

UNA PROPUESTA DIDÁCTICA CENTRADA EN LA RESOLUCIÓN DE
PROBLEMAS PARA LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LA DERIVADA EN EL
TERCER CURSO DE LA EDUCACIÓN MEDIA DEL COLEGIO MUNICIPAL SANTA
ROSA DE LIMA, DEPARTAMENTO CENTRAL, PARAGUAY

SIMÓN FRANCISCO RUÍZ DÍAZ VICÉZAR



**UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA
NACIONAL**

Educadora de educadores

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

FACULTAD DE EDUCACIÓN

ESPECIALIZACIÓN EN PEDAGOGÍA

2018

UNA PROPUESTA DIDÁCTICA CENTRADA EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
PARA LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LA DERIVADA EN EL TERCER CURSO

DE LA EDUCACIÓN MEDIA DEL COLEGIO MUNICIPAL SANTA ROSA DE LIMA,
DEPARTAMENTO CENTRAL, PARAGUAY

SIMÓN FRANCISCO RUÍZ DÍAZ VICÉZAR

Trabajo de grado presentado como requisito para optar por el título de Especialista en
Pedagogía

Asesor:

Guillermo Fonseca Amaya

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

FACULTAD DE EDUCACIÓN

ESPECIALIZACIÓN EN PEDAGOGÍA

2018

 UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL <i>Resolución de Problemas</i>	FORMATO	
	RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN - RAE	
Código: FOR020GIB		Versión: 01
Fecha de Aprobación: 10-10-2012		Página 1 de 8

1. Información General	
Tipo de documento	Trabajo de Grado de Especialización
Acceso al documento	Universidad Pedagógica Nacional. Biblioteca Central
Título del documento	Una propuesta didáctica centrada en la resolución de problemas para la enseñanza y aprendizaje de la derivada en el tercer curso de la educación media del Colegio Municipal Santa Rosa de Lima, departamento Central, Paraguay.
Autor(es)	Ruíz Díaz Vicézar, Simón Francisco
Director	Fonseca Amaya, Guillermo
Publicación	Bogotá: Paraguay. Universidad Pedagógica Nacional, Ministerio de Hacienda de la República del Paraguay, 2018. 153 p.
Unidad Patrocinante	Universidad Pedagógica Nacional, Ministerio de Hacienda de la República del Paraguay
Palabras Claves	PROPUESTA DIDÁCTICA, DERIVADA, DIFICULTADES, RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS, ENSEÑANZA

2. Descripción

La presente investigación trata de las dificultades que reportan los maestros sobre la comprensión que tienen los estudiantes del concepto de derivada. Por tal motivo, el objetivo general hace referencia al diseño de una propuesta didáctica basada en la resolución de problemas que permitan a los estudiantes la comprensión del concepto de derivada en el tercer curso de la educación media del Colegio Municipal Santa Rosa de Lima, departamento Central, Paraguay.

La propuesta didáctica diseñada en la presente investigación contribuirá al mejoramiento y transformación de la práctica docente en relación a la enseñanza de la derivada, tratando de articular los hallazgos encontrados en los conocimientos teóricos en el campo de la enseñanza y aprendizaje de la derivada con la reflexión sobre las dificultades que los estudiantes presentan para la comprensión del concepto de derivada desde la práctica docente

3. Fuentes

- Abarca, N. (2007). La enseñanza del cálculo diferencial e integral mediante la resolución de problemas, una propuesta motivadora. *Revista Tecnociencia Universitaria Bolivia* (p. 24 – 26). Recuperado en: <http://www.revistasbolivianas.org.bo/pdf/rvc/v5n5/v5n5a05.pdf>.
- Artigue, M. (1995). La enseñanza de los principios del cálculo: problemas epistemológicos, cognitivos y didácticos. En P. Gómez (Ed.), *Ingeniería didáctica en educación matemática (un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas)* (pp. 97–140). México: Grupo Editorial Iberoamérica. En línea: <http://funes.uniandes.edu.co/676/1/Artigueetal195.pdf>.
- Alaniz, J., Espejel, R., Flores, M., Luna, A. & Martínez, A. *Cálculo Diferencial e Integral. Fascículo 2: La función derivada.* Recuperado en: http://www.conevyt.org.mx/bachillerato/material_bachilleres/cb6/5sempdf/cad2pdf/calculo1_fasc2.pdf
- Aparicio, L. C. A., & Castro, G. C. (2007). Educación Matemática, Pedagogía y Didáctica. *Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática*, 2(1), 5-27. Recuperado a partir de: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/12988>
- Barrantes, H. (2006). Resolución de Problemas: El trabajo de Allan Schoenfeld. *Cuadernos de investigación y formación en Educación Matemática* (Año 1, Número 1) Recuperado en: <http://www.cimm.ucr.ac.cr/cuadernos/cuaderno1/Cuadernos%201%20c%204.pdf>
- Barrientos. P. (2014). Libro – Taller para la enseñanza del concepto de derivada en el grado 11º: Un enfoque geométrico. [Tesis de Maestría]. Recuperado en: <http://www.bdigital.unal.edu.co/12613/1/43263449.2014.pdf>
- D'Amore B. (2008). Epistemología, didáctica y prácticas de enseñanza. *Enseñanza de la matemática. Revista de la ASOVEMAT.* Vol. 17 n°1, 87 – 106. Recuperado en: <http://welles.dm.unibo.it/rsddm/it/articoli/damore/655%20Epistemologia%20didactica%20y%20practicadas.pdf>
- Larson, R. Edward, B. (2010). *Cálculo de una variable. Novena Edición.* McGRAW HILL Interamericana Editores SA de CV. México DF.
- Latorre, A. (2005). *La investigación – Acción. Conocer y cambiar la práctica educativa.* Editorial: Graó. Barcelona. España.
- Parámo (2011). *La investigación en Ciencias Sociales. Capítulo 1. La falsa dicotomía entre investigación cuantitativa y cualitativa.* (pág. 21-22). Universidad Piloto de Colombia. Colombia

4. Contenidos

La investigación se divide en seis capítulos de la siguiente manera:

En el Capítulo I, se presentan los antecedentes del problema de investigación, el planteamiento del problema, las preguntas de investigación, el objetivo general, los objetivos específicos y la justificación.

En el Capítulo II, se organiza el marco teórico en cuatro niveles. El primer nivel habla de la didáctica haciendo referencia a la didáctica de la matemática; el segundo hace referencia al concepto de derivada desde una concepción histórica y como objeto matemático; el tercero muestra los enfoques y tendencias para la enseñanza de la derivada; y el último nivel describe la resolución de problemas por los métodos de Shoenfeld y Polya.

En el Capítulo III, se explica la metodología en tres niveles. El primer nivel corresponde en situar el trabajo de investigación entorno a algún paradigma de investigación en educación, el segundo nivel ubica la investigación en la metodología de Investigación – Acción, y el tercer nivel describe las fases del proceso metodológico en relación con el desarrollo de los objetivos de la investigación.

En el Capítulo IV, se muestra los resultados obtenidos con sus respectivos análisis y discusiones; se encuentran categorías que fundamentan las dificultades en la enseñanza y aprendizaje de la derivada; así como, las consideraciones que se tuvieron en cuenta para articular los hallazgos sobre conocimientos teóricos en el campo de la enseñanza y aprendizaje de la derivada con la reflexión sobre las dificultades que los estudiantes presentan para la comprensión del concepto de derivada desde la práctica docente.

En el Capítulo V, se presentan las conclusiones y recomendaciones de la presente investigación.

Finalmente, en el Capítulo VI, se proyecta la investigación en tres ámbitos, considerando la relevancia del tema en la transformación de la enseñanza de la derivada.

5. Metodología

En relación con el problema y el objetivo de la presente investigación que trata sobre el aprendizaje y enseñanza de la derivada en el tercer curso a través de la resolución de problemas, que pretende aportar en la transformación de las prácticas de enseñanza y de aprendizaje que contribuyan a mediano y largo plazo en incrementar la calidad de la educación en el Colegio Municipal Santa Rosa de Lima, se describe a continuación el referente metodológico, el cual se plantea en tres niveles:

El primer nivel corresponde en situar el trabajo de investigación entorno a algún paradigma de investigación en educación; así como insertarlos dentro de los planteamientos de la investigación cualitativa, superando la dicotomía entre los métodos cuantitativos y cualitativos.

El segundo nivel ubica la investigación en la metodología de Investigación – Acción, la cual se caracteriza por ser una investigación basada en la reflexión de la práctica docente; ayuda a solucionar problemas del ámbito educativo y desarrolla profesionalmente al educador.

En el tercer nivel, se describe las fases del proceso metodológico en relación con el desarrollo de los objetivos de la investigación, situando la investigación en un contexto particular.

6. Conclusiones

De acuerdo a los antecedentes de la investigación, la literatura revisada; y el cruce entre el registro anecdótico de mi experiencia profesional, la encuesta tomada a los docentes y el análisis de documentos, a continuación, se presentan las conclusiones objetivos propuestos:

En relación al primer objetivo, se puede considerar que las dificultades para la enseñanza y aprendizaje de la derivada se basan en las siguientes categorías: conocimientos previos, dificultades algebraicas, falta de fijación de conceptos básicos de la Geometría analítica, la desmotivación de los estudiantes y las estrategias de los docentes.

En relación con el segundo objetivo para articular los hallazgos obtenidos en el primer objetivo y las bases teóricas sobre la enseñanza y aprendizaje de la derivada, se elaboró una propuesta didáctica que posee 10 sesiones de 120 minutos; en la misma son utilizadas diferentes estrategias metodológicas y está enfocada en la resolución de problemas aplicando los pasos del método de Polya.

Elaborado por:	Simón Francisco Ruíz Díaz Vicézar
Revisado por:	Guillermo Fonseca Amaya

Fecha de elaboración del Resumen:	09	04	2018
--	----	----	------

DEDICATORIA

A mi familia, por ser la piedra fundamental de mi vida.

AGRADECIMIENTOS

A Dios, en donde encuentro sabiduría y fuerzas para seguir estudiando.

A los compañeros del Colegio Municipal Santa Rosa de Lima, por su apoyo constante.

Al Msc. Guillermo Fonseca Amaya, por sus consejos para la conclusión de este trabajo de grado.

Al Gobierno Nacional de la República del Paraguay, por la beca otorgada, dándome la oportunidad de formarme en el extranjero.

A Verónica Torres, María Escobar, Yanet Taboada y Virginia Aiseman, por enseñarme la importancia de la amistad, la ayuda mutua y el compañerismo.

ÍNDICE

RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN - RAE	I
DEDICATORIA.....	VII
AGRADECIMIENTOS.....	VIII
ÍNDICE.....	IX
INTRODUCCIÓN.....	1
CAPITULO I	3
1.1. Antecedentes	3
1.2. Justificación	7
1.3. Problema:.....	9
1.3.1. Preguntas Orientadoras:.....	11
1.4. Objetivos:.....	12
1.4.1. General:	12
1.4.2. Específicos:.....	12
CAPITULO II	13
Marco Teórico	13
2.1. Introducción.....	13
2.2. Didáctica: aspectos teóricos y epistemológicos	13
2.2.1. Nociones básicas de didáctica y pedagogía.....	13
2.2.2. Clasificación de la didáctica.....	15
2.2.3. Evolución histórica de la Didáctica de la Matemática	16
2.2.4. Didáctica de la Matemática	17
2.2.5. Objeto de estudio de la Didáctica de la Matemática	17
2.2.6. Aprendizaje: algunas consideraciones.....	18
2.3. Cálculo Infinitesimal	19
2.3.1. Origen del cálculo infinitesimal	19
2.3.2. Ramas del Cálculo Infinitesimal.....	20
2.3.3. Derivada	20
2.3.3.1. Tasa de variación:.....	20
2.3.3.2. Tasa de variación media (T.V.M.).....	21
2.3.3.3. Interpretación geométrica de la tasa de variación media.....	21
2.3.3.4. Definición de Derivada:	22
2.4. Nivel de enseñanza de la derivada.....	23
2.4.1. Tendencias de la enseñanza de la derivada	23

2.4.2. Enfoques para la enseñanza de la derivada	23
2.5. Resolución de Problemas.....	25
2.5.1. Estrategia de resolución de problemas propuesta por Shoenfeld	26
2.5.2. Estrategia de resolución de problemas propuesta por Polya	28
CAPITULO III	32
3.1. Marco metodológico.....	32
3.1.1. Paradigmas de investigación	33
3.1.2. Enfoque de la investigación.....	34
3.1.3. Investigación – acción	35
3.1.3.1. Características de la investigación – acción	37
3.1.3.2. Procesos de la investigación – acción.....	38
3.1.3.3. El proceso de investigación – acción de esta investigación	39
3.1.4. Fases del proceso metodológico	40
3.1.4.1. Fase I: Descripción del contexto de la Investigación.	40
3.1.4.2. Fase II	44
3.1.4.3. Fase III.....	44
CAPITULO IV	46
4.1 Resultados y Discusión.....	46
CAPITULO V	51
5.1. Conclusiones y Recomendaciones.....	51
CAPITULO VI	52
6.1. Proyecciones de la investigación.....	52
Apéndices.....	53
Bibliografía	56
Anexos	62

Lista de cuadros

Tabla 1: Documentos relevantes en el campo de la enseñanza y aprendizaje de la derivada.	5
Tabla 2: Categorías de análisis entre los antecedentes e instrumentos de recolección de datos. ...	49

Lista de ilustraciones

Ilustración 1: Tasa de Variación.....	20
Ilustración 2: Derivada	22
Ilustración 3: Interpretación gráfica del problema	30
Ilustración 4: Proceso de investigación – acción propuesto por Kemmis	38
Ilustración 5: Proceso de Investigación – acción en esta investigación	39
Ilustración 6: Fases del Proceso metodológico.....	40
Ilustración 7: Pabellón del Nivel Medio del Colegio Municipal Santa Rosa de Lima.....	42
Ilustración 8: Patio central de la institución	42
Ilustración 9: Actividades educativas	43
Ilustración 10: Mural realizado por alumnos del Bachillerato en Diseño Gráfico.	43

Lista de Apéndices

Apéndice A: Cuestionario utilizado para las entrevistas	53
---	----

Lista de Anexos

Anexo A : Planillas de Calificaciones de las asignaturas: Matemática, Física y Química.....	62
Anexo B: Informe SNEPE.....	64
Anexo C: Validación de los instrumentos de recolección de datos.....	67
Anexo D: Registro Anecdótico de mi experiencia personal en la enseñanza de la derivada	75
Anexo E: Plan trimestral utilizado para la enseñanza de derivada.....	79
Anexo F: Tabulación de resultados	82
Anexo 7: Propuesta didáctica	89

INTRODUCCIÓN

La presente investigación trata las dificultades que reportan los maestros sobre la comprensión que tienen los estudiantes del concepto de derivada. Por tal motivo, el objetivo general hace referencia al diseño de una propuesta didáctica basada en la resolución de problemas que permitan a los estudiantes la comprensión del concepto de derivada en el tercer curso de la educación media del Colegio Municipal Santa Rosa de Lima, departamento Central, Paraguay.

Por otro lado, se puede mencionar que la presente investigación se basa en el paradigma socio – crítico con aportes de instrumentos de la investigación cualitativa: registro anecdótico, entrevista a docentes y análisis de documentos.

Además, se utiliza la metodología de la investigación – acción porque la problemática parte de una realidad social que necesita ser solucionada y como establecen Kemmis y McTaggart (1988) se trata de transformar las prácticas educativas.

En este aspecto, Latorre (2005) dice que la investigación – acción educativa se utiliza para describir una familia de actividades que realizan el profesorado en sus propias aulas con fines tales como: el desarrollo curricular, su autodesarrollo profesional, la mejora de los programas educativos, los sistemas de planificación o la política de desarrollo.

También se puede mencionar que el enfoque de la propuesta didáctica se centra en la resolución de problemas, ya que se considera que la misma es una estrategia indispensable para el desarrollo cognitivo de los alumnos, además es una metodología que propicia un razonamiento lógico y permite al estudiante una reflexión crítica a cerca de una situación que se le presente.

En este sentido Abarca (2007) considera que la resolución de problemas se torna en un componente importante relacionado con el éxito del estudio de la Matemática, pues se asume que la resolución de problemas ayudará al estudiante a encontrar las dificultades en su propio aprendizaje y de esta manera fortalecer sus conocimientos, con el propósito de solucionar retos cada vez más complicados.

Este trabajo está conformado por cinco capítulos que contienen los siguientes aspectos:

En el Capítulo I, se presentan los antecedentes del problema de investigación, el planteamiento del problema, las preguntas de investigación, el objetivo general, los objetivos específicos y la justificación.

En el Capítulo II, se organiza el marco teórico en cuatro niveles. El primer nivel habla de la didáctica haciendo referencia a la didáctica de la matemática; el segundo hace referencia al concepto de derivada desde una concepción histórica y como objeto matemático; el tercero muestra los enfoques y tendencias para la enseñanza de la derivada; y el último nivel describe la resolución de problemas por los métodos de Shoenfeld y Polya.

En el Capítulo III, se explica la metodología en tres niveles. El primer nivel corresponde en situar el trabajo de investigación entorno a algún paradigma de investigación en educación, el segundo nivel ubica la investigación en la metodología de Investigación – Acción, y el tercer nivel describe las fases del proceso metodológico en relación con el desarrollo de los objetivos de la investigación.

En el Capítulo IV, se muestra los resultados obtenidos con sus respectivos análisis y discusiones; se encuentran categorías que fundamentan las dificultades en la enseñanza y aprendizaje de la derivada; así como, las consideraciones que se tuvieron en cuenta para articular los hallazgos sobre conocimientos teóricos en el campo de la enseñanza y aprendizaje de la derivada con la reflexión sobre las dificultades que los estudiantes presentan para la comprensión del concepto de derivada desde la práctica docente.

En el Capítulo V, se presentan las conclusiones y recomendaciones de la presente investigación.

Finalmente, en el Capítulo VI, se proyecta la investigación en tres ámbitos, considerando la relevancia del tema en la transformación de la enseñanza de la derivada.

CAPITULO I

1.1. Antecedentes

Diversos investigadores han aportado sobre la enseñanza y aprendizaje de la Derivada, en este sentido a través de una búsqueda en las siguientes bases de datos: Google académico y Dial net (con filtros desde 1995 hasta 2017), y usando palabras claves (enseñanza, aprendizaje, derivada, dificultad, comprensión); se resaltan los siguientes trabajos:

Trabajo 1	
Título de la investigación	La comprensión de la derivada como objeto de estudio de la didáctica de la matemática.
Año	2008
País	España
Autores	Gloria Sánchez, Mercedes García y Salvador Llinares
Problemas	La comprensión de la noción de derivada presenta dificultades para los alumnos de bachillerato (16 – 18 años) y primeros años de Cálculo en la Universidad.
Metodología	Este trabajo revisa y organiza las aportaciones de las investigaciones hechas en Matemática Educativa para identificar el conocimiento generado y las áreas donde es necesario contribuir con información. La revisión se ha estructurado considerando: a) lo que se conoce sobre la comprensión de la derivada de una función en un punto; b) el papel que desempeñan los sistemas de representación; c) las características del esquema de derivada.
Objetivos	Detectar la comprensión del concepto de derivada por parte de los alumnos.
Resultados/Conclusión	Los estudiantes llegan a entender el concepto de Derivada desde dos ámbitos: Las características de los significados del concepto de derivada que elaboran, y el desarrollo de tales significados.
Trabajo 2	
Título de la investigación	Metodologías utilizadas en la enseñanza – aprendizaje de la derivada: Influencia en el rendimiento de la asignatura
Año	2012
País	Nicaragua
Autores	William Oswaldo Flores López y, María Jesús Salinas Portugal
Problemas	Las metodologías utilizadas en la enseñanza – aprendizaje de la Derivada con las y los estudiantes de Administración de Empresas y su influencia en el rendimiento de la asignatura Matemática Financiera que implica el conocimiento del concepto de la Derivada.
Metodología	La metodología empleada en este estudio es de naturaleza descriptiva, pues se quiere ahondar en los aspectos del profesor, su relación con las técnicas, métodos, estrategias que utilizan en el proceso de enseñanza – aprendizaje de la Derivada en las carreras de Administración de Empresas.
Objetivos	Analizar las metodologías que utilizan dos profesores de matemáticas en la enseñanza – aprendizaje de la Derivada con las y los estudiantes de Administración de Empresas en la Universidad de las Regiones Autónomas de la Costa del Caribe Nicaragüense.

Resultados/Conclusión	Se detectan algunas carencias didácticas relacionadas con el contexto – social donde se desarrollan los estudiantes, por un lado, la convivencia de un intercambio de experiencias didácticas entre profesores, por otro, algún tipo de formación didáctica y conceptual relacionado con el contenido económico. En cuanto al contenido económico es parcial, y tiene mucha influencia en el rendimiento de las y los estudiantes.
Trabajo 3	
Título de la investigación	Dificultades en la aplicación del cálculo diferencial e integral en la resolución de problemas del campo eléctrico.
Año	2013
País	Ecuador
Autores	Silvia Coello Pisca, y Jorge R. Flores Herrera
Problemas	Los estudiantes de las diferentes carreras de una universidad ecuatoriana que están registrados en un curso de física básica con cálculo, en la unidad de campo eléctrico, tienen dificultad al momento de la resolución de problemas de campo eléctrico que requieren la aplicación del cálculo integral y diferencial.
Metodología	Fue utilizada la entrevista, observación, intervención video grabada.
Objetivos	Determinar los conceptos en acción y teoremas en acción que tienen los estudiantes cuando aplican el cálculo diferencial e integral en la resolución de problemas del campo eléctrico.
Resultados/Conclusión	Los estudiantes por un lado no han logrado comprender las definiciones, principios, reglas y teoremas de las matemáticas y por otro lado no han logrado comprender los conceptos, leyes y principios de la física. Ellos solo aplican el conocimiento procedimental que involucran la memorización de los pasos para determinar la solución del problema.
Trabajo 4	
Título de la investigación	La derivada como objeto matemático y como objeto de enseñanza aprendizaje en profesores de matemática de Colombia “La derivada un concepto a caballo entre la Matemática y la Física”
Año	2003
País	España
Autores	Edelmira Rosa Badillo Jiménez
Problemas	Dificultades que tienen los profesores de matemática en ejercicio para organizar y justificar la enseñanza del concepto de derivada en el nivel bachillerato, teniendo en cuenta las características concretas del contexto.
Metodología	Se adopta una metodología cualitativa de naturaleza descriptiva y exploratoria, pues lo que se desea estudiar son las formas de conocer el concepto de derivada como objeto matemático y como objeto de enseñanza y aprendizaje.
Objetivos	Objetivo General con relación al conocimiento profesional del profesor: Identificar y describir la relación e integración entre el conocimiento del contenido matemático y el conocimiento didáctico del contenido con relación al concepto de derivada.
Resultados/Conclusión	Desarrollar estrategias desde la formación docente para que los docentes puedan ser capaces de desarrollar el cálculo.

Trabajo 5	
Título de la investigación	Una propuesta didáctica para la enseñanza del concepto de la derivada en el último grado de la educación secundaria.
Año	2013
País	Colombia
Autores	Carlos Eduardo Pineda Ruiz
Problemas	Uno de los factores que impide a los estudiantes un adecuado aprendizaje del concepto de la derivada de una función, es el tiempo que se le dedica a este concepto dentro del currículo de matemáticas en el último grado de educación secundaria, la derivada se empieza a enseñar en el grado once al finalizar la asignatura cálculo.
Metodología	Investigación cualitativa
Objetivos	Plantear una propuesta didáctica para la enseñanza y aprendizaje del concepto de derivada de una función en el último grado de la educación secundaria.
Resultados/Conclusión	Con el uso de GeoGebra el proceso es fácilmente verificable y el estudiante puede apreciar fácilmente que la recta tangente se aproxima a la secante, definiendo así el concepto de derivada.

Tabla 1: Documentos relevantes en el campo de la enseñanza y aprendizaje de la derivada.

Respecto a los documentos revisados y el lugar metodológico privilegiado por los investigadores es posible señalar que: las metodologías aplicadas por la mayoría de estas investigaciones hacen referencia al enfoque cualitativo.

En su tesis doctoral Badillo, E (2003) utiliza técnicas cualitativas descriptivas y exploratorias; ya que su trabajo recoge información sobre las formas de conocer el concepto de derivada como objeto matemático y como objeto de enseñanza y aprendizaje.

Por otra parte, Flores, W. y Salinas M. (2012) para la recolección de datos construyeron cuestionarios y entrevistas; las tabulaciones de datos realizaron a través de estadísticos descriptivos utilizando el software Statistical Package for the Social Sciences (SPSS) así como recursos ofimáticos; se puede señalar en este aspecto que el enfoque metodológico corresponde a una investigación mixta.

Respecto al tema sobre el Cálculo Infinitesimal y sus operaciones: Derivadas e Integrales, se reportan trabajos de investigación del mencionado contenido desde el punto de vista didáctico; también hacen referencia sobre la problemática que genera en los estudiantes la abstracción de estos contenidos; así como el rechazo que los alumnos tienen hacia las matemáticas y las dificultades para aprenderla.

Desde el punto de vista anterior, Artigue (1995) menciona que las dificultades de acceso al cálculo son de diversas índoles y se imbrican y refuerzan mutuamente en redes complejas. Para él existen tres grandes tipos de dificultades: a-) Aquellas asociadas con la complejidad de los objetos básicos del cálculo; b-) Aquellas asociadas a la conceptualización de la noción de límite, centro del campo del cálculo; c-) Aquellas vinculadas con las rupturas necesarias con relación a los modos de pensamiento puramente algebraicos.

Ampliando sobre las dificultades en la enseñanza y aprendizaje del concepto de derivada, es necesario señalar, que en algunos casos, los propios maestros tienen dificultad para comprender el concepto de derivada; y esto afecta directamente a los estudiantes. Por tal motivo, es importante el conocimiento profesional del profesor tal como sugiere Shulman (1989).

Algunos investigadores establecen la importancia de la resolución de problemas como estrategia para la comprensión de conceptos matemáticos como físicos; para que esto pueda ser válido se debe considerar el tipo de conocimiento que el alumno debe desarrollar para dicha competencia. Considerando el razonamiento anterior, Mayer (1983) menciona los siguientes tipos de conocimientos: El conocimiento lingüístico que está relacionado con el idioma español; el conocimiento semántico que está relacionado con el significado de los términos usados en el problema; el conocimiento procedimental que está asociado a los procedimientos matemáticos o físicos requeridos para resolver el problema; el conocimiento estratégico que está relacionado con el uso de técnicas para resolver el problema. Los tres primeros conocimientos ayudan a comprender el problema y los dos últimos ayudan a encontrar la solución.

Las aportaciones de estos investigadores serán relevantes para este proyecto, porque podemos clasificar el estudio de la derivada desde dos ámbitos. En un primer momento, Sánchez, G. y otros (2008), Coello S. y Flores J. (2013) consideran que las dificultades en la comprensión de la derivada se centran en la interpretación que el alumno posee sobre el concepto de derivada, así como la resolución de problemas aplicándolo en otras ramas del saber; y, en otro momento como señalan Flores W. y Salinas M. (2012), Bobadilla E. (2003) las dificultades giran en torno a las metodologías de enseñanza que los profesores utilizan al desarrollar derivadas.

La propuesta didáctica que será diseñada considerará las dificultades mencionadas en el párrafo anterior y enfocará el concepto de derivadas desde la resolución de problemas, como afirma Polya (1981) un problema significa buscar de forma consiente una acción apropiada para lograr un objetivo claramente concebido, pero no alcanzable de forma inmediata.

1.2. Justificación

El trabajo de investigación tendrá relevancia en cuanto se relaciona con los siguientes niveles: en primer lugar, las aportaciones que puedan llegar a tener en el campo de la Didáctica de la Matemática; en segundo la articulación con algunos elementos de la Política Educativa del Paraguay; en tercer orden la relación con los aprendizajes de los estudiantes; por último, las transformaciones que se puedan generar en mi práctica docente.

La Derivada es una de las operaciones del Cálculo Infinitesimal que más dificulta a los estudiantes del tercer curso, pues requiere de una serie de conocimientos previos. Esta dificultad ha sido estudiada por diferentes autores en el campo de la Didáctica de la Matemática.

Tomando como referencia los conocimientos iniciales que los alumnos traen a la sala de clase; Labinowicz (1986) en el ámbito educativo establece que debe tenerse en cuenta que, si los alumnos tienen procesos individuales y esquemas de pensamiento previos, los docentes deben promover ambientes de aprendizaje donde las actividades de exploración, reto y descubrimiento para el alumno sean más importantes que la enseñanza en sí.

Siguiendo con esta dificultad, según Nieto (1997) *en* su publicación sobre Las Matemáticas en el Bachillerato, uno de los problemas que, en general, se presentan en la enseñanza de las Matemáticas en todos los niveles educativos es el relativo al aprendizaje del lenguaje algebraico.

En base a mi experiencia y la de otros colegas, entre los conceptos básicos que los estudiantes deben manejar para el estudio de la Derivada son: operaciones algebraicas (suma, producto, potenciación, casos de factorización, logaritmos y sus propiedades), funciones trigonométricas (fórmulas fundamentales, ángulos notables, valores de las funciones trigonométricas de los ángulos notables, tabla de los signos de las funciones trigonométricas).

Con respecto al segundo nivel de importancia de este trabajo y su relación con la Política Educativa del Paraguay, primeramente, se debe mencionar que el proceso educativo nacional busca la incorporación positiva del egresado a la vida social, productiva y a la educación superior¹. Por otra parte, la competencia general en el área de Matemática del bachillerato en Paraguay expresa lo siguiente “Formula y resuelve situaciones problemáticas que involucren la utilización de conceptos, operaciones, teoremas y propiedades matemáticas del Algebra, la Trigonometría, la Geometría Analítica y el Cálculo, aplicadas a la modelización de situaciones de la vida real”². Por último, para el alcance de dicha competencia para el tercer curso, se establece la siguiente capacidad “Formula y resuelve situaciones problemáticas en las que se apliquen el concepto de derivada”³.

Tomando como referencia los tres puntos mencionados en el párrafo anterior, este trabajo de investigación aportará para el logro de la competencia requerida por el egresado de la Educación Media, ya que se proporcionará una propuesta didáctica basada en la resolución de problemas; esta a su vez responde a lo que plantea el Ministerio de Educación y Ciencias (MEC) de Paraguay dentro de la malla curricular del nivel medio: los problemas planteados sean extraídos de contextos reales, de situaciones que resulten atractivos a los estudiantes y de esta manera les resulte interesante la investigación y profundización de los distintos temas abordados⁴.

¹ *Marco de antecedente del documento*. Actualización curricular del Bachillerato Científico de la Educación Media. Ministerio de Educación y Ciencias (2014). Área: Matemática y sus tecnologías. Paraguay (p. 11).

² *Competencia específica de la disciplina*. Actualización curricular del Bachillerato Científico de la Educación Media. Ministerio de Educación y Ciencias (2014). Área: Matemática y sus tecnologías. Paraguay (p. 124).

³ *Capacidades a ser desarrolladas a nivel nacional*. Actualización curricular del Bachillerato Científico de la Educación Media. Ministerio de Educación y Ciencias (2014). Área: Matemática y sus tecnologías. Paraguay (p. 125).

⁴ *Orientaciones para el desarrollo de las capacidades en el Área de Matemática*. Actualización curricular del Bachillerato Científico de la Educación Media. Ministerio de Educación y Ciencias (2014). Área: Matemática y sus tecnologías. Paraguay (p. 127).

Respecto a la relación con los aprendizajes de los estudiantes, este proyecto de investigación ayudará a los mismos a cualificar sus conocimientos sobre el concepto de la derivada y sus aplicaciones a través de la resolución de problemas. Para Krulik y Rudnik (1980) un problema es una situación, cuantitativa o de otras clases, a la que se enfrenta un individuo o un grupo, que requiere solución y para la cual no se vislumbra un medio o camino aparente y obvio que conduzca a la misma. En otras palabras, con la resolución de problemas podemos lograr que los estudiantes sean críticos, autónomos y tengan herramientas para la vida cotidiana.

Por último, esta investigación aportará a mi propia práctica docente, porque me permitirá reflexionar sobre aspectos que se relacionan con mi quehacer pedagógico: innovación en el proceso de enseñanza y aprendizaje; enseñanza desde la resolución de problemas; y la elaboración de una unidad didáctica que podrían ser útil para otros profesores de matemática. En términos didácticos, según Chevallard (1991) estaría logrando la transposición didáctica, ya que se realizará una descontextualización del saber académico (en este caso la derivada) en una recontextualización en conocimiento escolar (propuesta didáctica a través de la resolución de problemas).

1.3. Problema:

En la República del Paraguay el Sistema Nacional de Evaluación del Proceso Educativo⁵ (SNEPE) y los resultados de las pruebas tomadas en el año 2015 a estudiantes del 3°, 6°, 9° grados de la Educación Escolar Básica y 3° curso de la Educación Media reporta que el 90% de los estudiantes está por debajo del óptimo y cerca del 50% de los alumnos debajo del medio. En resumen, entre 40 y 60% de los alumnos están por debajo del nivel medio, y 90% de los niños y adolescentes evaluados no alcanzaron las competencias óptimas de su grado o curso. Este es el primer estudio censal que se hace a nivel país, lo que significa que todos los alumnos de cada grado y curso fueron sometidos a la misma prueba.

⁵ El Sistema Nacional de Evaluación del Proceso Educativo (SNEPE) ha sido implantado en el año 1995 por la Resolución Ministerial n° 687 del 6 de abril de 1995.

En Matemáticas las pruebas de SNEPE se clasifican en cuatro categorías: Nivel I – Reconocimientos de objetos, elementos y cálculos directos, Nivel II – Solución de problemas del entorno cotidiano aplicando algoritmos de las operaciones básicas, Nivel III – Solución de problemas del entorno social con operaciones básicas combinadas, y Nivel IV – Solución de problemas complejos con datos no explícitos. En este sentido, los resultados a nivel nacional en el último curso del nivel medio demostraron que sólo el 7% de los educandos han alcanzado el Nivel IV, es decir, son capaces de resolver problemas más complejos.

Por otra parte, desde mi práctica docente como catedrático de Matemática y Física del Tercer Curso de la Educación Media del Colegio Municipal Santa Rosa de Lima⁶, he comprobado la dificultad que presentan los estudiantes al desarrollar contenidos de Cálculo Infinitesimal. Por más de 8 años he observado dicha situación, y el problema radica en el momento de trabajar Derivada y sus aplicaciones: la interpretación geométrica, rectas tangentes y normales a una curva, algebra de las derivadas, reglas prácticas de derivación, regla de la cadena, análisis de curvas y problemas de optimización. Para los alumnos el concepto de Derivada se torna complicado, y más aún cuando dicho concepto debe ser aplicado en situaciones problemáticas de la vida real.

Se puede señalar que el concepto y aplicación de la Derivada juega un papel importante para el egresado de la Educación Media y sus posteriores estudios universitarios, por la cantidad de carreras que requieren cursos de Cálculo Diferencial e Integral.

En este campo existen múltiples dificultades para el aprendizaje del Cálculo Infinitesimal, así mismo Hitt (2003) en su investigación sobre Dificultades en el aprendizaje de cálculo menciona que la educación matemática ha mostrado que existen varios problemas para el aprendizaje del cálculo dificultando a una gran mayoría de estudiantes, e incluso a algunos profesores de enseñanza media, el acceso profundo a los conceptos propios del cálculo. La gran cantidad de tópicos que están íntimamente relacionados en cálculo, y el manejo pobre de algunos de sus subconceptos, obstaculiza el desarrollo profundo de los conceptos propios del cálculo, como son, el concepto de función, de límite, de continuidad, de derivada y de integral.

⁶ El Colegio Municipal Santa Rosa de Lima es una institución de gestión privada subvencionada, dependiente del Ministerio de Educación y Ciencias; ubicada en el barrio Santa Rosa, compañía Rincón, ciudad de Ñemby, departamento Central, Paraguay.

Además, Artigue (1995) establece que, aunque se puede enseñar a los alumnos a realizar de manera más o menos mecánica algunos cálculos de derivadas y a resolver algunos problemas estándar, hay dificultades para que los jóvenes logren una comprensión satisfactoria de los conceptos y métodos de pensamiento que conforman el centro del análisis matemático o cálculo infinitesimal. Por ejemplo, algunos alumnos son capaces de resolver ejercicios que se le proponen con la aplicación correcta de las reglas de derivación, sin embargo, tienen dificultades cuando necesitan manejar el significado de la noción de derivada, ya sea a través de su expresión analítica como límite del cociente incremental, ó su interpretación geométrica como pendiente de la recta tangente.

Así mismo; Sánchez, G., García, M. y Llinares, S. (2008) en su artículo La comprensión de la derivada como objeto de investigación en didáctica de la matemática mencionan que los alumnos no han construido un significado adecuado del concepto de derivada; y por tal puede generarles dificultades en su desempeño en cursos de cálculo.

Por tal motivo, Arslan (2010) deduce que los estudiantes no han logrado comprender las definiciones, principios, reglas y teoremas de las matemáticas, y esto dificulta el tratamiento de la derivada.

Reflexionando desde la praxis docente y haciendo referencia a los autores mencionados más arriba se establece la siguiente pregunta de investigación:

¿Cómo una propuesta didáctica basada en la resolución de problemas contribuye a superar las dificultades reportadas por los docentes en la comprensión del concepto de derivada en relación a los estudiantes de tercer curso de la Educación Media del Colegio Municipal Santa Rosa de Lima?

1.3.1. Preguntas Orientadoras:

- A. ¿Cuáles son las dificultades que presentan los estudiantes para la comprensión del concepto de derivada reportadas por los docentes?
- B. ¿De qué manera se pueden articular los conocimientos teóricos en el campo de la enseñanza y aprendizaje de la derivada con la reflexión sobre las dificultades que los estudiantes presentan para la comprensión del concepto de derivada desde la práctica docente?

1.4. Objetivos:

1.4.1. General:

Diseñar una propuesta didáctica basada en la resolución de problemas que permitan a los estudiantes la comprensión del concepto de derivada en el tercer curso de la educación media del Colegio Municipal Santa Rosa de Lima, departamento Central, Paraguay.

1.4.2. Específicos:

- Identificar las dificultades reportadas por los maestros sobre la comprensión que tienen los estudiantes del concepto de derivada, mediante la aplicación de técnicas de recolección de datos tales como: entrevista a docentes, registro anecdótico y análisis de documentos.
- Articular los hallazgos encontrados en los conocimientos teóricos en el campo de la enseñanza y aprendizaje de la derivada con la reflexión sobre las dificultades que los estudiantes presentan para la comprensión del concepto de derivada desde la práctica docente, a través de una propuesta didáctica para los alumnos del 3° curso de la educación media del Colegio Municipal Santa Rosa de Lima, departamento Central, Paraguay.

CAPITULO II

Marco Teórico

2.1. Introducción

En relación al problema de investigación sobre la comprensión del concepto de la derivada a través de la resolución de problemas, este capítulo expone los fundamentos teóricos necesarios para la explicación del tema planteado. EL capítulo se divide en cuatro categorías que se mencionan a continuación:

En la primera se considerará los aspectos teóricos y epistemológicos desde el campo de la didáctica, haciendo referencia a la didáctica de la matemática en el nivel secundario. En una segunda categoría se construirá el concepto de la derivada desde diversos componentes: históricos, epistemológicos y disciplinarios desde el punto de vista matemático. Luego, se revisará la enseñanza de la derivada mediante diferentes enfoques y tendencias. Por último, se describirá sobre la resolución de problemas como estrategia para la comprensión del concepto de la derivada.

2.2. Didáctica: aspectos teóricos y epistemológicos ⁷

Antes de abordar la didáctica de la matemática, es preciso tener en cuenta la relación entre didáctica y pedagogía, además de los conceptos de la didáctica presentados por diferentes autores, así como su clasificación.

2.2.1. Nociones básicas de didáctica y pedagogía

El docente debe tener en cuenta en su labor diaria la definición de la pedagogía y su aplicación; Aparicio & Castro, (2007) menciona a Mockus, Hernández, Granés et al (1995), y presentan tres definiciones de la pedagogía:

⁷ Este apartado fue elaborado en forma conjunta por los alumnos: Gladys Giménez, Irma Vera, Anastasia Taboada, Verónica Torres, María Escobar, Simón Ruiz Díaz, Eduardo Robertti, Alfredo Trinidad en el marco del Proyecto de Grado correspondiente a la Especialización en Pedagogía de la Universidad Pedagógica Nacional(UPN) cohorte Paraguay – 2018.

- La pedagogía como el discurso explícito que se preocupa primordialmente de orientar y otorgarles su sentido a las prácticas educativas especializadas.
- La pedagogía como el sistema de mensajes “implícito”, que se encarga de regular las relaciones entre quienes participan en esas prácticas.
- Y la pedagogía como el intento de reconstruir las “competencias” de los educadores y de los alumnos en cuanto tales, primordialmente en sus aspectos no especializados.

De acuerdo a las tres definiciones anteriores, existe una relación entre ellas: intrínseca y extrínseca del ser, haciendo referencia a la forma de actuar de las personas, considerando los principios de convivencias, además la importancia de la interacción profesor/alumno, la metodología y las técnicas que se utilizan en la enseñanza para la adquisición de las competencias necesarias por parte del alumno.

Para dar énfasis a la definición de didáctica, Sotos Serrano, (1993) cita a V. Benedito (1987), quién manifiesta lo siguiente: la didáctica se considera como ciencia y técnica, produciendo un continuo feedback (devolución de una señal modificada a su emisor) entre teoría práctica y tecnología; ya que ambas están directamente relacionadas, siendo la tecnología la vertiente aplicada a la didáctica, en relación directa a la utilidad de los ámbitos de enseñanza. (p.174)

Así también, Díaz Herrera (2001), hace referencia a la didáctica como: una ciencia interdisciplinaria, cuyo campo de estudio es la enseñanza con todas sus particularidades. Posee métodos de investigaciones especiales, promueve una exhaustiva variedad de estrategias y recursos para su aplicación, experimentación en el aula y fuera de ella, acordes con la naturaleza del conocimiento a enseñar, las características socio-cognitivas de los estudiantes y las intencionalidades socio-políticas del plan de estudios y de las instituciones escolares. Innegablemente, la didáctica ha experimentado, igual que las demás Ciencias Sociales, los acontecimientos de las indefiniciones epistemológicas, conceptuales y metodológicas. (p.2)

También Díaz Herrera realiza varias comparaciones de diversos autores, de distintos lugares del mundo, sobre la definición de la didáctica y toma como referencias a:

- Gimeno Sacristán (1989) quien considera a la didáctica como disciplina científica a la que corresponde el guiar a la enseñanza, tiene un componente normativo y otro prescriptivo.
- Vasco (1990), considera a la didáctica no como la práctica misma del enseñar sino como el sector más o menos bien limitado del saber pedagógico que se ocupa explícitamente de la enseñanza.
- Camilloni (1994), apunta que la didáctica es la teoría de la enseñanza, heredera y deudora de muchas otras disciplinas que al ocuparse de la enseñanza se constituye en oferente y dadora de teorías en el campo de la acción social y del conocimiento.

Todas estas definiciones nos muestran que la didáctica está presente en el campo de la enseñanza y constituye una herramienta útil para que el docente reflexione sobre su propia práctica pedagógica.

2.2.2. Clasificación de la didáctica

De acuerdo a Botero, C. (2015) la didáctica se clasifica en tres categorías:

- La Didáctica General, como el arte de enseñar a todos, es una herramienta que permite la enseñanza a un grupo de individuos teniendo en cuenta los potenciales, habilidades, características y necesidades en general, aplicando métodos y que contribuyan al desarrollo cognitivo de todos los integrantes del grupo sin perder de vista su individualidad; busca alcanzar objetivos educativos generales, además estudia los elementos comunes de la enseñanza que construyen el currículo con modelos descriptivos, explicativos e interpretativos.
- La didáctica diferencial se considera como aquella que tiene en cuenta el desarrollo educativo individual de cada estudiante, su rango de edad, características, destrezas, debilidades, necesidades y fortalezas, así como la atención a la diversidad que se pueda presentar en un grupo.
- La didáctica específica, tiene en cuenta los objetivos de la enseñanza a partir de un área específica, como la matemática, lingüística, ciencias y otras.

Todas las didácticas presentadas de alguna manera, son teorías para la acción educativa, erradicando las creencias de los docentes sobre su práctica, pudiendo hacer que los estudiantes sean víctimas de ideas erróneas y prácticas inadecuadas.

2.2.3. Evolución histórica de la Didáctica de la Matemática

La didáctica de la matemática, así como la didáctica general, tuvo su origen luego de que se hayan presentado diversas problemáticas en la enseñanza y aprendizaje. Dicho génesis se puede resaltar en el trabajo de Contreras (2012) cuando hace referencia a lo mencionado por Klein (1976) en la década de los años 50 del siglo pasado, e incluso antes, el mundo estaba de acuerdo en que la enseñanza de las matemáticas era insatisfactoria. El nivel de los estudiantes en matemáticas era más bajo que en otras asignaturas. En este sentido, algunas Universidades de los Estados Unidos, progresivamente comienzan a reformar sus planes de estudios en matemática, con el fin de actualizarlos, considerando los avances de la matemática y física.

La didáctica de la matemática al igual que la didáctica general ha evolucionado de arte a ciencia. Cuando hablamos de arte nos referimos a las habilidades y destrezas del docente.

Esta hipótesis para Chevallard y otros (1997) no hace posible el análisis de la problemática referida a la enseñanza de la matemática y por tanto, no permite la comprensión y explicación de los hechos didácticos.

No obstante, D'Amore (2005) señala que este enfoque tuvo sus beneficios aportando a la elaboración de situaciones y ambientes apropiados para la enseñanza, juegos didácticos etc., con el propósito de lograr una “mejor” enseñanza.

La didáctica de la matemática, así como las demás didácticas ha evolucionado para hacerse cada vez más útil al docente en el proceso de enseñanza y aprendizaje; de esta manera surge la didáctica de la aritmética, la didáctica de la geometría, la didáctica del álgebra, la didáctica del cálculo diferencial.

2.2.4. Didáctica de la Matemática

La didáctica de la matemática forma parte de las denominadas didácticas específicas y a continuación se citan algunas definiciones con sus respectivos autores:

La didáctica de la matemática para D´ Amore (2003) es el arte de concebir y de crear condiciones que puedan determinar el aprendizaje de un conocimiento matemático. Sin embargo, Brousseau (1986) manifiesta que la didáctica de la matemática estudia las actividades didácticas, es decir las actividades que tienen por objeto la enseñanza, evidentemente en lo que ellas tienen de específico de la matemática.

Siguiendo con esta línea, Rico et al (2000) definen “la didáctica de la matemática como disciplina que estudia e investiga los problemas que surgen en educación matemática y proponen actuaciones fundadas para su transformación”. (p.352)

Considerando las definiciones expuestas anteriormente por los diferentes autores, asumimos que la didáctica de la matemática es una disciplina que estudia e investiga la problemática de la enseñanza de la matemática y propone acciones concretas para el aprendizaje de la matemática.

2.2.5. Objeto de estudio de la Didáctica de la Matemática

La principal fuente de investigación de la didáctica de la matemática se basa en un conjunto de problemas que surgen de la enseñanza de la matemática en el aula.

Ricco y otros (2000) establecen que la didáctica de la matemática tiene como objeto delimitar y estudiar los fenómenos que se presentan durante los procesos de organización, comunicación, transmisión, construcción y valoración del conocimiento matemático.

Entre estos procesos podemos mencionar la planificación, la transposición didáctica, la evaluación, las formas de estructurar las situaciones de aprendizaje y las técnicas utilizadas para la transmisión del conocimiento, entre otras.

Por otro lado, Fredenthal (1981), citado en Sotos Serrano (1993) afirma que el objeto de estudio de la didáctica de las matemáticas son los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. No tratan en primer lugar de elaborar una teoría para después aplicarla, sino que buscan a nivel práctico lo que sucede con esos procesos en el aula.

En síntesis, el objeto de estudio de la didáctica se centra en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática, creando una innovación educativa pertinente para la formación del educando.

2.2.6. Aprendizaje: algunas consideraciones

La actualización curricular del bachillerato científico de la educación media de la República, del Paraguay, (2014), define la competencia como la integración de capacidades (aptitudes, conocimientos, destrezas, habilidades y actitudes) para la producción de un acto resolutivo eficiente, lógico y éticamente aceptable en el marco del desempeño de un determinado rol.

En este sentido, el aprendizaje basado en competencias constituye un enfoque de la educación que se centra en el alumno a fin de obtener un aprendizaje que le sirva para conectar con otros saberes académicos y que le resulte útil para los desafíos de la vida cotidiana.

Además así como mencionan D'Amore y otros (2003) , el aprendizaje se considera como un conjunto de cambios de comportamientos que señalan, a un observador predeterminado; según sujeto en juego, que este primer sujeto dispone de un conocimiento (o de una competencia) o de un conjunto de conocimientos (o de competencias), lo que implica la gestión de diversos registros de representación, la creación de convicciones específicas, el uso de diversos lenguajes, el dominio de un conjunto de referencias idóneas, de pruebas, de justificaciones y de obligaciones.

2.3. Cálculo Infinitesimal

El cálculo infinitesimal también denominado "Cálculo" constituye una parte muy importante de la matemática moderna. El cálculo infinitesimal consta de dos partes: cálculo diferencial y cálculo integral.

2.3.1. Origen del cálculo infinitesimal

El Cálculo Diferencial e Integral, según lo mencionado por Espinoza y otros (2008), ha sido reconocido como el instrumento más efectivo para la investigación científica que jamás hayan producido las matemáticas. Concebido para el estudio del cambio, el movimiento y la medición de áreas y volúmenes, el cálculo es la invención que caracteriza la revolución científica del siglo XVII.

(...) Su creación se debe al trabajo independiente de dos matemáticos, el inglés Isaac Newton (1642-1727) y el alemán Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716), quienes publicaron sus investigaciones entre los años de 1680 y 1690. Leibniz en 1684, en la revista *Acta Eruditorum*, y Newton en 1687, en su gran obra *Principia Mathematica Philosophiae Naturalis*. El cálculo se desarrolló a partir de las técnicas infinitesimales utilizadas para resolver dos tipos de problemas: el cálculo de áreas y volúmenes y el cálculo de tangentes a curvas. Arquímedes de Siracusa (287 a.C.-212 a.C.), desde tiempos antiguos, había realizado los avances más significativos sobre esos problemas, aplicando el método exhaustivo o de agotamiento para la determinación de áreas y volúmenes, obteniendo importantes resultados sobre el cálculo de tangentes para ciertas curvas particulares. En la primera mitad del siglo XVII, se renovó el interés por esos problemas clásicos y varios matemáticos como Bonaventura Cavalieri (1598-1647), John Wallis (1616-1703), Pierre de Fermat (1601-1665), Gilles de Roberval (1602- 1675) e Isaac Barrow (1630-1677), lograron avances que prepararon el camino para la obra de Leibniz y Newton. (...) (p. 13-14)

2.3.2. Ramas del Cálculo Infinitesimal

El cálculo infinitesimal se divide en dos grandes ramas: el cálculo diferencial y el cálculo integral. El cálculo diferencial estudia la derivada y sus aplicaciones y, el cálculo integral estudia las integrales y sus aplicaciones.

2.3.3. Derivada

Antes de definir derivada, analizaremos el concepto de tasa de variación y tasa de variación media:

2.3.3.1. Tasa de variación:

Consideremos una función $y = f(x)$ y consideremos dos puntos próximos sobre el eje de abscisas " x " y " $a + h$ ", siendo " h " un número real que corresponde al incremento de x .

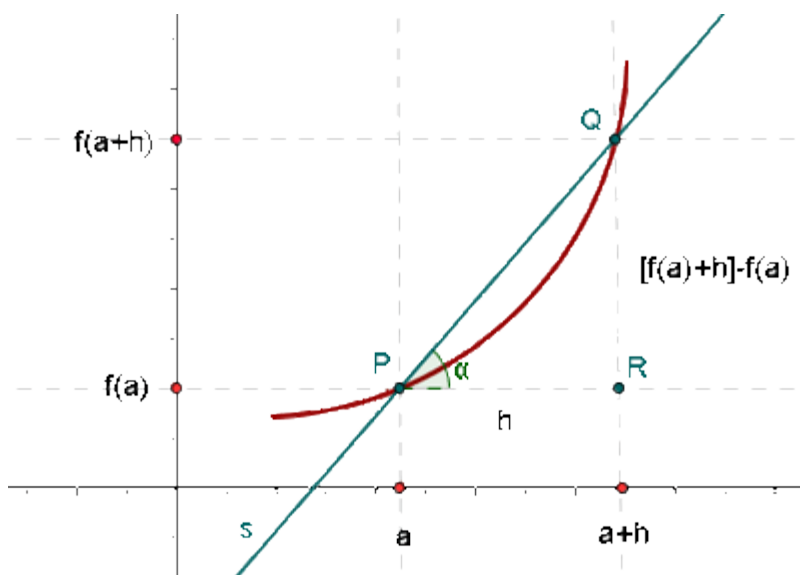


Ilustración 1: Tasa de Variación⁸

Se llama tasa de variación (T.V.) de la función en el intervalo $[a, a+h]$, que se representa por Δy , a la diferencia entre las ordenadas correspondientes a los puntos de abscisas a y $a+h$.

En símbolos:

$$\Delta y = [f(a+h) - f(a)]$$

⁸ El gráfico fue extraído de: https://www.ditutor.com/funciones/images/tvm_2.gif

2.3.3.2. Tasa de variación media (T.V.M.)

Se llama tasa de variación media (T.V.M.) en intervalo $[a, a+h]$, y se representa por $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ ó $\frac{\Delta y}{\Delta x}$, al cociente entre la tasa de variación y la amplitud del intervalo considerado sobre el eje de abscisas, h ó Δx , esto es:

$$T.V.M. [a, a+h] = \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

2.3.3.3. Interpretación geométrica de la tasa de variación media

La expresión anterior coincide con la pendiente de la recta secante a la función $f(x)$, que pasa por los puntos de abscisas a y $a+h$.

$$m = \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

ya que en el triángulo PQR resulta que:

$$\text{tag } \alpha = \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

2.3.3.4. Definición de Derivada:

La derivada de la función $f(x)$ en el punto $x = a$ es el valor del límite, si existe, de un cociente incremental cuando el incremento de la variable tiende a cero.

En símbolos:

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

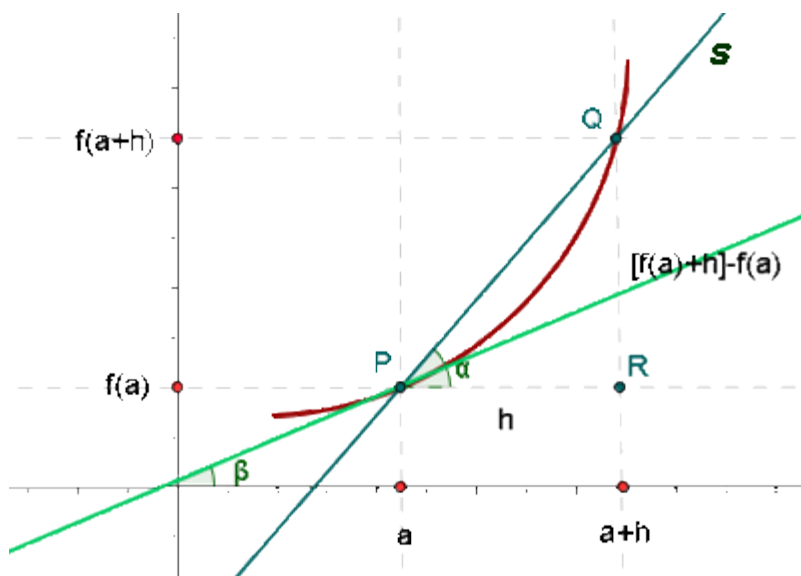


Ilustración 2: Derivada⁹

⁹ El gráfico fue extraído de: https://www.ditutor.com/funciones/images/tvm_2.gif

2.4. Nivel de enseñanza de la derivada

Para entender el nivel de enseñanza de la derivada, debemos hacer referencia a dos aspectos: las tendencias de la enseñanza de la derivada y los enfoques de la enseñanza de la derivada.

2.4.1. Tendencias de la enseñanza de la derivada

Para la enseñanza de la derivada existen dos tendencias: la primera con un enfoque clásico y la otra basada en la resolución de problemas.

En este sentido Lozano (2011) hace referencia a lo expuesto por Dolores (2007) quien afirma que la orientación y enseñanza del concepto de la derivada han sido marcadas por dos tendencias. La primera desarrolla el enfoque clásico formal bajo la estructura del análisis matemático para finalmente buscar sus aplicaciones. La segunda busca el desarrollo del pensamiento matemático desde la resolución de problemas de modo que los conceptos básicos se forman a partir de la resolución de los mismos, como el problema de la tangente, razón de cambio y significados físicos.

Siguiendo con las tendencias propuestas por Dolores (2011), tendencias se manifiestan mediante enfoques que priorizan la estructura del contenido tales como: algebraico, numérico, formal, infinitesimal, aproximación afín local e innovadores tales como: geométrico, variacional y computacional.

2.4.2. Enfoques para la enseñanza de la derivada

A parte de las tendencias se pueden mencionar diferentes enfoques para la enseñanza de la derivada. En este sentido Dolores (2007) citado en Lozano (2011) establece diferentes enfoques que se deben considerar para la enseñanza de la derivada:

- **Enfoque Algebraico:** Prioriza el trabajo con los algoritmos. Ejemplo límite del cociente incremental cuando Δx tiende a cero.
- **Enfoque numérico:** se caracteriza por el uso de sucesiones numéricas, al usar el límite de funciones.
- **Enfoque formal:** sigue la secuencia clásica de contenido. Iniciando con conjunto de los números Reales; concepto de función; definición de límite en términos de ϵ y \forall ; definición rigurosa de continuidad por medio del límite; para al final plantear los teoremas y algoritmos necesarios para llegar a la derivada como consecuencia del límite; reglas de derivación y por último las aplicaciones.

- **Enfoque infinitesimal:** la estructura de los contenidos básicos del cálculo se organiza mediante una especie de isomorfismos respecto de los contenidos tradicionales.
- **Enfoque aproximación afín local:** Para introducir el concepto de derivada se parte de la idea de coeficiente direccional (pendiente) de la recta para definir la pendiente de la secante. Para introducir la idea de tangente como el límite de una sucesión de secantes y con ello se establece la noción de aproximación afín.
- **Enfoque geométrico:** desde este punto de vista la derivada es la tasa de cambio a la que está cambiando $f(x)$, comparada con respecto a x , es decir, es la pendiente de la tangente a la gráfica de f en el valor x . Puede aproximarse encontrando la pendiente de la secante.
- **Enfoque variacional:** En el primer caso se propone remover el discurso matemático escolar desde el fondo, cambiando el papel principal que los cursos de cálculo confieren al concepto de límite y poniendo en su lugar a la variación física, de tal manera que no se sugiere tratar tan exhaustivamente las funciones, sino más bien las cantidades y las magnitudes. Al concretar estas ideas, se parte de las razones de cambio promedio obtenidas del estudio de fenómenos de la vida diaria y se arriba a la derivada como razón de cambio instantánea por medio de un manejo intuitivo del límite.
- **Enfoque computacional:** Los computadores han hecho realidad la posibilidad de la visualización dinámica del comportamiento gráfico de las funciones, de observar mediante simulaciones iterativas cómo la sucesión de secantes tiende a la tangente de racionalizar considerablemente el trabajo con los métodos numéricos.

2.5. Resolución de Problemas¹⁰

En este cuarto nivel nos enfocaremos a la resolución de problemas, considerando que la misma es una estrategia indispensable para el desarrollo cognitivo de los alumnos, además es una metodología que propicia un razonamiento lógico y permite al estudiante una reflexión crítica a cerca de una situación que se le presente. En este sentido la resolución de problemas es la piedra angular de la escuela matemática.

Durante el aprendizaje de las matemáticas, los alumnos estudian conceptos matemáticos, teoremas, algoritmos, definiciones, y varias estrategias que son utilizadas para resolver problemas. Se considera que la resolución de problemas es un componente necesario del proceso de la enseñanza y aprendizaje de la matemática (Abarca, 2007).

Considerando que la resolución de problemas es una estrategia didáctica necesaria para la enseñanza y aprendizaje de los estudiantes, la Actualización Curricular de le Educación Media de la República del Paraguay (MEC, 2014) dentro de los objetivos generales pretende que los estudiantes desarrollen capacidades metacognitivas para la resolución de problemas del entorno y la autorregulación del comportamiento¹¹. En este aspecto, dentro de las orientaciones para el desarrollo de las capacidades en el área de Matemática se considera como punto fuerte la necesidad de crear espacios y situaciones en que los estudiantes puedan formular problemas y compartirlos entre pares para que puedan ser resueltos con las herramientas aprendidas¹².

¹⁰ Este apartado fue elaborado por los alumnos: Simón Ruiz Díaz, Verónica Torres y María Escobar, en marco al Proyecto de Grado en la Especialización en Pedagogía (Cohorte Paraguay 2018) de la Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá – Colombia.

¹¹ *Objetivos Generales de la Educación Media*. Actualización curricular del Bachillerato Científico de la Educación Media. Ministerio de Educación y Ciencias (2014). Área: Matemática y sus tecnologías. Paraguay (p. 16).

¹² *Orientaciones para el desarrollo de capacidades*. Actualización curricular del Bachillerato Científico de la Educación Media. Ministerio de Educación y Ciencias (2014). Área: Matemática y sus tecnologías. Paraguay (p. 127).

Así como menciona Abarca (2007), la resolución de problemas se torna en un componente importante relacionado con el éxito del estudio de la Matemática, pues se asume que la resolución de problemas ayudará al estudiante a encontrar las dificultades en su propio aprendizaje y de esta manera fortalecer sus conocimientos, con el propósito de solucionar retos cada vez más complicados.

Entre los investigadores que estudiaron la resolución de problemas como estrategia fundamental dentro de la enseñanza y aprendizaje de la matemática encontramos a George Polya y Allan Shoefeld, cuyas recomendaciones son aplicadas para la enseñanza de la matemática.

A continuación, se habla de cada una de las estrategias, expuestas por Polya y Shoefeld:

2.5.1. Estrategia de resolución de problemas propuesta por Shoefeld

Durante su investigación Shoenfeld descubrió que existen cuatro dimensiones que influyen en el proceso de la resolución de problemas: dominio del conocimiento, estrategias cognoscitivas, estrategias meta cognoscitivas y sistemas de creencias.

En este aspecto, Abarca (2007) describe las dimensiones propuestas por Shoefeld de la siguiente manera:

1. **Dominio del conocimiento:** Incluye definiciones, hechos y procedimientos utilizados en el dominio matemático. Por tal motivo, es necesario que el estudiante deba poseer conocimientos de todos los temas anteriores como actuales. (Abarca, 2007: p.24)

Por ejemplo, para resolver un problema de optimización relacionado con el volumen de una piscina en forma de prisma rectangular; el alumno debe contar con un conjunto de conocimientos previos: álgebra básica, reglas de derivación, criterio de la derivada primera y segunda, así como los relacionados a la figura geométrica: el concepto de volumen, la fórmula de volumen del prisma rectangular y unidades de medida del volumen.

2. **Estrategias cognoscitivas:** Incluyen métodos heurísticos tales como la descomposición de un problema en simples casos, establecer metas relacionadas, invertir el problema y dibujar diagramas. (Abarca, 2007:p.24)

Siguiendo con el ejemplo anterior, el alumno puede realizar un esquema considerando el alcance de la primera y segunda derivada, y mediante esta lograr la meta deseada.

3. **Estrategias meta cognoscitivas:** La meta cognición consiste en ese “saber” que desarrollamos sobre nuestros propios procesos y productos del conocimiento, se relacionan con el monitoreo empleado al resolver el problema. (Abarca, 2007:p.24)

Por ejemplo, el proceso de selección de una estrategia y la necesidad de cambiar de dirección como una evaluación permanente del proceso. Mediante este, el alumno será capaz de discernir sobre las estrategias aplicadas y esto le ayudará para resolver futuros problemas, creando en él un nuevo aprendizaje significativo.

4. **Sistemas de creencias:** Incluye las ideas que tienen los estudiantes acerca de las matemáticas y como resolver problemas. Sus miedos, sus temores, sus creencias de no poder resolver solos los problemas o que las personas inteligentes pueden resolver problemas. (Abarca, 2007: p.24)

En relación a este proceso, cuando el alumno adquiere una disciplina en la resolución de problemas va descartando las creencias que anteriormente tenía sobre ella.

A modo de ilustración, se puede resaltar el Programa Paraguay Resuelve¹³, proyecto emprendido en forma conjunta por el MEC y OMAPA¹⁴, en donde una de sus principales rutas de trabajo hace referencia a las Olimpiadas de Matemática y cuyo fin se centra en erradicar creencias sobre la resolución de problemas.

¹³ Paraguay Resuelve es un proyecto de inclusión social a través de la educación de calidad, con énfasis en la disciplina matemática. Esta disciplina no sólo es importante por sí misma, sino que además sirve de sustento, ya que es transversal, a las ciencias e ingenierías como un todo. Se realiza en cooperación con el MEC y se inspira en el trabajo de 29 años de OMAPA.

¹⁴ OMAPA: Organización Multidisciplinaria de Apoyo a Profesores y Alumnos. Su misión es colaborar con el mejoramiento de la calidad de la educación en todo el país y de este modo, contribuir a elevar la calidad de vida de los hombres y mujeres del Paraguay.

2.5.2. Estrategia de resolución de problemas propuesta por Polya

El modelo propuesto por Polya (1987) mencionado por Abarca (2007), considera cuatro etapas en la resolución de problemas: comprensión del problema, concepción de un plan, ejecución del plan y la visión retrospectiva. A continuación, se describen cada una de ellas:

(...) 1. Comprensión del problema:

Es muy importante que el alumno comprenda el problema, pero además debe desear resolverlo. El maestro debe cerciorarse de ello pidiéndole al alumno que repita el enunciado sin titubeos. El alumno debe familiarizarse con el problema, tratando de visualizarlo como un todo, tan claramente como pueda. En un principio los detalles no son importantes. La atención dedicada al problema puede también estimular su memoria y prepararla para recoger los puntos importantes. El docente puede ayudar al estudiante en la comprensión del problema recurriendo a preguntas que le ayuden a aislar las partes principales del problema. (p.24)

2. Concepción de un plan

La etapa consiste en poner en pie un plan, concebir la idea de la solución, siendo ésta una de las etapas más cruciales en el proceso de resolución de problemas, y también la más importante, porque de ella depende el éxito o fracaso. Para lograrlo, hace falta toda una serie de condiciones como, por ejemplo: conocimientos ya adquiridos para fundamentar claramente cada paso que se dé. La concepción del plan puede ser estructurada poco a poco, y después de algunos ensayos como ayuda, tener una idea brillante. (p.25)

3. Ejecución del plan:

Es la puesta en marcha del plan concebido en la etapa anterior, en esta se obtiene el modelo matemático y se tiene una mayor claridad de lo que se está buscando y lo que se quiere. El plan proporciona una línea general. Nos debemos asegurar que los detalles encajen bien en esa línea. Debemos examinar los detalles uno tras otro, hasta que todo esté bien claro, porque en algún rincón podría disimularse un error. (p.25)

4. Visión retrospectiva:

Esta etapa consiste en la verificación de los resultados, cosa que hasta el mejor alumno casi siempre omite., siendo esta fase la más instructiva del trabajo, porque gracias a ella se puede no solo hacer una visión retrospectiva, sino también dar una mirada al futuro y analizar que aplicaciones puede tener la resolución del problema. (p.25) (...)

A continuación, se presenta y resuelve un problema siguiendo los pasos de Polya:

Para un cumpleaños Fernando desea amarrar unos globos en lo alto de una pared de 4,33 m de altura. ¿Cuál debe ser la longitud de la escalera que el joven coloca de tal manera que forme un ángulo de 60° con el piso?

Paso 1: Comprensión del Problema

En este caso se pueden utilizar preguntas orientadoras como: ¿Entiendes el problema?, ¿Puedes replantear el problema?, ¿Distingues cuáles son los datos del problema?, entre otras.

En este sentido, las posibles respuestas podrían ser las siguientes: La altura de la pared es 4,33 m, El ángulo que forma la escalera con el piso es 60° , etc.

También se puede complementar con las siguientes preguntas: ¿Sabes a que se quiere llegar el problema?, ¿Hay suficiente información en el problema?, ¿Existe información extraña para ti?, ¿Este problema es similar a otro que hayas resuelto con anterioridad?, entre otras.

Paso 2: Concepción de un plan

Para este paso, es necesario recurrir a la configuración de variables, así como un gráfico que permita una mejor interpretación del problema.

Las variables son: cateto opuesto $b = 4,33$ m (longitud de la pared)

hipotenusa $c = ?$ (Longitud de la escalera)

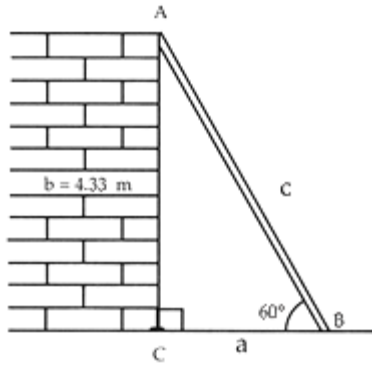


Ilustración 3: Interpretación gráfica del problema ¹⁵

Al realizar el gráfico y configurar las variables, es necesario buscar alguna relación entre los datos. En este caso particular, se puede aplicar la siguiente pregunta: ¿Hay alguna relación trigonométrica que se pueda aplicar en el problema?

Se puede aplicar la función seno:

$$\sin \theta = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{b}{c}$$

Paso 3: Ejecución del Plan

Como ya se planteó la fórmula a utilizar, lo que resta es sustituir las variables y aplicar los algoritmos correspondientes:

$$\sin 60^\circ = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{4,33 \text{ m}}{c}$$

$$c = \frac{4,33 \text{ m}}{\sin 60^\circ} = 5 \text{ m}$$

Por lo tanto, la longitud de la escalera es aproximadamente 5 m.

Paso 4: Visión Retrospectiva

En este paso, se debe comprobar el resultado. Como se trata de una función trigonométrica, con el resultado obtenido se debe encontrar el ángulo que nos presentó como dato el problema.

¹⁵ Gráfico extraído de: http://www.pps.k12.or.us/district/depts/edmedia/videoteca/curso3/htmlb/gra_236.gif

$$\sin \theta = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{b}{c} = \frac{4,33}{5} \rightarrow \theta = 60^\circ$$

La solución es correcta, el estudiante puede afirmar que la escalera que necesita Fernando debe medir 5 m.

De acuerdo a los modelos expuestos más arriba, se pueden rescatar los siguientes puntos para la resolución de problemas:

- El alumno debe tener fijado una serie de contenidos que necesitará para la solución de algún tipo de problemas, es decir, un bagaje de conocimientos asimilados anteriormente por él.
- Seguir una serie de pasos orientadores en donde se pueden establecer cuáles son los datos del problema, cuál es la incógnita, cómo resolver el problema y cómo contestar la interrogante del problema.
- Además de los pasos anteriores, la reflexión sobre la situación del problema fijará en los estudiantes un aprendizaje significativo y le ayudará al pensamiento crítico.
- El alumno debe ser consciente que un problema no podrá resolverse rápidamente, y en algunos casos podrá no llegar a la solución, pero esto fortalecerá sus habilidades y pasando el tiempo podrá volverse un “experto”.
- El docente debe crear un espacio de debates sobre los problemas planteados y dejar que los estudiantes vayan buscando las maneras de llegar a la solución; se debe evitar que los docentes les diga directamente los caminos que deben seguir.

CAPITULO III

3.1. Marco metodológico

En relación con el problema y el objetivo de la presente investigación que trata sobre el aprendizaje y enseñanza de la derivada en el tercer curso a través de la resolución de problemas, que pretende aportar en la transformación de las prácticas de enseñanza y de aprendizaje que contribuyan a mediano y largo plazo en incrementar la calidad de la educación en el Colegio Municipal Santa Rosa de Lima, se describe a continuación el referente metodológico, el cual se plantea en tres niveles:

El primer nivel corresponde en situar el trabajo de investigación entorno a algún paradigma de investigación en educación; así como insertarlos dentro de los planteamientos de la investigación cualitativa, superando la dicotomía entre los métodos cuantitativos y cualitativos.

El segundo nivel ubica la investigación en la metodología de Investigación – Acción, la cual se caracteriza por ser una investigación basada en la reflexión de la práctica docente; ayuda a solucionar problemas del ámbito educativo y desarrolla profesionalmente al educador.

En el tercer nivel, se describe las fases del proceso metodológico en relación con el desarrollo de los objetivos de la investigación, situando la investigación en un contexto particular.

3.1.1. Paradigmas de investigación

Para situar el paradigma epistemológico en donde está insertada la presente investigación, es necesario hacer recordar al concepto de paradigma. En este aspecto, Denzin & Lyncoln (1994) citado en Páramo (2011), establecen que un paradigma es el conjunto de suposiciones de carácter filosófico de las que se valen los investigadores.

En relación a lo anterior, se destacan tres paradigmas: el empírico analítico, el interpretativo y el socio – crítico. El primero se desprende del positivismo, cuya función específica se basa en la comprobación objetiva y el control de variables; el segundo es de carácter comprensivo y hermenéutico; el último se caracteriza por generar una transformación reflexiva y participativa que ayude a la realidad social en donde se está investigando.

En el marco del presente proyecto de investigación, el paradigma que más se ajusta es el socio – crítico, ya que se pretende transformar la enseñanza y aprendizaje de la derivada a través de la resolución de problemas; diseñando una propuesta didáctica que permita innovar la práctica docente en aula. Así como menciona Silva (2016) en su investigación, el paradigma socio – crítico se fundamenta en la crítica social, considera que el conocimiento se construye por los intereses que parten de las necesidades de los grupos, además se desarrolla mediante un proceso de construcción y reconstrucción sucesiva de la teoría y práctica.

En este aspecto, Popkewitz (1988) afirma que algunos de los principios del paradigma socio – crítico son: conocer y comprender la realidad como praxis; unir teoría y práctica, integrando conocimientos, acción y valores; orientar el conocimiento hacia la emancipación y liberación del ser humano; y, proponer la integración de todos los participantes, incluyendo al investigador, en procesos de autorreflexión y toma de decisiones.

3.1.2. Enfoque de la investigación

La presente investigación sobre la enseñanza y aprendizaje de la derivada, se instala dentro de la investigación cualitativa, pues como menciona Páramo (2011), la indagación cualitativa o también llamada enfoque interpretativo se interesa por los métodos cualitativos que recogen la experiencia vivida de los seres humanos, como lo más importante a ser estudiado.

En este sentido, Creswell (1998) citado en Vasilachis (2006) menciona que la investigación cualitativa es un proceso interpretativo de indagación basado en distintas tradiciones metodológicas –la biografía, la fenomenología, la teoría fundamentada en los datos, la etnografía y el estudio de casos– que examina un problema humano o social.

Así, Denzin y Lincoln (1994: 2) en Vasilachis (2006) mencionan que la investigación cualitativa es: multimetódica, naturalista e interpretativa. Es decir, que las investigadoras e investigadores cualitativos indagan en situaciones naturales, intentando dar sentido o interpretar los fenómenos en los términos del significado que las personas les otorgan. La investigación cualitativa abarca el estudio, uso y recolección de una variedad de materiales empíricos –estudio de caso, experiencia personal, introspectiva, historia de vida, entrevista, textos observacionales, históricos, interaccionales y visuales– que describen los momentos habituales y problemáticos y los significados en la vida de los individuos.

En este aspecto, es necesario resaltar que en esta investigación se utilizarán técnicas cualitativas como: registros anecdóticos, encuestas a profesores de matemática y análisis de documentos.

Por otro lado, para Páramo (2011) las estrategias por las que se opta en una investigación no se definen de forma aislada sino en términos de capacidad para resolver problemas científicos y con relación a otras estrategias o métodos que se formulan para resolver ese problema, en busca de la mejor aproximación posible para su comprensión.

El investigador, como establece Cook y Reichardt (1986) en Páramo (2011), debe reconocer que las técnicas cualitativas y cuantitativas pueden usarse de manera conjunta con el argumento del uso combinado de técnicas de recolección y análisis de información aumenta su validez, concepto no exclusivo de la investigación tradicional y que contribuye además a la solución de problemas cuando se trata de investigación orientada a la transformación de la realidad.

Por lo tanto, cuando se hace una investigación, es necesario resaltar que pueden utilizarse ambos enfoques: cualitativo y cuantitativo. No pueden estar aislados. Un enfoque depende del otro. Cuando se realiza una investigación cualitativa, para mayor sustentación, utiliza técnicas cuantitativas. Así como la investigación cuantitativa, necesita la cualitativa para la interpretación de datos.

3.1.3. Investigación – acción

Se mencionó en el apartado anterior que esta investigación tiene enfoque cualitativo. Además, como se planteará una propuesta didáctica cuya finalidad a mediano o largo plazo es la transformación de la práctica docente, específicamente en la enseñanza y aprendizaje de la derivada, podemos mencionar que el proyecto se inscribe dentro de la investigación – acción, y a su vez ésta se ubica dentro del paradigma socio – crítico.

Antes de describir las características y pasos de la investigación – acción, es importante considerar los siguientes puntos mencionados por Latorre (2005):

(...) La enseñanza se concibe como una actividad investigadora y la investigación como una actividad autorreflexiva realizada por el profesorado con la finalidad de mejorar la práctica. La enseñanza deja de ser un fenómeno natural para constituirse en un fenómeno social y cultural, en una práctica social compleja, socialmente construida, e interpretada y realizada por el profesorado. (p.9)

La idea de la enseñanza como una actividad investigadora ha ido calando en el ámbito educativo, se basa en que la teoría se desarrolla a través de la práctica, y se modifica mediante nuevas acciones. El profesorado como investigador formula nuevas cuestiones y problematiza sus prácticas educativas. Los datos se recogen en el transcurrir de la práctica en el aula, se analizan e interpretan y vuelven a generar nuevas preguntas e hipótesis para ser sometidas a indagación. (p.10)

Teoría y práctica, investigación y enseñanza, mantienen una estrecha relación, pues no hay práctica docente que no se apoye en los resultados de la investigación, ni investigación que no encuentre en la práctica el canal y el espacio natural para indagar, analizar y aplicar sus resultados. (p.13)

La profesión docente requiere desarrollar constantemente nuevos conocimientos en relación a los cambios continuos que tienen lugar en la sociedad; de ahí que la acción investigadora de los docentes se constituya en un elemento profesionalizador. (p.16)
(...)

La investigación – acción para Kemmis y McTaggart (1987) es una forma de indagación introspectiva colectiva emprendida por participantes en situaciones sociales con objeto de mejorar la racionalidad y la justicia de sus prácticas sociales o educativas, así como su comprensión de esas prácticas y de las situaciones en que estas tienen lugar.

En este aspecto, Latorre (2005) establece que la expresión investigación – acción educativa se utiliza para describir una familia de actividades que realizan el profesorado en sus propias aulas con fines tales como: el desarrollo curricular, su autodesarrollo profesional, la mejora de los programas educativos, los sistemas de planificación o la política de desarrollo. Estas actividades tienen en común la identificación de estrategias de acción que son implementados y más tarde sometidas a observación, reflexión y cambio. Se considera como un instrumento que genera cambio social y conocimiento educativo sobre la realidad social y/o educativa, proporciona autonomía y dan poder a quienes lo realizan.

Es importante mencionar que todos los problemas que acontecen en aula tienen una solución. Es decir, puede ser teorizada para que puedan servir de referencia en otras situaciones similares. Cuando el docente reflexiona sobre un problema de aula, busca la forma de solucionarla, y lo implementa, entonces, el profesor es un investigador aplicando lo que se denomina investigación – acción. Un docente investigador puede generar ideas y estrategias para resolver problemas del entorno educativo. Desde este punto de vista, la propuesta didáctica que será diseñada servirá de referencia a otros docentes y contribuirá al mejoramiento de la enseñanza de la derivada.

También se puede afirmar que el docente investigador tiene la capacidad de ser crítico, autorreflexivo y siempre busca la practicidad para resolver una situación presentada. El docente investigador es un profesional que promueve las innovaciones didácticas para mejorar la calidad educativa.

Por lo tanto, mediante la investigación – acción se puede proponer alternativas, ideas, estrategias, y soluciones prácticas para resolver un problema. Los problemas de índole educativo son objetos de estudio del maestro investigador y para poder llegar a una conclusión oportuna es necesario una investigación – acción.

3.1.3.1. Características de la investigación – acción

Según Kemmis y McTaggart (1988) citado en Latorre (2005) establecen las siguientes características de la investigación – acción:

- Es participativa: La investigación sigue una espiral introspectiva: una espiral de ciclos de planificación, acción, observación y reflexión.
- Es colaborativa: se realiza en un grupo de personas implicadas.
- Crea comunidades autocríticas de personas que participan y colaboran en todas las fases del proceso de investigación.
- Es un proceso sistemático de aprendizaje, orientado a la praxis (acción críticamente y comprometida).
- Induce a teorizar sobre la práctica.
- Somete a pruebas las prácticas, las ideas y las suposiciones.
- Implica registrar, recopilar, analizar nuestros propios juicios, reacciones e impresiones en torno a lo que ocurre: exige llevar un diario personal en el que se registran nuestras reflexiones.
- Es un proceso político porque implica cambios que afectan a las personas.
- Realiza análisis críticos de las situaciones.
- Procede progresivamente a cambios más amplios.
- Empieza con pequeños ciclos de planificación, acción, observación y reflexión, avanzando hacia problemas de más envergadura: la inician pequeños grupos de colaboradores, exponiéndose gradualmente a un número mayor de personas.

3.1.3.2. Procesos de la investigación – acción

La investigación – acción se desarrolla siguiendo un modelo espiral en ciclos sucesivos que constan los siguientes pasos: planificación, acción, observación y reflexión.

Para Kemmis y McTaggart (1988), los pasos mencionados en el párrafo anterior, se dividen en cuatro fases:

➤ Primera fase: Planificación

Incluye la identificación del problema; así como el diagnóstico y reconocimiento de la situación inicial.

➤ Segunda fase: Acción

En esta fase se elabora el plan de acción. Este plan debe ser elaborado críticamente para mejorar aquello que está ocurriendo.

➤ Tercera fase: Observación

Aquí se ejecuta el plan. Para ello se debe poner en práctica el plan y se debe observar los efectos que ésta ocasiona en el contexto donde tiene lugar.

➤ Cuarta fase: Reflexión

También se puede definir como la evaluación del plan. Es necesario la reflexión crítica en torno a los efectos con el fin de una nueva planificación.

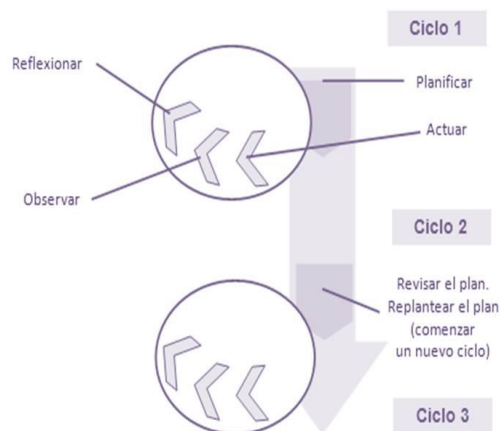


Ilustración 4: Proceso de investigación – acción propuesto por Kemmis¹⁶

¹⁶ Extraído de <http://eldesafiodelcambiorganizacional.pbworks.com/w/page/105288903/Modelos%20del%20Proceso%20de%20Investigaci%C3%B3n-%20Acci%C3%B3n>

Sintetizando lo anterior, Latorre (2005) menciona el Modelo de Whitehead (1989) donde se establece que la investigación – acción tiene las siguientes fases: Sentir o experimentar un problema → Imaginar la solución del problema → Poner en práctica la solución imaginada → Evaluar los resultados de las acciones emprendidas → Modificar la práctica a la luz de los resultados.

3.1.3.3. El proceso de investigación – acción de esta investigación

Considerando los pasos de la investigación – acción, es importante mencionar que para esta investigación el proceso de espiral propuesto por Kemmis se resume en el siguiente gráfico:

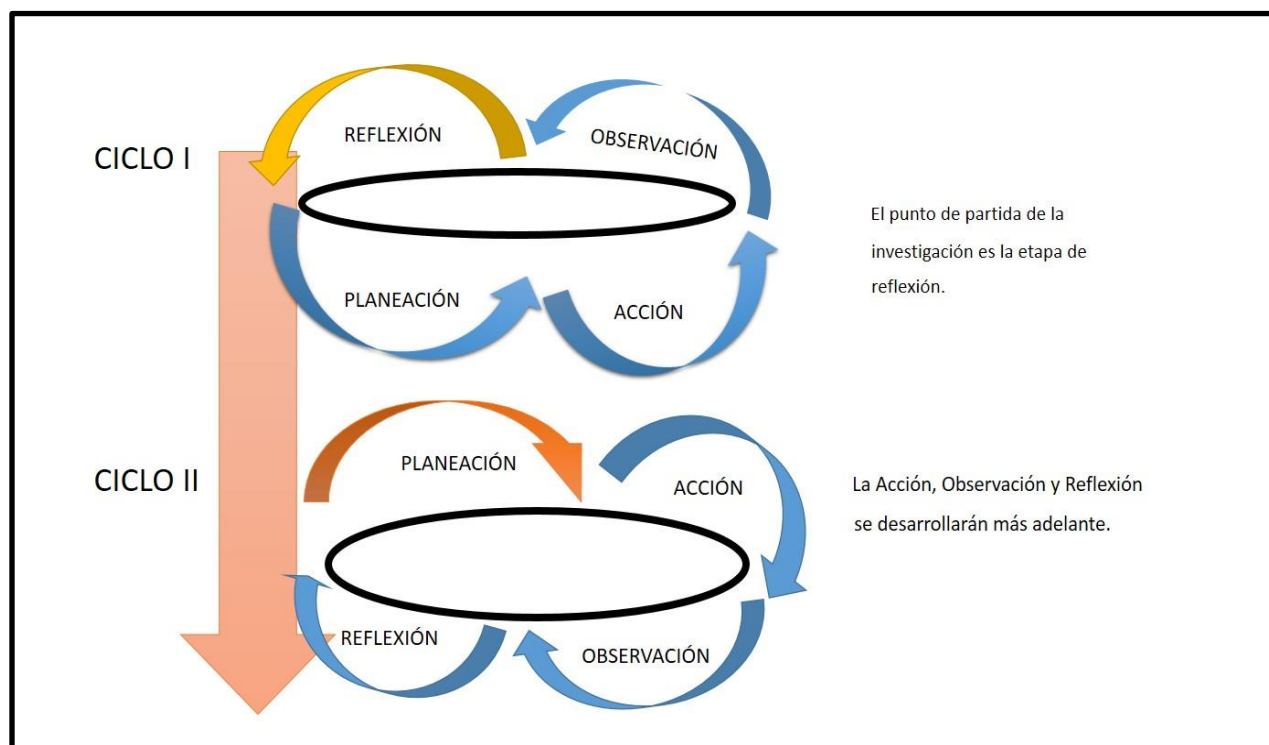


Ilustración 5: Proceso de Investigación – acción en esta investigación

El gráfico muestra que la investigación – acción tendrá dos ciclos y cada ciclo tendrá solo una etapa. En el primer ciclo se utilizará la reflexión y en el otro se desarrollará la etapa de planeación.

En el primer ciclo, la etapa de reflexión se realizará en base a técnicas de recolección de información: entrevistas a profesores de matemática, registro anecdótico de mi experiencia profesional en la enseñanza de la derivada y el análisis de documentos.

En el segundo ciclo, se creará una propuesta didáctica a través de la resolución de problemas, considerando las dificultades que reportaron los docentes sobre la comprensión del concepto de derivada que tienen sus estudiantes, así como los revisados en diferentes fuentes bibliográficas.

3.1.4. Fases del proceso metodológico

La ejecución de este proyecto de investigación se dividirá en tres fases como se muestra en la siguiente figura:

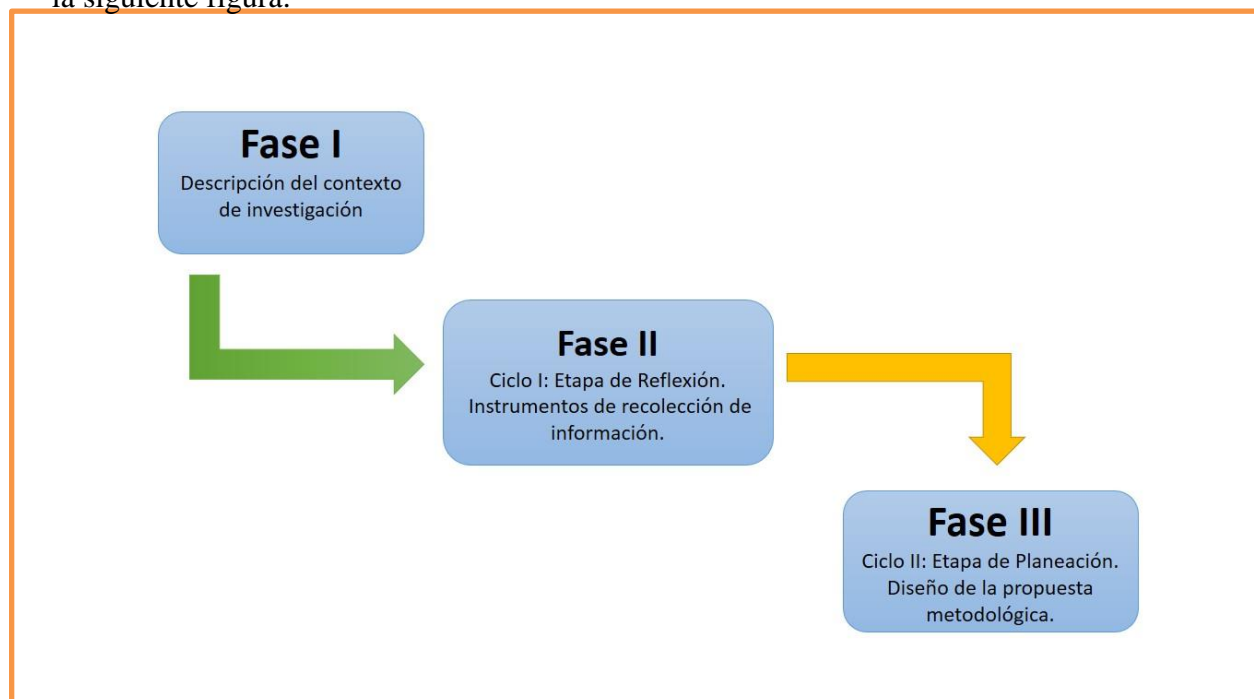


Ilustración 6: Fases del Proceso metodológico

3.1.4.1. Fase I: Descripción del contexto de la Investigación.

Colegio Municipal Santa Rosa de Lima

Antecedentes históricos

Abrió sus puertas el 10 de marzo de 1997 en el Barrio Rincón de la Ciudad de Ñemby, siendo su Director General el Lic. Rogelio Castro Giménez. Es una institución que cuenta con todos los niveles de la educación formal: Nivel Inicial, Educación Escolar Básica y Nivel Medio en las modalidades: técnico y científico. En el bachillerato se destacan las siguientes especialidades: Bachillerato Científico en Ciencias Sociales; Bachilleratos técnicos en: Administración de Negocios, Contabilidad, Mercadotecnia, Salud, Diseño Gráfico y Publicidad e Informática.

El Colegio Santa Rosa de Lima busca la formación integral de los alumnos/as y el compromiso con la transformación de una mentalidad para una patria nueva, basada en el desarrollo pleno de la personalidad humana y la promoción de la libertad, la paz, la justicia social, la solidaridad, la cooperación, el respeto a los derechos humanos, la transmisión de valores y principios democráticos.

Actualmente cuenta con 380 alumnos distribuidos en dos turnos: mañana y tarde; cuenta con la infraestructura necesaria y con los docentes más calificados de la ciudad de Ñemby; es considerado por la comunidad como una de las instituciones pioneras en habilitar carreras técnicas y por la excelente formación que los estudiantes reciben en esta casa de estudio.

Misión

El Colegio Municipal Santa Rosa de Lima tiene como misión ofrecer a los educandos oportunidades de fortalecer valores, acrecentar conocimientos y desarrollar al máximo sus capacidades individuales y grupales; en un marco educativo, democrático e inclusivo donde interactúen socialmente con libertad y tolerancia, de manera a reflexionar y criticar, opinar con seguridad y respeto; valorando a la educación como una herramienta importante tanto para la sociedad como para el aumento de la calidad de vida en el país.

Visión

La visión de la institución es la formación integral de la persona, plasmada en una filosofía de educar para el cambio social, generando recursos humanos acorde a un mundo de constante crecimiento y cada vez inclusivo.

Descripción socio – económica

El nivel socio-económico de la comunidad es de bajo a medio, puesto que la institución cuenta con una matrícula general de 380 alumnos procedentes de diferentes sectores.

Fotografía de las instalaciones



Ilustración 7: Pabellón del Nivel Medio del Colegio Municipal Santa Rosa de Lima. (Archivo institucional).



Ilustración 8: Patio central de la institución. (Archivo institucional).



Ilustración 9: Actividades educativas: Exhibición Gimnástica – Noviembre, 2017. (Archivo institucional).



Ilustración 10: Mural realizado por alumnos del Bachillerato en Diseño Gráfico y Publicidad en marco de las clases de Ilustración y Taller de Diseño. Junio, 2017. (Archivo institucional).

Descripción del grupo

La propuesta didáctica será aplicada en el 3° curso Ciencias Sociales. Dicho curso está compuesto por 17 alumnos cuyas edades rondan entre los 16 y 18 años de edad. Este curso se caracteriza por su bajo rendimiento en disciplinas científicas: Física, Química y Matemática. (Ver anexo A)

Descripción de la práctica pedagógica de los maestros en relación de la enseñanza de la Derivada

En el Colegio Municipal Santa Rosa de Lima, estamos cuatro profesores de Matemática. En el tercer curso trabajo en forma conjunta la Prof. Gisselle Garay. Ambos nos regimos por el programa propuesto por el MEC, y adecuamos nuestros planes de acuerdo al énfasis. (Ver anexo E).

3.1.4.2. Fase II

CICLO I: Etapa de Reflexión

Si bien, la investigación – acción tiene las siguientes etapas: planificación, acción, observación y reflexión; el presente trabajo se inicia desde el momento de reflexión.

Para tal efecto, se aplican las siguientes técnicas para recolectar información: entrevistas a ocho profesores de Matemática que enseñan Derivada (ver anexo F); registro anecdótico en donde se detalla mi práctica docente sobre la enseñanza de la derivada (ver anexo D); y análisis se documentos haciendo referencia a los resultados obtenidos en las pruebas estandarizadas de SNEPE (ver anexo C).

3.1.4.3. Fase III

CICLO II: Etapa de Planeación

En esta etapa se elabora el diseño de una propuesta didáctica basada en la resolución de problemas, considerando las dificultades que los estudiantes presentan para la comprensión del concepto de derivada. (Ver anexo G)

Las Etapas de: Acción, Observación y Reflexión se realizarán en los meses de abril y mayo con los estudiantes; con el propósito de implementar la propuesta didáctica diseñada en esta investigación.

3.1.5. Técnicas e instrumentos de recolección

En esta investigación se utilizaron las siguientes técnicas e instrumentos de recolección de datos:

El registro anecdótico, en donde se presenta una narración de mi experiencia personal en la enseñanza y aprendizaje de la derivada. En este sentido, como menciona Latorre (2005), los registros anecdóticos son una modalidad de registro que se realiza en situaciones reales o bien retrospectivamente, con el fin de recoger una conducta relevante o incidentes que se relacionan con un área o tópico de interés. Además, son descripciones narrativas literales de incidentes clave que tienen un particular significado observados en el entorno natural en que tiene lugar la acción, en este contexto, la sala de clase.

La entrevista, para Latorre (2005) es una de las estrategias más utilizada para recoger datos en la investigación social; en esta investigación se utilizará la misma con la aplicación de un cuestionario guiado y preguntas abiertas (Ver apéndice A), a ocho profesores de matemáticas de la república de Paraguay. Se aplicó este instrumento vía correo electrónico a profesores que residen en Paraguay y mediante grabaciones (que luego serán transcritos) a los otros docentes paraguayos becados residentes en Colombia. Se optó por el cuestionario, considerando lo establecido por Latorre (2005): “Es el instrumento de uso más universal en el campo de las ciencias sociales. Consiste en un conjunto de cuestiones o preguntas sobre un tema o problema de estudio que se contesta por escrito”. (p.66)

Análisis de documentos, con una revisión de los resultados de los informes de SNEPE. Esta técnica es importante, ya que como establece Latorre (2005), el análisis de documentos es otra vía importante de recoger información, es analizar materiales o relatos escritos que se utilizan como fuente de información, documentos escritos.

CAPITULO IV

4.1 Resultados y Discusión

En relación con el problema de investigación, los objetivos planteados y el desarrollo metodológico en el marco de la investigación – acción, se presenta a continuación los resultados obtenidos, la estructura de este capítulo corresponde al desarrollo de cada uno de los objetivos propuestos.

Respecto al primer objetivo: Identificar las dificultades reportadas por los maestros sobre la comprensión que tienen los estudiantes del concepto de derivada, mediante la aplicación de técnicas de recolección de datos tales como: entrevista a docentes, registro anecdótico y análisis de documentos; es importante destacar que son variadas las dificultades que reportan los maestros al abordar el concepto de derivada.

En este sentido, para hablar sobre las dificultades para la comprensión del concepto de la derivada reportadas por los docentes, se pueden considerar las siguientes categorías:

Conocimientos previos:

La primera categoría encontrada en el cruce de los datos obtenidos se destaca la importancia de los conocimientos previos. En este aspecto, los docentes T₁ y T₆, establecen que los conocimientos previos juegan un papel esencial para la comprensión del concepto de derivada; y el profesor T₆ considera que los estudiantes necesitan manejar los conceptos previos para lograr un aprendizaje efectivo. Por consiguiente, el docente T₄ menciona que los contenidos previos que los estudiantes deben manejar son: las operaciones básicas de la aritmética, las expresiones algebraicas, los elementos básicos de la geometría, los límites y las funciones trigonométricas.

En este sentido, Azcárate et al. (1996) mencionan que la derivada es un objeto nuevo para los alumnos y para introducirse en ella deben tener los siguientes conocimientos: función, pendiente de una recta, velocidad media, tangente y secante a una curva, límite, uso de calculadora, y, operaciones algebraicas sencillas: suma, resta, producto y cociente de polinomios.

Dificultades algebraicas:

Otra categoría que se reporta dentro de las dificultades para la comprensión del concepto de derivada, se trata de las dificultades algebraicas. Así los docentes T₃, T₅ y T₇, mencionan que una de las dificultades para la comprensión del concepto de derivada son los conocimientos algebraicos básicos. En este sentido, el docente T₇ hace referencia a los escasos conocimientos sobre las operaciones algebraicas básicas que poseen los estudiantes.

Además, en mi registro anecdótico sobre la enseñanza y aprendizaje de la derivada, se establece lo siguiente: Las dificultades que presentan los estudiantes hacen referencia a conceptos básicos del álgebra: casos de factorización, productos notables y operaciones algebraicas (suma, resta, propiedad distributiva del producto respecto a la suma). Entre los ejercicios que más les cuesta, es encontrar la derivada de una función cúbica, pues deben manejar el cubo de un binomio y el ejercicio se vuelve un poco extenso.

Por consiguiente, Gutiérrez et al. (2017) mencionan que un alto porcentaje de estudiantes identifican las reglas de derivación, pero en el momento de aplicarlas muestran dificultades del tipo algebraico y aritmético, así como en las estructuras algebraicas de las funciones, lo cual hace difícil establecer la jerarquía que demanda las reglas de derivación.

Falta de fijación de elementos básicos de la Geometría analítica:

La siguiente categoría corresponde a la falta de fijación de elementos básicos de la Geometría analítica. En este aspecto, las dificultades que los alumnos presentan hacen referencia a los conocimientos previos de la geometría analítica: ubicar puntos en el plano cartesiano y graficar funciones.

En cuanto a las dificultades con cual se identifican, la mayoría de los docentes establecen, la falta de fijación de contenidos de geometría analítica. En este sentido, la profesora T₂ menciona que la falta de preparación en geometría es escasa debido a que no se desarrollan los contenidos por lo general o no se aprende bien y eso hace que el alumno tenga poco interés en la geometría analítica que es muy importante para complementar las demás ramas de la matemática.

Por lo tanto, Gutiérrez et al. (2017) describe que la enseñanza del cálculo diferencial con el fin de llegar a estructuras más simples y de esa manera alcanzar una posible interpretación y solución, mencionan que la representación gráfica: se hace por medio de una curva que se traza en el plano cartesiano, a partir de un registro de datos de las magnitudes involucradas.

Desmotivación de los estudiantes:

Es importante señalar que aparte de las dificultades académicas, se puede encontrar otra categoría, como la desmotivación de los estudiantes. Por esta razón, los profesores T₂ y T₄, consideran que la desmotivación de los alumnos también se relaciona con las dificultades en la comprensión del concepto de derivada.

Así como menciona, López (2005) citado en Gutiérrez et al. (2017), una de las causas que dificulta el aprendizaje de las matemáticas es la desmotivación de los estudiantes hacia esta área, la repetición de la asignatura y la falta de comprensión.

Estrategias de los docentes:

La siguiente categoría se relaciona con las estrategias y metodologías que utilizan los profesores. Por tal motivo, el profesional T₂ dice que las dificultades para la comprensión del concepto de derivada tienen que ver con la falta de estrategia del profesor.

En este aspecto, se puede señalar lo que menciona López (2005) citado en Gutiérrez et al. (2017), otra de las causas que se suma dentro de las dificultades en el aprendizaje del cálculo, se refieren a las metodologías o estrategias didácticas empleadas por los docentes en aula de clase, las cuales pueden convertirse en experiencias positivas o negativas para los estudiantes.

En la siguiente tabla se observa la triangulación entre los resultados obtenidos en los instrumentos de recolección de datos y los antecedentes de la investigación:

Dificultades encontradas	En relación a los antecedentes		En relación a mi práctica profesional	En relación a los docentes encuestados
Conocimientos previos	x	Sánchez y otros (2008)	x	x
Dificultades algebraicas	x	Pisca y Flores (2013)	x	x
Falta de fijación de elementos básicos de la Geometría analítica	x	Pineda (2013)	x	x
Desmotivación de los estudiantes	x	Pineda (2013)		x
Estrategias de los docentes	x	Badillo (2003)	x	x

Tabla 2: Categorías de análisis entre los antecedentes e instrumentos de recolección de datos.

Respecto al segundo objetivo: Articular los hallazgos sobre conocimientos teóricos en el campo de la enseñanza y aprendizaje de la derivada con la reflexión sobre las dificultades que los estudiantes presentan para la comprensión del concepto de derivada desde la práctica docente; se optó por la elaboración de una propuesta didáctica que permitirá transformar el proceso de enseñanza y aprendizaje de la derivada en el tercer curso de la educación media del Colegio Municipal Santa Rosa de Lima.

En este sentido, Fonseca (2017) considera lo establecido por Sanmartí (2005) quien plantea que “diseñar una Unidad Didáctica para llevarla a la práctica, es decir, decidir qué se va a enseñar y cómo, es la actividad más importante que llevamos a cabo los enseñantes, ya que a través de ella concretamos y ponemos en práctica nuestras ideas e intenciones educativas” (p. 13).

La propuesta didáctica (ver anexo G), esta se construyó teniendo en cuenta las las dificultades reportadas por los docentes para la comprensión del concepto de la derivada: conocimientos previos, dificultades algebraicas, falta de fijación de conceptos básicos de la Geometría analítica, la desmotivación de los estudiantes y las estrategias de los docentes; y las componentes que permiten generar un proceso de enseñanza y de aprendizaje que aportan en la transformación de las prácticas de enseñanza y de aprendizaje del concepto de derivada a través de la resolución de problemas.

CAPITULO V

5.1. Conclusiones y Recomendaciones

De acuerdo a los antecedentes de la investigación, la literatura revisada; y el cruce entre el registro anecdótico de mi experiencia profesional, la encuesta tomada a los docentes y el análisis de documentos, a continuación, se presentan las conclusiones objetivos propuestos:

En relación al primer objetivo, se puede considerar que las dificultades para la enseñanza y aprendizaje de la derivada se basan en las siguientes categorías: conocimientos previos, dificultades algebraicas, falta de fijación de conceptos básicos de la Geometría analítica, la desmotivación de los estudiantes y las estrategias de los docentes.

En relación con el segundo objetivo para articular los hallazgos obtenidos en el primer objetivo y las bases teóricas sobre la enseñanza y aprendizaje de la derivada, se elaboró una propuesta didáctica que posee 10 sesiones de 120 minutos; en la misma son utilizadas diferentes estrategias metodológicas y está enfocada en la resolución de problemas aplicando los pasos del método de Polya.

En este sentido, se sugiere a los docentes del área de matemática, introducir dentro de sus clases la resolución de problemas, pues mediante ella se puede lograr que los estudiantes sean críticos, autónomos y tengan herramientas para la vida cotidiana.

CAPITULO VI

6.1. Proyecciones de la investigación

Toda investigación puede proyectarse hacia el futuro, en este sentido la propuesta didáctica diseñada en esta investigación tiene una mirada más profunda, y se expresa en tres puntos principales:

En primer lugar, haciendo referencia a las tres etapas faltantes de la investigación – acción (Acción, Observación y Reflexión) en el segundo ciclo, se considera que las mismas se llevarán cabo en un periodo de tres meses en Paraguay, en el tercer curso de la educación media del Colegio Municipal Santa Rosa de Lima. Implementar la propuesta didáctica generará otros aportes que mejorarán la presente investigación y se podrá consolidar los hallazgos teóricos en el proceso de enseñanza del concepto de derivada.

En segundo lugar, los resultados de esta investigación sobre la enseñanza del concepto de derivada a través de la resolución de problemas, puede convertirse en un artículo de investigación que puede ser publicado y considerado por la comunidad científica en el área de Didáctica de la Matemática, pues contribuirá al mejoramiento y transformación de la práctica educativa de los profesores.

En tercer lugar, se puede conformar una red de maestros de matemáticas en donde se puede analizar de manera más profunda las dificultades que atraviesan los estudiantes para la comprensión de la derivada y otros temas matemáticos. La red podría tratar de todos los obstáculos que se presentan en la enseñanza y aprendizaje de las ciencias exactas, publicar artículos, organizar encuentros de profesores en todo el país, para que de esta manera sea significativa los alcances de esta investigación.

Apéndices

Apéndice A: Cuestionario utilizado para las entrevistas

Querido/a Colega:

En marco del proyecto de grado “Una propuesta didáctica centrada en la resolución de problemas para la enseñanza y aprendizaje de la derivada en el tercer curso de la educación media del Colegio Municipal Santa Rosa de Lima, departamento Central, Paraguay”, se solicita que respondas el siguiente cuestionario con la mayor sinceridad posible. Tus respuestas serán tratadas de manera confidencial, salvaguardando en todo momento tu identidad profesional. El mismo será esencial para la construcción de la propuesta didáctica y aportará a la mencionada investigación. ¡Muchas Gracias!

Sexo: M F

Antigüedad como docente de Matemática:

1 a 5 años 6 a 10 años 11 a 15 años 16 años o más

Nivel de Formación:

Profesorado Licenciatura Posgrado Otros (*ingeniería, arquitectura, etc.*)

Sector donde trabaja:

Oficial Privado Privado Subvencionado

1. ¿Por qué es importante la enseñanza de la derivada a través de la resolución de problemas aplicados en la vida cotidiana?

.....

.....

.....

2. ¿Cuáles son las dificultades académicas que los estudiantes presentan para la comprensión del concepto de derivada?

.....

.....

.....

.....

3. Según su criterio: ¿Cuáles son los contenidos previos que los estudiantes deben manejar para el estudio de la derivada? ¿De esos contenidos, cuál es la que dificulta más? ¿Por qué?

.....

.....

.....

.....

4. ¿Qué estrategias utilizas para la enseñanza de la derivada?

.....

.....

.....

.....

5. Desde su experiencia como docente: ¿Qué recomendaciones daría usted para la enseñanza de la derivada?

.....

.....

.....

.....

6. Para este proyecto de investigación, se revisaron varias fuentes bibliográficas sobre la enseñanza de la derivada. En este sentido, los autores destacan las siguientes dificultades:

- a- Escaso conocimiento de álgebra y sus operaciones.
- b- Dificultad para recordar fórmulas y relaciones trigonométricas.
- c- Falta de fijación de elementos básicos de la geometría analítica.
- d- Interpretación errónea del concepto de límite.

¿Con cuál de ellas se identifica? ¿Por qué?

.....

.....

.....

.....

Bibliografía

Abarca, N. (2007). La enseñanza del cálculo diferencial e integral mediante la resolución de problemas, una propuesta motivadora. *Revista Tecnociencia Universitaria Bolivia* (p. 24 – 26). Recuperado en: <http://www.revistasbolivianas.org.bo/pdf/rtc/v5n5/v5n5a05.pdf>.

Artigue, M. (1995). La enseñanza de los principios del cálculo: problemas epistemológicos, cognitivos y didácticos. En P. Gómez (Ed.), *Ingeniería didáctica en educación matemática (un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas)* (pp. 97–140). México: Grupo Editorial Iberoamérica. En línea: <http://funes.uniandes.edu.co/676/1/Artigueetal195.pdf>.

Alaniz, J., Espejel, R., Flores, M., Luna, A. & Martínez, A. Cálculo Diferencial e Integral. Fascículo 2: La función derivada. Recuperado en: http://www.conevyt.org.mx/bachillerato/material_bachilleres/cb6/5sempdf/cad2pdf/calculo1_fasc2.pdf

Aparicio, L. C. A., & Castro, G. C. (2007). Educación Matemática, Pedagogía y Didáctica. *Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática*, 2(1), 5-27. Recuperado a partir de: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/12988>

Arslan , S. (2010). Do students really understand what an ordinary differential equation is? *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 41(7), 873-888. Recuperado en: <http://dx.doi.org/10.1080/0020739X.2010.486448>

Azcárate, C. (1992). *La velocidad: introducción al concepto de derivada*.

Barcelona: Universitat Autònoma de Barcelona.

Azcárate, C., et al. (D.L. 1996). *Cálculo diferencial e integral*. Madrid: Síntesis.

- Barrantes, H. (2006). Resolución de Problemas: El trabajo de Allan Schoenfeld. Cuadernos de investigación y formación en Educación Matemática (Año 1, Número 1) Recuperado en: <http://www.cimm.ucr.ac.cr/cuadernos/cuaderno1/Cuadernos%201%20c%204.pdf>
- Barrientos. P. (2014). Libro – Taller para la enseñanza del concepto de derivada en el grado 11º: Un enfoque geométrico. [Tesis de Maestría]. Recuperado en: <http://www.bdigital.unal.edu.co/12613/1/43263449.2014.pdf>
- Botero, C. (2015). Didáctica y Aprendizaje. México.blogsapo.com. Recuperado en: <http://didacticaprendo.blogspot.com.co/2015/09/clasificación-de-la-didactica.htmlDiaz>
- Buitrago, I. (2013). Elaboración y Aplicación de una unidad didáctica para el aprendizaje del concepto de función basado en la resolución de problemas, para los estudiantes de segundo semestre de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Antioquía [Tesis de Maestría].
Recuperado en: <http://www.bdigital.unal.edu.co/10485/1/71794244.2013.pdf>
- Chevallard, Y. (1991). La transposición didáctica: el saber sabio al saber enseñado. Buenos Aires: Aique.
- Chevallard, Y. et al. (1997). Evolución de la problemática Didáctica. En Estudiar Matemáticas. El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje. Barcelona, España: ICE HORSORI.
- Contreras. I. (2012). La evolución de la didáctica de la matemática. Revista Horizonte de la Ciencia 2 (2). 20 – 25. FE – UNCP/ISSN 2304 – 4330. En línea: <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/5420575.pdf>

D'Amore B. (2008). Epistemología, didáctica y prácticas de enseñanza. Enseñanza de la matemática. Revista de la ASOVEMAT. Vol. 17 n°1, 87 – 106. Recuperado en: <http://welles.dm.unibo.it/rsddm/it/articoli/damore/655%20Epistemologia%20didactica%20y%20practicass.pdf>

Díaz Herrera, D. (2001). La didáctica universitaria: una alternativa para transformar la enseñanza. Acción Pedagógica, 10(1), 64-72. Recuperado a partir de: <http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2973234&info=resumen&idioma=EN>
G

Espinoza, J., Espinoza, J., González, M., & Ramírez, I., Zumbado, M., (2008). “*La Resolución de problemas en la Enseñanza de las Matemáticas: una experiencia con la función exponencial, polígonos y Estadística*” Tesis de licenciatura no publicada. Universidad Nacional, Heredia, Costa Rica.

Fonseca, G. (2017). La unidad didáctica en la formación de profesores. Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá

Guitérrez Mendoza, L., Buitrago Alemán, M. R. & Ariza Nieves, L. M. (2017, julio-diciembre). Identificación de dificultades en el aprendizaje del concepto de la derivada y diseño de un OVA como mediación pedagógica. *Rev. Cient. Gen. José María Córdova*, 15(20), 137-153. DOI: <http://dx.doi.org/10.21830/19006586.170>

Hitt, F. (2003). Dificultades en el aprendizaje del cálculo. Encuentro de Profesores de Matemáticas del Nivel Medio Superior. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. Morelia. México.

Howard, A. (2009). Cálculo: Transcendentes tempranas. 2º edición. Editorial Limusa Wiley. México

- Irazoqui, E. (2015). El aprendizaje del cálculo diferencial: Una propuesta basada en la modularización [tesis Doctoral]. Recuperado en: http://espacio.uned.es/fez/eserv/tesisuned:EducacionEsirazoqui/IRAZOQUI_BECERRA_Elias_Tesis.pdf
- Kemmis, S. & McTaggart, R. (1988). *Cómo planificar la investigación-acción*, Barcelona: Laertes. España.
- Krulik, S. y Rudnik, K. (1980). *Problem solving in school mathematics*. National council of teachers of mathematics. Virginia: Year Book, Reston.
- Labinowicz, E. (1986). *Introducción a Piaget. Pensamiento, Aprendizaje, Enseñanza*. Ciudad de México: Fondo Educativo Interamericano.
- Larson, R. Edward, B. (2010). *Cálculo de una variable. Novena Edición*. MCGRAW HILL Interamericana Editores SA de CV. México DF.
- Latorre, A. (2005). *La investigación – Acción. Conocer y cambiar la práctica educativa*. Editorial: Graó. Barcelona. España.
- Lozano, Y. (2011). Desarrollo del concepto de la derivada sin noción de límite [Trabajo de Grado]. Recuperado en: http://www.konradlorenz.edu.co/images/stories/articulos/DESARROLLO_DE_LA_DERIVADA_SIN_LA%20NOCION_DEL_LIMITE.pdf
- Mayer, R. (1983). *Thinking, problem solving and cognition*. New York: W. H. Freeman and Company.
- Nieto, J. (1997). Las Matemáticas en el Bachillerato. *Suma: Revista sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas*, ISSN 1130-488X, N° 25, 1997, págs. 113-122. En línea: <https://documat.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=152395>

Nieves, E. (2011) Epistemología de la derivada como fundamento del cálculo diferencial. Voces y silencios: Revista Latinoamericana de Educación. Vol.2, N° Especial, 3 – 21, ISSN 2215 – 8421. Recuperado en: <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/4058842.pdf>

Parámo (2011). La investigación en Ciencias Sociales. Capítulo 1. La falsa dicotomía entre investigación cuantitativa y cualitativa. (pág. 21-22). Universidad Piloto de Colombia. Colombia

Pérez, J. (2008). Calculo Diferencial e Integral de funciones de una variable. Universidad de Granada. Departamento de Análisis Matemático. Recuperado en: http://www.ugr.es/~fjperez/textos/calculo_diferencial_integral_func_una_var.pdf

Polya, G. (1981). *Mathematical Discovery*. Combined Edition, United States of America: John Wiley & Sons, Inc.

Popkewitz, T. (1988). Paradigmas e ideología en la investigación educativa. Mondadori, Madrid.España

Rico, L. Sierra, M. y Castro, E.(2000). Didáctica de la matemática. En, L. Rico y D. Madrid (Eds), Las disciplinas didacticas entre las Ciencias de Educación y las áreas curriculares. Madrid: Síntesis. España

Sánchez, G. García, M y Llinares, S. (2008). La comprensión de la derivada como objeto de investigación en didáctica de la matemática. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 11(2), 267-296. Recuperado en: http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-24362008000200005&lng=es&tlng=es.

- Shulman, L.S. (1989). Paradigmas y programas de investigación en el estudio de la enseñanza: una perspectiva contemporánea. En M.C. Wittrock (ed.): *La investigación de la enseñanza, I. Enfoques, teorías y métodos*. Barcelona: Paidós/MEC.
- Silva, A. (2016). Propuesta Didáctica para el Fortalecimiento del Aprendizaje de los Números Racionales en el grado 601 del Colegio Miguel Antonio Caro I.E.D.J.A a través de la teoría de situaciones didácticas. [Tesis de Maestría]. Bogotá. Colombia.
- Sotos Serrano, M. (1993). DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS. DIALNET, 173-192.
Recuperado a partir de <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/2282535.pdf>
- Stewart, J. (2012). Cálculo de una variable: Transcendentes tempranas. Séptima Edición. Cengage Learning Editores. México DC.
- Vasilachis, I. (2006) Estrategias de Investigación Cualitativa. Biblioteca de Educación. Editorial: Gedisa S.A. Barcelona. España.

Anexos

Anexo A : Planillas de Calificaciones de las asignaturas: Matemática, Física y Química.

EDUCACIÓN
Tercer Grado
Educación Primaria

PLANILLA DE CALIFICACIONES DEL PERIODO ORDINARIO Y COMPLEMENTARIO

Institución **Colegio Municipal "Santa Rosa de Lima"** Especialidad Ciencias Sociales Año 2017 Turno **Mañana**
 Profesores **Lic. Simón F. Ruiz Díaz Vicedar** Curso 2° N° de Telef. Profesor: **(0982) 658819**
 Materia: **Matemática**

N°	Apellido(s) y Nombre(s)	PERIODO ORDINARIO					Suma de calificaciones	Calificación Final	Período Complementario	Período Regularización	OBSERVACIÓN
		PRIMERA		SEGUNDA		Calific.					
		Notas de Participación	Calific.	Notas de Participación	Calific.						
1	Acevedo Díaz, Maria Elena	2	3	5	3					C.I.C.N° 6 098 463	
2	Avalos Colmán, Lucia Gabriela	4	4	8	4					C.I.C.N° 5 462 162	
3	Baez Bobadilla, Abel Cristino	3	2	5	3					C.I.C.N° 5 548 740	
4	Bareiro Pereira, Marcos Adrián	4	3	4	2					C.I.C.N° 4 912 695	
5	Benitez Amarilla, Maria Angelica	1	3	4	2					C.I.C.N° 7 105 895	
6	Caceres Armoa, Bernardo	1	1	2	1					C.I.C.N° 5 649 830	
7	Colmán Flor, Maria del Carmen	5	5	10	5					C.I.C.N° 4 681 248	
8	Chena Verón, Mario Ayrton	1	3	4	2					C.I.C.N° 5 268 496	
9	Emery Romero, Jeremias	2	4	6	3					C.I.C.N° 6 885 345	
10	Giménez Comet, Bruno Alexis	4	3	7	3					C.I.C.N° 6 288 404	
11	González Bernal, Patricia Belén	5	5	10	5					C.I.C.N° 4 696 171	
12	Lugo Ortega, Jazmín Noemí	2	3	5	3					C.I.C.N° 5 441 217	
13	Martínez, Rocío Odalí	2	3	5	3					C.I.C.N° 7 453 407	
14	Ocampos García, Osvaldo Gabriel	4	5	9	5					C.I.C.N° 5 694 765	
15	Rodríguez Rojas, Gerardo Armando	1	3	4	2					C.I.C.N° 4 917 575	
16	Romero, Clara Azucena	5	5	10	5					C.I.C.N° 6 783 367	
17	Ruiz Díaz Britos, Diana Araceli	5	5	10	5					C.I.C.N° 7 001 661	
18	Valdez, Natalia Monserrath	5	5	10	5					C.I.C.N° 5 713 392	

Firma de la Profesora
Prof. Lic. Simón F. Ruiz Díaz V.
Matemática
Mat. N°: 91.094

Firma de la Secretaria
Lic. Belzi Zunilda Rodríguez
Secretaria General
Mat. N° 109.836

Firma de la Directora
Lic. Rogelio Castro Giménez
Director General

1ª ETAPA

APROBADO		Total	
F	9	M 4	13
NO APROBADO			
F	4	M 1	5

2ª ETAPA

APROBADO		Total	
F	10	M 7	17
NO APROBADO			
F	0	M 1	1

ETAPA FINAL

APROBADO		Total	
F	10	M 7	17
NO APROBADO			
F	0	M 1	1

FRECUENCIA

	1	2	3	4	5
M	1	4	5	2	6

EDUCACIÓN
Tercer Grado
Educación Primaria

PLANILLA DE CALIFICACIONES DEL PERIODO ORDINARIO Y COMPLEMENTARIO

Institución **Colegio Municipal "Santa Rosa de Lima"** Especialidad Ciencias Sociales Año 2017 Turno **Mañana**
 Profesores **Rosa Navarro** Curso 2° N° de Telef. Profesor: **0982 296550**
 Materia: **Química**

N°	Apellido(s) y Nombre(s)	PERIODO ORDINARIO					Suma de calificaciones	Calificación Final	Período Complementario	Período Regularización	OBSERVACIÓN
		PRIMERA		SEGUNDA		Calific.					
		Notas de Participación	Calific.	Notas de Participación	Calific.						
1	Acevedo Díaz, Maria Elena	2	2	4	2					C.I.C.N° 6 098 463	
2	Avalos Colmán, Lucia Gabriela	4	4	8	4					C.I.C.N° 5 462 162	
3	Baez Bobadilla, Abel Cristino	2	2	4	2					C.I.C.N° 5 548 740	
4	Bareiro Pereira, Marcos Adrián	4	5	4	5					C.I.C.N° 4 912 695	
5	Benitez Amarilla, Maria Angelica	1	1	2	1					C.I.C.N° 7 105 895	
6	Caceres Armoa, Bernardo	-	-	-	-					C.I.C.N° 5 649 830	
7	Colmán Flor, Maria del Carmen	3	5	8	4					C.I.C.N° 4 681 248	
8	Chena Verón, Mario Ayrton	1	1	2	1					C.I.C.N° 5 268 496	
9	Emery Romero, Jeremias	4	2	6	3					C.I.C.N° 6 885 345	
10	Giménez Comet, Bruno Alexis	2	2	4	2					C.I.C.N° 6 288 404	
11	González Bernal, Patricia Belén	3	5	8	4					C.I.C.N° 4 696 171	
12	Lugo Ortega, Jazmín Noemí	2	2	4	2					C.I.C.N° 5 441 217	
13	Martínez, Rocío Odalí	1	3	4	2					C.I.C.N° 7 453 407	
14	Ocampos García, Osvaldo Gabriel	5	5	10	5					C.I.C.N° 5 694 765	
15	Rodríguez Rojas, Gerardo Armando	1	2	3	1					C.I.C.N° 4 917 575	
16	Romero, Clara Azucena	5	5	10	5					C.I.C.N° 6 783 367	
17	Ruiz Díaz Britos, Diana Araceli	5	5	10	5					C.I.C.N° 7 001 661	
18	Valdez, Natalia Monserrath	4	4	8	4					C.I.C.N° 5 713 392	

Firma de la Profesora
Prof. Lic. Rosa Navarro
Ciencias Básicas
Mat. N°: 91.094

Firma de la Secretaria
Lic. Belzi Zunilda Rodríguez
Secretaria General
Mat. N° 109.836

Firma de la Directora
Lic. Rogelio Castro Giménez
Director General

1ª ETAPA

APROBADO		Total	
F	9	M 3	12
NO APROBADO			
F	2	M 2	5

2ª ETAPA

APROBADO		Total	
F	4	M 4	13
NO APROBADO			
F	1	M 1	2

ETAPA FINAL

APROBADO		Total	
F	9	M 3	12
NO APROBADO			
F	1	M 2	3

FRECUENCIA

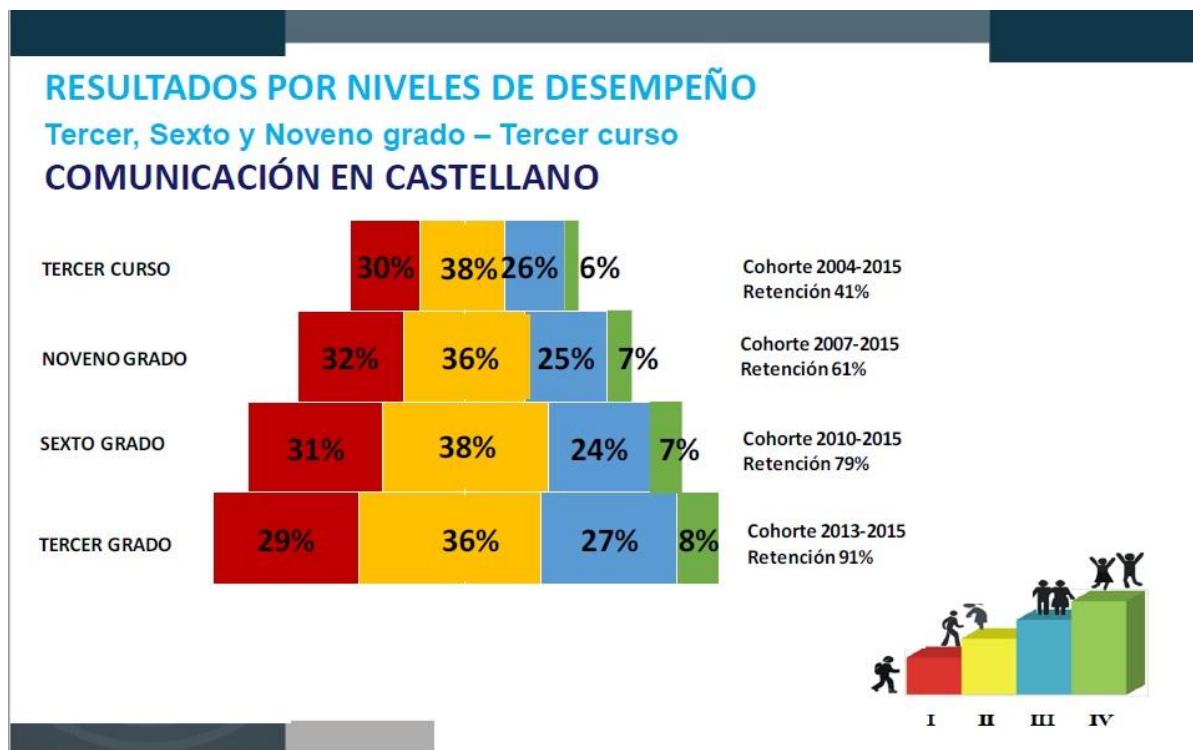
	1	2	3	4	5
M	3	3	1	4	4

Anexo B: Informe SNEPE

El Sistema Nacional de Evaluación del Proceso Educativo (Snepe) presentó hoy los resultados de las pruebas tomadas en el 2015 a estudiantes del 3.er, 6.º, 9.º Grados y 3.er curso. El 90% está por debajo del óptimo y cerca del 50% debajo del medio.

Los resultados socializados hoy por el Snepe con la presencia de varias autoridades educativas, entre ellos, el ministro de Educación, Enrique Riera, revelan datos alarmantes acerca del nivel de aprendizaje. En resumen, entre 40 y 60% de los alumnos están por debajo del nivel medio, y 90% de los niños y adolescentes evaluados no alcanzaron las competencias óptimas de su grado o curso. Este es el primer estudio censal que se hace a nivel país, lo que significa que todos los alumnos de cada grado y curso fueron sometidos a la misma prueba.

En matemáticas solo 9% de los alumnos del 3.º y 6.º grados llegaron a resolver los problemas más complejos, mientras que del 3.º curso y 9.º grado solo 7% lo logró.

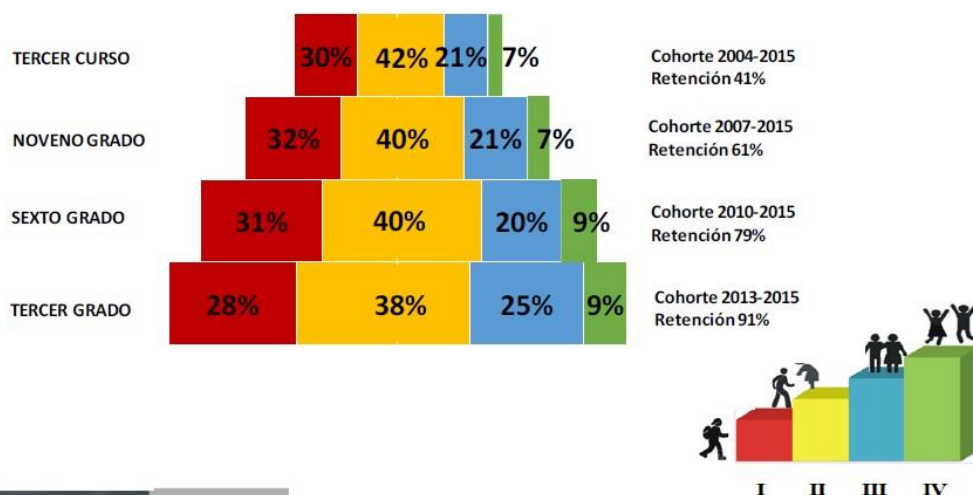


En comunicación, nada más el 8% del 3.º grado llegó a la comprensión intertextual, en el 6.º y 9.º grados solo el 7%, cuando en el 3.º curso lo consiguió simplemente el 6%.

RESULTADOS POR NIVELES DE DESEMPEÑO

Tercer, Sexto y Noveno grado – Tercer curso

MATEMÁTICA

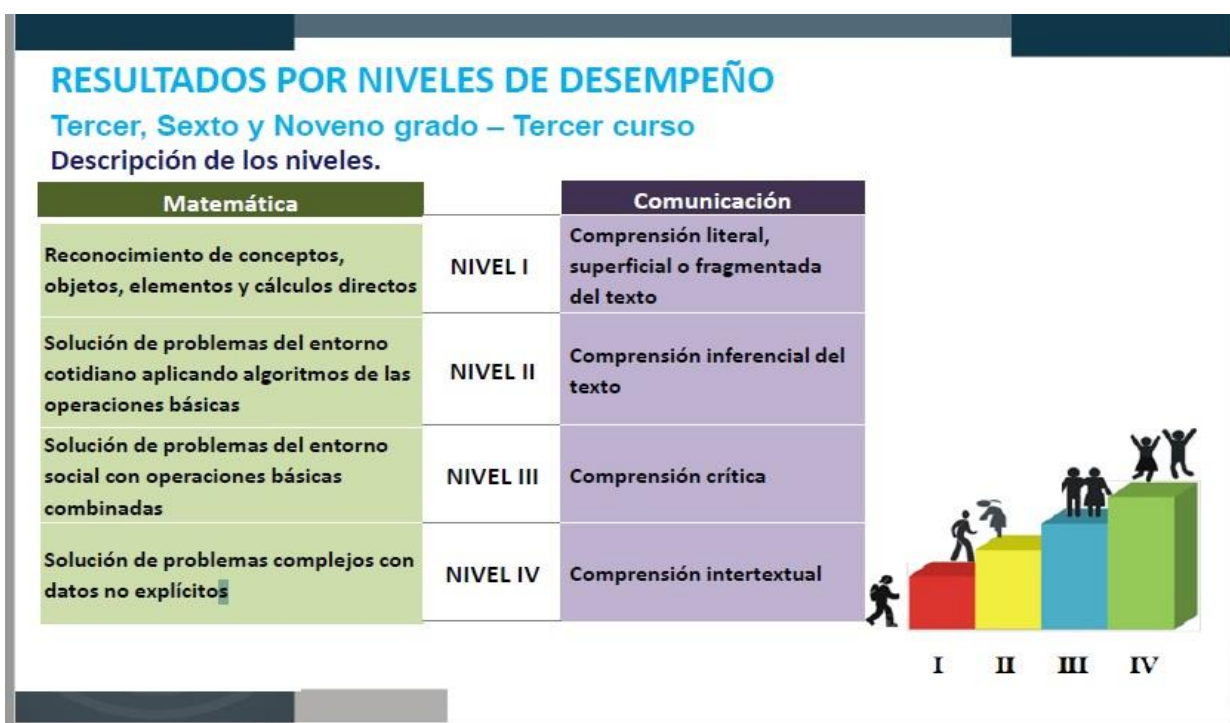


Los resultados demuestran también que, a medida que se avanza en el sistema, los resultados decaen. El informe fue presentado por Rossana Marcoré, directora de Evaluación de la Calidad Educativa del MEC, estudio que fue financiado por el Fondo para la Excelencia de la Educación y la Investigación (FEEL). Marcoré indicó que ya hay recursos para un nuevo estudio, que cuesta aproximadamente USD 3,1 millones, informó la periodista de ABC Color, Leticia Barrios.

El ministro Riera aprovechó la presentación para reiterar que renunciará al cargo el 22 y que el presidente de la República, Horacio Cartes, es quien va a decidir quién se queda en su reemplazo. Se trataría de uno de sus tres viceministros. Acotó que dejará una hoja de ruta para que el nuevo secretario de Estado que asuma implemente el programa Leo, pienso y aprendo.

Esta iniciativa ha tenido excelentes resultados en Caazapá, según las autoridades educativas, cuyo sistema se implementa en los tres primeros años de la Educación Escolar Básica, del 1.er al 3.er grado, con una capacitación constante del profesional en el área de lectoescritura.

Según Robert Cano, quien encabeza este método, ya están listas las herramientas para que se implemente a nivel país, pero para tal efecto se requiere de un presupuesto de aproximadamente G. 150.000 por alumno, teniendo en cuenta los materiales que se emplean en este proceso. El ministro incluso solicitó que se haga un programa como Leo pienso y aprendo para los demás niveles de la educación no se "queden burros".



Anexo C: Validación de los instrumentos de recolección de datos.

Los instrumentos de recolección de datos fueron validados por los siguientes expertos:

- Pablo Henry Ortiz (Universidad Pedagógica Nacional)
- José Galindo (Universidad Pedagógica Nacional)
- Guillermo Fonseca Amaya (Universidad Pedagógica Nacional)

Es importante aclarar que, por los tiempos de entrega del trabajo de investigación, la validación de instrumentos se realizó de una manera práctica y sin tantos formalismos. No obstante, se destaca la rigurosidad y el nivel de sugerencia de los expertos en el tema.

VALIDACIÓN DEL INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN

Querido/a Colega:

En marco del proyecto de grado “Una propuesta didáctica centrada en la resolución de problemas para la enseñanza y aprendizaje de la derivada en el tercer curso de la educación media del Colegio Municipal Santa Rosa de Lima, departamento Central, Paraguay”, se solicita que respondas el siguiente cuestionario con la mayor sinceridad posible. Tus respuestas serán tratadas de manera confidencial, salvaguardando en todo momento tu identidad profesional. El mismo será esencial para la construcción de la propuesta didáctica y aportará a la mencionada investigación. ¡Muchas Gracias!

Sexo:

M F

Antigüedad como docente de Matemática:

1 a 5 años 6 a 10 años 11 a 15 años 16 años o más

Nivel de Formación:

Profesorado Licenciatura Posgrado Otros (ingeniería, arquitectura, etc.)

Sector donde trabaja:

Oficial Privado Privado Subvencionado

Nota: Marque con una X la valoración que crea oportuno. La escala de valoración es la siguiente:
1. Carece del criterio 2. Medianamente cumple con el criterio 3. Cumple con el criterio

1. ¿Crees que es importante el estudio de la derivada? Fundamenta tu respuesta

Criterios	Valoración			Observación
	1	2	3	
Coherencia			x	Nadie desconocerá la importancia de la derivada, hay que pensar es en el por qué es importante.
Pertinencia	x			

2. ¿Cuáles son las dificultades que los estudiantes presentan para la comprensión del concepto de derivada?

Criterios	Valoración			Observación
	1	2	3	
Coherencia			X	
Pertinencia			X	

3. ¿Cuáles son los contenidos previos que los estudiantes deben manejar para el estudio de la derivada?

Criterios	Valoración			Observación
	1	2	3	
Coherencia			X	Agregar al inicio de la pregunta: según su criterio
Pertinencia			X	

4. ¿Qué estrategias utilizas para la enseñanza de la derivada?

Criterios	Valoración			Observación
	1	2	3	
Coherencia			x	
Pertinencia			x	

5. ¿Qué recomendación daría usted (desde su experiencia) para la propuesta didáctica en la enseñanza de la derivada?

Criterios	Valoración			Observación
	1	2	3	
Coherencia			x	Quitar la propuesta didáctica e iniciar desde la experiencia.
Pertinencia			x	

6. Para este proyecto de investigación, se revisaron varias investigaciones sobre la enseñanza de la derivada. En este sentido, ¿Cuál de las siguientes dificultades presentan los estudiantes para la comprensión del concepto de derivada?

- Escaso conocimiento de álgebra y sus operaciones.
- Dificultad para recordar fórmulas y relaciones trigonométricas.
- Falta de fijación de elementos básicos de la geometría analítica.
- Interpretación errónea del concepto de límite.

Criterios	Valoración			Observación
	1	2	3	
Coherencia		x		Mostrar que esas son las de mayor dificultad y preguntar con cuál se identifica más y por qué
Pertinencia			x	

Firma y Aclaración del experto: Bernardo Galindo



VALIDACIÓN DEL INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN

Querido/a Colega:

En marco del proyecto de grado “Una propuesta didáctica centrada en la resolución de problemas para la enseñanza y aprendizaje de la derivada en el tercer curso de la educación media del Colegio Municipal Santa Rosa de Lima, departamento Central, Paraguay”, se solicita que respondas el siguiente cuestionario con la mayor sinceridad posible. Tus respuestas serán tratadas de manera confidencial, salvaguardando en todo momento tu identidad profesional. El mismo será esencial para la construcción de la propuesta didáctica y aportará a la mencionada investigación. ¡Muchas Gracias!

Sexo:

M F

Antigüedad como docente de Matemática:

1 a 5 años 6 a 10 años 11 a 15 años 16 años o más

Nivel de Formación:

Profesorado Licenciatura Posgrado Otros (ingeniería, arquitectura, etc.)

Sector donde trabaja:

Oficial Privado Privado Subvencionado

Nota: Marque con una X la valoración que crea oportuno. La escala de valoración es la siguiente:
1. Carece del criterio 2. Medianamente cumple con el criterio 3. Cumple con el criterio

1. ¿Crees que es importante el estudio de la derivada? Fundamenta tu respuesta

Criterios	Valoración			Observación
	1	2	3	
Coherencia				
Pertinencia				

2. ¿Cuáles son las dificultades que los estudiantes presentan para la comprensión del concepto de derivada?

Criterios	Valoración			Observación
	1	2	3	
Coherencia				
Pertinencia				

3. ¿Cuáles son los contenidos previos que los estudiantes deben manejar para el estudio de la derivada?

Criterios	Valoración			Observación
	1	2	3	
Coherencia				
Pertinencia				

4. ¿Qué estrategias utilizas para la enseñanza de la derivada?

Criterios	Valoración			Observación
	1	2	3	
Coherencia				
Pertinencia				

5. ¿Qué recomendación daría usted (desde su experiencia) para la propuesta didáctica en la enseñanza de la derivada?

Criterios	Valoración			Observación
	1	2	3	
Coherencia				
Pertinencia				

6. Para este proyecto de investigación, se revisaron varias investigaciones sobre la enseñanza de la derivada. En este sentido, ¿Cuál de las siguientes dificultades presentan los estudiantes para la comprensión del concepto de derivada?

- Escaso conocimiento de álgebra y sus operaciones.
- Dificultad para recordar fórmulas y relaciones trigonométricas.
- Falta de fijación de elementos básicos de la geometría analítica.
- Interpretación errónea del concepto de límite.

Criterios	Valoración			Observación
	1	2	3	
Coherencia				
Pertinencia				

Firma y Aclaración del experto: Guillermo Fonseca



VALIDACIÓN DEL INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN

Querido/a Colega:

En marco del proyecto de grado “Una propuesta didáctica centrada en la resolución de problemas para la enseñanza y aprendizaje de la derivada en el tercer curso de la educación media del Colegio Municipal Santa Rosa de Lima, departamento Central, Paraguay”, se solicita que respondas el siguiente cuestionario con la mayor sinceridad posible. Tus respuestas serán tratadas de manera confidencial, salvaguardando en todo momento tu identidad profesional. El mismo será esencial para la construcción de la propuesta didáctica y aportará a la mencionada investigación. ¡Muchas Gracias!

Sexo: M F

Antigüedad como docente de Matemática:

1 a 5 años 6 a 10 años 11 a 15 años 16 años o más

Nivel de Formación:

Profesorado Licenciatura Posgrado Otros (ingeniería, arquitectura, etc.)

Sector donde trabaja:

Oficial Privado Privado Subvencionado

Nota: Marque con una X la valoración que crea oportuno. La escala de valoración es la siguiente:

1. Carece del criterio 2. Medianamente cumple con el criterio 3. Cumple con el criterio

1. ¿Por qué es importante la enseñanza de la derivada a través de la resolución de problemas aplicados en la vida cotidiana?

Criterios	Valoración			Observación
	1	2	3	
Coherencia			x	
Pertinencia			x	

2. ¿Cuáles son las dificultades académicas que los estudiantes presentan para la comprensión del concepto de derivada?

<i>Criterios</i>	<i>Valoración</i>			<i>Observación</i>
	1	2	3	
Coherencia			x	
Pertinencia			x	

3. Según su criterio: ¿Cuáles son los contenidos previos que los estudiantes deben manejar para el estudio de la derivada? ¿De esos contenidos, cuál es la que dificulta más? ¿Por qué?

<i>Criterios</i>	<i>Valoración</i>			<i>Observación</i>
	1	2	3	
Coherencia			x	
Pertinencia			x	

4. ¿Qué estrategias utilizas para la enseñanza de la derivada?

<i>Criterios</i>	<i>Valoración</i>			<i>Observación</i>
	1	2	3	
Coherencia			x	
Pertinencia			x	

5. Desde su experiencia como docente: ¿Qué recomendaciones daría usted para la enseñanza de la derivada?

<i>Criterios</i>	<i>Valoración</i>			<i>Observación</i>
	1	2	3	
Coherencia			x	
Pertinencia			x	

6. Para este proyecto de investigación, se revisaron varias fuentes bibliográficas sobre la enseñanza de la derivada. En este sentido, los autores destacan las siguientes dificultades:

- a- Escaso conocimiento de álgebra y sus operaciones.
- b- Dificultad para recordar fórmulas y relaciones trigonométricas.
- c- Falta de fijación de elementos básicos de la geometría analítica.

d- Interpretación errónea del concepto de límite.

¿Con cuál de ellas se identifica? ¿Por qué?

Criterios	Valoración			Observación
	1	2	3	
Coherencia			x	
Pertinencia			x	

.....
Firma y Aclaración del experto

.....
Documento de Identidad Civil

.....
Fecha



22 02 18

Anexo D: Registro Anecdótico de mi experiencia personal en la enseñanza de la derivada

Me llamo Simón Francisco Ruíz Díaz Vicézar, soy Profesor de Matemática, tengo experiencia de 8 años en la cátedra de Matemática en el Tercer Curso del Colegio Municipal Santa Rosa de Lima, tanto en el Bachillerato Científico como el Bachillerato Técnico.

En este sentido, para la enseñanza de la Derivada, utilizo los siguientes textos: Actividades de Matemática 3 de la Editorial Santillana (Paraguay), Exponente 3 de la Editorial En Alianza (Paraguay) y Matemática 3 de la serie Ñepytyvo Rekávo de la Editorial Atlas (Paraguay).

Por otra parte, para la planificación me baso en las capacidades establecidas por el Ministerio de Educación y Ciencias; también analizo las características del curso, y trato de relacionar los contenidos con la vida cotidiana.

Para la enseñanza y aprendizaje de la derivada, los estudiantes deben manejar algunos conceptos básicos del álgebra, la trigonometría y la geometría analítica. En este aspecto, los contenidos previos que considero esenciales para el desarrollo de derivada son:

- Álgebra: Casos de factorización (especialmente el Caso I: factor común monomio), productos notables (cuadrado y cubo de un binomio), operaciones con polinomios (suma y resta), regla de los signos.
- Trigonometría: Funciones trigonométricas del triángulo rectángulo (en especial la tangente), los signos de las funciones trigonométricas y los valores exactos de las funciones trigonométricas, Así como las fórmulas fundamentales y derivadas.
- Geometría Analítica: ubicación de puntos en el plano cartesiano, ecuaciones de la recta (explícita, implícita y canónica), pendiente de una recta, ángulo de inclinación de una recta, rectas paralelas y perpendiculares.
- Además se debe mencionar la importancia de la noción de límite para el desarrollo de la derivada.

Los contenidos que suelo desarrollar en la unidad de derivada y sus aplicaciones son las siguientes: Concepto de derivada, álgebra de las derivadas, derivadas de funciones elementales y trascendentales, regla de la cadena, interpretación geométrica de la derivada, regla de L´hopital, y problemas de optimización.

De acuerdo el párrafo anterior, a continuación describo el proceso de enseñanza de los contenidos mencionados y las dificultades que los estudiantes presentan en relación a ellos:

- ✓ Para el concepto de derivada, utilizo la regla denominada “regla de los 5 pasos” que es una adaptación de la definición de derivada; dicha regla facilita a los estudiantes a entender el concepto de derivada. Con esta regla, además los estudiantes van demostrando la derivada de funciones polinómica: lineales, cuadráticas y cúbicas.

Las dificultades que presentan los estudiantes hacen referencia a conceptos básicos del álgebra: casos de factorización, productos notables y operaciones algebraicas (suma, resta, propiedad distributiva del producto respecto a la suma).

Entre los ejercicios que más les cuesta, es encontrar la derivada de una función cúbica, pues deben manejar el cubo de un binomio y el ejercicio se vuelve un poco extenso.

- ✓ Cuando los alumnos interpretan el concepto de la derivada y demuestran usando la regla de los 5 pasos, desarrollo el siguiente contenido: derivadas de funciones elementales y trascendentales. En este sentido, construimos una tabla de derivadas que incluye: derivada de una constante, derivada de una función lineal, derivada de x^n , derivada de una constante por una función, derivada de la función seno, derivada de la función coseno, derivada de la función tangente, derivada de la función logaritmo natural, derivada de e^x , derivada de la función logarítmica y derivada de la función exponencial. La tabla, los alumnos realizan en cartulinas, que más adelante le sirve como formulario. Para evaluar este contenido aplico: ejercicios de selección múltiple, doble alternativa, pareamiento y ejercicios sencillos.

En el desarrollo de este contenido, los alumnos tienen dificultades para identificar los tipos de funciones. Si bien los ejercicios son sencillos y pueden valerse de una tabla, a los estudiantes les cuesta clasificar las funciones; pero una vez que lo logran, les resultan muy sencillos derivarlos.

- ✓ El álgebra de las derivadas incluye las siguientes operaciones: suma algebraica (algunos profesores separan suma y resta, en cambio considero como una mezcla de ambos, por tal motivo suma algebraica), producto y cociente. Para tal efecto, los estudiantes ya deben manejar las derivadas de funciones elementales y trascendentales. Normalmente, para este contenido, utilizo clases guiadas a través de ejemplos, trabajos individuales y grupales.

Para este contenido, las dificultades también se tornan en relación a los contenidos básicos del álgebra, en especial a la propiedad distributiva, leyes de los exponentes y casos de factorización.

- ✓ Siguiendo con los temas correspondientes a la unidad didáctica de derivada, el siguiente contenido es la Regla de la cadena; para el desarrollo de este contenido, ampliamos nuestra tabla de derivadas de funciones elementales y trascendentales, considerando el concepto de función de función. En este aspecto, llamo a la función interna como “hija” y a la función externa como “madre”, es decir, la regla de la cadena, en un vocabulario más didáctico enuncio de la siguiente manera: La derivada de funciones compuestas es igual a la derivada de la madre multiplicada por la derivada de la hija.

Ejemplo:

Halla la derivada de: $y = \text{sen } x^2$

En este ejercicio, la función externa es seno (madre) y la función interna es x^2 (hija), por lo tanto, su derivada es:

$$y' = \cos x^2 \cdot (x^2)'$$

$$y' = 2x \cos x^2$$

Las dificultades que presentan los estudiantes al abordar este tema se centran en la identificación de la función externa y la función interna. En este sentido, les cuesta más resolver ejercicios en donde aparecen funciones trigonométricas y funciones logarítmicas

- ✓ Para la interpretación geométrica de la derivada los alumnos deben construir una parábola, luego marcar unos de los puntos y trazar una recta tangente; a continuación, los alumnos miden el ángulo que la recta forma con el eje de las abscisas y registran ese valor. Luego, derivamos la función, sustituimos el valor de la abscisa seleccionada en el resultado de la derivada; por último, se halla el arco tangente del resultado del paso anterior, y, el nuevo resultado coincide con la experiencia inicial. Con este tipo de actividades, el estudiante se da cuenta que la derivada es la tangente del ángulo de inclinación de la recta tangente a la curva. Dependiendo del grupo, también suelo pedir la recta normal.

Las dificultades que los alumnos presentan para este contenido se dividen en dos aspectos: El primero, se refiere a los conocimientos previos de la geometría analítica: ubicar puntos en el plano cartesiano y graficar funciones. El segundo, hace referencia a la utilización de instrumentos auxiliares como calculadoras y transportadores.

- ✓ Siguiendo con mi relato, para la regla de L´hopital, suelo empezar con las siguientes preguntas: ¿Quieren resolver ejercicios de límites indeterminados de una manera más sencilla?, ¿Se acuerdan de las reglas de derivación? Entonces, existe una aplicación de las derivadas, llamada regla de L´hopital. De esta manera, despierto la curiosidad de los estudiantes, ya que los ejercicios de límite $0/0$ e ∞/∞ en algunas ocasiones son tediosos para los estudiantes. Para desarrollar los ejercicios, les permito usar las tablas de derivación construidas en las clases anteriores.

Para este contenido, las dificultades se centran en los cálculos numéricos al momento de sustituir los valores al cual tiende la función. Las operaciones básicas se vuelven un problema para los mismos, pues se olvidan de la jerarquía de las operaciones.

- ✓ Por último, para los problemas de optimización, utilizo problemas sencillos, pero los estudiantes no son capaces de interpretar el enunciado de los problemas. De ahí, que siempre me interesó el desarrollo de derivada a través de la resolución de problemas.

Anexo E: Plan trimestral utilizado para la enseñanza de derivada

Ministerio de Educación y Ciencias

Colegio Municipal Santa Rosa de Lima

Plan Trimestral

Identificación

Área: Matemática

Docentes: Simón Ruíz Díaz Vicézar - Gisselle Garay

Curso: 3°

Turno: Mañana y Tarde

Horas semanales: 3 hs. Cátedras

Periodo: Setiembre, octubre y Noviembre

Año: 2017

Unidad temática 5: Derivadas y sus aplicaciones

Capacidades:

- Formula y resuelve situaciones problemáticas en las que se apliquen el concepto de derivada.
- Determina la derivada de distintos órdenes de funciones algebraicas, trigonométricas, exponenciales y logarítmicas.
- Interpreta las características de una función usando derivadas.
- Formula y resuelve problemas de optimización empleando derivadas de funciones.

CONTENIDO / TEMA	INDICADORES	ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS
<p>➤ DERIVADAS</p> <ul style="list-style-type: none"> • Concepto • Regla de los cinco pasos • Interpretación geométrica de la derivada • Reglas prácticas de derivación • Derivadas de funciones trigonométricas • Derivadas de funciones trascendentales. • Algebra de las derivadas. • Regla de la cadena • Regla de L'Hopital • Recta tangente y normal a una curva en un punto dado. • Problemas de Optimización 	<ul style="list-style-type: none"> • Conceptualiza derivada. • Escribe la regla de los cinco pasos. • Halla la derivada aplicando la definición. • Representa gráficamente la derivada e interpreta los resultados geoméricamente. • Halla la derivada de una función identidad. • Halla la derivada de la función potencia. • Halla la derivada de una constante por una función. • Halla la derivada de las funciones trigonométricas. • Halla la derivada de funciones exponenciales y logarítmicas. • Utiliza la regla de la cadena para derivar funciones compuestas. • Halla la derivada de una suma. • Halla la derivada de un producto. • Halla la derivada de un cociente. 	<ul style="list-style-type: none"> • Trabajo individual. Actividades con material de apoyo • Trabajo grupal colaborativo. • Clases explicativas. • Trabajo en clase. • Taller de intensificación.

	<ul style="list-style-type: none"> • Aplica la regla de L'Hopital para levantar indeterminaciones. • Halla la recta tangente y normal a una curva en un punto dado. • Resuelve situaciones problemáticas sobre optimización (mínimos y máximos de funciones). 	
--	--	--

Métodos de verificación

- *OBSERVACIÓN*
- *PRUEBA ESCRITA*
- *PRUEBA PRACTICA*
- *DEFENSA DE EJERCICIOS*
- *ENTREGA DE TRABAJOS*
- *ENTREGA DE CUADERNOS*

Bibliografía

MEC. Actualización curricular del Bachillerato Científico. Plan Común. Matemática y sus Tecnologías. Asunción. Paraguay. 2014. (Págs. 60 – 66).

DURE, Amanda. Matemática y sus tecnologías. Tercer Curso. Serie Ñepytyvo Rekavo. Editorial Atlas Representaciones. Asunción. Paraguay. 2007

CENTURION ACHA, Nélica. OVELAR DE SMITH, María Estela. Matemáticas y sus tecnologías. Tercer Curso. MEC. Proyecto de Reforma de la Educación con énfasis en la Educación Media, Asunción. Paraguay. 2007

KUBOTA, Fumie. Actividades de Matemática. 3º curso. Editorial Santillana. Asunción. Paraguay. 2008

Anexo F: Tabulación de resultados

De acuerdo a las encuestas realizadas, a continuación, se presentan los resultados obtenidos, los mismos aportaran al trabajo de investigación sobre enseñanza y aprendizaje de la derivada.

Para la encuesta fueron seleccionados al azar 8 docentes paraguayos; de los cuales 4 residen en Paraguay y 4 son docentes becados viviendo temporalmente en Colombia.

La entrevista se realizó a través de un cuestionario de preguntas abiertas cuyo fin era recolectar datos sobre las dificultades que presentan los estudiantes para la comprensión de concepto de derivada.

En este sentido, con los docentes residentes en Paraguay se trabajó mediante correos electrónicos y con los docentes becados en Colombia con grabaciones que luego fueron fielmente transcritas.

Para reservar en el anonimato a los docentes entrevistados, se utiliza la letra T con un subíndice que indica el número de entrevista. Por ejemplo, T₁ significa el docente número uno que fue entrevistado.

Datos Personales:

Docente	Sexo	Antigüedad	Formación	Sector Laboral
T ₁	M	1 a 5 años	Licenciatura	Oficial
T ₂	F	11 a 15 años	Posgrado	Oficial
T ₃	F	1 a 5 años	Profesorado	Oficial
T ₄	F	6 a 10 años	Licenciatura	Privado y Oficial
T ₅	F	16 años o más	Posgrado	Privado Subvencionado
T ₆	F	11 a 15 años	Posgrado	Oficial
T ₇	F	11 a 15 años	Licenciatura	Oficial
T ₈	F	16 años o más	Licenciatura	Oficial

1. ¿Por qué es importante la enseñanza de la derivada a través de la resolución de problemas aplicados en la vida cotidiana?

T ₁	Desde mi punto de vista considero muy importante porque tiene múltiples aplicaciones en la vida cotidiana de individuo, a través de ella se pueden encontrar muchas soluciones, especialmente en el cálculo e ingeniería.
T ₂	La importancia de la derivada en la enseñanza es relevante porque permite ver, a través de una pendiente en todo punto de una curva, la evolución o el cambio de muchos fenómenos físicos. Permite calcular los máximos y mínimos, ahí donde la pendiente es cero, permite calcular la pendiente de la tangente en cada punto de una curva. En física, electricidad, electrónica, química, permiten estudiar muchos fenómenos evolutivos asociados como la velocidad, la aceleración, los flujos, las acumulaciones. También se utiliza en economía, en gestión, en arquitectura, es decir, las derivadas están siempre presente en nuestras vidas.
T ₃	Las derivadas son esenciales estudios tan importantes como el de la relatividad mecánica cuántica ingeniería ecuaciones diferenciales etcétera.
T ₄	La enseñanza de la derivada es importante porque ayuda al desarrollo cognitivo del estudiante, además le servirá para comprender mejor otros contenidos e incluso le ayudará a su ingreso en la facultad.
T ₅	Porque permite a los alumnos desarrollar el pensamiento lógico matemático
T ₆	Una de las ideas centrales del cálculo es el concepto de derivada y aunque ésta se introdujo inicialmente para resolver problemas relacionados con la determinación de la recta tangente a una curva en un punto dado, pronto se pudo establecer que era una poderosa herramienta para estudiar el comportamiento de una función. Por otra parte, teniendo en cuenta que vivimos en un mundo caracterizado por cambios continuos, el cálculo diferencial a través del concepto de la derivada permite entender las variaciones que ocurren en un fenómeno determinado. Hoy en día usamos la derivada para: El análisis y trazado de curvas. Hallar los máximos y mínimos de funciones. Hallar la ecuación de la recta tangente en un punto dado. Maximizar la producción y las utilidades en una empresa o minimizar los costos de operación.
T ₇	Porque ayuda a los estudiantes a desarrollar un pensamiento lógico y reflexivo que les permite enfrentarse a los desafíos de la vida universitaria y del contexto.
T ₈	Porque facilita el cálculo de ciertos valores como ser el de la velocidad, la aceleración entre otros valores de la vida cotidiana.

2. ¿Cuáles son las dificultades académicas que los estudiantes presentan para la comprensión del concepto de derivada?

T ₁	Existen muchas dificultades en la comprensión que se tiene a la hora de desarrollar la derivada especialmente por la poca base que tienen los alumnos en contenidos específicos que son necesarios para el aprendizaje de la derivada.
T ₂	Para la comprensión del concepto de derivada, los estudiantes deberían ser capaces de imaginar el concepto con imágenes simples, cotidianas, suyas y poder él mismo explicar. Pero eso en la realidad no ocurre debido a que se comete el error de memorizar fórmulas de derivación en ese caso y no hay comprensión. Tal vez la falta de estrategia del profesor como la falta de interés o curiosidad del alumno de investigar motu proprio.
T ₃	Les dificulta el razonamiento abstracto, memorizar procedimientos matemáticos e incluso en el extremo de los casos recordar propiedades algebraicas y lo más penoso es el desinterés pues manifiestan que ese conocimiento no les servirá en la carrera que elegirán como ser futbolista
T ₄	La dificultad que presenta en su gran mayoría es la no comprensión del concepto de derivada, ya que no las relaciona con el contexto, no le encuentran utilidad por lo que hay un gran desinterés por parte de los alumnos hacia el aprendizaje de los mismos.
T ₅	Las operaciones básicas, los casos de factoro
T ₆	De acuerdo con Dolores, C. (2000) en su diagnóstico acerca de la enseñanza y aprendizaje del cálculo diferencial, la mayoría de los estudiantes que terminan la educación media comprenden los algoritmos para calcular el límite de una función o la derivada de esta, pero no entienden los procesos y el concepto que subyace dentro de estos. Las dificultades en el proceso de la enseñanza-aprendizaje del concepto de la derivada pueden aumentar si los estudiantes carecen de herramientas para plantear y solucionar problemas relacionados con variación, a pesar de que el origen de la derivada está relacionado con el estudio de este tipo de problemas. Es digno mencionar la complejidad del proceso de enseñanza aprendizaje, debido a que los alumnos deben manejar a carta cabal conceptos previos para lograr un aprendizaje efectivo y los docentes deben saber lidiar con la falta de manejos de los conceptos requeridos preparando una estrategia adecuada para retroalimentar.
T ₇	Surgen dificultades en los escasos conocimientos sobre las operaciones algebraicas básicas.
T ₈	Que no comprenden la funcionalidad de la misma ya que se explica sin hacer uso de situaciones de la vida real

3. Según su criterio: ¿Cuáles son los contenidos previos que los estudiantes deben manejar para el estudio de la derivada? ¿De esos contenidos, cuál es la que dificulta más? ¿Por qué?

T ₁	Los contenidos que los estudiantes necesariamente deben manejar son el álgebra, geometría, trigonometría y aritméticas.
T ₂	Y son varios los contenidos previos que deberían manejar, cito algunos a continuación: Dependencia entre dos variables: función. Variable dependiente e independiente, dominio, imagen gráfica, fórmula, crecimiento y decrecimiento, variación entre dos valores del dominio. Función lineal y afín. Pendiente de una recta. Velocidad media. Tangente de una circunferencia. Uso de la calculadora Operaciones básicas con expresiones algebraicas sencillas: adición, sustracción, multiplicación y cociente de polinomios, etc.
T ₃	Deben tener manejo de teoremas de Geometría analítica.
T ₄	Los contenidos previos que deben manejar son las operaciones básicas de la aritmética, las expresiones algebraicas, los elementos básicos de la geometría, los límites y las funciones trigonométricas.
T ₅	Los contenidos previos que deben conocer es límite de funciones, casos de factoro
T ₆	El manejo adecuado en los prerrequisitos conceptuales tales como: los conceptos de variable, función, razón de cambio y límite de una función; a grande rasgos se debe comprender contenidos de Algebra, Geometría, Geometría Analítica y Trigonometría.
T ₇	Los contenidos previos que deben manejar los educandos son los casos de factoro, límite de funciones, regla de L'Hospital
T ₈	Deben conocer operaciones de productos de fracciones ya que en muchas ocasiones se debe simplificar y les resulta difícil realizarlo

4. ¿Qué estrategias utilizas para la enseñanza de la derivada?

T ₁	La estrategia que utilizo es más tradicional que es el discurso y la resolución de ejercicios
T ₂	La utilización de figuras, dibujos, ejemplos concretos donde se observe el comportamiento de un punto de una curva, de la pendiente, de los máximos y mínimos, es decir donde se visualice y comprenda el concepto de la derivada. Situaciones problemáticas de la vida real.
T ₃	Realizo la demostración de la interpretación geométrica de la derivada
T ₄	Para introducir la derivada utilizo los elementos básicos de la geometría como puntos, rectas: tangente y secante, con los límites, formo grupos de a 3 y vamos recordando algunos conceptos, para luego ir formando la definición de derivada, utilizo mucho el aprendizaje colaborativo.
T ₅	La estrategia utilizada es la expositiva y participativa
T ₆	De acuerdo a las orientaciones metodológicas sugeridas en el material del MEC: resolución de problemas y modelización matemática A tener en cuenta: los problemas planteados sean extraídos de contextos reales, de situaciones que resulten atractivos a los estudiantes y de esta manera les resulte interesante la investigación y profundización de la derivada, además se sugiere el uso de algún software como herramienta didáctica para validar o comprobar los resultados.
T ₇	Expositiva participativa
T ₈	La estrategia que utilizo es la tradicional ya que generalmente hago una explicación con ejemplos donde voy realizando las dificultades con la que se pueden encontrar para que luego ellos lo apliquen a situaciones similares

5. Desde su experiencia como docente: ¿Qué recomendaciones daría usted para la enseñanza de la derivada?

T ₁	De mi parte recomendaría contextualizar más el desarrollo de las clases problematizando con problemas cotidiano de los estudiantes e introduciendo la tecnología para la enseñanza.
T ₂	Se podría utilizar GeoGebra como una herramienta didáctica para la enseñanza del concepto de derivada ya que las ventajas de este software son útiles en la enseñanza de las matemáticas, especialmente del cálculo. Inclusive esta propuesta didáctica puede ser utilizada como una referencia para elaborar futuras propuestas en las cuales se explore el concepto de la derivada a través de programas matemáticos como el GeoGebra y contrastar el aprendizaje de los estudiantes que utilizan un software matemático frente a aquellos que aprenden del modelo tradicional.
T ₃	La recomendación que daría es darle más participación al alumno en su aprendizaje, ayudarlo a indagar y a realizar demostraciones de teoremas.
T ₄	Creo que es necesario buscar estrategias que motiven a los estudiantes en el aprendizaje de la derivada, tratar de hacerles comprender su importancia
T ₅	Que los docentes le den las herramientas necesarias a los alumnos para que puedan defenderse en el curso inmediato superior.
T ₆	Para que la enseñanza y aprendizaje del concepto de derivada tenga éxito el docente debe tener en cuenta cuatro factores claves que son: <ul style="list-style-type: none"> a. Partir de las concepciones previas que los alumnos tengan del concepto de velocidad. b. Usar gráficos de funciones que permitan visualizar claramente las ideas especialmente cuando se habla de pendiente de una recta y tasas medias de variación. c. Usar problemas concretos en los cuales el estudiante relacione lo que aprende con situaciones de la vida diaria. d. Tener claro las dificultades que se presentan cuando se realiza el proceso de paso al límite en una función y entender que el límite no es solo un proceso de sustitución de una variable por un valor y realizar unas operaciones, ya que este concepto va más allá de esto.
T ₇	Que los docentes realicen un diagnóstico previo a sus estudiantes y a partir de los resultados tomar decisiones de retroalimentación sobre las operaciones básicas a ser utilizadas para tal contenido.
T ₈	La recomendación es que se apliquen situaciones reales como problemas Físicos y a que les ayudara para situaciones que luego tendrán que ver en la facultad.

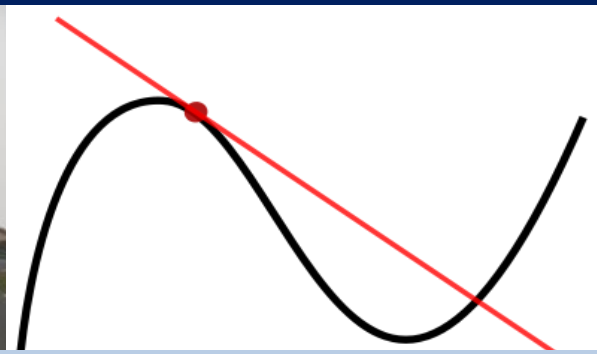
6. Para este proyecto de investigación, se revisaron varias fuentes bibliográficas sobre la enseñanza de la derivada. En este sentido, los autores destacan las siguientes dificultades:

- a) Escaso conocimiento de álgebra y sus operaciones.
- b) Dificultad para recordad fórmulas y relaciones trigonométricas.
- c) Falta de fijación de elementos básicos de la geometría analítica.
- d) Interpretación errónea del concepto de límite.

¿Con cuál de ellas se identifica? ¿Por qué?

T ₁	Con el punto “a” y punto “c” que son los problemas más comunes con lo que llegan los alumnos la cual dificulta el aprendizaje
T ₂	La c, ya que la falta de preparación en geometría es escasa debido a que no se desarrollan los contenidos por lo general o no se aprende bien y eso hace que el alumno tenga poco interés en la geometría analítica que es muy importante para complementar las demás ramas de la matemática.
T ₃	La mayor dificultad que se percibe es la falta de fijación de elementos básicos de la geometría analítica necesarios para la interpretación geométrica de la derivada (c).
T ₄	Con todas, porque se evidencia en clases la falta de afianzamiento de esos conceptos al hacer preguntas y observaciones durante el PEA, con mis años de experiencia se visualizan siempre las mismas dificultades.
T ₅	Con el (a) debido a que es difícil avanzar sin tales conocimientos básicos
T ₆	Con la opción D, ya que es la base fundamental para el aprendizaje de la derivada.
T ₇	Falta de fijación de elementos básicos de geometría, porque no recuerdan en el momento de relacionar tales conocimientos a la hora de resolver ejercicios.
T ₈	Escasos conocimientos de algebra y sus operaciones: ya que se hace uso de las mismas y les resulta difícil a los jóvenes ya que son temas desarrollados en el 7º, 8º y 9º

Anexo 7: Propuesta didáctica



Las derivadas, ya no son problemas!!!

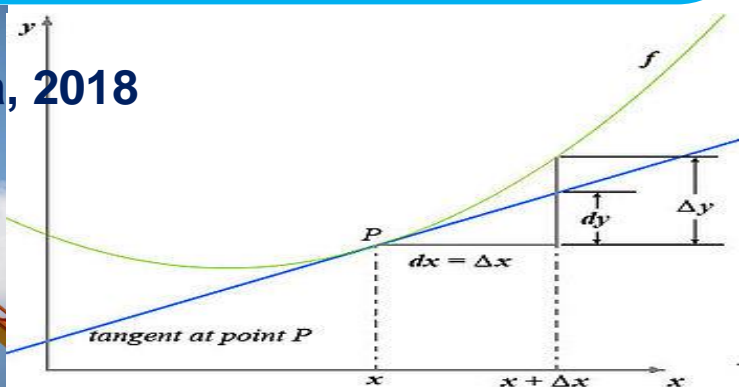


Prof. Simón Francisco Ruíz Díaz Vicéza

Propuesta didáctica para la enseñanza y aprendizaje del concepto de derivada en el 3° curso de la Educación Media



Bogotá, 2018



Índice

Contenido	Página
<i>Índice</i>	1
<i>Introducción</i>	2
<i>Enfoque</i>	3
<i>Referentes Curriculares</i>	5
<i>Objetivos de la propuesta didáctica</i>	6
<i>Mapa conceptual</i>	7
<i>Desarrollo teórico del concepto</i>	8
<i>Historicidad del concepto</i>	10
<i>Desarrollo didáctico del concepto</i>	11
<i>Reflexión crítica de textos escolares</i>	12
<i>Tabla de actividades</i>	13
<i>Actividades</i>	15
<i>Anexos</i>	28
<i>Referencias Bibliográficas</i>	50

Introducción

La presente propuesta didáctica se implementará en el 3° curso del Bachillerato Científico con énfasis en Ciencias Sociales de la Educación Media del Colegio Municipal Santa Rosa de Lima, ubicado en las calles Santa Rosa y San Carlos del barrio Rincón, ciudad de Ñemby, departamento Central, República del Paraguay.

La siguiente propuesta didáctica se construyó teniendo en cuenta las dificultades que presentan los estudiantes para la comprensión del concepto de la derivada: conocimientos previos, dificultades algebraicas, falta de fijación de conceptos básicos de la geometría analítica, la desmotivación de los estudiantes y las estrategias de los docentes.

¡¡¡ Las derivadas, ya no son problemas!!!, es una propuesta didáctica basada en la resolución de problemas que aportará tanto a docentes como estudiantes una forma interesante de abordar el concepto de la derivada.

En este sentido, un problema es una situación, cuantitativa o de otras clases, a la que se enfrenta un individuo o un grupo,

que requiere solución y para la cual no se vislumbra un medio o camino aparente y obvio que conduzca a la misma. En otras palabras, con la resolución de problemas podemos lograr que los estudiantes sean críticos, autónomos y tengan herramientas para la vida cotidiana (Krulik & Rudnik: 1980).

Durante el aprendizaje de las matemáticas, los alumnos estudian conceptos matemáticos, teoremas, algoritmos, definiciones, y varias estrategias que son utilizadas para resolver problemas. Se considera que la resolución de problemas es un componente necesario del proceso de la enseñanza y aprendizaje de la matemática (Abarca, 2007).

Aprender derivadas, es importante, pues muchos fenómenos del mundo real incluyen cantidades que varían: la velocidad de un cohete, la inflación monetaria, el número de bacterias de un cultivo, la intensidad de la sacudida de un terremoto, el voltaje de una señal eléctrica, etc. (Anton, 2009).

Enfoque

La propuesta didáctica se centra en el enfoque de resolución de problemas.

Se considera que la misma es una estrategia indispensable para el desarrollo cognitivo de los alumnos, además es una metodología que propicia un razonamiento lógico y permite al estudiante una reflexión crítica a cerca de una situación que se le presente.

Así como menciona Abarca (2007), la resolución de problemas se torna en un componente importante relacionado con el éxito del estudio de la Matemática, pues se asume que la resolución de problemas ayudará al estudiante a encontrar las dificultades en su propio aprendizaje y de esta manera fortalecer sus conocimientos, con el propósito de solucionar retos cada vez más complicados.

Entre los investigadores que estudiaron la resolución de problemas como estrategia fundamental dentro de la enseñanza y aprendizaje de la matemática encontramos a George Polya y Allan Schoenfeld, cuyas recomendaciones son aplicadas para la enseñanza de la matemática.

Modelo de George Polya

El modelo propuesto por Polya (1987) considera cuatro etapas en la resolución de problemas: comprensión del problema, concepción de un plan, ejecución del plan y la visión retrospectiva. A continuación, se describen cada una de ellas:

1. Comprensión del problema:

Es muy importante que el alumno comprenda el problema, pero además debe desear resolverlo. El alumno debe familiarizarse con el problema, tratando de visualizarlo como un todo, tan claramente como pueda. El docente puede ayudar al estudiante en la comprensión del problema recurriendo a preguntas que le ayuden a aislar las partes principales del problema.

2. Concepción de un plan

La etapa consiste en poner en pie un plan, concebir la idea de la solución, siendo ésta una de las etapas más cruciales en el proceso de resolución de problemas, y también la más importante, porque de ella depende el éxito o fracaso. La concepción del plan puede ser estructurada poco a poco, y después de algunos ensayos como ayuda, tener una idea brillante.

decir, un bagaje de conocimientos asimilados anteriormente por él.

3. Ejecución del plan:

Es la puesta en marcha del plan concebido en la etapa anterior, en esta se obtiene el modelo matemático y se tiene una mayor claridad de lo que se está buscando y lo que se quiere. El plan proporciona una línea general. Nos debemos asegurar que los detalles encajen bien en esa línea. Debemos examinar los detalles uno tras otro, hasta que todo esté bien claro, porque en algún rincón podría disimularse un error.

4. Visión retrospectiva:

Esta etapa consiste en la verificación de los resultados, cosa que hasta el mejor alumno casi siempre omite., siendo esta fase la más instructiva del trabajo, porque gracias a ella se puede no solo hacer una visión retrospectiva, sino también dar una mirada al futuro y analizar que aplicaciones puede tener la resolución del problema.

De acuerdo a la resolución de problemas se pueden considerar los siguientes puntos:

- *El alumno debe tener fijado una serie de contenidos que necesitará para la solución de algún tipo de problemas, es*

- *Seguir una serie de pasos orientadores en donde se pueden establecer cuáles son los datos del problema, cuál es la incógnita, cómo resolver el problema y cómo contestar la interrogante del problema.*
- *Además de los pasos anteriores, la reflexión sobre la situación del problema fijará en los estudiantes un aprendizaje significativo y le ayudará al pensamiento crítico.*
- *El alumno debe ser consciente que un problema no podrá resolverse rápidamente, y en algunos casos podrá no llegar a la solución, pero esto fortalecerá sus habilidades y pasando el tiempo podrá volverse un “experto”.*
- *El docente debe crear un espacio de debates sobre los problemas planteados y dejar que los estudiantes vayan buscando las maneras de llegar a la solución; se debe evitar que los docentes les diga directamente los caminos que deben seguir. **George Polya***



Referentes curriculares

Competencia general del área de matemática

“Formula y resuelve situaciones problemáticas que involucren la utilización de conceptos, operaciones, teoremas y propiedades matemáticas del Álgebra, la Trigonometría, la Geometría Analítica y el Cálculo, aplicadas a la modelización de situaciones de la vida real”

Competencia para el 3° curso

“Formula y resuelve situaciones problemáticas que involucren la utilización de conceptos, operaciones, teoremas y propiedades matemáticas del Álgebra y Cálculo, aplicadas a la modelización de situaciones de la vida real”

“Formula y resuelve situaciones problemáticas en las que se apliquen el concepto de derivada”

Capacidad

Objetivos de la unidad didáctica

Al término de la unidad didáctica, el estudiante será capaz de:

CONCEPTUALES

- ➔ Conocer la evolución histórica de la derivada y sus principales precursores.
- ➔ Conceptualizar derivada como el límite del cociente incremental cuando tiende a cero.

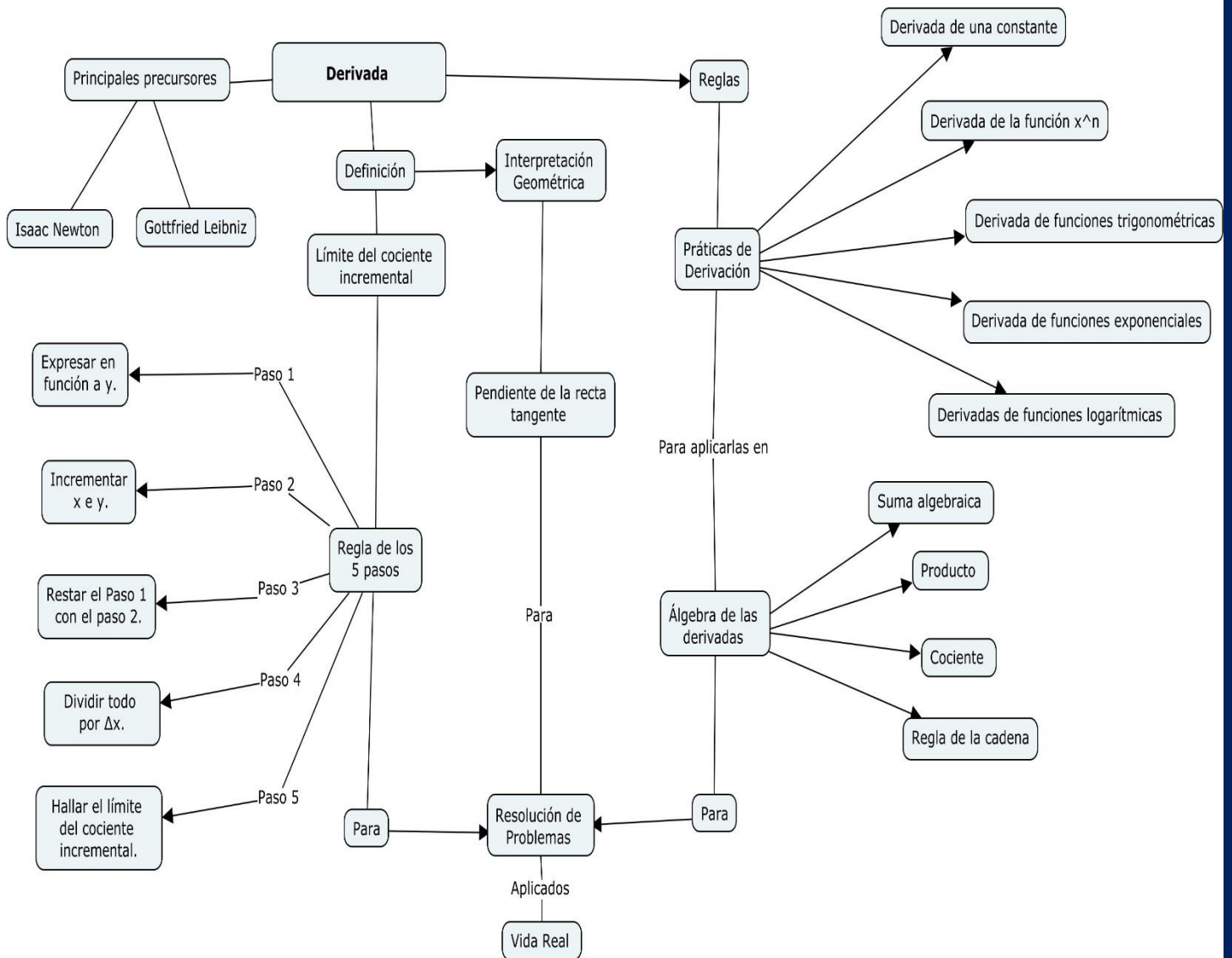
PROCEDIMENTALES

- ➔ Calcular la derivada de funciones lineales, cuadráticas y cúbicas aplicando la regla de los cinco pasos.
- ➔ Aplicar las reglas prácticas de derivación y el álgebra de las derivadas para derivar funciones.
- ➔ Resolver situaciones problemáticas sobre recta tangente a una curva aplicando los pasos de Polya.
- ➔ Resolver situaciones problemáticas del contexto aplicando el concepto de derivada.

ACTITUDINALES

- ➔ Valorar la importancia de la derivada en la vida cotidiana y como base fundamental de otras ciencias.

Mapa Conceptual



Desarrollo teórico del concepto

Cálculo Infinitesimal

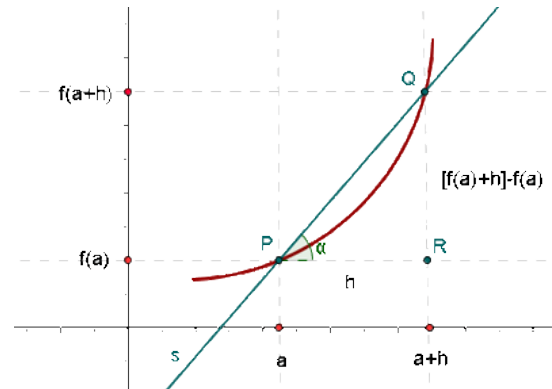
El cálculo infinitesimal también denominado "Cálculo" constituye una parte muy importante de la matemática moderna. El cálculo infinitesimal consta de dos partes: cálculo diferencial y cálculo integral.

Ramas del Cálculo Infinitesimal

El cálculo infinitesimal se divide en dos grandes ramas: el cálculo diferencial y el cálculo integral. El cálculo diferencial estudia la derivada y sus aplicaciones y, el cálculo integral estudia las integrales y sus aplicaciones.

Tasa de variación:

Consideremos una función $y = f(x)$ y consideremos dos puntos próximos sobre el eje de abscisas " x " y " $a + h$ ", siendo " h " un número real que corresponde al incremento de x .



Se llama *tasa de variación (T.V.)* de la función en el intervalo $[a, a+h]$, que se representa por Δy , a la diferencia entre las ordenadas correspondientes a los puntos de abscisas a y $a+h$.

En símbolos:

$$\Delta y = [f(a+h) - f(a)]$$

Tasa de variación media (T.V.M.)

Se llama *tasa de variación media (T.V.M.)* en intervalo $[a, a+h]$, y se representa por $\frac{\Delta y}{h}$ ó $\frac{\Delta y}{\Delta x}$, al cociente entre la tasa de variación y la amplitud del intervalo considerado sobre el eje de abscisas, h ó Δx , esto es:

$$T.V.M. [a, a+h] = \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

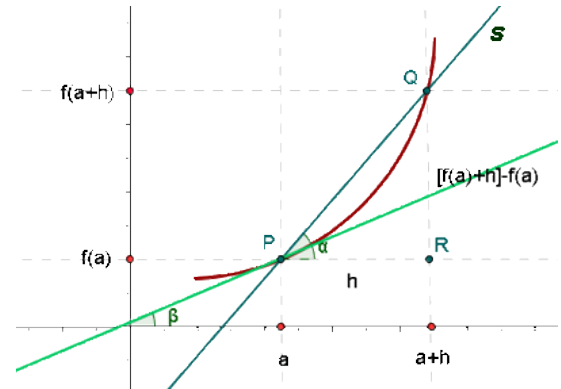
Interpretación geométrica de la tasa de variación media

La expresión anterior coincide con la pendiente de la recta secante a la función $f(x)$, que pasa por los puntos de abscisas a y $a+h$.

$$m = \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

ya que en el triángulo PQR resulta que:

$$\text{tag } \alpha = \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$



Definición de Derivada:

La derivada de la función $f(x)$ en el punto $x = a$ es el valor del límite, si existe, de un cociente incremental cuando el incremento de la variable tiende a cero.

En símbolos:

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

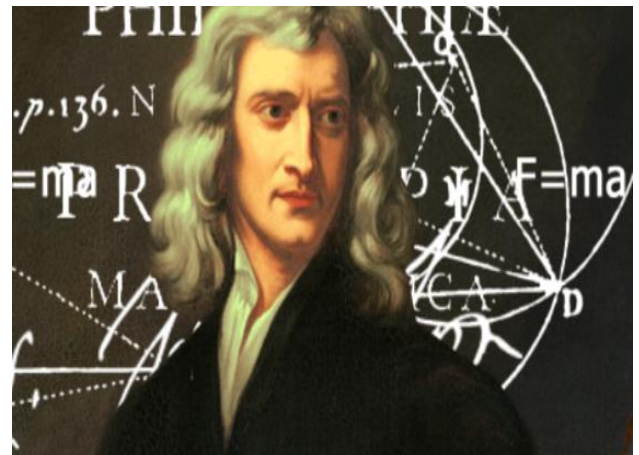
Historicidad del concepto

Origen del cálculo infinitesimal

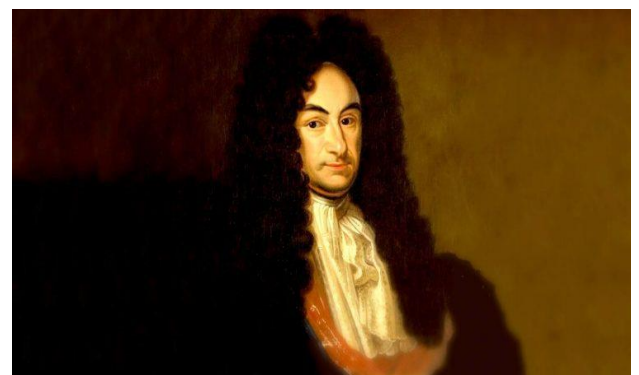
El Cálculo Diferencial e Integral, según lo mencionado por Espinoza y otros (2008), ha sido reconocido como el instrumento más efectivo para la investigación científica que jamás hayan producido las matemáticas. Concebido para el estudio del cambio, el movimiento y la medición de áreas y volúmenes, el cálculo es la invención que caracteriza la revolución científica del siglo XVII.

(...) Su creación se debe al trabajo independiente de dos matemáticos, el inglés Isaac Newton (1642-1727) y el alemán Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716), quienes publicaron sus investigaciones entre los años de 1680 y 1690. Leibniz en 1684, en la revista Acta Eruditorum, y Newton en 1687, en su gran obra Principia Mathematica Philosophiae Naturalis. El cálculo se desarrolló a partir de las técnicas infinitesimales utilizadas para resolver dos tipos de problemas: el cálculo de áreas y volúmenes y el cálculo de tangentes a curvas. Arquímedes de Siracusa (287 a.C.-212 a.C.), desde tiempos antiguos, había realizado los avances más significativos sobre esos problemas, aplicando el método exhaustivo o de agotamiento para la determinación de

áreas y volúmenes, obteniendo importantes resultados sobre el cálculo de tangentes para ciertas curvas particulares. En la primera mitad del siglo XVII, se renovó el interés por esos problemas clásicos y varios matemáticos como Bonaventura Cavalieri (1598-1647), John Wallis (1616-1703), Pierre de Fermat (1601-1665), Gilles de Roberval (1602- 1675) e Isaac Barrow (1630-1677), lograron avances que prepararon el camino para la obra de Leibniz y Newton. (...) (p. 13 -14)



Isaac Newton



Gottfried Leibniz

Desarrollo didáctico del concepto

Existen múltiples dificultades para el aprendizaje del Cálculo Infinitesimal, así mismo Hitt (1998) en su investigación sobre Dificultades en el aprendizaje de cálculo menciona que la educación matemática ha mostrado que existen varios problemas para el aprendizaje del cálculo dificultando a una gran mayoría de estudiantes, e incluso a algunos profesores de enseñanza media, el acceso profundo a los conceptos propios del cálculo. La gran cantidad de tópicos que están íntimamente relacionados en cálculo, y el manejo pobre de algunos de sus subconceptos, obstaculiza el desarrollo profundo de los conceptos propios del cálculo, como son, el concepto de función, de límite, de continuidad, de derivada y de integral. Por otro lado, Artigue (1995) establece que, aunque se puede enseñar a los alumnos a realizar de manera más o menos mecánica algunos cálculos de derivadas y a resolver algunos problemas estándar, hay dificultades para que los jóvenes logren una comprensión satisfactoria de los conceptos y métodos de pensamiento que conforman el centro del análisis matemático o cálculo

infinitesimal. Por ejemplo, algunos alumnos son capaces de resolver ejercicios que se le proponen con la aplicación correcta de las reglas de derivación, sin embargo, tienen dificultades cuando necesitan manejar el significado de la noción de derivada, ya sea a través de su expresión analítica como límite del cociente incremental, ó su interpretación geométrica como pendiente de la recta tangente.

En este sentido Lozano (2011) hace referencia a lo expuesto por Dolores (2007) quien afirma que la orientación y enseñanza del concepto de la derivada han sido marcadas por dos tendencias:

La primera desarrolla el enfoque clásico formal bajo la estructura del análisis matemático para finalmente buscar sus aplicaciones.

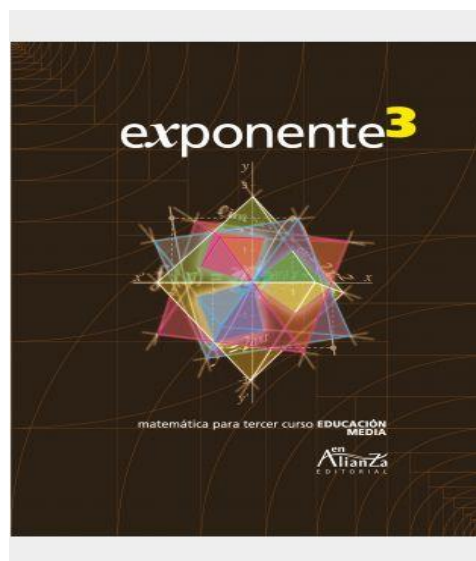
La segunda busca el desarrollo del pensamiento matemático desde la resolución de problemas de modo que los conceptos básicos se forman a partir de la resolución de los mismos, como el problema de la tangente, razón de cambio y significados físicos.

Revisión Crítica y reflexiva de tres textos escolares

Según García (2008) (Citado por Rangel, 2016), el saber socialmente válido o legítimo se pone a disposición de los alumnos en la escuela a través de distintos dispositivos, entre los cuales se encuentran los textos escolares; éstos ocupan un lugar predominante en lo que se refiere a la transmisión y organización de los contenidos dentro de la práctica cotidiana del aula. En estos libros se puede vislumbrar lo que la sociedad considera deben aprender los jóvenes, ya que contienen normas, valores, disposiciones y tradiciones, expresión de la sociedad que las produce.

Comprendiendo la importancia de este elemento, se realiza a continuación el análisis de tres textos escolares:

1-) Exponente 3



Es un libro para alumnos del 3° curso de la Educación Media. El mismo es distribuido por la Editorial Fundación en Alianza con ISBN 978-99953-37-03-2. Sus autoras son Nélida Centurión Acha y María Estela Ovelar de Smith. La última edición fue del año 2014.

Este material contiene ejercicios prácticos basados en situaciones reales, resueltas y para resolver, con sus respectivas respuestas. Presenta conceptos claros y ejemplos fáciles de comprender y practicar.

El concepto de derivada, lo hace a través de la interpretación geométrica de la derivada.

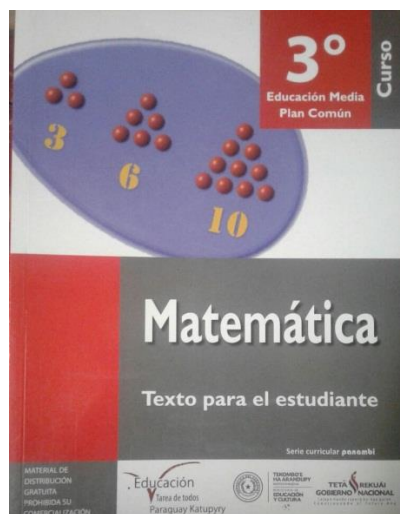
2-) Matemática 3^{er} curso



Es un material didáctico dirigido a alumnos del Bachillerato Científico, su autora es la Prof. Mirtha Martínez de Kennedy (2014).

La unidad correspondiente a la derivada lo desarrolla con una introducción histórica y directamente con la interpretación geométrica.

3-) Matemática 3^o curso Educación Media



Es un texto para el estudiante elaborado por el Equipo técnico del Ministerio de Educación y Ciencias en el año 2016.

Las elaboradoras son las profesoras: Nélida Centurión Acha, María Elena Melgarejo de Acosta y Rutilia Ramírez Sánchez; bajo la revisión y ajustes de los siguientes profesionales: Zonia Maricel Centurión Benítez, Carmen Susana Benítez Prieto, Sixta María Sosa Araujo, Sonia Raquel Martínez Hermosilla y Dalia Rocío Larrosa de Moreno.

La unidad 3 correspondiente a Derivada, lo introduce con una breve reseña histórica y desarrolla el concepto mediante la tasa de variación media.

Actividades

<i>N° de clase</i>	<i>Tiempo</i>	<i>Tema</i>
1	120 minutos.	<i>Revisando conocimientos previos: A recordar álgebra, trigonometría, geometría analítica y límite.</i>
2	120 minutos.	<i>Una mirada histórica del Cálculo y la Derivada</i>
3	120 minutos.	<i>Definición de derivada: La regla de los cinco pasos</i>
4	120 minutos.	<i>La derivada y su interpretación geométrica</i>
5	120 minutos.	<i>La derivada y sus reglas</i>
6	120 minutos.	<i>Álgebra de las derivadas</i>
7	120 minutos.	<i>Problemas de la vida cotidiana I: Aplicaciones en Economía</i>
8	120 minutos.	<i>Problemas de la vida cotidiana II: Aplicaciones en Física</i>
9	120 minutos.	<i>Problemas de la vida cotidiana III: Aplicaciones en Biología</i>
10	120 minutos.	<i>Reflexión sobre la importancia de la Derivada</i>

Clase N°	1
Concepto a desarrollar	Revisión de contenidos
Indicadores	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Enuncia la regla del cuadrado de un binomio y del cubo de un binomio. ✓ Aplica la regla del cuadrado de un binomio y cubo de un binomio. ✓ Resuelve problemas sobre funciones trigonométricas del triángulo rectángulo. ✓ Ubica puntos en el plano cartesiano. ✓ Halla la pendiente y el ángulo de inclinación de una recta.
Nombre de la actividad	Revisando conocimientos previos: A recordar álgebra, trigonometría y geometría analítica.
Descripción de las estrategias de enseñanza	<p>Para empezar el estudio de la derivada, es importante que los estudiantes manejen ciertos contenidos, es así que la primera clase se hará un recorrido por los diferentes temas que los alumnos necesitarán para la comprensión del concepto de derivada.</p> <p>En un primer momento, se trabajará el cuadrado y el cubo de un binomio, para ello se enunciará las respectivas reglas y luego se aplicará con ejemplos.</p> <p>Entre los ejemplos, se recomienda los siguientes:</p> $(x + \Delta x)^2 = \dots\dots\dots$ $(x + \Delta x)^3 = \dots\dots\dots$ <p>Luego, se desarrollará casos de factorización. Entre los casos de factoreo, se enfatizará el factor común, trinomio cuadrado perfecto y diferencia de cuadrados.</p> <p>Se utilizarán los siguientes ejemplos:</p> $2 \Delta x^2 + 5 \Delta x + 7 \Delta x^3 = \dots\dots\dots$ $\Delta x^2 - \Delta y^2 = \dots\dots\dots$ $\Delta x^2 - 2 \Delta x \Delta y + \Delta y^2 = \dots\dots\dots$ <p>Siguiendo con la clase es necesario recordar algunas funciones trigonométricas del triángulo rectángulo: seno, coseno y tangente. Para tal efecto, el docente escribe las fórmulas en la pizarra, y las mismas se aplican en la resolución de una situación problemática del entorno siguiendo los pasos de Polya.</p> <p>Para un cumpleaños Fernando desea amarrar unos globos en lo alto de una pared de 4,33 m de altura. ¿Cuál debe ser la longitud de la escalera que el joven coloca de tal manera que forme un ángulo de 60° con el piso?</p>

	<p><i>Por último, se desarrollará conceptos básicos de la geometría analítica: ubicación de puntos en el plano cartesiano, pendiente de una recta y ángulo de inclinación.</i></p> <p><i>Dados los puntos: A (2, 5) y B (6, 7). Ubicar en el plano cartesiano, calcular la pendiente y el ángulo de inclinación. Determina la ecuación de la recta que pasa por dichos puntos.</i></p> <p><i>Para esta clase se tendrá en cuenta el: Trabajo Individual (ver anexo A)</i></p>
<p><i>Posibles dificultades que tendrá el estudiante en la comprensión de este tema</i></p>	<p><i>Entre las posibles dificultades que tendrán los estudiantes se pueden mencionar: uso de la calculadora, ubicación de puntos en el plano cartesiano y algunas operaciones algebraicas.</i></p>
<p><i>¿Qué aspectos pretende evaluar?</i></p>	<p><i>Se pretende evaluar los conocimientos previos de los estudiantes a través de ejercicios y problemas sencillos.</i></p>
<p><i>¿Qué métodos e instrumentos de evaluación utilizará?</i></p>	<p><i>Procedimientos evaluativos: Pruebas y Observación.</i></p> <p><i>Instrumentos de evaluación: Prueba Escrita y Lista de Cotejo.</i></p> <p><i>Puntaje de la clase: 5 pts. (1 punto por cada indicador logrado)</i></p>

Clase N°	2
Concepto a desarrollar	<i>Historia del Cálculo y la Derivada</i>
Indicadores	<ul style="list-style-type: none"> ✓ <i>Identifica cuáles son los motivos del desarrollo del Cálculo.</i> ✓ <i>Comenta rasgos principales de los precursores del Cálculo.</i> ✓ <i>Realiza un mapa conceptual sobre antecedentes históricos de la derivada.</i>
Nombre de la actividad	<i>Una mirada histórica del Cálculo y la Derivada</i>
Descripción de las estrategias de enseñanza	<p><i>Para esta actividad se procederá al trabajo de manera grupal y con la utilización del Smartphone.</i></p> <p><i>Los estudiantes deberán formar grupos de 3 o 4 integrantes y deberán seguir los pasos de la Guía de Trabajo (Ver anexo B).</i></p>
Posibles dificultades que tendrá el estudiante en la comprensión de este tema	<i>Entre las posibles dificultades que tendrán los estudiantes se pueden mencionar: el mal uso de la herramienta tecnológica, la falta de comunicación entre los integrantes del grupo y el excesivo vocabulario técnico de las informaciones.</i>
¿Qué aspectos pretende evaluar?	<i>Se pretende evaluar el nivel de síntesis de los estudiantes cuando se tienen informaciones teóricas respecto a un determinado tema.</i>
¿Qué métodos e instrumentos de evaluación utilizará?	<p><i>Procedimientos evaluativos: Pruebas y Observación.</i></p> <p><i>Instrumentos de evaluación: Prueba Oral y práctica. Lista de Cotejo.</i></p> <p><i>Puntaje de la clase: 3 pts. (1 punto por cada indicador logrado)</i></p>

Clase N°	3
Concepto a desarrollar	Definición de derivada
Indicadores	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Enuncia la definición de derivada. ✓ Escribe la regla de los 5 pasos. ✓ Deriva funciones lineales aplicando la regla de los cinco pasos. ✓ Deriva funciones cuadráticas aplicando la regla de los cinco pasos. ✓ Deriva funciones cúbicas aplicando la regla de los cinco pasos.
Nombre de la actividad	Definición de derivada: La regla de los 5 pasos.
Descripción de las estrategias de enseñanza	<p>Una forma más sencilla para la comprensión del concepto de derivada se denomina: “Regla de los 5 pasos”.</p> <p>La regla cuenta con los pasos siguientes:</p> <p>Paso 1: Expresar la función en términos de y.</p> <p>Paso 2: Incrementar las variables x e y. El incremento de x es $x + \Delta x$ y el incremento de y es $y + \Delta y$.</p> <p>Paso 3: Se resta el paso 1 del paso 2.</p> <p>Paso 4: Se divide todo por Δx.</p> <p>Paso 5: Se halla el límite del cociente incremental.</p> <p>Una vez definida la derivada y enunciada la regla de los cinco pasos, mediante una explicación dirigida se calcula la derivada de la función lineal, cuadrática y cúbica.</p> <p>A modo de ilustración se muestra el proceso:</p> <p>Sea la función: $f(x) = 5x^2 + 6x + 3$ hallar $f'(x)$</p> <p>Paso 1: $y = 5x^2 + 6x + 3$</p> <p>Paso 2: $y + \Delta y = 5(x + \Delta x)^2 + 6(x + \Delta x) + 3$</p> $y + \Delta y = 5(x^2 + 2x\Delta x + \Delta x^2) + 6(x + \Delta x) + 3$ $y + \Delta y = 5x^2 + 10x\Delta x + 5\Delta x^2 + 6x + 6\Delta x + 3$ <p>Paso 3: $y + \Delta y - y = 5x^2 + 10x\Delta x + 5\Delta x^2 + 6x + 6\Delta x + 3 - 5x^2 - 6x - 3$</p> $\Delta y = 10x\Delta x + 5\Delta x^2 + 6\Delta x$

	<p><i>Paso 4:</i></p> $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{10x \Delta x + 5\Delta x^2 + 6\Delta x}{\Delta x} = \frac{\Delta x (10x + 5\Delta x + 6)}{\Delta x}$ $\frac{\Delta y}{\Delta x} = 10x + 5\Delta x + 6$ <p><i>Paso 5:</i></p> $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} 10x + 5\Delta x + 6 = 10x + 5 \cdot 0 + 6 = 10x + 6$ <p><i>Por lo tanto la derivada es: $f'(x) = 10x + 6$</i></p> <p><i>Luego se procede al trabajo individual (Ver anexo C).</i></p>
<p><i>Posibles dificultades que tendrá el estudiante en la comprensión de este tema</i></p>	<p><i>Entre las principales dificultades para la comprensión de este tema se pueden mencionar las algebraicas: operaciones algebraicas (suma y resta), factorización (Caso I: factor común), productos notables (cuadrado de un binomio) y la propiedad distributiva del producto respecto a la suma.</i></p>
<p><i>¿Qué aspectos pretende evaluar?</i></p>	<p><i>Aplicación de algoritmos para el cálculo de derivadas.</i></p>
<p><i>¿Qué métodos e instrumentos de evaluación utilizará?</i></p>	<p><i>Procedimientos evaluativos: Pruebas y Observación.</i></p> <p><i>Instrumentos de evaluación: Prueba Escrita y. Lista de Cotejo.</i></p> <p><i>Puntaje de la clase: 5 pts. (1 punto por cada indicador logrado)</i></p>

Clase N°	4
Concepto a desarrollar	<i>Interpretación Geométrica de la derivada</i>
Indicadores	<ul style="list-style-type: none"> ✓ <i>Interpreta geoméricamente el concepto de derivada.</i> ✓ <i>Halla la ecuación de la recta tangente a una curva.</i> ✓ <i>Halla la ecuación de la recta normal a una curva en el punto de tangencia.</i> ✓ <i>Verifica los resultados obtenidos a través de los gráficos trazados.</i> ✓ <i>Resuelve problemas sobre la interpretación geométrica de la derivada.</i>
Nombre de la actividad	<i>La derivada y su interpretación geométrica</i>
Descripción de las estrategias de enseñanza	<p><i>Para esta actividad se trabajará mediante una actividad de intuición guiada que luego se contrastará con una actividad con recursos teóricos. (Ver anexo D)</i></p> <p><i>Luego, se introducirá una situación problemática que los estudiantes deberán resolver aplicando los métodos de Polya.</i></p>
Posibles dificultades que tendrá el estudiante en la comprensión de este tema	<i>La dificultades que los alumnos presentan para este contenido se dividen en dos aspectos: El primero, se refiere a los conocimientos previos de la geometría analítica: ubicar puntos en el plano cartesiano y graficar funciones. El segundo, hace referencia a la utilización de instrumentos auxiliares como calculadores y transportadores.</i>
¿Qué aspectos pretende evaluar?	<i>La comprensión del concepto de derivada mediante su interpretación geométrica.</i>
¿Qué métodos e instrumentos de evaluación utilizará?	<p><i>Procedimientos evaluativos: Pruebas y Observación.</i></p> <p><i>Instrumentos de evaluación: Prueba Escrita y Práctica. Lista de Cotejo.</i></p> <p><i>Puntaje de la clase: 5 pts. (1 punto por cada indicador logrado)</i></p>

Clase N°	5
Concepto a desarrollar	Reglas prácticas de derivación
Indicadores	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Aplica las reglas prácticas de derivación para derivar funciones. ✓ Identifica cuando es necesario aplicar las reglas prácticas de derivación. ✓ Construye una tabla sobre reglas prácticas de derivación.
Nombre de la actividad	La derivada y sus reglas
Descripción de las estrategias de enseñanza	<p>Para el desarrollo de este contenido, los estudiantes necesitarán un pedazo de cartón y marcadores, pues construirán una tabla de derivación que les facilitará al momento de realizar ejercicios más complejos y resolver situaciones problemáticas.</p> <p>Una vez construidas las tablas de derivación, mediante ejemplos y aplicando una metodología tradicional, el docente deberá mostrar cómo aplicar las reglas prácticas de derivación.</p> <p>La tabla de derivadas debe incluir: derivada de una constante, derivada de una función lineal, derivada de x^n, derivada de una constante por una función, derivada de la función seno, derivada de la función coseno, derivada de la función tangente, derivada de la función logaritmo natural, derivada de e^x, derivada de la función logarítmica y derivada de la función exponencial.</p> <p>Por último, los estudiantes deberán resolver los ejercicios propuestos en la guía de trabajo (Ver anexo E).</p>
Posibles dificultades que tendrá el estudiante en la comprensión de este tema	En el desarrollo de este contenido, los alumnos tienen dificultades para identificar los tipos de funciones. Si bien los ejercicios son sencillos y pueden valerse de una tabla, a los estudiantes les cuesta clasificar las funciones; pero una vez que lo logran, les resultan muy sencillos derivarlos.
¿Qué aspectos pretende evaluar?	Se pretende evaluar la capacidad de los alumnos para identificar el tipo de función y la regla correspondiente para derivarlos.
¿Qué métodos e instrumentos de evaluación utilizará?	<p>Procedimientos evaluativos: Pruebas y Observación.</p> <p>Instrumentos de evaluación: Prueba Escrita y Lista de Cotejo.</p> <p>Puntaje de la clase: 3 pts. (1 punto por cada indicador logrado)</p>

Clase N°	6
Concepto a desarrollar	Álgebra de las derivadas
Indicadores	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Aplica la regla de la suma algebraica para derivar funciones. ✓ Aplica la regla del producto para derivar funciones. ✓ Aplica la regla del cociente para derivar funciones. ✓ Aplica la regla de la cadena para derivar funciones. ✓ Extiende la tabla sobre reglas prácticas de derivación en relación a la regla de la cadena. ✓ Resuelve problemas aplicando el álgebra de derivadas.
Nombre de la actividad	Álgebra de las derivadas
Descripción de las estrategias de enseñanza	<p>Para el desarrollo de este contenido, ampliamos nuestra tabla de derivación construida en la clase anterior.</p> <p>Luego, mediante una clase guiada, se muestran ejemplos de cada regla de derivación.</p> <p>Así mismo, se desarrolla la regla de la cadena de la siguiente manera:</p> <p>Llamo a la función interna como “hija” y a la función externa como “madre”, es decir, la regla de la cadena, en un vocabulario más didáctico enuncio de la siguiente manera: La derivada de funciones compuestas es igual a la derivada de la madre multiplicada por la derivada de la hija.</p> <p>Ejemplo:</p> <p>Halla la derivada de: $y = \text{sen } x^2$</p> <p>En este ejercicio, la función externa es seno (madre) y la función interna es x^2 (hija), por lo tanto su derivada es:</p> $y' = \cos x^2 \cdot (x^2)'$ $y' = 2x \cos x^2$ <p>Por último, se plantea a los estudiantes un ejercitario con 10 ejercicios y una situación problemática sobre la vida cotidiana (ver anexo F).</p>

<i>Posibles dificultades que tendrá el estudiante en la comprensión de este tema</i>	<i>Para este contenido, las dificultades también se tornan en relación a los contenidos básicos del álgebra, en especial a la propiedad distributiva, leyes de los exponentes y casos de factorización.</i>
<i>¿Qué aspectos pretende evaluar?</i>	<i>Se pretende evaluar la capacidad de los alumnos para identificar el tipo de operación y la regla correspondiente para derivarlos.</i>
<i>¿Qué métodos e instrumentos de evaluación utilizará?</i>	<i>Procedimientos evaluativos: Pruebas y Observación. Instrumentos de evaluación: Prueba Escrita y. Lista de Cotejo. Puntaje de la clase: 5 pts. (1 punto por cada indicador logrado)</i>

Clase N°	7
Concepto a desarrollar	<i>Resolución de Problemas</i>
Indicadores	✓ <i>Aplica los pasos propuesto por Polya para resolver problemas: Comprensión del problema, Concepción de un plan, Ejecución del plan y visión retrospectiva.</i>
Nombre de la actividad	<i>Problemas de la vida cotidiana I: Aplicaciones en Economía</i>
Descripción de las estrategias de enseñanza	<p><i>A partir de esta clase, se enfatizará la resolución de problemas con los pasos propuestos por Polya.</i></p> <p><i>En este sentido, se desarrollará primeramente los criterios de la primera y segunda derivada.</i></p> <p><i>En esta clase se desarrollará tres problemas de aplicación de derivadas en Economía (Ver anexo G).</i></p>
Posibles dificultades que tendrá el estudiante en la comprensión de este tema	<i>Las posibles dificultades para el desarrollo de este tema podrían ser: comprensión del enunciado del problema, dificultades algebraicas y la verificación de los resultados.</i>
¿Qué aspectos pretende evaluar?	<i>Se pretende evaluar la habilidad de los estudiantes para resolver problemas de la vida cotidiana aplicando el concepto de derivada.</i>
¿Qué métodos e instrumentos de evaluación utilizará?	<p><i>Se utilizará el trabajo práctico, atendiendo los siguientes puntos:</i></p> <p><i>a-) Identifica los datos e incógnita del problema. 1p.</i></p> <p><i>b-) Plantea correctamente el problema. 1p.</i></p> <p><i>c-) Aplica el concepto de derivada en la solución del problema. 1p.</i></p> <p><i>d-) Utiliza la regla y/o procedimiento adecuado para resolver el problema. 1p.</i></p> <p><i>e-) Llega a la solución correcta del problema. 1p.</i></p>

Clase N°	8
Concepto a desarrollar	Resolución de Problemas
Indicadores	✓ <i>Aplica los pasos propuesto por Polya para resolver problemas: Comprensión del problema, Concepción de un plan, Ejecución del plan y visión retrospectiva.</i>
Nombre de la actividad	<i>Problemas de la vida cotidiana II: Aplicaciones en Física</i>
Descripción de las estrategias de enseñanza	<i>A partir de esta clase, se enfatizará la resolución de problemas con los pasos propuestos por Polya. En esta clase se desarrollará cuatro problemas de aplicación de derivadas en Física (Ver anexo H).</i>
Posibles dificultades que tendrá el estudiante en la comprensión de este tema	<i>Las posibles dificultades para el desarrollo de este tema podrían ser: comprensión del enunciado del problema, dificultades algebraicas y la verificación de los resultados.</i>
¿Qué aspectos pretende evaluar?	<i>Se pretende evaluar la habilidad de los estudiantes para resolver problemas de la vida cotidiana aplicando el concepto de derivada.</i>
¿Qué métodos e instrumentos de evaluación utilizará?	<i>Se utilizará el trabajo práctico, atendiendo los siguientes puntos:</i> <i>a-) Identifica los datos e incógnita del problema. 1p.</i> <i>b-) Plantea correctamente el problema. 1p.</i> <i>c-) Aplica el concepto de derivada en la solución del problema. 1p.</i> <i>d-) Utiliza la regla y/o procedimiento adecuado para resolver el problema. 1p.</i> <i>e-) Llega a la solución correcta del problema. 1p.</i>

Clase N°	9
Concepto a desarrollar	<i>Resolución de Problemas</i>
Indicadores	✓ <i>Aplica los pasos propuesto por Polya para resolver problemas: Comprensión del problema, Concepción de un plan, Ejecución del plan y visión retrospectiva.</i>
Nombre de la actividad	<i>Problemas de la vida cotidiana III: Aplicaciones en el Crecimiento Poblacional</i>
Descripción de las estrategias de enseñanza	<i>A partir de esta clase, se enfatizará la resolución de problemas con los pasos propuestos por Polya. En esta clase se desarrollará un problema de aplicación de derivadas en el crecimiento poblacional (Ver anexo I).</i>
Posibles dificultades que tendrá el estudiante en la comprensión de este tema	<i>Las posibles dificultades para el desarrollo de este tema podrían ser: comprensión del enunciado del problema, dificultades algebraicas y la verificación de los resultados.</i>
¿Qué aspectos pretende evaluar?	<i>Se pretende evaluar la habilidad de los estudiantes para resolver problemas de la vida cotidiana aplicando el concepto de derivada.</i>
¿Qué métodos e instrumentos de evaluación utilizará?	<i>Se utilizará el trabajo práctico, atendiendo los siguientes puntos:</i> <i>a-) Identifica los datos e incógnita del problema. 1p.</i> <i>b-) Plantea correctamente el problema. 1p.</i> <i>c-) Aplica el concepto de derivada en la solución del problema. 1p.</i> <i>d-) Utiliza la regla y/o procedimiento adecuado para resolver el problema. 1p.</i> <i>e-) Llega a la solución correcta del problema. 1p.</i>

Clase N°	10
Concepto a desarrollar	Importancia de la derivada
Indicadores	✓ <i>Escribe la importancia del concepto de la derivada en la vida cotidiana.</i>
Nombre de la actividad	<i>Reflexión sobre la importancia de la Derivada</i>
Descripción de las estrategias de enseñanza	<i>En esta clase, se utilizará el ensayo como técnica interesante para que los alumnos, de acuerdo a las sesiones desarrolladas, puedan escribir la importancia de la resolución de problemas para la comprensión del concepto de derivada (Ver anexo J).</i>
Posibles dificultades que tendrá el estudiante en la comprensión de este tema	<i>La dificultad para la comprensión de este tema puede hacer referencia a la expresión escrita de los estudiantes.</i>
¿Qué aspectos pretende evaluar?	<i>La reflexión crítica de los estudiantes sobre la importancia del concepto de derivada.</i>
¿Qué métodos e instrumentos de evaluación utilizará?	<i>El ensayo se calificará de la siguiente manera: a-) Menciona la importancia de la derivada. 1p. b-) Expresa ejemplos donde se utiliza la derivada. 1p. c-) Contiene la estructura adecuada de un ensayo (inicio, desarrollo y cierre) 1p.</i>

Anexo A

Trabajo Individual

Actividad: Revisando conocimientos previos: A recordar álgebra, trigonometría y geometría analítica.

I-) Desarrolla cada uno de los siguientes productos notables:

• $(m + \Delta m)^2 =$

• $(y + \Delta y)^2 =$

• $(k + \Delta k)^3 =$

• $(t + \Delta t)^3 =$

II-) Factoriza cada una de las siguientes expresiones:

• $4 \Delta x^2 - 9 \Delta y^2 =$

• $\Delta x^2 + 10 \Delta x + 25 =$

• $3 \Delta x^2 + 9x \Delta x =$

• $15 \Delta x^2 + 10 \Delta x^3 + 25 \Delta x =$

III-) Dados los puntos: P (4, 5) y Q (6, 7) se pide:

a- Ubicar los puntos en el plano cartesiano y trazar la recta que pasa por ambos puntos, calcular la pendiente y el ángulo de inclinación de la recta trazada.

b- Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos P y Q.

IV-) Resuelve el siguiente problema:

A cierta hora del día la sombra de un cocotero es de 12 m. Si se forma un ángulo de elevación de $50^\circ 23' 34''$. Hallar la altura del cocotero.

Paso 1: Comprensión del problema

Paso 2: Concepción del plan



Paso 3: Ejecución del plan

Paso 4: Visión Retrospectiva

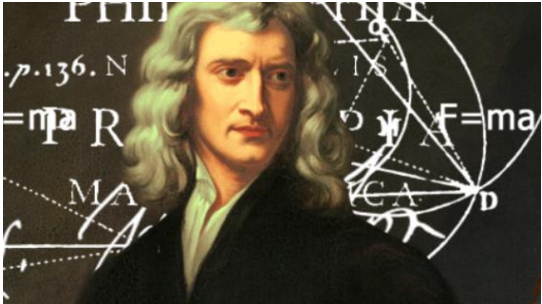

Anexo B

Guía de Trabajo

Actividad: Una mirada histórica del Cálculo y la Derivada

Forma grupos de 3 o 4 integrantes, con ayuda de un Smartphone, responde a las siguientes interrogantes:

I-) A continuación se presenta una tabla con las fotografías de dos grandes matemáticos que estudiaron la derivada: Newton y Leibniz. Completar la tabla con los datos solicitados.

<i>Isaac Newton</i>	<i>Leibniz</i>
	
<i>Año de nacimiento:</i>	<i>Año de nacimiento:</i>
<i>Año de deceso:</i>	<i>Año de deceso:</i>
<i>Formación Académica:</i>	<i>Formación Académica:</i>
<i>Lugar de origen:</i>	<i>Lugar de origen:</i>
<i>Obras:</i>	<i>Obras:</i>
<i>Aportes en matemática:</i>	<i>Aportes en matemática:</i>

II-) Escribir en 10 renglones la historia de la derivada:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

III-) Realizar un mapa conceptual sobre la evolución histórica de la derivada:



Anexo C

Trabajo Individual

Actividad: Definición de derivada: La regla de los 5 pasos.

I-) En cada caso, halla la derivada de la función aplicando la regla de los cinco pasos:

a-) $f(x) = 2x - 8$

Paso 1:
Paso 2:
Paso 3:

b-) $f(x) = 2x^2 + 9x - 3$

Paso 1:
Paso 2:
Paso 3:

c-) $f(x) = 3x^3 + 5x^2 - 4x - 1$

Paso 1:
Paso 2:
Paso 3:

II-) Resuelve la siguiente situación problemática:

En la clase de Matemática, Josué resolvió un ejercicio de derivada a través de la regla de los 5 pasos; pero el profesor le mencionó que su demostración tenía un error.

A continuación, se presenta la forma de como Josué realizó el ejercicio:

$$\text{Sea } f(x) = 8x + 4$$

$$\text{Paso 1: } y = 8x + 4$$

$$\text{Paso 2: } y + \Delta y = 8(x + \Delta x) + 4$$

$$y + \Delta y = 8x + \Delta x + 4$$

$$\text{Paso 3: } y + \Delta y - y = 8x + \Delta x + 4 - 8x - 4$$

$$\Delta y = \Delta x$$

$$\text{Paso 4: } \Delta y / \Delta x = \Delta x / \Delta x$$

$$\Delta y / \Delta x = 1$$

$$\text{Paso 5: } \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = 1$$

$$\text{La derivada es: } f'(x) = 1$$



Encuentra el error cometido por Josué y resuélvelo correctamente.

.....

.....

.....

Anexo D

Actividad guiada

Actividad: La derivada y su interpretación geométrica

Materiales a utilizar: regla, transportador, calculadora.

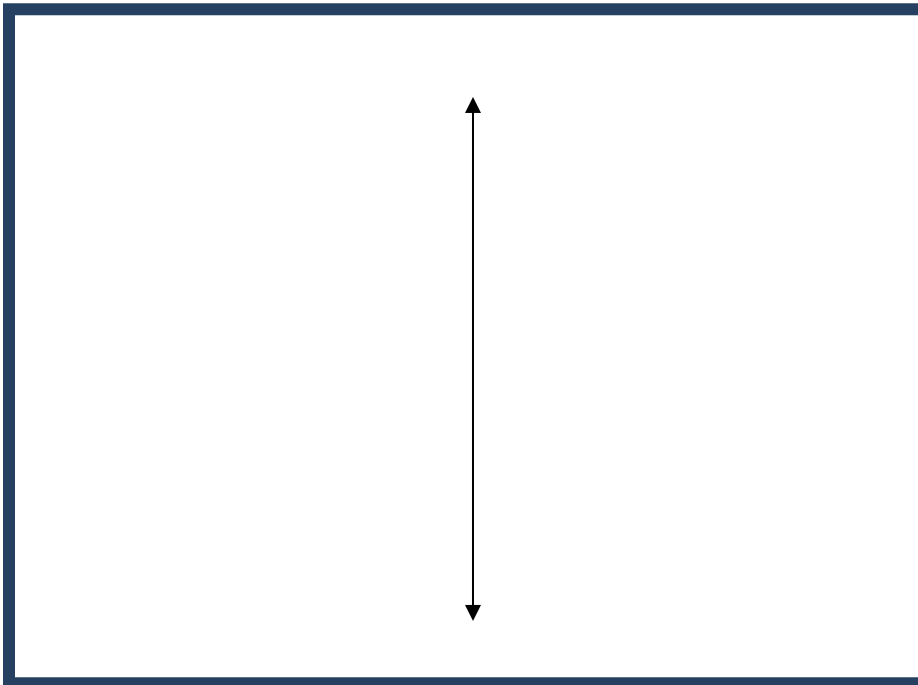
Parte I: La intuición

I-) Graficamos la función cuadrática: $f(x) = x^2 - 5x + 6$

Para ello, nos valemos de la siguiente tabla:

<i>X</i>	<i>-1</i>	<i>0</i>	<i>1</i>	<i>1,5</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>
<i>y</i>								

Luego, trazamos la gráfica en el plano cartesiano:



II-) En la gráfica anterior, seleccionamos uno de los puntos, y a partir de ella, trazamos una recta que sea tangente a la misma.

III-) Con ayuda del transportador medimos el ángulo que la recta forma con el eje de las abscisas y registramos el resultado.

Parte 2: Aplicación de derivada

I-) Derivamos la función: $f(x) = x^2 - 5x + 6$, aplicando la regla de los 5 pasos:

Paso 1:

.....
.....

Paso 2:

.....
.....

Paso 3:

.....
.....

Paso 4:

.....
.....

Paso 5:

.....
.....

II-) En el resultado obtenido, sustituimos el valor de la abscisa del punto que seleccionamos en la experiencia anterior:

.....
.....

III-) Con ayuda de la calculadora, hallamos el arco tangente del resultado anterior:

.....
.....

IV-) Hallamos la ecuación de la recta tangente, usando la ecuación punto – pendiente, en donde $m = f'(x)$ y el $P(x, y)$ es el punto seleccionado.

.....
.....

Respondemos:

¿Cómo son los valores de los ángulos encontrados en la Parte 1 y en le Parte 2? ¿Son aproximados?

.....
.....

.....
.....

¿A que representa la derivada geoméricamente?

.....
.....

.....
.....

Parte 3: Resolvemos problemas

I-) Calcula la ecuación de la recta tangente a la curva $f(x) = (x + 3)^2$, en el punto $P (0, 9)$.

Graficar

II-) Calcula la pendiente de la función $f(x) = x^2$ en el punto cuya abscisa es $x = 1$.

III-) Calcula la recta tangente y normal a la curva $f(x) = x^3$, en el punto cuya abscisa es $x=0$. Graficar

Anexo E

Guía de trabajo

Actividad: La derivada y sus reglas

I-) Une con flechas cada función con su derivada:

- $f(x) = \pi$
- $f(x) = x^{12}$
- $f(x) = x^{-9}$
- $f(x) = 4x^8$
- $f(x) = 4x^7$
- $f(x) = 5 \operatorname{sen} x$
- $f(x) = 5 \operatorname{cos} x$
- $f(x) = 7 \operatorname{sec} x$
- $f(x) = 3 \ln x$
- $f(x) = \pi e^x$
- $f'(x) = 32x^7$
- $f'(x) = 28x^6$
- $f'(x) = 7 \operatorname{sec} x \operatorname{tg} x$
- $f'(x) = 0$
- $f'(x) = -5 \operatorname{sen} x$
- $f'(x) = 12x^{11}$
- $f'(x) = 3/x$
- $f'(x) = \pi e^x$
- $f'(x) = -9x^{-10}$
- $f'(x) = 5 \operatorname{cos} x$

II-) Resolver los siguientes problemas:

a-) Halla la ecuación de la recta tangente a la curva $y = \ln x$ en el punto cuya abscisa es $x = e^2$. Graficar.

b-) Encuentra la ecuación de la recta tangente y normal de la función $f(x) = \sin x$ en el punto cuya abscisa es $x = \pi$

III-) Contesta:

Francois le Lionnais, escritor de ciencia y maestro escribió lo siguiente: “¿Quién no se ha asombrado al saber que la función $y = e^x$, como el ave fénix que renace de sus cenizas, es su propia derivada?”. A qué hace referencia dicha pregunta. Fundamenta tu respuesta.



Anexo F

Ejercitario

Actividad: Álgebra de las derivadas

I-) Deriva las siguientes funciones aplicando el álgebra de las derivadas:

1) $y = 1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5 =$

2) $y = x^{24} + 2x^{12} + 3x^8 + 4x^6 =$

3) $y = (x^3 - 5)(2x + 3) =$

4) $y = (5x^2 - 3)(7x^3 + x) =$

5) $y = x^{-5} + x^5 =$

6) $y = (3x - 2)/5x =$

7) $y = \sec x - \sqrt{2} \operatorname{tg} x =$

8) $y = \operatorname{sen} x \cdot \operatorname{cox} x =$

9) $y = (4x^2 - 7x)^{-10} =$

10) $y = \ln(2x^2 + 4x + 2) =$

II-) Resuelve la siguiente situación problemática:

Sea la función: $y = \sqrt{4 - x^2}$ Hallar la ecuación de la recta tangente y normal en el punto $P(0, 2)$.

Paso 1: Comprensión del problema

Paso 2: Concepción de un plan

Paso 3: Ejecución del plan

Paso 4: Visión Retrospectiva

Anexo G

Problemas de Aplicación de derivadas

Actividad: Problemas de la vida cotidiana I: Aplicaciones en Economía

En cada caso, resuelve las situaciones problemáticas, aplicando los pasos propuestos por Polya. Una vez terminado, compara tus respuestas con los compañeros.

Importante:

Tres funciones de importancia para un economista o un fabricante son:

$C(x)$: costo total de producción de x unidades de un producto durante algún periodo de tiempo.

$R(x)$: ingreso total de la venta de x unidades de un producto durante algún periodo de tiempo.

$P(x)$: ganancia total obtenida por la venta de x unidades de un producto durante algún periodo de tiempo.

Éstas se denominan respectivamente: función de costo, función de ingresos, función de ganancia. Si se venden todas las unidades producidas, estas funciones se relacionan de la siguiente manera:

$$P(x) = R(x) - C(x)$$

Problema 1:

Una forma líquida de penicilina fabricada por un laboratorio farmacéutico se vende al mayoreo a un precio de \$ 200 por unidad. Si el costo total de producción (en pesos) de x unidades es:

$$C(x) = 50.000 + 80x + 0,003x^2$$

y si la capacidad de producción es a lo sumo de 30.000 unidades en un tiempo establecido, ¿Cuántas unidades de penicilina deben fabricarse y venderse en ese tiempo para maximizar la ganancia?



Paso 1: Comprensión del problema

Paso 2: Concepción de un plan

Paso 3: Ejecución del plan

Paso 4: Visión Retrospectiva

Problema 2:

Un laboratorio químico vende ácido sulfúrico al mayoreo a un precio de 100 dólares por unidad. Si el costo de producción total diario en dólares por x unidades es:

$$C(x) = 100.000 + 50x + 0,0025x^2$$

y la capacidad de producción diaria es a lo sumo de 7.000 unidades, ¿ Cuántas unidades de ácido sulfúrico deben manufacturarse y venderse diariamente para maximizarse la ganancia?



Problema 3:

El costo total C de construcción de un edificio de n pisos está expresado por:

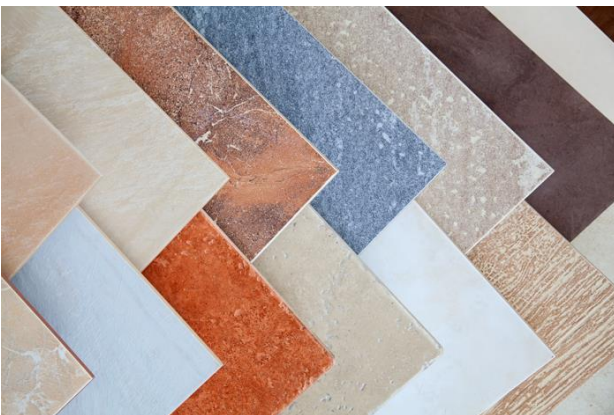
$$C(n) = 2n^2 + 300n + 320$$

a) Expresa el costo medio por piso C_m en función de n .

b) Calcula el número de pisos a construir para que el costo medio por piso sea Mínimo.

La respuesta deberá ser un número entero.

c) Si C está expresado en miles de dólares, calcula el costo total del edificio.



Anexo H

Problemas de Aplicación de derivadas

Actividad: Problemas de la vida cotidiana II: Aplicaciones en Física

En cada caso, resuelve las situaciones problemáticas, aplicando los pasos propuestos por Polya. Una vez terminado, compara tus respuestas con los compañeros.

Observación:

La primera derivada de una función horaria $s=f(t)$ se denomina función de velocidad instantánea o simplemente la función de la velocidad de la partícula.

La segunda derivada de una función horaria $s=f(t)$ permite calcular la aceleración.

Problema 1:

La función de posición de un objeto que se deja caer desde un edificio de 380 m sobre el nivel de la calle puede modelarse mediante la expresión: $S=f(t) = 380 - 5 t^2$ en unidades del Sistema Internacional (espacio en metros y tiempo en segundos). Se pide:

- a) La función horaria de la velocidad del objeto.*
- b) Encuentre el intervalo de tiempo en el que la función de velocidad es válida.*
- c) ¿Cuál es la velocidad del objeto cuando llega al suelo?*



Problema 2:

En el intervalo de temperatura entre 0° y 700° Celsius la Resistencia R [en ohms (Ω)] de cierto termómetro de resistencia de platino está dada por:

$$R(T) = 10 + 0,04124 T - 1,779 \cdot 10^{-5} T^2 \text{ donde } T \text{ es la temperatura en Celsius.}$$

¿En qué parte del intervalo de 0° a 700° Celsius la resistencia del termómetro es más y menos sensible a los cambios de temperatura?



Problema 3:

Puesto que la Luna carece de atmósfera, un objeto que cae en ella no encuentra resistencia del aire. En 1971, el astronauta David Scott verificó que una pluma de ave y un martillo caen con la misma velocidad. La función posición para cada uno de esos objetos es:

$$S(t) = 2 - 0,81 t^2$$

Donde S es la altura en metros y t el tiempo en segundos.

¿Cuál es la relación entre la fuerza de gravedad de la Tierra respecto a la de la Luna?

(Considerar que la gravedad terrestre es $9,8 \text{ m/s}^2$)



Problema 4:

Movimiento armónico

El desplazamiento de su posición de equilibrio para un objeto en movimiento armónico situado al extremo de un muelle es:

$$S(t) = \frac{1}{2} \cos 12t - \frac{1}{4} \sin 12t$$

Donde S se mide en pies y t en segundos.

Determinar la posición y la velocidad del objeto cuando $t = \pi/8$ seg.



Anexo H

Problemas de Aplicación de derivadas

Actividad: Problemas de la vida cotidiana III: Aplicaciones en el crecimiento Poblacional

En cada caso, resuelve las situaciones problemáticas, aplicando los pasos propuestos por Polya. Una vez terminado, compara tus respuestas con los compañeros.

Un modelo matemático para estudiar la variación de la población mundial P ha supuesto que la misma está expresada por : $P(T) = 5.e^{0.0278t}$ con P en miles de millones de personas y t en años.

En este modelo se han considerado constantes la tasa de natalidad (nacimientos por año) y de mortalidad (defunciones por año).

Tomando $t= 0$ en el año 1987:

- a) Calcula la tasa de variación instantánea de la población en el año 1987.*
- b) Calcula la población prevista para el año 2005 y la tasa de variación instantánea en ese año.*



Anexo J

Actividad: Reflexión sobre la importancia de la derivada

Elabora un ensayo sobre la importancia de la derivada en la vida cotidiana, siguiendo los siguientes criterios de valoración:

a-) Menciona la importancia de la derivada. 1p.

b-) Expresa ejemplos donde se utiliza la derivada. 1p.

c-) Contiene la estructura adecuada de un ensayo (inicio, desarrollo y cierre) 1p.

Bibliografía

- Abarca, N. (2007). La enseñanza del cálculo diferencial e integral mediante la resolución de problemas, una propuesta motivadora. *Revista Tecnociencia Universitaria Bolivia* (p. 24 – 26). Recuperado en: <http://www.revistasbolivianas.org.bo/pdf/rtc/v5n5/v5n5a05.pdf>.
- Alaniz, J., Espejel, R., Flores, M., Luna, A. & Martínez, A. *Cálculo Diferencial e Integral. Fascículo 2: La función derivada.* Recuperado en: http://www.conevyt.org.mx/bachillerato/material_bachilleres/cb6/5sempdf/cad2pdf/calculo1_fasc2.pdf
- Howard, A. (2009). *Cálculo: Transcendentes tempranas. 2º edición.* Editorial Limusa Wiley. México.
- Larson, R. Edward, B. (2010). *Cálculo de una variable. Novena Edición.* McGRAW HILL Interamericana Editores SA de CV. México DF.
- Pérez, J. (2008). *Calculo Diferencial e Integral de funciones de una variable.* Universidad de Granada. Departamento de Análisis Matemático. Recuperado en: http://www.ugr.es/~fjpperez/textos/calculo_diferencial_integral_func_una_var.pdf
- Stewart, J. (2012). *Cálculo de una variable: Transcendentes tempranas. Séptima Edición.* Cengage Learning Editores. México DC.

