"ACTIVIDADES ABDUCTIVAS PARA EL DESARROLLO DE LA CAPACIDAD DE ANÁLISIS VARIACIONAL EN ESTUDIANTES DE GRADO DÉCIMO JORNADA TARDE DEL COLEGIO IED ISABEL II"

Asdrúbal González Aguirre

2016187525

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

FACULTAD DE EDUCACION

DEPARTAMENTO DE POSGRADOS

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN

BOGOTÁ D. C.

2018

“ACTIVIDADES ABDUCTIVAS PARA EL DESARROLLO DE LA CAPACIDAD DE ANÁLISIS VARIACIONAL EN ESTUDIANTES DE GRADO DECIMO JORNADA TARDE DEL COLEGIO IED ISABEL II”

Asdrúbal González Aguirre

2016187524

Trabajo de grado para optar por el título de Magister en Educación

Director:

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

FACULTAD DE EDUCACIÓN

DEPARTAMENTO DE POSGRADOS

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN

BOGOTÁ D. C.

2018

RESUMEN

El presente estudio tiene como objetivo general *observar y analizar* el desarrollo del razonamiento abductivo matemático en estudiantes de grado decimo del Colegio IED Isabel II J.T, a través de construcciones matemáticas, al *resolver problemas matemáticos*. Se diseñaron tres actividades, cada una de ellas da a conocer una situación particular, los estudiantes pueden visualizarla y describirla, facilitando la identificación de las regularidades, las construcciones están acompañadas de una guía escrita donde se proporciona una serie de preguntas orientadoras relacionadas con cada paso del razonamiento abductivo matemático. A partir de la aplicación de estas actividades se realiza una *descripción y análisis* de los resultados teniendo en cuenta los objetivos establecidos. Esta investigación se desarrolla bajo un enfoque cualitativo interpretativo que dentro de sus variables de trabajo se ha escogido la investigación acción como directriz en la realización de las actividades. Bajo los parámetros de la investigación acción IA se tiene en cuenta las etapas del proceso en el aula inspirada en los modelos de Lewin (1946,1948), Corey (1953), Taba (1957), Ebbutt (1985), Elliott (1981), Kemmis y McTaggart (1982), McNiff (1992) y Martínez (1996). Inicialmente se realiza una búsqueda de trabajos y publicaciones relacionados con el razonamiento abductivo y razonamiento variacional, adicional a ello se planifico la realización de un diagnóstico de pre-saberes, ya que es fundamental conocer de antemano cuales son las falencias o aciertos cognitivos de los estudiantes en cuanto al razonamiento abductivo matemático que poseen. En los pasos intermedios se realizó el proceso de elaboración y aplicación de las actividades, con las cuales se pretende *observar y analizar* el desarrollo del razonamiento abductivo matemático de algunos estudiantes de grado decimo del Colegio IED Isabel II J.T., mediante el desarrollo delas actividades planteadas. En la *etapa final*, se realiza la descripción de los resultados, se hace una clasificación de los pasos del razonamiento abductivo matemático a la luz de la teoría.

Agradecimientos

A mis hijos Georgette y Gian Camilo, quienes han sido el motor que mueve mi vida; a ellos que es importante entender que la perseverancia y disciplina permiten alcanzar nuestras metas.

A mi Padre en el cielo, gracias por su entrega consejo y motivación, porque con su ejemplo ha forjado en mi un hombre de bien con espíritu combativo y de superación.

Al maestro José Bernardo, quien, con su dirección, apoyo y sabiduría me ha guiado a culminar este proceso de crecimiento personal y profesional

	FORMATO
UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL	**RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN – RAE**
Código: FOR020GIB	**Versión: 01**
Fecha de Aprobación: 10-10-2012	**Página 1 de 7**

1. Información General	
Tipo de documento	Tesis de grado de Maestría de Investigación
Acceso al documento	Universidad Pedagógica Nacional. Biblioteca Central
Título del documento	"Actividades abductivas para el desarrollo de la capacidad de análisis variacional en estudiantes de grado decimo jornada tarde del Colegio IED Isabel II"
Autor(es)	González Aguirre Asdrúbal
Director	Galindo Ángel José Bernardo
Publicación	Bogotá., Universidad Pedagógica Nacional, 2018. 133p.
Unidad Patrocinante	Universidad Pedagógica Nacional
Palabras Claves	RAZONAMIENTO ABDUCTIVO; MATEMÁTICO; ANÁLISIS VARIACIONAL; CONJETURA.

2. Descripción
La tesis de grado presenta como objetivo general *observar y analizar* el desarrollo del razonamiento abductivo matemático en estudiantes de grado decimo del Colegio IED Isabel II J.T, a través de construcciones matemáticas, al resolver problemas de aplicación. Se diseñaron tres actividades, cada una de ellas da a conocer la situación mediante una construcción, donde los estudiantes pueden *visualizarla y describirla*, facilitando la identificación de las regularidades, esta construcción está acompañada de una guía escrita donde se proporciona una serie de preguntas orientadoras relacionadas con cada paso del razonamiento abductivo matemático. A partir de la aplicación de estas actividades se realiza una *descripción y análisis* de los resultados que se obtuvieron.

3. Fuentes
Ausubel, D. P. (1973). “Algunos aspectos psicológicos de la estructura del conocimiento”. En Elam, S. (Comp.) La educación y la estructura del conocimiento. Investigaciones sobre el proceso de aprendizaje y la naturaleza de las disciplinas que integran el currículum. Ed. El Ateneo. Buenos Aires. Págs. 211-239. Ausubel, D. P. (1976). Psicología educativa. Un punto de vista cognoscitivo. Ed. Trillas. México. Alvarado, M., & Ardila, O. (2010). Los eventos discrepantes en ciencias naturales un camino para propiciar pensamiento abductivo en la escuela. (Tesis de Maestría). De la base de datos de la Universidad Pontificia Javeriana. Canchanya, J. F. C., Vargas, E. V., & Chavarría, P. M. V. Formas y usos del razonamiento abductivo. Castellanos, I., Cubides, P., Gaitán, O., & Triana, N. (2008). Desarrollo del razonamiento abductivo en adolescentes por medio de actividades cognitivas fundamentada en las Ciencias Naturales. (Tesis de Maestría). De la base de datos de la Universidad Pontificia Javeriana. Cerda, H. (2005). La creatividad en la ciencia y en la Educación. Bogotá: Magisterio. Cordero, L. A. A., & Ulloa, A. R. H. (2017). La creatividad en la construcción del conocimiento científico: estrategias de razonamiento y solución de problemas. Jóvenes en la ciencia, 2(1), 1763-1766. De la Torre, S. (2000). Estrategias didácticas innovadoras. Bogotá: Coords. De la Torre, S. (2003). Estrategia creativa en la enseñanza universitaria. Revistas Creatividad y sociedad, 4 (3), 197-208.

Díaz, F., & Hernández, G. (1999). Estrategias de enseñanza para la promoción de aprendizajes significativos. *F. Díaz Barriga, Estrategias docentes para un aprendizaje significativo*.

Díaz, F. (2002). Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. México: McGraw Hill.

Díaz Barriga Arceo, F. (2003). Cognición situada y estrategias para el aprendizaje significativo. Revista electrónica de investigación educativa, 5(2), 1-13.

ECO, U. (1989). El signo de los tres. Barcelona: Lumen S.A.

Esquivas, M. (2004). Creatividad: Definiciones, antecedentes y aportaciones. Revista UNAM, 5 (1), 85 – 87.

Fisher, R. (2013). Diálogo creativo para pensar en el aula. Madrid: Morata.

Forero, A. (2014). El uso de las preguntas por parte del docente en la clase de matemáticas y sus efectos en las respuestas y conversaciones de los niños. (Tesis de Doctorado). De la base de datos de la Universidad Autónoma de Barcelona.

Forero, A. (2008). Interacciones y discurso en la clase de matemáticas. Revista Pontificia Universidad Javeriana, 4 (3), 48-53.

García, G. (2003). Estándares básicos de competencias en matemáticas. Potenciar el pensamiento matemático: un reto escolar.

Grao Wirth, U. (1998). El razonamiento abductivo en la interpretación según Peirce y Davidson. Analogıa filosófica, 12(1), 113-123.
Hernández, R., Fernández, C., Baptista, P. (2003). Metodología de la investigación. Mc

Graw- Hill Interamericana.

Latorre, A. (2007). La investigación-acción. Conocer y cambiar la práctica educativa. Barcelona: GRAÓ.

López, O., Prieto, M., & Hervás, R. (1998).Creatividad, súper dotación y estilos de aprendizaje: hacia un modelo integrador. Revista FAISCA, 5 (2), 80 – 88.

Martínez, M. C. P., Mas, C. R., & Ciscar, S. L. (2011). Identidad y aprendizaje de estudiantes de psicopedagogía. Análisis en un contexto b-learning en didáctica de la matemática. Revista Española de Pedagogía, 101-118.

Medina, A. & Salvador, F. (2009). Didáctica general. Madrid: Pearson Educación.

MEN. (1998). Lineamientos Curriculares de matemáticas. 12.

Muñoz, W. (2010). Estrategias de estimulación del pensamiento creativo de los estudiantes en el área de educación para el trabajo en la III etapa de educación básica. (Tesis de Maestría). De la base de datos de Producción- uc.bc.uc.edu.ve. (U.E.N.70002A0E).

Nepomuceno Fernández, Á. (2005). Modelos de razonamiento abductivo. Contrastes. Suplemento, (10), 155.

Pérez, L., Sánchez, A., & Múnera, G. (2005). Inferencias abductivas y juego: entre la posibilidad y la certeza. (Tesis de Maestría). Universidad Pontificia Javeriana.

Soler-Álvarez, M. N., & Pérez, V. H. M. (2014). El proceso de descubrimiento en la clase de matemáticas: los razonamientos abductivo, inductivo y deductivo. Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas, 32(2), 191-219.

Rodríguez Gómez, G. (1996). Gil Flores, Javier. García Jiménez, Eduardo. *Metodología de la investigación cualitativa. Ediciones Aljibe, Archidona, Málaga*.

Soto, W. H., Guerrero, K. G., & Padilla, J. E. (2010). Las inferencias y el proceso de aprendizaje de las matemáticas. Revista Educación y Desarrollo Social, 4(2), 167-175.

Vásquez, F. (2013). El quehacer docente. Bogotá. Universidad de La Salle.

Villaruel, M. (2009). La práctica educativa del maestro mediador. Revista Iberoamericana de Educación, 8 (3), 23- 172.

Vivas, E., Rojas, M., & Torras, V. (2009). Dinámica de grupos. Material docente de la UOC. Barcelona: Eureca Media SL.

Zabala, A. (2000). La práctica educativa. Cómo enseñar. Barcelona

4. Contenidos
El presente estudio contiene seis capítulos. El primero presenta el planteamiento del problema, los antecedentes, la justificación y los objetivos que se pretenden abarcar durante el desarrollo del trabajo; el segundo capítulo presenta los referentes teóricos que soportan este estudio, centrando la atención en el razonamiento abductivo matemático, análisis variacional y el aprendizaje significativo. El tercer capítulo contiene la metodología del estudio, se explica el enfoque investigativo, el método por el cual se aborda el estudio, la caracterización de la población y la descripción de las fases que se llevaron a cabo para la realización de este trabajo. En el cuarto capítulo se muestra el diseño de la propuesta, la descripción de las actividades que se aplican para dar cumplimiento al objetivo general; el modelo planteado por Cañadas en sus investigaciones es tomado como referencia para realizar el diseño y análisis de las

actividades, para ello se reorganizó dentro de una tabla que evidencia los pasos del razonamiento según este modelo, la característica y los indicadores que dan parte de su aplicabilidad y cumplimiento. En el quinto capítulo se hace la descripción y análisis de los resultados, se contó con las producciones escritas plasmadas en cada una de las guías. Finalmente, en el sexto capítulo se incluyen las conclusiones de esta investigación junto con las recomendaciones.

5. Metodología

En la metodología se evidencia el paso a paso realizado para *cumplir* con los objetivos establecidos. Esta investigación se desarrolla bajo un enfoque cualitativo que dentro de sus apéndices se ha escogido la investigación acción como directriz en la realización de las actividades. En los pasos iniciales se realiza una búsqueda de trabajos y publicaciones relacionados con el razonamiento abductivo y razonamiento variacional, adicional a ello se planificó la realización de un diagnóstico de pre-saberes, ya que es fundamental conocer de antemano cuáles son las falencias o aciertos cognitivos de los estudiantes en cuanto al razonamiento abductivo matemático que poseen. En los pasos intermedios se realizó el proceso de elaboración y aplicación de las actividades, con las cuales se observa y analiza el desarrollo del razonamiento abductivo matemático de 40 estudiantes de grado decimo del Colegio IED Isabel II J.T., mediante el desarrollo de las actividades planteadas. En el paso final, se realiza la descripción de los resultados, se hace una clasificación de los pasos del razonamiento abductivo matemático a la luz de la teoría.

6. Conclusiones

A continuación, se presenta un resumen de las conclusiones del trabajo:

Los estudiantes siguen la secuencia de preguntas de cada guía y recolectan información, ya que, observan, identifican y caracterizan algunas relaciones que se establecen en las construcciones que aparecen en cada una de las actividades; hallando regularidades e identificando el patrón en cada situación. Además, plantean y comunican las conjeturas verbalmente, estableciendo las relaciones y regularidades que ha encontrado con anterioridad. La conjetura surge a partir de la observación, evidencia de patrones y el registro de datos que se ha hecho durante los dos primeros pasos del razonamiento, ya que es un proceso mediante el cual se comunica las características, regularidades o propiedades ya sea de manera verbal o simbólica.

El uso de dibujos y de objetos manipulativos favorece el desarrollo del razonamiento abductivo matemático, y ayuda a que los estudiantes cometan menos errores en el trabajo numérico y algebraico, al establecer conexión entre los sistemas de representación y hallar su significado. Por lo que proponer *actividades abductivas* puede resultar beneficioso, ya que, al representar la situación de una manera distinta, donde se incluyan construcciones dinámicas que puedan ser manipulados por los estudiantes, les permitiría jugar un papel importante en su propio proceso de aprendizaje y dejan de ser receptores y podrían pasar a ser constructores de su conocimiento.

En términos educativos, con la elaboración de las actividades que se implementaron en este trabajo se aportan elementos conceptuales como metodológicos, que permiten reflexionar sobre el trabajo que se ha venido llevando a cabo dentro del aula de clase con los estudiantes, donde de manera habitual la enseñanza de la matemática se ha enfatizado en la reproducción de contenidos privilegiando el trabajo rutinario de dominio de algoritmos y de memorización (Álvarez, Alonso , & Gorina, 2012); por tal razón es necesario que las situaciones que se planteen dentro del aula de clase propicien la actividad matemática, donde las nociones matemáticas involucradas, no se presenten de manera terminada, sino como un proceso en el cual el estudiante tenga la posibilidad de promover el desarrollo de procesos de abstracción, creatividad, interpretación, expresión y comunicación de ideas entre otros, a partir de un trabajo exploratorio que le permita apropiar conceptos y finalmente llegue a un aprendizaje significativo.

Elaborado por:	González Aguirre Asdrúbal

Revisado por:	Galindo Ángel José Bernardo

Fecha de elaboración del Resumen:	16	10	2018

Tabla de contenido

Resumen 3

Agradecimientos 4

Introducción 15

1. **Planteamiento del problema** 15

1.1. **Antecedentes** 22

1.2.. **Justificación** 27

1.3. **Objetivos.** 29

1.3.1. **Objetivo general.** 29

1.3.2. **Objetivos específicos.** 29

Capítulo II 29

2. **Marco referencial** 29

2.1. **Constructivismo y sus implicaciones en matemática educativa** 31

2.1.1. **Aprendizaje significativo** 32

2.1.2. **Ideas fundamentales de la concepción constructivista** 33

2.2. **Fortalecimiento del análisis y razonamiento variacional** 36

2.3. **Razonamiento Abductivo** 38

2.3.1. **Abducción** 41

Capítulo III 46

3. **Diseño Metodológico** 46

3.1. **Enfoque de investigación.** 46

3.1.1. **La Investigación-Acción en el Aula** 46

3.2. **Fases de investigación** 47

3.2.1. **Etapas del Proceso de la IA en el Aula** 47

Capítulo IV 50

4. **Diseño de la estrategia pedagógica** 50

4.1. **Visualizar**..50
4.2. **Identificar patrones, relaciones, regularidades o propiedades**........................51
4.3. **Formular conjeturas**...52
4.4. **Verificar conjeturas**...53
4.5. **Generalizar conjeturas**...53
4.6. **Aplicación del instrumento de recogida de información**..................................54
Capítulo V 64
5. **Resultados y análisis**... 64
5.1. **Acerca de la aplicación de guía**...64
5.2. **Acerca de la descripción de resultados**..64
5.2.1. **Análisis de la actividad N°1**...65
5.2.2. **Análisis de la actividad N° 2**..77
5.2.3. **Análisis de la actividad N° 3**..88
Capítulo VI 104
6. **Conclusiones**...104
Recomendaciones... 108
Referencias Bibliográficas...110
ANEXOS 114

INTRODUCCIÓN

El estudio que se presenta en este documento es fruto del proceso de investigación formativa que adelantamos en la Maestría en Docencia de la Matemática de la Universidad Pedagógica Nacional. Con él se busca hacer una propuesta alternativa para el aprendizaje de las matemáticas, en las que tradicionalmente se dan experiencias poco significativas con relación al estudio de ésta. El objetivo de la propuesta didáctica fue implementar una *estrategia innovadora* en las aulas de secundaria, en la que se favorezca el desarrollo de la *competencia argumentativa* por parte de los estudiantes mientras aprenden matemáticas. La investigación se realizó en Colegio IED Isabel II JT con estudiantes de grado decimo, a quienes se les invitó a participar en un experimento de enseñanza con el apoyo actividades matemáticas abductivas. El documento está organizado en capítulos que describimos brevemente a continuación.

En el *primer capítulo* damos cuenta de la delimitación del problema, incluimos la justificación del estudio, presentamos una revisión de los antecedentes, que permitió estudiar diferentes miradas que hacen algunos autores al problema que nos concierne.

En el *segundo capítulo* describimos el marco teórico de la investigación. La actividad demostrativa es la aproximación que proponemos para aprender a demostrar, pues favorece la argumentación de diferentes tipos y consideramos que posibilita la continuidad entre el proceso de conjetura y la producción de una justificación.

En el *tercer capítulo* reportamos el proceso metodológico del trabajo desarrollado. Este se orientó por las características específicas de la aproximación que asumimos para la investigación, que guarda estrecha relación con un experimento de enseñanza. En consonancia con esta perspectiva y con el marco conceptual, posteriormente presentamos la trayectoria hipotética de aprendizaje que asumimos en este trabajo, la secuencia de enseñanza y el diseño experimental. En esta última sección describimos el contexto de aplicación, los aspectos de la implementación, las técnicas de recolección de datos y la herramienta analítica.

En el *cuarto capítulo* describimos la trayectoria que siguió cada uno de los grupos de estudiantes que participó en el desarrollo de la última actividad de la secuencia de enseñanza (actividades abductivas). Contrastamos la producción de los estudiantes con las acciones previstas en el diseño de la secuencia.

En un *quinto capítulo* está dedicado a presentar los resultados que consideramos de mayor interés para nuestra investigación. Tenemos en cuenta aspectos cualitativos que permiten caracterizar y relacionar las categorías de análisis definidas en el marco teórico y la metodología.

En el capítulo sexto de esta investigación se dan las conclusiones a la luz de los objetivos planteados y se exponen unas conclusiones generales junto con las recomendaciones.

1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Cuando se emprenden proyectos de investigación, cuyo eje es la enseñanza de las matemáticas, es usual pararse en las dificultades que otros trabajos también han expuesto como: la baja comprensión de los estudiantes para resolver problemas que exigen el uso de operaciones numéricas, apuros para interpretar y organizar la información de los enunciados de un dilema y la carencia de estrategias para abordarlos, a los anteriores obstáculos se le agrega que en la institución son bajos los resultados de los estudiantes en las pruebas Saber.

Cada una de las anteriores complicaciones podría ser ampliada y explicada con la sola revisión de antecedentes realizada para este trabajo, sin embargo, este proyecto ha decidido partir de la experiencia pedagógica realizada con los estudiantes de grado décimo del colegio IED Isabel II jornada tarde, las observaciones de clase, prácticas extraclase, *testimonios de docentes y estudiantes,* con todos esos aportes fue posible identificar varias aristas problémicas a propósito de la enseñanza de las matemáticas en la institución, de manera particular en este grado; entre ellos destaco: el predominio por la enseñanza magistral que busca la memorización, los docentes asumen un rol heteroestructurante no dialógico, y la mayor parte de las clases, los estudiantes asumen roles pasivos porque el docente enfatiza el desarrollo de algoritmos sin la contextualización correspondiente y sin tener presente el proceso que realizó el educando para argumentar la respuesta.

Como se indicó, el docente realiza su clase de forma magistral, cuyo fin es transmitir conocimientos a un grupo masivo de estudiantes que en forma pasiva escuchan y toman nota de lo explicado. Es decir, la actividad principal está en la acción que desarrolla el docente, por lo tanto, éste no explora nuevas direcciones ni cambia las situaciones acordes a la naturaleza del momento de enseñanza; tampoco realiza adaptaciones que sirvan a sus estudiantes y les ayuden en el aprendizaje de los temas propuestos, no se improvisa o suplen las necesidades que pueden generar otros objetivos e ideas que circulan por el aula, esa forma no favorece ni da libertad de cambiar lo planeado, pues su énfasis está puesto en el desarrollo y avance de los contenidos. Como evidencia de lo anteriormente planteado, se presenta lo dicho por un docente de matemáticas: "…para resolver un problema de aplicación matemático se realiza una explicación tradicional, lo que se busca es cumplir con una malla curricular de conceptos perdiendo el objetivo del aprendizaje significativo, esto se evidencia en los resultados y en el trabajo que implican los planes de mejoramiento que realizamos al terminar cada periodo…".Dicho lo anterior, esta estrategia no promueve interacciones que le permitan a los estudiantes intercambiar ideas y sentirse participes del proceso. Otros docentes si bien asumen que dan esta enseñanza magistral, desplazan la responsabilidad hacia el estudiante, pues se asume que no quieren aprender o que sólo quieren resolver problemas sencillos que nos les exijan, tal y como lo plantea otro docente, quien dice que: "los estudiantes solo quieren realizar ejercicios mecánicos fáciles, ya que ellos no quieren esforzarse para realizar procesos de análisis y cuando se les pide interpretar no lo hacen, se ven molestos y esto conlleva a que los estudiantes hagan copia y solo trabajen para obtener una nota…"

Por otra parte, los estudiantes son apáticos a la clase, por la poca interacción con el docente, la repetición algorítmica, los temas memorísticos que no le aportan a la construcción de nuevas ideas, ni a sus intereses personales, los convierte en actores pasivos. Lo anterior lo ratifica el testimonio de un docente:
"…es evidente que los estudiantes son muy resistentes en este tema, pocos aportan, no identifican claramente la información, a muchos solo les preocupa la nota y por eso escogen un compañero que entienda y les pueda ayudar, pero es evidente que hemos impartido nuestra clase de manera repetitiva y esto hace que los estudiantes entren en la misma dinámica de trabajo y mucha pasividad, no encuentran relaciones claras con su entorno, ya que su lenguaje matemático es muy limitado, por consiguiente no comprenden la lectura y por lo mismo no interpretan, ni infieren".
Del otro lado, se encuentran los estudiantes, ellos piden que las clases favorezcan más su participación, que las hicieran más llamativas y que se usaran otras formas para acercarlos al conocimiento matemático; lo anterior, se puede confirmar con la siguiente opinión de uno de los estudiantes: "…me gustaría que la enseñanza de las matemáticas en la solución de problemas se realizara a través de diferentes formas,

que generara en los estudiantes diferentes formas de resolver el problema, lo cual le facilitará el aprenderlas…"

Teniendo en cuenta lo anterior y para resumir, se pueden decir varias cosas: para iniciar, en lo que se refiere a lo metodológico se sigue dando una enseñanza magistral y mecánica de las matemáticas, el contenido y seguimiento de las mallas es lo que tiene prelación y no se buscan estrategias para motivar en los estudiantes el aprendizaje de las matemáticas, en lo que se refiere a los estudiantes, siguen existiendo dificultades de comprensión y análisis para resolución de problemas matemáticos, no se están desarrollando procesos de pensamiento lógico matemático, los estudiantes no interactúan ni expresan sus comprensiones sobre las situaciones o problemas que se les plantean en la clase, estos últimos puntos se vuelven importantes, pues un trabajo sobre ellos podría ayudar a mejorar la enseñanza de las matemáticas o por lo menos sería un punto de partida para revisar esas prácticas que circulan en la institución y de alguna forma harían cambiar la percepción que se tiene de la asignatura.

Puestas así las cosas, y teniendo un panorama inicial sobre lo que acurre en la institución, llama poderosamente la atención buscar alternativas o estrategias que favorezcan la enseñanza de las matemáticas, en lo que se refiere a favorecer algún tipo de pensamiento que ayude al análisis en los estudiantes de grado décimo y que a su vez también permitan conocer sus comprensiones sobre los problemas que se les plantean e interactúen dentro de las clases, para que se dé una enseñanza significativa y a su vez los estudiantes construyan un saber significativo.

Ahora bien, los procesos de pensamiento tienen en general dos métodos que se han usado en las escuelas; el inductivo y el deductivo, el primero se refiere al estudio de ejemplos particulares que permiten posteriormente una generalización, digamos pues, qué ese suele ser muy usado en las explicaciones de algunas asignaturas y las matemáticas no son la excepción, aunque no preferentemente, como crítica a este método, están los prejuicios, pues suele ocurrir que esas ideas particulares, pueden estar viciadas de entrada y en consecuencia pueden terminar llevando a una generalización equivocada; de ahí el cuidado y las precauciones que habría que tener con su uso.

Por otro lado se encuentra el método deductivo, que al contrario del inductivo parte de las generalizaciones, para poder llegar a las particularidades, es decir a partir de una teoría existente se infieren unas conclusiones, este método ha sido el más usado por las matemáticas, donde se ha trabajado dándole a los estudiantes las fórmulas, para que ellos desde allí puedan colegir unas ideas finales, como en el caso de la inducción, si la primera idea es errónea, es lógico pensar que las conclusiones también lo sean, es decir, que si esa idea general no está sustentada, también puede llevar a los estudiantes al error.

La mayoría de trabajos sobre la enseñanza de las matemáticas, se han movido en estas direcciones, aunque con mayor fuerza en la deducción, y este ha sido el esfuerzo al que se han dedicado los docentes de matemáticas sin muchos resultados positivos, es pertinente pensar entonces en trabajar otro tipo de razonamiento o método para acercar a los aprendices a la matemática, en buscar otra manera de hacerlos razonar, de hacer que alcancen los procesos de pensamiento necesarios para resolver los cuestionamientos matemáticos que se les plantean, ello no significa, que la respuesta ya esté, simplemente que se plantea otra ruta, que puede terminar sirviendo a los docentes para repensar la metodología que se está usando y a los estudiantes para que participen, aprendan y se motiven hacia esta clase.

Ese otro medio o modo de razonar es el abductivo, propuesto por Pierce, aquí el asunto es inicialmente mirar qué sería posible hacer con los estudiantes para escuchar sus comprensiones a propósito de las situaciones problémicas que se les presenta o los enunciados que se trabajan con ellos, como mejorar sus niveles de resolución, cómo hacer que participen y se motiven más hacia la clase, qué actividades proponer en relación con un tema específico y que sirva de modelo para otros temas matemáticos, en donde se use este tipo de pensamiento.

Por todo lo anterior se plantea entonces como pregunta de este proyecto:

¿Qué tipo de actividades abductivas se pueden plantear para favorecer el desarrollo de la capacidad de análisis variacional en estudiantes de grado décimo de la jornada tarde del colegio IED Isabel II?

1.1. ANTECEDENTES

Para contextualizar esta investigación, fue pertinente consultar y analizar proyectos de investigación que aportaron elementos o hallazgos importantes relacionados con este estudio en lo que se refiere a abducción, creatividad, solución de problemas matemáticos e interacciones. A continuación, se realiza una descripción *precisa* de la información encontrada.

Teniendo en cuenta lo anterior, se consideró, la tesis de maestría de Alvarado, Ardila & otros (2010). “Los eventos discrepantes en ciencias naturales un camino para propiciar pensamiento abductivo en la escuela, quienes desarrollaron las inferencias abductivas como procesos de elaboración de la información que se dan en el razonamiento científico”.

Este estudio permitió desarrollar inferencias abductivas a partir de una mediación educativa basada en 20 eventos discrepantes de tipo físico químico diferentes para niños entre los 10 y 12 años del colegio Nicolás Buenaventura IED, para que puedan ser partícipes en la construcción de su conocimiento.

Los autores centran la metodología de investigación desde el método experimental formativo. Allí, proponen una primera etapa que busca explorar bibliografía y recolectar datos, con el fin de verificar y contrastar con la aplicación de los eventos discrepantes. La segunda etapa es la elaboración y ajustes de instrumentos, los cuales son: los eventos discrepantes, el cuestionario de recolección de datos y un cuadro de registro para el primer análisis, y una tercera etapa, análisis de datos de tipo cuantitativo y cualitativo sobre los 20 eventos discrepantes.

El objetivo principal planteado por Alvarado, Ardila & otros (2010), es explicar cómo los eventos discrepantes en ciencias naturales contribuyen al desarrollo de inferencias abductivas a través de una mediación educativa, con el fin de construir procesos en el conocimiento.

De los resultados obtenidos, es preciso destacar, el avance en la cimentación de un sistema de explicaciones plausibles con respecto a los fenómenos científicos; pues la sorpresa que generó el evento permitió a los estudiantes asumir un papel protagónico en la construcción del conocimiento, al proponer hipótesis explicativas a través de los eventos discrepantes, es allí donde el docente identifica las concepciones y experiencias de los estudiantes.

Otro estudio relevante, es el realizado por Castellanos, Cubides, Gaitán & Triana, (2008)., como tesis de maestría titulada Desarrollo del razonamiento abductivo en adolescentes por medio de actividades cognitivas fundamentada en las Ciencias Naturales, de tipo exploratorio descriptivo con un método experiencial formativo de corte genético realizado a estudiantes de 12 a 14 años de estratos uno y dos. Los investigadores presentaron el razonamiento abductivo y las actividades cognitivas, con la intención de que los estudiantes propusieran hipótesis a través de los detonadores abductivos.

Esta investigación logró, crear explicaciones alternativas a los eventos, confrontarlos con otros, pues esta situación de hábito permitió aumentar la necesidad de indagación que se evidenció en el número de hipótesis propuestas por los estudiantes; también, se estableció como el detonante abductivo por anomalía, ayudó al estudiante a formular hipótesis explicativas más cercanas a una pre-teoría, con presencia del metalenguaje propio de la disciplina científica.

Además, la investigación: “Inferencias abductivas y juego: entre la posibilidad y la certeza”, presentada como tesis de maestría por Pérez, Sánchez & Múnera, (2005), abordó referentes conceptuales como: inferencias abductivas, mediación, juego, cognición y educación. La metodología que se utilizó en la investigación fue el método experimental formativo para desarrollar en niños de cuarto de primaria la inferencia abductiva a través del juego como mediación, puesto que tiene el poder de transformar la realidad que se presenta, plantea motivaciones y nuevas exigencias que favorecen el desarrollo cognitivo.

Un resultado significativo de esta investigación fue lograr que los niños tuvieran avances cognitivos desde las inferencias abductivas empleadas en el juego, puesto que se integraron la información dada por los juegos con su conocimiento previo.

Los antecedentes referidos en los párrafos anteriores permitieron a la investigación un acercamiento al concepto de abducción y su implementación en otras áreas del conocimiento, puesto que en la indagación no se evidencia su aplicación en las matemáticas. Además, se consideró que en las propuestas utilizaron una diversidad de mediaciones para desarrollar las inferencias abductivas donde los estudiantes tuvieron participación en la construcción de su conocimiento, como resultado de los procesos de enseñanza que plantearon los docentes.

Otro estudio encontrado fue la tesis de maestría de Muñoz (2010): Estrategias de estimulación del pensamiento creativo de los estudiantes en el área de educación para el trabajo en la III etapa de educación básica. La metodología se enmarcó bajo la modalidad de proyecto factible el cual constó de tres fases a) Estudio diagnóstico, b) Estudio de factibilidad y c) Diseño de la propuesta. Con el fin de poder describir el evento en un momento único, para lo cual se apoyaron en un diseño de tipo no experimental.

La conclusión principal presentada fue: la necesidad de llevar al aula de clases, estrategias innovadoras que estimulen el pensamiento creativo de los estudiantes, creando la expectativa del trabajo en el aula día a día, y se recomendó elaborar una propuesta que promueva procesos mentales de creación a través de juegos, humor, visualización creativa, mapas mentales y analogías.

Los antecedentes sobre creatividad permitieron establecer cómo los docentes propician en los estudiantes condiciones diferentes para que ellos imaginen, creen y propongan múltiples soluciones u opciones frente a una situación conocida en el trabajo en el aula. Además, se evidencia que la creatividad no es una capacidad intelectual, sino el resultado de una serie de estímulos que promueven procesos mentales direccionados por el pensamiento creativo que permiten obtener diversidad de opciones al dar respuesta a diferentes requerimientos.

Para terminar, se presentaron los antecedentes referidos a la utilización de diferentes estrategias en la enseñanza en las matemáticas y los beneficios para los educandos.

La atención se centra en la tesis doctoral realizada en la Universidad Autónoma de Barcelona, El uso de las preguntas por parte del docente en la clase de matemáticas y sus efectos en las repuestas y conversaciones de los niños, de Forero (2014). Investigación que propuso ofrecer una herramienta de análisis que permitió a los docentes reflexionar y tomar conciencia del proceso a partir de las estrategias comunicativas y sus efectos en el aprendizaje. De esta manera, se buscó mejorar las prácticas comunicativas y las interacciones con el saber matemático. Para ello, el objetivo fue analizar el uso de las preguntas por parte del docente, sus relaciones con las respuestas y conversaciones de los niños durante la enseñanza- aprendizaje del concepto de números en los primeros cursos de primaria. La metodología presentada por Forero (2014), es de tipo cualitativo enmarcado en un análisis microsocial, la cual centró su interés en unas determinadas prácticas sociales- comunicativas en un contexto natural de aprendizaje. La población trabajada fue de tres instituciones entre pública, mixta y privada, una muestra de seis aulas de los grados de preescolar a segundo, aproximadamente 190 estudiantes. Se grabaron cuatro sesiones por aula y por efectos de complejidad se estudió dos sesiones de clase con cada docente.

Para el desarrollo de la metodología, se realizaron cuatro sesiones en las que se trabajó el concepto de número. La información se recogió a través de la observación, realizando unidades de análisis estructural y funcional, donde se analizaron las siguientes categorías: los actos de habla (AH), segmento de interacción (SI) y sesiones de clase (SC).

Como resultados después de los hallazgos Forero (2014), destaca que el tipo de preguntas que hace el docente influye en el tipo de respuestas de los estudiantes; es decir, la manera de hablar de los docentes en aula también afecta como hablan y piensan los niños. Un hecho novedoso en el estudio fue ver el esfuerzo realizado por los niños para entrar en diálogo con las producciones de compañeros al construir conjuntamente soluciones más elaboradas, teniendo en cuenta las reglas que se han construido en el aula para hablar y el hecho de pensar en comunicación. Además, el habla y las preguntas, ayudaron a tomar conciencia sobre los niveles de elaboración y los diversos procedimientos que utilizaron, tanto en el que enseña como en los que aprenden; esto conduce a que los estudiantes expliciten los razonamientos, contrasten sus diversas producciones, interpelen y reelaboren para compartir el conocimiento, es claro, para las maestrantes que la abducción se apoya en el uso del diálogo como medio para incentivar la participación y esta investigación presenta como beneficio los procesos del habla para que los educandos expongan sin temor sus ideas, afirmaciones o explicaciones.

En los resultados más relevantes, se observa cómo se pudo favorecer la comprensión privilegiando el habla para tomar conciencia sobre los niveles de elaboración y los diversos procedimientos que se utilizaron, tanto por parte de los docentes como de los estudiantes. Además, el docente puedo transformar de manera consciente las reglas, invitando a sus estudiantes a precisar lo que decían, inventando sus propios procedimientos y escrituras, estableciendo comprobaciones, justificando el conocimiento; en síntesis, contribuyendo a la comprensión de sus educandos.

Estas investigaciones dejaron claro que las tensiones en la enseñanza se presentan en diversos ámbitos educativos y están relacionadas con el proceso de enseñanza-aprendizaje; de allí que muchas de estas investigaciones se hayan dedicado a indagar por otras estrategias de enseñanza, para que las prácticas docentes tengan una gran variedad de elementos disimiles a los tradicionales, con el fin de mediar de mejor manera o por lo menos de manera distinta el aprendizaje, involucrando a los docentes y estudiantes en un proceso participativo.

En general, los antecedentes brindan hallazgos interesantes, que muestran la preocupación existente por cambiar los modelos de enseñanza de las matemáticas, la búsqueda permanente de otros modos de pensamiento que favorezcan el aprendizaje de los conceptos matemáticos y que de una u otra manera permita plantear a los estudiantes eventos o hechos que conlleven a la construcción de hipótesis, apoyadas en la flexibilidad, originalidad y fluidez que permite la creatividad al buscar múltiples soluciones a estas situaciones inesperadas y aprovechando la participación continua de los estudiantes evidenciando un diálogo permanente en los procesos de enseñanza.

Todo lo anterior muestra la pertinencia de seguir ahondando en trabajos que propendan por seguir buscando estrategias alternativas, como es el caso de la abducción como una alternativa que medie los procesos de enseñanza de las matemáticas, transformando las interacciones en beneficios de los docentes, los educandos y la comunidad en general.

1.2. JUSTIFICACIÓN

Desde los lineamientos generales, el Ministerio de Educación Nacional MEN (2010) específicamente, en el marco del desarrollo de competencias, estimula la creación de ambientes de aprendizaje los cuales lleven a construir y apropiar de un saber a los estudiantes para que pueda ser aplicado en diferentes contextos. En particular, en el desarrollo de competencias matemáticas, el ambiente de aprendizaje debe favorecer el desarrollo de los procesos de la actividad matemática y la comprensión y apropiación de los conocimientos matemáticos fundamentales en la disciplina. (Colombia Aprende, 2010)

Vivimos épocas de profundas transformaciones. Avanzamos hacia la sociedad de la información y el conocimiento en la cual las TIC están cada vez más presentes en las actividades diarias del individuo. Esto implica que los estudiantes no son ajenos a los avances previamente mencionados, se encuentran inmersos en el uso de las nuevas tecnologías, pero la mayoría de ellos desconocen las utilidades propias de estas y no ven otras utilidades distintas a las que se les ofrecen en las redes sociales. En la institución los estudiantes desconocen la amplia utilidad y facilidad que puedan aportar las TIC en la labor académica al adquirir y aprehender un conocimiento.

Desde una institución educativa como el Colegio Isabel II, es necesario promover y potenciar la capacidad analítica del estudiante que, sustentados en desarrollos curriculares permitan asumir un papel protagonista en el análisis, interpretación y comprensión de los conceptos matemáticos en la asignatura. En consecuencia, con la incorporación de las actividades innovadoras, se busca mejorar la capacidad del análisis variacional en los estudiantes de la institución, como parte de la reestructuración de los procesos de enseñanza del álgebra escolar, al hacer que el docente amplié sus perspectivas conceptuales y metodológicas, al implementar en su práctica pedagógica, situaciones reales de variación y cambio, donde no solo se da forma y sentido al pensamiento variacional, sino también a la relación con los demás pensamientos matemáticos y áreas del conocimiento, que a su vez favorecen el desarrollo de procesos de razonamiento lógico.

Es necesario mencionar que, con el estudio de la variación, como componente fundamental del pensamiento variacional; este proporciona y brinda a los estudiantes elementos conceptuales y procedimentales, para identificar, caracterizar, generalizar, argumentar y justificar relaciones y operaciones matemáticas, que benefician no solo la comprensión del álgebra escolar, sino también el desarrollo de procesos de razonamiento lógico matemático.

El pensamiento variacional, pone su acento en el estudio sistemático de la noción de variación y cambio en diferentes contextos: en las ciencias naturales y experimentales, en la vida cotidiana y en las matemáticas mismas. Desde lo matemático hay una relación directa con los otros pensamientos, muy especialmente con el métrico, pues el pensamiento variacional se encarga, fundamentalmente, de la modelación matemática y esto requiere de la activación constante de procesos de medición, elaboración de registros y establecimiento de relaciones entre cantidades de magnitud. (MEN, 2003, pág. 66)

> “(…) en las situaciones de aprendizaje que fomentan el desarrollo de este tipo de pensamiento, también se dan múltiples oportunidades para la formulación de conjeturas, la puesta a prueba de las mismas, su generalización y la argumentación para sustentar o refutar una conjetura o una propuesta de generalización, todo lo cual se relaciona con el pensamiento lógico y el pensamiento científico”. (Estándares, 2003, pág. 68)

Finalmente, la transformación de la enseñanza de las matemáticas en la institución, se centra en que el docente se apoye en actividades innovadoras para enseñar de manera integral, y promueva en el estudiante el desarrollo de habilidades y competencias que le permitan afrontar diversos desafíos matemáticos, como el desarrollo de la capacidad de análisis variacional, en donde se dé el mismo protagonismo al pensamiento variacional que a los demás pensamientos matemáticos en los planes de estudio, proporcionando así estrategias para el fortalecimiento de procesos de razonamiento lógico matemático, en la aplicación del saber matemático, en su contexto, y en las demás áreas del conocimiento.

1.3. OBJETIVOS

1.3.1. Objetivo general

Construir una propuesta de actividades abductivas que favorezcan el desarrollo de la capacidad de análisis variacional en estudiantes de grado décimo del Colegio IED Isabel II J.T.

1.3.2. Objetivos específicos

- Caracterizar las estrategias que usan los estudiantes de grado decimo en el Colegio Isabel II cuando resuelven problemas de análisis variacional a través de actividades abductivas.
- Construir un marco teórico que sustente la implementación de una propuesta de actividades abductivas que favorezcan el desarrollo de la capacidad variacional en estudiantes de grado decimo en el Colegio Isabel II.
- Dejar diseñada una propuesta de actividades abductivas que favorezcan el análisis variacional en estudiantes de grado decimo en el Colegio Isabel II.

CAPITULO II

2. MARCO REFERENCIAL

Al hacer una revisión de artículos, se pueden señalar diferentes elementos que permiten *observar* diferentes consensos entre diferentes autores, destacándose:

Ausubel como teórico cognoscitivista postula que el aprendizaje implica una reestructuración activa de las percepciones, ideas, conceptos y esquemas que el aprendiz posee en su estructura cognitiva (El aprendizaje no es una simple asimilación pasiva de información literal, el sujeto la transforma y estructura) (Días Barriga, 1989).

El aprendizaje por medio de la resolución de problemas de investigación y el ABP según Ribeiro y Muzukami (2005), se sustenta en diversas corrientes teóricas del aprendizaje humano, como: La teoría del aprendizaje significativo de Ausubel (1977, 2000), considerando del estudiante sus conocimientos e ideas previas, en la planificación de las estrategias didácticas que faciliten el aprendizaje y un anclaje efectivo. Es el proceso según el cual se relaciona un nuevo conocimiento con la estructura cognitiva del que aprende de forma no arbitraria y sustantiva o no literal.

Es recomendable utilizar la estrategia de resolución de problemas, al existir numerosas ventajas, tanto a nivel de logro de aprendizajes de la disciplina, como de competencias y habilidades de orden transversal, tal como lo señala Jonass al citar a Gagné, respecto a que los estudiantes aprendan a resolver problemas, es uno de los resultados más importantes en el proceso de aprender para la vida (Jonass en 2000).

Hay cambios importantes en el rol del docente y el estudiante cuando se hace uso de una estrategia de resolución de problemas para fortalecer el análisis y en particular con actividades interactivas. El proceso se centra en el estudiante, es este quien tiene una responsabilidad importante en su formación, es preferible el trabajo en pequeños grupos y el docente tiene un rol de facilitador, de generación de espacios de trabajo, de ser modelo de pensamiento, de saber cómo usar los recursos interactivos, según las teorías aportadas de Teresa y Rojano (2009).

Otra experiencia de innovación que presentamos trata de una implementación de una propuesta de aprendizaje basada en la metodología de análisis de casos. Dicha propuesta se basa en una concepción constructivista sociocultural del proceso de enseñanza y aprendizaje (Coll, 2001) y guiándose por el principio de prestar las ayudas educativas al estudiante necesarias para el aprendizaje de comportamientos profesionales progresivamente expertos.

2.1. Constructivismo y sus implicaciones en matemática educativa

Coll (1999) señala que se ha dicho varias veces que la concepción constructivista no es en sentido estricto una teoría, sino más bien un marco explicativo que, partiendo de la consideración social y socializadora de la educación escolar, integra aportaciones diversas cuyo denominador común lo constituye un acuerdo en torno a los principios constructivistas. Asimismo, dice que existen diversas perspectivas sobre cómo el aprender se construye, lo cual implica a definir el constructivismo desde diferentes miradas, como plantea Sánchez (2000), y no encasillarlo en una única manera de pensarlo.

En este trabajo se concibe al constructivismo como una propuesta epistemológica que surge en contraparte al positivismo del conductismo y el procesamiento de la información; además, que se basa en la concepción que la realidad es una construcción interna, propia del individuo. Dicha forma de ver el constructivismo, indica Sánchez (2000), está justificada desde la perspectiva del uso de las tecnologías de información y comunicación para la construcción del conocimiento.

Desde luego, hay una serie de factores como el entorno social, manejo del lenguaje, cultura, desarrollo personal y otros que permiten que el cómo se aprende adquiera visiones diferentes. Jean Piaget aparece como representante del constructivismo cognitivo, Lev Vigotsky del constructivismo socio cognitivo, mientras que Von Glasersfeld y Maturana del constructivismo radical. A este último autor se le relaciona con el constructivismo biológico.

El constructivismo como postura epistemológica también se encuentra en la Matemática Educativa. A continuación, se expone un análisis sobre las implicaciones que el constructivismo ha traído consigo en esta área del conocimiento, refiriendo primero las características que han dado Kilpatrick, Gómez y Rico (1995)

– El conocimiento matemático es construido, al menos en parte, a través de un proceso de abstracción reflexiva.

– Existen estructuras cognitivas que se activan en los procesos de construcción.

– Las estructuras cognitivas están en desarrollo continuo. La actividad con propósito induce la transformación de las estructuras existentes.

Piaget considera que existen dos poderosos motores que hacen que el ser humano mantenga ese desarrollo continuo de sus estructuras cognitivas la adaptación y el acomodamiento. Al conjugar estos elementos, se puede conocer la importancia de vincular un marco teórico con la práctica pedagógica que ha de ejercer un docente, al enseñar los contenidos matemáticos en el aula.

Una postura constructivista no sólo permite advertir las dificultades que suelen tener los estudiantes para aprender, sino también aporta una guía para desarrollar estrategias de enseñanza y aprendizaje más eficientes, empleando un proceso de enseñanza donde el protagonista central es el estudiante, considerando sus intereses, habilidades para aprender y necesidades en el sentido más amplio.

Las situaciones problemáticas introducen un desequilibrio en las estructuras mentales del estudiante, de tal manera que en la búsqueda de ese acomodamiento se genera la construcción del conocimiento. Para lograrlo, y construir su conocimiento, el estudiante debe retroceder para luego avanzar y re–construir un significado más profundo del conocimiento. Es entonces, en palabras de Vigotsky, cuando la interacción social del estudiante que aprende juega un papel primordial porque propicia que avance más en grupo que de manera individual.

Aplicar este tipo de propuestas conlleva a que el docente realice un esfuerzo mayor al que normalmente está acostumbrado, pues necesita romper su esquema de transmisor de conocimientos y convertirse en un organizador, coordinador, asesor y director del proceso de adquisición del conocimiento, el cual le pertenece primordialmente al estudiante.

2.1.1. Aprendizaje significativo

De acuerdo con David Ausubel (1976), durante el aprendizaje significativo el aprendiz relaciona de manera sustancial la nueva información con sus conocimientos y experiencias previas. Se requiere disposición del aprendiz para aprender significativamente e intervención del docente en esa dirección. Por otro lado, también importa la forma en que se plantean los materiales de estudio y las experiencias educativas. Si se logra el aprendizaje significativo, se trasciende la repetición memorística de contenidos inconexos y se logra construir significado, dar sentido a lo aprendido, y entender su ámbito de aplicación y relevancia en situaciones académicas y cotidianas.

Un enfoque que sostiene que el individuo -tanto en los aspectos cognoscitivos y sociales del comportamiento como en los afectivos- no es un mero producto del ambiente ni un simple resultado de sus disposiciones internas, sino una construcción propia que se va produciendo día a día como resultado de la interacción entre esos dos factores. El conocimiento no es una copia de la realidad, sino una construcción del ser humano, que se realiza con los esquemas que ya posee, con lo que ya construyó en su relación con el medio que la rodea.

El aprendizaje significativo surge cuando el estudiante, como constructor de su propio conocimiento, relaciona los conceptos a aprender y les da un sentido a partir de la estructura conceptual que ya posee. Dicho de otro modo, construye nuevos conocimientos a partir de los conocimientos que ha adquirido anteriormente. Este puede ser por descubrimiento o receptivo. Pero además construye su propio conocimiento porque quiere y está interesado en ello. El aprendizaje significativo a veces se construye al relacionar los conceptos nuevos con los conceptos que ya posee y otras al relacionar los conceptos nuevos con la experiencia que ya se tiene.

El aprendizaje significativo se da cuando las actividades están relacionadas de manera congruente y el sujeto decide aprenderlas.

2.1.2. Ideas fundamentales de la concepción constructivista

La concepción constructivista del aprendizaje y de la enseñanza se organiza en torno a tres ideas fundamentales:

1. El estudiante es el responsable último de su propio proceso de aprendizaje. Es él quien construye el conocimiento y nadie puede sustituirle en esa actividad. La importancia prestada a la actividad del estudiante no debe interpretarse en el sentido de un acto de descubrimiento o de invención sino en el sentido de que es él quien aprende y, si él no lo hace, nadie, ni siquiera el facilitador, puede hacerlo en su lugar. La enseñanza está totalmente mediatizada por la actividad mental constructiva del estudiante. El estudiante no es sólo activo cuando manipula, explora, descubre o inventa, sino también cuando lee o escucha las explicaciones del facilitador.

2. La actividad mental constructiva del estudiante se aplica a contenidos que ya poseen un grado considerable de elaboración, es decir, que es el resultado de un cierto proceso de construcción a nivel social.

Los estudiantes construyen o reconstruyen objetos de conocimiento que de hecho están construidos. Los estudiantes construyen el sistema de la lengua escrita, pero este sistema ya está elaborado; los estudiantes construyen las operaciones aritméticas elementales, pero estas operaciones ya están definidas; los estudiantes construyen el concepto de tiempo histórico, pero este concepto forma parte del bagaje cultural existente; los estudiantes construyen las normas de relación social, pero estas normas son las que regulan normalmente las relaciones entre las personas.

3. El hecho de que la actividad constructiva del estudiante se aplique a unos contenidos de aprendizaje preexistente condiciona el papel que está llamado a desempeñar el facilitador. Su función no puede limitarse únicamente a crear las condiciones óptimas para que el estudiante despliegue una actividad mental constructiva rica y diversa; el facilitador ha de intentar, además, orientar esta actividad con el fin de que la construcción del estudiante se acerque de forma progresiva a lo que significan y representan los contenidos como saberes culturales.

Los procesos de construcción del conocimiento: Aprender un contenido implica atribuirle un significado, construir una representación o un “modelo mental” del mismo. La construcción del conocimiento supone un proceso de “elaboración” en el sentido que el estudiante selecciona y organiza las informaciones que le llegan por diferentes medios, el facilitador entre otros, estableciendo relaciones entre los mismos.

En esta selección y organización de la información y en el establecimiento de las relaciones hay un elemento que ocupa un lugar privilegiado: el conocimiento previo pertinente que posee el estudiante en el momento de iniciar el aprendizaje

Destacamos las estrategias para el aprendizaje significativo centradas en el aprendizaje experiencial y situado, que se enfocan en la construcción del conocimiento en contextos reales, en el desarrollo de las capacidades reflexivas, críticas y en el pensamiento de alto nivel, así como en la participación en las prácticas sociales auténticas de la comunidad, a su vez dimensiones a realizar en esta investigación:

- Aprendizaje centrado en la resolución de problemas
- Análisis de casos (case method).

El aprendizaje basado en resolución de problemas: es una estrategia didáctica que le permite al estudiante desarrollar su aprendizaje no solo en un escenario real, sino que también están sujetos a investigar y reflexionar sobre algún eje temático en particular. Esta estrategia pretende que los estudiantes mejoren: las habilidades de comprensión y resolución de problemas en contexto, la capacidad de abstracción y adquisición de información la comprensión y el aprendizaje significativo

Un problema debe ser: (I) relevante para el aprendizaje de los distintos tipos de conocimientos que los estudiantes han de incorporar a su formación; (II) pertinente, de modo que este pueda relacionarlo con la vida real o con sus vivencias en la vida real; (III) complejo, que responda a la dificultad y diversidad de actuaciones, opiniones e ideas existentes sobre el tema o la realidad de que se trate. El abordaje a un problema debe servir para el estudiante para entender que no existe una representación de la realidad única y que la solución solo puede encontrarse si se enfoca desde una perspectiva compleja y completa.

El docente actúa como facilitador o guía del proceso a través del ciclo del aprendizaje previsto. De acuerdo con diferentes autores (Barrows y Tamblin, 1980; Barrows, 1996, 2000; Lynch, Wolcott y Huber 2000, Woo, 2003) han establecido las siguientes fases:

- Identificación del problema: Los estudiantes formulan el problema e identifican los factores relevantes del mismo a partir de la información disponible en el escenario inicial de presentación del problema
- El problema se presenta como un problema abierto: Los estudiantes pueden tener diferentes visiones del problema y todas deben ser reconocidas, respetadas y discutidas. En esta fase todos los estudiantes deberían poder tomar conciencia de sus propias preferencias y supuestos de la representación del problema
- Generación de posibles explicaciones o soluciones hipotéticas opcionales: Un aspecto importante de esta fase consiste en identificar áreas de conocimiento incompleto o deficiente del problema que, una vez reconocidas, conducen a los estudiantes a plantearse preguntas de aprendizaje que investigaran de forma autónoma a lo largo de todo el proceso
- Cambiar la concreción del problema: Durante esta fase se revisan los supuestos y las representaciones del problema elaboradas en los dos anteriores para reorganizar

las explicaciones y las hipótesis de solución y reestructurarlas, si fuera necesario. Al reconocer nuevos factores o de cambios en las condiciones establecidas el estudiante evaluaría su proceso

- Formulación de nuevos objetivos de aprendizaje e incremento del grado de consenso al respecto con el grupo: El docente garantiza que los objetivos del aprendizaje estén bien definidos, claramente establecidos, alcanzables para el grupo y apropiados para la finalidad del aprendizaje.
- Estudio: Los estudiantes buscan información para alcanzar los objetivos del aprendizaje.
- Puesta en común: Los estudiantes aportan al grupo las fuentes de aprendizaje y algunos de sus resultados.

El docente controla el aprendizaje y puede evaluar el grupo.

No existe una única forma de concretar la propuesta instruccional basado en el aprendizaje solución de problemas ni un formato único de desarrollo del proceso tutorial. Aun cabe destacar los siguientes principios: (I) Es una propuesta de aprendizaje centrada en el estudiante; (II) La situación problemática es el centro organizador del curriculum y estimula el interés del estudiante; (III) Los problemas son el elemento dinamizador del desarrollo de destrezas de solución de problemas y generan en los estudiantes aprendizajes significativos; (IV) Los estudiantes asumen un papel de elaboradores de soluciones e identificadores de los elementos del problema (Zimmerman y Zikalas, 2005); (V) Los estudiantes aprenden participando en situaciones de trabajo donde se aportan ideas iniciales y nuevas, el debate y el consenso; (VI) Los docentes son facilitadores o guías de la actividad de los estudiantes, procurando el desarrollo del proceso y adoptando un modelo de elaboración participativa del conocimiento (Barrows, 1996).

2.2. Fortalecimiento del análisis y razonamiento variacional.

Según Kaput, referenciado por (Posada & Otros, 2006, pág. 11) en el libro Pensamiento Variacional y Razonamiento Variacional:

Si bien los docentes de los primeros grados tienen un papel muy importante para implementar los cambios necesarios en los primeros grados de la educación básica, la mayoría de ellos tiene muy poca experiencia en el trabajo con el álgebra, la cual no va más allá de su propia experiencia como estudiantes, y, por lo tanto, para ellos el álgebra es una colección de técnicas para factorizar, simplificar expresiones, solucionar ecuaciones, y así sucesivamente. Como es muy poco probable que ellos hayan explorado el sentido y significado de las expresiones o de las ecuaciones, entonces se entiende porque no pueden proponer a sus estudiantes formas diferentes de aproximarse al aprendizaje de las matemáticas.

En los Estándares y Lineamientos Curriculares de Matemáticas, se puede ver, como el estudio de la variación y cambio, se vale para iniciar en los estudiantes el desarrollo del pensamiento variacional y el aprendizaje comprensivo de los sistemas variacionales. Como su nombre lo indica, este tipo de pensamiento tiene que ver con el reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así como con su descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o variacionales. Uno de los propósitos de cultivar el pensamiento variacional es construir desde la Educación Básica Primaria distintos caminos y acercamientos significativos para la comprensión y uso de los conceptos y procedimientos de las funciones y sus sistemas analíticos, para el aprendizaje con sentido del cálculo numérico y variacional (…) (Estándares, 2003, pág. 66).

Dentro de los procesos de variación y cambio, está el estudio de regularidades y patrones, que implican estar representados, generalizados y formalizados a partir de situaciones cotidianas. La construcción de expresiones algebraicas en los niños puede formularse por medio de expresiones orales o escritas que den cuenta de los procedimientos, formulas o algoritmos de dichos fenómenos.

(…) iniciar el estudio de la variación desde la primaria la constituye el estudio de los patrones. Estos incluyen escenarios en la vida práctica como fotografías y representaciones pictóricas e icónicas. En las matemáticas los escenarios geométricos y numéricos también deben ser utilizados para reconocer y describir regularidades o patrones presentes en las transformaciones. Estas exploraciones permiten en primera instancia, hacer una descripción verbal de la relación que existe entre las cantidades que intervienen en la transformación. (MEN, 1988, pág. 73).

El desarrollo de este pensamiento se inicia con el estudio de regularidades y la detección de los criterios que rigen esas regularidades o las reglas de formación para identificar el patrón que se repite periódicamente. Las regularidades (entendidas como unidades de repetición) se encuentran en sucesiones o secuencias que presentan objetos, sucesos, formas o sonidos, uno detrás de otro en un orden fijado o de acuerdo con un patrón. De esta manera, la unidad que se repite con regularidad da lugar a un patrón. Al identificar en qué se parecen y en qué se diferencian los términos de esas sucesiones o secuencias, se desarrolla la capacidad para identificar en qué consiste la repetición del mismo patrón y la capacidad para reproducirlo por medio de un cierto procedimiento, algoritmo o formula. (Estándares, 2003, pág. 66).

Por último, el docente debe tener presente en el diseño e implementación de las actividades para los estudiantes, que estas apunten a desarrollar procesos de razonamiento lógico matemático, para un aprendizaje significativo.

Razonar en matemáticas tiene que ver con:

- Dar cuenta del cómo y del porqué de los procesos que se siguen para llegar a conclusiones.
- Justificar las estrategias y los procedimientos puestos en acción en el tratamiento de problemas.
- Formular hipótesis, hacer conjeturas y predicciones, encontrar contraejemplos, usar hechos conocidos, propiedades y relaciones para explicar otros hechos.
- Encontrar patrones y expresarlos matemáticamente.

2.3. Razonamiento Abductivo

La teoría de Pierce acerca del razonamiento se distingue por su carácter evolutivo. A lo largo de su obra este autor manifiesta diversas posiciones acerca de lo que es razonar de forma inductiva, abductiva y deductiva; posiciones que él mismo fue reevaluando, sometiendo su trabajo a un constante proceso de autocrítica y autocorrección (Santaella, 2009).

Para los propósitos del presente documento se hará referencia la teoría de Peirce, que comprende los documentos elaborados entre 1891 y 1914.

Peirce define el razonamiento como el proceso mediante el cual se pasa de unas premisas a unas conclusiones por medio de un hábito general de pensamiento, que, aunque muchas veces no es reconocido por el razonador, es el que este considera que conduce al conocimiento verdadero, en el que no hay dudas. Obsérvese que un razonamiento es un tipo especial de argumento de acuerdo con el modelo de Toulmin, descrito a continuación:

El modelo de argumentación que propone Toulmin (ver figura 1) consta de unos datos (D), una conclusión (C), un garante (G), un respaldo (R), un cualificador (Q) y unas refutaciones (M).

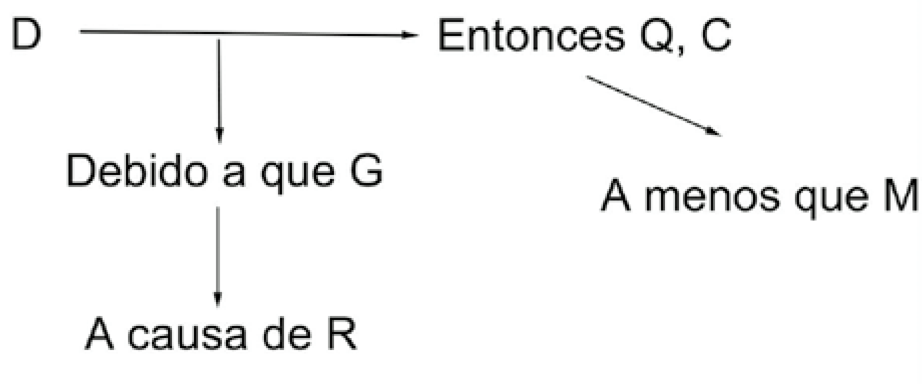


Fig. 1. Esquema del modelo de Toulmin sobre argumentación.

Mediante este modelo se dice que un argumento tiene lugar cuando a partir de unos hechos (datos) se elabora una afirmación (conclusión). Las proposiciones que justifican el paso de los datos a la conclusión se denominan garantes y, generalmente, hacen referencia a una regla, norma o principio general. El garante, a su vez, se sustenta en un grupo de afirmaciones que forman parte de un conjunto de contenidos o creencias denominado respaldo. Las refutaciones son el conjunto de circunstancias en las cuales el garante se podría anular y el cualificador es una construcción lingüística que acompaña a la conclusión, atenuándola. Estos últimos, refutaciones y cualificador, son de uso poco frecuente.

Aunque la teoría de Toulmin es usada ampliamente en el ámbito escolar para desarrollar argumentación en ciencias (ver Sardá y Sanmartí 2000), se considera que es importante también su aplicación en el contexto de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, ya que como afirman estas autoras.

El modelo de Toulmin, adaptado a la práctica escolar, permite reflexionar con el alumnado sobre la estructura del texto argumentativo y aclarar sus partes, destacando la importancia de las relaciones lógicas que debe haber entre ellas. Es decir, posibilita una metareflexión sobre las características de una argumentación científica, profundizando sobre cómo se establecen las coordinaciones y las subordinaciones, sobre el uso de los diferentes tipos de conectores (adversativos, causales, consecutivos...), sobre la no-linealidad de los razonamientos, etc.

Para Pierce, el razonamiento es de tres tipos: abductivo, inductivo y deductivo. Lo que hay que destacar es que, en esta etapa, las tres formas de razonar coexisten como tres estadios interdependientes y entrelazados del método científico, definidos de la siguiente manera:

La abducción se da cuando a partir de unos hechos, que se pueden considerar como sorprendentes y que demandan una explicación, se adopta una teoría, expresada en términos de hipótesis, la cual en caso de ser verdadera implica la verdad de los hechos.

Después de que una teoría es adoptada, se trazan sus probables y necesarias consecuencias; este paso lo denomina razonamiento deductivo. Habiendo extraído por medio de la deducción las predicciones de una teoría con relación a los que serían los resultados de un experimento, se procede a probarla haciendo los experimentos y comparando aquellas predicciones con los resultados reales del experimento; este proceso se denomina razonamiento abductivo.

Desde esta perspectiva, la inducción tiene un carácter comprobatorio y no creador, como se considera en muchos casos, es decir, los razonamientos inductivos no aportan conocimiento nuevo; su función es la de verificación de la teoría y, en algunos casos, de modificación de esta. Su principal labor es la de ir buscando el carácter de verdad de la teoría planteada.

La abducción es el razonamiento que le proporciona al razonador la teoría que la inducción verifica; al abducir, el razonador estudia un fenómeno para él sorprendente, examina sus características e identifica algunas relaciones entre estas y sugiere una teoría que explica lo que es sorprendente del fenómeno.

La abducción, por lo tanto, corresponde al razonamiento que permite generar nuevas ideas, es donde se evidencia un proceso creativo en la generación de conocimiento.

Los razonamientos abductivo e inductivo son formulados inicialmente por Pierce como parte del método científico, pero revisando en detalle sus definiciones estos también se utilizan en la creación de teorías matemáticas: la abducción induce una generalización y la inducción confirma de manera probable dicha generalización. Hay que tener en cuenta que estos dos razonamientos, en el caso de las matemáticas, no se presentan en el mundo real, sino en el estado hipotético de las cosas, luego la experimentación no se haría sobre fenómenos del mundo real, sino sobre los diagramas matemáticos (Campos, 2010).

Una de las principales dificultades para aceptar estos dos tipos de razonamiento en la generación de conocimiento matemático radica en que la inducción no sería suficiente para aceptar o validar la teoría propuesta, este último tipo de razonamiento serviría para ir acercándose a la verdad de la teoría o para ir depurándola. Para el método matemático, la validación de una teoría surgida en un razonamiento abductivo estaría centrada entonces en el razonamiento deductivo, el cual debe garantizar que, de los datos iniciales, se siga necesariamente la verdad de la teoría.

2.3.1. Abducción.

En este apartado, se presenta la definición de abducción, su clasificación y ciertos rasgos que permitieron fundamentar la secuencia abductiva para considerarla una estrategia de enseñanza creativa y que son tenidos en cuenta en esta investigación para la construcción de talleres y recolección de datos.

Inicialmente, el ser humano para conocer, comprender y dar respuestas sobre el mundo que lo rodea, usa diferentes métodos que den explicación a hechos, acontecimientos y sucesos. Situación que no es ajena en educación, pues hay una relación en el proceso de enseñanza-aprendizaje que involucra al docente, estudiante y conocimiento, dentro de un contexto pedagógico que espera dar respuesta a diferentes situaciones.

Con el fin de propiciar una propuesta metodológica a través de nuevas estrategias pedagógicas, se presenta la abducción que desde sus bases permite generar, construir y cuestionar el conocimiento, llevando a la diversidad que requiere la didáctica con nuestros educandos en la búsqueda de un aprendizaje significativo. Por lo anterior, es importante contextualizar la abducción desde su principal exponente, el filósofo estadounidense Charles Senders Pierce.

Inspirado en Pierce (citado en Eco, 1989) retoma los silogismos de Aristóteles y los trabaja en forma clara y organizada, con el fin de demostrar que la inducción y la deducción no son las únicas formas de conocer lo desconocido o de interpretar los hechos que se pueden presentar, de allí que ve en la abducción una tercera forma de inferir el conocimiento. Es por esto, que él consideró que la abducción conlleva a la duda, la innovación y la creación de nueva teoría, siendo esta, un punto de partida para explicar lo que conocemos como el nuevo conocimiento.

Esto nos conduce a precisar que Pierce (citado en Eco, 1989) define la abducción como “El paso de adoptar una hipótesis o una proposición que conduzca a la predicción de lo que aparentemente son hechos sorprendentes (…) es una de las tres formas de razonamiento, la única que origina una idea nueva” (p. 76).

Por consiguiente, la abducción al crear ideas nuevas o formas diversas de percibir, permite su relación con los procesos de enseñanza al posibilitar que los participantes construyan su saber a partir de un trabajo que rompa la cotidianidad. Factores importantes dentro de la enseñanza que los docentes deben trasladar al aula, con el fin de llevar a los estudiantes a construir procesos de conocimiento científico, que le permitan un aprendizaje significativo aplicable a su realidad. Siguiendo la idea del autor, la abducción permite el uso de la hipótesis como un elemento de conocer lo nuevo y con base en ello poder generar procesos cognitivos que tiendan a dar explicaciones concordantes de hechos observables.

Para Pierce (citado en Eco, 1989) se establecen tres tipos de inferencias o fases típicas del proceso cognitivo, las cuales se entrelazan y combinan para generar procesos argumentativos desde un pensamiento científico. El siguiente esquema corresponde a las tres clases de inferencias las cuales se establecen a partir de la regla, el caso y el resultado.

- Inducción: Caso, Resultado y Regla.
- Deducción: Regla, Caso y Resultado.
- Abducción: Regla, Resultado y Caso.

Es así como Pierce (citado en Eco, 1989) explica cómo se llega a este silogismo en la abducción:

La construcción de la abducción en Pierce describe esencialmente un proceso en el cual el sujeto se enfrenta a un hecho observado que requiere explicación y que parece importante. A fin de explicar el hecho observado, el sujeto necesita encontrar <<una ley o regla conocida de la naturaleza u otra verdad general>>, que, por una parte, explique el hecho retroductivamente, y, por otra, revele su importancia. La abducción es el paso entre un hecho y su origen, el salto instintivo, perceptivo, que permite al sujeto adivinar un origen que puede ser verificado después para confirmar o refutar la hipótesis. (p.244).

En consecuencia, el investigador considera que todo proceso que se lleve a cabo para la construcción de nuevas formas de experimentar facilita la apropiación del conocimiento, en especial si estos se confrontan con los saberes previos del estudiante a través de la observación, con el fin de afinar sus propios conceptos y replantear sus concepciones, de allí que se piensa que el docente puede realizar el proceso de enseñanza a través de la abducción.

Ahora bien, la abducción es una forma nueva de poder crear conocimiento, también es claro que nos permite ser creativos, ya que los dos estados mentales, el de la duda y el de la creencia, nos indica que no hay conocimientos definitivos, sino que éste es susceptible de involucrarnos en saberes nuevos.

Profundizando en la abducción, de acuerdo con Pierce (citado en Eco, 1989), esta posee dos características que son la simplicidad y solidez. Y puede clasificarse en hipercodificada, hipocodificada, creativa y metacognitiva. Lo anterior, sostiene su relación directa para ser establecida entre las estrategias de enseñanza renovadoras, para que los estudiantes puedan apropiarse del conocimiento en forma significativa como resultado de un proceso que lo lleve a ser gestor de su propio saber.

Por lo tanto, el proceso de abducción se puede realizar por medio de pasos cíclicos. Para esta investigación se propusieron los siguientes: el primero es el hecho sorprendente “la abducción arranca de los hechos, sin tener, al inicio, ninguna teoría particular a la vista, aunque está motivado por la sensación de que se necesita una teoría para explicar los hechos sorprendentes” (Pierce citado en Eco, 1989, p. 47). Es decir, los hechos sorprendentes llevan al observador a una disonancia cognitiva producto de la sorpresa que producen los resultados presentados.

El segundo es la sospecha, la cual equivale según Pierce (citado en Eco, 1989) a “La explicación que se da a la causa del hecho sorprendente, apoyándose en los indicios u objetos dejados por un agente externo” (p. 89), Para esta etapa es pertinente establecer todos los indicios que pueden explicar las causas que llevan al hecho sorprendente, teniendo en cuenta que los indicios son aquellos aspectos que se destacan frente a una realidad observable y que pueden explicar o argumentar una situación, además, es necesario recurrir a los conocimientos previos relacionados o cercanos a una respuesta para el hecho sorprendente. Pierce (citado en Eco 1989) afirma “La abducción se basa en un hecho singular, que a veces se presenta como un enigma, como algo inexplicable, el observador postula entonces una hipótesis, es decir, da realidad a una idea preguntándose si es demostrable” (p. 194).

Posteriormente, se plantea el tercero las conjeturas, las cuales para Pierce (citado en Eco, 1989) son “Colocación de los indicios en forma coherente y clara. Son formas validas de inferencia en la medida en que se hayan nutrido de observaciones previas, incluso aunque puedan anticiparse todas sus remotas consecuencias ilativas” (p. 291). Esta etapa, permite que los indicios puedan clasificarse para definir aquellos aportes que puedan explicar en forma específica y general un hecho sorprendente. Es decir, dar respuesta a la causa, por ello es pertinente interpretar los indicios y las minucias para establecer premisas producto del razonamiento abductivo, que lleva al observador a que cuestione una hipótesis inicial y pueda crear una hipótesis nueva.

Por último, luego de validar o refutar las afirmaciones iníciales, el observador condensa todos los datos y deduce lo que para Pierce es el silogismo abductivo, representado en la regla, resultado y caso permitiendo con esto, un aporte al conocimiento y al aprendizaje significativo de quien realiza este proceso. De todo esto, el resultado es la validación de las hipótesis abductivas que se presentan en esa interpretación de los detalles del hecho sorprendente. Para Pierce en Eco (1989), queda claro como las hipótesis permiten una validación del conocimiento:

La mejor hipótesis es la más simple y natural, la más fácil y económica de comprobar y que contribuirá a la comprensión de la gama más amplia posible de hechos. Permite mediante más observación verificar algunas de las predicciones extraídas de las hipótesis y reducir considerablemente el número de conclusiones posibles. (p. 44).

De esta forma, llegar a las hipótesis más acertadas que expliquen el hecho sorprendente le darán al observador, la posibilidad de alcanzar un conocimiento valido que ratifica la teoría en un contexto real.

Con todo lo anterior, el proceso para determinar la abducción en esta investigación es la relación que existe entre el hecho sorprendente como detonantes abductivos y como los estudiantes desarrollarán una nueva forma de construir su conocimiento a partir de la formulación de hipótesis. Es imperativo modificar las prácticas y metodologías en el aprendizaje de las matemáticas en nuestra institución para facilitar la aprehensión de sus conceptos, para dar herramientas y elementos útiles a los educandos que sabrán utilizar en el momento de elegir su futuro (académico o no). Sobra decir que las prácticas actuales presentan un déficit en el análisis, deducción, inferencia y otro tipo de acciones mentales en nuestros estudiantes evidenciado en las pruebas internas y externas; hemos impartido nuestra clase de manera repetitiva y esto hace que los estudiantes entren en la misma dinámica de poco trabajo y mucha pasividad, no encuentran relaciones claras con su entorno por consiguiente no comprenden la lectura y análisis de un problema y por lo mismo no interpretan, analizan datos y llegan a una solución del mismo.

CAPITULO III

3. DISEÑO METODOLOGICO

La metodología que se utiliza para el logro de los objetivos de la investigación se enmarca en un enfoque cualitativo interpretativo. Esto nos *permite* entender, desde la práctica del docente, el proceso de aprendizaje al fortalecer el desarrollo de la capacidad analítica del estudiante. En la investigación cualitativa se hace referencia a la indagación de fenómenos sociales cotidianos o experiencias personales que despiertan la curiosidad de un investigador; además, con la interpretación se busca comprender el sentido y significado de la acción humana; así mismo se *trata de ubicar la práctica personal y social a partir de un proceso histórico para orientar la práctica actual*. Dicha investigación proporciona elementos conceptuales y pasos que orientan el proceso metodológico de una manera dialéctica, no lineal ni mecánica y su objetivo es obtener conocimientos en una forma flexible, pero organizada, de tal forma que se adecúe a las situaciones *objetivas o subjetivas* de la realidad investigada. En este sentido, Rojas Soriano (2010) afirma que: "La metodología de investigación es un producto del desarrollo del conocimiento científico y se encuentra condicionada socialmente; es decir, la forma de aplicarla dependerá de las características del objeto de estudio, así como de la realidad concreta en que labora el investigador".

3.1. ENFOQUE DE INVESTIGACION

3.1.1. La Investigación-Acción en el Aula.

La IA en el *área educativa* presenta una tendencia a reconceptualizar el campo de la investigación educacional en términos más participativos y con miras a esclarecer el origen de los problemas, los contenidos programáticos, los métodos didácticos, los conocimientos significativos y la comunidad de docentes.

Su tópicos de estudio se ha relacionado especialmente con las complejas actividades de la *vida del aula*, desde la perspectiva de quienes intervienen en ella: elaborar, experimentar, evaluar y redefinir –a través de un proceso de autocrítica y reflexión cooperativa en las reuniones de área y un enfoque del análisis conjunto de medios y fines– los modos de intervención, los procesos de enseñanza-aprendizaje, el desarrollo de los *currículos* y su proyección social, y el desarrollo profesional de los docentes han sido discernidos y pensados en consejos académicos; todo esto, con el fin de mejorar y aumentar el nivel de eficiencia de los estudiantes en la institución educativa.

En efecto, al analizar el pensamiento y la labor pedagógica de los docentes en ejercicio, sus creencias y actitudes, se percibe una cierta resilencia del pensamiento y la rutina de diferentes estereotipos poco flexibles y bastante resistentes al cambio, que se apoyan en una reproducción acrítica de la tradición profesional. Por ello, una reflexión y autocrítica serena, pausada y prolongada sobre su propio desempeño docente, sobre el ejercicio y desarrollo de su actuación, como el que propicia la IA en el Aula, genera un auténtico *autodiagnóstico* que, poco a poco, muy probablemente, irá consolidando una *actitud de mayor autonomía personal y profesional, y terminara también en un mayor autoaprendizaje y en una visión futura optimista de un auto pronóstico confiable, no sólo en campo personal sino también en el institucional*. "Los centros educativos se transforman, así, en *centros de desarrollo profesional del docente donde la práctica se convierte en el eje de contraste de principios, hipótesis y teorías, en el escenario adecuado para la elaboración y experimentación del curriculum, para el progreso de la teoría relevante y para la transformación asumida de la práctica" (Pérez Gómez, en Elliott, 1990, p.18).*

3.2 Fases de Investigación

3.2.1. Etapas del Proceso de la IA en el Aula

Sin embargo, la metodología aquí presentada se inspira en los modelos de Lewin (1946,
1948), Corey (1953), Taba (1957), Ebbutt (1985), Elliott (1981), Kemmis y McTaggart (1982), McNiff (1992) y Martínez (1996).

Etapa 1: *Diseño General del Proyecto*, es necesaria una primera fase de *acercamiento* e inserción en la problemática investigativa. Se define un esquema de la investigación, la temática de estudio, la selección y el posible requerimiento de medios y recursos.

Etapa 2: *Identificación de un Problema*, el sentido del problema surgió de la importancia del mismo, cuyo interés exige una solución. La identificación acuciosa y esmerada del problema importante es la clave del éxito del proyecto; por esto, necesita una atención especial. El problema planteado en este trabajo es muy significativo para el docente y la institución puesto que la experiencia y los resultados muestran la necesidad de mejorar la capacidad de análisis y razonamiento matemático.

Etapa 3: *Análisis del Problema*, esta fase es importante en el sentido de que revela las causas subyacentes del problema, ayuda a entender el carácter fundamental del mismo y definirlo o plantearlo en forma más adecuada. Las actividades dadas en esta fase están relacionadas con los análisis sistemáticos de la abducción. En este análisis se podrán distinguir, básicamente, tres pasos:

a) Patentizar la percepción que se tiene del problema.

b) Cuestionamiento de la representación del problema.

c) Replanteamiento del problema.

Etapa 4: *Formulación de Hipótesis*, el análisis del problema de la etapa anterior se cierra presentando un abanico de posibilidades, de hipótesis tentativas y provisionales que definen objetivos de acción viables; pero, en la medida en que haya sido bien realizado, se estrechará confluyendo hacia alguna como *la mejor hipótesis*, la que tiene más probabilidad de explicar y solucionar el problema, y en la cual hay que concentrar el estudio, la abducción.

Etapa 5: *Recolección de la Información Necesaria*, en la IA no existe un tipo único de técnicas de búsqueda y recolección de la información. La información que sea necesaria o conveniente en cada caso, la determina el tipo de problema que se está investigando y *la clase de hipótesis que guían el estudio en este momento*. Los diferentes problemas educativos requieren información que llegue al corazón de los mismos y para cada uno puede resultar más exitosa una técnica que otra.

La recolección de la información en sí no debiera consumir demasiado tiempo, ya que interferiría con la buena docencia. Por ello, los instrumentos que se utilizan, quizá las técnicas utilizadas son las siguientes en esta investigación:

a) *Tomar notas en clase*: ésta es, quizá la más sencilla y útil, ya que permitió anotar detalles precisos, como se viven en el momento. No es necesario escribirlo todo cuando se da el evento o surge el problema en la clase, pero sí lo esencial, que se ampliará posteriormente fuera de ella, sin dejar transcurrir mucho tiempo. Basto un simple diario, y la información así recogida, cercana a la realidad vivida, será luego, un aval para la validez de la investigación.

b) *La grabación sonora:* es cómodo y fácil autograbar las clases, pero el grabador sonoro no tiene ojos que vean muchas cosas que suceden en un aula de clase.

c) *El cuestionario:* es una forma rápida y simple de obtener información de los propios estudiantes. Evidentemente, es anónimo para preservar la confidencialidad y la sinceridad. Se realizaron los talleres con preguntas abiertas.

Etapa 6: *Categorización de la Información*, la información recogida hasta aquí no puede limitarse a quedar en un nivel descriptivo desintegrado; es categorizada y estructurada. Pero hay que tener presente lo que ya decía Poincaré: "los hechos no hablan por sí mismos, hay que hacerlos hablar". Se trabajaron y estudiaron categorías dadas bajo la mirada, Cañadas, Deulofeu, Figueiras, Reid y Yevdokimov en su propuesta de la conjetura.

Etapa 7: *Estructuración de las Categorías*, esta etapa nos centra en el corazón de la investigación: la *estructuración teórica*. Einstein decía que "la ciencia consistía en crear teorías"; es decir, en integrar los datos en una estructura coherente y lógica que le dé sentido. Esta fase nos dirá "lo que realmente está pasando"; por ello, constituye la esencia de la labor investigativa. Se muestran algunos logros en cada categoría para facilitar el cumplimiento o no de estas.

Etapa 8: *Diseño y Ejecución de un Plan de Acción*, con el patrón estructural o teórico logrado en la etapa anterior se puede elaborar ahora un plan de acción, pues se dispone de la luz necesaria que ilumina la naturaleza del problema que hay que resolver. En cierto modo, es como *someter a una verificación más específica la hipótesis,* que se reveló como explicación teórica más probable del problema.

Etapa 9: *Evaluación de la Acción Ejecutada*, en líneas generales, ésta es una de las etapas de mayor cuidado y en que se suele fallar. Ello compromete la buena continuación del proceso que sigue. Si no se sabe a dónde se ha llegado, muy difícilmente se podrá rectificar el camino. Por ello, esta etapa es de suma importancia. Se verifica el cumplimiento de los objetivos de esta investigación y por lo tanto mostrar un plan de acción y/o sugerencia hacia las prácticas académicas.

CAPITULO IV

4. DISEÑO DE LA ESTRATEGIA PEDAGÓGICA

El proceso de conjeturar en matemáticas se constituye en el mecanismo por medio del cual se formulan afirmaciones acerca de las propiedades de determinados objetos o las relaciones que se dan entre éstos, a partir de ciertas observaciones, exploraciones, ensayos o experimentos sobre dichos objetos, que permiten identificar información para plantear conjeturas a través de tales afirmaciones. Sin embargo, se considera que el conjeturar puede estructurarse a partir de las actividades de visualizar; identificar patrones, relaciones, regularidades, propiedades, etc.; formular, verificar, generalizar y validar conjeturas. Bajo esta mirada, Cañadas, Deulofeu, Figueiras, Reid y Yevdokimov (2008, pp. 436), proponen y caracterizan cinco tipos de conjeturas, a partir de distintos modos de razonamiento (inductivo, deductivo, abductivo y analógico) que aparecen en la resolución de problemas como parte de la actividad matemática. A continuación se caracterizan las primeras cinco actividades, en tanto la validación de conjeturas, será abordada en el contexto de la actividad de argumentar; además, se proponen tres actividades como ejemplos para evidenciar las características fundamentales de estas actividades.

4.1. Visualizar.

En matemáticas la visualización se refiere al proceso de observar el objeto matemático para identificar sus características y las relaciones que se establecen entre ellas, fundamentándose en los esquemas cognitivos previos que tiene el observador sobre tales objetos.

Aunque la visualización tiene un papel relevante al inicio del proceso de conjeturar, cabe resaltar que esta actividad puede darse en cualquier otro momento, con diferentes propósitos como ratificar lo inicialmente visualizado, identificar nuevos elementos, modificar la conjetura o buscar un argumento para la misma. Sin embargo, en los ejemplos que siguen se enfatiza en la visualización como una primera categoría para conjeturar.

CATEGORÍA	CARACTERISTICA	LOGRO
Visualizar	La observación de casos particulares del objeto matemático es el inicio del proceso abductivo, ya que a partir de ella se puede identificar características y relaciones; además, posibilita la sistematización de datos en tablas y listas entre otros, teniendo en cuenta los esquemas cognitivos del estudiante acerca del objeto matemático.	✓ Identifica características del objeto matemático. ✓ Observa la relación existente entre los elementos del objeto matemático. ✓ Sistematiza en tablas o en listas los datos observados

4.2. Identificar patrones, relaciones, regularidades o propiedades.

En esta etapa *los estudiantes a partir* del estudio de los datos iniciales identifican aquello que es relevante y común, lo cual, dependiendo del contexto de la situación propuesta, puede corresponder a patrones, regularidades, relaciones entre objetos, propiedades, semejanzas, entre otros. En la siguiente tabla se presentan algunos patrones y relaciones encontradas en cada una de las actividades propuestas en la tabla anterior.

CATEGORÍA	CARACTERISTICA	LOGRO
Identificación de patrones.	A partir de los datos iniciales se identifica lo relevante y común, lo repetido con regularidad en diferentes hechos o situaciones y que se prevé puede volver a repetirse, en lo que corresponde a patrones, regularidades, relaciones entre objetos, propiedades,	✓ Observa situaciones constantes o que se repiten. ✓ Identifica relaciones, propiedades, regularidades del objeto matemático. ✓ Organiza y clasifica relaciones, propiedades, regularidades del objeto

	semejanzas, entre otros	matemático. ✓ Realiza predicciones sobre casos desconocidos.

4.3. Formular conjeturas.

Un proceso importante después de visualizar e identificar las características, propiedades, patrones, reglas, regularidades o propiedades de un objeto, es comunicarlas ya sea verbal, simbólica o gráficamente con el fin de tener un registro que permita organizar, clasificar e identificar la información útil para formular la conjetura de forma clara.

En esta etapa de la actividad matemática no es necesario hacer uso de un lenguaje especializado, pero sí se considera pertinente escribir las observaciones o la conjetura en un lenguaje que sea compartido por la comunidad académica en la que se encuentra inmersa la persona que está enfrentándose a la actividad. Ahora bien, una forma particular de expresar lo visualizado es a través de la simbología propia del lenguaje matemático; con ello se busca expresar de manera abreviada las características identificadas en el caso o casos observados.

CATEGORÍA	CARACTERISTICA	LOGRO
Formular conjeturas	Es un proceso mediante el cual se comunica las características, regularidades, propiedades y patrones del objeto matemático, de manera verbal, simbólica o gráficamente; de esta manera, consiste en realizar una proposición que se supone verdadera sin que se halla sometido a una valoración. Dicha valoración puede dar como resultado su aceptación o su rechazo.	✓ Comunica las relaciones encontradas verbal o simbólicamente ✓ Realiza afirmaciones de manera clara y organizada ✓ Identifica y clasifica información útil para formular una conjetura.

4.4. Verificar conjeturas.

Después de que ha emergido la conjetura que permite consolidar las observaciones hechas, es pertinente llevar a cabo el proceso de verificación, el cual tiene como objetivo que la persona se convenza e intente convencer a otros de que tal afirmación tiene una alta probabilidad de ser verdadera en el contexto estudiado, en cuyo caso debe buscar, en la medida de las posibilidades, validar la conjetura formulada. Con esto, no se está diciendo que la conjetura sea demostrada, ya que aún no se tiene el constructo teórico para generar tal proceso, sino que se busca probar si la conjetura es válida en algunos nuevos casos o por el contrario que se muestre que la conjetura es falsa (puede ser a través de un contraejemplo), lo cual puede llevar de nuevo al proceso de reformular la conjetura a partir de una nueva etapa de visualización.

CATEGORÍA	CARACTERISTICA	LOGRO
Verificación de conjeturas	Hace referencia a las razones que se dan para convencer de la verdad de una afirmación. Se suele distinguir entre justificaciones empíricas y deductivas. Las empíricas usan los ejemplos como elemento de convicción, las deductivas se comprueban como su nombre lo indica con demostración rigorosa como las usuales en matemáticas.	✓ Utiliza ejemplos y contraejemplos para comprobar la conjetura. ✓ Utiliza argumentos matemáticos para convencer acerca de la veracidad de la conjetura

4.5. Generalizar conjeturas.

La generalización de la conjetura implica un cambio de valor epistémico, un cambio de concepción frente a la conjetura como afirmación válida para determinados casos y que se ha de convertir en una regla generalmente aceptada, a tal punto de poder reconocer que ésta es verdadera para cualquier caso del contexto estudiado. Así, la verificación de varios casos no es suficiente para generalizar la conjetura, pero tampoco se requiere de un proceso formal de demostración para justificar la generalización, aunque se puede acudir a un paso intermedio y presentar algún tipo de prueba matemática, lo importante es poder llegar a convencer a otros, con argumentos fuertes, de que la conjetura es válida a nivel general, a partir del convencimiento propio de quién la plantea.

CATEGORÍA	CARACTERISTICA	LOGRO
Generalizar conjeturas	La conjetura se expresa de tal manera que se refiere a todos los casos de una clase determinada. Implica la extensión del razonamiento más allá de los casos particulares considerados.	✓ Describe el comportamiento del objeto matemático. ✓ Asocia un término general a la conjetura. ✓ Argumenta la veracidad del término general utilizando conceptos matemáticos.

4.6. Aplicación del instrumento de recogida de información.

En el proceso de aplicación de las tres actividades se buscaron situaciones problema relacionadas con la formulación de ecuaciones que involucran diferentes relaciones numéricas y regularidades que posibilitan el desarrollo del razonamiento abductivo matemático; de esta manera se eligieron tres problemas ricos en patrones y regularidades que potenciaron el razonamiento abductivo subyacente en la temática de la variabilidad; además, los conocimientos previos hilados con los nuevos permiten que los estudiantes realicen argumentos bien sustentados dando lugar a un aprendizaje significativo.

Las preguntas de las actividades están enfocadas a promover el desarrollo del razonamiento abductivo, por tal razón, las actividades que se plantean relacionan la estructura de conocimiento sobre una base contextualizada, que con ayuda del docente se modelan situaciones reales referentes al trabajo matemático, que de manera intencional vinculan las ideas previas pertinentes que se hallan en la estructura cognitiva del estudiante.

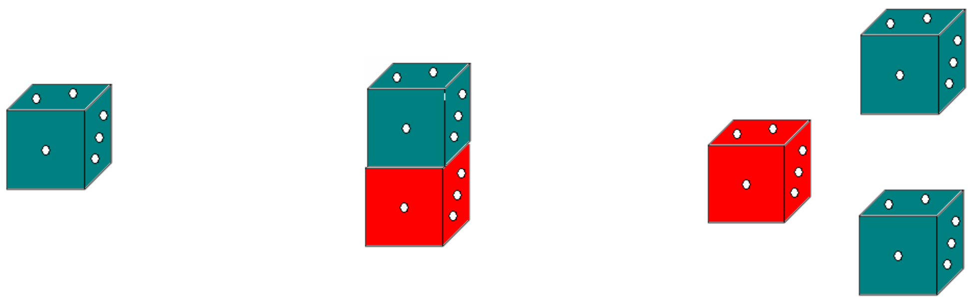
A continuación, se presentan las tres actividades que se aplicaron a los estudiantes del curso 1002 J.T. del Colegio IED Isabel II; se da a conocer las actividades en construcción, donde los estudiantes pudieron visualizar y manipular, facilitando la identificación de las regularidades, esta construcción está acompañada de una guía escrita donde se proporciona una serie de preguntas orientadoras relacionadas con cada paso del razonamiento.

Actividad No.1

A cada grupo se le entregaron una cantidad determinada de dados de igual tamaño para facilitar la construcción y planteamiento de la conjetura, el docente planteo de que se trataba la actividad y se les entrego a cada grupo una guía de preguntas abiertas:

Cuadrados y más cuadrados.

Completa la siguiente tabla la cual identifica la cantidad de caras visibles en una torre de dados.



Observar y organizar casos

Las preguntas propuestas en los literales ***a, b*** y ***c*** pretenden que los estudiantes observen y organicen los datos, e identifiquen las principales características que le servirán para la identificación de patrones y la posterior formulación y validación de conjeturas.

a. ¿Qué figuras aparecen en la construcción? ¿Qué característica tiene cada una de ellas?

b. ¿Qué tipo de estructura se está formando?

c. Si tienes una torre de veinte dados, ¿cuál es la cantidad de caras visibles? Explica

Identificación de patrones

Los literales ***d, e*** y ***f*** buscan que los estudiantes descubran el patrón y establezca la relación entre el número de figura y el número de puntos, sistematice la información y la utilice para formular conjeturas y las verifique de algún modo.

d. ¿Cuántos lados visibles tendrá la sexta y séptima torre de dados?

e. ¿Existe algún patrón entre los números de lados visibles y la cantidad de dados? Explica.

f. ¿Cuáles son los primeros 20 números obtenidos?

Formulación de conjeturas

Las preguntas de los literales ***g, h*** y ***i*** tienen la finalidad que el estudiante logre evidenciar y conjeturar las relaciones existentes entre el número de pentágonos y el número de puntos

g. Complete la tabla

Cantidad de dados	Caras visibles de los dados
1 dado	5

2 dados	9
3 dados	13
4 dados	
5 dados	
6 dados	
12 dados	
120 dados	

h. ¿Existe algún patrón entre la cantidad de caras visibles en una torre de dados? Explica

i. ¿Busca pautas, encuentra algo repetitivo?

Justificación de conjeturas

El literal ***j*** busca que los estudiantes pongan a prueba la conjetura planteada y la utilicen para dar solución al interrogante, contrastando los resultados con ejemplos ya desarrollados.

j. ¿Podría establecer cuantos lados visibles tiene la veinteava torre?

Generalización

Con la pregunta del literal ***k*** se busca que el estudiante generalice el patrón descubierto en las anteriores preguntas. El literal ***l*** busca que el estudiante de cuenta de la generalización de manera verbal.

k. ¿Cuál es el numero n-esimo de lados visibles?

l. ¿Cómo probarías esta afirmación?

Actividad No. 2

Con ayuda de los celulares de los propios estudiantes, se mostró un ordenamiento de los osos de peluche a color y se llevó a cabo la actividad:

Se dibuja una secuencia de peluches así indefinidamente:

Observar y organizar casos

Las preguntas propuestas en los literales ***a, b*** y ***c*** pretenden que los estudiantes observen y organicen los datos, e identifiquen las principales características que le servirán para la identificación de patrones y la posterior formulación y validación de conjeturas.

a. Observa y describe detalladamente la secuencia de peluches

b. Que característica(s) observas en la construcción

c. Cuente el número de peluches, ¿qué color tendrá la n-ésima figura?

Identificación de patrones

Los literales ***d, e, f*** y ***g*** buscan que los estudiantes descubran el patrón y establezca la relación entre el ordenamiento de los peluches y el color, sistematice la información y la utilice para formular conjeturas y las verifique de algún modo.

d. Existe algún patrón. Explica.

e. ¿De qué color es el trigésimo séptimo peluche de la secuencia? Explica.

f. ¿De qué color es el peluche que está en la posición 50? Explica

g. Busca pautas en tus datos, ¿encuentras algún valor repetitivo de un valor a otro?

Formulación de conjeturas

Las preguntas de los literales ***h, i*** y ***j*** tienen la finalidad que el estudiante logre evidenciar y conjeturar las relaciones entre la posición del oso de peluche y el color, al observar que la ubicación del oso se relaciona con el color.

h. ¿Encuentra colores repetitivos en algunas posiciones?

i. ¿Qué relación encuentra en algunas posiciones donde los colores de los osos se repiten?

j. Organice la información en una tabla.

Justificación de conjeturas

Con los literal ***k*** se busca que los estudiantes pongan a prueba la conjetura planteada y la utilicen para dar solución al interrogante, contrastando los resultados con ejemplos ya desarrollados.

k. ¿Si hay 100 peluches que color le corresponde al último?

Generalización

Con la pregunta del literales ***l*** y ***m*** se busca que el estudiante generalice el patrón descubierto en las anteriores preguntas. Es posible aquí que el estudiante a partir de una tabla que muestre la relación entre la posición del oso y el color correspondiente pueda plantear que el color del peluche está dado por 5n+k. El literal ***l*** busca que el estudiante de cuenta de la generalización de manera verbal.

El literal ***l*** busca que el estudiante de cuenta de la generalización de manera verbal.

l. ¿Cuál es el numero n-esimo pentagonal?

m. ¿Cómo probarías esta afirmación?

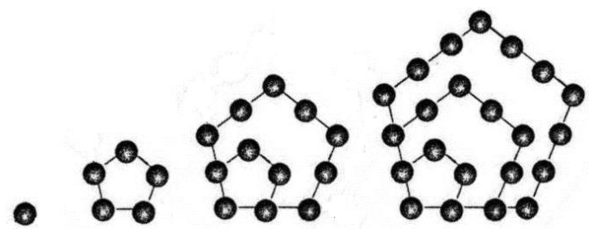
Actividad No. 3

El juego pentagonal, ¿Cuántos puntos representan a un número pentagonal?

Vas a participar de un juego a través del cual se forman pentágonos comenzando con la figura geométrica punto.

Dibuja un punto en un papel. Este representa el primer número pentagonal que es el **1**. Al lado del punto dibuja un pentágono, la cantidad de vértices representan al segundo número pentagonal, que es el **5**. Extiende en una unidad dos lados consecutivos del pentágono para formar otro pentágono. El pentágono formado tiene tres puntos en cada lado. La cantidad de puntos en los lados del pentágono identifica al próximo número pentagonal. (Observa el diagrama).

A continuación tienes un diagrama en el que se representan números pentagonales.



Observar y organizar casos

Las preguntas propuestas en los literales ***a, b*** y ***c*** pretenden que los estudiantes observen y organicen los datos, e identifiquen las principales características que le servirán para la identificación de patrones y la posterior formulación y validación de conjeturas.

a. ¿Qué figuras aparecen en la construcción? ¿Qué característica tiene cada una de ellas?

b. ¿Qué tipo de polígono se está formando?

c. Cuente el número de puntos, ¿cuántos puntos tendrá la n-ésima figura?

Identificación de patrones

Los literales ***d, e*** y ***f*** buscan que los estudiantes descubran el patrón y establezca la relación entre el número de figura y el número de puntos, sistematice la información y la utilice para formular conjeturas y las verifique de algún modo.

d. ¿Cuál es el quinto y sexto número pentagonal?

e. ¿Existe algún patrón entre los números pentagonales? Explica.

f. ¿Cuáles son los primeros 20 números pentagonales?

Formulación de conjeturas

Las preguntas de los literales ***g, h*** y ***i*** tienen la finalidad que el estudiante logre evidenciar y conjeturar las relaciones existentes entre el número de pentágonos y el número de puntos

g. Organice la información en una tabla

h. ¿Qué relación encuentra en el número de pentágonos y los puntos que posee?

i. Busca pautas, ¿encuentra algo repetitivo?

Justificación de conjeturas

El literal ***j*** se busca que los estudiantes pongan a prueba la conjetura planteada y la utilicen para dar solución al interrogante, contrastando los resultados con ejemplos ya desarrollados.

j. ¿Podría establecer cual es veinteavo número pentagonal?

Generalización

Con la pregunta del literal ***k*** se busca que el estudiante generalice el patrón descubierto en las anteriores preguntas. El literal ***l*** busca que el estudiante de cuenta de la generalización de manera verbal.

k. ¿Cuál es el numero n-esimo pentagonal?

l. ¿Cómo probarías esta afirmación?

CAPITULO V

5. RESULTADOS Y ANÁLISIS

En este capítulo se presenta la descripción y análisis de los resultados obtenidos al realizar la aplicación de las tres actividades a los estudiantes de grado decimo del Colegio Distrital IED Isabel II J.T., para *tal fin se cuenta con las producciones escritas, audios y videos de los estudiantes plasmados en cada una de las guías que se han propusieron*. Es importante resaltar que las actividades que componen la propuesta hacen parte de una prueba piloto, y mediante esta aplicación buscan ser validadas. A continuación, se presentan algunas consideraciones acerca de la forma como se desarrollaron las actividades durante su aplicación, y los parámetros que se siguieron para la organización de la información y la estructura de la descripción, con la intención de contrastarla con los referentes teóricos que se mencionan en el marco de referencia.

5.1. Acerca de la aplicación de guía.

La aplicación de la guía se lleva a cabo en tres sesiones de clase de 110 minutos cada una, donde a cada grupo de 3 estudiantes se le proporcionó una actividad de trabajo. El desarrollo de las actividades tuvo lugar en el aula de clase, y se aplicó a todos los estudiantes del curso 1002, de esta manera se recolectaron las actividades de todos los integrantes de este curso; sin embargo, se seleccionó una muestra de las producciones escritas de siete estudiantes, teniendo en cuenta que en ellas se evidenciaran los pasos del razonamiento abductivo matemático, además que sus desarrollos estén completos y hayan participado en el proceso de las tres actividades debido a que no todos asistieron los días de la aplicación de las actividades.

5.2. Acerca de la descripción de resultados

Para describir los resultados obtenidos se contó con las producciones escritas plasmadas en cada una de las actividades, teniendo en cuenta que la estructura de cada una de ellas mantiene un orden relacionado con los pasos del razonamiento abductivo matemático a saber *observar y organizar casos, identificación de patrones, formulación de conjeturas, justificación de conjeturas y generalización de conjeturas*; donde la descripción y análisis se realiza teniendo en cuenta el orden de los pasos ya mencionados y se muestran las imágenes de la producciones escritas de los estudiantes. Vale la pena aclarar que, en el análisis de las actividades de todos los pasos, no aparecen las respuestas de los estudiantes, ya que el interés es desatacar algunos procesos encontrados.

5.2.1. Análisis de la actividad N°1.

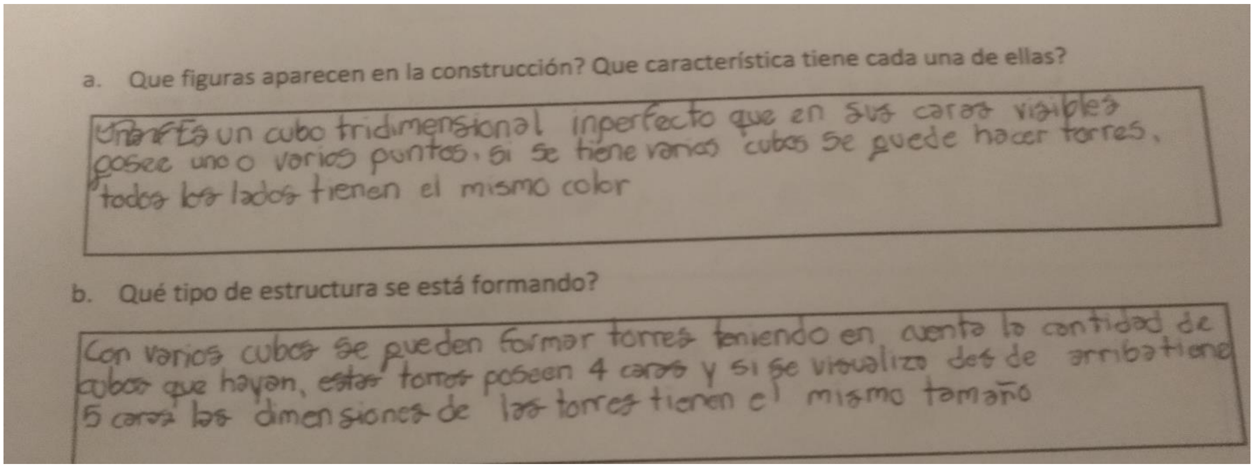
Como se ha mencionado en el apartado anterior se ha tomado el modelo propuesto por Cañadas para realizar el análisis de las actividades, por ello en cada paso del razonamiento abductivo se establecieron indicadores que dan cuenta de su aplicabilidad y cumplimiento. En la descripción y análisis de las actividades se presenta cada paso con sus indicadores.

CATEGORÍA	INDICADOR
Observar y organizar casos	✓ Identifica la forma de las figuras que aparecen en la ilustración ✓ Establece la relación entre el número de dados y las caras visibles ✓ Sistematiza la información observada

A continuación, se presentan los resultados obtenidos en los literales *a, b, c* y *d,* que hacen referencia a la primera categoría del razonamiento abductivo observar *y organizar casos*. Las preguntas están orientadas para que los estudiantes observen y organicen los datos, e identifiquen las principales características en la construcción, con el objeto que estás sirvan para la identificación de patrones y la posterior formulación y verificación de conjeturas.

A los estudiantes se les proporciona varias torres de dados de diferentes alturas, estos contienen el diseño de la situación, donde inicialmente ellos realizan una observación y exploración, en lo referido a las dos primeras preguntas *a* y *b*, la intencionalidad de ellas está dirigida para que los estudiantes observen y describan si es posible con detalle la construcción.

Imagen 1.

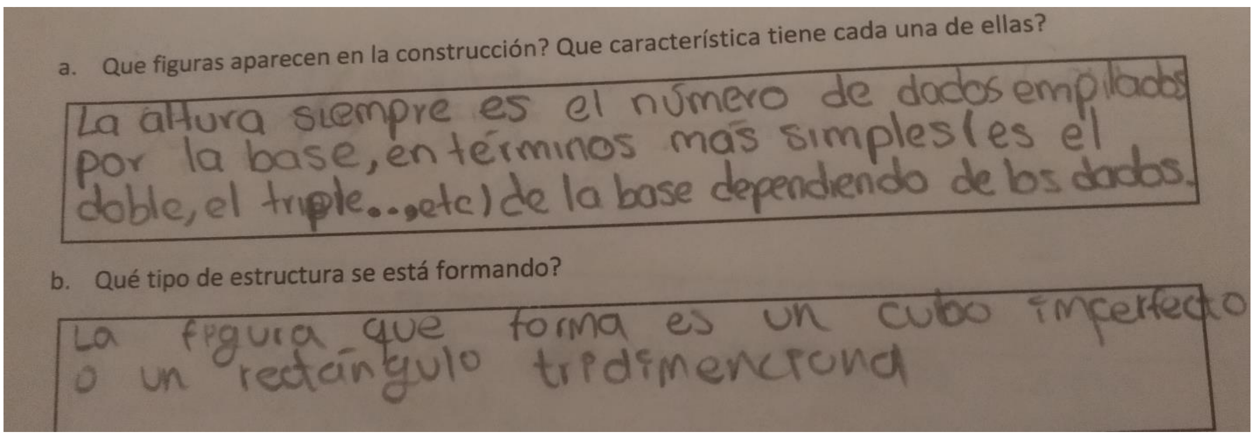

a. Que figuras aparecen en la construcción? Que característica tiene cada una de ellas?

~~Una figura~~ Es un cubo tridimensional inperfecto que en sus caras visibles posee uno o varios puntos, si se tiene varios cubos se puede hacer torres, todos los lados tienen el mismo color

b. Qué tipo de estructura se está formando?

Con varios cubos se pueden formar torres teniendo en cuenta la cantidad de cubos que hayan, estas torres poseen 4 caras y si se visualiza desde arriba tiene 5 caras las dimensiones de las torres tienen el mismo tamaño

Imagen 2.

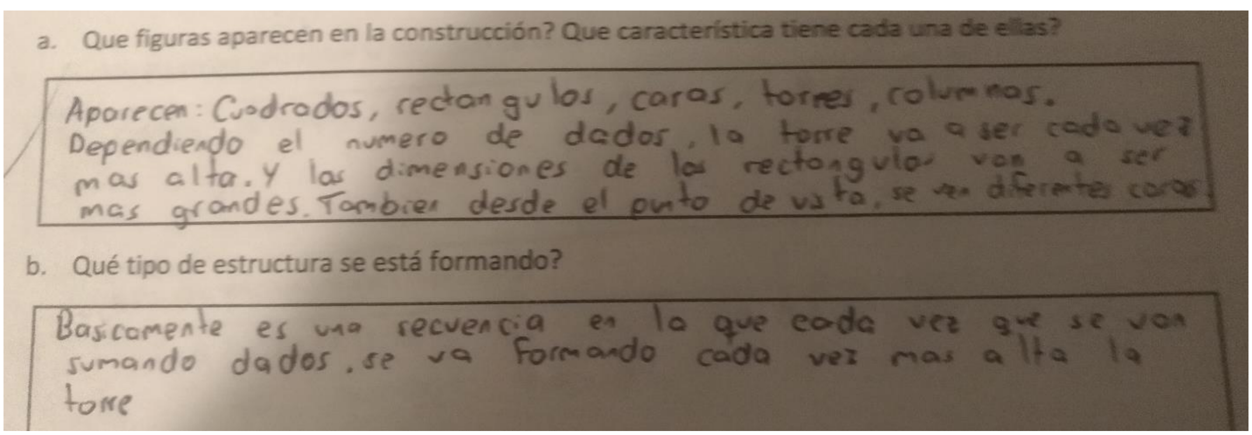

a. Que figuras aparecen en la construcción? Que característica tiene cada una de ellas?

La altura siempre es el número de dados empilados por la base, en términos más simples (es el doble, el triple...etc) de la base dependiendo de los dados.

b. Qué tipo de estructura se está formando?

La figura que forma es un cubo imperfecto o un rectángulo tridimencional

Imagen 3.

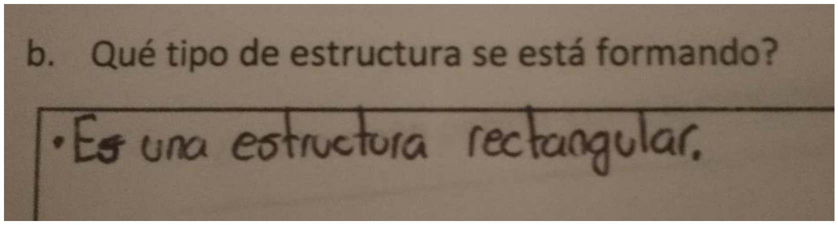

a. Que figuras aparecen en la construcción? Que característica tiene cada una de ellas?

Aparecen: Cuadrados, rectangulos, caras, torres, columnas. Dependiendo el numero de dados, la torre va a ser cada vez mas alta. Y las dimensiones de los rectangulos van a ser mas grandes. Tambien desde el punto de vista, se ven diferentes caras

b. Qué tipo de estructura se está formando?

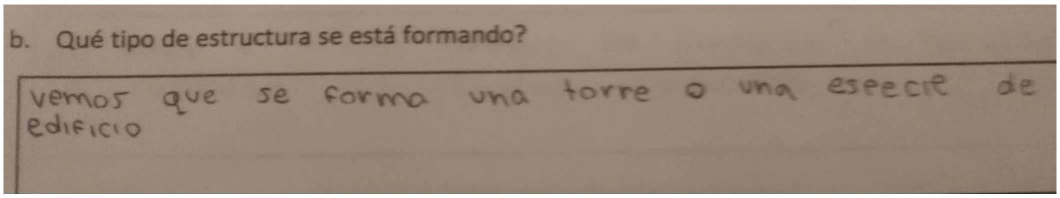
Basicamente es una secuencia en la que cada vez que se van sumando dados, se va formando cada vez mas alta la torre

En las imágenes de las producciones escritas correspondientes a la segunda pregunta se evidencia que los estudiantes reconocen el tipo de estructura e intenta nombrarla, Imagen 4.


b. Qué tipo de estructura se está formando?

• Es una estructura rectangular.

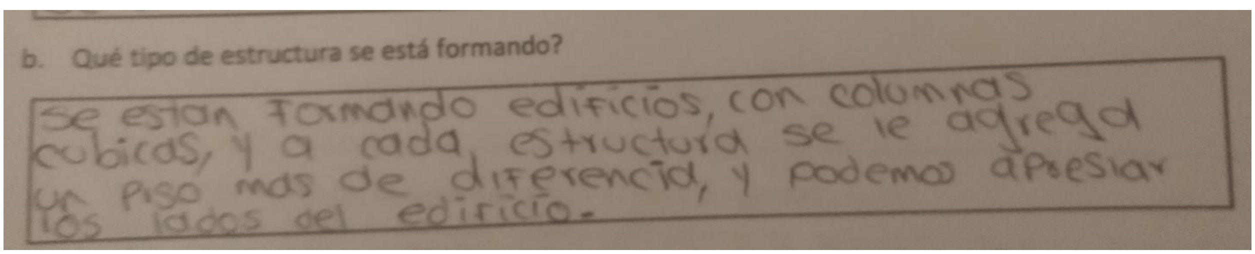
Imagen 5.


b. Qué tipo de estructura se está formando?

vemos que se forma una torre o una especie de edificio

Teniendo en cuenta las producciones escritas de los estudiantes al realizar la observación y visualización de las estructuras que aparecen, se evidencia que identifican características de estas, la forma cúbica de las torres; además, dan cuenta del número de lados de cada figura y la variación del tamaño de las caras en la construcción, algunos hacen uso del lenguaje propio de las matemáticas, otros hacen uso de uno más coloquial, es evidente que parten de las nociones previas que han recibido, como se planteó ene l marco teórico.

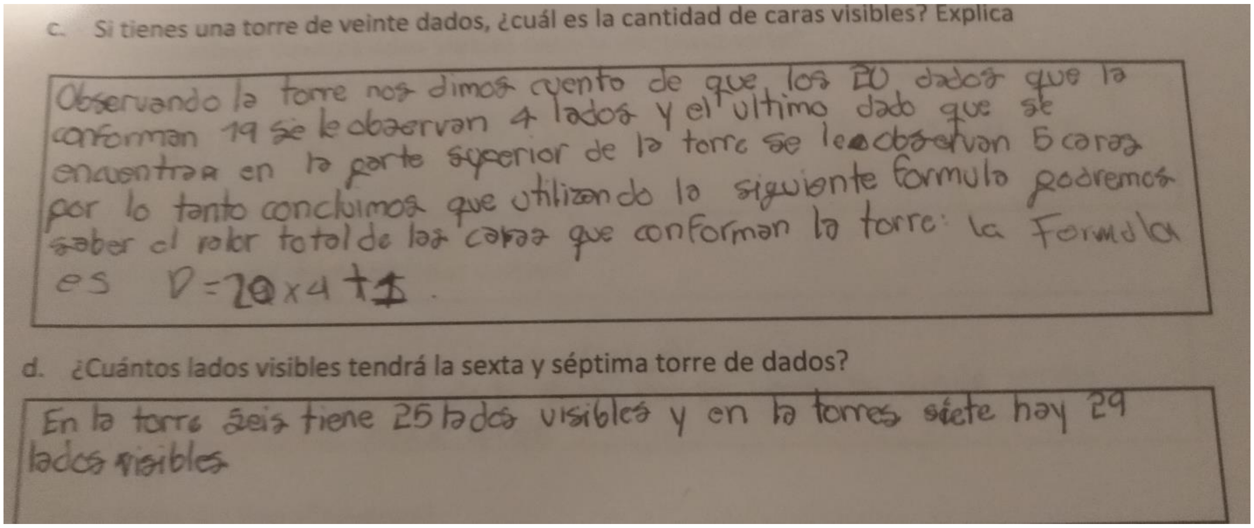
Imagen 6.


b. Qué tipo de estructura se está formando?

se estan formando edificios, con columnas cubicas, y a cada estructura se le agrega un piso mas de diferencia, y podemos apresiar los lados del edificio.

Las preguntas c y d su intencionalidad es el conteo, pero los estudiantes van más allá y desean explicar cómo es el conteo de las caras visibles de las torres, es decir que tratan de acomodar sus explicaciones a partir de lo que están viendo, deducen, para explicar, uno de los pasos que plantea el constructivismo.

Imagen 7.



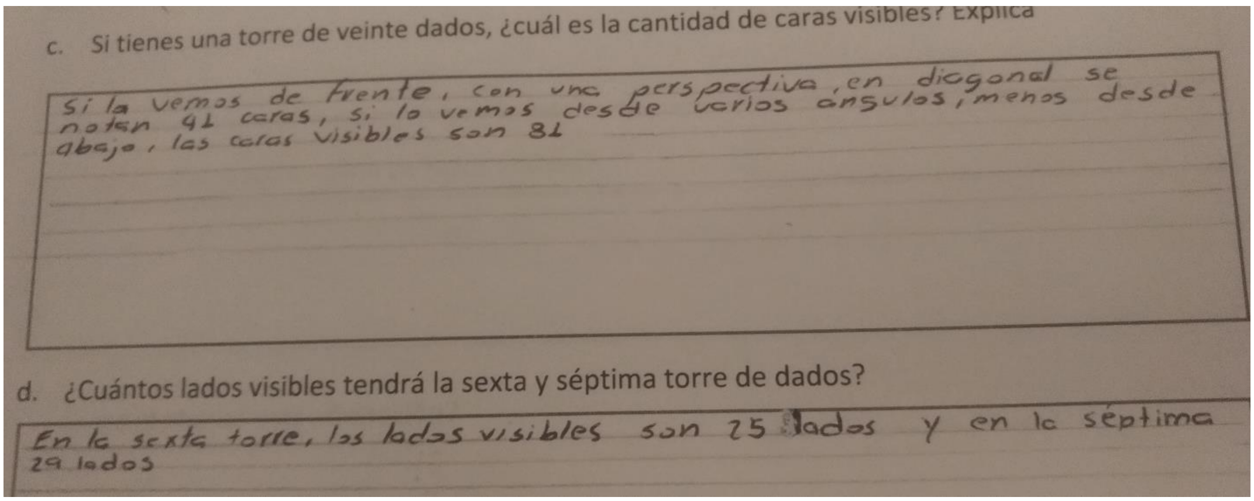
c. Si tienes una torre de veinte dados, ¿cuál es la cantidad de caras visibles? Explica

Observando la torre nos dimos cuenta de que los 20 dados que la conforman 19 se le observan 4 lados y el ultimo dado que se encuentra en la parte superior de la torre se le observan 5 caras por lo tanto concluimos que utilizando la siguiente formula podremos saber el valor total de las caras que conforman la torre: la Formula es D=19x4+1 .

d. ¿Cuántos lados visibles tendrá la sexta y séptima torre de dados?

En la torre seis tiene 25 lados visibles y en la torres siete hay 29 lados visibles

Imagen 8.



c. Si tienes una torre de veinte dados, ¿cuál es la cantidad de caras visibles? Explica

Si la vemos de frente, con una perspectiva, en diagonal se noten 41 caras, si la vemos desde varios angulos, menos desde abajo, las caras visibles son 81

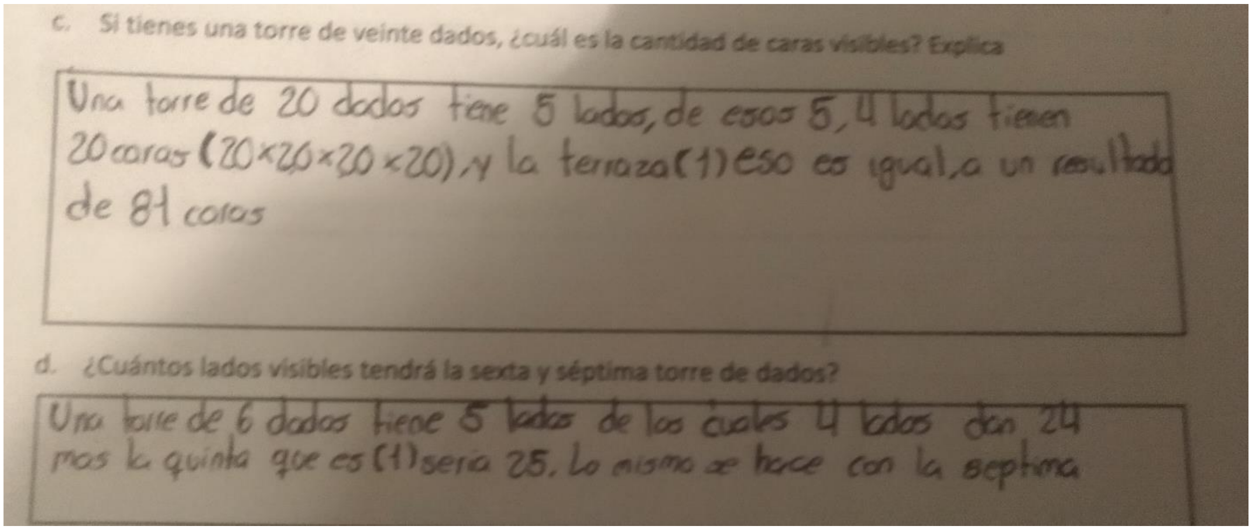
d. ¿Cuántos lados visibles tendrá la sexta y séptima torre de dados?

En la sexta torre, los lados visibles son 25 lados y en la séptima 29 lados

En cada una de las respuestas de estos primeros literales referidos a la primera categoría del razonamiento, manifiestan que por cada dado aumentan 4 caras visibles, lo que hace suponer que los estudiantes ya establecieron una relación entre el número de dados y el número de caras visibles.

Frente a la categoría del razonamiento de *observar y organizar casos* se evidencia que los estudiantes observan, visualizan, e identifican características como forma, tamaño, tridimensionalidad y magnitud. Además, identifican la regularidad que “aumenta de a 4 las caras cada vez que se incrementa una dado”. Es importante recalcar que los estudiantes observan que el último dado posee una cara de más visible.

Imagen 9.



c. Si tienes una torre de veinte dados, ¿cuál es la cantidad de caras visibles? Explica

Una torre de 20 dados tiene 5 lados, de esos 5, 4 lados tienen 20 caras (20×20×20×20), y la terraza (1) eso es igual, a un resultado de 81 caras

d. ¿Cuántos lados visibles tendrá la sexta y séptima torre de dados?

Una torre de 6 dados tiene 5 lados de los cuales 4 lados dan 24 mas la quinta que es (1) sería 25. Lo mismo se hace con la septima

Teniendo en cuenta los resultados hallados en las producciones escritas de los estudiantes junto con las descripciones hechas y los indicadores que se plantearon para esta primera categoría del razonamiento abductivo matemático se identificaron los siguientes aspectos:

Respecto al categoría de observar y organizar casos en el desarrollo del razonamiento abductivo matemático, se evidencia que de acuerdo a los indicadores establecidos con antelación los estudiantes observan, identifican y caracterizan algunas relaciones que se establecen en las figuras que aparecen en la construcción; sumado a ello, los estudiantes comenzaron a encontrar regularidades “por cada dado van aumentando 4 caras visibles”.

Por lo tanto, se evidencia que los literales *a, b, c,* y *d* planteados en la actividad contribuyen al primer categoría del razonamiento abductivo matemático, ya que de acuerdo a los indicadores planteados para este categoría fueron cumplidos a cabalidad, puesto que los estudiantes logran identificar la forma de las figuras, y establecen relaciones entre las magnitudes y los elementos que la rodean. A su vez, hay estudiantes que identifican la razón de cambio en la construcción al organizar la información.

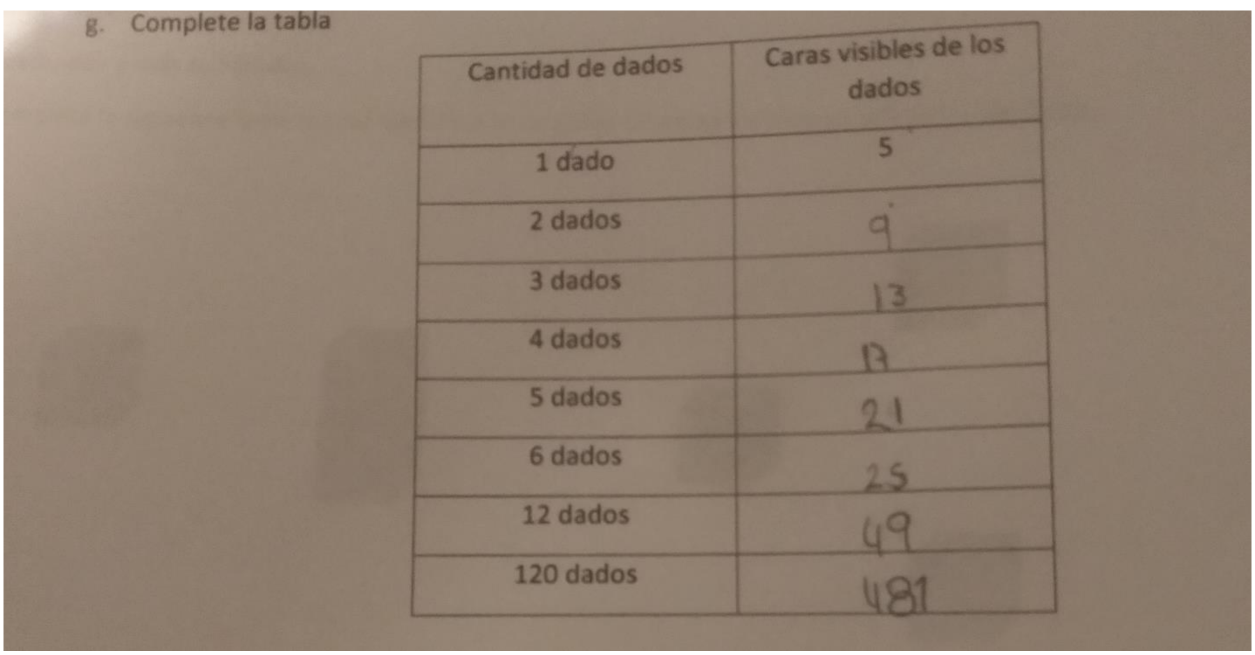
Identificación de patrones

CATEGORÍA	INDICADOR
Identificación de patrones	✓ Observa e identifica en la secuencia que cada torre. ✓ Identifica el patrón de cambio, al establecer que de un dado al siguiente aumenta en cuatro el número de caras visibles. ✓ Organiza los datos hallados, por ejemplo, realizan tablas o listas comparando el número de dados y el número de caras visibles. ✓ Realiza predicciones sobre casos desconocidos. (casos lejanos)

Las preguntas de los literales *e, f, y g* están orientadas para que los estudiantes identifiquen regularidades, establezcan la relación entre el número de dados y el número de caras visibles, sistematice la información y la utilice para formular conjeturas y las verifique de algún modo.

Por ejemplo, la pregunta *e* requiere que el estudiante luego de observar y organizar datos se da cuenta de la regularidad que ha encontrado, relacionando los valores de la tabla que intervienen.

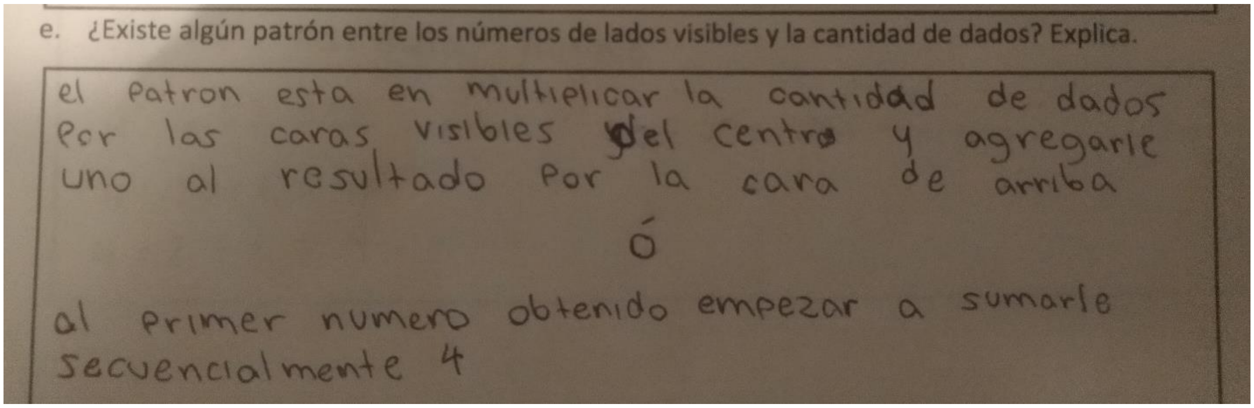
Imagen 10.



g. Complete la tabla

Cantidad de dados	Caras visibles de los dados
1 dado	5
2 dados	9
3 dados	13
4 dados	17
5 dados	21
6 dados	25
12 dados	49
120 dados	481

Imagen 11.



e. ¿Existe algún patrón entre los números de lados visibles y la cantidad de dados? Explica.

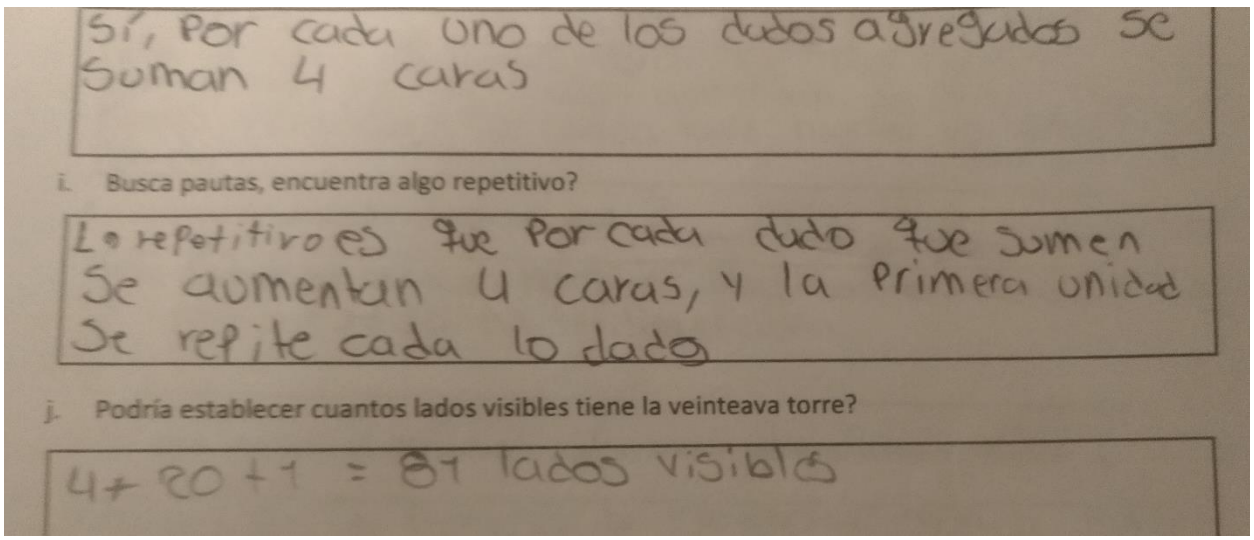
el patron esta en multiplicar la cantidad de dados por las caras visibles del centro y agregarle uno al resultado por la cara de arriba

ó

al primer numero obtenido empezar a sumarle secuencialmente 4

El estudiante debe hacer uso de la información recolectada con anterioridad y ponerla en práctica; es decir, la regularidad que ha venido encontrando se pone de manifiesto para poder hallar la respuesta, muestra de ello se manifiesta en la siguiente solución.

Imagen 12.



Sí, Por cada uno de los dados agregados se suman 4 caras

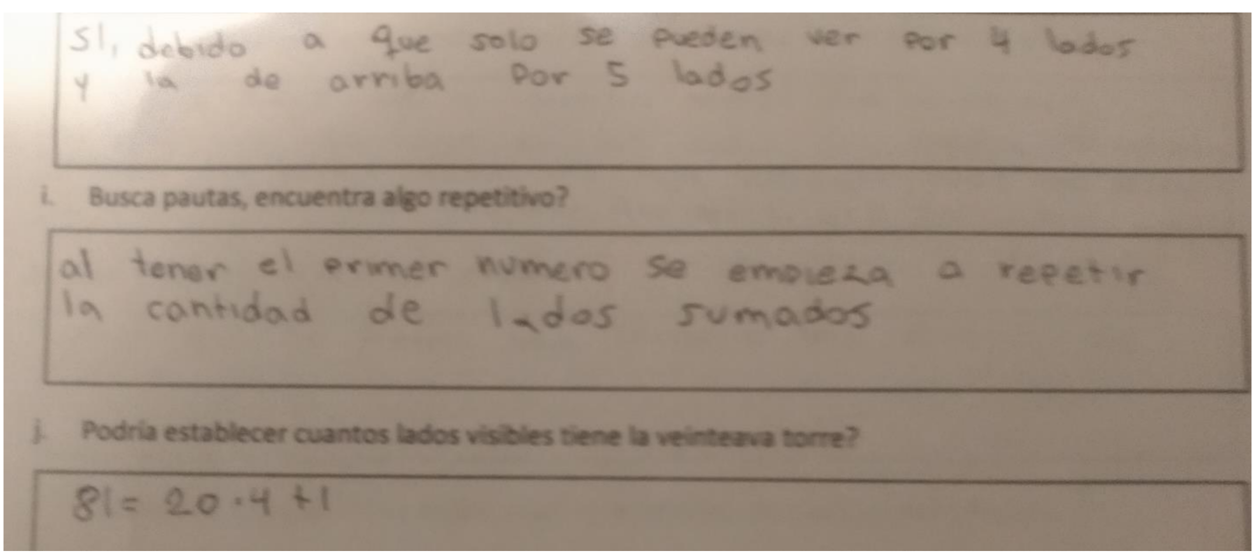
i. Busca pautas, encuentra algo repetitivo?

Lo repetitivo es que por cada dado que sumen se aumentan 4 caras, y la primera unidad se repite cada lo dado

j. Podría establecer cuantos lados visibles tiene la veinteava torre?

4+20+1 = 81 lados visibles

Imagen 13.



Si, debido a que solo se pueden ver por 4 lados y la de arriba por 5 lados

i. Busca pautas, encuentra algo repetitivo?

al tener el primer numero se empieza a repetir la cantidad de lados sumados

j. Podría establecer cuantos lados visibles tiene la veinteava torre?

81= 20·4+1

Teniendo en cuenta los resultados hallados en las producciones escritas de los estudiantes junto con las descripciones hechas y los indicadores que se plantearon para este segundo categoría del razonamiento abductivo se identificaron los siguientes aspectos:

Los estudiantes siguen la secuencia de preguntas de la guía y recolectan información que permite evidenciar los contrastes teóricos que se encuentran en el desarrollo de la misma, en este categoría de identificación de patrones, se evidencia que de acuerdo a los indicadores establecidos con antelación los estudiantes identifican las relaciones existentes que aparecen en la construcción; hallando regularidades como el patrón al establecer que el número de caras visibles aumenta en 4 de acuerdo a la cantidad de dados de la construcción; adicional a ello, los estudiantes establecieron que el ultimo dados se observa una cara de más.

En algunas de las producciones escritas de los estudiantes se infiere que sus soluciones se derivan directamente de la observación (sobre la construcción), y otros las desarrollan utilizando estrategias numéricas (apoyándose en los valores que aparecen en la pregunta f y g), lo que pone de manifiesto que al adoptar varios sistemas de representación favorece la visualización y la comprensión del problema, sumado la interpretación de esos sistemas de representación.

Formulación de conjeturas

CATEGORÍA	INDICADOR
Formulación de conjeturas	✓ Comunica las relaciones encontradas verbal o simbólicamente ✓ Realiza afirmaciones de manera clara y organizada ✓ Identifica y clasifica información útil para formular una conjetura

En esta categoría los estudiantes comunican verbal o simbólicamente las relaciones que han encontrado, para ello organizan la información útil, de manera que permita realizar afirmaciones claras y ordenadas.

Las preguntas de los literales *h, i* y *j* tienen la finalidad que el estudiante logre evidenciar y conjeturar las relaciones entre el número de dados y el número de caras visibles, al observar que la cantidad de caras visibles aumenta en 4 unidades a medida que se aumenta los dados. El literal *h* sirve como preámbulo a la formulación de la conjetura, debido a que muestra la relación y la regularidad encontrada.

Imagen 14.

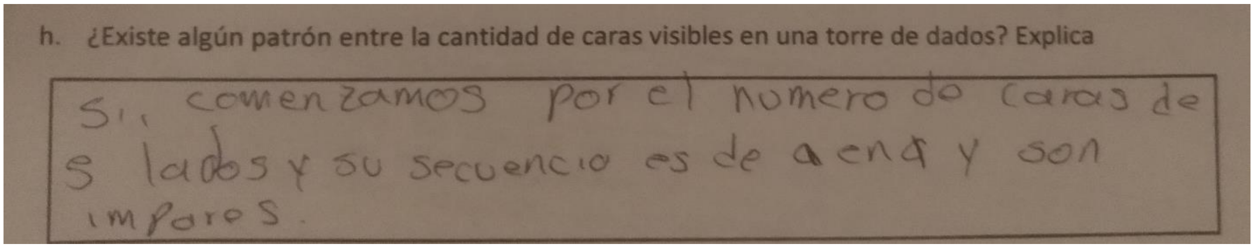
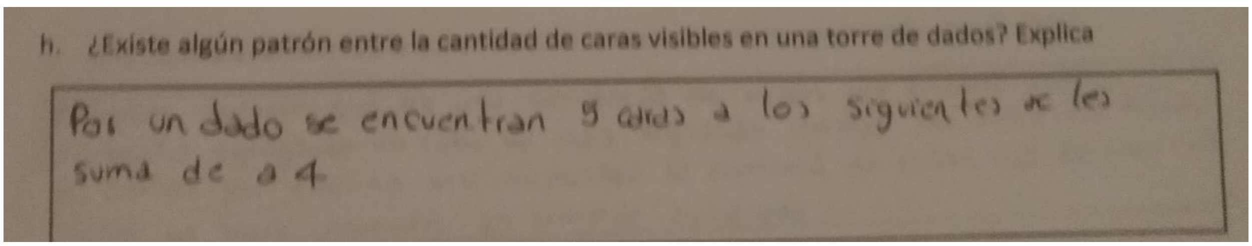
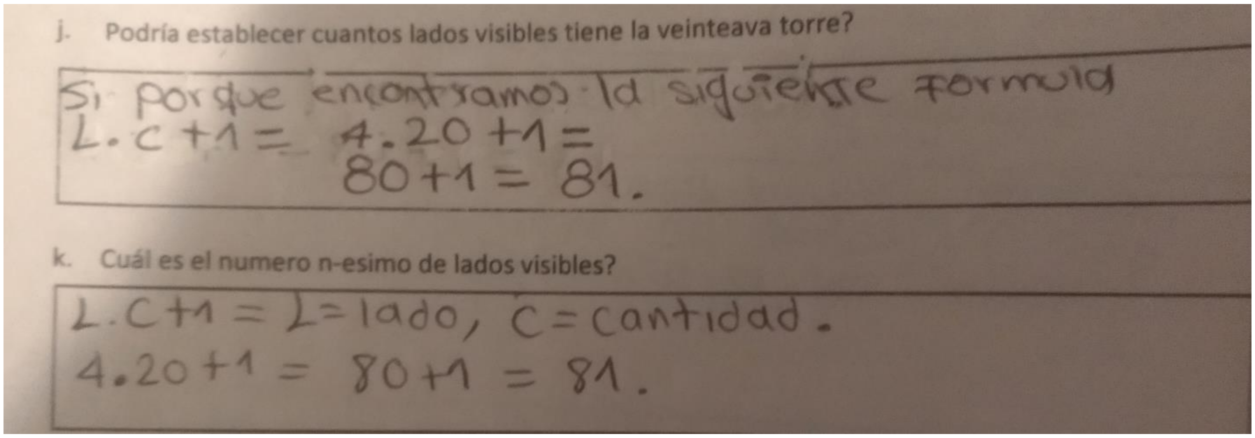


Imagen 15.



La siguiente pregunta lleva a los estudiantes a formular la conjetura y a comunicarla, teniendo en cuenta los datos registrados en el primer y segundo categoría del razonamiento, así, como los patrones registrados en sus anotaciones. Al solicitar a los estudiantes que describan la relación que han encontrado entre los elementos que intervienen en la situación, conlleva a que propongan una conjetura, ya sea de manera verbal o algebraica. En la siguiente imagen se evidencia la formulación de una conjetura verbal junto con su respectiva justificación y otros estudiantes expresan la relación formulando ecuaciones matemáticas.

Imagen 16.

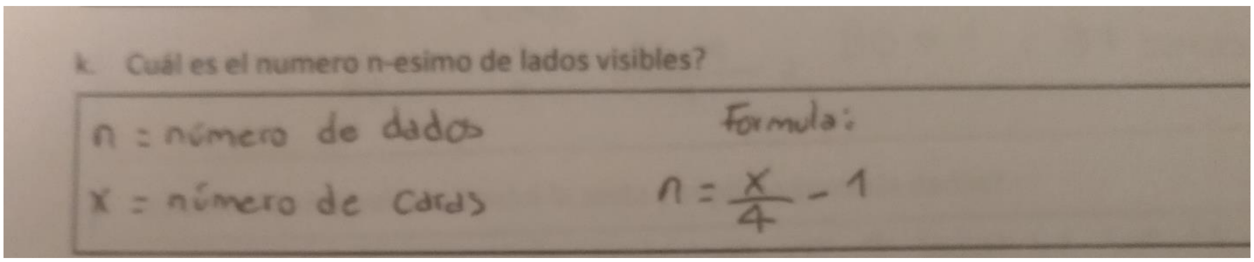

j. Podría establecer cuantos lados visibles tiene la veinteava torre?

Si porque encontramos la siguiente formula
$L.c+1 = 4.20+1 =$
$80+1 = 81.$

k. Cuál es el numero n-esimo de lados visibles?

$L.C+1 =$ L=lado, C=cantidad.
$4.20+1 = 80+1 = 81.$

Imagen 17.


k. Cuál es el numero n-esimo de lados visibles?

n = número de dados
x = número de caras

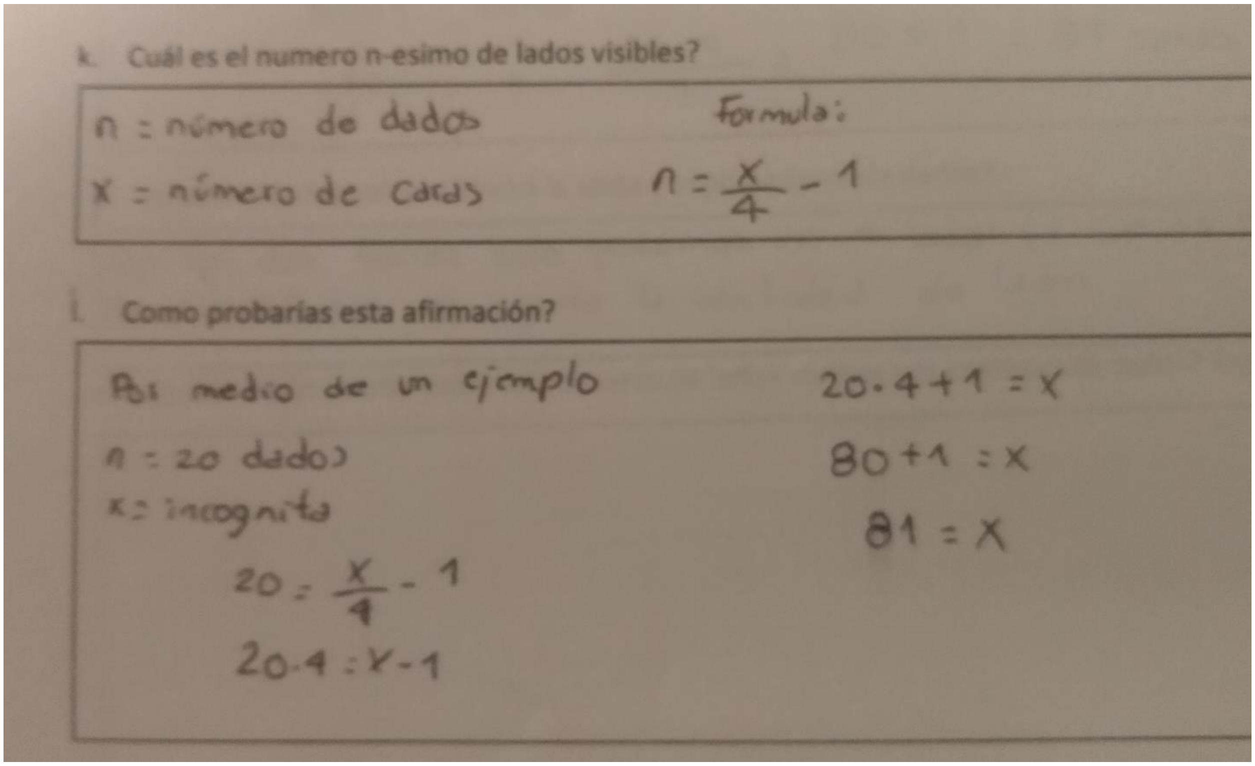
Formula:
$n = \frac{x}{4} - 1$

Justificación de conjeturas

CATEGORÍA	INDICADOR
Justificación de conjeturas	✓ Utiliza ejemplos y contraejemplos para comprobar la conjetura. ✓ Utiliza argumentos matemáticos para convencer acerca de la veracidad de la conjetura.

En este categoría del razonamiento abductivo, los estudiantes hacen uso de ejemplos y de argumentos matemáticos para convencer de la veracidad de la conjetura; por ello, con el literal *k* se busca que los estudiantes proponen una ecuación matemática que pongan a prueba la conjetura planteada y la utilicen para dar solución al interrogante, contrastando los resultados con ejemplos ya desarrollados.

Imagen 18.



k. Cuál es el numero n-esimo de lados visibles?

n = número de dados

x = número de caras

Formula:

$n = \frac{x}{4} - 1$

l. Como probarías esta afirmación?

Por medio de un ejemplo

n = 20 dados

x = incognita

$20 = \frac{x}{4} - 1$

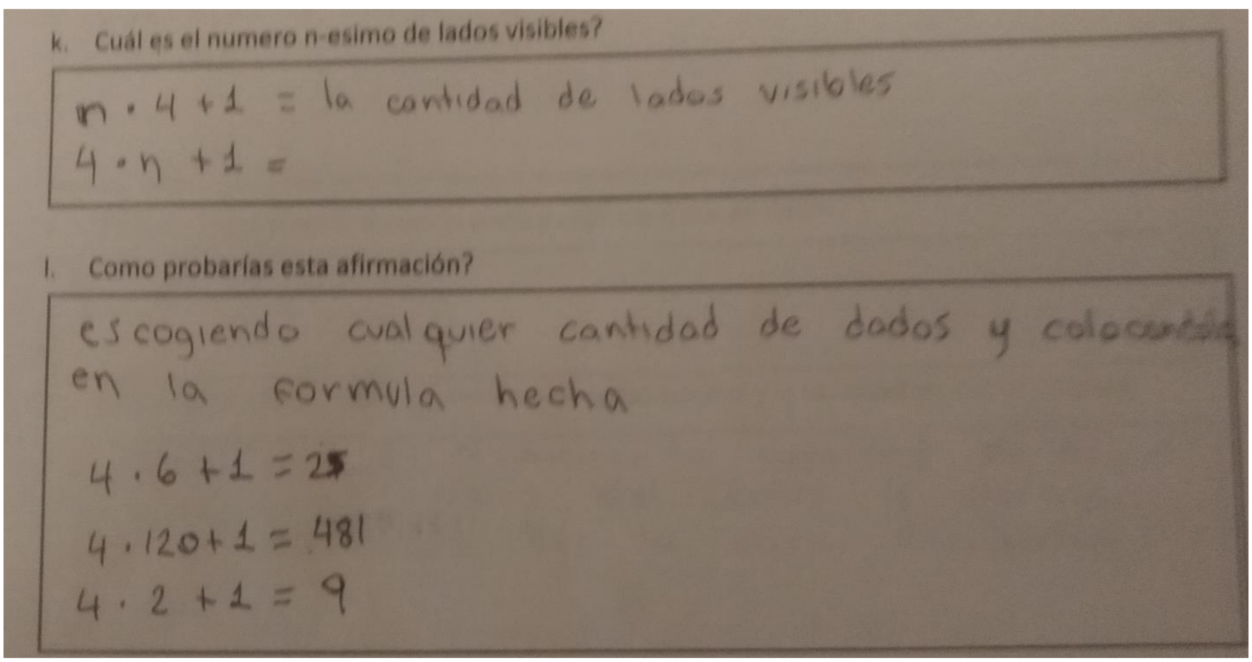
$20 \cdot 4 = x - 1$

$20 \cdot 4 + 1 = x$

$80 + 1 = x$

$81 = x$

Imagen19.



k. Cuál es el numero n-esimo de lados visibles?

$n \cdot 4 + 1$ = la cantidad de lados visibles

$4 \cdot n + 1 =$

l. Como probarías esta afirmación?

escogiendo cualquier cantidad de dados y colocarlos en la formula hecha

$4 \cdot 6 + 1 = 25$

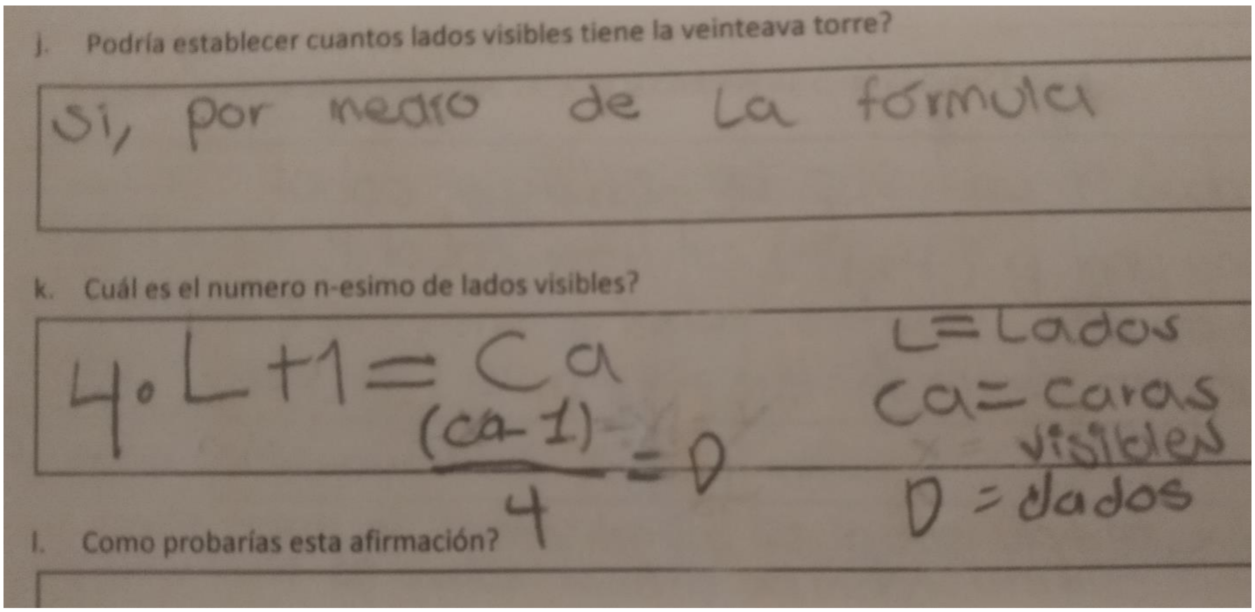
$4 \cdot 120 + 1 = 481$

$4 \cdot 2 + 1 = 9$

En la producción escrita de la anterior imagen se evidencia la comprensión de la relación existente entre el dibujo de la construcción y la sucesión que se forma. Se encuentran pocas evidencias de la forma como los estudiantes validan las conjeturas planteadas; la manera de convencer a otros de las respuestas dadas, se basa principalmente en el registro realizado y la observación de la construcción geométrica.

Sin embargo, también se puede observar que los estudiantes que no formularon la conjetura de manera clara en el literal *i,* al buscar la solución de los literales *j* y *k* ponen de manifiesto las relaciones y regularidades que han hallado. A continuación, se muestra la evidencia escrita de uno de ellos que no formuló la conjetura de manera clara.

Imagen 20.



Como se puede observar en la imagen 20, este estudiante no formuló de manera clara la conjetura, no obstante, en el literal *k* hace específica la conjetura, al explicar el procedimiento que utilizó para hallar lo que se le solicita; además, la justifica al utilizar esta respuesta como ejemplo de su validez.

Generalización de conjeturas

CATEGORÍA	INDICADOR
Generalizar conjeturas	✓ Describe el comportamiento del objeto matemático. ✓ Asocia un término general a la conjetura. ✓ Argumenta la veracidad del término general utilizando conceptos matemáticos.

En este categoría del razonamiento abductivo, la conjetura se expresa de tal manera que se refiere a todos los casos de una clase determinada; esto implica la extensión del razonamiento más allá de los casos particulares considerados.

Con la pregunta del literal ***l*** se busca que el estudiante generalice el patrón descubierto y le asocie una expresión matemática, que relacione el número de dados necesarios para n caras visibles. Los estudiantes que plantearon y justificaron la conjetura de manera clara en los literales anteriores lograron asociar un término general a la conjetura que plantearon, confirmaron los valores hallados en el literal *d, f* y *g* aplicando una ecuación o formula encontrada

Esta otra producción escrita muestra como el estudiante asocia una expresión matemática a la situación, donde las variables representan el número de dados y caras visibles relacionando con la posición en la sucesión. Además, se observa como verifica la conjetura ya generalizada en un ejemplo particular.

El literal ***l*** busca que los estudiantes den cuenta de la generalización de manera verbal, ya que al pedirles a los estudiantes que justifiquen sus conjeturas conlleva a que ellos generalicen verbalmente.

5.2.2. Análisis de la actividad N°2.

Como se ha mencionado con anterioridad se ha tomado el modelo propuesto por Cañadas para realizar el análisis de las actividades, por ello en cada categoría del razonamiento abductivo se establecieron indicadores que dan cuenta de su aplicabilidad y cumplimiento. En la descripción y análisis de las actividades se presenta cada categoría con sus indicadores.

Observar y organizar casos

CATEGORÍA	**INDICADOR**
Observar y organizar casos	✓ Identifica la forma de las figuras que aparecen en la ilustración ✓ Establece la relación entre los elementos que conforman y su organización ✓ Sistematiza la información observada en tablas.

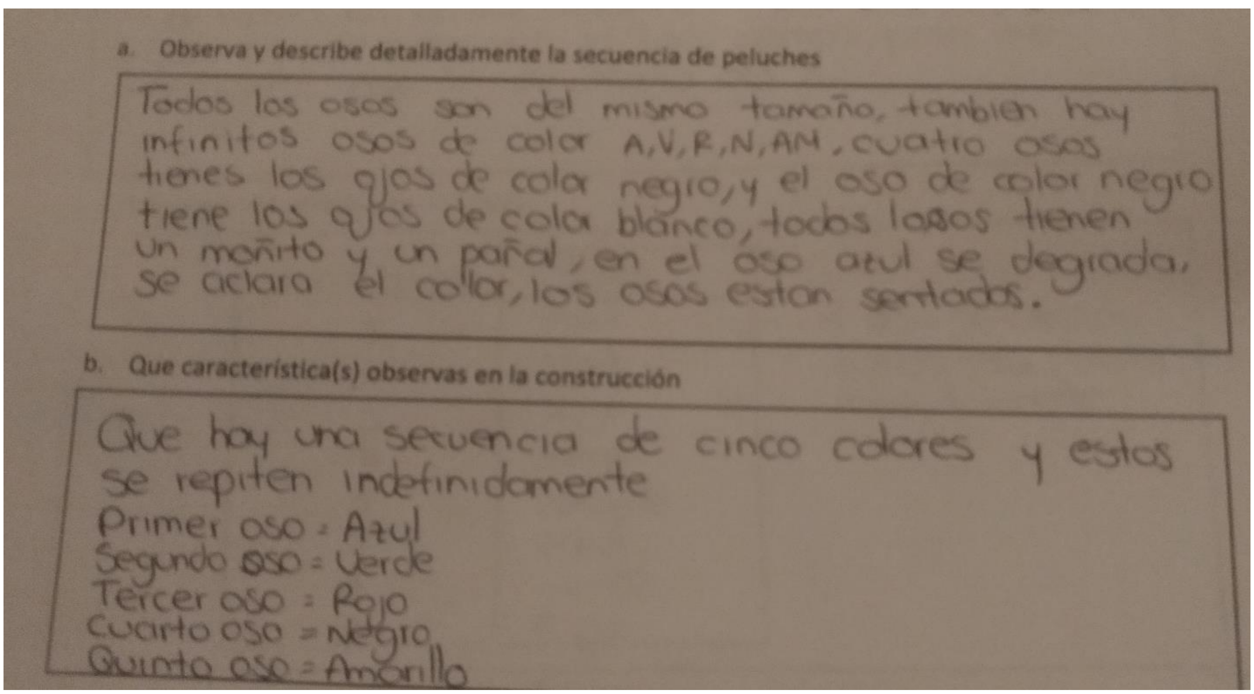
A continuación, se presentan los resultados obtenidos en los literales *a, b, c* y *d,* que hacen referencia a la primera categoría del razonamiento abductivo *observar y organizar casos*. Las preguntas están orientadas para que los estudiantes observen y organicen los datos, e identifiquen las principales características de la construcción con el objeto que estás sirvan para la identificación de patrones y la posterior formulación y verificación de conjeturas.

A los estudiantes se les proporciona una secuencia de peluches de colores, inicialmente ellos realizan una observación y descripción de sus características, especifican el comportamiento.

En lo referido a las dos primeras preguntas *a* y *b*, la intencionalidad de ellas está dirigido para que los estudiantes observen y describan con detalle la secuencia

En las imágenes de las producciones escritas correspondientes a la primera pregunta se evidencia que los estudiantes reconocen el funcionamiento de la secuencia, detalles como la forma, la posición, organización, color.

Imagen 21.



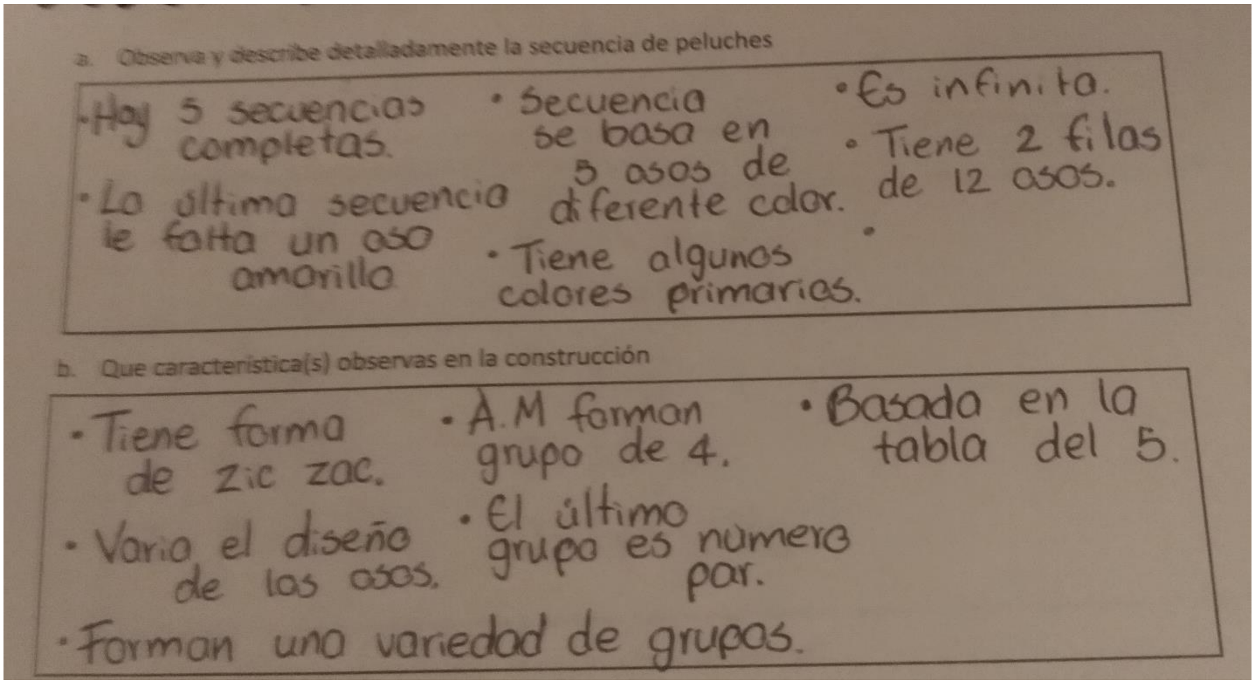
a. Observa y describe detalladamente la secuencia de peluches

Todos los osos son del mismo tamaño, tambien hay infinitos osos de color A,V,R,N,AM, cuatro osos tienes los ojos de color negro, y el oso de color negro tiene los ojos de color blanco, todos losos tienen un moñito y un pañal, en el oso azul se degrada, se aclara el color, los osos estan sentados.

b. Que característica(s) observas en la construcción

Que hay una secuencia de cinco colores y estos se repiten indefinidamente
Primer oso = Azul
Segundo oso = Verde
Tercer oso = Rojo
Cuarto oso = Negro
Quinto oso = Amarillo

Imagen 22.

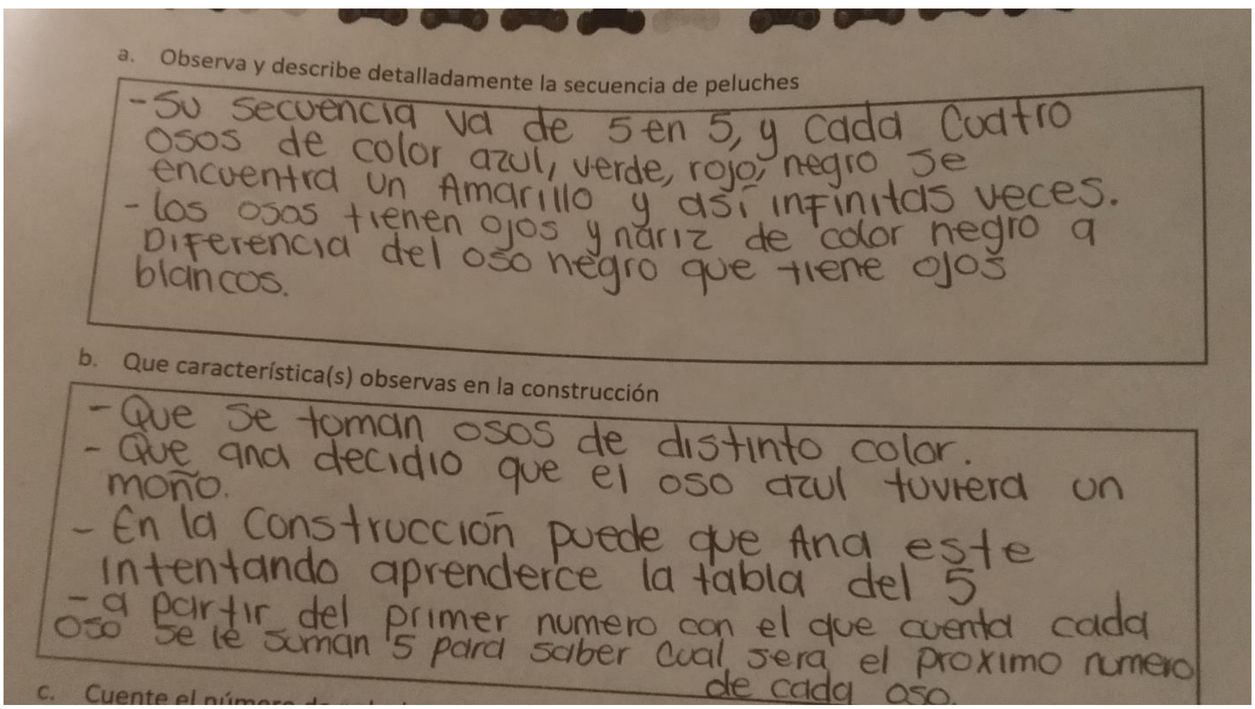

a. Observa y describe detalladamente la secuencia de peluches

- Hay 5 secuencias completas.
- Secuencia se basa en 5 osos de diferente color.
- Es infinito.
- Tiene 2 filas de 12 osos.
- La última secuencia le falta un oso amarillo
- Tiene algunos colores primarios.

b. Que característica(s) observas en la construcción

- Tiene forma de zic zac.
- A.M forman grupo de 4.
- Basada en la tabla del 5.
- Varia el diseño de los osos.
- El último grupo es numero par.
- Forman uno variedad de grupos.

Imagen 23.


a. Observa y describe detalladamente la secuencia de peluches

-Su secuencia va de 5 en 5, y cada cuatro osos de color azul, verde, rojo, negro se encuentra un Amarillo y así infinitas veces.
-los osos tienen ojos y nariz de color negro a Diferencia del oso negro que tiene ojos blancos.

b. Que característica(s) observas en la construcción

-Que se toman osos de distinto color.
-Que ana decidio que el oso azul tuviera un moño.
-En la construcción puede que Ana este intentando aprenderce la tabla del 5
-a partir del primer numero con el que cuenta cada oso se le suman 5 para saber cual sera el proximo numero de cada oso.

c. Cuente el número de...

Con relación al literal d de la guía los estudiantes dan parte del cumplimiento a la primera categoría del razonamiento, ya que visualizan y observan el comportamiento de la secuencia, y esto les permite identificar regularidades, en la imagen 22.

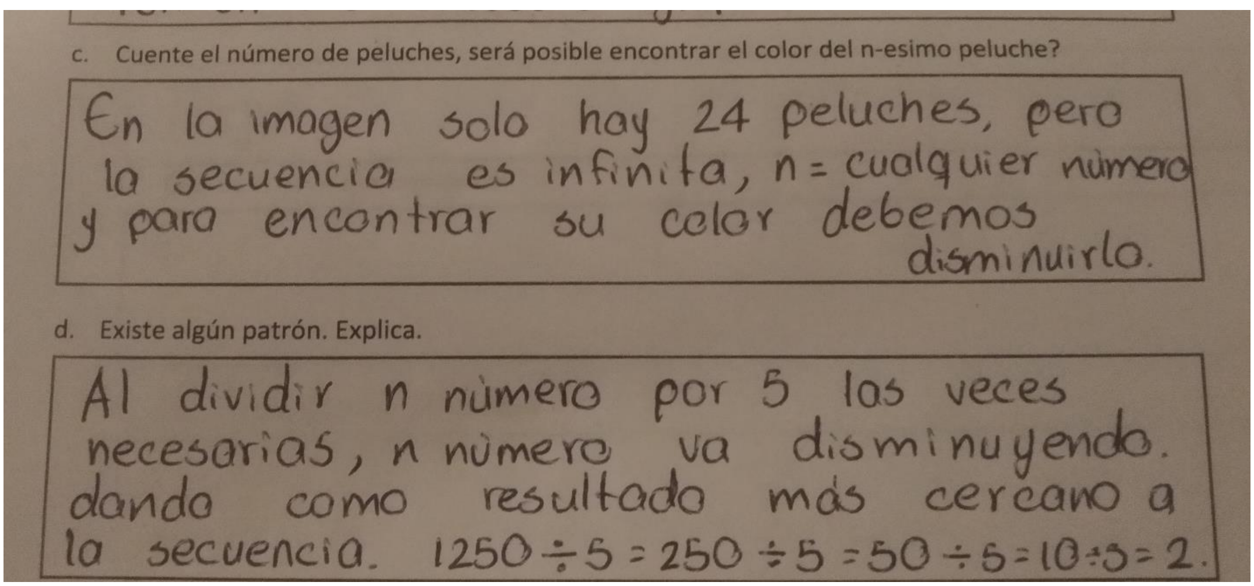
Frente al categoría del razonamiento de *observar y organizar casos* se evidencia que los estudiantes observan y visualizan, e identifican características como forma, tamaño, posición y color de los osos de peluche que aparecen en la construcción junto con las que se van conformando de manera ordenada. Además, algunos de ellos identificaron la regularidad de repetición de los colores al establecer se repiten en cada determinada posición.

Teniendo en cuenta los resultados hallados en las producciones escritas de los estudiantes junto con las descripciones hechas y los indicadores que se plantearon para esta primera categoría del razonamiento abductivo se identificaron los siguientes aspectos:

Los estudiantes identificaron características que se encuentran presentes en la secuencia; de esta manera se avanza a la siguiente categoría del razonamiento abductivo. Vale la pena aclarar que para esta segunda actividad los estudiantes ya contaban con la experiencia que brindó la primera actividad, lo que facilitó en alguna medida la solución de las preguntas referidas a la exploración y fueron más detallistas en sus interpelaciones.

Con relación a lo anterior, se evidencia que los literales *a, b, c,* y *d* planteados en la guía contribuyen al desarrollo del razonamiento abductivo, ya que de acuerdo a los indicadores planteados para este categoría se evidencia cumplimiento de ellos; observando e identificando las características del objeto matemático.

Imagen 24.



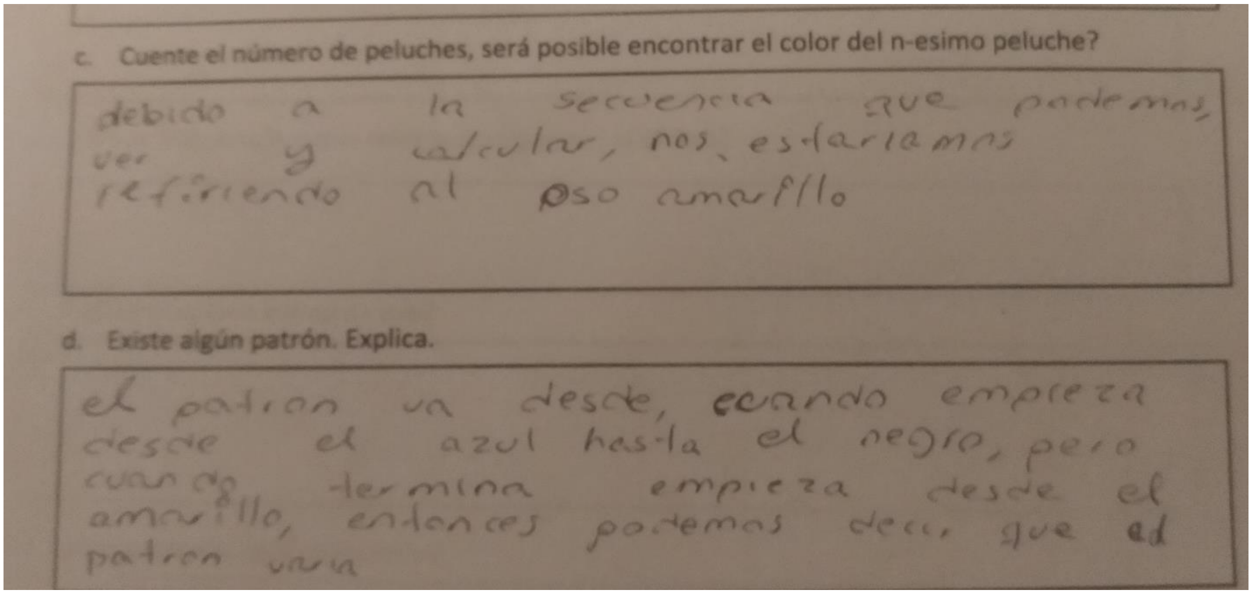
c. Cuente el número de peluches, será posible encontrar el color del n-esimo peluche?

En la imagen solo hay 24 peluches, pero la secuencia es infinita, n = cualquier número y para encontrar su color debemos disminuirlo.

d. Existe algún patrón. Explica.

Al dividir n número por 5 las veces necesarias, n número va disminuyendo. dando como resultado más cercano a la secuencia. 1250 ÷ 5 = 250 ÷ 5 = 50 ÷ 5 = 10 ÷ 5 = 2.

Imagen 25.



c. Cuente el número de peluches, será posible encontrar el color del n-esimo peluche?

debido a la secuencia que podemos ver y calcular, nos estariamos refiriendo al oso amarillo

d. Existe algún patrón. Explica.

el patron va desde, cuando empieza desde el azul hasta el negro, pero cuando termina empieza desde el amarillo, entonces podemos decir que el patron varia

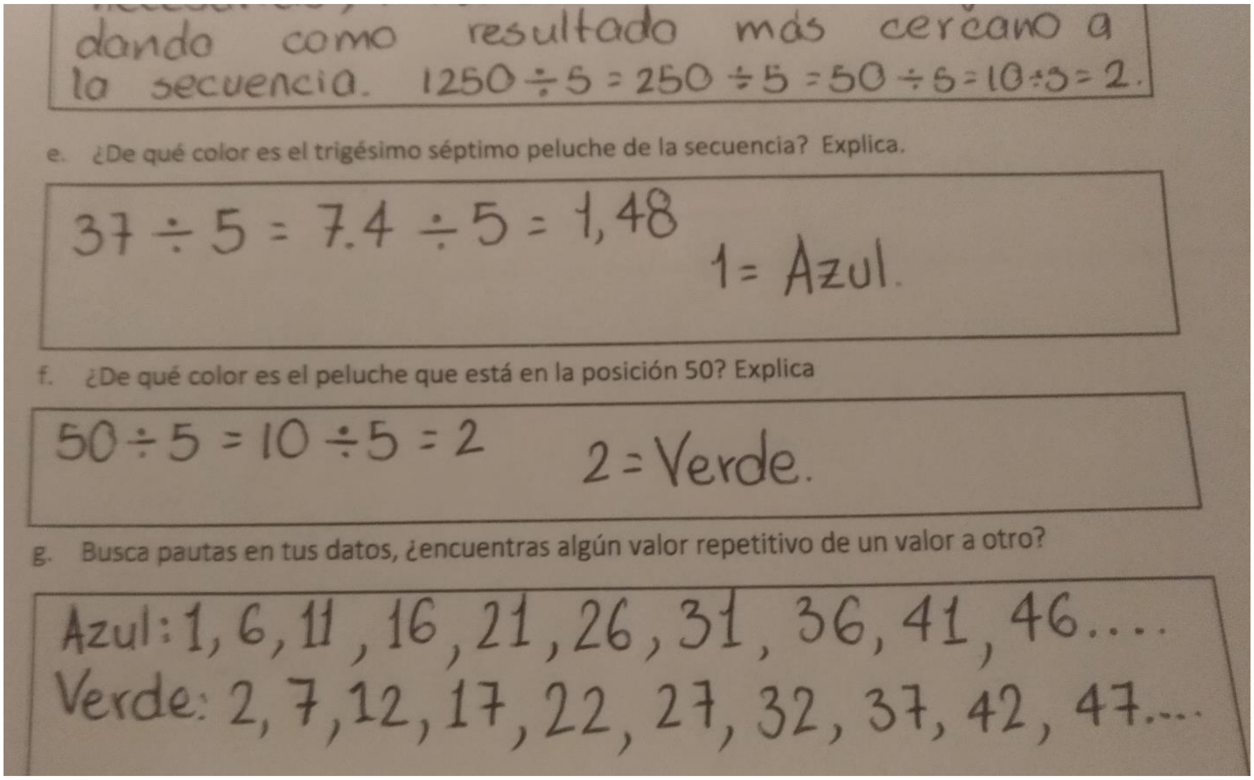
Identificación de patrones

CATEGORÍA	INDICADOR
Identificación de patrones	✓ Identifica en la secuencia el color del peluche con su posición ✓ Identifica el patrón de repetición de color en los peluches, al establecer cada cuanto se repite ✓ Descubre que el número de peluches está relacionado con el color ✓ Organiza los datos hallados, por ejemplo realizan tablas o listas

Las preguntas de los literales *e, f, g* y *h* busca que los estudiantes descubran el patrón y establezca la relación entre el número de la fila y el número de pinos y naranjos, sistematice la información y la utilice para formular conjeturas y las verifique de algún modo.

Por ejemplo, la pregunta *e* requiere que los estudiantes luego de observar y organizar casos comiencen a establecer relaciones entre los elementos que allí intervienen, para que den cuenta de las regularidades presentes en la situación.

Imagen 26.



dando como resultado más cercano a la secuencia. 1250 ÷ 5 = 250 ÷ 5 = 50 ÷ 5 = 10 ÷ 5 = 2.

e. ¿De qué color es el trigésimo séptimo peluche de la secuencia? Explica.

37 ÷ 5 = 7.4 ÷ 5 = 1,48 1 = Azul.

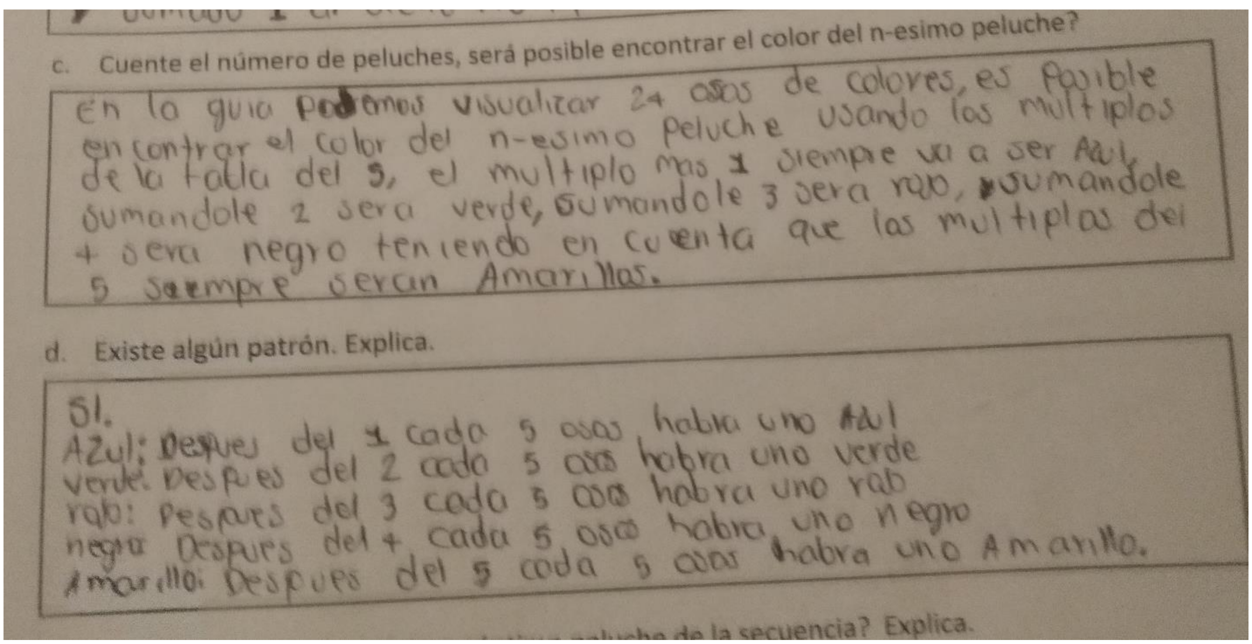
f. ¿De qué color es el peluche que está en la posición 50? Explica

50 ÷ 5 = 10 ÷ 5 = 2 2 = Verde.

g. Busca pautas en tus datos, ¿encuentras algún valor repetitivo de un valor a otro?

Azul: 1, 6, 11, 16, 21, 26, 31, 36, 41, 46....
Verde: 2, 7, 12, 17, 22, 27, 32, 37, 42, 47....

Imagen 27.



c. Cuente el número de peluches, será posible encontrar el color del n-esimo peluche?

En la guia podemos visualizar 24 osos de colores, es posible encontrar el color del n-esimo peluche usando los multiplos de la tabla del 5, el multiplo mas 1 siempre va a ser Azul, sumandole 2 sera verde, sumandole 3 sera rojo, sumandole 4 sera negro teniendo en cuenta que los multiplos del 5 siempre seran Amarillos.

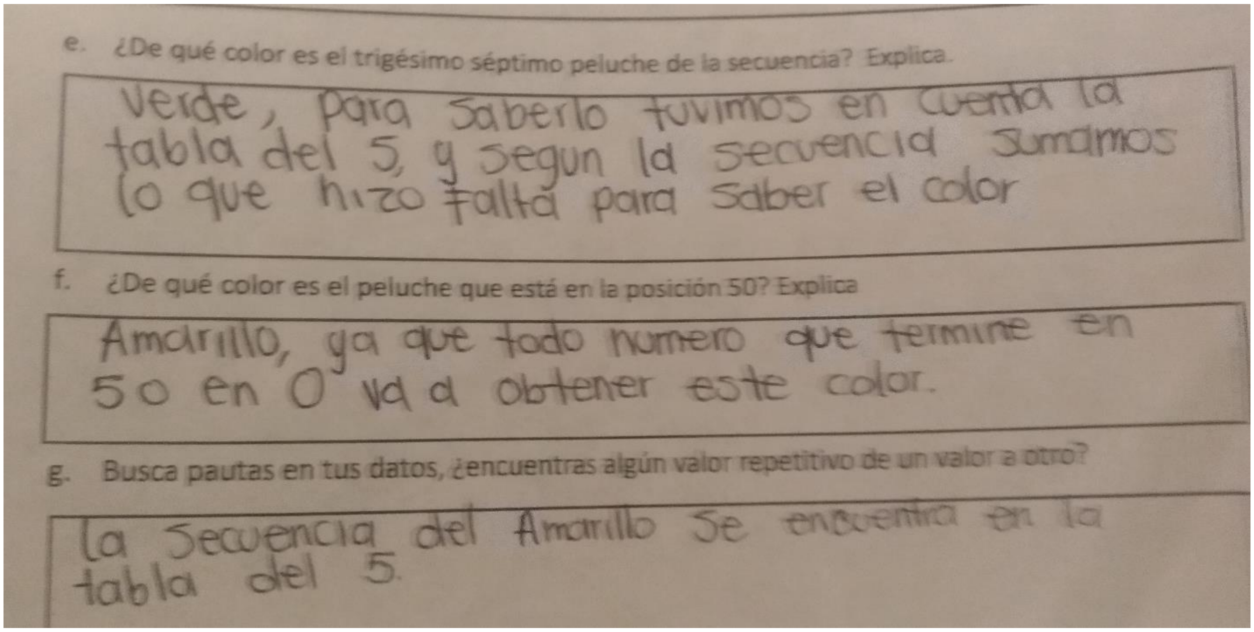
d. Existe algún patrón. Explica.

Si.
Azul: Despues del 1 cada 5 osos habra uno Azul
verde: Despues del 2 cada 5 osos habra uno verde
rojo: Despues del 3 cada 5 osos habra uno rojo
negro: Despues del 4 cada 5 osos habra uno negro
Amarillo: Despues del 5 cada 5 osos habra uno Amarillo.

La respuesta del estudiante evidencia que ha encontrado una regularidad respecto a la posición y el color del peluche, lo cual era uno de los propósitos de la pregunta,

En esta categoría de identificación de patrones, se evidencia que de acuerdo a los indicadores establecidos con antelación los estudiantes identifican las relaciones existentes que aparecen en la construcción; hallando regularidades al establecer que el valor posicional y el color guardan una relación.

Imagen 28.



e. ¿De qué color es el trigésimo séptimo peluche de la secuencia? Explica.

Verde, para saberlo tuvimos en cuenta la tabla del 5, y segun la secuencia sumamos lo que hizo falta para saber el color

f. ¿De qué color es el peluche que está en la posición 50? Explica

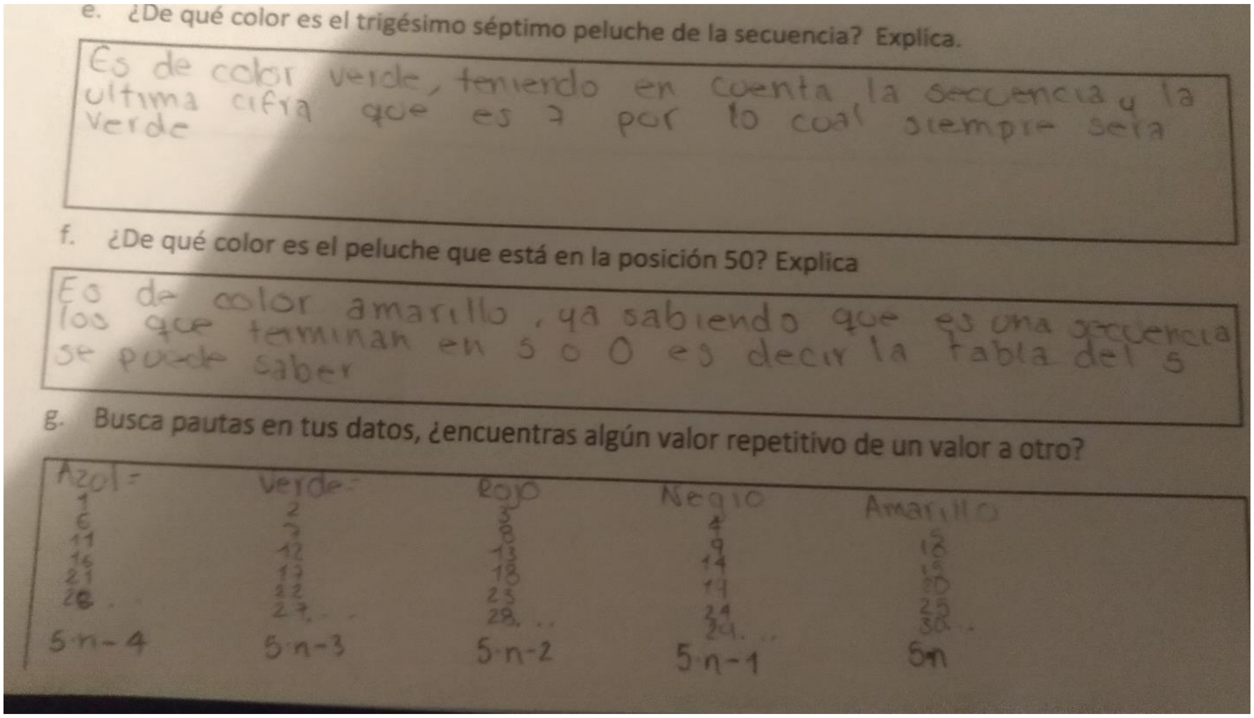
Amarillo, ya que todo numero que termine en 5 o en 0 va a obtener este color.

g. Busca pautas en tus datos, ¿encuentras algún valor repetitivo de un valor a otro?

la secuencia del Amarillo se encuentra en la tabla del 5.

En lo concerniente a la organización de datos, se evidencia que no lo hacen en tablas, sin embargo, en las producciones escritas se ve de manifiesto que tienen claridad en las regularidades halladas, se puede inferir que su respuesta se deriva del desarrollo de la construcción que representa la situación, ya que el estudiante observa y visualiza la situación, extrae la regularidad apoyándose en el dibujo.

Imagen 29.



e. ¿De qué color es el trigésimo séptimo peluche de la secuencia? Explica.

Es de color verde, teniendo en cuenta la secuencia y la ultima cifra que es 7 por lo cual siempre sera verde

f. ¿De qué color es el peluche que está en la posición 50? Explica

Es de color amarillo, ya sabiendo que es una secuencia los que terminan en 5 o 0 es decir la tabla del 5 se puede saber

g. Busca pautas en tus datos, ¿encuentras algún valor repetitivo de un valor a otro?

Azul =	Verde =	Rojo	Negro	Amarillo
1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25
26 ...	27 ...	28 ...	24 ...	30 ...
$5 \cdot n - 4$	$5 \cdot n - 3$	$5 \cdot n - 2$	$5 \cdot n - 1$	$5n$

En algunas de las producciones escritas de los estudiantes se infiere que sus soluciones se derivan directamente de la observación (sobre el dibujo), y otros las desarrollan utilizando estrategias numéricas (apoyándose en los valores que aparecen en la parte inferior de la construcción), lo que pone de manifiesto que al adoptar varios sistemas de representación favorece la visualización y la comprensión del problema, sumado la interpretación de esos sistemas de representación.

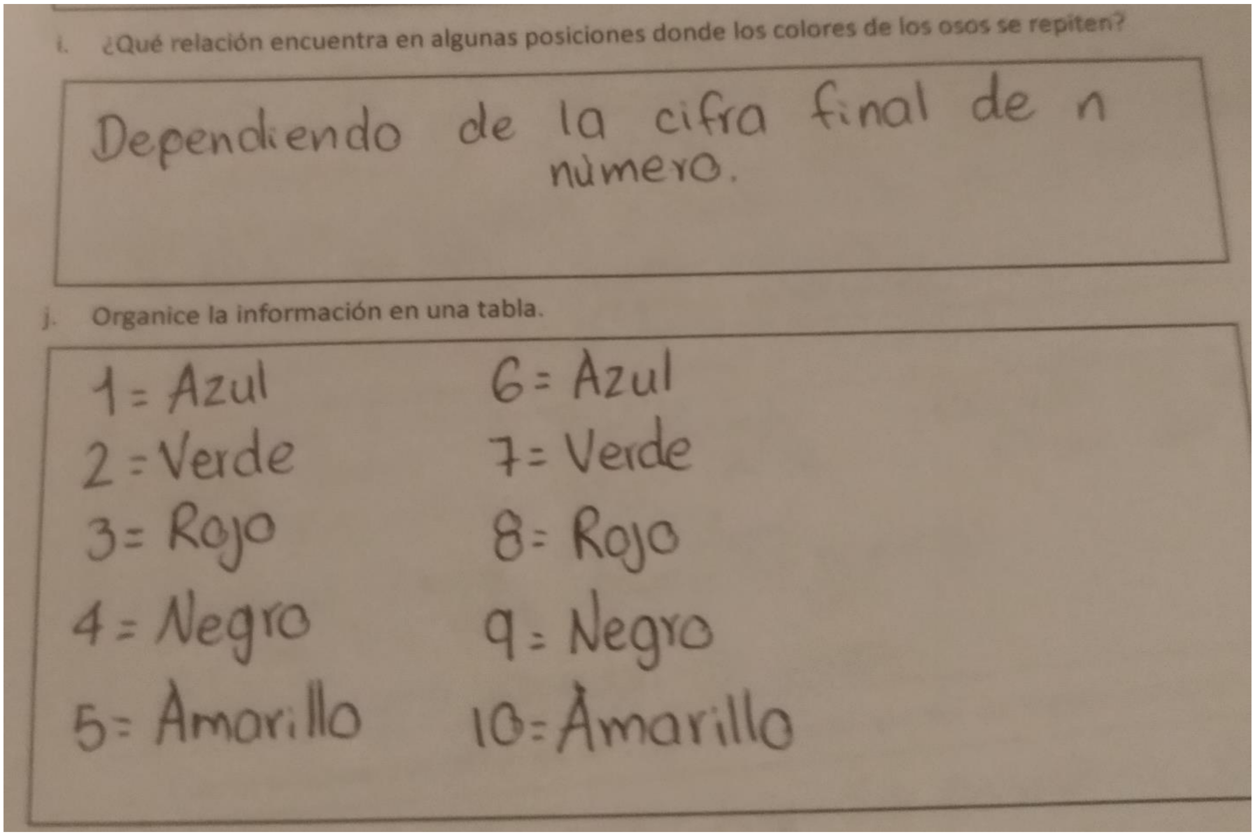
Formulación de conjeturas

CATEGORÍA	INDICADOR
Formulación de conjeturas	✓ Comunica las relaciones encontradas verbal o simbólicamente ✓ Realiza afirmaciones de manera clara y organizada ✓ Identifica y clasifica información útil para formular una conjetura

En esta categoría los estudiantes comunican verbal o simbólicamente las relaciones que han encontrado, para ello organizan la información útil, de manera que permita realizar afirmaciones claras y ordenadas.

Las preguntas de los literales *i* y *k* tienen la finalidad que el estudiante logre evidenciar y conjeturar las relaciones entre el valor posicional y el color del peluche; al observar que el color de los peluches tiene un comportamiento o patrón regular.

Fotos 30.



i. ¿Qué relación encuentra en algunas posiciones donde los colores de los osos se repiten?

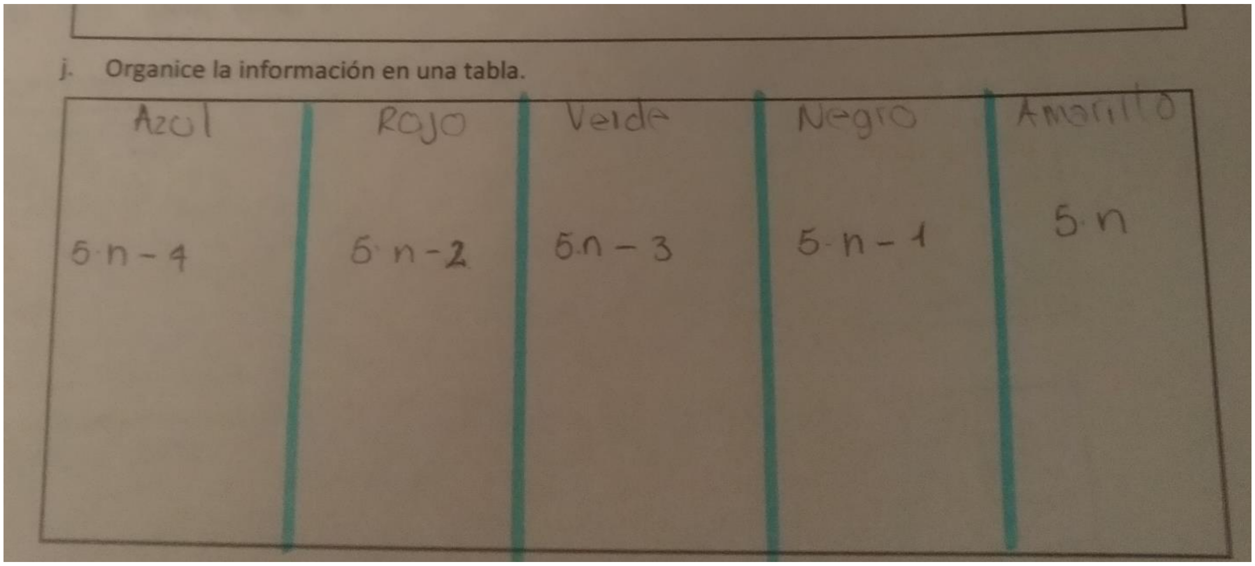
Dependiendo de la cifra final de n número.

j. Organice la información en una tabla.

1 = Azul	6 = Azul
2 = Verde	7 = Verde
3 = Rojo	8 = Rojo
4 = Negro	9 = Negro
5 = Amarillo	10 = Amarillo

Las preguntas *j* y *k* llevan a los estudiantes a formular la conjetura y a comunicarla, teniendo en cuenta los datos registrados en el primer y segundo categoría del razonamiento, así, como los patrones registrados en sus anotaciones. Al solicitar a los estudiantes que describan la relación que han encontrado entre los elementos que intervienen en la situación, conlleva a que propongan una conjetura, ya sea de manera verbal o algebraica. En la siguiente imagen se evidencia la formulación de una conjetura escrita junto con su respectiva justificación.

Imagen 31.



j. Organice la información en una tabla.

Azul	Rojo	Verde	Negro	Amarillo
$5 \cdot n - 4$	$5 \cdot n - 2$	$5 \cdot n - 3$	$5 \cdot n - 1$	$5 \cdot n$

Se evidencia que el estudiante plantea y comunica la conjetura verbalmente, estableciendo las relaciones y regularidades que ha encontrado con anterioridad. La conjetura surge a partir del registro de datos que se ha hecho durante las dos primeras categorías del razonamiento, ya que es un proceso mediante el cual se comunica las características, regularidades o propiedades ya sea de manera verbal o simbólica.

Las preguntas diseñadas en esta guía *contribuyen al desarrollo de este categoría del razonamiento abductivo; ya que, por ejemplo, los primeros literales de la guía promueve que los estudiantes identifiquen las principales características que tiene la construcción*, en este categoría referidos a la identificación de la forma y tamaño de las figuras que aparecen en ella; las siguientes preguntas conllevan a la identificación de regularidades, específicamente a establecer que cada número determinado de peluches se repite el color, de igual manera a establecer la relación entre el número de peluche y su color.

Teniendo en cuenta los resultados hallados en las producciones escritas de los estudiantes junto con las descripciones hechas y los indicadores que se plantearon para este categoría del razonamiento abductivo se identificó que algunos de los estudiantes comunicaron de manera clara y ordenada las relaciones que hallaron en los categorías previos a este, lo que pone de manifiesto que han clasificado la información útil para la formulación de la conjetura. Adicional a ello, se resalta que uno de los estudiantes formuló la conjetura de forma algebraica en el categoría anterior a este.

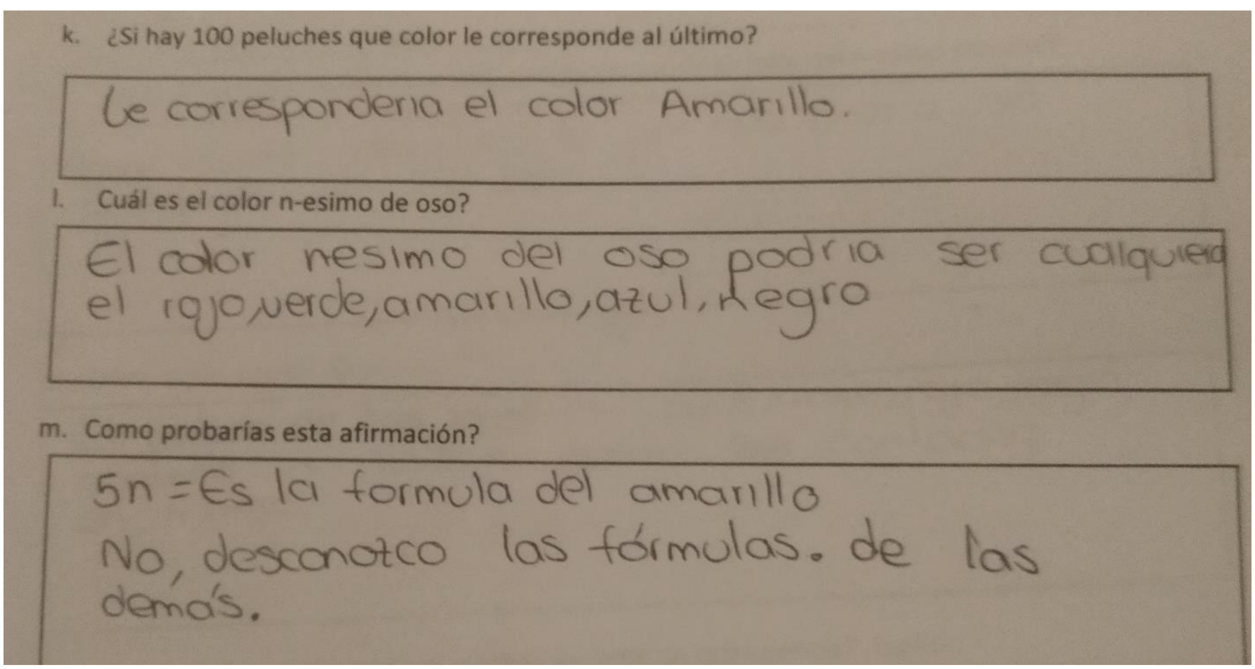
Justificación de conjeturas

CATEGORÍA	**INDICADOR**
Justificación de conjeturas	✓ Utiliza ejemplos y contraejemplos para comprobar la conjetura. ✓ Utiliza argumentos matemáticos para convencer acerca de la veracidad de la conjetura.

En este categoría del razonamiento abductivo matemático, los estudiantes hacen uso de ejemplos y de argumentos matemáticos para convencer de la veracidad de la conjetura; por ello, con el literal *l y m* se busca que los estudiantes pongan a prueba la conjetura planteada y la utilicen para dar solución al interrogante, contrastando los resultados con ejemplos ya desarrollados.

Los estudiantes que plantearon la conjetura la ponen a prueba aplicándola para la solución de la pregunta *l.* Algunos estudiantes confirmaron la conjetura al tener en cuenta el residuo de la división entre la posición del oso y el número 5 y así plantearon la ecuación.

Imagen 32.


k. ¿Si hay 100 peluches que color le corresponde al último?

Le corresponderia el color Amarillo.

l. Cuál es el color n-esimo de oso?

El color nesimo del oso podria ser cualquie
el rojo,verde,amarillo,azul,negro

m. Como probarías esta afirmación?

5n =Es la formula del amarillo
No, desconotco las fórmulas. de las
demás.

Generalización de conjeturas

CATEGORÍA	INDICADOR
Generalizar conjeturas	✓ Describe el comportamiento del objeto matemático. ✓ Asocia un término general a la conjetura. ✓ Argumenta la veracidad del término general utilizando conceptos matemáticos.

En este categoría del razonamiento abductivo matemático, la conjetura se expresa de tal manera que se refiere a todos los casos de una clase determinada; esto implica la extensión del razonamiento más allá de los casos particulares considerados.

Con la pregunta del literal *m* se busca que el estudiante generalice el patrón descubierto y le asocie una expresión matemática, que relacione el número de pinos con el número de fila, de igual manera el estudiante debe encontrar la expresión que relacione el número de fila con el número de naranjos. Los estudiantes que plantearon y justificaron la conjetura de manera clara en los literales anteriores lograron asociar un término general a la conjetura que plantearon.

En la siguiente producción escrita un estudiante realiza la generalización verbalmente y asocia una expresión algebraica a la situación, sin embargo, en su generalización se percibe el término general de esta manera 5n-k, que es otra representación de la generalización y k varía entre o y 4 como se puede observar.

Los estudiantes que consiguen llegar a la generalización describen las variaciones que se observan en la construcción, estableciendo la relación entre el número de peluche y el color respectivamente, al asociar una expresión algebraica 5n-k.

5.2.3. Análisis de la actividad N°3.

Como se ha mencionado con anterioridad se ha tomado el modelo propuesto por Cañadas para realizar el análisis de las actividades, por ello en cada categoría del razonamiento abductivo matemático se establecieron indicadores que dan cuenta de su aplicabilidad y cumplimiento. En la descripción y análisis de las actividades se presenta cada categoría con sus indicadores. Cabe decir que esta actividad posee un grado de complejidad mayor a las anteriores y por lo tanto se obtuvieron diferentes propuestas en las conjeturas lanzadas por los estudiantes como veremos a continuación

Observa y organizar casos

CATEGORÍA	**INDICADOR**
Observar y organizar casos	✓ Identifica la forma de las figuras que aparecen en la ilustración ✓ Establece la relación entre los elementos que conforman los pentágonos ✓ Sistematiza la información observada en tablas.

A continuación, se presentan los resultados obtenidos en los literales *a, b* y *c,* que hacen referencia a la primera categoría del razonamiento abductivo matemático *observar y organizar casos*. Las preguntas están orientadas para que los estudiantes observen y organicen los datos, e identifiquen las principales características en la construcción, con el objeto que estás sirvan para la identificación de patrones y la posterior formulación y verificación de conjeturas.

A los estudiantes se les proporciona una construcción que contiene el diseño de la situación “El juego pentagonal”, donde inicialmente ellos realizan una observación y descripción de características.

En lo referido a la primera pregunta, la intencionalidad de ella está dirigida para que los estudiantes observen y describan el funcionamiento de la construcción y se familiaricen con la variabilidad y la actividad.

En las imágenes de las producciones escritas correspondientes a la primera pregunta se evidencia que los estudiantes reconocen la construcción, sus elementos y términos propios de la misma.

Imagen 33.

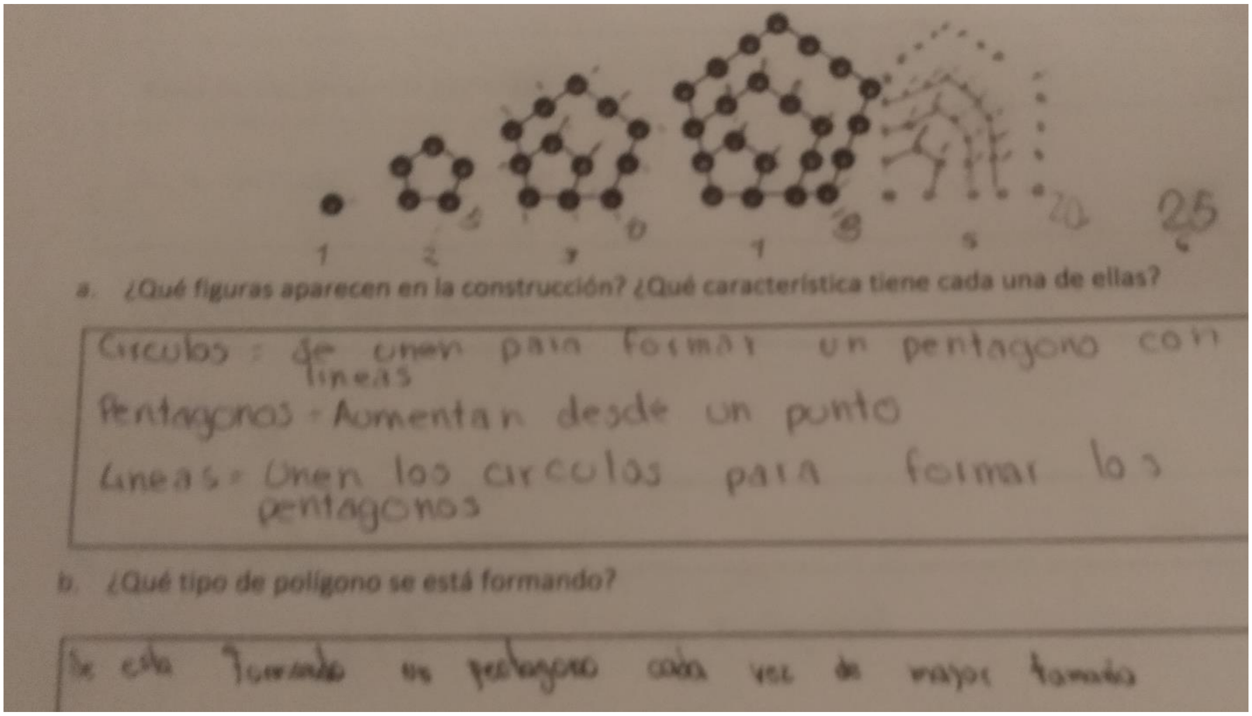
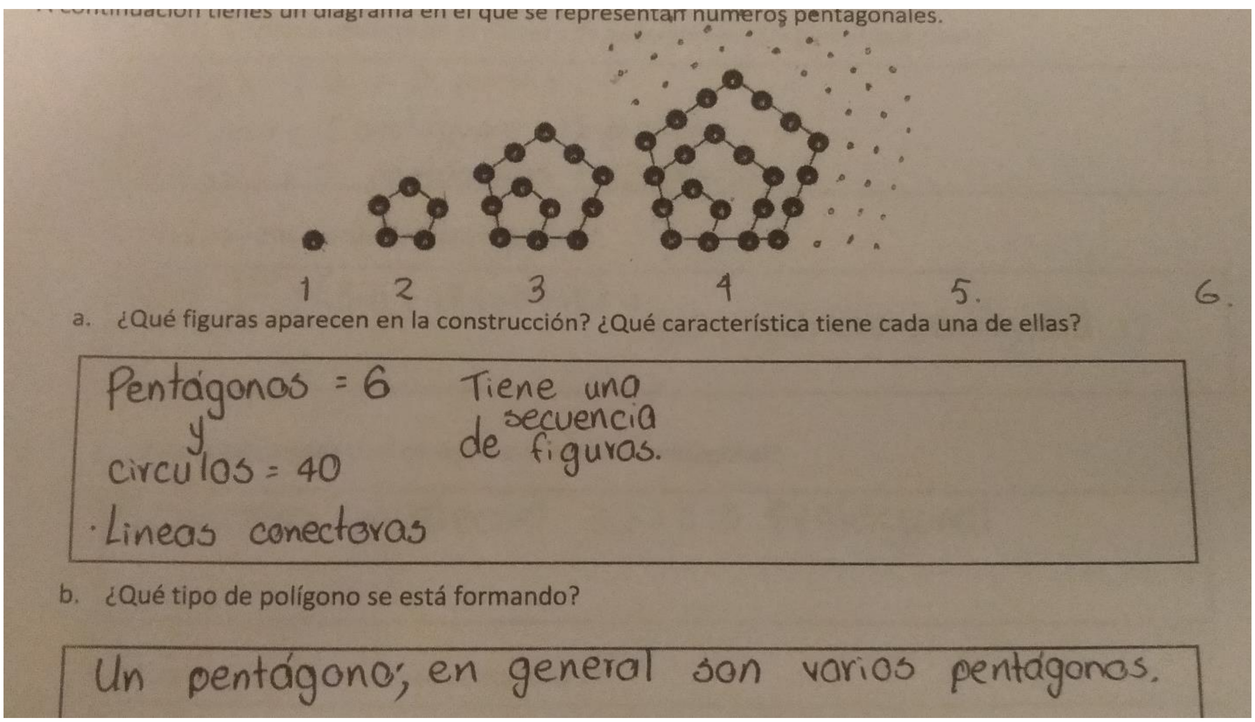
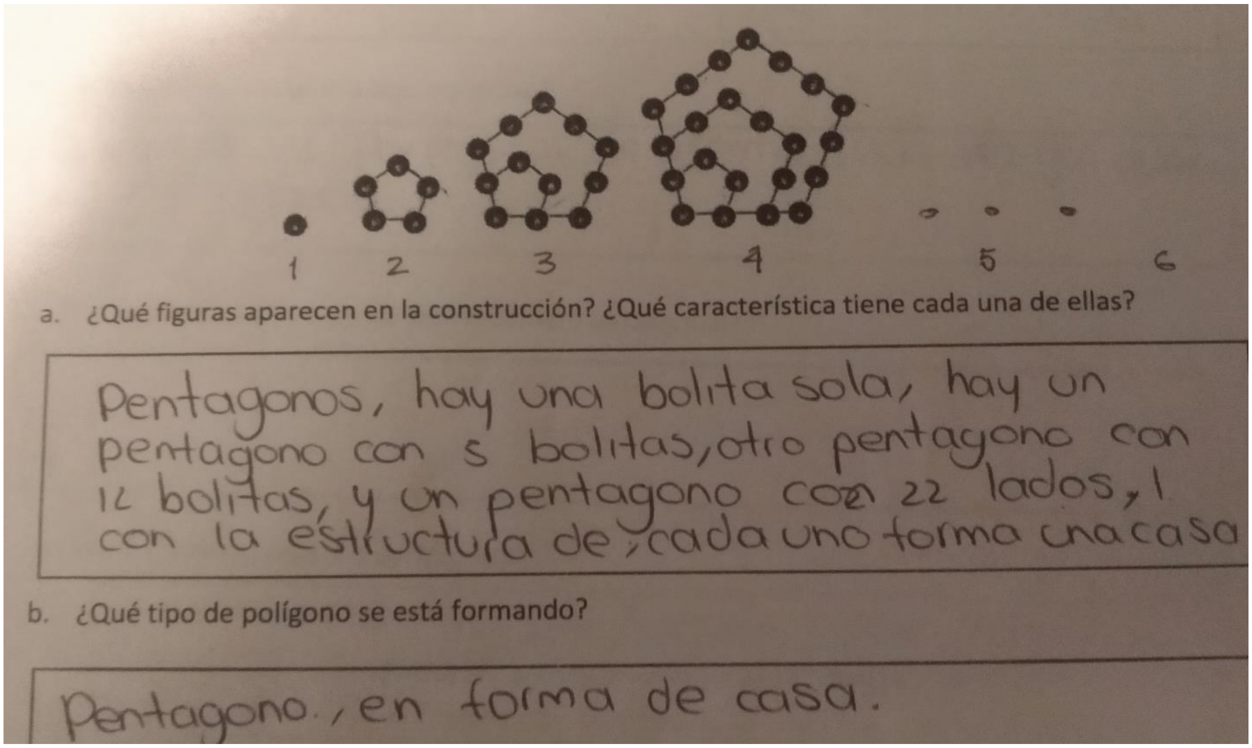


Imagen 34.



Teniendo en cuenta las producciones escritas de los estudiantes al realizar la observación y visualización de las figuras que aparecen, se evidencia que identifican características de estas, ya que identifican que la construcción se forma con aumentar puntos, y la forma de la construcción es pentágono regular.

Imagen 35.

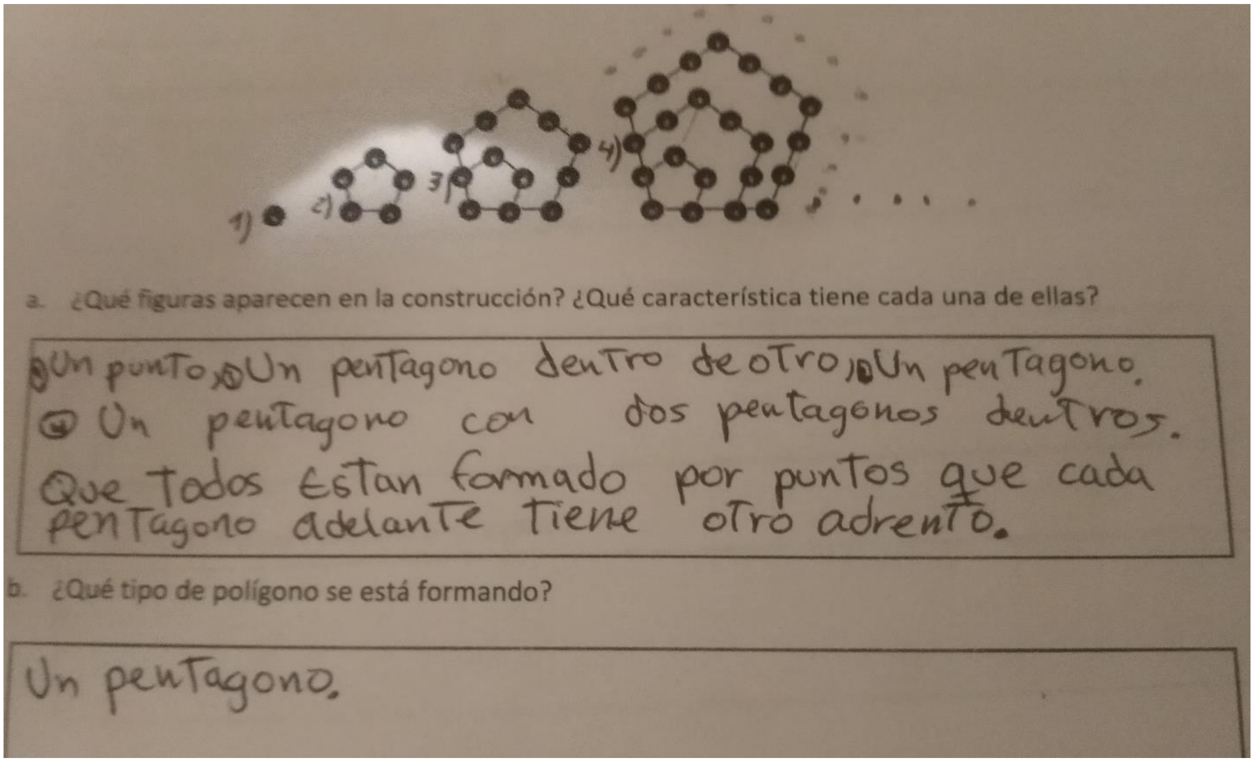


Teniendo en cuenta los resultados hallados en las producciones escritas de los estudiantes junto con las descripciones hechas y los indicadores que se plantearon para esta primera categoría del razonamiento inductivo matemático se identificaron los siguientes aspectos:

Los estudiantes manipularon la construcción e identificaron características que se encuentran allí presentes; de esta manera se avanza a la siguiente categoría del razonamiento abductivo. Respecto a la categoría de observar y organizar casos en el desarrollo del razonamiento inductivo matemático, se evidencia que de acuerdo a los indicadores establecidos con antelación los estudiantes observan, identifican y caracterizan algunas relaciones que se establecen en las figuras que aparecen en la construcción.

Por lo tanto, se observa que los literales *a, b,* y c planteados en la guía contribuyen al desarrollo del razonamiento abductivo, ya que de acuerdo a los indicadores planteados para este categoría se da el cumplimiento de ellos, puesto que los estudiantes logran identificar la forma de las figuras (pentágonos), dan cuenta de cómo se aumentan (puntos) y otros observan el comportamiento de los pentágonos interiores.

Imagen 36.



Identificación de patrones

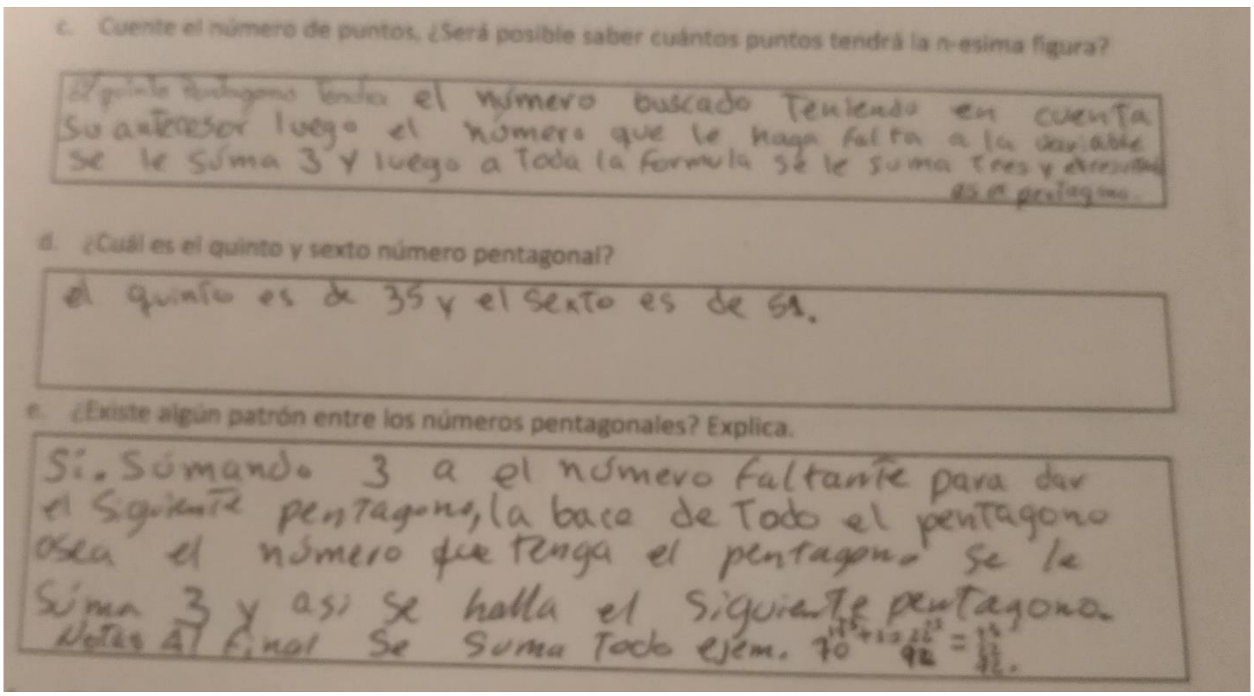
CATEGORÍA	INDICADOR
Identificación de patrones	✓ Observa e identifica en la secuencia que a partir de la segunda figura se amplía el número de pentágonos y el número de puntos. ✓ Identifica el patrón de cambio, al establecer que cada figura aumenta el número anterior de puntos más un número determinado de puntos siguiente al que se ha sumado en el caso anterior. ✓ Organiza los datos hallados, por ejemplo, realizan tablas o listas. ✓ Realiza predicciones sobre casos desconocidos. (casos lejanos)

Las preguntas de los literales *d, e* y *f* están orientadas para que los estudiantes identifiquen regularidades, establezcan la relación entre el número de figura y el número pentagonal utilizado en la construcción, sistematice la información y la utilice para formular conjeturas y las verifique de algún modo.

Las siguientes preguntas buscan que los estudiantes organicen la información que suministra la construcción en tablas o listas, y de esta manera les permita comparar el número de figura con el número pentagonal de la construcción; relacionando la representación gráfica con la numérica, buscando que mediante un razonamiento numérico se den cuenta que se forma una sucesión aritmética de segundo orden.

En la evidencia escrita de los estudiantes del literal *d* se constata que en ninguno de los casos se organizó la información en listas o tablas, y en el desarrollo de la pregunta se puede inferir que su respuesta se deriva del desarrollo de la construcción que representa la situación, ya que el estudiante observa y visualiza la situación, extrae la regularidad apoyándose en el dibujo.

Imagen 37.



c. Cuente el número de puntos, ¿Será posible saber cuántos puntos tendrá la n-esima figura?

El quinto pentagono tendra el número buscado Teniendo en cuenta su antecesor luego el número que le haga falta a la variable se le súma 3 y luego a toda la formula se le suma tres y el resultado es el pentagono.

d. ¿Cuál es el quinto y sexto número pentagonal?

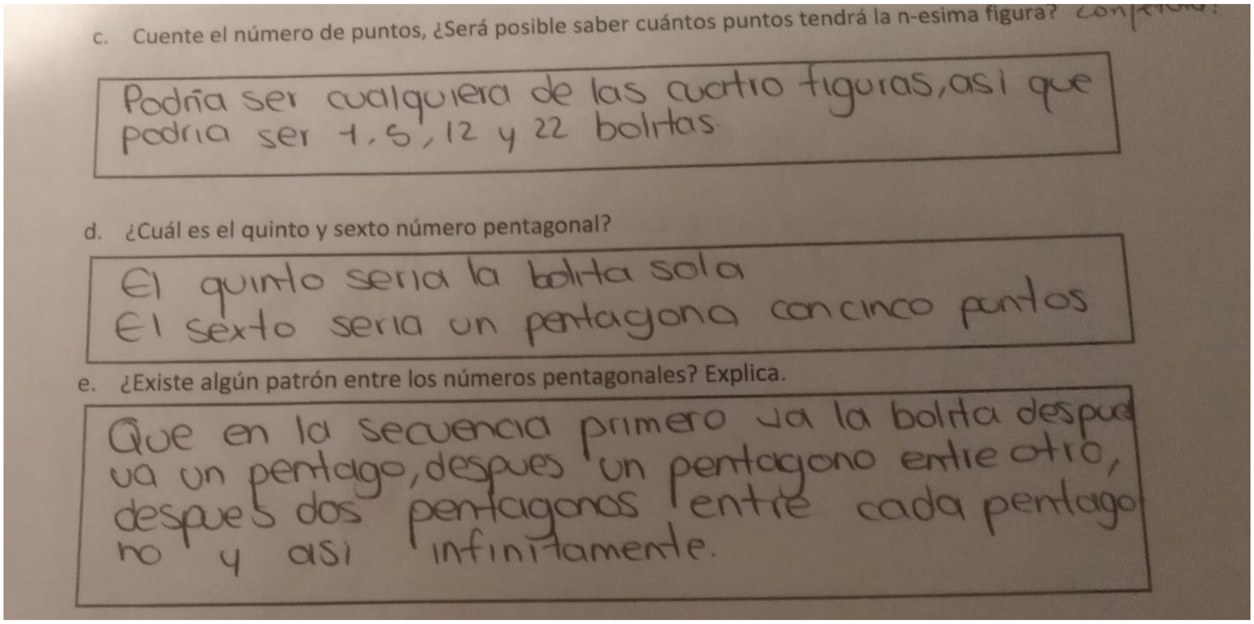
el quinto es de 35 y el sexto es de 51.

e. ¿Existe algún patrón entre los números pentagonales? Explica.

Si. Sumando 3 a el número faltante para dar el siguiente pentagono, la base de todo el pentagono osea el número que tenga el pentagono se le súma 3 y así se halla el siguiente pentagono. Notas Al final se suma todo ejem. 70 ...

Sin embargo, un estudiante describe la relación que encuentra en la construcción, y utiliza la relación que halló para dar solución a los interrogantes que se plantearon en este literal. Pero de forma distinta establece una relación entre el número de la figura y los pentágonos interiores.

Imagen 38.


c. Cuente el número de puntos, ¿Será posible saber cuántos puntos tendrá la n-esima figura?

Podría ser cualquiera de las cuatro figuras, asi que podria ser 1, 5, 12 y 22 bolitas.

d. ¿Cuál es el quinto y sexto número pentagonal?

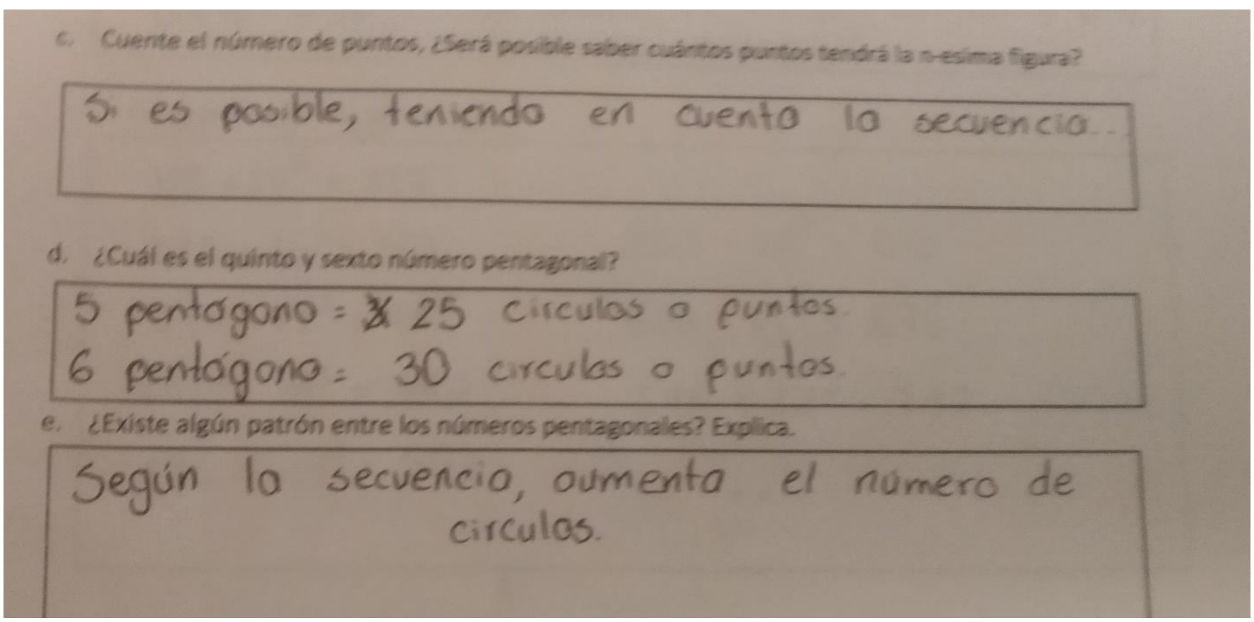
El quinto seria la bolita sola
El sexto seria un pentagona con cinco puntos

e. ¿Existe algún patrón entre los números pentagonales? Explica.

Que en la secuencia primero va la bolita despues va un pentago, despues un pentagono entre otro, despues dos pentagonos entre cada pentagono y asi infinitamente.

La mayoría encontró la relación entre el número de la figura y el crecimiento de puntos para construir el siguiente número pentagonal.

Imagen 39.


c. Cuente el número de puntos, ¿Será posible saber cuántos puntos tendrá la n-esima figura?

Si es posible, teniendo en cuenta la secuencia..

d. ¿Cuál es el quinto y sexto número pentagonal?

5 pentágono = ~~X~~ 25 circulos o puntos.
6 pentágono = 30 circulos o puntos.

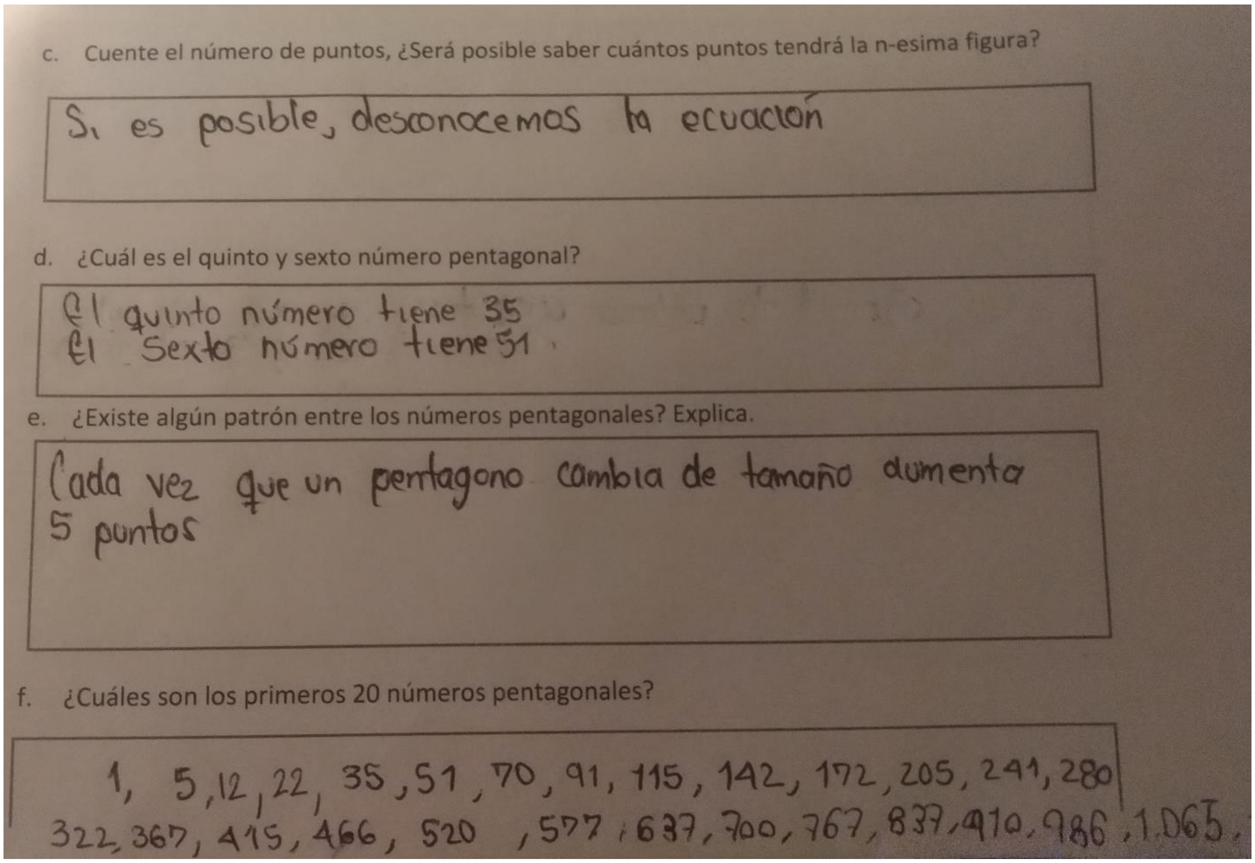
e. ¿Existe algún patrón entre los números pentagonales? Explica.

Según la secuencia, aumenta el número de circulos.

En la anterior imagen se muestra como uno de los estudiantes al establecer la relación comienza a probarla para los casos particulares que tiene a la mano en la construcción, comprobando su validez.

En el literal *f* y *g se* solicita a los estudiantes que organicen la información en una tabla, donde puedan comparar el número de figura con el número pentagonal correspondiente de acuerdo a la información proporcionada, relacionando la representación gráfica con la numérica, con la intención de que mediante un razonamiento numérico logren encontrar la regularidad o patrón que le permita formular la conjetura.

Imagen 40.



c. Cuente el número de puntos, ¿Será posible saber cuántos puntos tendrá la n-esima figura?

Si es posible, desconocemos la ecuación

d. ¿Cuál es el quinto y sexto número pentagonal?

El quinto número tiene 35
El Sexto número tiene 51

e. ¿Existe algún patrón entre los números pentagonales? Explica.

Cada vez que un pentagono cambia de tamaño aumenta 5 puntos

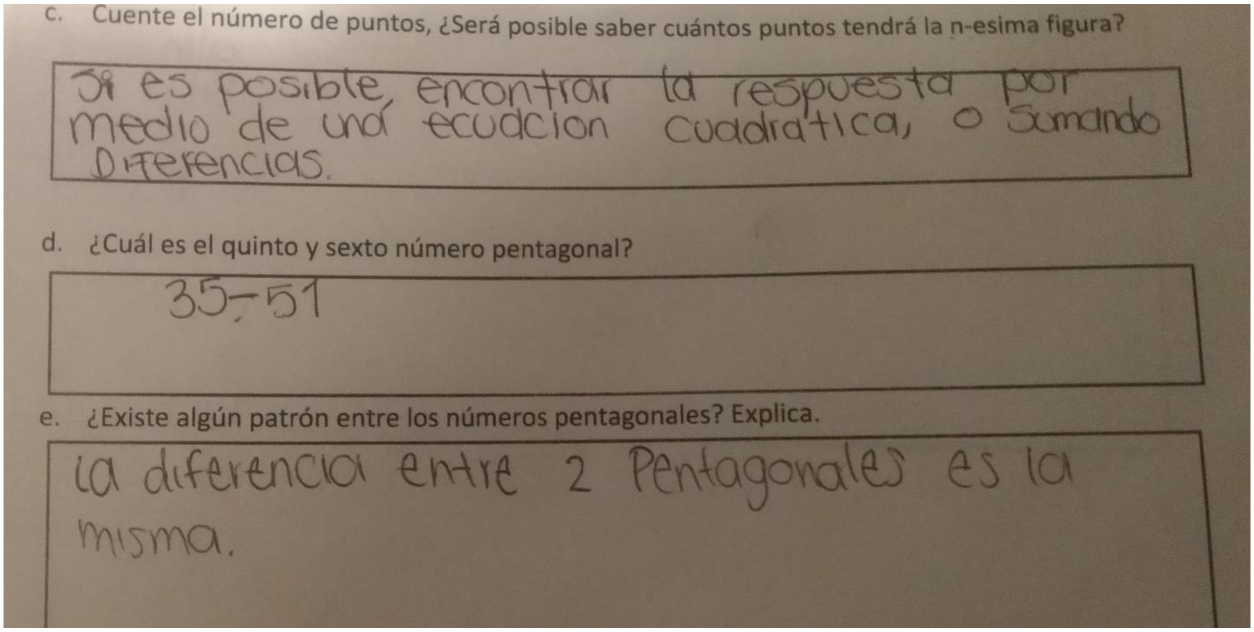
f. ¿Cuáles son los primeros 20 números pentagonales?

1, 5, 12, 22, 35, 51, 70, 91, 115, 142, 172, 205, 241, 280
322, 367, 415, 466, 520, 577, 637, 700, 767, 837, 910, 986, 1.065

En la producción escrita de la imagen N°40 se observa como el estudiante ordena los datos que aparecen en la construcción en una tabla, y encuentra una relación a partir de un razonamiento numérico, poniendo de manifiesto que la regularidad que encontró se hizo más asequible en este tipo de representación.

En este mismo literal, otro estudiante organiza la información en una tabla y expresa una forma de conseguir cada resultado mediante operaciones aritméticas.

Imagen 41.



c. Cuente el número de puntos, ¿Será posible saber cuántos puntos tendrá la n-esima figura?

Si es posible, encontrar la respuesta por medio de una ecuacion cuadratica, o Sumando Diferencias.

d. ¿Cuál es el quinto y sexto número pentagonal?

35 - 51

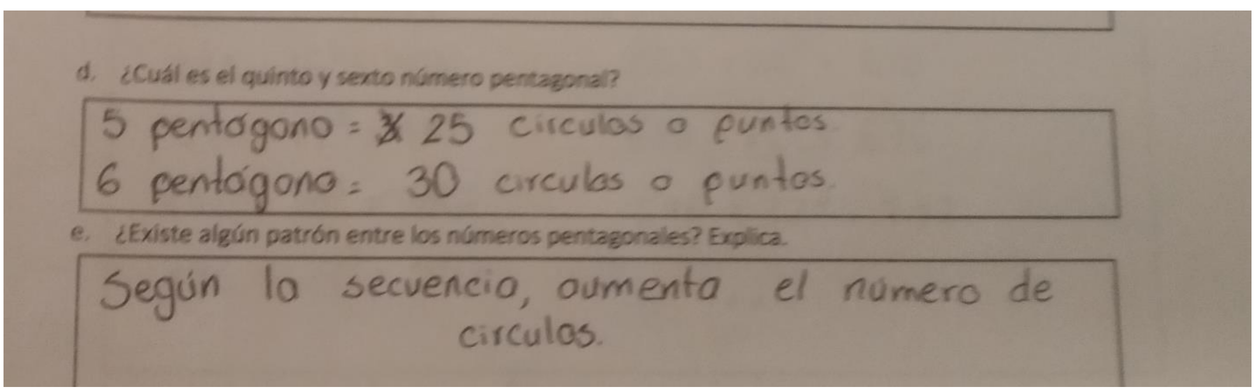
e. ¿Existe algún patrón entre los números pentagonales? Explica.

la diferencia entre 2 Pentagonales es la misma.

Se muestra como el estudiante intenta relacionar el número de figura con el número pentagonal mediante la ecuación que propone, lo prueba con cada dato que tiene en la tabla que organizó y la construcción.

Para solucionar el literal d, el estudiante no cuenta con la construcción ya que no aparece la figura 5, 6, 7,…, lo que implica que el estudiante debe hacer uso de la información recolectada con anterioridad y ponerla en práctica; es decir, construye los siguientes números pentagonales con la regularidad que ha venido encontrando y pone de manifiesto la respuesta, muestra de ello se evidencia en las siguientes soluciones.

Imagen 42.



d. ¿Cuál es el quinto y sexto número pentagonal?

5 pentagono = ~~X~~ 25 circulos o puntos
6 pentagono = 30 circulos o puntos.

e. ¿Existe algún patrón entre los números pentagonales? Explica.

Según la secuencia, aumenta el número de circulos.

En cada una de las soluciones se utiliza la relación hallada en el literal respectivamente, como se evidencia en las imágenes las dos relaciones conllevan a la misma solución. Teniendo en cuenta los resultados hallados en las producciones escritas de los estudiantes junto con las descripciones hechas y los indicadores que se plantearon para este segundo categoría del razonamiento abductivo se identificaron los siguientes aspectos:

Los estudiantes siguen la secuencia de preguntas de la guía y recolectan información que permite evidenciar los contrastes teóricos que se encuentran en el desarrollo de la misma; permite observar características de las construcciones y la relación entre el número de figura y su correspondiente numero pentagonal

En esta categoría de identificación de patrones, se observa que de acuerdo a los indicadores establecidos con antelación los estudiantes identifican las relaciones existentes que aparecen en la construcción; hallando regularidades y patrones que permite establecer el orden de los números pentagonales en la construcción; muestra de ello se evidencia en las producciones escritas del literal *e y f*.

En *lo concerniente a la organización de datos, se evidencia que al solicitar a los estudiantes que organicen la información en tablas*, permite relacionar la representación gráfica con la numérica posibilitando el razonamiento numérico, de esta manera los estudiantes intentan extraer las relaciones que se encuentran presentes en la situación.

En algunas de las producciones escritas de los estudiantes se infiere que sus soluciones se derivan directamente de la observación (sobre el dibujo), y otros las desarrollan utilizando estrategias numéricas (apoyándose en los valores que aparecen en la parte inferior de la construcción y la tabla), lo que pone de manifiesto que al adoptar varios sistemas de representación favorece la visualización y la comprensión del problema, sumado la interpretación de esos sistemas de representación.

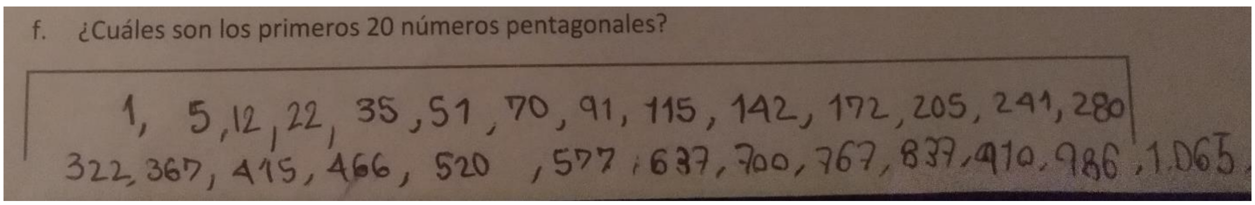
Formulación de conjeturas

CATEGORÍA	INDICADOR
Formulación de conjeturas	✓ Comunica las relaciones encontradas verbal o simbólicamente ✓ Realiza afirmaciones de manera clara y organizada ✓ Identifica y clasifica información útil para formular una conjetura

En esta categoría los estudiantes comunican verbal o simbólicamente las relaciones que han encontrado, para ello organizan la información útil, de manera que permita realizar afirmaciones claras y ordenadas.

Las preguntas de los literales *g, h* y *i* tienen la finalidad que el estudiante logre evidenciar y conjeturar las relaciones entre el número de figura y su correspondiente número pentagonal. El literal *e* sirve como preámbulo a la formulación de la conjetura, debido a que solicita al estudiante que exprese la regularidad que ha encontrado.

Imagen 43.

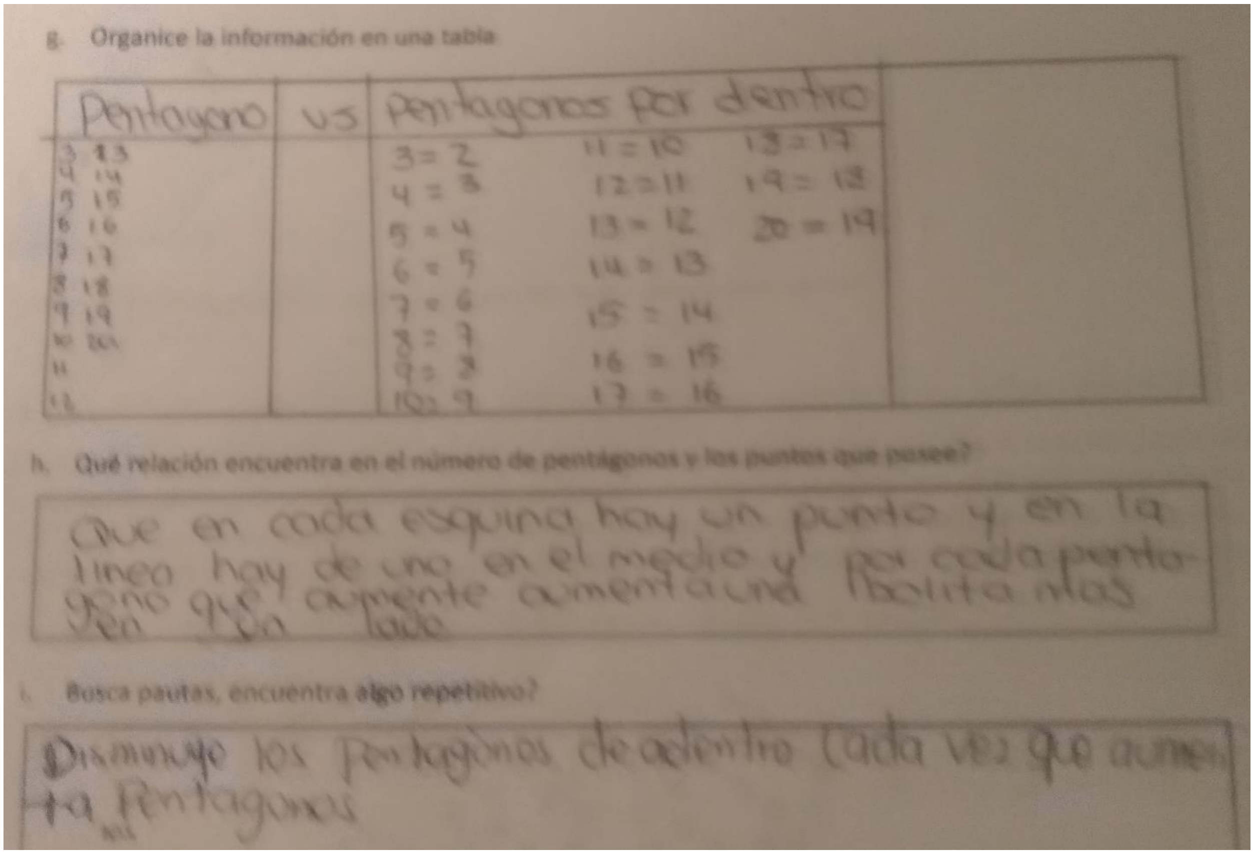

f. ¿Cuáles son los primeros 20 números pentagonales?

1, 5, 12, 22, 35, 51, 70, 91, 115, 142, 172, 205, 241, 280
322, 367, 415, 466, 520, 577, 637, 700, 767, 837, 910, 986, 1.065

En la producción escrita de la pregunta anterior se muestra como el estudiante formula conjeturas con base en los datos registrados en el desarrollo de la guía. Sin embargo, en ninguna de ellas se evidencia la relación entre el número de figura y el número pentagonal.

Otra producción escrita de la misma pregunta se muestra a continuación; en ella se ve como el estudiante intenta formular la conjetura.

Imagen 44.



g. Organice la información en una tabla

Pentagono	vs	Pentagonos por dentro			
3 13		3= 2	11 = 10	18 = 17	
4 14		4 = 3	12 = 11	19 = 18	
5 15		5 = 4	13 = 12	20 = 19	
6 16		6 = 5	14 = 13		
7 17		7 = 6	15 = 14		
8 18		8 = 7	16 = 15		
9 19		9 = 8	17 = 16		
10 20		10 = 9			
11					
12					

h. Qué relación encuentra en el número de pentágonos y los puntos que posee?

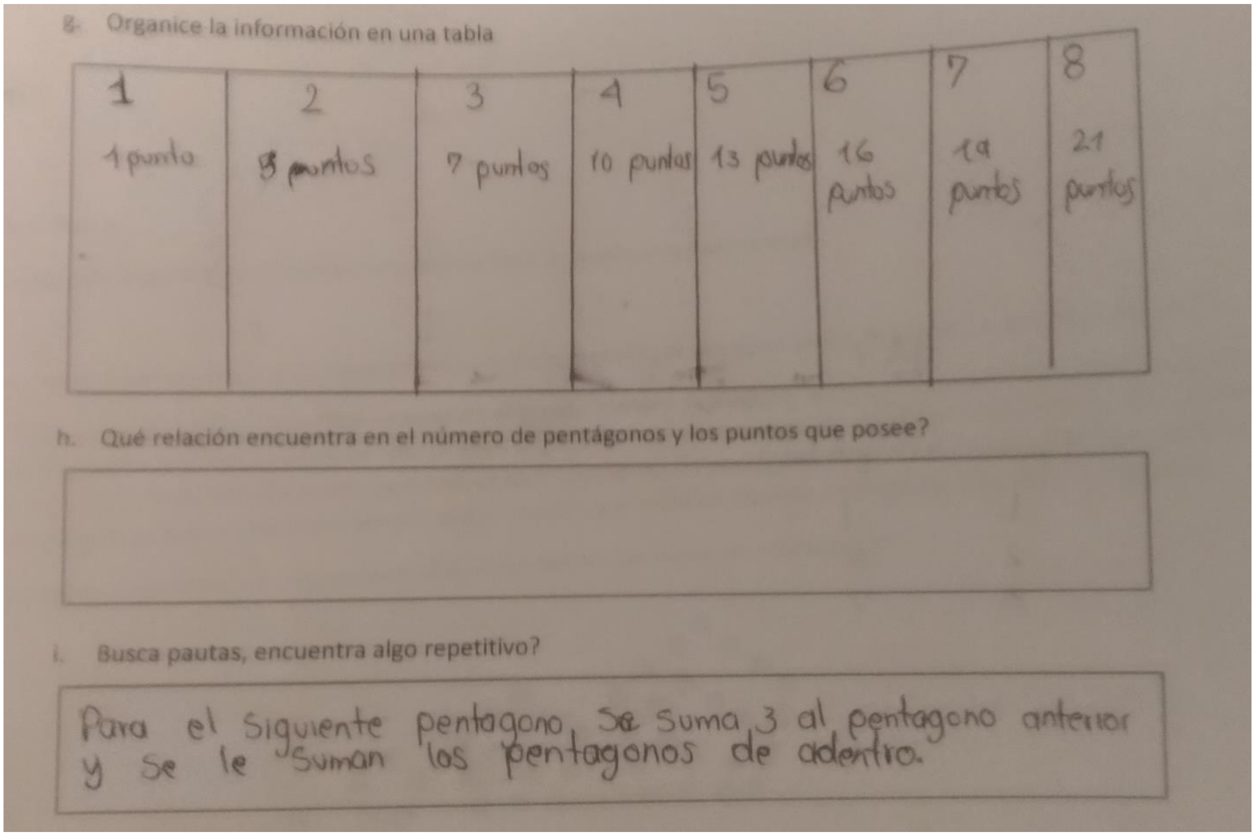
Que en cada esquina hay un punto y en la linea hay de uno en el medio y por cada pentagono que aumente aumenta una bolita mas [illegible] lado

i. Busca pautas, encuentra algo repetitivo?

Disminuye los Pentagonos de adentro cada vez que aumenta Pentagonos

La interpretación de la conjetura que formula el estudiante es variada. En esta evidencia se logra percibir que el estudiante tiene clara la regularidad, pero no la pudo expresar correctamente.

Imagen 45.



g. Organice la información en una tabla

1	2	3	4	5	6	7	8
1 punto	[illegible] puntos	7 puntos	10 puntos	13 puntos	16 puntos	19 puntos	21 puntos

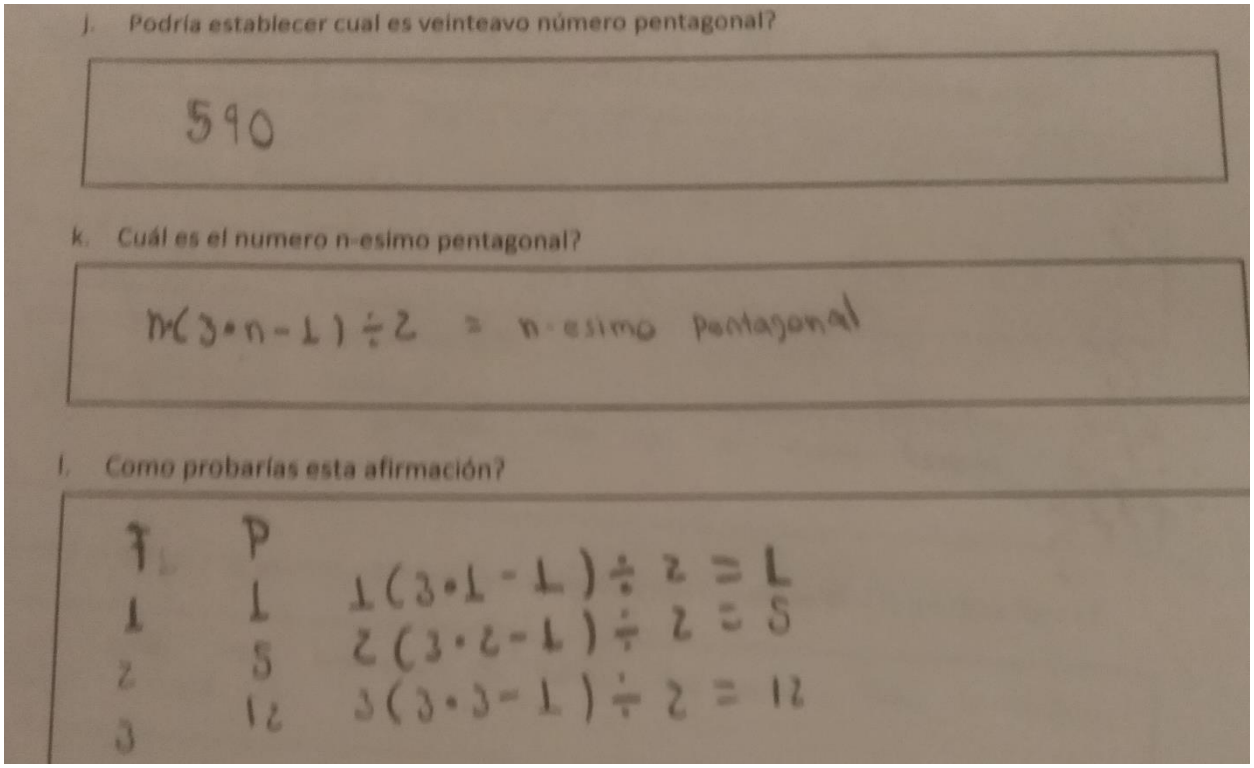
h. Qué relación encuentra en el número de pentágonos y los puntos que posee?

i. Busca pautas, encuentra algo repetitivo?

Para el siguiente pentagono, se suma 3 al pentagono anterior y se le suman los pentagonos de adentro.

La siguiente pregunta lleva a los estudiantes a formular la conjetura y a comunicarla, teniendo en cuenta los datos registrados en el primer y segundo categoría del razonamiento, así, como los patrones registrados en sus anotaciones. Al solicitar a los estudiantes que describan la relación que han encontrado entre los elementos que intervienen en la situación, conlleva a que formulen una conjetura verbalmente. En la siguiente imagen se evidencia la formulación de una conjetura verbal junto con su respectiva justificación.

Imagen 46.



j. Podría establecer cual es veinteavo número pentagonal?

590

k. Cuál es el numero n-esimo pentagonal?

$n(3 \cdot n - 1) \div 2$ = n-esimo pentagonal

l. Como probarías esta afirmación?

T	P	
1	1	$1(3 \cdot 1 - 1) \div 2 = 1$
2	5	$2(3 \cdot 2 - 1) \div 2 = 5$
3	12	$3(3 \cdot 3 - 1) \div 2 = 12$

Es posible observar que el estudiante plantea y comunica la conjetura verbalmente, estableciendo las relaciones y regularidades que ha encontrado con anterioridad. La conjetura surge a partir de la exploración y el registro de datos que se ha hecho durante los dos primeros categorías del razonamiento, ya que es un proceso mediante el cual se comunica las características, regularidades o propiedades ya sea de manera verbal o simbólica, cabe decir que la participación del docente fue vital para encontrar un patrón de cambio y/o repetición en los datos puesto que fue difícil establecer dichos patrones.

Teniendo en cuenta los resultados hallados en las producciones escritas de los estudiantes junto con las descripciones hechas y los indicadores que se plantearon para este categoría del razonamiento abductivo se identificó que algunos de los estudiantes comunicaron de manera clara y ordenada las relaciones que hallaron en los categorías previos a este, lo que pone de manifiesto que han clasificado la información útil para la formulación de la conjetura.

Justificación de conjeturas

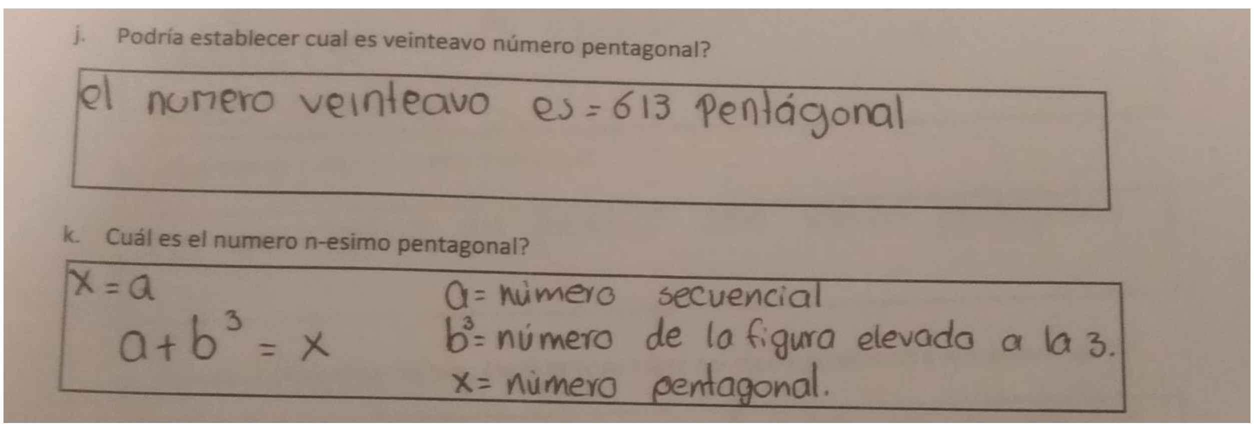
CATEGORÍA	INDICADOR

Justificación de conjeturas	✓ Utiliza ejemplos y contraejemplos para comprobar la conjetura. ✓ Utiliza argumentos matemáticos para convencer acerca de la veracidad de la conjetura.

En este categoría del razonamiento abductivo, los estudiantes hacen uso de ejemplos y de argumentos matemáticos para convencer de la veracidad de la conjetura; por ello, con el literal *k* busca que los estudiantes pongan a prueba la conjetura planteada y la utilicen para dar solución al interrogante, contrastando los resultados con ejemplos ya desarrollados.

Los estudiantes que plantearon la conjetura la ponen a prueba aplicándola para la solución de la pregunta *j*.

Imagen 47.



j. Podría establecer cual es veinteavo número pentagonal?

el numero veinteavo es = 613 Pentágonal

k. Cuál es el numero n-esimo pentagonal?

$X = a$

$a + b^3 = X$

a = número secuencial

b^3 = número de la figura elevada a la 3.

x = número pentagonal.

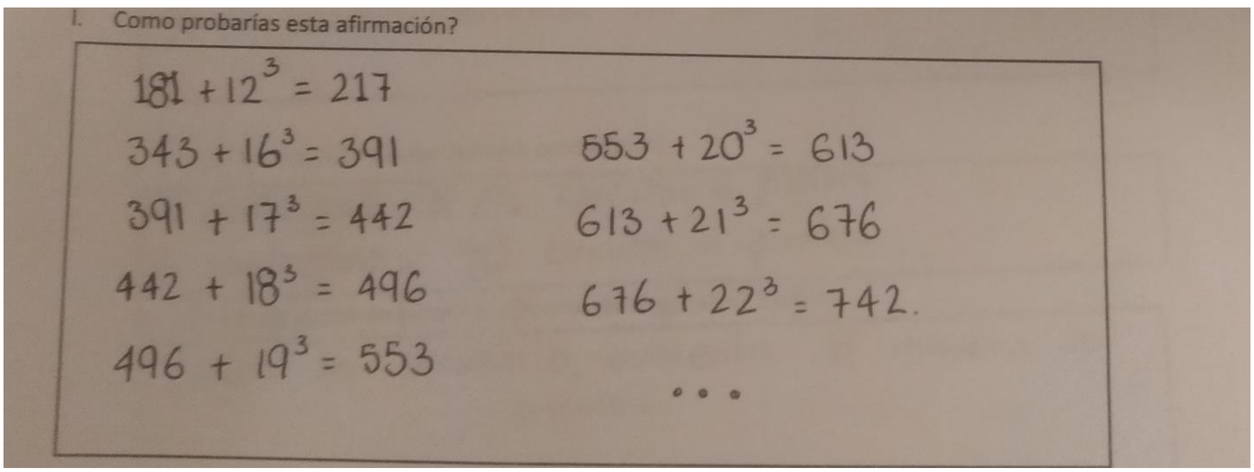
En la producción escrita de la anterior imagen se evidencia la comprensión de la relación existente entre el dibujo de la construcción y la progresión que se forma. Se encuentran pocas evidencias de la forma como los estudiantes validan las conjeturas planteadas; la manera de convencer a otros de las respuestas dadas, se basa principalmente en el registro realizado y la observación de la construcción geométrica presentada. Puesto que es una secuencia de segundo orden fue imposible expresar matemáticamente una ecuación que diera respaldo a la construcción de los números pentagonales, dicha construcción se evidencio en la siguiente sección de clase ordinaria para poder aclarar el entusiasmo presentado por los estudiantes provocado por la conjetura

Generalización de conjeturas

CATEGORÍA	INDICADOR
Generalizar conjeturas	✓ Describe el comportamiento del objeto matemático. ✓ Asocia un término general a la conjetura. ✓ Argumenta la veracidad del término general utilizando conceptos matemáticos.

En este categoría del razonamiento abductivo, la conjetura se expresa de tal manera que se refiere a todos los casos de una clase determinada; esto implica la extensión del razonamiento más allá de los casos particulares considerados.

Imagen 48.



Con la pregunta del literal *k se* busca que el estudiante generalice el patrón descubierto y le asocie una expresión matemática, que relacione el orden de los números pentagonales. Los estudiantes no plantearon y justificaron la conjetura en una ecuación, pero lograron identificar la relación y el patrón que se da en la construcción de los números pentagonales verbalmente y argumentaron la veracidad del número pentagonal n-esimo utilizando conceptos matemáticos.

CAPITULO VI

6. CONCLUSIONES

En este capítulo se plantean las conclusiones a las que se llegan tras la implementación de las actividades y el análisis de los resultados obtenidos. Aquí se recoge que tanto fue posible alcanzar de lo trazado en los objetivos, las posibilidades que las actividades abductivas ofrecen para el desarrollo del pensamiento variacional, y unas recomendaciones para tener en cuenta.

El objetivo principal de esta investigación se centró en "*Construir una propuesta de actividades abductivas que favorezcan el desarrollo de la capacidad de análisis variacional en estudiantes de grado décimo del Colegio IED Isabel II J.T*".; de acuerdo con este objetivo formulado y con el análisis de los resultados obtenidos, se presenta a continuación las conclusiones más relevantes en este estudio, expresadas en los objetivos específicos.

En primer lugar, fue planteado el objetivo que buscó *caracterizar las estrategias que usan los estudiantes de grado decimo en el Colegio Isabel II cuando resuelven problemas de análisis variacional a través de actividades abductivas*. Se puede decir que este objetivo se ha conseguido, ya que, al analizar los datos recogidos en cada una de las actividades propuestas, se han identificado estrategias que fueron utilizadas por los estudiantes. Sin embargo, hay que tener en cuenta, que las preguntas de cada guía establecen un orden que va llevando a los estudiantes en cada paso del razonamiento abductivo.

Los estudiantes siguen la secuencia de preguntas de cada actividad y recolectan información, ya que, observan, identifican y caracterizan algunas relaciones que se establecen en las construcciones que aparecen; hallando regularidades e identificando el patrón en cada situación. Además, plantean y comunican las conjeturas verbalmente, estableciendo las relaciones y regularidades que ha encontrado con anterioridad. La conjetura surge a partir de la observación, conteo y el registro de datos que se ha hecho durante las dos primeras categorías del razonamiento, ya que es un proceso mediante el cual se comunica las características, regularidades o propiedades ya sea de manera verbal o simbólica.

Las conjeturas planteadas por los estudiantes, tienen que ver con relaciones entre los sistemas numéricos y se obtienen al realizar procesos inductivos, en los cuales se parte de casos particulares para llegar a una generalización. En la mayoría de las evidencias escritas se observa que cuando los estudiantes intentan justificar una conjetura realizan una generalización que no necesariamente es expresada en un lenguaje matemático, ya que, cuando justifican sus conjeturas lo que consiguen es dar una explicación para el caso general; por lo tanto, al poner a los estudiantes a realizar justificaciones verbales induce a la generalización verbal de la conjetura.

En algunas de las producciones escritas de los estudiantes se infiere que sus soluciones se derivan directamente de la observación (sobre el dibujo), otras las desarrollan utilizando estrategias numéricas (apoyándose en los valores que aparecen en la parte inferior de la construcción), y también por la construcción escrita de futuros categorías de la secuencia lo que pone de manifiesto que al adoptar varios sistemas de representación favorece la visualización y la comprensión del problema, sumado la interpretación de esos sistemas de representación.

La organización de datos en tablas permite relacionar la representación gráfica con la numérica posibilitando el razonamiento numérico, de esta manera los estudiantes logran extraer las relaciones que se encuentran presentes en la situación; además, los estudiantes que organizan la información en tablas formulan de manera clara la conjetura y llegan con mayor frecuencia a la generalización. Por lo que proponer a los estudiantes a utilizar varios sistemas de representación (numérico, grafico, algebraico) así como pasar de uno a otro favorece la comprensión del problema y la interpretación de los sistemas de representación.

Gran parte de los estudiantes comprenden la relación entre el dibujo de la construcción y la progresión que se forma, ya que cuando consiguen asociar un término general a la situación que se les plantea desarrollan acciones sobre la sucesión numérica para comprobar la validez de los cálculos sobre la construcción (dibujo). En algunos momentos, se encontró que los conocimientos de los estudiantes influyeron para validar sus conjeturas.

En lo que respecta al objetivo: *“Dejar diseñada una propuesta de actividades abductivas que favorezcan el análisis variacional en estudiantes de grado decimo en el Colegio Isabel II”*. Se puede decir que las guías propuestas para cada actividad facilitan el desarrollo del razonamiento abductivo matemático, en tanto se presentan diferentes preguntas estructuradas que permiten realizar un estudio de manera inductiva, dando lugar a la adquisición de habilidades y competencias matemáticas como interpretar, argumentar, calcular, ordenar, abstraer relacionar, generalizar entre otras; evidenciando en los desarrollos de las soluciones que se parte de los casos particulares para conducir a posibles generalizaciones, permitiendo ver la forma en que los conocimientos previos de los estudiantes influyen a la hora de formular la conjetura y la posterior generalización.

En las actividades propuestas para observar el desarrollo del razonamiento abductivo matemático en los estudiantes, se pudo evidenciar que observaron, relacionaron, identificaron regularidades y relaciones, conjeturaron, afirmaron y generalizaron, apoyados en el dinamismo que les ofreció las construcciones. Se pudo evidenciar que las actividades abductivas, permite a los estudiantes visualizar los objetos de estudio, de manera dinámica, lo que ayuda a percibir más fácilmente las características y cualidades de estos que con lápiz y papel serían complicados de ilustrar.

El uso de la conjetura favorece el desarrollo del razonamiento abductivo matemático, y ayuda a que los estudiantes cometan menos errores de los que usualmente cometen en el trabajo numérico y algebraico, al establecer conexión entre los sistemas de representación y hallar su significado. Por lo que proponer situaciones abductivas resulta beneficiosas, ya que, al presentar la situación de una manera distinta, donde se incluyan preguntas direccionales, les permite jugar un papel importante en su propio proceso de aprendizaje y dejan de ser receptores a creadores de conocimiento.

La implementación de una actividad con conjeturas en las aulas de clase resulta interesante en diferentes sentidos, ya que puede fomentar tanto la autonomía en el aprendizaje y el papel del docente como como orientador del estudiante. Una de las posibilidades que brinda la conjetura es que la adquisición del conocimiento no tiene por qué comenzar con explicaciones teóricas, sino que se facilita que primero se analice sobre un caso concreto, y de lugar a la interpretación e interrogación del objeto matemático en estudio; de esta manera permitirá a los estudiantes adquirir los conocimientos fomentando la actividad matemática.

En relación con el objetivo: *"Construir un marco teórico que sustente la implementación de una propuesta de actividades abductivas que favorezcan el desarrollo de la capacidad variacional en estudiantes de grado decimo en el Colegio Isabel II",* se deja en este trabajo referenciado la propuesta abductiva desde lo propuesto por Pierce y otros, como un primer acercamiento a un marco de referencia que debe ser estudiado más amplia y profundamente, sobre todo dentro de las matemáticas y su enseñanza, para pensar en otras posibilidades de acercamiento a este saber.

En términos educativos, con la elaboración de las actividades que se implementaron en este trabajo se aportan elementos conceptuales como metodológicos, que permiten de alguna manera reflexionar sobre el trabajo que se ha venido llevando a cabo dentro del aula de clase con los estudiantes, donde de manera habitual la enseñanza de la matemática se ha enfatizado en la reproducción de contenidos privilegiando el trabajo rutinario de dominio de algoritmos y de memorización (Álvarez, Alonso , & Gorina, 2012); por tal razón es necesario que las situaciones que se planteen dentro del aula de clase propicien la actividad matemática, donde las nociones matemáticas involucradas, no se presenten de manera terminada, sino como un proceso en el cual el estudiante tenga la posibilidad de promover el desarrollo de procesos de abstracción, creatividad, interpretación, expresión y comunicación de ideas entre otros, a partir de un trabajo exploratorio que le permita apropiar conceptos y finalmente llegue a un aprendizaje significativo.

A nivel personal puedo decir que durante el proceso investigativo se encontró información que develaba realidades sobre la actividad del docente, los procesos de aprendizaje de los estudiantes y las metodologías educativas, generando en mi reflexión, pero que al final condujeron a un cambio de percepciones y paradigmas que motivaron cambios evidentes en mi quehacer como docente.

El reto que los docentes debemos asumir es el de lograr que los estudiantes aprendan y sean partícipes de la construcción de su propio conocimiento, que identifiquen su verdadero papel en el escenario educativo teniendo claro que como maestros solo somos sus orientadores que los guiarán en el camino del aprendizaje. Debemos actuar como facilitadores acompañando, asesorando, informando y elaborando estrategias pedagógicas que posibiliten el desarrollo de habilidades que promuevan la construcción de un aprendizaje significativo. El gran desafío que tenemos los docentes es cuidarnos en no caer en prácticas tradicionales que conlleven al aburrimiento y al desarrollo tedioso de clases descontextualizadas; encontrando nuevas maneras para acceder a los intereses de los estudiantes y para presentar los conocimientos de una manera distinta.

RECOMENDACIONES

En este trabajo se abordaron las categorías que inciden en el desarrollo del razonamiento abductivo matemático según el modelo planteado por Cañadas (2007), los cuales fueron descritos y analizados en busca de observar su desarrollo. De esta manera, fue posible evidenciar que este tipo de actividades ayuda a potenciar los procesos de pensamiento en los estudiantes; por lo que se recomienda que se dé continuidad a este tipo de actividades, donde las prácticas de aula que se propongan propicien la actividad matemática. Para lo cual puede hacerse uso de la estrategia pedagógica presentada en este trabajo de investigación debido a que ésta puede proporcionar elementos importantes para el desarrollo de habilidades del pensamiento con el objetivo de fortalecer los procesos de razonamiento y solución de problemas en los estudiantes.

Sin embargo, es necesario tener en cuenta que al restringir el trabajo a las producciones escritas de los estudiantes puede suponer una limitación de esta investigación, por lo que se recomienda complementar la obtención de datos por medio de otras fuentes como entrevistas semiestructuradas, grabaciones audio-visuales en los diferentes momentos del trabajo, ya que esto puede brindar información complementaria del razonamiento abductivo de los estudiantes que pueden enriquecer la investigación.

Por otro lado, se considera que este estudio se podría ampliar generando actividades que relacionen otros conceptos matemáticos con procesos referentes al razonamiento abductivo matemático, teniendo en cuenta las aplicaciones multimedia como escenario; ya que al centrar la atención en las progresiones, secuencias como contenido matemático se limitó otros aspectos que pueden surgir a partir de la consideración de otros conceptos matemáticos.

Esta investigación puede ser un aporte a futuras investigaciones que consideren en su propósito el razonamiento abductivo matemático o la implementación de las aplicaciones interactivas como escenario de su trabajo. Teniendo en cuenta el análisis de los resultados luego de la aplicación de las actividades propuestas en este trabajo, se pueden plantear investigaciones que respondan a cuestionamiento como ¿Cuáles son los obstáculos que presentan los estudiantes al resolver problemas relacionados con el razonamiento matemático?, ¿Al trabajar problemas que involucran el razonamiento abductivo matemático mejora el desempeño académico de los estudiantes?, ¿Cómo contribuir al desarrollo del razonamiento matemático utilizando las diferentes ayudas (Tic, Juegos, actividades interactivas,..) en la resolución de problemas?, ¿Qué situaciones deberían plantearse para favorecer el desarrollo del razonamiento matemático?, ¿El uso de recursos educativos influye significativamente en el aprendizaje de las matemáticas según el estilo del aprendizaje de los estudiantes?.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

Ausubel, D. P. (1973). “Algunos aspectos psicológicos de la estructura del conocimiento”. En Elam, S. (Comp.) La educación y la estructura del conocimiento. Investigaciones sobre el proceso de aprendizaje y la naturaleza de las disciplinas que integran el currículum. Ed. El ateneo. Buenos Aires. Págs. 211-239.

Ausubel, D. P. (1976). Psicología educativa. Un punto de vista cognoscitivo. Ed. Trillas. México.

Alvarado, M., & Ardila, O. (2010). Los eventos discrepantes en ciencias naturales un camino para propiciar pensamiento abductivo en la escuela. (Tesis de Maestría). De la base de datos de la Universidad Pontificia Javeriana.

Canchanya, J. F. C., Vargas, E. V., & Chavarría, P. M. V. (2013). Formas y usos del razonamiento abductivo.

Castellanos, I., Cubides, P., Gaitán, O., & Triana, N. (2008). Desarrollo del razonamiento abductivo en adolescentes por medio de actividades cognitivas fundamentada en las Ciencias Naturales. (Tesis de Maestría). De la base de datos de la Universidad Pontificia Javeriana.

Cerda, H. (2005). La creatividad en la ciencia y en la Educación. Bogotá: Magisterio.

Cordero, L. A. A., & Ulloa, A. R. H. (2017). La creatividad en la construcción del conocimiento científico: estrategias de razonamiento y solución de problemas. Jóvenes en la ciencia, 2(1), 1763-1766.

De la Torre, S. (2000). Estrategias didácticas innovadoras. Bogotá: Coords.

De la Torre, S. (2003). Estrategia creativa en la enseñanza universitaria. Revistas Creatividad y sociedad, 4 (3), 197-208.

Díaz, F., & Hernández, G. (1999). Estrategias de enseñanza para la promoción de aprendizajes significativos. *F. Díaz Barriga, Estrategias docentes para un aprendizaje significativo*.

Díaz, F. (2002). Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. México: McGraw Hill.

Díaz Barriga Arceo, F. (2003). Cognición situada y estrategias para el aprendizaje significativo. Revista electrónica de investigación educativa, 5(2), 1-13.

ECO, U. (1989). El signo de los tres. Barcelona: Lumen S.A.

Esquivas, M. (2004). Creatividad: Definiciones, antecedentes y aportaciones. Revista UNAM, 5 (1), 85 – 87.

Fisher, R. (2013). Diálogo creativo para pensar en el aula. Madrid: Morata

Forero, A. (2014). El uso de las preguntas por parte del docente en la clase de matemáticas y sus efectos en las respuestas y conversaciones de los niños. (Tesis de Doctorado). De la base de datos de la Universidad Autónoma de Barcelona.

Forero, A. (2008). Interacciones y discurso en la clase de matemáticas. Revista Pontificia Universidad Javeriana, 4 (3), 48-53

García, G. (2003). *Estándares básicos de competencias en matemáticas. Potenciar el pensamiento matemático: un reto escolar.*

Grao Wirth, U. (1998). El razonamiento abductivo en la interpretación según Peirce y Davidson. Analogıa filosófica, 12(1), 113-123.

Hernández, R., Fernández, C., Baptista, P. (2003). Metodología de la investigación. Mc Graw- Hill Interamericana.

Latorre, A. (2007). La investigación-acción. Conocer y cambiar la práctica educativa. Barcelona: GRAÓ.

López, O., Prieto, M., & Hervás, R. (1998).Creatividad, súper dotación y estilos de aprendizaje: hacia un modelo integrador. Revista FAISCA, 5 (2), 80 – 88

Martínez, M. C. P., Mas, C. R., & Ciscar, S. L. (2011). Identidad y aprendizaje de estudiantes de psicopedagogía. Análisis en un contexto b-learning en didáctica de la matemática. Revista Española de Pedagogía, 101-118.

Medina, A. & Salvador, F. (2009). Didáctica general. Madrid: Pearson Educación

MEN. (1998). Lineamientos Curriculares de matemáticas. 12.

Muñoz, W. (2010). Estrategias de estimulación del pensamiento creativo de los estudiantes en el área de educación para el trabajo en la III etapa de educación básica. (Tesis de Maestría). De la base de datos de Producción- uc.bc.uc.edu.ve. (U.E.N.70002A0E)

Nepomuceno Fernández, Á. (2005). Modelos de razonamiento abductivo. Contrastes. Suplemento, (10), 155.

Pérez, L., Sánchez, A., & Múnera, G. (2005). Inferencias abductivas y juego: entre la posibilidad y la certeza. (Tesis de Maestría). De la base de datos de la Universidad Pontificia Javeriana.

Soler-Álvarez, M. N., & Pérez, V. H. M. (2014). El proceso de descubrimiento en la clase de matemáticas: los razonamientos abductivo, inductivo y deductivo. Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas, 32(2), 191-219.

Rodríguez Gómez, G. (1996). Gil Flores, Javier. García Jiménez, Eduardo. *Metodología de la investigación cualitativa. Ediciones Aljibe, Archidona, Málaga*.

Soto, W. H., Guerrero, K. G., & Padilla, J. E. (2010). Las inferencias y el proceso de aprendizaje de las matemáticas. Revista Educación y Desarrollo Social, 4(2), 167-175.

Vásquez, F. (2013). El quehacer docente. Bogotá. Universidad de La Salle.

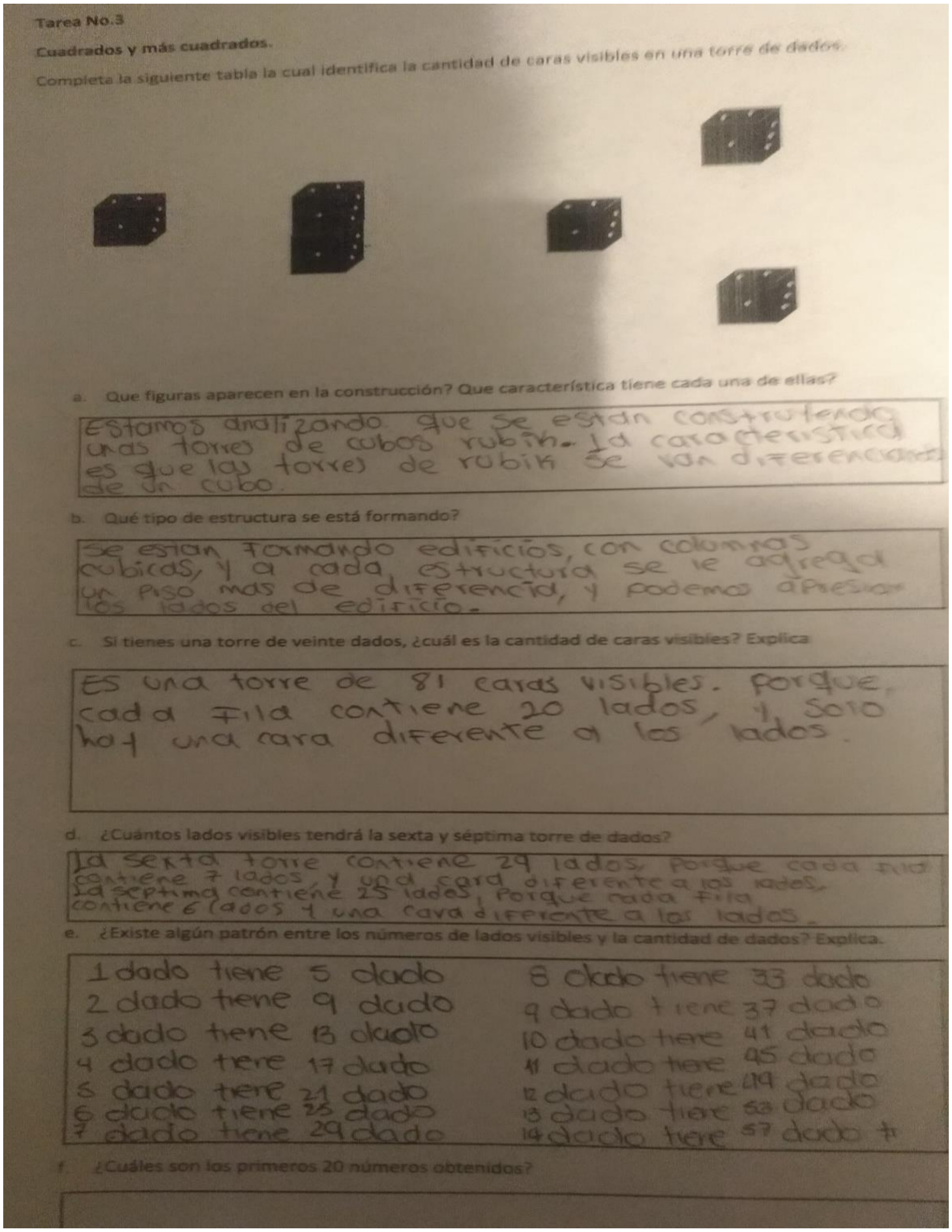
Villaruel, M. (2009). La práctica educativa del maestro mediador. Revista Iberoamericana de Educación, 8 (3), 23- 172.

Vivas, E., Rojas, M., & Torras, V. (2009). Dinámica de grupos. Material docente de la UOC. Barcelona: Eureca Media SL.

Zabala, A. (2000). La práctica educativa. Cómo enseñar. Barcelona

ANEXOS

Anexos de las evidencias de las producciones escritas de los estudiantes de la actividad 1.



Tarea No.3

Cuadrados y más cuadrados.

Completa la siguiente tabla la cual identifica la cantidad de caras visibles en una torre de dados.

a. Que figuras aparecen en la construcción? Que característica tiene cada una de ellas?

Estamos analizando que se estan construyendo unas torres de cubos rubik. la caracteristica es que las torres de rubik se van diferenciando de un cubo.

b. Qué tipo de estructura se está formando?

Se estan formando edificios, con columnas cubicas, y a cada estructura se le agrega un piso mas de diferencia, y podemos apreciar los lados del edificio.

c. Si tienes una torre de veinte dados, ¿cuál es la cantidad de caras visibles? Explica

Es una torre de 81 caras visibles. porque, cada fila contiene 20 lados, y solo hay una cara diferente a los lados.

d. ¿Cuántos lados visibles tendrá la sexta y séptima torre de dados?

la sexta torre contiene 29 lados, porque cada fila contiene 7 lados y una cara diferente a los lados. la septima contiene 25 lados, porque cada fila contiene 6 lados y una cara diferente a los lados.

e. ¿Existe algún patrón entre los números de lados visibles y la cantidad de dados? Explica.

1 dado tiene 5 dado	8 dado tiene 33 dado
2 dado tiene 9 dado	9 dado tiene 37 dado
3 dado tiene 13 dado	10 dado tiene 41 dado
4 dado tiene 17 dado	11 dado tiene 45 dado
5 dado tiene 21 dado	12 dado tiene 49 dado
6 dado tiene 25 dado	13 dado tiene 53 dado
7 dado tiene 29 dado	14 dado tiene 57 dado +

f. ¿Cuáles son los primeros 20 números obtenidos?

g. Complete la tabla

Cantidad de dados	Caras visibles de los dados
1 dado	5
2 dados	9
3 dados	13
4 dados	17
5 dados	21
6 dados	25
12 dados	49
120 dados	481

h. ¿Existe algún patrón entre la cantidad de caras visibles en una torre de dados? Explica

i. Busca pautas, encuentra algo repetitivo?

j. Podría establecer cuantos lados visibles tiene la veinteava torre?

Si porque encontramos la siguiente formula
L.c+1= 4.20+1=
80+1= 81.

k. Cuál es el numero n-esimo de lados visibles?

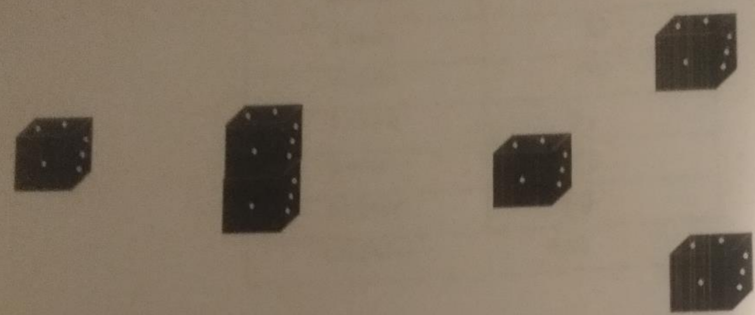
L.C+1 = L=lado, C=cantidad.
4.20+1 = 80+1 = 81.

l. Como probarías esta afirmación?

Tarea No.3

Cuadrados y más cuadrados.

Completa la siguiente tabla la cual identifica la cantidad de caras visibles en una torre de dados.



a. Que figuras aparecen en la construcción? Que característica tiene cada una de ellas?

Aparecen: Cuadrados, rectangulos, caras, torres, columnas. Dependiendo el numero de dados, la torre va a ser cada vez mas alta. Y las dimensiones de los rectangulos van a ser mas grandes. Tambien desde el punto de vista, se ven diferentes caras

b. Qué tipo de estructura se está formando?

Basicamente es una secuencia en la que cada vez que se van sumando dados, se va formando cada vez mas alta la torre

c. Si tienes una torre de veinte dados, ¿cuál es la cantidad de caras visibles? Explica

Si la vemos de forma general pues solo se van a ver 5 caras.

Si la vemos de forma de que vemos dado por dado se van a ver 81 caras.

d. ¿Cuántos lados visibles tendrá la sexta y séptima torre de dados?

Sexto: 25 lados
Septima: 29 lados

e. ¿Existe algún patrón entre los números de lados visibles y la cantidad de dados? Explica.

Dados	Caras
1	5
2	9
3	13
4	17
5	21
6	25
7	29
8	33
9	37

Si vemos la secuencia, cada vez que se suma un dado pues se van a sumar 4 a partir de 5.

¿Cuáles son los primeros 20 números obtenidos?

g. Complete la tabla

Cantidad de dados	Caras visibles de los dados
1 dado	5
2 dados	9
3 dados	13
4 dados	17
5 dados	21
6 dados	25
12 dados	49
120 dados	481

h. ¿Existe algún patrón entre la cantidad de caras visibles en una torre de dados? Explica

SI, debido a que solo se pueden ver por 4 lados y la de arriba por 5 lados

i. Busca pautas, encuentra algo repetitivo?

al tener el primer numero se empieza a repetir la cantidad de lados sumados

j. Podria establecer cuantos lados visibles tiene la veinteava torre?

$81 = 20 \cdot 4 + 1$

k. Cuál es el numero n-esimo de lados visibles?

$n \cdot 4 + 1 =$ la cantidad de lados visibles
$4 \cdot n + 1 =$

l. Como probarias esta afirmación?

escogiendo cualquier cantidad de dados y colocandola en la formula hecha

$4 \cdot 6 + 1 = 25$

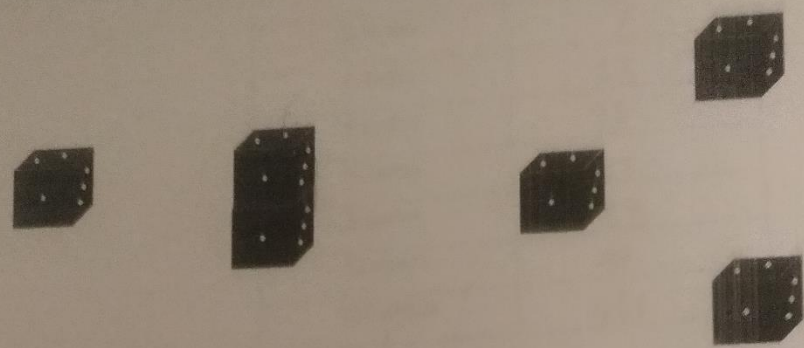
$4 \cdot 120 + 1 = 481$

$4 \cdot 2 + 1 = 9$

Tarea No.3

Cuadrados y más cuadrados.

Completa la siguiente tabla la cual identifica la cantidad de caras visibles en una torre de dados.



a. Que figuras aparecen en la construcción? Que característica tiene cada una de ellas?

Observamos una torre de 8 pisas,

b. Qué tipo de estructura se está formando?

• Es una estructura rectangular.

c. Si tienes una torre de veinte dados, ¿cuál es la cantidad de caras visibles? Explica

Una torre de 20 dados tiene 5 lados, de esos 5, 4 lados tienen 20 caras (20×20×20×20), y la terraza (1) eso es igual, a un resultado de 81 caras

d. ¿Cuántos lados visibles tendrá la sexta y séptima torre de dados?

Una torre de 6 dados tiene 5 lados de los cuales 4 lados dan 24 mas la quinta que es (1) seria 25. Lo mismo se hace con la septima

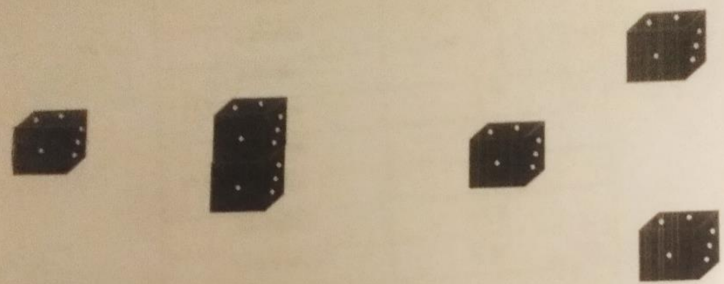
e. ¿Existe algún patrón entre los números de lados visibles y la cantidad de dados? Explica.

• Es una torre de 8 dados, el primer dado sostiene el peso de los demas, si contamos todas las caras tenemos una cifra

Tarea No.3

Cuadrados y más cuadrados.

Completa la siguiente tabla la cual identifica la cantidad de caras visibles en una torre de dados.



a. Que figuras aparecen en la construcción? Que característica tiene cada una de ellas?

en los 3 dados de la derecha vemos una alineacion triangular, una torre en los dados del medio, individualmente los vemos como una caja volteada, tiene una secuencia y un orden en cada lado, tiene que ser solido y son cubos

b. Qué tipo de estructura se está formando?

vemos que se forma una torre o una especie de edificio

c. Si tienes una torre de veinte dados, ¿cuál es la cantidad de caras visibles? Explica

81, Porque a cada cubo del centro podemos observar 4 caras y el de arriba deja ver 5 caras

d. ¿Cuántos lados visibles tendrá la sexta y séptima torre de dados?

21 y 29 lados

e. ¿Existe algún patrón entre los números de lados visibles y la cantidad de dados? Explica.

el Patron esta en multiplicar la cantidad de dados Por las caras visibles del centro y agregarle uno al resultado Por la cara de arriba

ó

al Primer numero obtenido empezar a sumarle secuencialmente 4

f. ¿Cuáles son los primeros 20 números obtenidos?

5, 9, 13, 17, 21 25, 29, 33, 37, 41, 45, 49, 53, 57, 61, 65, 69, 73, 77, 81

g. Complete la tabla

Cantidad de dados	Caras visibles de los dados
1 dado	5
2 dados	9
3 dados	13
4 dados	17
5 dados	21
6 dados	25
12 dados	49
120 dados	481

h. ¿Existe algún patrón entre la cantidad de caras visibles en una torre de dados? Explica

Si, comenzamos por el numero de caras de 5 lados y su secuencia es de a en 4 y son impares.

i. Busca pautas, encuentra algo repetitivo?

Iniciamos con 5 y al cabo de 4 números nos damos cuenta de que se repite en cada número la ultima cifra o la unica de los 6 primeros

j. Podria establecer cuantos lados visibles tiene la veinteava torre?

Si por medio de la ecuacion $x \cdot 4 + 1$

k. Cuál es el numero n-esimo de lados visibles?

$n = 4 \cdot x + 1$
x = Numero de dados que quiera multiplicar
4 = Lados visibles a ecepcion de la ~~a~~ cara que se visualiza desde arriba
1 = dado que se visualiza desde arriba

l. Como probarías esta afirmación?

g. Complete la tabla

Cantidad de dados	Caras visibles de los dados
1 dado	5
2 dados	9
3 dados	13
4 dados	17
5 dados	21
6 dados	25
12 dados	49
120 dados	481

h. ¿Existe algún patrón entre la cantidad de caras visibles en una torre de dados? Explica

Si, comenzamos por el numero de caras de 5 lados y su secuencia es de 4 en 4 y son impares.

i. Busca pautas, encuentra algo repetitivo?

Iniciamos con 5 y al cabo de 4 números nos damos cuenta de que se repite en cada número la ultima cifra o la unica de los 5 primeros

j. Podria establecer cuantos lados visibles tiene la veinteava torre?

Si por medio de la ecuacion $x \cdot 4 + 1$

k. Cuál es el numero n-esimo de lados visibles?

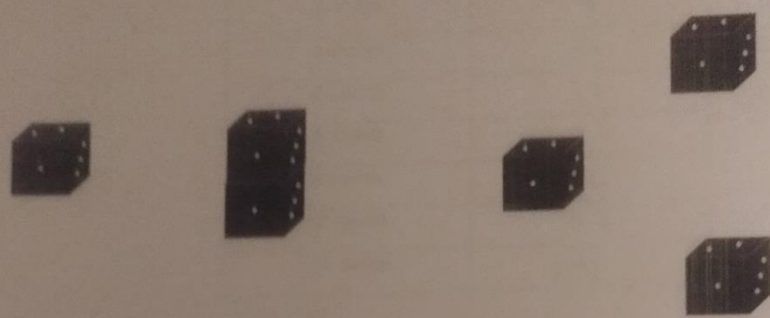
$n = 4 \cdot x + 1$
x = Numero de dados que quiera multiplicar
4 = Lados visibles a excepción de la cara que se visualiza desde arriba
1 = dado que se visualiza desde arriba

l. Como probarías esta afirmación?

Tarea No.3

Cuadrados y más cuadrados.

Completa la siguiente tabla la cual identifica la cantidad de caras visibles en una torre de dados.



a. Que figuras aparecen en la construcción? Que característica tiene cada una de ellas?

~~[illegible]~~ un cubo tridimensional inperfecto que en sus caras visibles posee uno o varios puntos, si se tiene varios cubos se puede hacer torres, todos los lados tienen el mismo color

b. Qué tipo de estructura se está formando?

Con varios cubos se pueden formar torres teniendo en cuenta la cantidad de cubos que hayan, estas torres poseen 4 caras y si se visualizo desde arriba tie 5 caras las dimensiones de las torres tienen el mismo tamaño

c. Si tienes una torre de veinte dados, ¿cuál es la cantidad de caras visibles? Explica

Observando la torre nos dimos cuenta de que los 20 dados que la conforman 19 se le observan 4 lados y el ultimo dado que se encuentra en la parte superior de la torre se le observan 5 caras por lo tanto concluimos que utilizando la siguiente formula podremos saber el valor total de las caras que conforman la torre: la Formula es D=20x4+1

d. ¿Cuántos lados visibles tendrá la sexta y séptima torre de dados?

En la torre seis tiene 25 lados visibles y en la torres siete hay 29 lados visibles

e. ¿Existe algún patrón entre los números de lados visibles y la cantidad de dados? Explica.

Comenzamos con el número 5 y cada vez que aumenta la secuencia se aumenta de 4 en 4 todos los resultados son números impares

f. ¿Cuáles son los primeros 20 números obtenidos?

5, 9, 13, 17, 21, 25, 29, 33, 37, 41, 45, 49, 53, 57, 61, 65, 69, 73, 77, 81

g. Complete la tabla

Cantidad de dados	Caras visibles de los dados
1 dado	5
2 dados	9
3 dados	13
4 dados	17
5 dados	21
6 dados	25
12 dados	49
120 dados	481

h. ¿Existe algún patrón entre la cantidad de caras visibles en una torre de dados? Explica

i. Busca pautas, encuentra algo repetitivo?

por cada dado agregado se le suma 4 caras visibles

j. Podría establecer cuantos lados visibles tiene la veinteava torre?

Si, por medio de La fórmula

k. Cuál es el numero n-esimo de lados visibles?

$4 \cdot L + 1 = Ca$

$\frac{(Ca-1)}{4} = D$

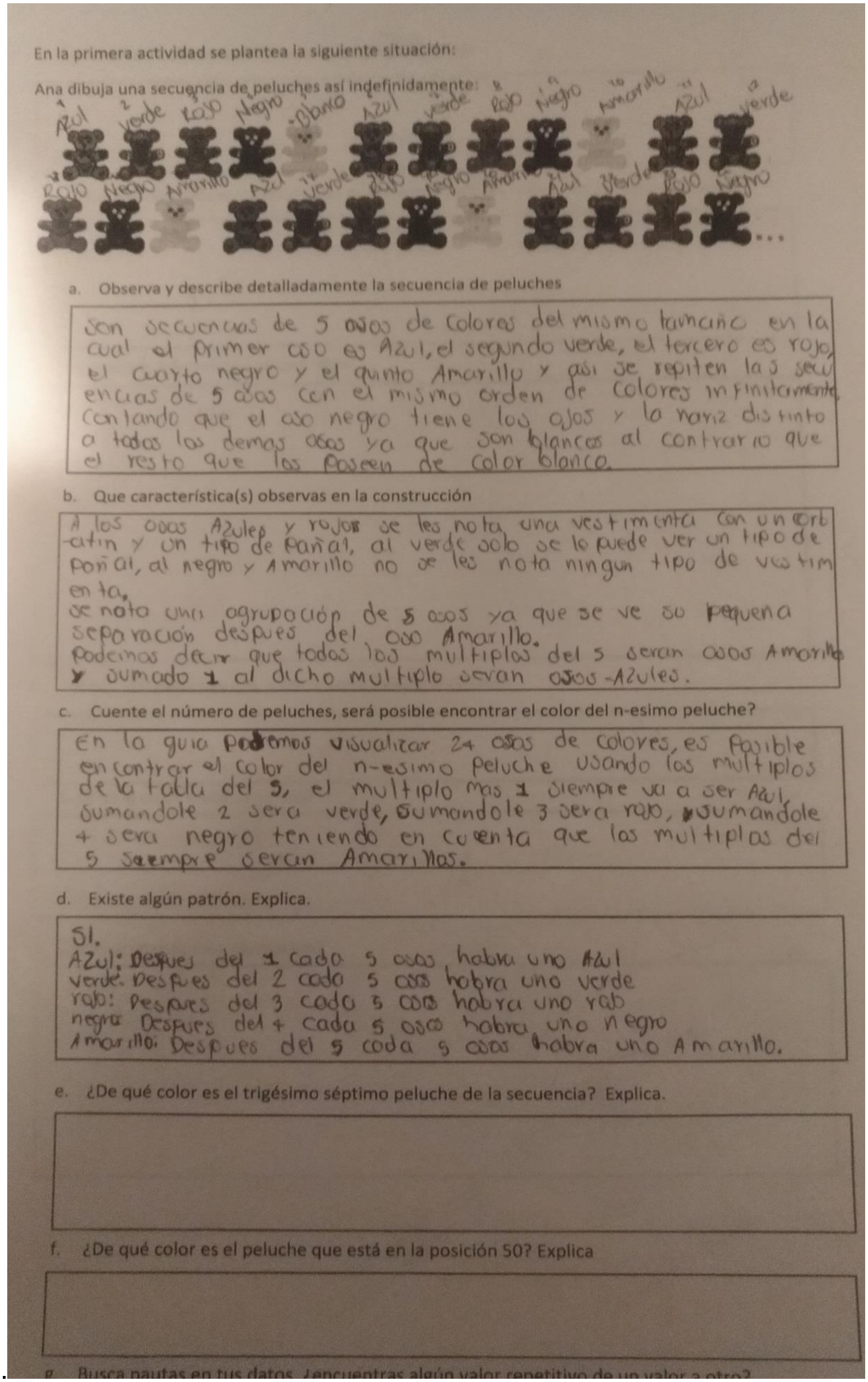
L = Lados

Ca = caras visibles

D = dados

l. Como probarías esta afirmación?

Anexos de las evidencias de las producciones escritas de los estudiantes de la actividad 2.



En la primera actividad se plantea la siguiente situación:

Ana dibuja una secuencia de peluches así indefinidamente:

a. Observa y describe detalladamente la secuencia de peluches

Son secuencias de 5 osos de colores del mismo tamaño en la cual el primer oso es Azul, el segundo verde, el tercero es rojo, el cuarto negro y el quinto Amarillo y así se repiten las secuencias de 5 osos con el mismo orden de colores infinitamente contando que el oso negro tiene los ojos y la nariz distinto a todos los demas osos ya que son blancos al contrario que el resto que los poseen de color blanco.

b. Que característica(s) observas en la construcción

A los osos Azules y rojos se les nota una vestimenta con un corbatin y un tipo de pañal, al verde solo se le puede ver un tipo de pañal, al negro y Amarillo no se les nota ningun tipo de vestimenta.
se nota una agrupación de 5 osos ya que se ve su pequeña separación despues del oso Amarillo.
Podemos decir que todos los multiplos del 5 seran osos Amarillo y sumado 1 al dicho multiplo seran osos Azules.

c. Cuente el número de peluches, será posible encontrar el color del n-esimo peluche?

En la guia podemos visualizar 24 osos de colores, es posible encontrar el color del n-esimo peluche usando los multiplos de la tabla del 5, el multiplo mas 1 siempre va a ser Azul, sumandole 2 sera verde, sumandole 3 sera rojo, sumandole 4 sera negro teniendo en cuenta que los multiplos del 5 siempre seran Amarillos.

d. Existe algún patrón. Explica.

Si.
Azul: Despues del 1 cada 5 osos habra uno Azul
verde: Despues del 2 cada 5 osos habra uno verde
rojo: Despues del 3 cada 5 osos habra uno rojo
negro: Despues del 4 cada 5 osos habra uno negro
Amarillo: Despues del 5 cada 5 osos habra uno Amarillo.

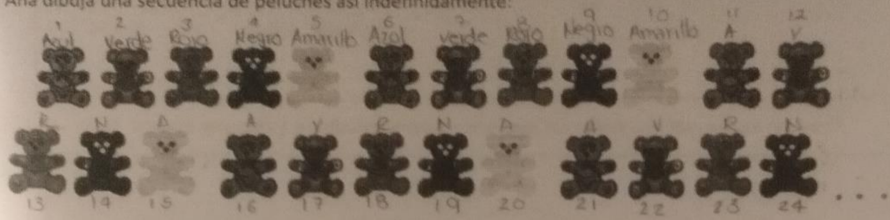
e. ¿De qué color es el trigésimo séptimo peluche de la secuencia? Explica.

f. ¿De qué color es el peluche que está en la posición 50? Explica

g. Busca pautas en tus datos, ¿encuentras algún valor repetitivo de un valor a otro?

En la primera actividad se plantea la siguiente situación:

Ana dibuja una secuencia de peluches así indefinidamente:



a. Observa y describe detalladamente la secuencia de peluches

Hay 24 peluches en la parte superior, estos peluches son de diferentes colores en los cuales encontramos azules que son el número 1, 6, 11, 16, 21, color Verde los encontramos en los números 2, 7, 12, 17, 22, de color Rojo estan en el 3, 8, 13, 18, 23. de color Negro en 4, 9, 14, 19, 24 y Amarillos que estan en el puesto 5, 10, 15, 20 y faltan mas peluches, pueden ser infinitos y por ser secuencia no vamos a encontrar otro color, Hay dos ileras de 12, los azules tienen moñitos, los ojos y la nariz de el oso negro son blancos, tienen diferentes tonos

b. Que caracteristica(s) observas en la construcción

La secuencia siempre inicia con azul y finaliza con uno amarillo, los osos amarillos son la tabla del 5 por eso terminan en el 5 o en el 0, los osos negros siempre terminaran en 4 ó 9, los osos Rojos siempre terminan en 3 ó 8, los osos color verde siempre terminaran en 2 ó 7, y los osos azules son los que inicia la secuencia, siempre terminaran en 1 ó 6 por esto siempre podiemos saber sin importar lo grande del número el color de cada oso. todos los osos de color Azul, verde, Rojo y Amarillo tienen ojos negros y el negro ojos blancos

c. Cuente el número de peluches, será posible encontrar el color del n-esimo peluche?

Si, es posible, basta con tener en cuenta el ultimo digito de la cifra y teniendo en cuenta la secuencia podriamos hallar su color

d. Existe algún patrón. Explica.

Si, porque es posible sistematizar la secuencia

e. ¿De qué color es el trigésimo séptimo peluche de la secuencia? Explica.

Es de color verde, teniendo en cuenta la secuencia y la ultima cifra que es 7 por lo cual siempre sera verde

f. ¿De qué color es el peluche que está en la posición 50? Explica

Es de color amarillo, ya sabiendo que es una secuencia los que terminan en 5 ó 0 es decir la tabla del 5 se puede saber

g. Busca pautas en tus datos, ¿encuentras algún valor repetitivo de un valor a otro?

Azul	Verde	Rojo	Negro	Amarillo
1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25
26	27	28	29	30
$5n-4$	$5n-3$	$5n-2$	$5n-1$	$5n$

h. ¿Encuentra colores repetitivos en algunas posiciones?

Si, en base a la respuesta anterior ya se encontro la ecuacion de cada color

i. ¿Qué relación encuentra en algunas posiciones donde los colores de los osos se repiten?

j. Organice la información en una tabla.

Azul	Rojo	Verde	Negro	Amarillo
$5 \cdot n - 4$	$5 \cdot n - 2$	$5 \cdot n - 3$	$5 \cdot n - 1$	$5 \cdot n$

k. ¿Si hay 100 peluches que color le corresponde al último?

Amarillo

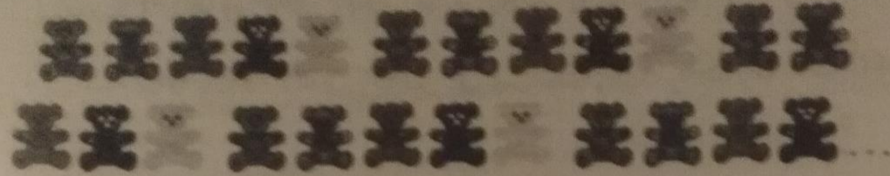
l. Cuál es el color n-esimo de oso?

m. Como probarías esta afirmación?

Realizando cualquiera de las ecuaciones para confirmar la secuencia

En la primera actividad se plantea la siguiente situación:

Ana dibuja una secuencia de peluches así indefinidamente:



a. Observa y describe detalladamente la secuencia de peluches

- Hay 5 secuencias completas.
- La última secuencia le falta un oso amarillo.
- Secuencia se basa en 5 osos de diferente color.
- Tiene algunos colores primarios.
- Es infinito.
- Tiene 2 filas de 12 osos.
-

b. Que característica(s) observas en la construcción

- Tiene forma de zic zac.
- Varia el diseño de los osos.
- A.M forman grupo de 4.
- El último grupo es numero par.
- Basado en la tabla del 5.
- Forman una variedad de grupos.

c. Cuente el número de peluches, será posible encontrar el color del n-esimo peluche?

En la imagen solo hay 24 peluches, pero la secuencia es infinita, n = cualquier numero y para encontrar su color debemos disminuirlo.

d. Existe algún patrón. Explica.

Al dividir n número por 5 las veces necesarias, n número va disminuyendo. dando como resultado más cercano a la secuencia. $1250 \div 5 = 250 \div 5 = 50 \div 5 = 10 \div 5 = 2$

e. ¿De qué color es el trigésimo séptimo peluche de la secuencia? Explica.

$37 \div 5 = 7.4 \div 5 = 1,48$

1 = Azul.

f. ¿De qué color es el peluche que está en la posición 50? Explica

$50 \div 5 = 10 \div 5 = 2$

2 = Verde.

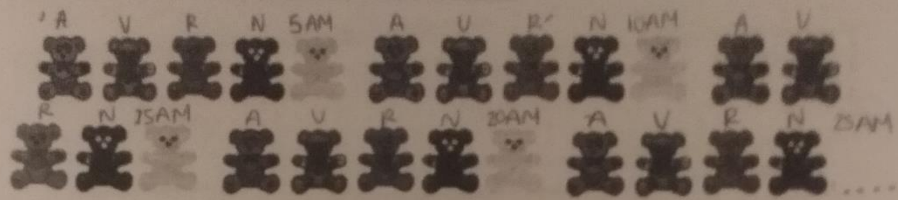
g. Busca pautas en tus datos, ¿encuentras algún valor repetitivo de un valor a otro?

Azul: 1, 6, 11, 16, 21, 26, 31, 36, 41, 46...

Verde: 2, 7, 12, 17, 22, 27, 32, 37, 42, 47...

En la primera actividad se plantea la siguiente situación:

Ana dibuja una secuencia de peluches así indefinidamente:



a. Observa y describe detalladamente la secuencia de peluches

Todos los osos son del mismo tamaño, tambien hay infinitos osos de color A,V,R,N,AM, cuatro osos tienes los ojos de color negro, y el oso de color negro tiene los ojos de color blanco, todos losos tienen un moñito y un pañal, en el oso azul se degrada, se aclara el color, los osos estan sentados.

b. Que característica(s) observas en la construcción

Que hay una secuencia de cinco colores y estos se repiten indefinidamente
Primer oso = Azul
Segundo oso = Verde
Tercer oso = Rojo
Cuarto oso = Negro
Quinto oso = Amarillo

c. Cuente el número de peluches, será posible encontrar el color del n-esimo peluche?

Hay infintos peluches, si por que podria ser cualquiera de los osos.

d. Existe algún patrón. Explica.

El patrón de los osos es , azul, verde, rojo, negro, amarillo o tambien pueden ser contados en número

e. ¿De qué color es el trigésimo séptimo peluche de la secuencia? Explica.

Es de color verde, tuvimos en cuenta la tabla den 5, por que multiplicamos de 5x7=35 y contamos dos osos más hasta llegar al oso 37.

f. ¿De qué color es el peluche que está en la posición 50? Explica

De color Amarillo, por que contando de 5 en 5 llegamos al peluche el cual deseamos saber el color.

g. Busca pautas en tus datos, ¿encuentras algún valor repetitivo de un valor a otro?

Despues de la secuencia de los cinco colores se vuelven a repetir todos los anteriores

h. ¿Encuentra colores repetitivos en algunas posiciones?

Cada cuatro osos se repite el mismo color, infinitamente

i. ¿Qué relación encuentra en algunas posiciones donde los colores de los osos se repiten?

La tabla de 5 es amarillo
Los al, desconotco a los demas, pero me defiendo con la de tabla del 5.

j. Organice la información en una tabla.

Número de osos	Color
1	Azul
2	Verde
3	Rojo
4	Negro
5	Amarillo
6	Azul
7	verde
8	Rojo

Y así se ubican todos los colores infinitamente

k. ¿Si hay 100 peluches que color le corresponde al último?

Le corresponderia el color Amarillo.

l. Cuál es el color n-esimo de oso?

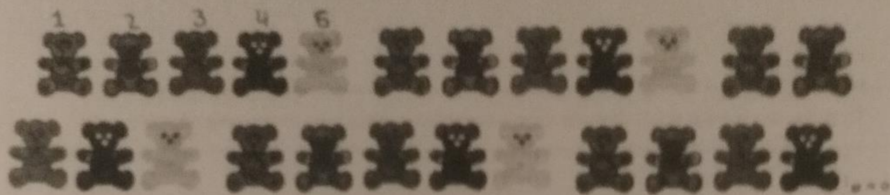
El color nesimo del oso podria ser cualquier el rojo, verde, amarillo, azul, negro

m. Como probarías esta afirmación?

5n = Es la formula del amarillo
No, desconotco las fórmulas. de las demás.

En la primera actividad se plantea la siguiente situación:

Ana dibuja una secuencia de peluches así indefinidamente:



a. Observa y describe detalladamente la secuencia de peluches

El primer oso es de color Azul, el segundo oso es de color verde el tercer oso es de color rojo, el cuarto oso es de color negro y el quinto oso es de color amarrillo. Esta secuencia se repite infinitamente. los ojos del oso negro son de color blanco y la de los otros ojos son negros y a el oso azul es mas vicible las prendas que tiene puestas que es por decir un moño y un pañal.

b. Que característica(s) observas en la construcción

Que todos los osos estan utilizando una prenda que es un moño y un pañal, todos los osos tienen los pies y manos extentidas, el oso verde tiene la palma de la mano izquierda de color blanca. Ninguno de los osos tiene boca solo tiene nariz y ojos que son de la misma forma por que son unos puntos pero el oso negro tiene los ojos de color blanco y las otros osos negro.

c. Cuente el número de peluches, será posible encontrar el color del n-esimo peluche?

si, por que los peluches o osos cada 5 empiensan una secuencia repetitiva que no tiene Fin y pues podriamos encontrar el color del n-esimo peluche utilizando la tabla del 5 y aproximamos un numero divisor del 5 y restamos el numero n-esimo para saber que color es el peluche

d. Existe algún patrón. Explica.

Si, por que hay 5 peluches de diferente color que son el 1ro de color Azul, el 2do de color verde, el 3ro de color rojo el 4to decolor Negro y el 5to de color Amarillo despues de ese ultimo peluche se repiten una secuencia cronologicamente con la tabla del 5.

e. ¿De qué color es el trigésimo séptimo peluche de la secuencia? Explica.

es el peluche de color verde, porque para hallar que color es el peluche 37, tuvimos que aproximar que numero de la tabla del 5 esta mas cercano a el y encontramos el numero 35 que restado con el 37 da 2 y el segundo oso es el de color verde

f. ¿De qué color es el peluche que está en la posición 50? Explica

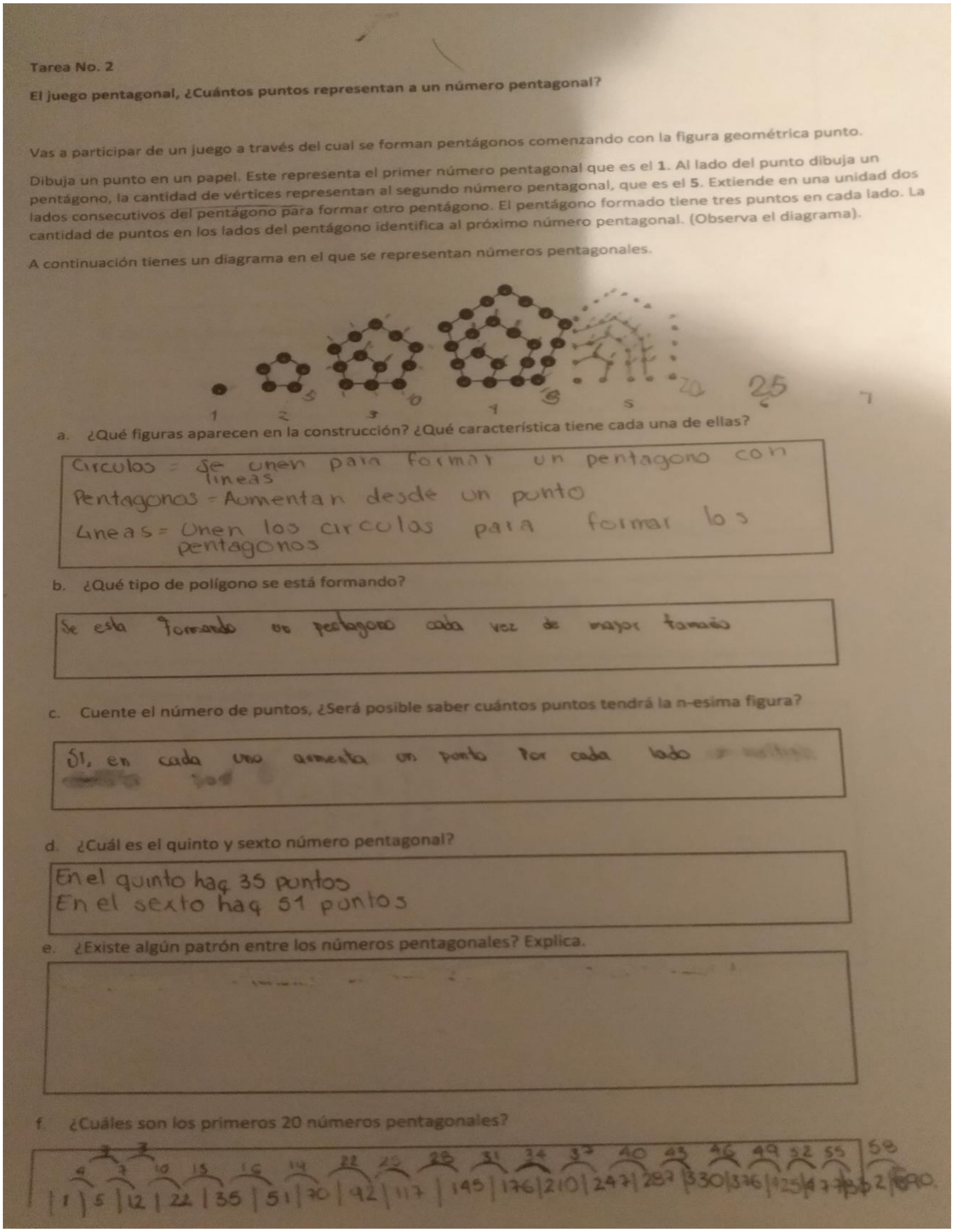
El amarillo por que como la secuencia de los peluches es de 5 en 5 solo lo ~~tuvimos~~ que dividir por 5 y hay gracias a la imagen logramos deducir cual ~~era~~ el color del peluche

g. Busca pautas en tus datos, ¿encuentras algún valor repetitivo de un valor a otro?

En los multiplos del 5 se repite el peluche de color amarillo

El oso azul aparece cuando utilizamos los multiplos del 5 y le sumamos 1 y hay sabemos que es de color azul

Anexos de las evidencias de las producciones escritas de los estudiantes de la actividad 3.



Tarea No. 2

El juego pentagonal, ¿Cuántos puntos representan a un número pentagonal?

Vas a participar de un juego a través del cual se forman pentágonos comenzando con la figura geométrica punto.

Dibuja un punto en un papel. Este representa el primer número pentagonal que es el **1**. Al lado del punto dibuja un pentágono, la cantidad de vértices representan al segundo número pentagonal, que es el **5**. Extiende en una unidad dos lados consecutivos del pentágono para formar otro pentágono. El pentágono formado tiene tres puntos en cada lado. La cantidad de puntos en los lados del pentágono identifica al próximo número pentagonal. (Observa el diagrama).

A continuación tienes un diagrama en el que se representan números pentagonales.

a. ¿Qué figuras aparecen en la construcción? ¿Qué característica tiene cada una de ellas?

Circulos = se unen para formar un pentagono con lineas
Pentagonos = Aumentan desde un punto
Lineas = Unen los circulos para formar los pentagonos

b. ¿Qué tipo de polígono se está formando?

Se esta formando un pentagono cada vez de mayor tamaño

c. Cuente el número de puntos, ¿Será posible saber cuántos puntos tendrá la n-esima figura?

Si, en cada uno aumenta un punto por cada lado

d. ¿Cuál es el quinto y sexto número pentagonal?

En el quinto hay 35 puntos
En el sexto hay 51 puntos

e. ¿Existe algún patrón entre los números pentagonales? Explica.

f. ¿Cuáles son los primeros 20 números pentagonales?

1 | 5 | 12 | 22 | 35 | 51 | 70 | 92 | 117 | 145 | 176 | 210 | 247 | 287 | 330 | 376 | 425 | 477 | 532 | 590

Organiza la información en una tabla

[illegible]	[illegible]
1	1
2	5
3	12
4	22
5	35

Qué relación encuentra en el número de pentágonos y los puntos que

Busca pautas, encuentra algo repetitivo?

Si, la cantidad que aumenta cada vez es 3

Podría establecer cual es veinteavo número pentagonal?

590

Cuál es el numero n-esimo pentagonal?

$n(3 \cdot n - 1) \div 2$ = n-esimo pentagonal

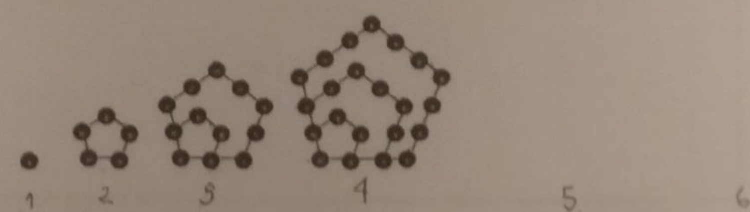
Tarea No. 2

El juego pentagonal, ¿Cuántos puntos representan a un número pentagonal?

Vas a participar de un juego a través del cual se forman pentágonos comenzando con la figura geométrica punto.

Dibuja un punto en un papel. Este representa el primer número pentagonal que es el **1.** Al lado del punto dibuja un pentágono, la cantidad de vértices representan al segundo número pentagonal, que es el **5**. Extiende en una unidad lados consecutivos del pentágono para formar otro pentágono. El pentágono formado tiene tres puntos en cada lad cantidad de puntos en los lados del pentágono identifica al próximo número pentagonal. (Observa el diagrama).

A continuación tienes un diagrama en el que se representan números pentagonales.



a. ¿Qué figuras aparecen en la construcción? ¿Qué característica tiene cada una de ellas?

• aparecen 6 pentagonos de diferentes Tamaños. Conformados con circulos de color negro y blanco. y hay otro circulo apartado.

b. ¿Qué tipo de polígono se está formando?

Se estan formando pentagonos de otros tres otro

c. Cuente el número de puntos, ¿Será posible saber cuántos puntos tendrá la n-esima figura?

los numero de punto en n-esima Figura es de 351

d. ¿Cuál es el quinto y sexto número pentagonal?

el quinto y el sexto numero pentagonal esto despues del cuarto numero pentagonal ya que sigue Sucesivamente

e. ¿Existe algún patrón entre los números pentagonales? Explica.

si existe un patron en si estan Relacionadas formando el patron

f. ¿Cuáles son los primeros 20 números pentagonales?

1 5 12 22 35 49 64 80 97 105 124 144
165 187 210 234 259 285 338 366.

g. Organice la información en una tabla

1 = 1	8 = [illegible]	15 = 210
2 = 5	9 = 93	16 = 234
3 = 12	10 = 105	17 = 257
4 = 22	11 = 124	18 = 285
5 = [illegible]	12 = 144	19 = 334
6 = [illegible]	13 = 165	20 = 366
7 = [illegible]	14 = 183	

h. Qué relación encuentra en el número de pentágonos y los puntos que posee?

que los pentágonos del 8 al 9 y del 11 al 17 va sumando de uno (los puntos)

i. Busca pautas, encuentra algo repetitivo?

al aumentar el pentágono crece la figura cada vez va aumentando las figuras, ...

j. Podría establecer cual es veinteavo número pentagonal?

el veinteavo numero pentagonal es 366

k. Cuál es el numero n-esimo pentagonal?

el numero n-esimo pentagonal es 105

l. Como probarías esta afirmación?

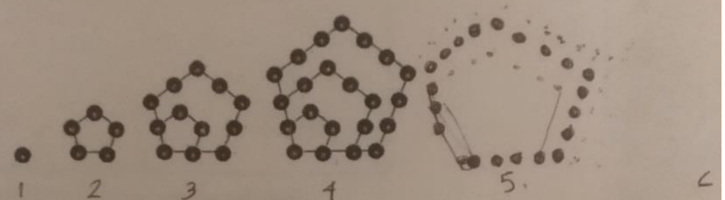
Tarea No. 2

El juego pentagonal, ¿Cuántos puntos representan a un número pentagonal?

Vas a participar de un juego a través del cual se forman pentágonos comenzando con la figura geométrica pur

Dibuja un punto en un papel. Este representa el primer número pentagonal que es el **1**. Al lado del punto dibu pentágono, la cantidad de vértices representan al segundo número pentagonal, que es el **5**. Extiende en una u lados consecutivos del pentágono para formar otro pentágono. El pentágono formado tiene tres puntos en ca cantidad de puntos en los lados del pentágono identifica al próximo número pentagonal. (Observa el diagram

A continuación tienes un diagrama en el que se representan números pentagonales.



a. ¿Qué figuras aparecen en la construcción? ¿Qué característica tiene cada una de ellas?

Aparecen circulos y varias lineas, conectando y formando una figura con 5 lados.
A cada figura se le agrega el doble del numero anterior, menos a la primera que se le agregan 4.

b. ¿Qué tipo de polígono se está formando?

Figura de 5 lados → PENTAGONO.

c. Cuente el número de puntos, ¿Será posible saber cuántos puntos tendrá la n-esima figura?

Si es posible, encontrar la respuesta por medio de una ecuacion cuadratica, o sumando diferencias.

d. ¿Cuál es el quinto y sexto número pentagonal?

35-51

e. ¿Existe algún patrón entre los números pentagonales? Explica.

la diferencia entre 2 pentagonales es la misma.

f. ¿Cuáles son los primeros 20 números pentagonales?

1-5 - 12 - 22 - 35-51 - 70 - 92 - 117 - 145 - 176 210

4 7 10 13 16 22 25 28 31 34

g. Organice la información en una tabla

Figuras vs	puntos
1	1
2	5
3	12
4	22
5	35
6	51

h. Qué relación encuentra en el número de pentágonos y los puntos que posee?

no encontramos relacion con el numero de pentag
y puntos.

i. Busca pautas, encuentra algo repetitivo?

Que su numero de Diferencia es 3
y se encontro en la segunda Diferencia

j. Podría establecer cual es veinteavo número pentagonal?

El numero veinteavo es 590.

k. Cuál es el numero n-esimo pentagonal?

Se me fue dificil saber cual fue la formula, pero tengo idea de que es una cuadratica.

l. Como probarías esta afirmación?

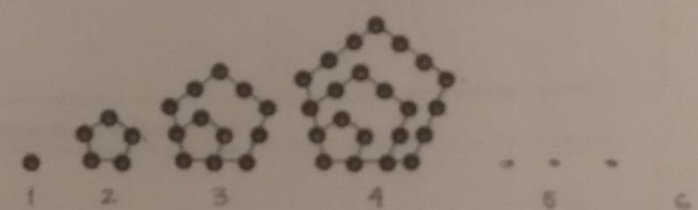
Tarea No. 2

El juego pentagonal, ¿Cuántos puntos representan a un número pentagonal?

Vas a participar de un juego a través del cual se forman pentágonos comenzando con la figura geométrica punto

Dibuja un punto en un papel. Este representa el primer número pentagonal que es el **1**. Al lado del punto dibuja
pentágono, la cantidad de vértices representan al segundo número pentagonal, que es el **5**. Extiende en una uni
lados consecutivos del pentágono para formar otro pentágono. El pentágono formado tiene tres puntos en cada
cantidad de puntos en los lados del pentágono identifica al próximo número pentagonal. (Observa el diagrama).

A continuación tienes un diagrama en el que se representan números pentagonales.



a. ¿Qué figuras aparecen en la construcción? ¿Qué característica tiene cada una de ellas?

Pentagonos, hay una bolita sola, hay un pentagono con 5 bolitas, otro pentagono con 12 bolitas, y un pentagono con 22 lados, 1 con la estructura de cada uno formo una casa

b. ¿Qué tipo de polígono se está formando?

Pentagono, en forma de casa.

c. Cuente el número de puntos, ¿Será posible saber cuántos puntos tendrá la n-esima figura? conjetu

Podría ser cualquiera de las cuatro figuras, así que podría ser 1. 5, 12 y 22 bolitas

d. ¿Cuál es el quinto y sexto número pentagonal?

El quinto seria la bolita sola
El sexto seria un pentagono con cinco puntos

e. ¿Existe algún patrón entre los números pentagonales? Explica.

Que en la secuencia primero va la bolita despu va un pentago, despues un pentagono entre otro, despues dos pentagonos entre cada pentago no y asi infinitamente

f. ¿Cuáles son los primeros 20 números pentagonales?

El pentagono 20 tiene 19 pentagonoadentro de el

g. Organice la información en una tabla

Pentagono	vs	Pentagonos por dentro			
3 13		3 = 2	11 = 10	18 = 17	
4 14		4 = 3	12 = 11	19 = 18	
5 15		5 = 4	13 = 12	20 = 19	
6 16		6 = 5	14 = 13		
7 17		7 = 6	15 = 14		
8 18		8 = 7	16 = 15		
9 19		9 = 8	17 = 16		
10 20		10 = 9			
11					
12					

h. Qué relación encuentra en el número de pentágonos y los puntos que posee?

Que en cada esquina hay un punto y en la linea hay de uno en el medio y por cada pentagono que aumente aumenta una bolita mas en un lado

i. Busca pautas, encuentra algo repetitivo?

Disminuye los Pentagonos de adentro cada vez que aumenta la Pentagonos

j. Podría establecer cual es veinteavo número pentagonal?

k. Cuál es el numero n-esimo pentagonal?

Cualquier número ya que pueden haber infinitos Pentagonos infinitos Pentagonos por dentro
y = figura, x = pentagonos interiores, +1 = y = x + 1

l. Como probarias esta afirmación?

$y = x + 1$

$4 = 3 + 1$

Se coje un numero cualquiera para sumarle 1 y asi nos dara el numero del Pentagono que necesitamos o tambien,

Se le suma uno al numero de Pentagonos interiores y asi nos dara a la figura que pertenece.

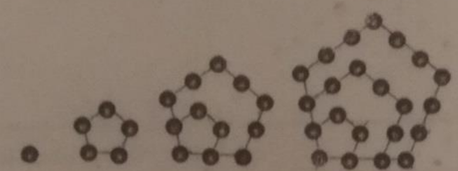
Tarea No. 2

El juego pentagonal, ¿Cuántos puntos representan a un número pentagonal?

Vas a participar de un juego a través del cual se forman pentágonos comenzando con la figura geométrica pu

Dibuja un punto en un papel. Este representa el primer número pentagonal que es el **1**. Al lado del punto dib pentágono, la cantidad de vértices representan al segundo número pentagonal, que es el **5**. Extiende en una lados consecutivos del pentágono para formar otro pentágono. El pentágono formado tiene tres puntos en ca cantidad de puntos en los lados del pentágono identifica al próximo número pentagonal. (Observa el diagram

A continuación tienes un diagrama en el que se representan números pentagonales.



1 2. 3. 4 5 6.

a. ¿Qué figuras aparecen en la construcción? ¿Qué característica tiene cada una de ellas?

Aparece una figura de 5 lados, cada una de ellas esta inmersa dentro de la otra, cada vez que aumenta su tamaño

b. ¿Qué tipo de polígono se está formando?

Se esta formando una casa.

c. Cuente el número de puntos, ¿Será posible saber cuántos puntos tendrá la n-esima figura?

Si es posible, desconocemos la ecuación

d. ¿Cuál es el quinto y sexto número pentagonal?

El quinto número tiene 35
El Sexto número tiene 51

e. ¿Existe algún patrón entre los números pentagonales? Explica.

Cada vez que un pentagono cambia de tamaño aumenta 5 puntos

f. ¿Cuáles son los primeros 20 números pentagonales?

1, 5, 12, 22, 35, 51, 70, 91, 115, 142, 172, 205, 241, 280
322, 367, 415, 466, 520, 577, 637, 700, 767, 837, 910, 986, 1.065,

g. Organice la información en una tabla

1	2	3	4	5	6	7	8
1 punto	5 puntos	7 puntos	10 puntos	13 puntos	16 puntos	19 puntos	21 puntos

h. Qué relación encuentra en el número de pentágonos y los puntos que posee?

i. Busca pautas, encuentra algo repetitivo?

Para el siguiente pentagono, se suma 3 al pentagono anterior y se le suman los pentagonos de adentro.

j. Podría establecer cual es veinteavo número pentagonal?

Si podria establecer aumentadole de a 3, el veinteavo número es 1,147.

k. Cuál es el numero n-esimo pentagonal?

Fue dificil establecer la ecuación

l. Como probarías esta afirmación?