

MOVIÉNDONOS EN EL PLANO A CIEGAS

ÁVILA RISCANEVO CRISTIAN DAVID
VARELA LEÓN JAVIER ALONSO

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
BOGOTÁ D.C. 2019

MOVIÉNDONOS EN EL PLANO A CIEGAS

ÁVILA RISCANEVO CRISTIAN DAVID

Código: 2013140003

C.C 1023894173

VARELA LEÓN JAVIER ALONSO

Código: 2013140065

C.C 1018472192

Trabajo de Grado asociado al estudio de un asunto de interés profesional de los estudiantes

Trabajo de grado como requisito parcial para optar al título de Licenciados
en Matemáticas

Directora

TANIA J. PLAZAS MERCHÁN

Magister en Docencia de la Matemática

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
BOGOTÁ D.C. 2019

 UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL Universidad de Pedagogía	FORMATO	
	RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN - RAE	
Código: FOR020GIB	Versión: 01	
Fecha de Aprobación: 10-10-2012	Página 1 de 7	

1. Información General	
Tipo de documento	Trabajo de Grado
Acceso al documento	Universidad Pedagógica Nacional. Biblioteca Central
Título del documento	Moviéndonos en el Plano a Ciegas
Autor(es)	Cristian David Ávila Riscanevo, Javier Alonso Varela León
Director	Tania Julieth Plazas Merchán
Publicación	Bogotá. Universidad Pedagógica Nacional, 2019, 78 p., sin anexos.
Unidad Patrocinante	Universidad Pedagógica Nacional
Palabras Claves	CriJa, Geometría, discapacidad visual, material didáctico, rotación.

2. Descripción
En este documento se presenta el diseño, implementación y evaluación de un material didáctico que busca que estudiantes con discapacidad visual definan la rotación en el plano. En principio se realizó una revisión bibliográfica de aspectos relacionados con las Necesidades Educativas Especiales, profundizando en la discapacidad visual. Así mismo, se elaboró el marco matemático identificando los elementos necesarios para ejemplificar la definición de rotación; además, fueron consultados aspectos relevantes del proceso de definir en matemáticas a partir de ejemplos y no ejemplos, destacando atributos relevantes de los objetos. Por otro lado, se listan algunas de las características que deben tener los materiales didácticos en la enseñanza de las matemáticas, haciendo énfasis en las características especiales para ser empleados por personas con discapacidad visual. Con base en las consultas realizadas se crearon varios de artefactos didácticos, hasta finalmente construir el Material Didáctico CriJa. Este se compone de tres tabloides, cuatro regletas y una regla; su uso pretende favorecer la identificación de los atributos relevantes de la definición de rotación en el plano que, junto con el estudio de ejemplos y no ejemplos de dicha transformación isométrica, busca que los estudiantes logren establecer su definición. Con el material terminado se elaboró una secuencia de cuatro tareas. La primera, tiene como objetivo familiarizar al estudiante con el material y verificar si cuenta con los requisitos previos. La segunda, presenta al estudiante un ejemplo de rotación para que él pueda identificar las características relevantes de este movimiento. La tercera, presenta un no

 UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL <i>Formadora de formadores</i>	FORMATO	
	RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN - RAE	
Código: FOR020GIB		Versión: 01
Fecha de Aprobación: 10-10-2012		Página 2 de 7

ejemplo de rotación, negando cada uno de los atributos relevantes de la transformación antes mencionada; al igual que en la tarea anterior, el estudiante debe establecer que para este caso no se cumplen algunos de los atributos de la definición. Finalmente, la tarea cuatro, pretende que el estudiante a partir de lo identificado en las tareas dos y tres construya una definición de rotación.

Posteriormente se realiza el análisis post-implementación de las tareas desarrolladas, con el fin de determinar la viabilidad del material para desarrollar el proceso de definir, estableciendo los pros y contras de este. Finalizando con sugerencias en cuanto a modificaciones, describiendo su versatilidad para potencializar los procesos de enseñanza y aprendizaje que se obtiene con el material didáctico CriJa.

3. Fuentes

- Asamblea Nacional Constituyente. (1991). Constitución Política de Colombia. Bogotá, Colombia.
- Clemens, S., O'Daffer, P., & Cooney, T. (1984). Geometría con aplicaciones y solución de problemas. Massachusetts, E.U.A.: Addison Wesley Publishing Company, Inc.
- Congreso de la Republica de Colombia. (1994). Ley N° 115; Ley General de Educación. Bogotá, Colombia. Recuperado de http://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-85906_archivo_pdf.pdf
- Congreso de la Republica de Colombia. (1997). Ley N° 361. Bogotá, Colombia. Recuperado de http://www.minambiente.gov.co/images/normativa/leyes/1997/ley_0361_1997.pdf
- Congreso de la Republica de Colombia. (2002). Ley N° 762. Bogotá, Colombia. Recuperado de https://www.mintic.gov.co/portal/604/articles-3689_documento.pdf
- Congreso de la Republica de Colombia. (2013). Ley 1618. Bogotá, Colombia. Recuperado de <https://discapacidadcolombia.com/phocadownloadpap/LEGISLACION/LEY%20ESTATUTARIA%201618%20DE%202013.pdf>
- Congreso de la Republica de Colombia. (2013). Ley 1680. Bogotá, Colombia. Recuperado de https://discapacidadcolombia.com/phocadownloadpap/LEGISLACION/LEY_1680_DE_2013.pdf
- Congreso Internacional de Oftalmología. (2002). Principios y lineamientos de un programa de estudio para formación de especialista en oftalmología. Sidney Australia. Traducción Por Gabriela Pallis. Recuperado de <http://www.icoph.org/downloads/icocurricressp.pdf>
- Faye, E. (1997). Clínica de la baja visión. Madrid: Organización Nacional de Ciegos Españoles. Madrid, España

 UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL <i>Formadora de educadores</i>	FORMATO	
	RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN - RAE	
Código: FOR020GIB	Versión: 01	
Fecha de Aprobación: 10-10-2012	Página 3 de 7	

Flores, P., Lupiáñez, J. L., Berenguer, L., Marín, A. y Molina, M. (2011). Materiales y recursos en el aula de matemáticas. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.

Gómez, F., y Ondategui, S. (2012). Informe sobre la ceguera en España. Fundación Retina Plus. Recuperado de http://www.ey.com/Informe_ceguera_Espana_web.pdf

Guerrero, A. (2002). Geometría en el plano y en el espacio. Bogotá, Colombia. Universidad Nacional de Colombia: Unilibros.

Guzmán, L. (2014). Acompañamiento y adaptación de recursos didácticos para la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en el aula inclusiva: una experiencia con niños ciegos. Informe de Pasantía. Universidad Francisco José de Caldas. Bogotá, Colombia.

López, A. (2008). Fomentando la reflexión sobre la atención a la diversidad. Estudios de caso en Chile. Revista Electrónica Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en la educación, 6(2), 172-190.

Meza, E. H. (2011). Otros Caminos para llegar al cuerpo. Tesis de maestría no publicada. Universidad Nacional de Colombia. Bogotá, Colombia

Ministerio de Educación Nacional. (1998). Lineamientos Curriculares - Matemáticas. Bogotá Colombia.

Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares Básicos de Competencias Matemáticas. Bogotá, Colombia.

Ministerio de Educación Nacional. (2009). Decreto 366. Recuperado de https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-182816_archivo_pdf_decreto_366_febrero_9_2009.pdf

Ministerio de Educación Nacional. (2017). Decreto 1421; reglamento a la educación inclusiva. Bogotá, Colombia.

Ministerio de Educación Nacional. (2017). Derechos Básicos de Aprendizaje – Matemáticas. Bogotá, Colombia.

Ministerio de Salud y Protección Social. (2012). Abecé de Discapacidad. Bogotá, Colombia.

Ministerio de Salud y Protección Social. (2015). Rendición de Cuentas: Logros 2013. Bogotá, Colombia.

Morales, P. (2012). *Elaboración de material didáctico*. México. Red Tercer Milenio.

Ospina, Y., Plazas, J. (2011). Acciones del Profesor que promueven actividad demostrativa con estudiantes de sexto grado (Tesis maestría). Universidad Pedagógica Nacional. Bogotá, Colombia.

Organización Mundial de la Salud. (2011). Informe mundial sobre la discapacidad. Malta.

Oviedo, M., Hernández, M., Ruiz, M. (2014). Baja visión en Colombia: una situación invisible para el país. Revista Facultad Nacional de Salud Pública. Vol 33, No 1. Recuperdo de <https://aprendeenlinea.udea.edu.co/revistas/index.php/fnsp/article/view/16499/20779829>

Silva, L. (2013). Argumentar para definir y definir para argumentar (Tesis maestría). Universidad Pedagógica Nacional. Bogotá, Colombia.

 UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL <i>Universidad de la educación</i>	FORMATO	
	RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN - RAE	
Código: FOR020GIB	Versión: 01	
Fecha de Aprobación: 10-10-2012	Página 4 de 7	

Torres, J. (2003). Pasado, presente y futuro de la atención a las necesidades educativas especiales: Hacia una educación Inclusiva. Revista Perspectiva Educacional, Vol 49, N° 1. Valparaiso, Chile.

UNESCO. (2005). Educación inclusiva: El camino hacia el futuro. Ginebra- Londres, Suiza- Inglaterra. Folio 43. Pág 131-169.

Vargas, C., Betancur, A. (2015). Análisis del comportamiento de los estudiantes cuando proponen una definición para una figura geométrica con el apoyo de geometría dinámica. Tesis de Maestría. Universidad Pedagógica Nacional. Bogotá, Colombia

Zurdo, M. (2015). La Ceguera y la Baja Visión: Implicaciones en el Desempeño de las Actividades de la Vida Diaria. Recuperado de <https://uvadoc.uva.es/bitstream/10324/14283/1/TFM-M253.pdf>

4. Contenidos
Este documento se organiza en VI capítulos así: Capítulo primero: Planteamiento del problema. Se enuncia la justificación y los objetivos bajo los cuales se planteó y desarrolló el trabajo de grado. Capítulo segundo: Marco teórico. Se establecen elementos a considerar para el diseño del material y las tareas. Dentro de estos se encuentran referentes sobre: Necesidades Educativas Especiales (discapacidad visual), marco matemático, proceso de definir en matemáticas, y material didáctico. Capítulo tercero: Metodología. Se determina como metodología el experimento de enseñanza. En este capítulo se encuentra la descripción de la estudiante con la cual se desarrolla la prueba piloto, la descripción del profesor que aplicará las tareas y la estructura general de las tareas a desarrollar. Capítulo cuarto: Material didáctico: CriJa. Se realiza la descripción del material, instrucciones de uso de este, por último, la descripción de lo esperado durante la aplicación de las tareas. Capítulo quinto: Análisis. Se presenta el análisis post-acción de la implementación de las tareas. Capítulo sexto: Conclusiones o consideraciones finales. Se exponen las sugerencias o mejoras que se puedan realizar al material y las tareas. Además, reflexiones sobre el trabajo con este tipo de población. Referencias Bibliográficas. Anexos.

 UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL <i>Revolution of Education</i>	FORMATO	
	RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN - RAE	
Código: FOR020GIB		Versión: 01
Fecha de Aprobación: 10-10-2012		Página 5 de 7

5. Metodología
El documento presenta la elaboración del material didáctico CriJa, cuyo objetivo es que estudiantes con discapacidad visual definan la rotación en el plano. Complementando el material, se produce una secuencia de cuatro tareas, que se encargan de orientar al estudiante en el uso correcto del material, y trabajar las características esenciales de la rotación para su posterior definición. Las tareas son aplicadas con una estudiante con discapacidad visual (ceguera). Tomando registro autorizado de audio y video de las sesiones de aplicación. Posteriormente se realiza un análisis de cada una de las tareas desarrolladas por la estudiante, para finalmente establecer conclusiones y consideraciones sobre la viabilidad del material, para ser usado dentro del aula de clase. Todo lo anterior está basado en la metodología denominada <i>experimento de enseñanza</i>.

6. Conclusiones
• CriJa es un material didáctico funcional para desarrollar el concepto de rotación en estudiantes con discapacidad visual. Es fácil de construir y se pueden emplear materiales económicos para su elaboración, además se puede modificar para mejorar la manipulación de los estudiantes, teniendo en cuenta la discapacidad que manifiestan. Con la modificación de los tabloides es viable trabajar otras transformaciones en el plano, por ejemplo, la traslación. Como factor adicional, el material permite reforzar los procesos de medir distancias y ángulos. • Los estudiantes que no tengan una motricidad fina en las manos pueden presentar inconvenientes para medir los lados de las figuras. Se puede solventar esta dificultad utilizando solo un punzón y adhiriendo texturas a las piezas rectangulares de la regla. Además, estas texturas ayudarían a mejorar el conteo de los estudiantes. • La ubicación incorrecta de los punzones puede generar errores al momento de realizar alguna medición. Para superar esta dificultad es necesario la supervisión constante del profesor o modificar el material, por ejemplo, ubicando plastilina en los vértices, para que los estudiantes puedan tener guía de dónde ubicar y sostener los punzones.

 UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL <i>Enseñanza de calidad</i>	FORMATO	
	RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN - RAE	
Código: FOR020GIB	Versión: 01	
Fecha de Aprobación: 10-10-2012	Página 6 de 7	

- La secuencia de tareas brinda un camino óptimo para la exploración del material CriJa y permite que los estudiantes resalten las características relevantes de la rotación, con el fin de desarrollar su definición. Los numerales donde se solicita al estudiante buscar relaciones entre las medidas, debe tener un acompañamiento decisivo del profesor, para prevenir la deducción de relaciones que puedan desviar el objetivo general de las tareas.
- La aplicación consecutiva de las tareas no es óptima, ya que el estudiante puede confundir medidas, tampoco desarrolla totalmente el razonamiento buscado en la última tarea aplicada. Para solucionar esta dificultad se recomienda realizar una tarea por sesión de clase.
- El material CriJa acompañado de la secuencia de tareas aporta en el desarrollo del proceso de definir, no obstante, es necesario construir actividades con la misma orientación, por medio de las cuales se pueda evidenciar si los estudiantes saben usar o pueden usar la definición de rotación.
- El desarrollo del Trabajo de Grado ayudó a los autores a experimentar y mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje de la geometría de estudiantes con discapacidad visual, reconociendo las necesidades que tienen, este tipo de población dentro del aula, para el estudio de las matemáticas.
- La construcción del material, junto con la secuencia de tareas, permitió a los autores percibir y experimentar las necesidades que tienen los estudiantes con discapacidad visual para el aprendizaje de las matemáticas. Se pudo, además, percibir que estos estudiantes poseen habilidades destacables con otros sentidos, por ejemplo, el tacto y el oído. Por otro lado, el trabajo realizado invita a concebir este tipo de esta población como personas que tienen rasgos y cualidades diferentes y que, a pesar de su condición de discapacidad, pueden realizar las mismas actividades que las personas en condiciones denominadas normales.
- El quehacer docente es un reto nuevo cada día y que debe pensar en las posibilidades de respuestas inesperadas, ya que para el profesor algo que es obvio, puede que para los estudiantes no lo sea. Este hecho permite desarrollar en los profesores un sentido de empatía que les permite interpretar de mejor manera las acciones de estudiantes con discapacidad visual.

 UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL <i>Excellence in Education</i>	FORMATO	
	RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN - RAE	
Código: FOR020GIB	Versión: 01	
Fecha de Aprobación: 10-10-2012	Página 7 de 7	

- Es importante que los programas de formación de maestros incluyan en su malla curricular, espacios donde los estudiantes puedan enfrentarse a situaciones de enseñanza a personas con Necesidades Educativas Especiales, ya que un sustento teórico en el tema puede promover la discusión y actuación en una educación inclusiva de verdad y no se quede solo en documentos estatales. Por otro lado, esto ayudaría a que el enfrentarse a un aula inclusiva no sea una obligación para los maestros, sino un reto en el que se haga lo mejor de cada uno, para un beneficio común, en la educación de nuestros estudiantes.
- Teniendo en cuenta que hay diversidad de investigaciones y materiales creados para la enseñanza de las matemáticas de personas con Necesidades Educativas Especiales, se hace necesario el recopilar y dar a conocer mediante una publicación escrita las tareas que con cada material se proponen, esto con el fin que la comunidad académica se anime en la realización de material didáctico para la enseñanza de las matemáticas a esta población.
- Muchas veces como educadores tratamos de imponer los ritmos de aprendizajes a los estudiantes, ya sea por la necesidad de cumplir con un cronograma de actividades o por la celeridad propia del currículo, olvidando que el centro de la educación son los estudiantes y que en efecto los ritmos de aprendizaje se deben adecuar a las capacidades, fortalezas, dificultades y falencias de los mismos y no a los impuestos por nosotros.

Elaborado por:	Cristian David Ávila Riscanevo, Javier Alonso Varela León
Revisado por:	Tania Julieth Plazas Merchán

Fecha de elaboración del Resumen:	26	08	2019
--	----	----	------

ACTA DE EVALUACIÓN DE TRABAJO DE GRADO

Presentados y **aprobados** el documento escrito y la sustentación del Trabajo de Grado, en el tipo Monografía, titulado: "**Moviéndonos en el plano a ciegas**", elaborado por los estudiantes:

Cristian David Avila Riscanevo código 2013140003 y cédula 1023894173

Javier Alonso Varela León código 2013140065 y cédula 1018472192

Como requisito parcial para optar al título de **Licenciado en Matemáticas**, el jurado evaluador asigna **46** puntos al mismo.

Sugerencia de Distinción: Ninguna ☒ Meritoria ☐ Laureada ☐

En constancia se firma a los 19 días del mes de septiembre de 2019.

Directora del Trabajo: Profesora


TANIA JULIETH PLAZAS MERCHÁN

Jurado:

Profesor


OSCAR JAVIER MOLINA JAIME

TABLA DE CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	14
1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	16
1.1. Justificación	16
1.2. Objetivo General	18
1.3. Objetivos Específicos	18
2. MARCO TEÓRICO	20
2.1. Necesidades Educativas Especiales (NEE):.....	20
2.1.1. Discapacidad Sensorial	22
2.1.2. Discapacidad Visual.....	23
2.1.3. Ceguera	24
2.1.4. Braille.....	26
2.2. Marco Matemático.....	27
2.3. Proceso de Definir en Matemáticas	31
2.4. Materiales Didácticos.....	36
3. METODOLOGÍA.....	40
3.1. Descripción General	40
3.2. Descripción de la Población.....	40
3.2.1. Caracterización I. E. D. Rodrigo Lara Bonilla	41
3.2.2. Descripción Estudiante.....	41
3.2.3. Descripción Maestro en Formación	41
3.3. Estructura General de las Tareas.....	42
4. CriJa.....	43
4.1. Descripción del Material.....	43
4.1.1. Tabloides.....	43
4.1.2. Regletas Triangulares.....	47
4.1.3. Regletas de Medición.....	48
4.1.4. Regleta de Verificación.....	49
4.2. ¿Cómo usar el material CriJa?	49
4.3. Descripción de las Tareas	54
4.3.1. Preliminares	55

4.3.2.	Tareas.....	56
5.	ANÁLISIS TAREAS	63
5.1.	Análisis Tarea 1	63
5.2.	Análisis Tarea 2	65
5.3.	Análisis Tarea 3	70
5.4.	Análisis Tarea 4	74
5.5.	Análisis Global de las Tareas.....	78
6.	CONCLUSIONES	80
	BIBLIOGRAFÍA.....	84
	ANEXOS.....	87

TABLA DE ILUSTRACIONES

Ilustración 1 Lenguaje Braille.....	27
Ilustración 2: Teorema 1	29
Ilustración 3: Teorema 2	30
Ilustración 4: Proceso Definir de Manera Descriptiva	34
Ilustración 5: Proceso Definir de Manera Constructiva	34
Ilustración 6: Proceso de definir para Hershkowitz (1990).....	35
Ilustración 7: Material Didáctico	37
Ilustración 8: Tabloide 1	44
Ilustración 9: Tabloide 2	46
Ilustración 10. Tabloide 3	47
Ilustración 11: Regleta 1	47
Ilustración 12: Regleta 2	48
Ilustración 13: Regla CriJa.....	48
Ilustración 14: Plantilla	49
Ilustración 15: Regleta Verificación	49
Ilustración 16: Medición 1	50
Ilustración 17: Medición 2.1	51
Ilustración 18: Medición 2.2	51
Ilustración 19: Medición 2.3	52
Ilustración 20: Medición 3.1	52
Ilustración 21: Medición 3.2	53
Ilustración 22: Medición 4.1	53
Ilustración 23: Medición 4.2	54
Ilustración 24: Uso Regleta Verificación.....	54
Ilustración 25: Examinar Texturas.....	63
Ilustración 26: Manipulación Regleta 2	66
Ilustración 27: Relación Numeral 5 T2.....	68
Ilustración 28: Relación Numeral 7 T2.....	70
Ilustración 29: Relación Numeral 9 T2.....	70
Ilustración 30: Relación Numeral 5 T3.....	72
Ilustración 31: Relación Numeral 9 T3.....	74

INTRODUCCIÓN

El presente documento es una monografía de Trabajo de Grado, requisito para optar por el título de Licenciados en Matemáticas, de la Universidad Pedagógica Nacional, el cual se adscribe bajo la modalidad monografía asociada al estudio de un asunto de interés profesional de los autores.

Aquí se describe el diseño, implementación y evaluación de un material didáctico, acompañado de una secuencia de tareas, que permita a estudiantes con discapacidad visual desarrollar el proceso de definir, en torno a la rotación en el plano.

La idea del Trabajo de grado surge, debido de la ausencia de espacios académicos dentro de la Licenciatura en Matemáticas, que permita a sus maestros en formación, capacitación teórica y práctica, para ejercer la labor docente en aulas con personas que tienen capacidades excepcionales o diferentes discapacidades.

El presente documento está organizado en seis capítulos así:

El capítulo primero manifiesta la justificación, basándose en las políticas establecidas por Estado, respecto a la población con Necesidades Educativas Especiales (NEE). Adicionalmente se revisa lo reglamentado por el Ministerio de Educación Nacional (MEN) en torno al trabajo con este tipo de población, además lo concerniente a la enseñanza de la geometría, específicamente con transformaciones isométricas. Finaliza con el objetivo general y los objetivos específicos planteados para la orientación y desarrollo de la monografía.

El capítulo segundo establece el marco teórico, describiendo el término NEE, haciendo énfasis en la discapacidad visual, estableciendo los elementos necesarios para trabajar con estudiantes con esta discapacidad. También se enuncian las definiciones matemáticas y se demuestran los principales teoremas que se emplearán en la construcción de la secuencia de tareas y la construcción del material. De esta forma, se describe los principales aspectos que deben tener los estudiantes durante el desarrollo del proceso de definir objetos matemáticos. Por último, se resalta la importancia de los materiales didácticos en matemáticas, originando

en particularidades relevantes al desarrollar material para estudiantes con discapacidad visual.

El capítulo tercero manifiesta la metodología utilizada para desarrollar el presente trabajo. Se describe la población que desarrollará la secuencia de tareas y la institución a en donde se llevará a cabo. Adicionalmente, se representa la estructura de las tareas construidas.

En el capítulo cuarto se encarga de explicar las características del material didáctico construido. Se presenta su forma de uso, para finalizar describiendo lo esperado durante la aplicación de las tareas.

En el capítulo quinto se realiza el análisis a cada una de las tareas desarrolladas por el estudiante con discapacidad visual.

En el último capítulo se presentan las conclusiones, haciendo énfasis en las mejoras que a juicio de los autores debe tener el material didáctico. Además, se incluyen las consideraciones respecto a la enseñanza de las matemáticas que deja en los autores el trabajo con estudiantes en condición de discapacidad visual.

Finalmente se presenta la bibliografía abordada y los anexos, donde se encuentran la secuencia de tareas y los permisos requeridos para el trabajo con el estudiante.

1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1. Justificación

La Revolución Educativa que está promoviendo el Gobierno Nacional de Colombia, en la última década, se centra en fomentar las aulas incluyentes. En consecuencia, el MEN ha dirigido esfuerzos en atender poblaciones, que hasta el siglo anterior se habían visto excluidas del proceso educativo oficial. Así mismo, la Constitución Política de Colombia, en el artículo 67, dispone que la educación es un derecho de la persona y un servicio social, y que el Estado, la sociedad y la familia son responsables de este. La carta política también insta en el artículo 47 que el Estado Colombiano debe adelantar políticas de prevención, rehabilitación e integración social de personas con discapacidades físicas, sensoriales y psíquicas. En atención a esto, el artículo 68 dispone que la educación de personas con discapacidades, físicas o mentales o con capacidades excepcionales, es obligación especial del Estado.

Con el fin de dar cumplimiento a la Constitución Política, la Ley General de Educación (Ley N° 115,1994), en su artículo 46, dispone que la educación de personas con diferentes limitaciones es parte integrante del sistema educativo. Por esto el MEN, en el transcurso de las últimas décadas ha realizado y expedido diferentes políticas públicas junto con otras entidades gubernamentales para el beneficio de los estudiantes con Necesidades Educativas Especiales.

Entre las diferentes políticas públicas y legales se pueden encontrar actos legislativos como los siguientes: ley 361 de 1997, ley 762 de 2002, ley 1618 de 2013, que determinan la responsabilidad del Estado para la inclusión de personas con discapacidades o talentos excepcionales en aulas regulares.

Atendiendo a lo anterior, el MEN con el decreto 1421 de 2017 reglamenta la atención educativa a personas con discapacidad bajo un enfoque inclusivo. Especialmente estipula que es obligación para las entidades de educación superior que tienen facultades de educación, programas técnicos o profesionales relacionados con el ámbito educativo; incluir en sus currículos créditos destinados a la orientación profesional para la intervención de los estudiantes para profesor en aulas incluyentes, entendidas como aulas con estudiantes con diferentes capacidades y discapacidades.

Desafortunadamente la malla curricular de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional no responde las recomendaciones dadas en la normativa nacional (descrita en párrafos anteriores). En consecuencia, no tiene espacios académicos que permita, a sus maestros en formación, capacitación teórica y práctica, para ejercer la labor docente en aulas con personas que tienen capacidades excepcionales o diferentes discapacidades. Esto lleva a que los maestros en formación, en sus diferentes prácticas pedagógicas, se tengan que enfrentar al reto de enseñar en aulas incluyentes sin tener la suficiente preparación para atender dichas poblaciones.

En las últimas décadas del siglo XX, algunos investigadores centraron sus estudios en poblaciones con diferentes discapacidades y talentos, definiendo y estructurando el término Necesidades Educativas Especiales (NEE). Teniendo en cuenta las diferentes definiciones que han surgido en las políticas públicas anteriormente enunciadas, se puede decir que los estudiantes con NEE presentan un bloqueo en los procesos de enseñanza y aprendizaje debido a sus características personales, por lo cual se hace necesario que haya una ayuda externa especializada para la integración del educando al proceso educativo. En el transcurso de las dos primeras décadas del siglo XXI en Colombia las diferentes facultades de educación han centrado parte de sus investigaciones en el diseño y elaboración de materiales y secuencias cuya población de aplicación es precisamente personas con NEE.

Por otro lado, el Ministerio de Salud y Protección Social (2012) establece que los estudiantes con NEE se clasifican en los siguientes grupos: estudiantes con discapacidad y estudiantes con capacidades excepcionales. También se presenta una clasificación de las discapacidades en físicas, sensoriales y psíquicas. Entre las discapacidades sensoriales se encuentra la discapacidad visual, y con estudiantes pertenecientes a esta población, específicamente, estudiantes ciegos se centra el desarrollo de la siguiente monografía.

De acuerdo con el MEN (2006) en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas, los estudiantes de grado séptimo deben predecir y confrontar los resultados al realizar transformaciones isométricas sobre figuras bidimensionales en escenarios matemáticos y artísticos. Así mismo, el MEN (1998) menciona que el estudio de las transformaciones parte del desplazamiento físico al que los estudiantes se enfrentan como aquel que se hacen con el

propio cuerpo, deslizando objetos y figuras sobre el plano del piso, del papel o del tablero, con el fin de desarrollar pensamiento espacial en los estudiantes.

En el documento expedido por el MEN (2017) llamado Derechos Básicos de Educación, se encuentra el siguiente derecho para grado séptimo: “Predice el resultado de reflejar, rotar, trasladar, ampliar o reducir una figura” y para grado octavo se establece el derecho: “Usa transformaciones rígidas para justificar que dos figuras son congruentes”. En este sentido se puede afirmar que en primera instancia en grado séptimo se pretende definir algunas transformaciones y en grado octavo establecer cuales transformaciones no modifican el “tamaño” de las figuras transformadas.

Por todo lo anterior, el propósito de la presente monografía es diseñar, aplicar y evaluar un material didáctico que permita a estudiantes con discapacidad visual desarrollar el proceso de definir, en torno a la rotación en el plano.

1.2. Objetivo General

Diseñar, implementar y evaluar un material didáctico que permita a estudiantes con discapacidad visual experimentar el proceso de definir en geometría, en este caso, en torno al objeto "rotación en el plano".

1.3. Objetivos Específicos

- Realizar búsqueda bibliográfica sobre: Necesidades Educativas Especiales, materiales didácticos en matemáticas y características del proceso de definir en matemáticas.
- Diseñar material didáctico que exponga la rotación de un polígono en el plano para ser manipulado por estudiantes con discapacidad visual.
- Diseñar una secuencia de tareas en torno al material didáctico construido, que favorezca identificar las características principales de la rotación para su posterior definición.
- Aplicar una prueba piloto de la secuencia de tareas construidas a estudiantes con discapacidad visual.

- Evaluar la secuencia de tareas desarrolladas por los estudiantes con discapacidad visual.
- Proponer modificaciones al material para mejorar el desempeño de este, en posibles aplicaciones de la secuencia didáctica.

2. MARCO TEÓRICO

2.1. Necesidades Educativas Especiales (NEE):

Para hablar de las NEE, se debe hacer un recuento histórico del surgimiento de este término y de cómo ha evolucionado en la sociedad.

Durante la década de 1970 la Educación Especial propone una serie de factores que permiten el paso a una nueva forma de ver la educación para las personas en condición de discapacidad. Entre los factores más relevantes se encuentran.

- La existencia de un mayor número de profesores y profesionales insatisfechos, que cuestionaron las funciones de la escuela ordinaria y la escuela especial, cada una por separado, señalando sus limitaciones.
- La mayor sensibilidad social al derecho de todos a una educación diseñada sobre supuestos integradores y no segregadores.
- Los cambios que se produjeron en las escuelas ordinarias ante la tarea de enseñar a todos los alumnos que accedan a ellas, con sus diferencias en capacidades e intereses.

Estos factores mencionados por Torres (2003) y otros más que se no incluyen, se pueden considerar como los que impulsaron el cambio. Generando un proceso de transformación que conduce a una nueva forma de ver las deficiencias, desde un punto de vista educativo, dejando de lado la segregación que se había presentado hasta el siglo XIX.

Con una nueva forma de ver la educación de personas en condición de discapacidad, se destacan dos cambios importantes en dos aspectos del sistema educativo. De acuerdo con Torres (2003), desde la praxis se cuestiona acerca de la integración de nuevos estudiantes a las aulas, la concepción de currículo que se tiene y la formación de profesionales. Desde un punto de vista conceptual la reconstrucción del término NEE centra a la escuela como el espacio que favorece la atención a la diversidad.

Según López (2008) el concepto de NEE es un tanto polémico y no está exento de críticas. En este escrito se denomina necesidad educativa especial cuando se requiere:

- El uso de técnicas especiales de enseñanza, la adaptación del medio físico en beneficio del proceso educativo y el uso y equipamiento de recursos especiales dependiendo la necesidad del educando.
- La construcción e implementación de un currículo especial o modificado.
- Atender a la estructura y el clima emocional en el que se desarrolla el proceso educativo.

Para la UNESCO (2005) la educación inclusiva es la base que debe sustentar el cambio en los sistemas educativos convencionales, ya que el objetivo de esta no es integrar a ciertos estudiantes a la educación convencional, sino modificarla para que algunos estudiantes se puedan integrar. De esta manera la educación general y la educación inclusiva se deben dejar de ver como estilos diferentes de educación, por lo cual, se hace necesaria una reestructuración de todos los sistemas educativos de educación inicial, media y superior.

En el contexto nacional, la Constitución Política de Colombia de 1991, en el artículo 13, establece que el Estado debe promover condiciones para que la igualdad sea efectiva y real. También, que se deben adoptar medidas a favor de grupos marginados o segregados.

La ley 115 de 1994 de la Republica de Colombia establece que la educación para personas con limitaciones y con capacidades o talentos excepcionales, es parte integral del servicio público educativo. Señala que los establecimientos educativos deben organizar, directamente o mediante convenio, acciones pedagógicas y terapéuticas que permitan el proceso de integración académica y social de dichos educandos.

El decreto 1421 de 2017 expedido por el MEN, establece los parámetros y criterios para la prestación del servicio educativo a las poblaciones con NEE otorgando la responsabilidad a las entidades territoriales.

Para el Gobierno Colombiano, los estudiantes con NEE son personas con capacidades excepcionales o alguna discapacidad, entendida como la presencia de condiciones físicas o mentales desiguales que puedan afectar en la realización de actividades cotidianas (Artículo 2 del Decreto 366 del MEN de 2009).

Para el Ministerio de Salud y Protección Social (2012) los tipos de NEE son:

- Discapacidades Físicas: Afectación o ausencia de uno o más miembros, que impiden la movilidad o desplazamiento.

- Discapacidades Psíquicas: Presencia de trastornos en el comportamiento adaptativo.
- Discapacidades Sensoriales: Pérdida o atenuación de una o más capacidades sensoriales humanas (audición, vista, tacto, olfato o gusto)
- Sobredotación Intelectual: Presencia de talentos excepcionales que un ser humano promedio no tiene.
- Graves trastornos del Desarrollo: Alteraciones cualitativas de las acciones sociales y modalidades de educación

Aunque la discapacidad visual muchas veces puede impedir la movilidad de una persona, para efectos del presente se abordará como discapacidad sensorial.

2.1.1. Discapacidad Sensorial

Según la Organización Mundial de la Salud -OMS- (2011), discapacidad es un término general que abarca las deficiencias, las limitaciones de la actividad y las restricciones de la participación de una persona en su entorno. Para esta organización estas deficiencias son básicamente problemas que de cierta manera afectan significativamente una función corporal provocando dificultad para llevar a cabo actividades, acciones o tareas propias del desarrollo de un individuo que son consideradas como vitales. En este sentido se puede ver la discapacidad como una condición compleja que deja ver la interacción entre la vida cotidiana de un ser humano y las características que le exige su entorno social. Toda discapacidad tiene su origen en una o varias deficiencias funcionales o estructurales de algún órgano corporal. El Ministerio de Salud de Colombia (2012) establece que la discapacidad es un concepto que evoluciona y que resulta de la interacción entre las personas con deficiencias y las barreras, debidas a la actitud y al entorno que evitan su participación plena y efectiva en la sociedad, en igualdad de condiciones con las demás. Este ministerio también presenta una clasificación de las discapacidades desde el punto de vista médico. Dicha clasificación, aunque difiere en algunos términos con la propuesta del MEN, básicamente es la misma, solo que no agrupa las discapacidades psíquicas y estipula que hay discapacidades mentales e intelectuales.

- ✓ Discapacidad Psíquica se denomina cuando una persona presenta dificultades adaptativas de tipo intelectual o de tipo mental.

- ✓ Discapacidad Sensorial es un impedimento de alguno de los sentidos. Se usa para referirse a la discapacidad auditiva y visual.
- ✓ Discapacidad física es aquella en la que una persona por una deficiencia anatómica o neurofuncional tiene limitaciones para moverse o desplazarse.

2.1.2. Discapacidad Visual

Meza (2011) define la discapacidad visual como la dificultad que presentan algunas personas para participar en actividades propias de la vida cotidiana, que surge como consecuencia de la interacción entre una dificultad específica relacionada con una disminución o pérdida de las funciones visuales y las barreras presentes en el contexto, en que se desenvuelve la persona.

Respecto de las barreras Faye (1997) establece que son de diverso tipo y que entre las más frecuentes se pueden señalar:

- Ausencia de señales auditivas que reemplacen la información visual.
- Ausencia de literatura en Braille o audio en las bibliotecas públicas.
- Ausencia de sistemas de escritura alternativos.

Como se aprecia en esta definición, la discapacidad visual, no depende únicamente de las características físicas o biológicas del individuo, sino que se relaciona con una condición que emerge producto de la interacción de esta dificultad con un contexto ambiental desfavorable. El Consejo Internacional de Oftalmología en su reunión en Sídney (Australia) del año 2002, propone la utilización de la siguiente clasificación para personas con dificultad visual:

- **Ceguera:** pérdida total de visión. Funcionalmente, se utilizan habilidades de otros sentidos para sustituirla.
- **Baja visión:** grado menor de pérdida. Se optimiza el funcionamiento visual utilizando productos de apoyo.
- **Visión útil:** no describe ni indica casi nada sobre la capacidad visual, porque la valoración de “utilidad” es subjetiva y depende del observador.
- **Deficiencia visual:** pérdida de funciones visuales (agudeza, campo visual, etc.) que pueden medirse cuantitativamente.

- **Visión funcional:** capacidad de una persona para usar la visión en todas las actividades de la vida diaria: lectura, cuidado personal, orientación y movilidad, etc.

2.1.3. Ceguera

De acuerdo con Gómez y Ondategui (2012) la ceguera es una discapacidad visual que afecta a un 0.7% de la población mundial. Tiene fuerte presencia en países en vía de desarrollo, ya que el envejecimiento de la población y el crecimiento de enfermedades crónicas han producido un aumento significativo de personas ciegas.

Según la OMS (2011) las principales causas de ceguera son el glaucoma y enfermedades propias de la retina como la degeneración macular y la retinotopia diabética. Según las últimas estimaciones del Ministerio de Salud y Protección Social (2015) en Colombia hay alrededor de 3 millones de personas con discapacidad visual, de las cuales 50.000 presentan ceguera total o ceguera legal. En Colombia, según Oviedo, Hernández y Ruiz (2015), una persona se considera ciega legalmente cuando en su mejor ojo, con su mejor corrección óptica y después de habersele realizado tratamiento oftalmológico o quirúrgico, la agudeza visual no supera el 20/200 (Pérdida visual del 80%).

Es importante en este punto considerar la funcionalidad visual, pues algunas personas a pesar de tener una agudeza visual mejor a 20/60 esta interfiere en la realización de ciertas actividades en la vida diaria.

Como plantea Zurdo (2015) la ceguera hasta finales del siglo XX era considerada como un limitante para realizar actividades cotidianas para las personas con visión. Entre estas actividades se encuentran: leer, escribir, conducir un auto, decir la hora, usar un celular o un computador.

Markowitz (2006, Citado por Zurdo 2015) partiendo de las publicaciones de diferentes autores que establecían actividades que la baja visión no permite realizar, destacó las actividades de lectura, escritura, orientación, movilidad y conducción como las más afectadas por la falta de visión.

Teniendo en cuenta lo anterior, en la ley 1680 de 2013 la República de Colombia define ceguera como la ausencia de percepción de la luz por ambos ojos. Esta ley promueve la inclusión de las personas ciegas a un terreno laboral y escolar, estableciendo como obligación

del Estado brindar los recursos necesarios para que las personas ciegas puedan comunicarse, en este aspecto el Ministerio de Tecnologías de la Comunicación y las Comunicaciones de Colombia promueve y avala la inclusión y uso en el sistema educativo de personas ciegas y de baja visión un software lector de pantalla. Lo anterior con el fin de permitir realizar actividades de escritura, entretenimiento y comunicación. Este permite el uso de herramientas tecnológicas como computadores, televisores y celulares para esta comunidad. Con el fin de ayudar a las personas en condición de discapacidad visual, se han generado diferentes herramientas que permiten que personas invidentes puedan realizar algunas actividades de la vida diaria. Zurdo (2015) hace un recuento de las más relevantes que se han diseñado para el desarrollo de las actividades diarias en personas con baja visión. A continuación, se presenta dicho recuento. Es importante aclarar que las herramientas que acá se nombran se pueden usar en cualquier contexto.

- ✓ **Bastón de movilidad:** ayuda en la detección de obstáculos, desniveles, diferentes superficies del suelo, etc., durante la deambulación.
- ✓ **Perro guía:** al igual que el anterior previene riesgos, pero requiere de un entrenamiento por parte de ambos, y un compromiso por parte de la persona para el cuidado del perro.
- ✓ **Telescopios:** pueden ser manuales o ir montados en las gafas. Sirven para aumentar los objetos lejanos, y se pueden utilizar para ver el número del autobús, un taxi, un letrero en la calle, ver la televisión, etc.
- ✓ **Microscopios:** se utilizan para actividades que requieren una visión próxima. Permiten dejar ambas manos libres.
- ✓ **Lupa:** al igual que la anterior se utiliza en actividades que impliquen ver de cerca, pero generalmente la distancia de trabajo es reducida al igual que el campo visual, dependiendo de los aumentos. Hay manuales o con soporte, y con luz o sin ella.
- ✓ **Lupa TV:** se utiliza para aumentar el tamaño de textos e imágenes en papel. Se ajustan a cada persona, modificando el aumento, color y contraste. Y las hay de sobremesa y portátiles.
- ✓ **Programas de ampliación:** son programas informáticos que amplían la información de la pantalla del dispositivo que se esté utilizando.

- ✓ **Sistemas parlantes:** dispositivos que reproducen por medio de voz sintetizada lo que aparece en la pantalla, o el letrero que se ha fotografiado, etc.
- ✓ **Temporizador:** principalmente se utiliza a la hora de cocinar para saber cuándo está preparado el alimento. Pueden ser en Braille, digital o con macrotipos.
- ✓ **Macrotipos:** son aquellos materiales que tienen una tipografía y tamaño de letra de entre 16 y 20 puntos por pulgada, el cual es mayor al de un texto común.
- ✓ **E-Reader:** no es un producto de apoyo en sí, pero al permitir el aumento de la fuente puede usarse como tal para algunas personas con discapacidad visual parcial.

2.1.4. Braille

El braille es una forma de escritura que sirve a las personas ciegas para su educación, su trabajo, correspondencia y goce literario. En resumen, pone a disposición de las personas invidentes cualquier tipo de producción literaria, en cualquier idioma y región del mundo. Según la Unesco (2005) el lenguaje braille ha recorrido diferentes modificaciones desde su creación. Además de ser usado en casi todas las regiones y culturas del mundo se ha convertido en la mejor opción para los invidentes en su comunicación de forma no verbal.

El sistema braille es un alfabeto con el que pueden representarse las letras, signos de puntuación, los números, símbolos matemáticos, entre otros. Consiste en seis puntos en relieve, organizados como una matriz de tres filas por dos columnas. Mediante esos seis puntos se obtienen 64 combinaciones diferentes que, por la ausencia o presencia de puntos, determinan una letra o símbolo específico. Las 64 combinaciones no son para lograr comunicar todo un idioma, por lo que se utilizan signos diferenciadores especiales que antepuestos a una combinación convierten una letra en mayúscula, número o nota musical. A continuación, se muestra el alfabeto con su respectiva representación en braille.



ILUSTRACIÓN 1 LENGUAJE BRAILLE¹

2.2. Marco Matemático

A continuación, se presentan definiciones, conceptos y objetos geométricos que se tomarán como soporte para la construcción del material didáctico y el diseño de las tareas. Los autores tomados son Clemens, O'Daffer & Cooney (1984) y Guerrero (2002).

Figuras geométricas básicas

Definición 1: Un **segmento**, $\overline{AB}$ es el conjunto de todos los puntos A y B , con todos los puntos entre A y B .

Definición 2: Un **rayo**, $\overrightarrow{AB}$ es un subconjunto de una recta que contiene un punto A dado y todos los puntos que están en el mismo lado de A , como B .

¹ Tomada de <https://co.pinterest.com/pin/>

Definición 3: Un **ángulo**, $\angle ABC$ es la unión de dos rayos no colineales que tiene un mismo extremo.

Definición 4: Un **triángulo** $\triangle ABC$, es la unión de tres segmentos determinado por tres puntos no colineales.

Segmentos y ángulos; congruencia y medición

- La *medición de un segmento* asigna un número real a cada segmento. Por ejemplo, la *longitud* de $\overline{AB}$ es 11 centímetros, se escribe $AB = 11\text{ cm}$
- La *medición de la amplitud de ángulos* asigna a cada ángulo un número real entre 0 y 180. Por ejemplo, la *medida en grados* de $\angle ABC$ es 30, se escribe: $m\angle ABC = 30^\circ$

Definición 5: Dos **segmentos** son **congruentes** si tiene la misma medida de *longitud*.

Definición 6: Dos **ángulos** son **congruentes** si tienen la misma medida de *amplitud*.

Movimientos en el plano euclideo: Rotación

Definición 7: En el espacio euclideo una **transformación** en un plano Π es una función biyectiva² $f: \Pi \rightarrow \Pi$ del plano en sí mismo.

Definición 8: Un movimiento en el plano es una **transformación isométrica** si envía cada punto A del plano en un nuevo punto A' en el mismo plano tal que la *distancia*³ entre cualquier par de puntos A y B es igual a la distancia entre los puntos A' y B' .

² Una función f de un conjunto A en un conjunto B es una función biyectiva si es inyectiva y sobreyectiva.

³ La distancia entre dos puntos A y B es la longitud del segmento $\overline{AB}$

Definición 9: Una **rotación** con centro en un punto O con un ángulo ϕ , es una transformación que envía un punto A en otro punto A' de tal forma que

$$\overline{OA} \cong \overline{OA'} \quad \text{y} \quad m\angle AOA' = \phi$$

Algunos teoremas y demostraciones

Teorema 1: Una rotación envía segmentos en segmentos congruentes.

Demostración. Sea R una rotación con centro en O , un ángulo ϕ y $\overline{AB}$ un segmento en el plano. La rotación R envía el punto A en el punto A' y el punto B en el punto B' de tal manera que

$$\overline{OA} \cong \overline{OA'} \quad m\angle AOA' = \phi, \quad \overline{OB} \cong \overline{OB'} \quad m\angle BOB' = \phi,$$

De estas igualdades se tiene

$$m\angle AOB = \phi - m\angle BOA' \quad m\angle A'OB' = \phi - m\angle BOA' \text{ luego } \angle AOB \cong \angle A'OB'$$

Por tanto

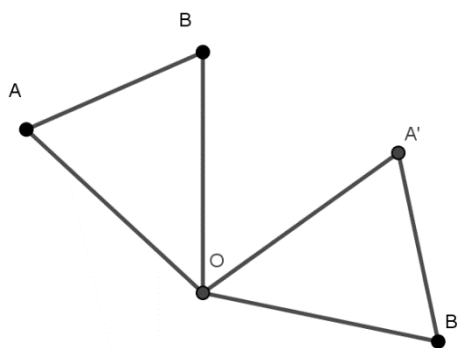


ILUSTRACIÓN 2: TEOREMA 1

$$\triangle AOB \cong \triangle A'OB' \text{ por el criterio de congruencia Lado-Ángulo-Lado y } \overline{AB} \cong \overline{A'B'}$$

Es decir, la rotación lleva segmentos en segmentos congruentes.

Teorema 2: Si cada punto de una figura F le corresponde un punto de una figura G de tal manera que los segmentos correspondientes son congruentes y forman un ángulo α uno con otro, entonces las figuras F y G están relacionadas por una rotación un ángulo α y con centro un punto.

Demostración. Sea M un punto de F y M' el punto correspondiente por la transformación en G . Por el punto medio P del segmento MM' trazamos una recta mediatriz r al segmento MM'

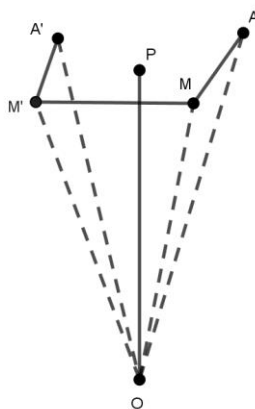


ILUSTRACIÓN 3: TEOREMA 2

Puestos que los puntos de la recta perpendicular r equidista de los puntos M y M' , cualquier punto de esa recta es centro de una rotación que envía a M en M' . Dado que el ángulo de rotación es α , debemos encontrar un punto O en la recta r con los extremos M y M' que forme un ángulo α .

.

Si A y A' son otros puntos de F y G respectivamente, por hipótesis se tiene:

$$\overline{MA} \cong \overline{M'A'} \quad \angle OAM \cong \angle OM'A'$$

Luego $\triangle OMA \cong \triangle OM'A'$ y por tanto $\overline{OA} \cong \overline{OA'}$ y $\angle MOA \cong \angle M'OA'$. Entonces

$$m\angle AOA' = m\angle A'OM' + m\angle M'OA = m\angle M'OA' + m\angle AOM = m\angle M'OM = \alpha$$

Luego A es la imagen de A' por la rotación de centro en O y ángulo α . Es decir, la transformación que relaciona las dos figuras F y G bajo las condiciones del teorema es una rotación con centro en O y un ángulo α .

2.3. Proceso de Definir en Matemáticas

Las matemáticas centran su estudio en las relaciones entre diferentes objetos, generalmente siguiendo una secuencia lógica, estos entes se definen de manera arbitraria con la única condición que no lleven a contradicciones.

De acuerdo con Calvo (2001, citado por Silva 2013) una definición matemática es un enunciado verbal que determina al concepto de manera no reiterativa y consistente, es decir, sin contradicciones lógicas. Calvo propone dos características fundamentales que deben tener las definiciones: convencionalidad y minimalidad.

Convencionalidad: Hace referencia a que las definiciones son elegidas por un matemático, el autor de un texto o el profesor, atendiendo a la introducción de un nuevo concepto, que puede traer consigo el surgimiento de problemas nuevos, ayudar a resolver algunos problemas viejos o hacer que el sistema teórico se organice.

Por tanto, el definir en matemáticas atiende a algunas necesidades de organización y crecimiento de un sistema teórico específico. Así el sentido convencional de las definiciones se caracteriza por tener factores estéticos, didácticos y operativos.

Estéticos: Se trata de argumentos relacionados con la elegancia y sencillez o la austeridad del enunciado de la definición.

Didácticos: El conocimiento se enfrenta a una transposición didáctica con el fin de ser comunicado, luego se requiere que las definiciones se elijan atendiendo a los conocimientos previos de los estudiantes o los diferentes objetivos del curso.

Operatorios: El criterio para establecer una determinada definición se puede dar de acuerdo con las conclusiones que se pueden extraer de esta, a su papel organizador como eslabón de una cadena, o como ente requerido en la solución de un problema.

También se considera producto de una convención el hecho de definir de una manera más o menos restrictiva, en consecuencia con esto De Villiers (1994, citado por Silva, 2013) propone que las definiciones se clasifiquen en dos tipos, jerárquicas y particionales; las definiciones jerárquicas son aquellas que permiten que los conceptos más particulares sean subconjuntos de los conceptos más generales, y las particionales son aquellas en las que los subconjuntos de conceptos se consideran disyuntos.

Minimalidad: Se refiere al hecho de que una definición debe tener información que no sea redundante y, de ser viable, con la menor cantidad de palabras posible. Esta característica permite disminuir la cantidad de atributos que debe cumplir un determinado objeto para ser ejemplo de un concepto. Por otro lado, favorecen el control de la consistencia ya que a menor cantidad de atributos menos posibilidades de generar contradicciones.

Para Orton (1990, citado por Silva, 2013) no se puede esperar que los estudiantes aprendan únicamente a partir de las definiciones, por tanto, se hace necesario el uso de ejemplos y no ejemplos para llegar a definir un objeto matemático. Una muestra de esto es que para este autor se aprende la definición de triángulo partiendo del contraste de triángulos con otras figuras.

Para Tall y Vinner (1981, citado por Silva, 2013) el primer paso para que el estudiante logre interiorizar una definición es crearle una representación mental o esquema conceptual (imagen del concepto) que refleje, por completo, el concepto, sus características más relevantes, las propiedades deducibles del mismo y los procesos que pueden realizarse con este. Según Vinner (1991, citado por Silva, 2013) este esquema es algo no verbal, generalmente es una representación visual, esto en el caso en que el concepto tenga representaciones visuales.

La imagen del concepto generalmente no es coherente durante el proceso de definición y acepta ciertos cambios a medida que un individuo desarrolla diferentes actividades con un objeto determinado, pero si está relacionada con la definición del concepto. Esta relación se puede ver como una correspondencia entre elementos, uno de ellos es la imagen del concepto y otro la definición del concepto. De anterior, se pueden discriminar tres casos; el individuo no tiene una imagen del concepto ni una definición de este; cuando el individuo tiene alguna definición del concepto y por lo menos una imagen de este, pero no hay correspondencia

entre definición e imagen; el caso final y en el cual nos centraremos para el presente trabajo es en el que existe alguna correspondencia entre los elementos.

Para Vinner (1991, citado por Silva, 2013) pueden ocurrir tres cosas, con estos conjuntos:

- Se puede reestructurar la imagen del concepto, es decir, se puede cambiar en el transcurso del proceso de conceptualización
- La imagen del concepto se puede mantener como inicia, sin que la definición de este ocasione algún cambio significativo en esta. Y la definición se irá distorsionando a medida que el tiempo pasa.
- Tanto la definición como la imagen del concepto se mantienen como inician, el estudiante repetirá la definición tal cual se la dieron cuando tenga que definir el concepto, pero en otras situaciones usará la imagen del concepto.

Para Tall y Vinner (1981, citado por Silva, 2013) existen diferentes tipos de definición de un concepto, una es la *definición personal* que es aquella que se expresa con las palabras de la persona que está definiendo, y otra es la *definición formal* que es aquella aceptada por la comunidad matemática. Y en general, una persona puede, para un concepto, tener los dos tipos de definiciones, este caso se da generalmente en los maestros que, a pesar de tener la definición formal, algunas veces usan una definición personal para lograr explicar el concepto a sus estudiantes.

Según De Villiers (2004, citado por Silva, 2013), en matemáticas se logran identificar dos procesos para definir conceptos: uno descriptivo y uno constructivo.

Definir de manera descriptiva: Para llevar a cabo este proceso es necesario primero conocer por un tiempo algunas propiedades relevantes del concepto de las cuales se puedan deducir las demás, es decir, desarrollar primero la imagen del concepto para a partir de esta llegar a la definición del concepto.

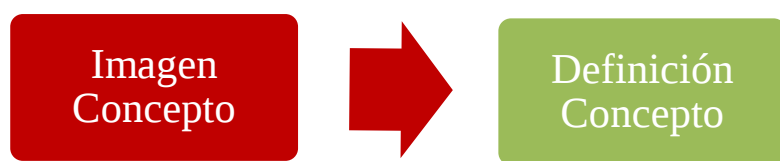


ILUSTRACIÓN 4: PROCESO DEFINIR DE MANERA DESCRIPTIVA⁴

Definir de manera Constructiva: A partir de la definición de un concepto a través de diferentes procesos como exclusión, generalización, sustitución o adición de propiedades con el fin que la definición cambie. Seguido de una exploración para verificar que el concepto con la nueva definición se mantenga tal cual, para finalmente llegar a la imagen del concepto.

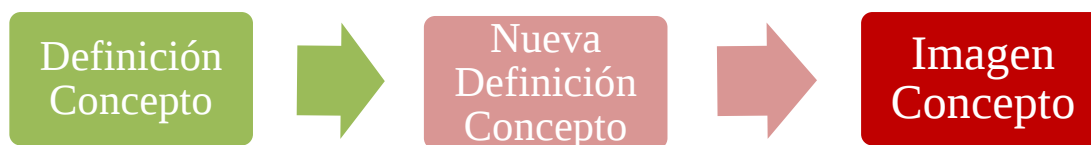


ILUSTRACIÓN 5: PROCESO DEFINIR DE MANERA CONSTRUCTIVA⁵

Las definiciones matemáticas tienen la particularidad de ser usadas en contextos no técnicos, en consecuencia, exigen que el estudiante acepte reglas propias del contexto matemático. Esta particularidad impide la existencia de excepciones a la regla o de hipótesis implícitas que se convierten en fuentes de inconsistencias.

El siguiente esquema propuesto por Hershkowitz (1990, citado por Silva, 2013) resume el proceso al que se debe enfrentar una persona al momento de definir un concepto e interiorizar dicha definición. Estableciendo la definición de un objeto a través de los atributos relevantes e irrelevantes del objeto matemático.

⁴ Tomado y adaptado de Villiers (2004, citando por Silva, 2013)

⁵ Tomado y adaptado de Villiers (1990, citando por Silva, 2013)

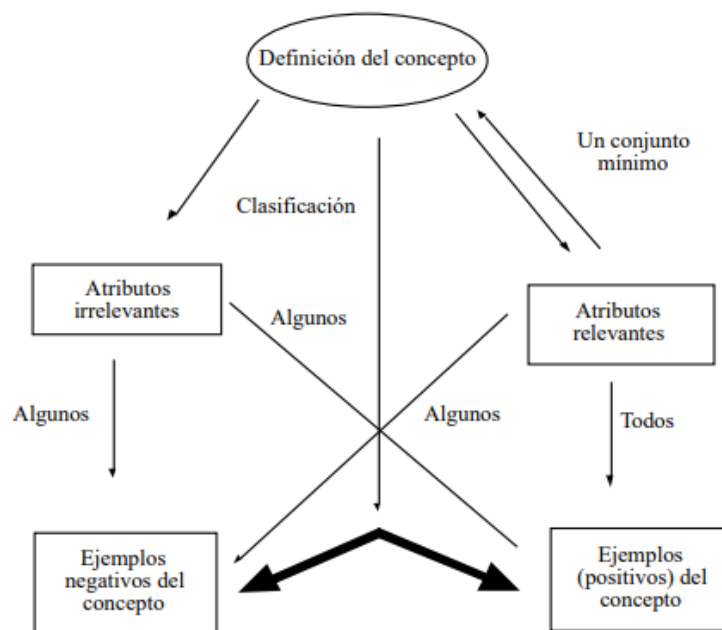


ILUSTRACIÓN 6: PROCESO DE DEFINIR PARA HERSHKOWIZ (1990)⁶

Dando una interpretación personal al anterior esquema, el primer paso para definir un concepto es hacerlo a través de un conjunto mínimo de atributos relevantes, para así clasificar diferentes objetos matemáticos, y lograr diferenciar un objeto de otro. Todo esto se debe hacer con la presencia de ejemplos positivos y negativos, ya que estos permiten identificar cada uno de los atributos relevantes.

Los atributos relevantes de un concepto son las características que debe tener un objeto para ser parte del conjunto de ejemplos de este, es decir, las condiciones suficientes. Cada definición aporta una cantidad restringida de estos atributos, el resto de las condiciones deben deducirse de aquellos que si se incluyeron. Por ejemplo, la siguiente definición de cuadrado tomada de Vargas y Betancur (2015) “Cuadrilátero con 3 ángulos rectos y dos lados consecutivos congruentes” se debe deducir el otro ángulo recto y la congruencia de los otros lados.

⁶ Tomado de Silva (2013, p 35)

2.4. Materiales Didácticos

Los recursos y materiales didácticos en las últimas décadas han sido, de alguna manera, el epicentro de diferentes modelos educativos. Morales (2012) establece que los materiales y recursos didácticos son diferentes, estipulando que el recurso didáctico es cualquier elemento que, en un contexto educativo se usa para facilitar el desarrollo de diversas actividades formativas. Por otro lado, material didáctico hace referencia a los diferentes recursos que se crean, modifican o adecúan para facilitar los procesos de enseñanza y aprendizaje de una temática específica. En este sentido se puede decir que los materiales didácticos son un subconjunto de los recursos didácticos. El mismo autor considera que para que se presente aprendizaje significativo el material debe atender las siguientes características.

- Con respecto a los objetivos que se busca lograr; el material debe estar diseñado en la búsqueda de estos.
- Los contenidos deben estar sincronizados con los temas de la asignatura.
- Las características del diseñador del material didáctico: capacidades, estilos cognitivos, intereses, conocimientos previos, experiencia y habilidades requeridas para el uso de estos materiales.
- La característica del contexto. Es importante tomar en cuenta el contexto en el que se va a desarrollar y donde se piensa emplear dicho material, se debe tomar en cuenta los recursos y temas que se desarrollan.

Para la elaboración del material didáctico se debe puntualizar la población a la cual va dirigido y la finalidad que va a desempeñar, por la anterior razón, es necesario tener claro las funciones que desempeñan este tipo de recursos. A continuación, se presentan algunas funciones que deben cumplir los materiales didácticos según Morales (2012).

- Proporcionar información: suministrar información consistente a los estudiantes que interactúen con el material.
- Cumplir con un objetivo: se debe tener claro el objetivo de enseñanza antes de construir el material.

- Acercar las ideas a los sentidos: utilizar los sentidos (tacto, olfato, gusto y vista) para fortalecer la comprensión de la información en los estudiantes, con el fin de generar un aprendizaje significativo.

Respecto al área de matemáticas, los materiales didácticos juegan un papel fundamental. Flores, Lupiáñez, Berenguer, Marín & Molina (2011) describen en la siguiente figura criterios para clasificar los materiales o recursos en matemáticas.

Materiales y Recursos en el aula de Matemáticas.

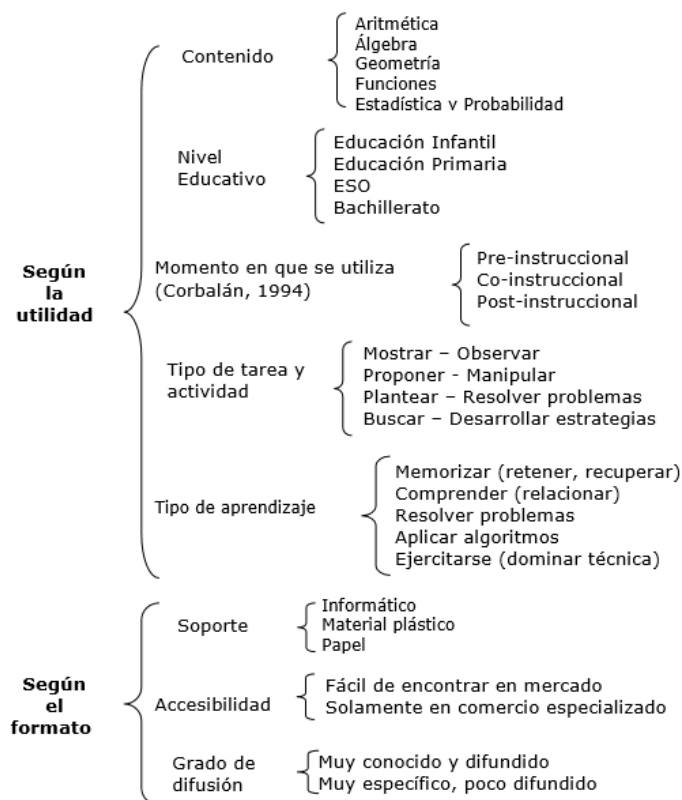


ILUSTRACIÓN 7: MATERIAL DIDÁCTICO⁷

Por tanto, el material a diseñar tiene como contenido la geometría (rotación), que es un tópico de básica secundaria, también este se utilizará durante toda la secuencia de tareas (co-instruccional), donde el estudiante lo manipulará para construir la definición de la rotación en el plano.

⁷Tomado de Flores et al. (2011, p 43)

Los anteriores autores, de la anterior figura, proponen la posibilidad que el profesor de matemáticas elabore él mismo los materiales didácticos a emplear durante la clase. Para esto se tienen las siguientes sugerencias:

- Tener disposición a buscar materiales, diseñarlos, emplearlos él mismo en sus clases y divulgarlos
- Conocer los productos existentes en el mercado que le permiten construir los materiales.
- Ser un “manitas”, es decir, disponer y saber manejar herramientas con las que tratar y moldear los productos.

Es preciso resaltar que los materiales y recursos didácticos en matemáticas tienen diversas características dependiendo del contenido de estos, para la enseñanza y aprendizaje de la geometría Cascallana (1988, citado en Flores et al., 2011) clasifica los materiales didácticos en material estructurado y material no estructurado; los materiales no estructurados son, por ejemplo, los juguetes u objetos personales, de los cuales se pueden establecer relaciones lógicas básicas, clasificaciones y ejemplificaciones. En cambio, los materiales estructurados son objetos creados específicamente para la enseñanza y aprendizaje, por ejemplo, el geoplano, el tangram, o materiales didácticos diseñados por el profesor de matemáticas.

Flores et al. (2011) establecen competencias geométricas que debe adquirir el estudiante al manipular materiales didácticos en geometría.

- Identificar figuras en el entorno. (observar)
- Caracterizar estas figuras. (buscar regularidades, propiedades)
- Buscar criterios que permitan clasificar las formas y aplicarlos para clasificarlas.
- Utilizar estos criterios para definir las formas con precisión, aprendiendo sus nombres correspondientes y los términos que se utilizan para ello.
- Medir todas las magnitudes que interesan en las figuras (longitudes, superficies, volúmenes, amplitud de ángulos, etc.), de manera directa e indirecta.
- Analizar las cualidades obtenidas, y llegar a establecer propiedades que las relacionen.
- Demostrar algunas de las propiedades encontradas.

El profesor de matemáticas que se inclina por el trabajo con materiales didácticos tiene claro los beneficios que traen estos, no solo para estudiantes normales sino para estudiantes con discapacidad visual. A continuación, presentamos algunas consideraciones para el desarrollo de materiales para este tipo de población.

El papel que tienen los materiales didácticos en la enseñanza y aprendizaje en estudiantes con discapacidad visual es de suma importancia, por lo tanto, conocer las características que deben tener esta clase de recursos es fundamental para el profesor de matemáticas. Guzmán (2014) señala que un gráfico es reconocible y estimulante para esta población si presenta texturas, formas definidas y olores estimulantes. El mismo autor menciona elementos que pueden ser empleados en la construcción de materiales didácticos, como corcho, papel de lija, papel de estaño, madera laminada, cartulina, cartón, celofán, velcro, entre otros.

Respecto a los materiales en el área de geometría Cantor (2003, citado en Guzmán 2014), considera que para trabajar gráficas se debe tener en cuenta las siguientes consideraciones:

- Modelos bidimensionales
- Sencillos sin tanto detalle
- Con colores y delineados con plumones para que pueda ser utilizados por alumnos de baja visión.
- Con un solo concepto gráfico.
- Cada ilustración debe tener los nombres en Braille y macro tipo.
- El tamaño debe ser proporcional de manera que facilite su comprensión y manejo.

3. METODOLOGÍA

3.1. Descripción General

El presente trabajo está orientado a desarrollar un estudio cualitativo descriptivo, para un caso particular. Por tanto, se tomará registro, autorizado, de audio y del desarrollo de las actividades por parte del estudiante con discapacidad visual (Ver Anexo 1: Consentimiento Informado⁸) que desarrollará la secuencia de tareas, para posteriormente analizar el desempeño que se obtuvo, determinando la pertinencia y viabilidad que este material tiene dentro del aula, y tomando esta experiencia como base para proponer modificaciones al material, con el fin de mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje desarrollado por este. Para proceder con el estudio, se toma como base la metodología denominada *experimento de enseñanza*. Cobb (2000, citado en Ospina & Plazas, 2011) describe que un experimento de enseñanza tiene tres etapas, (1) diseño instruccional y planificación, (2) análisis en curso de las actividades escolares y (3) análisis retrospectivo; la primera etapa determina la preparación del experimento, lo que implica plantear los objetivos de aprendizaje, construir el material didáctico y diseñar la secuencia de tareas; la segunda etapa es la experimentación y el análisis preliminar, en esta se realiza una recogida exhaustiva de datos en audio y video, haciendo un contraste con los objetivos de las tareas construidas; la última etapa lleva a un análisis retrospectivo de las sesiones de clase, donde se procede a realizar la transcripción de las sesiones, elaborando los análisis cualitativos que permitan desarrollar conclusiones en torno a los objetivos planteados.

3.2. Descripción de la Población

La aplicación de las tareas se realizará con una estudiante de la Institución Educativa Distrital (I. E. D.) Rodrigo Lara Bonilla. A continuación, se presentan algunas características de la Institución, además a la estudiante que va a desarrollar las tareas y la descripción del profesor que dirigirá las sesiones de clase.

⁸ Documento de autorización firmado por el acudiente del estudiante.

3.2.1. Caracterización I. E. D. Rodrigo Lara Bonilla

La I. E. D. Rodrigo Lara Bonilla es oficial de Educación Formal. Brinda servicios educativos a estudiantes de grado cero de preescolar, básica (1º a 9º), y educación media (10º y 11º), con programas técnicos en convenio con el SENA.

Respecto al proceso de inclusión, la Institución brinda Educación Formal por ciclos para mayores de edad en la jornada nocturna, y no formal, los fines de semana teniendo convenios con Instituciones de Educación Superior. Además, atiende e Integra a niños y niñas con NEE con limitación visual y deficiencia cognitiva leve al aula regular.

La Institución cuenta con dos sedes, la sede A está ubicada en la carrera 43a N° 66-51 sur y la sede B en la Calle 64 N° 29-19 sur, en el barrio Candelaria la Nueva de la ciudad de Bogotá.

3.2.2. Descripción Estudiante

Diana Alejandra Espitia Sánchez tiene 10 años, es estudiante del I. E. D. Rodrigo Lara Bonilla desde el 2015 y actualmente cursa grado quinto de primaria e integra el curso 507. Vive en el barrio Caracolí a 20 minutos de la Institución. La señora Isabel Sánchez (Madre) es quien se encarga de acompañarla en el tránsito de la casa a la institución. La estudiante tiene ceguera en el ojo derecho y baja visión por el ojo izquierdo, pero en los documentos institucionales el diagnóstico emitido por EPS es Ceguera. La profesora encargada del área de matemáticas manifiesta que Diana presenta intermitencia en el desarrollo de actividades en clase y extra-clase, por lo cual no puede establecer con certeza habilidades, destrezas, y dificultades de la niña.

3.2.3. Descripción Maestro en Formación

El autor de la presente monografía que implementará y dirigirá la secuencia de tareas con la estudiante de la I. E. D. Rodrigo Lara Bonilla, es el Profesor David Ávila, actual estudiante de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional (UPN). Él asistió en el semestre 2018-I al curso electivo de enseñanza a personas sordociegas ofrecido por la UPN, con el fin de fortalecer su conocimiento sobre personas con discapacidad visual.

Realizó parte de sus prácticas educativas en la Institución Educativa Distrital Isabell II, que en la actualidad atiende estudiantes con discapacidad auditiva.

3.3. Estructura General de las Tareas

A continuación, se presenta los objetivos contemplados en cada una de las tareas.

Tarea 1 (sesión 1)	
Objetivo Principal	Identificar y usar adecuadamente los elementos que componen el material CriJa.
Tarea 2 (sesión 2)	
Objetivo Principal	Determinar algunas características isométricas de un ejemplo de rotación.
Tarea 3 (sesión 3)	
Objetivo Principal	Determinar características relevantes de un no ejemplo de rotación.
Tarea 4 (sesión 4)	
Objetivo Principal	Describir las características esenciales de la rotación de un polígono en el plano.

TABLA 1: ESTRUCTURA TAREAS

El número de la tarea corresponde con la sesión de clase donde se desarrollará esta. Para la aplicación se proyecta 50 minutos en cada sesión. Se resalta que la aplicación de las tareas puede tener otro orden, es decir, la Tarea 3 puede desarrollarse en la sesión 2 y la Tarea 2 en la sesión 3. Este orden no afecta el desarrollo de la Tarea 4.

4. CriJa

4.1. Descripción del Material

La idea de desarrollar la definición del concepto de rotación por medio de tabloides y regletas surge después de diseñar varios prototipos. En principio se buscó diseñar regletas que resaltaran las principales características de la rotación en el plano. Debido a las dificultades que se presentaban al trabajar exclusivamente con este tipo de elementos, nace la idea de complementar el material con tabloides.

El nombre del material alude a los autores, la sílaba “Cri” corresponde al nombre de Cristian y la sílaba “Ja” al nombre de Javier. El fin del material es permitir que los estudiantes con discapacidad visual puedan identificar las características fundamentales de la rotación. El material está compuesto de tres tabloides (Tabloide 1, Tabloide 2 y Tabloide 3), dos regletas triangulares (Regleta 1 y Regleta 2), dos regletas de medición (Regla CriJa y Plantilla), una regleta de verificación.

4.1.1. Tabloides

El Tabloide 1 está construido para facilitar la identificación de los elementos que componen los tabloides, mientras los otros dos permiten la caracterización de la rotación de un triángulo por medio de la modalidad de ejemplo y no ejemplo.

Tabloide 1

Tableta de cartón industrial de 34 *cm* de largo y 25 *cm* de ancho. En la parte inferior central tiene en relieve un círculo con un tornillo como eje central, perpendicular a la superficie (verde). En la parte superior derecha está escrito el nombre del tabloide en braille (blanco). Cuenta con una abertura⁹ en forma triangular en el centro del tabloide, los lados de la figura miden 15.5 *cm*, 9 *cm* y 11 *cm*. En cada vértice de la figura hay adherido un pequeño rectángulo de lija, cartón o foami, que se encuentran a una distancia del eje central de 14 *cm*,

⁹ Los tres tabloides cuentan con aberturas que en adelante se referirán como figuras. Las dimensiones de las figuras triangulares están determinadas con el objetivo de facilitar la toma de medidas de longitud y amplitud.

12 cm y 10 cm respectivamente. En la parte inferior derecha, partiendo del círculo, hay una recta en relieve paralela al borde inferior (azul). Cuenta con una semicircunferencia formada por segmentos en relieve orientados hacia el eje central que simulan un transportador (naranja). El ángulo formado por la proyección de dos segmentos contiguos tiene una amplitud de 10 grados.

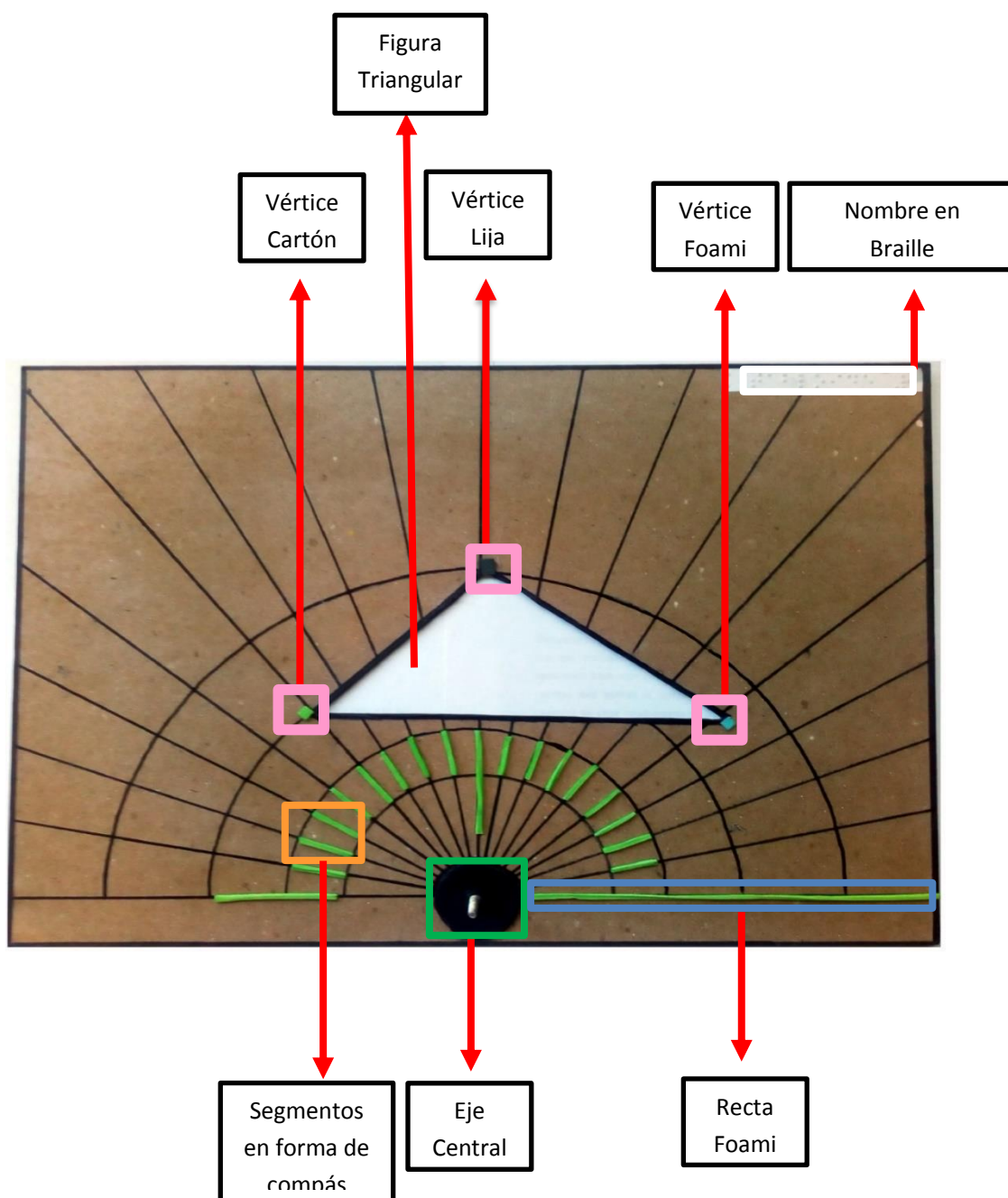


ILUSTRACIÓN 8: TABLOIDE 1

Tabloide 2

El Tabloide 2 tiene dos figuras triangulares de lados 4 cm , 6 cm y 7 cm . Cada vértice tiene adherido un pequeño rectángulo de lija, cartón o foami a una distancia del eje central de 16.5 cm , 13.5 cm y 10 cm respectivamente. Las demás características son iguales a las del Tabloide 1.

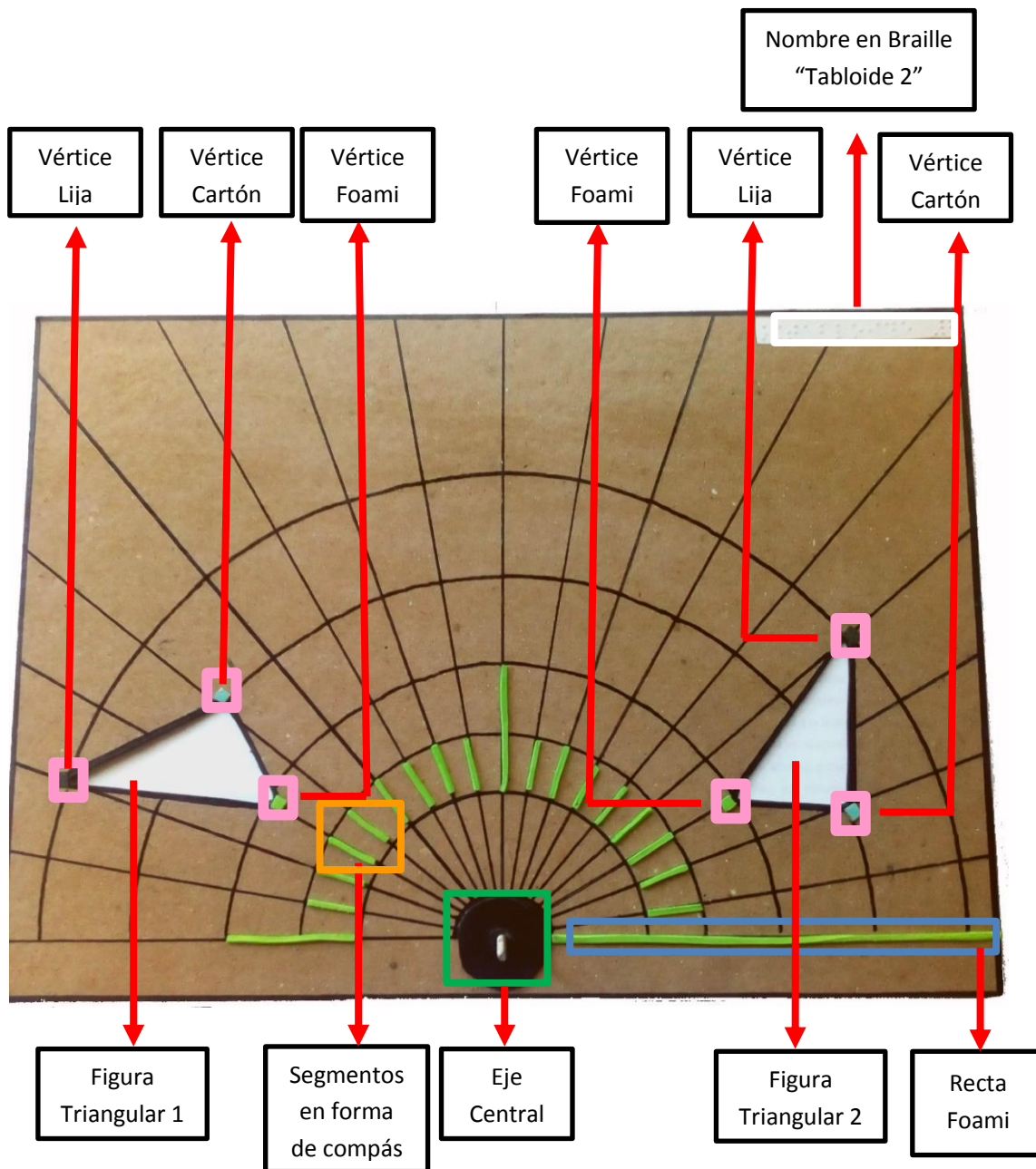


ILUSTRACIÓN 9: TABLOIDE 2

Tabloide 3

El Tabloide 3 tiene dos figuras triangulares de lados 4 cm , 6 cm , 7 cm y 5 cm , 7 cm y 8 cm . En la figura de la derecha cada vértice tiene adherido un pequeño rectángulo de lija, cartón o foami a una distancia del eje central de 13 cm , 16 cm y 10 cm respectivamente. En cuanto a la figura de la izquierda, las texturas adheridas de lija, cartón o foami están a una distancia del eje central de 13 cm , 14 cm y 10 cm respectivamente. Las demás características son iguales a las del Tabloide 1.

Nombre en Braille
"Tabloide 3"

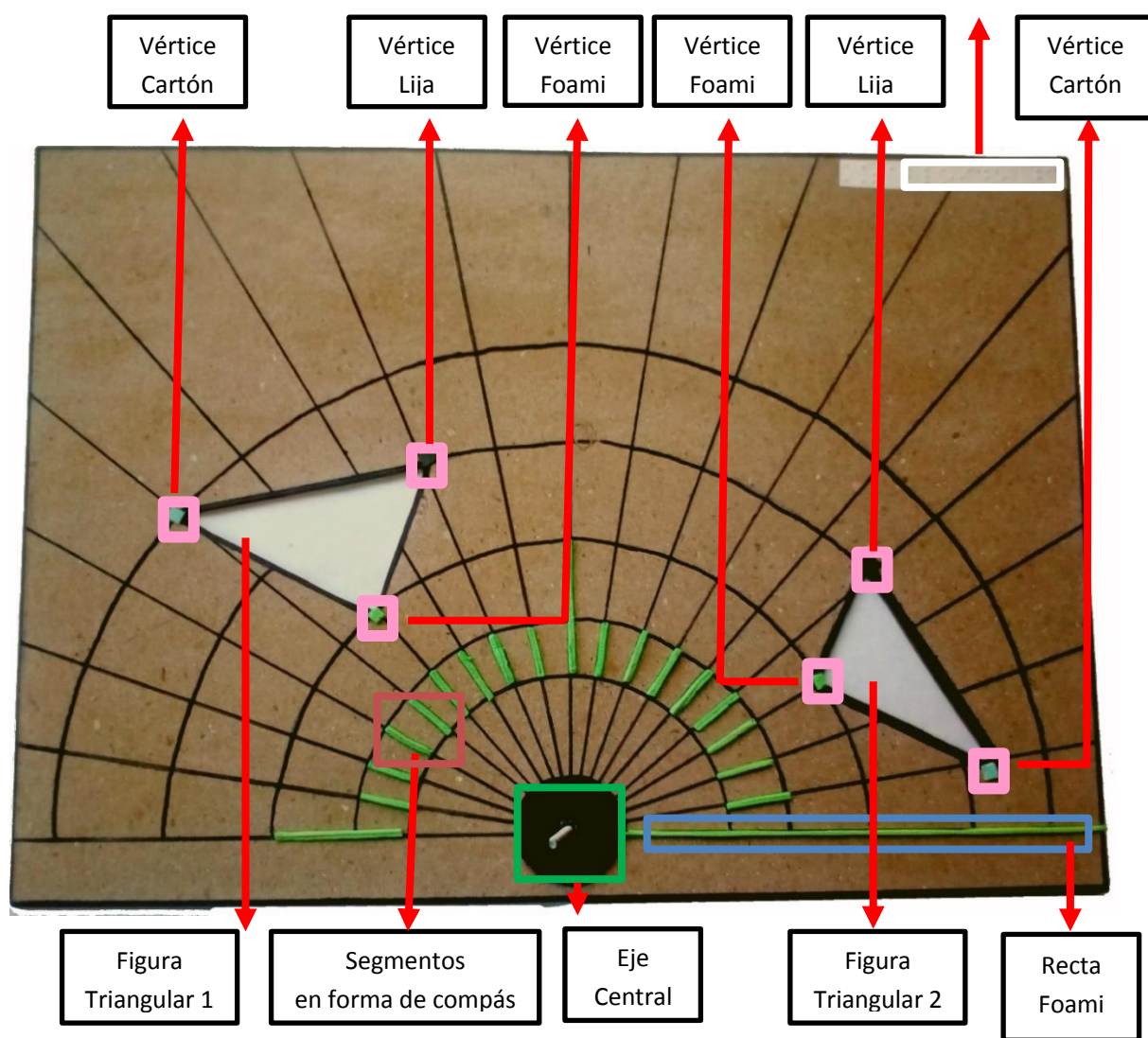


ILUSTRACIÓN 10. TABLOIDE 3

4.1.2. Regletas Triangulares

El material CriJa tiene dos regletas triangulares del doble del grosor de los tabloides. En las actividades deben ser deslizadas en los tabloides para encajarlas en las figuras, en caso de ser posible. Adicionalmente, se toman las medidas de los lados de cada una de ellas.

Regleta 1

Regleta de cartón industrial con forma triangular con lados de 9 *cm*, 11 *cm* y 15.5 *cm*. En sus vértices tiene adheridos pequeños rectángulos de diferentes texturas.

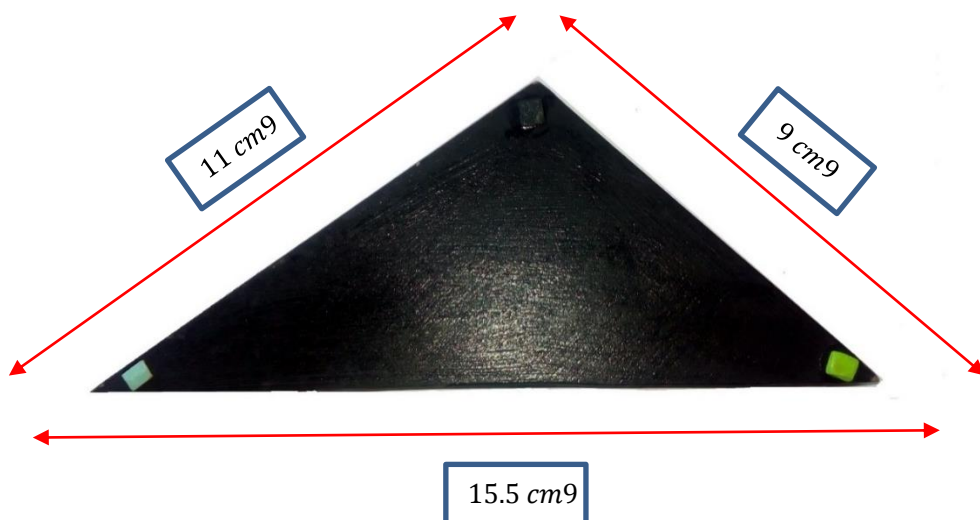


ILUSTRACIÓN 11: REGLETA 1

Regleta 2

Regleta de cartón industrial con forma triangular con lados de 4 *cm*, 7 *cm* y 6 *cm*. En sus vértices tiene adheridos pequeños rectángulos de diferentes texturas.

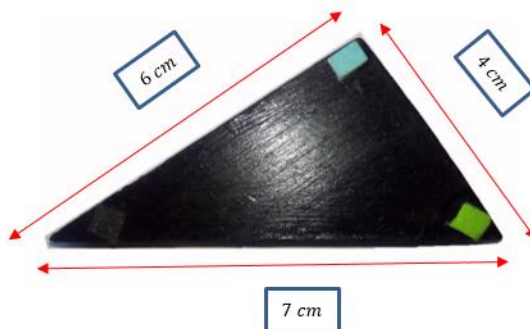


ILUSTRACIÓN 12: REGLETA 2

4.1.3. Regletas de Medición

El material CriJa tiene dos regletas de medición, la Regla CriJa permite medir longitudes; además, en conjunto con la Plantilla permite medir ángulos, que se forman con los vértices de las figuras y el eje central.

Regla CriJa

Regleta de cartón industrial en forma de (L), con dimensiones 20 *cm* de largo y 1.5 *cm* de ancho. En la pestaña tiene un orificio del mismo diámetro que el eje central de los tabloides (verde). En su superficie tiene en relieve tiras rectangulares de 0.5 *cm* de largo y 1.5 *cm* de ancho, separadas a una distancia de 0.5 *cm* (azul). Por un borde tiene una recta en relieve desde el orificio hasta el otro extremo (naranja). Junto al orificio hay una pieza cuadrada en relieve que tiene un grosor igual al de las regletas 1 y 2 (morado).

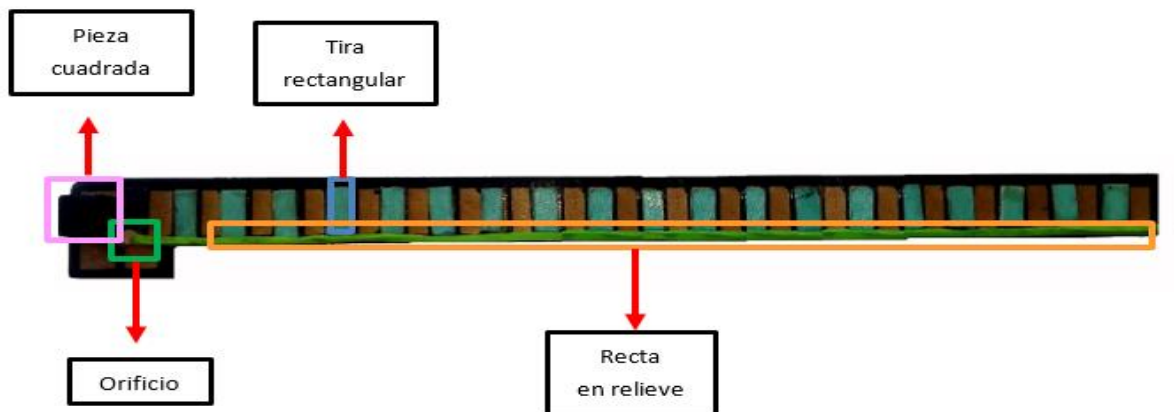


ILUSTRACIÓN 13: REGLA CRIJA

Plantilla

La Plantilla es una regleta con la misma forma que la Regla CriJa. La mayor parte de su superficie es lisa, solo cuenta con dos rectángulos de lija, uno en la pestaña y el otro en el borde de la regleta (azul).



ILUSTRACIÓN 14: PLANTILLA

4.1.4. Regleta de Verificación

Regleta de cartón industrial de 19 *cm* de largo, compuesta de dos partes; la primera parte tiene forma rectangular, con un orificio en un extremo y diámetro igual al eje central, en el otro extremo tiene adherida una pieza triangular con lados de 4 *cm*, 7 *cm* y 6 *cm*.



ILUSTRACIÓN 15: REGLETA VERIFICACIÓN

4.2. ¿Cómo usar el material CriJa?

El Material CriJa está conformado por varios elementos, cada uno de ellos tiene funciones específicas, por lo cual su buen uso es fundamental para la apropiación del concepto que trabaja, a continuación, se explica el uso de cada elemento del material.

Uso Tabloides

En los tabloides 1, 2 y 3 se toman medidas de longitudes y ángulos de los elementos de estos.

Uso de la Regleta 1 y Regleta 2

La Regleta 1 se desliza en el Tabloide 1 y la Regleta 2 en el Tabloide 2 y Tabloide 3, con el fin de encajar las en las figuras de estos, verificando la congruencia de las figuras con las regletas, si se presenta el caso.

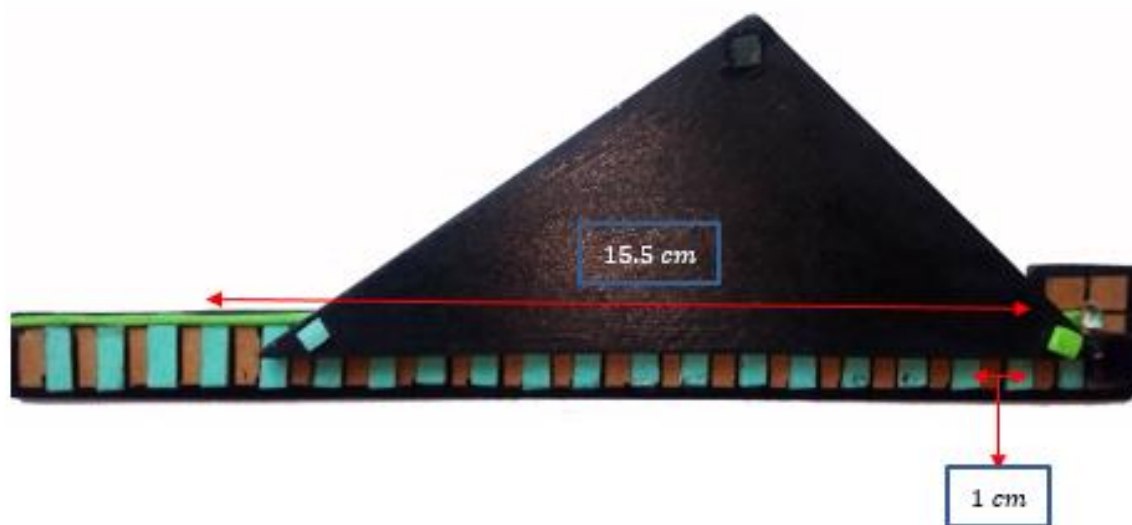
Uso de la Regla CriJa y Plantilla

La regla Crija se usa para medir los lados de las regletas 1 y 2 (medición 1), los lados de las figuras de los tabloides (medición 2) y las distancias entre el eje central a los vértices de cada figura en todos los tabloides (medición 3). También se usa en conjunto con la plantilla para medir ángulos en los tabloides (medición 4).

Medición 1

Se deja la regla en una superficie plana con el relieve hacia arriba y la pestaña al lado derecho, luego se ubica un vértice de la regleta sobre la regla de tal forma que el vértice haga contacto con la pieza cuadrada de la regla, de modo que el lado a medir de la regleta quede sobre la regla (arriba de las tiras rectangulares) y sea paralelo al borde de la regla. Luego se cuentan las unidades, de izquierda a derecha, teniendo en cuenta que una tira y un espacio corresponden a un centímetro.

ILUSTRACIÓN 16: MEDICIÓN 1



Medición 2

Se introduce la punta de un punzón en el orificio de la regla por el lado donde está ubicada la pieza cuadrada. Sosteniendo punzón y regla, se ubican estos en el vértice de la figura (debe quedar incrustado).

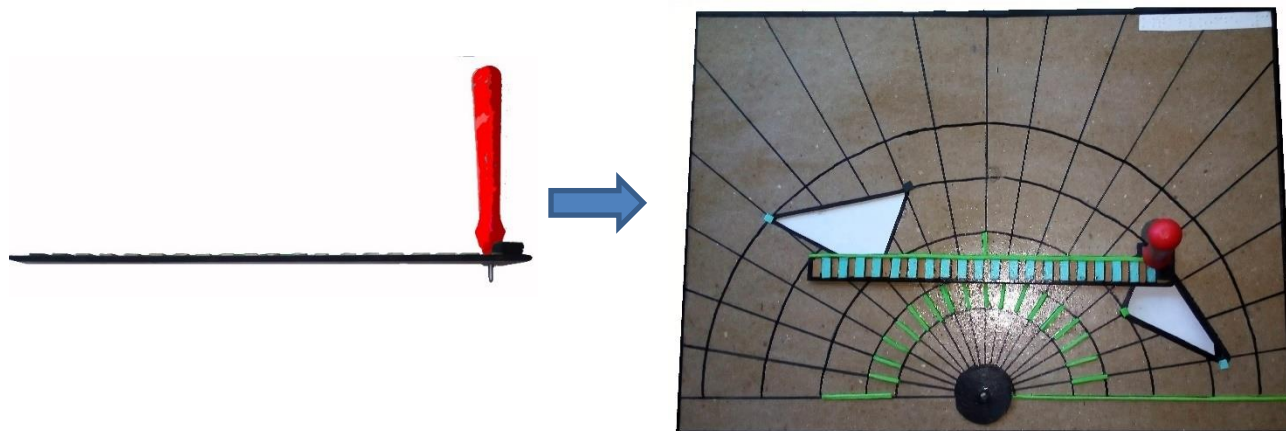


ILUSTRACIÓN 17: MEDICIÓN 2.1

Se gira la regla hacia la izquierda, inmediatamente se ubica otro punzón en otro vértice de la misma figura, con la misma mano que sostiene el primer punzón girar la regleta hacia la derecha, hasta hacer contacto con el segundo punzón.

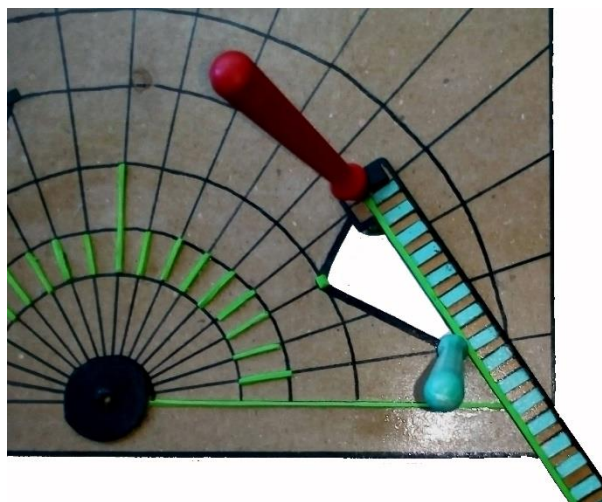


ILUSTRACIÓN 18: MEDICIÓN 2.2

Con la mano del segundo punzón identificar si el vértice de la figura termina en tira o en espacio, hacer el conteo sosteniendo con una mano la regla.

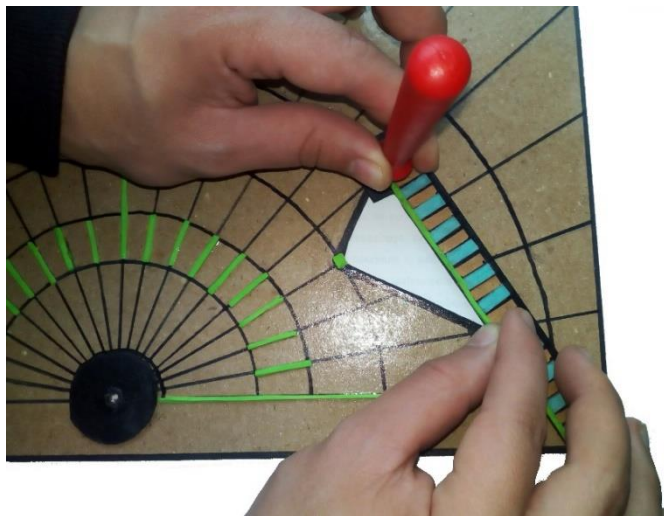


ILUSTRACIÓN 19: MEDICIÓN 2.3

Medición 3

Se lleva el orificio de la regla hasta el eje central y se introduce en este. Se gira la regla hacia la izquierda, luego se ubica un punzón en el vértice de la figura, inmediatamente se gira la regleta hacia la derecha hasta que esta haga contacto con el punzón.

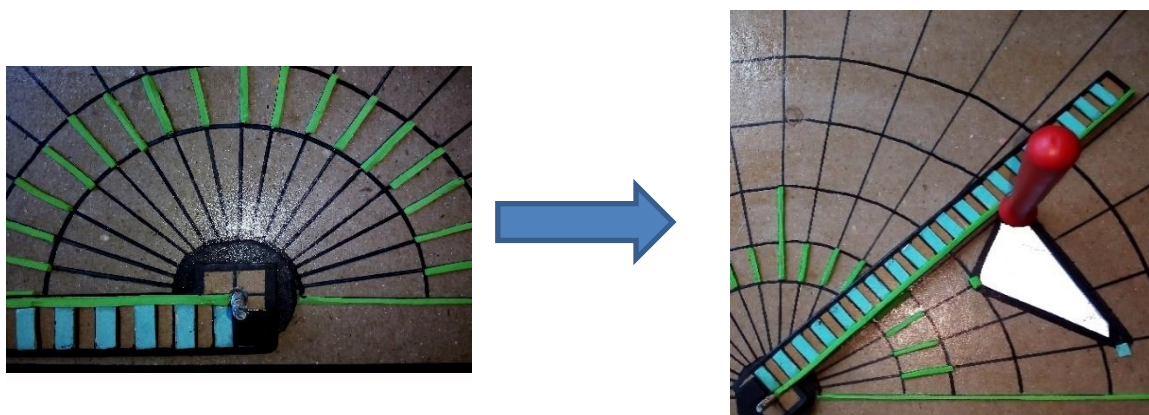


ILUSTRACIÓN 20: MEDICIÓN 3.1

Se identifica si la distancia a medir termina en tira o espacio. Finalmente, se cuenta las unidades desde el punzón hasta el eje central.

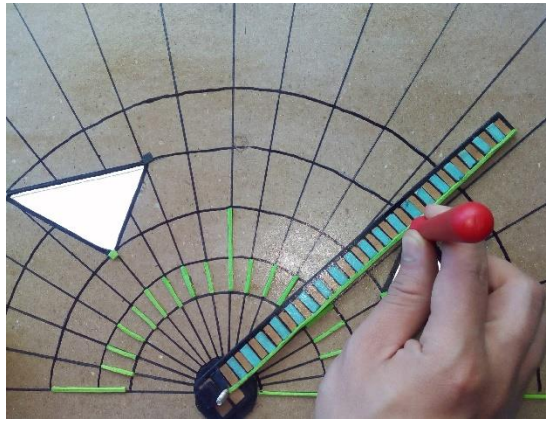


ILUSTRACIÓN 21: MEDICIÓN 3.2

Medición 4

Se identifican los puntos correspondientes entre las figuras, lo anterior se puede realizar ubicando los puntos con la misma textura. Luego se lleva el orificio de la Plantilla al eje central y se introduce en este, de tal forma que el lado de la pestaña que tiene la textura quede hacia arriba.

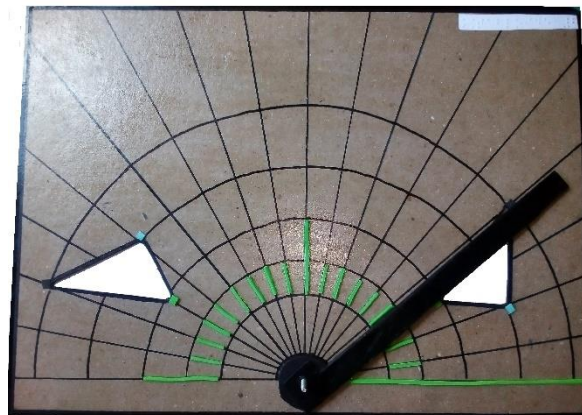


ILUSTRACIÓN 22: MEDICIÓN 4.1

Ubicar el borde de la Plantilla que tiene la lija sobre una textura rectangular del tabloide. Luego llevar el orificio de la regla hasta el eje central, introduciéndolo en este y llevar el borde de la regla que tiene la recta en relieve sobre la otra textura igual del tabloide, hacer el conteo de borde de borde.

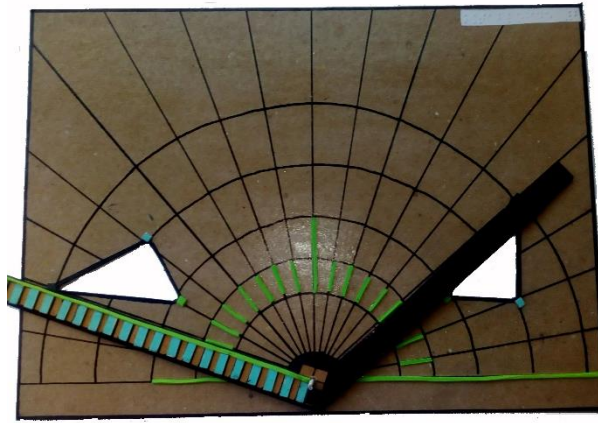


ILUSTRACIÓN 23: MEDICIÓN 4.2

Regleta Verificación

La Regleta de verificación se utiliza para confirmar la rotación presentada en el Tabloide 2. Llevar el orificio de la regleta de verificación al eje central del tabloide e introducirlo en este, debe quedar la cara plana de la pieza triangular sobre la superficie del tabloide. Luego girar la regleta hasta que la pieza triangular encaje en las figuras.

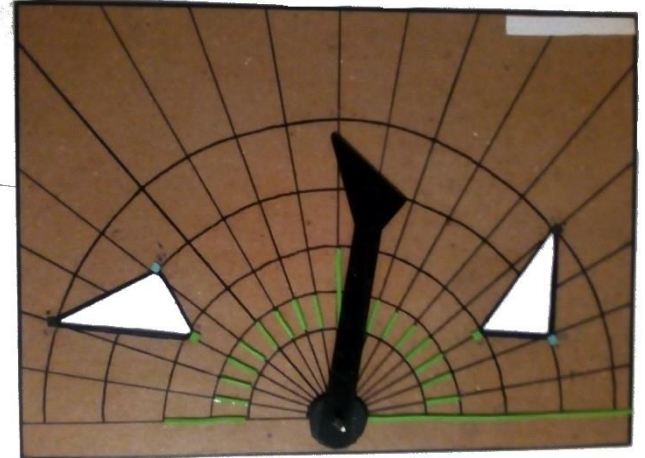
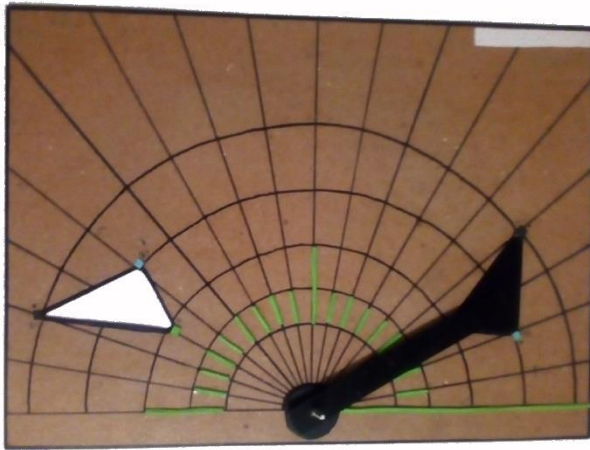


ILUSTRACIÓN 24: USO REGLETA VERIFICACIÓN

4.3. Descripción de las Tareas

Las tareas que se proponen en este trabajo tienen como objetivo llevar al estudiante a enunciar las características principales de la rotación de una figura en el plano.

4.3.1. Preliminares

Conocimientos previos

Entre los conocimientos previos, tanto matemáticos como no matemáticos que se establece deben tener los estudiantes para desarrollar las tareas se encuentran:

- Definición de ángulo.
- Definición de triángulo.
- Definición de congruencia de segmentos.
- Definición de congruencia de ángulos
- Medición de segmentos.
- Medición de ángulos.

Objetos matemáticos generales

Los objetos matemáticos involucrados en la secuencia de tareas son:

- Triángulo.
- Segmento.
- Ángulo.
- Distancia entre dos puntos.
- Medida de ángulos.
- Congruencia de ángulos.
- Congruencia de segmentos.

La definición de estos objetos se encuentra en el apartado 2.2 *Marco Matemático*. Por lo cual, en este apartado no se hace necesario definirlos.

Errores que se pueden presentar en la secuencia

Entre los posibles errores que se puedan dar, principalmente se tienen en cuenta aquellos en los que intervienen la manipulación del material para desarrollar la secuencia de tareas, por tal motivo, se presentan tres grupos de errores en este sentido, estos son:

- Confundir nombres del material.
- Errores en las mediciones de distancias y ángulos.
- No reconocimiento de los elementos que componen el material.

Dificultades que se pueden presentar en la secuencia de tareas

Las dificultades principales que se contemplan en el desarrollo de la secuencia de tareas son:

- El estudiante no tenga los conocimientos previos matemáticos y no matemáticos establecidos para las tareas, ya que esto retrasaría de manera significativa el desarrollo de cada uno de los numerales propuestos en cada una.
- Al tratarse de personas invidentes, el tacto juega un papel fundamental en el desarrollo de las tareas, y si los estudiantes no tienen destreza con este sentido se convierte en un obstáculo debido a que el material CriJa es diseñado para ser utilizado por medio del tacto.

Teniendo en cuenta lo anterior, a continuación, se describe cada una de las tareas, la intencionalidad de los diferentes puntos en estas propuestas, los posibles errores que se pueden exteriorizar y la forma en la que los profesores abordarán el mismo para que este sea superado.

4.3.2. Tareas

Tarea 1

Objetivo general de la tarea

Identificar y usar adecuadamente los elementos que componen el material CriJa.

Materiales:

- Guía 1, CriJa (Tabloide 1, Regleta 1, Regla CriJa, Plantilla), punzones y hojas de papel.

Descripción de la Tarea 1:

Para alcanzar el objetivo de la tarea se han propuesto 7 puntos (Ver Anexo 2: Tarea 1), en los cuales se puede identificar si la estudiante tiene o no los conocimientos previos. Dado el caso de no tenerlos, poder establecerlos para no generar dificultades en el desarrollo de las tareas posteriores.

En el numeral 1 se espera que la estudiante realice una exploración táctil del Tabloide 1, para identificar los elementos que lo componen. Durante el momento de exploración del tabloide realizado por ella, el profesor asignará nombres a cada uno de los elementos que se logren enunciar, en el caso que no se logren identificar todos los elementos que conforman el

tabloide, el profesor buscará que la estudiante lo logre por medio del tacto. Es probable que en el desarrollo de esta actividad se den nombres diferentes a los elementos asignados del material CriJa, esto con el fin de que se familiarice con cada elemento y el uso adecuado de estos.

Con el numeral 2 se espera establecer si la estudiante reconoce la figura triangular del tabloide a partir del tacto. Dado el caso de que no llegue a la conclusión que la figura es un triángulo, el profesor preguntará sobre la cantidad de vértices (puntas)¹⁰ y partiendo de ello se establecerá que esta figura es un triángulo. En este mismo apartado se puede saber si la estudiante identifica los ángulos de este polígono, dado el caso que no sepa qué es un ángulo, el profesor lo explicará.

En el numeral 3 se da a la estudiante la Regleta 1 y se pide que verifique si esta puede encajar en la figura del tabloide, es decir, si son la misma, para esto ella debe deslizarla sobre el Tabloide 1, girarla e intentar de diferentes formas, hasta lograr que este encaje. El profesor se encargará de entregar la regleta de forma que la estudiante deba girarla y rotarla para conseguir encajarla.

El objetivo del numeral 4 es que la estudiante halle las medidas de longitudes de manera correcta. Luego, el profesor explica cómo se debe proceder (Ver ¿Cómo usar el material CriJa?), para esto se ejemplifica realizando junto con la estudiante la medición de dos de los lados de la Regleta 1, para el tercer lado ella debe hacerlo sola, teniendo en cuenta que el profesor le ayudará si en algún momento realiza la medición de manera incorrecta.

En el numeral 5 la estudiante debe determinar la medida de los lados de la figura del tabloide, para realizar este punto el profesor ejemplificará la forma correcta de medir un lado (Ver ¿Cómo usar el material CriJa?), luego la estudiante debe determinar la medida de los otros lados de la figura.

En el numeral 6 la estudiante continuará ejercitándose en la acción de hallar distancias, por lo cual, deberá determinar la distancia entre los vértices de la figura y el eje central, teniendo en cuenta que ella ha realizado diferentes mediciones con la Regla CriJa, el profesor únicamente la ayudará en la colocación de la regla en el eje central.

¹⁰ Al trabajar con el material posiblemente se describan los vértices como puntas del triángulo

En el numeral 7 la estudiante debe determinar la amplitud de los ángulos conformados por tres puntos, dos vértices de la figura y el eje central, para esto el profesor explica la forma en que se hace (Ver ¿Cómo usar el material CriJa?), en este caso no se espera que la estudiante proporcione la amplitud en grados, sino que está será determinada por la cantidad de franjas que separan los lados de la figura. Como el profesor halla la amplitud de uno de los ángulos, la estudiante debe determinar la amplitud de los otros dos.

Una vez realizadas las mediciones en cada uno de los puntos propuestos la estudiante debe consignar los resultados obtenidos en las hojas blancas.

TAREA 2

Objetivo general de la tarea

Determinar algunas características isométricas de un ejemplo de rotación.

Materiales

- Guía tarea 2, CriJa (Tabloide 2, Regleta 2, Regla Crija, Plantilla), punzones y hojas de papel.

Descripción de la tarea

Para alcanzar el objetivo propuesto en esta tarea se han enunciado 9 puntos (Ver Anexo 3: Tarea 2) que se presentan a continuación.

En el numeral 1 la estudiante debe identificar las figuras que aparecen en el Tabloide 2, por medio del tacto debe establecer que son dos triángulos, es posible que al encontrar uno de los triángulos deje de buscar, ya que en la tarea anterior solo aparecía una figura, en este caso el profesor preguntará si no hay más figuras, con lo cual, la estudiante buscará en todo el tabloide la existencia de más figuras llegando a la conclusión que hay dos de estas y que son triángulos. En dado caso que ella no llegue a identificar que las figuras del tabloide son triángulos el profesor la guiará haciendo énfasis en la cantidad de vértices y recordando el nombre de la figura.

Para el numeral 2 la estudiante debe deslizar la Regleta 2 por el tabloide para ver si coincide con cada una de las figuras. Para esto debe girar la regleta y verificar que está en efecto coincide en cada caso. El profesor motivará a la estudiante a intentar ubicar la regleta de diferentes formas con el fin de que pueda concluir lo esperado en este punto.

En el numeral 3 la estudiante debe medir los lados de la regleta, para esto debe usar la Regla CriJa, teniendo en cuenta que en la tarea anterior ella aprendió a usar el material, en esta solo se observará si ha logrado aprender a usarlo adecuadamente, Al mismo tiempo que se van midiendo los lados se debe consignar la medida de cada uno de estos.

En los numerales 4 y 6 la estudiante debe hallar longitudes, en el 4 hallar las longitudes de los lados de la figura, y en el 6 la longitud entre los vértices y el eje central, en estos dos numerales se espera que la estudiante mida, de manera adecuada, las longitudes solicitadas, y una vez medidas sean consignadas en las hojas blancas. En el caso que ella llegue a medir de manera incorrecta el profesor le solicitará que verifique la medida obtenida.

En los numerales 5 y 7 se pregunta acerca de características destacables en las medidas de los numerales 4 y 6. El numeral 5 pregunta por las características de las medidas del numeral 4 y en el 7 por las características del numeral 6. Para el caso del numeral 5 se espera que llegue a la conclusión que hay tres pares de medidas iguales, es decir, la de los lados correspondientes. Para esto la estudiante debe revisar los apuntes realizados, es posible que llegue a la igualdad de medidas, pero no a que esta igualdad se da entre lados correspondientes, por lo cual el profesor con ayuda del material le solicita identifique cuales son los lados congruentes (igual medida) en las figuras del tabloide. Una vez establecidas la congruencia de los lados correspondientes entre las figuras, en el numeral 6 puede identificarse, de manera más fácil, la igualdad de medidas entre los vértices correspondientes y el eje central.

En el numeral 8 la estudiante debe determinar el ángulo que se forma entre los vértices correspondientes de las figuras con el eje central, dado el caso que no recuerde como se halla la medida de los ángulos, el profesor explicará para un caso, luego ella debe realizar el mismo procedimiento y consignar las medidas, para luego en el numeral 9 establecer que estas medidas para cada par de vértices correspondientes es la misma. Dado el caso que no se logre evidenciar, el profesor pedirá a la estudiante la medida de los ángulos uno por uno, una vez establecidos los dos primeros se preguntará sobre las similitudes y estableciendo que la medida de los dos primeros ángulos es igual, se preguntará por la medida del tercero llegando a la conclusión que los ángulos son congruentes.

TAREA 3

Objetivo general de la actividad

Determinar características relevantes de un no ejemplo de rotación.

Materiales

- Guía 3, CriJa (Tabloide 3, Regleta 2, Regla CriJa, Plantilla), punzones y hojas de papel.

Descripción de la Tarea

En esta tarea (Ver Anexo 4: Tarea 3) el objetivo es caracterizar un no ejemplo de rotación para lo cual, se proponen 9 puntos de manera similar que la Tarea 2, con lo cual se procederá de igual forma para los numerales 1, 2, 3, 4, 6 y 8, estos se deben desarrollar de manera análoga a lo realizado en la Tarea 2. En el caso en que se presenten inconvenientes con la identificación de las figuras o con la toma de medidas, se procederá de la misma manera que se aborda en la Tarea 2. Con ayuda del profesor se toman los apuntes y anotaciones necesarias para poder realizar las conclusiones de los numerales 5, 7, y 9.

En el numeral 5 y 7 se pide a la estudiante que identifiquen si hay características relevantes entre las medidas de los lados de las figuras con respecto a las regletas y sobre la distancia de los vértices correspondientes al eje central, se espera que diga que no se presentan congruencias o en palabras de los estudiantes “no hay medidas iguales”, como en el caso de la tarea anterior. Dado el caso que no se presente esta conclusión el profesor pedirá a los estudiantes medir los lados “correspondientes” y preguntará sobre si se conserva la propiedad presentada en la Tarea 2.

En el numeral 9 se pregunta sobre características relevantes en las medidas de los ángulos que forman los vértices correspondientes y el eje central, en este punto se espera que la estudiante concluya que las medidas son todas diferentes, ya que así se ha diseñado el tabloide. En el caso en que esta conclusión no se obtenga, se hará relación con las medidas obtenidas en la tarea anterior, y se realizará esta comparación al momento que se van obteniendo las medidas.

Esta tarea tiene los mismos enunciados de la Tarea 2 pero al ser tabloides completamente diferentes hace que los resultados sean distintos, por lo cual, el modo de proceder y desarrollar las tareas es muy similar.

TAREA 4

Objetivo general de la actividad

Describir las características esenciales de la rotación de un polígono en el plano.

Materiales

- Guía 4, CriJa (Tabloide 2, Tabloide 3, Regleta de verificación), punzones y hojas de papel.

Descripción de la Tarea

En esta tarea la estudiante tomará como base las mediciones establecidas en el Tabloide 2 para describir las características esenciales de la rotación de un polígono en el plano. Para lograr lo anterior se desarrollaron 4 numerales (Ver Anexo 5: Tarea 4)

En el numeral 1 se pregunta a la estudiante las características relevantes que se encontraron en las medidas determinadas en el Tabloide 2. Durante el desarrollo del numeral se suministrará las respuestas establecidas en la Tarea 2, con el fin de recordar las relaciones que se encontraron durante el desarrollo de esta. Si la estudiante no recrea las relaciones encontradas, el profesor utilizará el Tabloide 2 para recordar y señalar las mediciones realizadas, con el fin de que ella recuerde las relaciones de congruencia que se destacan en el tabloide.

Para el numeral 2 se busca que la estudiante determine que las relaciones del Tabloide 2 no se cumplen en el Tabloide 3. Durante el desarrollo de este numeral, el profesor utilizará el Tabloide 3, para recordar a la estudiante las medidas tomadas en este, con el fin de que ella destaque las diferencias que existen entre las medidas del Tabloide 2 y el Tabloide 3.

En el numeral 3 se especifica a la estudiante que en el Tabloide 2 se desarrolla un ejemplo de rotación de un triángulo y en el Tabloide 3 se desarrolla un no ejemplo de la rotación de un triángulo. Además, se solicita escribir las características que cumple el movimiento llamado rotación evidenciado en el Tabloide 2. En el caso que la estudiante no comprenda la dinámica del ejemplo y no ejemplo, el profesor suministrará una situación en donde lo comprenda. Si la estudiante no determina las características relevantes del movimiento, el profesor recordará las medidas tomadas en los tabloides 2 y 3 con el fin de facilitar la deducción de estas por parte del estudiante.

Finalmente, en el numeral 4, la estudiante verificará si las características establecidas en el numeral anterior se cumplen en el Tabloide 2, para esto se entregará la Regleta de verificación y el profesor explicará su uso (Ver ¿Cómo usar el material CriJa?), con la cual el estudiante confirmará el movimiento dado en el tabloide.

5. ANÁLISIS TAREAS

5.1. Análisis Tarea 1

Para dar inicio al desarrollo de la tarea, en primer lugar, se procede con la presentación del profesor y la estudiante. Enseguida se entrega a Diana la Guía 1 y se solicita realizar lectura del numeral 1, en este primer instante se evidencia el dominio de ella para leer en el sistema braille. Luego se entrega el Tabloide 1 para que explore los elementos que lo componen. Lo primero que identifica en el material es que la figura de este es un triángulo. Siguiendo con la exploración identifica la semicircunferencia que simula el transportador, también logra identificar fácilmente el círculo central del tabloide destacando que tiene un orificio en el centro. Luego con ayuda del profesor identifica el lugar en el que se encuentra el nombre del tabloide y las diferentes texturas adheridas en los vértices de la figura, como se observa en el recuadro rojo. (Ver Ilustración 25: Examinar Texturas)

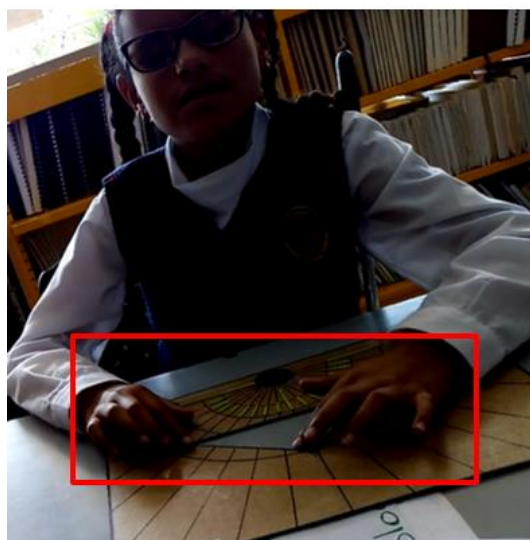


ILUSTRACIÓN 25: EXAMINAR TEXTURAS

Una vez finalizada la exploración del tabloide, se entrega Diana la Regleta 1 para que verifique si esta encaja en la figura del tabloide. Ella identifica inmediatamente que la regleta es un triángulo y luego de varios intentos, de girarla y rotarla, logra encajarla en la figura, identificando que la textura de los vértices en el tabloide corresponde con la textura de los vértices de la regleta.

Continuando con la tarea, Diana debe medir los lados de la regleta, para esto el profesor hace entrega de la Regla CriJa, en la cual ella identifica las tiras de cartón en relieve adheridas a

esta. El profesor establece la unidad de medida en centímetros de la regla como una tira de cartón con su espacio adyacente, y realiza la explicación de cómo se miden los lados de la regleta, haciendo el ejercicio para uno de ellos, luego la estudiante mide los otros dos lados. En este proceso se evidencia un error en la medición por parte de Diana, ya que al momento de deslizar su mano por la regla omite algunas unidades provocando un conteo incorrecto. Como este es uno de los errores que se preveían, el profesor solicita a la estudiante medir nuevamente indicándole que al realizar el conteo deslice la mano lentamente para lograr sentir todas las divisiones de la regla, es decir, las unidades. Por lo demás que implica el proceso de medición de los lados de la regleta, la estudiante lo realiza de manera adecuada, ubicando la regleta y la regla de acuerdo con la explicación realizada por el profesor.

Una vez finalizada la medición de los lados de la regleta, se procede a tomar la medida de los lados de la figura, para ello el profesor hace la explicación de cómo se realiza la medición de los lados de esta, procediendo de igual manera como se realizó para los lados de la regleta. Explica para un lado y permite que Diana realice la medición de los otros dos. En este caso se nota mayor confusión en tomar la medida, ya que en este proceso se deben usar las dos manos para fijar la regla y con ayuda de los punzones determinar su valor. Diana realiza el proceso siguiendo las indicaciones del profesor, pero al momento de medir tiene dificultades en ubicar los punzones en los vértices del triángulo, además de sostenerlos para poder realizar la medición, provocando que la regla se mueva y la medida de los lados se altere. Para sobrellevar esta dificultad, el profesor explica nuevamente el proceso de medición ayudándola a establecer la medida de los otros lados de la figura. Una vez determinadas las medidas de los lados de esta, ella concluye que la medida de los lados de la figura son los mismos que los lados de la regleta, indicando así, que reconoce una relación de igualdad entre las medidas de los lados de la figura y los lados de la Regleta 1. En este caso se puede inferir que la estudiante reconoce la congruencia de los lados de estos elementos del material, aunque no lo hace formalmente si lo hace de manera implícita, por tanto, cuenta con otro de los conocimientos previos que se estipularon para el desarrollo de las tareas.

En el siguiente punto de la guía, Diana debe hallar la distancia del eje central a cada uno de los vértices de la figura del tabloide, una vez ella ubica el tornillo, el profesor procede a explicar cómo se realiza la medición especificando el procedimiento para uno de los vértices,

luego ella mide la distancia de los otros dos. En el proceso realizado no se evidencia mayor dificultad por parte de ella, por el contrario, se evidencia que se ha familiarizado con el material, ya que en algunas oportunidades evita usar el punzón para tomar medidas y lo hace directamente con las manos, por lo cual, en algunas oportunidades se generan errores de mediciones. Al finalizar de medir, ella indica que no hay igualdad de medidas, por lo anterior, se puede concluir que la estudiante está buscando relaciones de igualdad entre estas, lo que logra facilitar el proceso de definición propuesto para las tareas próximas. Por otro lado, se puede inferir que la estudiante posee una representación mental relacionada con la equidistancia y congruencia, sin lograrse evidenciar una manipulación del concepto formal. Finalmente, para el último numeral de la guía, se le entrega a Diana la plantilla para realizar el proceso para medir ángulos, ella logra identificar que a diferencia de la regla esta es totalmente lisa, es decir sin relieve. Luego el profesor cuestiona a Diana sobre qué es un ángulo, ella no da una definición, pero lleva sus manos sobre los lados de la figura y deslizándola hacia el vértice especifica que eso es un ángulo. A pesar de no dar una definición formal de ángulo, se logra evidenciar que tiene una noción de este, teniendo en cuenta la ubicación que hace de uno en la figura, también al momento de concluir que la cantidad de ángulos de un triángulo es tres. Enseguida el profesor explica la forma de medir ángulos con el material, realizando el procedimiento para uno de los ángulos determinados por vértices de la figura y el eje central, permitiendo que ella realice la medida de los otros dos. En este proceso Diana realiza las mediciones de manera acertada, siguiendo los procedimientos estipulados por el profesor y concluyendo que uno de los ángulos medidos es recto.

5.2. Análisis Tarea 2

Se inicia la tarea entregando a Diana la Guía 2 y se procede con la lectura del numeral 1. Ella identifica fácilmente los triángulos del Tabloide 2. Interpretamos que la estudiante tiene acertadas imágenes mentales del concepto de triángulo. Luego con ayuda del profesor, ella identifica los demás elementos que componen el tabloide.

Para el numeral 2, el profesor le entrega a Diana la Regleta 2, que reconoce inmediatamente como un triángulo. Luego ella guiándose por las texturas de la regleta y las adheridas en el tabloide, logra encajar esta en la figura de la derecha. Al identificar las texturas de la figura

del lado izquierdo del tabloide y guiándose por el vértice simbolizado por la lija, desliza la regleta hasta encajarla en la figura del lado izquierdo. El movimiento realizado por ella, al deslizar la regleta (Ver Ilustración 26: Manipulación Regleta 2), permite inferir que posee alguna representación mental entorno a la rotación de un objeto.



ILUSTRACIÓN 26: MANIPULACIÓN REGLETA 2

Para el numeral 3 y 4 Diana determina las medidas de la regleta y de las figuras del tabloide. Se presentan los mismos inconvenientes de la Tarea 1 en relación con la toma de medidas de los lados de la regleta y de las figuras, no obstante, al finalizar la medición de los lados de la figura, ella enuncia que son triángulos “*volteados*” (Ver Fragmento 1). La anterior manifestación de Diana surge al interpretar la orientación que tienen de los vértices resaltados con las texturas, además lo comentado refleja que ella reconoce los triángulos como iguales, sin aclarar que se trata de triángulos congruentes.

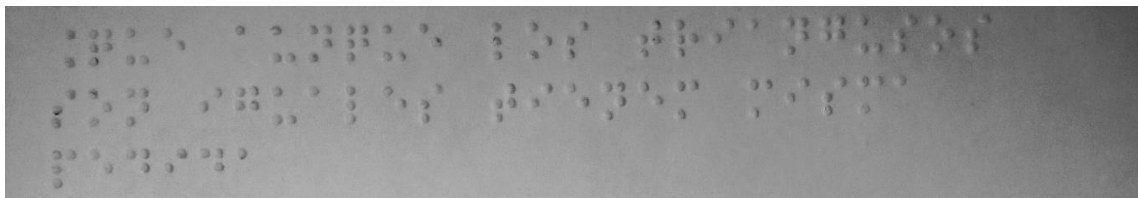
FRAGMENTO 1

- Profesor:** En el triángulo de la izquierda, un lado nos dio siete, otro seis y otro cuatro. Ahora vamos con el triángulo de la derecha.
- Llévalo al vértice...perfecto, bien al vértice, que no se pueda mover.
- Diana:** Ahora si
- Profesor:** Yo te ayudo...
- Diana:** Uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis y siete.
- Profesor:** Perfecto... déjalo ahí, ahora vamos a medir el otro lado.
- Diana:** Uno, dos, tres, cuatro ... cinco.
- Profesor:** Cuatro.
- Diana:** ¡Ah! Si.
- Profesor:** Ahora desde acá.
- Diana:** Uno, dos, tres, cuatro, cinco y seis... Ese solo es un triángulo volteado.

Siguiendo con el desarrollo de la Tarea 2, Diana realiza la lectura del numeral 5 y manifiesta no entender. El profesor la orienta respecto a lo que se está preguntando, luego le recuerda las medidas tomadas en la figura de la izquierda y le pregunta sobre las de la derecha. Al momento de recordar las medidas, Diana sigue con la idea respecto a que son triángulos volteados, lo que lleva al profesor a preguntarle sobre las medidas de los lados, llevándola a concluir que las medidas son iguales y por esa razón la regleta encaja en las figuras (Ver Fragmento 3). Luego Diana escribe la relación encontrada entre las medidas de los lados de las figuras (Ver Ilustración 27: Relación Numeral 5 T2).

FRAGMENTO 3

- Diana:** No entiendo, pero bueno.
- Profesor:** ¿Qué característica destacable, qué relación encuentras en las medidas respecto a las longitudes de las figuritas (lados de los triángulos)? ¿Qué puedes decir?
- Te recuerdo las medidas. Siete, seis y cuatro, el de la izquierda. ¿El de la derecha?
- Diana:** Siete, seis y cuatro.
- Profesor:** ¿Qué encontramos ahí?
- Diana:** Que hay un triángulo volteado.
- Profesor:** ¿Qué pasa con las medidas? Escríbelo.
- Diana:** Las medidas son iguales, por eso encaja la regleta en cada una.



“Que, aunque los triángulos son los iguales tienen mismas medidas”

ILUSTRACIÓN 27: RELACIÓN NUMERAL 5 T2

Posteriormente, se procede con la lectura del numeral 6 por parte de Diana, luego el profesor le entrega la regla CriJa y ella hábilmente la ubica en el eje central para proceder con la medición. El profesor comenta a la estudiante si recuerda cómo medir para este caso. Ella manifiesta que más o menos, lo que lleva al profesor a explicar realizando la medida para un vértice haciendo uso de los punzones. Ella procede a medir las otras distancias, sin embargo, intenta hacerlo usando solo las manos, el profesor le sugiere el punzón personal, insinuando que este es más cómodo para manejar, esto con el fin de evitar errores que se puedan presentar. Ella sigue las indicaciones del profesor y toma su punzón personal, pero insiste en emplear las manos. Para evitar errores el maestro ayuda a Diana a sostener la regla para facilitar el conteo. Durante este proceso se presentan los mismos errores de conteo que en la

Tarea 1. Lo anterior se supera realizando varias veces la medición, además el profesor recuerda frecuentemente los resultados obtenidos. Al finalizar la medición, el profesor pregunta sobre la relación que se presenta en las medidas tomadas, inmediatamente, Diana responde que las medidas son “*muy iguales*” (Ver Fragmento 5), luego la estudiante procede a escribir la relación encontrada (Ilustración 28: Relación Numeral 7 T2)

FRAGMENTO 5

- Diana:** Falta el de la lija.
- Uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, diez, once, doce, trece, catorce, quince, dieciséis, diecisiete, dieciséis puntos cinco
- Profesor:** ¿Cuáles fueron las medidas del triángulo de la izquierda?
- Diana:** Dieciséis puntos cinco, diez, trece puntos cinco.
- Profesor:** ¿Y el de la derecha?
- Diana:** Trece punto cinco, dieciséis punto cinco y diez
- Profesor:** Listo, vas a escribirlo
- El otro punto es escribir qué relación o qué cosa destacable encuentras entre las medidas. ¿Qué encuentras?
- Diana:** Que las medidas del triángulo son muy iguales.
- Profesor:** Estamos hablando de las distancias, por ejemplo, del eje central al faomi de la izquierda y la distancia del eje central al foami de la derecha.
- ¿Qué pasa con esas distancias?
- Diana:** Que las distancias miden lo mismo
- Profesor:** Vas a escribir eso.

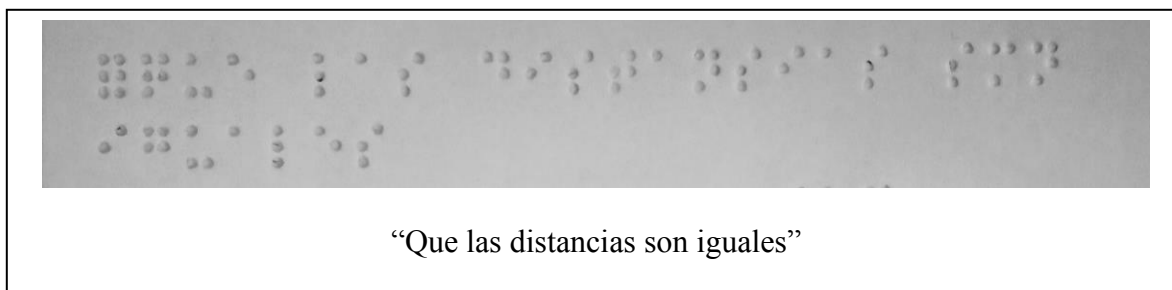


ILUSTRACIÓN 28: RELACIÓN NUMERAL 7 T2

Finalmente, el profesor pregunta a Diana el paso a seguir y ella responde que sigue la medida de los ángulos. Luego, la estudiante procede a ubicar la plantilla y la regla, lo que hace fácilmente. La medición de los ángulos no tiene mayor dificultad, al final de la medición asegura que todos miden 120° (Ilustración 29: Relación Numeral 9 T2), lo que implica que se acerca a la relación de congruencia de los ángulos, como respuesta al numeral 9.

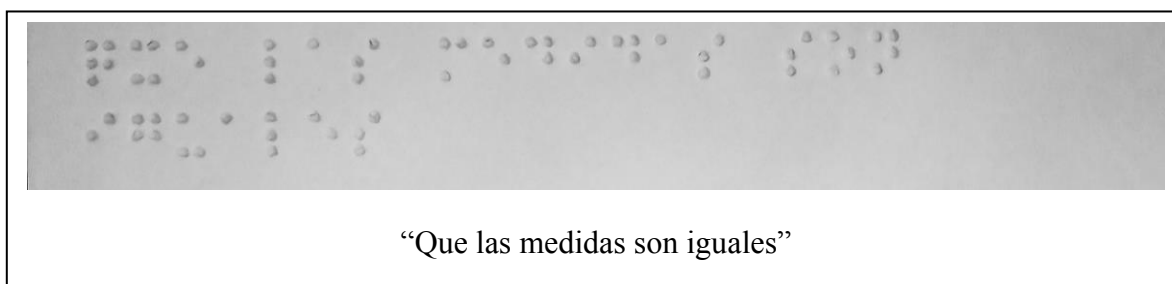


ILUSTRACIÓN 29: RELACIÓN NUMERAL 9 T2

5.3. Análisis Tarea 3

Se inicia la Tarea 3 entregando la Guía a Diana, luego ella realiza la lectura del numeral 1. El profesor entrega a la estudiante el Tabloide 3, recordando lo realizado en las anteriores sesiones. Diana inmediatamente reconoce las figuras de los tabloides como triángulos. Enseguida se procede con el desarrollo del numeral 2, Diana desliza la regleta sin inconvenientes, guiándose por las texturas adheridas tanto en la Regleta 3 como en el Tabloide, de esto se puede inferir que logra establecer una relación entre los vértices de la figura y los vértices de la regleta, a partir, de la identificación de texturas en cada caso. La figura del lado derecho la encaja sin dificultad, luego al ubicar la regleta en el lado izquierdo, ella se percató que esta tiene diferentes dimensiones en comparación con la figura del otro lado, argumentando que es “*muy pequeña*”. Lo anterior permite a la estudiante determinar

que la regleta no va a encajar a la perfección en la figura del lado izquierdo, ya que al ser más pequeña las longitudes de los lados son diferentes, es decir, no hay una relación de congruencia entre la regleta 3 y la figura del lado izquierdo

En el numeral 3, Diana presentaba dificultades para ubicar la regleta sobre la regla, lo que llevó al profesor a ayudarlo en ello. Respecto al conteo no se presentaron inconvenientes en esta ocasión, esto porque la estudiante, al trabajar con el material, se ha familiarizado con el proceso de contar, provocando que los errores en la toma de medidas sean menos frecuentes. En el numeral 4, Diana presenta los mismos errores y dificultades que en las anteriores tareas, al medir los lados de las figuras. Para superar los errores generados y prevenir otros, el profesor ayuda a la estudiante a realizar dos veces cada medición, para que, a partir de la repetición del proceso, se pueda generar en Diana recordación de cómo realizar la toma de medidas de manera adecuada. Es importante aclarar que el profesor hace énfasis en los resultados obtenidos para cada figura.

Luego, Diana procede con la lectura del numeral 5 y concluye, rápidamente, que un triángulo es más grande (Ver Fragmento 7). El profesor utiliza la respuesta de la estudiante para que ella infiera que las medidas de los lados correspondientes de los triángulos son diferentes.

FRAGMENTO 7

- | | |
|------------------|---|
| Diana: | Describe alguna característica particular o destacable entre las medidas de las figuras en el Tabloide 3. |
| Profesor: | ¿Te acuerdas de las medidas del tabloide, las medidas del triángulo de la derecha y las medidas del triángulo de la izquierda? ¿Qué pasa con las medidas? |
| Diana: | Que uno es más grande. |
| Profesor: | Y eso que implica, ¿qué pasa con las medidas? |
| Diana: | Son diferentes. |

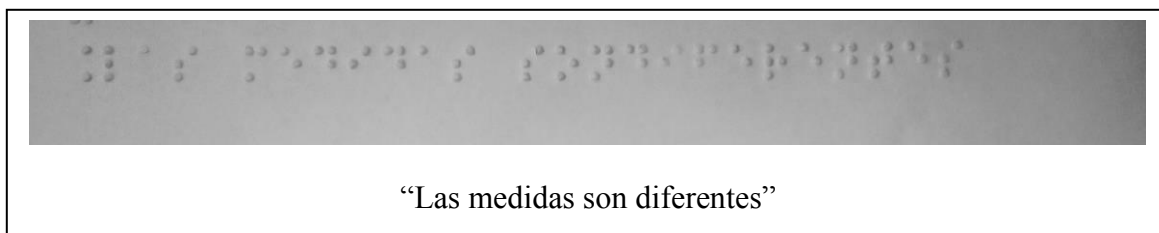


ILUSTRACIÓN 30: RELACIÓN NUMERAL 5 T3

Diana procede con la realización del numeral 6, para este caso la estudiante se equivoca en determinar la distancia entre el eje guía a los vértices de cartón en cada figura, por lo cual, el profesor decide rectificar las mediciones tomadas, con el fin de consolidar la respuesta que se espera para el siguiente numeral.

En la solución del numeral 7, Diana busca si en las distancias determinadas en el Tabloide 3 existe algún tipo de relación. En este punto Diana logra identificar en el tabloide dos pares de distancias iguales (del eje central a los vértices de las figuras identificados con foami y del eje central a los vértices de la figura identificados con cartón), dejando de lado que existe un par de medidas diferentes (del eje central a los vértices de la figura identificados con lija). Acto por el cual el profesor le pide comparar si cada par de distancias obtenidas son iguales; llevando a que Diana concluya la diferencia que previamente no había logrado determinar (Ver Fragmento 9).

FRAGMENTO 9

Diana: Que los dos vértices de foami miden lo mismo.

Profesor: Los vértices de foami miden lo mismo ¿y los de lija?

Diana: Miden lo mismo,

Profesor: ¿Y los de cartón?

Diana: No miden lo mismo.

Profesor: ¿Entonces qué puedes concluir?

Diana: Que la misma medida y las otras dos...no.

Profesor: Eso que implica, que las medidas son...

Diana: Diferentes, que los dos vértices de foami miden lo mismo.

Profesor: Los vértices de foami miden lo mismo ¿y los de lija?

Diana: Miden lo mismo,

Profesor: ¿Y los de cartón?

Diana: No miden lo mismo.

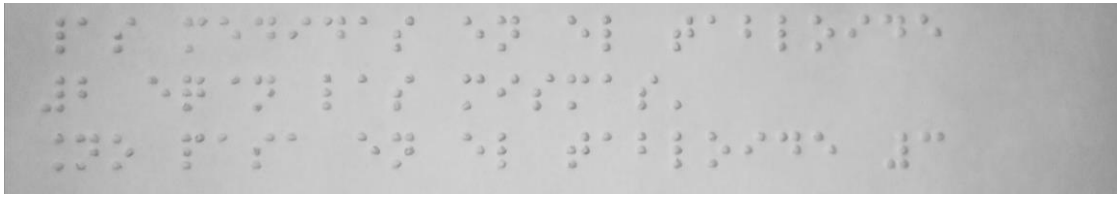
Profesor: ¿Entonces qué puedes concluir?

Diana: Que la misma medida y las otras dos...no.

Profesor: Eso que implica, que las medidas son...

Diana: Diferentes.

Para el numeral 8, Diana toma la iniciativa, evidenciándose que le gusta el proceso de medir ángulos. Ella fácilmente encuentra las medidas de los ángulos determinados por los vértices correspondientes y el eje central, e infiere que estas son diferentes en comparación con el Tabloide 2, en donde todas las medidas eran iguales (Ilustración 31: Relación Numeral 9 T).



Las medidas en el tabloide 2 mismas no pasa en el tabloide 3

ILUSTRACIÓN 31: RELACIÓN NUMERAL 9 T3

5.4. Análisis Tarea 4

El desarrollo de la Tarea 4 se realizó inmediatamente terminada la Tarea 3, lo anterior se dio por el limitado tiempo que se tiene para trabajar con la estudiante.

El profesor inicia recordando los procesos realizados en la Tarea 2 y la Tarea 3, haciendo énfasis en las medidas que la estudiante logró determinar, además de las conclusiones que ella misma escribía en cada tarea, con el fin de recordar aquellas propiedades relevantes que se distinguían en cada uno de los tabloides. Una vez concluida la retroalimentación se entrega a Diana la guía 4, la cual es leída inmediatamente por la estudiante. Para el numeral 1, Diana logra determinar fácilmente la “igualdad” entre las figuras a partir de la información mencionada en la Tarea 3, además menciona la igualdad de medidas entre los lados correspondientes de las figuras, las distancias de los vértices correspondientes de cada figura al eje central y los ángulos determinados por los vértices correspondientes de las figuras y el eje central. Lo anterior permite inferir que Diana a pesar de no tener una definición formal de congruencia y equidistancia reconoce las características de estas.

Luego, el profesor hace la lectura del numeral 2 e inmediatamente Diana expresa, por medio de un gesto negativo, que las congruencias o igualdades no se establecen en el Tabloide 3.

El profesor hace énfasis en que la estudiante logre describir lo que para ella son las características relevantes y empieza a preguntar por cada uno de los casos presentados en los tabloides y tareas 2 y 3 respectivamente, para las preguntas que se hacen con respecto al tabloide 2 la niña no tarda en afirmar que las medidas se mantenían en cada caso. Por otro lado, para el tabloide 3 no logra identificar igualdad de medidas la única característica que destaca es que ambos tabloides hay triángulos. Finalmente, para concluir la estudiante da

respuesta a la pregunta inicial hecha por el profesor, respondiendo que las características relevantes del Tabloide 2, es que las medidas se mantienen iguales.

FRAGMENTO 10

Diana: ¿Cuáles son las características relevantes que se presentan en las mediciones de distancias y ángulos realizadas en el Tabloide 2? (lee de la guía, anexo XX)

Profesor: ¿Qué paso con las medidas del Tabloide 2?

Diana: Que eran las mismas.

Profesor: Listo. Entonces eso es lo podemos escribir.

Entonces las medidas del Tabloide 2 son las mismas.

Listo, te voy a leer el siguiente punto.

¿Las relaciones establecidas en el numeral anterior se cumplen en el Tabloide 3?

¿Lo mismo que pasa en el Tabloide 2 pasa en el Tabloide 3?

Diana: nuu...nuuu (la niña responde con un gesto negativo)

Profesor: No. Listo, entonces eso es lo que tienes que escribir.

Profesor: No pasa... las mediciones no son iguales.

Diana: No pasan en el Tabloide 3.

El profesor percibe que la estudiante muestra rasgos de cansancio, por tanto, él procede con la lectura del numeral 3. Diana comenta que la característica que se debe mantener es que *“un triángulo esta lateral y él otro esta normal”*. Por lo que se puede inferir que se refiere al cambio de posición que logra establecer al medir los lados de las figuras del Tabloide 2. Por lo cual, identifica la congruencia entre las figuras de dicho tabloide, enfatizando en el cambio de posición de una con respecto a la otra. Seguido a esto, el profesor pregunta acerca de cada uno de los resultados que se obtienen al realizar las mediciones solicitadas en la tarea 2. Diana comenta que para cada una de ellas *“las medidas son iguales”*. De lo anterior se logra concluir que Diana identifica los atributos relevantes para la definición de rotación que CriJa busca resaltar, es decir, la congruencia entre las figuras, la congruencia entre los ángulos que determinan los vértices correspondientes y el eje central (ángulo de rotación) y la equidistancia entre los vértices correspondientes y el eje central (Ver Fragmento 12)

FRAGMENTO 12

- Profesor:** Listo, ahora te voy a leer el siguiente ítem, numeral. Ese es uno de los más importantes. “En el Tabloide 2 los triángulos ejemplifican un movimiento en el plano llamado rotación y en el Tabloide 3 se presenta de la no rotación”. Ahora, te voy a explicar, el Tabloide 2 se presenta un movimiento llamado rotación, en el Tabloide 3 eso no pasa, entonces, qué características o qué condiciones debe tener el movimiento llamada rotación para que se mantenga, tú qué crees. En el Tabloide 2 encontramos ese movimiento ejemplificado en los triángulos, qué pasa con las características del Tabloide 2.
- Diana:** Que un triángulo esta lateral y él otro esta normal.
- Profesor:** ¿Qué pasa con las medidas?
- Diana:** Son iguales.
- Profesor:** ¿Y qué pasaba con las medidas de los ángulos? ¿Te acuerdas?
- Diana:** Eran ... eran.
- Profesor:** Te acuerdo las medidas, cada ángulo medida 120. ¿sí?
- Profesor:** También eran iguales.
- Diana:** Iguales.
- Profesor:** Y las medidas de las distancias, por ejemplo, desde el eje central al fomi (izquierda) y desde el eje central al fomi (derecha)...
- Diana:** Eran iguales.
- Profesor:** Listo.
- Diana:** Eran iguales.
- Profesor:** ¿Qué características debe cumplir ese movimiento?
- Diana:** Que sean iguales

Lo comentado por Diana se esperaba dentro de las posibles respuestas que podrían emerger al momento de desarrollar la tarea, por tal motivo, se considera que la estudiante está generando elementos y resaltando características para la consolidación de la definición de rotación.

El numeral 4 es explicado por el profesor, para posteriormente pasar a Diana la Regleta de verificación con el fin de que realice el movimiento. La estudiante introduce la regleta en el eje guía y con ayuda del profesor gira la regleta de derecha a izquierda encajando el triángulo en cada figura del Tabloide 2. Durante este momento, la estudiante comenta que el movimiento realizado por el triángulo es similar al movimiento de la tierra. Lo anterior permite determinar que la estudiante presentaba imágenes mentales referente a la rotación. Para contribuir en la construcción mental del concepto, el profesor comenta sobre la doble condicionalidad, es decir, si dos triángulos mantienen las congruencias y equidistancias establecidas a lo largo de la secuencia de tareas, es porque, un triángulo es producto de la rotación del otro. Dado el caso de tener dos triángulos productos de una rotación se tiene las congruencias y equidistancias estudiadas. (Ver Fragmento 14).

FRAGMENTO 14

- Profesor:** Te das cuenta en movimiento que hace, este es el triángulo, te das cuenta el movimiento que hace.
- Diana:** Es como el planeta tierra cuando...
- Profesor:** Exacto, eso es lo que estamos haciendo, la rotación. Te das cuenta como el triángulo va girando, ta... gira, gira...
- Diana:** Hasta llegar a un punto fijo.
- Profesor:** Por eso, es que las medidas del triángulo no cambian, es el mismo triángulo, lo que pasa es que está girado. Hablamos de rotación, que un movimiento en el plano. Que todas las medidas se van a conservar, por ejemplo, si nosotros rotamos acá el triángulo va a pasar lo mismo. Todas las medidas del triángulo van a ser iguales, y las medidas, por ejemplo, de este vértice al eje central, que va a ser la misma desde el eje central a este vértice, que son los que corresponden. Si tenemos dos triángulos donde se mantienen estas igualdades es porque esta una es la rotación del otro.
- Ahora vamos a verificar en el otro tabloide y nos vamos a percatar que no va a pasar lo mismo.
- Entonces, ahora girará...
- Diana:** No encaja.
- Profesor:** El tabloide nos dice que cuando no pasa una rotación, las medidas cambian.

5.5. Análisis Global de las Tareas

La secuencia de tareas fue bien asimilada por la estudiante. Los puntos donde se evidenció dificultades, para Diana, fueron los numerales que solicitaban encontrar relaciones entre las medidas tomadas en las tareas 2 y 3. La secuencia permitió identificar adecuadamente los elementos del material, las características relevantes de la rotación en el plano y acercar a Diana a la definición formal de esta.

Respecto a la aplicación de las tareas 3 y 4, se evidenció que el desarrollo de estas, de manera consecutiva, no es viable. La estudiante tiene en la mente algunas relaciones encontradas de

la Tarea 3 que afectan el razonamiento buscado en la Tarea 4, afectando el potencial que puede ofrecer esta.

Conforme a los elementos que componen el material, estos son fáciles de reconocer. Las texturas adheridas ayudaron a la ubicación de las regletas, de la regla y permitieron reconocer a Diana la correspondencia entre las figuras y las medidas tomadas. El procedimiento de medir los lados de las figuras de los tabloides fue el que presentó dificultades considerables. Lo anterior puede derivarse de la falta de motricidad en la estudiante o en la ausencia de texturas en la regla. El material resaltó las características de la rotación, además reforzó otros conceptos como procesos.

Por último, la relación que se establece entre la secuencia de tareas y el material es adecuada, se evidencia el desarrollo del proceso en la definición de rotación en la estudiante. Por tanto, se considera que el material cumple con su propósito de creación.

6. CONCLUSIONES

Durante la aplicación de las tareas se realizó un estudio de la viabilidad que tiene el material didáctico CriJa, para ser implementado por los profesores que atienden a estudiantes con discapacidad visual, especialmente con ciegos. Partiendo de anterior se considera respecto al material que:

- CriJa es un material didáctico funcional para desarrollar el concepto de rotación en estudiantes con discapacidad visual. Es fácil de construir y se pueden emplear materiales económicos, además se puede modificar para mejorar la manipulación de los estudiantes, teniendo en cuenta la discapacidad que manifiestan. Con la modificación de los tabloides es viable trabajar otras transformaciones en el plano, por ejemplo, la traslación. Como factor adicional, el material permite reforzar los procesos de medir distancias y ángulos.
- Los estudiantes que no tengan una motricidad fina en las manos pueden presentar inconvenientes para medir los lados de las figuras. Se puede solventar esta dificultad utilizando solo un punzón y adhiriendo texturas a las piezas rectangulares de la regla. Además, estas texturas ayudarían a mejorar el conteo de los estudiantes.
- La ubicación incorrecta de los punzones puede generar errores al momento de realizar alguna medición. Para superar esta dificultad es necesario la supervisión constante del profesor o modificar el material, por ejemplo, ubicando plastilina en los vértices, para que los estudiantes puedan tener guía de dónde ubicar y sostener los punzones.
- La secuencia de tareas brinda un camino óptimo para la exploración del material CriJa y permite que los estudiantes resalten las características relevantes de la rotación, con el fin de desarrollar su definición. Los numerales donde se solicita al estudiante buscar relaciones entre las medidas, debe tener un acompañamiento decisivo del profesor, para prevenir la deducción de relaciones que puedan desviar el objetivo general de las tareas.

- La aplicación consecutiva de las tareas no es óptima, ya que el estudiante puede confundir medidas, tampoco desarrolla totalmente el razonamiento buscado en la última tarea aplicada. Para solucionar esta dificultad se recomienda realizar una tarea por sesión de clase.
- El material CriJa acompañado de la secuencia de tareas aporta en el desarrollo del proceso de definir, no obstante, es necesario construir actividades con la misma orientación, por medio de las cuales se pueda evidenciar si los estudiantes saben usar o pueden usar la definición de rotación.
- El Material CriJa permite evidenciar que el proceso de visualización es independiente de la capacidad visual de estudiante. En este caso, la capacidad visual es reemplazado por la háptica del mismo.
- El desarrollo del Trabajo de Grado ayudó a los autores a experimentar y mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje de la geometría de estudiantes con discapacidad visual, asimismo, reconociendo las necesidades que tienen, este tipo de población dentro del aula, para el estudio de las matemáticas.
- La construcción del material, junto con la secuencia de tareas, permitió a los autores percibir y experimentar las necesidades que tienen los estudiantes con discapacidad visual para el aprendizaje de las matemáticas. Además de percibir que estos estudiantes poseen habilidades destacables con otros sentidos, por ejemplo, el tacto y el oído. Por otro lado, el trabajo realizado invita a ver esta población como personas que tienen rasgos y cualidades diferentes y que, a pesar de su condición de discapacidad, pueden realizar las mismas actividades que las personas en condiciones denominadas normales.

- Los estudiantes con NEE pueden desarrollar contenidos del currículo escolar colombiano, siempre y cuando las actividades se adapten a sus necesidades y capacidades.
- El quehacer docente es un reto nuevo cada día y que debe pensar en las posibilidades de respuestas inesperadas, ya que para el profesor algo es obvio, puede que para los estudiantes no lo sea. Por lo que lleva a ponerse en el lugar del estudiante y tratar de pensar por un momento como este.
- Es importante que los programas de formación de maestros incluyan en su malla curricular, espacios donde los estudiantes puedan enfrentarse a situaciones de enseñanza a personas con Necesidades Educativas Especiales, ya que un sustento teórico en el tema puede promover la discusión y actuación en una educación inclusiva de verdad y no se quede solo en documentos estatales. Por otro lado, esto ayudaría a que el enfrentarse a un aula inclusiva no sea una obligación para los maestros, sino un reto en el que se haga lo mejor de cada uno, para un beneficio común, en la educación de nuestros estudiantes.
- Teniendo en cuenta que hay diversidad de investigaciones y materiales creados para la enseñanza de las matemáticas de personas con Necesidades Educativas Especiales, se hace necesario el recopilar y dar a conocer mediante una publicación escrita las tareas que con cada material se proponen, esto con el fin que la comunidad académica se anime en la realización de material didáctico para la enseñanza de las matemáticas a esta población.
- Muchas veces como educadores tratamos de imponer los ritmos de aprendizajes a los estudiantes, ya sea por la necesidad de cumplir con un cronograma de actividades o por la celeridad propia del currículo, olvidando que el centro de la educación son los estudiantes y que en efecto los ritmos de aprendizaje se deben adecuar a las

capacidades, fortalezas, dificultades y falencias de los mismos y no a los impuestos por nosotros.

BIBLIOGRAFÍA

- Asamblea Nacional Constituyente. (1991). Constitución Política de Colombia. Bogotá, Colombia.
- Clemens, S., O'Daffer, P., & Cooney, T. (1984). Geometría con aplicaciones y solución de problemas. Massachusetts, E.U.A.: Addison Wesley Publishing Company, Inc.
- Congreso de la Republica de Colombia. (1994). Ley N° 115; Ley General de Educación. Bogotá, Colombia. Recuperado de http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-85906_archivo_pdf.pdf
- Congreso de la Republica de Colombia. (1997). Ley N° 361. Bogotá, Colombia. Recuperado de http://www.minambiente.gov.co/images/normativa/leyes/1997/ley_0361_1997.pdf
- Congreso de la Republica de Colombia. (2002). Ley N° 762. Bogotá, Colombia. Recuperado de https://www.mintic.gov.co/portal/604/articles-3689_documento.pdf
- Congreso de la Republica de Colombia. (2013). Ley 1618. Bogotá, Colombia. Recuperado de <https://discapacidadcolombia.com/phocadownloadpap/LEGISLACION/LEY%20ESTATUTARIA%201618%20DE%202013.pdf>
- Congreso de la Republica de Colombia. (2013). Ley 1680. Bogotá, Colombia. Recuperado de https://discapacidadcolombia.com/phocadownloadpap/LEGISLACION/LEY_1680_DE_2013.pdf
- Congreso Internacional de Oftalmologia. (2002). Principios y lineamientos de un programa de estudio para formación de especialista en oftalmología. Sidney Australia. Traducción Por Gabriela Pallis. Recuperado de <http://www.icoph.org/downloads/icocurricressp.pdf>
- Faye, E. (1997). Clínica de la baja visión. Madrid: Organización Nacional de Ciegos Españoles. Madrid, España
- Flores, P., Lupiáñez, J. L., Berenguer, L., Marín, A. y Molina, M. (2011). Materiales y recursos en el aula de matemáticas. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.

- Gómez, F., y Ondategui, S. (2012). Informe sobre la ceguera en España. Fundación Retina Plus. Recuperado de http://www.ey.com/Informe_ceguera_Espana_web.pdf
- Guerrero, A. (2002). Geometría en el plano y en el espacio. Bogotá, Colombia. Universidad Nacional de Colombia: Unilibros.
- Guzmán, L. (2014). Acompañamiento y adaptación de recursos didácticos para la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en el aula inclusiva: una experiencia con niños ciegos. Informe de Pasantía. Universidad Francisco José de Caldas. Bogotá, Colombia.
- López, A. (2008). Fomentando la reflexión sobre la atención a la diversidad. Estudios de caso en Chile. Revista Electrónica Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en la educación, 6(2), 172-190.
- Meza, E. H. (2011). Otros Caminos para llegar al cuerpo. Tesis de maestría no publicada. Universidad Nacional de Colombia. Bogotá, Colombia
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). Lineamientos Curriculares - Matemáticas. Bogotá Colombia.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares Básicos de Competencias Matemáticas. Bogotá, Colombia.
- Ministerio de Educación Nacional. (2009). Decreto 366. Recuperado de https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-182816_archivo_pdf_decreto_366_febrero_9_2009.pdf
- Ministerio de Educación Nacional. (2017). Decreto 1421; reglamento a la educación inclusiva. Bogotá, Colombia.
- Ministerio de Educación Nacional. (2017). Derechos Básicos de Aprendizaje – Matemáticas. Bogotá, Colombia.
- Ministerio de Salud y Protección Social. (2012). Abecé de Discapacidad. Bogotá, Colombia.
- Ministerio de Salud y Protección Social. (2015). Rendición de Cuentas: Logros 2013. Bogotá, Colombia.
- Morales, P. (2012). *Elaboración de material didáctico*. México. Red Tercer Milenio.
- Ospina, Y., Plazas, J. (2011). Acciones del Profesor que promueven actividad demostrativa con estudiantes de sexto grado (Tesis maestría). Universidad Pedagógica Nacional. Bogotá, Colombia.

- Organización Mundial de la Salud. (2011). Informe mundial sobre la discapacidad. Malta.
- Oviedo, M., Hernández, M., Ruiz, M. (2014). Baja visión en Colombia: una situación invisible para el país. Revista Facultad Nacional de Salud Pública. Vol 33, No 1. Recuperado de <https://aprendeenlinea.udea.edu.co/revistas/index.php/fnsp/article/view/16499/20779829>
- Silva, L. (2013). Argumentar para definir y definir para argumentar (Tesis maestría). Universidad Pedagógica Nacional. Bogotá, Colombia.
- Torres, J. (2003). Pasado, presente y futuro de la atención a las necesidades educativas especiales: Hacia una educación Inclusiva. Revista Perspectiva Educacional, Vol 49, N° 1. Valparaiso, Chile.
- UNESCO. (2005). Educación inclusiva: El camino hacia el futuro. Ginebra- Londres, Suiza- Inglaterra. Folio 43. Pág 131-169.
- Vargas, C., Betancur, A. (2015). Análisis del comportamiento de los estudiantes cuando proponen una definición para una figura geométrica con el apoyo de geometría dinámica. Tesis de Maestría. Universidad Pedagógica Nacional. Bogotá, Colombia
- Zurdo, M. (2015). La Ceguera y la Baja Visión: Implicaciones en el Desempeño de las Actividades de la Vida Diaria. Recuperado de <https://uvadoc.uva.es/bitstream/10324/14283/1/TFM-M253.pdf>

ANEXOS

ANEXO 1: CONSENTIMIENTO INFORMADO

	FORMATO CONSENTIMIENTO INFORMADO PARA PROYECTOS DE INVESTIGACIÓN
Código: FOR026INV	Versión: 01
Fecha de Aprobación: 02-06-2016	Página 1 de 2

Vicerrectoría de Gestión Universitaria
Subdirección de Gestión de Proyectos – Centro de Investigaciones CIUP
Comité de Ética en la Investigación

En el marco de la Constitución Política Nacional de Colombia, la Resolución 0546 de 2015 de la Universidad Pedagógica Nacional y demás normatividad aplicable vigente, considerando las características de la investigación, se requiere que usted lea detenidamente y si está de acuerdo con su contenido, exprese su consentimiento firmando el siguiente documento:

PARTE UNO: INFORMACIÓN GENERAL DEL PROYECTO

Facultad, Departamento o Unidad Académica	Departamento de Matemáticas
Título del proyecto de investigación	Moviéndonos en el Plano a Ciegas
Descripción breve y clara de la investigación	El propósito de la monografía es diseñar e implementar un material didáctico que permita a estudiantes con discapacidad visual desarrollar el proceso de definir, entorno a la rotación en el plano.
Descripción de los posibles riesgos de participar en la investigación	Interrumpir actividades escolares del estudiante.
Descripción de los posibles beneficios de participar en la investigación	- Fortalecer los procesos de conteo y medición. - Fortalecer en el proceso de definir objetos matemáticos.
Datos generales del investigador principal	Cristian David Ávila Riscanevo
	Tel: 3125320107
	Correo: dma_cdavilar173@pedagogica.edu.co

Documento Oficial. Universidad Pedagógica Nacional.

CONSENTIMIENTO INFORMADO PARA PROYECTOS DE INVESTIGACIÓN	
Código: FOR026INV	Versión: 01
Fecha de Aprobación: 02-06-2018	Página 2 de 2

PARTE DOS: CONSENTIMIENTO INFORMADO

Yo Ana Isabel Sánchez
 Mayor de edad, identificado con Cédula de Ciudadanía N° 65.798.216 Residencia Tolima
 Con domicilio en la ciudad de Bogotá Dirección: Transv. 50 #77-605 Sur
 Teléfono y N° de celular: 313 381 3838 Correo electrónico: _____

Declaro que:

1. Mi hijo Deinny Alejandro Espitia Sánchez identificado con 1024513958 ha sido invitado(a) a participar en el estudio o investigación de manera voluntaria.
2. He leído y entendido este formato de consentimiento informado o el mismo se me ha leído y explicado.
3. Todas mis preguntas han sido contestadas claramente y he tenido el tiempo suficiente para pensar acerca de mi decisión de participar.
4. He sido informado y conozco de forma detallada los posibles riesgos y beneficios derivados de mi participación en el proyecto.
5. No tengo ninguna duda sobre su participación, por lo que estoy de acuerdo en que haga parte de esta investigación.
6. Puede dejar de participar en cualquier momento sin que esto tenga consecuencias.
7. Conozco el mecanismo mediante el cual los investigadores garantizan la custodia y confidencialidad de los datos, los cuales no serán publicados ni revelados a menos que autorice por escrito lo contrario.
8. Autorizo expresamente a los investigadores para que utilicen la información y las grabaciones de audio, video o imágenes que se generen en el marco del proyecto.
9. Sobre esta investigación me asisten los derechos de acceso, rectificación y oposición que podré ejercer mediante solicitud ante el investigador responsable, en la dirección de contacto que figura en este documento.

En constancia el presente documento ha sido leído y entendido por mí en su integridad de manera libre y espontánea.
 Firma,

Ana Isabel Sánchez
 Nombre: Ana Isabel Sánchez
 Identificación: 65.798.216
 Fecha: 4-06-2019

La Universidad Pedagógica Nacional agradece sus aportes y su decidida participación

ANEXO 2: TAREA 1

1. Describe los elementos que encuentras en el Tabloide 1.

2. ¿Qué figura hay en el Tabloide 1?

3. Desliza la Regleta 1 y verifica si en el tabloide la regleta encaja en la figura, escribe sí coinciden o no.

4. Mide cada uno de los lados de la Regleta 1 y escribe su medida.

- Lado 1: _____
- Lado 2: _____
- Lado 3: _____

5. Mide cada uno de los lados de la figura del Tabloide 1, escribe su medida.

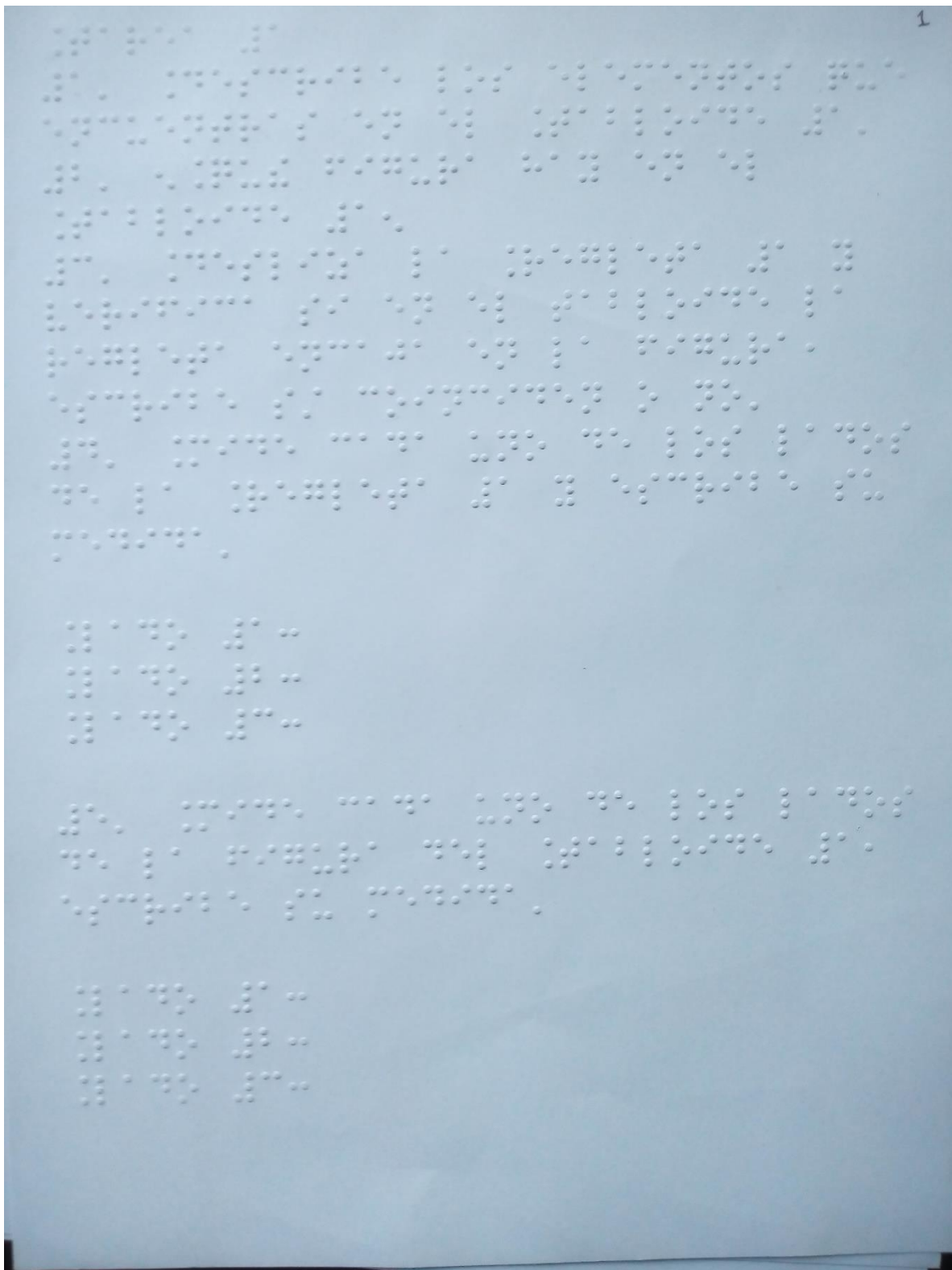
- Lado 1: _____
- Lado 2: _____
- Lado 3: _____

6. Halla la distancia del eje central a cada vértice de la figura del tabloide y escribe su medida.

- Medida 1: _____
- Medida 2: _____
- Medida 3: _____

7. Mide los ángulos conformados por el eje central y los vértices de la figura del tabloide. Recuerda que el eje central es vértice de los ángulos a medir.

- Ángulo 1: _____
- Ángulo 2: _____
- Ángulo 3: _____



1. $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$
 $\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$
 $\frac{1}{16} \times \frac{1}{16} = \frac{1}{256}$
 $\frac{1}{256} \times \frac{1}{256} = \frac{1}{65536}$

$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$
 $\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$
 $\frac{1}{16} \times \frac{1}{16} = \frac{1}{256}$

2. $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$
 $\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$
 $\frac{1}{16} \times \frac{1}{16} = \frac{1}{256}$
 $\frac{1}{256} \times \frac{1}{256} = \frac{1}{65536}$
 $\frac{1}{65536} \times \frac{1}{65536} = \frac{1}{4294967296}$

$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$
 $\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$
 $\frac{1}{16} \times \frac{1}{16} = \frac{1}{256}$

ANEXO 3: TAREA 2

1. ¿Qué figuras hay en el Tabloide 2?

2. Desliza la Regleta 2 y verifica si en el tabloide la regleta encaja en la figura y escribe en cada caso sí coinciden o no.

3. Mide cada uno de los lados de la Regleta 2 y escribe su medida.

- Lado 1: _____

- Lado 2: _____

- Lado 3: _____

4. Mide cada uno de los lados de las figuras del tabloide y escribe su medida.

Figura 1:

- Lado 1: _____

- Lado 2: _____

- Lado 3: _____

Figura 2:

- Lado 1: _____

- Lado 2: _____

- Lado 3: _____

5. Encuentras alguna característica particular o destacable entre las medidas de las figuras en el tabloide.

6. Halla la distancia del eje central a cada vértice de las figuras del tabloide.

Figura 1:

- Medida 1: _____
- Medida 2: _____
- Medida 3: _____

Figura 2:

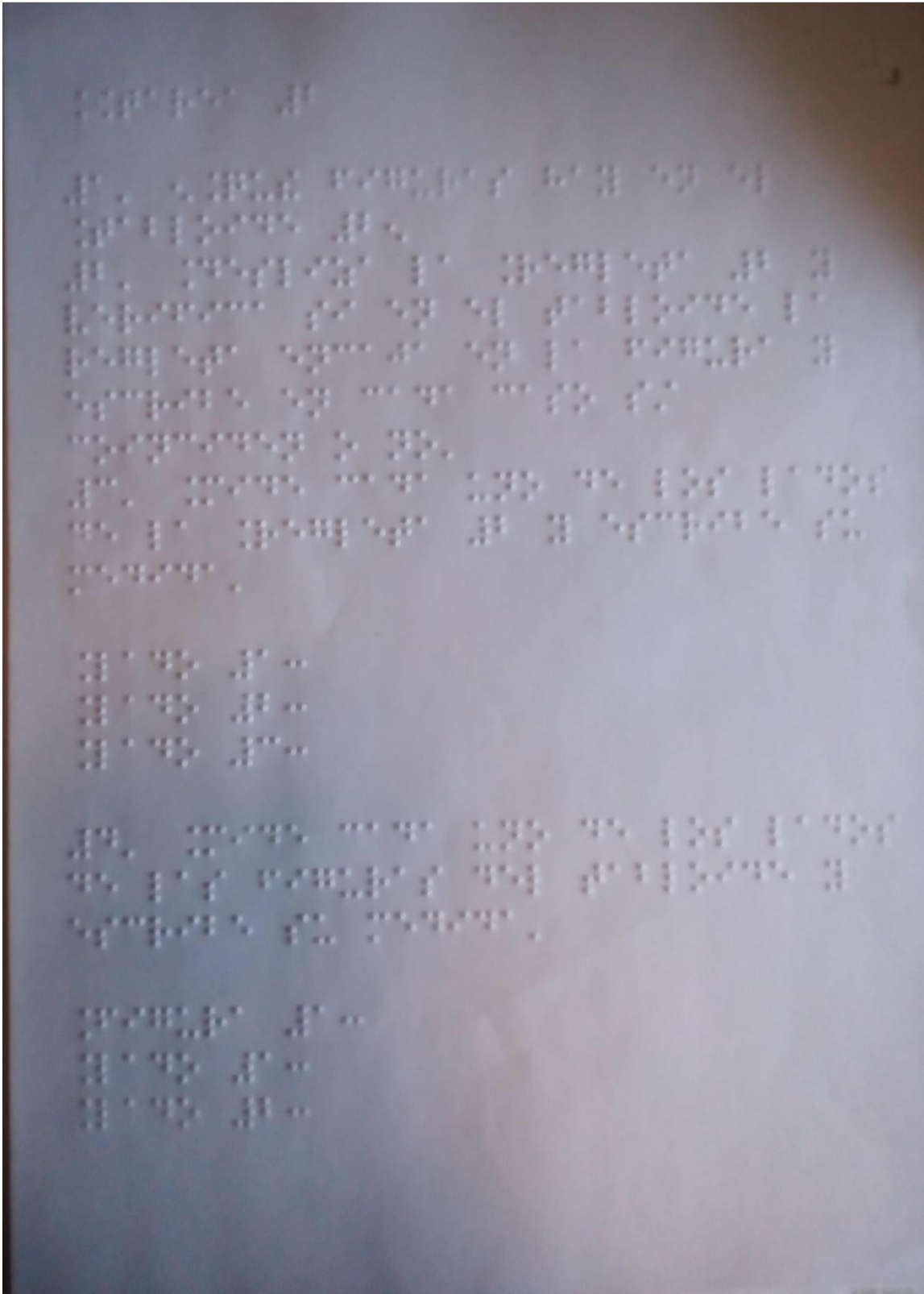
- Medida 1: _____
- Medida 2: _____
- Medida 3: _____

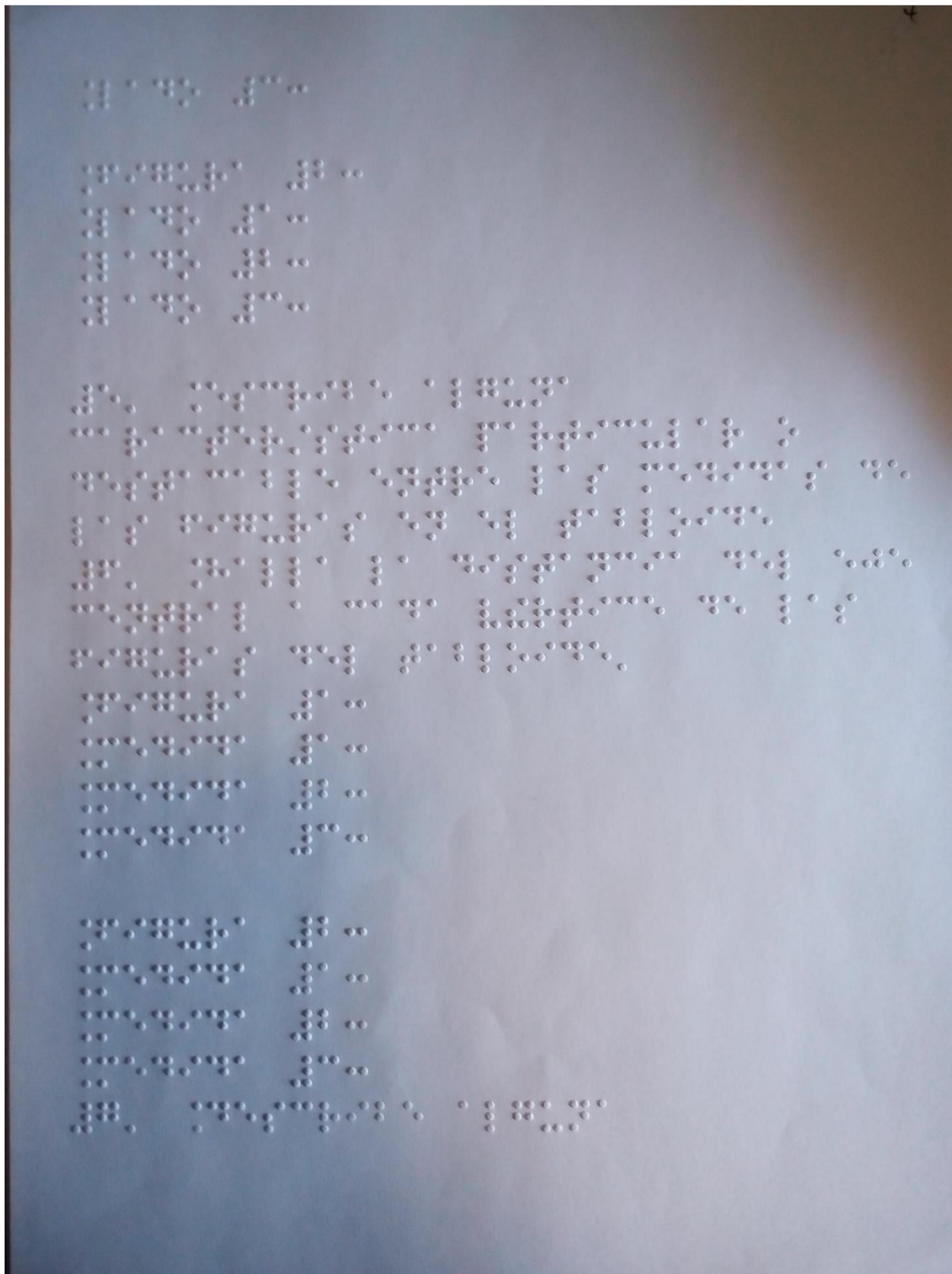
7. Encuentras alguna característica particular o destacable entre las medidas del eje central a los vértices de las figuras en el tabloide.

8. Mide los ángulos conformados por eje central y los vértices correspondientes de las figuras. Recuerda que el eje central es vértice de los ángulos a medir.

- Ángulo 1: _____
- Ángulo 2: _____
- Ángulo 3: _____

9. Encuentras alguna característica particular o destacable entre las medidas de los ángulos medidos.





Anexo 4: Tarea 3

1. ¿Qué figuras hay en el Tabloide 3?

2. Desliza la regleta y verifica si en el tabloide las figuras coinciden con la figura de la regleta y escribe en cada caso sí coinciden o no.

3. Mide cada uno de los lados de la Regleta 2 y escribe su medida.

- Lado 1: _____

- Lado 2: _____

- Lado 3: _____

4. Mide cada uno de los lados de las figuras del tabloide y escribe su medida a continuación.

Figura 1:

- Lado 1: _____

- Lado 2: _____

- Lado 3: _____

Figura 2:

- Lado 1: _____

- Lado 2: _____

- Lado 3: _____

5. Encuentras alguna característica particular o destacable entre las medidas de las figuras en el tabloide.

Tabloide 2:

6. Halla la distancia del eje central a cada vértice de las figuras del tabloide.

Figura 1:

- Medida 1: _____

- Medida 2: _____
- Medida 3: _____

Figura 2:

- Medida 1: _____
- Medida 2: _____
- Medida 3: _____

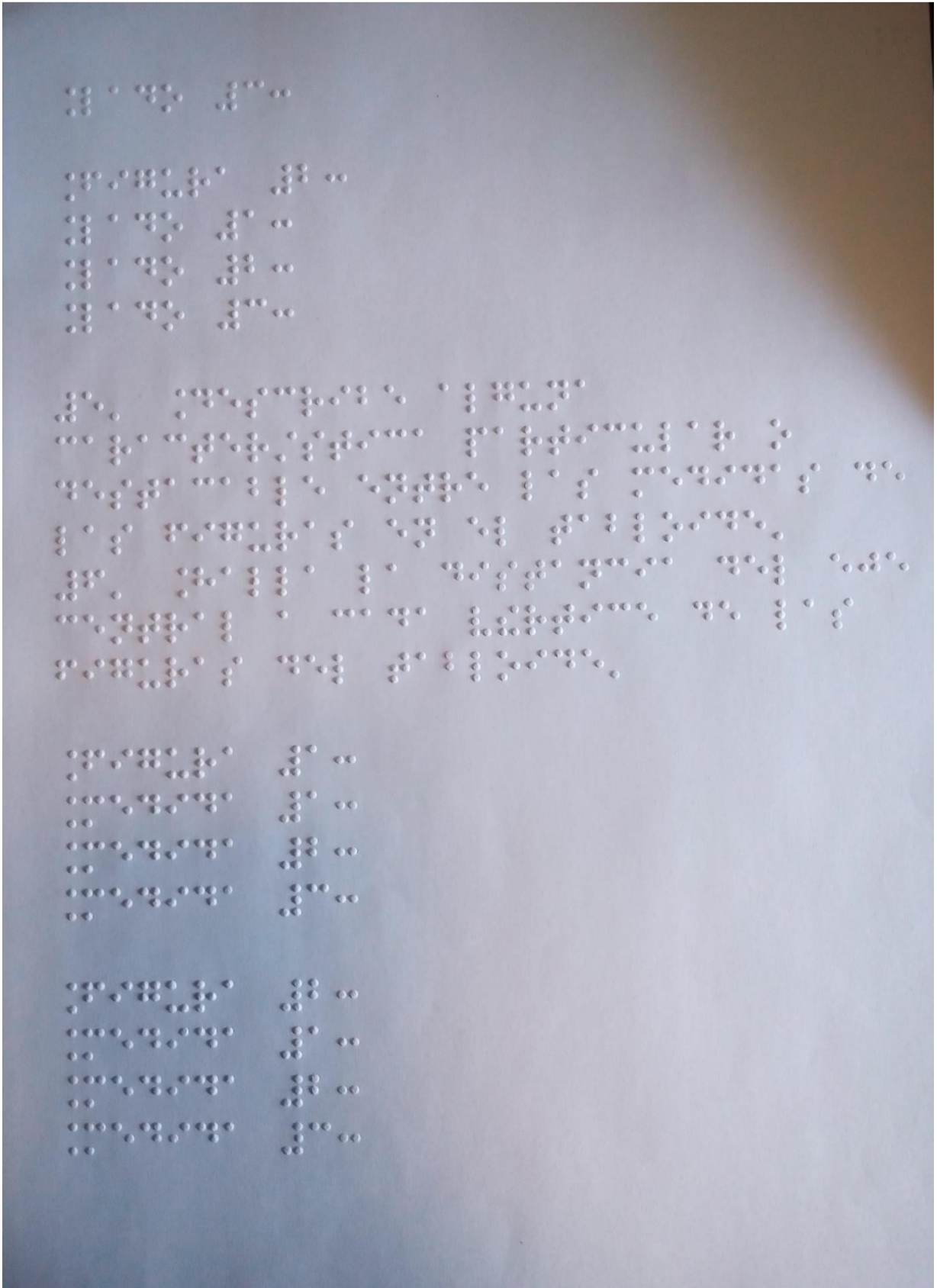
7. Encuentras alguna característica particular o destacable entre las medidas del eje central a los vértices de las figuras en el tabloide.

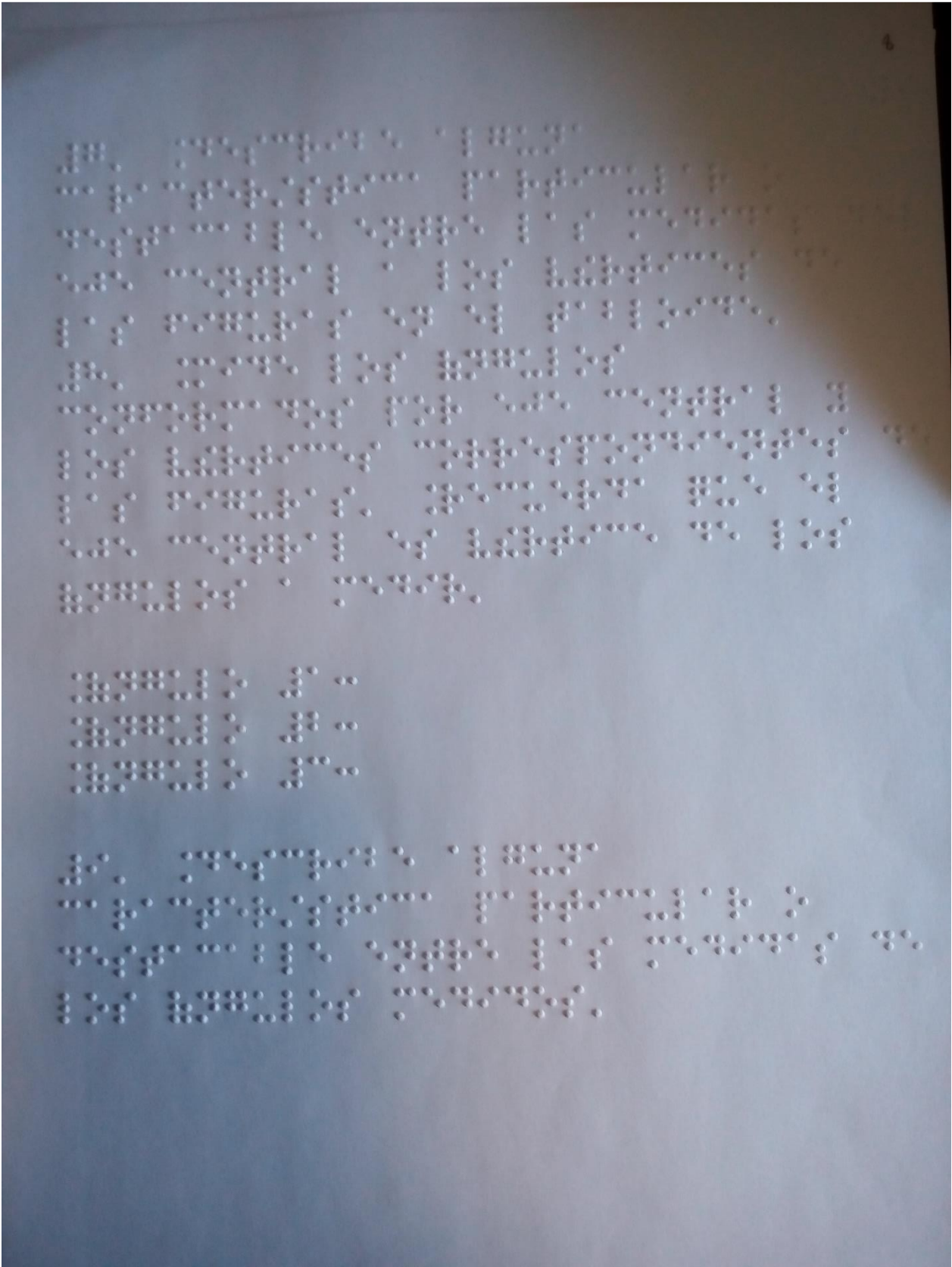
Tabloide 2:

8. Mide los ángulos conformados por eje central y los vértices correspondientes de las figuras. Recuerda que el eje central es vértice de los ángulos a medir.

- Ángulo 1: _____
- Ángulo 2: _____
- Ángulo 3: _____

9. Encuentras alguna característica particular o destacable entre las medidas de los ángulos medidos.





ANEXO 5: TAREA 4

Revisa los apuntes de las tareas 2 y 3 suministrados por los maestros y responde:

1. ¿Cuáles son las características relevantes que se presentan en las mediciones de distancias y ángulos realizadas en el Tabloide 2?

2. Las relaciones establecidas en el numeral anterior se cumplen en el Tabloide 3.

3. En el Tabloide 2 los triángulos ejemplifican un movimiento en plano llamado rotación y en el Tabloide 3 se presenta un no ejemplo de rotación. ¿Qué características cumple el movimiento llamado rotación?

4. Usando la Regleta 3 verifica si las características de una rotación establecidas en el numeral anterior se mantienen.

