

**EL APOORTE DE LA GEOMETRÍA PARA LA ENSEÑANZA DEL FENÓMENO DE
LA FLOTACIÓN**

MÓNICA CARRILLO RAMOS

**UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE FÍSICA
LICENCIATURA EN FÍSICA**

2019

**EL APOORTE DE LA GEOMETRÍA PARA LA ENSEÑANZA DEL FENÓMENO DE
LA FLOTACIÓN**

MÓNICA CARRILLO RAMOS

**TRABAJO DE GRADO PARA OPTAR POR EL TITULO DE LICENCIADA EN
FISICA**

**ASESOR
JUAN CARLOS CASTILLO AYALA**

**UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE FÍSICA
LICENCIATURA EN FÍSICA**

2019

A la Educadora de Educadores mi amada
“Piedragógica” en donde con orgullo y en
Concordancia manifiesto, que es el lugar donde
Se fabrican Piedras Preciosas.

Para mi familia, quienes más allá de conformarse
Por un vínculo de sangre, son personas que
Llegaron a mi vida en el momento preciso
Y dejaron unos momentos de inmenso amor
Que salen a flote a modo de recuerdos.

Gracias por estar siempre ahí,
Gracias por cada palabra de aliento.

Y aunque estén lejos, mi corazón
Y voluntad hacia ustedes por siempre estará.

 UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL Formadora de Profesores	FORMATO	
	RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN - RAE	
Código: FOR020GIB	Versión: 01	
Fecha de Aprobación: 10-10-2012	Página 1 de 5	

1. Información General	
Tipo de documento	Trabajo de grado
Acceso al documento	Universidad Pedagógica Nacional. Biblioteca Central
Título del documento	El aporte de la geometría para la enseñanza del fenómeno de la flotación.
Autor(es)	Carrillo Ramos, Mónica
Director	Castillo Ayala, Juan Carlos
Publicación	Bogotá. Universidad Pedagógica Nacional, 2019, 52 p.
Unidad Patrocinante	Universidad Pedagógica Nacional
Palabras Claves	FLOTACIÓN DE LOS CUERPOS; GEOMETRÍA; RELACIÓN DE LA FÍSICA CON LA GEOMETRÍA; GEOMETRÍA DE LA ESFERA.
2. Descripción	
Este documento contiene un trabajo de investigación acerca del fenómeno de la flotación de los cuerpos, se centra en realizar un análisis de los escritos de Arquímedes sobre los Cuerpos Flotantes expuestos en el libro Científicos Griegos de Francisco Vera (Científicos Griegos Tomo II, 1970) a fin de comprender el desarrollo de su obra y de esta forma adquirir y reconocer herramientas pedagógicas y disciplinares tanto en Física como en Geometría que puedan aportar al estudio de la hidrostática especialmente al fenómeno de flotación. Lo anterior, con el fin de desarrollar reflexiones que apunten a la construcción de explicaciones para la enseñanza de dicho fenómeno.	

 UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL <i>Formadora de Profesores</i>	FORMATO	
RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN - RAE		
Código: FOR020GIB	Versión: 01	
Fecha de Aprobación: 10-10-2012	Página 2 de 5	

3. Fuentes

Los tipos de fuente bibliográfica están compuestos por, textos, artículos de revista, tesis y publicación en internet. A continuación se presentan.

ACS Chemistry for Life. (28 de octubre de 2013). ACS Chemistry for Life. Recuperado el 28 de noviembre de 2019, de <https://www.middleschoolchemistry.com/espanol/capitulo3/leccion5/>

Apolinar, E. S. (2011). Diccionario Ilustrado de conceptos matemáticos . México.

Barbel Inhelder, J. (1985). De La Lógica del Niño Al adolescente. España: Paidós Ibérica.

By Farlex. (s.f.). The Free Dictionary. Recuperado el 14 de 02 de 2020, de <https://es.thefreedictionary.com/paraboloide>

C. Potter, M., & C. Wiggert, D. (1998). Mecánica de Fluidos (Segunda ed.). México: Pearson.

Celis Calderón, M. (2015). Construcción de explicaciones acerca de la flotación de los cuerpos. Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional .

Covaleda Rodríguez, I. (2018). El valor de la geometría Euclidea para la enseñanza de la lógica. Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.

Einstein , A., & Traducido por Bautista , G. (s.f.). Geometría y experiencia. Versión ampliada de una comunicación a la Academia Prusiana de Ciencias de Berlín, en enero 27 de 1921.

Experimentos Científicos. (21 de Abril de 2017). Experimentos Científicos Entendiendo el mundo a través de pequeños experimentos y ciencia. Experimentos para niños y adultos. Recuperado el 3 de Diciembre de 2019, de <https://www.experimentoscientificos.es/experimentos-densidad/>

Fernández Nieto, E. (2018). La geometría para la vida y su enseñanza. Aibi revista de investigación, administración e ingeniería, 33-61.

Hewitt, P. G. (2004). Física conceptual. Mexico: Pearson.

Mora Valbuena, O., Becerra Galindo , H., Díaz éerez, V., & Bello Rivera, C. (2007). La proporcionalidad como instrumento de matematización en Arquímedes: un análisis sobre cuerpos flotantes. Ciencias Basicas, Centro de Investigaciones y desarrollo Científico, 143-158.

Nieto, E. L. (2018). La Geometría para la vida Y su Enseñanza. Aibi Revista De Investigación, administración e ingeniería, 6(1), 33-61.

Portal de contenidos educativos de Química general y laboratorio químico. (s.f.). TP Laboratorio químico.

 UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL <i>Formadora de Profesores</i>	FORMATO	
	RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN - RAE	
Código: FOR020GIB	Versión: 01	
Fecha de Aprobación: 10-10-2012	Página 3 de 5	

Recuperado el 04 de 02 de 2020, de <https://www.tplaboratorioquimico.com/laboratorio-quimico/materiales-e-instrumentos-de-un-laboratorio-quimico/densimetro.html>

Rodríguez, I. C. (2018). El valor de la geometría Euclídea para la enseñanza de la lógica. Bogotá, Colombia.

Samper de Caicedo, C., Camargo Uribe, L., & Leguizamon de Bernal, C. (2003). Cómo promover el razonamiento en el aula por medio de la geometría. Bogotá D.C.

Santillana. (2017). Los caminos del saber Física I. Bogotá: Santillana.

Sears, F. W. (1979). Física General (Quinta ed.). Aguilar.

Vera, F. (1970). Científicos Griegos (Vol. II). (J. Bravo, Ed.) España: Aguilar, S.A.

4. Contenidos
El trabajo se desarrolla en cuatro capítulos los cuales se nombran a continuación con una breve descripción. Capítulo 1. En este se presentan la pregunta de investigación que guio el trabajo, acompañada de los objetivos y la ruta metodológica que se utilizó, desarrollando por qué y para que del trabajo, así como las intenciones de la autora por estudiar el fenómeno de la flotación. Capítulo 2. Corresponde al marco teórico y se centra en la explicación del fenómeno de la flotación de los cuerpos, se tiene como base el análisis que hace Arquímedes acerca de este fenómeno en su escrito llamado Sobre Los Cuerpos Flotantes presentado en el libro Científicos Griegos de Francisco Vera. La explicación expuesta por Arquímedes está basada en la geometría Euclidiana, particularmente la geometría de la esfera. Así mismo, este capítulo es desarrollado por unos comentarios y análisis desarrollados por la autora. Capítulo 3. Se muestran la relación existente entre la física y la geometría, además se resalta el papel de la geometría en la enseñanza de la física. Capítulo 4. Se realiza una descripción alrededor de la práctica pedagógica, posteriormente se hace un análisis y finalmente se deja una secuencia didáctica como propuesta a desarrollar a futuro. Y ya para cerrar se muestran las conclusiones del trabajo de grado.

 UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL Formadora de Profesores	FORMATO	
	RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN - RAE	
Código: FOR020GIB	Versión: 01	
Fecha de Aprobación: 10-10-2012	Página 4 de 5	

5. Metodología
El trabajo de grado se desarrolla teniendo en cuenta tres aspectos claves: Primero se realiza un análisis de corte conceptual del libro sobre Los Cuerpos Flotantes de Arquímedes, este análisis está centrado en comprender y señalar los aspectos lógico-geométricos que hizo Arquímedes en su formalización del fenómeno. Lo anterior acompañado de una comparación con los contenidos que se manejan en la actualidad sobre el mismo fenómeno. De acuerdo con esto, el tipo de investigación que orienta el trabajo es de orden cuantitativo, debido a que “en este tipo de investigaciones se centra en el método cuantitativo desde el ámbito descriptivo el cual se deriva de un marco conceptual pertinente al problema analizado, a partir de una serie de postulados que expresen relaciones entre las variables estudiadas de forma deductiva”. En segundo lugar se identifica la importancia de la Geometría en la enseñanza de la física y se plantean las relaciones que tienen. Finalmente se plantea una secuencia didáctica sobre la enseñanza del fenómeno de flotación, basada en unas experiencias de aula que se narran y en el análisis que se realizó anteriormente.
6. Conclusiones
Del trabajo se logran destacar las siguientes conclusiones: El fenómeno de la flotación se puede abordar desde la geometría euclidiana, porque a partir de esta se pueden hacer racionamientos de tipo lógico, que se interpretan con elementos geométricos básicos, que se relacionan directamente con magnitudes Físicas, que demuestran el porqué del fenómeno a partir de las representaciones que brinda la geometría. La geometría brinda una secuencia lógica para la enseñanza del fenómeno de la flotación, que se evidencia en el paso a paso que se debe desarrollar al momento de abordar el fenómeno, ya que es necesario que se hile un desarrollo conceptual desde lo macro, en este caso iniciando en la definición de fluido, hasta llegar a lo más concreto, que es la flotación del cuerpo como tal, lo que permite ver que la flotación está desarrollada a partir de un sin número de conceptos que intervienen en la posición que

 UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL Enseñanza y Pedagogía	FORMATO	
	RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN - RAE	
Código: FOR020GIB	Versión: 01	
Fecha de Aprobación: 10-10-2012	Página 5 de 5	

puede llegar a tener un cuerpo, cuando se sumerge en un fluido.

La enseñanza de este fenómeno debe centrarse en un orden lógico que se sustenta con cada paso, el cual se comprende más partiendo de la generalidad de la hidrostática hasta llegar puntualmente al principio de Arquímedes,

A partir del análisis al escrito de Arquímedes, se permite ampliar la mirada y reconocer que existen diferentes formas de ver el mundo, se podría decir diferentes realidades, las cuales están centradas en el contexto en el que se desarrollan y que a pesar del transcurrir del tiempo, son anacrónicas hablando puntualmente de la flotación, ya que no han perdido su validez y eso es gracias a la matemática en este caso, específicamente a la geometría en sí, ya que esta es la que demuestra con su formalismo lógico, que los argumentos y hallazgos de Arquímedes hoy día sirven para el uso y desarrollo de nuestra sociedad.

Finalmente cabe destacar que el fenómeno de la flotación tiene partes y disciplinas que sirven como apoyo para su enseñanza, desde la parte experimental que se puede realizar desde situaciones que están ligadas a la cotidianidad, desde la geometría que permite relacionar métricas y fenómenos a partir de figuras como la circunferencia. Todas estas brindan al docente herramientas para el desarrollo óptimo de su profesión.

Elaborado por:	Carrillo Ramos, Mónica
Revisado por:	Castillo Ayala, Juan Carlos

Fecha de elaboración del			
Resumen:	20	11	2019

TABLA DE CONTENIDO

I. INTRODUCCIÓN	1
1.1. Problema de investigación	2
1.2. Objetivo General.....	4
1.3. Objetivos Específicos.....	5
1.4. Ruta Metodológica.....	5
1.5. Antecedentes.....	6
II. ANÁLISIS EPISTEMOLÓGICO DEL LIBRO DE ARQUÍMEDES SOBRE LOS CUERPOS FLOTANTES.....	7
2.1. Preliminares.....	7
2.2. Aportes De Arquímedes A La Hidrostática	8
2.2.1. Acerca de la vida de Arquímedes.	8
2.3. Arquímedes Libro I: Sobre Los Cuerpos Flotantes	9
2.3.1. Proposición I: Definición de superficie esférica.	13
2.3.2. Proposición II planteamiento de la superficie de un fluido en reposo.	16
2.3.2.1. La importancia de la esfera.....	18
2.3.3. Proposición III y IV. Densidad.	19
2.3.3.1 Funcionamiento Del Densímetro	23

2.4. Principio de Arquímedes Proposiciones V, VI Y VII.....	25
2.4.1. Proposición V volumen desalojado por un cuerpo cuando se sumerge en un fluido. 25	
2.4.2. Proposiciones VI y VII dirección de la fuerza de empuje y definición de peso aparente 28	
III. GEOMETRÍA Y FÍSICA	33
3.1. Hacia La Geometría	33
3.2 La Geometría Y Los Aportes A La Enseñanza De La Física.....	34
3.3. Análisis De La Relación Entre Elementos Geométricos Y Físicos Relevantes En El Fenómeno De La Flotación	36
3.3.1. La esfera	36
3.3.2. Arco de círculo	37
3.3.3. Arco de esfera.....	37
3.3.4. Volumen.....	37
IV. SISTEMATIZACIÓN Y REFLEXIONES DADAS EN LA PRÁCTICA	39
4.1. Hacia La Construcción de Barcos	39
4.2. Clases de Hidrodinámica en grados 10°	43
4.3. Secuencia Didáctica	44
VI. BIBLIOGRAFÍA.....	50

I. INTRODUCCIÓN

Este documento contiene un trabajo de investigación acerca del fenómeno de la flotación de los cuerpos, se centra en realizar un análisis de los escritos de Arquímedes sobre los Cuerpos Flotantes expuestos en el libro Científicos Griegos de Francisco Vera (Científicos Griegos Tomo II, 1970) a fin de comprender el desarrollo de su obra y de esta forma adquirir y reconocer herramientas pedagógicas y disciplinares tanto en Física como en Geometría que puedan aportar al estudio de la hidrostática especialmente al fenómeno de flotación.

Lo anterior, con el fin de desarrollar reflexiones que apunten a la construcción de explicaciones para la enseñanza de dicho fenómeno.

1.1. Problema de investigación

El fenómeno de la flotación de los cuerpos es una temática que está planteada en los Estándares de Educación en Ciencias Naturales para los grados decimo correspondientes a la educación media, se plantea como “Explicar el comportamiento de fluidos en movimiento y en reposo” (Ministerio De Educación Nacional, 2004), en consecuencia a esto, teniendo en cuenta la intervención que se realizó en el aula a partir de la práctica pedagógica, se logró tener un acercamiento a la enseñanza de la hidrostática, específicamente al principio de Arquímedes.

De esta manera la práctica pedagógica se vio marcada por dos escenarios diferentes, en cuanto a instituciones educativas (privada y pública) y con respecto a la población de estudiantes. En concordancia, se trabajó con niños de primaria un primer acercamiento a la explicación y al entendimiento del porque algunos objetos flotan y otros no. Posteriormente se trabajó con estudiantes de grado decimo el tema de hidrostática e hidrodinámica, temáticas como la densidad, la presión, el principio de Pascal y de Arquímedes; en ambos escenarios de práctica, se vio necesario ahondar más disciplinariamente por parte del docente en formación, debido a que este fenómeno va atado a conceptos como la densidad, el peso y la presión, entre otros. Conceptos que en el caso de los grados superiores posiblemente se han podido abordar desde la mirada de la Biología o en algunos casos en materias como la química o tecnología, lo que hacía que se tomaran como temas vistos, o de anclaje para el desarrollo de las clases retomando ese conocimiento previo para relacionarlo ahora con el Fenómeno de la flotación.

En el caso de los grados de primaria, temas como la densidad y la presión eran terminologías totalmente nuevas para los estudiantes, cuestión que delegaba mucha responsabilidad en el docente, ya que este iba a ser el que empezara a formar esas bases conceptuales en los niños, y más aún como lo menciona Piaget, “en La Ley de Flotación se debe tener muy en claro el estadio en que se encuentra el niño, para que de esta forma se determine hasta donde se puede avanzar en

las nociones que caracterizan a la flotación”¹, cuestiones que son muy importantes para la profesión del docente, el cómo desarrollar ese saber en el estudiante.

En ambos casos, se abordaron las temáticas a partir de situaciones problemas o basándose en experimentos, pero realmente los resultados no fueron tan satisfactorios para el docente en formación, pues no se lograba que el estudiante ligara o correspondiera ciertos modelos o fenómenos físicos, como por ejemplo, no se logró ver la relación secuencial en las temáticas de hidrostática a hidrodinámica de una forma consecuente, sino por el contrario parecía ser un recorte y una unión frustrada de contenidos y cosas que solo se relacionaban porque eran de fluidos pero no se veía nada más allá.

Lo que llevo a cuestionamientos como, ¿sobre cuál es la manera más óptima de desarrollar la enseñanza del principio de Arquímedes en el aula de clase? ¿Cuáles podrían ser los temas relevantes para explicar el fenómeno de flotación? y ¿cuál debería ser el mejor orden con respecto a las temáticas o actividades a desarrollar en el aula?

En concordancia se empieza una búsqueda de referentes teóricos y metodológicos sobre dicho fenómeno, inicialmente en libros de texto como el de Física, de la editorial Pearson y en libros específicamente de Mecánica de Fluidos², los cuales abordaban la flotación de forma similar, donde se recopilan las características relevantes de las teorías o leyes, pero, sin llegar a invitar al lector a la generación de dudas o de ciertas incertidumbres que son uno de los puntos de partida de la investigación. Hecho que llevo a continuar en la búsqueda de fuentes hasta encontrar la

¹ “la ley de flotación no se refiere a nociones accesibles todas en el nivel de las operaciones concretas, ya que ni la conservación del volumen ni en consecuencia la noción de densidad se elaboran de modo sistemático antes del nivel III A (11-12 años), mientras que la conservación del peso y algunos esquemas preparatorios de la noción de densidad se adquieren a partir del subestadio II B” (Barbel Inhelder, 1985, pág. 28)

² Mecánica de Fluidos (C. Potter & C. Wiggert, 1998)

fuerza primaria sobre el fenómeno de la flotación de los cuerpos, un escrito hecho por Arquímedes de Siracusa y recopilado posteriormente en el libro Científicos Griegos.

Llegando así a reconocer el escrito de Arquímedes, que a modo personal, en primera instancia fue muy confuso y difícil de leer, pero que posteriormente se convirtió en una fuente de conocimiento y guía a medida que se iba interpretando y entendiendo las bases de la Geometría y Física utilizadas por él y que intervienen en la conceptualización de la hidrostática; volviéndose en una especie de ruta para entender de manera óptima el proceder para la enseñanza de este fenómeno.

Del mismo modo se tiene claro que todo docente de enseñanza de la física necesita para su formación fortalecer comprensiones más profundas de los fenómenos físicos, en este caso el aporte conceptual y epistemológico que realizan los textos desarrollados por Arquímedes fortalecen no solo la formación disciplinar sino que además se constituye como un recurso de enseñanza para el docente de física, debido al orden y a la estructura de jerarquía en temáticas que se manejan, resaltando el trabajo hecho en este caso, sobre hidrostática.

Todo lo anterior fue lo que llevo al planteamiento de la siguiente pregunta problema que guía el presente trabajo investigativo:

¿Qué aspectos del trabajo de Arquímedes acerca de los cuerpos flotantes, son relevantes para el planteamiento de problemáticas de estudio y construcción de explicaciones para la enseñanza del fenómeno de flotación de los cuerpos con estudiantes de educación media?

1.2. Objetivo General

Identificar criterios que posibiliten el planteamiento de problemáticas de estudio y construcción de explicaciones para la enseñanza del fenómeno de la flotación de los cuerpos en

educación media, con el fin de formular propuestas de enseñanza partiendo del uso de la geometría y realizando un estudio conceptual a los textos primarios del Principio de Arquímedes.

1.3. Objetivos Específicos

- Realizar un análisis de tipo conceptual al texto primario del Principio de Arquímedes, con el fin de reconocer los aspectos geométricos relevantes de dicho trabajo.
- Establecer los elementos geométricos que aportan a la enseñanza de la flotación de los cuerpos y la relación que se tiene con la física.
- Diseñar una propuesta didáctica que aporte en la construcción del fenómeno de flotación.

1.4. Ruta Metodológica

El trabajo de grado se desarrolla teniendo en cuenta tres aspectos claves:

Primero se realiza un análisis de corte conceptual del libro sobre Los Cuerpos Flotantes de Arquímedes, este análisis está centrado en comprender y señalar los aspectos lógico-geométricos que hizo Arquímedes en su formalización del fenómeno. Lo anterior acompañado de una comparación con los contenidos que se manejan en la actualidad sobre el mismo fenómeno.

De acuerdo con esto, el tipo de investigación que orienta el trabajo es de orden cuantitativo, debido a que “en este tipo de investigaciones se centra en el método cuantitativo desde el ámbito descriptivo el cual se deriva de un marco conceptual pertinente al problema analizado, a partir de una serie de postulados que expresen relaciones entre las variables estudiadas de forma deductiva”. En segundo lugar se identifica la importancia de la Geometría en la enseñanza de la física y se plantean las relaciones que tienen. Finalmente se plantea una secuencia didáctica sobre la enseñanza del fenómeno de flotación, basada en unas experiencias de aula que se narran y en el análisis que se realizó anteriormente.

1.5. Antecedentes

ANTECEDENTES En este trabajo se usaron diferentes autores que se han clasificado por los aportes hechos hacia el fenómeno de la flotación desde distintas ópticas, como la física, el abordaje físico matemático y el uso de la geometría como estrategia de enseñanza.		
RELACIÓN GEOMETRÍA-ENSEÑANZA	RELACIÓN FÍSICA DEL FENÓMENO	RELACIÓN FÍSICO-MATEMÁTICA
El valor de la geometría Euclídea para la enseñanza de la lógica. <i>Monografía pregrado UPN</i> Del pregrado Licenciatura en Filosofía, muestra como la Geometría Eucladiana se usa como estrategia de enseñanza de la lógica en filosofía. Señala que Euclides da ejemplo de lo que significa construir con una ciencia, ya que perfecciono apuntes de Geometría. En el trabajo de Euclides se puede notar el aprovechamiento de los estudios sobre la naturaleza iniciados por Tales. A partir de esto, perfecciono una pila de apuntes sobre geometría ideando una solución para el problema de los incommensurables. Perfeccionar un método e incorporar allí su propio avance es una muestra del rigor euclídeo que tanto se pregonó en su labor como profesor. Según mi juicio, este rigor invita al estudiante a comprometerse en la investigación y cuestionamiento de su espacio. Involucrarse con el espacio, con el contexto en sentido de la construcción de una ciencia, implica involucrarse con la sociedad y con el crecimiento de la misma, cuestión que le da un matiz muy particular a la doctrina de Euclides y, desde luego, a su aporte pedagógico. Explorar esta propuesta puede prestarse para una investigación que indague por el valor ético del proyecto pedagógico de Euclides, que puede desprenderse de esta investigación en la posteridad (Covaleda Rodríguez, 2018).	Análisis histórico crítico y la actividad experimental: Construyendo el fenómeno de flotación <i>Tesis de Maestría en Docencia de las ciencias Naturales UPN</i> En este trabajo se realizó un análisis histórico crítico alrededor del texto de Arquímedes, para luego proponer actividades experimentales en el aula de clase, a pesar del análisis que el autor realiza a los textos de Arquímedes, en el presente trabajo se tienen puntos de vista diferentes, como por ejemplo se concluye que "Arquímedes alude a la idea de equilibrio para caracterizar la flotación, pensando en términos de homogeneidad (o <i>balanza de brazos iguales</i>), donde cambios equivalentes no afectan la homogeneidad ni el equilibrio (Fonseca Chaleal, 2016). Fue muy útil esta tesis, puesto que brinda distintos modos de interpretación de los escritos de Arquímedes y adicionalmente enfatiza en la importancia del fenómeno de la flotación a partir de su enseñanza desde unas pertinentes prácticas de laboratorio. Construcción de explicaciones acerca de la flotación de los cuerpos <i>Monografía pregrado UPN</i> Este trabajo se utilizó porque se aplicó una propuesta didáctica llamada por proyectos en la cual se utilizó "una secuencia argumentativa: <i>Predecir, explorar y explicar</i>" (Celis Calderón, 2015) que sirvió para mirar el orden en el abordaje de la temática y los contenidos utilizados.	La proporcionalidad como instrumento de matematización en Arquímedes: un análisis sobre cuerpos flotantes <i>Revista Científica, No 9 (2007)</i> Estos trabajos contienen aportes que relacionan la Física y las Matemáticas, en el caso específico de este artículo mencionan como a partir de proporciones Arquímedes matematiza el fenómeno de la flotación y explica aspectos relacionados con este fenómeno, aunque el aporte de este trabajo es muy cercano para mi trabajo, no rescata el fenómeno de la flotación si no por el contrario centra su desarrollo en las proporciones y en la formalización matemática que Arquímedes utilizó. El método de Arquímedes para calcular áreas y volúmenes, la historia de las matemáticas como herramienta didáctica <i>Tesis de Maestría (Tocino Sánchez, 2018)</i> En esta tesis, se trabaja a partir de narraciones anecdóticas, mediante las cuales se lleva al estudiante a resolver problemas propuestos en la época usada para la anécdota, mediante esto, se incorpora la historia de razones y proporciones en el aula para motivar a los alumnos.

II. ANÁLISIS EPISTEMOLÓGICO DEL LIBRO DE ARQUÍMEDES SOBRE LOS CUERPOS FLOTANTES

2.1. Preliminares

Este capítulo se centra en la definición del fenómeno de la flotación de los cuerpos, se tiene como base el análisis que hace Arquímedes acerca de este fenómeno en su escrito llamado Sobre Los Cuerpos Flotantes presentado en el libro Científicos Griegos de Francisco Vera.³ La explicación expuesta por Arquímedes está basada en la geometría Euclidiana, particularmente la geometría de la esfera.

Además se analiza la conceptualización de la hidrostática en particular el principio de Arquímedes y los cuerpos flotantes a la luz de los razonamientos deductivos de la geometría Euclidiana, la cual aporta al estudio e interpretación del fenómeno de la flotación desde su rigurosidad lógica. Rigurosidad que fortalece las comprensiones y el desarrollo de habilidades de pensamiento necesarias para la enseñanza del fenómeno.

Es así que este capítulo se desarrolla en dos momentos: Biografía y aportes de Arquímedes a la ciencia, y exposición del trabajo realizado por Arquímedes acompañado de un análisis realizado por la autora del presente trabajo, en este análisis se resalta la forma en que Arquímedes planteó el fenómeno de la flotación de los cuerpos demostrado a partir de un formalismo lógico-geométrico.

Todo esto con el fin de obtener herramientas disciplinares que aporten al estudio de la hidrostática específicamente al fenómeno de la flotación de los cuerpos y esto se logra de manera más elaborada si se realiza desde los escritos y libros de texto que formalizaron por primera vez

³ El libro se titula Científicos Griegos Tomo II. Francisco Vera Editorial Aguilar 1970 (Vera, Científicos Griegos Tomo II, 1970)

en una forma más estructurada desde la fuente del principio de Arquímedes acompañada de la hidrostática en general.

Por ende es necesario desarrollar este capítulo no solo como recurso disciplinar sino además como una reflexión de otras alternativas o recursos que permitan enriquecer la enseñanza de la física en particular la temática alrededor de fluidos

2.2. Aportes De Arquímedes A La Hidrostática

2.2.1. Acerca de la vida de Arquímedes.

Arquímedes (287 – 212 A.C. Siracusa) de padre astrónomo, fue una de las primeras personas que hablo sobre la flotación y dejo un legado muy importante sobre hidrostática, fue influenciado por amigos geómetras, debido a que logro pasar un largo tiempo en la biblioteca Alejandría en la época en que Eratóstenes⁴ era director de ésta y además cuando la biblioteca gozaba de uno de sus mejores momentos, por otro lado, Arquímedes vivió en la época en la que su pueblo natal fue atacado por los romanos, lo que hizo que él utilizara gran parte de su genialidad en la defensa de su patria, ya fuera creando armas o máquinas de combate, como la catapulta, además era pariente del rey Hierón quien estimulaba en Arquímedes la creación de inventos que fueran para el uso común y con los cuales pudiera aplicar todos su conocimientos, en una de esas situaciones es que creo una de sus famosas frases “Dadme un punto de apoyo, y moveré el mundo” (Vera, Cientificos Griegos Tomo II, 1970, pág. 10) debido a que el rey Hierón, le pidió que sacara un barco muy pesado del agua y Arquímedes con ayuda de sus trabajos sobre palancas y las poleas logro moverlo con tan solo un mínimo esfuerzo.

⁴ Eratóstenes (Cirene, c. 284 a.J.C. – Alejandría, c. 192 a.J.C) Astrónomo, geógrafo, matemático y filósofo griego, una de las figuras más eminentes del gran siglo de la ciencia griega. Once años menor que Arquímedes, mantuvo con éste relaciones de amistad y correspondencia científica (Ruiza, M., Fernández, T. y Tamaro, E., 2004).

Fue muy reconocido por sus excentricidades, sus invenciones⁵ y por ser un investigador innato, sus escritos son verdaderas memorias científicas, que se resaltan por una rigurosidad Euclidiana y por la forma en que los relacionaba con la mecánica y la física⁶, mejor definido en la siguiente frase “*El más grande matemático de la antigüedad tuvo la fortaleza de Platón y el procedimiento correcto de Euclides*”(Parra Salazar, 2014).

En cuanto a la muerte de Arquímedes algunos escritos antiguos comentan que él se encontraba en uno de sus momentos de brillantez, en donde se resaltaba por su capacidad de abstracción, y porque se encontraba trabajando en el estudio de cierta figura matemática, estaba tan entregado a su labor que no sintió el ataque de los romanos y fue uno de esos soldados quien lo mato en la época de invasión que sufrió Siracusa por parte de los romanos, por el mismo tiempo que cayo Siracusa, Arquímedes también murió.

2.3. Arquímedes Libro I: Sobre Los Cuerpos Flotantes

En este texto Arquímedes centro la atención en las superficies esféricas y otros objetos geométricos cercanos (circunferencias, círculos, secciones de esfera, entre otros) y en el uso de proporciones al momento de hacer métricas o de definir estados de reposo en los fluidos entre otras cosas, lo que le permitió consolidar el fundamento de la hidrostática.

Comúnmente para explicar el fenómeno de la flotación se tienen en cuenta diversos conceptos y/o principios, entre los que están la densidad, la presión⁷, la fuerza de empuje y hasta la tensión

⁵ Se le atribuyen creaciones como, el tornillo sin fin, la rueda dentada, la catapulta, las poleas, entre otros.

⁶ Obras como: sobre el equilibrio de las figuras planas, en donde expone la Ley de las Palancas, la espiral de Arquímedes o la obra: Sobre los cuerpos que flotan, donde expone los principios básicos de la hidrostática, entre otras.

⁷ Presión, definida como la razón de la fuerza normal dF ejercida sobre una pequeña superficie dA que comprenda dicho punto al área dA $P = \frac{dF}{dA}$ (Sears, 1979)

superficial, todos estos brindan una explicación acerca del comportamiento de un cuerpo en un fluido.

Arquímedes por su parte escribió un tratado llamado *sobre los cuerpos flotantes* (Vera, 1970), éste se caracteriza por su rigurosidad matemática la cual era desarrollada en gran parte, a partir de la geometría que se tenía en su época, la geometría de Euclides, por medio de paraboloides en revolución⁸ o secciones de esfera realiza un trabajo muy desarrollado a partir de postulados y proposiciones, no solo del famoso principio que lleva su nombre, si no que habla de la relación existente entre peso⁹ y volumen, de cómo la proporcionalidad sirve para determinar el reposo de los fluidos, habla también de densidad y hasta de tensión superficial, entre otros. Todo lo anterior lo hace con su respectiva formalización basada en la geometría.

En ese mismo orden de ideas, en el tratado sobre los cuerpos flotantes empieza desarrollando su trabajo a partir de un escrito el cual está dividido por dos partes que él nombra como Libro I y Libro II.

En estos dos libros desarrolla un único postulado inicial que, en la actualidad, se podrían interpretar esos postulados iniciales de los libros, como leyes, de donde parten las siguientes proposiciones, en las que siempre se encuentra presente esa “Ley” de modo que se hace necesaria utilizarla y mencionarla en las proposiciones que muestran su respectiva demostración geométrica, y de esta manera se reafirma la validez del postulado.

Una característica de Arquímedes en sus escritos, es la forma en la que demuestra sus proposiciones, pues lo hace partiendo de la negación de las mismas presentando una situación en

⁸ Paraboloide en revolución: El que resulta del giro de una parábola alrededor de su eje. (By Farlex)

⁹ En los escritos de Arquímedes no es posible distinguir entre peso, masa y gravedad, en parte porque masa y peso serían lo mismo desde la concepción estática del mundo para los griegos, y estas solo se diferencian varios siglos después con Isaac Newton. (Oriol Mora Valbuena, 2007)

la cual plantea lo contrario de lo que quiere demostrar y a partir de los resultados erróneos que da en dicha situación concluye que por defecto se debe cumplir lo contrario a lo expuesto.

Para empezar el libro I Sobre los cuerpos Flotantes se tiene el **primer postulado**, donde se establece que:

“La naturaleza de un fluido es tal que, estando sus partes continuas y uniformemente colocadas¹⁰, las menos comprimidas son desalojadas por las que lo están más y cada parte esta comprimida por el fluido que hay sobre ella y según la dirección de la vertical, a no ser que el fluido esté encerrado en alguna parte o sometido a una presión cualquiera” (Vera, Cientificos Griegos Tomo II, 1970).

Este libro se centra en hidrostática. En este primer postulado Arquímedes pone de presente que el fluido es un medio continuo e isótropo¹¹, lo que significa que cada una de sus partes está unida con las partes vecinas, manifestando que las unas se ven afectadas por las otras y cuando se dice que las partes se pueden desplazar, quiere decir que a pesar de que es continuo, es móvil y se puede trasladar o mover, es decir que puede fluir.

En igual forma cuando dice que cada parte del fluido es desplazada, lo que está diciendo es que el fluido tiene la libertad de moverse de tal manera que las partes que estén menos comprimidas van hacia un lugar y son reemplazadas por las partes más comprimidas, teniendo en cuenta que al expresar que se puede hacer ese reemplazo implica la fluidez, es decir la movilidad.

Así mismo, cada parte del fluido esta comprimida por las partes que tiene sobre él, según la dirección de la vertical y cuando Arquímedes dice la dirección de la vertical hace alusión a lo que hoy se conoce como la dirección de la fuerza de gravedad la cual se simboliza en dirección vertical apuntando hacia abajo lo que significa hacia el centro de la tierra.

¹⁰ “Es decir, el fluido es continuo e isótropo en todas sus partes” (Vera, Cientificos Griegos Tomo II, 1970)

¹¹ Es decir, que presenta las mismas propiedades físicas en todas las direcciones, por lo tanto si se miden magnitudes físicas no dependen de la dirección.

Tomando como ejemplo la siguiente situación en donde inicialmente el líquido del tanque se encuentra en reposo ya que tiene la llave cerrada y tiene la misma temperatura, pero al momento de abrir la llave uno de los factores que influye para que el agua pueda salir por la llave es gracias a la gravedad teniendo en cuenta que la dirección de salida del fluido es principalmente de forma vertical.



Ilustración II-1. Agua contenida en un tanque de almacenamiento
Tomado de: (Santillana, 2017)

Finalmente, se puede reconocer que Arquímedes alcanzo a dejar nociones del concepto de presión hidrostática, al indicar que las partes del fluido menos comprimidas van a estarlo por las que lo están más y en la siguiente figura se reconoce que las partes están comprimidas por las partes que tiene sobre ella según la vertical.

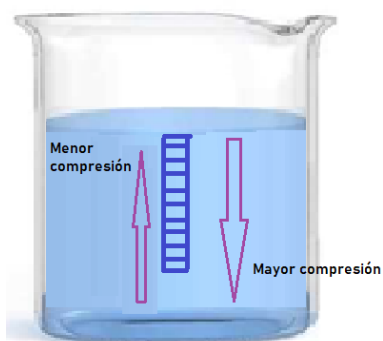


Ilustración II-2. Presión en un fluido

Todo lo anterior, como si se tratara de una especie de gradiente en la compresión y que se podría establecer una manera de hablar a lo que se conoce en la actualidad como presión hidrostática, *la cual define que la presión que un líquido ejerce depende de su densidad y de la profundidad, es decir a mayor profundidad mayor presión* (Hewitt, 2004).

2.3.1. Proposición I: Definición de superficie esférica.

“Si se corta una superficie por un plano que pase siempre por el mismo punto y la sección es una circunferencia de círculo con el centro en el punto por el que pasa el plano secante, la superficie es esférica” (Vera, Científicos Griegos, 1970).

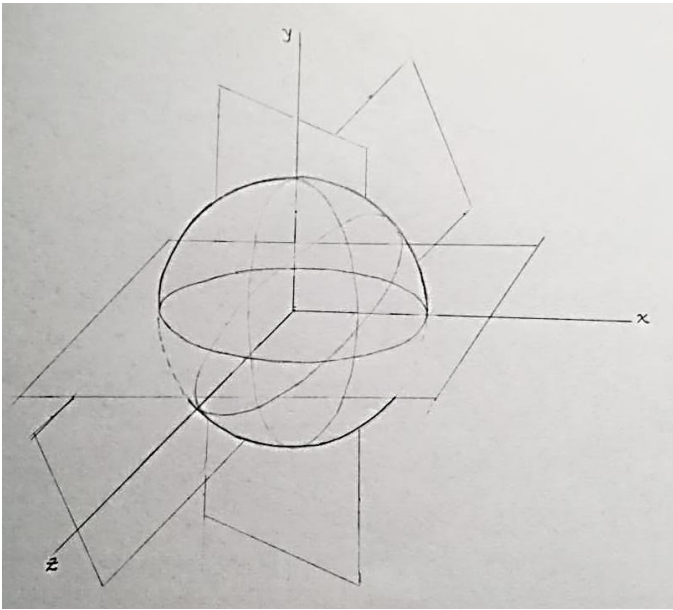


Ilustración 3. Corte de una esfera por tres planos

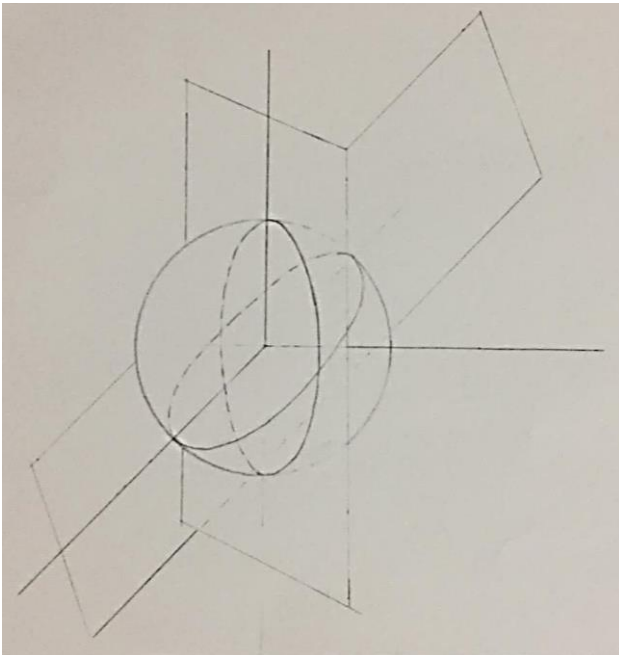


Ilustración 4. Corte de una esfera por dos planos

Esta proposición se puede explicar a partir de los dibujos anteriores, como se observa en estas representaciones, se tienen tres planos que cortan a una superficie, estos planos pasan por un mismo punto, que es el centro de la figura.

El corte resultante de cada uno de los planos con la figura, en los tres casos es una circunferencia, y esto se da porque cumplen las dos condiciones que propuso Arquímedes para definir una esfera, la primera es que un plano corte a la figura por su centro, y en este caso se dibujaron tres planos llamados x , y y z , y la segunda condición es que los puntos de la figura que se forma sean todos equidistantes a ese centro, que también se cumple; lo que demuestra que la superficie es una esfera.

En resumidas cuentas para reconocer una superficie esférica Arquímedes plantea en su escrito (Científicos Griegos Tomo II, pág. 239) lo siguiente:

Establecer un punto que sea el centro de la figura que se desea reconocer.

- Para verificar que la superficie de la figura es esférica, se debe cortar la misma con un plano que necesariamente pase por el punto considerado como el centro.
- Por último se debe verificar que en la superficie resultante, (la que queda como resultado de cortar la figura con un plano) los puntos, equidisten del centro, para que la figura

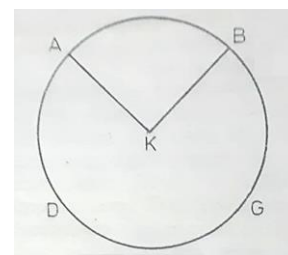


Ilustración II-5 Corte de una superficie esférica
Tomado de: (Vera, Científicos Griegos Tomo II, 1970, pág. 239)

resultante sea un círculo y por tanto la superficie sea esférica.

En la siguiente imagen se tiene un contraejemplo se observa que a pesar de que un plano corta la figura por su centro la superficie

encontrada no es esférica ya que la distancia de los puntos de su superficie con su centro no es la misma, a pesar que todos los planos cortan a la superficie por el mismo punto, pero en este caso la resultante son las diferentes superficies cónicas.



Ilustración II-6 Cónicas

Tomado de: (López & Fernández, 2019)

En esta primera proposición se define la esfera, ilustrando la manera sobre como reconocer una superficie esférica, adicional, Arquímedes fue uno de los primeros personajes que hablo e investigo sobre el área y volumen de la esfera, esta fue una de sus grandes pasiones y uno de sus trabajos, tanto le apasionó que solicitó que al momento de su muerte fuera inscrita en su lapida un cilindro circunscrito en una esfera.

Adicional, estableció una relación entre el volumen de la esfera y el volumen del cilindro circunscrito mostrando que el volumen de la esfera es 2:3 del volumen del cilindro siempre y cuando, tanto la esfera como el cilindro tengan el mismo radio y que la altura del cilindro sea dos veces el radio, tal como lo muestra la siguiente imagen.

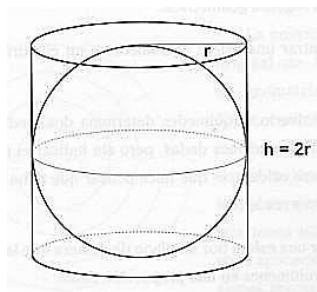


Ilustración II-7 Esfera circunscrita en un cilindro

Tomado de: (Arquímedes de Siracusa)

2.3.2. Proposición II planteamiento de la superficie de un fluido en reposo.

Definida como: “la superficie de todo fluido en reposo es esférica y el centro es el mismo que el de la tierra” (Vera, Cientificos Griegos, 1970) con ayuda de la geometría Arquímedes formaliza las condiciones que debe tener un fluido para estar en reposo, esto lo hace con relaciones entre razones¹² y proporciones geométricas, partiendo del hecho en el cual, para que dos figuras sean proporcionales, sus razones deben ser las mismas, se toma la siguiente figura para su demostración.

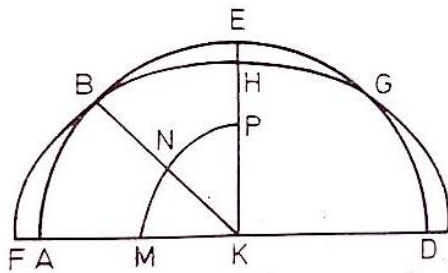


Ilustración II-8
Tomado de: (Vera, Cientificos Griegos, 1970)

La figura está delimitada por los puntos **FAMKDGE** como se observa en la unión de las dos semi circunferencias las cuales tienen diferente radio **H** y **E** lo que garantiza que no es una misma circunferencia y tienen un centro en común que es llamado **K**.

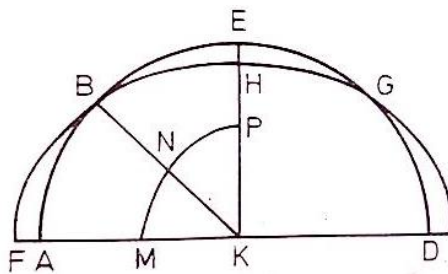


Ilustración II-9
Tomado de (Vera, Cientificos Griegos, 1970)

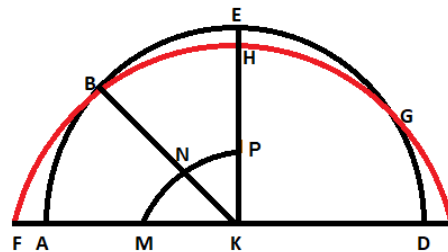


Ilustración II-10. Representacion de dos semi circunferencias

¹² Se toma como referencia la definición de razón de Euclides: Una razón es determinada relación con respecto a su tamaño entre dos magnitudes homogéneas (Oriol Mora Valbuena, 2007). En la actualidad se maneja casi la misma interpretación; una razón geométrica sirve determinar cuántas veces una de las cantidades contiene la otra, esto se realiza con una comparación por medio de un cociente. La razón geométrica $\frac{16}{4}$ Se lee “16 es a 4” y la proporción es la comparación entre dos razones iguales, $\frac{12}{9} = \frac{4}{3}$ y se lee “12 es a 9 como 4 es a 3”

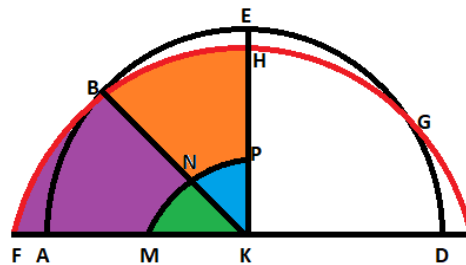
Se trazó el segmento BK de tal forma que el $\angle MKN \cong \angle NKP$

Y el área del segmento circular **MNP** muestra que el fluido contenido en MN y en NP está siendo comprimido por el que está contenido en BNMF y por el que está en BHPN respectivamente.

Pero en la figura la razón entre la parte que comprime BNMF y la parte comprimida MNK, es mayor que la razón entre la parte BHPN y la parte comprimida NPK $\frac{BNMF}{MNK} > \frac{BHPN}{NPK}$ entonces “como consecuencia, el fluido no estará en reposo” (Vera, Científicos Griegos, 1970). Lo que determina que la superficie de un fluido debe ser por tanto esférica para que se cumpla el postulado de isotropía y uniformidad de un fluido.

Como se ha afirmado antes, cuando se toma una figura cualesquiera no se mantiene la continuidad ni el reposo en el fluido como se observa geométricamente, la región morada es mayor que la naranja al igual que la parte verde es más que la azul y como las razones son diferentes por lo tanto no existe proporcionalidad entre las partes, lo que confirma que la superficie de los fluidos debe ser esférica para que se cumpla el primer postulado de Arquímedes.

$$\frac{BNMF}{MNK} > \frac{BHPN}{NPK}$$



La forma esférica que la da Arquímedes a los fluidos va en concordancia a la concepción que se tenía en esa época de la forma de la tierra, asimilando que ambas superficies, la de la tierra y la de los fluidos son circulares, algo muy similar a la imagen.



Ilustración II-11 Superficie de un fluido

2.3.2.1. La importancia de la esfera

Pero ¿porque Arquímedes toma como punto de partida a la esfera? Se podría decir que, por un lado en esa época la concepción que se tenía sobre la forma de la tierra era esférica al igual que la del sol y debe señalarse que se toma el centro del fluido de forma análoga al centro de la tierra, pero más allá de esto, se podría suponer que Arquímedes utiliza la esfera porque le permite jugar con proporciones que son iguales en volumen; por otro lado el libro se centra es hidrostática y la esfera le permite a Arquímedes demostrar que un cuerpo está en reposo y que, como se verá más adelante, cuando se sumergen cuerpos de diferentes densidades en un fluido, estos permiten que se siga manteniendo el reposo en el fluido compensándose el fluido desplazado con el peso del cuerpo sumergido y sobretodo manteniéndose la superficie esférica del fluido, sin importar la forma que tenga el cuerpo sumergido, se cumple para cualquier forma.

2.3.3. Proposición III y IV. Densidad.

Otro aspecto que tiene estrecha relación con el fenómeno de la flotación es la densidad, en la actualidad para hablar de esta se recurre a la expresión $\rho = m/V$ que hace referencia a una propiedad de los cuerpos a partir de la relación masa (m) y volumen (V) que este ocupa, matemática y físicamente se dice que algo es más denso con respecto a otro cuerpo, cuando teniendo los dos el mismo volumen, existe mayor masa en uno de estos.

Para este caso, la densidad sirve para reconocer cuando un cuerpo flota o no, puesto que cuando un cuerpo tiene mayor densidad que el fluido este se sumerge, ocurriendo lo contrario cuando un cuerpo tiene menor densidad que el fluido este flota.

También se podría establecer la flotación a partir de la densidad como una especie de sistema de separación, entre líquido – sólido o, líquido – líquido¹³, en el cual la separación de los dos está determinada por la diferencia de sus densidades, es decir, se pueden separar aquellos elementos sólidos o líquidos que pueden flotar por su menor densidad respecto al líquido, esta separación nos da como resultado la inmersión o flotación, ahora cuando los dos cuerpos tienen la misma densidad no ocurre dicha separación, se ve el cuerpo dentro del líquido pero sin llegar a sumergirse totalmente.



Ilustración II-12 Cuerpo y fluido con igual densidad
Tomado de: (ACS Chemistry for Life, 2013)

¹³ La separación en líquidos se da siempre y cuando los líquidos no se puedan mezclar entre sí, es decir que deben ser inmiscibles, como por ejemplo el agua y el aceite estas dos no forman una solución homogénea, ni si quiera cuando se agitan.

Arquímedes por su parte, fue uno de los primeros en acercarse a esta noción, él lo hizo desde la ubicación o la localización de los cuerpos en determinado fluido, esto se puede evidenciar en su **proposición III: Igualdad en densidades**

“Si en igualdad de volumen un cuerpo tan pesado como un fluido se abandona en este, se sumerge hasta que no emerja ninguna parte, y no descenderá más” (Vera, 1970).

Lo que hacía Arquímedes era comparar los pesos de objetos con un mismo volumen y en el caso en que ambos tuvieran el mismo peso específico¹⁴ daba como resultado un cuerpo que estará dentro del fluido sin sumergirse totalmente en este, pero tampoco sin dejar ver ninguna de sus partes en la superficie, hecho que ocurre cuando los cuerpos tienen la misma densidad que el fluido, teniendo en cuenta que Arquímedes estaba relacionando en su proposición objetos con el mismo volumen y con el mismo peso.

$$\rho = \frac{m}{V}$$



Ilustración II-13 Cubo con densidad similar que el fluido

$$\rho_{agua} = \frac{30gr}{30cm^3} = 1gr/cm^3$$

$$\rho_{cubo} = \frac{29.4gr}{30cm^3} \sim 1gr/cm^3$$

Para este ejemplo tanto el agua como el cubo tienen densidades similares, el resultado como se aprecia, es que el objeto se sumerge pero no hasta el fondo del recipiente con agua.

Arquímedes muestra más adelante en sus escritos con respecto a la densidad, que además de saber si un cuerpo flota o no en determinada sustancia, se podría llegar a plantear que tanta

¹⁴ Peso específico definido como la cantidad de peso por unidad de volumen de una sustancia *Peso específico*(γ) = $\frac{PESO}{VOLUMEN} = \frac{mg}{V} = \rho_{cuerpo} \cdot g$

porción del cuerpo se sumerge o que tanto volumen de agua se desplaza partiendo de la densidad. Ahora, en lo que respecta a la igualdad de densidades él manifiesta “*que el objeto se va a sumergir hasta que no quede nada por encima de la superficie y el cuerpo no descenderá más porque estando continua y uniformemente colocadas las partes del fluido, lo comprimen igualmente por ser este cuerpo tan pesado como el fluido*” (Vera, Científicos Griegos, 1970). Es decir, el objeto inicialmente se va a sumergir en el fluido, entrando en una especie de sincronía con este debido a que los dos tienen la misma densidad, lo que hace que ambos sufran de la misma compresión, puesto que, tanto el objeto como el fluido pesan lo mismo en relación a una misma cantidad de volumen, lo que hace que se puedan interpretar como uno solo y de esta forma los dos van a experimentar las mismas presiones en todas sus partes de manera uniforme; sin que la inmersión del objeto altere la condición inicial sobre el reposo del fluido.

Ahora, en el caso en que no se tenga la misma densidad del fluido si no que sea menor su densidad, Arquímedes plantea en su **Proposición IV** a la que he llamado: **Cuerpo con densidad menor que el fluido**: “Si un cuerpo más ligero que un fluido se abandona en este, una parte del cuerpo quedara por encima de la superficie del fluido” (Vera, 1970, pág. 241).

Arquímedes lo demuestra cómo se enumera a continuación:

- I. Se parte de la suposición que a pesar de que el cuerpo es más ligero que el fluido y que su densidad es menor, el cuerpo se va a sumergir completamente en este.
- II. El fluido se encuentra en reposo y está representado en el siguiente corte de esfera tomando solo la semicircunferencia con secciones ABG, el cuerpo es R y con K como el centro de la tierra.

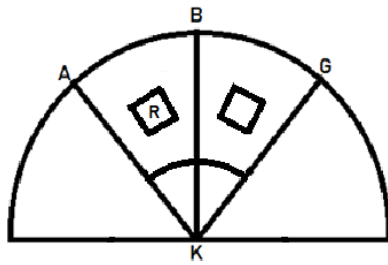
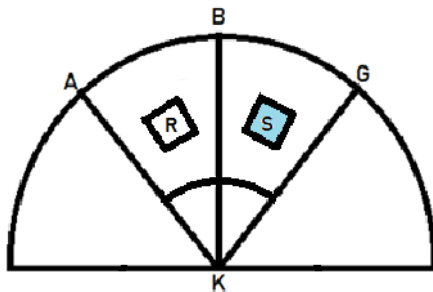
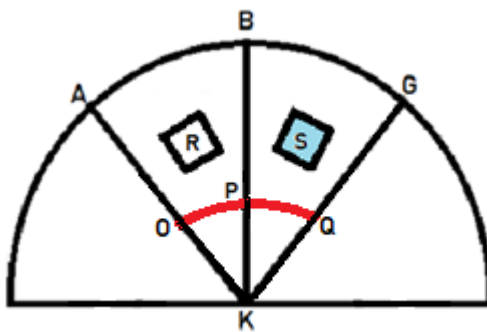


Ilustración 14. Cuerpo R sumergido con menor densidad que el fluido. (Explicación a partir de la negación, es decir el cuerpo menos denso R, se hunde) Tomado de: (Vera, Científicos Griegos Tomo II, 1970)

III. Se tienen dos pirámides una con las secciones de lado KA y KB donde está contenido el cuerpo R y la otra pirámide con secciones KB y KG donde está S que es un cuerpo formado por una parte del fluido e igual al R.



IV. Las partes del fluido contenidas en las superficies OP y PQ están continua y uniformemente colocadas, pero no soportan la misma presión porque...



El peso del cuerpo R es menor que el del fluido contenido en S $W_R < W_S$ porque por hipótesis el cuerpo a pesar de que tiene el mismo volumen de S, tiene menor masa, es decir es más ligero.

The diagram shows a semi-circular arch with a horizontal base line AD. A vertical line segment KM is drawn from the center K of the base to the top of the arch M. Two diagonal lines, LO and ON, are drawn from the base points L and N to the center K. A smaller semi-circular arch is drawn inside the main one, with its base at K and its top at P. Various points are labeled: E, F, G, H, T, B, L on the left side; R, S, V, Y, N on the right side; and O, Q, P on the inner arch. The diagram illustrates the geometric construction of a dome's profile.

En cuanto a la métrica de la densidad, si sabemos la densidad de un objeto se podría llegar a inferir que tanto se puede sumergir en determinado fluido, partiendo de la densidad del agua como guía para reconocer los líquidos o sólidos con densidad mayor o menor que 1 gr/cm^3 .

¹⁵ Para medir la masa se utiliza la balanza pero para medir el volumen en los líquidos se utiliza un matraz aforado, que es un contenedor en vidrio con marcas para la medición, pero en los sólidos irregulares se debe sumergir el cuerpo en un líquido en el cual no vaya a ser soluble el cuerpo, y posteriormente medir el desplazamiento que tuvo el líquido.



Ilustración II-15
Densímetro
 Tomado de:
 (Experimentos
 Científicos, 2017)

Para medir la densidad lo que se hace es verter el líquido a saber en un recipiente alto, de forma tal que se pueda introducir el densímetro y que exista la posibilidad que este se sumerja, luego se mete el densímetro en el fluido hasta que este se sostenga solo y se debe observar donde se toca la superficie del líquido con la escala de medida del densímetro y allí se sabe la densidad. Con este aparato se puede tener una clase de escala o de métrica para saber cuál líquido puede flotar sobre cual, logrando tener una especie de torre de líquidos como se observa en la imagen

Sustancia	Densidad g/cm^3
Alcohol	0.79
Aceite	0.91
Agua	1
Jabón	1.2
Miel	1.44



Ilustración II-16 Torre de fluidos de distinta densidad
 Tomado de: (Santoro)

Como se había mencionado antes la sustancia que tiene mayor densidad se sumerge, para el caso de la imagen seria la miel la que está en el fondo debido a que es la que tiene mayor densidad y como se observa en la tabla, a partir de allí va disminuyendo la densidad, comprobándose que la sustancia con menor densidad respecto de las otras flota, quedando en la parte superior de la imagen el alcohol con el valor más pequeño, para este caso.

Por otro lado a partir del densímetro ¿se puede tener alguna relación con la densidad de dichas sustancias en su estado sólido? Se dice que en estado sólido el volumen de los cuerpos disminuye por lo general, así que por lo tanto la densidad aumenta. En el caso del agua, y de “otros elementos como el antimonio, el silicio, el ácido acético, el bismuto y el galio, son unos de los pocos materiales que al solidificarse aumentan su volumen y por lo tanto disminuyen su densidad” (Portal de contenidos educativos de Química general y laboratorio químico), es por esto que cuando servimos una bebida y le echamos hielo este queda flotando en la superficie del líquido.

Se puede concluir que a medida que aumenta la densidad disminuye la capacidad del cuerpo en flotar y si se comparan elementos de los tres estados, sólido líquido y gaseoso el menos denso es el gas y los sólidos son los más densos, basados en que se tenga el mismo volumen pero lo que varía es el peso, que en su orden sería: gases < líquidos < sólidos

.

2.4. Principio de Arquímedes Propositiones V, VI Y VII

2.4.1. Proposición V volumen desalojado por un cuerpo cuando se sumerge en un fluido.

Arquímedes en la proposición V expone que *“Si un cuerpo más ligero que un fluido se abandona en este, se sumergirá hasta que el volumen del fluido desalojado por la parte sumergida pese tanto como todo el cuerpo”* (Vera, 1970).

A partir de esta proposición se empiezan a definir y mostrar conceptos que definen el famoso principio de Arquímedes, más precisamente cuando se manifiesta que “Al sumergir un objeto dentro de un líquido, el volumen del cuerpo sumergido es igual al volumen del fluido desplazado” aun siendo el objeto mucho más liviano que el fluido, inclusive a pesar de que este

flote en la superficie desplaza un volumen de fluido así sea mínimo al momento de sobreponerse en este, tal y como se aprecia en la imagen (Ilustración II-17).

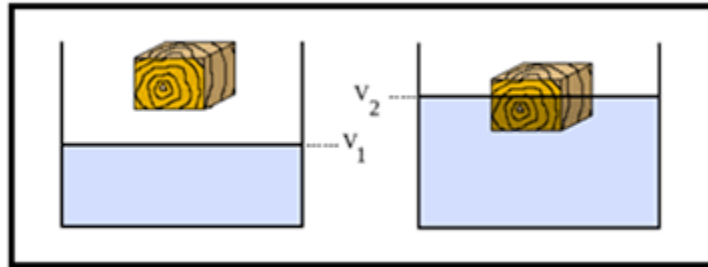


Ilustración II-17 Volumen de agua desplazado por un cuerpo sumergido en él

La madera se sumerge hasta que se encuentre una igualdad entre su peso y el volumen de agua desplazado.

En su libro Arquímedes utiliza esta figura para explicar su proposición teniendo en cuenta las siguientes consideraciones:

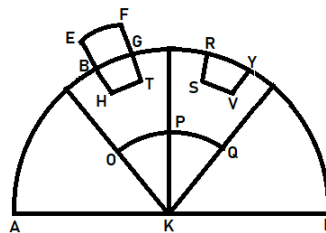
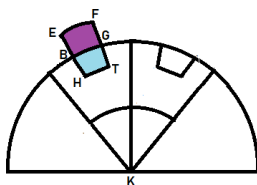
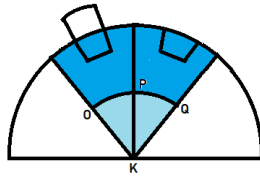


Ilustración II-18 Cuerpo más liviano sumergido en un fluido
Tomado de: (Vera, Científicos Griegos Tomo II, 1970)

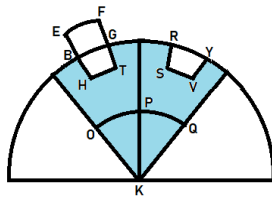
1. La imagen representa un fluido en reposo, muestra un plano que pasa por el centro de la tierra **K** y que corta al fluido y al cuerpo **EFTH**.
2. La parte sumergida del cuerpo es **BGTH** y **EFGB** es la parte emergida.



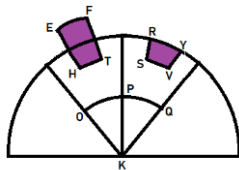
3. El fluido está en reposo y por consiguiente las dos pirámides que están definidas en la figura están en reposo y por lo tanto las partes OP y PQ sufren la misma presión.



4. El peso del fluido de la primera pirámide, excepto el cuerpo **BGTH** es igual al del fluido de la segunda excepto el fluido **RYVS**.



5. Ahora el peso del cuerpo **EFTH** es igual al del fluido **RYVS**.



Con este paso a paso Arquímedes, daba continuidad a la hipótesis que la superficie de un fluido es esférica, tomando el anterior segmento de esfera para su representación, pero ante todo, se deduce que un volumen de fluido igual a la parte sumergida de un cuerpo pesa tanto como todo el cuerpo, teniendo en cuenta que el objeto que se sumerge debe mantener esa uniformidad o estabilidad en el fluido y esto se logra compensando el peso del cuerpo sumergido con el volumen de agua que este desplaza, lo que garantiza que se siguen mantienen las condiciones

inicialmente fijadas por Arquímedes, puesto que el volumen del fluido igual a la parte sumergida del cuerpo pesa tanto como todo el cuerpo, es lo que garantiza que en las partes OP y PQ se presente la misma presión, ya que se garantiza el mismo peso en ambas pirámides; lo que también tiene concordancia con la hipótesis que indica que el fluido está en reposo puesto que tiene sus partes continua y uniformemente colocadas.

A partir de aquí se deja claro que: El peso del volumen desalojado por un cuerpo que flota en un fluido corresponde a una fuerza, es decir podríamos asociarlo a un peso según las propiedades de la materia, en la cual sería necesario determinar su magnitud y también su dirección.

2.4.2. Propositiones VI y VII dirección de la fuerza de empuje y definición de peso aparente

Proposición VI “*Si un cuerpo más ligero que un fluido se sumerge forzadamente en este, recibirá un empuje hacia arriba igual al exceso del fluido desalojado sobre el peso del cuerpo*” (Vera, Científicos Griegos Tomo II, 1970).

Proposición VII: Si un cuerpo más pesado que un fluido se abandona en este, se sumergirá hasta el fondo, y si se pesa en el fluido será más ligero que su verdadero peso igual al del fluido que desaloje.

Estas dos proposiciones son las que actualmente se conocen con el nombre del principio de Arquímedes “todo cuerpo sumergido total o parcialmente dentro de un fluido experimenta una fuerza ascendente llamada empuje, equivalente al peso del fluido desalojado por el cuerpo” que matemáticamente es expresada como $F_e = \rho_{fluido} * g * V_{fluido\ desalojado}$ según la ecuación la fuerza de empuje es directamente proporcional a la densidad y al volumen, es decir que hay gran porcentaje de importancia en el fluido, pues si se sumerge un cuerpo en dos fluidos diferentes,

este experimentara una fuerza de empuje diferente, entre más denso el fluido mayor será la fuerza de empuje es decir, va a ser más difícil para el cuerpo sumergirse, debido a la fuerza de empuje que va hacia arriba eso quiere decir, contraria a la dirección del peso del cuerpo, ahora cabe precisar que a mayor volumen de líquido desplazado quiere decir que existe mayor fuerza de empuje, así mismo la fuerza de empuje está presente así el objeto este inmerso totalmente, sobre la superficie o se encuentre parcialmente dentro del fluido, lo que depende es si el peso del cuerpo es mayor, menor o igual a la fuerza de empuje de ahí sale la posición que tenga el cuerpo en el fluido.

La forma en la que Arquímedes demostró su principio fue con la siguiente figura

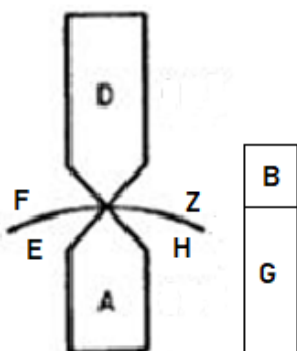


Ilustración II-19 Representación del principio de Arquímedes
Tomado de: (Vera, Científicos Griegos, 1970, pág. 243)

Consideraciones:

Para demostrar esta proporción Arquímedes parte de una hipótesis de contradicción, es decir, manifiesta que existe una fuerza de empuje, pero en este caso plantea la demostración de tal forma que el objeto A es sumergido a “las malas” por el cuerpo D.

1. El cuerpo A es más ligero que el fluido, pero tiene sobre él al cuerpo D que es el que lo mantiene sumergido y la línea FZ es la superficie del fluido.
2. B representa el peso de A y G el peso del cuerpo D.

3. B y G representan el volumen de un fluido que es igual al volumen de A, $V_A = V_{B,G}$
4. Un cuerpo formado por A y D será más ligero que el fluido por ser igual a B y G juntos.

$$V_A = V_B + V_G$$

$$W_A = W_{VB}$$

$$W_D = W_{VG}$$

$$W_A + W_D = W_{VB} + W_{VG}$$

$$W_A + W_D = W_{VA}$$

5. El peso de una parte del fluido de igual volumen que estos dos, es mayor que B y G juntos, porque estos pesan tanto como un volumen del fluido igual a A.
6. Por lo tanto, si se abandona en el fluido un peso igual a A y D juntos, se sumergirá hasta que el volumen del fluido desalojado por la parte sumergida tenga tanto peso como todo el cuerpo.
7. Recordando que un volumen de una parte del fluido igual al del cuerpo de A tiene el mismo peso que A y D juntos
8. Resulta que la parte sumergida es el cuerpo A y que D está completamente fuera del fluido.
9. Luego A sube con una fuerza igual a D que esta sobre EFZH y lo empuja desde abajo puesto que una de estas fuerzas no está destruida por la otra.
10. Pero el cuerpo D es empujado hacia abajo con una fuerza igual a G y queda demostrada la proposición. (La dirección de esta fuerza de empuje es verticalmente pero hacia arriba).

Simultáneamente se presenta en el LIBRO II la **proposición I** que trata a la densidad como una razón :“Si un cuerpo más ligero que un fluido está en reposo dentro de este, el

peso del cuerpo es al peso del mismo volumen en fluido, como la porción sumergida del cuerpo es a todo el cuerpo” (Vera, Científicos Griegos, 1970).

$$\frac{\text{Peso del cuerpo}}{\text{Peso del mismo volumen en fluido}} = \frac{\text{porcion sumergida del cuerpo}}{\text{todo el cuerpo}}$$

$$\frac{\text{todo el cuerpo}}{\text{Porcion sumergida del cuerpo}} = \frac{\text{peso del mismo volumen en fluido}}{\text{Peso del cuerpo}}$$

Con esta proposición lo que se puede llegar a comprender más allá de saber si un cuerpo flota o se hunde, es el poder determinar en qué porción o medida está sumergido el cuerpo dentro del fluido, esto con ayuda de la proposición que relaciona “el peso” y el volumen tanto del cuerpo como del fluido, o el saber cuánto es más denso el fluido del cuerpo o viceversa.

Con ayuda de estas proposiciones fue que Arquímedes logro resolver la situación de la famosa corona de oro que esta descrita tal cual como la narro Vitruvio¹⁶.

“Cuando Hierón reinaba en Siracusa- dice el famoso arquitecto romano- quiso ofrecer a los dioses inmortales, por los éxitos conseguidos en sus empresas, una corona de oro, que encargo a un artífice a quien entrego el oro necesario para hacerla, además del importe de su trabajo. En el plazo convenido quedo construida la corona, que al rey pareció bien ejecutada; pero habiendo sabido que el artífice había robado una parte del oro, sustituyéndolo por el mismo peso de plata, y no sabiendo como demostrar el fraude de que fue víctima, encargo de ello a Arquímedes. Un día, en que este se bañaba, observo que el agua se desbordaba a medida que él entraba en la bañera, lo cual le hizo descubrir el secreto que buscaba, y, saliendo desnudo del baño, corrió por las calles gritando: Eureka! Eureka! es decir: lo encontré, lo encontré”

¹⁶ Marco Vitruvio, arquitecto y escritor, fue el que describió y relato algunos inventos de Arquímedes, así como la historia de la detección de oro adulterado en una corona real. (Vera, Científicos Griegos, 1970)

Vitruvio dice después que para comprobar que la corona no era de oro puro, la introdujo en un vaso lleno de agua, y después dos masas, una de oro y otra de plata, de igual peso que la corona, y, midiendo los volúmenes desalojados en los tres cuerpos, encontró que la masa de oro no desalojaba tanta agua como la de plata; que la diferencia era igual a la de los volúmenes en oro y de la plata; y que la corona desalojo más agua que la masa de oro y menos que la de plata, lo que le permitió calcular la plata que el artífice había mezclado con el oro. (Vera, 1970).

En esta anécdota de Arquímedes se evidencia que la forma en la que solucionó el problema de la corona, fue teniendo en cuenta la densidad sabiendo que el hacía relaciones de las proporciones entre pesos y volúmenes tanto de los objetos como de los fluidos.

En este capítulo se rescata el orden en las proposiciones que plantea Arquímedes, además se tiene en cuenta la geometría de la esfera como eje fundamental, a partir de esta y los cortes que se realizan se logran apreciar el reposo de un fluido, la inmersión y el cambio que puede llegar a tener un fluido con un cuerpo, situaciones que nos dan herramientas para tener una forma diferente de plantear el fenómeno de la flotación de los cuerpos

III. GEOMETRÍA Y FÍSICA

3.1. Hacia La Geometría

La geometría tiene múltiples definiciones, desde la perspectiva de Apolinar: “es una parte de las matemáticas que se encarga de estudiar las propiedades y las medidas de una figura en un plano o en un espacio a partir de las líneas, las figuras y el mismo espacio¹⁷ “ (Apolinar, 2011), esta definición es una de las más básicas y a simple vista no deja entrever la profundidad y el formalismo que la geometría ofrece.

En otro sentido, la geometría plana vista desde la mirada de las matemáticas es considerada según Carmen Samper¹⁸ como: “Una colección de características y propiedades de los objetos físicos, ya sean estos naturales o creaciones del hombre, situándola como parte de la ciencia natural o como un modelo de la realidad natural y artificial” (Samper de Caicedo , Camargo Uribe, & Leguizamon de Bernal , 2003, pág. 19), esta definición abre una perspectiva científica que muestra una relación muy estrecha con la física, ya que menciona a los objetos que pueden llegar a ofrecer ciertas percepciones de realidad que tiene el hombre y de cómo a partir de dichos objetos, se puede caracterizar el mundo en el que vivimos, a partir de sus propiedades y tipologías.

En consecuencia, la geometría es utilizada en la física no solo por su formalismo axiomático el cual brinda soporte a las teorías científicas, sino que además tiene un vínculo más cercano a la realidad ontológica o que construye al ser humano, en otras palabras: “la geometría se halla en

¹⁷ Parte las matemáticas que trata de las líneas, las figuras y el espacio. La geometría plana trata sobre las figuras planas como líneas, círculos y el espacio. La geometría esférica trata de las figuras solidas (tridimensionales) como esferas y cubos. definición tomada del diccionario ilustrado de conceptos matemáticos (Apolinar, 2011)

¹⁸ Docente e investigador de la Universidad Pedagógica Nacional, departamento de Matemáticas.

estrecha conexión con el mundo real... está se encuentra ligada a los objetos físicos, al espacio físico y a la percepción de estos en una multitud de formas distintas” (2003, pág. 21) .

3.2 La Geometría Y Los Aportes A La Enseñanza De La Física

Las matemáticas fueron desarrolladas por los griegos alrededor del año 600 a.de. C. y estaban enfocadas en deducir cuestiones y problemas de la naturaleza, posteriormente con la geometría y su formalismo lograron aplicarla a la comprensión y el entendimiento del universo dada su utilidad contextual en su momento histórico y aun hoy en día.

Adicional, la geometría tiene aplicaciones que la vinculan con la Física y el objeto de estudio que esta tiene, ya que le sirven para darle características a la naturaleza entre otras muchas. Albert Einstein en uno de sus artículos habla de la geometría como: “La geometría es una ciencia natural, se puede considerar como la rama más antigua de la física, sus afirmaciones reposan sobre inducciones lógicas” (Einstein, Geometría y experiencia).

La trascendencia del vínculo entre la física y la geometría, se encuentra en la relación que se da mediante el formalismo matemático, pues la geometría se compone de esta. Es por esto necesario mostrar cual es la gran estimación hacia las matemáticas como lo menciona Albert Einstein en uno de sus escritos:

“Una de las razones por la que las matemáticas disfrutaban de especial estimación, por sobre todas las ciencias, es que sus proposiciones son absolutamente ciertas e incontrovertibles, mientras que las de todas las otras ciencias están hasta cierta medida sometidas a debate y en constante peligro de ser superadas por hechos recientemente descubiertos” (Einstein, Geometría y experiencia).

Es decir que si la física expone sus teorías y leyes a partir del formalismo matemático lograra tener una base incontrovertible para demostrar sus postulados, proposiciones, leyes y teorías,

entre otros, debido a que la matemática mediante su formalismo da más que fuerza, garantía a sus razonamientos científicos.

Sin embargo la geometría puede llegar a tener estudios y demostraciones que nada tienen que ver con la realidad o con cosas tangibles para el hombre. Específicamente la geometría axiomática, que es la geometría que esta “basada en un grupo de proposiciones, que contienen todo el material empírico necesario para construir la geometría y a partir de los cuales se pueden deducir las demás proposiciones” (Nieto, 2018), en tal sentido, estos axiomas son construcciones hechas por el hombre y son elementos que no podemos percibir con nuestros sentidos, lo cual necesitamos abstraer a nuestra realidad, un ejemplo de esto es el punto, definido por Arquímedes como “Lo que no tiene ninguna parte” y precisamente se trata de un objeto que es tan minúsculo que no tiene dimensiones, es decir no tiene diámetro ni volumen, nada, pero este es un elemento que no existe en nuestra realidad y aun así se utiliza mucho tanto en física como en geometría, el punto es una construcción necesaria para el hombre.

En este sentido cabe resaltar que la geometría aporta en la enseñanza en general, debido a que involucra tres procesos cognitivos que cumplen con funciones epistemológicas específicas: “procesos de visualización con referencia a las representaciones espaciales para la ilustración de proposiciones; procesos de construcción mediante herramientas, la construcción de configuraciones puede servir como un modelo en el que la acción sobre los representantes y los resultados observados están relacionados con los objetos matemáticos que éstos representan; El razonamiento en su relación con los procesos discursivos para la extensión del conocimiento, para la demostración, ara la explicación. Estas tres clases de procesos cognitivos están cercanamente conectados y su sinergia es cognitivamente necesaria para la competencia en geometría” (Fernández Nieto, 2018).

Con lo anteriormente expuesto, se observa como la geometría y la física son una combinación que aportan significativamente a la enseñanza de cualquiera de las dos áreas de conocimiento, pero además al desarrollo de habilidades de pensamiento científico (clasificar, categorizar, conjeturar, contradecir, argumentar, demostrar, entre muchas más) enriquecen el ambiente de aprendizaje de las ciencias y por ende se constituyen en un recurso valioso para su enseñanza.

Finalmente es importante señalar que se posibilita la enseñanza del fenómeno de flotación no solo teniendo en cuenta el recurso geométrico señalado en este trabajo, sino que además es necesario construir una secuencia didáctica que dinamice este proceso de enseñanza.

1.3. Análisis De La Relación Entre Elementos Geométricos Y Físicos Relevantes En El Fenómeno De La Flotación

A continuación se enumeran los principales elementos geométricos que son utilizados en el texto de Arquímedes, están definidos a partir de su significado físico, es decir se enfoca en lo que estos elementos geométricos representan específicamente en el fenómeno de la flotación.

3.3.1. La esfera

En el formalismo de hidrostática que realizó Arquímedes la esfera es el punto de partida, ya que es la que define la superficie de un fluido, es como una especie de métrica que se tiene para establecer si un fluido está en reposo o no, teniendo en cuenta que en ese proceso de medición si la superficie no es esférica, por lo tanto el fluido no está en reposo. Adicional la esfera facilita la representación de la dirección de la gravedad y los gradientes de presión, teniendo en cuenta la distancia hacia la superficie. Además el centro simboliza el centro de los fluidos que es el mismo que el de la tierra.

3.3.2. Arco de círculo

También llamado semicircunferencia debido a que es un arco de círculo y su base es el diámetro de la circunferencia. Este representa la superficie del fluido determinado por el perímetro de la esfera, y es el que determina si está en reposo o no.

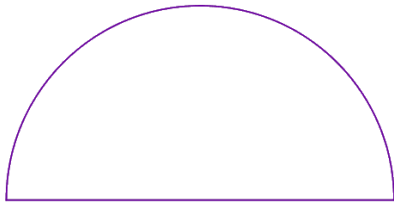


Ilustración III-1 Superficie de un fluido en reposo



Ilustración III-2 Superficie de un fluido en movimiento
Tomado de: (Varios, 2017)

3.3.3. Arco de esfera

Se utilizaban para definir la presión, de tal manera que los arcos de esfera que están más cercanos al centro sufren más presión, según lo mencionaba Arquímedes en su definición de fluido “Cada parte esta comprimida por el fluido que hay sobre ella y según la dirección de la vertical”.

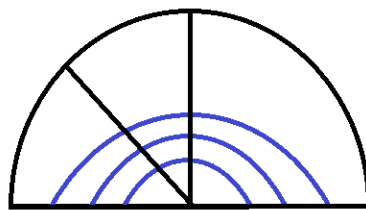


Ilustración III-2 Arcos que representan la presión en un área determinada

3.3.4. Volumen

El volumen hace referencia al fluido desalojado mencionado en el principio de Arquímedes “todo cuerpo sumergido dentro de un fluido experimenta una fuerza ascendente llamada empuje,

equivalente al peso del fluido desalojado por el cuerpo”.

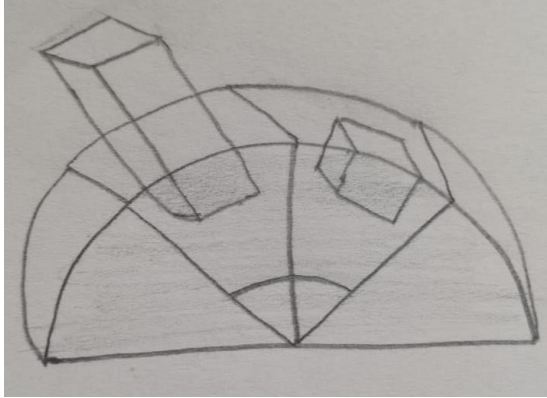


Ilustración III 3 Volumen desalojado

IV. SISTEMATIZACIÓN Y REFLEXIONES DADAS EN LA PRÁCTICA

El siguiente escrito pone de manifiesto algunas situaciones relevantes que ocurrieron en la práctica pedagógica en torno al fenómeno de flotación de los cuerpos. Se hacen dos relatos que ocurrieron en dos escenarios diferentes, la narración inicial corresponde a la práctica realizada en el colegio Escuela Pedagógica Experimental EPE allí se trabajó con niños de primaria específicamente niños de 1°, 2° y 3° en un taller alternativo a las clases que se basaba en construir objetos que se relacionaran con ciencia y tecnología.

La segunda situación corresponde a la práctica realizada en la I.E.D. Morisco, allí se trabajó con estudiantes de grado 10° temas relacionados con hidrostática.

En cada una de las narraciones se realizan reflexiones de la práctica docente en relación con la enseñanza del fenómeno de la flotación.

4.1. Hacia La Construcción de Barcos

Una de las formas en la que considero he logrado identificar o reconocer si un estudiante entiende una temática, es a partir de la argumentación, y las formas que los estudiantes tienen para hacerlo son diversas, por medio de la oralidad, cuando participan en el salón contestando una pregunta o resolviendo un problema, cuando trabajan en grupo, en las evaluaciones, exposiciones o tareas. En estas actividades se reconoce un estudiante sobre todo en las preguntas abiertas o en la resolución de problemas.

Es por esto que cuando trabajé el tema de la flotación lo hice a través del planteamiento de situaciones problema, con experimentos y laboratorios que pudieran crear o ser recreados por los estudiantes o a partir de un diálogo entre los estudiantes.

En el caso del planteamiento de situaciones problema, lo realice con niños de 1°, 2°, 3° y 4° de la Escuela Pedagógica Experimental, en mi práctica acompañaba a la profesora de educación inicial en un taller de construcciones llamado Cacharreo, los niños que se encontraban en este taller se caracterizaban por ser a los que les gustaba desbaratar cosas, explorar, armar, o corretear por todos lados, en fin vivían muy activos.

Algunos de estos estudiantes no lograban manejar la frustración actitud que se reflejaba al momento de construir, debido a que si el aparato no les funcionaba o no les salía bien a la primera abandonaban o en algunas ocasiones dañaban lo que hacían y lo botaban.

Sin embargo cuando se llevaba a los niños a cuestionamientos inductivos a partir de preguntas desencadenantes o de interés para ellos se lograba en gran medida que los estudiantes salieran de su frustración y miedo al fracaso y retornaban a la actividad en la clase.

Uno de estos ejemplos de preguntas son: ¿y si pudiéramos navegar en gelatina o slime como sería nuestro barco? ¿Crees que la forma de tu barco tiene algo que ver? ¿Crees que en las aguas viven especies extrañas que nos ayudan a navegar? ¿Qué necesitas para poder navegar? A partir de estos ejemplos de pregunta, los niños hablaban de formas geométricas, de materiales, de fuerzas como el peso, que incentivaban el buen desarrollo de la clase y el querer saber más sobre las temáticas desarrolladas.

En este taller había alrededor de 25 niños, estos estudiantes se dividieron en cinco grupos y se trabajó con un grupo que quería construir un barco, por lo tanto la actividad se centró en que los niños lograran hacer un barco, pero un barco que funcionara. A partir de allí se empieza a pensar las planeaciones de clase, se debía tener en cuenta que estos niños anhelaban crear, experimentar, pero sobre todo hacer, no estaban en ese taller con el anhelo de recibir una clase magistral.

En consecuencia, la primera actividad fue resolver una situación a partir de la siguiente narración:

Un grupo de amigos se encontraba en un crucero querían hacer avistamiento de delfines y de ballenas, se localizaban en la costa sur y estaban navegando a lo ancho del Atlántico en un barco que a simple vista se veía muy bien, pero cuando se encontraban en mar adentro el barco se averió y así como así se hundió, los pasajeros del barco se encuentran en peligro, así que tienen 15 minutos para construir un barco o una balsa que logre recoger al menos a dos pasajeros y que este medio de transporte logre resistir un trayecto largo, en este caso vamos a ir a la poceta del patio (Es de alrededor 30 cm de ancho por 2 metros de largo) y hay van a colocar sus barcos y la que logre pasar a lo largo de esta cargando los pasajeros será la balsa ganadora, ya que será la que está en la capacidad de salvar al grupo de amigos.

Los estudiantes tenían diferentes materiales palos de paleta, lana, cinta, pegamento, palos de pincho, plastilina, papel, tijeras.

Solo dos grupos lograron salvar a los pasajeros, utilizaron palos de paleta unidos con cinta, un grupo lo hizo con dos secciones, la primera tenía alrededor de 10 palos de paleta de forma horizontal y colocó sobre esta otros 10 palos en forma vertical, los otros estudiantes no lograron hacerlo un grupo hizo un barco de papel pero al momento de subirle los pasajeros, que eran dos muñecos de pasta, se hundía y no fue posible realizar el recorrido, otros lo hicieron con plastilina y tampoco fue posible.

Objetivos de la actividad:

Reconocer las características que deben tener los materiales para poder flotar.

Trabajar en equipo desde el aprendizaje cooperativo

Los estudiantes concluyeron que el barco de plastilina no funcionó debido a que era muy pesado, otros dijeron que no había quedado plano si no que había quedado de lado lo que lo hacía ladearse para un lado y por eso se hundió, tomando las conclusiones de los estudiantes en la siguiente clase lo que se hizo fue un plan de trabajo con los estudiantes en donde se hablaba de

los tipos de barcos que existían y del funcionamiento y materiales con los que están contruidos, después de esto, se hicieron barcos de papel como resultado los niños decían que era muy importante la forma a pesar que eran de papel. Estos tipos de razonamientos permiten generar nociones conceptuales sobre propiedades de la materia, noción de fuerzas y propiedades de los fluidos.

En la siguiente sesión se acordó con los estudiantes ir al taller del colegio y hacer un barco de madera, los chicos estaban felices, tuvieron la oportunidad de martillar, y utilizar todas las herramientas de carpintería que habían, ese fue el barco que más les gusto, de ahí en adelante en todas las clases lo sacaban para jugar y algunos querían llevarlo para la casa pero como era del grupo, nunca se lo pudieron llevar.

En las últimas sesiones se estaba intentando construir un barco de vapor, pero era muy complejo de hacer y finalmente lo termine haciendo yo, debido a que se necesitaba utilizar pistola de silicona y otras cosas que eran difíciles de manipular por los estudiantes.

Análisis y conclusiones

El trabajar con los niños fue muy motivante, los niños tienen unas ansias inmensas por aprender, experimentar y descubrir, se evidencio la necesidad de una secuencia didáctica diferente para el contexto de estos niños, donde constantemente era necesario partir del hacer protagónico del estudiante que le permitiera experimentar y vivir diferentes situaciones de aprendizaje, donde se posibilite el trabajar con diferentes formas y tamaños, pero además acompañado de analogías narraciones y preguntas dirigidas a sus propios intereses.

ales por esto que se debe tener una muy buena planeación de clase, para que no todo vaya a quedar como un activismo sin sentido o un juego y las cl ases no pasen más allá de una simple actividad.

Lograr llamar la atención del estudiante es complicado y los niños son muy buenos formadores, en el sentido que le dicen al profesor frases como: No entiendo, ¿otra vez lo mismo? en mi casa ocurre algo similar, a mi familia le paso algo parecido, me gusta la clase o no me gusta la clase, por fin entendí, ¿para qué me sirve saber eso? Son un sin número de cuestionamientos que están haciéndose y haciéndole al docente los niños y por eso me gustó mucho porque sabía que a partir del trabajo en equipo de las construcciones que hacían ellos mismos o del saber controlar la frustración se iban a empezar a encaminar la curiosidad y el entusiasmo por aprender, ayudados de herramientas que se le deben dar a los niños.

De ahí empezó a nacer mi necesidad por entender una forma para explicar cómo flotan los cuerpos que principios o conceptos son relevantes para explicar este fenómeno.

4.2.Clases de Hidrodinámica en grados 10°

En el colegio Morisco se trabajó con estudiantes de grado 10° la clase de física con estudiantes de décimo grado, con la temática de Mecánica de fluidos, inicialmente con fluidos en reposo y luego con fluidos en movimiento.

Se realizaron una serie de actividades para desarrollar hidrodinámica, estas actividades fueron orientadas por el docente que guiaba y orientaba la práctica pedagógica, los temas y las actividades fueron:

1. Taller de desarrollo sobre los conceptos de presión y densidad. Explicación por parte del docente y posterior desarrollo de un taller.
2. Se dejó una tarea que fue una investigación sobre la vida y obra de Pascal y de Arquímedes, con la información hallada debían realizar una historieta.
3. Ejercicios elaborados por el docente para explicar el principio de pascal y Arquímedes.

4. Laboratorio virtual sobre principio de Arquímedes, para hallar el empuje que un líquido ejerce en un objeto.
5. Sustentación oral del laboratorio en grupos por parte de los estudiantes

Análisis de la práctica pedagógica

En la resolución de los talleres los estudiantes tuvieron dificultad en la comprensión en el concepto de densidad, pues terminaron relacionándola principalmente con el peso de los objetos, es decir que si eran más livianos podían flotar mejor, pero no se logró profundizar mejor en el tema, solo unos pocos estudiantes manifestaban que si tenía menor densidad flotaba o si tenía mayor densidad se sumergía. Pero el concepto de la densidad parecía perder el hilo conductor cuando se veía el principio de Arquímedes o de Pascal y a pesar de que los temas contaban con un orden de prioridades no se logró ver la relación y la secuencia que se tenían en los temas, inclusive cuando el docente guía de la practica retomo las clases de hidrodinámica los estudiantes no lograron diferenciar esas dos temáticas.

4.3. Secuencia Didáctica

A partir de los análisis y las conclusiones de la práctica se plantea la siguiente secuencia didáctica, esta aunque no se alcanzó a desarrollar con los estudiantes queda como una propuesta para trabajar a futuro.

Título de la secuencia didáctica	Flotación de los cuerpos
Presentación	En esta secuencia se presentan una serie de actividades enmarcadas por la geometría, la cual sirve como guía para la enseñanza del fenómeno de la flotación.
Área en la que se desarrolla	Física Principio de flotación. Razones y proporciones. Densidad. Fuerza de empuje

Objetivos de aprendizaje	• Determinar relaciones entre la densidad y la flotación de los cuerpos. • Establecer relaciones entre razón y proporción y a partir de estas de estas determinar la proporción de inmersión o flotación de un cuerpo. $\frac{\text{Peso del cuerpo}}{\text{Peso del mismo volumen en fluido}} = \frac{\text{porcion sumergida del cuerpo}}{\text{todo el cuerpo}}$
Tiempo de desarrollo sugerido	2 clases, cada una de dos horas.
Derechos Básicos de Aprendizaje asociados	• DBA 4 Matemáticas 9° Identifica y utiliza relaciones entre el volumen y la capacidad de algunos cuerpos redondos (cilindro, cono, esfera) con referencia a las situaciones escolares y extraescolares.

Desempeños esperados	• DBA 1 Ciencias naturales 9° Comprende que el movimiento de un cuerpo, en un marco de referencia inercial dado, se puede describir con gráficos y predecir por medio de expresiones matemáticas. • Identifica razones y proporciones relacionándolas con la inmersión de cuerpos con distinta densidad en una sustancia líquida. • Formular hipótesis a partir de situaciones cotidianas, que apunten a explicar el fenómeno de la flotación con base en las teorías y modelos científicos. • Plantea situaciones problema a partir de datos obtenidos en la lectura y genera hipótesis para la solución de las mismas. • Identificar y explicar los aspectos físicos y geométricos que intervienen en el fenómeno de la flotación de los cuerpos.
-----------------------------	---

V. CONCLUSIONES

Del trabajo se logran destacar las siguientes conclusiones:

El fenómeno de la flotación se puede abordar desde la geometría euclidiana, porque a partir de esta se pueden hacer razonamientos de tipo lógico, que se interpretan con elementos geométricos básicos, que se relacionan directamente con magnitudes Físicas, que demuestran el porqué del fenómeno a partir de las representaciones que brinda la geometría.

La geometría brinda una secuencia lógica para la enseñanza del fenómeno de la flotación, que se evidencia en el paso a paso que se debe desarrollar al momento de abordar el fenómeno, ya que es necesario que se hile un desarrollo conceptual desde lo macro, en este caso iniciando en la definición de fluido, hasta llegar a lo más concreto, que es la flotación del cuerpo como tal, lo que permite ver que la flotación está desarrollada a partir de un sin número de conceptos que intervienen en la posición que puede llegar a tener un cuerpo, cuando se sumerge en un fluido.

La enseñanza de este fenómeno debe centrarse en un orden lógico que se sustenta con cada paso, el cual se comprende más partiendo de la generalidad de la hidrostática hasta llegar puntualmente al principio de Arquímedes,

A partir del análisis al escrito de Arquímedes, se permite ampliar la mirada y reconocer que existen diferentes formas de ver el mundo, se podría decir diferentes realidades, las cuales están centradas en el contexto en el que se desarrollan y que a pesar del transcurrir del tiempo, son anacrónicas hablando puntualmente de la flotación, ya que no han perdido su validez y eso es gracias a la matemática en este caso, específicamente a la geometría en

sí, ya que esta es la que demuestra con su formalismo lógico, que los argumentos y hallazgos de Arquímedes hoy día sirven para el uso y desarrollo de nuestra sociedad.

Finalmente cabe destacar que el fenómeno de la flotación tiene partes y disciplinas que sirven como apoyo para su enseñanza, desde la parte experimental que se puede realizar desde situaciones que están ligadas a la cotidianidad, desde la geometría que permite relacionar métricas y fenómenos a partir de figuras como la circunferencia. Todas estas brindan al docente herramientas para el desarrollo óptimo de su profesión.

VI. Bibliografía

(s.f.). Obtenido de Arquimedes de Siracusa:

<http://mimosa.pntic.mec.es/jgomez53/matema/conocer/arquimedes.htm>

ACS Chemistry for Life. (28 de octubre de 2013). *ACS Chemistry for Life*. Recuperado el 28 de noviembre de 2019, de

<https://www.middleschoolchemistry.com/espanol/capitulo3/leccion5/>

Apolinar, E. S. (2011). *Diccionario Ilustrado de conceptos matemáticos*. México.

Barbel Inhelder, J. (1985). *De La Lógica del Niño Al adolescente*. España: Paidós Ibérica.

By Farlex. (s.f.). *The Free Dictionary*. Recuperado el 14 de 02 de 2020, de

<https://es.thefreedictionary.com/paraboloide>

C. Potter, M., & C. Wiggert, D. (1998). *Mecánica de Fluidos* (Segunda ed.). México: Pearson.

Celis Calderón, M. (2015). *Construcción de explicaciones acerca de la flotación de los cuerpos*.

Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional .

Covaleda Rodríguez, I. (2018). *El valor de la geometría Euclidea para la enseñanza de la lógica*.

Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.

Einstein , A., & Traducido por Bautista , G. (s.f.). *Geometría y experiencia*. Versión ampliada de

una comunicación a la Academia Prusiana de Ciencias de Berlín, en enero 27 de 1921.

Experimentos Científicos. (21 de Abril de 2017). *Experimentos Científicos Entendiendo el*

mundo a través de pequeños experimentos y ciencia. Experimentos para niños y adultos.

Recuperado el 3 de Diciembre de 2019, de

<https://www.experimentoscientificos.es/experimentos-densidad/>

Fernández Nieto, E. (2018). La geometría para la vida y su enseñanza. *Aibi revista de investigación, administración e ingeniería*, 33-61.

- Fonseca Chaleal , A. (2016). *Análisis histórico crítico y la actividad experimental: construyendo el fenómeno de flotación*. Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional .
- Geoenciclopedia*. (22 de 05 de 2018). Recuperado el 21 de 01 de 2020, de <https://www.geoenciclopedia.com/que-es-el-atomo/>
- Hewitt, P. G. (2004). *Física conceptual*. Mexico: Pearson.
- La mejor idea de Arquímedes* . (s.f.). Obtenido de http://www.mat.ucm.es/cosasmdg/cdsmdg/05edumat/geometriahoy/experimentosgeom/la_mejor.htm
- López, F., & Fernández, F. (2019). *Matemáticas con mucho arte: Edad media y moderna*. Obtenido de <http://wordpress.colegio-arcangel.com/matematicas2/las-conicas/>
- Ministerio De Educación Nacional. (2004). *Estándares Básicos de Competencias en Ciencias Naturales y Ciencias Sociales*. Bogotá .
- Mora Valbuena, O., Becerra Galindo , H., Díaz éerez, V., & Bello Rivera, C. (2007). La proporcionalidad como instrumento de matematización en Arquímedes: un análisis sobre cuerpos flotantes. *Ciencias Basicas, Centro de Investigaciones y desarrollo Científico*, 143-158.
- Nieto, E. L. (2018). La Geometría para la vida Y su Enseñanza. *Aibi Revista De Investigación, administración e ingeniería*, 6(1), 33-61.
- Oriol Mora Valbuena, H. M. (2007). La proporcionalidad como instrumento de matematizacion en Arquimedes: Un analisis sobre los cuerpos flotantes. *Ciencias Basicas, Centro de investigaciones y desarrollo cientifico*, 143-158.
- Portal de contenidos educativos de Química general y laboratorio químico. (s.f.). *TP Laboratoireiro químico*. Recuperado el 04 de 02 de 2020, de

<https://www.tplaboratorioquimico.com/laboratorio-quimico/materiales-e-instrumentos-de-un-laboratorio-quimico/densimetro.html>

Rodríguez, I. C. (2018). El valor de la geometría Euclidea para la enseñanza de la lógica. Bogotá, Colombia.

Ruiza, M., Fernández, T. y Tamaro, E. (2004). *Biografía de Eratóstenes, en Biografías y vidas. La enciclopedia biográfica en línea.* (Barcelona (España)) Recuperado el 02 de 2020, de <https://www.biografiasyvidas.com/biografia/e/eratostenes.htm>

S., E. P. (2009). Arquímedes: su vida, obras y aportes a la matemática moderna. *Revista digital matemática, Educación e internet* (www.cidse.itcr.ac.cr/revistamate/), Vol. 9(1).

Samper de Caicedo, C., Camargo Uribe, L., & Leguizamón de Bernal, C. (2003). *Cómo promover el razonamiento en el aula por medio de la geometría.* Bogotá D.C.

Santillana. (2017). *Los caminos del saber Física I.* Bogotá: Santillana.

Santoro, B. (s.f.). *Experimentos Científicos.* Obtenido de <https://www.experimentoscientificos.es/experimentos-densidad/>

Sears, F. W. (1979). *Física General* (Quinta ed.). Aguilar.

Tocino Sánchez, A. (10 de 09 de 2018). El método de Arquímedes para calcular áreas y volúmenes, la historia de las matemáticas como herramienta didáctica. Málaga: Trabajo Fin de Máster, Facultad de Educación, Universidad Nacional de Estudios a Distancia Máster Universitario de Formación del Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanzas de Idiomas. Especialidad de.

Varios. (12 de Septiembre de 2017). *Shutterstock.* Recuperado el 28 de enero de 2020, de https://www.shutterstock.com/es/search/superficie+mar?image_type=vector...

Vera, F. (1970). *Científicos Griegos* (Vol. II). (J. Bravo, Ed.) España: Aguilar, S.A.