

Análisis del tratamiento de la semejanza de triángulos en guías didácticas y libros de texto:

Un estudio documental de las propuestas de Colombia Aprende y Vamos a Aprender

Yeruska Sabrina Rincón Coy

Universidad Pedagógica Nacional

Facultad de Ciencia y Tecnología

Departamento de Matemáticas

Licenciatura en Matemáticas

Bogotá D.C. 2026

Análisis del tratamiento de la semejanza de triángulos en guías didácticas y libros de texto:

Un estudio documental de las propuestas de Colombia Aprende y Vamos a Aprender

Yeruska Sabrina Rincón Coy

Trabajo de grado para optar por el título de Licenciada en Matemáticas

Asesor: Mg. John Alejandro Mendoza Rodríguez

Universidad Pedagógica Nacional

Facultad de Ciencia y Tecnología

Departamento de Matemáticas

Licenciatura en Matemáticas

Bogotá D.C. 2026

Dedicatoria

A Díos, por darme la fuerza para continuar incluso en los momentos de cansancio y duda, por acompañarme silenciosamente en cada paso de este proceso y recordarme que todo llega en el tiempo correcto.

A mi mamá, Sandy Mileidy Coy Chacón, por su amor incondicional, por ser mi lugar seguro y la persona que más creyó en mí aun cuando yo misma no lo hacía. Gracias por cada sacrificio, cada palabra de ánimo y cada abrazo que me sostuvo durante este camino.

A mi abuelita, Virginia Chacón, por su cariño, sus oraciones y esa manera tan especial de hacerme sentir acompañada incluso en los días más difíciles. Gracias por ser ternura, fortaleza y amor en mi vida.

A mi compañero, Joseph Nikolai Pecha Sánchez, por acompañarme con paciencia, escucharme en los días difíciles y celebrar conmigo cada pequeño avance. Gracias por hacer más ligeros los momentos de estrés y por recordarme que nunca estuve sola.

A mi familia, por su apoyo, cariño y confianza. De una u otra forma, cada uno hizo parte de este logro.

Y a mí, por no rendirme. Porque detrás de cada página escrita hubo esfuerzo, noches largas, miedo, cansancio y también mucha valentía. Este trabajo representa no solo un logro académico, sino la prueba de todo lo que fui capaz de superar para llegar hasta aquí.

Agradecimientos

En primer lugar, expreso mi más sincero agradecimiento a mi director de tesis, John Alejandro Mendoza Rodríguez por su orientación, dedicación y acompañamiento a lo largo de esta investigación. Sus aportes, observaciones y conocimientos fueron fundamentales para el desarrollo de este trabajo.

Agradezco también a mis profesores, quienes hicieron parte de mi formación académica y personal. En especial, a Luis Alejandro Sánchez Cortes (Copito), aquel profesor que, más allá de enseñar, se convirtió en una figura de apoyo, guía y de escucha convirtiéndose en una presencia cercana y significativa durante este camino académico. También, agradezco a la profesora Lyda Constanza Mora Mendieta que me ayudó a reconocer mis capacidades y a confiar más en mí misma; además, la pasión y el compromiso con los que ejercía la docencia se convirtieron en una inspiración para mi formación como futura docente.

A mis dos amigas de la universidad, Julieth Paola Esguerra Panqueva y Lady Camila Medina Espitia. Gracias por acompañarme durante esta etapa, por las conversaciones, el apoyo en los momentos difíciles, las risas en medio del estrés y por hacer de este camino universitario una experiencia más bonita y llevadera.

Finalmente, agradezco a todas las personas que, de una u otra manera, brindaron apoyo y motivación durante este proceso, haciendo posible la culminación de esta meta académica.

Tabla de contenido

1.	Introducción.....	10
2.	Justificación.....	13
3.	Antecedentes.....	19
4.	Planteamiento del problema	26
5.	Objetivos.....	29
5.1	Objetivo general	29
5.2	Objetivos específicos.....	29
6.	Metodología.....	30
6.1	Revisión documental.....	30
6.2	Instrumento para analizar los recursos	31
6.3	Selección de las tareas.....	37
7.	Marco Conceptual.....	38
7.1	Medios de Enseñanza	38
7.1.1	Libros de texto	38
7.1.2	Textos escolares	41
7.1.3	Manuales escolares	42
7.1.4	Guía didáctica	43
7.2	Fuentes documentales objeto de estudio	46
7.2.1	Portal Colombia Aprende	46
7.2.2	Libros de Texto Colombia	55
7.3	Definiciones geométricas	58
7.3.1	Semejanza de Triángulos	58
7.3.2	Teoremas fundamentales de la semejanza	60
7.3.3	Semejanza de triángulos rectángulos y razones trigonométricas.....	61
7.3.4	Teorema de Thales.....	62
7.4	La semejanza en los documentos curriculares nacionales	62
8.	Análisis de los recursos	71
8.1	Análisis del recurso didáctico, Libro de Texto Vamos a Aprender	71
8.2	Análisis del recurso didáctico, Portal Colombia Aprende	74
9.	Resultados.....	88
10.	Conclusiones	100

11.	Referencias.....	105
12.	Anexos	111

Índice de tablas

Tabla 1	34
Tabla 2	63
Tabla 3	71
Tabla 4	73
Tabla 5	74
Tabla 6	76
Tabla 7	78
Tabla 8	80
Tabla 9	82
Tabla 10	84
Tabla 11	86
Tabla 12	111
Tabla 13	113
Tabla 14	115
Tabla 15	117
Tabla 16	119
Tabla 17	121
Tabla 18	123
Tabla 19	124
Tabla 20	125
Tabla 21	126
Tabla 22	128
Tabla 23	130
Tabla 24	131
Tabla 25	133
Tabla 26	135
Tabla 27	137
Tabla 28	139
Tabla 29	141
Tabla 30	143
Tabla 31	145
Tabla 32	147
Tabla 33	149
Tabla 34	151
Tabla 35	153
Tabla 36	155
Tabla 37	157
Tabla 38	159
Tabla 39	161
Tabla 40	163
Tabla 41	165
Tabla 42	167

Tabla 43	169
Tabla 44	170
Tabla 45	172
Tabla 46	174
Tabla 47	176
Tabla 48	178
Tabla 49	180
Tabla 50	182
Tabla 51	185
Tabla 52	187
Tabla 53	189
Tabla 54	191
Tabla 55	192
Tabla 56	194
Tabla 57	196

Índice de figuras

<i>Figura 1</i>	31
<i>Figura 2</i>	35
<i>Figura 3</i>	45
<i>Figura 4</i>	47
<i>Figura 5</i>	48
<i>Figura 6</i>	49
<i>Figura 7</i>	50
<i>Figura 8</i>	50
<i>Figura 9</i>	51
<i>Figura 10</i>	51
<i>Figura 11</i>	52
<i>Figura 12</i>	53
<i>Figura 13</i>	53
<i>Figura 14</i>	55
<i>Figura 15</i>	56
<i>Figura 16</i>	59
<i>Figura 17</i>	61
<i>Figura 18</i>	90
<i>Figura 19</i>	91
<i>Figura 20</i>	95

1. Introducción

La geometría ha sido una parte importante en la enseñanza de las matemáticas porque permite que los estudiantes desarrollen habilidades de visualización, razonamiento geométrico, representación espacial, la rotación mental y la comprensión de las formas, las relaciones y la ubicación de los objetos en el espacio. Estas habilidades favorecen que los estudiantes interpreten, comparen y establezcan relaciones entre diferentes figuras geométricas.

Dentro de este campo, la semejanza de triángulos es un tema fundamental en la educación básica secundaria, ya que se conecta con conceptos como la proporcionalidad, la medición y otros contenidos posteriores como la trigonometría. Sin embargo, con frecuencia la enseñanza de este tema suele enfocarse principalmente en aplicar fórmulas y resolver tareas numéricas, dejando en un segundo plano la exploración geométrica y la comprensión de las relaciones que existen entre las figuras. Esto hace que, en ocasiones, los estudiantes aprendan procedimientos para resolver tareas, pero no comprendan completamente el significado de la semejanza de triángulos ni las propiedades geométricas que intervienen.

En este proceso, los libros de texto y las guías didácticas tienen un papel importante, ya que constituyen recursos educativos que orientan gran parte de las tareas desarrolladas en el aula. En el ámbito de la educación matemática, estos recursos curriculares son considerados instrumentos que median la implementación del currículo y favorecen los procesos de enseñanza y aprendizaje (Rezat, Fan, & Birgit, 2021). Las tareas propuestas en estos recursos influyen en la manera en que se enseñan los contenidos y en cómo los estudiantes se acercan a los conceptos matemáticos. Por esta razón, resulta necesario analizar qué tipo de tareas se proponen en éstos y qué procesos matemáticos favorecen en los estudiantes.

A partir de esto, el presente trabajo de grado se centra en el análisis de tareas relacionadas con la semejanza de triángulos incluidas en guías didácticas del *Portal Colombia Aprende* y en los libros de texto de la colección *Vamos a Aprender*, con el propósito de identificar las características de las tareas propuestas, reconocer los procesos matemáticos que se promueven - particularmente los relacionados con la argumentación y el razonamiento geométrico, la comunicación y representación, y el planteamiento y resolución de problemas-, así como las fortalezas y limitaciones presentes en estos recursos.

Para desarrollar la investigación se utilizó un enfoque cualitativo de tipo documental y una rejilla de análisis que permitió examinar aspectos como las características de las tareas, las representaciones utilizadas, los procesos de argumentación, la exploración geométrica y la manera en que se aborda el concepto de semejanza de triángulos. Durante el análisis se identificaron limitaciones relacionadas con la repetición de tareas, algunas imprecisiones conceptuales y problemas en ciertas representaciones gráficas.

Finalmente, este trabajo busca aportar elementos de reflexión sobre el uso de los recursos educativos en la enseñanza de la geometría y destacar la importancia de diseñar tareas que promuevan la comprensión, la exploración y el razonamiento geométrico, más allá de la aplicación de procedimientos.

Este trabajo se organiza en diez capítulos. En los capítulos dos, tres, cuatro y cinco se presenta la justificación, los antecedentes y el planteamiento del problema que orientan la investigación, junto con los objetivos propuestos. Luego, en el capítulo seis, se expone la estrategia investigativa empleada, la cual incluye la revisión documental, el instrumento de análisis y el proceso mediante el cual se realizó la selección de las tareas estudiadas.

Seguidamente, en el séptimo capítulo se desarrolla el marco conceptual, en el que se abordan aspectos relacionados con los medios de enseñanza como los libros de texto y las guías didácticas analizados en la investigación; las definiciones geométricas y la presencia de la semejanza en los documentos curriculares nacionales. Luego, en el octavo capítulo se presenta el análisis de los recursos didácticos seleccionados, correspondiente a los libros de texto *Vamos a Aprender* y a las guías del *Portal Colombia Aprende*.

Finalmente, en los capítulos nueve y diez se presentan los resultados obtenidos y las conclusiones derivadas de la investigación. Posteriormente, se incluyen las referencias bibliográficas y los anexos correspondientes.

2. Justificación

En la enseñanza de las matemáticas, los libros de texto y otros recursos curriculares constituyen herramientas fundamentales para la implementación del currículo y el desarrollo de los procesos de enseñanza y aprendizaje (Rezat, Fan, & Birgit, 2021). Entre estos recursos se encuentran los libros de texto, las cartillas y las guías didácticas elaboradas por el Ministerio de Educación (MEN) o diseñadas por los propios docentes. Dentro de este conjunto de recursos adquiere relevancia la guía didáctica, definida por García et al (2014) como “un recurso del aprendizaje que optimiza el desarrollo del proceso enseñanza-aprendizaje por su pertinencia al permitir la autonomía e independencia cognoscitiva del estudiante”. Desde esta perspectiva, la guía didáctica constituye un recurso que puede favorecer el proceso de enseñanza y aprendizaje cuando se articula con la mediación docente y las estrategias pedagógicas implementadas en el aula.

De manera complementaria, los textos escolares han constituido históricamente uno de los principales medios para la organización y transmisión de los contenidos escolares. En la actualidad, aunque los docentes cuentan con mayor diversidad de recursos educativos, como plataformas digitales, simuladores y herramientas basadas en inteligencia artificial, el libro de texto continúa desempeñando un papel relevante como recurso curricular que orienta la organización de los contenidos y las prácticas de enseñanza (Rezat, Fan, & Birgit, 2021). En este sentido, “el texto escolar resulta ser el dispositivo privilegiado en los procesos de selección y transmisión de los contenidos de la enseñanza, por cuanto es el encargado de organizar y seleccionar los conceptos que serán enseñados en el contexto del aula” (Moya, 2008, pág. 5). De manera similar, Sosniak y Perlman (1990) indicaron que el poder de los textos escolares reside en su capacidad de servir como recursos que introducen a los lectores a mundos que no son

inmediatamente obvios o que no se pueden experimentar directamente. Desde esta perspectiva, estos recursos buscan proporcionar una secuencia organizada de ideas e información para la enseñanza y el aprendizaje, favoreciendo la comprensión y el pensamiento de los lectores, así como el acceso a conocimientos que, según los autores, pueden contribuir a su formación personal y ciudadana. Asimismo, Apple (1986) planteó que el libro de texto constituye un elemento importante en la organización de las condiciones materiales para la enseñanza y el aprendizaje en las aulas.

El libro de texto constituye una de las herramientas fundamentales en los procesos de enseñanza y aprendizaje. Además de funcionar como apoyo para docentes y estudiantes dentro del aula, también cumple un papel como organizador curricular, especialmente cuando las instituciones educativas no definen de manera explícita el currículo que debe desarrollarse en un área determinada. En este sentido, las editoriales han asumido la tarea de interpretar las reformas propuestas por el Ministerio de Educación Nacional, estructurando los libros de texto conforme a los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (1998) y a los Estándares Básicos de Competencias Matemáticas (2006). En este sentido, Taboada (2008) afirma:

Existe una arraigada tendencia a que el libro de texto sea el organizador del curriculum y su plasmación real. Los docentes suelen acomodar sus programaciones, objetivos, contenidos, metodología e incluso evaluación a partir del manual elegido. De ahí que se pueda sostener que en la mayoría de los casos el curriculum no esté definido por las directrices ministeriales ni por la programación del docente, aunque ambas tengan su importancia, sino a través del libro de texto.

A partir de lo anterior, es posible reconocer que tanto las guías didácticas como los libros de texto cumplen una función orientadora en la enseñanza, aunque con características y

propósitos distintos. Sin embargo, esta centralidad de los textos escolares en la educación matemática plantea una cuestión relevante: la fuerte dependencia de estos recursos puede influir en la forma en que se organiza y desarrolla el conocimiento matemático en el aula, particularmente en la manera en que se abordan los conceptos geométricos.

En el contexto del aula, el docente desempeña un papel fundamental en el uso de los libros de texto, ya que es quien selecciona el material que empleará para apoyar el desarrollo de sus clases. Además, decide los contenidos o capítulos que serán abordados, las tareas que se trabajarán y la manera en que se llevará a cabo la interacción entre el estudiante y el texto escolar. La mediación se manifiesta cuando el estudiante interactúa con las tareas propuestas en el texto escolar y se relaciona directamente con el contenido del libro. Sin embargo, cuando surgen dificultades de comprensión o los enunciados de las tareas no resultan claros para el estudiante, el profesor interviene orientando, explicando y resolviendo inquietudes, con el fin de favorecer la continuidad y comprensión de las actividades planteadas. De este modo, Pepín y Haggarty (2001) afirman que:

La función de mediación de los profesores se extiende más allá de la selección de contenidos e incluye decisiones más amplias acerca de pedagogía. El profesor puede actuar también como mediador de la autoridad del libro; mediador del metadiscurso del texto; mediador del lenguaje y las explicaciones del texto. Además, el profesor puede ofrecer explicaciones adicionales, materiales o ejemplos. (pág. 165)

Pepín y Haggarty (2001) señalan que el docente, en su función de mediador principal del libro de texto, analiza y selecciona aquellos elementos propuestos por los autores que considera pertinentes para fortalecer los procesos de enseñanza y aprendizaje. Asimismo, determina las distintas maneras en que este recurso puede emplearse como apoyo pedagógico dentro del aula.

Los autores establecen clasificación de los docentes de acuerdo con la forma en que utilizan el libro de texto en sus prácticas de aula. Distinguen entre aquellos profesores que siguen estrictamente las secciones y actividades propuestas en el texto; quienes utilizan el libro como guía, pero seleccionan únicamente algunos contenidos o tareas; y, finalmente, aquellos que no siguen el orden planteado por el libro y complementan sus clases con materiales adicionales.

No obstante, es importante reconocer que en la interacción entre el estudiante y el libro de texto pueden surgir dificultades que obstaculicen el proceso de aprendizaje. De acuerdo con Pepín y Haggarty (2001), una de las razones se relaciona con la presencia de actividades cuyo lenguaje resulta poco familiar o complejo para los estudiantes. En este contexto, el docente cumple un papel mediador fundamental, ya que interviene para orientar, aclarar y apoyar la comprensión de las tareas propuestas, favoreciendo así la superación de estos obstáculos y promoviendo el desarrollo de actividades que fortalezcan el aprendizaje del estudiante.

Diversas investigaciones han señalado que, en los recursos utilizados para la enseñanza de la geometría, predominan enfoques centrados en la aplicación de procedimientos, lo que puede limitar la construcción de significados y la articulación entre representaciones gráficas, simbólicas y verbales. Estos hallazgos evidencian la necesidad de analizar críticamente los materiales educativos empleados en la enseñanza de la geometría, particularmente en relación con la manera en que favorecen los procesos de argumentación y razonamiento geométrico asociados a la semejanza de triángulos.

En cuanto a la proporcionalidad geométrica, su estudio resulta relevante para esta investigación debido a su relación directa con la semejanza de triángulos. No obstante, en el ámbito escolar, su enseñanza se ha reducido, en muchos casos, a procedimientos principalmente aritméticos y poco vinculados con contextos significativos. A ello se suma el escaso, e incluso

inexistente, tiempo que suele asignarse a este contenido dentro de la planificación curricular del área de matemáticas. Sin embargo, no puede ignorarse su importancia en la formación matemática. Fiol y Fortuny (1990) destacan su relevancia tanto en la educación básica como en la secundaria, debido a que interviene en el aprendizaje de conceptos como razón, fracción, número racional, porcentajes, probabilidad, escalas, funciones trigonométricas y semejanza, entre otros. Asimismo, la proporcionalidad entre magnitudes tiene aplicaciones en disciplinas como la física y la química.

Al analizar los documentos orientadores del área de matemáticas propuestos por el Ministerio de Educación Nacional, particularmente los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (1998) y los Estándares Básicos de Competencias Matemáticas (2006), se evidencia que estos ofrecen fundamentos teóricos y orientaciones para que los docentes estructuren de manera autónoma el currículo y diseñen estrategias pertinentes ya sea en la resolución y planteamiento de problemas, el razonamiento, la comunicación, la modelación y ejercitación de procedimientos para la enseñanza y el aprendizaje de los diferentes conceptos matemáticos.

No obstante, al revisar dichos documentos se observa que la proporcionalidad geométrica no se desarrolla de forma específica ni detallada. En cambio, se privilegia un tratamiento centrado en procesos aritméticos relacionado con la razón, la proporción y la proporcionalidad, cuyos contenidos aparecen distribuidos de manera fragmentada en distintos grados de la educación básica. Asimismo, no se establecen relaciones explícitas entre conceptos como la semejanza, homotecia y el teorema de Thales, a pesar de que estos se encuentran estrechamente vinculados con la proporcionalidad y, especialmente, con la proporcionalidad geométrica.

A partir de lo expuesto anteriormente, el presente proyecto se orienta al análisis del libro de texto como objeto de estudio, centrándose particularmente en la necesidad de clarificar el

tratamiento que se le da a la proporcionalidad geométrica y a la semejanza de triángulos dentro del contexto de las relaciones cuantitativas no numéricas. Este ámbito hace referencia al estudio de relaciones y comparaciones entre magnitudes, formas o figuras geométricas que no dependen únicamente de operaciones aritméticas o del manejo directo de números, sino de la comprensión de propiedades espaciales, medidas relativas y relaciones de correspondencia entre elementos geométricos. En este sentido, conceptos como la semejanza, la homotecia y el teorema de Thales permiten abordar la proporcionalidad desde una perspectiva geométrica y visual, favoreciendo procesos de razonamiento, interpretación y análisis de las relaciones entre figuras y magnitudes.

3. Antecedentes

Para la construcción de los antecedentes, se consultaron diversas bases de datos académicas, entre ellas Google Académico, Web Of Science, EBSCO y SciELO, además de repositorios institucionales y revistas especializadas en Educación Matemática. A partir de esta búsqueda, se revisaron aproximadamente cincuenta documentos publicados entre 1999 y 2025, relacionados con el análisis de libros de texto, recursos didácticos y enseñanza de la geometría, especialmente en torno a la semejanza de triángulos.

Posteriormente, se seleccionaron aquellos trabajos que presentaban mayor pertinencia teórica y metodológica para el desarrollo de la investigación. La revisión de estos antecedentes tuvo como propósito identificar los enfoques teóricos, las estrategias metodológicas, los principales hallazgos y los vacíos investigativos relacionados con el análisis de libros de texto, recursos didácticos y la enseñanza de la semejanza triángulos. Estos elementos permitieron delimitar el problema de investigación, fundamentar la justificación del estudio y orientar el diseño metodológico adoptado.

La primera investigación corresponde a la tesis de maestría titulada *Criterios de selección y uso del texto escolar de matemáticas en la educación en Colombia*, elaborada por Sierra (2007), cuyo propósito principal fue identificar los criterios que los docentes utilizan al seleccionar libros de texto de matemáticas. Entre sus objetivos específicos, se incluyen: identificar los aspectos didácticos y temáticos que consideran los docentes en la selección de libros de matemáticas; conocer las normas del MEN que los docentes tienen en cuenta al seleccionar los libros de matemáticas; investigar cómo utilizan los docentes las distintas secciones y actividades que ofrece el texto escolar. En particular, la autora optó por un método de

diseño experimental, que permite entender la realidad social de las personas, a partir de la visión que tienen de su propio entorno.

En la segunda investigación *Las representaciones sociales de los docentes del área de matemáticas en educación básica sobre el libro de texto escolar* elaborado por Zambrano (2011), donde el propósito principal de la tesis fue aportar a la comprensión de los textos escolares, analizando de manera crítica las percepciones que los maestros de educación básica tienen sobre el texto de matemáticas. Los objetivos específicos fueron identificar los elementos de las percepciones sociales de los profesores de educación básica acerca del texto escolar de matemáticas, y verificar si hay diferencias notables en la percepción social del texto entre los maestros que utilizan un libro de texto y aquellos que no lo emplean de manera habitual. La técnica utilizada fue cualitativa y de interpretación, realizando un análisis del discurso escrito, donde se seleccionó un grupo de docentes que utilizan el libro de texto, y otro grupo que no necesariamente lo usa en su práctica docente. Es importante destacar que se recogió la información a través de un cuestionario diseñado a partir de observaciones informales del trabajo en el aula y del estudio realizado sobre las guías de trabajo.

La tercera investigación es *Los manuales escolares como posibilidad investigativa para la historia de la educación* elaborado por Samacá, (2011). El artículo tiene como objetivo ofrecer una reflexión sobre el manual escolar como una fuente para estudiar la historia de la educación basándose en la idea de que es necesario aportar a una definición amplia y compleja de lo que es un manual escolar, viéndolo como un objeto cultural que se puede analizar desde varias perspectivas. Se puede considerar el manual escolar como un recurso pedagógico, un producto del sector editorial y también como un medio que transmite valores en la sociedad. En términos metodológicos, este estudio se llevó a cabo mediante la revisión crítica de la literatura

especializada, en comparación con algunos libros de texto utilizados en la educación secundaria básica durante los años noventa.

El trabajo de grado *Análisis de las tareas presentes en libros de texto de Matemáticas asociadas a la proporcionalidad geométrica y la semejanza* escrito por Quintero y Molavoque (2011), está centrado en el análisis del tratamiento de la proporcionalidad geométrica y la semejanza en libros de textos escolares de matemáticas, se examina un conjunto de tareas pertenecientes a la colección *Espiral*, publicada por la *Editorial Norma*. Este estudio se lleva a cabo utilizando las categorías de la teoría de los significados sistémicos y el resultado de este análisis sirve para promover habilidades de investigación relacionadas con la lectura, el estudio y la redacción de textos científicos en la educación matemática.

El objetivo del trabajo de grado *El Teorema de Euclides para el aprendizaje de la proporcionalidad y semejanza de triángulos de los grados octavo y noveno* elaborado por Lovera de Rincón (2018), es crear una secuencia didáctica y un recurso específico llamado Altímetro pedagógico, con el fin de que, a través del teorema de Euclides, los alumnos de octavo y noveno puedan deducirlo y así acercarlo a los temas de proporcionalidad y semejanza de triángulos. Para esto, se utiliza como fundamento el libro *Elementos de Euclides*, la normatividad educativa vigente en Colombia, el programa de geometría dinámica GeoGebra y las situaciones didácticas que el MEN propuso en el año 2013.

En el artículo titulado *Estrategia didáctica fundamentada en el uso de GeoGebra para mejorar la comprensión del concepto de semejanza de triángulos* realizado por Morales y Damián (2021), se presentan los hallazgos de la aplicación de un enfoque didáctico para el entendimiento del concepto de semejanza en triángulos en la educación previa a la universidad. La base teórica y metodológica se apoyó en las contribuciones de la solución de problemas

considerada como un tema de enseñanza, en la utilización del software GeoGebra como herramienta heurística y en los procesos de asimilación de conceptos matemáticos. Como resultado de la ejecución de la propuesta, se observó que, a través de las fases de comprensión, los alumnos pudieron reconocer las condiciones planteadas como premisas y, gracias a su manejo con el software, cumplieron con los requisitos del planteamiento, lo que permite afirmar que, en este proceso, se crearon las condiciones para entender el concepto de semejanza de triángulos.

En esta misma línea, en la investigación *Análisis de propuestas de enseñanza del teorema de Thales en textos escolares* Arias et. al (2023), se desarrolló un estudio orientado a analizar las propuestas de enseñanza del teorema de Thales presentes en textos escolares utilizados en educación secundaria. La investigación examinó las tareas propuestas en dichos manuales, así como las formas de demostración promovidas y su correspondencia con las prescripciones de los documentos curriculares oficiales. Los resultados evidenciaron diferencias en el grado de alineación entre los textos y las orientaciones curriculares, así como en el tipo de tareas que se proponen para la enseñanza del contenido. Este antecedente resulta relevante para la presente investigación, dado que el teorema de Thales constituye un fundamento conceptual de la semejanza de triángulos, y su tratamiento en los libros de texto permite comprender cómo se estructuran y presentan los contenidos geométricos en los materiales curriculares.

La investigación *Semejanza de triángulos desde una perspectiva histórica a la luz del espacio de trabajo matemático en geometría* elaborado por Konstantinos (2024), presenta el estudio llevado a cabo con 21 alumnos de tercer grado de secundaria durante el periodo académico 2020-2021, enfocándose en el objeto matemático “triángulos semejantes”. El método de enseñanza fue creado mediante el Espacio de Trabajo Matemático para la Geometría (ETMG). Para llevar a cabo esta intervención, se implementaron siete guías didácticas que contenían

fuentes y paradigmas de la Historia de las Matemáticas, así como una evaluación final de tipo cognitivo. Adicionalmente, los alumnos trabajaron en colaboración en grupos, construyeron una herramienta histórica de Error y la pusieron en práctica para medir una distancia que sería difícil de alcanzar de otra manera. El propósito era analizar cómo la inclusión de la Historia de las Matemáticas dentro del ETMG influye en la comprensión de los triángulos semejantes por parte de los alumnos. Tras este análisis cualitativo de las respuestas de los escolares, se concluyó que la incorporación de problemas históricos en la enseñanza incentivó el interés, propiciando una actitud favorable hacia el currículo. Asimismo, enriquecer el espacio de trabajo individual de los estudiantes les permitió desarrollar un enfoque reflexivo al abordar problemas, un aspecto que no se trata adecuadamente en las actividades convencionales del libro de texto.

Por otra parte, en el artículo titulado *Enseñanza de la Astronomía en Colombia: Análisis de libros de texto* escrito por (Caicedo, Muñoz, & Reyes, 2025), desarrollaron un estudio en el contexto colombiano orientado al análisis de libros de texto, específicamente con el tratamiento de los contenidos de Astronomía establecidos en los Estándares Básicos de Competencia (2006). La investigación examinó treinta y seis libros de texto, evaluando tanto el nivel de abordaje de los contenidos como la inclusión del enfoque Ciencia, Tecnología y Sociedad y los componentes socioculturales asociados a la disciplina para llevar a cabo este análisis, se empleó una rejilla de análisis que consistió en definir varios indicadores que ayudaron a medir cómo se tratan los aspectos mencionados, encontrándose que su abordaje es insuficiente. Asimismo, se detectó una falta de estructura en el currículo, junto con confusiones conceptuales y errores en los gráficos utilizados. Este antecedente fue incluido debido a que propone una metodología para el análisis de libros de texto, aspecto que constituye uno de los ejes centrales de la presente investigación, independientemente del contenido disciplinar abordado.

El artículo *Razonamiento geométrico promovido en tareas de libros de texto de educación secundaria de Chile* escrito por Morales (2025), analiza el razonamiento geométrico promovido en libros de texto de educación secundaria en Chile, cuyo propósito fue caracterizar los procesos matemáticos que subyacen a las tareas propuestas en el eje de geometría. Mediante un análisis de contenido fundamentado en el enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática, se identificaron los objetos y procesos matemáticos implicados en dichas tareas. Los resultados evidenciaron que, aunque los libros promueven procesos como visualización, construcción, representación y deducción, predomina el proceso de medición asociado a procedimientos aritméticos y algebraicos, lo cual limita el desarrollo del razonamiento geométrico. Este antecedente resulta relevante ya que pone en evidencia la necesidad de analizar críticamente el tratamiento didáctico de los contenidos geométricos en los materiales curriculares, especialmente en relación con el desarrollo del razonamiento geométrico en temas como la semejanza de triángulos.

La investigación *Trabajo matemático de estudiantes de cuarto año de secundaria en tareas sobre semejanza de triángulos con el uso de tecnología digital* de Urquiza (2025), se centra en el trabajo matemático de estudiantes de cuarto año de secundaria en Lima, Perú, abordando la semejanza de triángulos mediante el uso de GeoGebra. Se enfoca en las dificultades que enfrentan los alumnos y utiliza una metodología cualitativa siguiendo las fases de Hernández y colaboradores. La secuencia didáctica incluye tareas basadas en la teoría del Espacio de Trabajo Matemático, analizando los procesos cognitivos y epistemológicos de los estudiantes.

Si bien diversas investigaciones han reportado dificultades y limitaciones en algunos libros de texto de matemáticas, esta investigación no pretende únicamente reiterar dichos

hallazgos. El interés del estudio se centra en analizar guías didácticas y materiales educativos publicados en los portales Colombia Aprende y Vamos a Aprender, elaborados o avalados por el Ministerio de Educación Nacional, los cuales poseen finalidades pedagógicas y contextos de circulación distintos a los libros de texto comerciales.

En este sentido, resulta pertinente indagar si estos materiales presentan características similares a las identificadas en investigaciones previas o si, por el contrario, proponen formas diferentes de abordar la semejanza de triángulos y los procesos matemáticos asociados. Además, conviene aclarar que los antecedentes revisados se concentran principalmente en el análisis de libros de texto y guías didácticas; por ello, las conclusiones derivadas de dichos estudios no pueden extenderse automáticamente a otros recursos didácticos sin un análisis específico.

4. Planteamiento del problema

En el contexto de la educación matemática, los recursos curriculares, en particular los libros de texto y las guías didácticas, desempeñan un papel fundamental en la enseñanza de los conceptos geométricos, ya que orientan las actividades, los ejemplos y las formas de representación que se proponen en el aula. Aunque estos recursos cumplen un papel importante en la enseñanza de la geometría, diversas investigaciones han mostrado que las actividades propuestas en los libros de texto no siempre favorecen procesos de argumentación y razonamiento geométrico. Esta situación resulta especialmente relevante en el estudio de la semejanza de triángulos, donde diversas investigaciones han evidenciado un predominio de actividades centradas en la aplicación de procedimientos, con un menor énfasis en la comprensión de las relaciones geométricas y el razonamiento que las sustentan. Morales et al., (2025); (Manzanilla, Navarrete, & López, 2024). Asimismo, la revisión de antecedentes evidencia una limitada incorporación de actividades de exploración y de situaciones problema contextualizadas, lo que dificulta que los estudiantes otorguen significado a los conceptos trabajados. También se reporta una escasa presencia de procesos de argumentación, fundamentales para que los estudiantes justifiquen, validen y comprendan los procedimientos empleados en la resolución de problemas. En consecuencia, los estudios revisados muestran una tendencia a privilegiar la repetición de procedimientos sobre una comprensión profunda y el desarrollo del razonamiento matemático.

Así pues, dentro del currículo la geometría ha ocupado, en muchos casos, un lugar secundario frente a otros pensamientos matemáticos. Incluso, cuando generan espacios específicos para su enseñanza, estos contenidos suelen abordarse de manera aislada, limitando la posibilidad de establecer relaciones con otros procesos matemáticos.

De acuerdo con los antecedentes revisados, muchas de las actividades propuestas en libros de texto y guías didácticas privilegian el uso mecánico de procedimientos, como la aplicación del Teorema de Thales, sin profundizar en la comprensión conceptual, la argumentación ni la justificación.

Asimismo, los estudios revisados evidencian una limitada incorporación de actividades de exploración y de situaciones problema contextualizadas, lo que dificulta que los estudiantes construyan significados en torno a los conceptos trabajados. En este sentido, los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998), plantean la necesidad de promover situaciones de análisis y exploración que favorezcan la construcción del conocimiento matemático. En particular señalan que:

Se da prioridad a la actividad sobre la contemplación pasiva de figuras y símbolos, a las operaciones sobre las relaciones y elementos de los sistemas y a la importancia de las transformaciones en la comprensión de aquellos conceptos que a primera vista parecen estáticos. Se trata pues de ‘hacer cosas’, de moverse, dibujar, construir, producir y tomar de estos esquemas operatorios el material para la conceptualización o representación interna. (p. 37)

Desde esta perspectiva, surge la necesidad de analizar cómo se aborda la enseñanza de la semejanza de triángulos en las guías didácticas del Portal Colombia Aprende y en los libros de texto de la colección Vamos a Aprender, particularmente en el contexto colombiano, con el propósito de identificar las características, alcances y limitaciones. En este sentido, la presente investigación busca responder la siguiente pregunta: ¿De qué manera las tareas propuestas en las guías didácticas del Portal Colombia Aprende y los libros de texto de la colección Vamos a

Aprender promueven procesos de argumentación y razonamiento geométrico en la enseñanza de la semejanza de triángulos?

5. Objetivos

5.1 Objetivo general

Analizar el tratamiento de los procesos de argumentación y razonamiento geométrico en las tareas sobre semejanza de triángulos propuestas en guías didácticas y libros de texto escolar del portal Colombia Aprende y Vamos a Aprender.

5.2 Objetivos específicos

- ✓ Caracterizar las tareas sobre semejanza de triángulos presentes en las guías didácticas y los libros de texto escolar del Portal Colombia Aprende y Vamos a Aprender.
- ✓ Analizar, mediante una rejilla de análisis, los procesos de argumentación y razonamiento geométrico promovidos en las tareas sobre semejanza de triángulos.
- ✓ Identificar las fortalezas y limitaciones de las tareas analizadas en relación con los procesos de argumentación y razonamiento geométrico.

6. Metodología

El presente capítulo describe la estrategia investigativa que orienta el desarrollo de la investigación, con el propósito de analizar el tratamiento de la semejanza de triángulos en guías didácticas del *Portal Colombia Aprende* y textos escolares de la colección *Vamos a Aprender*. En este marco, el diseño investigativo se entiende como una guía que orienta el desarrollo del estudio, ya que, según Camargo (2021), “el diseño investigativo es una ruta que lleva al investigador, situado socialmente con inquietudes investigativas” (p. 31).

En este sentido, se presenta el tipo de estudio, la selección del material de análisis y los procedimientos empleados para la recolección y análisis de la información. Asimismo, se detallan las categorías que permiten examinar el objeto de estudio y se explican los criterios que sustentan la interpretación de los datos.

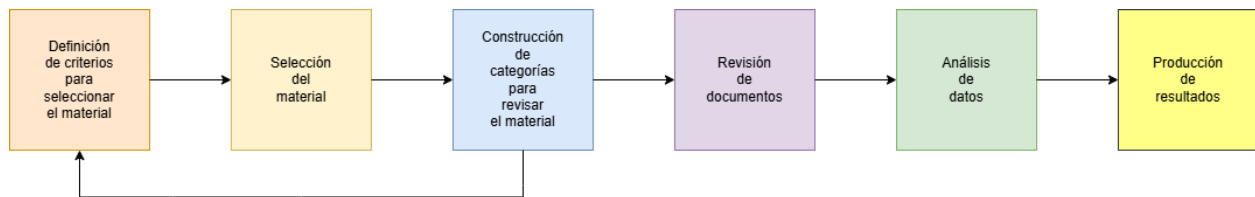
6.1 Revisión documental

La revisión documental, como estrategia investigativa, se basa en el análisis organizado de fuentes escritas, con el propósito de describir e interpretar su contenido a partir de criterios conceptuales previamente definidos, teniendo en cuenta la perspectiva de los autores. En el campo de la educación matemática, la revisión documental ha demostrado ser una estrategia pertinente, especialmente en estudios relacionados con la historia de las matemáticas y de su enseñanza. Desde los inicios de la investigación empírica en esta área, ha sido empleada con frecuencia en trabajos centrados en el análisis de currículos y textos escolares (Camargo, 2021).

Con base en la propuesta metodológica de Camargo (2021), se desarrolla el siguiente plan de ejecución de la estrategia de revisión documental:

Figura 1

Plan de ejecución



Nota. Elaboración propia, basado en el diagrama presentando por la docente Leonor Camargo en su libro, *Estrategias cualitativas de investigación en educación matemática. Recursos para la captura de información el análisis* (2021).

En este orden, se adoptará el plan de ejecución de la estrategia de revisión documental propuesto por la maestra Leonor Camargo, el cual orienta el proceso desde la definición de criterios para la selección del material, su posterior recopilación y organización, hasta la construcción de categorías de análisis, la revisión de los documentos y el análisis de la información. Este recorrido metodológico culmina con la producción de resultados que permiten dar respuesta a los objetivos planteados en la investigación.

6.2 Instrumento para analizar los recursos

Con el propósito de organizar y sistematizar el análisis de las guías didácticas y los textos escolares, se diseñó una rejilla de análisis construida a partir de las categorías teóricas identificadas en el marco conceptual de la investigación. Esta herramienta permitió examinar aspectos relacionados con el tratamiento de la semejanza de triángulos, los procesos matemáticos presentes en las tareas propuestas y las formas de representación utilizadas en los recursos analizados.

La Tabla 1 presenta una rejilla de análisis utilizada para examinar las tareas relacionadas con la semejanza de triángulos presentes en los recursos didácticos seleccionados. Este

instrumento organiza la información en distintas categorías que permiten identificar características del recurso, el nivel educativo, el tipo de actividad, los contextos en los que se sitúan las tareas y los procesos matemáticos involucrados.

Asimismo, la rejilla incorpora apartados orientados al análisis del tratamiento didáctico de las tareas, tales como la intención de ésta, los conocimientos previos requeridos, la descripción y las estrategias de resolución propuestas por la autora del recurso. Aunque el objetivo central de la investigación consiste en analizar los procesos de argumentación y razonamiento geométrico, la rejilla incorpora también otros procesos matemáticos, como la comunicación, la representación, la modelación y el planteamiento y resolución de problemas, con el propósito de contextualizar las tareas analizadas e interpretar de manera integral las oportunidades de aprendizaje que ofrecen los recursos didácticos.

La clasificación de las tareas en cada uno de estos procesos matemáticos se realizó considerando el proceso predominante que demandaba su resolución. Para ello, se tomaron como referentes las descripciones de los procesos matemáticos propuestas en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2006) y el Marco de Referencia para la Evaluación del ICFES (2020). La asignación de cada categoría se efectuó a partir de las acciones matemáticas privilegiadas en cada tarea. Así, las tareas se clasificaron como de razonamiento y argumentación cuando exigían justificar procedimientos, formular hipótesis, establecer conjeturas o identificar patrones; como de comunicación, representación y modelación cuando implicaban interpretar información, utilizar diferentes registros de representación o establecer relaciones matemáticas; y como de planteamiento y resolución de problemas cuando requerían diseñar estrategias, resolver situaciones problemáticas, verificar e interpretar resultados o generalizar procedimientos. En

aquellos casos en que una tarea involucraba más de un proceso matemático, la clasificación se realizó atendiendo al proceso predominante en su resolución.

La categoría “¿Cómo resuelve el problema el autor”? se analizó únicamente cuando el recurso incluía una solución desarrollada o una estrategia explícita de resolución, situación que se presentó principalmente en los libros de texto de la colección Vamos a Aprender. En las guías didácticas del Portal Colombia Aprende esta categoría no siempre fue aplicable, debido a que la mayoría de las tareas no presentan una resolución desarrollada por el recurso.

Estas categorías permiten caracterizar el contexto matemático de cada actividad y comprender las condiciones que pueden favorecer o limitar la aparición de procesos de argumentación y razonamiento geométrico. Su inclusión tiene un propósito complementario y sirve como apoyo para la interpretación de las categorías centrales de análisis.

Tabla 1

Rejilla de análisis de tareas según tipo y procesos matemáticos en recursos didácticos

Fuente documental	Vamos a Aprender		Portal Colombia Aprende	
Cita	Año	Autores		Enlace
Nivel educativo	Octavo		Noveno	
Tipo de recurso	Texto escolar	Guía didáctica	Libro de texto	Manual escolar
Procesos	Razonamiento y argumentación	Comunicación, representación y modelación		Planteamiento y resolución de problemas
Contexto	De las mismas matemáticas	De la vida diaria	De las otras ciencias	Semirrealidad
Intención de la tarea	Reconocer triángulos semejantes	Usar teoremas		Definir semejanza de triángulos
		Teorema de Thales	Teorema de Pitágoras	
Conocimientos previos				
Descripción				
Ejemplo				
¿Cómo resuelve el problema el autor?				

Nota. Elaboración propia.

Las categorías incluidas en la rejilla fueron constituidas a partir de referentes conceptuales relacionados con los procesos matemáticos, los contextos de las tareas y la enseñanza de la geometría, los cuales se desarrollan con mayor profundidad en el capítulo correspondiente al marco conceptual.

Figura 2

Procesos matemáticos

RAZONAMIENTO Y ARGUMENTACIÓN	COMUNICACIÓN, REPRESENTACIÓN Y MODELACIÓN	PLANTEAMIENTO Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Dar cuenta del cómo y del porqué	Expresar ideas	Formular problemas
Justificar estrategias y procedimientos	Interpretar	Desarrollar
Formular hipótesis	Usar diferentes tipos de representación	Aplicar diferentes estrategias
Conjeturar	Describir relaciones matemáticas	Verificar e interpretar resultados
Ejemplos y contraejemplos	Pasar de un lenguaje de representación a otro	Generalizar soluciones y estrategias
Generalizar	Manipular expresiones matemáticas	
Identificar patrones		

Nota. La figura 2 presenta los procesos matemáticos en tres categorías: razonamiento y argumentación; comunicación, representaciones y modelación; y planteamiento y resolución de problemas. Fuente. Tomado de una presentación PowerPoint del docente Alejandro Mendoza.

La Figura 2 sintetiza los principales procesos matemáticos propuestos en el Marco de Referencia para la Evaluación del ICFES (2020). Estos procesos constituyen un referente teórico para comprender las oportunidades de aprendizaje que pueden promover las tareas analizadas. Aunque la presente investigación centra su análisis en los procesos de argumentación y razonamiento geométrico, se describen también los procesos de comunicación, representación y

modelación, así como la de planteamiento y resolución de problemas, debido a que estar permiten contextualizar e interpretar las características de las tareas propuestas en los recursos didácticos analizados.

Según el Marco de Referencia para la Evaluación, el ICFES (2020), los procesos de comunicación, representación y modelación comprende la capacidad de interpretar, expresar y representar información matemática en diferentes contextos, apoyándose en procesos de representación y modelación. Esta competencia implica la capacidad de interpretar información matemática presente en una situación problema y de construir representaciones que permitan comunicarla de manera comprensible. En este sentido, comprende acciones como reconocer, expresar, representar e interpretar información matemática en distintos registros de representación.

Por su parte, el proceso de planteamiento y resolución de problemas se relaciona con la utilidad y aplicación del conocimiento matemático. Esta involucra la capacidad de analizar qué puede resolverse con la información disponible, identificar estrategias adecuadas y eficientes para solucionar una situación, así como interpretar y contextualizar las soluciones obtenidas.

Finalmente, el proceso de razonamiento y argumentación hace referencia a la capacidad de justificar y sustentar acciones realizadas, evaluando la pertinencia de los procedimientos y las respuestas obtenidas. Esta competencia comprende procesos como comprender, formular conjeturas, explicar, descubrir, contrastar y analizar, los cuales permiten fundamentar las soluciones y argumentos propios del pensamiento matemático.

6.3 Selección de las tareas

En relación con la selección de las tareas, se establecieron criterios diferenciados según el tipo de recurso didáctico analizado. En este estudio, los libros de texto y las guías didácticas constituyen las fuentes documentales, mientras que las tareas relacionadas con la semejanza de triángulos corresponden a la unidad de análisis.

En el caso de los libros de texto *Vamos a Aprender*, se seleccionaron únicamente las tareas propuestas y resueltas por los autores del libro, ya que estas permiten identificar de manera explícita el tratamiento didáctico de los contenidos y las estrategias de resolución sugeridas. Por su parte, en las guías de *Colombia Aprende* se analizaron todas las tareas relacionadas con la semejanza de triángulos, debido a la limitada cantidad de tareas disponibles en estos recursos.

En total, se seleccionaron 12 tareas provenientes de 2 libros de texto y 43 tareas correspondientes a 2 guías didácticas, para un total de 55 tareas analizadas. Esta selección permitió conformar un corpus de análisis ajustado a los objetivos de la investigación y a las categorías establecidas en la rejilla de análisis.

7. Marco Conceptual

El presente capítulo tiene como propósito exponer los referentes conceptuales que fundamentan el desarrollo de la investigación. En este sentido, el marco conceptual se estructura a partir de dos ejes principales. El primero corresponde a los recursos didácticos, particularmente los libros de texto y las guías didácticas, entendidos como recursos para la enseñanza y, en esta investigación, como objetos de análisis en el campo de la Educación Matemática. El segundo eje se relaciona con la geometría, específicamente con la semejanza de triángulos, debido a su importancia en el desarrollo de la proporcionalidad y el razonamiento geométrico, aspectos que hacen necesario analizar cómo este contenido es presentado en los recursos seleccionados.

7.1 Medios de Enseñanza

En el proceso educativo, los medios de enseñanza cumplen un papel fundamental al apoyar la organización y transmisión del conocimiento. Entre estos recursos se encuentran materiales como el texto escolar, el libro de texto, la guía didáctica y el manual escolar, los cuales orientan tanto la práctica docente como el aprendizaje de los estudiantes. Aunque la presente investigación centra su análisis en las guías didácticas del Portal Colombia Aprende y en los libros de texto de la colección Vamos a Aprender, resulta pertinente presentar las definiciones y diferencias conceptuales entre estos materiales, ya que en la literatura especializada y en las fuentes documentales consultadas estas denominaciones pueden emplearse de manera diversa o aparecer como categorías relacionadas.

7.1.1 *Libros de texto*

Para el desarrollo de esta investigación resulta necesario precisar el concepto de libro de texto, con el fin de delimitar la unidad de muestreo y distinguirlo de otros materiales educativos que sirven como apoyo en el proceso de enseñanza.

Desde la perspectiva histórica y educativa, se ha reconocido la centralidad de los libros de texto en la organización de la enseñanza formal:

La expansión y popularización de la educación obligatoria y de los sistemas educativos nacionales condujo a que los libros de texto dominaran las clases de educación primaria, secundaria y bachillerato. Hasta el presente, a pesar de la aparición de otras formas de acceso a la educación y la cultura, como los medios de comunicación masiva e internet, esa dominación persiste. Por eso, es urgente realizar un estudio que abarque varias disciplinas y perspectivas, cuya finalidad sea analizar las funciones simbólicas, educativas, sociales, ideológicas y políticas de los libros de texto (Bombini, y otros, 2015).

Según Richaudeau (1981) el libro de texto es “un material impreso, estructurado, destinado a utilizarse en un determinado proceso de aprendizaje y formación” (p. 51). Con base en esto, se comprende que cualquier escrito puede funcionar como guía en la medida en que esté vinculado al proceso educativo. Santomé (1994) indica que los libros de texto “contienen la información que los alumnos y alumnas precisan para poder demostrar que cumplen los requisitos para aprobar una determinada asignatura” (p. 155). Además, el libro de texto “es la herramienta más importante en la enseñanza” (Rüsen, 1997) y The Georg Eckert Institute for International Textbook Research, (2016) como se citó en (Fernández, Caballero, & Fernández, 2017) planteó que los libros de texto, como portadores del conocimiento y la información que una generación desea transmitir a la siguiente, con frecuencia se encuentran en el centro de la controversia política.

El Ministerio de Educación de Venezuela (1993), como se citó en Mosquera (2009), argumenta que los libros de texto “es todo material bibliográfico que contribuya al desarrollo del currículo, en una o más áreas, asignaturas o similares”

Por otra parte, para comprender la evolución del libro escolar, resulta pertinente considerar el origen y desarrollo histórico de la terminología asociada a este recurso educativo. Según Johnsen (1996):

El término libro escolar (schoolbook) aparece por primera vez en inglés en la década 1750, y más habitualmente en la de 1770. El término libro de texto (textbook) no aparece en inglés hasta la década 1830. Su predecesor, el text book, es mucho más antiguo y se refiere al texto, habitualmente latino o griego, utilizado en la enseñanza. (p. 26)

En este sentido, “el libro de texto constituye uno de los recursos didácticos de mayor tradición en las aulas... el libro de texto aporta experiencias mediatas, vicariales y abstractas esenciales en el aprendizaje” (Colás, 1989, pág. 41). También, “los libros de texto constituyen uno de los recursos didácticos que gozan de mayor aceptación por parte de los docentes, pues son considerados elementos claves para el desarrollo, consolidación y perseveración de las reformas curriculares.” (Díaz & Mujica, 2006, p. 290)

Aunque en las últimas décadas han surgido recursos digitales, plataformas virtuales e incluso herramientas basadas en inteligencia artificial, el libro de texto continúa ocupando un lugar importante en muchos contextos escolares. Esto se debe a que sigue funcionando como un organizador curricular y pedagógico que orienta tanto la práctica docente como las actividades de aprendizaje de los estudiantes.

7.1.2 *Textos escolares*

A pesar de los cambios en los contextos educativos y del avance de las tecnologías digitales, el texto escolar continúa ocupando un lugar fundamental en los procesos de enseñanza en diversos países, lo que ha favorecido su reconocimiento como un recurso didáctico ampliamente extendido y vigente en el ámbito educativo.

Según Alzate (2000), el texto escolar es una “herramienta pedagógica de uso de maestros, alumnos e instituciones, y de indagación”.

Desde una perspectiva didáctica, el texto escolar ha sido reconocido como un recurso que orienta la estructuración de los contenidos y el desarrollo de actividades en el aula:

El texto escolar es un valioso instrumento educativo dado que materializa los programas curriculares, ayuda a la organización y administración del tiempo, presenta información verbal y gráfica estructurada pedagógicamente y propone actividades y tareas en sus páginas y fuera de ellas, que sirven para estimular y ayudar los procesos de pensamiento.

(Vargas, 2003, pág. 5)

Por lo tanto, se entiende que en el texto se desarrollan temas, tareas, actividades, ejemplos, métodos de evaluación, lo que significa que los textos escolares representan una opción educativa.

Según Stray (1993) define como texto escolar “un libro que presenta una versión pedagógica y didáctica de un determinado ámbito de conocimiento”. Sin embargo, “...comprenden los textos escolares, las guías del docente, las guías de tareas y/o aprendizaje, los documentos pedagógicos producidos localmente” (Lenoir, Lebrun, & Hasni, 2012).

Volviendo al filósofo noruego Johnsen (1996), distingue el texto escolar del libro de texto al señalar que este último es diseñado y producido específicamente para su utilización sistemática en el contexto escolar.

En síntesis, el texto escolar constituye una categoría amplia que incluye diversos materiales utilizados con fines educativos. Dentro de esta categoría se encuentra el libro de texto, el cual se caracteriza por haber sido diseñado específicamente para apoyar el desarrollo sistemático de los procesos de enseñanza y aprendizaje en el ámbito escolar.

7.1.3 Manuales escolares

Hasta este punto, resulta complejo delimitar cada uno de estos conceptos, ya que algunos autores no establecen una distinción clara entre texto escolar, libro de texto y manual escolar; por el contrario, suelen emplearlos indistintamente al momento de definirlos.

Según Choppin (2001) “los manuales escolares son objetos familiares: como alumnos, padres de alumnos, o *a fortiori*, como docentes, todos los hemos tenido entre las manos”. También indica que son herramientas pedagógicas destinados a facilitar el aprendizaje.

En esta misma línea, Ossenbach (2010) y Prendes (2004), coinciden en que el manual escolar es un recurso elaborado específicamente para el proceso de enseñanza-aprendizaje, caracterizado por su intencionalidad pedagógica, la organización secuencial de los contenidos y la incorporación de recursos didácticos que orientan el trabajo en el aula. Estas características permiten distinguirlo de otros materiales utilizados con fines educativos, cuya función didáctica depende principalmente del uso que el docente haga de ellos.

7.1.4 *Guía didáctica*

Existen numerosos recursos, herramientas y materiales educativos que apoyan el aprendizaje. Entre ellos, están las guías didácticas, que son un apoyo importante para la enseñanza y el aprendizaje, fortaleciendo la relación entre el profesor y el alumno.

Según Pino y Urías (2020) la guía didáctica es un “recurso didáctico que integra en sí mismo otros recursos y componentes del proceso enseñanza-aprendizaje como los objetivos, los contenidos, estrategias metodológicas, los recursos de apoyo a las estrategias, las formas de organizar el proceso y las estrategias de evaluación.” (p.1). También indican que es un recurso “que se dirige o permite dirigir o enseñar a otros un camino, por tanto, puede ser una persona que enseña, dirige a otra persona a cumplir una meta, documento donde se planifica, organiza, facilita u orienta hacia ese fin.”

Para García (2002) la guía didáctica es “el documento que orienta el estudio, acercando a los procesos cognitivos del alumno el material didáctico, con el fin de que pueda trabajarlos de manera autónoma” (p.241).

García y De la Cruz (2014) la definen como un:

instrumento digital o impreso que constituye un recurso para el aprendizaje a través del cual se concreta la acción del profesor y los estudiantes dentro del proceso docente, de forma planificada y organizada, brinda información técnica al estudiante y tiene como premisa la educación como conducción y proceso activo. (p. 165)

Según Aguilar (2004), indica que la guía didáctica:

es el material educativo que deja de ser auxiliar, para convertirse en herramienta valiosa de motivación y apoyo; pieza clave para el desarrollo del proceso de enseñanza, porque

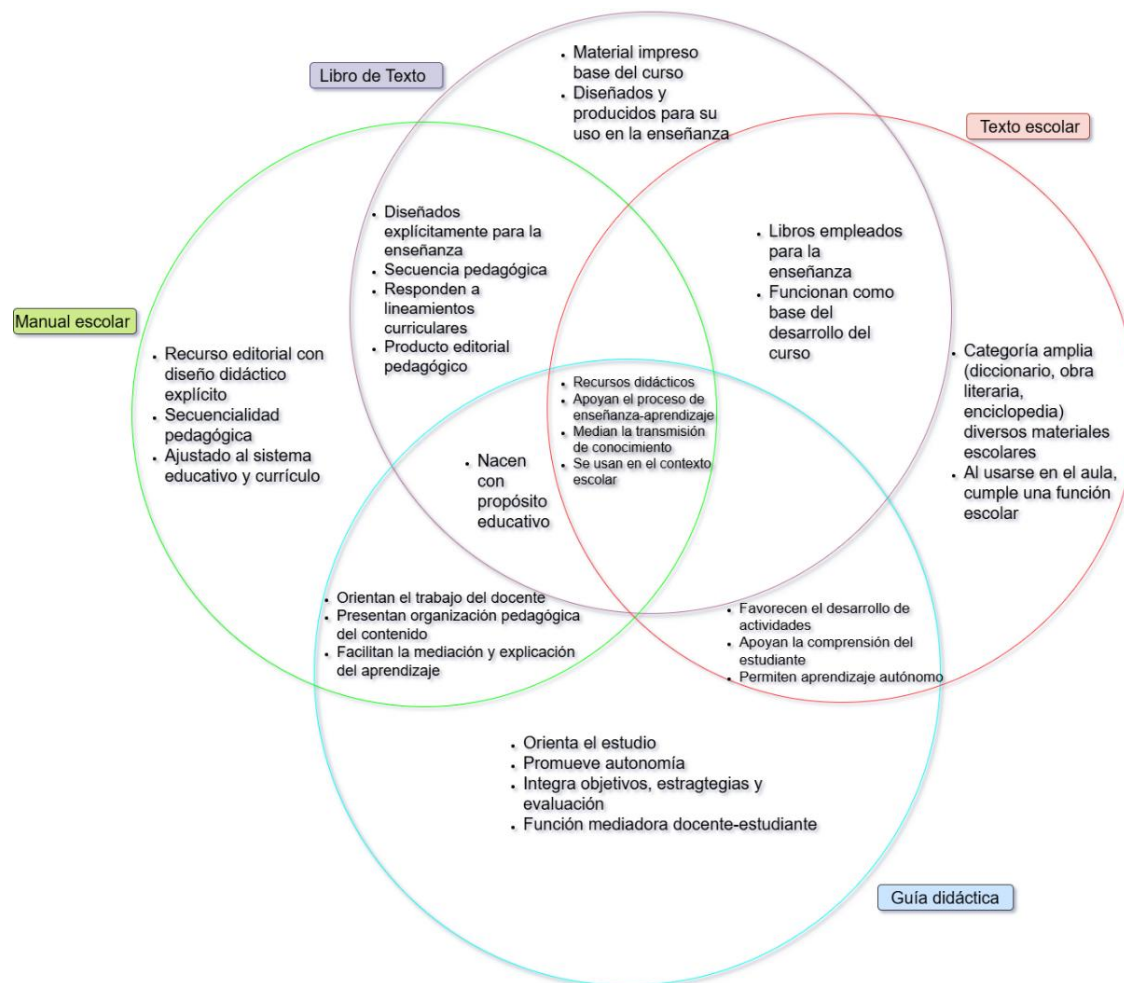
promueve el aprendizaje autónomo al aproximar el material de estudio al alumno.
(p.183).

En síntesis, la guía didáctica es un recurso pedagógico que orienta, organiza y facilita el proceso de enseñanza-aprendizaje al integrar objetivos, contenidos, estrategias y evaluación. Además, favorece el aprendizaje autónomo del estudiante y fortalece la mediación pedagógica, consolidándose como una herramienta fundamental en la práctica educativa.

El análisis de los distintos medios de enseñanza escritos evidencia la necesidad de establecer relaciones y distinciones entre conceptos que, en la literatura educativa, suelen emplearse de manera indistinta, como el libro de texto, texto escolar, el manual escolar y la guía didáctica. Aunque todos comparten una intencionalidad pedagógica y cumplen funciones de mediación en el proceso de enseñanza-aprendizaje, presentan diferencias en su estructura, finalidad, grado de sistematicidad y forma de uso en el aula. En este sentido, el siguiente diagrama permite visualizar de manera comparativa los elementos comunes y las particularidades que caracterizan a cada uno de estos recursos educativos dentro del campo escolar.

Figura 3

Relaciones conceptuales entre medios de enseñanza en el contexto escolar



Nota. Elaboración propia con base en la revisión teórica sobre libro de texto, texto escolar, manual escolar y guía didáctica.

7.2 Fuentes documentales objeto de estudio

En el marco de esta investigación, las fuentes documentales objeto de estudio corresponden a los recursos educativos disponibles en plataformas institucionales del Ministerio de Educación Nacional, particularmente el Portal Colombia Aprende y los libros de texto Vamos a Aprender. A continuación, se describen ambos recursos.

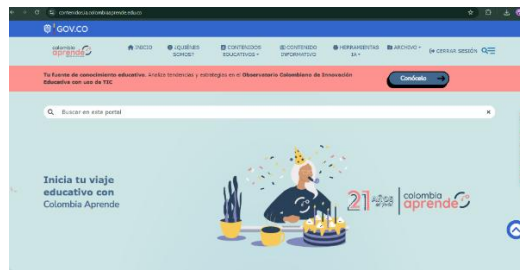
Aunque el objeto de análisis de esta investigación corresponde a las guías didácticas del Portal Colombia Aprende y los libros de texto Vamos a Aprender, se presenta una caracterización general de estas fuentes documentales con el propósito de contextualizar el entorno del que provienen los recursos analizados. En el caso del Portal Colombia Aprende, esta descripción permite comprender su organización, las herramientas de búsqueda y acceso disponibles, así como el proceso mediante el cual fueron identificadas y seleccionadas las guías didácticas que conforman parte del corpus documental de la investigación.

7.2.1 *Portal Colombia Aprende*

La plataforma educativa [Colombia Aprende](#) (Ministerio de Educación Nacional, 2004), fue inaugurada el 24 de mayo de 2004, como parte del proyecto de Nuevas Tecnologías del MEN y actualmente está a cargo de la Oficina de Innovación Educativa de dicha entidad.

Figura 4

Página principal del portal educativo Colombia Aprende



Nota. La figura presenta la interfaz principal del portal Colombia Aprende, en la que se observa el menú de navegación, la barra de búsqueda y el acceso a contenidos educativos y herramientas digitales orientadas a maestros, escolares y la comunidad educativa en general. Fuente: Colombia Aprende (2026).

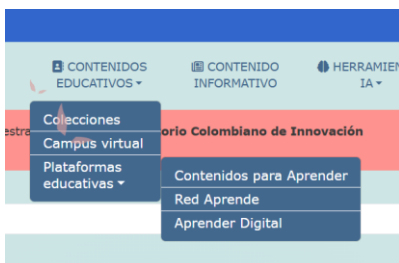
Desde su creación, este portal ha tenido como propósito consolidarse como un espacio virtual de acceso y encuentro para la comunidad educativa del país, mediante la oferta y promoción de contenidos y servicios educativos de calidad. De esta manera, busca contribuir al fortalecimiento de la equidad y al mejoramiento de los procesos educativos en Colombia. Con el paso de los años, Colombia Aprende se ha consolidado como uno de los principales repositorios de recursos educativos del país, orientado a apoyar la enseñanza y el aprendizaje en los distintos niveles del sistema educativo. En 2025, tras dos décadas de funcionamiento, el portal fue renovado con una nueva imagen y con funcionalidades apoyadas en inteligencia artificial, con el propósito de optimizar la experiencia de los usuarios. Esta actualización incluyó una interfaz más intuitiva y accesible, diseñada en colaboración con la comunidad educativa y pensada para reflejar la diversidad cultural del país.

El portal también incorpora herramientas tecnológicas diseñadas para facilitar el acceso a los recursos educativos. Entre ellas se encuentra un sistema de recomendación de contenidos que

permite a los usuarios encontrar actividades, videos, documentos y guías acordes con sus necesidades de aprendizaje. Asimismo, el portal incorpora un chatbot educativo para orientar a los usuarios durante la navegación, responder consultas relacionadas con la ubicación de recursos y facilitar el acceso a contenidos disponibles en la plataforma. De igual manera, el portal integra recursos provenientes de otras plataformas educativas del MEN como Red Aprende, Campus Virtual, Aprender Digital y Contenidos para Aprender, con el propósito de garantizar el acceso a materiales educativos de calidad dirigidos a docentes, estudiantes y a la comunidad educativa en general.

Figura 5

Menú de contenidos educativos del portal Colombia Aprende.



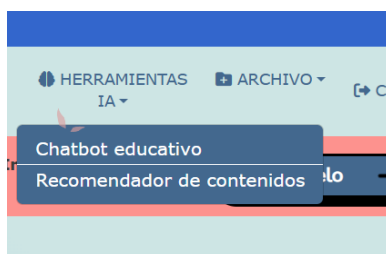
Nota. La figura muestra el menú desplegable de la selección “Contenidos educativos” del portal Colombia Aprende, en el que se visualizan las diferentes opciones de acceso a recursos y plataformas. Fuente: Colombia Aprende (2026).

El portal cuenta con una sección que recomienda contenidos, una herramienta que emplea tecnología avanzada para identificar las necesidades de los usuarios y facilitar el acceso a recursos educativos pertinentes. A través de este sistema, estudiantes, docentes y padres de familia pueden encontrar materiales relacionados con distintas áreas del conocimiento, como matemáticas, tecnología, ciencias y arte. El recomendador adapta los resultados según los intereses, el nivel educativo y los objetivos de aprendizaje del usuario. Para utilizar esta

herramienta, es suficiente con ingresar a los campos de búsqueda el tema de interés, el nivel educativo y el grado correspondiente. Con base en esta información, la plataforma sugiere diversos recursos educativos, entre ellos actividades interactivas, videos educativos, documentos y guías prácticas. Además, ofrece información relacionada con resultados de aprendizaje, conceptos clave, metodologías, actividades formativas y evaluaciones que contribuyen al proceso de enseñanza y aprendizaje.

Figura 6

Menú de herramientas de inteligencia artificial del portal Colombia Aprende.



Nota. La figura presenta el menú desplegable de la selección “Herramientas IA” del portal Colombia Aprende, en el cual se visualizan opciones como el chatbot educativo y el recomendador de contenidos, diseñados para orientar a los usuarios y facilitar el acceso a recursos educativos de acuerdo con sus necesidades. Fuente: Colombia Aprende (2026).

Figura 7

Interfaz del recomendador de contenidos del portal Colombia Aprende

Inicio / Recomendación de Contenidos

El contenido en tus manos

En este espacio puedes crear contenido sobre los temas que te apasionan. ¡Colabora, aprende y enriquece tu experiencia educativa!

Por un futuro más sostenible: El uso de este producto está limitado a 40 interacciones mensuales, ayudando a minimizar el impacto ambiental.

¡Prepárense la clase! ¿Qué tema te interesa hoy?

Nombre de la clase*

Selecciona el nivel educativo y el grado

Nivel educativo*

Grado

GENERAR CLASE

Nota. La figura presenta la selección “Recomendación de contenidos” del portal Colombia Aprende, en la cual el usuario puede ingresar el nombre de una clase, seleccionar el nivel educativo y el grado, con el fin de generar sugerencias de recursos educativos adaptados a sus necesidades. Fuente: Colombia Aprende (2026).

Figura 8

Semejanza de triángulos en estudiantes de educación básica secundaria, grado octavo.

El contenido en tus manos

En este espacio puedes crear contenido sobre los temas que te apasionan. ¡Colabora, aprende y enriquece tu experiencia educativa!

Por un futuro más sostenible: El uso de este producto está limitado a 40 interacciones mensuales, ayudando a minimizar el impacto ambiental.

¡Prepárense la clase! ¿Qué tema te interesa hoy?

Nombre de la clase*

Semejanza de triángulos

Selecciona el nivel educativo y el grado

Nivel educativo*

Grado

Educación básica secundaria

Octavo

GENERAR CLASE

Nota. La figura muestra una interfaz digital para la creación de contenido educativo enfocada en el tema de semejanza de triángulos, dirigida a estudiantes de educación básica secundaria en grado octavo. La herramienta permite seleccionar el nivel educativo, el grado y generar actividades de clase. Fuente: Colombia Aprende (2026).

Figura 9

Resultados de aprendizaje y conceptos clave de la unidad didáctica sobre semejanza de triángulos en grado octavo.

Semejanza de triángulos

Fecha de creación: 2026-03-20
Nivel educativo: Educación básica secundaria
Grado: Octavo

Resultados de aprendizaje:

1. Identificar los criterios para determinar si dos triángulos son semejantes [1][2][3].
2. Aplicar los conceptos de semejanza de triángulos para resolver problemas geométricos [1][2][3].
3. Reconocer los lados y ángulos homólogos en triángulos semejantes [1][2].
4. Explicar la relación entre las medidas de los lados correspondientes en triángulos semejantes [1][2][3].

Conceptos clave:

- **Ángulos correspondientes:** Ángulos que ocupan la misma posición relativa en triángulos semejantes.
- **Ángulos homólogos:** Ángulos que tienen la misma medida en triángulos semejantes.
- **Criterios de semejanza:** Condiciones que deben cumplirse para que dos triángulos sean semejantes, como tener ángulos correspondientes congruentes o lados proporcionales.
- **Lados correspondientes:** Lados que ocupan la misma posición relativa en triángulos semejantes.
- **Lados homólogos:** Lados que tienen la misma razón de proporcionalidad en triángulos semejantes.

Nota. La figura presenta los resultados de aprendizaje propuestos para la enseñanza de la semejanza de triángulos en estudiantes de educación básica secundaria, grado octavo, así como los conceptos fundamentales asociados al tema, incluyendo ángulos correspondientes, lados congruentes y criterios de semejanza. Fuente: Colombia Aprende (2026)

Figura 10

Metodologías y actividades de aprendizaje para la enseñanza de la semejanza de triángulos en grado octavo.

Metodologías:

- Aprendizaje basado en problemas: Los estudiantes trabajarán en grupos para resolver problemas prácticos relacionados con la semejanza de triángulos, aplicando los conceptos aprendidos.
- Aprendizaje por descubrimiento: Se guiará a los estudiantes a descubrir los criterios de semejanza de triángulos a través de actividades prácticas y experimentos.

Actividades de aprendizaje:

1. Introducción a la semejanza de triángulos y sus criterios.
2. Actividad práctica: Construir triángulos semejantes utilizando regla y compás.
3. Explicar el concepto de ángulos correspondientes y homólogos.
4. Actividad práctica: Identificar ángulos correspondientes y homólogos en triángulos semejantes.
5. Explicar el concepto de lados correspondientes y homólogos.
6. Actividad práctica: Determinar la razón de proporcionalidad entre lados homólogos.
7. Resolver problemas prácticos aplicando los criterios de semejanza de triángulos.

Actividades prácticas:

1. Construir triángulos semejantes utilizando regla y compás, y comparar sus ángulos y lados.
2. Medir ángulos y lados de triángulos dados, y determinar si son semejantes aplicando los criterios.
3. Resolver problemas de la vida real que involucren la semejanza de triángulos, como calcular alturas de edificios o distancias inaccesibles.

Nota. La figura presenta una metodología implementada en la enseñanza de la semejanza de triángulos, incluyendo el aprendizaje basado en problemas y el aprendizaje por descubrimiento, así como las actividades de aprendizaje y prácticas diseñadas para fortalecer la comprensión de los estudiantes de grado octavo. Fuente: Colombia Aprende (2026).

Figura 11

Actividades reflexivas y referencias bibliográficas para el aprendizaje de la semejanza de triángulos en grado octavo

alturas de edificios o distancias inaccesibles.

Actividades reflexivas:

1. Debate en grupos: ¿Por qué es importante el concepto de semejanza de triángulos en la vida real?
2. Reflexión escrita: Explicar con tus propias palabras los criterios de semejanza de triángulos y su importancia.
3. Discusión grupal: Compartir ejemplos de aplicaciones prácticas de la semejanza de triángulos en diferentes campos.

Referencias Colombia Aprende:

- [1] Red Aprende - Este recurso textual en formato PDF hace parte de la colección "Modelos Pedagógicos Flexibles: Telessecundaria", el cual ofrece orientaciones conceptuales y didácticas para el área de Matemáticas, específicamente para el abordaje del sistema de los números racionales, la geometría, el álgebra y la estadística. Su intencionalidad didáctica es servir de guía para el aprendizaje de conceptos y procedimientos relacionados con estas temáticas. Este contenido es apto para uso pedagógico en poblaciones en edades entre 11.0 y 99.0 años.
- [2] Red Aprende - Este recurso hace parte de la colección "Historia Hoy: Ciencias Exactas y Naturales", que se deriva del Programa Historia Hoy, Aprendiendo con el Bicentenario de la Independencia, liderado por el Ministerio de Educación Nacional con el apoyo de la Biblioteca Nacional de Colombia. En el texto se recogen siete cartas dirigidas entre Theodosio y Eugenio, las cuales refieren temas de Física y Matemáticas, tales como líneas y ángulos, medidas de ángulos, superficies, sólidos y proporciones, entre otros, que permiten abordar estos temas empleando diferentes clases de texto, en este caso la carta. Este recurso comprende la parte 5 de 11 del libro, la cual va de la página 121 a la 153 y está dirigido a estudiantes de Básica

Nota. La figura presenta actividades reflexivas orientadas a fortalecer el pensamiento crítico de los estudiantes, como debates, reflexiones escritas y discusiones grupales sobre la importancia de la semejanza de triángulos en la vida real. Asimismo, incluye referencias del programa Colombia Aprende que sustentan teórica y didácticamente el desarrollo del tema en educación básica secundaria. Fuente: Colombia Aprende (2026).

Figura 12

Examen de semejanza de triángulos para evaluación formativa.



Nota. La figura presenta un instrumento de evaluación formativa sobre el objeto matemático semejanza de triángulos, que incluye preguntas abiertas, de selección múltiple y de aplicación de criterios y proporcionalidad de lados. Fuente: Colombia Aprende (2026).

Por otro lado, cabe señalar que existe [*Contenidos para Aprender*](#) que corresponde a un catálogo de recursos y actividades educativas orientadas al fortalecimiento de los procesos de enseñanza y aprendizaje en áreas fundamentales como las Ciencias, el Lenguaje y las Matemáticas.

Figura 13

Representación gráfica de los contenidos educativos digitales según niveles de formación.



Nota. La figura presenta una representación visual de la estrategia de organización de contenidos educativos digitales promovidas por el MEN de Colombia a través del portal Colombia Aprende.

Se evidencia la distribución de recursos según niveles educativos y su enfoque en el aprendizaje.
Fuente: Colombia Aprende (2026).

Los materiales que integran este espacio están diseñados para estudiantes de educación básica primaria, secundaria y media, con el propósito de apoyar el desarrollo de aprendizajes significativos. Además, los contenidos se presentan de manera organizada y adapta a los distintos niveles académicos, lo que facilita su uso en contextos educativos diversos y favorece su integración en las prácticas pedagógicas.

Otro rasgo del Portal es el de [Colecciones especializadas](#) que corresponden a una compilación de materiales educativos orientados a la exploración y profundización en áreas específicas del conocimiento. Estos recursos, desarrollados por el MEN y por aliados estratégicos, se presentan organizados en kits de herramientas que incluyen orientaciones y sugerencias pedagógicas, con el propósito de facilitar su incorporación en los procesos de enseñanza y aprendizaje. Actualmente la plataforma cuenta con más de ciento cincuenta colecciones en diversos formatos, entre los que se incluyen videos, audios, plataformas digitales, sitios web, juegos educativos aplicaciones, libros y otros documentos; todos estos materiales han sido sometidos a procesos de licenciamiento, catalogación y selección, lo que garantiza su calidad, pertinencia y utilidad para fortalecer las capacidades pedagógicas en las instituciones educativas del país.

Figura 14

Interfaz de la selección “Colecciones” del portal Colombia Aprende.



Nota. La figura muestra la organización de contenidos educativos digitales en colecciones temáticas dentro del portal Colombia Aprende, permitiendo a los usuarios explorar, filtrar y acceder a recursos según sus intereses y necesidades. Se evidencia herramientas de navegación, filtros y resultados disponibles. Fuente: Colombia Aprende (2026).

Así que la plataforma también cuenta con herramientas de navegación que permiten a los usuarios localizar de manera sencilla los materiales educativos según sus necesidades pedagógicas y objetivos de aprendizaje.

7.2.2 Libros de Texto Colombia

El sitio web [Libros de Texto Colombia](#) (2026), cuyo acceso puede darse mediante este enlace, es una plataforma digital que reúne y organiza materiales educativos producidos por el MEN. Su propósito principal es facilitar el acceso a libros de texto, guías pedagógicas y cartillas en formato digital para estudiantes, maestros y comunidades educativas de distintos niveles de formación. La página permite consultar y descargar gratuitamente recursos educativos correspondientes a educación inicial, preescolar, básica primaria, secundaria y media.

Aunque estos materiales se consultan a través de una plataforma digital, conservan las características propias de los libros de texto, pues corresponden a obras elaboradas con una finalidad pedagógica, organizadas de manera sistemática y destinadas al desarrollo de los

procesos de enseñanza y aprendizaje. En este sentido, el medio de acceso no modifica su naturaleza como libros de texto, sino que constituye únicamente un soporte para su consulta y distribución.

Figura 15

Libros del MEN disponibles para educación inicial, básica y media (2026).



Nota. La figura muestra la página web donde se ofrece acceso a libros de texto del MEN de Colombia en formato digital. Incluye materiales para educación preescolar, primaria y secundaria, disponibles a través de la plataforma Colombia Aprende. Fuente: Ministerio de Educación Nacional de Colombia (2026).

Los contenidos disponibles en el portal incluyen libros de texto, cuadernos de trabajo y guías para docentes asociados a diferentes programas y modelos educativos, como *Escuela Nueva*, *Secundaria Activa*, *Postprimaria* y el *Programa Todos a Aprender (PTA)*. Estos materiales se encuentran organizados por grados, áreas del conocimiento y programas educativos, lo que facilita su búsqueda y utilización en contextos académicos. Asimismo, el sitio funciona como un repositorio que clasifica y redirige a los usuarios hacia las fuentes oficiales donde se encuentran alojados los documentos, permitiendo la descarga en formato PDF. De esta manera, contribuye a mejorar el acceso a recursos educativos abiertos y a apoyar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas escolares en el sistema educativo colombiano.

En el sitio web es posible acceder y descargar de manera gratuita los libros correspondientes al [*Programa Vamos a Aprender*](#) del MEN, disponibles en formato PDF. Los libros de Matemáticas que se encuentran en la plataforma se presentan actualizados de acuerdo con los lineamientos del currículo nacional. Su distribución busca garantizar el acceso a materiales educativos de calidad y contribuir al fortalecimiento de los procesos formativos de los estudiantes en el país.

La colección Vamos a Aprender está conformada por diferentes materiales complementarios (libro del estudiante, cuaderno de trabajo y guía docente), diseñados para apoyar el desarrollo de los procesos de enseñanza y aprendizaje. Sin embargo, la presente investigación centra su análisis exclusivamente en los libros de texto de Matemáticas correspondientes a dicha colección.

En síntesis, el Portal Colombia Aprende constituye una de las fuentes documentales empleadas en esta investigación, ya que permitió acceder a las guías didácticas seleccionadas para el análisis. La organización de los recursos disponibles en la plataforma facilitó la identificación de los materiales relacionados con el objeto matemático semejanza de triángulos y, junto con los libros de texto Vamos a Aprender, conformó el corpus documental del presente estudio.

A partir de la caracterización de estas fuentes documentales, se comprende que los recursos educativos no constituyen únicamente materiales de apoyo para la enseñanza, sino también objetos de análisis relevantes dentro de la Educación Matemática, dado que reflejan distintas formas de organizar, presentar y desarrollar los contenidos escolares. En el caso específico de la semejanza de triángulos, resulta pertinente examinar cómo estos recursos estructuran las tareas, los procesos matemáticos y las estrategias didácticas presenten en ellas.

Por esta razón, en la siguiente sección se presentan los referentes conceptuales relacionados con los procesos matemáticos y las categorías de análisis que orientan la presente investigación.

7.3 Definiciones geométricas

La inclusión de estos conceptos y teoremas geométricos dentro del marco conceptual responde a la necesidad de identificar el tipo de conocimiento matemático que puede estar presente en las tareas propuestas en los recursos didácticos analizados. En particular, la semejanza de triángulos involucra relaciones de proporcionalidad, propiedades geométricas y procesos de argumentación que suelen apoyarse en teoremas como el de Thales o el de Pitágoras.

Si bien la presente investigación no tiene como finalidad realizar un tratamiento axiomático o demostraciones formales de los teoremas asociados a la semejanza de triángulos, se presentan los conceptos geométricos fundamentales que sustentan el análisis de las tareas propuestas en los recursos didácticos. Este desarrollo proporciona el referente matemático necesario para interpretar la forma en que dichos conceptos son organizados, representados y analizados.

En este sentido, se adopta como referente la propuesta de Moise y Downs (1986), debido a que presenta una formulación sistemática de los criterios y teoremas fundamentales de la semejanza de triángulos, los cuales constituyen la base conceptual para interpretar el tratamiento didáctico de este contenido en los recursos analizados. De esta manera, los conceptos matemáticos aquí expuestos funcionan como referentes que permiten interpretar el tratamiento dado a la semejanza de triángulos en las tareas propuestas.

7.3.1 Semejanza de Triángulos

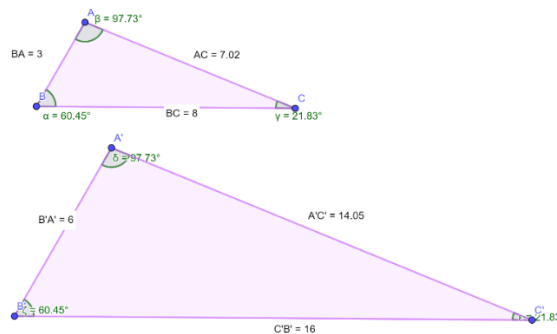
La comprensión de la semejanza de triángulos requiere, en primer lugar, una aproximación al concepto general de semejanza en geometría. En este sentido, resulta pertinente

acudir a la perspectiva desarrollada por Moise y Downs (1986) en *Geometría Moderna*, donde los autores establecen que “dos figuras son semejantes, si tienen exactamente la misma forma, pero no necesariamente el mismo tamaño.” (p.321). Esta noción inicial permite fundamentar el estudio posterior de la semejanza de triángulos, al establecer la idea de modelo a escala y proporcionalidad como elementos centrales en la configuración del objeto matemático.

Otra forma de decirlo es que dos figuras son semejantes cuando una es una versión a escala de la otra. Es decir, en la Figura 21 hay dos triángulos y son semejantes si sus ángulos correspondientes son congruentes.

Figura 16

$\triangle ABC$ y $\triangle A'B'C'$ son semejantes.



Nota. Elaboración propia.

Teniendo una correspondencia de los triángulos $\triangle ABC$ y $\triangle A'B'C'$, Moise y Downs (1986) plantean que, de manera convencional, la letra a representa la longitud del lado opuesto al ángulo A , b del lado opuesto al ángulo B , y así sucesivamente. Cuando los ángulos correspondientes entre dos triángulos son congruentes y sus lados correspondientes guardan una

relación proporcional, es decir, $\frac{AC}{A'C'} = \frac{BA}{B'A'} = \frac{BC}{C'B'}$, se establece una correspondencia de semejanza entre $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$.

La noción de semejanza en geometría se relaciona con desarrollos clásicos retomados posteriormente por distintos autores y tratados geométricos. Aunque en los Elementos de Euclides se establecen fundamentos importantes para la geometría, las conceptualizaciones actuales sobre semejanza de triángulos han sido ampliadas e interpretadas desde desarrollos posteriores de la disciplina. En este sentido, diversos autores han retomado estos principios para explicar las relaciones de proporcionalidad y correspondencia entre figuras geométricas.

Definición de Triángulos semejantes: Dos triángulos son semejantes si existe una correspondencia entre los vértices de tal forma que los ángulos correspondientes son congruentes y los lados correspondientes son proporcionales. Esto significa que $\triangle ABC$ y $\triangle DEF$ son semejantes si se tiene que:

$$\begin{aligned} \checkmark \quad & \angle A \cong \angle D, \angle B \cong \angle E \text{ y } \angle C \cong \angle F \text{ y} \\ \checkmark \quad & \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{CA}{FD} \end{aligned}$$

7.3.2 Teoremas fundamentales de la semejanza

Moise y Downs presentan tres teoremas que establecen los criterios para determinar la semejanza entre dos triángulos: el teorema AAA, el teorema de LAL y el teorema LLL.

El teorema de la semejanza AAA “Sea dada una correspondencia entre dos triángulos. Si los ángulos correspondientes son congruentes, entonces la correspondencia es una semejanza.” Moise y Downs (1986, p. 336).

El teorema de la semejanza LAL “Sea dada una correspondencia entre dos triángulos. Si dos pares de lados correspondientes son proporcionales y los ángulos comprendidos son congruentes, entonces la correspondencia es una semejanza” Moise y Downs (1986, p. 342).

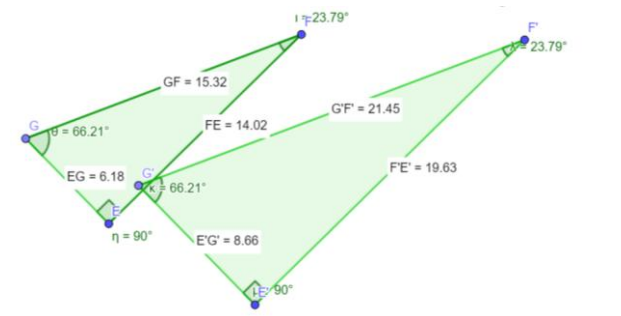
Y el teorema de la semejanza LLL “Se da una correspondencia entre dos triángulos. Si los lados correspondientes son proporcionales, entonces la correspondencia es una semejanza” Moise y Downs (1986, p. 343)

7.3.3 Semejanza de triángulos rectángulos y razones trigonométricas

Y cerramos este capítulo hablando un poco de las razones trigonométricas donde se consideran “dos triángulos rectángulos con un par de ángulos agudos congruentes. Por el corolario AA¹, sabemos que $\triangle ABC$ y $\triangle A'B'C'$ ”. Moise y Downs (1986, p. 353)

Figura 17

Triángulos rectángulos semejantes



Nota. Elaboración propia.

¹ Sea dada una correspondencia entre dos triángulos. Si dos pares de ángulos correspondientes son congruentes, entonces la correspondencia es una semejanza. (Moise & Downs, 1986, p. 337)

7.3.4 Teorema de Thales

Si a tres o más rectas paralelas las intersecan dos transversales, estas forman segmentos proporcionales entre las rectas paralelas. (Sánchez, Pinto, & Páez, 2024, p. 9)

7.4 La semejanza en los documentos curriculares nacionales

Con el propósito de contextualizar el tratamiento curricular de la geometría en la educación básica y media, se revisan los Lineamientos Curriculares (1998), Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2006) y Derechos Básicos de Aprendizaje del Ministerio de Educación Nacional (2016) identificando aquellos aspectos que fundamentan el análisis posterior de la semejanza de triángulos.

Tabla 2

Referentes curriculares relacionados con la enseñanza de la semejanza de triángulos

Documentos curriculares
<i>Lineamientos curriculares (1998)</i>
La geometría tiene un papel fundamental en el desarrollo del pensamiento matemático, ya que permite interpretar y comprender un mundo que posee una naturaleza eminentemente geométrica. Por ende, se considera una herramienta importante para la modelación y para el desarrollo del pensamiento espacial, así como para fortalecer procesos cognitivos del nivel superior y distintas formas de argumentación. Desde esta perspectiva, la enseñanza de la geometría debe centrarse en el desarrollo de la percepción espacial, la comprensión de las propiedades de las figuras bidimensionales y tridimensionales y el análisis de las relaciones que se establecen entre ellas, así como en la identificación de regularidades que permitan formular conjeturas, generalizaciones y resolver problemas desde diferentes enfoques. Asimismo, dentro del pensamiento métrico se busca que los estudiantes comprendan los atributos medibles como la longitud, el área o la capacidad, así como el significado de las unidades y los procesos de medición. En este contexto, los conceptos geométricos también adquieren relevancia, ya que la semejanza de figuras permite realizar mediciones indirectas y establecer relaciones proporcionales entre magnitudes, lo que favorece la ampliación del concepto de número y el desarrollo del pensamiento métrico.

Gran parte de la geometría escolar se ha ocupado del movimiento de figuras geométricas desde una posición a otra, y de movimientos que cambian el tamaño o la forma. El estudio de las transformaciones de figuras ha ido progresivamente primando sobre la presentación formal de la geometría, basada en teoremas y demostraciones y en el método deductivo. La primacía de las figuras muertas y de las relaciones de paralelismo y perpendicularidad de líneas, y las de igualdad o congruencia o semejanza de figuras ocultaron por mucho tiempo el origen activo, dinámico de los conceptos geométricos, y dejaron en la penumbra las transformaciones. (p.40)

De modo que, la geometría constituye un componente fundamental en la formación del pensamiento matemático, ya que favorece el desarrollo del pensamiento espacial, la argumentación y la comprensión de las relaciones entre figuras. Además, el estudio de conceptos como la semejanza permite al escolar analizar y modelar situaciones del entorno, más aún de aplicar estos conocimientos en procesos de medición y resolución de problemas.

Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2006)

La asimilación por parte del escolar del espacio físico y geométrico exige la evaluación de diversas relaciones espaciales entre los cuerpos sólidos y huecos, así como en relación con propios estudiantes; de cada cuerpo sólido o vacío con sus configuraciones y sus caras, aristas y vértices; de las superficies, áreas y figuras planas con sus límites, lados y puntos, donde se enfatizan los procesos de ubicación en relación con sistemas de referencia, y del análisis de lo que varía o permanece en las formas geométricas ante diferentes transformaciones.

El trabajo con objetos bidimensionales y tridimensionales y sus movimientos y transformaciones permite integrar nociones sobre volumen, área y perímetro, lo cual a su vez posibilita conexiones con los sistemas métricos o de medida y con las nociones de simetría, semejanza y congruencia. (p.62)

<i>Primero a tercero</i>	✓ Reconozco congruencia y semejanza entre figuras (ampliar y reducir). ✓ Dibujo y describo cuerpos o figuras tridimensionales en distintas posiciones y tamaños.
<i>Cuarto a quinto</i>	✓ Identifico y justifico relaciones de congruencia y semejanza entre figuras.
<i>Sexto a séptimo</i>	✓ Predigo y comparo los resultados de aplicar transformaciones rígidas y homotecias sobre figuras bidimensionales en situaciones matemáticas y en el arte. ✓ Resuelvo y formulo problemas que involucren relaciones y propiedades de semejanza y congruencia usando representaciones visuales.
<i>Octavo a noveno</i>	✓ Conjeturo y verifico propiedades de congruencias y semejanzas de figuras bidimensionales y entre objetos tridimensionales en la solución de problemas. ✓ Reconozco y contrasto propiedades y relaciones geométricas utilizadas en demostración de teoremas básicos. ✓ Aplico y justifico criterios de congruencia y semejanza entre triángulos en la resolución y formulación de problemas.

La semejanza de figuras se desarrolla de manera progresiva a lo largo de la educación. Desde los primeros grados, los estudiantes comienzan reconociendo figuras semejantes mediante ampliaciones y reducciones, luego identifican y justifican estas relaciones, y consecutivamente aplican transformaciones y resuelven problemas que involucran semejanza. Posteriormente, en los grados octavo y noveno, donde es el grado fundamental de este objeto matemático, los estudiantes deben ser capaces de conjeturar, verificar y aplicar criterios de semejanza entre triángulos para resolver y justificar problemas geométricos.

Derechos Básicos de Aprendizaje (2016)

Grado	Enunciado	Evidencias	Ejemplo
-------	-----------	------------	---------

1°	Compara objetos del entorno y establece semejanzas y diferencias empleando características geométricas de las formas bidimensionales y tridimensionales (curvo o recto, abierto o cerrado, plano o sólido, número de lados, número de caras, entre otros).	✓ Crea, compone y descompone formas bidimensionales y tridimensionales para ello utiliza plastilina, papel, palitos, cajas, etc. ✓ Describe de forma verbal las cualidades y propiedades de un objeto relativas a su forma. ✓ Agrupa objetos de su entorno de acuerdo con las semejanzas y las diferencias en la forma y en el tamaño y explica el criterio que utiliza. Por ejemplo, si el objeto es redondo, si tiene puntas, entre otras características. ✓ Identifica objetos a partir de las descripciones verbales que hacen de sus características geométricas.	A partir de la construcción de títeres con material reciclable y de la configuración de objetos, relaciona las formas y cuerpos geométricos y encuentra características similares y diferentes entre la forma de las figuras y los sólidos que los componen.
4°	Identifica los movimientos realizados a una figura en el plano respecto a una posición o eje (rotación, traslación y simetría) y las modificaciones que pueden sufrir las formas (ampliación-reducción.)	✓ Aplica movimientos a figuras en el plano. ✓ Diferencia los efectos de ampliación y la reducción. ✓ Elabora argumentos referentes a las modificaciones que sufre una imagen al ampliarla o reducirla.	La familia de Francisco estuvo de vacaciones en la finca de los abuelos. Para guardar un recuerdo, tomaron una fotografía del lugar. Francisco quiere poner la fotografía en su habitación para recordar sus vacaciones, pero debe disminuir el tamaño de la imagen.
6°	Representa y construye formas bidimensionales y tridimensionales con el apoyo en	✓ Diferencia las propiedades geométricas de las figuras y cuerpos geométricos.	Los productos de la industria son envasados en diferentes materiales: cartón, vidrio, plástico, metal y diferentes formas. A partir de las condiciones reales identifica las formas

	instrumentos de medida apropiados.	✓ Identifica los elementos que componen las figuras y cuerpos geométricos. ✓ Describe las congruencias y semejanzas en figuras bidimensionales y tridimensionales. ✓ Estima áreas y volúmenes de figuras y cuerpos geométricos. ✓ Construye cuerpos geométricos con el apoyo de instrumentos de medida adecuados.	volumétricas que los constituyen, construye representaciones semejantes para configurar sus desarrollos geométricos y estima la cantidad de material necesario para su fabricación. Compara la información sobre volumen y peso que aparece en algunos empaques y establece relaciones entre ellas.
6°	Reconoce el plano cartesiano como un sistema bidimensional que permite ubicar puntos como sistema de referencia gráfico o geográfico.	✓ Localiza, describe y representa la posición y la trayectoria de un objeto en un plano cartesiano. ✓ Identifica e interpreta la semejanza de dos figuras al realizar rotaciones, ampliaciones y reducciones de formas bidimensionales en el plano cartesiano.	Elabora diseños de bisutería artesanal para crear diferentes pulseras con diversos materiales. Utiliza el plano cartesiano para identificar patrones y los expresa como parejas ordenadas y modifica estos patrones para producir nuevos modelos.
8°	Identifica relaciones de congruencia y semejanza entre las formas geométricas que configuran el diseño de un objeto.	✓ Utiliza criterios para argumentar la congruencia de dos triángulos. ✓ Discrimina casos de semejanza de triángulos en situaciones diversas. ✓ Resuelve problemas que implican aplicación de los criterios de semejanza.	Las grandes empresas invierten en el diseño de la imagen corporativa que los representa. Por ejemplo, en sus logotipos o iconos que los diferencian en el mercado. Las empresas buscan que los símbolos además de sencillos sean inconfundibles, para que las personas siempre los distingan entre las demás marcas.

		✓ Compara figuras y argumenta la posibilidad de ser congruente o semejantes entre sí.	
8°	Identifica regularidades y argumenta propiedades de figuras geométricas a partir de teoremas y las aplica en situaciones reales.	✓ Describe teoremas y argumenta su validez a través de diferentes recursos. (Software tangram, papel, entre otros). ✓ Argumenta la relación pitagórica por medio de construcción al utilizar material concreto. ✓ Reconoce relaciones geométricas al utilizar el teorema de Pitágoras y Thales, entre otros. ✓ Aplica el teorema de Pitágoras para calcular la medida de cualquier lado de un triángulo rectángulo. ✓ Resuelve teoremas utilizando teoremas básicos.	A partir de los rompecabezas, Explicar regularidades y propiedades que siempre sientan al variar los elementos de la construcción geométrica del teorema de Pitágoras, hasta llegar a su generalización por medio de diferentes expresiones. Con el apoyo de software, verifica la generalidad del teorema de Pitágoras con triángulos cuadrados y formas de diferentes tamaños.
9°	Utiliza teoremas, propiedades y relaciones geométricas (teorema de Thales y el teorema de Pitágoras) para proponer y justificar estrategias de medición y cálculo de longitudes.	✓ Describe y justifica procesos de medición de longitudes. ✓ Explica propiedades de figuras geométricas que se involucran en los procesos de medición. ✓ Justifica procedimientos de medición a partir del Teorema de Thales, Teorema de	Camila observa un ave en un árbol y desea determinar la altura a la que se encuentra. Para ello utiliza una escuadra isósceles y un pitillo. Además, en uno de los extremos ata un pedazo de hilo con un objeto que actúa como plomada.

		Pitágoras y relaciones intra e interfigurales. ✓ Valida la precisión de instrumentos para medir longitudes. ✓ Propone alternativas para estimar y medir con precisión diferentes magnitudes.	
9°	Conjetura acerca de las regularidades de las formas bidimensionales y tridimensionales y realiza inferencias a partir de los criterios de semejanza, congruencia y teoremas básicos.	✓ Reconoce regularidades en formas bidimensionales y tridimensionales. ✓ Explica criterios de semejanza y congruencia a partir del teorema de Thales. ✓ Compara figuras geométricas y conjetura sobre posibles regularidades. ✓ Redacta y argumenta procesos llevados a cabo para resolver situaciones de semejanza y congruencia de figuras.	Describe situaciones reales que puedan representarse con las figuras que se presentan a continuación. Problematisa las situaciones y las resuelve con el apoyo del teorema de Thales.
En los DBA se evidencia que el desarrollo del pensamiento espacial y, particularmente, las ideas relacionadas con la semejanza de figuras, se aborda de manera progresiva a lo largo de la educación básica. En los primeros grados, se promueve la identificación, comparación y descripción de figuras bidimensionales y de cuerpos geométricos tridimensionales a partir de sus características geométricas, lo cual permite que el niño o niña reconozca semejanzas y diferencias entre su entorno. Posteriormente, en grado cuarto, se introducen las transformaciones geométricas como rotaciones, traslaciones, simetrías, ampliaciones y reducciones, que componen una base conceptual para comprender la semejanza de figuras geométricas.			

En grados sexto, se fortalecen estas ideas mediante la construcción y representación de figuras, el análisis de sus propiedades y el reconocimiento de relaciones de congruencia y semejanza. En grado octavo, el estudio se formaliza al trabajar directamente con criterios de congruencia y semejanza de triángulos, y en grado noveno, estos conocimientos se consolidan mediante el uso de teoremas tales como el de Pitágoras y Thales, que permiten justificar procesos de medición, formular conjeturas y argumentar propiedades relacionadas con este objeto matemático.

En conclusión, los DBA muestran que el aprendizaje de la semejanza a pesar de que no se ve en todos los grados, construya gradualmente desde la observación y comparación de formas incluso la formalización y argumentación matemática, donde favorece el desarrollo del pensamiento espacial y la resolución de problemas en contextos reales.

Nota. Elaboración propia basada en los documentos curriculares de Colombia.

A partir de esta revisión que se observa en la *Tabla 2*, se decide realizar el análisis de texto en los grados octavo y noveno.

8. Análisis de los recursos

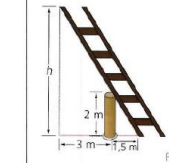
A continuación, se presentan los resultados del análisis realizado a la totalidad de los recursos que conforman la muestra de estudio, mediante la aplicación de las rejillas de análisis previamente diseñadas. Con el fin de facilitar la lectura y la comprensión de los hallazgos, este capítulo se presentan algunas tareas representativas seleccionadas por su capacidad para ilustrar las categorías de análisis establecidas en la investigación. El análisis completo de las 55 tareas puede consultarse en los anexos, donde se encuentra el registro detallado de cada uno de los recursos analizados.

8.1 Análisis del recurso didáctico, Libro de Texto Vamos a Aprender

Tabla 3

Análisis tarea 1 Vamos a Aprender

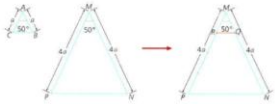
Fuente documental	Vamos a Aprender			Portal Colombia Aprende	
Cita	2017	Ministerio de Educación Nacional		página 82	
Nivel educativo	Octavo			Noveno	
Tipo de recurso	Texto escolar	Guía didáctica	Libro de texto	Manual escolar	
Procesos	Razonamiento y argumentación		Comunicación, representación y modelación		Planteamiento y resolución de problemas
Contexto	De las mismas matemáticas	De la vida diaria	De las otras ciencias	Semirrealidad	
Intención de la tarea	Reconocer triángulos semejantes	Usar teoremas		Definir semejanza de triángulos	
		Teorema de Thales	Teorema de Pitágoras		
Conocimientos previos	Triángulos semejantes, ecuaciones				
Descripción	La tarea presenta una situación contextualizada en la que un obrero apoya una escalera sobre una pared, utilizando un palo de 2m como soporte intermedio. A partir de la figura, se modela la situación mediante un triángulo rectángulo, donde se relacionan las distancias horizontales y la altura que alcanza la				

	escalera. El propósito es determinar la altura h de la escalera respecto al suelo, utilizando relaciones de proporcionalidad o semejanza de triángulos.
<i>Ejemplo</i>	Analiza Un obrero apoya una escalera sobre una pared y atraviesa un palo de 2 m para ayudarla a sostener. La situación se modela en la Figura 3.35.  Figura 3.35 • ¿A qué altura está el borde superior de la escalera del piso? Conoce Para hallar h se establece la siguiente proporción: $\frac{1,5}{2} = \frac{4,5}{h} \Rightarrow h = 6 \text{ m}$ Por lo tanto, el borde superior de la escalera está a 6 m del piso. El teorema de Tales es un importante enunciado en el que se afirma lo siguiente: Si tres o más rectas paralelas son cortadas por dos rectas transversales, entonces los segmentos de las transversales, determinados por las paralelas, son proporcionales.
<i>¿Cómo resuelve el problema el autor?</i>	Los autores del libro de texto resuelven esta tarea aplicando el teorema de Tales, a partir de la relación de proporcionalidad entre los segmentos formados por rectas paralelas y una transversal. Primero identifica en la figura los segmentos correspondientes: la distancia horizontal de 1,5 m asociada a la altura del palo 2 m y la distancia total de 4,5 m asociada a la altura total de h de la escalera. Luego establece una proporción entre esos valores. $\frac{1,5}{2} = \frac{4,5}{h}$ A partir de esta relación, despeja h y obtiene como resultado 6 m concluyendo que el borde superior de la escalera se encuentra a 6 metros del piso.

Nota. Elaboración propia.

Tabla 4

Análisis tarea 2 Vamos a Aprender

Fuente documental	Vamos a Aprender		Portal Colombia Aprende	
Cita	2017	Ministerio de Educación Nacional		página 128
Nivel educativo	Octavo		Noveno	
Tipo de recurso	Texto escolar	Guía didáctica	Libro de texto	Manual escolar
Procesos	Razonamiento y argumentación		Comunicación, representación y modelación	Planteamiento y resolución de problemas
Contexto	De las mismas matemáticas	De la vida diaria	De las otras ciencias	Semirrealidad
Intención de la tarea	Reconocer triángulos semejantes	Usar teoremas		Definir semejanza de triángulos
		Teorema de Tales	Teorema de Pitágoras	
Conocimientos previos	Medida de ángulos, tipo de triángulos, construcción geométrica.			
Descripción	La tarea presenta 2 triángulos isósceles y plantea demostrar que son semejantes a partir de 2 condiciones: que el ángulo desigual mide 50° y que los lados congruentes guardan una relación de 4 a 1. La situación se apoya en una representación gráfica donde se comparan ambos triángulos y se propone una construcción auxiliar en triángulo <i>MPN</i> para verificar la semejanza.			
Ejemplo	Ejemplo 3 Observa cómo se prueba que: si el ángulo desigual de los dos triángulos isósceles de la Figura 4.119 mide 50° y los lados congruentes se encuentran en una relación de 4 a 1, los dos triángulos son semejantes.  Figura 4.119 Para determinar si estos triángulos son semejantes, se dibuja en el triángulo más grande un nuevo triángulo tomando la cuarta parte de uno de los lados iguales y trazando una paralela al lado desigual. Por el teorema de Tales, los triángulos <i>MQR</i> y <i>MNP</i> son semejantes y los lados correspondientes son proporcionales. Se conserva la proporción, por lo que los triángulos coinciden y, por tanto, son semejantes.			
¿Cómo resuelve el problema el autor?	Se reconoce que ambos triángulos son isósceles, tienen un ángulo desigual de 50° y que sus lados correspondientes están en proporción 4: 1. El triángulo <i>MNP</i> . Se construye. Un triángulo <i>ABC</i> , tomando la cuarta parte de uno de los lados congruentes. Y se traza una recta paralela al lado desigual. La recta paralela genera segmentos proporcionales, lo que permite afirmar que los triángulos <i>MQR</i> y <i>MNP</i> son semejantes.			

Nota. Elaboración propia.

8.2 Análisis del recurso didáctico, Portal Colombia Aprende

Tabla 5

Análisis tarea 3 Portal Colombia Aprende

Fuente documental	Vamos a Aprender			Portal Colombia Aprende	
Cita	s.f	Ministerio de Educación Nacional		Enlace	
Nivel educativo	Octavo			Noveno	
Tipo de recurso	Texto escolar	Guía didáctica	Libro de texto		Manual escolar
Procesos	Razonamiento y argumentación		Comunicación, representación y modelación		Planteamiento y resolución de problemas
Contexto	De las mismas matemáticas	De la vida diaria		De las otras ciencias	Semirrealidad
Intención de la tarea	Reconocer triángulos semejantes	Usar teoremas			Definir semejanza de triángulos
		Teorema de Thales		Teorema de Pitágoras	
Conocimientos previos	Proporcionalidad, operaciones básicas, noción de semejanza.				
Descripción	La tarea presenta una situación en la que el estudiante debe comparar una figura original con su fotocopia, midiendo las longitudes de sus lados mediante el uso de una regla. Después se le solicita al escolar que realice la razón entre pares de lados correspondientes y analizar la relación entre dichas razones.				
	No obstante, la tarea no indica el factor de escala ni orienta de manera directa hacia la formalización del concepto de semejanza.				
	Asimismo, la figura no presenta puntos, vértices ni nombres ($A, B, C, \dots$) esto dificulta la referencia precisa a los lados correspondientes y limita el uso de lenguaje matemático. Genera ambigüedad al momento de responder “este lado”, “el de arriba” etc.				
	En la tarea se indica “dos pares de lados correspondientes cualquiera”, pero, no se han definido explícitamente cuáles son los lados correspondientes. Se pide medir con regla, pero las medidas ya están dadas y son proporcionales en todos los casos. Esto puede llevar a respuestas mecánicas sin comprensión real o a una confusión si el estudiante no identifica correctamente la correspondencia.				

Ejemplo	1. Observa la imagen original y su fotocopia, halla la medida de sus lados utilizando una regla. Luego, completa. Original 5 cm 5 cm 4 cm 4 cm 4 cm Fotocopia 7,5 cm 7,5 cm 6 cm 6 cm 6 cm Figura 3 ► Escribe la razón entre las medidas de dos pares de lados correspondientes cualquiera. Luego, contesta. Razón: Compara las razones, ¿qué puedes concluir ?
¿Cómo resuelve el problema el autor?	La tarea no presenta una resolución explícita por parte del autor; sin embargo, las condiciones dadas orientan de manera directa al resultado esperado.

Nota. Elaboración propia.

Nota. Elaboración propia.

Tabla 6

Análisis tarea 4 Portal Colombia Aprende

Fuente documental	Vamos a Aprender		Portal Colombia Aprende	
Cita	s.f	Ministerio de Educación Nacional		Enlace
Nivel educativo	Octavo		Noveno	
Tipo de recurso	Texto escolar	Guía didáctica	Libro de texto	Manual escolar
Procesos	Razonamiento y argumentación	Comunicación, representación y modelación		Planteamiento y resolución de problemas
Contexto	De las mismas matemáticas	De la vida diaria	De las otras ciencias	Semirrealidad
Intención de la tarea	Reconocer triángulos semejantes	Usar teoremas		Definir semejanza de triángulos
		Teorema de Thales	Teorema de Pitágoras	
Conocimientos previos	Triángulos, noción de semejanza.			
Descripción	La tarea propone completar una tabla con los criterios de semejanza de triángulos (AA, LLL y LAL) a partir de la información estudiada previamente en un recurso interactivo. Los estudiantes deben identificar y comprender las condiciones que definen cada criterio, completando enunciados incompletos con conceptos clave como ángulos congruentes, lados proporcionales y correspondencia entre elementos. Posteriormente, se solicita representar cada criterio mediante un dibujo, lo que implica trasladar la comprensión teórica a una representación gráfica. Las respuestas son guiadas, lo cual no implica mayor esfuerzo por parte del estudiante para argumentar.			

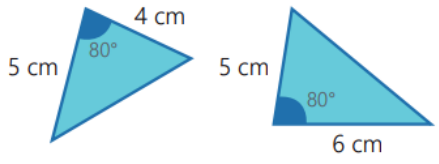
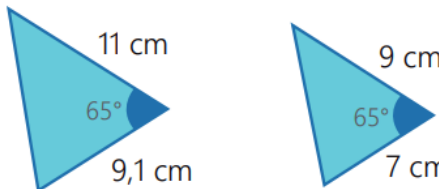
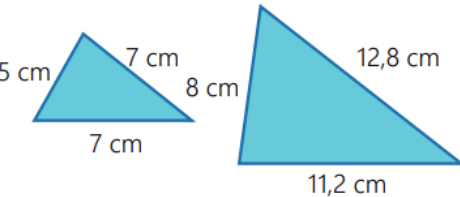
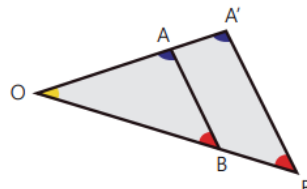
Ejemplo	4. Completa la siguiente tabla con los criterios de semejanza de triángulos de acuerdo con lo visto en el recurso interactivo. Luego, dibuja un ejemplo que represente cada criterio. <table><tr><th>Criterio _____</th><th>Criterio _____</th><th>Criterio _____</th></tr><tr><td>1. El criterio conocido como AA (ángulo – _____), significa que si dos _____ tienen _____ medida en dos de sus ángulos correspondientes, entonces son triángulos _____.</td><td>2. El criterio conocido como LLL (lado – lado – lado), significa que si _____ triángulos tienen _____ proporcionales entre sus _____ pares de lados correspondientes, entonces los _____ son semejantes.</td><td>3. El criterio conocido como LAL (lado – ángulo – lado), significa que si dos _____ tienen medidas proporcionales en dos de sus lados correspondientes y los ángulos que se _____ con estos dos _____ tienen la misma medida, entonces los triángulos son _____.</td></tr><tr><td>Ejemplo:</td><td>Ejemplo:</td><td>Ejemplo:</td></tr></table>	Criterio _____	Criterio _____	Criterio _____	1. El criterio conocido como AA (ángulo – _____), significa que si dos _____ tienen _____ medida en dos de sus ángulos correspondientes, entonces son triángulos _____.	2. El criterio conocido como LLL (lado – lado – lado), significa que si _____ triángulos tienen _____ proporcionales entre sus _____ pares de lados correspondientes, entonces los _____ son semejantes.	3. El criterio conocido como LAL (lado – ángulo – lado), significa que si dos _____ tienen medidas proporcionales en dos de sus lados correspondientes y los ángulos que se _____ con estos dos _____ tienen la misma medida, entonces los triángulos son _____.	Ejemplo:	Ejemplo:	Ejemplo:
Criterio _____	Criterio _____	Criterio _____								
1. El criterio conocido como AA (ángulo – _____), significa que si dos _____ tienen _____ medida en dos de sus ángulos correspondientes, entonces son triángulos _____.	2. El criterio conocido como LLL (lado – lado – lado), significa que si _____ triángulos tienen _____ proporcionales entre sus _____ pares de lados correspondientes, entonces los _____ son semejantes.	3. El criterio conocido como LAL (lado – ángulo – lado), significa que si dos _____ tienen medidas proporcionales en dos de sus lados correspondientes y los ángulos que se _____ con estos dos _____ tienen la misma medida, entonces los triángulos son _____.								
Ejemplo:	Ejemplo:	Ejemplo:								
¿Cómo resuelve el problema el autor?	Los autores del libro de texto no resuelven esta tarea, pero propone implícitamente que complete los espacios en blanco según un recurso interactivo.									

Nota. Elaboración propia.

Tabla 7

Análisis tarea 5 Portal Colombia Aprende

Fuente documental	Vamos a Aprender		Portal Colombia Aprende	
Cita	s.f	Ministerio de Educación Nacional		Enlace
Nivel educativo	Octavo		Noveno	
Tipo de recurso	Texto escolar	Guía didáctica	Libro de texto	Manual escolar
Procesos	Razonamiento y argumentación	Comunicación, representación y modelación		Planteamiento y resolución de problemas
Contexto	De las mismas matemáticas	De la vida diaria	De las otras ciencias	Semirrealidad
Intención de la tarea	Reconocer triángulos semejantes	Usar teoremas		Definir semejanza de triángulos
		Teorema de Thales	Teorema de Pitágoras	
Conocimientos previos	Triángulos semejantes, criterios de semejanza, proporcionalidad.			
Descripción	La tarea propone que el estudiante haga un análisis de diferentes pares de triángulos con el propósito de determinar si son semejantes, solicitando al estudiante justificar su respuesta mediante la aplicación de criterios de semejanza. En cada caso se presentan datos como medidas de lados y amplitudes de ángulos, lo cual permite establecer relaciones entre los elementos correspondientes de las figuras. Sin embargo, en esta tarea también se evidencia que los triángulos no tienen vértices nombrados, lo que dificulta la referencia precisa de lados y ángulos y limita el uso del lenguaje matemático adecuado en la justificación. Tampoco se identifican los elementos de cada triángulo, lo que puede generar confusión al momento de establecer correspondencias entre lados y ángulos. Por ejemplo, en la figura del ítem <i>d</i> no se incluyen marcas que indiquen relaciones geométricas como paralelismo, lo que dificulta la identificación de ángulos correspondientes o relaciones necesarias para aplicar criterios de semejanza. Y, por último, el escolar al intentar verificar la semejanza puede calcular las razones entre lados correspondientes. Sin embargo, debido a errores en la identificación de correspondencias en los cálculos se puede obtener cocientes distintos.			

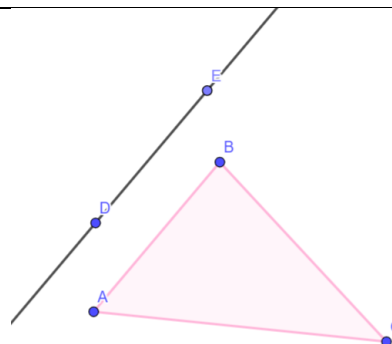
<i>Ejemplo</i>	2. Determina si los siguientes triángulos son semejantes. Justifica tu respuesta aplicando algún criterio visto y menciónalo. a.  Figura 29 b.  Figura 30 c.  Figura 31 d.  Figura 32
¿Cómo resuelve el problema el autor?	Los autores no presentan una resolución explícita de la tarea.

Nota. Elaboración propia.

Tabla 8

Análisis tarea 6 Portal Colombia Aprende

Fuente documental	Vamos a Aprender		Portal Colombia Aprende	
Cita	s.f.	Ministerio de Educación Nacional		Enlace
Nivel educativo	Octavo		Noveno	
Tipo de recurso	Texto escolar	Guía didáctica	Libro de texto	Manual escolar
Procesos	Razonamiento y argumentación	Comunicación, representación y modelación		Planteamiento y resolución de problemas
Contexto	De las mismas matemáticas	De la vida diaria	De las otras ciencias	Semirrealidad
Intención de la tarea	Reconocer triángulos semejantes	Usar teoremas		Definir semejanza de triángulos
		Teorema de Thales	Teorema de Pitágoras	
Conocimientos previos	Diferentes tipos de triángulos, rectas paralelas, noción de semejanza.			
Descripción	La tarea propone que el estudiante lea el enunciado del primer Teorema de Thales y lo explique con sus propias palabras, complementado su comprensión mediante la elaboración de un dibujo que represente la situación descrita. Además, se invita a socializar la explicación con sus compañeros, promoviendo un intercambio de ideas. En primer lugar, hay anomalías en el enunciado del primer teorema de Thales, habla de trazar una línea, en geometría no existen las líneas, son segmentos o rectas, línea no tendría sentido. Dice que se traza a cualquiera de sus lados y que ésta debe ser paralela, tampoco indica que la recta debe intersectar alguno de los lados del triángulo. Entonces, el escolar puede tener esta interpretación y dibujar:			



Sea el triángulo ABC y $\overline{DE} \parallel \overline{AB}$. Cumple la condición, se trazó una recta paralela a cualquiera de los lados del triángulo y aun así no hay triángulos semejantes. Siento que desde la escuela debemos propiciar el manejo del lenguaje matemático para evitar este tipo de ambigüedades y nombrar las figuras geométricas por su nombre correcto.

Por otro lado, la guía le pide al escolar que lo explique con sus palabras, pero no se indica qué debe concluir, no hay preguntas orientadoras por lo que el estudiante puede copiar el enunciado o hacer explicaciones vagas. En el dibujo no se especifica qué elementos deben aparecer o evidenciar el dibujo.

Ejemplo

1. Lee con atención el **primer teorema de Tales**. Explicalo con tus palabras, haz un dibujo que apoye tu explicación y socialízalo con tus compañeros.

Primer teorema de Tales: Si en un triángulo se traza una línea paralela a cualquiera de sus lados, se obtiene un triángulo que es semejante al triángulo dado.

Explicación:

Dibujo de apoyo:

¿Cómo resuelve el problema el autor?

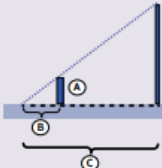
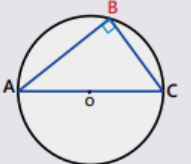
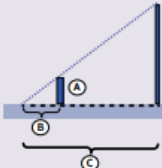
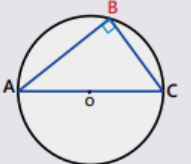
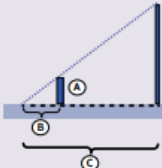
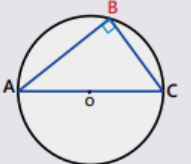
Los autores no presentan un procedimiento paso a paso, propone una tarea abierta en la que el estudiante debe interpretar y representar el teorema de Tales.

Nota. Elaboración propia.

Tabla 9

Análisis tarea 7 Portal Colombia Aprende

Fuente documental	Vamos a Aprender			Portal Colombia Aprende	
Cita	s.f.	Ministerio de Educación Nacional		Enlace	
Nivel educativo	Octavo			Noveno	
Tipo de recurso	Texto escolar	Guía didáctica	Libro de texto		Manual escolar
Procesos	Razonamiento y argumentación		Comunicación, representación y modelación		Planteamiento y resolución de problemas
Contexto	De las mismas matemáticas	De la vida diaria		De las otras ciencias	Semirrealidad
Intención de la tarea	Reconocer triángulos semejantes	Usar teoremas			Definir semejanza de triángulos
		Teorema de Thales	Teorema de Pitágoras		
Conocimientos previos	Primer y segundo teorema de Thales, semejanza de triángulos, triángulo rectángulo.				
Descripción	La tarea propone que el estudiante compare el primer y segundo teorema de Thales a partir de sus representaciones gráficas y enunciados, con el fin de identificar sus diferencias. Por otra parte, se siguen encontrando errores en el lenguaje matemático que usa el autor. Le llaman líneas a las rectas o segmentos, en la representación gráfica no están las marcas de paralelismo; hablan de trazar una recta a cualquiera de los lados del triángulo, pero no indica que la recta debe intersectar el triángulo.				

Ejemplo	8. Compara los dos teoremas de Tales y completa la siguiente tabla.									
	<table><tr><th>Representación gráfica del teorema</th><th>Teorema</th><th>Diferencias</th></tr><tr><td></td><td>Primer teorema de Tales: Si en un triángulo se traza una línea paralela a cualquiera de sus lados, se obtiene un triángulo que es semejante al triángulo dado.</td><td></td></tr><tr><td></td><td>Segundo teorema de Tales: Sea B un punto cualquiera de la circunferencia de diámetro AC, distinto de A y de C, entonces el triángulo ABC, es un triángulo rectángulo</td><td></td></tr></table>	Representación gráfica del teorema	Teorema	Diferencias		Primer teorema de Tales: Si en un triángulo se traza una línea paralela a cualquiera de sus lados, se obtiene un triángulo que es semejante al triángulo dado.			Segundo teorema de Tales: Sea B un punto cualquiera de la circunferencia de diámetro AC, distinto de A y de C, entonces el triángulo ABC, es un triángulo rectángulo	
Representación gráfica del teorema	Teorema	Diferencias								
	Primer teorema de Tales: Si en un triángulo se traza una línea paralela a cualquiera de sus lados, se obtiene un triángulo que es semejante al triángulo dado.									
	Segundo teorema de Tales: Sea B un punto cualquiera de la circunferencia de diámetro AC, distinto de A y de C, entonces el triángulo ABC, es un triángulo rectángulo									
¿Cómo resuelve el problema el autor?	No hay resolución paso a paso.									

Nota. Elaboración propia.

Tabla 10

Análisis tarea 8 Portal Colombia Aprende

Fuente documental	Vamos a Aprender		Portal Colombia Aprende	
Cita	s.f.	Ministerio de Educación Nacional		Enlace
Nivel educativo	Octavo		Noveno	
Tipo de recurso	Texto escolar	Guía didáctica	Libro de texto	Manual escolar
Procesos	Razonamiento y argumentación	Comunicación, representación y modelación		Planteamiento y resolución de problemas
Contexto	De las mismas matemáticas	De la vida diaria	De las otras ciencias	Semirrealidad
Intención de la tarea	Reconocer triángulos semejantes	Usar teoremas		Definir semejanza de triángulos
		Teorema de Thales	Teorema de Pitágoras	
Conocimientos previos	Teorema de Thales, rectas paralelas y transversales, triángulos semejantes.			
Descripción	La tarea propone que los estudiantes escriban con sus propias palabras los teoremas de Thales de Mileto, a partir de lo trabajado previamente, y elaboren un dibujo que los represente. Para ello, deben interpretar y reformular los enunciados, identificando sus elementos clave como rectas paralelas, transversales y relaciones de proporcionalidad. Sin embargo, la tarea muestra una imprecisión en la redacción, al pedir escribir “con sus palabras” los estudiantes pueden formular definiciones incompletas o incorrectas del teorema. También, los dibujos pueden no reflejar correctamente las condiciones del teorema y la tarea puede llevar el aprendizaje memorístico ya que algunos pueden copiar o repetir sin comprender el significado del teorema.			

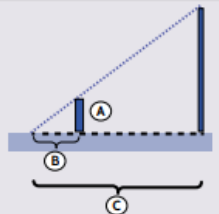
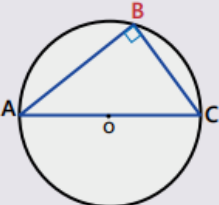
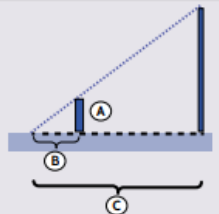
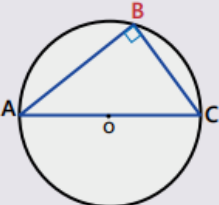
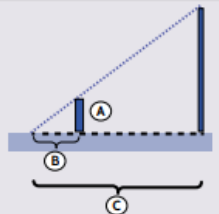
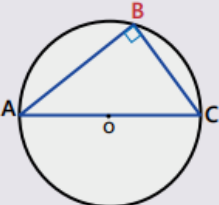
Ejemplo	1. Escribe con tus palabras los teoremas de Tales. Luego, realiza un dibujo representativo y socialízalo con tus compañeros. <table><tr><th>#</th><th>Teorema de Tales de Mileto</th><th>Dibujo</th></tr><tr><td>1</td><td></td><td></td></tr><tr><td>2</td><td></td><td></td></tr></table>	#	Teorema de Tales de Mileto	Dibujo	1			2		
#	Teorema de Tales de Mileto	Dibujo								
1										
2										
¿Cómo resuelve el problema el autor?	Los autores no presentan una solución.									

Nota. Elaboración propia.

Tabla 11

Análisis tarea 9 Portal Colombia Aprende

Fuente documental	Vamos a Aprender		Portal Colombia Aprende	
Cita	s.f.	Ministerio de Educación Nacional		Enlace
Nivel educativo	Octavo		Noveno	
Tipo de recurso	Texto escolar	Guía didáctica	Libro de texto	Manual escolar
Procesos	Razonamiento y argumentación	Comunicación, representación y modelación		Planteamiento y resolución de problemas
Contexto	De las mismas matemáticas	De la vida diaria	De las otras ciencias	Semirrealidad
Intención de la tarea	Reconocer triángulos semejantes	Usar teoremas		Definir semejanza de triángulos
		Teorema de Thales	Teorema de Pitágoras	
Conocimientos previos	Semejanza de triángulos y teorema de Thales.			
Descripción	La tarea solicita al escolar que compare sus propias definiciones con las que presenta la tarea. Sin embargo, es paradójico esta tarea ya que, anteriormente ya se había presentado e incluso antes de pedirle al estudiante que formula su definición. Por ende, puede llevar a respuestas muy superficiales; la tarea no pide similitudes, solo diferencias.			

<i>Ejemplo</i>	2. Compara tus definiciones con las propuestas a continuación. <table border="1"> <thead> <tr> <th data-bbox="661 264 997 349">Representación gráfica del teorema</th><th data-bbox="997 264 1766 349">Teorema</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="661 349 997 576">  </td><td data-bbox="997 349 1766 576"> Primer teorema de Tales: Si en un triángulo se traza una línea paralela a cualquiera de sus lados, se obtiene un triángulo que es semejante al triángulo dado. </td></tr> <tr> <td data-bbox="661 576 997 797">  </td><td data-bbox="997 576 1766 797"> Segundo teorema de Tales: Sea B un punto cualquiera de la circunferencia de diámetro AC, distinto de A y de C, entonces el triángulo ABC, es un triángulo rectángulo </td></tr> </tbody> </table>	Representación gráfica del teorema	Teorema		Primer teorema de Tales: Si en un triángulo se traza una línea paralela a cualquiera de sus lados, se obtiene un triángulo que es semejante al triángulo dado.		Segundo teorema de Tales: Sea B un punto cualquiera de la circunferencia de diámetro AC, distinto de A y de C, entonces el triángulo ABC, es un triángulo rectángulo
Representación gráfica del teorema	Teorema						
	Primer teorema de Tales: Si en un triángulo se traza una línea paralela a cualquiera de sus lados, se obtiene un triángulo que es semejante al triángulo dado.						
	Segundo teorema de Tales: Sea B un punto cualquiera de la circunferencia de diámetro AC, distinto de A y de C, entonces el triángulo ABC, es un triángulo rectángulo						
¿Cómo resuelve el problema el autor?	El autor no lo resuelve.						

Nota. Elaboración propia.

9. Resultados

El análisis de las tareas se realizó aplicando la rejilla de análisis descrita en el capítulo metodológico. La clasificación de cada tarea en los diferentes procesos matemáticos obedeció al proceso predominante que demandaba su resolución, de acuerdo con los criterios definidos para razonamiento y argumentación, comunicación, representación y modelación, y planteamiento y resolución de problemas. A partir de esta clasificación se analizó el tratamiento de la semejanza de triángulos en los recursos didácticos seleccionados.

Para empezar, se analizó la estructura de los contenidos presentes en los recursos seleccionados. En los libros de texto revisados se observó que los temas relacionados con la semejanza de triángulos aparecen organizados siguiendo la secuencia propuesta en los lineamientos curriculares y los estándares básicos de competencias. Por ejemplo, antes de abordar la semejanza se desarrollan contenidos asociados a proporcionalidad, razones y relaciones geométricas. Por su parte, las guías del *Portal Colombia Aprende* presentan una estructura más uniforme, compuesta por una introducción en la que se contextualiza el objeto matemático de estudio, una serie de tareas para su desarrollo y aplicación, y apartados finales de síntesis y refuerzo de los contenidos trabajados.

A partir de este análisis se identificaron las características de las tareas propuestas, los procesos matemáticos involucrados y las posibles dificultades presentes en los enunciados y representaciones utilizadas. Asimismo, se reconocieron aspectos relacionados con la forma en que se aborda la enseñanza del teorema de Thales y la construcción del pensamiento geométrico en ambos recursos didácticos.

De acuerdo con los criterios establecidos en la metodología, cada tarea fue clasificada según el proceso matemático predominante que demandaba su resolución. En consecuencia, se

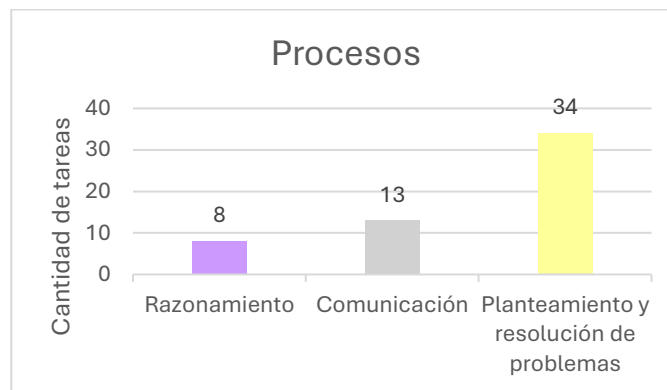
consideraron tareas de razonamiento y argumentación aquellas que exigían justificar procedimientos, establecer relaciones geométricas, formular conjeturas o justificar las respuestas; tareas de comunicación, representación y modelación aquellas que requerían interpretar información, utilizar diferentes registros de representación o establecer relaciones matemáticas; y tareas de planteamiento y resolución de problemas aquellas que implicaban diseñar estrategias de solución, aplicar procedimientos y verificar los resultados obtenidos.

De las cincuenta y cinco (55) tareas analizadas, ocho (8) corresponden al proceso de razonamiento y argumentación, trece (13) al proceso de comunicación, representación y modelación y treinta y cuatro (34) al proceso de planteamiento y resolución de problemas.

La clasificación obtenida evidencia que el proceso matemático con mayor frecuencia corresponde al planteamiento y resolución de problemas. Como se observa en las Tablas 15, 30 y 54 (véanse Anexos), esta tendencia se manifiesta principalmente desde una perspectiva procedimental, ya que la mayoría de las tareas solicita calcular medidas desconocidas, completar proporciones o aplicar criterios de semejanza previamente explicados. En contraste, en las Tablas 28, 37 y 38 (véanse Anexos) muestran una presencia más limitada de procesos de razonamiento geométrico y argumentación, puesto que pocas tareas exigen justificar la semejanza entre triángulos, establecer relaciones entre sus propiedades geométricas o explicar la validez de los procedimientos empleados.

Figura 18

Distribución de tareas según las competencias matemáticas analizadas.



Nota. La figura presenta la cantidad de tareas identificadas en cada proceso matemática: razonamiento, comunicación y planteamiento y resolución de problemas. Se observa un mayor número de tareas asociadas a la competencia de planteamiento y resolución de problemas, seguida de comunicación y razonamiento. Fuente: Elaboración propia.

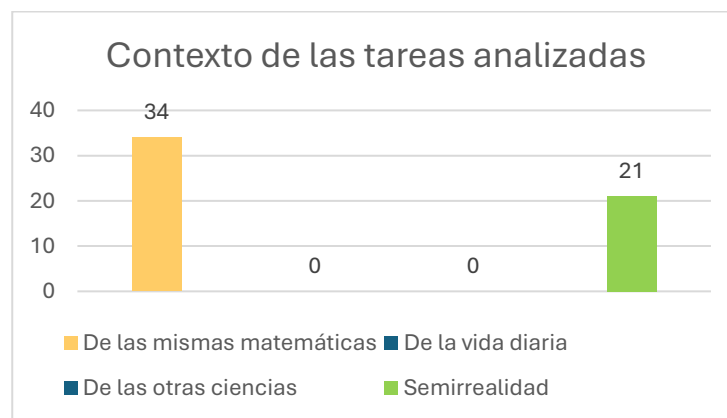
Según el MEN (1998, 2006) destacan los procesos matemáticos⁸ relacionados con la comunicación, el razonamiento, la argumentación y la resolución de problemas. En este sentido, la predominancia de tareas asociadas al planteamiento y resolución de problemas evidencia una orientación hacia la aplicación y utilización del conocimiento matemático en distintas situaciones. Sin embargo, la menor presencia de tareas vinculados con el razonamiento geométrico y la argumentación permite identificar un limitado énfasis en acciones como justificar, analizar, contrastar y sustentar matemáticamente las respuestas. Asimismo, aunque varias tareas promueven la representación y la comunicación matemática, estas suelen centrarse en la identificación y expresión de la información matemática, más que en la justificación de procedimientos o en la construcción de argumentos geométricos, como se evidencia en la Tabla 35 (véanse anexos).

La clasificación de los contextos se realizó considerando el entorno predominante en el que se desarrolla cada tarea, de acuerdo con las categorías definidas en la metodología: matemáticas mismas, semirrealidad, vida real y otras ciencias.

En relación con el contexto de las tareas analizadas, se identificó que estas se desarrollan principalmente en dos tipos de contextos: las matemáticas mismas y la semirrealidad. De las cincuenta y cinco (55) tareas estudiadas, treinta y cuatro (34) corresponden a tareas ubicadas en el contexto de las matemáticas mismas, tal como se observa en las Tablas 25, 27 y 30 (véanse Anexos). Estas tareas se centran en procedimientos, relaciones y representaciones matemáticas sin vincularlas con situaciones de la vida cotidiana, otras disciplinas o contextos externos al ámbito matemático. Por otra parte, veintiún (21) tareas se sitúan en contextos de semirrealidad, como muestran las Tablas 28, 33 y 34 (véanse Anexos), ya que presentan situaciones simuladas inspiradas en escenarios cotidianos que sirven como contexto para plantear la tarea matemática, aunque no corresponden a experiencias reales del entorno escolar. Finalmente, no se identificaron tareas asociadas a contextos de la vida real ni a otras ciencias.

Figura 19

Distribución de las tareas según el contexto identificado en las tareas analizadas.



Nota. La figura muestra la cantidad de tareas clasificadas de acuerdo con el contexto en el que se presentan las tareas: de las mismas matemáticas, de la vida diaria, de las otras ciencias y semirrealidad. Fuente: Elaboración propia.

La gráfica evidencia un predominio de tareas ubicadas en contextos de las mismas matemáticas y, en menor proporción, en contexto de semirrealidad. No se identificaron tareas relacionadas con contextos de la vida diaria ni de otras ciencias, lo que permite inferir una limitada relación entre las matemáticas, otras áreas del conocimiento y situaciones reales del contexto del estudiante.

Dentro del contexto de las matemáticas mismas predominan las tareas cuya resolución se desarrolla exclusivamente dentro del sistema matemático, sin recurrir a situaciones de la vida cotidiana ni a otras disciplinas. Por ejemplo, en las tareas 16 y 28 (véanse Tablas 18 y 30), se solicita determinar una medida desconocida a partir de proporciones establecidas entre lados correspondientes de triángulos semejantes. En ambos casos, la situación planteada se resuelve mediante relaciones y propiedades geométricas, sin que el problema esté contextualizado en un escenario externo al ámbito matemático.

La ausencia de tareas desarrolladas en contextos de la vida diaria y de otras ciencias evidencia que los recursos analizados privilegian el estudio de la semejanza de triángulos dentro del propio sistema matemático. Si bien este tipo de tareas favorece la comprensión de procedimientos y propiedades geométricas, ofrece menos oportunidades para que los estudiantes reconozcan la utilidad de este concepto en situaciones cotidianas o en otras disciplinas. En consecuencia, la enseñanza de la semejanza de triángulos tiende a centrarse en la aplicación de procedimientos matemáticos, limitando las posibilidades de establecer conexiones con contextos auténticos que favorezcan la construcción de significado del concepto.

De acuerdo con el MEN (2006), la formulación y resolución de problemas debe constituirse como un eje central en la enseñanza de las matemáticas, favoreciendo situaciones vinculadas con la vida cotidiana, otras ciencias y las mismas matemáticas. En este sentido, el análisis realizado permitió identificar que el 62 % de las tareas se desarrolla en el contexto de las matemáticas mismas, mientras que el 38% corresponde a tareas clasificadas como de semirrealidad. Estas últimas se caracterizan por presentar situaciones simuladas inspiradas en escenarios cotidianos que contextualizan el problema matemático, aunque no representan experiencias reales ni requieren una interacción auténtica con el contexto. En consecuencia, las tareas continúan privilegiando el trabajo dentro del sistema matemático y la aplicación de procedimientos, sin establecer conexiones profundas con situaciones reales o con otras ciencias. Aunque algunos recursos incorporan ejemplos contextualizados, estos generalmente funcionan como ambientaciones superficiales y no como situaciones auténticas que permitan establecer conexiones entre los conceptos matemáticos y contextos reales.

Según el MEN (1998) los contextos constituyen un elemento fundamental en la formulación de tareas matemáticas, aunque no sean considerados directamente como una dimensión de evaluación. En este aspecto, las tareas pueden desarrollarse en contextos relacionados con las matemáticas mismas, situaciones cotidianas o entornos escolares. Como ya había mencionado, en el análisis se evidenció mayor cantidad de tareas centradas en las matemáticas mismas y en contextos de semirrealidad, mientras que no se identificaron tareas vinculadas directamente con la vida real ni con otras ciencias. Aunque el MEN reconoce la importancia de las tareas centradas de las mismas matemáticas, la escasa presencia de contextos relacionados con la vida cotidiana y otras disciplinas puede limitar la construcción de relaciones

entre los conceptos geométricos y situaciones cercanas al escolar. En este sentido, según el MEN (2006):

El contexto del aprendizaje de las matemáticas es el lugar -no sólo físico, sino ante todo sociocultural- desde donde se construye sentido y significado para las actividades y los contenidos matemáticos y, por lo tanto, desde donde se establecen conexiones con la vida cotidiana de los estudiantes y sus familias, con las demás tareas de la institución educativa y, en particular, con las demás ciencias y con otros ámbitos de las matemáticas mismas. (p. 70)

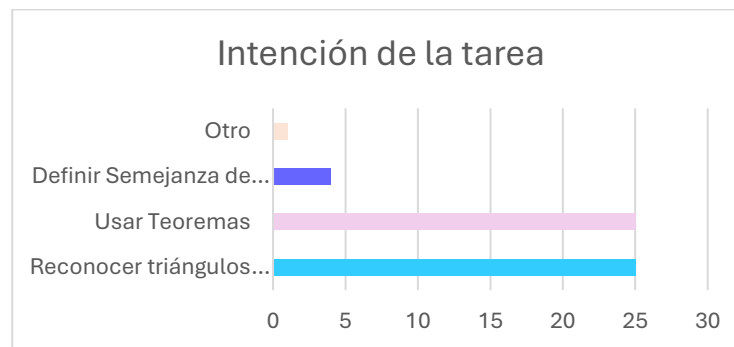
En general, el análisis de las tareas permitió identificar que la mayoría fue clasificada dentro del proceso de planteamiento y resolución de problemas, debido a que su resolución exigía principalmente aplicar procedimientos, establecer estrategias para obtener un resultado y verificar la respuesta, criterios definidos en la metodología de esta investigación. Estas tareas se desarrollan principalmente en contextos centrados en las matemáticas mismas y en situaciones de semirrealidad. Aunque favorecen la aplicación de procedimientos y la comprensión de relaciones geométricas, se evidenció una menor presencia de tareas clasificadas en el proceso de razonamiento y argumentación, así como de tareas que establecieran conexiones entre los conceptos matemáticos y contextos reales o interdisciplinarios. Lo anterior permite reconocer la necesidad de promover propuestas didácticas que articulen de manera más equilibrada los procesos matemáticos y los contextos de aprendizaje.

En relación con la intención de las tareas analizadas, identifiqué que veinticinco (25) tareas están orientadas al reconocimiento de la semejanza de triángulos y otras veinticinco (25) a la aplicación del Teorema de Thales en diferentes situaciones. Asimismo, cuatro (4) tareas tienen como propósito que el estudiante construya o defina el concepto de semejanza de triángulos a

partir de sus propias interpretaciones y representación, mientras que una (1) tarea presenta una intención diferente a las categorías predominantes, al centrarse en un propósito distinto dentro del recurso analizado. Estos resultados evidencian que la mayoría de las tareas se enfocan en reconocer la semejanza de triángulos y aplicar el teorema de Thales, mientras que son pocas las tareas dirigidas a que los estudiantes construyan o expliquen el concepto de semejanza con sus propias palabras.

Figura 20

Distribución de las tareas según la Intención identificada en las tareas analizadas.



Nota. La figura presenta la cantidad de tareas clasificadas de acuerdo con la *Intención* de la tarea: reconocer triángulos semejantes, usar teoremas como el teorema de Thales, definir semejanza de triángulos y otras intenciones. Se observa un predominio de tareas orientadas al reconocimiento de triángulos semejantes y el uso de teoremas, mientras que en menor proporción aparecen tareas relacionadas con la definición formal y la semejanza de triángulos y otras intenciones. Fuente: Elaboración propia.

El análisis de las tareas propuestas en los recursos *Vamos a Aprender* y el *Portal Colombia Aprende* evidenció que gran parte de las tareas relacionadas con la semejanza de triángulos favorecen un uso procedimental del teorema de Thales sobre la comprensión conceptual de las relaciones geométricas involucradas. En particular, las tareas se centran en la

aplicación de procedimientos previamente establecidos para obtener una respuesta, más que la formulación de estrategias propias, la justificación de los procedimientos empleados o la construcción de argumentos geométricos. Estos resultados evidencian una tendencia hacia tareas orientadas a la aplicación de procedimientos y al reconocimiento de relaciones geométricas. Asimismo, permiten cuestionar la correspondencia entre el discurso curricular y las tareas revisadas en los recursos analizados. Aunque los documentos del MEN destacan la importancia de la argumentación, la exploración, la comunicación y la construcción conceptual, las tareas revisadas se concentran principalmente en la aplicación de procedimientos asociados al teorema de Thales y a relaciones de proporcionalidad. Esto sugiere que, al menos en los materiales estudiados, los principios curriculares aparecen formulados con claridad en el plano teórico, pero su concreción en las tareas de enseñanza resulta limitada.

De igual forma, el análisis permitió evidenciar que varias tareas presentan inconsistencias de carácter conceptual y procedimental. Entre las dificultades identificadas se encontraron errores numéricos, representaciones gráficas ambiguas, ausencia de información geométrica necesaria y problemas en la correspondencia entre lados y ángulos. Estas situaciones se evidencian en las tareas presentadas en las Tablas 25, 26, 27, 30 y 49 (véanse Anexos). En algunos casos, las figuras propuestas no especifican si las rectas son paralelas, lo que dificulta la interpretación de las relaciones de semejanza y puede generar confusiones en los estudiantes. Asimismo, se identificaron tareas en que la solución propuesta por el autor omite pasos relevantes o emplea procedimientos sin justificar, lo que puede dificultar la comprensión del proceso de resolución.

Además, durante el análisis se identificó una misma tarea reutilizada en diferentes momentos de una guía didáctica, específicamente en las Tablas 1, 9 y 10. Aunque el contexto de

presentación presenta algunas variaciones, la estructura de la tarea y los procedimientos requeridos para su resolución son esencialmente los mismos. La primera aparición ocurrió en la tarea inicial, donde se solicitaba a los estudiantes comparar y describir las diferencias entre los teoremas trabajados. Posteriormente, la misma tarea reaparecía en la sección de evaluación, en la cual los estudiantes debían escribir con sus propias palabras el teorema y elaborar un dibujo representativo. Después, se les pedía comparar las definiciones construidas por ellos con las propuestas inicialmente en la primera tarea. Finalmente, en la tarea cinco, los estudiantes debían desarrollar nuevamente, en grupos de trabajo, una actividad similar a la planteada al inicio de la guía.

El análisis permitió evidenciar que la repetición de una misma tarea genera redundancia dentro de la secuencia didáctica. Este uso reiterado parece responder a una intención de reforzar los contenidos mediante la repetición (memorización). En particular, las tareas uno y cinco presentan esencialmente la misma estructura y el mismo propósito, variando únicamente la modalidad de trabajo de individual a grupal. Asimismo, resulta poco coherente que inicialmente se presente la definición del teorema, luego se solicite a los estudiantes escribirla con sus propias palabras y, posteriormente, compararla nuevamente con la definición proporcionada al inicio de la guía. Esta organización hace que varias tareas resulten reiterativas dentro de la secuencia didáctica, ya que mantienen un propósito similar y procedimientos equivalentes, sin incorporar nuevos elementos que amplíen o diversifiquen el trabajo desarrollado previamente.

Otro aspecto relevante corresponde a la secuencia con la que se presenta el concepto de semejanza de triángulos en los recursos analizados. En términos generales, la secuencia inicia con la identificación de figuras semejantes y posteriormente incorpora tareas orientadas a la aplicación del teorema de Thales y de las relaciones de proporcionalidad. A partir del análisis de

la intención de las tareas, se identificó que la mayoría orienta al reconocimiento de triángulos semejantes y a la aplicación de procedimientos asociados al teorema de Thales, mientras que son menos frecuentes las tareas dirigidas a la construcción o definición del concepto de semejanza. Estos resultados permiten evidenciar una mayor presencia de tareas orientadas a la aplicación de procedimientos que a la construcción conceptual de la semejanza de triángulos.

En cuanto a los libros de texto *Vamos a Aprender*, pude notar una organización más clara en la manera como se presentan los contenidos. Generalmente, las unidades incluyen momentos para saberes previos, ejemplos resueltos, tareas de práctica y espacios de evaluación. Además, las guías para docentes ofrecen orientaciones metodológicas que sirven de apoyo para el desarrollo de las clases. Sin embargo, aunque los materiales muestran la intención de trabajar diferentes procesos de pensamiento, la mayoría de las tareas siguen enfocadas en tareas cerrados, donde normalmente existe una única forma correcta de resolver y una sola respuesta esperada.

Por otro lado, las guías y recursos del *Portal Colombia Aprende* presentan una mayor variedad de formatos digitales y tareas interactivas apoyadas en herramientas tecnológicas (véanse anexos Tabla 40).

Esto hace que las propuestas resulten más dinámicas y visuales para los estudiantes. A pesar de ello, durante el análisis se identificaron algunas imprecisiones conceptuales y errores en ciertos procedimientos matemáticos, especialmente en tareas relacionadas con la semejanza de triángulos. Por ejemplo, en una de las tareas analizadas se observó que la representación gráfica no incluía toda la información necesaria para establecer la correspondencia entre los lados de los triángulos, lo que dificultaba la identificación de las relaciones de proporcionalidad requeridas para resolver la tarea. En otros casos, la notación matemática utilizada resultó insuficiente para

interpretar correctamente las relaciones geométricas propuestas, lo que podría generar confusiones en el proceso de aprendizaje.

Finalmente, los resultados obtenidos permitieron identificar que los recursos analizados favorecen principalmente tareas clasificadas dentro del proceso de planteamiento y resolución de problemas, orientadas a la aplicación de procedimientos asociados a la semejanza de triángulos. En contraste, se evidenció una menor presencia de tareas clasificadas en el proceso de razonamiento y argumentación, así como de tareas que promovieran la comunicación, representación y modelación. Estos resultados muestran la importancia de fortalecer el diseño didáctico de las tareas, procurando una mayor articulación entre los diferentes procesos matemáticos considerados en esta investigación y favoreciendo un tratamiento más equilibrado de la semejanza de triángulos.

10. Conclusiones

La presente investigación me permitió analizar la manera en que se aborda la semejanza de triángulos en las guías didácticas del *Portal Colombia Aprende* y libros de texto de la colección *Vamos a Aprender*, identificando particularidades en la manera como se presenta la semejanza de triángulos. Aunque ambos recursos buscan apoyar los procesos de enseñanza y aprendizaje, se observaron diferencias en la estructura de las tareas, los niveles de contextualización y los procesos matemáticos que promueven. Este hallazgo justifica la necesidad de analizar ambos tipos de materiales de manera complementaria y no como recursos equivalentes.

Uno de los hallazgos más importantes que encontré es que la mayoría de los recursos analizados se enfocan principalmente en la aplicación de procedimientos asociados a la semejanza de triángulos, especialmente aquellos relacionados con el establecimiento de relaciones de proporcionalidad entre lados correspondientes. En muchas tareas, los estudiantes deben seguir pasos ya establecidos para resolver tareas o encontrar medidas desconocidas. Aunque este tipo de tareas ayuda a fortalecer el cálculo y la resolución de tareas rutinarios, deja en un segundo plano procesos como el razonamiento geométrico, la argumentación y la comprensión más profunda de las relaciones entre las figuras.

Asimismo, se concluye que gran parte de las tareas propuestas se centran en tareas cerrados, donde los estudiantes deben aplicar algoritmos previamente explicados, reduciendo las oportunidades para explorar propiedades geométricas, formular conjeturas o justificar procedimientos. De manera que, el aprendizaje de la semejanza de triángulos tiende a abordarse de una manera mecánica más orientada a obtener resultados numéricos que a comprender las relaciones geométricas implicadas.

El análisis también permitió identificar inconsistencias conceptuales y procedimentales en algunos recursos, especialmente en tareas del *Portal Colombia Aprende*. Entre los errores identificados se encuentran representaciones gráficas imprecisas, ambigüedad en la información geométrica, omisión de condiciones necesarias -como por ejemplo la especificación de rectas paralelas- y procedimientos desarrollados sin explicar claramente su justificación o la relación matemática que los sustenta.

Con respecto a los procesos matemáticos establecido por el MEN, observé una abundancia de tareas asociadas a la resolución de problemas desde un enfoque procedimental. Por el contrario, los procesos de comunicación, modelación y razonamiento aparecen menos desarrollados. Esto evidencia la necesidad de incorporar actividades que promuevan explicaciones, argumentaciones y relaciones entre las figuras geométricas, gráficas y las expresiones matemáticas utilizadas para representar la información.

De igual forma, se concluyó que los recursos educativos sí muestran una organización progresiva de los contenidos, especialmente en los libros de texto *Vamos a Aprender*, donde se integran saberes previos, ejemplos explicados y actividades de aplicación. Aun así, esta secuencia no siempre asegura una comprensión más profunda de la semejanza de triángulos, ya que en muchas ocasiones hay pocas tareas que permitan explorar figuras geométricas, analizar sus propiedades o construir y analizar regularidades geométricas antes de aplicar fórmulas y procedimientos.

Los resultados obtenidos permiten afirmar que se alcanzaron los objetivos propuestos en esta investigación. En primer lugar, fue posible caracterizar las tareas relacionadas con la semejanza de triángulos presentes en los recursos analizados. Asimismo, se identificaron los procesos matemáticos promovidos por dichas tareas y se reconocieron fortalezas y limitaciones

en su diseño. Finalmente, el análisis comparativo entre libros de texto y guías didácticas permitió establecer diferencias en la organización de los contenidos, la contextualización de las tareas y las oportunidades que ofrecen para el desarrollo del pensamiento geométrico.

En términos generales, la investigación permitió responder al problema planteado al evidenciar que la semejanza de triángulos se presenta en los recursos analizados principalmente desde una perspectiva procedimental, centrada en la aplicación de criterios de semejanza y relaciones de proporcionalidad. Aunque se identifican oportunidades para desarrollar procesos de razonamiento, argumentación y exploración geométrica, estos aparecen con menor frecuencia. De esta manera, se concluye que los materiales estudiados ofrecen condiciones para el aprendizaje del concepto, pero requieren una mediación docente que favorezca una comprensión más amplia de las relaciones geométricas involucradas.

Los resultados obtenidos evidencian que las características de los materiales educativos inciden en la forma en que los contenidos matemáticos son organizados, representados y propuestos mediante las tareas analizadas. En este sentido, los hallazgos son consistentes con los planteamientos de Johnsen (1996), quien considera que los libros de textos constituyen recursos diseñados para orientar los procesos de enseñanza y aprendizaje. Asimismo, las diferencias identificadas entre libros de texto y guías didácticas ponen de manifiesto variaciones en la organización de los contenidos, las tareas propuestas y las formas de representación, lo que genera distintas posibilidades para el tratamiento didáctico de la semejanza de triángulos. De igual manera, los hallazgos refuerzan la pertinencia de analizar estos recursos educativos, puesto que, como señala Choppin (2001), los manuales escolares constituyen herramientas pedagógicas para la organización y presentación de los contenidos escolares.

Por otra parte, la investigación me permitió reconocer la importancia del análisis documental como estrategia metodológica en educación matemática, ya que posibilita examinar críticamente los recursos utilizados en la enseñanza y comprender cómo estos influyen en los procesos de aprendizaje. Además, este tipo de estudios contribuye a identificar vacíos y dificultades en los materiales curriculares, aportando elementos que pueden servir para mejorar estos materiales y fortalecer los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Desde la formación como futura docente de matemáticas, este proceso investigativo permitió reconocer la importancia de analizar críticamente los recursos curriculares antes de incorporarlos al aula. Los hallazgos muestran que la sola disponibilidad de materiales educativos no garantiza el desarrollo de procesos de razonamiento, argumentación y resolución de problemas. Por ello, el papel del docente resulta fundamental para complementar, adaptar y enriquecer las tareas propuestas según las necesidades de los estudiantes.

Los resultados, no conducen a desestimar el uso de las guías didácticas y textos escolares analizados. Por el contrario, permiten reconocer que constituyen recursos valiosos para la enseñanza de la semejanza de triángulos; sin embargo, también evidencian limitaciones relacionadas con la predominancia de tareas procedimentales y la escasa presencia de tareas orientadas a la argumentación y la exploración geométrica. En consecuencia, su utilización requiere una mediación crítica por parte del docente.

Además, se considera necesario fortalecer el diseño de tareas relacionadas con la semejanza de triángulos, incorporando tareas que favorezcan la visualización, la argumentación, el uso de diferentes formas de representar la información matemática y la resolución de problemas relacionados con situaciones más cercanas al contexto de los estudiantes. Además, resulta importante promover propuestas didácticas apoyadas en geometría dinámica y

herramientas tecnológicas que le permitan al escolar explorar figuras, observar sus propiedades y comprender las relaciones geométricas de una manera más clara y significativa.

Finalmente, este trabajo de grado aporta elementos para reflexionar sobre el papel de los libros de texto y las guías didácticas en la enseñanza de las matemáticas, especialmente en geometría. Los resultados obtenidos muestran que los recursos educativos no funcionan únicamente como materiales de apoyo, sino que también influyen en la manera en que los docentes enseñamos y en cómo los estudiantes comprenden y aprenden los conceptos matemáticos dentro del aula. Por ello, resulta necesario que los docentes analicen críticamente estos materiales y tomen decisiones fundamentales sobre su uso, adaptación e implementación en los procesos de enseñanza y aprendizaje.

11. Referencias

- Aguilar, R. (2004). La guía didáctica, un material educativo para promover el aprendizaje autónomo: Evaluación y mejoramiento de su calidad en la modalidad abierta y a distancia de la UTPL. *Revista Iberoamericana de Educación a Distancia*, 7(2), 179-192.
- Alzate, P. M. (2000). El texto escolar como instrumento pedagógico: Partidarios y detractores. *Revista de Ciencias Humanas*, 21. doi:<https://www.redalyc.org/pdf/761/76111892004.pdf>
- Angulo, E., & Solano, J. (2013). Educación Matemática Crítica y Ambientes de Aprendizaje. Posibilidades y dificultades en un proyecto de formación de estudiantes críticas. *Tesis de Maestría Universidad Pedagógica Nacional*.
- Apple, M. (1986). Teachers and texts: A political economy of class and gender relations in education. *Routledge & Kegan Paul*.
- Arias, M., Rodríguez, M., Gambetta, L., Ferioli, V., & Alincastro, C. (2023). Análisis de propuestas de enseñanza del teorema de Thales en textos escolares. *VI Jornadas de Enseñanza e Investigación Educativa en el campo de las Ciencias Exactas y Naturales*. doi:https://sedici.unlp.edu.ar/bitstream/handle/10915/175554/Documento_completo.pdf-PDFA.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- Barrantes, M., López, M., & Fernández, M. Á. (2015). ANÁLISIS DE LAS REPRESENTACIONES GEOMÉTRICAS EN LOS LIBROS DE TEXTO. *Universidad de Extremadura*.
- Bohórquez, M., Cuervo, S., & Urueta, L. (2018). La geometría en el primer ciclo de la educación básica primaria: Análisis de contenido de una serie de textos escolares de matemáticas. *Universidad Pedagógica Nacional*.
- Bombini, G., Jurado, F., Lomas, C., Gracida, Y., Bustamante, G., Cassany, D., . . . Prendes, M. P. (2015). Los libros de texto: ¿Tradición o innovación? Evaluación Crítica. *Magisterio*, 230.
- Braga, B. G., & Belver, D. J. (2014). El análisis de libros de texto: una estrategia metodológica en la formación de los profesionales de la educación. *Revista Complutense de Educación*, 27(1), 199-218.
- Caicedo, J., Muñoz, Z., & Reyes, K. (2025). Enseñanza de la Astronomía en Colombia: Análisis de libros de texto. *Revista Internacional de Pedagogía e Innovación Educativa*, 5(2). doi: <https://doi.org/10.51660/ripie52320>
- Camargo, U. L. (2021). *Estrategias cualitativas de investigación en educación matemática. Recursos para la captura de información y el análisis*. Editorial Universidad de Antioquia y Universidad Pedagógica Nacional.
- Cárdenas, C. (2016). La clase de matemáticas se transforma. Propuesta pedagógica para el desarrollo del sentido numérico en los niños y las niñas del curso 101 del Instituto Pedagógico Nacional. *Trabajo de grado de pregrado, Universidad Pedagógica Nacional*.

- Choppin, A. (2001). Pasado y Presente de los Manuales Escolares. Traducido por Miriam Soto Lucas. *Revista Educación y Pedagogía.*, XIII 29-30.
- Colás, B. M. (1989). El libro de texto y las ilustraciones: enfoques y perspectivas en la investigación educativa. *Universidad de Sevilla*.
- Colombia, L. d. (2026). *Libros de Texto del Ministerio de Educación*. Obtenido de Libros de Texto Colombia: <https://librosdetextocolombia.com/>
- Defaz, G. (2017). El desarrollo de habilidades cognitivas mediante la resolución de problemas matemáticos. *Journal of Science and Research*.
doi:file:///C:/Users/ysrin/Downloads/Dialnet-ElDesarrolloDeHabilidadesCognitivasMedianteLaResol-6118744.pdf
- Díaz, L., & Mujica, B. (2006). La argumentación escrita en los libros de texto: definición y propósitos. *EDUCERE, Investigación arbitraria*.
- Fernández, P. M., Caballero, G. P., & Fernández, B. J. (2017). El libro de texto como objeto de estudio y recurso didáctico para el aprendizaje: fortalezas y debilidades. *Revista Electrónica Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 20(1).
doi:<https://www.redalyc.org/pdf/2170/217049688014.pdf>
- Figueroa, M. R. (2002). El significado de los textos escolares en la construcción de la historia del currículo. *Nación, educación, universidad y manuales escolares en Colombia*.
- Fiol, M. L., & Fortuny, J. (1990). *Proporcionalidad directa. La forma y el número*. Colección: Matemáticas: Cultura y aprendizaje.
- Gaitán, A., & Rodríguez, M. (2018). El uso exclusivo del libro de texto como mediador en la clase de matemáticas, un asunto para cuestionar. Propuesta pedagógica para desarrollar el pensamiento geométrico en los niños y las niñas del curso 302 de la IED Aquileo Parra . *UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL*.
- Galvez, L., Ramírez, V., & Villegas, K. (2015). Reconociendo algunos elementos del cosmos, para ubicarme en el espacio y aprender Geometría. *Universidad Pedagógica Nacional*.
- García, A. L. (2002). La Educación a Distancia, de la teoría a la práctica. *Madrid, Ed. Ariel, S.A*.
- García, H. I., & De la Cruz, B. G. (2014). Las guías didácticas: recursos necesarios para el aprendizaje autónomo. *Edumecentro*, 6 N°3.
- García, I., & Cruz, G. (2014). Las guías didácticas: recursos necesarios para el aprendizaje autónomo. *Edumecentro*, 6(3). doi:file:///C:/Users/ysrin/Downloads/Dialnet-LasGuíasDidacticas-4804937.pdf
- García, I., & Mercedes de la Cruz Blanco, G. (2014). Las guías didácticas: recursos necesarios para el aprendizaje autónomo. *Edumecentro* 6(3).
- Gómez, A. (2014). Cincuenta años de reformas en el currículo colombiano de Matemática en los niveles básico y medio de educación. *Iberoamericana de Educación Matemática*.

- González, Ó., & Arévale, C. (2011). Desarrollo del Pensamiento Geométrico-Espacial en niños de segundo de primaria desde la situación: Viaje alrededor del mundo geométrico en ocho días. . *Universidad Distrital Francisco José de Caldas*.
- González, P. Ó., & Arévalo, V. C. (2011). Desarrollo del Pensamiento Geométrico-Espacial en niños de segundo de primaria desde la situación: Viaje alrededor del mundo geométrico en ocho días. *Universidad Distrital Francisco José de Caldas*.
- Johnsen, E. B. (1996). Libros de texto en el calidoscopio. Estudio crítico de la literatura y la investigación sobre los textos escolares. *Barcelona: Ediciones Pomares-Corredor*.
- Konstantinos, N. (2024). SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS DESDE UNA PERSPECTIVA HISTÓRICA A LA LUZ DEL ESPACIO DE TRABAJO MATEMÁTICO EN GEOMETRÍA. *UCMaule, 67, julio-diciembre, 88-111. DOI*.
- Lenoir, Y., Lebrun, J., & Hasni, A. (2012). Análisis de Textos Escolares: Algunos Fundamentos y Desafíos a tener en cuenta. *Revista Iberoamericana de Evaluación Educativa, 5 (3)*.
- Libros de Texto Colombia. (s.f.). *Vamos a aprender (PTA)*. Obtenido de Libros de Texto Colombia: https://librosdetextocolombia.com/vamos-a-aprender/?utm_source=chatgpt.com
- Liu, Q., Liu, J., Zhang, J., Dong, Y., & Xie, Z. (2025). Investigación sobre el desarrollo del libro de texto de matemáticas de China para los grados primarios: Un estudio de investigación-acción participativa . *ZDM – Educación Matemática*.
- Lovera de Rincón, E. (2018). El Teorema de Euclides para el aprendizaje de la proporcionalidad y semejanza de triángulos de los grados octavo y noveno . *UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL*.
- Manzanilla, H., Navarrete, Z., & López, P. (2024). Análisis de los Libros de Texto Gratuitos de nivel secundaria en el marco de la Nueva Escuela Mexicana. El caso de los saberes y el pensamiento científico. *Diálogos sobre Educación Temas actuales en investigación educativa*.
- MEN. (1998). Lineamientos Curriculares de Matemáticas. 37.
- MEN. (2006). Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanías: Guía sobre lo que los estudiantes deben saber y saber hacer con lo que aprenden. *Bogotá, Colombia*.
- MEN. (2017). *Vamos a Aprender Matemáticas*. Bogotá, D.C.: Ediciones SM.
- MEN. (2020). *Matemáticas: Marco de referencia para la evaluación, ICFES*. Icfes. doi:<https://www.icfes.gov.co/wp-content/uploads/2024/11/Marco-de-Referencia-Matematicas-Saber-3579.pdf>
- Ministerio de Educación Nacional. (2004). *Colombia Aprende*. Obtenido de <https://www.mineducacion.gov.co/portal/micrositios-preescolar-basica-y-media/Plan->

- Nacional-de-Lectura-Escritura-Oralidad-y-Bibliotecas-PNLEO-/Enlaces-de-interes/411502:Portal-Colombia-Aprende:
<https://www.colombiaaprende.edu.co/node/86803>
- Moise, E., & Downs, F. (1986). *Geometría Moderna*. Addison-Wesley Iberoamericana.
- Monterrubio, M. C., & Ortega, T. (2011). DISEÑO Y APLICACIÓN DE INSTRUMENTOS DE ANÁLISIS Y VALORACIÓN DE TEXTOS ESCOLARES DE MATEMÁTICAS. *PNA*, 5(3), 105-127.
- Morales, A., & Damián, A. (2025). Estrategia didáctica fundamentada en el uso de GeoGebra para mejorar la comprensión del concepto de semejanza de triángulos. *Innovación educativa (México, DF)*, 21(87).
- Morales, C. A., & Damián, M. A. (2021). Estrategia didáctica fundamentada en el uso de GeoGebra para mejorar la comprensión del concepto de semejanza de triángulos . *Estrategia didáctica fundamentada en el uso de GeoGebra para mejorar la comprensión del concepto de semejanza de triángulos* .
- Morales, G., Pino, L., Lugo, J., & Caviedes, S. (2025). Razonamiento geométrico promovido en tareas de libros de texto de educación secundaria de Chile. *Revista de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática*.
- Moreno, R., & Mayorga, R. (2017). UNA EXPERIENCIA DE DISEÑO DE TAREAS PARA PROMOVER EL RAZONAMIENTO PROPORCIONAL. *UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL*.
- Mosquera, J. (2009). Acerca de la definición de textos escolares. *Universidad Central de Venezuela* .
- Moya, P. C. (2008). Aproximación al concepto y tratamiento de texto escolar. *Cuadernos de Lingüística Hispánica*, Núm 11, 5.
- Moya, P. C. (2008). Pedagogía de las Ciencias del Lenguaje. *Cuadernos de Lingüística Hispánica*.
- Murcia, M., & J, H. (2015). Educación Matemática en Colombia, una perspectiva evolucionaria . *Print version ISSN 1909-8367 Entre Ciencia e Ingenieria vol.9 no.18 Pereira July/Dec. 2015*.
- Nacional, M. d. (2006). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas.
- Nacional, M. d. (2016). Derechos Básicos de Aprendizaje.
- Ossenbach, G. (2010). Manuales escolares y patrimonio histórico-educativo. *Educatio Siglo XXI UNED, Madrid*, 28 n°2.
- Páez, V. L. (2016). El libro de texto escolar y la tercera misión pedagógica alemana : aportes a los procesos de enseñanza desde el diseño editorial en Colombia. *Bogotá: Universidad Nacional de Colombia*.

- Patiño, O., & Salazar, E. (2003). Una Propuesta de lineamientos para seleccionar y configurar textos escolares en la resolución de problemas de matemáticas. *Universidad Distrital Francisco José de Caldas*.
- Pepin, B., & Haggarty, L. (2001). *Los libros de texto de matemáticas y su uso en las aulas de inglés, francés y alemán: una forma de comprender las culturas de enseñanza y aprendizaje*. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik 33 , 158-175 .
doi:<https://doi.org/10.1007/BF02656616>
- Pino, T. R., & Urías, A. G. (2020). Guías didácticas en el proceso enseñanza-aprendizaje ¿nueva estrategia? *Revista Científica*, 5 N°18, 371-392.
- Prendes, E. M. (2004). El diseño y la producción de manuales escolares. *Universidad de Murcia*.
- Quiceno, H. (2001). El manual escolar; pedagogía y formas narrativas. *Revista Educación y Pedagogía*, XIII 29-30.
- Quintero, A., & Molavoque, M. (2011). Análisis de las tareas presentes en libros de texto de Matemáticas asociadas a la proporcionalidad geométrica y la semejanza. *Universidad Pedagógica Nacional*.
- Rezat, S., Fan, L., & Birgit, P. (2021). Los libros de texto y los recursos curriculares de matemáticas como instrumentos para el cambio. *ZDM Mathematics Education* 53 , 1189–1206.
- Richaudeau, F. (1981). Concepción y producción de manuales escolares: Guía práctica. *Paris; Editorial de la Unesco*.
- Robitaille, D. F., & Travers, K. J. (1992). International studies of achievement in mathematics In D. A. Grouws (Ed.). *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics*, 687–709.
- Rüsen, J. (1997). El libro de texto ideal. *Iber: Didáctica de las ciencias sociales, geografía e historia*, ISSN 1133-9810, N° 12, 1997, págs. 79-94.
- Samacá, A. G. (2011). Los manuales escolares como posibilidad investigativa para la historia de la educación. *Revista Historia de la Educación Latinoamericana Vol. 13 Núm. 16 Pág.*
- Sanchez, C. (n.d.).
- Sánchez, C., Pinto, A., & Páez, C. (2024). Teorema de Tales. *Universidad de los Andes*.
- Sierra, F. L. (2007). Criterios de selección y uso del texto escolar de matemáticas en la educación en Colombia. *Universidad Pedagógica Nacional*.
- Sierra, L. (2007). Criterios de selección y uso del texto escolar de matemáticas en la educación en Colombia. *Tesis de maestría. Universidad Pedagógica Nacional*.
- Skovsmose, O. (2000). Escenarios de Investigación. *Revista EMA*, 6°, N°1, 3-26, 24.

- Sosniak, L. A., & Perlman, C. L. (1990). Secondary education by the book. *Journal of Curriculum Studies*, 22(5), 427–442. Obtenido de <https://doi.org/10.1080/0022027900220502>
- Stray, C. (1993). Quia nominor leo: vers une sociologie historique du manuel. *Histoire de l'éducation*, 58, 71-102.
- Taboada, M. B. (2008). *Libros de texto en la enseñanza de la lengua: recorridos críticos y construcción de identidades*. Actas del XI Congreso de la Sociedad Argentina de Lingüística, Santa Fe: Universidad Nacional del Litoral.
- Torres, S. J. (1994). Globalización e interdisciplinariedad: el curriculum integrado. *Madrid, España: Morata*.
- Urquiza, R. M. (2025). Trabajo matemático de estudiantes de cuarto año de secundaria en tareas sobre semejanza de triángulos con el uso de tecnología digital. *Pontificia Universidad Católica del Perú*.
- Vargas, H. J. (2003). La construcción de los irracionales de dedekind como instrumento en un análisis de textos de octavo grado. *TEA (Revista de la facultad de Ciencia y Tecnología)*, (14) 8-26.
- Vasco, C. (1992). Geometría activa y geometría de las transformaciones. *Tecné, Episteme y Didaxis: TED*, (2). *Universidad Pedagógica Nacional*.
- Zambrano, L. (2011). Las representaciones sociales de los docentes del área de matemáticas en educación básica sobre el libro de texto escolar. *Universidad Pedagógica Nacional*.

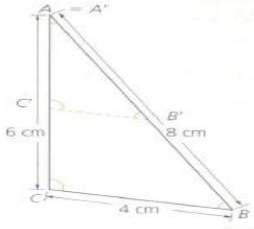
12. Anexos

En esta sección se presentan los anexos que recopilan las tareas y tareas analizadas en el trabajo. Estos materiales sirven como soporte para las observaciones realizadas y permiten evidenciar la forma en que se abordan los conceptos geométricos, en particular la semejanza de triángulos y el Teorema de Thales.

Tabla 12

Análisis tarea 10 Vamos a Aprender

Fuente documental	Vamos a Aprender			Portal Colombia Aprende	
Cita	2017	Ministerio de Educación Nacional		página 125	
Nivel educativo	Octavo			Noveno	
Tipo de recurso	Texto escolar	Guía didáctica	Libro de texto	Manual escolar	
Procesos	Razonamiento y argumentación		Comunicación, representación y modelación		Planteamiento y resolución de problemas
Contexto	De las mismas matemáticas	De la vida diaria		De las otras ciencias	Semirrealidad
Intención de la tarea	Reconocer triángulos semejantes	Usar teoremas			Definir semejanza de triángulos
		Teorema de Thales		Teorema de Pitágoras	
Conocimientos previos	Rectas paralelas, segmento, triángulos y punto medio.				
Descripción	La tarea presenta un triángulo con medidas dadas (4 cm, 8 cm y 6 cm) y propone analizar una condición geométrica: el paralelismo de un segmento respecto a uno de los lados del triángulo. A partir de esta información, se solicita determinar si dos triángulos son semejantes. Sin embargo, el tipo de pregunta por la manera en la que esta formulada, no invita al escolar a que haga una justificación.				

<i>Ejemplo</i>	Analiza En la Figura 4.103 se observa que los lados del triángulo ABC miden 4 cm, 6 cm y 8 cm.  Figura 4.103 • Si $\overline{C'B'}$ es paralelo a $\overline{CB}$ e interseca los otros dos lados del triángulo ABC en su punto medio, ¿se puede afirmar que los triángulos ABC y $A'B'C'$ son semejantes? Conoce Para responder la pregunta, se pueden seguir estos pasos: 1. Se determina si los ángulos son congruentes. Los $\angle A$ y $\angle A'$ son congruentes. Los $\angle B$ y $\angle B'$, y $\angle C$ y $\angle C'$ son, respectivamente, congruentes, por ser ángulos correspondientes entre paralelas. 2. Se determina si los lados son proporcionales. $\frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{AB}{A'B'} \Rightarrow \frac{4}{2} = \frac{6}{3} = \frac{8}{4} = 2$ Se concluye que los $\triangle ABC$ y $\triangle A'B'C'$ son semejantes. Esto se simboliza así: $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$. En este caso, 2 es la razón de semejanza. Lo anterior permite generalizar el teorema de Tales.
<i>¿Cómo resuelve el problema el autor?</i>	El autor resuelve la tarea siguiendo un procedimiento paso a paso basado en el criterio de semejanza de triángulos. Primero, establece que los ángulos correspondientes de los triángulos son congruentes. Esto se justifica porque son ángulos correspondientes formados por rectas paralelas. Luego, analiza las longitudes de los lados correspondientes y verifica que son proporcionales. A partir de esto, el autor concluye que los triángulos son semejantes.

Nota. Elaboración Propia.

Tabla 13

Análisis tarea 11 Vamos a Aprender

Fuente documental	Vamos a Aprender			Portal Colombia Aprende	
Cita	2017	Ministerio de Educación Nacional		página 125	
Nivel educativo	Octavo			Noveno	
Tipo de recurso	Texto escolar	Guía didáctica	Libro de texto	Manual escolar	
Procesos	Razonamiento y argumentación		Comunicación, representación y modelación		Planteamiento y resolución de problemas
Contexto	De las mismas matemáticas	De la vida diaria		De las otras ciencias	Semirrealidad
Intención de la tarea	Reconocer triángulos semejantes	Usar teoremas			Definir semejanza de triángulos
		Teorema de Thales	Teorema de Pitágoras		
Conocimientos previos	Rectas paralelas, segmentos, proporcionalidad.				
Descripción	La tarea presenta un escenario geométrico en el que se busca determinar la longitud del $\overline{A'B'}$ a partir de rectas paralelas. En la figura, se muestra que $\overrightarrow{A'A} \parallel \overrightarrow{BB'} \parallel \overrightarrow{CC'}$ que intersecan a las rectas transversales, formando segmentos correspondientes a cada una de ellas. Se dan algunas medidas conocidas como 18 cm, 12 cm y 11 cm, mientras que el $\overline{A'B'}$ se representa como una incógnita x.				

Ejemplo

Ejemplo 1

Observa cómo se halla la longitud del segmento $A'B'$ de la Figura 4.105, sabiendo que $\overrightarrow{AA'} \parallel \overrightarrow{BB'} \parallel \overrightarrow{CC'}$.

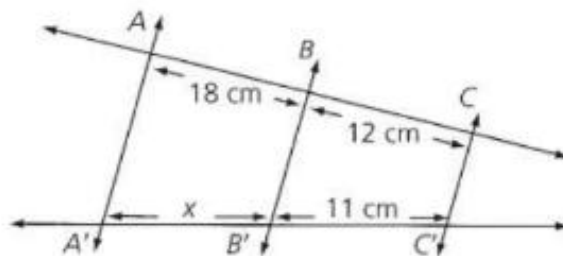


Figura 4.105

Según el teorema de Tales:

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} \Rightarrow \frac{18}{x} = \frac{12}{11} \Rightarrow 12 \cdot x = 18 \cdot 11 \Rightarrow x = \frac{18 \cdot 11}{12} = 16,5.$$

¿Cómo resuelve el problema el autor?

El autor aplica el Teorema de Tales, estableciendo una proporción entre los segmentos correspondientes: $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'}$, sustituyendo los valores conocidos, se obtiene $\rightarrow \frac{18}{x} = \frac{12}{11}$ y a partir de esta relación, se realiza un despejo algebraico obteniendo como resultado $x = 16,5$

Nota. Elaboración propia.

Tabla 14

Análisis tarea 12 Vamos a Aprender

Fuente documental	Vamos a Aprender		Portal Colombia Aprende	
Cita	2017	Ministerio de Educación Nacional		página 127
Nivel educativo	Octavo		Noveno	
Tipo de recurso	Texto escolar	Guía didáctica	Libro de texto	Manual escolar
Procesos	Razonamiento y argumentación		Comunicación, representación y modelación	
Contexto	De las mismas matemáticas	De la vida diaria	De las otras ciencias	Semirrealidad
Intención de la tarea	Reconocer triángulos semejantes	Usar teoremas		Definir semejanza de triángulos
		Teorema de Thales	Teorema de Pitágoras	
Conocimientos previos	Triángulos semejantes, rectas paralelas.			
Descripción	La tarea presenta un triángulo ABC , se dibuja un $\overline{MN}$ intersectando los puntos medios del triángulo donde $\overline{MN} \parallel \overline{AB}$. A partir de esta característica, se formula la pregunta sobre si es posible afirmar que los triángulos ABC y MNC son semejantes. La tarea invita inicialmente al escolar a analizar la relación entre los elementos de la figura, en particular el paralelismo entre los segmentos, lo que la información sugiere que llegue a ángulos correspondientes. Por ende, introduce el criterio ángulo-ángulo.			

Ejemplo

Analiza

La profesora de matemáticas dibujó en el tablero la Figura 4.114.

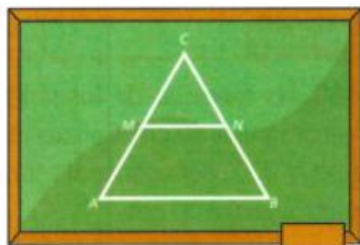


Figura 4.114

- Si $\overline{MN}$ es paralelo a $\overline{AB}$, se puede concluir que ¿los triángulos ABC y MNC son semejantes?

Conoce

7.1 Criterio 1: ángulo-ángulo

Los criterios de semejanza constituyen las condiciones mínimas necesarias para establecer que dos triángulos son semejantes sin necesidad de medir y comparar todos sus lados y todos sus ángulos.

Por ejemplo, en la Figura 4.115 se tiene que $m\angle CAB = m\angle CMN = a$ y $m\angle ABC = m\angle MNC = b$, por ser ángulos correspondientes entre paralelas.

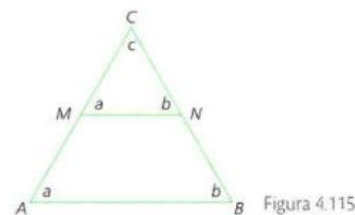


Figura 4.115

Se concluye que los triángulos ABC y MNC son semejantes, de acuerdo con el criterio de semejanza de triángulos ángulo-ángulo.

¿Cómo resuelve el problema el autor?

El autor justifica que $m\angle CAB = m\angle CMN$ y $m\angle ABC = m\angle MNC$ debido a que son ángulos correspondientes formados por rectas paralelas, por ende, los triángulos son semejantes.

Nota. Elaboración propia.

Tabla 15

Análisis tarea 13 Vamos a Aprender

Fuente documental	Vamos a Aprender			Portal Colombia Aprende	
Cita	2017	Ministerio de Educación Nacional		página 127	
Nivel educativo	Octavo			Noveno	
Tipo de recurso	Texto escolar	Guía didáctica	Libro de texto		Manual escolar
Procesos	Razonamiento y argumentación		Comunicación, representación y modelación		Planteamiento y resolución de problemas
Contexto	De las mismas matemáticas	De la vida diaria		De las otras ciencias	Semirrealidad
Intención de la tarea	Reconocer triángulos semejantes	Usar teoremas			Definir semejanza de triángulos
		Teorema de Thales	Teorema de Pitágoras		
Conocimientos previos	Triángulos congruentes, rectas paralelas, ángulos congruentes, construcción de triángulos.				
Descripción	La tarea busca determinar la semejanza entre los triángulos ABC y MNP , partiendo de la información de que tienen un ángulo correspondiente de 40° .				

Ejemplo

Ejemplo 1

Los triángulos ABC y MPN tienen un ángulo correspondiente que mide 40° . Para determinar si son semejantes, se dibujan los triángulos y se comprueba que tienen los tres ángulos congruentes, ya que $90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$.

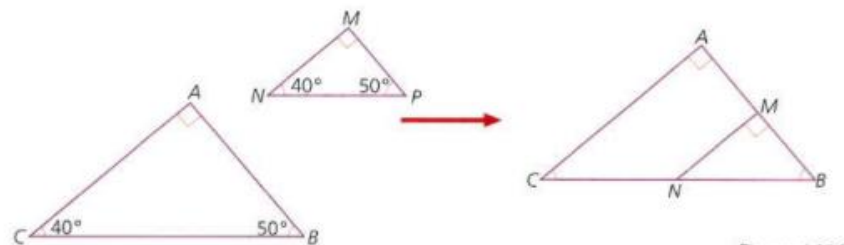


Figura 4.116

En el tercer triángulo se construyó un triángulo semejante al triángulo ABC tomando el lado $\overline{MB}$ con la misma medida que el lado $\overline{MP}$ y trazando un segmento paralelo al lado $\overline{AC}$ (Figura 4.116).

Por el teorema de Tales, los triángulos ABC y MBN son semejantes.

Como los triángulos MPN y MBN son congruentes por tener un lado y los tres ángulos congruentes, se concluye que ABC y MPN son semejantes.

...

¿Cómo resuelve el problema el autor?

En primera instancia, se identifican los ángulos de los triángulos, deduciendo que el tercer ángulo es recto, dado que la suma de los ángulos internos de un triángulo es de 180° . Con esto, se establece que ambos triángulos tienen tres ángulos congruentes, lo que sugiere semejanza por el criterio ángulo-ángulo. Luego, el autor introduce una construcción auxiliar, en la que se forma un nuevo triángulo MNB a partir del triángulo ABC , tomando un segmento congruente y trazando una recta paralela. Esta construcción permite aplicar el teorema de Tales, concluyendo que los triángulos ABC y MBN son semejantes. Por ende, se ultima que los triángulos MPN y MBN son congruentes ya que comparten un lado y tienen tres ángulos de la misma medida.

Nota. Elaboración propia.

Tabla 16

Análisis tarea 14 Vamos a Aprender

Fuente documental	Vamos a Aprender			Portal Colombia Aprende	
Cita	2017	Ministerio de Educación Nacional		página 128	
Nivel educativo	Octavo			Noveno	
Tipo de recurso	Texto escolar	Guía didáctica	Libro de texto	Manual escolar	
Procesos	Razonamiento y argumentación		Comunicación, representación y modelación		Planteamiento y resolución de problemas
Contexto	De las mismas matemáticas	De la vida diaria	De las otras ciencias	Semirrealidad	
Intención de la tarea	Reconocer triángulos semejantes	Usar teoremas		Definir semejanza de triángulos	
		Teorema de Thales	Teorema de Pitágoras		
Conocimientos previos	Construcción de triángulos, rectas paralelas, proporcionalidad, ecuaciones.				
Descripción	La tarea presenta dos triángulos de diferentes tamaños y plantea determinar si son semejantes a partir de sus medidas. Para ello, el autor propone una estrategia basada en la construcción geométrica. Sin embargo, no usa el lenguaje adecuado, ya que especifica que “se dibuja sobre el triángulo más grande...lado más largo”. Sería mejor que usara notación matemática.				

Ejemplo

Dos triángulos son semejantes si tienen los lados proporcionales.

Ejemplo 2

Para saber si los triángulos de la Figura 4.117 son semejantes, se dibuja sobre el triángulo más grande o semejante el pequeño, tomando la medida de 5 cm sobre el lado de 25 cm y trazando una paralela al lado más largo. (Figura 4.118)

Por teorema de Tales, los triángulos son semejantes y los lados proporcionales:

$$\frac{5}{25} = \frac{x}{30} = \frac{y}{20}$$

Entonces, $x = 6$ cm y $y = 4$ cm. Estas medidas coinciden con las del triángulo pequeño. Luego, el triángulo grande y el pequeño son semejantes.

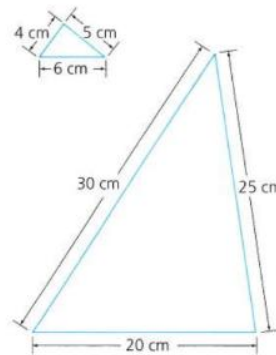


Figura 4.117

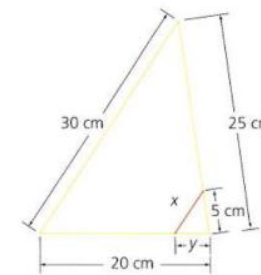


Figura 4.118

¿Cómo resuelve el problema el autor?

Haciendo la construcción auxiliar, copia la medida de 5 cm en el segmento que mide 25 cm y traza una recta paralela al segmento que mide 30 cm formando un triángulo interno. A partir de la recta paralela, establece que los segmentos construidos son proporcionales, por lo que plantea la relación:

$$\begin{aligned} \frac{5}{25} &= \frac{x}{30} = \frac{y}{20} \rightarrow \frac{1}{5} = \frac{x}{30} = \frac{y}{20} \\ \frac{1}{5} &= \frac{x}{30} \rightarrow 30 = 5x \rightarrow 6 = x \\ \frac{1}{5} &= \frac{y}{20} \rightarrow 20 = 5y \rightarrow 4 = y \end{aligned}$$

Por ende: $x = 6$ y $y = 4$

Como las medidas coinciden con el triángulo “más pequeño”, confirma la proporcionalidad de los lados. Entonces, son semejantes.

Nota. Elaboración propia.

Tabla 17

Análisis tarea 15 Vamos a Aprender

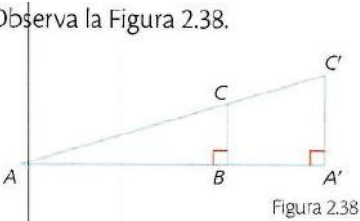
Fuente documental	Vamos a Aprender		Portal Colombia Aprende	
Cita	2017	Ministerio de Educación Nacional		página 138
Nivel educativo	Octavo		Noveno	
Tipo de recurso	Texto escolar	Guía didáctica	Libro de texto	Manual escolar
Procesos	Razonamiento y argumentación		Comunicación, representación y modelación	
Contexto	De las mismas matemáticas	De la vida diaria	De las otras ciencias	Semirrealidad
Intención de la tarea	Reconocer triángulos semejantes	Usar teoremas		Definir semejanza de triángulos
		Teorema de Thales	Teorema de Pitágoras	
Conocimientos previos	Semejanza de triángulos			
Descripción	La tarea plantea una situación geométrica en la que se busca determinar la medida de un ángulo x en un triángulo ABC , a partir de una figura que incluye segmentos, medidas de lados y ángulos, así como un punto medio que forma otros triángulos. La tarea está estructurada en cuatro momentos: comprensión del problema, planificación, ejecución y verificación, lo que orienta al estudiante en un proceso sistemático de resolución. Por otra parte, en la igualdad de las medidas de los segmentos, estaría mal escrito decir que los segmentos son iguales, cuando en realidad hablamos de sus medidas.			

<i>Ejemplo</i>	Estrategia: Analizar un dibujo Problema En el triángulo ABC de la Figura 4.162, ¿cuál es la medida del ángulo x?  Figura 4.162 1. Comprende el problema • ¿Qué información puedes obtener de la figura? • La medida de dos de los lados del triángulo ABC y la medida de los lados de los triángulos AED y ABC. • ¿Qué debes hallar? • La medida del ángulo x. 2. Crea un plan • Establece una relación entre la medida de los lados correspondientes de los triángulos que se forman en la figura y encuentra una propiedad que puedas aplicar. 3. Ejecuta el plan • Observa que $\frac{BC}{ED} = \frac{AB}{AE} = \frac{AC}{AD} = 3$; entonces, los triángulos ABC y AED son semejantes por el criterio de semejanza lado-lado-lado. • $m\angle ABC = m\angle AED = 92^\circ$, $m\angle BAC = m\angle ADE = 15^\circ$ y $m\angle ACB = m\angle ADE = x$ por ser ángulos correspondientes de triángulos semejantes. • Como $m\angle ABC + m\angle BAC + m\angle ACB = 180^\circ$, la medida del ángulo x se obtiene reemplazando la medida de los ángulos y despejando como se muestra a continuación: $92^\circ + 15^\circ + x = 180^\circ$ $x = 180^\circ - (92^\circ + 15^\circ) = 73^\circ$ • La medida del ángulo x es 73°.
<i>¿Cómo resuelve el problema el autor?</i>	Se establece la proporción entre los lados: $\frac{BC}{ED} = \frac{AB}{AE} = \frac{AC}{AD}$ Con esto, se concluye que los triángulos son semejantes por el criterio LLL. Debido a la semejanza: $m\angle ABC = m\angle AED = 92^\circ$ $m\angle BAC = m\angle ADE = 15^\circ$ Se aplica que: $\angle ABC + \angle BAC + \angle ACB = 180^\circ$ Sustituyendo: $92^\circ + 15^\circ + x = 180^\circ$ despejando x: $x = 180^\circ - (92^\circ + 15^\circ)$ $x = 180^\circ - 107^\circ$ $x = 73^\circ$

Nota. Elaboración propia.

Tabla 18

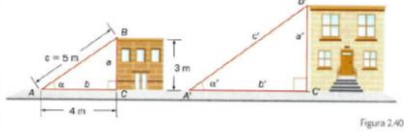
Análisis tarea 16 Vamos a Aprender

Fuente documental	Vamos a Aprender		Portal Colombia Aprende	
Cita	2017	Ministerio de Educación Nacional		Página 52
Nivel educativo	Octavo		Noveno	
Tipo de recurso	Texto escolar	Guía didáctica	Libro de texto	Manual escolar
Procesos	Razonamiento y argumentación		Comunicación, representación y modelación	
Contexto	De las mismas matemáticas	De la vida diaria	De las otras ciencias	Semirrealidad
Intención de la tarea	Reconocer triángulos semejantes	Usar teoremas		Definir semejanza de triángulos
		Teorema de Thales	Teorema de Pitágoras	
Conocimientos previos	Triángulo rectángulo, ángulos, semejanza y congruencia.			
Descripción	La tarea presenta dos triángulos rectángulos formados por segmentos perpendiculares sobre una misma recta (base). A partir de ello, se invita al escolar a identificar relaciones de semejanza mediante la comparación de ángulos y proporciones entre sus lados.			
Ejemplo	Observa la Figura 2.38.  Figura 2.38 • ¿Qué razones se pueden establecer entre las medidas de los lados de los triángulos que se forman en relación con el ángulo A? Conoce Para determinar las razones que hay entre las medidas de los lados del $\triangle ABC$ y del $\triangle AAC'$ en relación con el ángulo A, se tiene en cuenta que: • Los dos triángulos comparten el ángulo A. • El $\angle B$ y el $\angle A'$ por ser rectos, son congruentes; esto es, $\angle B \cong \angle A'$. • Por lo anterior, los triángulos ABC y AAC' son semejantes, ya que tienen dos ángulos correspondientes congruentes. Esto se denota $\triangle ABC \sim \triangle AAC'$ y se conoce como el criterio de semejanza Ángulo-Ángulo. En consecuencia, se pueden establecer las siguientes relaciones: $\frac{BC}{AC} = \frac{A'C'}{AC'} \quad \frac{AB}{AC} = \frac{AA'}{AC'} \quad \frac{BC}{AB} = \frac{A'C'}{AA'}$ A estas razones iguales se les denominan <i>seno del ángulo A</i>, <i>coseno del ángulo A</i> y <i>tangente del ángulo A</i>, respectivamente, y reciben el nombre de razones trigonométricas.			
¿Cómo resuelve el problema el autor?	El autor observa que los dos triángulos tienen en común el $\angle A$ y los $\angle B$ y $\angle A'$ son rectos. Justifica que, como los ángulos B y A' son rectos, son congruentes, además, ambos triángulos comparten el $\angle A$. Teniendo los dos ángulos congruentes y que tienen un ángulo en común, se concluye que los triángulos son semejantes por el criterio ángulo-ángulo.			

Nota. Elaboración propia.

Tabla 19

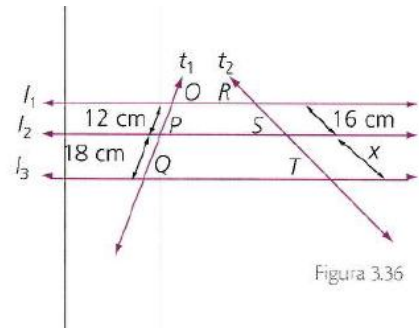
Análisis tarea 17 Vamos a Aprender

Fuente documental	Vamos a Aprender		Portal Colombia Aprende	
Cita	2017	Ministerio de Educación Nacional		Página 52
Nivel educativo	Octavo		Noveno	
Tipo de recurso	Texto escolar	Guía didáctica	Libro de texto	Manual escolar
Procesos	Razonamiento y argumentación		Comunicación, representación y modelación	
Contexto	De las mismas matemáticas	De la vida diaria	De las otras ciencias	Semirrealidad
Intención de la tarea	Reconocer triángulos semejantes	Usar teoremas		Definir semejanza de triángulos
		Teorema de Thales	Teorema de Pitágoras	
Conocimientos previos	Triángulo rectángulo, semejanza de triángulos.			
Descripción	Se presentan dos triángulos rectángulos semejantes ubicados en un contexto donde la representación son dos edificios en los cuales se identifican ángulos congruentes y lados correspondientes proporcionales. A partir de esta semejanza, se establecen las razones trigonométricas de los ángulos dados, relacionando las medidas de los lados de ambos triángulos.			
Ejemplo	Ejemplo 1 Los triángulos ABC y A'B'C' de la Figura 2.40 son semejantes, ya que son triángulos rectángulos y tienen los ángulos α y α' congruentes; por consiguiente, los lados correspondientes son proporcionales.  Figura 2.40 Las razones trigonométricas de los ángulos α y α' son: seno: $\frac{a}{c} = \frac{a'}{c'} = \frac{3}{5}$ coseno: $\frac{b}{c} = \frac{b'}{c'} = \frac{4}{5}$ tangente: $\frac{a}{b} = \frac{a'}{b'} = \frac{3}{4}$			
¿Cómo resuelve el problema el autor?	Señala que los triángulos son rectángulos y tienen ángulos congruentes, por lo que son semejantes por el criterio ángulo-ángulo. A partir de la semejanza, indica que los lados correspondientes son proporcionales.			

Nota. Elaboración propia.

Tabla 20

Análisis tarea 18 Vamos a Aprender

Fuente documental	Vamos a Aprender		Portal Colombia Aprende	
Cita	2017	Ministerio de Educación Nacional		página 82
Nivel educativo	Octavo		Noveno	
Tipo de recurso	Texto escolar	Guía didáctica	Libro de texto	Manual escolar
Procesos	Razonamiento y argumentación	Comunicación, representación y modelación		Planteamiento y resolución de problemas
Contexto	De las mismas matemáticas	De la vida diaria	De las otras ciencias	Semirrealidad
Intención de la tarea	Reconocer triángulos semejantes	Usar teoremas		Definir semejanza de triángulos
		Teorema de Tales	Teorema de Pitágoras	
Conocimientos previos	Triángulos semejantes, ecuaciones			
Descripción	Se presentan cinco rectas, l_1, l_2, l_3, t_1, t_2 tres de ellas son paralelas entre sí, la tarea plantea hallar la medida del $\overline{ST}$ y da las medidas de $\overline{OP}, \overline{PQ}, \overline{RS}$ donde $OP = 12\text{ cm}$, $PQ = 18\text{ cm}$ y $RS = 16\text{ cm}$. Considero que en la representación hace falta los puntos de intersección de cada recta para mejor visualización del estudiante.			
Ejemplo	 Figura 3.36 Ejemplo 1 Como en la Figura 3.36 se cumple que $\vec{l}_1 \parallel \vec{l}_2 \parallel \vec{l}_3$, entonces la medida de $\overline{ST}$ se calcula con el siguiente procedimiento: $\frac{OP}{RS} = \frac{PQ}{ST}$ Se plantea la proporción. $\frac{12}{16} = \frac{18}{x}$ Se reemplazan los datos conocidos. $12 \cdot x = 16 \cdot 18$ Se aplica la propiedad fundamental de las proporciones. $x = 24$ Se resuelve la ecuación.			
¿Cómo resuelve el problema el autor?	En el autor primero reconoce cuáles son las rectas paralelas intersectadas por las rectas transversales y tiene en cuenta las medidas de los segmentos correspondientes. Luego plantea una proporción y sustituye los datos conocidos y resuelve la ecuación, hallando la medida del segmento $\overline{ST}$.			

Nota. Elaboración propia.

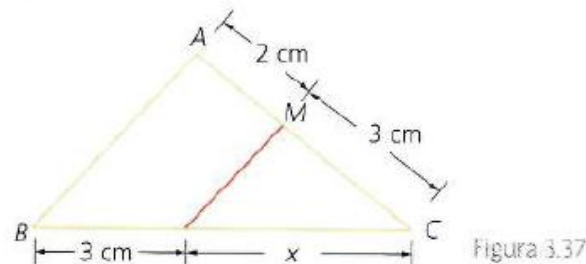
Tabla 21

Análisis tarea 19 Vamos a Aprender

Fuente documental	Vamos a Aprender			Portal Colombia Aprende	
Cita	2017	Ministerio de Educación Nacional		página 82	
Nivel educativo	Octavo			Noveno	
Tipo de recurso	Texto escolar	Guía didáctica	Libro de texto	Manual escolar	
Procesos	Razonamiento y argumentación		Comunicación, representación y modelación		Planteamiento y resolución de problemas
Contexto	De las mismas matemáticas	De la vida diaria	De las otras ciencias		Semirrealidad
Intención de la tarea	Reconocer triángulos semejantes	Usar teoremas		Definir semejanza de triángulos	
		Teorema de Thales	Teorema de Pitágoras		
Conocimientos previos	Teorema de Thales				
Descripción	La tarea presenta un triángulo ABC en el cual lo interseca el $\overline{MN} \parallel \overline{AB}$. A partir de las medidas dadas de los segmentos, se busca determinar la longitud del segmento MN . Sin embargo, en la imagen, hay un error y es que en la figura no muestra dónde está el punto N , puede que no sea colineal con M . También, la tarea asume que $BN = 3$ y $NC = x$ dando que $BC = 3 + x$. Esto no se explica explícitamente en el planteamiento, lo que puede dificultar la comprensión para el estudiante.				

*Ejemplo***Ejemplo 2**

El teorema anterior se puede aplicar para determinar la medida de $\overline{NC}$ en el $\triangle ABC$ de la Figura 3.37.



Como $\overline{AB} \parallel \overline{MN}$, se cumple que $\frac{BC}{NC} = \frac{AC}{MC}$.

Luego, se reemplazan los datos conocidos y se determina el valor desconocido, así:

$$\frac{3 + x}{x} = \frac{5}{3} \Rightarrow 9 + 3x = 5x$$

Por lo tanto, $x = 4,5$ cm.

¿Cómo resuelve el problema el autor?

Se aplica el teorema de Thales a partir de los segmentos paralelos, $\overline{AB} \parallel \overline{MN}$. Como son segmentos paralelos, forman triángulos semejantes dentro del triángulo ABC . Plantea una relación $\frac{BC}{NC} = \frac{AC}{MC}$ sustituyendo los valores conocidos y despejando x encuentra que el valor de $NC = 4,5$ cm.

Nota. Elaboración propia.

Tabla 22

Análisis tarea 20 Portal Colombia Aprende

Fuente documental	Vamos a Aprender		Portal Colombia Aprende	
Cita	s.f	Ministerio de Educación Nacional		Enlace
Nivel educativo	Octavo		Noveno	
Tipo de recurso	Texto escolar	Guía didáctica	Libro de texto	Manual escolar
Procesos	Razonamiento y argumentación	Comunicación, representación y modelación		Planteamiento y resolución de problemas
Contexto	De las mismas matemáticas	De la vida diaria	De las otras ciencias	Semirrealidad
Intención de la tarea	Reconocer triángulos semejantes	Usar teoremas		Definir semejanza de triángulos
		Teorema de Thales	Teorema de Pitágoras	
Conocimientos previos	Triángulos, medidas y ángulos de triángulos			
Descripción	La tarea presenta una situación contextualizada en una papelería, donde se invita al estudiante a observar una imagen original y su fotocopia. A partir de esta comparación, se proponen dos preguntas: identificar los cambios que se producen en la copia y reconocer los elementos que permanecen iguales. La tarea busca que el estudiante analice visualmente las transformaciones entre ambas imágenes, promoviendo la identificación de semejanza y diferencias. De esta manera, se favorece la comprensión de ideas relacionadas con la conservación de la forma, las proporciones y las transformaciones geométricas. Por otra parte, en la tarea se habla de una fotocopia, pero, no se indica si hay reducción, ampliación o escala de ésta. Las preguntas que se proponen hablan de si cambia y no cambia de las imágenes, pero no llevan al escolar a justificar y no promueve la argumentación matemática.			

<i>Ejemplo</i>	1. En la papelería de doña Cecilia se sacan fotocopias. Observa la última fotocopia que sacó y luego responde.  Original ¿Cuáles son los cambios que se producen en la fotocopia del cuadro?  Copia ¿Qué cosas no cambian cuando se realiza la fotocopia del cuadro? Figura 1. Pintura abstracta
¿Cómo resuelve el problema el autor?	No lo resuelve, pero propone que el estudiante observe y compare la imagen original con la copia con el fin de que el escolar identifique los cambios y las características que se conservan.

Nota. Elaboración propia.

Tabla 23

Análisis tarea 21 Portal Colombia Aprende

Fuente documental	Vamos a Aprender			Portal Colombia Aprende	
Cita	s.f	Ministerio de Educación Nacional		Enlace	
Nivel educativo	Octavo			Noveno	
Tipo de recurso	Texto escolar	Guía didáctica	Libro de texto	Manual escolar	
Procesos	Razonamiento y argumentación	Comunicación, representación y modelación		Planteamiento y resolución de problemas	
Contexto	De las mismas matemáticas	De la vida diaria	De las otras ciencias	Semirrealidad	
Intención de la tarea	Reconocer triángulos semejantes	Usar teoremas		Definir semejanza de triángulos	
		Teorema de Thales	Teorema de Pitágoras		
Conocimientos previos	Proporcionalidad, manejo de escala, operaciones básicas, uso del plano (cuadrícula)				
Descripción	La tarea se sitúa en un contexto cotidiano relacionado con una papelería, donde se solicita realizar una fotocopia ampliada al 150% de una imagen dada. Para ello, el estudiante debe emplear la técnica de la cuadrícula, lo que implica reducir la figura original manteniendo sus proporciones al aumentar su tamaño. Es probable que, al estudiante le surjan dudas ya que no se indica cómo llevarlo a la cuadrícula. La tarea se centra en ampliar y dibujar que no pregunta la relación que hay entre las medidas y el por qué se conserva la forma. Tampoco se le exige un argumento al estudiante, se realiza el dibujo, pero no explica el dibujo y tampoco verificar las proporciones validando que la figura sí haya quedado ampliada correctamente.				

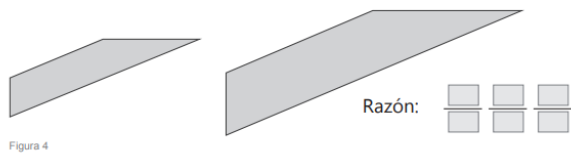
<i>Ejemplo</i>	2. A doña Cecilia le piden que saque una fotocopia ampliada al 150% de la siguiente obra. Utilizando la técnica de la cuadrícula, realiza un dibujo de la fotocopia que le solicitan a doña Cecilia. 
<i>¿Cómo resuelve el problema el autor?</i>	No lo resuelve, pero propone la resolución de la tarea mediante la ampliación de la imagen y que utilice la técnica de la cuadrícula.

Nota. Elaboración propia.

Tabla 24

Análisis tarea 22 Portal Colombia Aprende

Fuente documental	Vamos a Aprender		Portal Colombia Aprende	
Cita	s.f	Ministerio de Educación Nacional		Enlace
Nivel educativo	Octavo		Noveno	
Tipo de recurso	Texto escolar	Guía didáctica	Libro de texto	Manual escolar
Procesos	Razonamiento y argumentación	Comunicación, representación y modelación		Planteamiento y resolución de problemas
Contexto	De las mismas matemáticas	De la vida diaria	De las otras ciencias	Semirrealidad
Intención de la tarea	Reconocer triángulos semejantes	Usar teoremas		Definir semejanza de triángulos
		Teorema de Thales	Teorema de Pitágoras	
Conocimientos previos	Proporcionalidad, semejanza.			

<i>Descripción</i>	La tarea propone la comparación de parejas de figuras geométricas, en las cuales el escolar debe determinar las medidas de sus lados y establecer la razón entre lados correspondientes en cada caso. A partir de estas acciones, se busca identificar relaciones de proporcionalidad entre las figuras presentadas. Por otra parte, las figuras no están nombradas por puntos, lo que dificulta la identificación precisa de lados correspondientes y limita el uso del lenguaje matemático adecuado. Tampoco hay preguntas orientadoras a incentivar la argumentación del escolar, solo un proceso mecánico. La tarea busca trabajar semejanza y proporcionalidad, pero se apoya excesivamente en la medición e instrucciones que no son los suficientemente precisas, por lo que puede interpretarse de varias maneras llevando a errores procedimentales.
<i>Ejemplo</i>	2. Halla las medidas de los lados de cada pareja de figuras. Luego, escribe la razón entre tres lados correspondientes en cada una. a.  b.  c. 
<i>¿Cómo resuelve el problema el autor?</i>	La tarea no presenta la solución ni un ejemplo que oriente el procedimiento. Asimismo, las instrucciones no ofrecen criterios claros para la selección de lados correspondientes, lo que puede generar dificultades.

Nota. Elaboración propia.

Tabla 25

Análisis tarea 23 Portal Colombia Aprende

Fuente documental	Vamos a Aprender		Portal Colombia Aprende	
Cita	s.f	Ministerio de Educación Nacional		Enlace
Nivel educativo	Octavo		Noveno	
Tipo de recurso	Texto escolar	Guía didáctica	Libro de texto	Manual escolar
Procesos	Razonamiento y argumentación	Comunicación, representación y modelación		Planteamiento y resolución de problemas
Contexto	De las mismas matemáticas	De la vida diaria	De las otras ciencias	Semirrealidad
Intención de la tarea	Reconocer triángulos semejantes	Usar teoremas		Definir semejanza de triángulos
		Teorema de Thales	Teorema de Pitágoras	
Conocimientos previos	Proporcionalidad, semejanza, operaciones básicas.			
Descripción	La tarea presenta dos figuras geométricas correspondientes a un “original” y su “fotocopia”, en las que se indican las medadas de sus lados. A partir de esta información, se solicita al estudiante completar una igualdad de razones entre lados correspondientes, y, posteriormente, concluir sobre la relación entre ambas figuras. Se evidencia que las figuras no están denotadas por puntos, no se explica qué lados corresponden y el estudiante debe inferirlo solo. El espacio en blanco de la razón, $\frac{4}{6} = \frac{\quad}{7,5}$ queda ambiguo, el espacio en blanco no indica claramente qué debe ir, ¿otra razón? ¿una simplificación? Puede generar resueltas variedades sin criterio único. Tampoco hay una argumentación matemática que se le exija al estudiante y en la parte del enunciado, es una tarea dirigida donde reduce el nivel de razonamiento y el estudiante completa más que construye. Y por último y no menos importante, la tarea presenta una posible ambigüedad al no explicitar los lados correspondientes mediante una notación geométrica clara. Dado que varias medidas se repiten en la figura, el escolar podría establecer correspondencias basadas únicamente en la ubicación visual de los lados, por ejemplo, lado izquierdo con lado izquierdo o derecho e incluso con la base, lo cual no garantiza una correcta interpretación de la semejanza.			

Ejemplo

3. De acuerdo con lo visto en el recurso interactivo, completa.

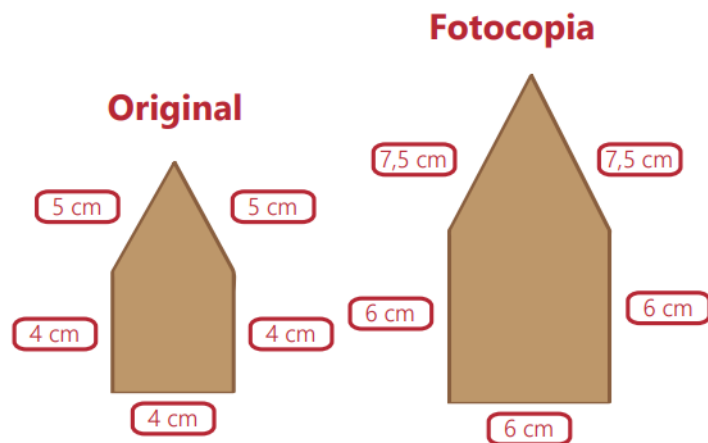


Figura 7

Razón:

$$\frac{4}{6} = \square = \frac{5}{7,5}$$

Como las _____ entre las _____ de los lados _____ son iguales, los _____ son semejantes.

Los segmentos de las figuras semejantes cumplen una relación de _____.

¿Cómo resuelve el problema el autor?

El autor no presenta una resolución de la tarea, sino que propone una estructura guiada que orienta al estudiante a establecer relaciones de proporcionalidad.

Nota. Elaboración propia.

Tabla 26

Análisis tarea 24 Portal Colombia Aprende

Fuente documental	Vamos a Aprender		Portal Colombia Aprende	
Cita	s.f	Ministerio de Educación Nacional		Enlace
Nivel educativo	Octavo		Noveno	
Tipo de recurso	Texto escolar	Guía didáctica	Libro de texto	Manual escolar
Procesos	Razonamiento y argumentación	Comunicación, representación y modelación		Planteamiento y resolución de problemas
Contexto	De las mismas matemáticas	De la vida diaria	De las otras ciencias	Semirrealidad
Intención de la tarea	Reconocer triángulos semejantes	Usar teoremas		Definir semejanza de triángulos
		Teorema de Thales	Teorema de Pitágoras	
Conocimientos previos	Fracciones y equivalencia, concepto de razón, proporcionalidad, noción de semejanza.			
Descripción	La tarea presenta varias parejas de fracciones que representan razones entre las medidas de lados correspondientes de dos figuras. A partir de estas, se solicita al estudiante identificar cuáles de ellas corresponden a los lados semejantes, es decir, aquellas que mantienen una relación proporcional. Para ello, el estudiante debe comparar las fracciones y determinar si son equivalentes. Por otro lado, la tarea presenta limitaciones al desvincular el concepto de semejanza de su representación geométrica, reduciéndolo a la comparación de fracciones. Aunque se trabaja proporcionalidad, no se promueve una comprensión conceptual de la semejanza, ni se fomenta la argumentación, lo que puede llevar a un abordaje procedimental. Además, el estudiante puede confundir las fracciones ya que no están “separadas” por una coma.			

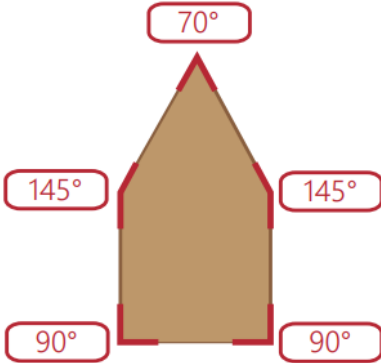
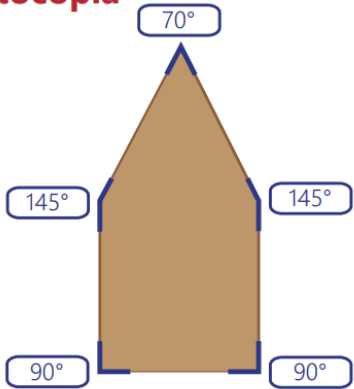
<i>Ejemplo</i>	4. A continuación encontrarás varias parejas de fracciones, que representan razones entre las medidas de lados correspondientes de dos figuras. Determina cuáles de ellas representan lados semejantes y enciérralas con color azul. a. $\frac{3}{6} \frac{15}{30}$ d. $\frac{5}{10} \frac{10}{15}$ b. $\frac{8}{3} \frac{40}{15}$ e. $\frac{21}{3} \frac{63}{9}$ c. $\frac{15}{3} \frac{3}{15}$ f. $\frac{9}{6} \frac{27}{18}$
<i>¿Cómo resuelve el problema el autor?</i>	El autor propone la resolución de la tarea mediante la comparación de fracciones, esperando que el estudiante identifique su equivalencia para determinar cuales representan relaciones proporcionales sin ofrecer una explicación del procedimiento.

Nota. Elaboración propia.

Tabla 27

Análisis tarea 25 Portal Colombia Aprende

Fuente documental	Vamos a Aprender		Portal Colombia Aprende	
Cita	s.f	Ministerio de Educación Nacional		Enlace
Nivel educativo	Octavo		Noveno	
Tipo de recurso	Texto escolar	Guía didáctica	Libro de texto	Manual escolar
Procesos	Razonamiento y argumentación	Comunicación, representación y modelación		Planteamiento y resolución de problemas
Contexto	De las mismas matemáticas	De la vida diaria	De las otras ciencias	Semirrealidad
Intención de la tarea	Reconocer triángulos semejantes	Usar teoremas		Definir semejanza de triángulos
		Teorema de Thales	Teorema de Pitágoras	
Conocimientos previos	Concepto de ángulo, uso del transportador, noción de congruencia de ángulos.			
Descripción	La tarea propone que el estudiante observe una figura original y su fotocopia, y utilice un transportador para medir los ángulos de ambas. A partir de estas mediciones, se le solicita completar la información y establecer una conclusión al comparar los ángulos correspondientes. Los ángulos ni los vértices de la figura están nombrados en notación matemática, no hay uso del lenguaje matemático, el uso del transportador es innecesario, las figuras son copias, por lo que los ángulos necesariamente son iguales, por ende, el estudiante realmente no necesita medir para concluir. Es una tarea redundante, medir para obtener los mismos valores y concluir que son iguales, no hay descubrimiento real, solo confirmación de algo evidente.			

<i>Ejemplo</i>	5. Observa nuevamente la imagen original y su fotocopia, usando un transportador, halla la medida de sus ángulos. Luego, completa. Original  Fotocopia  Figura 8 ¿Qué puedes concluir al comparar los ángulos correspondientes en la imagen original y su fotocopia?
<i>¿Cómo resuelve el problema el autor?</i>	El autor propone la resolución de la tarea mediante la medición y comparación de los ángulos en ambas figuras, con el fin de que el estudiante identifique que los ángulos correspondientes se conservan, sin desarrollar explícitamente el fundamento teórico de la semejanza.

Nota. Elaboración propia.

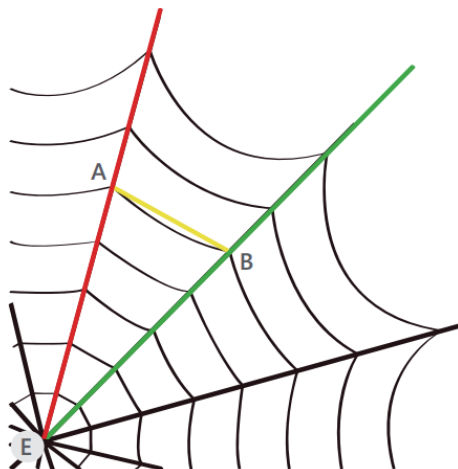
Tabla 28

Análisis tarea 26 Portal Colombia Aprende

Fuente documental	Vamos a Aprender		Portal Colombia Aprende	
Cita	s.f	Ministerio de Educación Nacional		Enlace
Nivel educativo	Octavo		Noveno	
Tipo de recurso	Texto escolar	Guía didáctica	Libro de texto	Manual escolar
Procesos	Razonamiento y argumentación	Comunicación, representación y modelación		Planteamiento y resolución de problemas
Contexto	De las mismas matemáticas	De la vida diaria	De las otras ciencias	Semirrealidad
Intención de la tarea	Reconocer triángulos semejantes	Usar teoremas		Definir semejanza de triángulos
		Teorema de Thales	Teorema de Pitágoras	
Conocimientos previos	Triángulos semejantes, teorema de Thales			
Descripción	La tarea presenta una secuencia de situaciones en las que analizan varios triángulos contruidos a partir de una misma construcción geométrica, con un punto en común. A través de unas preguntas, invita al estudiante a establecer relaciones de semejanza entre los triángulos ABE , CDE y FGE , Justificando sus respuestas. Inicialmente se plantea la comparación directa entre 2 triángulos, luego se introduce la relación inversa de la semejanza y finalmente se propone una relación transitiva entre 3 triángulos. La tarea propuesta busca que el estudiante comprenda que la semejanza es una relación que cumple propiedades como la simetría y la transitividad, promoviendo procesos de razonamiento y argumentación más allá del cálculo en un contexto visual.			

Ejemplo

¿El triángulo ABE es semejante al triángulo ABE? Explica tu respuesta.



Si el triángulo ABE es semejante al triángulo CDE, entonces, ¿El triángulo CDE es semejante al triángulo ABE? Explica tu respuesta.

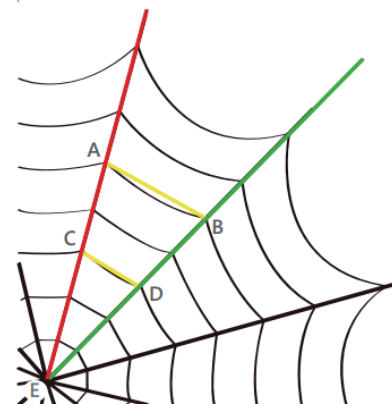


Figura 17

Si el triángulo ABE es semejante al triángulo CDE, y el triángulo CDE es semejante al triángulo FGE, entonces, ¿cómo se relacionan los triángulos ABE y FGE? Explica tu respuesta.

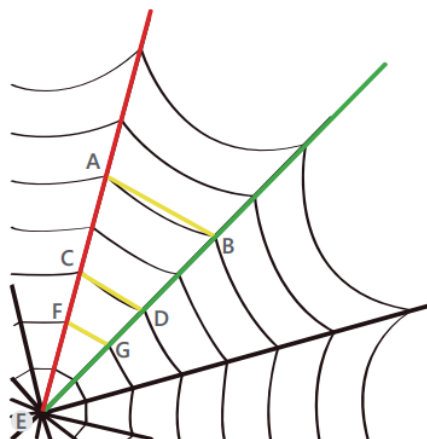


Figura 18

¿Cómo resuelve el problema el autor?

El autor no lo resuelve, pero espera que el estudiante reconozca propiedades de la semejanza como la simetría y transitividad.

Nota. Elaboración propia.

Tabla 29

Análisis tarea 27 Portal Colombia Aprende

Fuente documental	Vamos a Aprender		Portal Colombia Aprende	
Cita	s.f	Ministerio de Educación Nacional		Enlace
Nivel educativo	Octavo		Noveno	
Tipo de recurso	Texto escolar	Guía didáctica	Libro de texto	Manual escolar
Procesos	Razonamiento y argumentación	Comunicación, representación y modelación		Planteamiento y resolución de problemas
Contexto	De las mismas matemáticas	De la vida diaria	De las otras ciencias	Semirrealidad
Intención de la tarea	Reconocer triángulos semejantes	Usar teoremas		Definir semejanza de triángulos
		Teorema de Thales	Teorema de Pitágoras	
Conocimientos previos	Concepto de ángulo, uso del transportador, noción de congruencia de ángulos.			
Descripción	La tarea presenta una figura con dos triángulos resaltados sobre una estructura dando entender que es una telaraña, en la que se le solicita al estudiante medir, utilizando un transportador, dos ángulos correspondientes y compararlos. Luego, debe completar los espacios con las medidas obtenidas. Sin embargo, puede presentar una ambigüedad en los ángulos a medir ya que no se indica explícitamente cuales ángulos y vértices son los correspondientes. Ahora bien, por ser el ejemplo en una telaraña radial, puede haber un error de precisión al medir los ángulos y los resultados pueden variar.			

Ejemplo

Telarañas

Las arañas tienen glándulas que se encuentra en su abdomen, las cuales proveen el material para hacer las telarañas, utilizando el viento, especialmente cuando están entre dos árboles, para darle dirección durante la construcción, creando así un patrón para elaborarla.

Observa las siguientes telarañas y traza los triángulos que veas en ellas.

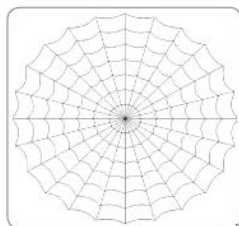


Figura 9

1. Usando un transportador, halla la medida dos ángulos correspondientes en los triángulos resaltados, luego compáralos y completa.

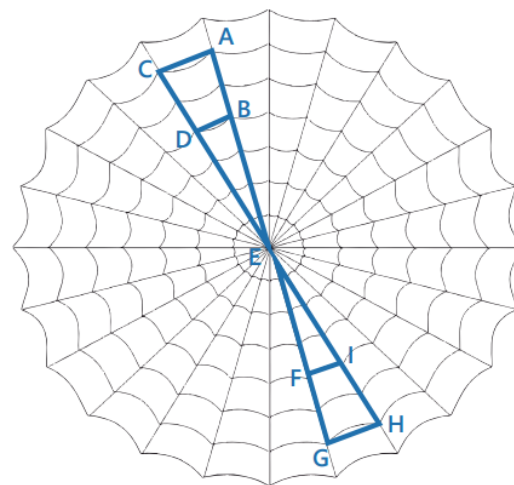


Figura 10

Ángulos medidos:

Medida:

Comparando los ángulos medidos, ¿qué conclusión puedes obtener? _____

¿Los triángulos resaltados son semejantes? _____

Comprueba si los triángulos resaltados son semejantes, hallando la medida de sus ángulos y lados, y encontrando la razón entre los lados correspondientes.

¿Cómo resuelve el problema el autor?

El autor no lo resuelve, propone la resolución de la tarea mediante la medición de ángulos correspondientes en dos triángulos y su posterior comparación, con el fin de que el estudiante identifique la igualdad de medidas

Nota. Elaboración propia.

Tabla 30

Análisis tarea 28 Portal Colombia Aprende

Fuente documental	Vamos a Aprender		Portal Colombia Aprende	
Cita	s.f	Ministerio de Educación Nacional		Enlace
Nivel educativo	Octavo		Noveno	
Tipo de recurso	Texto escolar	Guía didáctica	Libro de texto	Manual escolar
Procesos	Razonamiento y argumentación	Comunicación, representación y modelación		Planteamiento y resolución de problemas
Contexto	De las mismas matemáticas	De la vida diaria	De las otras ciencias	Semirrealidad
Intención de la tarea	Reconocer triángulos semejantes	Usar teoremas		Definir semejanza de triángulos
		Teorema de Thales	Teorema de Pitágoras	
Conocimientos previos	Semejanza de triángulos, razones y proporciones			
Descripción	La tarea propone que el estudiante observe dos triángulos con sus respectivas medidas y determine la razón entre tres pares de lados correspondientes. A partir de estos cálculos, se le solicita analizar si dichas razones son iguales, con el fin de establecer si existe proporcionalidad entre los lados. Finalmente, el estudiante debe concluir si los triángulos son semejantes, relacionando la igualdad de razones con el criterio de semejanza basado en la proporcionalidad de los lados. En la imagen no se evidencia la notación matemática correspondiente, por lo que el escolar puede presentar dificultades a la hora de relacionar los lados correspondientes. Esto genera una relación mecánica haciendo entender que para relacionar los lados semejantes correspondientes las figuras siempre deben estar en la misma “posición”. En la parte donde están las casillas de razones, no están relacionadas con una coma “,” o un igual “=”, no se entiende qué es lo que el autor quiere que logre el escolar.			

Ejemplo

2. Observa los siguientes triángulos y sus medidas. Luego, halla la razón entre los tres pares de lados correspondientes, y completa.

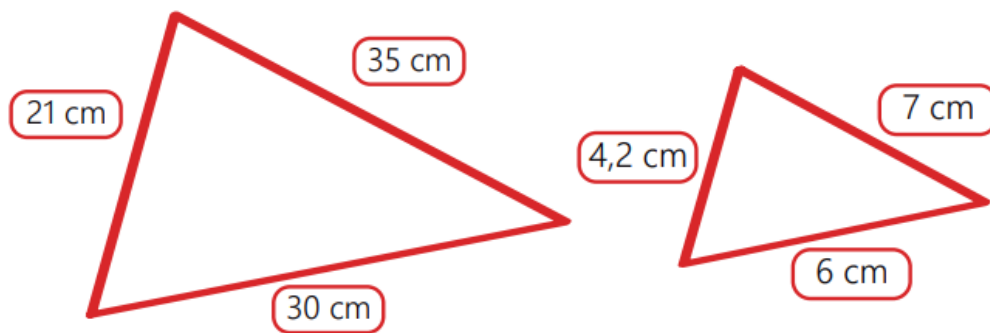


Figura 11

Razones: $\frac{\square}{\square} \quad \frac{\square}{\square} \quad \frac{\square}{\square}$

¿Los lados son proporcionales? _____

¿Los triángulos son semejantes? _____

¿Cómo resuelve el problema el autor?

El autor no lo resuelve, pero propone la resolución de la tarea mediante la comparación de razones.

Nota. Elaboración propia.

Tabla 31

Análisis tarea 29 Portal Colombia Aprende

Fuente documental	Vamos a Aprender			Portal Colombia Aprende	
Cita	s.f	Ministerio de Educación Nacional		Enlace	
Nivel educativo	Octavo			Noveno	
Tipo de recurso	Texto escolar	Guía didáctica	Libro de texto		Manual escolar
Procesos	Razonamiento y argumentación		Comunicación, representación y modelación		Planteamiento y resolución de problemas
Contexto	De las mismas matemáticas	De la vida diaria		De las otras ciencias	Semirrealidad
Intención de la tarea	Reconocer triángulos semejantes	Usar teoremas			Definir semejanza de triángulos
		Teorema de Thales		Teorema de Pitágoras	
Conocimientos previos	Concepto de triángulo, medición y comparación de ángulos, razones y proporciones.				
Descripción	Se presenta una tarea en la que se comparan dos triángulos a partir de sus medidas y un ángulo común de 40°. Los estudiantes deben observar las longitudes de dos pares de lados correspondientes en cada triángulo y calcular sus razones para determinar si existe proporcionalidad entre ellos. A partir de esta comparación, se promueve el análisis de la relación entre los ángulos (identificando que son congruentes) y la verificación de la semejanza de los triángulos mediante el criterio ángulo-ángulo. Nuevamente se evidencia la falta de notación matemática lo cual es sumamente importante ya que puede generar errores y dificultades tales como: no identificar correctamente los lados correspondientes, calcular mal las razones, no reconocer la proporcionalidad, justificar semejanza solo por la forma visual sin justificar mediante razones o ángulos.				

Ejemplo

3. Observa los siguientes triángulos y sus medidas. Luego, halla la razón entre los dos pares de lados correspondientes.

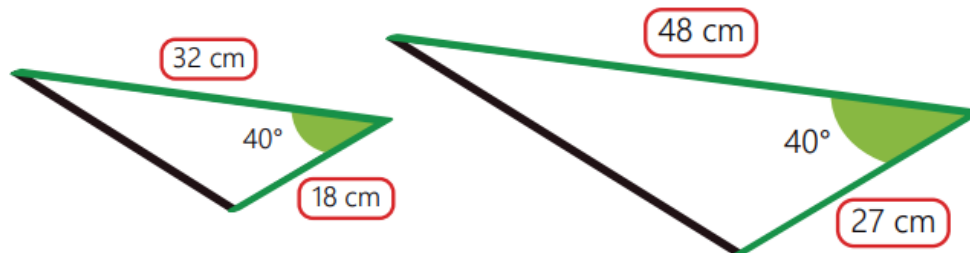


Figura 12

Razones: $\frac{\square}{\square} \quad \frac{\square}{\square}$

¿Los lados son proporcionales _____

¿Cómo se relacionan los ángulos? _____

¿Los triángulos son semejantes? _____

Comprueba si los triángulos son semejantes, hallando la medida de los ángulos y el lado restante.

¿Cómo resuelve el problema el autor?

El autor propone comparar los dos triángulos identificando los lados correspondientes y calculando la razón entre ellos

Nota. Elaboración propia.

Tabla 32

Análisis tarea 30 Portal Colombia Aprende

Fuente documental	Vamos a Aprender		Portal Colombia Aprende	
Cita	s.f	Ministerio de Educación Nacional		Enlace
Nivel educativo	Octavo		Noveno	
Tipo de recurso	Texto escolar	Guía didáctica	Libro de texto	Manual escolar
Procesos	Razonamiento y argumentación	Comunicación, representación y modelación		Planteamiento y resolución de problemas
Contexto	De las mismas matemáticas	De la vida diaria	De las otras ciencias	Semirrealidad
Intención de la tarea	Reconocer triángulos semejantes	Usar teoremas		Definir semejanza de triángulos
		Teorema de Thales	Teorema de Pitágoras	
Conocimientos previos	Triángulos semejantes			
Descripción	La tarea propone clasificar pares de triángulos según el criterio de semejanza que permite justificar su relación (AA, LLL o LAL), a partir de la información proporcionada en cada caso, el escolar debe analizar los datos dados, identificar las condiciones que se cumplen en cada par de triángulos y asociarlas con el criterio correspondiente. También, se evidencia una ambigüedad en la instrucción ya que no especifica con claridad si se debe demostrar la semejanza de los triángulos o simplemente ubicarlos en los recuadros correspondientes. La tarea no utiliza simbología matemática lo que limita la formalización del pensamiento matemático y hace ver que, para que los triángulos sean semejantes deben estar ubicados en el plano de la misma manera.			

Ejemplo

5. Recorta cada pareja de triángulos y pégalos en el recuadro del criterio que podría demostrar que son semejantes de acuerdo con los datos dados.

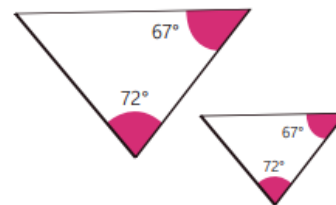
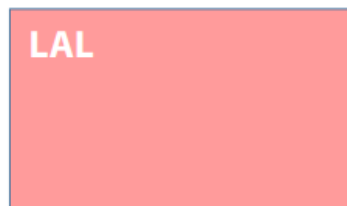
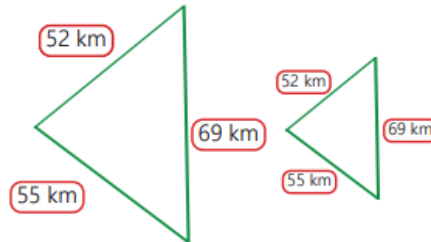
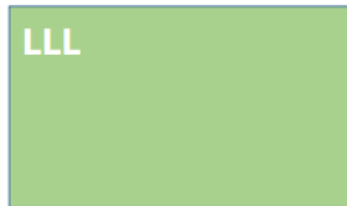
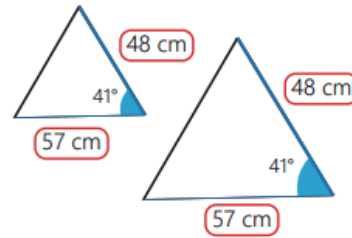
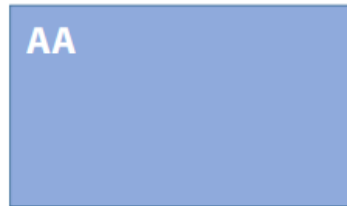


Figura 13

¿Cómo resuelve el problema el autor?

El autor no lo resuelve.

Nota. Elaboración propia.

Tabla 33

Análisis tarea 31 Portal Colombia Aprende

Fuente documental	Vamos a Aprender		Portal Colombia Aprende	
Cita	s.f	Ministerio de Educación Nacional		Enlace
Nivel educativo	Octavo		Noveno	
Tipo de recurso	Texto escolar	Guía didáctica	Libro de texto	Manual escolar
Procesos	Razonamiento y argumentación	Comunicación, representación y modelación		Planteamiento y resolución de problemas
Contexto	De las mismas matemáticas	De la vida diaria	De las otras ciencias	Semirrealidad
Intención de la tarea	Reconocer triángulos semejantes	Usar teoremas		Definir semejanza de triángulos
		Teorema de Thales	Teorema de Pitágoras	
Conocimientos previos	Triángulos semejantes.			
Descripción	La tarea propone completar el enunciado del teorema de Thales y relacionarlo con su representación gráfica mediante un conjunto de rectas paralelas intersecadas por transversales. Posteriormente, se presenta una situación contextualizada en una telaraña, donde se destacan segmentos y puntos que permiten identificar triángulos formados por intersecciones de rectas. A partir de esta representación, los estudiantes deben analizar la relación entre los triángulos ABE y CDE, determinando si son semejantes mediante la aplicación del teorema de Thales. Esto implica reconocer la presencia de rectas paralelas, identificar segmentos correspondientes y establecer relaciones de proporcionalidad. A pesar de tener la representación gráfica de los “triángulos” en la telaraña, en las preguntas hablan del punto E lo cual no está en la gráfica, puede generar una confusión al estudiante para no identificar los triángulos fácilmente. De igual manera en las “rectas”, no están nombradas y los puntos de intersección tampoco se muestran, no hay uso del lenguaje matemático. Esto puede generar que el estudiante se refiera a las rectas como flechas, líneas puntuadas, etc.			

Ejemplo

6. Completa el teorema de Tales y su representación gráfica, de acuerdo con lo visto en el recurso interactivo.

Si dos _____ cualesquiera se _____ por varias rectas _____, los segmentos determinados en una de las rectas son _____ a los segmentos correspondientes en la otra.

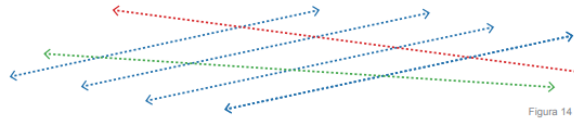


Figura 14

Observa la telaraña y los triángulos que se resaltan en ella. Luego, responde.

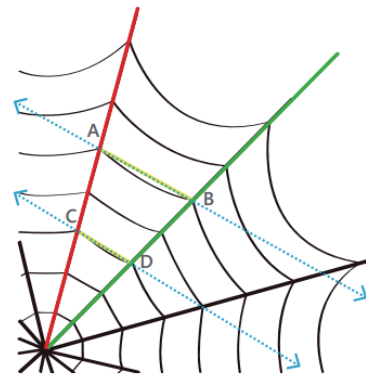


Figura 15

Los triángulos ABE y CDE, ¿son triángulos semejantes? Explica tu respuesta aplicando el teorema de Tales. _____

¿Qué criterio de semejanza de triángulos aplica para demostrar que los triángulos ABE y CDE son semejantes? Explica tu respuesta. _____

¿Cómo resuelve el problema el autor?

No lo resuelve, pero el autor aplica el Teorema de Tales identificando varias rectas paralelas intersectadas por dos rectas transversales, espera que el escolar identifique la relación.

Nota. Elaboración propia.

Tabla 34

Análisis tarea 32 Portal Colombia Aprende

Fuente documental	Vamos a Aprender		Portal Colombia Aprende	
Cita	s.f	Ministerio de Educación Nacional		Enlace
Nivel educativo	Octavo		Noveno	
Tipo de recurso	Texto escolar	Guía didáctica	Libro de texto	Manual escolar
Procesos	Razonamiento y argumentación	Comunicación, representación y modelación		Planteamiento y resolución de problemas
Contexto	De las mismas matemáticas	De la vida diaria	De las otras ciencias	Semirrealidad
Intención de la tarea	Reconocer triángulos semejantes	Usar teoremas		Definir semejanza de triángulos
		Teorema de Thales	Teorema de Pitágoras	
Conocimientos previos	Triángulos semejantes			
Descripción	La tarea propone la observación de una estructura formada por cartas dispuestas en forma de triángulos, a partir de la cual se invita al estudiante a identificar triángulos semejantes presentes en la imagen. Posteriormente se solicita escribir dichas relaciones y analizar si el triángulo más grande es semejante al más pequeño, justificando su respuesta mediante un criterio de semejanza. Finalmente, se plantea una pregunta de generalización sobre los triángulos equiláteros con el fin de que el estudiante identifique sobre sus propiedades y establezca si todos ellos son semejantes.			

<i>Ejemplo</i>	¿Puedes identificar triángulos semejantes en la siguiente imagen? Descríbelos.  Figura 19 Triángulos semejantes: _____ _____ _____ ¿El triángulo más grande es semejante al más pequeño? ¿Qué criterio podría demostrarlo? _____ _____ _____ ¿Se puede decir que todos los triángulos equiláteros son semejantes? ¿Por qué? _____ _____ _____
¿Cómo resuelve el problema el autor?	El autor no lo resuelve, pero guía al estudiante con las preguntas para que identifiquen si los triángulos equiláteros son semejantes.

Nota. Elaboración propia.

Tabla 35

Análisis tarea 33 Portal Colombia Aprende

Fuente documental	Vamos a Aprender		Portal Colombia Aprende	
Cita	s.f	Ministerio de Educación Nacional		Enlace
Nivel educativo	Octavo		Noveno	
Tipo de recurso	Texto escolar	Guía didáctica	Libro de texto	Manual escolar
Procesos	Razonamiento y argumentación	Comunicación, representación y modelación		Planteamiento y resolución de problemas
Contexto	De las mismas matemáticas	De la vida diaria	De las otras ciencias	Semirrealidad
Intención de la tarea	Reconocer triángulos semejantes	Usar teoremas		Definir semejanza de triángulos
		Teorema de Thales	Teorema de Pitágoras	
Conocimientos previos	Concepto de triángulo, triángulos semejantes, razones y proporciones, lados y ángulos correspondientes, criterios de semejanza.			
Descripción	La tarea propone observar diferentes imágenes de contextos cotidianos y geométricos para identificar en ellas la presencia de triángulos semejantes. A partir de estas representaciones, los estudiantes deben plantear un problema que involucre la semejanza de triángulos y resolverlo mediante cálculos en una cuadrícula dispuesto para ello. Sin embargo, hay ambigüedad en la tarea ya que no especifica con claridad qué tipo de problema debe construir el escolar (cálculo de longitudes, justificación de semejanza, uso de criterio específico) lo que puede generar respuestas muy variadas y no podrían compararse con las respuestas de todos los estudiantes. Se observa falta de datos en las imágenes, por ejemplo en la primera imagen, no se presentan medidas de longitudes, ángulos ni referencias numéricas; en la siguiente imagen, tampoco hay medidas ni ángulos indicados, aunque se pueden reconocer triángulos, nada garantiza que sean semejantes, no podemos asegurar que los palitos de madera son paralelos; en la última figura de la estrella, tampoco se observan medidas, ni marcas de congruencia o paralelismo cosa que no podemos garantizar en esta imagen. A diferencia de la tercera imagen que sí brinda más información, como las medidas, los ángulos rectos, podemos garantizar que las rectas son paralelas y podemos garantizar la semejanza y proporcionalidad.			

Ejemplo

1. Observa cada imagen. Luego, escribe un problema que involucre los triángulos semejantes que se identifican en las imágenes y utiliza como contexto lo que muestra la figura.

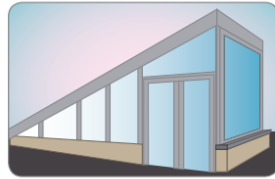


Figura 20

Realiza aquí tus cálculos

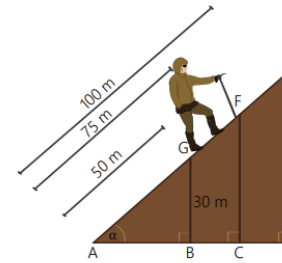


Figura 22

Realiza aquí tus cálculos

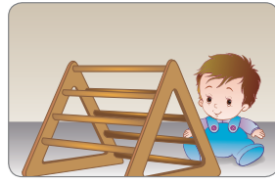


Figura 21

Realiza aquí tus cálculos

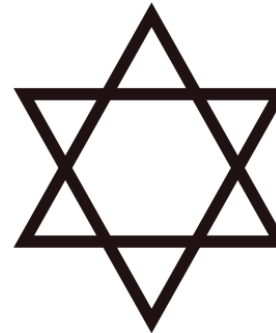


Figura 23

Realiza aquí tus cálculos

¿Cómo resuelve el problema el autor?

El autor no lo resuelve, pero plantea la tarea como una tarea abierta en el que el escolar debe identificar triángulos semejantes en distintas imágenes, formular un problema a partir de ellos y resolverlo.

Nota. Elaboración propia.

Tabla 36

Análisis tarea 34 Portal Colombia Aprende

Fuente documental	Vamos a Aprender		Portal Colombia Aprende	
Cita	s.f	Ministerio de Educación Nacional		Enlace
Nivel educativo	Octavo		Noveno	
Tipo de recurso	Texto escolar	Guía didáctica	Libro de texto	Manual escolar
Procesos	Razonamiento y argumentación	Comunicación, representación y modelación		Planteamiento y resolución de problemas
Contexto	De las mismas matemáticas	De la vida diaria	De las otras ciencias	Semirrealidad
Intención de la tarea	Reconocer triángulos semejantes	Usar teoremas		Definir semejanza de triángulos
		Teorema de Thales	Teorema de Pitágoras	
Conocimientos previos	Concepto de triángulo, triángulos semejantes, razones y proporciones, lados y ángulos correspondientes, criterios de semejanza, demostración matemática.			
Descripción	La tarea propone la construcción de un rompecabezas a partir de fichas que contienen el enunciado y la demostración del criterio LLL. La demostración ya está hecha por el autor, los estudiantes solo la deben organizar. Por otro lado, aunque hay notación matemática, anteriormente no se hizo y, sin embargo, hay algunos errores. Tampoco hay pistas de cómo ordenar la demostración, entonces se puede hacer énfasis en lo mecánico, armando el rompecabezas encajando las dichas sin garantizar que el estudiante comprenda la lógica de la demostración. Si el estudiante no ha manejado o visto demostraciones anteriormente, se le puede dificultar la comprensión de ésta, es importante la representación gráfica. El autor indica que, la proporción, la igualdad de las distancias es: $\frac{\overline{AB}}{A_1B_1} = \frac{\overline{AC}}{A_1C_1} = \frac{\overline{CB}}{C_1B_1} = \lambda$ lo cual es un error en notación matemática ya que no es posible dividir los segmentos, sino las distancias de estos, lo cual, lo correcto sería: $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = \frac{CB}{C_1B_1} = \lambda ; \lambda \in \mathbb{R}^+$			

<i>Ejemplo</i>	2. Recorta las fichas del rompecabezas que se encuentran en el anexo XX, luego ármalo y pégalo en el siguiente espacio. Tercer criterio de semejanza de triángulos: Si dos triángulos tienen sus lados proporcionales, entonces son semejantes. <i>Dem.:</i> Sean $\triangle ABC$ y $\triangle A_1B_1C_1$ tales que $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \lambda$ Si $\lambda = 1$ entonces los triángulos tienen los lados iguales y por el tercer criterio de congruencia (LLL) los triángulos son congruentes. Supongamos ahora $\overline{AB} > \overline{A_1B_1}$ y construimos $\triangle AB'C'$ en posición de Tales con $\triangle ABC$, con $\overline{AB'} = \overline{A_1B_1}$ como en la demostración del primer criterio. Entonces $\frac{\overline{AC}}{A_1C_1} = \frac{\overline{BC}}{B_1C_1} = \frac{\overline{AB}}{A_1B_1} = \frac{\overline{AB}}{AB'} = \frac{\overline{AC}}{AC'} = \frac{\overline{BC}}{B'C'}$ de donde se deduce que $\overline{B_1C_1} = \overline{B'C'}$ y $\overline{A_1C_1} = \overline{AC'}$. Por el tercer criterio de congruencia $\triangle AB'C' \cong \triangle A_1B_1C_1$ Entonces $\triangle ABC \sim \triangle AB'C' = \triangle A_1B_1C_1$ Figura 24
<i>¿Cómo resuelve el problema el autor?</i>	El autor organiza la tarea de modo que el estudiante reconstruya la demostración del criterio LLL de semejanza de triángulos mediante el armado de un rompecabezas. Para ello, dispone fragmentos del enunciado y de la demostración que deben ordenarse correctamente.

Nota. Elaboración propia.

Tabla 37

Análisis tarea 35 Portal Colombia Aprende

Fuente documental	Vamos a Aprender			Portal Colombia Aprende	
Cita	s.f	Ministerio de Educación Nacional		Enlace	
Nivel educativo	Octavo			Noveno	
Tipo de recurso	Texto escolar	Guía didáctica	Libro de texto		Manual escolar
Procesos	Razonamiento y argumentación		Comunicación, representación y modelación		Planteamiento y resolución de problemas
Contexto	De las mismas matemáticas	De la vida diaria		De las otras ciencias	Semirrealidad
Intención de la tarea	Reconocer triángulos semejantes	Usar teoremas			Definir semejanza de triángulos
		Teorema de Thales		Teorema de Pitágoras	
Conocimientos previos	Concepto de triángulo, triángulos semejantes, razones y proporciones, lados y ángulos correspondientes, criterios de semejanza, demostración matemática.				
Descripción	La tarea propone que los estudiantes elaboren las demostraciones de los criterios de semejanza AA y LAL, tomando como referencia la demostración previamente trabajada, el criterio LLL. Sin embargo, el estudiante puede presentar dificultades a la hora de desarrollar la demostración, ya que en el ejemplo anterior hay errores en la notación matemática y posiblemente le haga falta la representación gráfica porque puede que el estudiante no haya comprendido la demostración y tampoco se proporcionan pasos, preguntas guía ni estructura para elaborar la demostración.				

<i>Ejemplo</i>	3. Toma como guía la demostración del criterio LLL, para demostrar los criterios AA y LAL. Realiza aquí tus cálculos Realiza aquí tus cálculos
<i>¿Cómo resuelve el problema el autor?</i>	No lo resuelve.

Nota. Elaboración propia.

Tabla 38

Análisis tarea 36 Portal Colombia Aprende

Fuente documental	Vamos a Aprender		Portal Colombia Aprende	
Cita	s.f	Ministerio de Educación Nacional		Enlace
Nivel educativo	Octavo		Noveno	
Tipo de recurso	Texto escolar	Guía didáctica	Libro de texto	Manual escolar
Procesos	Razonamiento y argumentación	Comunicación, representación y modelación		Planteamiento y resolución de problemas
Contexto	De las mismas matemáticas	De la vida diaria	De las otras ciencias	Semirrealidad
Intención de la tarea	Reconocer triángulos semejantes	Usar teoremas		Definir semejanza de triángulos
		Teorema de Thales	Teorema de Pitágoras	
Conocimientos previos	Reconocimiento de figuras geométricas planas, identificación de lados y ángulos, proporcionalidad y razón.			
Descripción	La tarea propone el análisis de diferentes figuras geométricas con el propósito de determinar si son semejantes. En este caso, el estudiante debe observar las características de las figuras, identificar posibles relaciones entre sus lados y ángulos y justificar su respuesta con base a los criterios ya vistos. Sin embargo. En las primeras dos figuras no se muestran las marcas donde evidencie si tienen ángulos congruentes, lados congruentes y las figuras no tienen puntos ni nombre, lo cual no hay notación matemática en ellas. Lo cual es difícil que el estudiante relacione esa semejanza sin realizar expresiones tales como: la de arriba, abajo, izquierda derecha, la de color verde, etc. Aunque en la segunda parte, las figuras sí tienen sus puntos con sus nombres, no se evidencian las marcas para ver si hay paralelismo en las rectas o en este caso segmentos, ni congruencia de lados, ni ángulos.			

Ejemplo

1. Determina cuáles de las siguientes figuras son semejantes. Justifica tu respuesta.

a.

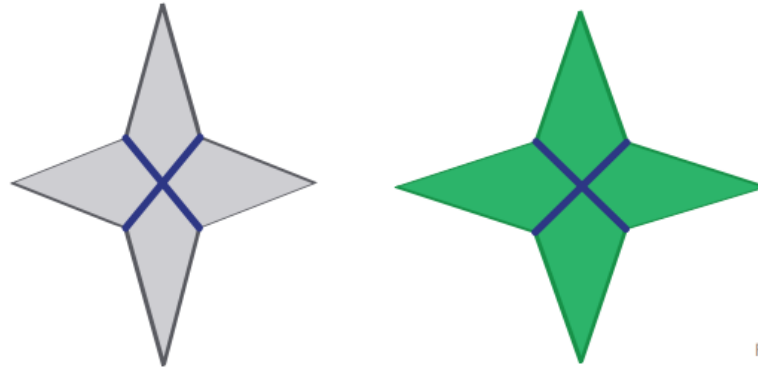


Figura 25

b.

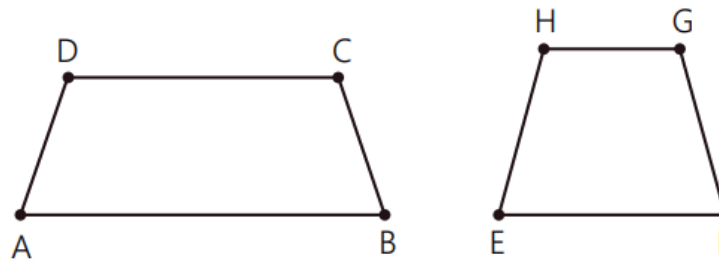


Figura 26

¿Cómo resuelve el problema el autor?

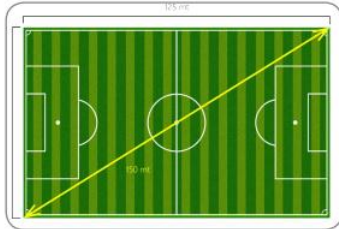
No lo resuelve.

Nota. Elaboración propia.

Tabla 39

Análisis tarea 37 Portal Colombia Aprende

Fuente documental	Vamos a Aprender		Portal Colombia Aprende	
Cita	s.f	Ministerio de Educación Nacional		Enlace
Nivel educativo	Octavo		Noveno	
Tipo de recurso	Texto escolar	Guía didáctica	Libro de texto	Manual escolar
Procesos	Razonamiento y argumentación	Comunicación, representación y modelación		Planteamiento y resolución de problemas
Contexto	De las mismas matemáticas	De la vida diaria	De las otras ciencias	Semirrealidad
Intención de la tarea	Reconocer triángulos semejantes	Usar teoremas		Definir semejanza de triángulos
		Teorema de Thales	Teorema de Pitágoras	
Conocimientos previos	Triángulos semejantes, criterios de semejanza, proporcionalidad.			
Descripción	La tarea propone la identificación de triángulos semejantes en diferentes contextos visuales, como objetos reales, instrumentos geométricos, señales y cancha de fútbol. El estudiante debe analizar cada imagen, reconocer la presencia de triángulos y determinar cuáles de ellos son semejantes, justificando su respuesta con base en criterios geométricos. Considero que la tarea le falta de información ya que, como en la tarea anterior, al no tener medidas de lados o ángulos, no se puede asegurar que sean semejantes.			

<i>Ejemplo</i>	3. Encierra las imágenes donde hay triángulos semejantes. Justifica tus respuestas. a.  _____ _____ _____ _____ b.  _____ _____ _____ _____ c.  _____ _____ _____ _____ d.  _____ _____ _____ _____
<i>¿Cómo resuelve el problema el autor?</i>	El autor no presenta una resolución explícita de la tarea.

Nota. Elaboración propia.

Tabla 40

Análisis tarea 38 Portal Colombia Aprende

Fuente documental	Vamos a Aprender		Portal Colombia Aprende	
Cita	s.f.	Ministerio de Educación Nacional		Enlace
Nivel educativo	Octavo		Noveno	
Tipo de recurso	Texto escolar	Guía didáctica	Libro de texto	Manual escolar
Procesos	Razonamiento y argumentación	Comunicación, representación y modelación		Planteamiento y resolución de problemas
Contexto	De las mismas matemáticas	De la vida diaria	De las otras ciencias	Semirrealidad
Intención de la tarea	Reconocer triángulos semejantes	Usar teoremas		Definir semejanza de triángulos
		Teorema de Thales	Teorema de Pitágoras	
Conocimientos previos	Triángulos, rectas paralelas, ángulos, relación de medidas, proporcionalidad.			
Descripción	La tarea presenta una situación contextualizada en la que se relacionan la altura de un árbol y la longitud de la sombra de una persona, a partir de la observación de una animación. El estudiante debe representar esta información mediante un diagrama y, posteriormente, responder preguntas que implican el análisis de las figuras formadas. En la animación dan estos datos, la altura del árbol es de $15m$, la sombra de éste es de $32m$, la altura de la persona es x y la sombra de éste es de $2,10m$, indica que los rayos del sol son paralelos, así formando dos triángulos. Sin embargo, gran parte de la comprensión depende de ver la animación, si el estudiante no la vio o no la entendió bien, la tarea pierde sentido, aunque la situación apunta a triángulos semejantes, esto no se dice directamente, también menciona que el estudiante identifique los ángulos formados, pero no especifica cuales. También, las preguntas son muy abiertas, ¿cómo son las figuras...?, ¿cómo son los rayos del sol? Se pueden responder de forma superficial, por ejemplo, son triángulos, son figuras iguales, son parecidas, son grandes y pequeñas, son diferentes porque una es más grande, los rayos son rectos, vienen del sol, son largos, dan luz y no obligan a usar lenguaje matemático y tampoco pide justificar con razones y proporciones.			

<i>Ejemplo</i>	1. Después de ver la animación, dibuja el diagrama con los datos expuestos del problema de Carlos y Susana. Luego, responde las preguntas. El diagrama muestra un árbol verde con una altura marcada como 15 m. A su lado, una línea horizontal amarilla representa su sombra, marcada como 32 m. El fondo incluye montañas verdes, un cielo azul con nubes blancas y un sol amarillo. En la esquina superior derecha, un recuadro con el título 'DATOS' contiene el texto: 'Altura del árbol: 15 m' y 'Sombra del árbol: 32 m'. A la derecha del árbol, una pequeña figura humana está de pie. a) ¿Cómo son las figuras que se forman entre las alturas y las sombras respectivamente b) ¿Cómo son los rayos del Sol?
<i>¿Cómo resuelve el problema el autor?</i>	El autor orienta la resolución mediante la animación, en la animación está el árbol, su sombra y una persona con sombra el cual dan el valor, se menciona que los rayos del sol son paralelos y muestra el diagrama que el estudiante debe dibujar. Luego se pide a los estudiantes que responda las preguntas de acuerdo con la animación.

Nota. Elaboración propia.

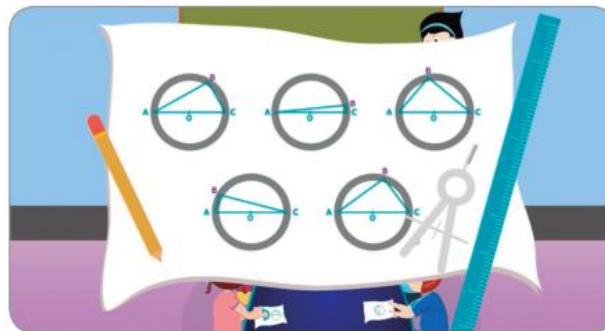
Tabla 41

Análisis tarea 39 Portal Colombia Aprende

Fuente documental	Vamos a Aprender		Portal Colombia Aprende	
Cita	s.f.	Ministerio de Educación Nacional		Enlace
Nivel educativo	Octavo		Noveno	
Tipo de recurso	Texto escolar	Guía didáctica	Libro de texto	Manual escolar
Procesos	Razonamiento y argumentación	Comunicación, representación y modelación		Planteamiento y resolución de problemas
Contexto	De las mismas matemáticas	De la vida diaria	De las otras ciencias	Semirrealidad
Intención de la tarea	Reconocer triángulos semejantes	Usar teoremas		Definir semejanza de triángulos
		Teorema de Thales	Teorema de Pitágoras	
Conocimientos previos	Triángulos, circunferencias, vértices, lados, radios.			
Descripción	La tarea presenta una situación en la que observan varias figuras construidas circunscritas en una circunferencia, en las cuales se han trazado unos triángulos a partir de puntos determinados. Se le solicita al escolar identificar las figuras formadas, reconocer sus características comunes y analizar si los triángulos construidos son iguales, justificando su respuesta. Sin embargo, en matemáticas, no es válido decir que dos figuras son “iguales” ya que tendrían que ser la misma, y en este caso no es así. Las preguntas permiten respuestas generales y basadas en la percepción visual, sin exigir el uso de lenguaje matemático ni la justificación con propiedades geométricas, lo que puede limitar la comprensión de los conceptos involucrados. El estudiante puede contestar a la primera pregunta que Carlos formó círculos, triángulos, y puede decir que las figuras son iguales, tienen triángulos, se parecen; pero no especifican qué es lo común como ¿mismo radio?, ¿mismo tipo de triángulo? ¿misma base?			

Ejemplo

2. Observa atentamente las figuras que Carlos construyó en su clase de arte. Luego, responde las preguntas.



1

a) ¿Qué figuras formó Carlos?

b) ¿Qué tienen en común todas estas figuras?

c) ¿Los triángulos que están dentro de las circunferencias son iguales? Justifica tu respuesta

¿Cómo resuelve el problema el autor?

El autor no presenta la solución explícita de la tarea.

Nota. Elaboración propia.

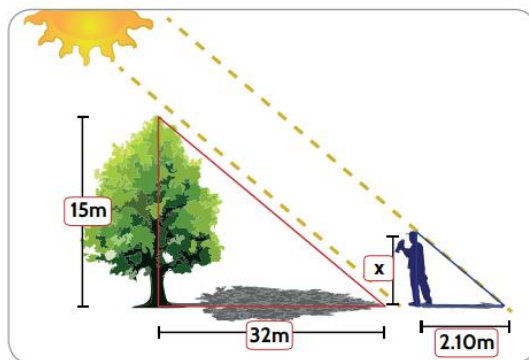
Tabla 42

Análisis tarea 40 Portal Colombia Aprende

Fuente documental	Vamos a Aprender			Portal Colombia Aprende	
Cita	s.f.	Ministerio de Educación Nacional			Enlace
Nivel educativo	Octavo			Noveno	
Tipo de recurso	Texto escolar	Guía didáctica	Libro de texto		Manual escolar
Procesos	Razonamiento y argumentación		Comunicación, representación y modelación		Planteamiento y resolución de problemas
Contexto	De las mismas matemáticas	De la vida diaria		De las otras ciencias	Semirrealidad
Intención de la tarea	Reconocer triángulos semejantes	Usar teoremas			Definir semejanza de triángulos
		Teorema de Thales		Teorema de Pitágoras	
Conocimientos previos	Concepto de triángulo, paralelismo, noción de semejanza, proporcionalidad.				
Descripción	La tarea es tienen la misma situación contextualizada relacionada con la altura y la sombra de un árbol y una persona. En el primer momento, se propone la construcción de los triángulos que representan dichas relaciones, así como la identificación de los lados paralelos. Luego, el segundo y tercer tarea retoma la misma situación en la cual le solicitan al estudiante establecer una proporción entre los lados correspondientes y utilizarla para determinar la medida de x .				

Ejemplo

2. Construye con una regla los triángulos que forman las alturas y las sombras del árbol y de la persona, respectivamente. Luego, repisa con diferentes colores los lados paralelos en los triángulos.

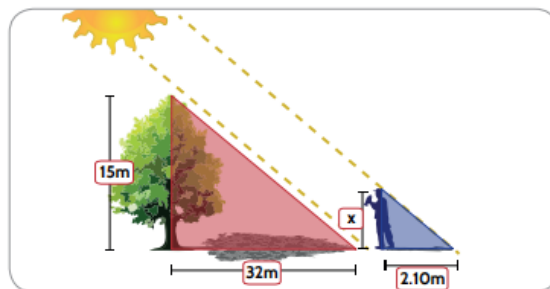


Como dos de sus lados son paralelos, sus lados correspondientes son proporcionales.

3. Completa la proporcionalidad entre los lados respectivos de los triángulos.

$$\frac{\text{Altura de la persona}}{\text{Sombra del árbol}} = \frac{\text{Sombra del árbol}}{\text{Altura de la persona}}$$

4. Soluciona el problema reemplazando los datos conocidos y hallando la altura de la persona.



$$\frac{x}{2.10} = \frac{15}{32}$$

$$X =$$

La altura de la persona es metros.

¿Cómo resuelve el problema el autor?

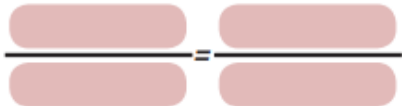
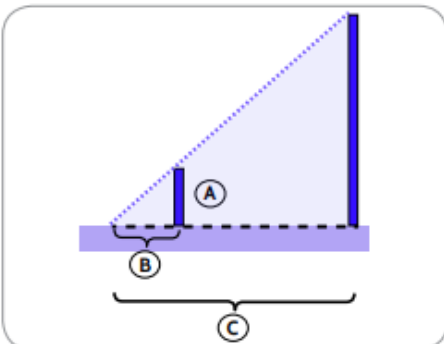
La tarea presenta una resolución guiada en la que se orienta una estructura de proporcionalidad, pero el escolar debe completar el procedimiento y obtener el resultado.

Nota. Elaboración propia.

Tabla 43

Análisis tarea 41 Portal Colombia Aprende

Fuente documental	Vamos a Aprender			Portal Colombia Aprende	
Cita	s.f.	Ministerio de Educación Nacional			Enlace
Nivel educativo	Octavo			Noveno	
Tipo de recurso	Texto escolar	Guía didáctica	Libro de texto		Manual escolar
Procesos	Razonamiento y argumentación		Comunicación, representación y modelación		Planteamiento y resolución de problemas
Contexto	De las mismas matemáticas	De la vida diaria		De las otras ciencias	Semirrealidad
Intención de la tarea	Reconocer triángulos semejantes	Usar teoremas			Definir semejanza de triángulos
		Teorema de Thales	Teorema de Pitágoras		
Conocimientos previos	Concepto de triángulo, paralelismo, semejanza de triángulos, proporcionalidad, correspondencia de lados.				
Descripción	La tarea propone que el estudiante complete proporciones a partir de un diagrama que representa una situación geométrica relacionada con el primer teorema de Thales. A partir de la figura, en la que el autor quiere evidenciar segmentos paralelos (segmentos azules) y triángulos formados por las rectas transversales, el estudiante debe identificar los lados correspondientes y establecer relaciones de proporcionalidad entre ellos. Posteriormente, se le indica que debe escribir el teorema con sus propias palabras, donde relacione el paralelismo y la proporcionalidad de segmentos. Por otro lado, cuando queremos hacer ver el paralelismo de segmentos o rectas, es necesario poner la notación matemática, en este caso las marcas utilizadas en geometría (flechitas) para indicar que las rectas son paralelas. También, en la imagen no se nombra el lado paralelo a A , por lo que puede dificultar que el estudiante realice la correspondencia.				

<i>Ejemplo</i>	5. Completa las proporciones que determina el primer teorema de Tales de acuerdo al siguiente diagrama. Luego, descríbelo con tus palabras.  
<i>¿Cómo resuelve el problema el autor?</i>	El autor no lo resuelve.

Nota. Elaboración propia.

Tabla 44

Análisis tarea 42 Portal Colombia Aprende

Fuente documental	Vamos a Aprender		Portal Colombia Aprende	
Cita	s.f.	Ministerio de Educación Nacional		Enlace
Nivel educativo	Octavo		Noveno	
Tipo de recurso	Texto escolar	Guía didáctica	Libro de texto	Manual escolar
Procesos	Razonamiento y argumentación	Comunicación, representación y modelación		Planteamiento y resolución de problemas
Contexto	De las mismas matemáticas	De la vida diaria	De las otras ciencias	Semirrealidad
Intención de la tarea	Reconocer triángulos semejantes	Usar teoremas		Definir semejanza de triángulos
		Teorema de Tales	Teorema de Pitágoras	
Conocimientos previos	Primer teorema de Thales, circunferencia, diámetro, triángulos.			

<i>Descripción</i>	La tarea propone que el estudiante lea el enunciado del segundo teorema de Tales y lo explique con sus propias palabras, apoyándose en la elaboración de un dibujo que represente la situación planteada. Además, se invita a socializar de un dibujo que represente la situación planteada.
<i>Ejemplo</i>	6. Lee con atención el segundo teorema de Tales. Explícalo con tus palabras, haz un dibujo que apoye tu explicación y socialízalo con tus compañeros. Segundo teorema de Tales: Sea B un punto cualquiera de la circunferencia de diámetro AC, distinto de A y de C, entonces el triángulo ABC, es un triángulo rectángulo. Explicación: Dibujo de apoyo:
<i>¿Cómo resuelve el problema el autor?</i>	No lo resuelve, propone una tarea abierta.

Nota. Elaboración propia.

Tabla 45

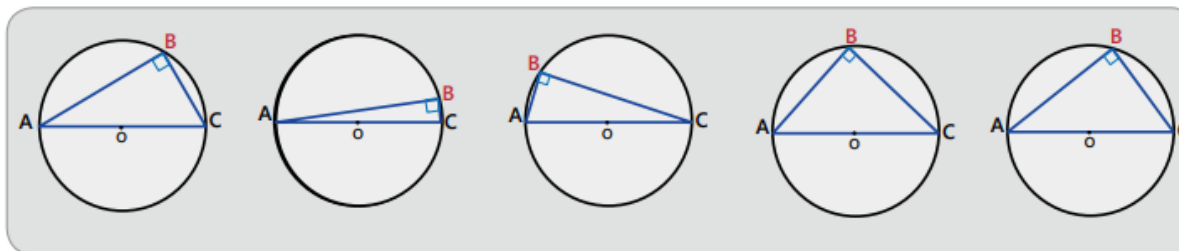
Análisis tarea 43 Portal Colombia Aprende

Fuente documental	Vamos a Aprender		Portal Colombia Aprende	
Cita	s.f.	Ministerio de Educación Nacional		Enlace
Nivel educativo	Octavo		Noveno	
Tipo de recurso	Texto escolar	Guía didáctica	Libro de texto	Manual escolar
Procesos	Razonamiento y argumentación	Comunicación, representación y modelación		Planteamiento y resolución de problemas
Contexto	De las mismas matemáticas	De la vida diaria	De las otras ciencias	Semirrealidad
Intención de la tarea	Reconocer triángulos semejantes	Usar teoremas		Definir semejanza de triángulos
		Teorema de Thales	Teorema de Pitágoras	
Conocimientos previos	Circunferencia, diámetro, ángulos, triángulo rectángulo.			
Descripción	La tarea presenta una serie de representaciones gráficas de triángulos inscritos en una circunferencia cuyo diámetro es el $\overline{AC}$. A partir de la observación de estos casos, el estudiante debe identificar regularidades y completar enunciados relacionados con el segundo teorema de Thales. La tarea busca que el escolar reconozca que, sin importar la ubicación de B en la circunferencia (siempre y cuando A , B y C no sean colineales), el triángulo ABC siempre es rectángulo y que el $\angle ABC$ es recto. También, no especifica que el vértice del ángulo es B , pero no todos los estudiantes lo interpretan bien. Se espera que el estudiante concluya que el ángulo siempre es recto, pero no hay preguntas orientadoras como, ¿qué observas?, ¿qué cambia y qué no? Es una tarea que tiene dependencia total de lo visual y si el estudiante no interpreta bien los dibujos no llega a la conclusión.			

Ejemplo

7. Observa los dibujos que Carlos hizo en su clase de arte, las gráficas representan el segundo teorema de Tales.

A partir de sus características, completa las frases.



4

- Sea **B** un punto _____ de la circunferencia de _____ **AC**, distinto de **A** y de **C**, entonces el _____ **ABC**, es un triángulo _____.
- El _____ **ABC** siempre es constante y _____, es decir mide **90°**.

¿Cómo resuelve el problema el autor?

No lo resuelve, pero da varios casos de la posición de **B**. Espera que el estudiante observe, compare e identifique las regularidades.

Nota. Elaboración propia.

Tabla 46

Análisis tarea 44 Portal Colombia Aprende

Fuente documental	Vamos a Aprender			Portal Colombia Aprende	
Cita	s.f.	Ministerio de Educación Nacional		Enlace	
Nivel educativo	Octavo			Noveno	
Tipo de recurso	Texto escolar	Guía didáctica		Libro de texto	Manual escolar
Procesos	Razonamiento y argumentación		Comunicación, representación y modelación		Planteamiento y resolución de problemas
Contexto	De las mismas matemáticas	De la vida diaria		De las otras ciencias	Semirrealidad
Intención de la tarea	Reconocer triángulos semejantes	Usar teoremas			Definir semejanza de triángulos
		Teorema de Thales	Teorema de Pitágoras		
Conocimientos previos	Primer teorema de Thales, semejanza de triángulos, proporcionalidad, resolución de ecuaciones.				
Descripción	La tarea plantea una situación contextualizada en la que se debe determinar la altura de un faro a partir de la información sobre distancias y la altura de la casa. El estudiante debe aplicar el primer teorema de Thales para establecer una relación de proporcionalidad entre los triángulos formados por las alturas y las distancias al borde de la playa. Además, se le solicita al escolar que realice un dibujo representativo y socializar los resultados. No obstante, la tarea no guía al estudiante cómo construir el dibujo, no explicita los triángulos semejantes, no orienta en el planteamiento de la proporción y puede haber confusión en la correspondencia de datos.				

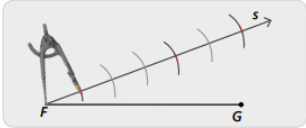
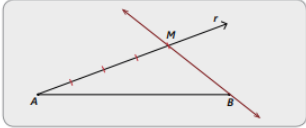
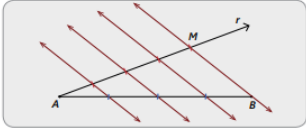
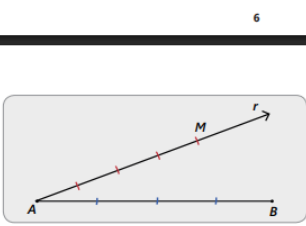
<i>Ejemplo</i>	9. Resuelve el siguiente problema aplicando el primer teorema de Tales, realiza un dibujo representativo, y finalmente socializa los resultados con tus compañeros. ¿Qué altura tiene un faro que se encuentra a 25,42 m del borde de la playa, si se sabe que a 9,3 m del mismo borde hay una casa cuya altura es de 7 m?  The illustration shows a sandy beach with blue waves on the left. A small brown wooden house is on the sand. To the right of the house is a tall lighthouse with red and white horizontal stripes and a yellow lantern at the top. The lighthouse is positioned further from the water than the house. Solución:
<i>¿Cómo resuelve el problema el autor?</i>	El autor no resuelve la tarea, da los datos y espera que el estudiante identifique y plantee la proporción.

Nota. Elaboración propia.

Tabla 47

Análisis tarea 45 Portal Colombia Aprende

Fuente documental	Vamos a Aprender		Portal Colombia Aprende	
Cita	s.f.	Ministerio de Educación Nacional		Enlace
Nivel educativo	Octavo		Noveno	
Tipo de recurso	Texto escolar	Guía didáctica	Libro de texto	Manual escolar
Procesos	Razonamiento y argumentación	Comunicación, representación y modelación		Planteamiento y resolución de problemas
Contexto	De las mismas matemáticas	De la vida diaria	De las otras ciencias	Semirrealidad
Intención de la tarea	Reconocer triángulos semejantes	Usar teoremas		Definir semejanza de triángulos
		Teorema de Thales	Teorema de Pitágoras	
Conocimientos previos	Segmentos, rectas, semirrectas, paralelismo, uso básico de instrumentos (regla y compás), construcción de rectas paralelas.			
Descripción	La tarea presenta la aplicación del Teorema de Thales como una construcción con regla y compás. Se presentan una secuencia de pasos ilustrados, se muestra cómo construir rectas paralelas de tal manera que los segmentos obtenidos, sus medidas sean proporcionales. Sin embargo, se aplica el teorema, pero no explica por qué funciona, no se le pide al estudiante que explique ni justifique el procedimiento, se convierte en una tarea de seguir instrucciones sin comprensión. También, se siguen evidenciando falencias en el lenguaje matemático: ✓ “dividir segmentos” en geometría, los segmentos no se dividen, no se parten, no cortan. ✓ “partes iguales” para que un segmento sea “igual” que otro, estaríamos hablando del mismo segmento. ✓ Se habla de una <i>semirrecta r</i>, lo cual puede producir confusión en el estudiante ya que, en todo el proceso de la guía, no se ha nombrado. ✓ “extremo A” los segmentos no tienen extremos, inicio, fin; esto puede generar errores en la comprensión del escolar. ✓ “inclinación” en la Geometría de Euclides, no nos referimos a la “posición” de una figura geométrica, no decimos arriba, abajo, derecha, izquierda, inclinado, vertical, horizontal. ✓ En el <i>paso 2</i> cambiaron los nombres del segmento y la semirrecta, puede confundir al estudiante.			

	✓ “sobre”, en geometría, el uso del lenguaje matemático es importante para evitar palabras como, encima, sobre, debajo, etc. ✓ Del <i>paso 2</i> al 3 el autor avanzó, pero no indicó qué ocurrió con el $\overline{FG}$ y la <i>semirrecta</i> s. ✓ “pasen por las divisiones marcadas” se llaman puntos de intersección. ✓ En el <i>paso 4</i> habla de “trazar rectas paralelas” pero no indica como construirlas, si el estudiante no sabe, puede que no lo haga adecuada o simplemente utilice la regla para trazar las rectas.
Ejemplo	Apliquemos el teorema de Tales para dividir segmentos 1. Observa la aplicación del primer teorema de Tales para dividir el segmento $\overline{AB}$ en partes iguales. Practica el proceso trazando un segmento y dividiéndolo en cuatro partes iguales.  PASO 1 Se traza una semirrecta r desde el extremo A del segmento, con inclinación cualquiera.  PASO 2 Con ayuda de un compás o una regla, sobre la semirrecta r se marca a partir de su origen 4 segmentos iguales, de la longitud que queramos.  PASO 3 El último corte de la división lo llamamos M y trazamos la recta MB.  PASO 4 Trazamos rectas paralelas a la recta MB que pasen por las divisiones marcadas en r.  De acuerdo con el teorema de Tales, los segmentos en los que ha quedado dividido el segmento $\overline{AB}$ son proporcionales a los que se han dibujado sobre r. Practica:
¿Cómo resuelve el problema el autor?	El autor presenta una solución y guía el procedimiento a través de la construcción.

Nota. Elaboración propia.

Tabla 48

Análisis tarea 46 Portal Colombia Aprende

Fuente documental	Vamos a Aprender		Portal Colombia Aprende	
Cita	s.f.	Ministerio de Educación Nacional		Enlace
Nivel educativo	Octavo		Noveno	
Tipo de recurso	Texto escolar	Guía didáctica	Libro de texto	Manual escolar
Procesos	Razonamiento y argumentación	Comunicación, representación y modelación		Planteamiento y resolución de problemas
Contexto	De las mismas matemáticas	De la vida diaria	De las otras ciencias	Semirrealidad
Intención de la tarea	Reconocer triángulos semejantes	Usar teoremas		Definir semejanza de triángulos
		Teorema de Thales	Teorema de Pitágoras	
Conocimientos previos	Teorema de Thales, construcciones geométricas.			
Descripción	En esta tarea, se propone la aplicación del Teorema de Thales indicándole al estudiante “dividir” un segmento en un número determinado de partes “iguales” 3 y 5, a partir de la construcción anterior <i>Tabla 45</i>. En este caso, no se presentan los pasos o una orientación por lo que el estudiante debe reconstruir el proceso de manera autónoma. En consecuencia, el estudiante puede dibujar un $\overline{XY}$ con la regla y puede hacer que $XY = 10\text{ cm}$, entonces, con la regla puede hallar la mitad, la tercera o quinta parte de éste, no es necesario que use el compás; como no hay orientaciones, ejemplos ni criterios de verificación que permitan al estudiante validar si la construcción es correcta, puede concluir que este proceso es correcto para la tarea.			

<i>Ejemplo</i>	2. Practica la aplicación del teorema de Tales dividiendo un segmento cualquiera en 3 y 5 partes iguales. a) División de un segmento en 3 partes iguales: b) División de un segmento en 5 partes iguales:
¿Cómo resuelve el problema el autor?	El autor no presenta procedimiento, ejemplo ni resultado.

Nota. Elaboración propia.

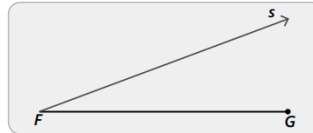
Tabla 49

Análisis tarea 47 Portal Colombia Aprende

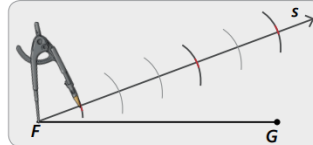
Fuente documental	Vamos a Aprender		Portal Colombia Aprende	
Cita	s.f.	Ministerio de Educación Nacional		Enlace
Nivel educativo	Octavo		Noveno	
Tipo de recurso	Texto escolar	Guía didáctica	Libro de texto	Manual escolar
Procesos	Razonamiento y argumentación	Comunicación, representación y modelación		Planteamiento y resolución de problemas
Contexto	De las mismas matemáticas	De la vida diaria	De las otras ciencias	Semirrealidad
Intención de la tarea	Reconocer triángulos semejantes	Usar teoremas		Definir semejanza de triángulos
		Teorema de Thales	Teorema de Pitágoras	
Conocimientos previos	Teorema de Thales, rectas paralelas, proporcionalidad.			
Descripción	La tarea presenta un ejemplo guiado de la aplicación del teorema de Thales a través de una construcción con regla y compás, construir segmentos proporcionales. No obstante, hay errores en la tarea que también se evidencian en el <i>ejemplo 44</i> y errores de ortografía. ✓ “semirecta” se escribe con <i>rr</i>, semirrecta. ✓ “marca tres segmentos” ¿a qué se refiere el autor con marcar un segmento? ✓ “el segundo sea el triple del primero y el tercero sea el doble que el primero” ¿está hablando de ecuaciones? x, $3x$, $2x$.			

Ejemplo

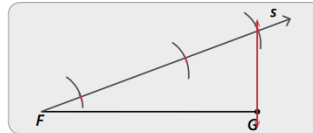
3. Veamos otro ejemplo. Observa la aplicación del primer teorema de Tales para dividir el segmento FG en partes **proporcionales**. Practica el proceso trazando un segmento y dividiéndolo en tres partes proporcionales.



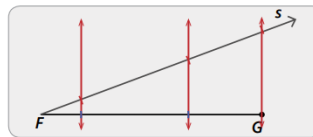
PASO 1
Se traza una semirrecta s desde el extremo F del segmento, con inclinación cualquiera.



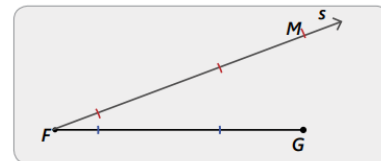
PASO 2
Con ayuda de un compás o una regla, sobre la recta auxiliar s se marca 3 segmentos, de manera que el segundo sea el triple del primero y el tercero sea el doble que el primero.



PASO 3
El último corte de la división lo llamamos M y trazamos la recta MG .



PASO 4
Trazamos rectas paralelas a la recta MG que pasen por las divisiones marcadas en s .



De acuerdo con el teorema de Tales, los segmentos en los que ha quedado dividido el segmento FG son proporcionales a los que se han dibujado sobre s .

Practica:

¿Cómo resuelve el problema el autor?

El autor presenta la construcción y guía su procedimiento.

Nota. Elaboración propia.

Tabla 50

Análisis tarea 48 Portal Colombia Aprende

Fuente documental	Vamos a Aprender			Portal Colombia Aprende	
Cita	s.f.	Ministerio de Educación Nacional		Enlace	
Nivel educativo	Octavo			Noveno	
Tipo de recurso	Texto escolar	Guía didáctica	Libro de texto		Manual escolar
Procesos	Razonamiento y argumentación		Comunicación, representación y modelación		Planteamiento y resolución de problemas
Contexto	De las mismas matemáticas	De la vida diaria		De las otras ciencias	Semirrealidad
Intención de la tarea	Reconocer triángulos semejantes	Usar teoremas			Definir semejanza de triángulos
		Teorema de Thales	Teorema de Pitágoras		
Conocimientos previos	Teorema de Thales, semejanza de triángulos, rectas paralelas.				
Descripción	La tarea planteada una situación contextualizada en la que se busca determinar la altura de un edificio a partir de la longitud de su sombra, utilizando como referencia un objeto de altura conocida, en este caso, el poste y su respectiva sombra. Esta tarea tiene la intención de aplicar el Teorema de Thales para resolver problemas de medición indirecta. No obstante, la tarea presenta algunas limitaciones, aunque muestra el planteamiento de la proporción, el desarrollo algebraico no se explica paso a paso, lo que puede dificultar la comprensión para algunos estudiantes. Además, se asume implícitamente que los rayos del Sol son paralelos, lo cual es la base para afirmar que los triángulos son semejantes.				

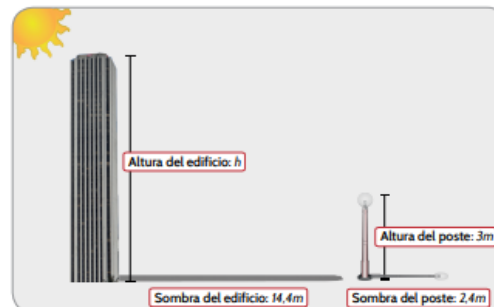
Ejemplo

Medamos distancias con el teorema de Tales

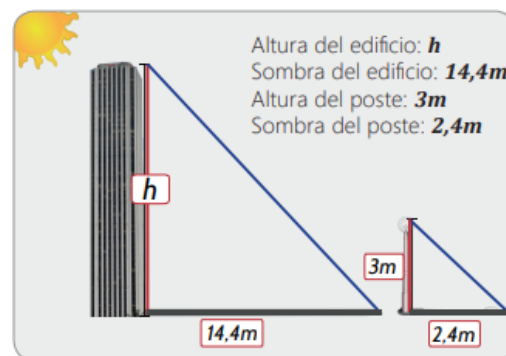
El teorema de Tales es útil para determinar distancias que no se pueden medir de forma directa. Observa el siguiente ejemplo:

Calcular la altura de un edificio, sabiendo que su sombra mide **14,4 m** y que, en ese mismo instante, un poste vertical de **3 m** proyecta una sombra de **2,4 m**.

Para resolver un problema matemático, suele resultar útil representar con un dibujo la situación, incluyendo todos los datos, tanto los que se conocen como los que no.



Observemos la disposición de los triángulos que forman el edificio y el poste con sus respectivas sombras.



Como los segmentos que forman los triángulos son paralelos entre sí, podemos utilizar el teorema de Tales para hallar la altura del edificio sabiendo la altura del poste.

Los dos triángulos son semejantes y sus lados correspondientes son proporcionales. Aplicando el teorema de Tales, tenemos:

$$\frac{\text{Altura del poste}}{\text{Altura del edificio}} = \frac{\text{Sombra del poste}}{\text{Sombra del edificio}}$$

$$\frac{3}{h} = \frac{2,4}{14,4}$$

Solucionando:

$$\frac{3}{h} = \frac{2,4}{14,4}$$

$$h = \frac{3 \cdot 14,4}{2,4}$$

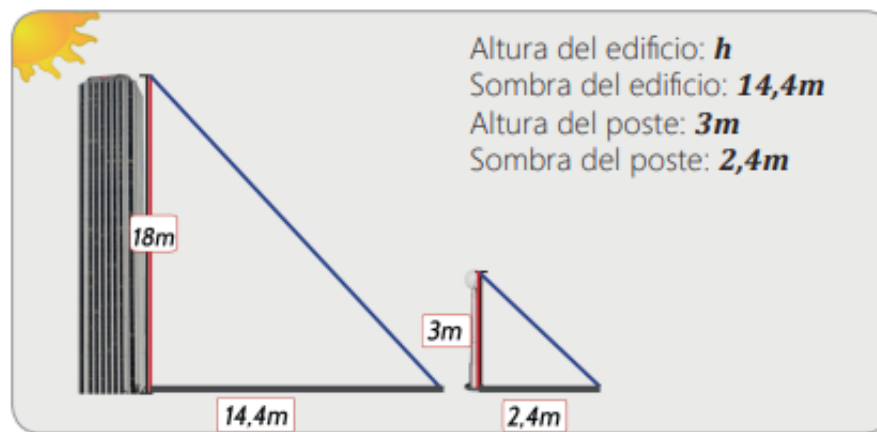
$$h = \frac{43,2}{2,4}$$

$$h = 18$$

Respuesta

$$h = 18$$

La altura del edificio es **18 m**



¿Cómo resuelve el problema el autor?

El autor presenta una solución guiada del problema, estableciendo la relación de proporcionalidad entre los triángulos, aunque sin detallar completamente el procedimiento algebraico.

Nota. Elaboración propia.

Tabla 51

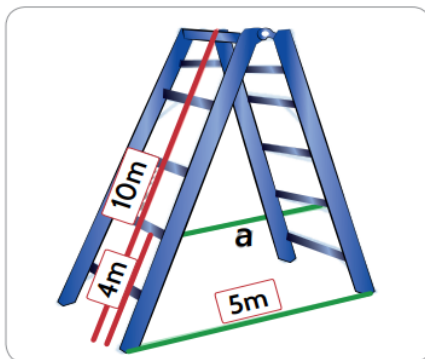
Análisis tarea 49 Portal Colombia Aprende

Fuente documental	Vamos a Aprender		Portal Colombia Aprende	
Cita	s.f.	Ministerio de Educación Nacional		Enlace
Nivel educativo	Octavo		Noveno	
Tipo de recurso	Texto escolar	Guía didáctica	Libro de texto	Manual escolar
Procesos	Razonamiento y argumentación	Comunicación, representación y modelación		Planteamiento y resolución de problemas
Contexto	De las mismas matemáticas	De la vida diaria	De las otras ciencias	Semirrealidad
Intención de la tarea	Reconocer triángulos semejantes	Usar teoremas		Definir semejanza de triángulos
		Teorema de Thales	Teorema de Pitágoras	
Conocimientos previos	Triángulos semejantes, lados y ángulos correspondientes, teorema de Thales, razones y proporciones, ecuaciones.			
Descripción	La tarea presenta una situación contextualizada en la que se modela una escalera apoyada, con el objetivo de calcular la apertura en uno de sus escalones utilizando el teorema de Thales. A partir de los datos dados, los estudiantes deben identificar triángulos semejantes formados por segmentos paralelos (aunque no lo dice la tarea) y establecer relaciones de proporcionalidad entre sus lados.			

Ejemplo

1. Resuelve el siguiente problema aplicando el teorema de Tales.

La figura muestra las escaleras que usa Francisco para pintar las paredes de su casa. Calcula la distancia de apertura en el segundo escalón, teniendo en cuenta los datos que se muestran.



Datos

Altura de la escalera:

Apertura de la escalera en su base:

Altura de la escalera hasta el segundo escalón:

Apertura de la escalera en el segundo escalón:

Aplicación del teorema de Tales

$$\frac{\text{Altura de la escalera hasta el segundo escalón}}{\text{Altura de la escalera}} = \frac{\text{Apertura de la escalera en el segundo escalón}}{\text{Apertura de la escalera en su base}}$$

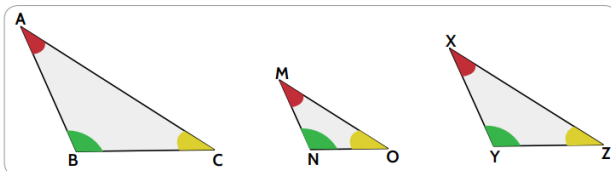
Respuesta

$a =$

Operaciones

La longitud de la apertura de la escalera en el segundo escalón es:

En triángulos semejantes, como los trabajados con el teorema de Tales, sus ángulos internos correspondientes, son congruentes entre sí. Observa



¿Cómo resuelve el problema el autor?

El autor identifica en la figura los escalones de la escalera como los segmentos paralelos intersecados por dos transversales, en este caso los lados de la escalera, por lo que el estudiante debería aplicar el teorema de Tales.

Nota. Elaboración propia.

Tabla 52

Análisis tarea 50 Portal Colombia Aprende

Fuente documental	Vamos a Aprender		Portal Colombia Aprende	
Cita	s.f.	Ministerio de Educación Nacional		Enlace
Nivel educativo	Octavo		Noveno	
Tipo de recurso	Texto escolar	Guía didáctica	Libro de texto	Manual escolar
Procesos	Razonamiento y argumentación		Comunicación, representación y modelación	
Contexto	De las mismas matemáticas	De la vida diaria	De las otras ciencias	Semirrealidad
Intención de la tarea	Reconocer triángulos semejantes	Usar teoremas		Definir semejanza de triángulos
		Teorema de Thales	Teorema de Pitágoras	
Conocimientos previos	Suma de los ángulos internos de un triángulo, identificación de ángulos correspondientes, operaciones básicas.			
Descripción	La tarea propone determinar la medida de ángulos en diferentes triángulos a partir de la información dada en sus vértices. Los estudiantes deben aplicar propiedades de los triángulos, como la suma de los ángulos internos, así como identificar relaciones entre ángulos correspondientes en figuras que presentan configuraciones semejantes. En el tercer triángulo, $\triangle XYZ$, pregunta por la medida del ángulo NMO , la pregunta debe ser, ¿Cuánto mide el ángulo XYZ .			

<i>Ejemplo</i>	2. Encuentra la medida de los ángulos que se indican. Medida del ángulo ACB: Medida del ángulo NMO: Medida del ángulo NMO:
<i>¿Cómo resuelve el problema el autor?</i>	El autor no lo resuelve, pero espera que el estudiante utilice la propiedad de que la suma de los ángulos internos de un triángulo es 180° o con analizar los tres triángulos, como son semejantes, los ángulos son congruentes, las medidas ya están en la figura.

Nota. Elaboración propia.

Tabla 53

Análisis tarea 51 Portal Colombia Aprende

Fuente documental	Vamos a Aprender			Portal Colombia Aprende	
Cita	s.f.	Ministerio de Educación Nacional		Enlace	
Nivel educativo	Octavo			Noveno	
Tipo de recurso	Texto escolar	Guía didáctica		Libro de texto	Manual escolar
Procesos	Razonamiento y argumentación		Comunicación, representación y modelación		Planteamiento y resolución de problemas
Contexto	De las mismas matemáticas	De la vida diaria		De las otras ciencias	Semirrealidad
Intención de la tarea	Reconocer triángulos semejantes	Usar teoremas			Definir semejanza de triángulos
		Teorema de Thales	Teorema de Pitágoras		
Conocimientos previos	Triángulos semejantes, teorema de Thales, razones y proporciones, ecuaciones.				
Descripción	La tarea presenta un problema contextualizado basado en una situación histórica atribuida a Thales de Mileto, en la que se busca determinar la altura de una pirámide utilizando la semejanza de triángulos. A partir de la representación gráfica, se muestran las sombras proyectadas por un objeto de altura conocida y por la pirámide, bajo la suposición de que los rayos solares son paralelos. El escolar debe identificar los triángulos semejantes formados por las alturas y sus respectivas sombras, establecer relaciones de proporcionalidad entre sus lados y calcular la altura desconocida de la pirámide. En la imagen se dan unos datos, pero, no especifican cual es el objeto que mide 2 m, ¿es un poste? ¿es la altura de Thales? El estudiante puede plantear mal la proporción, invirtiendo razones o mezclando datos.				

Ejemplo

3. Lean atentamente y resuelvan el siguiente problema.

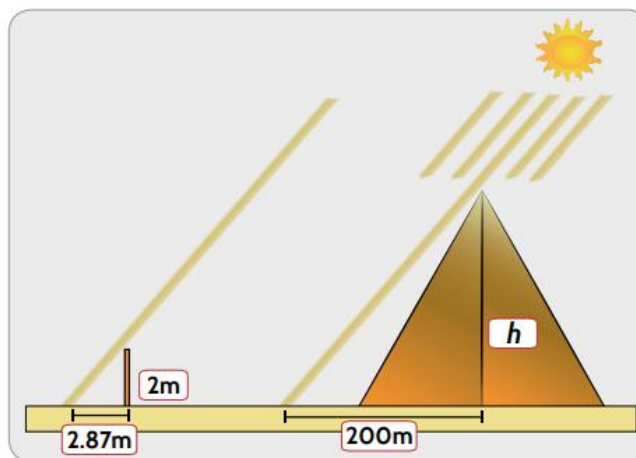
Tales de Milet o y las pirámides

La historia relatada por Plutarco, cuenta que Tales de Mileto en un viaje a Egipto, visitó las pirámides de Guiza, construidas varios siglos antes, admirado ante tan maravillosos monumentos, quiso saber su altura.

Se dice que solucionó el problema aprovechando la **semejanza de triángulos** y bajo la suposición de que los rayos solares incidentes eran paralelos.

Halla la altura de la pirámide de acuerdo con los datos propuestos.

16



¿Cómo resuelve el problema el autor?

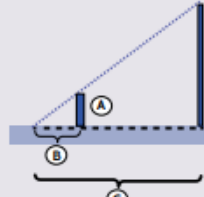
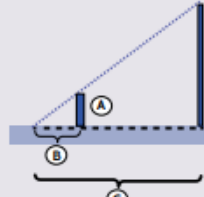
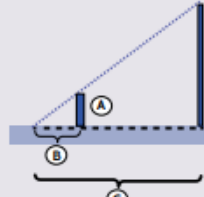
El autor no lo resuelve.

Nota. Elaboración propia.

Tabla 54

Análisis tarea 52 Portal Colombia Aprende

Fuente documental	Vamos a Aprender			Portal Colombia Aprende	
Cita	s.f.	Ministerio de Educación Nacional		Enlace	
Nivel educativo	Octavo			Noveno	
Tipo de recurso	Texto escolar	Guía didáctica	Libro de texto		Manual escolar
Procesos	Razonamiento y argumentación		Comunicación, representación y modelación		Planteamiento y resolución de problemas
Contexto	De las mismas matemáticas	De la vida diaria		De las otras ciencias	Semirrealidad
Intención de la tarea	Reconocer triángulos semejantes	Usar teoremas			Definir semejanza de triángulos
		Teorema de Thales	Teorema de Pitágoras		
Conocimientos previos	Primer teorema de Thales, rectas paralelas y trasversales, triángulos semejantes, razones y proporciones.				
Descripción	La tarea propone que los estudiantes formulen un problema propio que pueda resolverse mediante la aplicación del primer teorema de Thales, a partir de una representación gráfica dada. Para ello, deben interpretar la figura, identificar la presencia de una recta paralela (no está especificado en la representación gráfica) que forma triángulos semejantes y construir una situación con o sin contexto que involucre relaciones de proporcionalidad. Como no se especifica qué tipo de problema se debe crear ni qué datos deben incluir, puede generar ambigüedades; los estudiantes pueden presentar dificultades para formular problemas ya que pueden no estar acostumbrados a crear situaciones matemáticas; pueden proponer problemas que no involucren realmente el uso del teorema de Thales; no identificar la recta paralela como elemento clave para aplicar el teorema.				

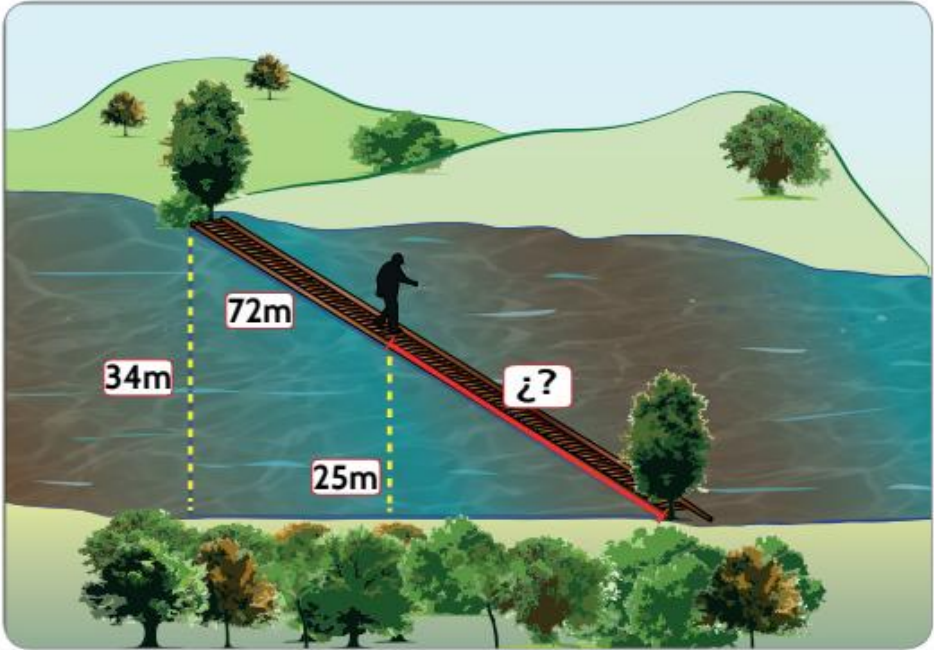
Ejemplo	2. Propongan un problema para ser resuelto por sus compañeros aplicando el 1er teorema de Tales. Luego, socialícenlo. <table><tr><th>Representación gráfica del teorema</th><th>Teorema</th><th>Problema</th></tr><tr><td></td><td> Primer teorema de Tales: Si en un triángulo se traza una línea paralela a cualquiera de sus lados, se obtiene un triángulo que es semejante al triángulo dado. </td><td></td></tr></table>	Representación gráfica del teorema	Teorema	Problema		Primer teorema de Tales: Si en un triángulo se traza una línea paralela a cualquiera de sus lados, se obtiene un triángulo que es semejante al triángulo dado.	
Representación gráfica del teorema	Teorema	Problema					
	Primer teorema de Tales: Si en un triángulo se traza una línea paralela a cualquiera de sus lados, se obtiene un triángulo que es semejante al triángulo dado.						
¿Cómo resuelve el problema el autor?	El autor no resuelve la tarea.						

Nota. Elaboración propia

Tabla 55

Análisis tarea 53 Portal Colombia Aprende

Fuente documental	Vamos a Aprender		Portal Colombia Aprende	
Cita	s.f.	Ministerio de Educación Nacional		Enlace
Nivel educativo	Octavo		Noveno	
Tipo de recurso	Texto escolar	Guía didáctica	Libro de texto	Manual escolar
Procesos	Razonamiento y argumentación	Comunicación, representación y modelación		Planteamiento y resolución de problemas
Contexto	De las mismas matemáticas	De la vida diaria	De las otras ciencias	Semirrealidad
Intención de la tarea	Reconocer triángulos semejantes	Usar teoremas		Definir semejanza de triángulos
		Teorema de Tales	Teorema de Pitágoras	
Conocimientos previos	Teorema de Thales, identificación de rectas paralelas, semejanza de triángulos.			

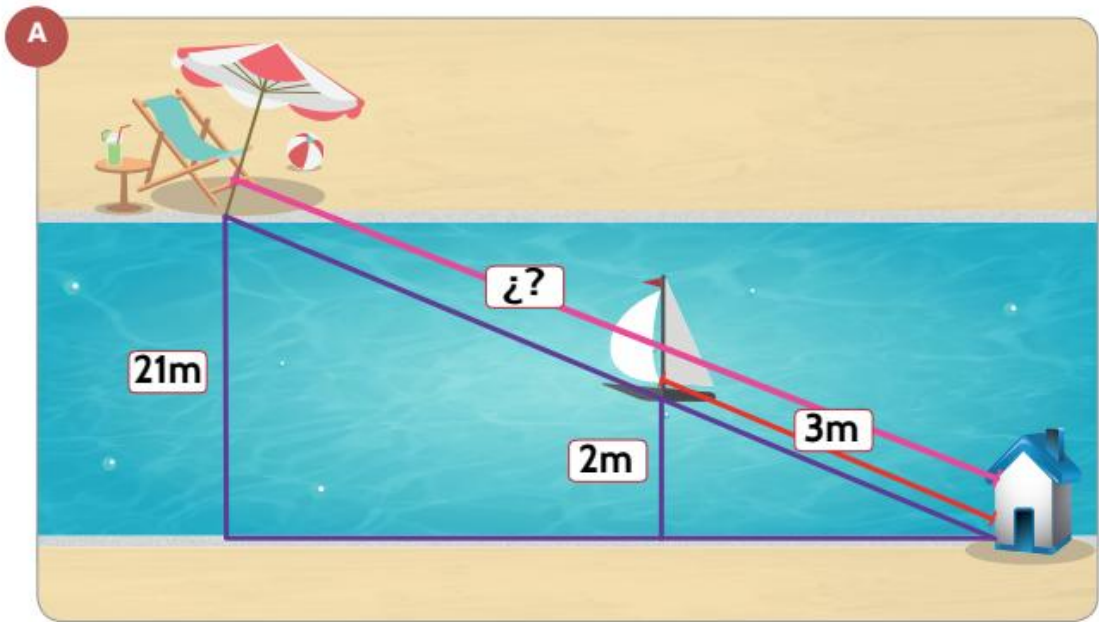
<i>Descripción</i>	La tarea propone que el estudiante utilice un diagrama contextualizado donde una persona está cruzando un río mediante una trayectoria junto con medidas dadas para formular un problema propio que pueda resolverse aplicando el teorema de Thales, posteriormente debe socializar y resolverlo con sus compañeros. De acuerdo con la imagen, puede haber una confusión entre los datos dados y la ubicación, en la figura, no se indica claramente qué segmentos son paralelos y esto es clave para aplicar el teorema de Thales.
<i>Ejemplo</i>	4. Utiliza el siguiente diagrama y los datos propuestos para escribir un problema que se solucione aplicando el teorema de Tales. Luego, socialízalo y solúcialo con tus compañeros.  El diagrama muestra un río con una persona cruzando por una trayectoria inclinada. Se indican medidas: 72m, 34m, 25m y una incógnita ¿?.
<i>¿Cómo resuelve el problema el autor?</i>	El autor no presenta una solución de la tarea.

Nota. Elaboración propia.

Tabla 56

Análisis tarea 54 Portal Colombia Aprende

Fuente documental	Vamos a Aprender		Portal Colombia Aprende	
Cita	s.f.	Ministerio de Educación Nacional		Enlace
Nivel educativo	Octavo		Noveno	
Tipo de recurso	Texto escolar	Guía didáctica	Libro de texto	Manual escolar
Procesos	Razonamiento y argumentación	Comunicación, representación y modelación		Planteamiento y resolución de problemas
Contexto	De las mismas matemáticas	De la vida diaria	De las otras ciencias	Semirrealidad
Intención de la tarea	Reconocer triángulos semejantes	Usar teoremas		Definir semejanza de triángulos
		Teorema de Thales	Teorema de Pitágoras	
Conocimientos previos	Teorema de Thales, proporcionalidad de segmentos, interpretación de diagramas, relaciones entre triángulos semejantes.			
Descripción	La tarea presenta un diagrama contextualizado en una escena en el agua con distancias dadas. A partir de esta representación se solicita el estudiante formular dos problemas que pueden resolverse aplicando el teorema de Thales. La tarea no proporciona directamente una pregunta, sino que exige identificar relaciones de proporcionalidad en la figura y estructurar enunciados coherentes a partir de ellas. Ahora bien, es la imagen, no se especifica, el paralelismo de las rectas, la figura sugiere el uso del teorema de Thales, pero en ningún momento se indica que las rectas sean paralelas. La incógnita no está claramente definida, El símbolo “¿?” aparece sobre un segmento, pero no se especifica con claridad que representa ¿distancia total?, ¿un lado específico? Esto puede dar lugar a múltiples interpretaciones del problema.			

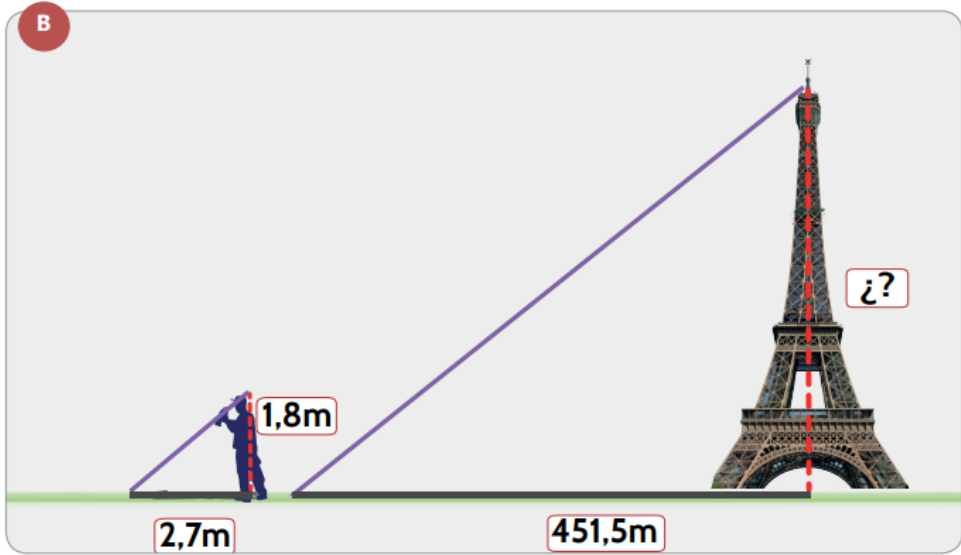
<i>Ejemplo</i>	1. Utiliza los siguientes diagramas y los datos propuestos en cada uno, para escribir dos problemas que se solucionen aplicando el teorema de Tales. 
<i>¿Cómo resuelve el problema el autor?</i>	El autor no lo resuelve, pero espera que el estudiante reconozca en el diagrama la presencia de rectas paralelas y segmentos determinados por una recta transversal, identificando triángulos semejantes.

Nota. Elaboración propia.

Tabla 57

Análisis tarea 55 Portal Colombia Aprende

Fuente documental	Vamos a Aprender		Portal Colombia Aprende	
Cita	s.f.	Ministerio de Educación Nacional		Enlace
Nivel educativo	Octavo		Noveno	
Tipo de recurso	Texto escolar	Guía didáctica	Libro de texto	Manual escolar
Procesos	Razonamiento y argumentación	Comunicación, representación y modelación		Planteamiento y resolución de problemas
Contexto	De las mismas matemáticas	De la vida diaria	De las otras ciencias	Semirrealidad
Intención de la tarea	Reconocer triángulos semejantes	Usar teoremas		Definir semejanza de triángulos
		Teorema de Thales	Teorema de Pitágoras	
Conocimientos previos	Teorema de Thales, proporcionalidad de segmentos, interpretación de diagramas, relaciones entre triángulos semejantes.			
Descripción	La tarea presenta una situación contextualizada en la que se observa a una persona de altura 1,8 m y la de una torre, junto con distancias horizontales de 2,7 m y 451,5 m. A partir de la representación gráfica se establece una relación visual mediante una línea inclinada que conecta la parte superior de la persona con la cima de la torre, sugiriendo la formación de triángulos semejantes. Nuevamente, no se especifica el paralelismo, se sugiere una situación típica de triángulos semejantes, persona vs. torre, pero no se indica que las rectas sean paralelas ni que los ángulos correspondan; esto vuelve a ser un error conceptual fuerte, porque el uso del teorema de Thales queda implícito y no justificado.			

<i>Ejemplo</i>	 Diagrama que ilustra el uso de triángulos semejantes para medir la altura de la Torre Eiffel. Se muestra una persona de 1,8m de altura a 2,7m de distancia, y la Torre Eiffel a 451,5m de distancia. La altura de la torre se indica como ¿?. El diagrama está etiquetado con 'B' en un círculo rojo.
<i>¿Cómo resuelve el problema el autor?</i>	El autor no lo resuelve, pero espera que el estudiante reconozca en el diagrama la presencia de rectas paralelas y segmentos determinados por una recta transversal, identificando triángulos semejantes.

Nota. Elaboración propia.