas ofrecidas.

[8] Agradezco al Doctor Yilton Riascos (Universidad del Cauca) y a la Profesora Inés Toro (ETITC) por sus aportes al diseño pedagógico y por el acompañamiento durante todo el proceso de mediación docente.

Para orientar el diseño de la propuesta pedagógica se fijaron dos objetivos: 1) fomentar la toma de conciencia sobre las capacidades y preferencias cognitivas de los estudiantes; y 2) proporcionar andamiajes cognitivos y metacognitivos, mediante instrucciones personalizadas, preguntas orientadoras y explicaciones ajustadas a sus necesidades individuales.

Capacitación y revisión del diseño de la propuesta pedagógica. Como parte de la fase preparatoria, se implementó un proceso de capacitación docente orientado a garantizar la validez procedimental de la propuesta. Este proceso incluyó sesiones de formación sobre los fundamentos conceptuales, el diseño instruccional y la estructura de los andamiajes. Se realizaron reuniones de 50 minutos cada una, en las que se abordaron inquietudes, se revisaron los materiales y se ajustaron las guías, rúbricas y diapositivas.

Objetivo: Capacitar a una profesora de matemáticas de la institución educativa sobre los andamiajes, diferencias individuales y educación estadística, con el fin de evaluar la propuesta pedagógica diseñada para estudiantes de grado octavo.

Participantes: Docente-Investigadora y docente de grado octavo.

Cronograma:

Sesión	**Fecha y lugar**	**Participantes**
1. Presentación de la propuesta pedagógica y formalización en el área de matemáticas.	28 de julio 2023, reunión de área y nivel. Sala de profesores.	Profesores del área de matemáticas.
2. Presentación y diálogo sobre diferencias individuales y estrategias que se pueden potenciar por estilo cognitivo y autorregulación del aprendizaje (ver Anexo F).	Sala de profesores, semana del 07 al 11 de agosto 2023.	Solo con la profesora de grado octavo.
3. Presentación y diálogo sobre la educación estadística, ambientes de aprendizaje y andamiajes (ver Anexo F).	Sala de profesores, semana del 21 al 25 de agosto 2023.	Solo con la profesora de grado octavo.
4. Estudio de la propuesta pedagógica, ajustes metodológicos y orientaciones.	Sala de profesores, 25 de agosto 2023.	Solo con la profesora de grado octavo.

Aplicación de la propuesta pedagógica	Desde el 28 de agosto hasta el 29 de septiembre 2023.	Docente-Investigadora.

Relatoría de la capacitación. Durante los encuentros programados (ver Anexo F), la docente de nivel expresó interés por la propuesta, dado que difería de su metodología habitual. En la segunda sesión, manifestó la necesidad profundizar en el tema de las diferencias individuales, dado que desconocía el tema, sus implicaciones y aplicaciones pedagógicas, y se le recomendaron algunos autores y lecturas. En la tercera sesión se dialogó sobre la importancia de la educación estadística y sobre las orientaciones afines a las preferencias individuales que, teóricamente, podrían favorecer el rendimiento académico y el desarrollo de habilidades específicas. En la última sesión, se estudiaron los materiales diseñados como la planeación pedagógica, las guías del estudiante, las rúbricas de evaluación y la información dispuesta en las diapositivas, y se incorporaron las sugerencias de ajuste hechas por la profesora de nivel.

Fase 2: Aplicación y recolección de datos

En esta fase se llevó a cabo la aplicación de instrumentos, la implementación controlada de la propuesta pedagógica con los andamiajes personalizadores (descrita con detalle en el capítulo IV) y la recolección de datos de manera sistemática en cada momento previsto en el diseño cuasiexperimental. Para ello, se transitó por tres momentos principales (ver Cuadro 4): 1) mediciones iniciales, 2) intervención pedagógica y recopilación sistemática de información, 3) medición final.

Cuadro 4. *Cronograma de aplicación de la propuesta pedagógica*

Sesión	Fecha y lugar
1. Inicio: aplicación de instrumentos por diferencia individual y pretest.	Semana del 28 de agosto al 01 de septiembre 2023. Sala de sistemas
2. Desarrollo de la propuesta pedagógica según los cuatro momentos propuestos.	Del 04 de septiembre al 22 de septiembre 2023
3. Aplicación de postest y encuesta final.	Semana del 25 al 29 de septiembre 2023

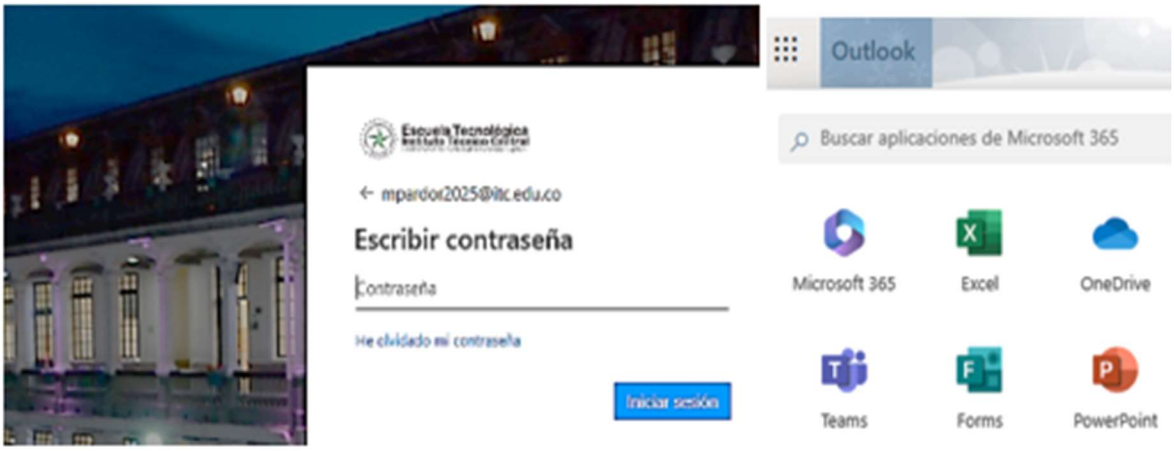
Fuente: elaboración propia.

En el primer momento se aplicaron el instrumento EREES-pretest y los instrumentos GEFT y ARA, para identificar el razonamiento inicial y las diferencias individuales de los participantes. En el segundo momento se implementó la propuesta pedagógica convencional en el grupo control (sin andamiajes) y la propuesta pedagógica diferencial, que incluía andamiajes cognitivos y metacognitivos, en los grupos experimentales. En el tercer momento, se aplicó el instrumento EREES-postest. Para dar cuenta de cada momento, se presentan las relatorías.

La recolección de los datos se realizó mediante archivos de Excel, por una parte, exportados desde Microsoft Forms, para presentar las respuestas de los instrumentos EREES y ARA. Por otra parte, los puntajes del instrumento GEFT fueron proporcionados un integrante del grupo de investigación COGNITEK, previa solicitud de los datos.

Relatoría sobre la aplicación de los instrumentos. Los tres instrumentos se aplicaron con la población del estudio en un bloque de dos horas de clase en la sala de sistemas asignada por la institución y antes de la intervención pedagógica. Tanto los estudiantes del Grupo Control (GC) como los estudiantes de los Grupos Experimentales (GE_DIC y GE_ARA), primero presentaron el instrumento EREES y luego los instrumentos GEFT y ARA que correspondían a cada grupo experimental. Los enlaces web correspondientes a cada instrumento se compartieron con los estudiantes de grado octavo a través de un equipo o curso creado en la plataforma Microsoft Teams, al cual accedían mediante su correo institucional (ver Figura 8).

Figura 8. *Aplicaciones a las que los estudiantes tienen acceso.*



Nota. imagen tomada de la plataforma institucional https://www.etitc.edu.co/es/

Fuente: elaboración propia.

En el GC se aplicaron los instrumentos EREES, DIC y ARA, mientras que en el GE_DIC los instrumentos EREES y GEFT y en el GE_ARA los instrumentos EREES y ARA. Los enlaces de cada instrumento y las orientaciones brindadas a los estudiantes están disponibles en la *Matriz de planeación pedagógica* y en la G*uía de la profesora* (ver Anexo G y Anexo H). En el caso del GE_ARA los instrumentos EREES y ARA fueron aplicados durante la primera sesión de clase. Sin embargo, debido a fallas en el servicio de internet durante la aplicación programada para el GC y GE_DIC, fue necesario reprogramar la actividad y acceder en otro momento a la sala de sistemas.

Luego de aplicar los instrumentos que caracterizaban diferencias individuales, en los grupos experimentales, los resultados se usaron para organizar equipos de trabajo y proponerles los andamiajes específicos.

Relatoría de la aplicación de la propuesta pedagógica. En el primer momento, utilizando las diapositivas planificadas, en todos los grupos (GC y GE) se abordó el vocabulario estadístico básico, explicando conceptos como población. Posteriormente, se presentaron diferentes formas de organizar y representar la información estadística. Finalmente, se introdujo el problema, tomado de un libro de texto, junto con los procedimientos escolares para el análisis exploratorio de datos. Durante este momento, se

resolvieron inquietudes, se expusieron múltiples ejemplos en los que se aplicaban los diferentes conceptos estadísticos y se establecieron los parámetros para la exposición del trabajo en equipos.

En el segundo momento, de acuerdo con las categorizaciones de los estudiantes en los grupos experimentales, se conformaron equipos de trabajo y a cada equipo se brindaron orientaciones basadas en sus diferencias individuales. En el GE_DIC, de acuerdo con el puntaje obtenido en el instrumento GEFT se conformaron dos equipos IC, tres equipos INT y dos equipos DC. En el GE_ARA, los puntajes obtenidos en el instrumento ARA ubicaron a los estudiantes entre los niveles de autorregulación intermedia (INT) y óptima (ÓPT) y, a diferencia del GE_DIC, los equipos se conformaron con estudiantes de diferentes niveles ARA. En contraste, en el GC, los estudiantes se organizaron por conveniencia, siguiendo un proceso en el que la docente-investigadora seleccionó dos estudiantes, quienes a su vez escogieron a otros dos para completar equipos de cuatro integrantes, y recibieron orientaciones generales sobre los conocimientos estadísticos y los procedimientos escolares (análisis exploratorio).

Cada equipo seleccionó un tema de interés y se responsabilizó por traer registrado en sus cuadernos, para la siguiente sesión, los datos recolectados de manera individual de cada tema, como requisito para iniciar el trabajo grupal.

Los equipos trabajaron con la *Guía 1. Trabajo en grupo* (ver Anexo J) y respondieron a algunas preguntas planteadas en la *Guía de la profesora*. Durante ese momento, los estudiantes recolectaron los datos y diseñaron un plan para realizar el análisis exploratorio. Posteriormente, en la sala de sistemas, organizaron, resumieron y representaron sus hallazgos, sobre la información, empleando herramientas como Excel, Geogebra, Genially, Office y Paint. Con este material, se llevaron a cabo dos sesiones de socialización y evaluación, en las que se utilizó una rúbrica para la autoevaluación y coevaluación del análisis exploratorio presentado por cada equipo (ver Anexo L).

En el tercer momento, se realizó una síntesis del trabajo desarrollado en las sesiones anteriores, destacando los aciertos en el uso del vocabulario estadístico y en las interpretaciones realizadas, así como los errores o dificultades comunes observados entre los equipos. Además, se reforzaron los cuatro procedimientos escolares necesarios en el análisis exploratorio de datos. A continuación, se proyectó en la pantalla del salón la *Guía 2. Trabajo individual*, con el fin de analizar diferentes situaciones (ver Anexo K). Esta actividad fomentó que los estudiantes argumentaran sus respuestas con base en la experiencia previa y, en el caso de los grupos experimentales, a partir de las sugerencias adaptadas a sus preferencias individuales incluidas en la primera guía. Finalmente, se socializaron diferentes argumentos.

Para el cuarto momento, la docente investigadora realizó una síntesis de las actividades desarrolladas, destacando la importancia de analizar información estadística, el papel del razonamiento estadístico en este curso y necesidad de evaluar la veracidad de los datos difundidos en diferentes medios de comunicación. Finalmente, los estudiantes llevaron a cabo la evaluación final (ver Anexo M), cuya calificación se realizó con base en una rúbrica que consideraba los procedimientos escolares del análisis exploratorio de datos y la argumentación general (ver Cuadro L4 del Anexo L).

En esta propuesta pedagógica, el rendimiento académico de los estudiantes se midió según el promedio entre las evaluaciones calificadas en una escala de 0.1 a 5.0. Una evaluación era la correspondiente a la exposición del trabajo en equipo y la otra correspondiente al trabajo individual. Luego, se hizo un cierre de la actividad agradeciendo a la comunidad su disposición y se dio un espacio para escuchar a los estudiantes.

Entre las apreciaciones dadas por los estudiantes, se destacó que fue una clase interesante en la que se podía participar y se comparó con anteriores experiencias en las que se les daba una explicación y algunos ejercicios dispuestos en un libro de texto.

Además, se valoraron algunas habilidades desarrolladas y momentos relevantes. Para la última sesión de clase en la sala de sistemas, se brindaron las mismas instrucciones iniciales para la presentación del instrumento EREES postest.

Fase 3: Análisis de datos

De acuerdo con los objetivos de la investigación, los datos se analizan según su naturaleza cuantitativa o cualitativa y, posteriormente, se presentaron los hallazgos en contraste con el marco teórico con el propósito de evaluar la incidencia de la adaptación pedagógica basada en diferencias individuales sobre el desarrollo del razonamiento estadístico (ver Figura 9).

En primer lugar, se organiza la información recolectada y se codificaron las respuestas. Luego, se describió la muestra por grupo y se caracterizó en función de las diferencias individuales identificadas.

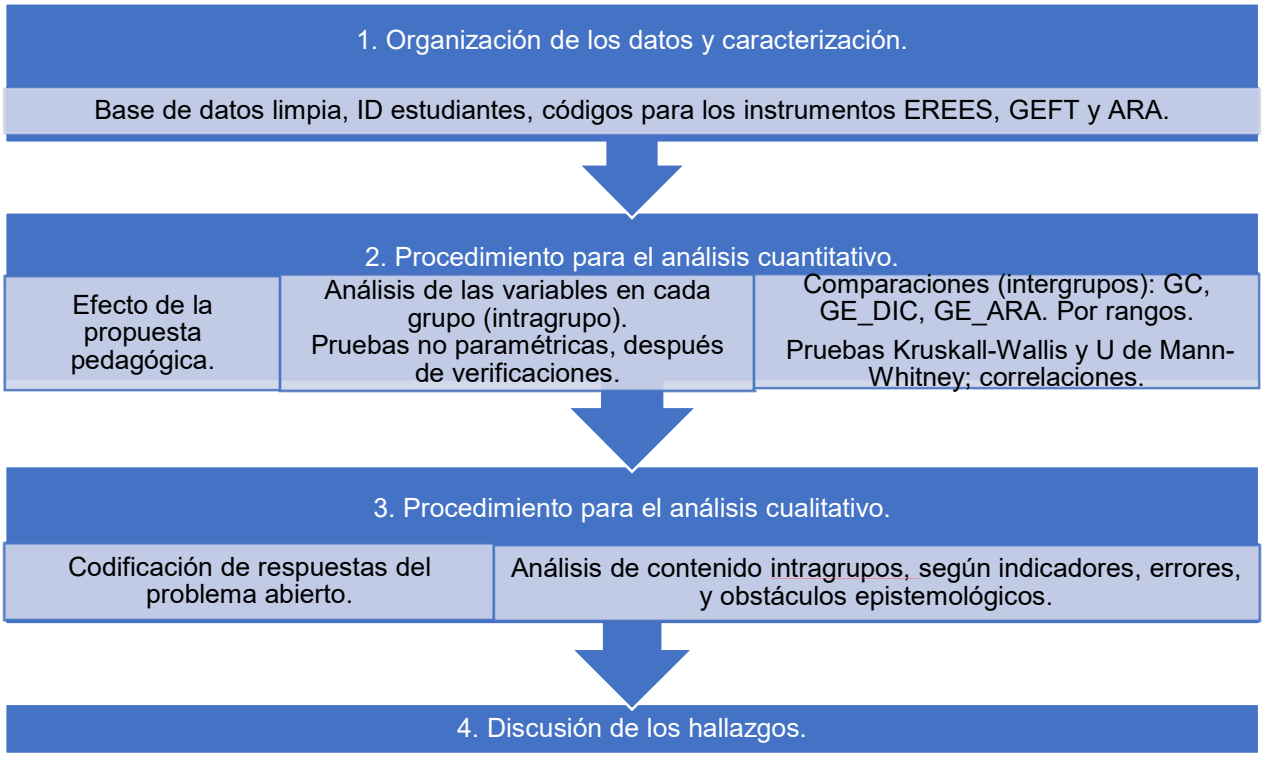
En segundo lugar, se realizó el análisis cuantitativo. Por una parte, se examinaron los datos que reflejan el impacto de la propuesta pedagógica y, por otra, aquellos evidencian las variaciones en el razonamiento estadístico en función de las diferencias individuales entre los grupos (GC vs. GE). Estos análisis incluyen indicadores como el rendimiento académico y la interpretación de los resultados del instrumento EREES (porcentaje de respuestas correctas e incorrectas en ítems de opción múltiple; niveles de razonamiento estadístico en las respuestas abiertas). Para las comparaciones intra e intergrupales se aplicaron pruebas estadísticas no paramétricas, además de un análisis de correlaciones entre las variables.

En tercer lugar, se llevó a cabo el análisis cualitativo, centrado en los argumentos expresados en las respuestas abiertas del EREES. Estas respuestas se codificaron e interpretaron con base en los indicadores de razonamiento estadístico, lo que permitió identificar patrones de comprensión, tipos de razonamiento, conceptos estadísticos

usados, indicadores de aprendizaje, errores y obstáculos conceptuales. Estos elementos se toman como referencia para comparar los desempeños entre los grupos.

Finalmente, se presenta la discusión integrada de los hallazgos, contrastando los resultados con la literatura del marco teórico y con estudios previos. En conjunto. los procedimientos descritos garantizan la validez analítica del estudio y constituyen la base para la presentación de los resultados (ver Figura 9).

Figura 9. *Procedimiento para el análisis estadístico*



Nota. El análisis de la información integra fuentes mixtas con el propósito de enriquecer la solidez interpretativa de los hallazgos.

Fuente: elaboración propia.

Procedimiento de análisis cuantitativo. Para el análisis de los datos cuantitativos se usaron los programas, complementarios, de Excel y el software libre JASP (v. 0.18.3). Estas herramientas permitieron organizar las bases de datos, realizar pruebas de fiabilidad, describir la muestra, elaborar el análisis descriptivo y efectuar el análisis inferencial.

Dado que los datos no cumplieron los supuestos de normalidad, se aplicaron pruebas estadísticas no paramétricas: la prueba Kruskall-Wallis para comparar los tres grupos y la prueba U de Mann-Whitney para comparar entre pares de grupos. Así mismo se estimaron correlaciones entre las variables del estudio. Los procedimientos aplicados garantizan las condiciones metodológicas necesarias para extraer conclusiones estadísticas consistentes que se presentan en el capítulo de resultados.

Procedimiento de análisis cualitativo (de contenido). Para comparar los hallazgos entre el pretest y el postest se usaron tres herramientas complementarias. La aplicación Web CATMA (software libre v.7.1.0) usada para el análisis cualitativo, la identificación de ideas relevantes, asignación de códigos a las líneas de texto y comparación de contenidos entre grupos. La aplicación Web NubeDePalabras, empleada para visualizar las palabras de mayor frecuencia en las respuestas abiertas y en las encuestas finales. Y el software libre JASP (v. 0.18.3) utilizado también para el análisis descriptivo de los niveles de razonamiento codificados en las respuestas abiertas, mediante medidas de tendencia central, dispersión y el cálculo del tamaño del efecto con la prueba del Wilcoxon.

Indicadores de razonamiento estadístico y logro. Para el análisis cualitativo de las respuestas abiertas se construyó un sistema de categorías e indicadores derivados de los constructos teóricos presentados en el marco teórico, los cuales reflejan el desempeño de los estudiantes en relación con sus aprendizajes.

Estas categorías se adaptaron a la población de educación secundaria, asegurando consistencia conceptual y pertinencia empírica (ver Cuadro 5, Cuadro 6 y Cuadro 7). Los indicadores permiten evaluar: el tipo de razonamiento empleado (entre correctos e incorrectos), los niveles de complejidad en los razonamientos según escalas teóricas, los indicadores de aprendizaje presentes, los errores conceptuales frecuentes y los obstáculos epistemológicos

documentados en la literatura. Este sistema categorial constituyó la base para organizar, comparar e interpretar los resultados cualitativos del estudio.

Cuadro 5. *Razonamientos correctos e incorrectos de los ítems de opción múltiple.*

Tipo de razonamiento	ID. de Garfield	Respuesta en la adaptación	Descriptores por tipo de razonamiento
Correctos	1	2d, 3 (c inicial, d final)	Interpreta correctamente las probabilidades
	2	1d, 4b, 9c	Comprende cómo seleccionar un promedio adecuado
	5	7d	Comprende la variabilidad del muestreo
	7	1d	Interpreta correctamente las tablas de doble entrada
	8	6b	Comprende la importancia de grandes muestras
Incorrectos	1a	1a, 4a, 9e	El promedio es el número más común
	1b	1c	No tiene en cuenta los valores atípicos cuando calcula la media
	1c	7b	Compara grupos basados en su promedio
	1d	9a	Confunde promedio con mediana
	2	2e, 3a, 3b, 6c	Ideas erróneas en la orientación de los resultados
	4	6a	Ley de los pequeños números

Nota. Los descriptores señalan habilidades de razonamiento traducidos e interpretados de la propuesta de Garfield (2003). Solo se consideran los asociados a los ítems 1, 2, 3, 4, 7, 12, 15, 16 y 17, respectivamente (ver Anexo A y B).

Fuente: elaboración propia.

Cuadro 6. *Descriptores por niveles de razonamiento adaptado a la población colombiana.*

Código	Nombre del nivel	Descriptor por nivel
0	Sin clasificación	No responde una pregunta o no escribe argumentos que justifiquen su respuesta.
1	Idiosincrático	Los estudiantes se dejan distraer por los aspectos irrelevantes de la situación problema, reflejando su poca comprensión sobre lo que deben hacer. Razonamiento ligado a lo subjetivo.
2	Transicional	Los estudiantes comienzan a reconocer la importancia del razonamiento cuantitativo, enfocándose en un solo aspecto de la

		situación problema, o enuncian ideas estadísticas, pero no son conscientes de lo que hacen o aplican. Razonamiento ligado a los procedimientos sencillos.
3	Cuantitativo	Los estudiantes identifican las ideas matemáticas que la situación problema requiere y no se distraen con aspectos irrelevantes y aunque son conscientes de su uso no integran estas ideas directamente durante el desarrollo de la tarea. Razonamiento ligado al uso de algoritmos.
4	Analítico o Razonamiento	Los estudiantes establecen conexiones y comparaciones entre los múltiples aspectos de la situación problema, como, crear diferentes representaciones de la información o hacer predicciones razonables. Razonamiento que muestra como integra el conocimiento adquirido.

Nota. Los niveles se adaptaron a la tarea propuesta a los estudiantes de secundaria colombianos a partir de la propuesta de Jones et al., 2004.

Fuente: elaboración propia.

Cuadro 7. *Categorías y descriptores de las respuestas dadas a la pregunta abierta.*

Momento	Tema	Código	Categoría	Descriptores de la categoría
Respuestas de los problemas del pretest y postest	Habilidades por niveles de complejidad (taxonomía del Bloom).	28	comparar datos (3) Nivel alto	Usa palabras como “mayor o menor” aplicando ideas estadísticas o matemáticas y comparando valores.
		30	interpreta-describe (2) Nivel básico	Relaciona las ideas memorizadas con la experiencia del estudiante y/o sentido común (cuantificadores).
		31	reflexiona-infiere (5) Nivel superior	Categoría superior. Argumenta desde lo explicito e incluye conjeturas e hipótesis más allá de los datos.
		32	identifica valores (1) Nivel bajo	Evoca e identifica ideas o cantidades sin establecer conexiones claras.
		34	Analiza (4) Nivel superior	Descompone el problema en partes, establece relaciones

				con ideas previas y datos, y busca explicar la relación.
	Conocimiento estadístico	3	Transnumerar-gráficas	Señala cuáles elementos de la gráfica podrían usarse para calcular medidas descriptivas.
		4	ideas estadísticas	Brinda explicaciones explícitas sobre una idea estadística.
		5	Algoritmos	Señala una operación matemática específica, por ejemplo “sumando”.
		8	lenguaje empírico	Explica desde su lenguaje natural y/o intenta formalizarlo según el lenguaje estadístico: “es más leve” “desaumenta”
		26	construir tabla	Expresa la acción, como estrategia para resolver el problema.
	Obstáculos epistemológicos	6	desconoce el significado	Escribe explícitamente que desconoce el significado de la idea o no se ve coherencia en la forma que la usa.
		7	no entendió el ejercicio	Escribe explícitamente que no entendió algo o expresa respuestas cortas como sí, o no sé cómo justificar.
		10	Confusión	Expresa la palabra confusión en su respuesta, o interpreta ideas estadísticas, aunque concluye de manera errada.
		11	no hay suficiente información	Manifiesta que las gráficas o tablas no muestran todos los datos o que falta otra representación.
		12	datomayor=población	Asocia el valor del dato mayor con el número de participantes.

		13	dispersión=moda	Asocia la altura del gráfico o intervalo modal con la idea de dispersión.
		14	error en el uso de datos	Asume que el mayor valor de la escala es el dato modal o representa otro elemento.
		15	media=mediana	Explica un proceso posicional y lo asocia a la idea de media aritmética.
		16	moda=media	Relaciona la altura del intervalo modal con la idea del mayor promedio. Asume que hay varios promedios.
		33	grupo=muestra	Presenta cada valor de la gráfica como una muestra diferente.
		36	dispersión=más representativo	Explícitamente relaciona la mayor dispersión con un número representativo.
Sugerencias dadas por el estudiante	Enseñanza	17	Lúdico	Usa la palabra lúdico.
		18	Más práctica	Usa palabras como “más o ejercicios” o expresa variantes de “práctica”.
		19	Rol docente	Destacan explicaciones, ejemplos y posibilidad de preguntar a la docente.
		20	Recursos didácticos	Mencionan materiales como videos, apuntes, imágenes, programas de análisis, memofichas o actividades como debates.
		21	Pedagogía	Señala que se debe brindar atención a los estudiantes con dificultades.
	Evaluación	22	Evaluaciones	Menciona la aplicación de pruebas

		23	Metacognición	Presentan una reflexión personal sobre lo que debe mejorar.
	Habilidades relacionadas con el razonamiento estadístico	24	Meta de aprendizaje	Señala una acción como principal objetivo
		24.1	Analizar-relacionar	Leer y observar bien los datos.
		24.2	Usar algoritmos	Comprender los distintos métodos estadísticos.
		24.3	Gráficos	Aprender a construir gráficos.
		25	Explicar	Incluye la palabra explicar, usar otras o integrar.
	Ninguna	27	Ninguna	Usa explícitamente la palabra ninguna.

Nota. En esta tabla se presentan los momentos, los temas, las categorías, los códigos asociados a ellas y se diferencia si surgieron en el pretest (pre) o en el postest (post).

Fuente: elaboración propia.

Aspectos éticos

Esta investigación se desarrolló respetando la confidencialidad, privacidad, el anonimato y buen uso de toda la información que pueda considerarse sensible, dado que la población estaba conformada por menores de edad. Teniendo en cuenta el capítulo 1 artículo 8 de la resolución 8430 de 1993, en la cual se hace referencia a que en las investigaciones con seres humanos se debe proteger la privacidad del sujeto y se identificará solo cuando los resultados lo requieran y éste lo autorice.

También se siguieron los procedimientos para recibir la autorización para el manejo de la información de carácter educativo ante la institución, se obtuvo el consentimiento informado de los acudientes, el consentimiento de los estudiantes y se estableció el respectivo compromiso con la institución (ver Anexo N). En concordancia con el principio de beneficencia, se informó a la comunidad educativa sobre estudios previos similares y los posibles efectos en los participantes, enmarcados como riesgos mínimos, dado que la investigación se limita a la recolección de datos mediante pruebas escritas o cuestionarios.

Asimismo, se comunicaron los beneficios esperados con la implementación de la propuesta pedagógica, la cual busca desarrollar el razonamiento estadístico desde un enfoque diferencial, disminuir posibles efectos adversos, y contribuir con evidencias que permitan a la institución mejorar la equidad y calidad educativa.

Capítulo IV. Propuesta pedagógica diferencial

La propuesta pedagógica diseñada en este estudio se fundamenta en principios de pedagogía diferencial orientados a atender la diversidad cognitiva del aula y fortalecer el razonamiento estadístico mediante el análisis exploratorio de datos. Se articula con los consensos actuales de la educación estadística que promueven metodologías activas y ambientes de aprendizaje centrados en el estudiante (Ben-Zvi & Makar, 2016; Garfield & Ben-Zvi, 2008). Asimismo, incorpora andamiajes pedagógicos ajustados a dos diferencias individuales relevantes en la literatura educativa: el estilo cognitivo en la dimensión dependencia–independencia de campo (Hederich, 2013) y la autorregulación del aprendizaje (Zimmerman, 2000, 2008).

Este capítulo presenta la estructura conceptual y operativa de la propuesta, sus objetivos pedagógicos, la organización de los momentos de clase, los materiales didácticos involucrados y los criterios de evaluación.

Justificación

En la educación estadística escolar persiste la necesidad de fortalecer el razonamiento estadístico, dado que muchos estudiantes presentan dificultades para interpretar información, justificar procedimientos y argumentar conclusiones basadas en datos (Batanero, 2019; Estrella, 2017). Estos retos se ven acentuados cuando la enseñanza se basa en metodologías tradicionalmente expositivas que priorizan la memorización de conceptos y algoritmos.

La propuesta pedagógica aquí presentada responde a dos necesidades fundamentales: 1) fortalecer el razonamiento estadístico en estudiantes de educación secundaria mediante el análisis exploratorio de datos, un proceso que favorece la interpretación, la comparación y la argumentación; 2) considerar diferencias individuales que influyen en el aprendizaje, particularmente el estilo cognitivo en la dimensión DIC y la

capacidad ARA, con el fin de ajustar el tipo de apoyo que requiere cada estudiante para avanzar hacia niveles superiores de razonamiento.

El valor añadido de esta propuesta radica en que combina ambientes de aprendizaje activos y el uso estratégico de andamiajes, línea de trabajo poco explorada en la educación estadística latinoamericana (Andrade et al., 2017; Mateus-Aguilera, 2024).

Fundamentación teórica de la propuesta

El diseño de esta propuesta se fundamenta en los tres ejes, expuestos en el marco teórico, que se articularon para el diseño instruccional: las estrategias para fomentar el razonamiento estadístico según los elementos de los ambientes de aprendizaje y la enseñanza de procedimientos escolares que fomentan la argumentación; estrategias de aprendizaje que demanda un estudiante según sus preferencias cognitivas individuales en el marco del estilo cognitivo en la dimensión DIC y de la capacidad ARA; y los elementos que configuran un andamiaje cognitivo y metacognitivo.

En primer lugar, la propuesta integra los seis elementos para la construcción de un ambiente de aprendizaje (Garfield y Ben-Zvi, 2008), los procedimientos cognitivos para el aprendizaje de la estadística (Lovett, 2001) y los principios de un andamiaje (Van de Pol et al., 2010). En este orden de ideas el diseño obedece al uso de: datos relevantes y contextualizados para esta población, actividades colaborativas, herramientas tecnológicas, argumentaciones, evaluaciones formativas, la consideración de instrucciones y resolución de tareas. Elementos que contribuyen al desarrollo del razonamiento estadístico en estudiantes de secundaria.

En segundo lugar, se identifican las estrategias que demandan individuos según sus preferencias individuales cognitivas. Para el estilo cognitivo en la dimensión DIC, se estudian estrategias para mejorar el procesamiento de la información y las interacciones entre individuos (Hederich, 2013; Tinajero & Páramo, 2013). Para la capacidad ARA se hace énfasis en el proceso cíclico (planeación-desempeño-evaluación) (Zimmerman, 2000,

2008). Con base en dichas estrategias, se proponen algunas contingencias para evitar las brechas referenciadas a nivel teórico.

En tercer lugar, se retoman los fundamentos del aprendizaje social y activo, mediado por el uso de andamiajes (Van de Pol et al., 2010; Wood et al., 1976), para establecer estrategias y medios que orienten a los estudiantes para alcanzar niveles superiores de conocimiento y habilidades, según sus preferencias cognitivas por estilo y capacidad autorreguladora.

En relación con las competencias y conocimientos, con base en la fundamentación teórica, la enseñanza del análisis exploratorio de datos es la idea estadística que mejor abarca diversos aspectos relevantes. Entre estos el interpretar y representar datos, calcular medidas descriptivas, comparar conjuntos de datos y aplicar sus conocimientos en la resolución y formulación de problemas (MEN, 2006; 2016; Salcedo, 2019).

Objetivo pedagógico general

Desarrollar el razonamiento estadístico mediante actividades de análisis exploratorio de datos, integrando andamiajes adaptados a las diferencias individuales en estilo cognitivo en la dimensión (DIC) y capacidad autorreguladora del aprendizaje (ARA).

Objetivos específicos:

- Reconocer y aplicar los procedimientos escolares del análisis exploratorio de datos.
- Promover el trabajo colaborativo para contrastar argumentaciones.
- Identificar, diferenciar y calcular estadísticos descriptivos, incluyendo medidas de tendencia central, posición y dispersión, para apoyar la interpretación del análisis exploratorio de datos.
- Fortalecer la comunicación y la argumentación a partir de evidencias.
- Potenciar estrategias cognitivas y metacognitivas diferenciadas según las características individuales del estudiante.

Metodología de clase

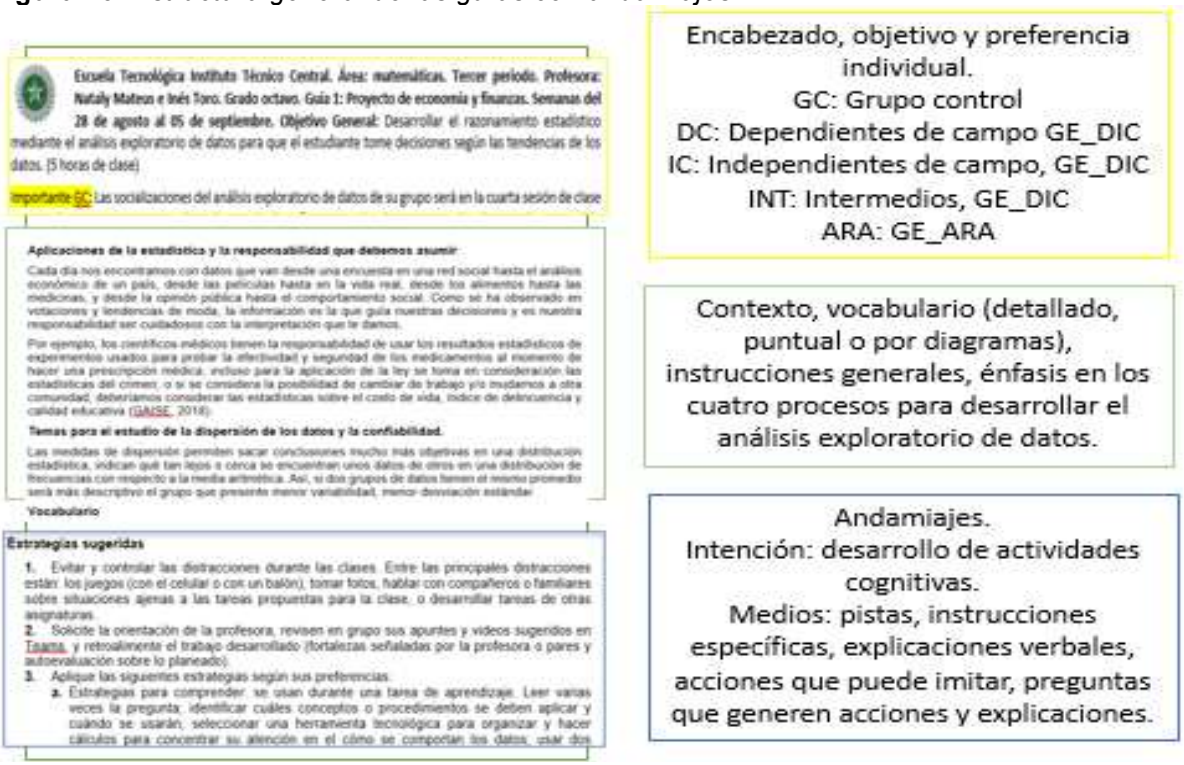
Los fundamentos teóricos considerados para esta propuesta se incorporan en materiales como las guías de trabajo, las preguntas orientadoras y las rúbricas de evaluación (ver Anexos G, H, I, J, K, L y M). Particularmente, entre las guías de trabajo individual se presentan cuatro tipos de andamiajes personalizadores: tres basados en las preferencias de estilo cognitivo según la dimensión DIC y uno orientado a transitar por las fases de la ARA, mediante el apartado denominado “estrategias sugeridas” (ver Anexo J). Para cada andamiaje, en la guía de la profesora (ver Anexo H), también se presentan algunas preguntas para redireccionar las acciones del estudiante en las tareas que aún no realiza de manera autónoma.

La propuesta pedagógica se estructura en cuatro momentos: 1) caracterizar la población de estudiantes, identificar temas de interés para la población, organizar grupos de trabajo, contextualizar y ejemplificar el conocimiento estadístico; 2) analizar la información estadística en equipos, socializar los resultados estadísticos y evaluar los resultados de aprendizaje grupales; 3) analizar individualmente información estadística y construir argumentos sólidos basados en la evidencia estadística; 4) evaluar los logros alcanzados. En cada momento se incluyen de manera verbal y escrita estrategias cognitivas y metacognitivas afines a las diferencias individuales para potenciar el aprendizaje de conocimientos estadísticos y el desarrollo de las habilidades definidas en la propuesta pedagógica.

El primer momento caracteriza a la población, introduce a los estudiantes en el trabajo estadístico mediante la aplicación del análisis exploratorio de datos (ver Anexo I), e identifica la información que resulta llamativa para los estudiantes. El segundo momento, orienta el trabajo en equipos, previamente organizados por la profesora con base en las diferencias individuales identificadas, mediante la asignación de una guía y preguntas adecuadas para cada grupo. Cada guía contiene andamiajes (ver Figura 10) que orientan

la recolección, el análisis y la socialización de resultados con el resto de los estudiantes. A su vez, los estudiantes deben ir evaluando su desempeño y el de sus compañeros (ver Anexo J y Cuadro L1 del Anexo L). El tercer momento, fomenta la argumentación de las posturas individuales en relación con las situaciones estadísticas con base el análisis de la información proporcionada (ver Anexo K). Finalmente, los logros de aprendizaje individual se evalúan mediante un proceso escrito con datos ficticios, situaciones reales (noticias) y utilizando representaciones tabulares y gráficas; en ese momento los estudiantes, además, reflexionan sobre la experiencia de aula y los aprendizajes adquiridos (ver Anexo M y Cuadro L4 del Anexo L).

Figura 10. *Estructura general de las guías con andamiajes.*



Nota. Las guías completas se encuentran en el Anexo J y el Anexo K.
Fuente: elaboración propia.

Cabe destacar que en el segundo momento, cada grupo de estudiantes debe recibir la guía personalizada con información gráfica o textual sobre los conocimientos estadísticos, los procedimientos escolares para el análisis y la descripción de la actividad que será desarrollada en equipos. Cada guía personalizada, por polaridad del estilo en la

dimensión DIC o según las fases de ARA, contiene una sección denominada *estrategias sugeridas* afines a polaridad o capacidad que se busca apoyar. Dichas guías también incluyen el uso de rúbricas de evaluación que orientan las acciones metacognitivas (ver Anexo J y Anexo L).

La guía para el grupo por estilo cognitivo en la dimensión DIC, usa diagramas gráficos para organizar el conocimiento y contiene sugerencias adaptadas a las diferentes dimensiones. Por ejemplo:

- Para los estudiantes DC: e*strategias para comprender* "leer varias veces la pregunta" "identificar cuáles conceptos o procedimientos debe aplicar".
- Para los estudiantes INT: *estrategias para planificar* "organice un plan de trabajo en torno a los 4 procesos estadísticos (**descripción, organización-resumen, representación, y análisis**). Tome en cuenta las consideraciones dadas por la profesora y por sus compañer@s".
- Para los estudiantes IC: *estrategias generales* "escuche y respete la opinión o sugerencia del otro e involucre a todos sus compañeros en el trabajo y en la toma de decisiones".

En la guía del GE_ARA, se enfatiza en la transición entre fases de autorregulación mediante instrucciones específicas, tales como:

- "considerar pequeñas tareas que les conducirán a obtener el análisis exploratorio"
- "planeen cuánto tiempo se van a demorar haciendo las tareas"
- "Monitoréense si están cumpliendo con los tiempos y las tareas propuestas, pero, si están procrastinando, realicen los ajustes pertinentes"

Se espera que estos momentos puedan desarrollarse en 14 horas de clase, sin embargo, según las características de los estudiantes se podrán hacer modificaciones.

Estos momentos también se diseñaron con base en los componentes de los andamiajes (ver Cuadro 8) en donde en los primeros se le modela al estudiante cómo se hace el análisis exploratorio y se transita entre los componentes del andamiaje hasta que en el último momento se transfiera la responsabilidad al estudiante, por adquirir el conocimiento estadístico y el desarrollo del proceso cognitivo.

Cuadro 8. *Planeación de los componentes del andamiaje y actividades.*

Componentes del andamiaje	**Momentos de la propuesta pedagógica**
Contingencia	**M1:** Socialización de conocimientos previos; explicación teórica de los conocimientos y procedimientos que deben aplicar para concluir el análisis exploratorio de datos; presentación de un análisis exploratorio que servirá como ejemplo de las acciones que debe imitar. **M2:** Desarrollo del trabajo en equipo siguiendo instrucciones y orientados por las preguntas adaptadas para este momento (ver Anexo H).
Desvanecimiento	**M3:** Desarrollo del trabajo individual, mediante el análisis de situaciones estadísticas y orientaciones dadas por la profesora o mediante preguntas desarrolladas para este momento. El estudiante interpreta la información estadística y con base en su experiencia debate con el resto de los compañeros sobre la veracidad de la información.
Transferencia	**M4:** Evaluación escrita de conocimientos y habilidades. Finalización de la propuesta y discusión sobre los elementos que contribuyeron a tener otra mirada sobre el conocimiento estadístico.

Nota. Los momentos (M1, M2, M3, M4) en los que se basa la propuesta pedagógica se corresponden con las adaptaciones de la fundamentación teórica.

Fuente: elaboración propia.

Materiales y escenarios

Guía de trabajo grupal, guía de trabajo individual, diapositivas sobre los conocimientos estadísticos, diapositivas del análisis exploratorio de datos, resultados de encuestas sobre temas de interés (ver Figura 11), computadores, celulares, calculadoras, tablero digital, salón de clase y sala de sistemas de la institución.

Figura 11. *Nube de palabras sobre temas de interés para los estudiantes de secundaria 2023.*



Fuente: elaboración propia.

Evaluación de los aprendizajes

La evaluación de los aprendizajes se hace de manera integral. Para ello se considera la autoevaluación, la coevaluación y la heteroevaluación de los aprendizajes: según el desarrollo de habilidades estadísticas, los cambios en la manera en que afronta sus diferencias individuales y la apropiación de los procedimientos escolares del análisis exploratorio de datos.

Para ello se diseñaron cuatro rúbricas (ver Anexo L). La primera, evalúa el desempeño del trabajo en equipo a través de la coevaluación de las exposiciones y la autoevaluación de los estudiantes en relación con el nivel de complejidad en los razonamientos estadísticos y el uso de los procedimientos escolares. La segunda y tercera rúbrica orientan las metas según las diferencias individuales y ayudan a estimar su alcance. Finalmente, la cuarta rúbrica, evalúa los aprendizajes relacionados con los conocimientos y las habilidades, en particular, se mide según la complejidad o solidez de la argumentación dada por el estudiante.

Todas las evaluaciones consideran una escala de calificación entre [0.1, 5.0], siendo 0.1 la menor nota asignada por no desarrollar las actividades propuestas y 5.0 la máxima nota que muestra un rendimiento académico superior. De acuerdo con el Sistema de Evaluación Institucional de Estudiantes vigente en 2023 en la ETITC, una calificación

se considera aprobatoria si es igual o superior a 3.0 y para el caso de esta propuesta serían equivalentes con los niveles de complejidad propuestos por Jones et al. (2005), donde los primeros niveles mostrarían un nivel idiosincrático y el nivel aprobatorio incluirían tanto el nivel de razonamiento cuantitativo como el nivel superior o analítico. También se consideraría que, a nivel individual, muestra un dominio de dos o más procedimientos del análisis exploratorio de datos.

CAPÍTULO V. Resultados del estudio

Los resultados se presentan en el mismo orden del procedimiento de la fase 3, mediante literales: a) descriptivos de la muestra de cada grupo de acuerdo con su edad, género y diferencias individuales; b) resultados cuantitativos que permiten comparar los grupos en términos de rendimiento académico, porcentajes de respuestas correctas y niveles de razonamiento estadístico, tanto para la evaluación de la propuesta pedagógica de manera general, como para la comparación en los grupos según sus diferencias individuales (comparación intragrupo e intergrupos). Para evaluar si las diferencias son significativas, se utilizó un nivel de significancia $\propto = .05$ por ser el valor estándar en investigaciones académicas y debido al tamaño muestral en cada grupo ($n < 50$); por último, se presentan c) los resultados cualitativos, que corresponden al análisis de contenido de las respuestas abiertas según los indicadores de logro, que permiten comprender con mayor profundidad los aprendizajes alcanzados, los obstáculos comunes y los elementos que los estudiantes consideran relevantes para desarrollar el razonamiento estadístico.

a) Resultados descriptivos

En total, se recolectó información de 78 estudiantes (ver Tabla 2), de los cuales la mayoría eran niños, con una edad promedio de 13.57 (*SD*=0.62). La docente, Licenciada en educación básica con énfasis en matemáticas y magister en educación, tenía una trayectoria de enseñanza en la institución de 9 años.

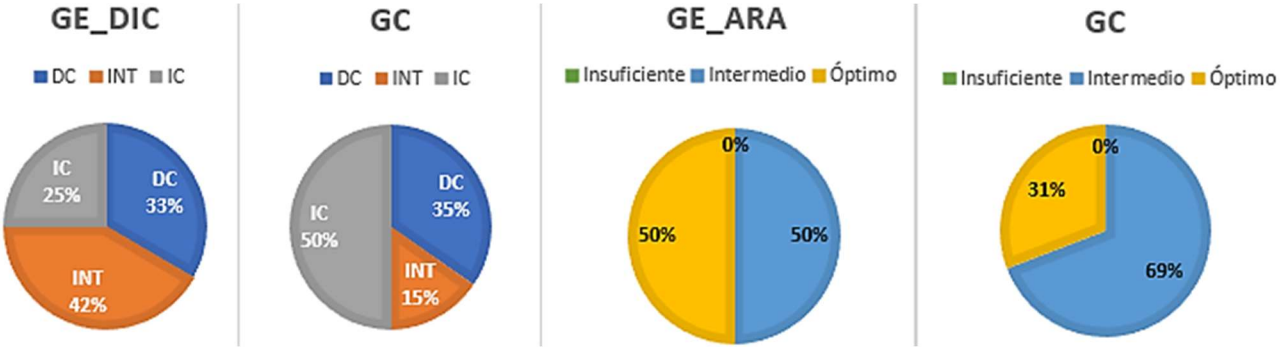
Tabla 2. *Estadísticos descriptivos de los estudiantes.*

	Edad GC (26)		Edad GE_DIC (24)		Edad GE_ARA (28)	
	Hombre (%)	Mujer (%)	Hombre (%)	Mujer (%)	Hombre (%)	Mujer (%)
Válido	16 (61.53)	10 (38.46)	13 (54.16)	11 (45.83)	17 (60.71)	11 (39.28)
Edad Media	13.563	13.400	13.769	13.636	13.706	13.364
Desv. Típica	0.892	0.516	0.599	0.505	0.588	0.674
Edad Mín.	12	13	13	13	13	12
Edad Máx.	15	14	15	14	15	14

Nota. Solo se consideran los estudiantes que respondieron todos los instrumentos y asistieron a todas las sesiones programadas. GC: Grupo control. GE_DIC: Grupo experimental estilo cognitivo en la dimensión DIC. GE_ARA: Grupo experimental capacidad ARA.
Fuente: elaboración propia.

La caracterización de los estudiantes según la diferencia individual muestra que, en el grupo control, el estilo cognitivo predominante fue el independiente de campo (IC). En cuanto al nivel de autorregulación del aprendizaje (ARA), la mayoría de los estudiantes del grupo control se ubicaron en el nivel intermedio, y en ningún grupo se registraron estudiantes en el nivel insuficiente (ver Figura 12).

Figura 12. *Categorización de cada grupo por diferencia individual.*



Nota. Los estudiantes de cada grupo fueron categorizados según su estilo cognitivo en la dimensión DIC mediante la prueba GEFT, utilizando terciles. Así mismo, se clasificaron por niveles ARA con base en intervalos teóricos.
Fuente: elaboración propia.

b) Análisis cuantitativo

Evaluación de la propuesta pedagógica

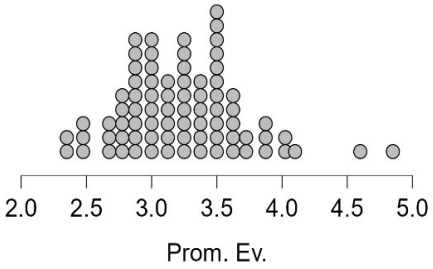
A continuación, se presentan los indicadores que evalúan el razonamiento estadístico de los estudiantes que participaron en la intervención pedagógica. En primer lugar, se analiza el rendimiento académico general con base en la nota obtenida como producto de la aplicación de la propuesta pedagógica y los resultados del instrumento EREES, que incluyen el análisis de los razonamientos correctos e incorrectos visibles en las respuestas de opción múltiple y los niveles de logro del razonamiento estadístico evaluados mediante las respuestas abiertas. En segundo lugar, se comparan los

resultados, cuantitativos y cualitativos, de cada grupo que participó en la investigación (GC, GE_DIC, GE_ARA). Estos indicadores permiten examinar el efecto de la propuesta pedagógica en relación con los indicadores de razonamiento estadístico y la influencia que pudieron ejercer las diferencias individuales en los cambios.

Rendimiento académico. Con relación a la calificación obtenida por los estudiantes la media aritmética $M = 3.242$ y la desviación estándar $SD = 0.46$, indican una baja dispersión y una medida de tendencia central representativa. En general el 69.23% de los estudiantes obtuvieron una calificación aprobatoria o superior, según el SIE de la ETITC, indicaría que la mayoría alcanzó un rendimiento académico básico-alto. A partir de las rúbricas diseñadas, una calificación aprobatoria se asocia con el dominio de dos procedimientos del análisis exploratorio, lo que es consistente con un nivel de razonamiento "cuantitativo"; esta relación se examina con mayor detalle en los apartados siguientes. En dicho nivel, los estudiantes calculan medidas descriptivas sobre información estadística, destacan diversas cualidades de los datos mediante representaciones y brindan explicaciones con base en sus interpretaciones sobre los indicadores estadísticos y las gráficas.

En el diagrama de puntos (ver Figura 13) se observa que las notas de los estudiantes presentan un comportamiento similar a la distribución normal. Para evaluar este supuesto, se aplicó la prueba Shapiro-Wilk, obteniendo un valor de 0.97 y un valor $p = .032$ lo cual indica que los datos no siguen una distribución normal, por ende, se aplican pruebas no paramétricas para comparar estos valores entre los GC, GE_DIC y GE_ARA.

Figura 13. *Nota obtenida en la asignatura*



Nota. El gráfico resume el rendimiento académico de los 78 estudiantes participantes.
Fuente: elaboración propia.

Razonamiento estadístico, pretest y postest. El porcentaje de respuestas correctas en los ítems de opción múltiple se interpretan en el rango de porcentaje [0, 100]. Por su parte, el nivel de razonamiento, correspondiente a las respuestas abiertas (ítem 10), se interpretan en el rango de 0 a 4, tal como se describió en el capítulo III al presentar los instrumentos y sus respectivas mediciones. Solo se comparan aquellas medidas que tienen el mismo rango y unidad de medida, por ejemplo, el nivel de las respuestas del pretest y el postest del mismo ítem o entre los porcentajes totales del pretest y del postest.

En relación con las pruebas pretest y postest, se evaluaron cuantitativamente las respuestas correctas a las preguntas de opción múltiple (ítems 1, 2, 3, 4, 6, 7 y 9) y el nivel de razonamiento de los argumentos de las respuestas abiertas (ítem 10). Las respuestas correctas de las preguntas de opción múltiple se sumaron para establecer el porcentaje de respuestas correctas con relación al total de posibles respuestas (pre% o post%). En cuanto a los argumentos proporcionados por los estudiantes en las respuestas abiertas (pre o post abierta Nivel), estos se codificaron entre los niveles adaptados de la propuesta de Jones et al. (2005), descritos en el marco metodológico.

Así, en el ítem 10 del pretest, los estudiantes explicaron por qué seleccionaron un procedimiento específico y cómo relacionaron el gráfico con sus respectivas medidas descriptivas. En el ítem 10 del postest, adoptaron una postura frente a los datos resumidos y la justificaron en función de sus aprendizajes. Las respuestas vacías o aquellas en las que no se

ofreció una justificación clara fueron codificadas como nivel cero. Un ejemplo de los argumentos evaluados en cada nivel se presenta en el Cuadro 9.

Cuadro 9. *Clasificación de argumentos por niveles.*

Cat.	Nivel	ID	Argumentos PRE	ID	Argumentos POST
0	No responde	E76	"no comprendí el punto"	E65	"."
1	Idiosincrático	E30	"…ya que no visto o encontrado este tema anteriormente, pero por simple intuición/lógica pude deducir que el grafico si se puede asociar las desviaciones ya que en su grafica se muestra que cuanto mayor sea el intervalo la grafica puede cambiar-variar en su direccion."	E64	"por lo visto pienso que primero se ve que no hicieron la prueba a la misma cantidad de personas"
2	Transicional Describe procedimientos sencillos, la información y/o identifica características o ideas.	E56	"En la grafica no se puede dar tanta información ya que en ella solo existe una variable y no especifica bien de lo que trata esa variable. no se que es la desviación, pero el promedio es la suma de todos los datos y se divide por la cantidad de datos"	E75	"Podemos observar y concluir, que las mujeres hablan más, ya que las mujeres tienen menos grado de dispersión."
2.5	Intermedio 1	E57	"Aunque los datos son muy confusos las graficas las podemos relacionar con algunos valores, por ejemplo la grafica 4 con la población C dice que tiene desviación de 4,6 lo cual en la gráfica se ve un cambio leve a diferencia del resto de graficas."	E62	"La afirmación es un poco errónea basándonos en la gráfica ya que los bigotes de la caja de los varones son más largas por lo tanto es mas variable"
3	Cuantitativo Aplica algoritmos e ideas matemáticas complejas e	E37	"Saqué el promedio para buscar la media. Primero sume todos los valores que se encontraban ahí, y los dividí a partir de la cantidad de números que	E09	"…También es importante destacar como el cuartil número dos nos muestra que los hombres usualmente hablan menos

	interpreta según el contexto.		habían. No sé sacar la desviación porque nunca me lo han enseñado.”		ya que este cuartil está alejado del límite superior. Además, la mediana de los datos masculinos es inferior a los femeninos.”
4	Razonamiento Integra o conecta el conocimiento y las habiliades adquiridas.	E02	“…teniendo en cuenta que a menor desviación más compacto es el histograma, si vemos la población A, es la que mayor desviacion tiene debido a que en la grafica sus valores están más dispersos, la población C corresponde a la gráfica 3, debido a que analizando podemos ver que el promedio dado en la tabla y la media obtenida tras analizar la gráfica podemos deducir que estas son correspondientes”	E80	“Aunque en la grafica de los hombres se vea mas grande, esto indica que sus datos están mas dispersos mientras que el de las mujeres es mas pequeño, lo cual dice que sus datos son mas constantes. los hombres tienen el menor tiempo que se la pasan hablando pero también tienen el dato mayor…”

Nota. Los ID son códigos E## con valores entre [1, 82], que representan el total de estudiantes en los cursos, pero solo 78 estudiantes presentaron todos los instrumentos y participaron en todas las clases. Las líneas o argumentos presentados son citas textuales sin ajustes.

Fuente: elaboración propia.

Tomando en cuenta los datos cuantitativos, de los porcentajes de respuestas correctas en las preguntas de opción múltiple, se evaluó el supuesto de normalidad cuyos resultados indicaron que los datos no siguen una distribución normal (ver Tabla 3). Por esta razón, se optó por aplicar la prueba de rangos con signo de Wilcoxon para muestras emparejadas. Dicha prueba permitió analizar las diferencias entre las mediciones realizadas antes y después de la intervención, determinar si son significativas y calcular el tamaño del efecto.

Tabla 3. *Medias aritméticas por cada tipo de evaluación sobre razonamiento estadístico.*

Medición/ Estadístico	Media aritmética (M)	Asimetría	Curtosis	Shapiro-Wilk	Valor p Shapiro-Wilk
Pre %	46.34	-0.36	-0.14	0.942	<.001

Post %	54.40	-0.34	-0.56	0.937	<.001
Pre Nivel	1.31	0.12	-0.97	0.879	<.001
Post Nivel	2.39	-0.26	0.043	0.873	<.001

Nota. Los valores se calcularon con los 78 participantes. Los rangos de cada medida: pre% y post% de las respuestas de opción múltiple [0,100], pre y post Nivel de las respuestas abiertas [0,4].

Fuente: elaboración propia.

Los resultados de la prueba de Wilcoxon, para el total de la muestra, indicaron una diferencia significativa en el porcentaje de respuestas correctas entre el pretest $(M = 46.34)$ y el postest $(M = 54.40)$, $W = 531000, z = -2.83, p < .05$, con un tamaño del efecto moderado $(d = -0.42)$. Así mismo, se encontraron diferencias significativas en el nivel de razonamiento estadístico de los argumentos entre el pretest $(M = 1.31)$ y el postest $(M = 2.39)$, $W = 173.000, z = -5.72,\ p < .05$, con un tamaño del efecto grande $(d = -0.83)$. Cabe destacar que los valores negativos muestran que la segunda medición, en este caso la del postest, es mayor que la primera.

En síntesis, se observó un aumento significativo tanto en el porcentaje de respuestas correctas como en el nivel de razonamiento estadístico entre el pretest y el postest, lo que indica una mejora global en el desempeño de los estudiantes.

Razonamientos correctos e incorrectos. En relación con los razonamientos correctos, se observa que los estudiantes mejoraron en la mayoría de los ítems de opción múltiple. Sin embargo, presentaron dificultades en la interpretación de probabilidades, ya que los porcentajes de respuestas correctas disminuyeron en la pregunta 2 y en la pregunta 3 (ver Tabla 4). Lo anterior muestra que el tema de las probabilidades sigue siendo un tema de difícil comprensión para los estudiantes y se entiende que no hubiese cambios dado que este tema no hacía parte del curso.

Tabla 4. *Porcentaje de razonamientos correctos.*

Número del ítem / Cat. razonamiento correcto	Pre% 1	Post% 1	Pre% 2	Post% 2	Pre% 3	Post% 3	Pre% 4	Post% 4	Pre% 6	Post% 6	Pre% 7	Post% 7	Pre% 9	Post% 9
1: Interpreta Probabilidades	-	-	66,67	60,26	61,54	60,26	-	-	-	-	-	-	-	-
2: Comprende como seleccionar el promedio	24,36	41,03	-	-	-	-	50,00	58,97	-	-	-	-	35,90	47,44
5: Comprende la variabilidad	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	17,95	41,03	-	-
7: Interpreta tablas	24,36	41,03	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
8: Comprende la importancia de grandes muestras	-	-	-	-	-	-	-	-	67,95	71,794	-	-	-	-

Nota. En la tabla se presenta el promedio de las 78 respuestas de los estudiantes. Se señalan los cambios con mayor relevancia entre el pretest y el postest con un incremento igual o mayor al 8%.
Fuente: elaboración propia.

En contraste, los razonamientos incorrectos relacionados con la confusión entre el promedio y el dato con mayor frecuencia (moda), la consideración de valores atípicos en una situación, la comparación entre grupos de datos, la confusión entre promedio y mediana, así como la comprensión de la necesidad de muestras mayores, disminuyeron en comparación con los porcentajes del pretest (ver Tabla 5).

Tabla 5. *Porcentaje de razonamientos incorrectos.*

Número del ítem / Cat. razonamiento incorrecto	Pre% 1	Post% 1	Pre% 2	Post% 2	Pre% 3	Post% 3	Pre% 4	Post% 4	Pre% 6	Post% 6	Pre% 7	Post% 7	Pre% 9	Post% 9
1a: Promedio es el número más común	29,49	21,80	-	-	-	-	8,97	3,85	-	-	-	-	34,62	50,00
1b: No tiene en cuenta valores atípicos cuando calcula el promedio	39,74	32,05	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
1c: Compara grupos basados en su promedio	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	21,80	6,41	-	-
1d: Confunde promedio con mediana	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	17,95	1,28
2: Ideas erróneas en la orientación de los resultados	-	-	32,05	35,90	25,64	37,18	-	-	11,54	12,82	-	-	-	-
4: Ley de los pequeños números	-	-	-	-	-	-	-	-	20,51	15,39	-	-	-	-
N1: No comprende promedio, mayor probabilidad o dato atípico	6,41	5,13	0,00	1,28	-	-	2,56	8,97	-	-	-	-	-	-

Nota. En la tabla se presentan el promedio de las 78 respuestas de los estudiantes. El ítem N1 emerge en esta investigación, con base en aquellas respuestas basadas en la intuición sin un análisis profundo.

Fuente: elaboración propia.

Los ítems que mostraron un aumento entre 5% y 15%, fueron: la pregunta 9, donde el porcentaje de estudiantes que asociaron el promedio con la moda; la pregunta 4, en la que persiste la dificultad para identificar cuándo un dato es atípico en una serie de datos; y, el ítem de orientación errónea de resultados, que se refiere a la tendencia de asociar cualquier posibilidad como válida, por ejemplo, decidir mediante el lanzamiento de una moneda sin evaluar los hechos de cada situación.

Comparación entre grupos experimentales y control (intergrupos)

A continuación se encuentra la validación de supuestos y la aplicación de pruebas estadísticas para identificar los cambios entre los diferentes grupos de la investigación.

Verificación de supuestos. Para iniciar el análisis por grupos, primero se verificaron los supuestos necesarios para su validez. En cuanto al supuesto de normalidad, el análisis por grupo (GC, GE_DIC, GE_ARA) reveló que, en general, los indicadores de razonamiento estadístico no cumplen con este criterio pues se presentan valores significativos en las pruebas de normalidad, mostrando una desviación respecto a la distribución normal (ver Tabla 6).

Tabla 6. *Prueba de Normalidad para cada indicador y grupo.*

Indicador	Grupo	Asimetría	Curtosis	Test de normalidad Shapiro-Wilk	
				W	p
Prom. Ev.	GC	1,202	1,506	0.898	<.05
	DIC	-0,346	-0,743	0.957	.389
	ARA	1,475	0,574	0.960	.342
Pre % (7)	GC	-0,271	-0,621	0.912	<.05
	DIC	-0,271	-0,117	0.939	.152
	ARA	-0,599	0,204	0,935	.083
Post % (7)	GC	-0,513	-0,414	0.915	<.05
	DIC	-1,005	-1,352	0.875	<.05
	ARA	-0,123	-1,245	0,913	<.05
Pre Nivel	GC	-0,499	-0,471	0.878	<.05
	DIC	0,39	-1,151	0.854	<.05

	ARA	0,314	-1,047	0,847	<.05
Post Nivel	GC	-0,526	-0,058	0.843	<.05
	DIC	0,039	-0,338	0.876	<.05
	ARA	-0,771	1,223	0,800	<.05

Fuente: elaboración propia.

Respecto del supuesto de homogeneidad de varianzas, la prueba de Levene arrojó resultados significativos y marginalmente significativos en algunos casos (ver Tabla 7). En particular, al realizar la comparación únicamente entre el GC y los grupos experimentales (GE), no se evidenció un incumplimiento significativo, aunque los resultados sugieren cierta tendencia marginal. Al comparar los tres grupos en las puntuaciones de pretest% y postest%, se observó un incumplimiento del supuesto.

Tabla 7. *Prueba de homogeneidad de varianzas para la comparación entre grupos.*

Comparación	Variable	F	p	F (Levene)	p (Levene)
ANCOVA GC vs. GE	% Postest	2.865	.095	0.194	.661
	% Pretest (cov)	9.498	< .05		
	Nivel postest	3.905	.052	0.164	.687
	Nivel pretest (cov)	0.131	.718		
ANOVA GC vs. GE	Desempeño	1.480	.227	0.742	.392
ANCOVA GC. GE_DIC. GE_ARA	% Postest	1.437	.244	7.463	< .05
	% Pretest (cov)	8.975	< .05		
	Nivel postest	2.994	.056	0.999	.373
	Nivel pretest (cov)	0.262	.610		
ANOVA GC. GE_DIC. GE_ARA	Desempeño	0.841	.435	0.483	.619

Nota. Los valores de p<.05 se consideran significativos para la prueba de Levene. Los valores *p* entre 0.05 y 0.10 se consideran marginalmente significativos.
Fuente: elaboración propia.

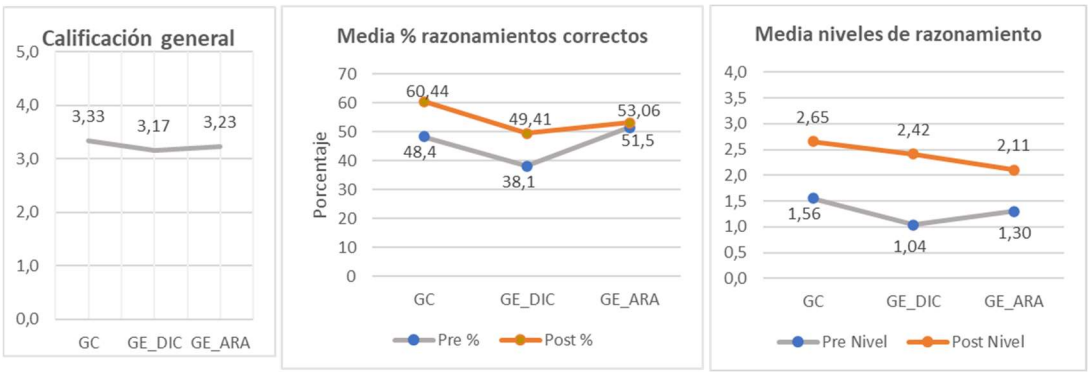
Dado lo anterior, se optó por aplicar pruebas no paramétricas más robustas ante las violaciones de supuestos, específicamente se usa la prueba de Kruskal-Wallis para comparar los tres grupos y la prueba U de Mann-Whitney para las comparaciones por pares, para examinar las diferencias específicas.

Análisis descriptivo entre grupos. Es importante señalar que, aunque los grupos no eran equivalentes en sus niveles iniciales de razonamiento y en algunas características

individuales, el diseño cuasiexperimental permite analizar las variaciones pre–post y las diferencias entre grupos.

Al representar los promedios de cada indicador por grupo, se identificaron variaciones en los porcentajes de respuestas correctas (pre%-post%) y en los niveles de razonamiento (pre Nivel-post Nivel), según el grupo al que pertenecían los estudiantes (ver Figura 14). De manera general, se observa que el GC alcanzó, en el postest, un mayor promedio en cada indicador del razonamiento estadístico lo cual se profundiza más adelante.

Figura 14. *Indicadores por cada grupo.*



Fuente: elaboración propia.

En cuanto a los porcentajes de respuestas correctas y los niveles de razonamiento, se observaron diferencias entre los grupos, así como una mejora generalizada. No obstante, el GC mostró el mayor incremento entre el porcentaje de respuestas correctas entre el pretest y el postest. Por su parte, el GE_DIC presentó el mayor cambio en el nivel de razonamiento entre ambas mediciones (pre y post).

Para profundizar en estas diferencias y evaluar si las variaciones observadas son estadísticamente significativas, se aplicó la prueba de Kruskal-Wallis con contrastes post hoc para explorar comparaciones entre pares. Estas pruebas se utilizaron para analizar la variable dependiente (postest) en relación con su covariable (pretest), así como el rendimiento académico de los estudiantes.

La comparación entre grupos en dos variables, porcentaje de respuestas correctas (pre-post) y rendimiento académico en el curso, no mostró diferencias estadísticamente significativas. Sin embargo, la comparación de los niveles de razonamiento (pre-post) sí arrojó una diferencia estadísticamente significativa. El análisis por pares reveló que esta diferencia se presenta específicamente entre el GC y el GE_ARA (ver Tabla 8).

Tabla 8. *Prueba Kruskal-Wallis entre grupos*

Indicador	Kruskal-Wallis (p)	Comparación	z	p (no ajustado)	p (Bonferroni)	p (Holm)
pre%-post% (F=3.786; gl=2)	0.151	ARA - DIC	0.725	0.468	1.000	0.468
		ARA - GC	-1.250	0.211	0.633	0.422
		DIC - GC	-1.916	0.055	0.166	0.166
prenivel- postnivel (F=6.307; gl=2)	<0.05	ARA - DIC	-1.275	0.202	0.607	0.405
		ARA - GC	-2.509	0.012	0.036	0.036
		DIC - GC	-1.161	0.246	0.737	0.405
Desempeño (F=0.527; gl=2)	0.768	ARA - DIC	0.242	0.808	1	1
		ARA - GC	-0.489	0.625	1	1
		DIC - GC	-0.709	0.478	1	1

Nota. Los valores de p<0.05 se consideran significativos. Los valores *p* entre 0.05 y 0.10 se consideran marginalmente significativos.
Fuente: elaboración propia.

Para analizar con mayor detalle el caso del GE_ARA y el GC, dado que los dos grupos muestran una desviación significativa de la normalidad $(p < .05)$, se calculó el cambio en el nivel de razonamiento entre el pretest y el postest para comparar los rangos. La prueba U de Mann-Whitney $(W = 312.500, p = 0.184, r = -0.141)$ indicó que no existe una diferencia estadísticamente significativa en el cambio del nivel de razonamiento. Además, el valor del tamaño del efecto sugiere que este es pequeño y que el GE_ARA tuvo un incremento menor en comparación con el observado en el GC.

En cuanto al análisis por pares, entre los indicadores analizados, solo el rendimiento académico cumplió con los supuestos de normalidad y homogeneidad de varianzas. Por lo tanto, se utilizó la prueba T de Student para comparar las diferencias entre los grupos. Los resultados no mostraron diferencias estadísticamente significativas en la evaluación promedio de los grupos, $t(50) = 0.493, p = 0.688, d = 0.137$.

Para el resto de los indicadores, se empleó la prueba U de Mann-Whitney. Los resultados sobre el rendimiento académico sugieren que no se encontraron diferencias significativas entre los grupos, lo que indica que el rendimiento fue similar en todas las condiciones (ver Tabla 9).

Tabla 9. *Prueba de contraste T para muestras independientes entre los grupos.*

U Mann-Whitney	Grupos comparados	W	p	Correlación de Rango Biserial	ET Correlación de Rango Biserial
Prom. Ev.	GC vs GE_DIC	275.500	.242	-0.117	0.164
	GC vs GE_ARA	336.000	.317	-0.077	0.157
	GE_DIC vs GE_ARA	349.000	.598	0.039	0.161
Pre %	GC vs GE_DIC	216.000	<.05	-0.308	0.164
	GC vs GE_ARA	410.500	.799	0.128	0.157
	GE_DIC vs GE_ARA	465.000	.992	0.384	0.161
Post %	GC vs GE_DIC	208.500	<.05	-0.332	0.164
	GC vs GE_ARA	300.500	.133	-0.174	0.157
	GE_DIC vs GE_ARA	637.500	.726	0.094	0.161
Pre Nivel	GC vs GE_DIC	217.500	<.05	-0.303	0.164
	GC vs GE_ARA	312.000	.177	-0.143	0.157
	GE_DIC vs GE_ARA	370.000	.746	0.101	0.161
Post Nivel	GC vs GE_DIC	257.500	.130	-0.175	0.164
	GC vs GE_ARA	228.500	<.05	-0.372	0.157
	GE_DIC vs GE_ARA	272.500	.103	*-0.189*	0.161

Nota. Para el contraste de Mann-Whitney, la magnitud del efecto viene dada por la correlación biserial de rangos.

Fuente: elaboración propia.

En relación con el porcentaje de respuestas correctas en la fase del pretest, se identificó una diferencia estadísticamente significativa entre el GC y GE_DIC, $W = 216.000, p = 0.028, r = -0.308$), indicando un menor desempeño inicial en el GE_DIC. En la fase del postest, la diferencia significativa entre el GC y el GE_DIC se mantuvo ($W = 208.500, p = 0.020, r = -0.332$), sugiriendo que el GC presentó un mayor incremento en sus respuestas correctas.

Respecto a los niveles de razonamiento en los argumentos, en el pretest se encontró una diferencia estadísticamente significativa entre el GC y el GE_DIC ($W = 217.500, p =$

$0.029, r = -0.303$), lo que indica que el GE_DIC partía de un nivel de razonamiento inferior, como también se puede visibilizar en la Figura 14. En contraste, en el postest, la diferencia estadísticamente significativa solo se observó entre el GC y GE_ARA ($W = 228.500, p = 0.012, r = -0.372$), lo que sugiere que el GE_ARA tuvo una menor mejora en el nivel de razonamiento en comparación con el GC.

Otro aspecto para destacar es que las correlaciones identificadas en el GC no se presentaron en los grupos experimentales, y viceversa (ver Anexo O). Por ejemplo: en el GC se observó una correlación positiva entre estilo cognitivo y el porcentaje de respuestas correctas del pretest, mientras que esta relación no se evidenció en el GE_DIC; En el GC, no se encontraron correlaciones entre el estilo cognitivo o el nivel de autorregulación del aprendizaje y los niveles de razonamiento estadístico en los argumentos en el pretest, mientras que en los grupos experimentales sí se observaron estas asociaciones con un efecto moderado.

Análisis de las variables (intragrupo)

Análisis del grupo control. A continuación, se presentan las medidas descriptivas del GC en función de su rendimiento académico, los porcentajes de respuestas correctas y los niveles de razonamiento en sus argumentos (ver Tabla 10).

Tabla 10. *Medidas descriptivas del grupo control*

	Rendimiento	Pre % (7)	Post % (7)	Pre nivel	Post nivel
Válido	26	26	26	26	26
Moda	2.900	57.143	71.429	2.000	3.000
Mediana	3.200	50.000	64.286	2.000	3.000
Media	3.333	48.352	60.440	1.558	2.654
Desviación Típica	0.514	15.689	19.921	0.816	0.846
Coef. de variación	0.154	0.324	0.330	0.524	0.319
RIC(IQR)	0.688	14.286	28.571	1.000	1.000
Asimetría	1.202	-0.271	-0.543	-0.499	-0.526
Error Típico de la Asimetría	0.456	0.456	0.456	0.456	0.456
Curtosis	1.506	-0.621	-0.414	-0.471	-0.058

Error Típico de la Curtosis	0.887	0.887	0.887	0.887	0.887
Shapiro-Wilk	0.898	0.912	0.915	0.878	0.843
Valor de p de Shapiro-Wilk	0.014	0.029	0.034	0.005	0.001

Fuente: elaboración propia.

Los resultados evidencian cambios numéricos entre el pretest y el postest, los cuales se analizan en detalle más adelante. Por ejemplo, se observa que la media aritmética representa de manera fiable al grupo control, ya que en la mayoría de los indicadores el coeficiente de variación presenta valores cercanos o inferiores a 0.30. No obstante, en el nivel de razonamiento en el pretest, se evidencia una mayor dispersión, lo que sugiere la necesidad de complementar el análisis con otros estadísticos descriptivos para caracterizar adecuadamente al grupo control.

En cuanto a la validación de supuestos, se verifica que ninguno de los indicadores sigue una distribución normal, dado que los valores de la prueba Shapiro-Wilk resultan significativos al nivel de .05. Por esta razón, se opta por un análisis basado en pruebas no paramétricas.

Razonamiento estadístico en el GC. Para analizar el razonamiento estadístico de los estudiantes del GC se toma en consideración los resultados de los tres indicadores: rendimiento académico, porcentaje de respuestas correctas y niveles de razonamiento de los argumentos de los estudiantes.

En cuanto al rendimiento académico, se encontró que al menos la mitad de los estudiantes aprobaron la asignatura. Respecto a las medidas de tendencia central que describen los razonamientos correctos o los niveles de razonamiento estadístico, en el pretest se observa que los estudiantes respondieron correctamente menos de la mitad del instrumento EREES y que, en su mayoría, se ubicaban en los dos primeros niveles de razonamiento según sus respuestas abiertas. Es decir, sus respuestas se basaban en decisiones subjetivas o centradas en un solo aspecto de la situación sin reconocer el

conocimiento estadístico que podrían aplicar. En contraste, en el postest se evidenció un cambio numérico en los porcentajes y niveles.

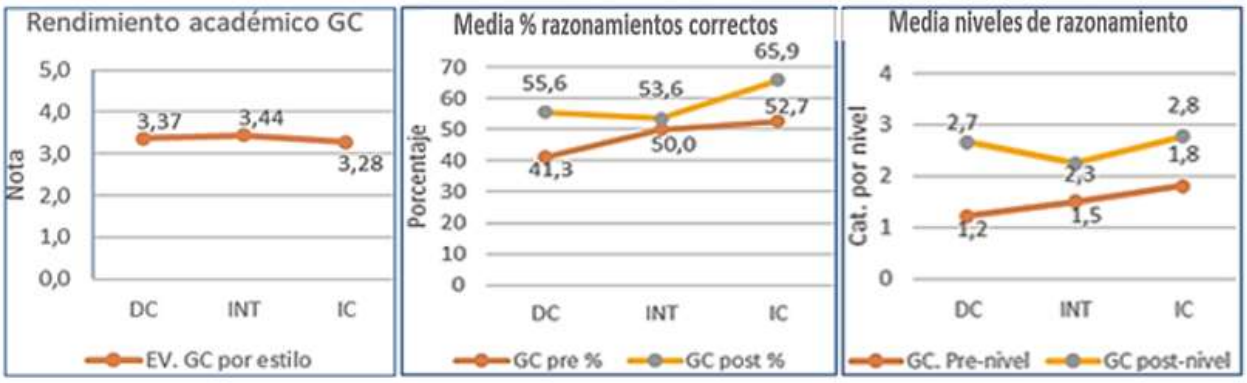
Los resultados de la prueba de rangos con signo de Wilcoxon indicaron diferencias estadísticamente significativas en el porcentaje de respuestas correctas entre el pretest ($Me = 50.00$) y el postest ($Me = 64.29$), $W = 47.000, z = -2.381, p < .05, r = -0.593$. De manera similar, se encontraron diferencias estadísticamente significativas en el nivel de razonamiento entre el pretest ($Me = 2$) y el postest ($Me = 3$), $W = 9.000, z = -3.702, p < .05, r = -0.922$. Este resultado sugiere una mejora significativa en la cantidad de respuestas correctas y en los argumentos después de la intervención.

El tamaño del efecto fue moderado para el porcentaje de respuestas correctas y alto para el nivel de razonamiento. Estos resultados muestran una mejora significativa en el porcentaje de respuestas correctas y en los niveles de razonamiento tras la intervención.

Diferencias individuales en el GC. Considerando las variables independientes de esta investigación, también se analiza el grupo control en función de las diferencias individuales. Para ello, se examina la relación del estilo cognitivo y la capacidad autorreguladora del aprendizaje con los indicadores de razonamiento.

En relación con el estilo cognitivo, las medias del rendimiento académico de los estudiantes en el GC muestran una diferencia de una décima entre las distintas polaridades que se debe analizar. De similar manera, las medias de los porcentajes de respuestas correctas y de los niveles de razonamiento estadístico, muestran variaciones numéricas entre cada polaridad tanto en el pretest como en el postest. Por ejemplo, los estudiantes con estilo cognitivo DC presentan tanto menores porcentajes de respuestas correctas como niveles de razonamiento estadístico más bajos en comparación con las otras polaridades del pretest (ver Figura 15).

Figura 15. *Indicadores por estilo cognitivo del GC.*



Fuente: elaboración propia.

Debido a que los datos del GC no siguen una distribución normal, se analizaron las diferencias entre las polaridades del estilo cognitivo en cada indicador de razonamiento mediante la prueba de Kruskal-Wallis. Dado los valores de *p* son mayores a .05 en todos los casos (ver Tabla 11), no se hallaron diferencias estadísticamente significativas entre las polaridades del estilo cognitivo en los indicadores analizados.

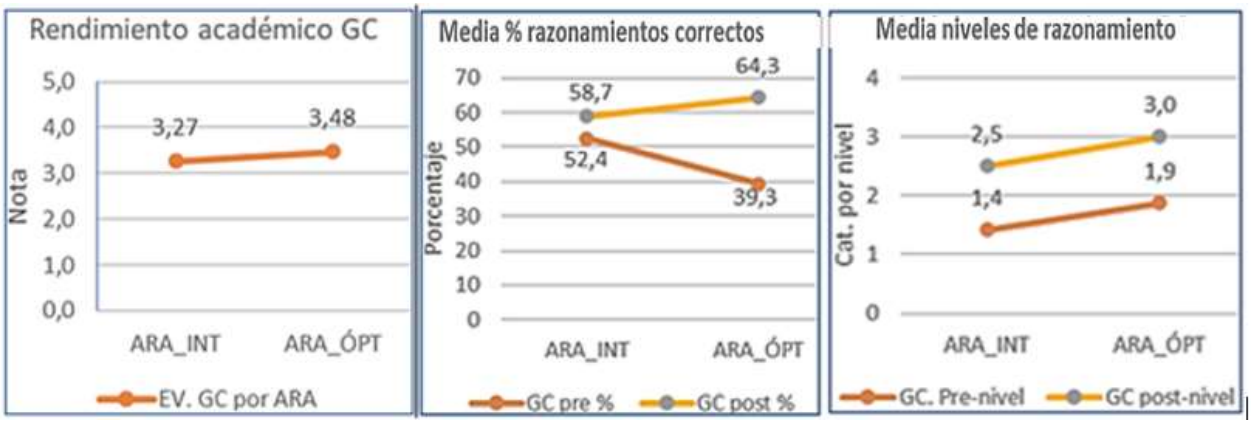
Tabla 11. *Contraste Kruskal-Wallis del GC por estilo cognitivo.*

Grupo	Indicador	Kruskal-Wallis	*p*
Control según DIC (gl=2)	**Rendimiento académico**	1.326	.515
	% pretest	3.681	.159
	% postest	2.192	.334
	Nivel pre	3.177	.204
	Nivel post	0.602	.740

Fuente: elaboración propia.

Asimismo, las medias de los indicadores de razonamiento de los estudiantes del GC de acuerdo con su nivel de autorregulación muestran variaciones de acuerdo con cada nivel, que se deben analizar con mayor detalle. Por ejemplo, la variación que hay en el porcentaje de respuestas correctas, donde los estudiantes con un nivel ÓPT tienen un menor porcentaje de respuestas correctas en comparación con los estudiantes del nivel INT (ver Figura 16).

Figura 16. *Indicadores por capacidad autorreguladora del aprendizaje del GC.*



Fuente: elaboración propia.

Para analizar las diferencias entre los niveles de autorregulación del aprendizaje en cada indicador se aplicó la prueba de Kruskal-Wallis. Los resultados, al igual que con las categorías por estilo cognitivo, no revelaron diferencias estadísticamente significativas entre los niveles de autorregulación en los indicadores de razonamiento estadístico (ver Tabla 12).

Tabla 12. *Contraste Kruskal-Wallis del GC según la capacidad autorreguladora.*

Grupo	Indicador	Kruskal-Wallis	*p*
	Rendimiento académico	0.652	.419
Control	**% pretest**	3.616	.057
según ARA	**% postest**	0.358	.550
(gl=1)	**Nivel pre**	2.426	.119
	Nivel post	1.64	.200

Fuente: elaboración propia.

Finalmente, para establecer relaciones entre las variables, dado que en algunos casos no se cumplieron los supuestos de normalidad, se realizó mediante el análisis de correlación utilizando el coeficiente de Spearman (ρ). Los resultados mostraron que la única correlación significativa fue entre el estilo cognitivo y el porcentaje de respuestas correctas del pretest ($\rho = 0.391, p < .05$), aunque es moderada. No se encontraron correlaciones significativas en el resto de los indicadores (ver Tabla O1 del Anexo O).

Análisis del grupo experimental estilo cognitivo. A continuación, se presentan las medidas descriptivas del GE_DIC en función de su rendimiento académico, los

porcentajes de respuestas correctas y los niveles de razonamiento en sus argumentos (ver Tabla 13).

Tabla 13. *Medidas descriptivas del GE_DIC.*

GE_DIC	Rendimiento	Pre % (7)	Post % (7)	Pre nivel	Post nivel
Válido	24	24	24	24	24
Moda	2.500	42.857	57.143	0.000	2.000
Mediana	3.250	42.857	57.143	1.000	2.000
Media	3.165	38.095	49.405	1.042	2.417
Desviación Típica	0.397	19.151	17.358	0.988	0.830
Coef. de variación	0.125	0.503	0.351	0.949	0.830
RIC(IQR)	0.487	17.857	14.286	2.000	1.000
Asimetría	-0.346	-0.271	-1.005	0.390	0.039
Error Típico de la Asimetría	0.472	0.472	0.472	0.472	0.472
Curtosis	-0.743	-0.117	1.352	-1.151	-0.338
Error Típico de la Curtosis	0.918	0.918	0.918	0.918	0.918
Shapiro-Wilk	0.957	0.939	0.875	0.854	0.876
Valor de p de Shapiro-Wilk	0.389	0.152	0.007	0.003	0.007

Fuente: elaboración propia.

Los resultados reflejan variaciones entre los momentos de pretest y postest, las cuales se analizan en detalle más adelante. Además, se observa que varios coeficientes de variación superan el umbral de 0.30, lo que sugiere que la mediana es una medida más representativa para describir los datos en este grupo. No obstante, en el caso del rendimiento académico y los porcentajes del postest, la media aritmética proporciona una representación fiable de la distribución de datos.

Así mismo, se observa que la mayoría de los indicadores presentan valores $p < .05$, lo que indica que no siguen una distribución normal. Por esta razón, para evaluar las variaciones entre las mediciones, se emplearán pruebas no paramétricas.

Razonamiento estadístico en el GE_DIC. En el GE_DIC, los indicadores de razonamiento estadístico presentan pequeñas variaciones entre los momentos pretest y

postest, con valores que apenas superan la nota aprobatoria (3.0) o la mitad de las respuestas correctas (57%). Considerando que 3.0 en la escala institucional es el umbral de aprobación, los resultados pueden interpretarse como un desempeño básico. En cuanto al rendimiento académico, la mitad de los estudiantes aprobaron la asignatura, con una mediana de 3.25 y la media de 3.17.

Respecto los porcentajes de respuestas correctas, la mediana en el pretest indica que al menos la mitad de los estudiantes alcanzó el 42.85% de respuestas correctas, mientras que en el postest este porcentaje aumentó al 57.14%.

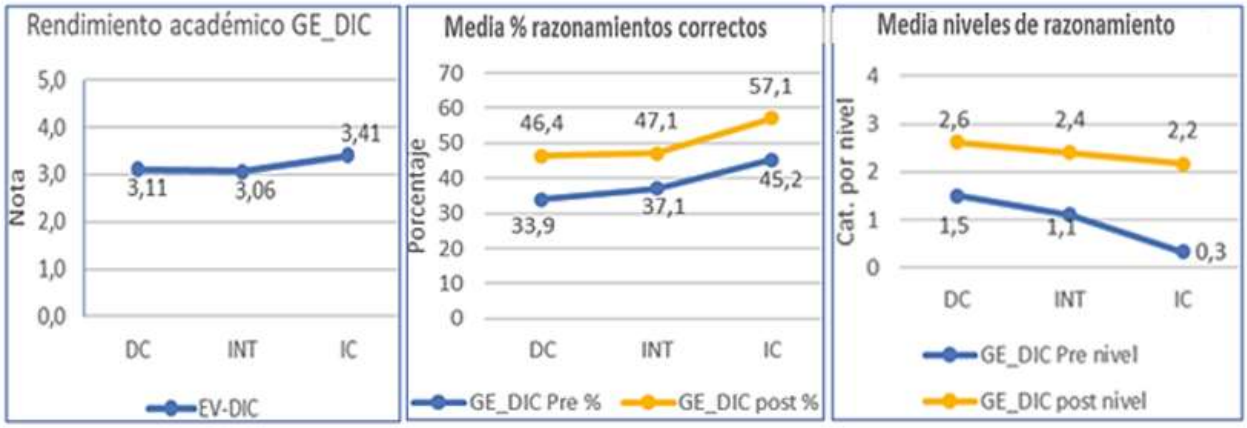
En relación con los niveles de razonamiento estadístico en los argumentos, en el pretest la mayoría de los estudiantes se ubicaron en el nivel 1 (idiosincrático), con respuestas basadas en experiencias previas o intuiciones sin el uso de conocimientos estadísticos. En contraste, en el postest la mayoría de los estudiantes alcanzaron el nivel 2 (transicional) y el nivel 3 (cuantitativo), lo que indica que comenzaron a reconocer la importancia de las ideas estadísticas y, en algunos casos, lograron aplicarlas en la situación planteada. Este cambio, sugiere una transición desde un razonamiento basado en la intuición hacia un uso más estructurado de conceptos estadísticos.

Los resultados de la prueba de rangos con signo de Wilcoxon indicaron diferencias estadísticamente significativas en el porcentaje de respuestas correctas entre el pretest $(Me = 42.857)$ y el postest $(Me = 57.143)$, $W = 15.000, z = -2.741, p < 0.05, r = -0.779$. De manera similar, se encontraron diferencias estadísticamente significativas en el nivel de razonamiento estadístico entre el pretest $(Me = 1)$ y el postest $(Me = 2)$, $W = 9.500, z = -3.798, p < .05, r = -0.925$.

El tamaño del efecto, dado por la correlación biserial de rangos coincidentes, fue moderado para el porcentaje de respuestas correctas y alto para el nivel de razonamiento, lo que sugiere que tras la intervención pedagógica, los estudiantes del GE_DIC lograron una mejora significativa en su razonamiento estadístico.

Indicadores por cada estilo cognitivo en el GE_DIC. Los indicadores de razonamiento estadístico en el GE_DIC muestran variaciones numéricas entre las distintas polaridades del estilo cognitivo. En cuanto al rendimiento académico, se observa que los estudiantes IC obtuvieron una nota superior en comparación con los DC e INT, que presentan puntajes cercanos entre sí; dichas diferencias deben ser evaluadas. De manera similar, los estudiantes IC mostraron un desempeño más alto en las medidas de los porcentajes de respuestas correctas entre los ítems de opción múltiple. En contraste, en el nivel de razonamiento estadístico durante el pretest los estudiantes IC mostraron un desempeño más bajo, lo que sugiere que esta polaridad podría enfrentar más dificultades iniciales en este tipo de situaciones (ver Figura 17).

Figura 17. *Indicadores por estilo cognitivo en el GE_DIC*



Fuente: elaboración propia.

El análisis de normalidad (Shapiro-Wilk) mostró que algunos indicadores no siguen una distribución normal (ver Tabla 14). Esto justificó el uso de pruebas no paramétricas, como la Kruskal-Wallis, para evaluar diferencias entre polaridades.

Tabla 14. *Prueba Shapiro-Wilk por categorías según estilo cognitivo en el GE_DIC.*

Grupo	Indicador	Polaridad Estilo Cognitivo	Shapiro-Wilk (W)	p-valor
Experimental (GE_DIC)	Rendimiento	Dependiente (DC)	0.928	.496
		Intermedio (INT)	0.985	.987
		Independiente (IC)	0.945	.699
	Pretest (%)	Dependiente (DC)	0.834	.065
		Intermedio (INT)	0.987	.108

	Independiente (IC)	0.921	.514
Postest (%)	Dependiente (DC)	0.847	.105
	Intermedio (INT)	0.858	<.05
	Independiente (IC)	0.909	.715
Pre Nivel	Dependiente (DC)	0.860	.120
	Intermedio (INT)	0.859	.073
	Independiente (IC)	0.640	<.05
Post Nivel	Dependiente (DC)	0.641	<.05
	Intermedio (INT)	0.890	.172
	Independiente (IC)	0.908	.421

Fuente: elaboración propia.

Sin embargo, los resultados de esta prueba muestran que no hay diferencias estadísticamente significativas entre las polaridades en los indicadores de razonamiento estadístico pues en todos los casos $p > .05$ (ver Tabla 15).

Tabla 15. *Contraste Kruskal-Wallis del GE_DIC por cada polaridad*

Grupo	Indicador	Kruskal-Wallis	*p*
Experimental DIC (gl=2)	**Rendimiento académico**	3,438	,179
	% pretest	1,228	,541
	% postest	2,014	,365
	Nivel pre	4,591	,101
	Nivel post	1,304	,521

Fuente: elaboración propia.

Por otro lado, el análisis de correlaciones reveló dos relaciones estadísticamente significativas, según el coeficiente de Spearman (ρ): una correlación positiva fuerte entre el porcentaje de respuestas correctas en el pretest y el postest $(\rho = 0.671, p < .001)$, lo que sugiere que el desempeño inicial tiene una influencia en el rendimiento posterior; y una correlación negativa moderada entre el puntaje del estilo cognitivo y el nivel de razonamiento estadístico en los argumentos del pretest $(\rho = -0.464, p < .05)$, lo que indica que los estudiantes con un estilo cognitivo dependiente podrían tener un desempeño ligeramente superior en la argumentación estadística. No se encontraron correlaciones significativas en el resto de los indicadores (ver Tabla O2 del Anexo O).

En síntesis, aunque se observaron algunas asociaciones entre el estilo cognitivo y el desempeño inicial (por ejemplo, una correlación moderada entre el puntaje de estilo y el nivel de razonamiento en el pretest), las pruebas comparativas entre polaridades no mostraron diferencias estadísticamente significativas. Esto sugiere que, en el marco de esta intervención, el estilo cognitivo no generó diferencias robustas en los cambios de razonamiento estadístico.

Análisis del grupo experimental de autorregulación del aprendizaje. A continuación, se presentan las medidas descriptivas del GE_ARA en función de su rendimiento académico, los porcentajes de respuestas correctas y los niveles de razonamiento en sus argumentos (ver Tabla 16).

Tabla 16. *Medidas descriptivas del GE_ARA.*

GE_ARA	Rendimiento	Pre % (7)	Post % (7)	Pre nivel abierta	Post nivel abierta
Válido	28	28	28	28	28
Moda	2.900	57.143	71.429	0.000	2.000
Mediana	3.175	57.143	57.143	1.500	2.000
Media	3.225	51.531	53.061	1.304	2.107
Desviación Típica	0.474	21.060	23.923	1.227	0.737
Coeficiente de variación	0.147	0.409	0.451	0.941	0.350
RIC(IQR)	0.613	28.571	42.857	2.000	1.000
Asimetría	0.574	-0.599	-0.123	0.314	-0.771
Error Típico de la Asimetría	0.441	0.441	0.441	0.441	0.441
Curtosis	1.475	0.204	-1.245	-1.047	1.223
Error Típico de la Curtosis	0.858	0.858	0.858	0.858	0.858
Shapiro-Wilk	0.960	0.935	0.913	0.847	0.800
Valor de p de Shapiro-Wilk	0.342	0.083	0.023	< .001	< .001

Fuente: elaboración propia.

Los resultados del GE_ARA muestran menores variaciones entre los indicadores en comparación con el GC y el GE_DIC. En cuanto al rendimiento académico, la media aritmética fue de 3.23, un valor muy similar al alcanzado en los grupos GC (3.33) y GE_DIC (3.17), con un coeficiente de variación de 0.15 que indica una baja dispersión.

En contraste, en los indicadores del pretest y postest, las medidas de tendencia central presentan variaciones reducidas entre los dos momentos, con un incremento del 1.5% en las respuestas correctas y un aumento de 0.5 en los niveles de razonamiento en los argumentos. Respecto al supuesto de normalidad, los indicadores del nivel de razonamiento estadístico (pre y post) y el porcentaje de respuestas correctas en el postest no siguen una distribución normal, ya que presentaron valores de p menores a .05. En cambio, el resto de los indicadores mostraron valores de p superiores a .05. Dado que la variable independiente es categórica, se optó por el uso de pruebas no paramétricas.

Razonamiento estadístico en el GE_ARA. Como se mencionó anteriormente, los indicadores de razonamiento estadístico presentan pequeñas variaciones. En el caso del rendimiento académico, la media ($\bar{x} = 3.23$) y la mediana ($Me = 3.18$) reflejan diferencias mínimas. De manera similar, el nivel de razonamiento que en el pretest tuvo una media de 1.30 y en el postest una media de 2.1, lo que representa una variación de 0.8 puntos. Estas variaciones son menores en comparación con las obtenidas en el GC y el GE_DIC.

En cuanto al nivel de razonamiento de los argumentos, se observa que varios estudiantes iniciaron en el nivel cero ya que escribieron que no entendían el problema, desconocían ciertos conceptos estadísticos o dejaron en blanco sus respuestas. No obstante, la media (1.30), la mediana (1.5) y la moda (0.0) indican que este grupo, en el pretest, se encontraba mayoritariamente en el nivel uno (idiosincrático). En el postest, estos valores aumentaron hasta el 2.0 ($\bar{x} = 2.11, Me = 2.00, Mo = 2.00$), es decir, hasta el nivel dos (transicional), lo que sugiere que hubo una mejora en el nivel de razonamiento estadístico.

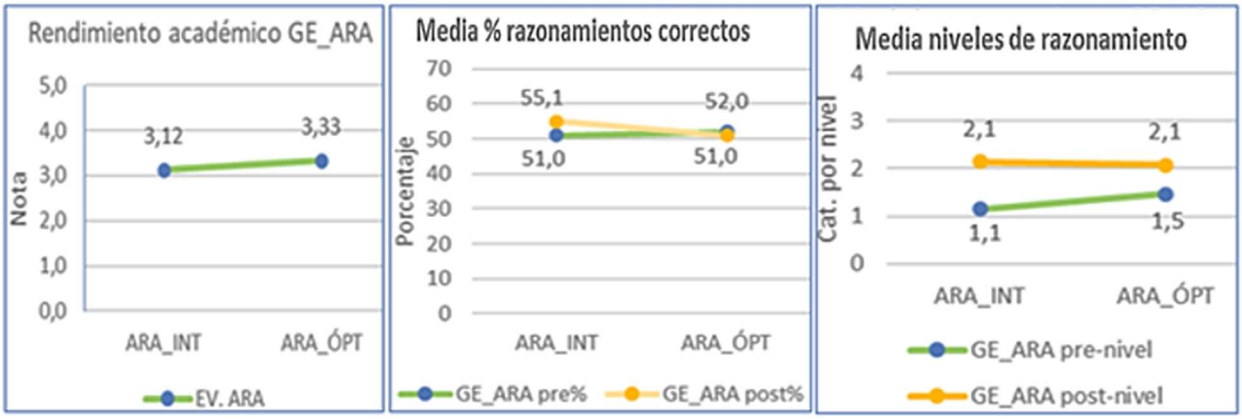
Los resultados de la prueba de rangos con signo de Wilcoxon no indicaron diferencias estadísticamente significativas en el porcentaje de respuestas correctas entre el pretest ($Me = 57.143$) y el postest ($Me = 57.143$), $W = 129.000, z = -0.274, p = 0.398, r = -0.065$. Sin embargo, sí se encontraron diferencias estadísticamente significativas en el nivel de razonamiento estadístico entre el pretest ($Me = 1.5$) y el postest ($Me = 2$), $W = 37.500, z = -2.520, p < .05, r = -0.643$.

El tamaño del efecto para el nivel de razonamiento, calculado mediante la correlación biserial de rangos coincidentes, fue moderado. Esto sugiere que, tras la intervención pedagógica, los estudiantes del GE_ARA lograron una mejora significativa en su nivel de razonamiento estadístico al argumentar sobre problemas.

Indicadores por cada nivel de autorregulación del aprendizaje en el GE_ARA. Los indicadores de razonamiento estadístico en el GE_ARA muestran pocas variaciones numéricas entre los dos niveles (INT y ÓPT). En cuanto al rendimiento académico, se observa que los estudiantes ÓPT obtuvieron una nota superior en dos décimas en comparación con los INT; dichas diferencias deben ser evaluadas.

Por otra parte, se encontró que los estudiantes en el porcentaje de respuestas correctas mostraron una diferencia de una décima, teniendo el mayor puntaje los estudiantes ÓPT, sin embargo, en el postest este grupo de estudiantes redujo su desempeño. En el caso de los niveles de razonamientos estadístico los estudiantes INT y ÓPT tuvieron variaciones numéricas en el pretest, pero en el postest obtuvieron las mismas medias. Estas variaciones deben analizarse (ver Figura 18).

Figura 18. *Indicadores por niveles de ARA en el GE_ARA*



Fuente: elaboración propia.

El análisis de normalidad (Shapiro-Wilk) mostró que algunos indicadores no siguen una distribución normal (ver Tabla 17). Esto justificó el uso de pruebas no paramétricas, como la Kruskal-Wallis, para evaluar diferencias entre polaridades.

Tabla 17. *Prueba Shapiro-Wilk por categorías según nivel de ARA en el GE_ARA*

Grupo	Indicador	Polaridad Estilo Cognitivo	Shapiro-Wilk (W)	p-valor
Experimental (GE_ARA)	Rendimiento	Intermedio (INT)	0.956	.654
		Óptimo (ÓPT)	0.892	.087
	Pretest (%)	Intermedio (INT)	0.909	.154
		Óptimo (ÓPT)	0.915	.184
	Postest (%)	Intermedio (INT)	0.858	<.05
		Óptimo (ÓPT)	0.959	.715
	Pre Nivel	Intermedio (INT)	0.804	<.05
		Óptimo (ÓPT)	0.863	.330
	Post Nivel	Intermedio (INT)	0.801	<.05
		Óptimo (ÓPT)	0.779	<.05

Fuente: elaboración propia.

Los resultados de la prueba Kruskal-Wallis muestran que no hay diferencias estadísticamente significativas entre los indicadores de razonamiento estadístico y los niveles de autorregulación del aprendizaje, pues en todos los casos $p > .05$ (ver Tabla 18).

Tabla 18. *Contraste Kruskal-Wallis del GE_ARA por cada nivel*

Grupo	Indicador	Kruskal-Wallis	*p*
Experimental ARA (gl=1)	Rendimiento académico	0.890	.345
	% pretest	0.009	.925
	% postest	0.263	.608
	Nivel pre	0.756	.385
	Nivel post	0.323	.570

Fuente: elaboración propia.

Por otro lado, el análisis de correlaciones reveló solo una relación estadísticamente significativa, según el coeficiente de Spearman (ρ), entre el nivel de autorregulación y el nivel de razonamiento en el pretest ($\rho = 0.387, p < .05$), lo que sugiere que el nivel de autorregulación tiene una asociación moderada en el desempeño inicial de los estudiantes. No se encontraron correlaciones significativas en el resto de los indicadores (ver Tabla O3 del Anexo O).

En síntesis, aunque el nivel de autorregulación del aprendizaje mostró una asociación moderada con el nivel de razonamiento inicial, las pruebas comparativas no revelaron diferencias estadísticamente significativas en los cambios de razonamiento entre los niveles INT y ÓPT. En este sentido, la capacidad autorreguladora no se configuró como un factor diferencial robusto en el desarrollo del razonamiento estadístico dentro de este grupo experimental.

Sin embargo, se identificó una mejora significativa en el nivel de razonamiento estadístico de los estudiantes después de la intervención, lo que indica que, aunque la autorregulación no fue un predictor clave, la propuesta pedagógica si favoreció el desarrollo de habilidades argumentativas.

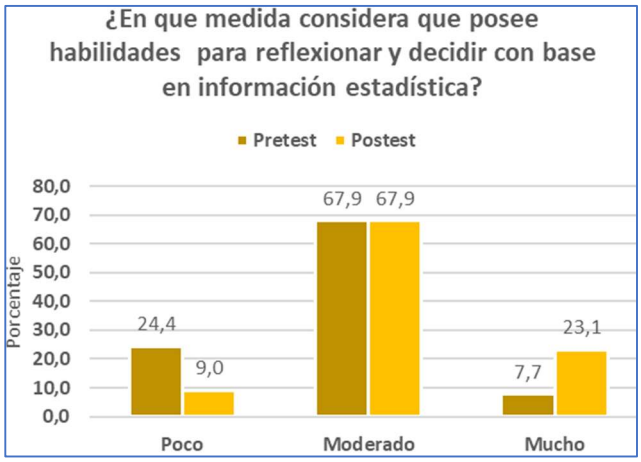
Resultados de la encuesta

En este apartado, se presentan las respuestas de los estudiantes a preguntas incluidas en el pretest y el postest, enfocadas en su autoevaluación antes y después de la intervención sobre su habilidad para tomar decisiones basadas en información estadística. Al finalizar la

intervención, también se indagó sobre los conocimientos adquiridos en el curso, el nivel de razonamiento estadístico en el que se autoevaluaban y, en los grupos experimentales, si consideraban que su perfil individual influyó en su proceso de aprendizaje.

En cuanto a la habilidad percibida para tomar decisiones, la mayoría de los estudiantes indicaron que poseían una habilidad moderada tanto en el pretest como en el postest (ver Figura 19). Además, se observó un incremento del 15.4% en la categoría “mucho” en el postest, lo que sugiere que un pequeño porcentaje de los estudiantes experimentó una mejora en sus habilidades.

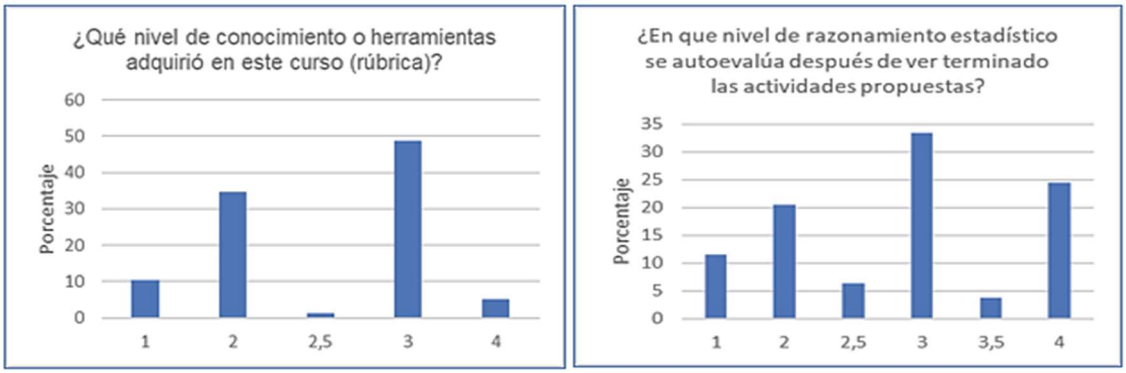
Figura 19. *Diagrama de barras sobre el grado de habilidad para usar información estadística.*



Nota. Esta gráfica incluye las respuestas de los 78 estudiantes que participaron en la intervención.
Fuente: elaboración propia.

En relación con los conocimientos o herramientas adquiridos, la mayoría de los estudiantes consideró haber alcanzado el nivel 3 (ver Figura 20), en el cual, además de describir y organizar los datos, se identifican relaciones entre ellos y se explican sus representaciones o resúmenes a partir de indicadores estadísticos (ver Cuadro L1 del Anexo L). Respecto a los niveles de razonamiento, también la mayoría manifestó haberse ubicado en el nivel 3 o nivel Cuantitativo (ver Figura 20), el cual se caracteriza por la capacidad de calcular medidas descriptivas y construir diversas representaciones gráficas con el propósito de destacar ciertas características de los datos.

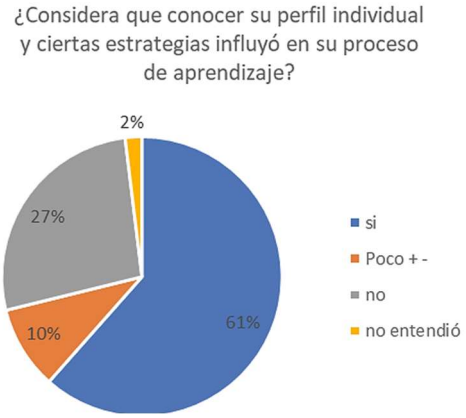
Figura 20. *Nivel de conocimientos y razonamientos alcanzados después de la intervención.*



Nota. Esta gráfica incluye las respuestas de los 78 estudiantes que participaron en la intervención.
Fuente: elaboración propia.

Finalmente, en los grupos experimentales se encontró que para un 61% de los estudiantes fue relevante conocer su estilo cognitivo o su nivel de autorregulación del aprendizaje en el desarrollo de las actividades para el logro del aprendizaje sobre el conocimiento estadístico (ver Figura 21).

Figura 21. *Importancia para los estudiantes de las diferencias individuales en su proceso de aprendizaje.*



Nota. Esta gráfica incluye las respuestas de los 52 estudiantes que participaron en la intervención en los grupos experimentales.
Fuente: elaboración propia.

c) Análisis cualitativo

A continuación se presentan los descriptores de cada codificación abierta para las respuestas de los problemas y se muestran ejemplos de las líneas, las categorías y un análisis

sobre los temas que las engloban. Con el propósito de garantizar la validez y fiabilidad del análisis, este proceso se realizó en colaboración con un par académico.

Para este análisis se identificaron códigos y significados declarados por los estudiantes a partir de los argumentos expresados en la pregunta abierta. Además, se establecieron descriptores por cada codificación y se analizaron tanto las categorías emergentes como los temas que las agrupan.

Codificación, descriptores y temas

En el análisis de contenido se utilizó una codificación abierta seguida de una codificación axial para agrupar las categorías en temas. Algunas de las categorías solo aparecieron una vez o en un momento de aplicación, mientras que otras se consideraron longitudinales porque surgieron en ambos momentos, es decir, en el pretest y en el postest. En cuanto a los temas, se identificaron unos para las respuestas a los problemas y otros para las sugerencias que los estudiantes consideraron relevantes (ver Cuadro 7, Metodología). El número de categorías según la unidad de análisis se distribuye de la siguiente manera: 13 para las diferentes sugerencias y 21 para describir las respuestas en pretest y postest. Se eliminaron dos categorías y las líneas fueron reasignadas en una categoría que las describía de manera más adecuada.

Para el análisis de contenido solo se consideran aquellas categorías que aparecieron en ambos momentos (ver Anexo Q y Anexo R) y aquí se reportan las diferencias o similitudes en cada caso. Dichas categorías se agruparon en tres temas: “habilidades por niveles de complejidad”, “conocimiento estadístico” y “obstáculos epistemológicos” (ver Cuadro 10). El tema “habilidades por niveles de complejidad” se refiere a las acciones mencionadas por los estudiantes que ejecutan basándose en su conocimiento estadístico o en aquellas que requieren más práctica y experiencia. El tema “conocimiento estadístico” agrupa las líneas que definen de manera explícita conceptos estadísticos. El tema “obstáculos epistemológicos”

muestra la aplicación incorrecta de un término o procedimiento, o la vinculación errónea con otro concepto.

Cuadro 10. *Ejemplos de las respuestas a los problemas y su categorización.*

Cód.	Categoría (Tema)	ID	Argumentos pretest	ID	Argumentos postest
28	Comparar datos *(Habilidades)*	E59 GE_DIC	"más altura llegan por lo cual son las que mayor media de población tienen"	E58 GE_DIC	"su dato menor empieza en 0 mientras que el de las mujeres en 2500"
		E02 GE_ARA	"si vemos la población A, es la que mayor desviacion tiene debido a que en la grafica sus valores están más dispersos, la población C corresponde a la gráfica 3"	E34 GE_DIC	"yo diría que si hablan más ya que el tercer cuartil también es mayor"
4	Ideas estadísticas *(Conocimiento)*	E62 GC	"el promedio es: 152,32 esto se hace sumando toda la media de desviación de las 4 poblaciones y diciendo entre 4"	E67 GC	"la separación de las cajas en los diagramas nos indica la dispersión que tienen estos datos"
		E17 GE_ARA	"Se puede extraer el modal en la gráficas ya q es la barra más larga"	E43 GE_DIC	"ellas tienen datos mas homogéneos y mas densos"
6	Desconoce el significado *(Obstáculos)*	E56 GE_DIC	"no se que es la desviación"	E79 GC	"Ellos tienen un nivel A mientras que los estudios de las mujeres llegaron a nivel B"
		E67 GC	"no es una gráfica que muestre los picos o puntos máximos en los que llegaron a desviarse"	E13 GE_ARA	"Podemos ver como el la figura se indica la media en el eje X, sin embargo no se pueden hallar otras medidas de tendencia central como la moda, pues no se especifican intervalos"

Nota. Los ID son códigos E## con valores entre 01 y 82, hubo algunos casos excluidos de la muestra por no presentar los dos instrumentos. Las líneas son citas textuales sin ajustes.
Fuente: elaboración propia.

Análisis de contenido intragrupo

Con base en el análisis de las respuestas verbales que los estudiantes escribieron en las pruebas aplicadas, se observó un aumento en el número de palabras y cierto cambio en la naturaleza de los argumentos según cada pregunta. Aunque la nube de palabras del pretest resalta (mayor tamaño de letra) algunos términos estadísticos específicos (ver Figura 22), en el postest se observa un aumento considerable en la extensión de los argumentos, con respuestas más largas y analíticas, pasando de usar 2988 palabras en el pretest a 5889 en el postest.

Figura 22. *Nubes de palabras según los argumentos dados para la resolución de los problemas.*



Fuente: elaboración propia.

Respecto a la estructura de los argumentos, en el pretest se observó una tendencia a enunciar definiciones, mostrando una postura más teórica, centrada en procedimientos estadísticos y justificar respuestas de manera subjetiva, basándose en su intuición, o expresando que desconocían el tema. En contraste, en el postest, los argumentos fueron más analíticos y lograron articular de manera más efectiva el contexto y las decisiones tomadas, evidenciando una comprensión más profunda.

En relación con las categorías que describen las respuestas de los estudiantes, las cuales fueron agrupadas por tema y se presentaron en todos los grupos y momentos de la intervención (ver Anexo Q), se identificaron las siguientes: *ideas estadísticas* (código 4) y *lenguaje empírico* (código 8), ambas asociadas al tema de **conocimiento estadístico**; *desconoce el significado* (código 6) y *no entendió el ejercicio* (código 7), correspondientes al tema de **obstáculos epistemológicos**; y, en cuanto al tema **habilidades por niveles de complejidad**, se encontraron las categorías *comparar datos* (código 28), *interpreta-describe* (código 30) e *identifica valores* (código 32).

En relación con las categorías que describen las sugerencias realizadas por los estudiantes sobre lo que consideraban relevante para desarrollar el razonamiento estadístico (ver Anexo R), se identificaron las siguientes categorías comunes en los tres grupos: *más práctica (código 18)* y *recursos didácticos* (código 20), ambas asociadas al tema de la **enseñanza**; *evaluación* (código 23), correspondiente al tema **evaluación**; y *analizar-relacionar* (código 24.1) asociada al tema de **habilidades relacionadas con el razonamiento estadístico**.

Análisis de contenido GC. Este apartado presenta y analiza algunas líneas argumentativas de los estudiantes, organizadas por tema, por estudiante y por diferencia individual, así, como por momento de aplicación (pretest o postest).

En relación con el tema de *habilidades por niveles de complejidad*[9], las categorías identificadas muestran que los estudiantes eran capaces de *identificar* valores numéricos y elementos estadísticos (nivel bajo), *interpretar* empíricamente ideas estadísticas como el promedio y los cuartiles (nivel básico) y *comparar* medidas descriptivas (nivel alto), como la

[9] Los niveles referidos a bajo, básico, alto y superior se referencian en los indicadores de razonamiento adaptados para este estudio (ver Capitulo III, fase 3) y toman como referencia la taxonomía del Bloom.

desviación estándar o aspectos cualitativos entre diferentes representaciones gráficas del problema (ver Cuadro 11).

Cuadro 11. *Argumentos del tema Habilidades asociadas a los niveles de razonamiento, por estilo cognitivo en el GC.*

Categoría	Estudiante (DIC)	Justificación Pretest	Estudiante (DIC)	Justificación postest
Identifica (32)	NA		E69 (DC)	hay valores por fuera y muy disperso
	E64 (INT)	se ve que cada intervalo tiene un des aumento y va aumentando.	NA	
	E67(IC)	al verse los valores en las gráficas en la parte inferior, puedo deducir que ninguna de las líneas en la gráfica hace referencia a el tope o a la cantidad de desvíos ya que si fuera así se encontraría en la parte lateral	E80 (IC)	aunque los hombres tengan un dato mayor, se puede ver en el bigote de la caja que está alejado
Interpreta (30)	E62 (DC)	El promedio es: 152,325 esto se hace sumando toda la media de desviación de las 4 poblaciones y diciendo entre 4.	E75 (DC)	que las mujeres hablan más, ya que las mujeres tienen menos grado de dispersión
	NA		E56 (INT)	50 (cuartil 1) hombres hablan 562.000 palabras (cada uno 11.250) otros 49 (cuartil 2) hombres hablan 1.102.500 palabras (cada uno 22.500) 1 hombre habla 37.500 palabras en total = 1.702.000 palabras en total

				50 (cuartil 1) mujeres hablan 750.000 palabras (cada una 15.000) 49(cuartil 2) mujeres hablan 857.500 palabras (cada una 17.500) 1 mujer habla 25.000 palabras en total =1.632.500
	E71 (IC)	La tabla de frecuencia y los datos son necesarios para saber los datos como la moda, media y mediana … los datos que nos proveen no son suficientes	E60 (IC)	en el 50% de la información de entre los grupos se puede ver que los hombres hablan menos que ellas y que el máximo que llegaron a hablar en palabras los hombres es de cerca de 37.500 mientras que las mujeres fue de cerca de 25.000
Compara (28)	NA		E78 (DC)	la variabilidad en la cantidad de palabras pronunciadas por los hombres es mayor, lo que significa que hay una mayor dispersión en los datos de los hombres … si bien las mujeres tienden a hablar en promedio más que los hombres, no se puede concluir de manera definitiva
	NA		NA	
	E60(IC)	nos muestran líneas con las cuales podemos tomar en cuenta cuáles son las tablas que alcanza mayor	E76(IC)	porque su caja de bigotes es más alargada que el de las mujeres y va hasta un número más alto, aunque cabe aclarar que también

		número como puede ser sumando las líneas.		la caja de bigotes de los hombres va desde un número más bajo, ósea que, aunque muchos hablan más que las mujeres, también algunos hablan menos

Nota. Las líneas presentadas corresponden solo a un estudiante de cada categoría y polaridad, el resto de las líneas se pueden consultar en el Cuadro P1 y Cuadro P4 del Anexo P. Los espacios con NA (no aplica), indican que no hubo respuestas de esa polaridad en esa categoría.

Fuente: elaboración propia.

De manera general, se observa que, en el pretest, los estudiantes identifican y señalan los intervalos del gráfico, así como los aspectos que indican cambios o variaciones, como las barras más altas. Además, interpretan conceptos a partir de su experiencia previa utilizando algoritmos que, en algunos casos, resultan erróneos. Algunos estudiantes comentan que sería mejor contar con la tabla de datos y reconocen que se pueden calcular medidas de tendencia central, pero no lo hacen. Así mismo, comparan ciertos elementos del gráfico basándose en su interpretación visual, aunque usando palabras con escasa fundamentación o incorrectas; por ejemplo, al señalar las barras más altas del gráfico y afirmar que estas representan la media de cada población.

En contraste, en el postest los estudiantes identifican con mayor precisión la presencia de valores extremos y señalan que los bigotes están alejados de la caja, lo que evidencia su comprensión sobre la variación y el rango. Asimismo, asocian los datos representados en el diagrama de caja con dichas ideas estadísticas. Se observa una transición hacia interpretaciones más analíticas y técnicamente adecuadas, al vincular el concepto de dispersión con el comportamiento del grupo de las mujeres. Además, aplican sus interpretaciones sobre medidas de tendencia central (aunque en algunos casos los cálculos resultan erróneos) y reconocen valores numéricos asociados a cada cuartil. Las comparaciones realizadas incluyeron al menos dos ideas estadísticas o elementos distintos del gráfico -por ejemplo, el

rango y la posición de los datos (cuartiles)-, o la comparación de valores numéricos tras estimar medidas descriptivas.

En cuanto al estilo cognitivo, a partir de las pocas líneas registradas en cada polaridad, se observa que los estudiantes con estilo DC mejoran su interpretación de la dispersión y comparación entre grupos, centrándose en el contexto del problema y la aplicación de las ideas estadísticas en dicho contexto, es decir, mantienen un enfoque más descriptivo. Por su parte, los estudiantes con estilo INT identifican patrones simples y demuestran un razonamiento más elaborado, desglosando la información del gráfico y estimando los cuartiles. No obstante, sería necesario un análisis más profundo. Finalmente, los estudiantes con estilo IC tienden a centrar sus argumentos en los elementos del gráfico, manifiestan preferencia por trabajar con tablas de frecuencia y realizan estimaciones de los cuartiles, lo que sugiere que los IC interpretan principalmente valores numéricos. Las anteriores observaciones deben interpretarse como indicios, más que como generalizaciones.

En relación con el tema de *conocimiento estadístico*, las categorías identificadas muestran que los estudiantes expresan *ideas estadísticas*, como la media aritmética o aspectos relacionados con el tipo de gráfica y sus elementos, y emplean *lenguaje empírico* en algunos casos para explicar las comparaciones que realizan (ver Cuadro 12).

Cuadro 12. *Argumentos del tema Conocimiento estadístico por estilo cognitivo en el GC.*

Categoría	**Estudiante (DIC)**	**Justificación Pretest**	**Estudiante (DIC)**	**Justificación postest**
Ideas estadísticas claras	E62 (DC)	El promedio es: 152,325 esto se hace sumando toda la media de desviación de las 4 poblaciones y diciendo entre 4	NA	
	NA		NA	
	E56 (IC)	pero el promedio es la suma de todos los datos y	E67 (IC)	la separación de las cajas en los diagramas nos

		se divide por la cantidad de datos		indica la dispersión que tienen estos datos
Lenguaje empírico			E66 (DC)	es más extensa, es decir que hay datos más variados, en cambio la de las mujeres es más estrecha
	E64 (INT)	cada intervalo tiene un des aumento	NA	
	E57 (IC)	se ve un cambio leve a diferencia del resto	E57 (IC)	los hombres hablan repentinamente y por partes mientras que las mujeres empiezan a hablar poco a poco

Nota. Las líneas presentadas corresponden solo a un estudiante de cada categoría y polaridad, el resto de las líneas se pueden consultar en el Cuadro P1 y Cuadro P4 del Anexo P. Los espacios con NA (no aplica), indican que no hubo respuestas de esa polaridad en esa categoría.

Fuente: elaboración propia.

En términos generales, en el pretest, los argumentos correspondientes a la categoría *ideas estadísticas* se centraban en la descripción de un algoritmo o la aplicación literal de una definición. En contraste, en el postest los estudiantes no solo mencionaban ideas estadísticas, sino que también las aplicaban de manera contextualizada en la situación problema. Respecto a la categoría *lenguaje empírico*, en el pretest se evidenció un vocabulario que reflejaba intentos de formalización, como en expresiones del tipo “des aumento”; mientras que en el postest, el uso del lenguaje fue más técnico, empleando términos como “veracidad”, “repeticiones”, “más extensa”. Estos ejemplos evidencian un avance en la apropiación del lenguaje especializado, así como en la capacidad de los estudiantes para aplicar el conocimiento estadístico en contextos prácticos.

En cuanto al estilo cognitivo, se observa que los estudiantes con estilo DC muestran una mejora en la comprensión de las ideas estadísticas, al pasar de forzar la relación entre un algoritmo y la situación problema -como se evidencia en el caso del estudiante E62- a una

aplicación más articulada del concepto, por ejemplo, al señalar que una mayor extensión del gráfico implica que hay más variación. Por su parte, el estudiante con estilo INT, presenta un lenguaje ambiguo para referirse a que existen cambios. Finalmente, los estudiantes con un estilo IC mejoraron la articulación de las ideas estadísticas: no solo las definieron, sino que también lograron identificarlas en el contexto del problema y las utilizaron para realizar comparaciones. Sin embargo, algunos mantuvieron un lenguaje más general, por ejemplo, E57 no profundizó ni aplicó ideas estadísticas; solo señaló cambios visuales.

En relación con el tema de *obstáculos epistemológicos*, las categorías identificadas muestran que los estudiantes tanto en el pretest como en el postest expresan de manera explícita o implícita que *desconocen el significado* de la desviación estándar o que *no entendió* el ejercicio o lo que debía hacer (ver Cuadro 13).

Cuadro 13. *Argumentos del tema Obstáculos epistemológicos por estilo cognitivo en el GC*

Categoría	**Estudiante (DIC)**	**Justificación Pretest**	**Estudiante (DIC)**	**Justificación postest**
Desconoce el significado	E75 (DC)	La desviación se puede observar como en los valores intermedios baja y a lo último sube	E61 (DC)	Los hombres hablan más ya que su diagrama de caja tiene una longitud mayor
	E70 (INT)	media de desviación y el estándar se pueden ver reflejadas en cada gráfica, en sus intervalos y la frecuencia que se puede deducir del eje y	E72 (INT)	en las gráficas se puede considerar que hay una mayor población n las mujeres, sin embargo, el diagrama de las mujeres es un poco angosto lo que puede deducir que los datos son relativamente heterogéneos
	E79 (IC)	no en todas las gráficas son claras y	E82 (IC)	Las mujeres tienen un diagrama de cajas y bigotes más heterogéneo

		sus resultados no son los mismos.		y sin tanta dispersión hacia la derecha del diagrama
No entendió el ejercicio	E58 (DC)	lo hice al azar, porque no entendí		
	NA			
	E76 (IC)	No comprendí el punto	E80 (IC)	los hombres tienen el menor tiempo que se la pasan hablando

Nota. Las líneas presentadas corresponden solo a un estudiante de cada categoría y polaridad, el resto de las líneas se pueden consultar en el Cuadro P1 y Cuadro P4 del Anexo P. Los espacios con NA (no aplica), indican que no hubo respuestas de esa polaridad en esa categoría.

Fuente: elaboración propia.

En términos generales, tanto en el pretest como en el postest, los argumentos correspondientes a la categoría *desconocen el significado,* revelan que los estudiantes intentan aplicar conceptos estadísticos, pero lo hacen desde comprensiones erróneas. Por ejemplo, asumen que las gráficas deberían ser iguales, que la media y la desviación estándar son lo mismo, que la desviación se observa directamente en las frecuencias de los datos, que un grupo heterogéneo implica similitud entre los elementos, o que el tamaño del diagrama de cajas representa el número de personas encuestadas. De manera similar, en la categoría *no entendió el ejercicio*, los argumentos de los estudiantes reflejan que no lograron hacer el análisis solicitado porque no comprendieron el enunciado de ejercicio o porque no contaban con los conocimientos estadísticos necesarios. En relación con el estilo cognitivo en este tema, se observa que los estudiantes con estilo DC, INT e IC usan términos estadísticos o matemáticos, aunque con un dominio conceptual limitado. No se evidencian diferencias considerables entre los obstáculos.

Por otra parte, al analizar las sugerencias sobre los aspectos que podrían desarrollar el razonamiento estadístico planteadas por los estudiantes, se estudian con mayor profundidad las categorías de *más práctica, recursos didácticos, metacognición,* y *habilidad* para analizar, ya que aparecen en los tres grupos de estudio. Entre estas sugerencias, según su estilo cognitivo

se destacan como elementos comunes la valoración del rol docente y el uso de recursos visuales (ver Cuadro P7 del Anexo P). En relación con las diferencias se presentan a continuación.

En esta línea, los estudiantes con estilo DC enfatizan como aspectos claves *el rol docente,* la necesidad de *más prácticas* -principalmente más ejemplos- y el acceso a diversos recursos de estudio. Además, emergen dos sugerencias interesantes: una orientada hacia la enseñanza y otra hacia las habilidades. En primer lugar, la del estudiante E69 señala: “es necesario que el docente se enfoque en los estudiantes con mayores falencias” lo cual refleja una preocupación por las necesidades de sus compañeros o destaca que tuvo dificultad en su propio proceso y no sintió que se le brindara atención. En segundo lugar, la de E81 menciona: “aprender a hacer las fórmulas sin Excel”, lo que sugiere cierta inquietud sobre si dejar de usar la tecnología impactaría su aprendizaje, y que percibe que se trataran de habilidades o aprendizajes diferentes.

Así mismo, los estudiantes con estilo INT resaltan la necesidad de *más práctica*, especialmente mediante ejercicios*,* además de valorar *el rol docente,* el uso de estrategias de aprendizaje y la implementación de *recursos didácticos*. También hacen referencia a la importancia de las *evaluaciones*. Esto sugiere que los estudiantes con este estilo consideran relevante transitar entre las actividades orientadas por el docente y actividades que pongan a prueba sus competencias.

En cuanto a los estudiantes con estilo IC, señalan como relevante el acceso a *recursos didácticos*, especialmente aquellos que incluyan imágenes y explicaciones clara y concisas, como lo indica el estudiante E71. Además, presentan reflexiones sobre sus propias habilidades, por ejemplo, E79 afirma “no he llegado donde debo y tengo que esforzarme mas”. También enfatizan la importancia de comprender los datos, analizarlos y estudiar más. Esto sugiere que los estudiantes IC se enfocan en el desarrollo de habilidades de razonamiento y prefieren contar con materiales de estudio específicos bien estructurados.

Ahora pasamos al análisis de estas categorías desde el nivel de autorregulación del aprendizaje de los estudiantes, que de manera general coincide con el análisis inicial, incluso hay líneas que se repiten (ver Cuadro 14).

Cuadro 14. Argumentos del tema H*abilidades asociadas a los niveles de razonamiento*, por capacidad autorreguladora del aprendizaje en el GC.

Categoría	**Estudiante (ARA)**	**Justificación Pretest**	**Estudiante (ARA)**	**Justificación postest**
Identifica (32)	E64 (INT)	se ve que cada intervalo tiene un des aumento y va aumentando.	E77 (INT)	el rango del diagrama de las mujeres es más estrecho que el de los hombres
	E68 (ÓPT)	A demás que las variaciones son notables	E80 (ÓPT)	aunque los hombres tengan un dato mayor, se puede ver en el bigote de la caja que está alejado
Interpreta (30)	E61 (INT)	se pueden sacar las medidas de tendencia central ya que los datos de las graficas nos brinda la informacion necesaria para realizarlo	E64 (INT)	no hicieron la prueba a la misma cantidad de personas, pero según la gráfica se puede interpretar que los hombres hablan más que las mujeres, pero si yo tuviera que ayudar primero seleccionaría la misma cantidad de personas, luego realizo la prueba 3 veces con diferentes personas para al comparar los resultados sacar una conclusión, y por último lo graficaría mejor con un diagrama de dispersión para explicar mejor
	E82 (ÓPT)	Considero que se debería hacer una tabla de frecuencia para	E68 (ÓPT)	la caja de las mujeres es más pequeña a comparación de la de los

		comprender y tener más información y así deducir una respuesta		hombres, vemos que los bigotes del diagrama de los hombres son bastantes extensos, y varían más los datos
Compara (28)	E59 (INT)	más altura llegan por lo cual son las que mayor media de población tienen	E76(INT)	porque su caja de bigotes es más alargada que el de las mujeres y va hasta un número más alto, aunque cabe aclarar que también la caja de bigotes de los hombres va desde un número más bajo, ósea que, aunque muchos hablan más que las mujeres, también algunos hablan menos
	NA		E57 (ÓPT)	su dato menor empieza en 0 mientras que el de las mujeres en 2500 esto podrí significar que los hombres hablan repentinamente y por partes

Nota. Las líneas presentadas corresponden solo a un estudiante de cada categoría y nivel, el resto de las líneas se pueden consultar en el Cuadro P1 y Cuadro P4 del Anexo P. Los espacios con NA (no aplica), indican que no hubo respuestas de ese nivel en esa categoría.

Fuente: elaboración propia.

En cuanto a los estudiantes con un nivel INT de autorregulación, en el pretest *identifican* variaciones numéricas y *reconocen*, con base en su experiencia previa, que es posible extraer los datos del gráfico para calcular medidas de tendencia central, aunque no realizan cálculos. Al momento de *comparar*, utilizan referentes visuales del gráfico, como las barras más altas, aunque llegan a conclusiones basadas en conceptos estadísticos erróneos. En el postest, los estudiantes de este nivel afianzan sus habilidades y responden con mayor nivel de detalle, evidenciando una mejora en la lectura de las gráficas y la comprensión de conceptos

estadísticos, aunque todavía recurren a comparaciones entre los valores extremos del gráfico y hacen intentos por aplicar el concepto de dispersión.

Por otro lado, los estudiantes con un nivel ÓPT de autorregulación, en el pretest muestran que comprenden la utilidad de las tablas de frecuencias e identifican visualmente la variación, aunque de manera superficial, sin profundizar en los conceptos estadísticos subyacentes. En el postest, estos estudiantes afianzan sus habilidades al identificar correctamente los elementos del diagrama de caja. Si bien no aplican explícitamente conceptos como el rango o la dispersión, interpretan que los cambios observados en el gráfico implican diferencias entre las poblaciones. En algunos casos, se realizan estimaciones para comparar las series de datos e intentan formular conclusiones.

En relación con el tema de *conocimiento estadístico*, según los niveles de autorregulación, se evidencia una mejora en algunos estudiantes, así como un cambio en el uso de vocabulario especializado, particularmente en el postest (ver Cuadro 15).

Cuadro 15. *Argumentos del tema Conocimiento estadístico por nivel ARA en el GC.*

Categoría	**Estudiante (ARA)**	**Justificación Pretest**	**Estudiante (ARA)**	**Justificación postest**
Ideas estadísticas claras	E81 (INT)	tiene población más dispersa y no puede ser la 4 ya que no hay población en 193	E63 (INT)	aunque los hombres tienen el rango más alto, las mujeres tienen la mediana más alta que los hombres
	E73 (ÓPT)	Los que tienen más intervalos son los más dispersos	NA	
Lenguaje empírico	E64 (INT)	cada intervalo tiene un des aumento	E81 (INT)	y puede que solo un hombre sea el que habla más que los otros (además un diagrama de cajas más corto asegura más veracidad)

	E68 (ÓPT)	las variaciones son notables lo que permite identificarlos	E57 (ÓPT)	los hombres hablan repentinamente y por partes mientras que las mujeres empiezan a hablar poco a poco

Nota. Las líneas presentadas corresponden solo a un estudiante de cada categoría y nivel, el resto de las líneas se pueden consultar en el Cuadro P1 y Cuadro P4 del Anexo P. Los espacios con NA (no aplica), indican que no hubo respuestas de ese nivel en esa categoría.

Fuente: elaboración propia.

En cuanto al nivel de autorregulación del aprendizaje, los estudiantes con nivel INT mejoran la forma en la que aplican conceptos estadísticos. Por ejemplo, logran aplicar adecuadamente la idea de rango y la mediana en el contexto de la situación problema, incluso en aquellos casos en los que aún emplean un lenguaje empírico. En el caso de los estudiantes con nivel ÓPT, en el pretest describen de forma adecuada la variación; sin embargo, en el postest no se evidencia la misma claridad, y su abordaje de la situación resulta más superficial. Estas interpretaciones deben interpretarse como indicios exploratorios, más que como diferencias consolidadas, dado el número reducido de argumentos por nivel de ARA.

En relación con el tema de *obstáculos epistemológicos,* los argumentos de los estudiantes reflejan un desconocimiento generalizado de vocabulario estadístico, así como de la idea de dispersión. Además, no logran aplicar adecuadamente las ideas estadísticas, y en al menos un caso, un estudiante asocia el número de palabras con el tiempo que se tarda en hablar (ver Cuadro 16). En términos generales, no se evidencian diferencias en los obstáculos epistemológicos según los niveles de autorregulación entre los estudiantes INT y ÓPT.

Cuadro 16. *Argumentos del tema Obstáculos epistemológicos por nivel ARA en el GC.*

Categoría	**Estudiante (ARA)**	**Justificación Pretest**	**Estudiante (ARA)**	**Justificación postest**
Desconoce el significado	E67 (INT)	no es una gráfica que muestre los picos o puntos máximos en los que llegaron a desviarse	E79 (INT)	ellos tienen un nivel A mientras que los estudios de las mujeres llegaron a nivel B

	E56 (ÓPT)	no sé qué es la desviación	E82 (ÓPT)	Las mujeres tienen un diagrama de cajas y bigotes más heterogéneo y sin tanta dispersión hacia la derecha del diagrama
No entendió el ejercicio	E76 (INT)	No comprendí el punto	E80 (INT)	los hombres tienen el menor tiempo que se la pasan hablando
	E58 (ÓPT)	lo hice al azar, porque no entendí		

Nota. Las líneas presentadas corresponden solo a un estudiante de cada categoría y nivel, el resto de las líneas se pueden consultar en el Cuadro P1 y Cuadro P4 del Anexo P. Los espacios con NA (no aplica), indican que no hubo respuestas de ese nivel en esa categoría.

Fuente: elaboración propia.

Entre estas sugerencias, según el nivel de autorregulación del aprendizaje se destacan diferentes intereses según el nivel (ver Cuadro P7 del Anexo P). En relación con las diferencias, los estudiantes de nivel INT prefieren acceder a más ejemplos y actividades para fortalecer sus conocimientos, también valoran los recursos con imágenes, videos, memofichas, y el uso de software. Y reflexionan sobre lo que debe estudiar. En contraste, los estudiantes de nivel ÓPT se enfocan solo en analizar los datos.

En síntesis, el análisis del razonamiento de los estudiantes del grupo control en función de las diferencias individuales revela que, tanto para el estilo cognitivo como para el nivel de autorregulación del aprendizaje existen tendencias por cada categoría de habilidades y conocimientos estadísticos que no difieren significativamente entre sí.

Por ejemplo, en cuanto a las habilidades, todos los estudiantes logran al menos identificar la noción de dispersión en función del contexto. No obstante, aquellos con estilo DC tienden a detallar más elementos del contexto; los estudiantes INT se apoyan en descripciones o cálculos; y los de estilo IC suelen estimar los datos y comparar la información con mejor un desempeño. Respecto a los conocimientos estadísticos, los estudiantes con estilos DC e IC

evidencian una mejora en la comprensión de las ideas estadísticas, al pasar de describir un algoritmo en el pretest a aplicarlo junto con otras ideas en el postest para tomar una postura frente a la situación problema.

En contraste, al observar los niveles de ARA, se nota que las habilidades de los estudiantes con niveles INT y ÓPT se afianzan en la identificación visual de elementos e interpretación de cambios. Sin embargo, persiste un escaso dominio conceptual. Solo en algunos casos, los estudiantes del nivel ÓPT extraen información del gráfico y realizan estimaciones de medidas descriptivas. En cuanto al conocimiento estadístico, se observa un mejor desempeño por parte de los estudiantes de nivel INT en comparación con aquellos del nivel ÓPT, quienes en el postest tienden a brindar explicaciones más difusas.

Finalmente, en lo que respecta a la categoría de obstáculos epistemológicos, no se evidencian diferencias sustanciales en función de los niveles de autorregulación en el GC.

Análisis de contenido GE_DIC. A continuación, se presentan y analizan algunas líneas argumentativas de los estudiantes, organizadas por tema, por estudiante y por diferencia individual, así, como por momento de aplicación (pretest o postest).

En relación con el tema de *habilidades por niveles de complejidad* (según los indicadores adaptados para este estudio, en el capítulo III fase 3), las categorías muestran que los estudiantes eran capaces de *identificar* valores numéricos o elementos de la gráfica (nivel bajo), *interpretar* o describir ideas estadísticas como el promedio o alguna interpretación sobre el tamaño del gráfico de caja (nivel básico) y *comparar* medidas descriptivas (nivel alto), como la desviación estándar o su interpretación de una medida de tendencia central aunque con algunos errores conceptuales (ver Cuadro 17).

Cuadro 17. *Argumentos del tema Habilidades asociadas a los niveles de razonamiento, por estilo cognitivo en el GE_DIC.*

Categoría	Estudiante (DIC)	Justificación Pretest	Estudiante (DIC)	Justificación postest

Identifica (32)	E45 (DC)	se puede observar cual es mayor que el resto. Se puede deducir que los mayores promedios son los de las gráficas 1 y 3	E52 (DC)	nos indican que gracias a los estudios se evidenció que los hombres hablan más que la mujeres. Desde mi punto de vista no considero que nuestra idea principal sea sustentable
	E34 (INT)	Escogí estas opciones porque es lo que yo entiendo, por ejemplo, la que habla de las gráficas y los promedios	E51 (INT)	pese que el diagrama de caja que representa a los hombres es mas prolongado por lo que los datos no son muy precisos a comparación que el de las mujeres
	E36 (IC)	Por deducción visual se puede sacar un aproximado de los promedios de cada gráfica	E53 (IC)	los hombres tienen una mayor variabilidad en su cantidad de palabras dichas
Interpreta (30)	E37 (DC)	Saqué el promedio para buscar la media. primero sume (…)	E33 (DC)	La información planteada si es sustentable, debido a que el diagrama de las mujeres es mas pequeño, se puede deducir que entre más pequeño el diagrama más agrupados se encuentran los datos necesitados (…)
	E43 (INT)	me di cuenta de que los mayores promedios son los de las gráficas 1 y 3, ya que, se ven mas altas, también porque se nota que las graficas mas dispersas (2 y 3) son las que mas intervalos usan	E50 (INT)	las mujeres tienen menos palabras contadas a comparación de los varones, sin embargo el diagrama de las mujeres es más pequeño, es decir que se investigó una menor cantidad de

				mujeres, por lo cual no es correcto afirmar nada
	E55 (IC)	Creo que las respuestas escogidas fueron gracias a intuición y no a datos o asociación numérica, por lo tanto no se debe confiar en las conclusiones	E36 (IC)	No es sustentable la afirmación, pues en los diagramas se puede evidenciar que en promedio los hombres dicen muchas más palabras que las mujeres.
Compara (28)1	E33 (DC)	-Se deduce que las graficas con mayores promedios son las graficas 1 y 3, esto debido a que en las mismas se observa una mayor altura, simbolizando un mayor promedio. -Estos datos se pueden llegar a asociar debido a que la definición de la desviación estándar tiene como principio la comparación de el valor mas alto (el de mayor altura en el eje Y) con las barras de el diagrama, en este caso, histograma	E46 (DC)	esto se evidencia en los cuartiles ya que aunque la mediana de los hombres esta mas cerca al limite inferior el cuartil tres demuestra que los hombres hablan mas que las mujeres
	NA		E48 (INT)	las mujeres son los que en realidad hablan mas, aunque ellas tiene un limite superior menor que el de los varones, teniendo en cuenta el promedio se puede observar en el diagrama, las mujeres tiene un porcentaje mas alto

	NA		E39 (IC)	las partes básicas de el diagrama de caja como la mediana y los cuartiles, por lo tanto puedo decir que las mujeres hablan mas ya que la media en el diagrama de caja es mas elevada

Nota. Las líneas presentadas corresponden solo a un estudiante de cada categoría y polaridad, el resto de las líneas se pueden consultar en el Cuadro P2 y Cuadro P5 del Anexo P. Los espacios con NA (no aplica), indican que no hubo respuestas de esa polaridad en esa categoría.

Fuente: elaboración propia.

De manera general, se observa que en el pretest los estudiantes identifican y señalan en los gráficos algunos elementos que indican cambios o variaciones. Sin embargo, asumen erróneamente que las barras más altas representan los promedios o en otros casos la dispersión. Además, interpretan la situación a partir de su experiencia previa con los temas y aplican algoritmos como la suma y división, que resultan inadecuados al basarse en datos incorrectos, como las frecuencias de cada barra. Al menos un estudiante reconoce haber usado su “intuición” para seleccionar las respuestas en el test. También hacen referencia a elementos del plano cartesiano, señalando que son relevantes para llegar a una conclusión.

En contraste, en el postest los estudiantes identifican que el gráfico permite conocer la mediana, el rango, los cuartiles y que existe cierta variación, entendida como diferencia numérica. Esto evidencia que logran asociar algunos conceptos estadísticos para responder a la situación problema. En otros casos, toman en consideración la relevancia del tamaño de la muestra estudiada. No obstante, al igual que en el pretest, algunos siguen interpretando que el tamaño del gráfico es representativo del valor de los datos o señalando medidas descriptivas que resultan inapropiadas o incorrectas. Aun así, se observan mejoras en la manera que estudian la situación pues presentan interpretaciones técnicamente más adecuadas, por ejemplo, asociar el tamaño de la caja del gráfico con la homogeneidad de los datos, estimar los

datos ubicados en cada cuartil, o comparar posiciones desde una perspectiva numérica o aplicando al menos dos ideas estadísticas.

En cuanto al estilo cognitivo, se observa que los estudiantes con estilo DC identifican e interpretan ideas estadísticas como la noción de “promedio”, los cuartiles y asocian el tamaño de la caja con la idea de dispersión, o bien comparan las posiciones de los cuartiles. Aunque muestran un mayor dominio técnico, persisten algunos errores en la articulación del conocimiento con la situación problema. Por ejemplo, al evaluar los valores numéricos en la situación problema presentan resultados incorrectos, como en el caso del estudiante E45, quien afirma: “la afirmación de que las mujeres hablan más que los hombres no es verdad porque el 75% en el diagrama de los hombres se muestra una menor cantidad que el 75% del diagrama de las mujeres”. Esta interpretación evidencia un error, ya que, de acuerdo con el porcentaje de datos comparados, son las mujeres quienes presentan una acumulación mayor de palabras.

Por su parte, los estudiantes con estilo INT, a pesar de que también hacen referencia a algunas nociones estadísticas, tienden a apoyarse más en interpretaciones o explicaciones empíricas tanto en el pretest como en el postest. Por ejemplo, interpretan la información mediante cuantificadores como “supera por mucho”, “mucho más extensa” o asocian el tamaño del gráfico con el número de palabras o de participantes, como se observa en el caso del estudiante E35 en el postest. También estiman y comparan valores numéricos, aunque de forma experiencial.

En cuanto a los estudiantes con estilo IC, expresan que inicialmente se basan en su intuición y deducen las respuestas a partir de lo que observan en las gráficas o según la variabilidad -empírica- aunque no realizan estimaciones. Esta tendencia se mantiene en el postest, donde incluso para comparar la información presentan contradicciones en los discursos. Por ejemplo, el estudiante E41 señala que la gráfica no brinda la información necesaria, pero luego concluye en función de los datos y la posición de ciertos elementos del gráfico. Otros estudiantes mencionan que no se puede generalizar a un género con base en

una gráfica; que hay personas extrovertidas; o como el estudiante E55, que argumenta que la información podría conducir a una manipulación. En general no se observaron cambios cualitativos claros en los argumentos analizados de los estudiantes IC.

En relación con el tema de *conocimiento estadístico*, las categorías identificadas muestran que los estudiantes reconocen algunas *ideas estadísticas* claras como el tipo de gráfico, los cuartiles, la mediana y la dispersión. Además, en algunos casos emplean un *lenguaje empírico* para explicar las comparaciones que realizan (ver Cuadro 18).

Cuadro 18. *Argumentos del tema Conocimiento estadístico por estilo cognitivo en el GE_DIC*

Categoría	**Estudiante (DIC)**	**Justificación Pretest**	**Estudiante (DIC)**	**Justificación postest**
Ideas estadísticas claras	E33 (DC)	las barras de el diagrama, en este caso, histograma. (…) los datos con mas intervalos (como en el caso de la grafica 2) se encuentran mas dispersos a diferencia de los demás.	E46 (DC)	esto se evidencia en los cuartiles ya que aunque la mediana de los hombres esta mas cerca al limite inferior el cuartil tres demuestra que los hombres hablan mas que las mujeres
	E30 (INT)	las desviaciones ya que en su grafica se muestra que cuanto mayor sea el intervalo la grafica puede cambiar-variar	E43 (INT)	ellas tienen datos mas homogéneos y mas densos
	NA		E53 (IC)	los hombres tienen una mayor variabilidad en su cantidad de palabras dichas
Lenguaje empírico	E47 (DC)	La grafica 1 y 3 son las que muestran mayores resultados	E47 (DC)	esta afirmación es errónea ya qué se evidencia que los hombres tienen más evidencias de hablar más
	NA		E49 (INT)	el diagrama de caja de los varones es mucho

				más extensa que el de las mujeres
	NA		E41 (IC)	pero la grafica de los hombres tiene un punto mas adelante que (creo) es un porcentaje muy pequeño de hombres que hablan mas palabras

Nota. Las líneas presentadas corresponden solo a un estudiante de cada categoría y polaridad, el resto de las líneas se pueden consultar en el Cuadro P2 y Cuadro P5 del Anexo P. Los espacios con NA (no aplica), indican que no hubo respuestas de esa polaridad en esa categoría.

Fuente: elaboración propia.

En cuanto al estilo cognitivo, los estudiantes DC presentan descripciones detalladas sobre los datos, la gráfica y las ideas estadísticas aplicadas, como los cuartiles o la dispersión. Aunque en el inicio algunos de ellos se referían al tamaño del gráfico o a ciertos elementos utilizando un lenguaje empírico, en el postest se redujo la presencia de este tipo de expresiones, lo cual sugiere un análisis más formal y técnico.

En el caso de los estudiantes con estilo INT, se observa que comprenden el gráfico y sus relaciones con la dispersión de los datos. Sin embargo, a pesar de que en el pretest empleaban un lenguaje más puntual y técnico, en el postest se limitaron a usar un lenguaje empírico para explicar sus análisis, refiriéndose, por ejemplo, a que los gráficos eran más “extensos”. Esto evidencia una comprensión parcial de los conocimientos estadísticos y la necesidad de fortalecer su apropiación conceptual.

Por su parte, los estudiantes con estilo IC comprenden y asocian la idea de dispersión con el tamaño de la caja del gráfico, y tienden a utilizar un lenguaje técnico apropiado. Solo un estudiante empleó en el postest un lenguaje ambiguo al referirse a los datos como “un punto más adelante” y concluir que los hombres pueden o no decir más palabras. Estas interpretaciones deben interpretarse como indicios cualitativos más que como diferencias consolidadas.

En relación con el tema de *obstáculos epistemológicos*, los argumentos de los estudiantes manifiestan, de manera explícita, un desconocimiento de las fórmulas, del concepto de desviación estándar, o bien hacen referencia a que conocen otras ideas, como la moda. De manera implícita, se presentan oraciones contradictorias, por ejemplo, indican que las mujeres hablan más que los hombres porque la barra de los hombres es “mayor”, o afirman que la gráfica muestra una clara diferencia, sin ofrecer una explicación. Además, se evidenciaron errores conceptuales como confundir “tabla” con “gráfico” o afirmar que la mediana es igual que el promedio. Estos hallazgos evidencian una comprensión limitada del ejercicio o del análisis exploratorio de datos.

Asimismo, se identificaron estudiantes que declararon que no entendían, que eligieron las respuestas por lógica, que señalaron la falta de valores numéricos de los ejes (aunque si estaban), o que consideraron los datos como sesgados por no incluir otras características de la población (ver Cuadro 19).

Cuadro 19. *Argumentos del tema Obstáculos epistemológicos por estilo cognitivo del GE_DIC.*

Categoría	**Estudiante (DIC)**	**Justificación Pretest**	**Estudiante (DIC)**	**Justificación postest**
Desconoce el significado	E44 (DC)	los datos más dispersos son aquellos que están más cerca a la media, es decir al promedio,	E52 (DC)	Las gráficas nos muestran una clara diferencia, y nos indican que gracias a los estudios se evidenció que los hombres hablan más
	E30 (INT)	en su direccion de proedio siendo mas alto u siendo mas bajo.	E31 (INT)	esta tabla representa que las mujeres hablan mas que los hombre
	E42 (IC)	No se muy bien las formulas y no tengo muy claras las graficas.	NA	

No entendió el ejercicio	E46 (DC)	son respuestas que tienen logica con lo que se ve en la grafica y en la tabla de datos por lo que son hasta cierto puntos respuestas deductivas	NA	
	E51 (INT)	No se como justificarla debido a que no entendí la pregunta y tampoco la informacion	NA	
	NA		E41 (IC)	Diría que depende, ya que los números de abajo no indican si es el numero de palabras, o el numero de personas, ya que si es el numero de palabras , podría haber sido tomado de un grupo pequeño de personas, así que no se podrían sacar conclusiones, pero si eso indica el numero de personas encuestadas, no sabríamos la cantidad de palabras exactas que dicen

Nota. Las líneas presentadas corresponden solo a un estudiante de cada categoría y polaridad, el resto de las líneas se pueden consultar en el Cuadro P2 y Cuadro P5 del Anexo P. Los espacios con NA (no aplica), indican que no hubo respuestas de esa polaridad en esa categoría.

Fuente: elaboración propia.

En cuanto a los obstáculos epistemológicos según el estilo cognitivo, se observa que estudiantes DC, INT e IC mostraron las mismas dificultades y no se notó diferencia en los obstáculos según cada polaridad. En particular, los estudiantes E31 (INT) y E52 (DC) no mostraron avances en su desempeño, ya que, aunque en el postest incorporaron más

elementos contextuales en sus argumentos, no lograron una mayor claridad conceptual ni precisión en el uso del conocimiento estadístico, manteniéndose en la misma categoría identificada en el pretest.

Por otra parte, al analizar las sugerencias sobre los aspectos que podrían favorecer el desarrollo del razonamiento estadístico planteadas por los estudiantes del GE_DIC, según las categorías de *más práctica, recursos didácticos, metacognición,* y *habilidad* para analizar, se destaca que estudiantes DC, INT e IC, consideran relevante desarrollar habilidades que permitan analizar la situación, por ejemplo comprender el contexto, explicar la información, interpretar de diferentes maneras los datos y relacionarlas con situaciones de la vida real. Sin embargo, con el resto de las categorías sí hay diferencias entre las sugerencias según su estilo (ver Cuadro P8 del Anexo P).

Los estudiantes con estilo DC expresan una necesidad de *más prácticas* mediante talleres individuales y explicaciones con ejercicios de la vida práctica. También se señala, como elemento relevante, según el estudiante E37 “tomando en cuenta que hay estudiantes que no repasan en la casa” que es necesario trabajar en el desarrollo de ciertos hábitos en casa. En el ítem de *metacognición* el estudiante E54 señala que se deben ofrecer rutinas y ejercicios con base en el test de estilo cognitivo. En la categoría de recursos didácticos los DC no presentaron sugerencias. En síntesis, los estudiantes DC se preocupan por que se les ofrezca material de estudio y una orientación constante de parte del docente.

Mientras por su parte, los estudiantes con estilo INT solo reflexionan sobre estrategias de aprendizaje como: estudiar sobre el tema, prestar atención a las explicaciones, realizar procedimientos de manera autónoma y tener claridad sobre las diferentes formas que hay para analizar los datos. Llama la atención que el E43 señala “realizar los procesos desde 0 o sin copiarse”, siendo el acto de copiar una problemática que preocupa a este estudiante. Con relación a la práctica o el uso de otros recursos, no manifestaron alguna preferencia. De

manera general los estudiantes con estilo INT consideran más relevante el rol del estudiante o lo que pueden hacer como individuos.

En cuanto a los estudiantes con estilo IC, en la categoría de *más prácticas* señalan la importancia de practicar y repasar en el aula o de manera autónoma para adquirir la habilidad del razonamiento. Sobre los *recursos didácticos*, se menciona una estrategia de aprendizaje para asociar la experiencia con el conocimiento por ejemplo el estudiante E39 señala “poner un ejercicio estadístico con una pequeña recompensa”. En general estudiantes IC señalan su habilidad para usar los medios ofrecidos por el entorno o establecidos por ellos mismos para alcanzar el aprendizaje.

En síntesis, en los argumentos analizados, el razonamiento estadístico del GE_DIC en función del estilo cognitivo revela que hubo diferencias entre el pretest y el postest por cada polaridad. En comparación por polaridades, los estudiantes con estilo DC fueron los que obtuvieron un mejor desempeño pues en sus argumentos expresaron con mayor claridad la aplicación de habilidades en comparación con las alcanzadas por otros estudiantes. También, se evidenció una mejora generalizada en relación con el uso del conocimiento estadístico para los estudiantes DC, INT e IC, aunque con algunos problemas de articulación del conocimiento con la situación problema.

De manera general, los estudiantes del GE_DIC logran identificar la noción de dispersión en función del contexto y los elementos de los gráficos que sirven como referentes. No obstante, aquellos con estilo DC asocian tanto el contexto como el conocimiento; los estudiantes INT usan su experiencia previa y al tratar de adaptar el conocimiento a esta, generan errores conceptuales; los estudiantes IC identificaron ideas estadísticas en la situación problema, pero al comparar se apoyaron en su “intuición” lo que desvirtuó sus hallazgos.

Finalmente, en lo que respecta a la categoría de obstáculos epistemológicos, no se evidencian diferencias sustanciales en función del estilo cognitivo, aunque aumentó, en el

postest, la cantidad de personas que expresaban de manera explícita que desconocían algún significado.

Análisis de contenido GE_ARA. A continuación, se presentan y analizan algunas líneas argumentativas de los estudiantes, organizadas por tema, por estudiante y por diferencia individual, así, como por momento de aplicación (pretest o postest). En relación con las *habilidades por niveles de complejidad* (según los indicadores adaptados para este estudio, en el capítulo III fase 3), las categorías muestran que los estudiantes *identifican* la ubicación de datos o elementos en los gráficos, la moda, o los cuartiles (nivel bajo), *interpretan* lo que implica en la situación problema alcanzar cierto valor numérico o tener cierto tamaño de la gráfica aunque a nivel empírico (nivel básico) y *comparan* medidas descriptivas (nivel alto), como las medidas de tendencia central o estimaciones de ellas, los cuartiles según el gráfico y los tamaños o cantidades numéricas de los datos (ver Cuadro 20).

Cuadro 20. *Argumentos del tema Habilidades asociadas a los niveles de razonamiento, por capacidad autorreguladora del aprendizaje en el GE_ARA.*

Categoría	Estudiante (ARA)	Justificación Pretest	Estudiante (ARA)	Justificación postest
Identifica (32)	E17 (INT)	Se puede extraer el modal en la gráficas ya q es la barra más larga	E26 (INT)	las mujeres realmente no hablan mas que los hombres, los datos de los hombres están mas dispersos pero se podría decir que las mujeres hablan incluso menos que estos
	E21 (ÓPT)	A simple vista se observa que graficas como 1 y 3, cada punto esta separado por un espacio más grande que otros. A simple vista se observa que graficas como 1 y 3, cada punto esta	E01 (ÓPT)	los hombres tienen una mayor cantidad de palabras dichas y sus porcentajes a diferencia de las mujeres son mucho mayores

		separado por un espacio más grande que otros.		
Interpreta (30)	NA		E20 (INT)	se puede notar que los hombres dic en muchas palabras ya que el numero mayor, es mucho mas grande que el dato mayor de las mujeres, esto nos sirve ya que entonces las mujeres en promedio hablan mucho menos que los hombres
	E09 (ÓPT)	podría deducir que la tabla con mayor promedio es la 1, pues sus datos son mucho mas constantes en la parte elevada	E15 (ÓPT)	observando los bigotes ya que se observa que el bigote de los hombres comienza desde el 0 mientras que es de las mujeres comienza desde 2500, aunque se observa que a las mujeres salió de su boca 10.000 palabras mientras que en los hombres 37,500
Compara (28)	E02 (INT)	si vemos la población A, es la que mayor desviacion tiene debido a que en la grafica sus valores están más dispersos, la población C corresponde a la gráfica 3, debido a que analizando podemos ver que el promedio	E28 (INT)	Concluyo esto a partir de los diagramas de cajas y bigotes que se pueden apreciar, apreciar que el cuartil #2 de las mujeres (50%) es mayor que el de los hombres (14500 aprox contra 11000 aprox) y el cuartil de los hombres es menor al de las mujeres (7500 aprox contra 8000 aprox)
	NA		E07 (ÓPT)	hablan más los hombres ya que los bigotes en este

				diagrama son más extensos aunque la mediana de la mujeres sea mayor.

Nota. Las líneas presentadas corresponden solo a un estudiante de cada categoría y nivel, el resto de las líneas se pueden consultar en el Cuadro P3 y Cuadro P6 del Anexo P. Los espacios con NA (no aplica), indican que no hubo respuestas de ese nivel en esa categoría.

Fuente: elaboración propia.

De manera general, en el pretest se observa que los estudiantes identifican algunos valores numéricos, como la moda, y manifiestan una idea empírica incipiente de la desviación estándar. También tienden a interpretar que la media y la moda son lo mismo, utilizando este valor para comparar las gráficas, lo cual evidencia un dominio conceptual limitado. En relación con la *comparación,* se recurre tanto a la idea de promedio como a la de desviación estándar para fundamentar las respuestas, aunque sin una clara coherencia en las conclusiones. Cabe destacar que, para este momento del test, las categorías de *comparar* e *interpretar* estuvieron poco representadas, lo cual limita de un análisis más profundo debido a la escasa información disponible.

En contraste, en el postest se registra una mayor cantidad de respuestas en las que los estudiantes identifican con más precisión el tamaño del gráfico, los valores que representan los cuartiles y otros datos numéricos relevantes. Además, algunos estudiantes interpretan ideas estadísticas según su experiencia previa; por ejemplo, asocian el tamaño de la gráfica con mayor o menor dispersión, o reconocen la presencia de un “asterisco” como indicativo de un dato extremo. Incluso algunos realizan estimaciones numéricas. Otros estudiantes, logran establecer comparaciones más formales al integrar de manera explícita al menos dos ideas estadísticas o al hacer estimaciones entre ellas. Por ejemplo, el estudiante E07 señala “hablan más los hombres ya que los bigotes en este diagrama son más extensos aunque la mediana de la mujeres sea mayor”, lo que muestra cierta comprensión de la dispersión y de las medianas,

aunque su conclusión es incorrecta. Estos hallazgos evidencian una mayor diversidad en las habilidades desarrolladas por los estudiantes de este GE_ARA.

En cuanto a la diferencia por el nivel de autorregulación del aprendizaje, los estudiantes en un nivel INT brindaban, en el pretest, explicaciones vagas como “más larga” sin emplear conceptos estadísticos específicos. No obstante, en el postest muestran mejoras al identificar e interpretar ideas relacionadas con la dispersión, los cuartiles y la longitud de sus gráficas, y también al estimar valores numéricos, que en algunos casos utilizan para hacer comparaciones más precisas. Asimismo, se observa un mayor dominio teórico y uso de lenguaje técnico apropiado. Por ejemplo, el E28 menciona “el cuartil #2 de las mujeres (50%) es mayor que el de los hombres (14500 aprox contra 11000 aprox) y el cuartil de los hombres es menor al de las mujeres (7500 aprox contra 8000 aprox) A pesar de que el cuartil 3 del diagrama de los hombres es mayor por mucho, no es considerable debido a la distancia que tiene con el cuartil 2.”.

Por su parte, los estudiantes de nivel ÓPT brindaron desde el principio argumentos que incorporaban algunos conceptos estadísticos, y en la mayoría de los casos estos fueron empleados de manera adecuada. En el postest, aunque en ciertos casos utilizaron términos inadecuados o confundieron algunas ideas, como la media con la mediana, en general lograron argumentar sus respuestas de manera clara y articulada con las ideas estadísticas. Un ejemplo de ello es el estudiante E12, quien señala “el promedio de las mujeres es mas alto que el de los hombres, y a juzgar por el asterisco, la grafica nos dice que hay un dato mas alto que no alcanza a entrar dentro del bigote de la caja”.

En relación con el tema de *conocimiento estadístico*, las categorías identificadas muestran que los estudiantes reconocen algunas *ideas estadísticas* claras como el intervalo modal y la dispersión. Además, en algunos casos emplean un *lenguaje empírico* para explicar las comparaciones que realizan y hubo un estudiante que se mantuvo en ambos momentos de la aplicación del test, el E21 (ver Cuadro 21).

Cuadro 21. *Argumentos del tema Conocimiento estadístico por nivel ARA en el GE_ARA*

Categoría	Estudiante (ARA)	Justificación Pretest	Estudiante (ARA)	Justificación postest
Ideas estadísticas claras	E17 (INT)	Se puede extraer el modal en la gráficas ya q es la barra más larga	E26 (INT)	los datos de los hombres están mas dispersos pero
	E22 (ÓPT)	la desviación nos dice cuánto pueden variar esos números del promedio	E08 (ÓPT)	hay un asterisco a la derecha del diagrama llamado dato extremo que nos indica que hay un valor más grande
Lenguaje empírico	E02 (INT)	menor desviación más compacto es el histograma	NA	
	E21 (ÓPT)	se observa que graficas como 1 y 3, cada punto esta separado por un espacio más grande que otros	E21 (ÓPT)	a simple vista se cree que los Varones hablan más, o tienen un mayor promedio de palabras dichas.

Nota. Las líneas presentadas corresponden solo a un estudiante de cada categoría y polaridad, el resto de las líneas se pueden consultar en el Cuadro P3 y Cuadro P6 del Anexo P. Los espacios con NA (no aplica), indican que no hubo respuestas de ese nivel en esa categoría.

Fuente: elaboración propia.

En cuanto a los estudiantes INT, en esta categoría manifestaron reconocer la idea de moda, identificar la posibilidad de extraer información a partir de un gráfico e identificar aspectos relacionados con la variabilidad y la dispersión de las muestras. Además, el uso del lenguaje fue, en general, más formal. Por su parte, los estudiantes ÓPT continuaron usando expresiones de corte empírico; sin embargo, mostraron una comprensión más clara sobre los conceptos de la moda, la dispersión y la presencia de datos atípicos.

En relación con el tema de *obstáculos epistemológicos*, en el pretest los estudiantes expresaron de manera explícita un mayor desconocimiento de los conceptos estadísticos, indicando que no sabían cómo responder (justificar), que las gráficas carecían de información relevante o que no era posible calcular valores numéricos. En el postest, el número de

estudiantes que manifestó no comprender significados o no saber qué hacer disminuyó. Por ejemplo, el estudiante E21 afirma: “se me dificulta entender los Diagramas de caja y no puedo sacar una conclusión”, mientras que el estudiante E05 comenta: “es una encuesta absurda por que los géneros no determinan que tanto habla una persona”. En términos generales, se observa que los obstáculos persisten en ambos momentos de evaluación, aunque con menor frecuencia en el postest (ver Cuadro 22).

Cuadro 22. *Argumentos del tema Obstáculos epistemológicos por nivel ARA en el GE_ARA.*

Categoría	**Estudiante (ARA)**	**Justificación Pretest**	**Estudiante (ARA)**	**Justificación postest**
Desconoce el significado	E05 (INT)	El tipo de datos no permite calcular las medidas descriptivas, ya que, no se pueden analizar datos cualitativos, mientras los datos cuantitativos si lo pueden hacer	E20 (INT)	se puede notar que los hombres dic en muchas palabras ya que el numero mayor, es mucho mas grande que el dato mayor de las mujeres
	E12 (ÓPT)	No se a que se refiere, pero se que la primera es verdadera por que se muestra en la grafica.	E21 (ÓPT)	Si soy sincero, se me dificulta entender los Diagramas de caja y no puedo sacar una conclusión clara
No entendió el ejercicio	E23 (INT)	Si seráramente la hice al azar por qué no entendí	E05 (INT)	para mi es una encuesta absurda por que los géneros no determinan que tanto habla una persona.
	E16 (ÓPT)	no entendi muy bien como relacionar las graficas con los datos	NA	

Nota. Las líneas presentadas corresponden solo a un estudiante de cada categoría y polaridad, el resto de las líneas se pueden consultar en el Cuadro P3 y Cuadro P6 del Anexo P. Los espacios con NA (no aplica), indican que no hubo respuestas de ese nivel en esa categoría.

Fuente: elaboración propia.

En cuanto a los obstáculos epistemológicos según el nivel de autorregulación del aprendizaje, se observa que estudiantes de nivel INT tienden a ser evasivos frente a su desconocimiento evitando declarar explícitamente que no comprenden los conceptos o el sentido del ejercicio. En contraste, los estudiantes de nivel ÓPT son más precisos al manifestar su grado de desconocimiento, utilizando expresiones más claras para señalar las dificultades que enfrentan. Si bien en el postest se reduce la cantidad de casos en los que se evidencian obstáculos, la orientación de los argumentos no cambia sustancialmente: los estudiantes continúan manifestando desconocimiento de ciertos conceptos o presentan justificaciones que no se articulan con el propósito del ejercicio, como se observa en el caso del E05.

Por otra parte, al analizar las sugerencias planteadas por los estudiantes del GE_ARA sobre los aspectos que podrían favorecer el desarrollo del razonamiento estadístico, según las categorías de *más práctica, recursos didácticos, metacognición,* y *habilidad* para analizar, se observa que, tanto los estudiantes de nivel INT como los de nivel ÓPT destacan la importancia de la práctica y la necesidad de fortalecer las habilidades de análisis, aunque difieren en la forma de concebir las habilidades. Para los estudiantes de nivel INT el análisis se asocia con un procesamiento de organización de la información, mientras que los estudiantes del nivel ÓPT lo vinculan con acciones más específicas como evaluar los datos, identificar sesgos, comparar casos de distinta complejidad y desarrollar un pensamiento crítico.

En relación con la *práctica*, los estudiantes de ambos niveles coinciden en que se requieren más ejercicios o problemas, prácticos, en un equilibrio entre la comprensión conceptual y el ejercicio constante de habilidades para fortalecer su razonamiento estadístico (ver Cuadro P9 del Anexo P). Algunos estudiantes del nivel ÓPT enfatizan en la necesidad de que se enseñen ciertos temas a lo largo del tiempo, pues de no hacerlo se pierde habilidad como lo indica el estudiante E24 al señalar que “se deja muy a un lado y se va olvidando”. Asimismo, el estudiante E09 subraya la importancia de iniciar este proceso de razonamiento

estadístico desde etapas tempranas, afirmando que se debe “Inculcar desde una edad temprana”.

En relación con la categoría de *recursos didácticos,* solo el estudiante E03, perteneciente al nivel INT, mencionó una estrategia específica: el uso de memofichas con ejercicios o ejemplos como apoyo para el aprendizaje. Por otro lado, en la categoría de *metacognición*, se identificó una reflexión sobre la importancia de considerar las preferencias individuales para mejorar el proceso de aprendizaje. En este sentido, el estudiante E08, del nivel ÓPT, destacó el valor de entender mejor su propio estilo “seguir usando los resultados del test ARA para que las personas puedan entender mejor dependiendo de su estilo de aprendizaje”. Estas respuestas evidencian un reconocimiento incipiente del papel de los recursos didácticos personalizados y de la autorreflexión, siendo un indicador de autorregulación, para el desarrollo del razonamiento estadístico.

En síntesis, el análisis del razonamiento estadístico del GE_ARA en función de los niveles de autorregulación del aprendizaje, revela diferencias cualitativas entre el pretest y el postest, evidenciándose una mejora en la calidad de los argumentos, con mayor claridad en las ideas estadísticas y el uso de estimaciones numéricas, aunque persisten algunas dificultades al momento de formular conclusiones. Al comparar *las habilidades* y *los conocimientos estadísticos* según los niveles de autorregulación, se observa un mayor desempeño por parte de los estudiantes de nivel INT respecto a los de nivel ÓPT. En el postest, los estudiantes INT evidencian un dominio conceptual más sólido y argumentos más precisos al interpretar y comparar datos, en contraste con los estudiantes ÓPT, quienes, pese a hacer mostrado un desempeño aceptable en el pretest, mantuvieron dicho lenguaje empírico en el postest.

De manera general, los estudiantes del GE_ARA identifican la moda, extraen e interpretan información de los gráficos, la utilizan para comparar diferentes muestras, reconocen elementos relacionados con la variabilidad de los datos y detectan la presencia

de valores atípicos junto con sus implicaciones. Al inicio, no se evidenciaron grandes diferencias en el dominio conceptual entre los niveles INT y ÓPT, ya que ambos se basaban en interpretaciones de tipo empírico; sin embargo, en el postest se observó un avance más notable en los estudiantes de nivel INT en comparación con su desempeño inicial.

Finalmente, en relación con los obstáculos epistemológicos, no se identificaron diferencias robustas cualitativas asociadas al nivel de ARA, aunque se observaron matices en la forma que estudiantes del nivel INT y ÓPT expresan y gestionan sus dificultades.

CAPÍTULO VI. Discusiones y conclusiones

Discusión

Tomando en consideración que la educación estadística carece de información suficiente sobre el aprendizaje del razonamiento estadístico, y que se desconoce si durante el proceso cognitivo también se generan brechas asociadas a las diferencias individuales, surge la presente investigación, cuyo propósito fue evaluar la incidencia de una adaptación pedagógica según diferencias individuales sobre el desarrollo del razonamiento estadístico en estudiantes de secundaria.

Los resultados se interpretan desde tres perspectivas. La primera, analiza la efectividad de la propuesta pedagógica diseñada para desarrollar el razonamiento estadístico de los estudiantes; la segunda describe el panorama de las diferencias individuales en cada grupo y establece relaciones con los indicadores del razonamiento estadístico; y la tercera presenta un análisis comparativo de los hallazgos comunes entre los tres grupos de participantes.

En primer lugar, se evidencian cambios positivos entre los indicadores del pretest y del postest, tanto en el porcentaje de razonamientos correctos como en los niveles de razonamiento observados en los argumentos de los estudiantes. Estos resultados indican que la propuesta pedagógica logró su objetivo de favorecer el desarrollo del razonamiento estadístico en la población estudiada. Uno de los elementos relevantes de esta propuesta fue el uso de diferentes representaciones de datos estadísticos que, como lo propone Andrade et al. (2017), en sí mismo representan un instrumento primario de razonamiento.

En segundo lugar, aunque los cambios no fueron estadísticamente significativos en todos los grupos, se identificaron hallazgos consistentes con la literatura previa, así como nuevas tendencias que serán discutidas más adelante. En particular, se observó que el puntaje que determina el estilo cognitivo DIC de los estudiantes se relaciona con los porcentajes de respuestas correctas y con los niveles de razonamiento. Esto quiere decir

que los estudiantes DC obtuvieron los puntajes más bajos, al menos en el pretest. En contraste, en lo referido al nivel de autorregulación, los porcentajes de respuestas correctas y los niveles de razonamiento fueron similares o iguales entre los estudiantes del nivel INT y del nivel ÓPT.

En tercer lugar, al comparar los hallazgos del grupo control (GC) con los de cada grupo experimental (GE), según las diferencias individuales, solo se identificaron comportamientos similares en los pretest. De forma complementaria, el análisis cualitativo reveló tendencias como una mejora en la argumentación de los estudiantes DC, o el uso de un lenguaje más empírico entre los estudiantes con nivel de autorregulación INT. Asimismo, se identificó que los obstáculos epistemológicos siguen patrones similares entre los grupos, vinculados principalmente al desconocimiento de ciertos conceptos estadísticos.

A continuación, se presentan los principales hallazgos en relación con los objetivos de investigación, así como las limitaciones del estudio y posibles líneas de investigación futuras.

Sobre el razonamiento estadístico

En relación con el objetivo específico sobre los indicadores de razonamiento estadístico, es decir, el rendimiento académico, los porcentajes de respuestas correctas y los niveles de razonamiento evaluados en los argumentos, evidencian que la propuesta pedagógica logró fomentar esta habilidad en los estudiantes de grado octavo de educación secundaria. Además, se evidencia una consistencia entre los resultados del rendimiento académico, los resultados cuantitativos del instrumento EREES y los resultados del análisis de contenido de las respuestas abiertas.

Este resultado se sustenta, en primer lugar, en el rendimiento académico general, pues al considerar todos los grupos, el 69.23% de los estudiantes aprobó el curso, lo que indica un desempeño adecuado bajo la implementación de la propuesta.

En segundo lugar, se evidenciaron cambios entre los datos recolectados en el pretest y en el postest, tanto en el porcentaje de respuestas correctas como en los niveles de razonamiento estadístico de los argumentos dados por los estudiantes. Específicamente, el 53,84% de los estudiantes mejoró su porcentaje de respuestas correctas, el 23,07% se mantuvo, y el resto disminuyó. De forma similar, los niveles de razonamiento estadístico mostraron que el 67,94% de los estudiantes mejoró, el 19.23% se mantuvo, y el 12.82% descendió de nivel. Complementariamente, se observó una disminución en los ítems asociados a los razonamientos incorrectos en el postest. No obstante, las pruebas t realizadas entre los momentos de aplicación solo identificaron diferencias estadísticamente significativas en los niveles de razonamiento alcanzados.

Estos hallazgos permiten establecer un diálogo con los antecedentes teóricos. Por ejemplo, estudios que aplicaron la taxonomía SOLO han reportado que, tras una intervención, los estudiantes de universitarios alcanzaron niveles de logro preestructural y uniestructural (Inzunsa y Jiménez, 2013; Martínez-Borrayo y Mayoral-Gutiérrez, 2025). Estos niveles, siendo los dos primeros en la taxonomía SOLO, están caracterizados por el manejo de información aislada y la consideración de un único aspecto del problema. Cabe destacar que en dichos estudios no se contaba con información sobre el nivel inicial de razonamiento de los estudiantes.

En contraste, en el presente estudio, fue posible determinar que según la taxonomía adaptada por Jones et al. (2005) el nivel predominante inicial fue el *Idiosincrático.* Este nivel se caracteriza por centrarse en elementos distractores, como asumir que no hay suficiente información para resolver el problema. En el postest, los estudiantes mostraron progresos hacia los niveles *transicional y cuantitativo*, en los cuales fueron capaces de explorar conceptos estadísticos y/o realizar estimaciones según la necesidad del problema. Es importante señalar que también se identificaron estudiantes en niveles inferiores y superiores, en menor proporción.

A partir de lo anterior, se puede afirmar que los niveles de razonamiento estadístico alcanzados por los estudiantes de grado octavo resultan comparables, e incluso superiores en algunos casos, a los reportados en contextos universitarios, particularmente cuando se alcanzó el nivel cuantitativo, superior al uniestructural de la taxonomía SOLO.

Desde el análisis cualitativo del contenido, se evidenció un progreso en las habilidades asociadas al razonamiento estadístico. En el postest, los estudiantes avanzaron hacia niveles de mayor complejidad, pasando de *identificar* ideas estadísticas, como la moda o un valor numérico de la escala, a *comparar* valores o series de datos con base en nuevos dominios conceptuales.

Estos hallazgos coinciden con los planteamientos de Pfannkuch (2007), quien afirma que un estudiante demuestra dominio de *elementos del razonamiento* cuando logra *resumir o explicar, identificar un cambio o señal, reconocer la dispersión o detectar datos atípicos. N*o obstante*,* en esta investigación se detectaron dificultades específicas en algunos de estos aspectos, especialmente en la g*eneración de hipótesis y explicaciones*. Por ejemplo, en el pretest los estudiantes presentaron dificultades para relacionar el contexto, la media aritmética y la representación gráfica, así como para comparar medidas estadísticas, *señales*, dado que confundían los conceptos de media, moda y mediana.

En lo referente a la construcción de significados personales, asociados a la construcción de *conocimiento estadístico,* se observó una ampliación del vocabulario técnico por parte de los estudiantes, aunque persistieron algunas confusiones entre términos y algoritmos. Se evidenció una apropiación de conceptos como los cuartiles, descripciones correctas del algoritmo de la media aritmética, asociaciones pertinentes entre el tamaño del diagrama de caja y la idea de dispersión, y en algunos casos, se destacó el cuartil dos como representativo en situaciones de alta dispersión. También se evidenció un tránsito hacia un lenguaje más formal.

Estos logros sugieren cierto dominio conceptual de contenidos estadísticos que han sido señalados por la literatura como la base conceptual para desarrollar el razonamiento estadístico y para avanzar entre los niveles de complejidad (Ben-Zvi, 2016; Franklin et al., 2007/2018; Garfield, 2002; Shaughnessy et al., 2009).

Por último, en cuanto a los *obstáculos epistemológicos*, si bien algunos estudiantes emplearon argumentos informales, como lo había identificado Batanero et al. (2020), en general los argumentos permitieron reconocer tanto el desconocimiento de un concepto estadístico como intentos de generalización basados en su experiencia, articulando progresivamente el significado real del concepto.

Los obstáculos epistemológicos identificados coinciden con los reportados en la literatura (Batanero y Díaz, 2011; Batanero et al., 2020; Garfield y Ben-Zvi, 2007), y, como afirma Zapata (2011) tienden a ser persistentes, dado que los estudiantes suelen generar un vínculo fuerte entre su intuición y la interpretación de los conceptos. Los obstáculos comunes fueron:

a) Confundir conceptos y algoritmos. Describir el algoritmo de la media aritmética “sumar los datos y dividirlo entre el número de datos”, pero asociarlo con la mediana; esto probablemente por la similitud semántica que hay entre las palabras “media” y “mediana”. Confundir la moda “dato o intervalo con mayor frecuencia o altura en el gráfico” con la media aritmética. Asumir erróneamente que la dispersión “variabilidad o distancia entre los datos”, implica un mayor valor del dato o mayor representatividad.

b) Omitir información relevante. Considerar las medidas de tendencia central (media, moda y mediana) como valores representativos de los datos, incluso cuando estos mostraban altos indicadores de dispersión o datos atípicos.

Como obstáculos emergentes en esta investigación, se identificaron dos:

a) Percepción de falta de información. Señala que en la gráfica no hay valores numéricos, o mencionar que en ausencia de la tabla no se puede conjeturar con base en el gráfico.

b) Asociaciones incorrectas entre elementos del gráfico. Considera un valor numérico del gráfico como el valor de la población, confundir frecuencias y datos, o señalar que el número de barras representa el número de personas encuestadas.

Es interesante, que el obstáculo de creer que no hay suficiente información fuese tan llamativo para los estudiantes particularmente en el pretest. Este obstáculo podría estar relacionado con las asociaciones incorrectas, pues en ninguno de sus anteriores cursos habían estudiado los elementos del gráfico, por ende, se entiende que pudiesen desconocer cuál información se puede extraer de cada representación, por ejemplo, de un histograma (frecuencias) y de un diagrama de caja (posiciones de los datos).

En conjunto, los hallazgos cuantitativos y cualitativos evidencian que la aplicación de la propuesta pedagógica, que incluía diferentes actividades, materiales y evaluaciones diseñadas a partir de lo propuesto por Garfield y Ben-Zvi (2007), Jones et al. (2005) y Lovett (2001), contribuyó al desarrollo del razonamiento estadístico en estudiantes de grado octavo. También, apoyan la pertinencia de diseñar ambientes de aprendizaje y propuestas pedagógicas que integren tareas auténticas, análisis exploratorio de datos, trabajo colaborativo y evaluación formativa, tal como proponen Garfield y Ben-Zvi (2008) y Lovett (2001). En el contexto de esta investigación, el uso de datos realistas, múltiples representaciones y rúbricas de evaluación no solo facilitó el desarrollo del razonamiento estadístico, sino que proporcionó un marco para incorporar andamiajes diferenciados.

Sobre los andamiajes

En relación con el objetivo específico relacionado con el efecto del andamiaje, se hicieron diseños específicos para cada preferencia por estilo cognitivo o para guiar al estudiante en el proceso de la autorregulación del aprendizaje. Por ejemplo, los

estudiantes DC tuvieron acceso a un material más visual y estructurado, mientras que los estudiantes del GE_ARA recibieron pautas para que transitaran de manera consciente entre las fases de autorregulación del aprendizaje.

Algunas de las estrategias propuestas en estos andamiajes fueron señaladas por los estudiantes entre las sugerencias que hicieron. Por ejemplo, al mencionar las memofichas, la necesidad de recibir material estructurado, o seguir ciertos procesos para analizar los datos.

Otro interrogante abordado es si los estudiantes lograron desarrollar sus capacidades más allá de lo que hubiesen podido desarrollar sin los andamiajes, los hallazgos de esta investigación, como se presentó anteriormente, señalan que alcanzaron mejores niveles de razonamiento, por lo que se infiere que la propuesta pedagógica convencional para realizar el análisis exploratorio de datos aunado a los andamiajes para cada diferencia individual sí tuvieron un efecto en la población estudiada. Aunque también pudo verse estudiado un grupo en el que no se hubiese aplicado la propuesta pedagógica con el andamiaje general, sino solo siguiendo las directrices de los ambientes de aprendizaje.

Otro aspecto que se puede analizar sobre los andamiajes, son los resultados de los indicadores, comparados por diferencia individual. En este estudio se encontró que en el GE_DIC el impacto fue menor, pues los estudiantes DC e IC alcanzaron valores extremos entre sí, como se había descrito a nivel teórico, aunque con diferencias numéricas pequeñas que no fueron estadísticamente significativas. Sin embargo, para los estudiantes del GE_ARA en el postest, hubo mayor impacto pues alcanzaron entre sí valores similares para el rendimiento académico, los porcentajes de respuestas correctas y los niveles de razonamiento.

Además, los cambios entre los indicadores de razonamiento estadístico según el estilo cognitivo para el GC y los GE mostraron que los estudiantes con un estilo INT

alcanzaron valores numéricos más cercanos a los estudiantes DC, pero al comparar los DC con los IC, las diferencias aumentan. En el GC los porcentajes de respuestas correctas entre los DC y los IC llevan una diferencia del 10.38%, similar porcentaje alcanzado en el GE_DIC con un 10.72%; también se observa para el indicador del nivel de razonamiento en el GC la diferencia entre las polaridades es de 0.10, mientras que en el GE_DIC es de 0.46. Los anteriores hallazgos no muestran una diferencia tan notoria entre el GC y el GE_DIC, por lo que se puede inferir que dado que no se incrementó la brecha por estilo cognitivo el andamiaje para esta variable independiente fue levemente efectivo.

Al comparar los cambios entre los indicadores de razonamiento estadístico según los niveles de autorregulación (INT y ÓPT) del GC vs GE, se observa que: en el GC, la diferencia en los porcentajes de respuestas correctas entre niveles de autorregulación fue de 5.55%, mientras que en el GE_ARA esta diferencia fue de solo un 4.08%. De manera similar, en el indicador del nivel de razonamiento, la diferencia en el GC fue de 0.50, mientras que en el GE_ARA fue apenas de 0.07. Estos resultados evidencian variaciones en el grupo experimental, lo cual sugiere un efecto relevante del andamiaje aplicado en el grupo experimental.

Respecto a si los andamiajes, según lo descrito en el marco teórico, promovieron habilidades como la planeación estratégica o la personalización del aprendizaje, los hallazgos muestran ciertos cambios en los indicadores de razonamiento y en las tendencias según las diferencias individuales, lo que sugiere que sí hubo una personalización del aprendizaje. Es posible que algunas sugerencias realizadas, tanto de manera escrita en las guías como oralmente por la profesora, hayan tenido el efecto esperado.

Esto indica que los andamiajes fueron moderadamente efectivos pues los estudiantes otorgaron valor a ciertas estrategias de aprendizaje. Además, se lograron efectos a nivel personal según sus diferencias individuales, lo cual nos muestra nuevas

orientaciones sobre efectividad de los andamiajes, una preocupación planteada por Van de Pol et al. (2010).

Con relación a los componentes de un andamiaje: la contingencia se evidenció en la utilidad que reportaron los estudiantes al recibir instrucciones detallas, como las incluidas en la guía grupal y el ejemplo presentado al inicio del proceso de aprendizaje; el desvanecimiento se observó en la reducción progresiva de instrucciones en la guía individual, junto con la mejora en los análisis presentados en el postest; la transferencia, a diferencia de los anteriores componentes, carece de suficientes indicadores que demuestren que los estudiantes no solo interiorizaron estrategias de acuerdo con sus preferencias, sino que también asumieron un compromiso posterior o aplicaron sus aprendizajes más allá del contexto de clase. De hecho, cerca del 37% de los estudiantes optaron por no sugerir nada a sus compañeros, lo que podría interpretarse de dos maneras: o bien consideraron que la propuesta fue suficiente para desarrollar el razonamiento estadístico, o no percibieron un impacto real de las actividades, sugerencias o preguntas.

Por otra parte, se ve la necesidad de que, futuras investigaciones, registren y analicen las intervenciones y retroalimentaciones orales. Por ello, se sugiere incorporar alternativas de registro que permitan a los estudiantes recuperar las observaciones realizadas y emplearlas para la práctica autónoma. Asimismo, se ofrecieron instrucciones o pistas en las guías tanto para desarrollar el análisis exploratorio de datos como para armonizar el trabajo en grupo de acuerdo con las diferencias individuales de los estudiantes.

El andamiaje también permitió modelar comportamientos deseados: inicialmente, la docente presentó el análisis; posteriormente, los estudiantes replicaron procedimientos escolares en grupo, siguiendo instrucciones orales y escritas; y finalmente, de forma individual, lograron articular ideas estadísticas para analizar información presentada en

diagramas o tablas de frecuencias, así como argumentar sus posturas frente a las situaciones planteadas en la guía individual.

Respecto a los andamiajes y las estrategias pedagógicas diferenciadas, se evidenciaron diferencias notorias en las orientaciones dadas a los grupos experimentales. En el GE_DIC, las sugerencias para los estudiantes DC se enfocaron en la planeación del análisis exploratorio y en presentar la información de forma gráfica y precisa, considerando que, según la literatura, estos estudiantes requieren mayor estructuración. En contraste, los estudiantes IC recibieron orientaciones generales y estrategias orientadas a fortalecer el trabajo en equipo. Por su parte, el andamiaje diseñado para el GE_ARA se centró en describir detalladamente las tres fases de proceso de autorregulación (planeación, ejecución y evaluación) y cómo integrarlas para analizar datos estadísticos.

Cada enfoque dado al andamiaje tuvo ciertos efectos observables. No obstante, se sugieren algunas mejoras para futuras investigaciones:

- El tiempo de exposición. Considerar un total de 14 horas de clase podría haber sido insuficiente para generar cambios sostenibles en las habilidades de los estudiantes. Según la literatura, los apoyos de corto plazo tienden a generar efectos superficiales, especialmente en estudiantes que autorregulan su aprendizaje. Además, se desconoce el efecto preciso del andamiaje según el estilo cognitivo, por lo que sería pertinente implementar algún tipo de medición o instrumento adicional para verificar cómo influyeron las sugerencias específicas en el desarrollo de cada actividad según la polaridad.
- Evaluación de la autonomía. Sería valioso incorporar una actividad adicional previa a la evaluación final, con menor grado de orientación, que permita observar si los estudiantes han adquirido la autonomía esperada. Algunas actividades de esta propuesta pedagógica, aunque redujeron el nivel de apoyo, estuvieron más enfocadas en la

comprensión del conocimiento estadístico que en el desarrollo de las habilidades específicas de la capacidad ARA.

- Reconocimiento del estilo cognitivo. Dado que solo se identificó una investigación centrada en un estudiante IC de cuarto grado, se recomienda que los futuros andamiajes contemplen acciones no solo orientadas a reducir las brechas derivadas del estilo cognitivo, sino también a ayudar a los estudiantes a reconocer y apropiarse de sus características individuales. En esta investigación, únicamente el 62.50% de los estudiantes del GE_DIC consideró relevante conocer su perfil individual, y no se dispone de evidencia que confirme si aplicaron o desarrollaron las habilidades asociadas teóricamente a su polaridad.
- Grado de autorregulación del aprendizaje. Aunque se evidenció que los estudiantes valoraron fases como la planeación del análisis exploratorio de datos, solo el 60.71% de los participantes del GE_ARA consideró relevante conocer su perfil individual. Además, se desconoce si los estudiantes priorizaron alguna fase del proceso autorregulatorio o si contaban ya con habilidades desarrolladas para transitar entre dichas fases, aunque hubo dos estudiantes que destacaron el momento de planeación entre sus sugerencias.

Estos resultados sugieren que considerar las diferencias individuales en el diseño de la propuesta pedagógica no garantiza por sí mismo una mejora diferencial en el rendimiento, pero sí contribuye a que los estudiantes con distintos perfiles avancen sin que se profundicen las brechas iniciales. Los andamiajes influyeron en la forma en que los estudiantes abordaron las tareas, el dominio del lenguaje y las estrategias que priorizaron, en esta vía, funcionaron como mecanismos de compensación.

Sobre los grupos

A continuación, se discuten los tres objetivos de investigación relacionados con el efecto de los andamiajes en función de cada diferencia individual sobre el desarrollo del

razonamiento estadístico. Con base en los análisis cuantitativos y cualitativos obtenidos en este estudio, primero se examina cada diferencia individual a partir de los tres indicadores de razonamiento estadístico y luego se discuten los cambios o patrones comunes entre los grupos GC vs GE.

Estilo cognitivo. En cuanto al estilo cognitivo, específicamente en la dimensión dependencia independencia de campo, este ha sido relacionado con el logro académico en la clase de matemáticas y con los resultados de pruebas estandarizadas como las Pruebas Saber. En dichos contextos, los estudiantes DC tienden a obtener los desempeños más bajos (López et al., 2012a; 2012b; Ruíz y Espinosa, 2010). Estos resultados se han sustentado principalmente en evaluaciones centradas en la habilidad numérica o capacidad de resolver problemas que requieren estimaciones cuantitativas, aspectos relacionados con la naturaleza abstracta de las matemáticas.

No obstante, el razonamiento estadístico exige más que el manejo de operaciones o conceptos abstractos; requiere también que el estudiante comprenda la naturaleza aleatoria de los datos, reconozca diversas formas de representar y analizar información estadística, y sea capaz de comunicar y sintetizar sus hallazgos. Esto plantea la necesidad de describir cómo razonan estadísticamente los estudiantes en función de su estilo cognitivo.

Al comparar el desempeño de cada polaridad, y por cada estudiante (GC y GE) se observan similitudes numéricas entre ellas (ver Tabla 19), lo que indica que los estudiantes según su polaridad alcanzaron resultados equivalentes en los indicadores de razonamiento estadístico. Este hallazgo difiere de lo planteado en la literatura, donde se ha reportado que los estudiantes IC suelen mostrar un mayor desempeño con diferencias estadísticamente significativas (Herrera et al., 2024; López et al., 2012a; Ruíz y Espinoza, 2010).

Tabla 19. *Indicadores por estilo cognitivo general.*

Estilo cognitivo	% Respuestas correctas			Nivel de razonamiento			Rendimiento académico					N
	Bajó	Igual	Mejoró	Bajó	Igual	Mejoró	Bajo	Básico	Alto	Superior	Media	
DC	2	5	10	1	2	14	4	11	2	0	3.24	17
INT	3	3	8	2	1	11	3	10	1	0	3.16	14
IC	2	5	12	1	4	14	6	12	0	1	3.31	19

Fuente: elaboración propia.

Solo al comparar la media aritmética de los porcentajes de respuestas correctas se observa la tendencia esperada, ya que los estudiantes IC alcanzan un mayor desempeño. Sin embargo, en el indicador relacionado con los niveles de razonamiento estadístico, fueron los estudiantes DC quienes obtuvieron los valores más altos (ver Tabla 20). Este cambio podría explicarse a partir de lo señalado en la literatura, según la cual los estudiantes DC tienden a ser más detallistas al abordar una tarea y muestran una mayor preocupación por comprender lo que lee. En este sentido, el proceso de argumentación puede llevarlos a describir con mayor precisión los datos y a estructurar sus respuestas, por ende, tendrían una ventaja en comparación con los estudiantes IC.

Tabla 20. *Indicadores por estilo cognitivo general.*

Estilo cognitivo	% Respuestas correctas		Nivel de razonamiento	
	Pre	Post	Pre	Post
DC	37,8	51,26	1,35	2,64
INT	40,81	48,97	1,21	2,35
IC	50,37	63,15	1,34	2,57

Fuente: elaboración propia.

En el análisis cualitativo se identificaron diferencias en la forma en que los estudiantes de cada estilo comprenden y abordan las tareas. Los estudiantes con estilo DC demostraron una comprensión más articulada de los conceptos estadísticos en relación con la situación problema. En el postest, formalizaron su lenguaje y presentaron un enfoque más descriptivo y amplio, aplicando ideas o realizando estimaciones para comparar los datos. Estos hallazgos coinciden con las correlaciones negativas que se

presentaron entre el nivel y el puntaje del estilo y con lo planteado por López et al. (2012), quienes destacan que los estudiantes DC tienden a procesar mejor la información cuando esta se presenta de manera explícita y contextualizada, lo que favorece su capacidad para argumentar.

Por su parte los estudiantes con estilo INT lograron identificar ideas estadísticas o valores útiles para el análisis de cada problema; sin embargo, su lenguaje se mantuvo empírico, siendo en algunos casos ambiguo y poco estructurado. Esto podría relacionarse con la posición intermedia que ocupan en el continuo de los estilos cognitivos, lo que puede traducirse en una flexibilidad que no siempre se consolida en estrategias eficaces de análisis (Herrera et al., 2024).

En el caso de los estudiantes con estilo IC, se observó que mencionaban algoritmos pertinentes, elementos explícitos del gráfico y realizaban estimaciones. Sin embargo, encontraron dificultades al momento de vincular sus estimaciones con el contexto del problema. En ciertos casos, afirmaron conclusiones que no eran completamente sustentables, lo que podría explicarse por la tendencia a centrarse en el procedimiento más que en la interpretación o debido a la fragmentación del problema en partes más simples (López, et al., 2012a). Lo anterior muestra una preferencia por la autonomía, aunque en detrimento de una lectura contextual e integral del problema.

En cuanto al uso de materiales y las preferencias sobre los apoyos, los estudiantes con estilo DC manifestaron una clara preferencia por orientaciones explícitas y más ejemplos concretos, de parte de la docente, lo cual se alinea con lo reportado en la literatura sobre su necesidad de recibir mayor acompañamiento y apoyo externo para organizar la información. Los estudiantes INT valoraron tanto las guías como la posibilidad de practicar de manera autónoma, mostrando una actitud más flexible ante los métodos de enseñanza. En contraste, los estudiantes IC también reconocieron la utilidad de contar con orientación, pero enfatizaron que esta debía ser estructurada y puntual, sin una

dependencia directa de la figura docente. Esta preferencia se asocia con la tendencia hacia la autonomía.

En síntesis, el andamiaje personalizador según el estilo cognitivo DIC no produjo mejoras diferenciales claras a favor de una polaridad, pero sí contribuyó a que las diferencias asociadas al estilo no se ampliaran y, en algunos indicadores, se atenuaran tras la intervención.

Autorregulación del aprendizaje. En el campo de la educación estadística la autorregulación del aprendizaje cuenta con pocos antecedentes teóricos y empíricos, que la han explorado desde un enfoque motivacional. Por esta razón, se identificó la necesidad de abordar esta capacidad desde una perspectiva más cognitiva. En esta vía, esta propuesta pedagógica permitió registrar diferencias entre los niveles de autorregulación INT y ÓPT. No obstante, no se encontraron investigaciones previas que describan las características del estudiante según su nivel de autorregulación en contextos específicos de la educación estadística.

De manera general, se observó que los estudiantes con un nivel de autorregulación ÓPT alcanzaron indicadores cuantitativos más altos (ver Tabla 21). Sin embargo, las diferencias entre los niveles no fueron estadísticamente significativas, como se señaló en el capítulo anterior.

Tabla 21. *Indicadores por nivel de ARA general.*

Nivel de autorregulación del aprendizaje

	% Respuestas correctas		Nivel de razonamiento		Media
Niveles ARA	Pre	Post	Pre	Post	
INT	51,78	57,14	1,29	2,34	3,20
ÓPT	47,40	55,84	1,61	2,40	3,38

Fuente: elaboración propia.

El análisis cualitativo evidenció diferencias en la forma en que los estudiantes abordaron la situación problema. Aquellos con un nivel INT iniciaron su análisis a partir de variaciones

numéricas, usando su intuición y experiencia personal. Posteriormente, lograron formalizar algunos hallazgos, aunque persistía el uso de un lenguaje empírico. En contraste, los estudiantes con un nivel ÓPT no mostraron progresiones argumentativas entre el pretest y el postest. Desde el inicio, reconocieron conceptos estadísticos e hicieron afirmaciones pertinentes, aunque estas se mantuvieron en un nivel superficial, sin mayor dominio conceptual.

Además, sobre el uso de materiales y las preferencias sobre los apoyos, únicamente los estudiantes de nivel INT valoraron los recursos, así como los ejercicios y evaluaciones. Por su parte, los estudiantes del nivel ÓPT manifestaron una mayor preocupación por reflexionar sobre lo que les hacía falta comprender y por identificar su "estilo de aprendizaje con el fin de entender mejor".

Este comportamiento reflexivo, constituye el único indicador coherente con la literatura, la cual sostiene que los estudiantes más autorregulados tienden a reflexionar sobre su aprendizaje, reconociendo sus fortalezas y debilidades (Panadero, 2017; Zimmerman, 2002). Estos comportamientos son visibles en los argumentos del estudiante E79 (INT) "debo estudiar más el tema, ya que he tratado, pero no he llegado a donde debo" y el estudiante E22 "fomentar el pensamiento critico es decir las personas desarrollen habilidades para evaluar la calidad de los datos, identificar sesgos y errores, y hacer inferencias precisas a partir de los datos". Incluso es coherente con lo postulado por Azevedo (2005) pues las reflexiones sobre los problemas o sobre su propio proceso de aprendizaje, describen comportamientos autorregulatorios.

Aunque el andamiaje autorregulador no generó diferencias significativas entre niveles de autorregulación, tampoco produjo un efecto de mejora superior en el GE_ARA frente al GC; por el contrario, el GC alcanzó un mayor incremento en el nivel de razonamiento. Esto sugiere que el andamiaje autorregulador, tal como fue implementado, actuó más como un dispositivo de compensación entre estudiantes con distintos niveles de ARA que como un potenciador adicional del progreso en razonamiento estadístico.

Discusión entre los resultados por grupos y la literatura. En relación con el tercer objetivo de investigación que buscaba estudiar el efecto del andamiaje personalizador en el desarrollo del razonamiento estadístico, se puede afirmar que andamiaje resultó favorable, al menos en la medida en que no amplió la brecha que teóricamente se ha señalado en cuanto al logro académico y desempeño entre estudiantes con estilo cognitivo DC e IC (Herrera et al, 2024, López et al., 2012; Ruíz y Espinoza, 2010). Las diferencias entre las polaridades, tanto en el GC como en el GE_DIC, no fueron estadísticamente significativas.

Al comparar las diferencias entre los grupos, el análisis cuantitativo solo arrojó diferencias significativas entre el GC y el GE_DIC en el porcentaje de respuestas correctas tanto en el pretest como en el postest, así como en el nivel de razonamiento del pretest. En todas estas comparaciones, se observó que el GE_DIC fue el grupo que inició con desempeño general más bajo.

Por otra parte, la correlación encontrada en el GC entre el puntaje del estilo cognitivo y el porcentaje de respuestas correctas en el pretest, así como la correlación observada en el GE_DIC entre el puntaje del estilo cognitivo y el nivel de razonamiento en el pretest, se corresponden con los hallazgos teóricos que indican que los estudiantes DC tienden a alcanzar puntajes más bajos de desempeño (López et al., 2012; Hederich y Camargo, 2003; Hederich et al., 2023b), aplicándose también para el campo de la educación estadística en un ambiente tradicional. No obstante, el andamiaje personalizador parece haber contribuido a reducir esta brecha, dado que en el postest u otros indicadores no se presentó esta correlación. No obstante, estas diferencias numéricas entre el pretest y postest no resultaron estadísticamente significativas, por ende se considera necesario que en investigaciones futuras se exploren otras condiciones experimentales pues esta ausencia de correlaciones y significatividad podría deberse al diseño pedagógico enfocado en el desarrollo de habilidades dado que no se puede asegurar que solo fue un efecto del andamiaje pues también se presentaron hallazgos similares en el GC.

En cuanto a la correlación observada entre el porcentaje de respuestas correctas en el pretest y en el postest, dentro del GE_DIC sugiere que el instrumento EREES mostró una consistencia relativa en las posiciones individuales y una medición estable del razonamiento correcto.

Con relación al efecto del andamiaje autorregulador en el desarrollo del razonamiento estadístico, se puede afirmar que el andamiaje resultó favorable, al menos en la medida en que no generó una diferencia estadísticamente significativa entre las medianas de los indicadores de razonamiento según el nivel de autorregulación de los estudiantes.

Asimismo, al comparar las diferencias entre el GC y el GE_ARA, el análisis cuantitativo solo arrojó una diferencia estadísticamente significativa en el nivel de razonamiento del postest, lo cual sugiere que el GE_ARA experimentó un menor cambio en comparación con el GC.

Por otra parte, únicamente se encontró una correlación significativa entre el nivel de razonamiento en el pretest y el puntaje de autorregulación del aprendizaje dentro del GE_ARA. Este hallazgo es coherente con la literatura que asocia altos puntajes en el test de autorregulación con un mejor desempeño académico (Panadero y Alonso-Tapia, 2014; Zimmerman, 2002; Sáez et al., 2021b), pero al igual que el andamiaje personalizador, luego de la intervención esta relación deja de ser significativa.

Para finalizar, al describir las variaciones entre el grupo control y el grupo experimental, se puede afirmar que a pesar de que el GC inició con un mejor desempeño, la prueba de Kruskal-Wallis usada para analizar las covariables (pre-post) mostró que no había diferencias significativas entre los grupos. Sin embargo, se registró que para el caso del indicador del nivel de razonamiento resultó ser el GC el que obtuvo un mayor desempeño en comparación con el GE_ARA.

Lo anterior, podría atribuirse a la propuesta pedagógica implementada, así como a una mayor atención que otorgaron los estudiantes del GC al proceso de aprendizaje del razonamiento estadístico. En contraste, en los grupos experimentales, los andamiajes pudieron

haber generado un mayor nivel de complejidad al momento de abordar las actividades o de comprender con mayor profundidad los conocimientos y procedimientos escolares necesarios para desarrollar su razonamiento estadístico.

El factor de la atención y del diseño de la propuesta han sido señalados como relevantes en el desarrollo del razonamiento estadístico por otros investigadores (Batanero, 2001; Garfield y Ben-Zvi, 2008; Lovett, 2001).

En términos de pedagogía diferencial (López et al., 1991), los resultados muestran que es posible diseñar un ambiente de aprendizaje que considere las diferencias individuales (DIC y ARA) sin segmentar el aula ni etiquetar a los estudiantes. Más bien, los andamiajes diseñados a partir de la literatura sobre estilo cognitivo (Hederich, 2013; Tinajero y Páramo, 2013) y autorregulación del aprendizaje (Zimmerman, 2000, 2008) parecen contribuir a que estudiantes con perfiles distintos se beneficien de la misma secuencia didáctica, con variaciones moderadas pero relevantes en la forma de aproximarse a las tareas y al uso del lenguaje estadístico. Estos andamiajes funcionaron más como mecanismos de compensación y nivelación que como disparadores de mejoras drásticamente diferenciadas por perfil.

Desde la perspectiva de la formación docente, estos hallazgos resaltan la necesidad de que los profesores que enseñan estadística conozcan no solo los contenidos de disciplinares, sino también herramientas para identificar perfiles individuales y diseñar andamiajes que no saturen la carga cognitiva. A nivel curricular, sugiere que la incorporación del razonamiento estadístico debería ir acompañada de tiempos y apoyos suficientes para que las adaptaciones por diferencias individuales efectivamente se consoliden.

Conclusiones

En resumen, la propuesta pedagógica se destacó por la combinación de estrategias como el trabajo grupal e individual, la autoevaluación, la coevaluación, la heteroevaluación, y las sugerencias para hacer el análisis exploratorio de datos, lo cual contribuyó a reducir las

brechas académicas asociadas al estilo cognitivo y ayudó a establecer conductas autorregulatorias. Así, esta propuesta representa un enfoque alternativo a la enseñanza tradicional de la estadística.

En general, este estudio mostró la efectividad de la propuesta pedagógica diseñada para desarrollar el razonamiento estadístico en estudiantes de educación secundaria. Además, proporciona orientaciones sobre los aprendizajes logrados, los niveles de desarrollo y las dificultades persistentes, aunque también deja algunos aspectos por develar.

En relación con la pregunta de investigación referida al andamiaje personalizador, se concluye que este no amplificó las brechas relacionadas con el estilo cognitivo según las polaridades DC, INT o IC en la organización de sus tareas y en el desarrollo exitoso del análisis exploratorio de datos, al incorporar estrategias aplicadas en otros campos de investigación. Tanto la propuesta pedagógica general como el andamiaje personalizador contribuyeron a mejorar el desempeño, al menos en uno de los indicadores de razonamiento estadístico.

Respecto a la pregunta de investigación, vinculada al fomento de la capacidad autorreguladora del aprendizaje, se evidenció que el andamiaje promovió esta capacidad. Esto se observó en conductas como la autorreflexión sobre el propio proceso de aprendizaje, en el desarrollo de habilidades relacionadas con el razonamiento estadístico o relacionadas con el análisis exploratorio de datos. Tales manifestaciones fueron notorias en el análisis cualitativo de los argumentos y sugerencias ofrecidos por los estudiantes

En cuanto a la pregunta de investigación, referida a las variaciones asociadas a las diferencias individuales, se puede concluir que:

- El estilo cognitivo se manifestó desde el inicio del curso, mostrando diferencias significativas entre los estudiantes DC, INT e IC con porcentajes de respuestas correctas. No obstante, tras la intervención pedagógica, las brechas teóricamente esperadas entre los estilos DC e IC quedaron neutralizadas o no resultaron significativas, logrando además mejoras estadísticamente significativas en el nivel de razonamiento estadístico.

- La autorregulación del aprendizaje, medida en niveles, no mostró un efecto directo en el desarrollo del razonamiento estadístico. Sin embargo, en las sugerencias y respuestas abiertas se identificaron conductas indicativas de un grado superior de autorregulación, como reflexionar sobre la fase de planeación y sobre el autocontrol.
- Las diferencias individuales observadas en el grupo control se comportaron de forma similar a las de los grupos experimentales, lo que permite inferir que fue la propuesta pedagógica la que generó mayor impacto en el desarrollo del razonamiento estadístico.

Finalmente, para responder a la pregunta general y dado que no se hallaron efectos o correlaciones significativas entre las variables analizadas, en los tres grupos, se concluye que los andamiajes adaptados a las diferencias individuales no tuvieron un efecto directo sobre el razonamiento estadístico. En cambio, los estudiantes sí salieron beneficiados porque a nivel pedagógico se atendieron sus preferencias individuales permitiendo que, a pesar de la diversidad cognitiva, los estudiantes con distintos perfiles alcanzaran desempeños similares en la prueba EREES y en su rendimiento académico. Además, queda como precedente que los estudiantes DC pueden desempeñarse de la misma manera que un estudiante IC si se enseña y evalúa desde el desarrollo de habilidades que requieren considerar conocimientos, acciones, comunicación y apoyo práctico (cuantitativos y cualitativos).

Esto constituye un avance frente a los resultados de investigaciones previas en donde solo se medía un indicador de razonamiento y no su evolución. Además, brinda un panorama sobre cómo se comportan los estudiantes según su estilo cognitivo o nivel de autorregulación cuando se enfrentan a tareas estadísticas.

Aportes a la investigación sobre la comprensión del razonamiento estadístico

Esta investigación contribuye al campo teórico de la educación estadística al demostrar que una combinación de actividades y evaluaciones puede favorecer el desarrollo del

razonamiento estadístico en estudiantes de grado octavo. Además, se considera que una formación sostenida podría incluso permitir alcanzar niveles de razonamiento superiores, que aún no se evidencian en estudios con población universitaria (Garfield y Ben-Zvi, 2008).

Asimismo, se documentan obstáculos epistemológicos persistentes en la comprensión de conceptos estadísticos, la interpretación de gráficos estadísticos y la orientación de los resultados. Esta última dificultad podría abordarse desde nuevas perspectivas pedagógicas y metodológicas, por ejemplo, investigando con casos individuales qué conocimientos y habilidades usan para responder a pruebas estandarizadas.

También se podría explorar otras respuestas dadas a diversos problemas abiertos como los utilizados en este estudio, estudiar mediante factores múltiples las relaciones entre las variables de esta investigación, analizar la presencia o ausencia de correlaciones en distintos momentos del proceso y evaluando si modificaciones en la intervención o una exposición más prolongada pueden potenciar el efecto de las diferencias individuales sobre el aprendizaje de conocimientos estadísticos o sobre el desarrollo de habilidades específicas.

Considerando que entre los obstáculos epistemológicos se encuentran algunos ya documentados en los temas estadísticos abordados, este estudio sugiere que a medida que se introduzcan ideas estadísticas de mayor complejidad, también aumentará la frecuencia de aparición de otros obstáculos. Esto permite cuestionar si ¿el entrenamiento en el desarrollo de procesos o habilidades podría reducir la aparición de estos obstáculos epistemológicos?

Aportes pedagógicos y curriculares

Los resultados de este estudio ofrecen orientaciones para fortalecer la enseñanza de la estadística en educación secundaria. En primer lugar, se evidencia la necesidad de integrar el desarrollo del razonamiento estadístico como un eje transversal del currículo, de manera que los estudiantes interactúen de forma continua con representaciones, análisis y argumentaciones

estadísticas. Esto coincide con las recomendaciones de Garfield y Ben-Zvi (2008) y Franklin et al. (2007/2018), quienes destacan que el razonamiento estadístico requiere una práctica sostenida y experiencias variadas de análisis de datos.

En segundo lugar, los hallazgos sugieren que los andamiajes diferenciados, aunque no generaron efectos significativos en los indicadores cuantitativos, sí funcionaron como mecanismos de compensación pedagógica. Su implementación permitió que estudiantes con distintos perfiles cognitivos y niveles de autorregulación alcanzaran desempeños comparables en razonamiento estadístico, lo cual es pertinente para contextos educativos caracterizados por alta heterogeneidad. Esto subraya la importancia de que los docentes cuenten con herramientas para identificar diferencias individuales y ajustar sus prácticas pedagógicas.

En tercer lugar, se destaca la relevancia de incorporar espacios curriculares explícitos para el desarrollo de habilidades metacognitivas y autorregulatorias. La evidencia cualitativa muestra que algunos estudiantes comenzaron a reflexionar sobre sus procesos de aprendizaje, experiencia que puede formalizarse mediante actividades de planificación, monitoreo y autoevaluación, alineadas con los modelos de Zimmerman (2000, 2002).

Finalmente, la propuesta pedagógica implementada invita a reconsiderar la enseñanza tradicional centrada en procedimientos, promoviendo ambientes de aprendizaje que favorezcan la interpretación, la argumentación y la toma de decisiones con datos. Esto implica revisar las prácticas evaluativas, privilegiando tareas y el análisis de casos que permitan a los estudiantes explorar y comunicar significados estadísticos y discutir con sus compañeros basados en la evidencia estadística.

Limitaciones

Una posible limitación que puede haber influido en la baja significatividad estadística entre grupos pudo ser el reducido tiempo de trabajo, pues hay referencias bibliográficas que refieren es una variable necesaria para que los estudiantes se apropien de las estrategias de

autorregulación propuestas. Diversos autores señalan que, en estudiantes con bajo nivel de autorregulación, estos aprendizajes no suelen ser duraderos sin seguimiento a largo plazo, ya que interiorizar estrategias metacognitivas implica procesos de orden superior que requieren tiempo y esfuerzo sostenido (Gutiérrez, 2021; Sáez-Delgado, 2013).

También podría considerarse replicar esta propuesta pedagógica y compararla con un grupo control que reciba una formación tradicional, pues pareciera que solo la propuesta pedagógica genera que las diferencias individuales no sean tan notorias.

Asimismo, se considera necesario incorporar un curso que estudie diferentes representaciones de los datos antes de introducir el análisis exploratorio, ya que la falta de habilidad para manejar estas representaciones pudo constituir un obstáculo para seleccionar razonamientos correctos o para argumentar en las preguntas abiertas.

Este estudio se podría ampliar para medir el efecto de otras variables como los patrones de aprendizaje, o incluir en un grupo experimental el análisis del estilo cognitivo y de la autorregulación al tiempo.

Referencias

Alonso, C. M., Gallego, D. J., y Honey, P. (1997). Los estilos *de aprendizaje: Procedimientos de diagnóstico y mejora*. Bilbao, España: Ediciones Mensajero.

Andrade, L., Fernández, F., y Álvarez, I. (2017). Panorama de la investigación en educación estadística desde tesis doctorales. *Revista TED, 41*(1), 87–107. https://doi.org/10.17227/01203916.6039

Ángeles, E., y Olmedo, M. (2005). Desarrollo histórico del estudio de las diferencias individuales: I etapa precientífica y establecimiento de la psicología diferencial como disciplina científica. En E. Ángeles (Ed.), *Introducción al estudio de las diferencias individuales* (pp. 1–24). Madrid, España: Sanz y Torres. ISBN 9788496094505

Arias-Valencia, M. M. (2000). La triangulación metodológica: sus principios, alcances y limitaciones. *Investigación y Educación en Enfermería, 18*(1), 13–26. https://www.redalyc.org/pdf/1052/105218294001.pdf

Arteaga, J. (2007). *Evaluación de conocimientos sobre gráficos estadísticos y conocimientos didácticos de futuros profesores* [Tesis doctoral, Universidad de Granada]. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Granada, España. https://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/arteaga.pdf

Arteaga, B., y García, M. (2010). Diseño y evaluación de estrategias adaptativas para la mejora del rendimiento en matemáticas en educación secundaria. *Bordón, 62*(4), 25–35. http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=3648463

Artigue, M. (2018). Epistemología y didáctica (A. Cuevas y J. Orozco, Trads.). *El cálculo y su enseñanza, 11*, 1–31. (Obra original publicada en 1990 en *Épistémologie et didactique*, *Recherches en Didactique des Mathématiques, 10*(2–3), 241–286).

American Statistical Association [ASA]. (2016). *Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE) college report 2016*. https://www.amstat.org/docs/default-source/amstat-documents/gaisecollege_full.pdf

American Statistical Association [ASA]. (2020). Introducing GAISE II: A guideline for precollege statistics and data science education. *Harvard Data Science Review, 2*(4), 1–9. https://doi.org/10.1162/99608f92.246107bb

Ayala, J. M., y Pinto, J. E. (2024). Desarrollo del razonamiento estadístico en estudiantes del nivel superior en Iberoamérica: Una revisión sistemática de 2013 a 2023. *Revista Paidéi@ – Revista Científica de Educação a Distância, 16*(30), 1–20. https://periodicos.unimesvirtual.com.br/index.php/paideia/article/view/1660/1381

Azevedo, R. (2005). Using hypermedia as a metacognitive tool for enhancing student learning? The role of self-regulated learning. *Educational Psychologist, 40*(4), 199–209. https://doi.org/10.1207/s15326985ep4004_2

Balsells, A., y Zurita, N. (2016). Uso del test CAOS en la investigación del proceso de enseñanza- aprendizaje en el curso introductorio de estadística en la UVG. Universidad del Valle de Guatemala. Disponible en: https://repositorio.uvg.edu.gt/handle/123456789/5400

Batanero, C. (2001). *Didáctica de la estadística*. Granada, España: Universidad de Granada.

Batanero, C. (2002). Los retos de la cultura estadística. *Jornadas Interamericanas de Enseñanza de la Estadística*, Buenos Aires, Argentina. https://doi.org/10.14409/yu.v1i1.238

Batanero, C. (2019). Treinta años de investigación en educación estocástica: Reflexiones y desafíos. En J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín, y E. Molina-Portillo (Eds.), *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística* (pp. 1–12). Granada, España: Universidad de Granada. http://www.ugr.es/local/fqm126/civeest.html

Batanero, C., Arteaga, P., y Contreras, J. M. (2011a). El currículo de estadística en la enseñanza obligatoria. *EM TEIA: Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana, 2*(2), 1–14. https://www.ugr.es/~jmcontreras/pages/Investigacion/articulos/2011EmTEia.pdf

Batanero, C., Burrill, G., y Reading, C. (2011b). *Teaching statistics in school mathematics: Challenges for teaching and teacher education* (Vol. 287). Nueva York, NY: Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-1131-0

Batanero, C., y Díaz, C. (Eds.). (2011c). *Estadística con proyectos*. Granada, España: Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada. https://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/Libroproyectos.pdf

Batanero, C., Valenzuela-Ruiz, S. M., y Gea, M. M. (2020). Significados institucionales y personales de los estadísticos de orden en la educación secundaria. *Matemáticas, Educación y Sociedad, 3*(2), 21–39. https://www.researchgate.net/publication/364317224_Significados_institucionales_y_personales_de_los_estadisticos_de_orden_en_la_Educacion_Secundaria

Ben-Zvi, D. (2016). *Three paradigms in developing students' statistical reasoning* [Ponencia]. En *XX Actas de las Jornadas Nacionales de Educación Matemática* (pp. 13–22). Valparaíso, Chile: SOCHIEM. https://core.ac.uk/works/30732690/

Ben-Zvi, D., y Garfield, J. (2004). Statistical literacy, reasoning, and thinking: Goals, definitions, and challenges. En D. Ben-Zvi y J. Garfield (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp. 3–16). Dordrecht, Países Bajos: Kluwer Academic Publishers. https://doi.org/10.1007/1-4020-2278-6_1

Ben-Zvi, D., y Garfield, J. (Eds.). (2005). *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking*. Dordrecht, Países Bajos: Kluwer Academic Publishers. ISBN 978-1-4020-2278-4

Ben-Zvi, D., y Makar, K. (2016). International perspectives on the teaching and learning of statistics. En D. Ben-Zvi y K. Makar (Eds.), *Teaching and learning of statistics* (pp. 1–10). Cham, Suiza: Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-23470-0_1

Boels, L., Bakker, A., Van Dooren, W., y Drijvers, P. (2019). Conceptual difficulties when interpreting histograms: A review. *Educational Research Review, 28*, 100291. https://doi.org/10.1016/j.edurev.2019.100291

Brousseau, G. (1983). Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 4*(2), 165–198.

Buela-Casal, G., De los Santos-Roig, M., y Carretero-Dios, H. (2001). Propuestas de integración en el estudio de los estilos cognitivos: El modelo de las dos dimensiones. *Revista de Psicología General y Aplicada: Revista de la Federación Española de Asociaciones de Psicología, 54*(2), 227–244. https://www.researchgate.net/publication/28177432_Propuestas_de_integracion_en_el_estudio_de_los_estilos_cognitivos_el_modelo_de_las_dos_dimensiones

Campbell, D., y Stanley, J. (1995). *Diseños experimentales y cuasi experimentales en la investigación social* (7.ª reimp.). Buenos Aires, Argentina: Amorrortu. (Obra original publicada en 1973).

Campos, C. R., Lorenzetti, M. L., y Jacobini, O. R. (2011). *Educação estatística: Teoria e prática em ambientes de modelagem matemática*. Belo Horizonte, Brasil: Autêntica Editora.

Cañizares, M. J., Batanero, C., Vallecillos, A., y Estepa, A. (2006). Una década de investigaciones del grupo de estadística, probabilidad y combinatoria de la SEIEM. *Tarbiya: Revista de Investigación e Innovación Educativa*, (38), 1–15. https://revistas.uam.es/tarbiya/article/view/7199/7552

Cassidy, S. (2004). Learning styles: An overview of theories, models, and measures. *Educational Psychology: An International Journal of Experimental Educational Psychology, 24*(4), 419–444. https://doi.org/10.1080/0144341042000228834

Cerda, G., Pérez, C., Aguilar, M., y Aragón, E. (2018). Algunos factores asociados al desempeño académico en matemáticas y sus proyecciones en la formación docente. *Educação e Pesquisa, 44*(1), 1–19. https://doi.org/10.1590/S1678-4634201706155233

Cobb, P., y McClain, K. (2004). Principles of instructional design for supporting the development of students' statistical reasoning. En D. Ben-Zvi y J. Garfield (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp. 375–396). Dordrecht, Países Bajos: Kluwer Academic Publishers.

Da Silva, J. M. T., Oliveira, A. L., y Miguel, J. P. (2015). Adaptação e validação transcultural de uma medida de atitudes acerca da estatística. *Revista Iberoamericana de Diagnóstico y Evaluación – e Avaliação Psicológica, 1*(39), 102–112. https://www.aidep.org/sites/default/files/articles/R39/Art9.pdf

De Zubiría, S. J. (2014). El desarrollo del pensamiento: Prioridad de la educación actual. *Revista Internacional Magisterio, 66*, 3–18. https://santillanaplus.com.co/pdf/estrategias-para-desarrollar-los-procesos-de-pensamiento.pdf

delMas, R. (2002). Statistical literacy, reasoning, and learning: A commentary. *Journal of Statistics Education, 10*(3), 1–9. https://doi.org/10.1080/10691898.2002.11910677

Estrada, A. (2002). *Análisis de las actitudes y conocimientos estadísticos elementales en la formación del profesorado* [Tesis doctoral, Universitat Autònoma de Barcelona]. Repositorio Digital. https://ddd.uab.cat/record/38525

Estrella, S. (2017). Enseñar estadística para alfabetizar estadísticamente y desarrollar el razonamiento estadístico. En A. Salcedo (Comp.), *Alternativas pedagógicas para la educación matemática del siglo XXI* (pp. 173–194). Caracas, Venezuela: Centro de Investigaciones Educativas, Escuela de Educación, Universidad Central de Venezuela. ISBN 978-980-000-2847-6. https://www.researchgate.net/publication/316524028_Ensenar_estadistica_para_alfabetizar_estadisticamente_y_desarrollar_el_razonamiento_estadistico

Fonseca, C. (2021). *Incidencia de un andamiaje mixto en el logro de aprendizaje en estudiantes con diferente estilo cognitivo* [Tesis de maestría, Universidad Pedagógica Nacional]. Repositorio Institucional UPN. http://hdl.handle.net/20.500.12209/13597

Franklin, C., Kader, G., Mewborn, D., Moreno, J., Peck, R., Perry, M., y Schaeffer, R. (2018). *Lineamientos para la evaluación y enseñanza en educación estadística: Reporte GAISE* (L. Zapata-Cardona, Trad.). Alexandria, VA: American Statistical Association. (Trabajo original publicado en 2007). https://www.amstat.org/asa/files/pdfs/gaise/Spanish.pdf

Gal, I. (2002). Adults' statistical literacy: Meanings, components, responsibilities. En D. Ben-Zvi y J. Garfield (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp. 47–78). Dordrecht, Países Bajos: Kluwer Academic Publishers. https://www.jstor.org/stable/1403713

García, J. M. (1989). *Los estilos cognitivos y su medida* (Vol. 31). Madrid, España: Ministerio de Educación y Ciencia.

García-Martínez, J. A., Fallas-Vargas, M. A., & Romero-Hernández, A. (2015). Las actitudes hacia la estadística del estudiantado de orientación. *Revista electrónica educare*, *19*(1), 25-41. https://www.scielo.sa.cr/scielo.php?pid=S1409-42582015000100002&script=sci_arttext

Garfield, J. (2002). The challenge of developing statistical reasoning. *Journal of Statistics Education, 10*(3), 1–12. https://doi.org/10.1080/10691898.2002.11910676

Garfield, J. B. (2003). Assessing statistical reasoning. *Statistics Education Research Journal, 2*(1), 22–38. https://doi.org/10.52041/serj.v2i1.557

Garfield, J., y Ben-Zvi, D. (2007). How students learn statistics revisited: A current review of research on teaching and learning statistics. *International Statistical Review, 75*(3), 372–396. https://www.jstor.org/stable/41509878

Garfield, J., y Ben-Zvi, D. (2008). *Developing students' statistical reasoning: Connecting research and teaching practice*. Dordrecht, Países Bajos: Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-4020-8383-9

Gómez-Blancarte, A. L., Chávez-Aguilar, R. D., y Miranda-Viramontes, I. (2022). Enfoques de la enseñanza de la estadística en los programas de estudio de educación media

superior. *IE Revista de Investigación Educativa de la REDIECH*, (13), 10. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=8626465

Gómez-Blancarte, A. L., Rocha, R., y Chávez, R. D. (2021). Un cuestionario sobre la enseñanza de cultura, razonamiento y pensamiento estadístico: La enseñanza de los profesores de educación media superior en México. *Statistics Education Research Journal*, *20*(2).

Gordon, S. (2003). *Los fundamentos de la ciencia*. Madrid, España: Alianza Editorial.

Gundlach, E., Richards, K. A. R., Nelson, D., y Levesque-Bristol, C. (2015). A comparison of student attitudes, statistical reasoning, performance, and perceptions for web-augmented traditional, fully online, and flipped sections of a statistical literacy class. *Journal of Statistics Education, 23*(1), 1–33. https://doi.org/10.1080/10691898.2015.11889723

Gutiérrez, A. P. (2021). Autorregulación del aprendizaje: Desenredando la relación entre cognición, metacognición y motivación. *Voces y Silencios. Revista Latinoamericana de Educación, 12*(1), 81–108. https://doi.org/10.18175/VyS12.1.2021.4

Gutiérrez de Blume, A. P., Montoya Londoño, D. M., y Hederich-Martínez, C. (2022). An exploratory study of the relation between cognitive style and metacognitive monitoring in a sample of Colombian university students. *Psicología desde el Caribe, 39*(2), 36–56. https://rcientificas.uninorte.edu.co/index.php/psicologia/article/view/13432/214421446590

Hederich, C. (2013). Estilística educativa. *Revista Colombiana de Educación, 64*, 21–56. https://revistas.upn.edu.co/index.php/RCE/article/view/1833/1807

Hederich-Martínez, C. (2004). *Estilo cognitivo en la educación: Dependencia-independencia de campo, influencias culturales e implicaciones para la educación* [Tesis doctoral, Universitat Autònoma de Barcelona]. Bellaterra, España. https://www.tdx.cat/handle/10803/4754#page=1

Hederich, C., y Camargo, A. (2000). Estilo cognitivo en la educación. *Itinerario Educativo, 36*, 43–75. Revista de la Facultad de Educación, Universidad de San Buenaventura, Bogotá, Colombia.

Hederich-Martínez, C., Camargo-Uribe, Á., y Abello-Camacho, D. (2023a). La prueba de figuras enmascaradas en la versión Sawa sobre figuras Gottschaldt: Presentación e indicadores psicométricos. *Avances en Psicología Latinoamericana, 42*(1), 1–18. https://doi.org/10.12804/revistas.urosario.edu.co/apl/a.11343

Hederich-Martínez, C., Camargo-Uribe, Á., Taborda-Chaurra, J., Tobón-Vásquez, G., y Zuluaga-Valencia, J. (2023b). Estilo cognitivo en la dimensión de dependencia-independencia de campo de estudiantes universitarios del área de Manizales. *Acta Colombiana de Psicología, 26*(1), 13–26. https://doi.org/10.14718/ACP.2023.26.1.2

Hederich, C., Gravini, M., y Camargo, A. (2011). El estilo y la enseñanza: Un debate sobre cómo enfrentar las diferencias individuales en el aula de clase. En *La práctica educativa en la sociedad de la información: Innovación a través de la investigación* (pp. 213–222). Alcoy, España – Brescia, Italia: Marfil y La Scuola Editrice. https://www.researchgate.net/publication/305849077_El_estilo_y_la_ensenanza_un_debate_sobre_como_enfrentar_las_diferencias_individuales_en_el_aula_de_clases

Hederich-Martínez, C., Martínez-Bernal, J., y Rincón-Camacho, L. (2014). Hacia una educación basada en la evidencia. *Revista Colombiana de Educación, 66*, 19–54. https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=413635257002

Hernández-Sampieri, R., y Mendoza-Torres, C. P. (2018). *Metodología de la investigación: Las rutas cuantitativa, cualitativa y mixta*. Ciudad de México, México: McGraw-Hill Education. ISBN 978-1-4562-6096-5

Herrera, M. I., y Rodríguez, M. I. (2011). Educación estadística: Desarrollo del pensamiento y razonamiento estadístico. En *XIII Congreso Interamericano de Educación Matemática (CIAEM-IACME)*, Recife, Brasil. https://xiii.ciaem-redumate.org/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/viewFile/1407/122

Herrera, V., Flórez, A. M., Toro, C. A., y Montoya, P. A. (2024). Caracterización de la memoria de trabajo, el estilo cognitivo y el rendimiento académico en matemáticas de estudiantes

de 9 a 14 años, según su género y edad. *Journal of Neuroeducation, 5*(1), 59–68. https://doi.org/10.1344/joned.v5i1.43035

Hijazi, R., y Zoubeidi, T. (2017). State of business statistics education in the MENA region: A comparative study with best practices. *Journal of International Education in Business, 10*(1), 68–88. https://doi.org/10.1108/JIEB-07-2016-0017

Hommik, C., y Luik, P. (2017). Adapting the Survey of Attitudes Towards Statistics (SATS-36) for Estonian secondary school students. *Statistics Education Research Journal*, *16*(1), 228-239. https://doi.org/10.52041/serj.v16i1.229

Hoyos, C. (2000). Un modelo para una investigación documental. Guía teórico-práctica sobre construcción de estados del arte. Medellín: Señal. ISBN 9589100325

ICFES. (2024). *Informe nacional de resultados para Colombia – PISA 2022*. Bogotá, Colombia: Publicaciones ICFES. ISBN 978-958-11-0857-2 https://www.mineducacion.gov.co/1780/articles-421217_recurso_03.pdf

ICFES. (2022). *Informe nacional de resultados de las pruebas Saber 3°, 5°, 7° y 9°. Aplicación 2021*. Bogotá, Colombia: Ministerio de Educación Nacional.

Inzunsa, S., y Jiménez, V. (2013). Caracterización del razonamiento estadístico de estudiantes universitarios acerca de las pruebas de hipótesis. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 16*(2), 179–211. https://doi.org/10.12802/relime.13.1622

Jiménez-Fernández, C. (2004). Pedagogía diferencial: Diversidad y equidad. *Educatio Siglo XXI, 22*, 261–263.

Jones, G., Langrall, C., Mooney, E., y Thornton, C. (2005). Models of development in statistical reasoning. En D. Ben-Zvi y J. Garfield (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp. 97–118). Dordrecht, Países Bajos: Kluwer Academic Publishers. https://doi.org/10.1007/1-4020-2278-6_5

Kaplan, J. (2009). Effect of belief bias on the development of undergraduate students' reasoning about inference. *Journal of Statistics Education, 17*(1), 1–15. https://doi.org/10.1080/10691898.2009.11889501

Kleitman, S., y Costa, D. S. (2014). The role of a novel formative assessment tool (Stats-MLQ) and individual differences in real-life academic performance. *Learning and Individual Differences, 29*, 150–161. https://doi.org/10.1016/j.lindif.2012.12.001

Kolb, A., y Kolb, D. (2013). *The Kolb learning style inventory 4.0: Comprehensive guide to the theory, psychometrics, research on validity and educational applications*. Experience Based Learning Systems, Inc. https://learningfromexperience.com/downloads/research-library/the-kolb-learning-style-inventory-4-0.pdf

Legaki, N. Z., Xi, N., Hamari, J., Karpouzis, K., y Assimakopoulos, V. (2020). The effect of challenge-based gamification on learning: An experiment in the context of statistics education. *International Journal of Human-Computer Studies, 144*, 102496. https://doi.org/10.1016/j.ijhcs.2020.102496

López, E., y Padilla, V. (2006). Implementación de una red neural para estilos cognitivos y de aprendizaje: Implicaciones educativas. *Enseñanza e Investigación en Psicología, 11*(2), 239–254. Universidad Veracruzana. http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=29211203

López, E., Tourón, J., y González, M. (1991). Hacia una pedagogía de las diferencias individuales: reflexiones en torno al concepto de pedagogía diferencial. *Revista Complutense de Educación, 2*(1), 83–92. Universidad Complutense de Madrid. https://revistas.ucm.es/index.php/RCED/article/view/RCED9191130083A

López, O., Hederich, C., y Camargo, Á. (2012a). Logro en matemáticas, autorregulación del aprendizaje y estilo cognitivo. *Suma Psicológica, 19*(2), 39–50. Fundación Universitaria Konrad Lorenz. http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=134225567002

López, O., Hederich, C., y Camargo, Á. (2012b). Logro de aprendizaje en ambientes hipermediales: andamiaje autorregulador y estilo cognitivo. *Revista Latinoamericana de*

Psicología, 44(2), 13–26. http://www.scielo.org.co/scielo.php?pid=S0120-05342012000200002&script=sci_arttext

López Vargas, O., Ibáñez Ibáñez, J., y Chiguasuque Bello, E. (2014). El estilo cognitivo y la fijación de metas de aprendizaje en ambientes computacionales. *Pensamiento Psicológico, 12*(1), 133–148. Pontificia Universidad Javeriana Cali. http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1657-89612014000100010

López-Vargas, O., Sanabria-Rodríguez, L. B., y Buitrago-González, N. C. (2018). Efecto diferencial de un andamiaje metacognitivo sobre la autorregulación y el logro de aprendizaje en un ambiente de aprendizaje combinado. *Tecné, Episteme y Didaxis: TED, (44)*, 33–50. http://www.scielo.org.co/pdf/ted/n44/0121-3814-ted-44-33.pdf

Lovett, M. C. (2001). A collaborative convergence on studying reasoning processes: A case study in statistics. En S. Carvert y D. Klahr (Eds.), *Cognition and instruction: Twenty-five years of progress* (pp. 347–384). Mahwah, NJ: Erlbaum. https://www.researchgate.net/publication/2543847_A_Collaborative_Convergence_on_Studying_Reasoning_Processes_A_Case_Study_in_Statistics

Makar, K., Bakker, A., y Ben-Zvi, D. (2011). The reasoning behind informal statistical inference. *Mathematical Thinking and Learning, 13*(1–2), 152–173. https://doi.org/10.1080/10986065.2011.538301

Martin, N., Hughes, J., y Fugelsang, J. (2017). The roles of experience, gender, and individual differences in statistical reasoning. *Statistics Education Research Journal, 16*(2), 454–475. https://doi.org/10.52041/serj.v16i2.201

Martínez, N. (2012). Las diferencias individuales y el aprendizaje. *Revista Diálogos, (9)*, 41–48. http://www.redicces.org.sv/jspui/bitstream/10972/2057/1/4.%20Las%20diferencias%20individuales%20y%20el%20aprendizaje.pdf

Martínez-Borrayo, J. G., y Gutiérrez, L. A. M. (2025). Razonamiento estadístico, razonamiento condicional y conocimientos previos en estadística: Evaluación y covariación. *Diálogos*

sobre Educación, (32). https://dialogossobreeducacion.cucsh.udg.mx/index.php/DSE/article/view/1597

Mateus, L. N. (2014a). Estudio de gráficos estadísticos usados en una muestra de libros de matemáticas para la educación básica y media en Bogotá. En L. Andrade (Ed.), *Memorias del I Encuentro Colombiano de Educación Estocástica* (pp. 274–280). Asociación Colombiana de Educación Estocástica. http://funes.uniandes.edu.co/6556/

Mateus, L. N. (2014b). *Revisión y estudio de la construcción de los gráficos estadísticos mostrados en libros de matemáticas diseñados para la educación básica y media en Bogotá* [Tesis de maestría, Universidad Distrital Francisco José de Caldas].

Mateus-Aguilera, L. N. (2024). Diferencias individuales en la educación estadística: Una revisión sistemática de la literatura. *Unión: Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 20*(72). https://mail.revistaunion.org/index.php/UNION/article/view/1592

Mateus-Aguilera, L. N. (2025). Diferencias individuales en el rendimiento académico de estudiantes de un curso sobre el razonamiento estadístico. *Bolema: Boletim de Educação Matemática, 39*, e250080, 1–25. https://doi.org/10.1590/1980-4415v39n250080

MEN. (1998). *Lineamientos curriculares en matemáticas*. Bogotá, Colombia. https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf

MEN. (2006). *Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas*. https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf

MEN. (2016). *Derechos básicos de aprendizaje V. 2: Matemáticas*. Panamericana Formas e Impresos S.A. https://www.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/files_public/2022-06/DBA_Matematicas-min.pdf

Mocko, M., Lesser, L. M., Wagler, A. E., y Francis, W. S. (2017). Assessing effectiveness of mnemonics for tertiary students in a hybrid introductory statistics course. *Journal of Statistics Education, 25*(1), 2–11. https://doi.org/10.1080/10691898.2017.1294879

Nilson, L. B. (2013). *Creating self-regulated learners: Strategies to strengthen students' self-awareness and learning skills*. Stylus Publishing. ISBN 978-1579228675. https://www.researchgate.net/publication/364562169_Linda_B_Nilson_2013_Creating_Self-Regulated_Learners_Strategies_to_Strengthen_Student's_Self-Awareness_and_Learning_Skills_Sterling_Virginia_Stylus_Publishing_LLC_152_pp

Ocampo-Castaño, A. (2018). La comprensión de conceptos estadísticos en la educación secundaria. *Scientia et technica*, *23*(4), 585-592. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6809453

OCDE. (2019). *PISA 2018 Results (Volume I): What students know and can do*. OECD Publishing. https://doi.org/10.1787/5f07c754-en

OCDE. (2023). *PISA 2022 Results (Volume I): The state of learning and equity in education*. OECD Publishing. https://doi.org/10.1787/53f23881-en

Olfos, R., Morales, S., y Estrella, S. (2015). Clase pública de un estudio de clases de estadística: Una instancia de cambio de creencias en los profesores. *Revista Electrónica Educare, 19*(3), 339–353. https://doi.org/10.15359/ree.19-3.21

Panadero, E. (2017). A review of self-regulated learning: Six models and four directions for research. *Frontiers in Psychology, 8*, 422. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2017.00422

Panadero, E., y Alonso-Tapia, J. (2014a). Teorías de autorregulación educativa: Una comparación y reflexión teórica. *Psicología Educativa, 20*(1), 11–22. https://doi.org/10.1016/j.pse.2014.05.002

Panadero, E., y Alonso-Tapia, J. (2014b). ¿Cómo se autorregulan nuestros alumnos? Revisión del modelo cíclico de Zimmerman sobre autorregulación del aprendizaje [How do our students self-regulate? Review of Zimmerman's cyclical model on self-regulation of learning]. *Anales de Psicología, 30*(2), 450–462. https://doi.org/10.6018/analesps.30.2.167221

Páramo, P. (2020). Cómo elaborar una Revisión sistemática. *Universidad Pedagógica Nacional*, 1-12. DOI:10.13140/RG.2.2.31465.85608

Pfannkuch, M. (2007). Year 11 students' informal inferential reasoning: A case study about the interpretation of box plots. *International Electronic Journal of Mathematics Education, 2*(3), 149–167. https://www.iejme.com/download/year-11-students-informal-inferential-reasoning-a-case-study-about-the-interpretation-of-box-plots.pdf

Pfannkuch, M., y Wild, C. (2004). Towards an understanding of statistical thinking. En D. Ben-Zvi y J. Garfield (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp. 17–46). Dordrecht, Países Bajos: Kluwer Academic Publishers. https://doi.org/10.1007/1-4020-2278-6_2

Porciúncula, M. (2022). *Letramento multimídia estatístico (LeME): Projetos de aprendizagem estatísticos na educação básica e superior*. Curitiba, PR: Appris.

Presidencia de la República de Colombia. (2009). *Decreto 1290 de 2009 (16 de abril), por el cual se reglamenta la evaluación del aprendizaje y promoción de los estudiantes de los niveles de educación básica y media*. *Diario Oficial* No. 47.317. https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-187765_archivo_pdf_decreto_1290.pdf

Qomariyah, U. N., Juniati, D., y Siswono, T. Y. E. (2019, diciembre). Statistic problem solving based on cognitive style: Statistically thinking. *Journal of Physics: Conference Series, 1339*(1), 012130. IOP Publishing. https://doi.org/10.1088/1742-6596/1339/1/012130

Ramírez Ruiz, J. J. (2018). *Efecto de un andamiaje de autoeficacia en el estilo cognitivo, el logro de aprendizaje y la carga cognitiva* [Tesis de maestría, Universidad Pedagógica Nacional]. Repositorio Institucional UPN. http://hdl.handle.net/20.500.12209/11082

Ramos, L. (2019). La educación estadística en el nivel universitario: Retos y oportunidades. *Revista Digital de Investigación en Docencia Universitaria, 13*(2), 67–82. https://doi.org/10.19083/ridu.2019.1081

Régnier, J. C. (2005). Formation de l'esprit statistique et raisonnement statistique: Que peut-on attendre de la didactique de la statistique? *Séminaire National de Didactique des Mathématiques*, 13–38. https://shs.hal.science/halshs-00391741/document

Régnier, J. C., y Kuznetsova, E. M. (2015). Teaching of statistics in France: Macrodidactical and microdidactical issues. *Procedia - Social and Behavioral Sciences, 200*, 40–45. https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2015.08.007

Riascos, Y. (2016). Razonamiento estadístico y otros conceptos relacionados. En I. Álvarez y C. Sua (Eds.), *Memorias del II Encuentro Colombiano de Educación Estocástica* (pp. 24–30). Asociación Colombiana de Educación Estocástica. https://funes.uniandes.edu.co/wp-content/uploads/tainacan-items/32454/1243047/Riascos2016Razonamiento.pdf

Rocha, P. (Comp.). (2007). *Cuadernos de investigación: Educación estocástica, didáctica de la probabilidad y la estadística*. Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Rodríguez, C., Gutiérrez, J., y Pozo, T. (2010). Estudio empírico de variables presagio en la enseñanza-aprendizaje de la estadística a la luz de la investigación sobre competencias. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology, 8*(1), 235–261. https://doi.org/10.25115/ejrep.v8i20.1407

Rodríguez-Palmero, M. L., Moreira, M. A., Caballero, M. C., y Greca, M. (2008). *La teoría del aprendizaje significativo en la perspectiva de la psicología cognitiva*. Barcelona, España: Editorial Octaedro. ISBN 978-8480632909

Ruiz, J. H., y Espinosa, O. E. (2010). Estilo cognitivo dependiente-independiente de campo (DIC) y rendimiento académico en matemáticas. *Actualidades Pedagógicas, 1*(55), 143–153. https://ap.lasalle.edu.co/article/view/375

Sabbag, A., Garfield, J., y Zieffler, A. (2018). Assessing statistical literacy and statistical reasoning: The REALI instrument. *Statistics Education Research Journal*, *17*(2), 141-160. https://iase-pub.org/ojs/SERJ/article/view/163

Sáez-Delgado, F. (2013). Mecanismos cognitivos motivacionales asociados a la autorregulación del aprendizaje. *Paideia, (53)*, 59–72. https://revistas.udec.cl/index.php/paideia/article/view/1619/2164

Sáez-Delgado, F., Mella-Norambuena, J., López-Angulo, Y., y León-Ron, V. (2021a). Escalas para medir las fases de autorregulación del aprendizaje en estudiantes de secundaria. *Información Tecnológica, 32*(2), 41–50. https://doi.org/10.4067/S0718-07642021000200041

Sáez-Delgado, F., Mella-Norambuena, J., López-Angulo, Y., Olea-González, C., García-Vásquez, H., y Porter, B. (2021b). Association between self-regulation of learning, forced labor insertion, technological barriers, and dropout intention in Chile. *Frontiers in Education, 6*, 801865. https://doi.org/10.3389/feduc.2021.801865

Sáez-Delgado, F., Mella-Norambuena, J., López-Angulo, Y., Sáez, Y., y León-Ron, V. (2023). Invariant and suboptimal trajectories of self-regulated learning during secondary school: Implications focused on quality in higher education. *Frontiers in Psychology, 14*, 1235846. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2023.1235846

Salcedo, A. (2019). Las ideas fundamentales de la estadística en textos escolares de matemáticas. En J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín y E. Molina-Portillo (Eds.), *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística*. http://funes.uniandes.edu.co/13110/

Sánchez-Cruzado, C., y Sánchez-Compaña, M. T. (2020). El modelo flipped classroom, una forma de promover la autorregulación y la metacognición en el desarrollo de la educación estadística. *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado, 34*(2), 121–142. https://doi.org/10.47553/rifop.v34i2.77713

Sánchez-López, M. P. (1997). El estilo psicológico como base del estudio de la diversidad humana: Un ejemplo basado en los estilos de vida. *Revista de Psicología, 25*(2), 223–

252. ISSN 0254-9247. https://revistas.pucp.edu.pe/index.php/psicologia/article/view/5959/5967

Santellán, S., y Tauber, L. (2020). Elementos e indicadores de conocimiento y de razonamiento implicados en una tarea de inferencia estadística informal. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 33(1), 15–28. https://core.ac.uk/download/328838736.pdf

Sañudo, L. (2016). El estudio de los significados en los procesos educativos: Un reto metodológico. *Cumbres, 2*(1), 59–72. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6550777

Schau, C., Stevens, J., Dauphinee, T. L., y Del Vecchio, A. (1995). The development and validation of the Survey of Attitudes Toward Statistics. *Educational and Psychological Measurement, 55*(5), 868–875. https://doi.org/10.1177/0013164495055005022

Schneider, W., y Artelt, C. (2010). Metacognition and mathematics education. *ZDM Mathematics Education, 42*(2), 149–161. https://doi.org/10.1007/s11858-010-0240-2

Shaughnessy, J. M., Chance, B., y Kranendonk, H. (2009). *Focus in high school mathematics: Reasoning and sense making in statistics and probability.* Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics. ISBN 978-0-87353-642-4

Sierra-Bonilla, Y. P., González-Gómez, M. I., Rodríguez-Blanco, A. R., Martínez-López, G., Barrero-Calixto, J. C., y García-Bello, P. (2019). *Perspectivas en la enseñanza de la estadística a nivel universitario.* Universidad Católica de Colombia. https://repository.ucatolica.edu.co/entities/publication/0a5367e5-601d-4c36-b88f-ca6816dd9369

Sitzmann, T., y Ely, K. (2011). A meta-analysis of self-regulated learning in work-related training and educational attainment: What we know and where we need to go. *Psychological Bulletin, 137*(3), 421–442. https://doi.org/10.1037/a0022777

Stark, R., y Krause, U. M. (2009). Effects of reflection prompts on learning outcomes and learning behaviour in statistics education. *Learning Environments Research, 12*(3), 209–223. https://link.springer.com/article/10.1007/s10984-009-9063-x

Tempelaar, D., Gijselaers, W., y van der Loeff, S. (2006). Puzzles in statistical reasoning. *Journal of Statistics Education, 14*(1), 1–13. https://jse.amstat.org/v14n1/tempelaar.html

Tempelaar, D., van der Loeff, S., y Gijselaers, W. (2007). A structural equation model analyzing the relationship of students' attitudes toward statistics, prior reasoning abilities and course performance. *Statistics Education Research Journal, 6*(2), 78–108. https://doi.org/10.52041/serj.v6i2.486

Tinajero Vacas, C., y Páramo Fernández, M. F. (2013). El estilo cognitivo dependencia-independencia en el proceso de enseñanza-aprendizaje. *Revista Colombiana de Educación, (64)*, 57–78. http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0120-39162013000100003

Tintle, N. L., Topliff, K., VanderStoep, J., Holmes, V. L., y Swanson, T. (2012). Retention of statistical concepts in a preliminary randomization-based introductory statistics curriculum. *Statistics Education Research Journal, 11*(1), 21–40. https://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/serj/SERJ11%281%29_Tintle.pdf

Torrano, F., Fuentes, J. L., y Soria, M. (2017). Aprendizaje autorregulado: Estado de la cuestión y retos psicopedagógicos. *Perfiles Educativos, 39*(156), 160–173. https://www.redalyc.org/pdf/132/13250923010.pdf

Van de Pol, J., Volman, M., y Beishuizen, J. (2010). Scaffolding in teacher–student interaction: A decade of research. *Educational Psychology Review, 22*(3), 271–296. https://doi.org/10.1007/s10648-010-9127-6

Vinje, H., Brovold, H., Almøy, T., Frøslie, K. F., y Sæbø, S. (2021). Adapting statistics education to a cognitively heterogeneous student population. *Journal of Statistics and Data Science Education, 29*(2), 183–191. https://doi.org/10.1080/26939169.2021.1928573

Wild, C. J., y Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review, 67*(3), 223–248. https://doi.org/10.1111/j.1751-5823.1999.tb00442.x

Williams, A. S. (2013). Worry, intolerance of uncertainty, and statistics anxiety. *Statistics Education Research Journal, 12*(1), 48–59. https://doi.org/10.52041/serj.v12i1.321

Williams, A. S. (2015). Statistics anxiety and worry: The roles of worry beliefs, negative problem orientation, and cognitive avoidance. *Statistics Education Research Journal, 14*(2), 53–75. https://doi.org/10.52041/serj.v14i2.261

Wood, D. J., Bruner, J. S., y Ross, G. (1976). The Role of Tutoring in Problem Solving. Journal of Child Psychiatry and Psychology, 17, 89-100. https://sachafund.wordpress.com/wp-content/uploads/2018/10/wood_et_al-1976-journal_of_child_psychology_and_psychiatry.pdf

Xu, C., Lem, S., y Onghena, P. (2021). Examining developmental relationships between utility value, interest, and cognitive competence for college statistics students with differential self-perceived mathematics ability. *Learning and Individual Differences, 86*, 101980. https://doi.org/10.1016/j.lindif.2021.101980

Yousef, D. A. (2016). Learning styles preferences of statistics students: A study in the Faculty of Business and Economics at the UAE University. *Quality Assurance in Education, 24*(2), 227–243. https://doi.org/10.1108/QAE-01-2014-0004

Zámková, M., Prokop, M., y Stolín, R. (2020). Non-parametric ANOVA methods applied on students' performance development in course of statistics. *Acta Universitatis Agriculturae et Silviculturae Mendelianae Brunensis, 68*(1), 281–289. https://doi.org/10.11118/actaun202068010281

Zamora-Araya, J. A., Aguilar-Fernández, E., y Guillén-Oviedo, H. S. (2022). Educación estadística: Tendencias para su enseñanza y aprendizaje en educación secundaria y terciaria. *Revista Educación, 46*(1), 1–35. https://doi.org/10.15517/revedu.v46i1.43494

Zapata, L. (2011). ¿Cómo contribuir a la alfabetización estadística? *Revista Virtual Universidad Católica del Norte, 17*(mayo–agosto), 234–247. https://bibliotecadigital.udea.edu.co/bitstream/10495/4552/1/ZapataLucia_2011_alfabetizacionestadistica.pdf

Zapata-Cardona, L. (2016). Enseñanza de la estadística desde una perspectiva crítica. *Yupana: Revista de Educación Matemática de la Facultad de Humanidades y Ciencias de la Universidad Nacional del Litoral, (10)*, 30–41. https://funes.uniandes.edu.co/funes-documentos/ensenanza-de-la-estadistica-desde-una-perspectiva-critica/

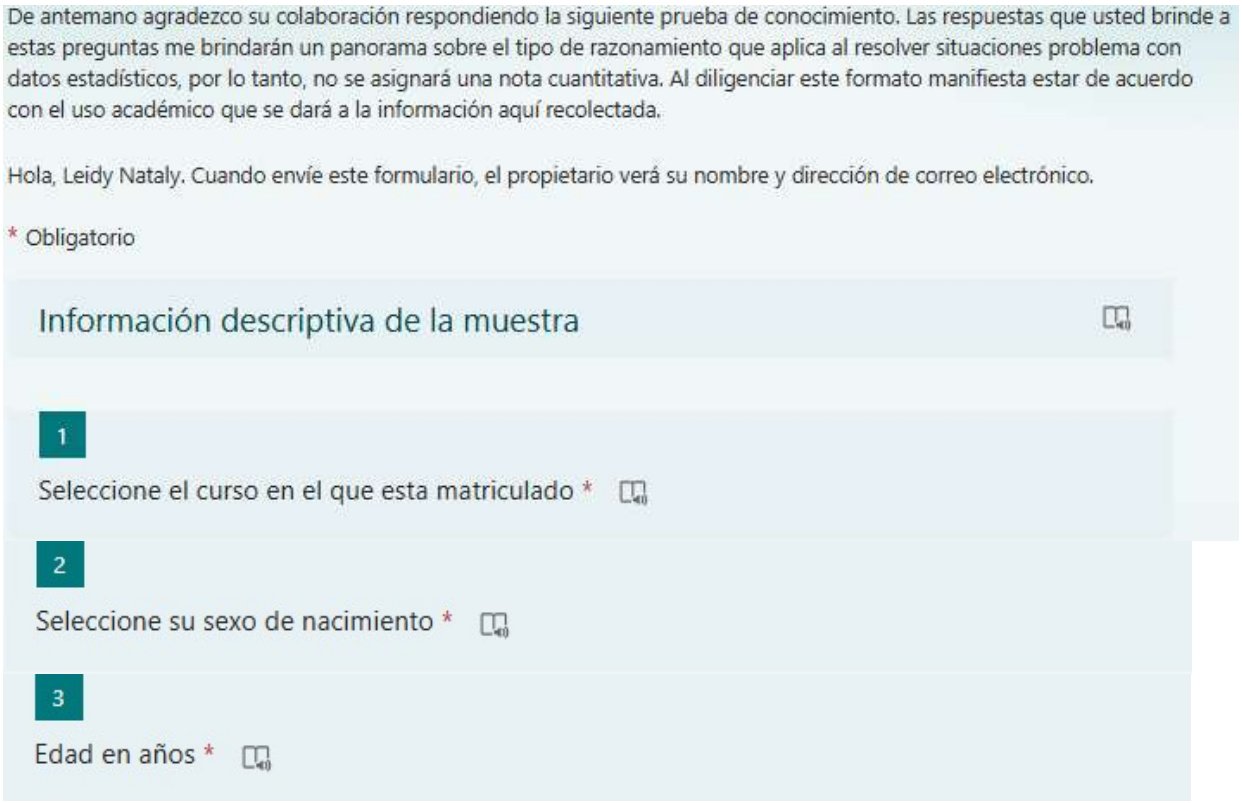
Zieffler, A., Garfield, J., y Fry, E. (2017). What is statistics education? En D. Ben-Zvi, K. Makar, y J. Garfield (Eds.), *International handbook of research in statistics education* (pp. 37–70). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-66195-7_2

Zimmerman, B. J. (2000). Attainment of self-regulation: A social cognitive perspective. En M. Boekaerts, P. Pintrich, y M. Zeidner (Eds.), *Handbook of self-regulation: Research and applications* (pp. 13–39). Orlando, FL: Academic Press. https://doi.org/10.1016/B978-012109890-2/50031-7

Zimmerman, B. J. (2001). Theories of self-regulated learning and academic achievement: An overview and analysis. En B. J. Zimmerman y D. H. Schunk (Eds.), *Self-regulated learning and academic achievement* (2.ª ed., pp. 1–37). Nueva York, NY: Lawrence Erlbaum Associates.

Zimmerman, B. J. (2008). Investigating self-regulation and motivation: Historical background, methodological developments, and future prospects. *American Educational Research Journal, 45*(1), 166–183. https://doi.org/10.3102/0002831207312909

Anexo A: Pretest. Evaluación del Razonamiento Estadístico en Estudiantes de Secundaria EREES [I]



De antemano agradezco su colaboración respondiendo la siguiente prueba de conocimiento. Las respuestas que usted brinde a estas preguntas me brindarán un panorama sobre el tipo de razonamiento que aplica al resolver situaciones problema con datos estadísticos, por lo tanto, no se asignará una nota cuantitativa. Al diligenciar este formato manifiesta estar de acuerdo con el uso académico que se dará a la información aquí recolectada.

Hola, Leidy Nataly. Cuando envíe este formulario, el propietario verá su nombre y dirección de correo electrónico.

* Obligatorio

Información descriptiva de la muestra

1

Seleccione el curso en el que esta matriculado *

2

Seleccione su sexo de nacimiento *

3

Edad en años *

Sección 2

Valoración sobre los razonamientos estadísticos

La prueba que presentará a continuación está integrada por 10 preguntas adaptadas a este curso. De esas preguntas 9 son adatadas del instrumento *Statistical Reasoning Assessment (SRA)* creado en el proyecto Change-Plus (1990-1991) que fue validado, en inglés por Garfield para estudiantes de secundaria de Estados Unidos (1991, 1993) y en español por la Doctora Asunción Estrada (2002) y el grupo de investigación para docentes en formación, con esas preguntas se mide el conocimiento y la habilidad asociada al razonamiento estadístico; y la pregunta evaluada en la investigación en carreras de ingeniería por Figueroa y Aznar (2018), sobre las formas de resolución de un problema y la transnumeración.
Con esta prueba se busca identificar cómo usted razona en situaciones aplicadas y considera algunos conocimientos estadísticos.

Evaluación del razonamiento estadístico

Propósito: Indicar como usaría la información estadística en situaciones prácticas.
Tómese su tiempo: Las preguntas requieren que lea, piense, y aplique algunas ideas estadísticas en varias situaciones. Si usted esta inseguro(a) de lo que se le pide hacer, por favor, levante la mano para solicitar ayuda a la profesora.
A continuación se muestran preguntas de opción múltiple sobre ideas de la probabilidad y la estadística. Lea las preguntas cuidadosamente antes de seleccionar una respuesta.

1. Nueve enfermeros pesaron un bebé con la misma balanza. Los pesos (en libras) registrados por cada enfermero se muestran a continuación:
7.2 7.0 7.0 7.1 3.6 7.3 7.2 7.15 7.2
Los enfermeros quieren determinar con la mayor precisión posible el peso real, para determinarlo ¿Cuál de los siguientes métodos usted les recomendaría? *

- ◯ Usar 7.2 puesto que es el número más común.
- ◯ Usar el 7.15 puesto que es el peso más preciso.
- ◯ Sumar los 9 números y dividir la suma por 9.
- ◯ Descartar el número 3.6, sumar los otros 8 números y dividir por 8.

2. En la entrada de una montaña rusa (atracción mecánica) se encuentra el siguiente mensaje:
ADVERTENCIA: En esta atracción mecánica existe un 20% de probabilidad de que se produzca una lesión física leve (raspadura). Si usted sufre de una lesión física al usar esta atracción, avise al personal médico del parque.
¿Cuál de las siguientes opciones es la mejor interpretación de esta advertencia? *

- ◯ No usar la atracción mecánica, ya que existen bastantes posibilidades de tener una lesión.
- ◯ Si se usa la atracción mecánica, sólo se debe ocupar el 20 % de los puestos.
- ◯ Si se desarrolla una lesión física, probablemente afectará solo al 20 % del cuerpo.
- ◯ Se estima que 20 de cada 100 personas que la usaron, tuvieron una lesión física.
- ◯ Es poco probable que tenga una lesión física en la montaña rusa.

3. Un laboratorio clínico de Bogotá quiere determinar la efectividad que la vacuna del COVID-19 tiene para evitar el contagio. Por lo tanto, buscaron las vacunas que habían mostrado un 80% de efectividad y los compararon con los registros que indicaban si realmente fue efectiva o no en la población bogotana.
El pronóstico del 80% de efectividad se puede considerar muy preciso, si de los bogotanos que usaron esa vacuna no se contagiaron entre: *

- ◯ El 95% y el 100% de las personas.
- ◯ El 85% y el 94% de las personas.
- ◯ El 75% y el 84% de las personas.
- ◯ El 65% y el 74% de las personas.
- ◯ El 55% y el 64% de las personas.

4. Una vendedora quiere mejorar sus ventas. Primero decide ver cuántas ventas ha hecho de 8 productos diferentes. A continuación, se presenta la cantidad de ventas durante un día.
La vendedora quiere resumir estos datos calculando el número que represente las ventas de ese día. ¿Cuál de los siguientes métodos le recomendarías usar?
*

Producto	A	B	C	D	E	F	G	H
Ventas	0	5	2	22	3	2	1	2

- ◯ Considerar el número de ventas más común, que es 2.
- ◯ Sumar las ventas totales de los 8 productos y dividir por 8.
- ◯ Descartar el 22, sumar las ventas de los otros 7 productos y dividir por 7.
- ◯ Descartar el 0, sumar las ventas de los otros 7 productos y dividir por 7.

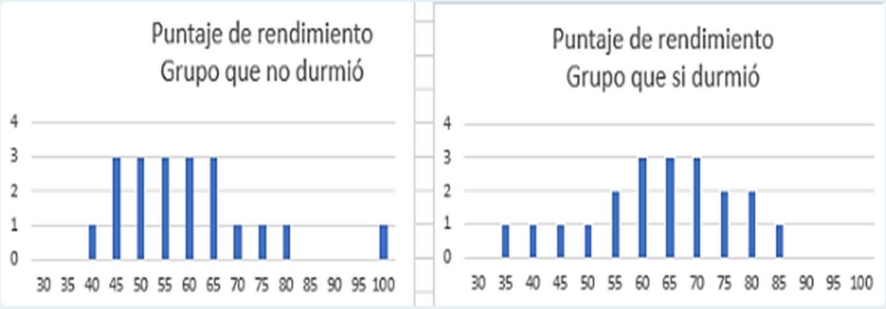
5. Se contrató a una empresa de investigación de mercados para que determinara cuánto dinero gastaban los adolescentes (con edades entre 13 y 17 años) en dulces. La empresa seleccionó al azar 80 colegios en todo el país. Un investigador de campo se paró en una ubicación central cerca de cada colegio y preguntó a los estudiantes que parecían tener la edad adecuada para completar un cuestionario. Un total de 2.050 cuestionarios fueron completados por adolescentes. Sobre la base de esta encuesta, la empresa informó que el adolescente promedio en este país gasta $1.050.000 cada año.
A continuación, se enumeran varias declaraciones relacionadas con esta situación. Marque las afirmaciones con las que está de acuerdo:
* ⧉

- ☐ El promedio podría ser una mala estimación del gasto de todos los adolescentes, ya que sólo se entrevistó a los que estaban en el colegio.
- ☐ El promedio se basa en las estimaciones de los adolescentes sobre lo creen que gastan y, por lo tanto, podría ser muy diferente de lo que gastan realmente los adolescentes.
- ☐ Deberían haber hecho la encuesta en más de 80 colegios si querían un promedio basado en los adolescentes de todo el país.
- ☐ Deberían habérselo preguntado a los adolescentes que acababan de comprar dulces en la tienda.
- ☐ La muestra de 2.050 adolescentes es demasiado pequeña para sacar conclusiones sobre todo el país.

6. Juan quiere comprar un celular y ha reducido sus opciones a dos marcas Apple o Xiaomi. Para ello primero consultó una prestigiosa revista de tecnología, que comparaba los costos de reparaciones. Los registros sobre las reparaciones realizadas en 40 celulares de cada marca mostraron menos problemas con el Xiaomi que con el Apple. Luego, habló con tres amigos, dos propietarios de un celular Apple y un expropietario de un Xiaomi. Ambos propietarios del Apple informaron tener algunos problemas, pero nada importante. El dueño del Xiaomi, sin embargo, se enfureció al recordar su experiencia y dijo "Primero, fue la cámara principal se dañó y su precio fue de $150.000 pesos, luego comencé a tener problemas con el micrófono y auricular, y tuve que reemplazarlo; finalmente decidí venderlo después de que se dañó el display y pantalla. Nunca compraría otro"
Juan quiere comprar el celular que es menos probable que requiera reparaciones. Dado lo que sabe actualmente, ¿Qué celular usted le recomendaría que comprara?
*

- ◯ Recomendaría que comprara el Apple, principalmente por todos los problemas que su amigo tuvo con su Xiaomi. Y ya que no ha escuchado historias similares sobre el Apple debería considerarlo.
- ◯ Recomendaría que compraran el Xiaomi a pesar de la mala experiencia de su amigo. Pues solo es un caso, mientras que la información de la revista se basa en muchos casos. De acuerdo con esos datos, es menos probable que requiera reparaciones.
- ◯ Les diría que no importa qué celular compre. Aunque es más probable que una de las marcas sea más propensa que la otra a requerir reparaciones, existe la posibilidad de escoger un celular en particular que necesitaría muchas reparaciones. También pueden tirar una moneda para decidir.

7. Cuarenta adultos participaron en un estudio sobre el efecto del sueño en su rendimiento laboral. Veinte de ellos se ofrecieron para estar despiertos toda la noche mientras organizaban propuestas que presentarían al día siguiente en su trabajo (grupo que no durmió). Los otros 20 empleados (el grupo de control) se durmieron a las 11:00 p. m. El puntaje del rendimiento para cada grupo de empleados se muestra en los siguientes gráficos. La altura de cada línea indica el número de empleados que obtuvieron ese puntaje. Observe los dos gráficos cuidadosamente. Luego, entre las 6 posibles conclusiones que se enumeran a continuación, escoja una con la que esté más de acuerdo.
*



- ◯ El grupo que no durmió lo hizo mejor porque ninguno de estos trabajadores obtuvo un puntaje de desempeño inferior a 40 y el puntaje más alto fue el de un empleado de este grupo.
- ◯ El grupo que no durmió lo hizo mejor porque su promedio parece ser un poco más alto que el promedio del grupo que si durmió.
- ◯ No hay diferencia entre los dos grupos, porque hay una superposición considerable en los puntajes de los dos grupos.
- ◯ No hay diferencia entre los dos grupos, porque la diferencia entre sus promedios es pequeña comparada con las variaciones de los puntajes.
- ◯ El grupo que si durmió lo hizo mejor porque hubo más trabajadores con un puntaje de 80 o superior.

8. Durante un mes, 200 padres de familia registraron diariamente el número de horas que dedicaron jugar y/o dialogar con su familia. El promedio fue de 28 horas por semana. La anterior información fue entregada a un grupo de investigadores que también recolectó el número de discusiones presentadas en cada familia y descubrieron que las familias con menor número de discusiones pasaron más tiempo dialogando, en comparación con las familias que tenían más discusiones.

A continuación, se enumeran varias conclusiones con respecto a los resultados de esta investigación. Marque las afirmaciones con las que esté de acuerdo. *

- [ ] La muestra de 200 familias es demasiado pequeña para sacar conclusiones.
- [ ] Si una familia aumenta el tiempo de dialogo, el número de discusiones se reduciría.
- [ ] Aunque las familias que tuvieron más horas de dialogo mostraron un menor número de discusiones, esto no significa necesariamente que dialogar perjudique la convivencia familiar.
- [ ] Un mes no es un período de tiempo suficientemente largo para estimar cuántas horas realmente dedican las familias para dialogar.
- [ ] La investigación demuestra que no dialogar provoca una peor convivencia familiar.

9. La junta de acción comunal de un barrio quería determinar el número promedio de personas de un hogar que habitan el barrio. Así que dividieron el número total de personas entre 50, que es el número total de hogares. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones debe ser verdadera si el promedio de personas es 2,2? *

- ◯ La mitad de los hogares del barrio están conformados por más de 2 personas.
- ◯ En el barrio hay más hogares con 3 personas que con 2 personas.
- ◯ Hay un total de 110 personas en el barrio.
- ◯ Hay 2.2 personas por cada hogar.
- ◯ El número más común de personas en un hogar es 2.

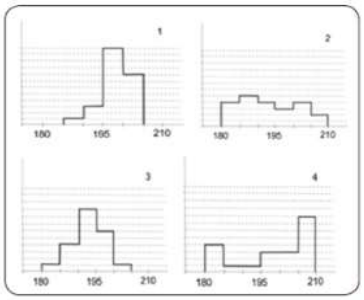
10. En la tabla se muestran las medias y las desviaciones estándar de cuatro poblaciones. Sus gráficas se presentan en la figura, aunque NO respectivamente. Seleccione las afirmaciones que sean correctas de acuerdo con la asociación realizada por usted entre la población, las medidas descriptivas y la gráfica correspondiente. **Justificar su elección.** *

Tabla:

Medias y desviaciones estándar de cuatro poblaciones.

Población	A	B	C	D
Media	198,5	198,1	193	193,4
Desviación estándar	9,7	3,9	4,6	8,08

Figura: Gráficas de cuatro poblaciones



Seleccione como máximo 3 opciones.

- [ ] No es posible asociar las gráficas a las poblaciones, puesto que, no se conoce la tabla de frecuencias o los datos.
- [ ] De las gráficas se puede extraer el intervalo modal, la mediana y el promedio, pues se ve claramente el intervalo y la frecuencia se puede deducir del *eje y*.
- [ ] Si se pueden asociar aplicando la definición de la desviación estándar. Entonces se compara el mayor valor de la desviación con la mayor altura de las barras del histograma.
- [ ] El tipo de datos no permite calcular las medidas descriptivas.
- [ ] Luego de construir las tablas de frecuencias y calcular las medidas descriptivas se concluye que la población A está representada en la gráfica 4, la población C está representada en la gráfica 3.
- [ ] Se puede deducir que los mayores promedios son los de las gráficas 1 y 3.
- [ ] Según los valores de la desviación estándar, los gráficos que tienen más intervalos son los que son más dispersos.

Anexo B: Postest. Evaluación del Razonamiento Estadístico en Estudiantes de Secundaria [EREES] (F)

De antemano agradezco su colaboración por presentar la siguiente encuesta y cuestionario. Al diligenciar este formato manifiesta estar de acuerdo con el uso que se dará a la información aquí recolectada.
Se compone de tres secciones: información descriptiva y demográfica, prueba de conocimiento y retroalimentaciones consideradas. 20 preguntas en total.

Sección 1

Información descriptiva de la muestra

Qué conocimiento estadístico adquirió en este curso o con qué herramientas cuenta para decidir cuando se le presente una situación problema con base en información estadística. Escoja un nivel y justifique.
1, porque...
3, porque....
*

Pregunta / meta	1	2	3	4
Conocimiento. Ideas fundamentales de la estadística ¿Cuáles ideas he aprendido?	Describo e identifico procedimientos para caracterizar una serie de datos y puedo dar una opinión.	Organizo los datos (agrupada o desagrupado), represento y describo una serie de datos.	Analizo series de datos, identifico relaciones para predecir comportamientos y brindo explicaciones con base en los indicadores y gráficas.	Analizo y reflexiono sobre los datos, calculo probabilidades para inferir y generalizar comportamientos. Leer más allá de los valores numéricos.

Escriba su respuesta

¿En qué medida ha mejorado sus habilidades para tomar decisiones con base en la información estadística que le ofrece su entorno? *

- ◯ Mucho
- ◯ Moderado
- ◯ Poco
- ◯ Nada

Sección 2

Evaluación del razonamiento estadístico

La prueba que presentará a continuación está integrada por 10 preguntas. De esas preguntas 9 son tomadas del instrumento *Statistical Reasoning Assessment (SRA)* creado en el proyecto ChangePlus (1990-1991) que fue validado en inglés por Garfield para estudiantes de secundaria de Estados Unidos (1991, 1993) y en español por la Doctora Asunción Estrada (2002) y el grupo de investigación para docentes en formación, con esas preguntas se mide el conocimiento y la habilidad asociada al razonamiento estadístico; y 1 pregunta de las 3 evaluadas en la investigación de Santellán y Tauber (2020), sobre la conexión entre análisis exploratorio e inferencia estadística.
Con esta prueba se busca identificar cómo usted razona en situaciones aplicadas y considera algunos conocimientos estadísticos.

Propósito: Indicar como usaría la información estadística en situaciones prácticas.
Tómese su tiempo: Las preguntas requieren que lea, piense, y aplique algunas ideas estadísticas en varias situaciones. Si usted esta inseguro(a) de lo que se le pide hacer, por favor, levante la mano para solicitar ayuda a la profesora.
A continuación se muestran preguntas de opción múltiple sobre ideas de la probabilidad y la estadística. Lea las preguntas cuidadosamente antes de seleccionar una respuesta.

1. Nueve estudiantes pesaron un objeto pequeño con la misma balanza en una clase de física. Los pesos (en gramos) registrados por cada estudiante se muestran a continuación:
6.2 6.0 6.0 15.3 6.1 6.3 6.2 6.15 6.2
Los estudiantes quieren determinar con la mayor precisión posible el peso real de este objeto. Para determinarlo ¿Cuál de los siguientes métodos usted les recomendaría? *

- ◯ Usar 6.2 puesto que es el número más común.
- ◯ Usar el 6.15 puesto que es el peso más preciso.
- ◯ Sumar los 9 números y dividir la suma por 9.
- ◯ Descartar el número 15.3, sumar los otros 8 números y dividir por 8.

2. En el frasco de un medicamento se encuentra impreso el siguiente mensaje:
ADVERTENCIA: Para aplicaciones en superficies de la piel (cutáneas), existe un 15% de probabilidad de que se produzca un sarpullido o alergia. Si aparece alguna reacción alérgica, consulte a su médico.
¿Cuál de las siguientes opciones es la mejor interpretación de esta advertencia? *

- ◯ No usar el medicamento sobre la piel, ya que existen bastantes posibilidades de desarrollar un sarpullido.
- ◯ Si se aplica sobre la piel, usar sólo el 15% de la dosis recomendada.
- ◯ Si se desarrolla un sarpullido, probablemente afectará solo al 15% de la piel.
- ◯ Se estima que 15 de cada 100 personas que usan este medicamento, desarrollan sarpullido.
- ◯ Es poco probable que le salga un sarpullido con este medicamento.

3. El Centro Meteorológico de Bogotá quiere determinar la precisión de los pronósticos de días de lluvia. Por lo tanto, buscaron en sus registros los días en que el meteorólogo había informado un 70% de probabilidad de lluvia y los compararon con los registros reales de cuando llovió o no en esos días.
El pronóstico del 70% de probabilidad de lluvia se puede considerar muy preciso, si llovió entre: *

- ◯ El 95% y el 100% de esos días.
- ◯ El 85% y el 94% de esos días.
- ◯ El 75% y el 84% de esos días.
- ◯ El 65% y el 74% de esos días.
- ◯ El 55% y el 64% de esos días.

4. Una profesora quiere cambiar de puesto a los alumnos de su clase, con la esperanza de que eso aumente el número de participaciones que hacen en su clase. Primero decide ver cuántas participaciones hacen los estudiantes con la disposición actual de los asientos. A continuación, se presenta la cantidad de participaciones de sus 8 estudiantes durante una clase.
La profesora quiere resumir estos datos calculando el número que represente las participaciones hechas ese día. ¿Cuál de los siguientes métodos le recomendarías usar?
*

Iniciales del nombre	J. A	P. B	M. B	A. J	D. L	A. M	M. M.	H. V
Número de participaciones	0	5	2	22	3	2	1	2

- ◯ Usar el número más común, que es 2.
- ◯ Sumar los 8 números y dividir por 8.
- ◯ Descartar el 22, sumar los otros 7 números y dividir por 7.
- ◯ Descartar el 0, sumar los otros 7 números y dividir por 7.

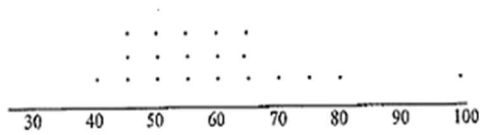
5. Se contrató a una empresa de investigación de mercados para que determinara cuánto dinero gastaban los adolescentes (con edades entre 13 y 19 años) en accesorios (aretes, piercings). La empresa seleccionó al azar 80 centros comerciales ubicados en todo el país. Un investigador de campo se paró en una ubicación central en cada centro comercial y preguntó a los transeúntes que parecían tener la edad adecuada para completar un cuestionario. Un total de 2.050 cuestionarios fueron completados por adolescentes. Sobre la base de esta encuesta, la empresa informó que el adolescente promedio en este país gasta $155.000 cada año en accesorios.
A continuación, se enumeran varias declaraciones relacionadas con esta situación. Marque las afirmaciones con las que está de acuerdo:
*

- [ ] El promedio se basa en las estimaciones de los adolescentes sobre lo que gastan y, por lo tanto, podría ser muy diferente de lo que gastan realmente los adolescentes.
- [ ] Deberían haber hecho la encuesta en más de 80 centros comerciales si querían un promedio basado en los adolescentes de todo el país.
- [ ] La muestra de 2.050 adolescentes es demasiado pequeña para sacar conclusiones sobre todo el país.
- [ ] Deberían habérselo preguntado a los adolescentes que salían de las tiendas de accesorios.
- [ ] El promedio podría ser una mala estimación del gasto de todos los adolescentes, ya que sólo se entrevistó a los que estaban en el centro comercial.

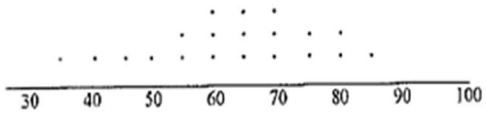
6. Los Rodríguez quieren comprar un auto nuevo y han reducido sus opciones a un Mazda o a un BMW. Para ello primero consultaron una prestigiosa revista de autos, que comparaba los costos de reparaciones para varios autos. Los registros sobre las reparaciones realizadas en 400 autos de cada marca mostraron menos problemas mecánicos con el Mazda que con el BMW. Luego, hablaron con tres amigos, dos propietarios de BMW y un ex propietario de un Mazda. Ambos propietarios de BMW informaron tener algunos problemas mecánicos, pero nada importantes. El dueño del Mazda, sin embargo, se exaltó cuando le preguntaron si le gustaba su auto: "Primero, el sistema del fuel injection se dañó y su precio fue de $ 2'500.000 pesos, luego comencé a tener problemas con el bómper trasero y tuve que reemplazarlo, y finalmente decidí venderlo después de que se dañó la transmisión. Nunca compraría otro Mazda"
Los Rodríguez quieren comprar el automóvil que es menos probable que requiera reparaciones mayores. Dado lo que ellos saben actualmente, ¿Qué coche usted les recomendaría que compraran?
*

- ( ) Recomendaría que compraran el BMW, principalmente por todos los problemas que su amigo tuvo con su Mazda. Y ya que no han escuchado historias similares sobre el BMW deberían considerarlo.
- ( ) Recomendaría que compraran el Mazda a pesar de la mala experiencia de su amigo. Pues solo es un caso, mientras que la información de la revista se basa en muchos casos. De acuerdo con esos datos, es menos probable que requiera reparaciones.
- ( ) Les diría que no importa qué auto compren. Aunque es más probable que uno de los modelos sea más propenso que el otro a requerir reparaciones, existe la posibilidad de escoger un auto en particular que necesitaría muchas reparaciones. También pueden tirar una moneda para decidir.

7. Cuarenta estudiantes participaron en un estudio sobre el efecto del sueño en las calificaciones de las evaluaciones. Veinte de los estudiantes se ofrecieron para estar despiertos toda la noche mientras estudiaban para la evaluación del siguiente día (grupo que no durmió). Los otros 20 estudiantes (el grupo de control) se durmieron a las 11:00 p. m. en la noche anterior a la evaluación. Las calificaciones para cada grupo se muestran en los siguientes gráficos. Cada punto en el gráfico representa la calificación de un estudiante. Por ejemplo, un punto puesto sobre el número 30 indicaría que solo un estudiante obtuvo 30 como calificación en la prueba.
Observe los dos gráficos cuidadosamente. Luego, entre las 6 posibles conclusiones que se enumeran a continuación, escoja una con la que esté más de acuerdo. *



Calificación en la evaluación: grupo que no durmió



Calificación en la evaluación: grupo control (si durmió)

- ○ El grupo que no durmió lo hizo mejor porque ninguno de estos estudiantes obtuvo una calificación inferior a 40 y la calificación más alta la obtuvo un estudiante de este grupo.
- ○ El grupo que no durmió lo hizo mejor porque su promedio parece ser un poco más alto que el promedio del grupo que sí durmió.
- ○ No hay diferencia entre los dos grupos, porque hay una superposición considerable en las calificaciones de los dos grupos.
- ○ No hay diferencia entre los dos grupos, porque la diferencia entre sus promedios es pequeña comparada con las variaciones de las calificaciones.
- ○ El grupo que sí durmió lo hizo mejor porque hubo más estudiantes con una calificación de 80 o superior.
- ○ El grupo que sí durmió lo hizo mejor porque su promedio parece ser un poco mayor que el promedio del grupo que no durmió.

8. Durante un mes, 500 estudiantes de primaria llevaron un registro diario del número de horas que pasaron viendo televisión. El promedio fue de 28 horas por semana. La anterior información fue entregada a un grupo de investigadores que también recolectó las calificaciones de cada uno de los estudiantes y descubrieron que los estudiantes con altas calificaciones pasaban menos tiempo viendo televisión, en comparación con los estudiantes con bajas calificaciones.

A continuación, se enumeran varias conclusiones con respecto a los resultados de esta investigación. Marque las afirmaciones con las que esté de acuerdo. *

- ☐ La muestra de 500 estudiantes es demasiado pequeña para sacar conclusiones.
- ☐ Si un estudiante reduce la cantidad de tiempo que pasa viendo televisión, su desempeño en la escuela mejoraría.
- ☐ Aunque los estudiantes a los que les fue bien vieron menos televisión, esto no significa necesariamente que mirar televisión perjudique el rendimiento escolar.
- ☐ Un mes no es un período de tiempo suficientemente largo para estimar cuántas horas realmente dedican los estudiantes a ver la televisión.
- ☐ La investigación demuestra que ver la televisión provoca un peor rendimiento en la escuela.

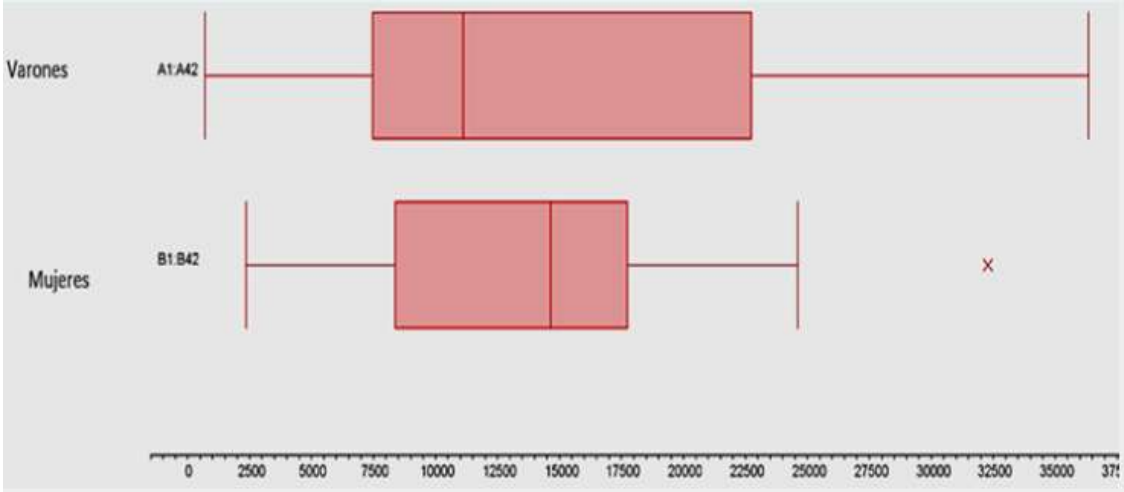
9. El comité escolar de un pueblo quería determinar el número promedio de niños por hogar del pueblo. Así que dividieron el número total de niños en el pueblo por 50, que es el número total de hogares. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones debe ser verdadera si el promedio de niños por hogar es 2,2? *

- ◯ La mitad de los hogares del pueblo tienen más de 2 niños.
- ◯ En el pueblo hay más hogares con 3 hijos que con 2 hijos.
- ◯ Hay un total de 110 niños en el pueblo.
- ◯ Hay 2.2 niños por cada adulto.
- ◯ El número más común de niños en un hogar es 2.

10. *¿Quién no ha escuchado decir que las mujeres hablan más que los hombres?*
Para esclarecer este interrogante un grupo de docentes de distintos departamentos de Psicología (correspondientes a las Universidades de Arizona; de Washington y de Texas) llevó a cabo un estudio donde decidieron investigar si realmente las mujeres hablan más que los hombres. A partir de la información recolectada en la investigación citada, los investigadores representaron la cantidad de palabras pronunciadas por varones y mujeres en los siguientes diagramas de caja.

Si formaras parte del equipo de investigación y tuvieras que ayudar a elaborar una conclusión, qué dirías. Consideras que la afirmación de que las mujeres hablan más que los hombres es sustentable ¿En cuáles ideas de la estadística se apoyaría?. Justifique.

*



Escriba su respuesta

Sección 3

Retroalimentación

Mencione cuáles estrategias le fueron de ayuda para desarrollar las actividades individuales y grupales, asociadas al razonamiento y conocimiento estadístico.

En que nivel de razonamiento estadístico se autoevalúa después de ver terminado las actividades propuestas (trabajo en grupo, trabajo individual, evaluación). Justifique.
2, porque...
4, porque....
*

Pregunta / meta	1	2	3	4
Razonamiento estadístico ¿Cómo tomo decisiones sobre la información estadística?	Idiosincrático. Desde mi experiencia personal o considerando la sugerencia de otros.	Transicional. Extraigo información y verifico que los valores numéricos sean correctos. Describo la información estadística.	Cuantitativo. Calculo medidas descriptivas sobre la información y construyo otras representaciones para destacar las características.	Razonamiento. Siempre analizo la información descriptiva, las representaciones y las consideraciones que no son explicitas y que permiten predecir, antes de decidir.

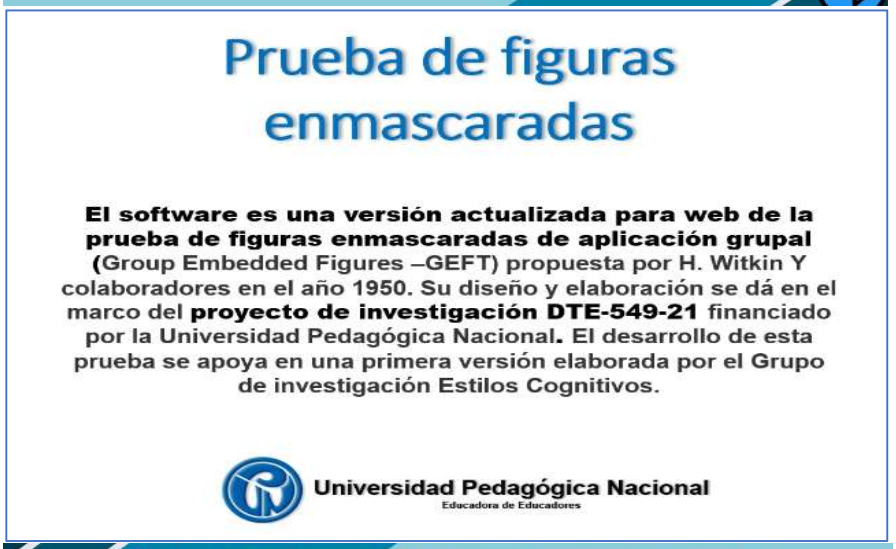
Considera que conocer su perfil individual (test ARA, test estilo cognitivo) influyó en su proceso de aprendizaje. Justifique. *

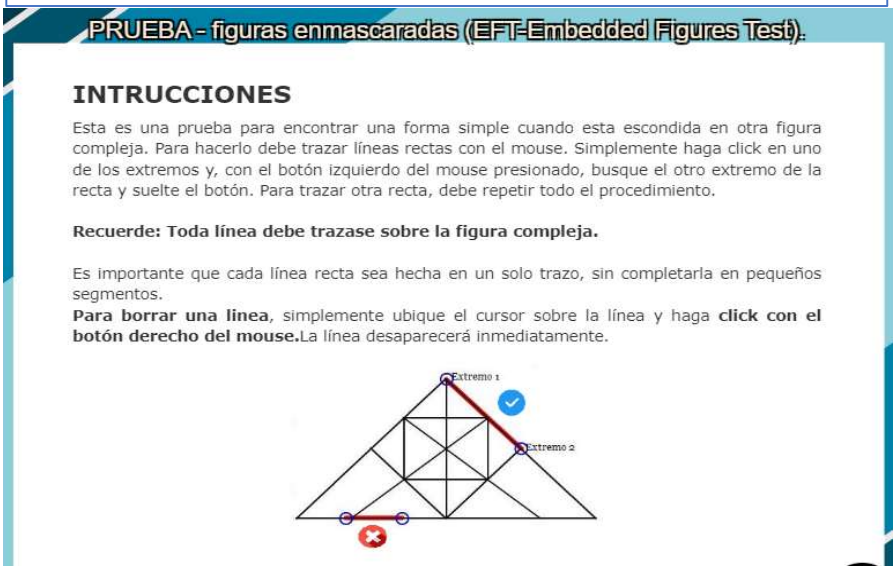
Escriba las sugerencias que contribuirían a mejorar el razonamiento estadístico desde su experiencia, considerando su uso en las aulas de clase o diario.

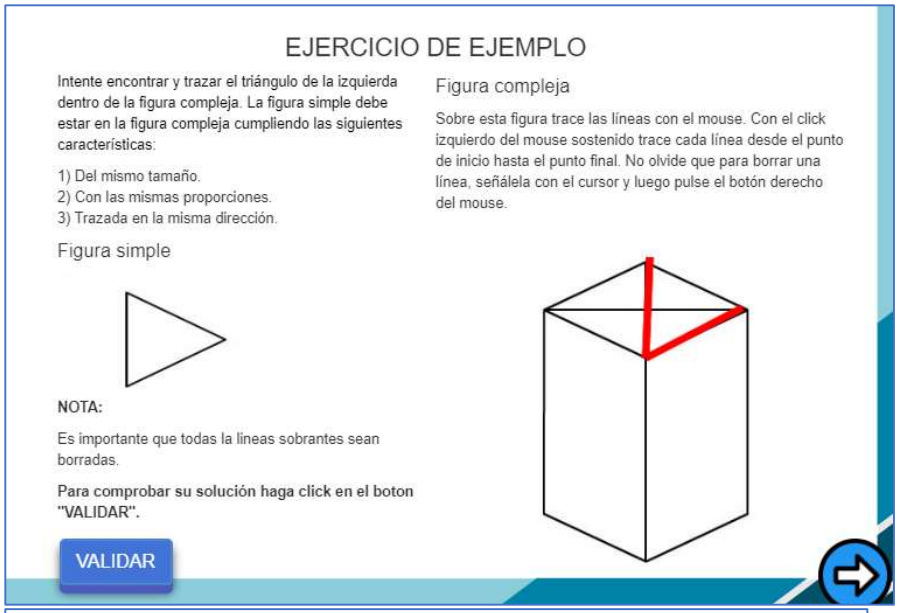
Anexo C: Test para caracterizar el estilo cognitivo (GEFT)

https://cognitek-upn.com/Aplicaciones/PRUEBA_2/main_p2.html









En las pantallas siguientes encontrará ejercicios semejantes. En cada pantalla usted podrá ver una figura compleja. Al lado derecho encontrará un botón que le mostrará la figura simple correspondiente. Trace la figura simple en la compleja y cuando haya terminado de hacerlo, haga click en el botón indicado con la flecha.

Recuerde:

1. Puede ver la figura simple todas las veces que quiera.

2.Borre todo error.

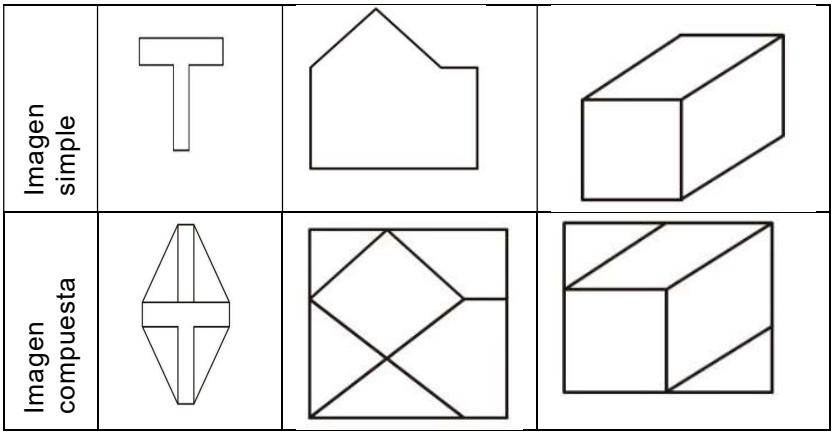
3.NO SE PUEDE DEVOLVER a una figura compleja anterior. Asegúrese de la corrección de su respuesta antes de avanzar al siguiente ejercicio.

4.Señale sólo una forma simple en cada figura compleja. A veces, podrá encontrar varias respuestas correctas. SEÑALE SOLO UNA

5.La forma simple está SIEMPRE presente en la figura compleja con igual tamaño, iguales proporciones y en la misma dirección.

Cuando esté listo para iniciar haga click en el botón indicado con la flecha. En la siguiente sección encontrará siete (7) ejercicios que deberá resolver en dos (2) minutos.

Primera sección de ejercicios:

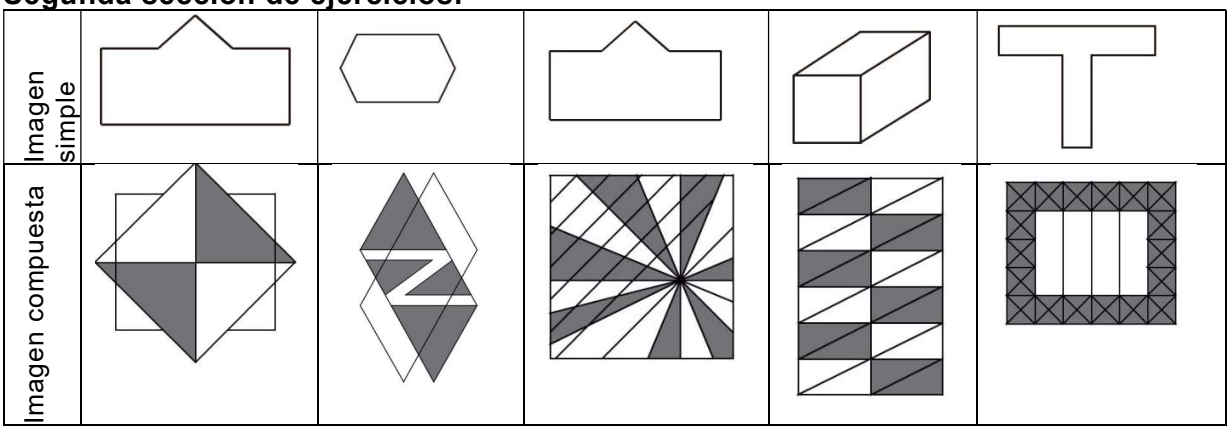


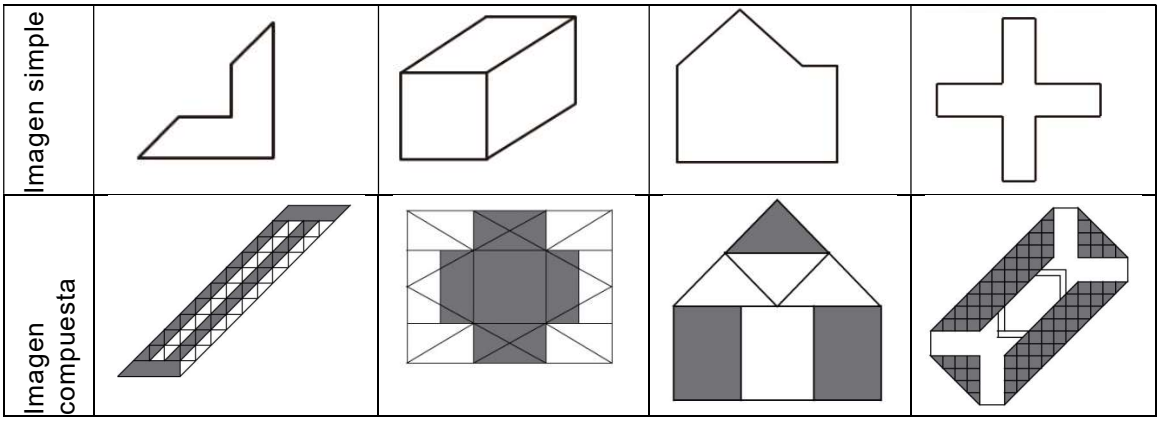
TIEMPO CONCLUIDO

En la segunda sección tendrá cinco (5) minutos para resolver nueve (9) ejercicios. Trabaje lo más rápido posible.

Cuando esté listo para iniciar haga click en el botón indicado con la flecha.

Segunda sección de ejercicios:





La tercera y última sección tendrá cinco (5) minutos para resolver los nueve (9) ejercicios restantes.

Cuando esté listo para iniciar haga click en el botón indicado con la flecha.

Tercera sección de ejercicios:

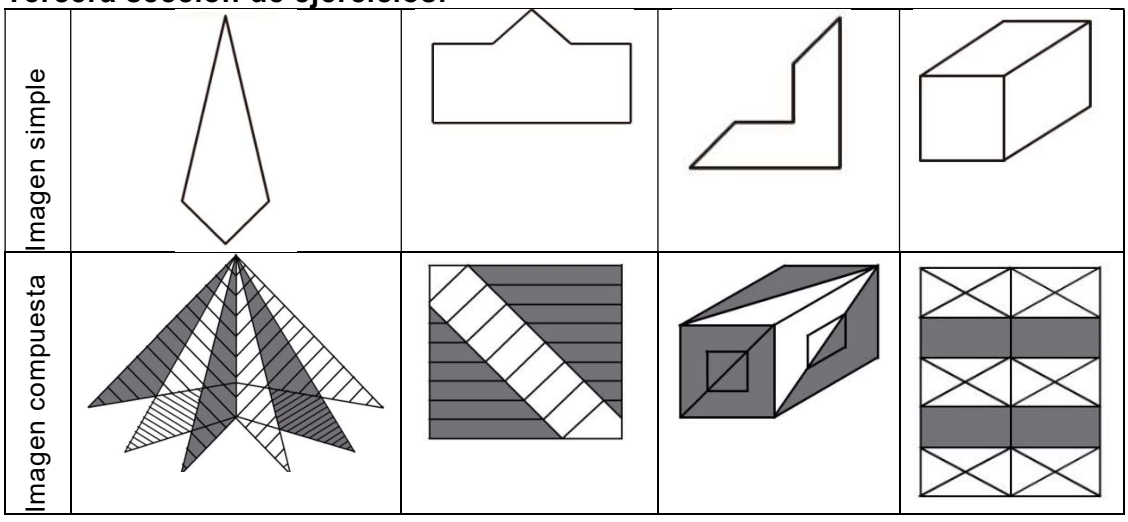
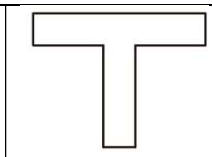
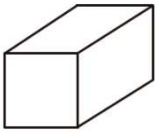
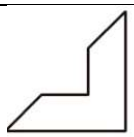
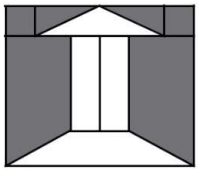
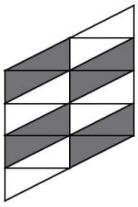
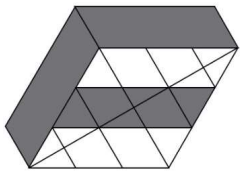
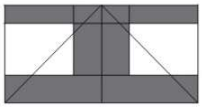
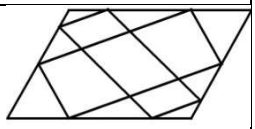
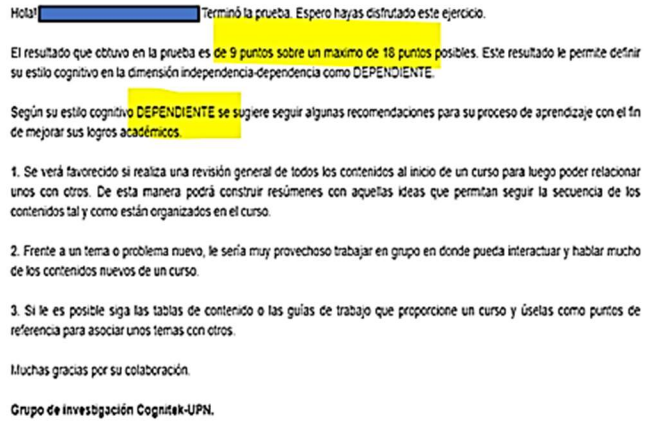


Imagen simple					
Imagen compuesta					

Puntaje total y clasificación por polaridad.



Hola! [redacted] Terminó la prueba. Espero hayas disfrutado este ejercicio.

El resultado que obtuvo en la prueba es de 9 puntos sobre un maximo de 18 puntos posibles. Este resultado le permite definir su estilo cognitivo en la dimensión independencia-dependencia como DEPENDIENTE.

Según su estilo cognitivo DEPENDIENTE se sugiere seguir algunas recomendaciones para su proceso de aprendizaje con el fin de mejorar sus logros académicos.

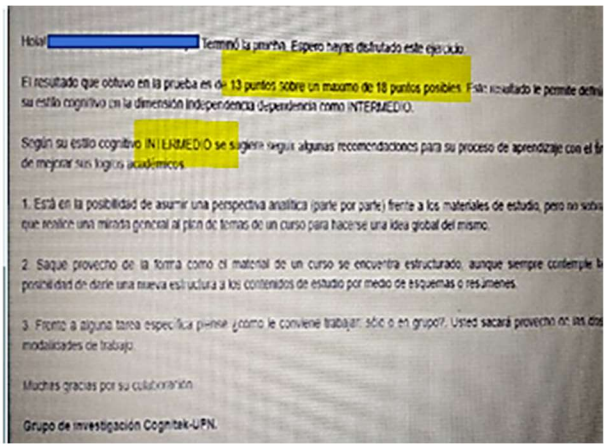
1. Se verá favorecido si realiza una revisión general de todos los contenidos al inicio de un curso para luego poder relacionar unos con otros. De esta manera podrá construir resúmenes con aquellas ideas que permitan seguir la secuencia de los contenidos tal y como están organizados en el curso.

2. Frente a un tema o problema nuevo, le sería muy provechoso trabajar en grupo en donde pueda interactuar y hablar mucho de los contenidos nuevos de un curso.

3. Si le es posible siga las tablas de contenido o las guías de trabajo que proporcione un curso y úselas como puntos de referencia para asociar unos temas con otros.

Muchas gracias por su colaboración.

Grupo de investigación Cognitek-UPN.



Hola! [redacted] Terminó la prueba. Espero hayas disfrutado este ejercicio.

El resultado que obtuvo en la prueba es de 13 puntos sobre un maximo de 18 puntos posibles. Este resultado le permite definir su estilo cognitivo en la dimensión independencia-dependencia como INTERMEDIO.

Según su estilo cognitivo INTERMEDIO se sugiere seguir algunas recomendaciones para su proceso de aprendizaje con el fin de mejorar sus logros académicos.

1. Está en la posibilidad de asumir una perspectiva analítica (parte por parte) frente a los materiales de estudio, pero no sobra que realice una mirada general al plan de temas de un curso para hacerse una idea global del mismo.

2. Saque provecho de la forma como el material de un curso se encuentra estructurado, aunque siempre contemple la posibilidad de darle una nueva estructura a los contenidos de estudio por medio de esquemas o resúmenes.

3. Frente a alguna tarea específica piense ¿como le conviene trabajar: solo o en grupo? Usted sacará provecho de las dos modalidades de trabajo.

Muchas gracias por su colaboración.

Grupo de investigación Cognitek-UPN.

Anexo D: Instrumento componentes de autorregulación del aprendizaje (ARA).

Escala para medir los procesos de autorregulación del aprendizaje (I).

De antemano agradezco su colaboración respondiendo sinceramente según su situación particular asociada a las clases de matemáticas y estadística. Estas preguntas no tienen respuestas correctas o incorrectas, más bien, permitirán una descripción sobre sus posturas, sobre cómo se siente y sobre cuáles actividades desarrolla. Los resultados recolectados se usarán, con propósitos académicos y formativos, lo que implica que no se asignará una nota. Al diligenciar este formato manifiesta estar de acuerdo con el uso que se dará a la información aquí recolectada.

ección 1

Información descriptiva de la muestra

Seleccione la opción que corresponda con su situación

Seleccione el curso en el que esta matriculado *

Seleccione su sexo de nacimiento *

¿Se considera una persona reflexiva y que se regula cuando afronta tareas académicas? *

Escalas de autorregulación del aprendizaje.

Las escalas que se presentan a continuación son una adaptación de la propuesta por Sáez-Delgado, Mella-Norambuena, López-Ángulo, Olea-González, García-Vásquez y Porter (2022) para estudiantes de secundaria y ha sido validada con muestras en Ecuador y Chile.
A continuación se indagará sobre su disposición, autoeficacia, desempeño, atribuciones causales, y autoevaluación con relación a esta asignatura

. Responda a las siguientes afirmaciones según la frecuencia con la que lo hace **antes de** estudiar, realizar una tarea, o una actividad para esta asignatura. Tenga en cuenta que usará una escala de 1 a 7, donde 1 es nunca y 7 es siempre. *

	1 (Nunca)	2	3	4	5	6	7
1.1. Establezco objetivos académicos a corto plazo (diario, semanal)	○	○	○	○	○	○	
1.2. Establezco objetivos académicos a largo plazo (mensual, semestral)	○	○	○	○	○	○	
1.3. Ordeno los materiales (apuntes, calculadora, regla) para estudiar	○	○	○	○	○	○	
1.4. Hago un horario para organizar mi tiempo de estudio	○	○	○	○	○	○	
1.5. Planifico el tiempo que voy a dedicar a cada actividad	○	○	○	○	○	○	
1.6. Tengo una lista con las tareas académicas por hacer	○	○	○	○	○	○	
1.7. Identifico qué tareas o actividades realizaré primero	○	○	○	○	○	○	

Responda a las siguientes afirmaciones según la frecuencia con la que lo hace **mientras** estudia, realiza una tarea, o una actividad para esta asignatura. Tenga en cuenta que usará una escala de 1 a 7, donde 1 es nunca y 7 es siempre. *

	1 (Nunca)	2	3	4	5	6	7 (Siempre)
2.1. Hago las actividades de acuerdo con el horario establecido por mí	○	○	○	○	○	○	○
2.2. Evalúo si estoy aprendiendo durante el estudio	○	○	○	○	○	○	○
2.3. Tengo claro a quién (compañer@) pedirle ayuda si fuera necesario	○	○	○	○	○	○	○
2.4. Si no comprendo lo que leo, busco una forma para solucionarlo	○	○	○	○	○	○	○
2.5. Sé dónde encontrar las personas que me pueden ayudar	○	○	○	○	○	○	○
2.6. Identifico los contenidos que no entiendo bien	○	○	○	○	○	○	○
2.7. Memorizo palabras claves para recordarme conceptos importantes	○	○	○	○	○	○	○
2.8. Anoto las dudas para preguntarle a la profesora.	○	○	○	○	○	○	○
2.9. Cumplo con los objetivos de estudio	○	○	○	○	○	○	○
2.10. Reviso el progreso de mi estudio	○	○	○	○	○	○	○
2.11. Hago resúmenes de las ideas principales	○	○	○	○	○	○	○
2.12. Reviso si mi planificación para estudiar requiere modificaciones	○	○	○	○	○	○	○
2.13. Reviso si mi procedimiento/estrategia de estudio es efectiva para aprender	○	○	○	○	○	○	○
2.14. Repito las ideas claves para memorizarlas	○	○	○	○	○	○	○
2.15. Si no estoy segur@ de algún material o contenido, pregunto a mis compañer@s	○	○	○	○	○	○	○
2.16. Cuando estudio reúno información de diferentes fuentes	○	○	○	○	○	○	○

. Responda a las siguientes afirmaciones según la frecuencia con la que lo hace **al terminar** de estudiar, de realizar una tarea, o una actividad para esta asignatura. Tenga en cuenta que usará una escala de 1 a 7, donde 1 es nunca y 7 es siempre. *

	1 (Nunca)	2	3	4	5	6
3.1. Verifico si cumplí con mis objetivos propuestos	◯	◯	◯	◯	◯	◯
3.2. Evalúo si completé mis desafíos personales de aprendizaje	◯	◯	◯	◯	◯	◯
3.3. Realicé las tareas en los horarios establecidos por mí	◯	◯	◯	◯	◯	◯
3.4. Evalúo si alcancé las exigencias académicas establecidas por la profesora.	◯	◯	◯	◯	◯	◯
3.5. Reviso si logré los aprendizajes esperados por la profesora	◯	◯	◯	◯	◯	◯
3.6. Verifico si mi planificación fue efectiva	◯	◯	◯	◯	◯	◯
3.7. Reviso si logré mis objetivos personales de aprendizaje	◯	◯	◯	◯	◯	◯
3.8. Reviso si comprendí los conceptos claves	◯	◯	◯	◯	◯	◯
3.9. Evalúo si aprendí los contenidos centrales	◯	◯	◯	◯	◯	◯
3.10. Evalúo si requiero aumentar mi tiempo de estudio la próxima vez	◯	◯	◯	◯	◯	◯
3.11. Reviso si avancé en relación con mi conocimiento previo	◯	◯	◯	◯	◯	◯

Responda a las siguientes afirmaciones según el grado de seguridad sobre **su capacidad de hacerlo antes** de estudiar, de realizar una tarea, o una actividad para esta asignatura. Tenga en cuenta que usará una escala de 0 a 6, donde 0 es nada seguro y 6 es muy seguro. *

	0 (nada seguro)	1	2	3	4	5	6 (muy seguro)
4.1. Hacer un horario de estudio	○	○	○	○	○	○	○
4.2. Tener una lista de tareas académicas por hacer	○	○	○	○	○	○	○
4.3. Establecer objetivos de estudio a corto plazo (diario, semanal)	○	○	○	○	○	○	○
4.4. Establecer objetivos de estudio a largo plazo (mensual, semestral)	○	○	○	○	○	○	○
4.5. Elegir un lugar para estudiar sin distracciones	○	○	○	○	○	○	○
4.6. Tener todos los materiales necesarios para estudiar	○	○	○	○	○	○	○
4.7. Encontrar un lugar cómodo para estudiar (luz, C°, muebles)	○	○	○	○	○	○	○

Responda a las siguientes afirmaciones según su grado de **creencia con relación a que la causa del bajo** desempeño académico en esta asignatura se deba a los factores mencionados a continuación. Tenga en cuenta que usará una escala de 0 a 6, donde 0 es "no creo que sea así" y 6 "lo creo con mucha certeza". *

	0 (no creo que sea así)	1	2	3	4	5	6 mu
5.1. La desmotivación que muestra la profesora	○	○	○	○	○	○	
5.2. Mi falta de esfuerzo en el estudio	○	○	○	○	○	○	
5.3. La falta de apoyo de mis amig@s	○	○	○	○	○	○	
5.4. La falta de dedicación al estudio	○	○	○	○	○	○	
5.5. La despreocupación de la profesora	○	○	○	○	○	○	
5.7. Mi desorganización para estudiar	○	○	○	○	○	○	
5.6. Que no le caigo bien a la profesora	○	○	○	○	○	○	

Anexo E: Resultados pilotaje grado noveno 2023



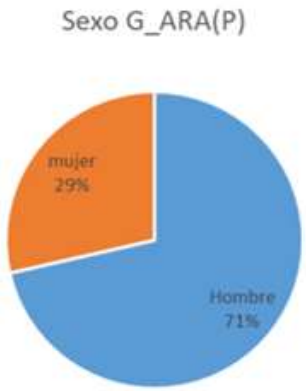
18 de agosto 2023, resultados pilotaje. Los resultados de esta prueba muestran medidas de tendencia central que indican porcentajes de respuestas correctas inferiores al 20%, con una desviación estándar de 4,97. Entre las sugerencias realizadas por los estudiantes se destacan dos: la primera hace referencia a un ítem que estaba formulado como de selección múltiple pero solo permitía elegir una opción; la segunda señala que la gráfica presentada no era suficientemente clara. En los demás comentarios, los estudiantes manifestaron que la información era clara.

Escala para medir los procesos de autorregulación del aprendizaje. (P)

De antemano agradezco su colaboración respondiendo sinceramente según su situación particular asociada a las clases de matemáticas y estadística. Estas preguntas no tienen respuestas correctas o incorrectas, más bien, permitirán una descripción sobre sus posturas, sobre cómo se siente y sobre cuáles actividades desarrolla. Los resultados recolectados se usarán, con propósitos académicos y formativos, lo que implica que no se asignará una nota. Al diligenciar este formato manifiesta estar de acuerdo con el uso que se dará a la información aquí recolectada.



edad	fa
14	8
15	16
16	4
Total general	28



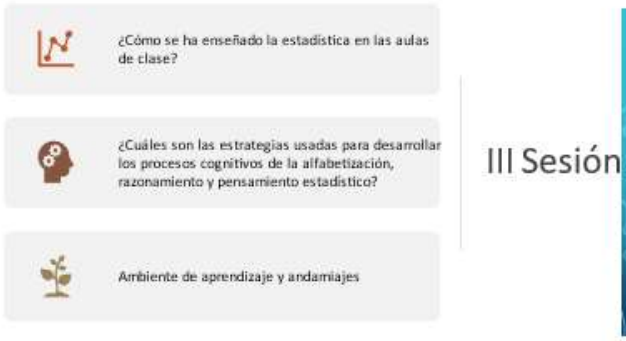
13 de julio 2023 resultados noveno pilotaje. Se obtuvo una muestra de 28 respuestas con una fiabilidad del 93% (Cronbach's α) en la escala total. Con relación a la fiabilidad de las subescalas se obtuvieron los estadísticos de 63.6% (Cronbach's α) y 74.5% ($McDonald's\ \omega$).

1. Con relación a los ítems sobre la frecuencia con la que usted establece objetivos, organiza su espacio de trabajo y planifica sus deberes, **antes de** estudiar, realizar una tarea, o una actividad para esta asignatura: Se puede observar que tienen una alta disposición para establecer estrategias de estudio. En particular, la mayoría de los estudiantes suelen desarrollar estas actividades, aunque, la elaboración de un horario parece ser lo que menos hacen 64.3%.

Anexo F: Diapositivas usadas para la capacitación

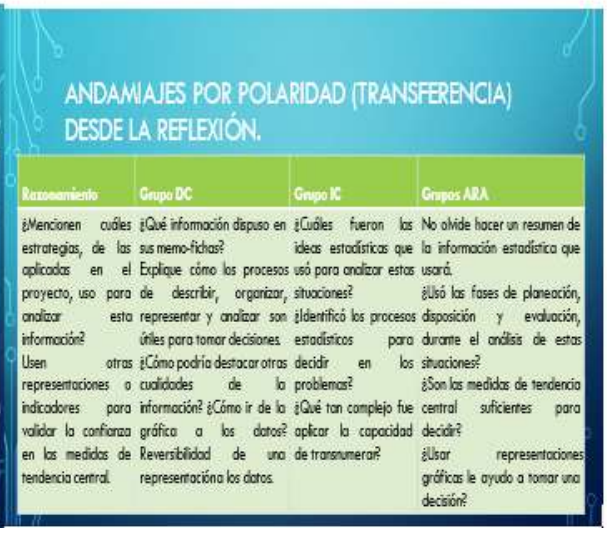












Anexo G: Matriz de planeación pedagógica.

Cada hora de clase duró 45 minutos aproximadamente.

Objetivo sesión 12 horas de clase	Temas	Posibles obstáculos o errores de los estudiantes	Organización grupo control	Grupos experimentales
Diligenciar cuestionarios 2 horas de clase **Introducción.** **Explicar las ideas fundamentales sobre el estudio de fenómenos aleatorios. 2 horas de clase**	Elementos de estudio (datos), tipos de datos, escalas de medida, procesos en el análisis exploratorio de datos (describir, organizar, representar, analizar e interpretar).	Confunde el tipo de variable, manifiesta rechazo por el estudio de datos, vincula la estadística al uso de algoritmos. [Detectados por Batanero y Díaz (2011) en el desarrollo de proyectos]	Cuestionario de razonamiento (https://forms.office.com/r/F5suNaXg6B) y diferencia individual (ARA https://forms.office.com/r/1mYH74q2Ek; CS https://cognitek-upn.com/Aplicaciones/PRUEBA_2/main_p2.html). (55 min) Lectura y socialización sobre las nociones básicas de la estadística ¿Cómo se usa la estadística en el día a día? ¿Qué gráficos e indicadores estadísticos conoces? Apuntes (35min) Y exposición de la profesora del análisis exploratorio sobre el tiempo que tarda una persona en ser atendida en el Triage de urgencias médicas (Datos tomados de Behar y Yepes, 2007) (45 min).	
Desarrollo. **Orientar el desarrollo del proyecto mediante el análisis exploratorio de datos.** **3 horas de clase**	Estrategias para la recolección, organización en tablas de frecuencias (Excel/escrito), representación (gráfico escogido y diagrama de caja), análisis de indicadores de tendencia central y dispersión.	Identifica los datos (x_i) y las frecuencias (n_i, f_i) como los mismos valores. Usa escalas o etiquetas confusas en los gráficos. Establece que la mediana y la media son el mismo indicador, establece que la frecuencia y la marca de clase representan lo mismo, se le dificulta hacer la transnumeración. [Detectados por Batanero y Díaz (2011) en el desarrollo de proyectos]	Organización de grupos de trabajo, elección y recolección de datos reales para el proyecto (45 min). Todos los grupos deben asignar un integrante por clase para que diligencie el diario de campo grupal (https://forms.office.com/r/ytL677WVBv). Integrar el uso de la tecnología para resumir y representar los datos, calcular indicadores y argumentar los resultados. Organizar la información para exponer, y reflexionar sobre la pregunta: ¿Varían los resultados? ¿Cómo? (90 min)	En el GE_DIC la profesora organiza los grupos por cada polaridad (DC, INT, IC). Todos los grupos deben asignar un integrante por clase para que diligencie el diario de campo grupal (https://forms.office.com/r/ytL677WVBv). Los integrantes del grupo recolectarán y organizarán la información y durante el trabajo en grupo, la profesora realiza preguntas orientadoras y explica las estrategias de aprendizaje de la guía según cada polaridad. En el GE_ARA, la profesora escogerá dos integrantes, que tengan el mayor y el menor puntaje arrojado por el cuestionario, y el resto los integran cada par de estudiantes. Todos los estudiantes deben diligenciar el diario de campo (https://forms.office.com/r/ytL677WVBv) Los integrantes del grupo recolectarán y organizarán la información y durante el trabajo en grupo, la profesora realiza preguntas orientadoras y hace

				énfasis en el tránsito por las fases (planeación, disposición y evaluación).
Socializar los análisis de cada grupo de trabajo y reflexionar sobre las variables estudiadas. **2 horas de clase**	Resumir los datos estadísticos. Evaluar la validez de las interpretaciones ¿Qué nos dicen los indicadores? ¿Las representaciones usadas destacan la misma información, por qué?	Las reflexiones se concentran en el uso de algoritmos. Eliminan la naturaleza o contexto en el que se toman los datos. Solo reflexionan sobre su práctica y no evalúan la práctica de otros (Hipótesis desde la experiencia empírica).	Los estudiantes presentan un resumen de los datos estadísticos y sus interpretaciones. Cada grupo de trabajo recibe al menos una retroalimentación de la profesora y de otros estudiantes con 10 min c/g. Al finalizar se reflexionará sobre la importancia de la estadística como ciudadanos y como estudiantes (90min).	En el GE_DIC, los estudiantes, además de los aportes sobre el conocimiento estadístico, reciben retroalimentación sobre las estrategias usadas. Pida a los estudiantes que mencionen cuál es la polaridad de su grupo y que mencionen las estrategias más eficientes, desde las tres polaridades. En el GE_ARA, la profesora hará una lluvia de ideas sobre las estrategias afines y la toma de conciencia sobre su uso . Además se señalarán las estrategias que sienten serían eficientes para lograr el desarrollo de todas las actividades propuestas.
Evaluación-transferencia. **Analizar información estadística, aplicar procesos, y reflexionar sobre los aprendizajes y estrategias.** **3 horas de clase** **Evaluar los alcances de la actividad y presentar cuestionario final**	Analizar datos desagrupados o agrupados (tablas o gráficas) y complementar la información. Identificar si los indicadores y las interpretaciones dadas son adecuados para la información presentada, y si es posible predecir. Deconstruir el conocimiento.	Se manifiesta frustración debido a no comprender la tarea que se propone. Se dificulta aplicar los procesos del análisis exploratorio de datos, porque no fueron claros para los estudiantes. Se dificulta decidir sobre los datos estudiados, se excluye el contexto o se habla solo de valores	Para finalizar se presentan gráficas estadísticas y tablas de frecuencias para que los estudiantes reflexionen sobre: tipo de variables estudiadas, unidades de medidas, indicadores de tendencia, gráficos adecuados, comparación del dato en grupos diferentes (O.S.E.M). Usar como pregunta orientadora:	En el GE_DIC, se les solicitará a los estudiantes que realicen una memo-ficha (conocimiento y sobre el trabajo en. grupo) con los procesos de describir, organizar, representar, analizar e interpretar, para que la usen durante el análisis de los ejercicios. Además, se les solicitará a todos los estudiantes que hagan las respectivas preguntas para lograr resolver todos los ejercicios. Al momento de socializar se le dará la palabra a un estudiante de cada polaridad, quien debe presentar su análisis y las estrategias usadas. Es importante que tomen apuntes de los principales hallazgos

2 hora de clase	Finalizar con la pregunta de qué tan capaces se sienten ahora de desarrollar tareas estadísticas, y, sobre cuáles fueron las estrategias más usadas.	numéricos. Idiosincráticos (Hipótesis desde la experiencia empírica).	¿qué se puede inferir más allá de los datos (predecir)? (90 min) Socializar las respuestas y argumentos de cada grupo de trabajo a las preguntas (45 min). Presentar cuestionario-prueba individual (https://forms.office.com/r/aUFwh8k4jA; 45 min).	En el GE_ARA, se les pedirá a los estudiantes que construyan una memoficha en la que consideren las fases (planear tareas, controlar su desempeño o esfuerzos, y reflexionar críticamente) y los procesos, para ser usada cuando se enfrenten a la evaluación de conocimientos. .

Anexo H: Guía de la profesora

Las catorce sesiones de clase, de 50 minutos cada una, se categorizan en tres momentos: introducción, orientación y evaluación.

Tome en consideración que la idea de andamiaje hace referencia a las pequeñas tareas o estrategias diseñadas por la profesora para apoyar al estudiante en la construcción de nuevos aprendizajes, éstas deben ser desarrolladas en ciertos momentos. Al finalizar, el estudiante decide cuáles estrategias seguirá aplicando en situaciones semejantes.

-Introducción: Presentar el objetivo de estas sesiones y solicitar a los estudiantes que de manera individual resuelvan el cuestionario de diferencia individual y el de razonamiento estadístico (55 minutos) para que se pueda establecer un primer diagnóstico sobre los conocimientos o habilidades previas e iniciar el desarrollo de este ambiente de aprendizaje; no olvide mencionar que esta prueba representa una evaluación de conocimientos previos y no una calificación para el curso.

En un segundo momento, realizar una lluvia de ideas previas en torno a preguntas sobre ¿Cómo se usa la estadística en el día a día? ¿Qué gráficos e indicadores estadísticos conoce? y proyectar las diapositivas (ver Anexo H) que están divididas en dos partes. La primera parte muestra ejemplos, vocabulario (las variables, los gráficos, las definiciones de indicadores de tendencia), y usos de la estadística en la vida diaria *(25 minutos)*. Los estudiantes deben tomar apuntes (10 minutos).

En un tercer momento, presente los 4 procesos que se consideran necesarios para desarrollar el razonamiento estadístico a partir del análisis exploratorio de datos (describir, organizar y resumir, representar, y analizar) con el ejemplo propuesto por Behar y Yepes (2007) titulado “tiempo de espera en un triage de urgencias” dispuesto en la segunda parte de las diapositivas.

- Primero, lea el enunciado y luego de una lluvia de ideas prosiga con el orden de las diapositivas explicando cada una y resolviendo las dudas de los estudiantes. En el caso del *proceso de descripción*, espere a que algunos estudiantes emitan algunas respuestas y luego en el *proceso de organizar*, pídales que verifiquen los valores y las frecuencias, marca de clase, entre otros, recuérdeles cómo hacerlo de ser necesario y haga énfasis en el uso de los símbolos f_a, n_i, x_i (10 minutos).
- En segundo lugar, debe presentar y estimar los indicadores de tendencia (central y dispersión) para mostrar cómo *resumir el comportamiento* de los datos. Para tal fin, sugiera el uso del programa de Excel que mediante fórmulas permite hacer los cálculos numéricos entre los valores de las columnas y definir las operaciones entre celdas $[x_i(n_i);\ f_i(x_i); f_i(x_i - \bar{x})^2]$, así pueden actuar más rápido sobre la información estadística y podrán dedicar más tiempo a emitir juicios sobre el valor numérico de los indicadores de los datos con relación a la situación abordada (15 minutos). Facilite los siguientes videos a los estudiantes, puede ser por la plataforma de TEAMS, para su posterior repaso (tabla de frecuencias con intervalos https://youtu.be/u1Tj1yvxpJ0; histograma y medidas de tendencia central https://youtu.be/uZutSzWST7g; diagrama de caja https://youtu.be/Cg22M5slEao)
- En tercer lugar, se habla sobre el *proceso de representar* señalando que se puede graficar a mano o usar programas como *Excel, Jasp, o geogebra* (https://youtu.be/uZutSzWST7g) y debe señalar los elementos de la distribución de datos, particularmente con el diagrama de caja (10 minutos).

- Finalmente, para el *proceso de analizar*, señale la existencia de patrones, la posibilidad de comparar los diferentes intervalos, inferir hacía la posibilidad de reducir los tiempos de espera en la clínica u otras estrategias (10 minutos). Además realice la pregunta ¿Cuáles temas y datos serían de interés para la comunidad?, que podrían ser recolectados en el salón de clase; tome nota de ellos (10 minutos).

- Orientación-Contingencia: Previamente, organice los grupos de trabajo según las preferencias individuales categorizadas. En clase, permita que cada grupo escoja un tema entre aquellos que fueron previamente sugeridos por los estudiantes, de manera verbal o por medio de la plataforma de Microsoft Teams. Cada grupo debe trabajar con un tema diferente (15 minutos). Proporcione a cada grupo la G*uía 1* en formato impreso (ver Anexo I), adaptada a su preferencia individual (DC-INT-IC-ARA). Esta guía incluirá instrucciones basadas en los cuatro procedimientos del análisis exploratorio, las definiciones de los contenidos que profundizarán (medidas de dispersión, posición y diagrama de caja) y estrategias específicas. Solicite a los estudiantes que lean el material y manifiesten sus dudas (15 minutos). Durante este momento, el trabajo de la profesora se centrará en aclarar dudas sobre los procedimientos, explicar las ideas estadísticas, y brindar retroalimentaciones sobre sus procesos de aprendizaje, fomentando que los estudiantes inicialmente ofrezcan sus propias explicaciones antes de intervenir.

Solicite periódicamente a los estudiantes revisar los tiempos empleados en cada actividad. Para la recolección de datos, sugiera que cada integrante recolecte 8 datos. Para optimizar el proceso, cada estudiante puede dirigirse a uno de los diferentes grupos y recolectar 4 datos, luego se dirige a otro grupo y recolecta otros 4. En los *cursos experimentales*, haga énfasis en estrategias y preguntas alineadas con las diferencias individuales (15 minutos).

Asegúrese de haber reservado previamente la sala de sistemas para que los estudiantes usen herramientas tecnológicas en el análisis de datos recolectados. Durante la sesión, motive a los estudiantes a emplear calculadoras, programas o aplicaciones para organizar los datos, representarlos y calcular indicadores estadísticos. Refuerce la importancia de los cuatro procedimientos para el análisis exploratorio de datos (describir, organizar, representar, y analizar). Además, oriente cada grupo con las preguntas orientadoras adaptadas a sus diferencias individuales y promueva una reflexión sobre la variabilidad de los resultados (90 minutos). 15 minutos antes de finalizar la clase, recuérdeles que deben organizar dos o tres diapositivas para presentar sus análisis y para diligenciar el diario de campo o progreso en los dos grupos experimentales.

Tabla de preguntas orientadores o contingencias según la diferencia individual

Grupo control	Grupo DC	Grupo IC	Grupos ARA
¿Cuál puede ser la pregunta que oriente el análisis exploratorio de datos sobre su tema? ¿Cuáles son las tendencias de los datos?	Dar instrucciones simples ¿Cuál es el objetivo de hacer este análisis exploratorio? ¿Cuáles son los momentos planeados para hacer el análisis exploratorio? ¿Cuáles herramientas van a usar y cómo? ¿Qué tan frecuentes fueron los repasos sobre las ideas,	Dar instrucciones complejas ¿Cómo acordaron el objetivo de este análisis? ¿Se presentó algún conflicto entre los integrantes? ¿cómo se tramitó? ¿Cómo hicieron el repaso del conocimiento para presentar el análisis?	Fomentar reflexiones sobre la planeación, monitoreo, reflexión, y regulación de tareas que orientan el aprendizaje. Evite procrastinar. ¿Qué información se pretende recolectar? ¿Cuánto tiempo pueden dedicarle a cada actividad?

¿Por qué usar esa gráfica y no otra? ¿Qué argumentos orientan la toma de decisiones con estos datos? ¿Cuál es la mejor forma de resumir los datos? ¿Cómo transmitir a los demás la relevancia de su análisis? ¿Cuáles estrategias le brindan seguridad para decidir con base en la información estadística?	las técnicas, o la construcción de gráficas? ¿Se pueden extraer los datos del gráfico? ¿Cómo? ¿Se cumplió con el objetivo planeado? ¿Los datos muestran una tendencia aplicable a otros estudiantes? Justifique ¿Cuáles son las tendencias de los estudiantes (de sus datos)? Valor de indicadores. ¿Cómo presentarían los datos, para que cualquier persona los entienda y confíe en la información? ¿Cuáles argumentos deberían considerar si como empresa conocen estos datos? ¿Ha sido consciente de las distracciones y las ha manejado? ¿Alguien lo ha hecho por usted? ¿Cómo subrayó, organizó o hizo un gráfico con la información estadística o los datos?	¿Cuáles son las tendencias de los datos (centrales, dispersión y posición)? ¿Qué tan confiables u homogéneas son las medidas de tendencia central? ¿El gráfico muestra una tendencia simétrica? ¿Qué implicaciones tendría? ¿Qué implicaciones tendría para una empresa estos datos? ¿Cómo informaría a los demás sobre sus hallazgos para que tomarán una decisión? ¿Cuáles son las principales inferencias realizadas? ¿Cómo explicaría el resumen de los datos y las representaciones creadas?	¿Quiénes serán los responsables de cada tarea? ¿Han verificado si lo planeado fue lo más eficiente?, y en caso de que no, ¿lo han modificado? ¿cómo? ¿Se han preguntado qué tanto tiempo han procrastinado? ¿Se están regulando individualmente o alguien le llama la atención? ¿Consideran que las representaciones o indicadores son los que mejor resumen la información? ¿Cuáles elementos considera que influyeron en el logro o fracaso de este proyecto? Si su emprendimiento se basara en esta información ¿cuáles indicadores o argumentos usaría para tomar decisiones?

- Evaluación: En este momento los estudiantes presentarán un resumen de sus datos y análisis mediante dos o tres diapositivas. Además, deberán reflexionar sobre los datos obtenidos y las estrategias usadas por cada grupo. Esta reflexión les permitirá tomar consciencia de sus procesos previos de toma de decisiones y de los elementos adicionales que podrían considerar en el futuro (90 minutos de clase).

Posteriormente, envíe o proyecte a los estudiantes la G*uía 2* (ver Anexo J), que deberán desarrollar de manera individual o en parejas. Indíqueles que deben responder por escrito los ejercicios, explicando el razonamiento detrás de cada decisión, utilizando el marco de reversibilidad del conocimiento (Obvio, Específico, Evidencia, Significado -O.S.E.M- por sus siglas en inglés).

Para favorecer un aprendizaje adaptado a las diferencias individuales, organice el aula en sectores según las necesidades de los estudiantes. Durante la actividad, oriéntelos para que revisen sus apuntes y las instrucciones de la G*uía 1* tantas veces como sea necesario. Este proceso permitirá evaluar la transferencia del conocimiento e identificar el nivel de razonamiento estadístico general (90 minutos).

Para finalizar, los estudiantes compartirán los argumentos que los condujeron a tomar determinadas decisiones y debatirán sobre los aprendizajes alcanzados. Este intercambio se llevará a cabo considerando la rúbrica de evaluación (ver Anexo K), fomentando la metacognición y la consolidación del razonamiento estadístico (45 minutos).

Tabla de preguntas de transferencia según la diferencia individual: ¿Qué es lo obvio, lo específico, la evidencia, el significado [O.S.E.M. siglas en inglés]?			
Grupo control	Grupo DC	Grupo IC	Grupos ARA
¿Mencionen cuáles estrategias, de las aplicadas en el proyecto, uso para analizar esta información? Usen otras representaciones o indicadores para validar la confianza en las medidas de tendencia central ¿Cuáles preguntas asociadas a las ideas estadísticas surgieron? ¿Los ejercicios les permitieron relacionar las ideas estadísticas? Justifique.	¿Qué información dispuso en sus memo-fichas? Explique cómo los procesos de describir, organizar, representar y analizar son útiles para tomar decisiones. ¿Cómo podría destacar otras cualidades de la información? ¿Cómo ir de la gráfica a los datos? Reversibilidad de una representación a los datos. ¿Cree usted que en todos los ejercicios se tenía la información suficiente para decidir? ¿Pudo inferir en qué momentos necesitaba un conocimiento estadístico y como aplicarlo? Justifique.	Usen otras representaciones o indicadores para validar la confianza en las medidas de tendencia central ¿Cuáles fueron las ideas estadísticas que usó para analizar estas situaciones? ¿Identificó los procesos estadísticos para decidir en los problemas? ¿Qué tan complejo fue aplicar la capacidad de transnumerar?	No olvide hacer un resumen de la información estadística que usará. Anote preguntas y manifiéstelas a la profesora para dar continuidad con su proceso de aprendizaje. ¿Usó las fases de planeación, disposición y evaluación, durante el análisis de estas situaciones? ¿Cuáles fueron las ideas estadísticas que más le costó entender? ¿Son las medidas de tendencia central suficientes para decidir? ¿Usar representaciones gráficas le ayudo a tomar una decisión?

Para concluir con el ambiente de aprendizaje, enfatice los principales aciertos, las dificultades encontradas y las estrategias observadas a lo largo de las actividades. Luego, invite a los estudiantes de ambos grupos (experimentales y control) a completar la prueba de conocimiento que mide el razonamiento estadístico (45 minutos).

Estructura de las guías del estudiante según el grupo

Grupo control

Guía 1 (guía general): Material con definiciones, enlaces de videos de apoyo y procesos detallados para el análisis exploratorio de datos.

Guía 2: Ejercicios diseñados para fomentar el razonamiento estadístico a partir del análisis de datos en noticias o situaciones simuladas.

Grupos experimentales

Guía 1: Material con definiciones, enlaces de videos de apoyo y andamiaje personalizado según el estilo cognitivo (DC-INT-IC) y para desarrollar la autorregulación del aprendizaje (ARA).

Guía 2: Ejercicios diseñados para fomentar el razonamiento estadístico a partir del análisis de datos en noticias o situaciones simuladas.

Anexo I: Diapositivas análisis exploratorio de datos







Análisis exploratorio de datos



Tomado del libro de estadística descriptiva de Behar y Yepes (2007).
Ejemplo "tiempo de espera en un triage de urgencias".

Adaptada por: Nataly Mateus
2023

19

Estadística Descriptiva. Cap2. Variables unidimensionales.

Los datos que a continuación se presentan corresponden a los tiempos de atención (en minutos) de pacientes en la "clasificación del triage" del servicio de urgencias de un hospital

13.1, 7.1, 14.8, 19.0, 10.2, 18.0, 19.8, 15.0, 17.3, 10.8, 22.3, 14.5, 17.1, 14.9, 12.0, 14.0, 18.4, 10.2, 15.8,16.5, 15.0, 17.6, 4.2, 13.4, 21.2, 14.7, 13.8, 21.0, 14.3, 11.1, 18.9, 8.3, 16.6, 11.2, 20.2, 14.4, 13.5, 18.2,12.4, 17.0, 26.7, 15.5, 22.0, 12.9, 17.9, 7.4, 18.0, 19.8, 16.0, 21.2



¿Cómo harían el análisis exploratorio?

Es entorno a estos procesos que debe PLANEAR su análisis exploratorio

20

1. Describir

Población o muestra: 50 tiempos.

Tipo de variable: Cuantitativa continua

Cómo se recolectó la información: Medición con **un** instrumento en la sala de urgencias de un hospital.

Planear: la organización, representación(nes), resumir información (medidas descriptivas) e interpretar los resultados.

Quién: Estadístico o investigador.

21

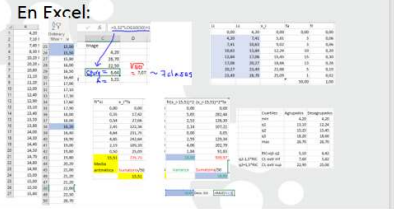
2. Organizar y resumir: Manualmente o en Excel

13.1, 7.1, 14.8, 19.0, 10.2, 18.0, 19.8, 15.0, 17.3, 10.8, 22.3, 14.5, 17.1, 14.9, 12.0, 14.0, 18.4, 10.2, 15.8,16.5, 15.0, 17.6, 4.2, 13.4, 21.2, 14.7, 13.8, 21.0, 14.3, 11.1, 18.9, 8.3, 16.6, 11.2, 20.2, 14.4, 13.5, 18.2,12.4, 17.0, 26.7, 15.5, 22.0, 12.9, 17.9, 7.4, 18.0, 19.8, 16.0, 21.2

Clase (k)	Intervalo	Marca de clase (x)	Frecuencia absoluta (n o fa)	Frecuencia relativa (f o fr)
1	[4.20-7.41)	5.8	3	0,06
2	[7.41-10.62)	9.0	3	0,06
3	[10.62-13.83)	12.2	10	0,20
4	[13.83-17.04)	15.4	15	0,30
5	[17.04-20.25)	18.6	13	0,26
6	[20.25- 23.46)	21.8	5	0,10
7	[23.46-26.70]	25.1	1	0,02
			50	

22

En Excel:



23

3. Representar

Diagrama de líneas, histograma, y diagrama de caja y bigotes, según el tipo de variable

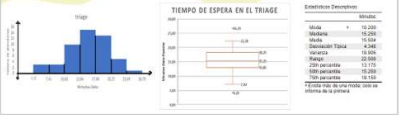


Con ayuda de Paint

24

4. Analizar

- Compare intervalos o categorías
- Infiera sobre estrategias para reducir los tiempos de espera en la clínica
- Mencione si las medidas de tendencia central son confiables y argumente.



25

Parte III

Organización de grupos de trabajo y selección de datos para recolectar.

26

Temas de interés para el trabajo en grupo



27

Criterios de evaluación:

- Identifica (tipo de variable, escalas) y establece un plan de trabajo [0.5]
- Organiza (completa la tabla de frecuencias) [0.5]
- Resume por medio de medidas descriptivas (tendencia central, dispersión y posición) [1.5]
- Representa (transnumerar) [1.0]
- Infiere-Argumenta (decide con base en el proceso) [1.0]
- Plus: explicar ideas estadísticas, presentar procesos y argumentar más allá de los calculos. [0.5]

28

Anexo J: Guía 1. Trabajo en Equipo.

Escuela Tecnológica Instituto Técnico Central. Área: matemáticas. Tercer periodo. Profesora: Nataly Mateus e Inés Toro. Grado octavo. Guía 1: Proyecto de economía y finanzas. Semanas del 28 de agosto al 05 de septiembre. Objetivo General: Desarrollar el razonamiento estadístico mediante el análisis exploratorio de datos para que el estudiante tome decisiones según las tendencias de los datos. (5 horas de clase)

Importante GC: Las socializaciones del análisis exploratorio de datos de su grupo será en la cuarta sesión de clase y contarán con 5 minutos para hacerla. No olvide reflexionar sobre los procesos, los datos y de ser posible compárelos. Ej. ¿Varían los resultados con respecto al género o la edad?

Aplicaciones de la estadística y la responsabilidad que debemos asumir

Cada día nos encontramos con datos que van desde una encuesta en una red social hasta el análisis económico de un país, desde las películas hasta en la vida real, desde los alimentos hasta las medicinas, y desde la opinión pública hasta el comportamiento social. Como se ha observado en votaciones y tendencias de moda, la información es la que guía nuestras decisiones y es nuestra responsabilidad ser cuidadosos con la interpretación que le damos.

Por ejemplo, los científicos-médicos tienen la responsabilidad de usar los resultados estadísticos de experimentos usados para probar la efectividad y seguridad de los medicamentos al momento de hacer una prescripción médica; incluso para la aplicación de la ley se toma en consideración las estadísticas del crimen; o si se considera la posibilidad de cambiar de trabajo y/o mudarnos a otra comunidad, deberíamos considerar las estadísticas sobre el costo de vida, índice de delincuencia y calidad educativa (GAISE, 2018).

Temas para el estudio de la dispersión de los datos y la confiabilidad.

Las medidas de dispersión permiten sacar conclusiones mucho más objetivas en una distribución estadística, indican qué tan lejos o cerca se encuentran unos datos de otros en una distribución de frecuencias con respecto a la media aritmética. Así, si dos grupos de datos tienen el mismo promedio será más descriptivo el grupo que presente menor variabilidad, menor desviación estándar.

Vocabulario

Razonamiento estadístico: Forma en la que un individuo logra relacionar ideas estadísticas para obtener argumentos que lo orienten en la toma de decisiones. Suele evidenciarse cuando un estudiante logra identificar ideas, realizar experimentos que dan cuenta de la variabilidad de los datos, y reflexionar sobre el sentido de la estadística

Análisis exploratorio de datos: es la disciplina que busca dar sentido a los datos según sus medidas descriptivas y representación.

Medidas de tendencia central: Son valores numéricos que pretenden resumir o representar en un solo valor un conjunto de datos, por lo tanto, dichas medidas se pueden calcular con datos cuantitativos. Las medidas más usadas son la media aritmética, la moda, y la mediana.

- **Media aritmética:** Es un valor que equidista de la totalidad, también, es un punto de equilibrio de la distribución de datos.
- **Moda:** Es el dato que representa la preferencia de la población. Dato o marca de clase con mayor frecuencia.
- **Mediana:** Es el valor numérico que supera no más de la mitad de los datos y a su vez es superado por no más de la mitad de los datos. Se calcula a partir de la posición ordenada de los datos.

Medidas de dispersión: Son indicadores sobre qué tanto varían los datos numéricos con respecto a la media aritmética y así considerar qué tan arriesgado es decidir. A mayor dispersión mayor riesgo. Las medidas más usadas en los estudios estadísticos son el rango, la varianza y la desviación estándar.

- **Rango o recorrido de una serie de datos:** Es la distancia entre el dato mayor y el menor. El recorrido nos da una medida del grado de dispersión.
- **Varianza**: Es la media aritmética del cuadrado de las desviaciones con respecto a la media en una distribución estadística. La varianza siempre será mayor que cero. Mientras más se aproxima a cero más concentrados están los valores de la serie alrededor de la media. Por el contrario, mientras mayor sea la varianza más varían.
- **Desviación estándar o desviación típica***:* Indica que tan alejado se encuentran los datos en relación con la media aritmética. Se obtiene extrayendo la raíz cuadrada de la varianza.
- **Coeficiente de variación**: Es un valor de referencia o porcentaje que mide la homogeneidad de los datos (no varían mucho) solo si el porcentaje es menor al 30%. Se calcula como cociente entre la desviación típica y la media aritmética.

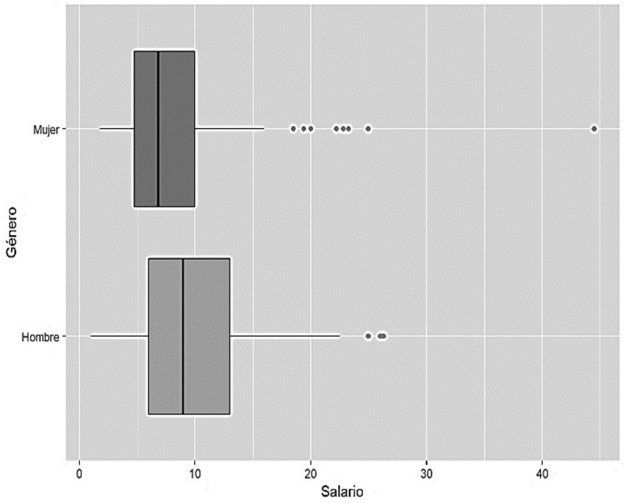
Nota: El coeficiente de variación no posee unidades, es típicamente menor que uno, y para su mejor interpretación se expresa como porcentaje. En estadística, cuando se desea hacer referencia a la relación entre el tamaño de la media y la variabilidad de la variable se utiliza el **coeficiente de variación**.

Medidas de posición: Son medidas asociadas a la posición de los datos luego de ser organizados desde el menor dato al mayor (similar a lo que hace la mediana). Las medidas más usadas son los cuartiles (dividen en 4 secciones a los datos) y se requieren para construir el diagrama de caja y alambres.

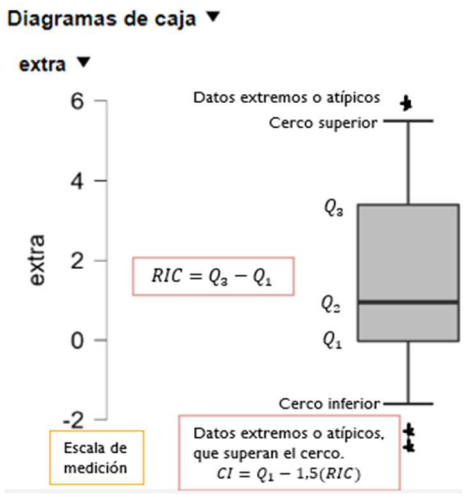
- **Cuartiles:** son tres valores representativos que dividen en cuatro partes los datos de forma equidistante. Estos equivalen en porcentajes a Q_1 el 25%; Q_2 *el* 50%; Q_3 *el* 75%

Diagrama de caja y alambres o bigotes: Es un diagrama sencillo que permite comparar dos o más distribuciones de datos. Para construirlo se deben calcular las posiciones de los datos, dato menor (d_m), dato mayor (D_M), los cuartiles (Q_n), el rango intercuartil ($\mathrm{RIC} = Q_3 - Q_1$), los extremos (*).

Ejemplo 1



Ejemplo 2:



Instrucciones para desarrollar el proyecto en grupo

Recuerde que es obligatorio traer sus materiales de trabajo y los datos, que se solicitaron en la clase (pues de no hacerlo, no solo afectara la recolección de datos de los compañeros, sino, que no podrá participar de la actividad). Además, debe trabajar en armonía con sus compañeros y en las horas de clase determinadas para tal fin. **No es** un trabajo para hacer en otros momentos.

1. **Lea la guía completamente** y determine en qué nivel se encuentra con relación a la rúbrica de nivel de razonamiento y de conocimiento, además, identifiquen y anote en el diario de clase el nivel que predomina en el grupo. Estudien los temas presentados y socialicen las dudas y comprensiones con la profesora (ver videos sugeridos en Teams-10 minutos).
2. Anuncie a la profesora y estudiantes la pregunta escogida para investigar (¿qué datos van a recolectar y bajo cuál propósito?), asignen las tareas para cada integrante del grupo, e inicien la

recolección de información (10 minutos). En un archivo digital almacenen los avances de cada clase.

3. En grupo se reúnen para ejecutar los cuatro procesos que les conducirá a realizar un análisis efectivo de la información: ***descripción, organización-resumen, representación, y análisis***. Recuerde que todo lo debe ir registrando en el archivo digital (60 min).
4. Acuerde cómo van a exponer el análisis exploratorio de datos (cartelera o diapositiva) en 5 minutos y añada una reflexión (nivel de razonamiento alcanzado como grupo), un dato adicional sobre su dato estadístico, y una conclusión general (sobre su dato, el análisis hecho, las dificultades y estrategias usadas) (30 minutos).

Escuela Tecnológica Instituto Técnico Central. Área: matemáticas. Tercer periodo. Profesora: Nataly Mateus e Inés Toro. Grado octavo. Guía 1: Proyecto de economía y finanzas. Semanas del 28 de agosto al 05 de septiembre. Objetivo General: Desarrollar el razonamiento estadístico mediante el análisis exploratorio de datos para que el estudiante tome decisiones según las tendencias de los datos. (5 horas de clase)

Importante G-DC: Las socializaciones del análisis exploratorio de datos de su grupo será en la cuarta sesión de clase y contarán con 5 minutos para hacerla. No olvide reflexionar sobre los procesos, los datos, y de ser posible comparar. Ej. ¿Varían los resultados con respecto al género o la edad?

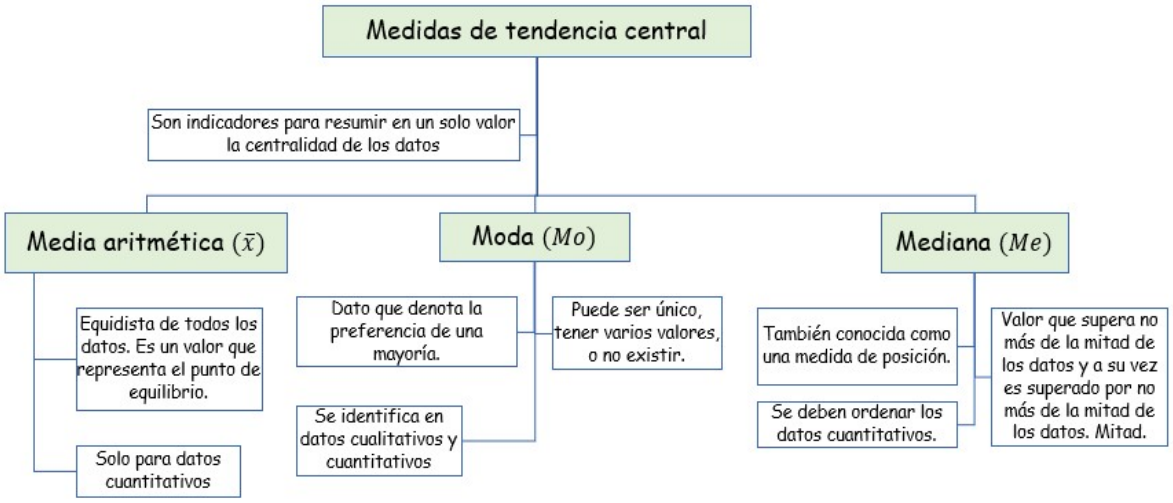
Aplicaciones de la estadística y la responsabilidad que debemos asumir

(…)

Vocabulario

Razonamiento estadístico: Forma en la que un individuo logra relacionar ideas estadísticas para obtener argumentos que lo orienten en la toma de decisiones. Suele evidenciarse cuando un estudiante logra identificar ideas, realizar experimentos que dan cuenta de la variabilidad de los datos, y reflexionar sobre el sentido de la estadística.

Análisis exploratorio de datos: es la disciplina que busca dar sentido a los datos según sus medidas descriptivas y representación.



Medidas de dispersión: Son indicadores sobre qué tanto varían los datos numéricos con respecto a la media aritmética y así considerar qué tan arriesgado es decidir. A mayor dispersión mayor riesgo. Las medidas de dispersión permiten sacar conclusiones mucho más objetivas en una distribución estadística, indican qué tan lejos o cerca se encuentran unos datos de otros en una distribución de frecuencias con respecto a la media aritmética. Así, si dos grupos de datos tienen el mismo promedio será más descriptivo el grupo que presente menor variabilidad, menor desviación estándar.

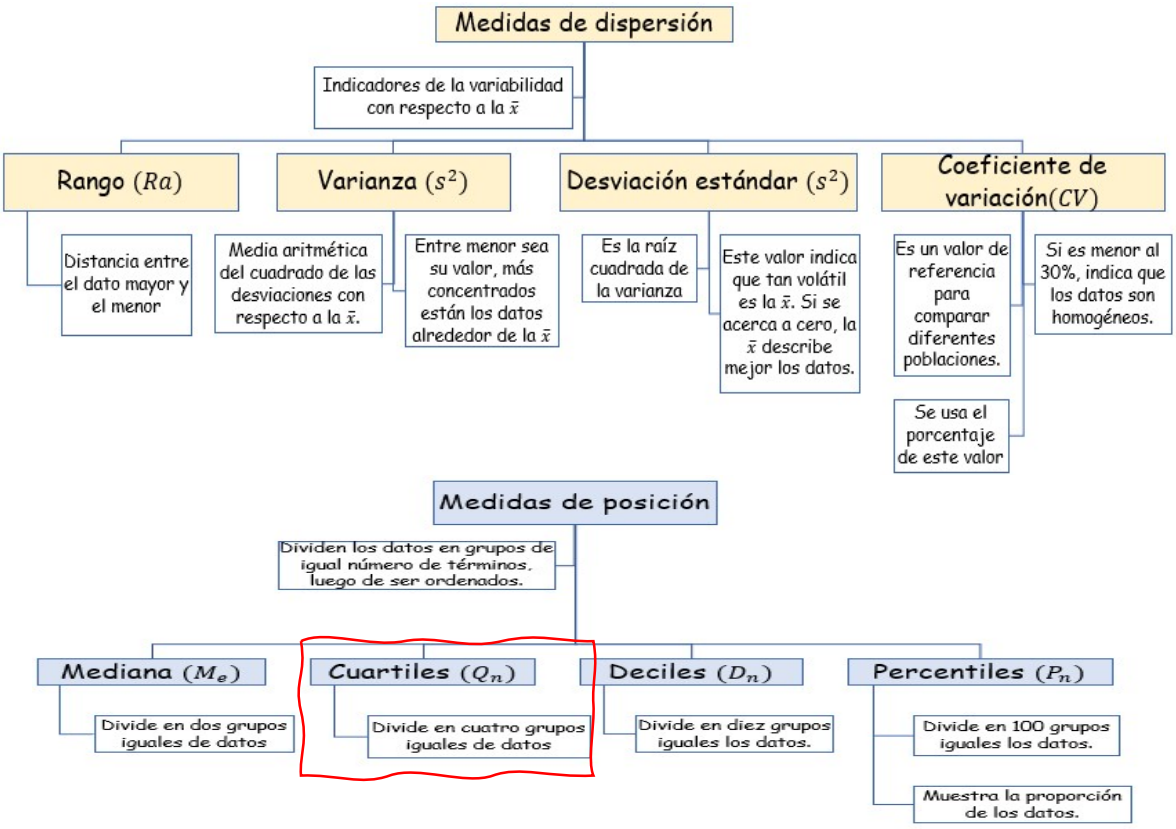
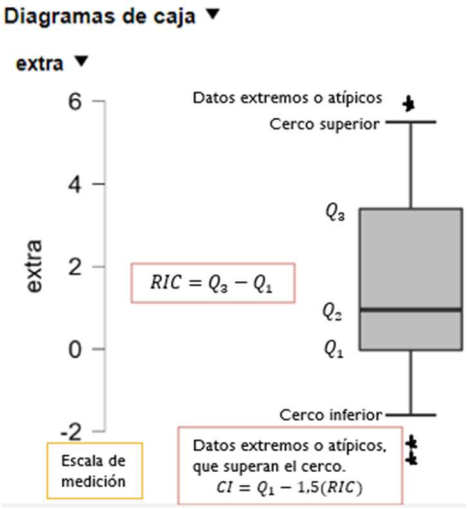
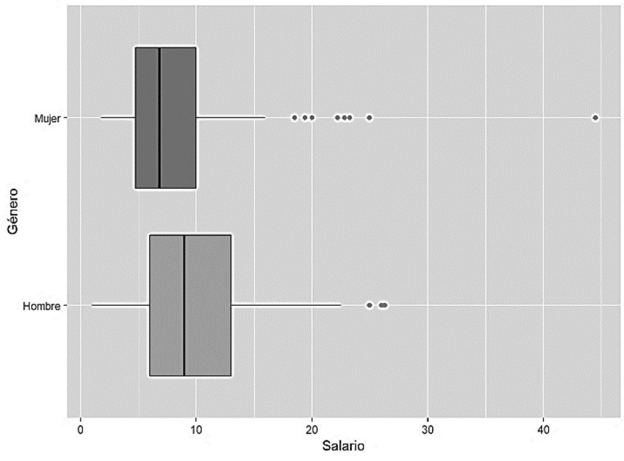


Diagrama de caja y alambres o bigotes: Es un diagrama sencillo que permite comparar dos o más distribuciones de datos. Se deben calcular las posiciones de los datos, dato menor (d_m), dato mayor (D_M), los cuartiles (Q_n), el rango intercuartil $(\text{RIC} = Q_3 - Q_1)$, y los datos extremos (*).

Ejemplo 1



Ejemplo 2:



Instrucciones para desarrollar el proyecto en grupo

Recuerde que es obligatorio traer sus materiales de trabajo y los datos que se solicitaron en la clase (pues de no hacerlo, no solo afectara la recolección de datos de los compañeros, sino, que no podrá

participar de la actividad), además, debe trabajar en armonía con sus compañeros y en las horas de clase determinadas para tal fin. **No es** un trabajo para hacer en otros momentos.

1. **Lea la guía completamente** y determine en qué nivel se encuentra a nivel individual y a nivel grupal con relación a las rúbricas (habilidad según el estilo cognitivo y razonamiento – conocimiento) y anótelos en el diario de clase. Luego repasen los temas presentados por la profesora, socialicen sus dudas y las comprensiones (Ver videos sugeridos 10 min).
2. Escojan el tema e infórmenlo a la profesora, luego, construyan una pregunta para investigar (¿qué datos van a recolectar y con qué propósito?), identifiquen las habilidades de los integrantes del grupo (hablar, escuchar, leer, dibujar, escribir) y de acuerdo con estas planeen todas las tareas que los conduzcan a hacer el análisis de los datos señalando tiempos, responsables, y cuáles tareas harán en cada sesión de clase (anótelo en un archivo digital junto a los avances de cada clase). Inicien con la recolección de datos (10 minutos) y sigan con cada actividad planeada; al finalizar cada tarea reflexionen sobre sus acciones, sobre el trabajo en equipo, y sobre las tareas pendientes.
3. Apliquen las *estrategias sugeridas*, durante el análisis exploratorio considerando los cuatro procesos que les conducirá a realizar un análisis efectivo de la información: ***descripción, organización-resumen, representación, y análisis***. Si no recuerdan o no anotaron en qué consiste cada proceso pregúntenle a la profesora y realice una memoficha para localizar la información más rápidamente (60 minutos).
4. Acuerden cómo presentarán los resultados del análisis exploratorio de datos (cartelera o diapositiva) en 5 minutos y a esa presentación añada una reflexión (sobre la rúbrica de evaluación), un dato adicional sobre su dato estadístico, y una conclusión en general (sobre el análisis hecho, las dificultades y estrategias usadas) (30 minutos).

Estrategias sugeridas

1. Evitar y controlar las distracciones durante las clases. Entre las principales distracciones están: los juegos (con el celular o con un balón), tomar fotos, hablar con compañeros o familiares sobre situaciones ajenas a las tareas propuestas para la clase, o desarrollar tareas de otras asignaturas.
2. Solicite la orientación de la profesora, revisen en grupo sus apuntes y videos sugeridos en Teams, y retroalimente el trabajo desarrollado (fortalezas señaladas por la profesora o pares y autoevaluación sobre lo planeado).
3. Aplique las siguientes estrategias según sus preferencias:
    a. Estrategias para comprender: se usan durante una tarea de aprendizaje. Leer varias veces la pregunta; identificar cuáles conceptos o procedimientos debe aplicar y cuándo se usarán; seleccionar una herramienta tecnológica para organizar y hacer cálculos para concentrar su atención en el cómo se comportan los datos; usar dos representaciones gráficas para destacar diferentes aspectos de los datos; plantear otras preguntas y verificar si tienen o no respuesta para estos datos; ser consciente de las estrategias que le conducen a un análisis y de las diferentes formas que hay para presentar los datos; recordar que según la técnica usada los resultados numéricos van a diferir en la décima.
    b. Estrategias para planificar: se usan para organizar las tareas que conducirán al alcance de una meta que en este caso sería analizar y socializar los datos. Organice un plan de trabajo en torno a los 4 procesos estadísticos (***descripción, organización-resumen, representación, y análisis***). Identifique y escoja el tipo de variable, la escala a usar, método para recolectar la información; calcule las medidas descriptivas representativas; escoja las representaciones más convenientes; realicen interpretaciones de los datos.
    c. Retroalimentación sobre el aprendizaje: suelen ser observaciones sobre las actividades desarrolladas, preguntas para redireccionar la actividad, o revisiones parciales sobre las habilidades asociadas al razonamiento estadístico; pueden ser pedidas o sugeridas por la profesora o los pares académicos.
4. Ítems para reflexionar y presentar al finalizar con relación al progreso del grupo:
    a. ¿Fue eficiente hacer un horario o planeación de actividades con tiempos? ¿porqué? Indique si tenían todos los materiales e información, o si les falto algo.
    b. ¿Cumplieron con todas las tareas propuestas en los tiempos establecidos? ¿Qué se les dificultó?

c. ¿Aprendió o comprendió los conceptos tratados? ¿consideran que se alcanzó un nivel de razonamiento estadístico diferente al escogido inicialmente? Por qué. ¿Qué se les dificulto, al menos a uno de los integrantes?
d. ¿Cuáles estrategias no fueron útiles? ¿Qué planearían de manera diferente?
e. ¿Cuál fue la habilidad que más se dificultó a cada integrante (rúbrica de habilidades)?
f. ¿Cómo planearon y resolvieron la pregunta que orientó el proyecto? Enuncien cuáles elementos se requieren para tomar decisiones con base en información estadística.

Escuela Tecnológica Instituto Técnico Central. Área: matemáticas. Tercer periodo. Profesora: Nataly Mateus e Inés Toro. Grado octavo. Guía 1: Proyecto de economía y finanzas. Semanas del 28 de agosto al 05 de septiembre. Objetivo General: Desarrollar el razonamiento estadístico mediante el análisis exploratorio de datos para que el estudiante tome decisiones según las tendencias de los datos. (5 horas de clase)

Importante G-INT: Las socializaciones del análisis exploratorio de datos de su grupo será en la cuarta sesión de clase y contarán con 5 minutos para hacerla. No olvide reflexionar sobre los procesos, los datos, y de ser posible comparar. Ej. ¿Varían los resultados con respecto al género o la edad?

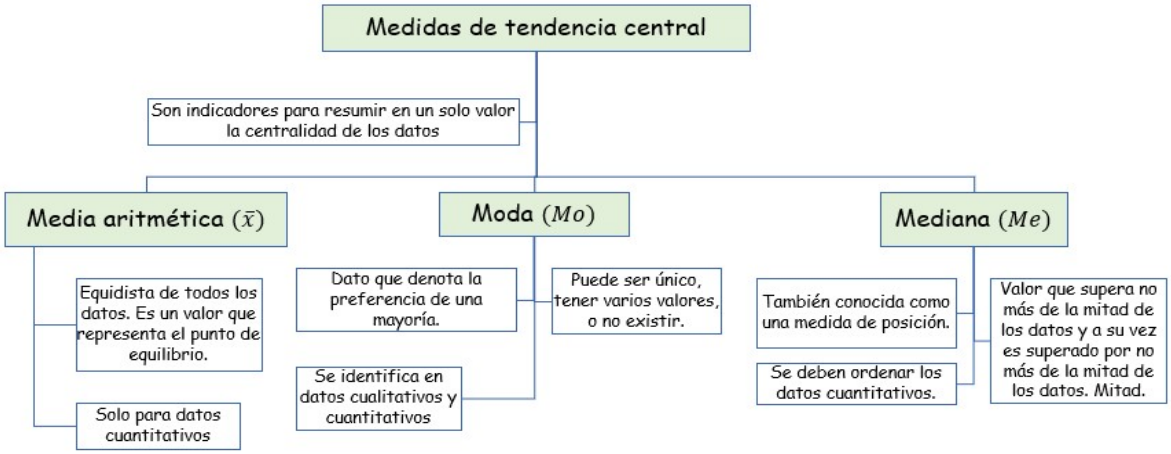
Aplicaciones de la estadística y la responsabilidad que debemos asumir

(…)

Vocabulario

Razonamiento estadístico: Forma en la que un individuo logra relacionar ideas estadísticas para obtener argumentos que lo orienten en la toma de decisiones. Suele evidenciarse cuando un estudiante logra identificar ideas, realizar experimentos que dan cuenta de la variabilidad de los datos, y reflexionar sobre el sentido de la estadística.

Análisis exploratorio de datos: es la disciplina que busca dar sentido a los datos según sus medidas descriptivas y representación.



Medidas de dispersión: Son indicadores sobre qué tanto varían los datos numéricos con respecto a la media aritmética y así considerar qué tan arriesgado es decidir. A mayor dispersión mayor riesgo. Las medidas de dispersión permiten sacar conclusiones mucho más objetivas en una distribución estadística, indican qué tan lejos o cerca se encuentran unos datos de otros en una distribución de frecuencias con respecto a la media aritmética. Así, si dos grupos de datos tienen el mismo promedio será más descriptivo el grupo que presente menor variabilidad, menor desviación estándar.

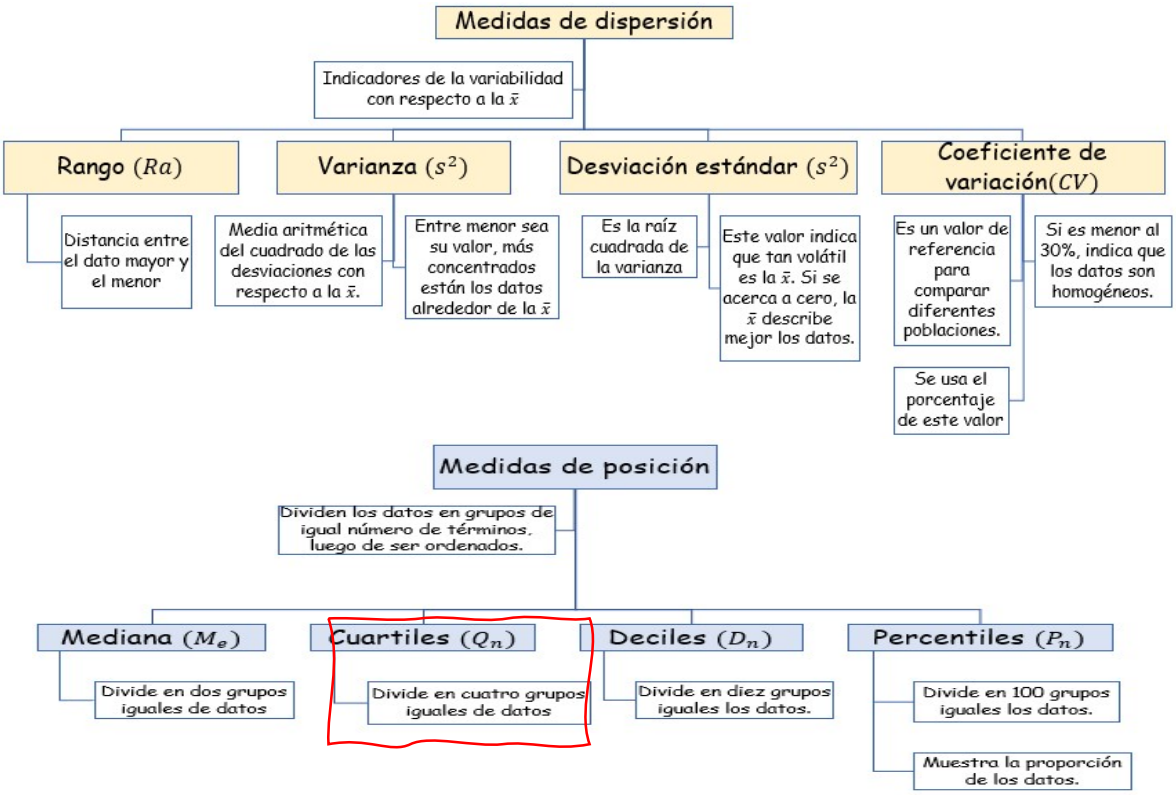
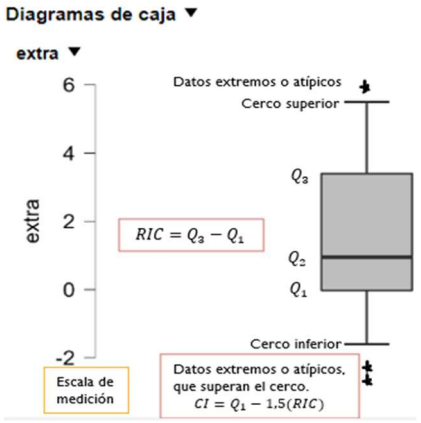
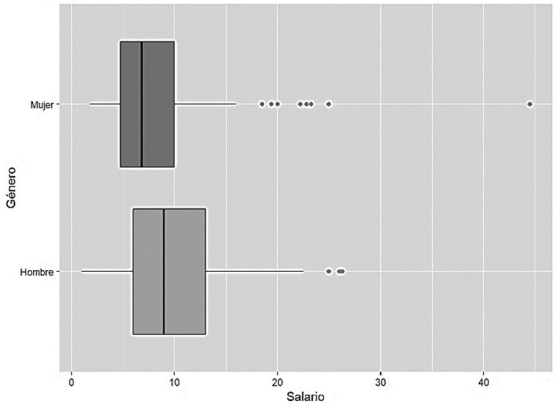


Diagrama de caja y alambres o bigotes: Es un diagrama sencillo que permite comparar dos o más distribuciones de datos. Se deben calcular las posiciones de los datos, dato menor (d_m), dato mayor (D_M), los cuartiles (Q_n), el rango intercuartil $(\text{RIC} = Q_3 - Q_1)$, y los datos extremos (*).

Ejemplo 1



Ejemplo 2:



Instrucciones para desarrollar el proyecto en grupo

Recuerde que es obligatorio traer sus materiales de trabajo y los datos que se solicitaron en la clase (pues de no hacerlo, no solo afectara la recolección de datos de los compañeros, sino, que no podrá participar de la actividad), además, debe trabajar en armonía con sus compañeros y en las horas de clase determinadas para tal fin. **No es** un trabajo para hacer en otros momentos.

1. **Lea la guía completamente** y determine en qué nivel se encuentra a nivel individual y a nivel grupal con relación a las rúbricas (habilidad según el estilo cognitivo y razonamiento – conocimiento) y anótelos en el diario de clase. Luego repasen los temas presentados por la profesora, socialicen las dudas y las comprensiones (Ver videos sugeridos 10 minutos).

2. Escojan el tema e infórmenlo a la profesora, luego, construyan una pregunta para investigar (¿qué datos van a recolectar y con qué propósito?), identifiquen las habilidades de los integrantes del grupo (hablar, escuchar, leer, dibujar, escribir) y de acuerdo con estas planeen todas las tareas que los conduzcan a hacer el análisis exploratorio (tiempos y responsables) y anote la información en un archivo digital. Inicien con la recolección de datos (10 minutos) y continúen según su planeación; al finalizar reflexionen y dialoguen sobre sus acciones y comprensiones.
3. Apliquen las *estrategias sugeridas*, durante el análisis exploratorio considerando los cuatro procesos que les conducirá a realizar un análisis efectivo de la información: ***descripción, organización-resumen, representación, y análisis***. Realice una memoficha para localizar la información más rápidamente (60 minutos).
4. Acuerden cómo presentarán los resultados del análisis exploratorio de datos (cartelera o diapositiva) en 5 minutos y a esa presentación añada: una reflexión (sobre la rúbrica de evaluación), un dato adicional sobre su dato estadístico, y una conclusión en general (sobre el análisis hecho, las dificultades y estrategias usadas) (30 minutos).

Estrategias sugeridas

1. Evitar y controlar las distracciones durante las clases. Entre las principales distracciones están: los juegos (con el celular o con un balón), tomar fotos, hablar con compañeros o familiares sobre situaciones ajenas a las tareas propuestas para la clase, o desarrollar tareas de otras asignaturas.
2. Solicite la orientación de la profesora sobre el conocimiento estadístico, revisen los videos sugeridos en Teams, y retroalimente el trabajo desarrollado (fortalezas señaladas por la profesora o pares y autoevaluación sobre lo planeado).
3. Asuma un compromiso con el trabajo y colabore con sus compañeros. Escuche y respete la opinión o sugerencia del otro, involucre a todos sus compañeros en el trabajo y toma de decisiones.
4. Aplique las siguientes estrategias según sus preferencias:
   a. Estrategias para comprender: se usan durante una tarea de aprendizaje. Leer varias veces; identificar cuáles procedimientos se deben aplicar y cuándo; seleccionar una herramienta tecnológica para interpretar cómo se comportan los datos; usar dos representaciones gráficas para destacar diferentes aspectos de los datos; plantear otras preguntas y verificar si tienen o no respuesta para estos datos; recordar que según la técnica usada los resultados numéricos van a diferir en la décima.
   b. Estrategias para planificar: se usan para organizar las tareas que conducirán al alcance de una meta que en este caso sería analizar y socializar los datos. Organice un plan de trabajo en torno a los 4 procesos estadísticos (***descripción, organización-resumen, representación, y análisis***). Tome en cuenta las consideraciones dadas por la profesora y por sus compañer@s.
   c. Retroalimentación sobre el aprendizaje: suelen ser observaciones sobre las actividades desarrolladas, preguntas para redireccionar la actividad, o revisiones parciales sobre las habilidades asociadas al razonamiento estadístico; pueden ser pedidas o sugeridas por la profesora o los pares académicos.
5. Ítems para reflexionar y presentar al finalizar con relación al progreso del grupo:
   a. ¿Fue eficiente hacer un horario o planeación de actividades con tiempos? ¿porqué? Indique si tenían todos los materiales e información, o si les falto algo.
   b. ¿Aprendió o comprendió los conceptos tratados? ¿consideran que se alcanzó un nivel de razonamiento estadístico diferente al escogido inicialmente? Por qué. ¿Qué se les dificulto, al menos a uno de los integrantes?
   c. ¿Cuáles estrategias no fueron útiles? ¿Qué planearían de manera diferente?
   d. ¿Cuál fue la habilidad que más se dificultó a cada integrante (rúbrica de habilidades)?
   e. ¿Cómo planearon y resolvieron la pregunta que orientó el proyecto? Enuncien cuáles elementos se requieren para tomar decisiones con base en información estadística.
   f. ¿Tuvieron dificultades de comunicación? cómo las solucionaron.

Escuela Tecnológica Instituto Técnico Central. Área: matemáticas. Tercer periodo. Profesora: Nataly Mateus e Inés Toro. Grado octavo. Guía 1: Proyecto de economía y finanzas. Semanas del 28 de agosto al 05 de septiembre. Objetivo General: Desarrollar el razonamiento estadístico mediante el análisis exploratorio de datos para que el estudiante tome decisiones según las tendencias de los datos. (5 horas de clase)

Importante G-IC: Las socializaciones del análisis exploratorio de datos de su grupo será en la cuarta sesión de clase y contarán con 5 minutos para hacerla. No olvide reflexionar sobre los procesos, los datos, y de ser posible comparar. Ej. ¿Varían los resultados con respecto al género o la edad?

Aplicaciones de la estadística y la responsabilidad que debemos asumir

(…)

Vocabulario

Razonamiento estadístico: Forma en la que un individuo logra relacionar ideas estadísticas para obtener argumentos que lo orienten en la toma de decisiones. Suele evidenciarse cuando un estudiante logra identificar ideas, realizar experimentos que dan cuenta de la variabilidad de los datos, y reflexionar sobre el sentido de la estadística

Análisis exploratorio de datos: es la disciplina que busca dar sentido a los datos según sus medidas descriptivas y representación.

Medidas de tendencia central: Son valores numéricos que pretenden resumir o representar en un solo valor un conjunto de datos, por lo tanto, dichas medidas se pueden calcular con datos cuantitativos. Las medidas más usadas son la media aritmética, la moda, y la mediana.

- **Media aritmética:** Es un valor que equidista de la totalidad, también, es un punto de equilibrio de la distribución de datos.
- **Moda:** Es el dato que representa la preferencia de la población. Dato o marca de clase con mayor frecuencia.
- **Mediana:** Es el valor numérico que supera no más de la mitad de los datos y a su vez es superado por no más de la mitad de los datos. Se calcula a partir de la posición ordenada de los datos.

Medidas de dispersión: Son indicadores sobre qué tanto varían los datos numéricos con respecto a la media aritmética y así considerar qué tan arriesgado es decidir. A mayor dispersión mayor riesgo. Las medidas más usadas en los estudios estadísticos son el rango, la varianza y la desviación estándar.

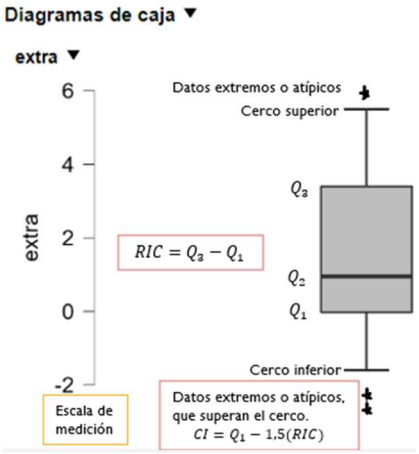
- **Rango o recorrido de una serie de datos:** Es la distancia entre el dato mayor y el menor. El recorrido nos da una medida del grado de dispersión.
- **Varianza**: Es la media aritmética del cuadrado de las desviaciones con respecto a la media en una distribución estadística. La varianza siempre será mayor que cero. Mientras más se aproxima a cero más concentrados están los valores de la serie alrededor de la media. Por el contrario, mientras mayor sea la varianza más varían.
- **Desviación estándar o desviación típica***:* Indica que tan alejado se encuentran los datos en relación con la media aritmética. Se obtiene extrayendo la raíz cuadrada de la varianza.
- **Coeficiente de variación**: Es un valor de referencia o porcentaje que mide la homogeneidad de los datos (no varían mucho) solo si el porcentaje es menor al 30%. Se calcula como cociente entre la desviación típica y la media aritmética.
  Nota: El coeficiente de variación no posee unidades, es típicamente menor que uno, y para su mejor interpretación se expresa como porcentaje. En estadística, cuando se desea hacer referencia a la relación entre el tamaño de la media y la variabilidad de la variable se utiliza el **coeficiente de variación**.

Medidas de posición: Son medidas asociadas a la posición de los datos luego de ser organizados desde el menor dato al mayor (similar a lo que hace la mediana). Entre estas medidas se reconocen la mediana, los cuartiles, los deciles y los percentiles, que dividen los datos en grupos de igual número de términos, es decir, en dos, cuatro, diez y cien partes respectivamente.

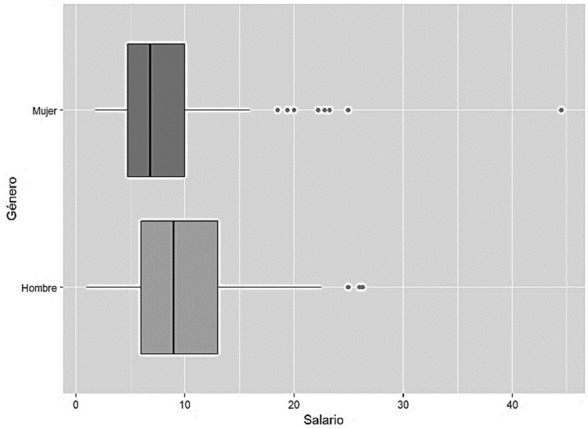
- **Cuartiles:** son tres valores representativos que dividen en cuatro partes los datos de forma equidistante. Estos equivalen en porcentajes a Q_1 el 25%; Q_2 *el* 50%; Q_3 *el* 75%

Diagrama de caja y alambres o bigotes: Es un diagrama sencillo que permite comparar dos o más distribuciones de datos. Para construirlo se deben calcular las posiciones de los datos, dato menor (d_m), dato mayor (D_M), los cuartiles (Q_n), el rango intercuartil ($\text{RIC} = Q_3 - Q_1$), los extremos (*).

Ejemplo 1



Ejemplo 2:



Instrucciones para desarrollar el proyecto en grupo

Recuerde que es obligatorio traer sus materiales de trabajo y los datos que se solicitaron en la clase (pues de no hacerlo, no solo afectara la recolección de datos de los compañeros, sino, que no podrá participar de la actividad), además, debe trabajar en armonía con sus compañeros y en las horas de clase determinadas para tal fin. **No es** un trabajo para hacer en otros momentos.

1. **Lea la guía completamente** y determine en qué nivel se encuentra a nivel individual y a nivel grupal con relación a las rúbricas (habilidad según el estilo cognitivo y razonamiento – conocimiento) y anótelos en el diario de clase. Luego repasen los temas, asesórense por la profesora e inicien el análisis exploratorio (Ver videos sugeridos 10 minutos).
2. Escojan el tema e infórmenlo a la profesora, luego, construyan una pregunta para investigar (¿qué datos van a recolectar y con qué propósito?), identifiquen las habilidades comunicativas de los integrantes del grupo (hablar, escuchar, leer, dibujar y escribir) y de acuerdo con estas planeen el trabajo exploratorio (anótelo en un archivo digital junto a los avances de cada clase). Inicien la recolección de datos y no olviden dialogar entre compañeros para verificar que todos comprendan lo mismo (15 minutos).
3. Apliquen las *estrategias sugeridas*, durante el análisis exploratorio considerando los cuatro procesos: ***descripción, organización-resumen, representación, y análisis***. Recuerde que todo lo debe ir registrando en el archivo digital (60 minutos). De ser necesario, cree una memoficha con relación a los procesos de razonamiento o pautas de comunicación.
4. Acuerden cómo presentarán los resultados del análisis exploratorio de datos (cartelera o diapositiva) en 5 minutos y a esa presentación añada: una reflexión (sobre la rúbrica de evaluación), un dato adicional sobre su dato estadístico, y conclusión en general (sobre el análisis hecho, las dificultades y estrategias usadas) (30 minutos).

Estrategias sugeridas

1. Evitar y controlar las distracciones durante las clases.
2. Asuma un compromiso con el trabajo y colabore con sus compañeros. Escuche y respete la opinión o sugerencia del otro, involucre a todos sus compañeros en el trabajo y toma de decisiones. Si se presentan desacuerdos entre compañeros solicite la orientación de la profesora. Procure hacer y solicitar retroalimentaciones (fortalezas señaladas por la profesora o pares y autoevaluación sobre lo planeado)
3. Aplique las siguientes estrategias según sus preferencias:

a. Estrategias para comprender: se usan durante una tarea de aprendizaje. Leer varias veces; explicar y escuchar a otros integrantes del grupo para verificar que tengan la misma interpretación; identificar cuáles procedimientos se deben aplicar y cuándo usarlos; usar herramientas tecnológicas e interpretar los resultados; usar al menos dos representaciones gráficas para destacar diferentes indicadores de los datos; recordar que según la técnica numérica usada los resultados numéricos pueden diferir en la décima.
b. Estrategias para planificar: se usan para organizar las tareas que conducirán al alcance de una meta que en este caso sería analizar y socializar los datos. Organice un plan de trabajo en torno a los 4 procesos estadísticos. Tome en cuenta sus apuntes de la explicación hecha por la profesora y las sugerencias de sus compañer@s de grupo.
c. Retroalimentación sobre el aprendizaje: suelen ser observaciones sobre las actividades desarrolladas, preguntas para redireccionar la actividad, o revisiones parciales sobre las habilidades asociadas al razonamiento estadístico. Las puede hacer cualquier integrante de la comunidad.

4. Ítems para reflexionar y presentar al finalizar con relación al progreso del grupo:
a. Indique si tenían toda la información, si les falto algo, y ¿qué se les dificultó?
b. ¿Aprendió o comprendió los conceptos tratados? ¿consideran que se alcanzó un nivel de razonamiento estadístico superior? Justifiquen
c. ¿Cuáles estrategias no fueron útiles? ¿Qué planearían de manera diferente?
d. ¿Cómo planearon y resolvieron la pregunta que orientó el proyecto? Enuncien cuáles elementos se requieren para tomar decisiones con base en información estadística.
e. ¿Tuvieron dificultades de comunicación? cómo las solucionaron.
f. ¿Cuál fue la habilidad que más se dificultó a cada integrante (rúbrica de habilidades)?

Escuela Tecnológica Instituto Técnico Central. Área: matemáticas. Tercer periodo. Profesora: Nataly Mateus e Inés Toro. Octavo. Guía 1: Proyecto de economía y finanzas. Semanas del 28 de agosto al 05 de septiembre.
Objetivo General: Desarrollar el razonamiento estadístico mediante el análisis exploratorio de datos para que el estudiante tome decisiones según las tendencias de los datos. (5 horas de clase)



Importante G-ARA: Las socializaciones del análisis exploratorio de datos de su grupo será en la cuarta sesión de clase y contarán con 5 minutos para hacerla. No olvide reflexionar sobre los procesos, los datos y de ser posible compárelos. Ej. ¿Varían los resultados con respecto al género o la edad?

Aplicaciones de la estadística y la responsabilidad que debemos asumir

(…)

Temas para el estudio de la dispersión de los datos y la confiabilidad.

Las medidas de dispersión permiten sacar conclusiones mucho más objetivas en una distribución estadística, indican qué tan lejos o cerca se encuentran unos datos de otros en una distribución de frecuencias con respecto a la media aritmética. Así, si dos grupos de datos tienen el mismo promedio será más descriptivo el grupo que presente menor variabilidad, menor desviación estándar.

Vocabulario

Razonamiento estadístico: Forma en la que un individuo logra relacionar ideas estadísticas para obtener argumentos que lo orienten en la toma de decisiones. Suele evidenciarse cuando un estudiante logra identificar ideas, realizar experimentos que dan cuenta de la variabilidad de los datos, y reflexionar sobre el sentido de la estadística

Análisis exploratorio de datos: es la disciplina que busca dar sentido a los datos según sus medidas descriptivas y representación.

Medidas de tendencia central: Son valores numéricos que pretenden resumir o representar en un solo valor un conjunto de datos, por lo tanto, dichas medidas se pueden calcular con datos cuantitativos. Las medidas más usadas son la media aritmética, la moda, y la mediana.

- **Media aritmética:** Es un valor que equidista de la totalidad, también, es un punto de equilibrio de la distribución de datos.
- **Moda:** Es el dato que representa la preferencia de la población. Dato o marca de clase con mayor frecuencia.
- **Mediana:** Es el valor numérico que supera no más de la mitad de los datos y a su vez es superado por no más de la mitad de los datos. Se calcula a partir de la posición ordenada de los datos.

Medidas de dispersión: Son indicadores sobre qué tanto varían los datos numéricos con respecto a la media aritmética y así considerar qué tan arriesgado es decidir. A mayor dispersión mayor riesgo. Las medidas más usadas en los estudios estadísticos son el rango, la varianza y la desviación estándar.

- **Rango o recorrido de una serie de datos:** Es la distancia entre el dato mayor y el menor. El recorrido nos da una medida del grado de dispersión.
- **Varianza**: Es la media aritmética del cuadrado de las desviaciones con respecto a la media en una distribución estadística. La varianza siempre será mayor que cero. Mientras más se aproxima a cero más concentrados están los valores de la serie alrededor de la media. Por el contrario, mientras mayor sea la varianza más varían.
- **Desviación estándar o desviación típica***:* Indica que tan alejado se encuentran los datos en relación con la media aritmética. Se obtiene extrayendo la raíz cuadrada de la varianza.
- **Coeficiente de variación**: Es un valor de referencia o porcentaje que mide la homogeneidad de los datos (no varían mucho) solo si el porcentaje es menor al 30%. Se calcula como cociente entre la desviación típica y la media aritmética.

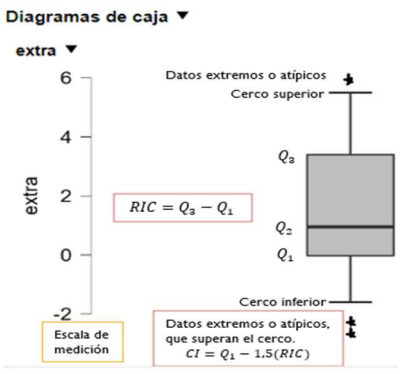
Nota: El coeficiente de variación no posee unidades, es típicamente menor que uno, y para su mejor interpretación se expresa como porcentaje. En estadística, cuando se desea hacer referencia a la relación entre el tamaño de la media y la variabilidad de la variable se utiliza el **coeficiente de variación**.

Medidas de posición: Son medidas asociadas a la posición de los datos luego de ser organizados desde el menor dato al mayor (similar a lo que hace la mediana). Las medidas más usadas son los cuartiles (dividen en 4 secciones a los datos) y se requieren para construir el diagrama de caja y alambres.

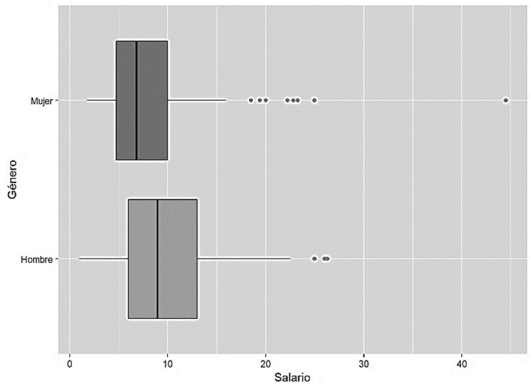
- **Cuartiles:** son tres valores representativos que dividen en cuatro partes los datos de forma equidistante. Estos equivalen en porcentajes a Q_1 el 25%; Q_2 *el* 50%; Q_3 *el* 75%

Diagrama de caja y alambres o bigotes: Es un diagrama sencillo que permite comparar dos o más distribuciones de datos. Para construirlo se deben calcular las posiciones de los datos, dato menor (d_m), dato mayor (D_M), los cuartiles (Q_n), el rango intercuartil ($\mathrm{RIC} = Q_3 - Q_1$), los extremos (*).

Ejemplo 1



Ejemplo 2:



Instrucciones para desarrollar el proyecto en grupo

Recuerde que es obligatorio traer sus materiales de trabajo y los datos que se solicitaron en la clase (pues de no hacerlo, no solo afectara la recolección de datos de los compañeros, sino, que no podrá participar de la actividad), además, debe trabajar en armonía con sus compañeros y en las horas de clase determinadas para tal fin. **No es** un trabajo para hacer en otros momentos.

1. **Lea la guía completamente** y determine en qué nivel se encuentra a nivel individual y a nivel grupal con relación a las rúbricas (capacidad autorreguladora del aprendizaje y razonamiento – conocimiento) y anótelos en el diario de clase. Luego repasen los temas y expresen las dudas y comprensiones a la profesora (Ver videos sugeridos 10 minutos).
2. Escojan el tema e infórmenlo a la profesora, luego, propongan una pregunta para investigar (¿qué datos van a recolectar y bajo cuál propósito?), asignen las tareas para cada integrante del grupo, e inicien la recolección de información (10 minutos). *Establezca metas a corto plazo y mantenga un interés por la actividad, focalice su atención en el desarrollo de la tarea para el logro de la meta, autoevalúe las tareas desarrolladas y si hubo personas o estrategias sugeridas que contribuyeron en el logro de la meta propuesta y si el esfuerzo realizado es acorde a lo obtenido.* En un archivo digital almacenen los avances de cada clase.
3. En grupo apliquen las *estrategias sugeridas*, durante el análisis exploratorio considerando los cuatro procesos que les conducirá a realizar un análisis efectivo de la información: ***descripción, organización-resumen, representación, y análisis***. Recuerde que todo lo debe ir registrando en el archivo digital (60 minutos).
4. Acuerde cómo van a exponer sus resultados del análisis exploratorio de datos (cartelera o diapositiva) en 5 minutos y añada: una reflexión (nivel de razonamiento alcanzado al finalizar este trabajo como grupo y capacidad autorreguladora del aprendizaje), un dato adicional sobre su dato estadístico, y una conclusión general (el análisis hecho, las dificultades, la planeación y estrategias usadas) (30 minutos).

Estrategias sugeridas

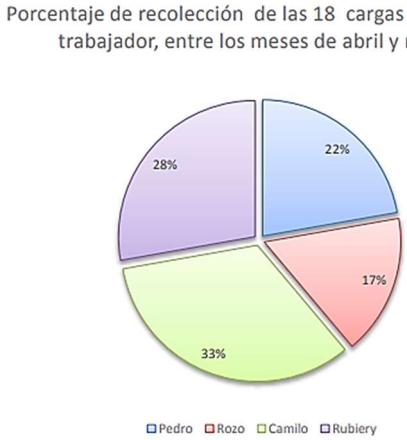
1. Establezcan el objetivo de la actividad que van a desarrollar, planeen cuánto tiempo se van a demorar haciendo las tareas que lo conducirán al logro del objetivo y quién será el responsable en cada momento (tabla de planeación). Se sugieren al menos 3 tareas. Por ejemplo, para **describir y organizar** la información, se requiere: 1) Recolectar los datos para lo cual puede fijar un plazo máximo de 10 minutos; 2) Describir el tipo de datos las variables usadas y las herramientas para organizarla -2 minutos- 3) Organizar los datos se debe digitar los datos en un archivo y luego crear la tabla de frecuencias -15 minutos-. Así, debe considerar una pequeña tarea que les conducirá a obtener el análisis exploratorio, por lo tanto, deben repartirse la recolección de datos y posteriormente las tareas entre los integrantes del grupo para ser eficientes con el tiempo y generar que todos participen.
2. Monitoréense si están cumpliendo con los tiempos y las tareas propuestas, pero si están procrastinando, realicen los ajustes pertinentes y continúen trabajando. Verifiquen los aprendizajes logrados y repasen los conceptos que serán aplicados en el análisis exploratorio. En el caso de que no entiendan algo solicite asesoría a la profesora para continuar avanzando con su planeación. Revisen si de las tareas propuestas hay alguna que requiera de una modificación y ejecútela.
3. Al finalizar el análisis exploratorio evalúen su desempeño y establezcan estrategias para mejorarlo. Revisen el progreso del grupo y reflexionen en torno a las siguientes preguntas para concluir con su trabajo:
   - **a.** ¿Cumplieron con todas las tareas propuestas en los tiempos establecidos? ¿Qué se les dificultó? ¿Tenían todos el material o información?
   - **b.** ¿Aprendió o comprendió los conceptos tratados? ¿consideran que se alcanzó un nivel de razonamiento estadístico superior al establecido inicialmente con todos los integrantes del grupo? ¿Qué se les dificulto, al menos a uno de los integrantes?
   - **c.** ¿Cuáles estrategias no fueron útiles? ¿Qué planearían de manera diferente?
   - **d.** ¿Fue eficiente hacer un horario o planeación de actividades con tiempos? ¿porqué?
   - **e.** ¿Consideran que recibieron apoyo de los pares académicos, profesora, padres, familia? ¿Dicho apoyo contribuyo en la respuesta de la pregunta del proyecto?
   - **f.** ¿Cómo se logró plantear y resolver la pregunta que orientó el proyecto? Enuncien cuáles elementos se requieren para tomar decisiones.

Anexo K: Guía 2. Trabajo individual

Escuela Tecnológica Instituto Técnico Central. Área: matemáticas. Tercer periodo. Profesora: Nataly Mateus e Inés Toro. Grado octavo. Guía 2: Tomando decisiones. Semanas del 11 al 22 de septiembre. **Objetivo General:** Desarrollar el razonamiento estadístico mediante el análisis exploratorio de datos para que el estudiante tome decisiones según las tendencias de los datos.

Importante: Para desarrollar esta guía solo cuenta con dos horas de clase. La socialización de sus respuestas será la próxima clase junto con la presentación de un cuestionario para evaluar las habilidades desarrolladas. Tome en consideración la pregunta ¿qué se puede inferir más allá de los datos?

1. Un profesor de matemáticas quiere escoger al estudiante que fue más constante en su desempeño académico para darle un reconocimiento, para ello toma en consideración las notas obtenidas por cada estudiante. **Notas de Raúl**: 3; 4.1; 4.3; 4.6; 4.7; 4.8; 4.8; 5. **Notas de Ana**: 3.9; 4; 4.1; 4.2; 4.3; 4.5; 4.8; 4.9; 5. Tomando en consideración los datos a quién se debería escoger, justifique (gráfico, tabla, indicadores o argumentos estadísticos).
2. En una finca con 3000 matas de café se recogen 4 cargas que pesan 500 kg en total. El dueño de la finca paga a sus recolectores de café $4000 pesos por cada kilo recogido. Determine cuánto dinero recolectó Rublery y Rozo con base en la siguiente gráfica.



3. En un juego de cartas, se invita a los asistentes a participar en uno de los dos juegos propuestos. Cada asistente solo puede participar en uno de los juegos, pero no en ambos. Para saber cuál juego escoger Pedro decide observar, anotar y ordenar los resultados de dos muestras de 10 personas que han participado en cada juego. Las pérdidas (-) o ganancias (+) en dinero que han obtenido las 20 personas se muestran en la siguiente tabla. Tomando en consideración esas observaciones cuál juego escogería usted. Justifique su elección.

Juego 1	15	-21	-4	50	-2	11	13	-25	16	-4
Juego 2	120	-120	60	-24	-21	133	-81	96	-132	18

4. En los exámenes finales de matemáticas los estudiantes de grado noveno obtuvieron las siguientes notas en el primer periodo:

Nota	2.5	3.2	3.8	4	4.2	4.8
fa	5	3	6	1	7	2

¿Se podría inferir que la nota media es mayor que la nota mediana? justifique

5. Al medir la distancia en cm que pueden saltar un grupo de estudiantes, antes y después de haber efectuado un cierto entrenamiento deportivo, se obtuvieron los siguientes valores. ¿Piensas que el entrenamiento es efectivo? Justifique

Alturas/ Inicial del estudiante	A.	B.	C.	E.	F.	G.	H.	L.	M.	N.

Altura saltada en cm antes	115	112	107	119	115	138	126	105	104	115
Altura saltada en cm después	128	115	106	128	122	145	132	109	102	117

6. Hay 10 personas en un ascensor, 4 mujeres y 6 hombres. El peso medio de las mujeres es de 60 kilos y el de los hombres de 80. ¿Cuál es el peso medio de las 10 personas del ascensor?
7. Tomando en cuenta las siguientes gráficas responda
    a. Cuáles son los errores cometidos o elementos que no permiten interpretar correctamente la información. Además, indique que estrategia (descripción, organización, representación, análisis) deben usar para verificar que la información es confiable y que no se debe a un error en la recolección de los datos, en el uso del programa, o en la interpretación de la gráfica, entre otros. En las dos últimas gráficas qué inferencias podría extraer. Justifique.







Realidad:





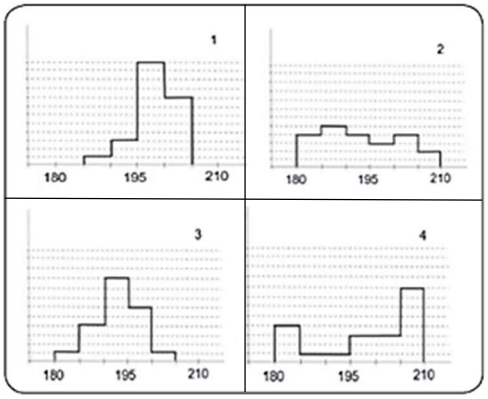




8. En la siguiente tabla se muestran las medias y las desviaciones estándar de cuatro poblaciones diferentes. Establezca algunas estrategias o conocimientos estadísticos para relacionar cada valor de la población con la gráfica adecuada (medidas de tendencia central, descripción, representación, entre otros). Justifique.

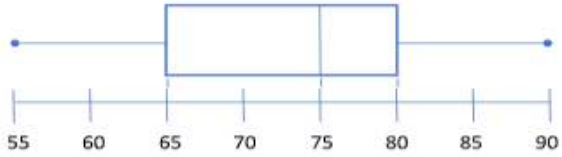
Tabla: Medias y desviaciones estándar de 4 poblaciones.

Población	A	B	C	D
Media	198,5	198,1	193	193,4
Desviación estándar	9,7	3,9	4,6	8,08



Explique cuál de las siguientes estrategias usó o proponga una nueva: comparar poblaciones y decidir desde su experiencia; comparar a partir de la variabilidad y los cambios en los gráficos; estimar las frecuencias del diagrama de barras y calcular medidas descriptivas.

9. Se ha medido el nivel de la presión arterial diastólica de un grupo de adultos, cuyos valores deberían ser menores o iguales a 80 mmHg para considerarla dentro del rango normal. Responda a cada literal con base en la información representada en el siguiente diagrama:



   a. Qué porcentaje de personas tienen altos los niveles de presión arterial.
   b. Cuál es el Rango de los datos, cuáles los valores de los cuartiles y cuáles los valores extremos.
   c. Cuántas personas fueron encuestadas
   d. Qué interpretación puede hacerse con el diagrama de caja sobre las medidas descriptivas.
   e. Qué información se desconoce si solo se presenta este diagrama.

10. En una urna hay tres bolas numeradas con los dígitos 2, 4 y 7. El orden en el que se extraen permiten formar un número con unidades, decenas y centenas, respectivamente, según el orden en el que salió cada bola. Sin devolver la bola extraída ¿Cuántos números de tres cifras diferentes podemos obtener? Y sabiendo esto, ¿cuál sería la probabilidad de que se forme un número par? Ejemplo: el número 274.

Anexo L: Rúbricas de evaluación

Cuadro L1. Rúbrica nivel de razonamiento y de conocimiento grupal (todos).

Pregunta / meta	1	2	3	4
Razonamiento estadístico **¿Cómo tomo decisiones sobre la información estadística?**	Idiosincrático. Desde mi experiencia personal o considerando la sugerencia de otros.	Transicional. Extraigo información y verifico que los valores numéricos sean correctos. Describo la información estadística.	Cuantitativo. Calculo medidas descriptivas sobre la información y construyo otras representaciones para destacar las características.	Razonamiento. Siempre analizo la información descriptiva, las representaciones y las consideraciones que no son explicitas y que permiten predecir, antes de decidir.
Ideas y procedimientos fundamentales de la estadística **¿Cuáles he aprendido?**	Describo e identifico procedimientos para caracterizar una serie de datos y puedo dar una opinión.	Organizo los datos (agrupada o desagrupado), represento y describo una serie de datos desde lo más notorio.	Analizo series de datos, identifico relaciones para predecir comportamientos y brindo explicaciones con base en los indicadores y gráficas.	Analizo y reflexiono sobre los datos, calculo probabilidades para inferir y generalizar comportamientos. Leer más allá de los valores numéricos.

Cuadro L2. Rúbrica habilidades asociadas al estilo cognitivo (GE_DIC)

Pregunta / meta	1	2	3
Sabiendo la importancia de planear, reflexionar y socializar **¿Qué habilidades ha desarrollado para aprender?**	Ser consciente de la importancia de escuchar a otros, compartir mis estrategias y capacidad de reestructurar las tareas según el fin, escuchar e integrar la postura de los demás, y establecer objetivos mediante pequeñas tareas.	Ser consciente de las actividades que me distraen, planear las actividades y establecer tiempos específicos, compartir mis estrategias para comprender y planificar, escuchar otras formas de abordar las tareas.	Aplique las sugerencias de mis compañeros sobre la comunicación, las de la guía sobre la planificación de las tareas y la apropiación de estrategias.

Cuadro L3. Rúbrica niveles de capacidad autorreguladora del aprendizaje (GE_ARA)

Pregunta / meta	1	2	3	4
Sabiendo la importancia de planear, ejecutar	Observar y leer las formas de actuar de un experto. La	Identificar patrones del trabajo de expertos y planear una	Aplicar estrategias que fueron eficientes y tener cierto grado de conciencia para redireccionar la	Reflexionar sobre las habilidades desarrolladas, diseñar y validar las estrategias para

y reflexionar sobre las tareas **¿Qué habilidades ha desarrollado para aprender?**	evaluación solo la hace la profesora.	forma de imitarlos. Se identifican las propias actuaciones.	procrastinación hacia acciones que permitan alcanzar la meta. Se reflexiona sobre su actuación y actividad realizada.	alcanzar la meta de aprendizaje en otros escenarios.

Cuadro L4. Rúbrica evaluación global de conocimientos y procedimientos escolares, individual (todos).

Criterios de la evaluación escrita:

- Identifica (tipo de variable, escalas) y establece un plan de trabajo [0.5]
- Organiza (completa la tabla de frecuencias) [0.5]
- Resume por medio de medidas descriptivas (tendencia central, dispersión y posición) [1,5]
- Representa (transnumerar) [1.0]
- Infiere-Argumenta (decide con base en el proceso) [1.0]
- Plus: explicar ideas estadísticas, presentar procesos y argumentar más allá de los cálculos. [0.5]

Anexo M: Evaluación de conocimientos y habilidades estadísticas grado octavo, individual.

Quiz 1 estadística descriptiva. Cuarto periodo. Grado octavo. Use la calculadora e indique cada operación que realizó:

Fila 1

1. Se hizo un test sobre "la creencia de que sus esfuerzos resultaran en logros (notas) positivos". Los resultados representan valores entre 1 y 7, donde 7 es totalmente de acuerdo y 1 es totalmente en desacuerdo.

Realice todo el análisis descriptivo visto en el bimestre, además, el diagrama de caja (4.0).

Datos:

7	4,5	6,5	4,8	5,5	
6,5	4	5,5	5,3	4	6,8
4,8	5,8	6,5	7	6,5	3,5
4,8	2	6,3	6,3	6,5	6,5
5,3	3	6,3	6,5	6,5	6

Intervalo	xi	fa
[2.00-2.83)		
[2.83-3.66)		
[3.66-4.49)		
[4.49-5.32)		
[5.32-6.15)		
[6.15-7.00]		

Bono adicional: Por explicar cómo se halla la amplitud, el rango y la marca de clase

2. Escriba los argumentos estadísticos que le permiten escoger la mejor opción en cada caso.

Sabiendo que un gobierno presidencial dura 4 años, qué puede inferir con base en la gráfica sobre las víctimas en el periodo de Santos (2014-2018) y el periodo de Duque (2018-2022).



Cuántas víctimas han existido en los últimos 10 años.

Proponga desde un rol, cómo usaría esta información

Fila 2

1. Se hizo un test sobre si usar ciertas estrategias le sirvió para mejorar su memoria a largo plazo. Los resultados representan valores entre 1 y 7, donde 7 es totalmente de acuerdo y 1 es totalmente en desacuerdo.

Realice todo el análisis descriptivo visto en el bimestre, además, el diagrama de caja (4.0).

Datos:

5,5	4,0	5,5	4,7	6,0	5,5
4,0	4,8	4,8	4,2	6,5	5,7
6,0	5,0	6,5	4,3	4,8	5,8
2,8	6,2	5,3	5,5	4,8	3,5
4,8	5,0	6,7	5,5	4,0	

Intervalo	xi	fa
[2.80-3.45)		
[3.45-4.10)		
[4.10-4.75)		
[4.75-5.40)		
[5.40-6.05)		
[6.05-6.70]		

Bono adicional: Por explicar cómo se halla la amplitud, el rango y la marca de clase

2. Escriba los argumentos estadísticos que le permiten escoger la mejor opción en cada caso.

Tomando en consideración los gráficos cuáles son las ciudades que con respecto al promedio de cada país tienen mayor y menor concentración de partículas en el aire.



Qué datos no se pueden comparar y porqué.

Proponga desde un rol, cómo usaría esta información

Solucionario- Fila 1

Se hizo un test sobre "la creencia de que sus esfuerzos resultaran en logros (notas) positivos". Los resultados representan valores entre 1 y 7, donde 7 es totalmente de acuerdo y 1 es totalmente en desacuerdo.

1. Realice todo el análisis descriptivo visto en el bimestre, además, el diagrama de caja.

Datos:

7	4,5	6,5	4,8	5,5
6,5	4	5,5	5,3	4
6,8	4,8	5,8	6,5	7
6,5	3,5	4,8	2	6,3
6,3	6,5	6,5	5,3	3
6,3	6,5	6,5	6	

x_i	fa	fr	prome	var
2,4	1	0,034	0,083	0,362
3,25	2	0,069	0,224	0,394
4,1	2	0,069	0,283	0,164
4,9	4	0,138	0,676	0,076
5,75	6	0,207	1,190	0,002
6,6	14	0,483	3,186	0,444
prom des	5,534		5,641	1,442
var des	1,642	Me= 6; q_1=4.8; q_3=6.5		

Describir, resumir, representar y analizar

2) asociar los argumentos con el nivel alcanzado según la rúbrica de evaluación en grupos.

Solucionario-Fila 2

Se hizo un test sobre si usar ciertas estrategias le sirvió para mejorar su memoria a largo plazo. Los resultados representan valores entre 1 y 7, donde 7 es totalmente de acuerdo y 1 es totalmente en desacuerdo.

1. Realice todo el análisis descriptivo visto en el bimestre, además, el diagrama de caja.

Datos:

5,5	4,0	5,5	4,7	6,0	5,5
4,0	4,8	4,8	4,2	6,5	5,7
6,0	5,0	6,5	4,3	4,8	5,8
2,8	6,2	5,3	5,5	4,8	3,5
4,8	5,0	6,7	5,5	4,0	

intervalo	x_i	fa	fr	prome	var
2,8+3,45	3,125	1	0,034	0,108	0,140
7,55	3,775	4	0,138	0,521	0,258
8,85	4,425	3	0,103	0,458	0,053
10,15	5,075	8	0,276	1,400	0,001
11,45	5,725	9	0,310	1,777	0,105
12,75	6,375	4	0,138	0,879	0,210
	prom des	5,093		5,1422	0,767
	var des	0,877	Me=5; q_1=4.5; Q_3=5.75		

Describir, resumir, representar y analizar

2) asociar los argumentos con el nivel alcanzado según la rúbrica de evaluación en grupos.

Anexo N: Formatos y autorizaciones digitales.

Escuela Tecnológica Instituto Técnico Central Establecimiento Público de Educación Superior	COMPROMISO DE CONFIDENCIALIDAD DE LA INFORMACIÓN EN CUANTO AL USO Y DIVULGACIÓN DE INFORMACIÓN DE LA ETITC	CÓDIGO: GSI-FO-01 VERSIÓN: 3 VIGENCIA: MAYO 03 2023 PÁGINA: 1 de 1

Yo: Leidy Nataly Mateus Aguilera, de nacionalidad colombiana, identificada con CC. 1019032246 expedida en la ciudad de Bogotá, suscribo el presente **COMPROMISO DE CONFIDENCIALIDAD Y NO DIVULGACIÓN DE LA INFORMACIÓN,** en relación con la información clasificada o reservada que sea puesta a mi disposición por parte de la ESCUELA TECNOLÓGICA INSTITUTO TÉCNICO CENTRAL O SU COMUNIDAD, manteniendo su confidencialidad, disponibilidad e integridad.

Como consecuencia a lo anterior, manifiesto que me comprometo a:

1. Dar aplicación a la Ley 1581 de 2012, la Ley 1712 de 2014, al artículo 8 de la resolución 8430 de 1993, así como de la Política de Tratamiento de Datos Personales y la Política de Seguridad de la Información de la Escuela Tecnológica Instituto Técnico Central, políticas que se encuentran publicadas en la página web www.etitc.edu.co
2. No usar la información suministrada para fines distintos al cumplimiento del contrato suscrito con la ETITC, así como no utilizarla de forma alguna que pudiere causar perjuicio directo o indirecto a los titulares o terceros de la información.
3. No revelar, divulgar, exhibir, mostrar, hacer circular, compilar, sustraer, ofrecer, vender, intercambiar, captar, interceptar, modificar, recolectar, almacenar, o replicar la información dada a conocer por la ETITC, aún después de finalizado el contrato.
4. No publicar ni disponer de la información puesta en mi conocimiento en sitios de Internet u otros medios de divulgación o comunicación masiva, conservando la información a la que tenga acceso bajo las políticas establecidas por la ETITC y las condiciones de seguridad necesarias, disponiendo de las medidas técnicas, humanas y administrativas que sean necesarias para otorgar seguridad e impedir su adulteración, pérdida, consulta, uso o acceso no autorizado o fraudulento.
5. Utilizar solo los repositorios de información dispuestos por la ETITC.
6. Utilizar la información únicamente en los términos autorizados y devolver toda información de inmediato a la persona designada por la ETITC; absteniéndome de mantener copia parcial o total de la información obtenida o generada con ocasión del desarrollo del objeto contractual.
7. Garantizar la seguridad de la información que se pone en mi conocimiento, ejerciendo sobre ella diligencia y haciendo uso de las medidas y medios técnicos de cuidado que ponga a disposición la ETITC, todo ello de acuerdo con lo dispuesto en el manual de Políticas de Seguridad y Privacidad de la Información de la ETITC.
8. Autorizo a la ETITC, a utilizar mi imagen en contenidos audiovisuales (videos, audios, piezas gráficas, fotografías) en información institucional y periodística (textos y entrevistas) mediante los canales institucionales y/o medios de comunicación social donde se mencione la institución, mientras no atenten contra mi moral y mi buen nombre.

El no cumplimiento de los anteriores compromisos podría dar lugar a acciones civiles, contractuales, e incluso penales por parte de la ETITC o de los titulares a quienes se les afecte en sus derechos.

Se suscribe en la ciudad de Bogotá, el día veinte (22) de mayo de 2023.

Nombre Completo **Leidy Nataly Mateus Aguilera**
Tipo de ID: CC. 1019032246 de Bogotá



2. Nombre del estudiante *

Escriba su respuesta

3. Yo _____ (mayor de edad, nombre del padre, madre o acudiente) *

Escriba su respuesta

4. Manifiesto que fui informado (por la docente, mi hij@ y por gnosoft) acerca de la aplicación pedagógica con relación a los conocimientos estadísticos que harán las profesoras Inés Toro y Nataly Mateus y que se espera fomente una mejora en el rendimiento académico de mi hij@. *

- ◯ Si
- ◯ No

5. Manifiesto que ___ estoy de acuerdo con que los resultados de la aplicación sean usados de forma **anónima** con fines académicos y para el beneficio de los estudiantes de la ETITC. *

- ◯ Si
- ◯ No

Anexo O: Tablas de correlaciones entre indicadores (variable dependiente) y diferencias individuales (variable independiente).

Tabla O1. Correlación entre los datos del GC.

Variable		Prom. Ev.	Pre nivel abierta	Post nivel abierta	Pre % (7)	Post % (7)	Pt DIC	P_Fases
1. Prom. Ev.	R de Pearson	—						
	Valor p	—						
	Rho de Spearman	—						
	Valor p	—						
2. Pre nivel abierta	R de Pearson	0.210	—					
	Valor p	0.304	—					
	Rho de Spearman	0.077	—					
	Valor p	0.708	—					
3. Post nivel abierta	R de Pearson	0.110	0.262	—				
	Valor p	0.593	0.196	—				
	Rho de Spearman	0.161	0.260	—				
	Valor p	0.432	0.199	—				
4. Pre % (7)	R de Pearson	−0.129	0.086	−0.066	—			
	Valor p	0.529	0.677	0.748	—			
	Rho de Spearman	−0.234	0.096	−0.040	—			
	Valor p	0.250	0.639	0.847	—			
5. Post % (7)	R de Pearson	0.076	0.128	0.070	0.175	—		
	Valor p	0.714	0.532	0.732	0.393	—		
	Rho de Spearman	−0.072	0.072	0.092	0.153	—		
	Valor p	0.725	0.727	0.656	0.454	—		
6. Pt DIC	R de Pearson	−0.044	0.277	0.145	0.318	0.261	—	
	Valor p	0.832	0.170	0.479	0.114	0.198	—	
	Rho de Spearman	−0.122	0.274	0.142	0.391*	0.200	—	
	Valor p	0.554	0.176	0.488	0.048	0.327	—	
7. P_Fases	R de Pearson	0.235	0.245	0.174	−0.277	0.186	−0.200	—
	Valor p	0.247	0.229	0.394	0.171	0.362	0.326	—
	Rho de Spearman	0.210	0.306	0.197	−0.245	0.184	−0.238	—
	Valor p	0.302	0.129	0.334	0.227	0.368	0.242	—

*P<.05, ** p<.01, ***p<.001. Elaboración propia.

Tabla O2. Correlación entre los datos del GE_DIC

Variable		Prom. Ev.	Pre nivel abierta	Post nivel abierta	Pre % (7)	Post % (7)	Pt DIC	P_Fases
1. Prom. Ev.	R de Pearson	—						
	Valor p	—						
	Rho de Spearman	—						
	Valor p	—						
2. Pre nivel abierta	R de Pearson	−0.051	—					
	Valor p	0.811	—					
	Rho de Spearman	−0.024	—					
	Valor p	0.910	—					
3. Post nivel abierta	R de Pearson	0.100	0.110	—				
	Valor p	0.644	0.607	—				
	Rho de Spearman	0.132	0.119	—				
	Valor p	0.540	0.580	—				
4. Pre % (7)	R de Pearson	0.324	0.060	0.326	—			
	Valor p	0.123	0.780	0.120	—			
	Rho de Spearman	0.265	0.035	0.288	—			
	Valor p	0.211	0.872	0.172	—			
5. Post % (7)	R de Pearson	0.418*	−0.252	0.147	0.712***	—		
	Valor p	0.042	0.235	0.492	< .001	—		
	Rho de Spearman	0.384	−0.242	0.135	0.671***	—		
	Valor p	0.064	0.254	0.528	< .001	—		
6. Pt DIC	R de Pearson	0.103	−0.432*	−0.259	0.231	0.217	—	
	Valor p	0.630	0.035	0.222	0.277	0.308	—	
	Rho de Spearman	0.085	−0.464*	−0.275	0.188	0.207	—	
	Valor p	0.695	0.022	0.193	0.378	0.331	—	

*P<.05, ** p<.01, ***p<.001. Elaboración propia.

Tabla O3. Correlación entre los datos del GE_ARA

Variable		Prom. Ev.	Pre nivel abierta	Post nivel abierta	Pre % (7)	Post % (7)	P_Fases
1. Prom. Ev.	R de Pearson	—					
	Valor p	—					
	Rho de Spearman	—					
	Valor p	—					
2. Pre nivel abierta	R de Pearson	0.006	—				
	Valor p	0.978	—				
	Rho de Spearman	−0.121	—				
	Valor p	0.539	—				
3. Post nivel abierta	R de Pearson	0.204	−0.119	—			
	Valor p	0.298	0.546	—			
	Rho de Spearman	0.220	−0.184	—			
	Valor p	0.260	0.349	—			
4. Pre % (7)	R de Pearson	−0.261	0.140	−0.062	—		
	Valor p	0.180	0.477	0.754	—		
	Rho de Spearman	−0.327	0.143	−0.029	—		
	Valor p	0.089	0.468	0.885	—		
5. Post % (7)	R de Pearson	−0.238	−0.091	0.026	0.208	—	
	Valor p	0.223	0.644	0.897	0.288	—	
	Rho de Spearman	−0.243	−0.120	0.030	0.244	—	
	Valor p	0.212	0.544	0.878	0.211	—	
6. P_Fases	R de Pearson	0.119	0.356	−0.250	0.118	−0.018	—
	Valor p	0.548	0.063	0.200	0.551	0.928	—
	Rho de Spearman	0.095	0.387*	−0.205	0.120	−0.066	—
	Valor p	0.632	0.042	0.297	0.544	0.739	—

*P<.05, ** p<.01, ***p<.001. Elaboración propia.

Anexo P: Categorización por grupos y momentos.

Cuadro P1. Pretest justificaciones Grupo Control

Categoría	ID	Ítems
3 habilidad para transnumerar	61 (DC-INT)	1. Sumando las líneas se pueden sacar las medidas de tendencia central
4 ideas estadísticas claras	62 (DC-INT)	1. El promedio es: 152,325 esto se hace sumando toda la media de desviación de las 4 poblaciones y diciendo entre 4.
	56 (IC-ÓPT)	2. pero el promedio es la suma de todos los datos y se divide por la cantidad de datos
	73 (IC-ÓPT)	3. que tienen más intervalos son los más dispersos
	81 (DC-INT)	4. tiene población más dispersa y no puede ser la 4 ya que no hay población en 193 / descartando eso por el promedio de desviación a VS b se sabe que la a es la 4 ya que tiene mayor promedio
	71 (IC-INT)	5. los gráficos con más intervalos son los más dispersos
5 algoritmos	60 (IC-INT)	1. como puede ser sumando
	63 (IC-INT)	2. las gráficas tienen medidas de 100 en adelante
6 desconocen el significado	56 (IC-ÓPT)	1. no sé qué es la desviación
	66 (DC-INT)	2. desviación se puede observar como en los valores intermedios baja y a lo último sube
	80 (IC-INT)	3. visualizar la moda, mediana y el promedio ya que se pueden visualizar los valores y se pueden distinguir a. 2. Visualizando las gráficas nos damos cuenta de que 1 y 3 son los que tienen un mayor valor
	79 (IC-INT)	4. no en todas las gráficas son claras y sus resultados no son los mismos.
	70 (INT-INT)	5. media de desviación y el estándar se pueden ver reflejadas en cada gráfica, en sus intervalos y la frecuencia que se puede deducir del eje y.
	67 (IC-INT)	6. no es una gráfica que muestre los picos o puntos máximos en los que llegaron a desviarse
	72 (INT-INT)	7. se pueden deducir a pesar de no ser completamente los de la tabla
	75 (DC-INT)	8. además, ya realizado la tabla podemos deducir que la afirmación 4
7 no entendió el ejercicio	58 (DC-ÓPT)	1. lo hice al azar, porque no entendí
	76 (IC-INT)	2. No comprendí el punto
8 lenguaje empírico	64 (INT-INT)	1. cada intervalo tiene un des aumento
	57 (IC- ÓPT)	2. se ve un cambio leve a diferencia del resto
	68 (INT-ÓPT)	3. las variaciones son notables lo que permite identificarlos
10 confusión con la información	64 (INT-INT)	1. la tabla no es tan clara para dar un valor preciso
	67 (IC-INT)	2. la tabla es confusa, ya que está nos muestra dos valores distintos, pero en la gráfica no se encuentra representado el segundo valor por cada columna

	66 (DC-INT) 56 (IC- ÓPT) 57 (IC-ÓPT)	3. poco fácil de entender 4. solo existe una variable y no especifica bien de lo que trata 5. los datos son muy confusos
11 No hay suficiente información	74 (DC-INT) 71 (IC-INT) 56 (IC-ÓPT) 68 (INT-ÓPT) 72 (INT-INT) 75 (DC-INT) 77 (IC-INT) 78 (DC-ÓPT)	1. no es posible calcular información exacta 2. los datos que nos proveen no son suficientes 3. no se puede dar tanta información 4. No es posible calcular las medidas porque no es muy específico 5. No es claro el histograma 6. No se puede saber bien los datos, ya que no hay una tabla de frecuencia 7. ya qué hay varios datos ausentes y algunos no son muy claros 8. el tipo de datos no son del todo específicos
13 dispersión=moda	69 (DC-ÓPT)	1. los que más se dispersan están ubicadas en las gráficas 1 y 3
16 moda=media	60 (IC-INT) 59 (IC-INT)	1. los mayores promedios son el 1 y el 3 2. son el 1 y el 3 ya que son las gráficas que a más altura llegan por lo cual son las que mayor media de población tienen
26 construir tabla	82 (IC-ÓPT)	1. se debería hacer una tabla de frecuencia para comprender y tener más información y así deducir una respuesta. Sí puedo hallar la moda, la mediana y el promedio de los datos que me están dando.
28 compara datos mayores y menores	59 (IC-INT) 60 (IC-INT)	1. más altura llegan por lo cual son las que mayor media de población tienen 2. Se puede ver qué los mayores promedios son el 1 y el 3 porque las demás nos muestran líneas con las cuales podemos tomar en cuenta cuáles son las tablas que alcanza mayor número como puede ser sumando las líneas.
30 interpreta	61 (DC-INT) 62 (DC-INT) 71 (IC-INT)	1. se pueden sacar las medidas de tendencia central ya que los datos de las graficas nos brinda la informacion necesaria para realizarlo. 2. El promedio es: 152,325 esto se hace sumando toda la media de desviación de las 4 poblaciones y diciendo entre 4. 3. La tabla de frecuencia y los datos son necesarios para saber los datos como la moda, media y mediana (de hecho es obligatorio tener todos los datos para saber la moda y mediana). Asimismo los valores de la desviación estándar se pueden ver a simple vista y podemos concluir que los gráficos con más intervalos son los más dispersos. Finalmente, los datos que nos proveen no son suficientes para calcular las medidas descriptivas.

	82 (IC-ÓPT)	4. Considero que se debería hacer una tabla de frecuencia para comprender y tener más información y así deducir una respuesta. Sí puedo hallar la moda, la mediana y el promedio de los datos que me están dando.
32 identifica valores	64 (INT-INT) 67 (IC-INT) 68 (INT-ÓPT)	1. la tabla no es tan clara para dar un valor preciso, sin embargo se ve que cada intervalo tiene un des aumento y va aumentando. 2. la gráfica no es una gráfica que muestre los picos o puntos máximos en los que llegaron a desviarse las poblaciones, si no que es una gráfica que pareciera de tiempo, además al verse los valores en las gráficas en la parte inferior, puedo deducir que ninguna de las líneas en la gráfica hace referencia a el tope o a la cantidad de desvíos ya que si fuera así se encontraría en la parte lateral 3. A demás que las variaciones son notables
34 analiza	81 (DC-INT)	1. lo justifico con que con el promedio de desviación se descarta que la opción es la 2 ya que es el que tiene población mas dispersa y no puede ser la 4 ya que no hay población en 193 / descartando eso por el promedio de desviación a VS b se sabe que la a es la 4 ya que tiene mayor promedio de desviación y si hay población en el 198 y la b es la 1 ya que tiene mucha población en el 198 sin tanta desviación

Cuadro P2. Pretest justificaciones Grupo Experimental DIC

Categoría	ID	Ítems - fragmento
No responde	54 39 (IC) 41 (IC)	1. . 2. . 3. .
4 ideas estadísticas claras	33 (DC) 30 (INT)	1. las barras de el diagrama, en este caso, histograma. (…) los datos con mas intervalos (como en el caso de la grafica 2) se encuentran mas dispersos a diferencia de los demás. 2. las desviaciones ya que en su grafica se muestra que cuanto mayor sea el intervalo la grafica puede cambiar-variar
5 algoritmos	35 (INT) 37 (DC)	1. hacer el promedio es el resultado que se obtiene al dividir la suma de varias cantidades 2. Primero sume todos los valores que se encontraban ahí, y los dividí a partir de la cantidad de números que habían
6 desconocen el significado	30 (INT) 42 (IC)	1. en su direccion de proedio siendo mas alto u siendo mas bajo. 2. No se muy bien las formulas y no tengo muy claras las graficas.

	38 (INT)	3. La opción 1 la escogí ya que es lo que se puede observar de las grafica (…) la 3 fue ya que los datos dados tanto en la tabla como en la grafica no son precisos en ningún dato.
	44 (DC)	4. los datos más dispersos son aquellos que están más cerca a la media, es decir al promedio, por lo tanto los promedios con barras más altas son los más dispersos.
	53 (IC)	5. Sinceramente, no entendí demasiado sobre este tema ya que lo tengo bastante desconocido,
	37 (DC)	6. No sé sacar la desviación porque nunca me lo han enseñado.
	52 (DC)	7. no me acuerdo de haber visto el tema, y de lo único que me acuerdo es de a moda, la media y la mediana.
	31 (INT)	8. no tengo claro este concepto, ya que no se a que se refiere
	35 (INT)	9. Yo no sé sacar la desviación por qué no se que es
7 no entendió el ejercicio	50 (INT)	1. no entendi
	30 (INT)	2. La verdad no entendí como tal el problema ya que no visto o encontrado este tema anteriormente
	46 (DC)	3. yo escogí mis respuestas ya que estas estan dando informacion que es correcta y se puede corroborar con algunos procesos ademas de eso son respuestas que tienen logica con lo que se ve en la grafica y en la tabla de datos por lo que son hasta cierto puntos respuestas deductivas
	51 (INT)	4. No se como justificarla debido a que no entendí la pregunta y tampoco la informacion
8 lenguaje empírico	47 (DC)	1. La grafica 1 y 3 son las que muestran mayores resultados
	45 (DC)	2. los mayores promedios son los de las gráficas 1 y 3 ya que tanto en la tabla, como en las figuras se puede ver que son mas grandes.
11 No hay suficiente información	48 (INT)	1. Para conocer más a fondo sobre esto se necesita más información
	49 (INT)	2. Pienso que para sacar conclusiones más seguras sobre el último punto habría que observar más datos sobre el problema "
16 moda=media	33 (DC)	1. las graficas con mayores promedios son las graficas 1 y 3, esto debido a que en las mismas se observa una mayor altura, simbolizando un mayor promedio.
	43 (INT)	2. di cuenta de que los mayores promedios son los de las gráficas 1 y 3, ya que, se ven mas altas

28 compara datos mayores y menores	33 (DC)	1. -Se deduce que las graficas con mayores promedios son las graficas 1 y 3, esto debido a que en las mismas se observa una mayor altura, simbolizando un mayor promedio. -Estos datos se pueden llegar a asociar debido a que la definición de la desviación estándar tiene como principio la comparación de el valor mas alto (el de mayor altura en el eje Y) con las barras de el diagrama, en este caso, histograma. -Según los valores de este principio, igualmente, los datos con mas intervalos (como en el caso de la grafica 2) se encuentran mas dispersos a diferencia de los demás.
30 interpreta	37 (DC) 43 (INT) 55 (IC)	1. Saqué el promedio para buscar la media. Primero sume todos los valores que se encontraban ahí, y los dividí 2. me di cuenta de que los mayores promedios son los de las gráficas 1 y 3, ya que, se ven mas altas, también porque se nota que las graficas mas dispersas (2 y 3) son las que mas intervalos usan 3. Creo que las respuestas escogidas fueron gracias a intuición y no a datos o asociación numérica, por lo tanto no se debe confiar en las conclusiones que posiblemente se puedan sacar.
32 identifica valores	34 (INT) 36 (IC) 47 (DC) 38 (INT) 45 (DC)	1. Escogí estas opciones porque es lo que yo entiendo, por ejemplo, la que habla de las gráficas y los promedios 2. Por deducción visual se puede sacar un aproximado de los promedios de cada gráfica 3. La grafica 1 y 3 son las que muestran mayores resultados" 4. la 2 también lo deduje de la grafica ya que es la único para saber 5. se puede observar cual es mayor que el resto. Se puede deducir que los mayores promedios son los de las gráficas 1 y 3 "

Cuadro P3. Pretest justificaciones Grupo Experimental ARA

Categoría	ID	Ítems - fragmento
No responde	03 (INT) 18 (ÓPT) 28 (INT)	1. . 2. . 3. .
4 ideas estadísticas claras	17 (INT) 15 (ÓPT) 22 (ÓPT)	1. Se puede extraer el modal en la gráficas ya q es la barra más larga 2. se puede evidenciar por la barra mas alta que es el intervalo de la moda 3. la desviación nos dice cuánto pueden variar esos números del promedio

	29 (INT)	4. Creo que las graficas están dando mas una distribución de los datos pero no como tal sobre la media o la desviación estándar
5 algoritmos	22 (ÓPT)	1. número promedio de un grupo de números
6 desconocen el significado	04 (INT) 12 (ÓPT) 24 (ÓPT) 19 (INT) 13 (INT) 09 (ÓPT) 05 (INT)	1. No entiendo el tema 2. No se a que se refiere, pero se que la primera es verdadera por que se muestra en la grafica. 3. La primera es porque es mucho mas dificl calcular este tipo de datos sin estos procesos adicionales y en la segunda si se pueden sacar por que es mas sencillo y no se necesitan tantos datos 4. no lo supé resolver 5. Al momento de realizar las medidas dadas no corresponde a la imagen. 6. Podemos ver como el la figura se indica la media en el eje X, sin embargo no se pueden hallar otras medidas de tendencia central como la moda, pues no se especifican intervalos. 7. “1. No es posible establecer asociar las gráficas a las poblaciones, puesto que, no se conoce la tabla de frecuencias o los datos, ya que, la tabla nos da los valores de cuantas personas son en realidad y no es una medida de tendencia central (que es la media) 2. El tipo de datos no permite calcular las medidas descriptivas, ya que, no se pueden analizar datos cualitativos, mientras los datos cuantitativos si lo pueden hacer 3. Según los valores de la desviación estándar (…) ya que, los intervalos es un pequeño grupo que abarca los datos asi no sabríamos cuanta distancia hay de uno del otro lo que seria disperso”
7 no entendió el ejercicio	16 (ÓPT) 14 (ÓPT) 01 (ÓPT) 19 (INT) 23 (INT) 20 (INT)	1. no entendi muy bien como relacionar las graficas con los datos 2. mirando bine la poblacion A si se ve reperesentada en la grafica y lo mismo con la C 3. No puedo establecer una correlación entre los datos debido a que no entiendo muy bien la pregunta 4. no lo supé resolver 5. Si seráramente la hice al azar por qué no entendí 6. no entiendo la pregunta ,c
8 lenguaje empírico	02 (INT) 21 (ÓPT)	1. menor desviación más compacto es el histograma 2. se observa que graficas como 1 y 3, cada punto esta separado por un espacio más grande que otros
10 Confusión con la información	10 (ÓPT)	1. No se puede identificar claramente, porque no tiene una medida o dato especifico, lo cual hace que no se tenga precision para asociar las graficas con las poblaciones, lo

		unico que se pueder asociar es los intervalos de dispersion, por los cambios en las graficas.
	26 (INT)	2. no me acuerdo de como realizar estas operaciones
16 Moda=media	27 (ÓPT)	1. porque según la tabla le población 1 y 3 tener mayor promedios
	09 (ÓPT)	2. podría deducir que la tabla con mayor promedio es la 1, pues sus datos son mucho mas constantes en la parte elevada, por esa misma razón el grafico 3 también tendría un promedio alto (aunque no tanto como la primera grafica.
28 compara datos	02 (INT)	1. si vemos la población A, es la que mayor desviacion tiene debido a que en la grafica sus valores están más dispersos, la población C corresponde a la gráfica 3, debido a que analizando podemos ver que el promedio dado en la tabla y la media obtenida tras analizar la gráfica podemos deducir que estas son correspondientes, además, también podemos obtener medidas de tendencia central debido a que estas tienen la información organizada y los interválos están claros para poder sacar los datos en base a la gráfica.
30 interpreta	09 (ÓPT)	1. podría deducir que la tabla con mayor promedio es la 1, pues sus datos son mucho mas constantes en la parte elevada, por esa misma razón el grafico 3 también tendría un promedio alto (aunque no tanto como la primera grafica.
32 identifica valores	22 (ÓPT)	1. también nos pide que miremos los gráficos y los números para responder una pregunta esto nos ayuda a aprender cómo usar la información que tenemos para tomar decisiones
	17 (INT)	2. Se puede extraer el modal en la gráficas ya q es la barra más larga
	21 (ÓPT)	3. A simple vista se observa que graficas como 1 y 3, cada punto esta separado por un espacio más grande que otros. Es mas dificil analizar si la grafica no nos ofrece el eje y (Variable independiente y dependiente). El problema nos ofrece por lo menos una Tabla con los datos aunque no tenemos una Tabla de frecuencias.
	29 (INT)	4. Creo que las graficas están dando mas una distribución de los datos
	27 (ÓPT)	5. Porque según la tabla le población 1 y 3 tener mayor promedios
	07 (ÓPT)	6. En parte estoy de acuerdo, ya que como sabemos la desviación estandar, es para ver en una gráfica que tan separados estan sus datos o dispersos en si, por lo tanto las opciones que eligi son las más apropioadas a la imagen que puedo ver.
	15 (ÓPT)	7. se puede evidenciar por la barra mas alta que es el intervalo de la moda

	11 (INT) 06 (INT) 08 (ÓPT)	8. Lo calculé gracias a la moda 9. Se puede ver que la moda es 195, la mediana es 195,7 10. Hay que ver la moda,promedio

Cuadro P4. Postest justificaciones Grupo Control

Categorías	ID	Ítems
4 ideas estadísticas claras	67 (IC-INT) 63 (IC-INT)	1. la separación de las cajas en los diagramas nos indica la dispersión que tienen estos datos 2. aunque los hombres tienen el rango más alto, las mujeres tienen la mediana más alta que los hombres
6 desconoce el significado	59 (IC-INT) 79 (IC-INT) 82 (IC-ÓPT) 72 (INT-INT) 61 (DC-INT)	1. debido a que el tamaño de la gráfica presentada nos permite ver la gran diferencia en cuanto a cantidad de la gráfica de los hombres y de las mujeres. 2. ellos tienen un nivel A mientras que los estudios de las mujeres llegaron a nivel B 3. Las mujeres tienen un diagrama de cajas y bigotes más heterogéneo y sin tanta dispersión hacia la derecha del diagrama 4. ver en las gráficas se puede considerar que hay una mayor población n las mujeres, sin embargo, el diagrama de las mujeres es un poco angosto lo que puede deducir que los datos son relativamente heterogéneos en cambio del de los hombres que es un poco más largo por ende los datos son más homogéneos, sin embargo, se podría hacer las conclusiones teniendo una población un poco más amplia y teniendo los datos externos que no se muestran; 5. Los hombres hablan más ya que su diagrama de caja tiene una longitud mayor a la de las mujeres.
7 no entendió el ejercicio	80 (IC-INT)	1. los hombres tienen el menor tiempo que se la pasan hablando
8 lenguaje empírico	66 (DC-INT) 81 (DC-INT) 57 (IC-ÓPT)	1. es más extensa, es decir que hay datos más variados, en cambio la de las mujeres es más estrecha lo que puede llegar a ser hay número de repeticiones. 2. y puede que solo un hombre sea el que habla más que los otros (además un diagrama de cajas más corto asegura más veracidad) 3. los hombres hablan repentinamente y por partes mientras que las mujeres empiezan a hablar poco a poco hasta que llegan a un tema de conversación
14 error en el uso de datos	81 (DC-INT)	1. lo que significa que en ese punto está la mayor concentración de hombres entrevistados
15 media=mediana	81 (DC-INT)	1. segundo cuartil que es el que da la media

	78 (DC-ÓPT) 68 (INT-ÓPT) 77 (IC-INT) 69 (DC-ÓPT) 80 (IC-INT)	2. tienen un promedio de palabras pronunciadas mayor en comparación con los hombres 3. la línea del promedio 4. el promedio de las mujeres sea más alto 5. la media de las mujeres es más alta que la de los hombres 6. " la media de los hombres es más baja que las mujeres. En conclusión, podemos decir que las mujeres hablan más que los hombres, ya que estas tienen datos más constantes y su media es más grande.
28 compara datos	78 (DC-ÓPT) . 58 (DC-ÓPT) 76 (IC-INT) 57 (IC-ÓPT)	1. la variabilidad en la cantidad de palabras pronunciadas por los hombres es mayor, lo que significa que hay una mayor dispersión en los datos de los hombres en relación con la cantidad de palabras habladas. si bien las mujeres tienden a hablar en promedio más que los hombres, no se puede concluir de manera definitiva 2. porque su número máximo es mayor al de las mujeres 3. porque su caja de bigotes es más alargada que el de las mujeres y va hasta un número más alto, aunque cabe aclarar que también la caja de bigotes de los hombres va desde un número más bajo, ósea que, aunque muchos hablan más que las mujeres, también algunos hablan menos, 4. su dato menor empieza en 0 mientras que el de las mujeres en 2500 esto podrí significar que los hombres hablan repentinamente y por partes
30 interpreta	68 (INT-ÓPT) 60 (IC-INT) 75 (DC-INT) 70 (INT-INT) 56 (IC-ÓPT)	1. Se ve que la caja de las mujeres es más pequeña a comparación de la de los hombres, vemos que los bigotes del diagrama de los hombres son bastantes extensos, y varían más los datos, las mujeres por otro lado en su diagrama se ve más pequeño. 2. pero, en el 50% de la información de entre los grupos se puede ver que los hombres hablan menos que ellas y que el máximo que llegaron a hablar en palabras los hombres es de cerca de 37.500 mientras que las mujeres fue de cerca de 25.000 3. que las mujeres hablan más, ya que las mujeres tienen menos grado de dispersión 4. se puede inferir que su cuartil con mayores palabras pronunciadas esta entre 15.000 y 17.500 y el de los hombres es de 7.500 a 10.000 5. 50 (cuartil 1) hombres hablan 562.000 palabras (cada uno 11.250) otros 49 (cuartil 2) hombres hablan 1.102.500 palabras (cada uno 22.500) 1 hombre

	64 (INT-INT) 80 (IC-INT) 81 (DC-INT) 82 (IC-ÓPT) 71 (IC-INT)	habla 37.500 palabras en total = 1.702.000 palabras en total 50 (cuartil 1) mujeres hablan 750.000 palabras (cada una 15.000) 49(cuartil 2) mujeres hablan 857.500 palabras (cada una 17.500) 1 mujer habla 25.000 palabras en total =1.632.500 entonces los hombres hablan más que las mujeres" 6. no hicieron la prueba a la misma cantidad de personas, pero según la gráfica se puede interpretar que los hombres hablan más que las mujeres, pero si yo tuviera que ayudar primero seleccionaría la misma cantidad de personas, luego realizo la prueba 3 veces con diferentes personas para al comparar los resultados sacar una conclusión, y por último lo graficaría mejor con un diagrama de dispersión para explicar mejor 7. se vea más grande, esto indica que sus datos están más dispersos mientras que el de las mujeres es más pequeño, lo cual dice que sus datos son más constantes. 8. su segundo cuartil se encuentra en una posición más adelantada que el segundo cuartil de los hombres 9. se puede notar en el diagrama de los varones que son datos muchos más dispersos y alejados de la mediana 10. su gráfica son más extensos y con un intervalo mayor, también el límite superior está mucho más separado que el inferior, así como al superior de las mujeres, que a su vez tienen datos más concisos y con menos varianza
31 reflexiona-infiere	63 (IC-INT)	1. aunque los hombres tienen el rango más alto, las mujeres tienen la mediana más alta que los hombres
32 identifica valores	80 (IC-INT) 69 (DC-ÓPT) 77 (IC-INT)	1. pero también tienen el dato mayor. aunque los hombres tengan un dato mayor, se puede ver en el bigote de la caja que está alejado, 2. hay valores por fuera y muy disperso 3. el rango del diagrama de las mujeres es más estrecho que el de los hombres,
33 grupo muestra	56 (IC-ÓPT)	1. muestra de 100 personas (100 hombres y 100 mujeres)
34 analizar	62 (DC-INT) 73 (IC-ÓPT) 74 (DC-INT)	1. los bigotes de la caja de los varones son más largas por lo tanto es más variable que los hombres hablen más que las mujeres 2. "los hombres se muestran que los datos que se tomaron fueron más dispersos, en cambio el de las mujeres no. La gráfica también muestra que la mediana de los hombres es menor a la de las mujeres"

	66 (DC-INT)	3. "El tamaño y la forma de la caja nos ayuda a determinar que los datos recolectados por los varones son muy variados, mientras que los de las mujeres son más homogéneos. La mayoría de los hombres pronuncian alrededor de 10000 palabras, mientras que las mujeres 15000" 4. debido a que su gráfica es más extensa, es decir que hay datos más variados, en cambio la de las mujeres es más estrecha lo que puede llegar a ser hay número de repeticiones.
36 dispersión=más representativo?	67 (IC-INT)	1. los hombres tienen mayor dispersión a las mujeres y por eso también creo que los hombres hablan más

Cuadro P5. Postest justificaciones Grupo Experimental DIC

Categorías	ID	Ítems
4 ideas estadísticas claras	46 (DC) 44 (DC) 43 (INT) 33 (DC) 53 (IC)	1. esto se evidencia en los cuartiles ya que aunque la mediana de los hombres esta mas cerca al limite inferior el cuartil tres demuestra que los hombres hablan mas que las mujeres 2. por que entre más pequeño es el diagrama de cajas, están menos dispersos los datos, 3. ellas tienen datos mas homogéneos y mas densos 4. se puede deducir que entre más pequeño el diagrama más agrupados se encuentran los datos necesitados 5. los hombres tienen una mayor variabilidad en su cantidad de palabras dichas
6 desconoce el significado	45 (DC) 31 (INT) 47 (DC) 52 (DC)	1. Considero que la afirmación de que las mujeres hablan más que los hombres no es verdad porque el 75% en el el diagrama de los hombres se muestra una menor cantidad que el 75% que se muestra en el diagrama de las mujeres 2. esta tabla representa que las mujeres hablan mas que los hombre porque a pesar de que los hombres tienen la barra en un índice de palabras mayor al que las mujeres 3. Diria qué esta afirmación es errónea ya qué se evidencia que los hombres tienen más evidencias de hablar más 4. Las gráficas nos muestran una clara diferencia, y nos indican que gracias a los estudios se evidenció que los hombres hablan más que la mujeres
7 no entendió el ejercicio	41 (IC) 55 (IC)	1. Diría que depende, ya que los números de abajo no indican si es el numero de palabras, o el numero de personas, ya que si es el numero de palabras , podría haber sido tomado de un grupo pequeño de personas, así que no se podrían sacar conclusiones, pero si eso indica el numero de personas encuestadas, no sabríamos la cantidad de palabras exactas que dicen, aun que gráficamente nos podemos dar cuenta que las mujeres pronunciarían mas palabras que los hombres, 2. Creo en base a los diagramas de caja y su superposición, que la estadística esta sesgada, ya que no toma en cuenta otro tipo de características que influenciarían el diagrama.

		Hacer conclusiones basados en una estadística basada en únicamente el sexo seria una posible herramienta de manipulación aprovechable e incorrecta.
	42 (IC)	3. Los hombres hablan más que las mujeres, ya que la investigación indica que pronuncian más palabras los hombres en una conversación respecto a las mujeres"
8 lenguaje empírico	51 (INT) 43 (INT) 41 (IC) 49 (INT) 47 (DC)	1. no son muy precisos 2. y además el segundo cuartil es bastante extenso, 3. pero la grafica de los hombres tiene un punto mas adelante que (creo) es un porcentaje muy pequeño de hombres que hablan mas palabras, así que se puede decir que hay diferentes tipos que personas 4. el diagrama de caja de los varones es mucho más extensa que el de las mujeres 5. Diria qué esta afirmación es errónea ya qué se evidencia que los hombres tienen más evidencias de hablar más
10 Confusión con la información	38 (INT)	1. Me parece que en base a la información presentada por los gráficos no es sustentable la idea de que las mujeres hablan más que los hombres ya qué cada gráfico presenta información diferente tal como: la mediana, el rango y tamaño de cuartiles por lo que seria más justo o más lógico si las gráficas tuvieran mayor similitud
12 dato mayor=población	50 (INT) 35 (INT) 30 (INT) 37 (DC)	1. el diagrama de las mujeres es más pequeño, es decir que se investigó una menor cantidad de mujeres 2. cantidad de los hombres es 7500 hasta 22500 mientras que la mujer es 7800 hasta 17600. 3. aunque sea mayor la cantidad de los hombres al de las mujeres, 4. hay un porcentaje mayor de palabras pronunciadas en los hombres a partir de las 7500 palabras aproximadamente
14 error en el uso de datos	34 (INT)	1. pero la mediana es inferior,pero yo diría que si hablan más ya que el tercer cuartil también es mayor
15 media=mediana	54 (DC) 39 (IC) 31 (INT) 48 (INT) 53 (IC) 36 (IC)	1. las mujeres se puede tener en cuenta que la media de ellas es mayor que la de los hombres 2. las mujeres hablan mas ya que la media en el diagrama de caja es mas elevada 3. se puede ver que la linea del promedio de hombres es mas baja que el de las mujeres 4. teniendo en cuenta el promedio se puede observar en el diagrama 5. en promedio un hombre habla en mayor cantidad que una mujer. 6. que en promedio los hombres dicen muchas más palabras que las mujeres
28 compara datos	34 (INT) 46 (DC) 39 (IC)	1. Las mujeres si pueden a llegar a hablar más ya que el dato mayor supera por mucho al de los hombres pero la mediana es inferior,pero yo diría que si hablan más ya que el tercer cuartil también es mayor. 2. esto se evidencia en los cuartiles ya que aunque la mediana de los hombres esta mas cerca al limite inferior el cuartil tres demuestra que los hombres hablan mas que las mujeres ya que esta ubicado casi tan cerca del limite superior de el diagrama de caja de las mujeres 3. las partes básicas de el diagrama de caja como la mediana y los cuartiles, por lo tanto puedo decir que las mujeres

		hablan mas ya que la media en el diagrama de caja es mas elevada
	37 (DC)	4. los hombres hablan más que las mujeres porque hay un porcentaje mayor de palabras pronunciadas en los hombres a partir de las 7500 palabras aproximadamente, y hay un grupo mayor de varones que hablan más que las mujeres a partir de las 12500 palabras hasta las 25000 palabras, mientras que el grupo de mujeres que hablan demasiado son de las 15000 hasta las 17500 palabras.
	48 (INT)	5. las mujeres son los que en realidad hablan mas, aunque ellas tiene un limite superior menor que el de los varones, teniendo en cuenta el promedio se puede observar en el diagrama, las mujeres tiene un porcentaje mas alto.
30 interpreta	50 (INT)	1. las mujeres tienen menos palabras contadas a comparación de los varones, sin embargo el diagrama de las mujeres es más pequeño, es decir que se investigó una menor cantidad de mujeres, por lo cual no es correcto afirmar nada
	49 (INT)	2. podemos ver que el diagrama de caja de los varones es mucho más extensa que el de las mujeres, por lo que inferimos que en los datos recolectados se puede ver que hay hombres que pronuncian mayor cantidad de palabras que las mujeres, por ende, la afirmación de que las mujeres hablan más que los hombres no es sustentable.
	33 (DC)	3. La información planteada si es sustentable, debido a que el diagrama de las mujeres es mas pequeño, se puede deducir que entre más pequeño el diagrama más agrupados se encuentran los datos necesitados, en cambio, el diagrama de de los varones es mas grande, por consecuencia los datos de este diagrama se encuentran mas dispersos a comparación de los de las mujeres.
	43 (INT)	4. se puede determinar que los varones son los que mas hablan, ya que según el diagrama de caja, podemos observar que los hombres tienen una diferencia considerable en dicha grafica, y además el segundo cuartil es bastante extenso, por lo que gracias a el diagrama observamos que los varones encuestados hablan mas, en conclusión, las mujeres hablan menos que los hombres sin embargo, ellas tienen datos mas homogéneos y mas densos, por lo que se puede decir que hay muchas mujeres que hablan entre 8500 palabras y 17500, por lo que es mas homogéneo que los datos que se recolectaron a los hombres
	44 (DC)	5. Sí es sustentable la afirmación, por que entre más pequeño es el diagrama de cajas, están menos dispersos los datos, esto quiere decir que el diagrama de cajas de las mujeres representa que ellas hablan más que los hombres
	35 (INT)	6. me parece que los hombres hablan mas que los hombres ya que la cantidad de los hombres es 7500 hasta 22500 mientras que la mujer es 7800 hasta 17600.
	36 (IC)	7. No es sustentable la afirmación, pues en los diagramas se puede evidenciar que en promedio los hombres dicen muchas más palabras que las mujeres. Sin embargo, se podría buscar otra sustentación de la afirmación, dejando de lado la cantidad de palabras y teniendo en cuenta la

		cantidad de interacciones verbales o la relevancia de estas.
32 identifica valores	31 (INT) 30 (INT) 51 (INT) 41 (IC) 53 (IC) 45 (DC) 38 (INT) 52 (DC) 42 (IC)	1. las mujeres hablan mas que los hombre porque a pesar de que los hombres tienen la barra en un índice de palabras mayor al que las mujeres 2. el cuartil que demuestra el limite nos dice que las mujeres suelen hablar mas que los hombres, o mejor dicho, dentro de x cantidad de mujeres estas son las que hablan y lo mismo para hombres. 3. pese que el diagrama de caja que representa a los hombres es mas prolongado por lo que los datos no son muy precisos a comparación que el de las mujeres 4. un punto mas adelante que (creo) es un porcentaje muy pequeño de hombres que hablan mas palabras, así que se puede decir que hay diferentes tipos que personas, como mujeres que hablan mucho o poco y hombres que hablan poco o mucho, con la grafica se puede decir que hablan mas palabras las mujeres, aun que todo puede depender con el numero de muestra y el lugar en que se toma y el numero de personas encuestadas. 5. los hombres tienen una mayor variabilidad en su cantidad de palabras dichas 6. Considero que la afirmación de que las mujeres hablan más que los hombres no es verdad porque el 75% en el el diagrama de los hombres se muestra una menor cantidad que el 75%" 7. Me parece que en base a la información presentada por los gráficos no es sustentable la idea de que las mujeres hablan más que los hombres ya qué cada gráfico presenta información diferente tal como: la mediana, el rango y tamaño de cuartiles por lo que seria más justo o más lógico si las gráficas tuvieran mayor similitud 8. Las gráficas nos muestran una clara diferencia, nos indican que gracias a los estudios se evidenció que los hombres hablan más que la mujeres. Desde mi punto de vista no considero que nuestra idea principal sea sustentable. 9. ya que la investigación indica que pronuncian más palabras los hombres en una conversación respecto a las mujeres.
34 analizar	54 (DC)	1. ya que aunque se pueda apreciar a primera vista en el diagrama de caja que los hombres tienen una mayor cantidad de palabras pronunciadas, en el diagrama de las mujeres se puede tener en cuenta que la media de ellas es mayor que la de los hombres. Para sustentar mejor esta respuesta yo diseñaría un diagrama de líneas, donde se permitiría evidenciar
36 dispersión=más representativo?	44 (DC)	1. esto quiere decir que el diagrama de cajas de las mujeres representa que ellas hablan más que los hombres

Cuadro P6. Postest justificaciones Grupo Experimental ARA

Categorías	ID	Ítems

No responde	05 (INT)	1. No hay una certeza siempre que si un genero (mujer y hombre) determine que tanto habla la persona (…) o si hablamos en general del mundo, si se habla o no, eso depende de la PERSONA y no de un ejemplar de hombre o mujer. Creo yo que nos dogmatizamos con los géneros de las personas, pero independientemente de que se crea que las mujeres hablen mas o que realmente hablen mas los varones (…) para mi es una encuesta absurda por que los géneros no determinan que tanto habla una persona.
4 ideas estadísticas claras	26 (INT) 23 (INT) 08 (ÓPT)	1. los datos de los hombres están mas dispersos pero 2. los datos que recolectaron las mujeres están menos dispersos eso quiere decir que los varones son muy variadas las unas son muy altos y otras muy bajas 3. hay un asterisco a la derecha del diagrama llamado dato extremo que nos indica que hay un valor más grande
6 desconoce el significado	20 (INT) 21 (ÓPT)	1. se puede notar que los hombres dic en muchas palabras ya que el numero mayor, es mucho mas grande que el dato mayor de las mujeres, esto nos sirve ya que entonces las mujeres en promedio hablan mucho menos 2. Si soy sincero, se me dificulta entender los Diagramas de caja y no puedo sacar una conclusión clara.
7 no entendió el ejercicio	05 (INT) 13 (INT)	1. Creo yo que nos dogmatizamos con los géneros de las personas, pero independientemente de que se crea que las mujeres hablen mas o que realmente hablen mas los varones y que se puede demostrar que los varones son los que hablan mas, para mi es una encuesta absurda por que los géneros no determinan que tanto habla una persona. 2. No entiendo lo suficientemente bien la gráfica
8 lenguaje empírico	21 (ÓPT)	1. Aun asi, a simple vista se cree que los Varones hablan más, o tienen un mayor promedio de palabras dichas.
10 Confusión con la información	04 (INT)	1. las mujeres hablan más que los hombres, ya que cuando los bigotes son más largos hay mas dispersión en los datos
12 dato mayor=población	16 (ÓPT)	1. de acuerdo a l grafica se puede evidenciar que los hombres hablan mas pero en un periodo largo
15 media=mediana	27 (ÓPT) 10 (ÓPT) 12 (ÓPT) 22 (ÓPT)	1. pero el promedio demuestra que la mayoría de de las conversaciones de las mujeres es mayor. 2. en promedio las mujeres hablan mas que los hombres 3. ya que el promedio de las mujeres es mas alto que el de los hombres 4. hombres aunque el promedio de palabras pronunciadas por las mujeres es ligeramente mayor que el de los hombres
28 compara datos	12 (ÓPT) 14 (ÓPT)	1. Si, ya que el promedio de las mujeres es mas alto que el de los hombres, y a juzgar por el asterisco, la grafica nos dice que hay un dato mas alto que no alcanza a entrar dentro del bigote de la caja, dándonos a entender que hubo algún caso en donde la mujer supero el promedio de palabras. Podemos evidenciar que en el caso del genero masculino no sucede esto, y que por que sus limites a simple vista sean altos con respecto al de las mujeres 2. en el inicio de las 2 graficas se ve que las mujeres hablan bastante más, en el 2do cuartil se sigue viendo esto, aunque en menor medida, en el cuartil 3 ya se ve una clara diferencia en la que los hombres hablan más, y en el final de las graficas se ve que el hombre que más habla dice unas 37500 palabras al dia, y la mujer que habla más diariamente dice unas 250000 palabras.

	19 (INT)	3. El estudio (a partir de la grafica) indica que esta afirmación es incorrecta, podemos observar a primera vista el tamaño de los cuarteles, que el lado de menos palabras es mayor en mujeres que en varones mientras que el bigote mas largo en la grafica de varones muestra una mayor cantidad de palabras evidenciando una brecha significativa de la medida hablada. En esta investigación se podría asegurar que la afirmación previamente dada no es sustentable.
	28 (INT)	4. Concluyo esto a partir de los diagramas de cajas y bigotes que se pueden apreciar, apreciar que el cuartil #2 de las mujeres (50%) es mayor que el de los hombres (14500 aprox contra 11000 aprox) y el cuartil de los hombres es menor al de las mujeres (7500 aprox contra 8000 aprox) A pesar de que el cuartil 3 del diagrama de los hombres es mayor por mucho, no es considerable debido a la distancia que tiene con el cuartil 2.
	07 (ÓPT)	5. hablan más los hombres ya que los bigotes en este diagrama son más extensos aunque la mediana de la mujeres sea mayor.
30 interpreta	20 (INT)	1. Además de que se nota que el diagrama de los hombres esta mucho mas grande, se puede notar que los hombres dic en muchas palabras ya que el numero mayor, es mucho mas grande que el dato mayor de las mujeres, esto nos sirve ya que entonces las mujeres en promedio hablan mucho menos que los hombres, ya que en si el dato mayor es como el limite, y de allí no pasan el numero de palabras. Además del Q2 al Q3 se puede notar que los hombres hablan mucho mas que las mujeres.
	29 (INT)	2. Podemos ver que de 1 a 7500, los hombres hablan menos que las mujeres pero al pasar de ahi al resto del diagrama de bigotes se puede ver que es mayor cuanto hablan los hombres.
	15 (ÓPT)	3. primero analizaría el diagrama de caja observando los bigotes ya que se observa que el bigote de los hombres comienza desde el 0 mientras que es de las mujeres comienza desde 2500, aunque se observa que a las mujeres salió de su boca 10.000 palabras mientras que en los hombres 37,500
	22 (ÓPT)	4. Según los diagramas de caja de la investigación, no se puede concluir que las mujeres hablan más que los hombres aunque el promedio de palabras pronunciadas por las mujeres es ligeramente mayor que el de los hombres la distribución de los datos es muy amplia
	24 (ÓPT)	5. Mi conclusión es que este mito no es cierto pues si observamos el diagrama vemos que el diagrama de las mujeres es mas pequeño y con datos menores pues solo va del 2500 al 25000, en cambio el de los hombres es mucho mas amplio y abarca mas datos mostrándonos que si hablan mucho mas
	09 (ÓPT)	6. el diagrama de los varones tiene unos bigotes más extensos esto quiere decir que hablan más que las mujeres pero aunque a simple vista se vea esto las mujeres también hablan bastante ya que hay un asterisco a la derecha del diagrama llamado dato extremo que nos indica que hay un valor más grande que el diagrama
	11 (INT)	

	02 (INT)	7. se puede observar que los hombres pronuncian más palabras que las mujeres 8. teniendo en cuenta los cuartiles y los valores máximos y mínimos nos podemos dar cuenta que el valor mínimo y máximo de los hombres (específicamente el máximo) es muy superior al de las mujeres, que es menor. Además el espacio del diagrama de los hombres y mujeres comparado es mucho mayor para los hombres que para las mujeres.
32 identifica valores	18 (ÓPT) 01 (ÓPT) 04 (INT) 23 (INT) 03 (INT) 17 (INT) 06 (INT) 10 (ÓPT) 27 (ÓPT) 16 (ÓPT) 26 (INT)	1. Los hombres hablan mas que las mujeres 2. los hombres tienen una mayor cantidad de palabras dichas y sus porcentajes a diferencia de las mujeres son mucho mayores 3. las mujeres hablan más que los hombres, ya que cuando los bigotes son más largos hay mas dispersión en los datos 4. Yo diría que las mujeres hablan más ya que el diagrama de caja muestra que los datos que recolectaron las mujeres están menos dispersos eso quiere decir que los varones son muy variadas las unas son muy altos y otras muy bajas 5. ya que hay una mayor parte hay mas hombres que hablan mas que las mujeres 6. No estoy de acuerdo con la afirmación ya q según el diagrama d caja las mujeres pronunciaron menos palabras q los hombres 7. se puede ver qué los hombres hablaron más, entonces se puede inferir que no en todos los casos las mujeres hablan más que los hombres. El diagrama de caja nos muestra que el hombre obtuvo una mayor cantidad de palabras y la mujer una menor. 8. sin embargo, los hombres hablan pero son muy pocas las cantidades en comparación a las mujeres 9. Este estudio demuestra que puede que los hombres hablen por mucho mas tiempo pero no significa que siempre tengan conversaciones hazi largas, pero el promedio demuestra que la mayoría de de las conversaciones de las mujeres es mayor. 10. de acuerdo a l grafica se puede evidenciar que los hombres hablan mas pero en un periodo largo en cambio de las mujeres que hablan mas en un tiempo corto 11. las mujeres realmente no hablan mas que los hombres, los datos de los hombres están mas dispersos pero se podría decir que las mujeres hablan incluso menos que estos
34 analizar	09 (ÓPT)	1. los limites de la caja de diagrama y bigotes son más cortos a cercanos a la caja en el caso de las mujeres. También es importante destacar como el cuartil número dos nos muestra que los hombres usualmente hablan menos ya que este cuartil está alejado del límite superior. Además, la mediana de los datos masculinos es inferior a los femeninos
36 dispersión=más representativo?	08 (ÓPT)	1. el diagrama de los varones tiene unos bigotes más extensos esto quiere decir que hablan más

Cuadro P7. Sugerencias del grupo control

Categorías	ID	Ítems
17 lúdico	57 (IC-ÓPT)	1. como algo más lúdico por decirse así, ya que muchas veces lo vemos como una cifra
18 más práctica	81 (DC-INT) 72 (INT-INT)	1. tener más ejemplos 2. también actividad d razonamiento estadístico para fortalecer los conocimientos
19 rol docente	62 (DC-INT) 70 (INT-INT)	1. Yo creo que la mejor herramienta para mejorar es la profesora ya que ella es la del conocimiento y le podemos preguntar cualquier cosa 2. a profesora fue muy clara en las explicaciones
20 recursos didácticos	71 (IC-INT) 62 (DC-INT) 64 (INT-INT)	1. Uso de imágenes llamativas, pero no tan llenadoras que sean fáciles de comprender, junto con una explicación adecuada, clara y concisa 2. además que con los vídeos sobre estadística entendí mucho mejor el tema de Exel y las gráficas. 3. pienso que la memoficha y las guías de la profesora ayudan mucho
21 pedagogía	69 (DC-ÓPT)	1. es necesario que el docente se enfoque en los estudiantes con mayor falencia dado que son los que más problemas presentan y sacan las notas más bajas
22 evaluaciones	72 (INT-INT)	1. test d conocimientos
23 metacognición	79 (IC-INT)	1. debo estudiar más el tema, ya que he tratado, pero no he llegado a donde debo y tengo que esforzarme mas
24.1 meta de apz. Analizar-relacionar	82 (IC-ÓPT)	1. lean y observen bien los datos para poder analizar mejor sacar conclusiones.
24.2 meta de apz. Usar algoritmos	73 (IC-ÓPT) 81 (DC-INT)	1. Comprender los distintos métodos estadísticos 2. aprender a hacer las fórmulas sin Excel
27 ninguna	75 (DC-INT) 58 (DC-ÓPT) 56 (IC-ÓPT 59 (IC-INT) 60 (IC-INT) 63 (IC-INT) 74 (DC-INT) 76 (IC-INT) 77 (IC-INT) 78 (DC-ÓPT) 80 (IC-INT)	1. Ninguna 2. Nada por mejorar 3. . 4. . 5. . 6. . 7. . 8. . 9. . 10. . 11. .

Cuadro P8. Sugerencias del grupo Experimental DIC

Categorías	ID	Ítems
17 lúdico	49 (INT)	1. Pienso que la forma en que se está trabajando el razonamiento estadístico en estos momentos es buena, pero podría ser incluir actividades didácticas que van con

		el tema para que sea algo distinto e interesante para los estudiantes.
18 más práctica	44 (DC) 41 (IC) 33 (DC) 37 (DC)	1. Quiero sugerir que la profe haga más talleres de estos pero de forma individual, ya que a veces de forma grupal es difícil trabajar. 2. yo diría que practicar y repasar mas los temas en el aula, o individual, a medida que pase el tiempo se podría facilitar el razonamiento estadístico 3. Consideraría el poder realizar actividades estadísticas de manera más frecuente y de una manera más inmersiva, esto al poder utilizar por ejemplo, datos como notas en las diferentes asignaturas. 4. Me gustaría que la profesora en el aula de clase refuerce con ejercicios en pantalla temas que no abordamos demasiado, tomando en cuenta que hay estudiantes que no repasan en la casa. Además, mi opinión es que una persona aprende más en persona con ejercicios prácticos que a través de una pantalla o texto.
20 recursos didácticos	39 (IC)	1. Antes de empezar la clase poner un ejercicio estadístico con una pequeña recompensa (puntos positivos) para así poder incentivar a todos
23 metacognición	43 (INT) 54 (DC)	1. estudiar bastante los temas propuestos, prestar atención, y aprender a realizar los procesos desde 0 o sin copiarse de nadie, y tener claras las formas tan variadas que hay para llegar a un resultado 2. -Presentar, ofrecer e implementar rutinas, horarios, ejercicios, etc. teniendo en cuenta el test de estilo cognitivo, ya sea dependiente, intermedio bajo, intermedio, intermedio alto o independiente.
24.1 meta de apz. Analizar-relacionar	36 (IC) 52 (DC) 30 (INT)	1. Lo que más me ayudó fue mirar más allá de los datos e intentar comprender de mejor manera cada número presentado, entender que detrás de cada dato hay una situación real y situarte en esta 2. Siento que para mejorar el razonamiento estadístico, necesitamos leer más, estar más pendientes a las noticias estadísticas, cómo votaciones o simplemente noticias que contengan alguna gráfica cómo forma de explicación y analizarla detenidamente para poder saber si está bien. 3. Desde mi consideracion lo que aumentara mi conocimiento estadistico es ver en mi entorno y asociarlo con la estadica como decir ""Que pasa si.."" entre otros para poder geenrar varios opciones dentro de diferentes datos que toca tomar en cuanta para tomar la mejor decision.
25. Explicar	47 (DC) 38 (INT) 55 (IC)	1. Siento que para poder mejorar la parte de la estadística se podría implementar mejor los grupos en el salón, también haber hecho mejor la parte de la explicación de la estadística 2. Explicar los temas que estos contengan de una forma más didáctica esto ya que la gente y nosotros como estudiantes muchas veces se nos facilita más aprender de una manera entretenida y de integración, qué de una manera convencional qué muchas veces aburre o se nos dificulta más su aprendizaje

		3. empezar el proceso de enseñanza desde antes para un acople mas efectivo por parte de los estudiantes.
27 ninguna	34 (INT) 48 (INT) 31 (INT) 35 (INT) 45 (DC) 46 (DC) 51 (INT) 53 (IC) 50 (INT) 42 (IC)	1. . 2. . 3. Pues para mi se me dificulto el tema así que no voy a recomendar algo porque me parece que lo que se vio en clase estuvo bien, aunque el quiz fue un poco difícil 4. . 5. . 6. . 7. no tengo ninguna 8. . 9. . 10. .

Cuadro P9. Sugerencias del grupo Experimental ARA

Categorías	ID	Ítems
18 más práctica	24 (ÓPT) 09 (ÓPT) 11 (INT) 15 (ÓPT) 12 (ÓPT) 13 (INT) 28 (INT) 05 (INT)	1. Que se vea mas este tema pues se deja muy a un lado y se va olvidando y cuando tratas de recordarlo te complicas y es mas difícil 2. Inculcar desde una edad temprana la estadística, el razonamiento y el entendimiento. Darle un poco más de tiempo a los estudiantes para entender estos temas antes de hacer una evaluación, pues el razonamiento estadístico puede ser complejo para varios estudiantes 3. Considero que más trabajos prácticos pueden contribuir a si mejoría 4. hacer mas ejercicios de encuestas como este o mas trabajos en los que nos tengamos que reunir con mas personas y lo cálculos estadísticos 5. colocar mas problemas lógicos y sobre razonamiento basado en datos. 6. Relacionar ejercicios matemáticos cona vida cotidiana 7. Hacer mas ejercicios prácticos con datos reales 8. Que podamos ver casos reales y hacer una investigación, así determinaríamos solos como lo haríamos.
20 recursos didácticos	03 (INT)	1. Tener ejercicitos en las memo fichas y un poco mas fáciles las evaluaciones
23 metacognición	08 (ÓPT)	1. Mi sugerencia es seguir usando los resultados del test ARA para que las personas puedan entender mejor dependiendo de su estilo de aprendizaje
24.1 meta de apz. Analizar-relacionar	26 (INT) 22 (ÓPT) 10 (ÓPT) 07 (ÓPT)	1. verlo como una forma de procesar la información de nuestro entorno de forma ordenada 2. fomentar el pensamiento critico es decir las personas desarrollen habilidades para evaluar la calidad de los datos, identificar sesgos y errores, y hacer inferencias precisas a partir de los datos 3. Colocar casos mas difíciles, resolverlos por parte del a profesora y analizar cuales fueron las cosas que se tuvieron en cuenta para ese resultado. 4. Yo sugiero que al razonar se basen en datos ya que son más confiables aunque a veces pueden haber algunas excepciones que no siempre son vistas en todos los caso

	06 (INT)	5. Usar e implementar mucho más el análisis de las situaciones.
25. Explicar	20 (INT) 01 (ÓPT) 29 (INT) 02 (INT) 21 (ÓPT)	1. En si que no fuera tanto ejercicios si no que nos dieran una demostración de como podría usarse diariamente, ya que así en vez de solo usarlo para resolver ejercicios lo podría llegar a volver un habito que podría usar en la vida cotidiana" 2. unas explicaciones de temas mas especificas , ya que debido a esto se podrían profundizar mas los temas y tener un conocimiento mayor 3. Si el resto no entiende lo que ya fue explicado y alguien tiene una forma diferente de explicar el tema, podria ofrecer su forma de hacerlo y ayudar a los compañeros. 4. como estudiantes tengamos la posibilidad de tener más tiempo y más acompañamiento cuando hacemos la solución de los ejercicios, especialmente en la solución de la guía, o al menos antes de empezar a resolver la guía practicar con la profesora, pues a algunas personas que tienen un razonamiento matemático más lento o que requiere más tiempo de análisis o una explicación más detallada, como la que la profesora hizo en la hora antes del quiz, que de una manera u otra me sirvió para entender y aclarar conceptos 5. Al comienzo desconocía para que era este Proyecto de Estadística y Aprendizaje, no estana seguro en que me serviría esto y que cosas me iban a enseñar. Mi sugerencia es que para la próxima explicar de forma clara que se piensa hacer.
27 ninguna	04 (INT) 14 (ÓPT) 23 (INT) 19 (INT) 27 (ÓPT) 18 (ÓPT) 16 (ÓPT) 17 (INT)	1. No tengo ninguna sugerencia 2. . 3. No tengo sugerencias ya que el proceso que tiene la profe me gustó y me pareció bastante bien explicado 4. . 5. ninguna 6. . 7. ninguna 8. Ninguna

Anexo Q: Categorías comunes entre los grupos y momentos

Categorías GC		Categorías GE_DIC		Categorías GE_ARA	
Nivel pretest	**Nivel postest**	**Nivel pretest**	**Nivel postest**	**Nivel pretest**	**Nivel postest**
3	4	NR	4	NR	NR
4	6	4	6	4	4
5	7	5	7	5	6
6	8	6	8	6	7
7	14	7	10	7	8
8	15	8	12	8	10
10	28	11	14	10	12
11	30	16	15	16	15
13	31	28	28	28	28
16	32	30	30	30	30
26	33	31	32	32	32
28	34	32	34		34
30	36		36		36
32					
34					

Conocimiento estadístico — Obstáculos epistemológicos — Habilidades por niveles

Anexo R: Categorías comunes de las sugerencias para desarrollar el razonamiento estadístico entre los grupos.

Categoría GC	Categoría GE_DIC	Categoría GE_ARA
17 18 19 20 21 22 23 24.1 24.2 27	17 18 20 23 24.1 25 27	18 20 23 24.1 25 27
Sugerencias		