EL SUJETO EDUCADO EN LAS RUTAS DE LA TRANSICIÓN ARITMÉTICA AL ÁLGEBRA: UNA MIRADA DESDE EL ANÁLISIS DOCUMENTAL DE LOS TEXTOS ESCOLARES

VIVIANA UNI MUÑOZ

COD. 2011287655

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
FACULTAD DE EDUCACIÓN, DEPARTAMENTO DE POSGRADOS
PROGRAMA DE MAESTRÍA EN EDUCACIÓN
BOGOTÁ
2016

EL SUJETO EDUCADO EN LAS RUTAS DE LA TRANSICIÓN ARITMÉTICA AL ÁLGEBRA: UNA MIRADA DESDE EL ANÁLISIS DOCUMENTAL DE LOS TEXTOS ESCOLARES

VIVIANA UNI MUÑOZ

Tesis para optar por el título de

Magíster en Educación

Director
Dixon Vladimir Olaya Gualtero
Línea Historia de la Educación
Grupo Educación y Cultura Política

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
FACULTAD DE EDUCACIÓN, DEPARTAMENTO DE POSGRADOS
PROGRAMA DE MAESTRÍA EN EDUCACIÓN
BOGOTÁ
2016

Nota de aceptación

____

____

____

____

____

Firma del presidente del jurado

____

Firma del jurado

____

Firma del jurado

Bogotá D.C., Agosto de 2016

1. Información General	
Tipo de documento	Tesis de grado de Maestría en Investigación
Acceso al documento	Universidad Pedagógica Nacional. Biblioteca Central
Título del documento	El Sujeto Educado En Las Rutas De La Transición Aritmética Al Álgebra: Una Mirada Desde El Análisis Documental De Los Textos Escolares
Autor(es)	Uni Muñoz, Viviana
Director	Dixon Vladimir Olaya
Publicación	Bogotá. Universidad Pedagógica Nacional, 2016, 134p.
Unidad Patrocinante	Universidad Pedagógica Nacional.
Palabras Claves	SUJETO EDUCADO, TEXTOS ESCOLARES, TRANSICIÓN ARITMETICA AL ÁLGEBRA.

2. Descripción

Tesis de grado cuyo enfoque de investigación fue cualitativo y la metodología fue el análisis de contenido empleando el programa Atlas.ti, la pregunta de investigación fue: ¿Cuál es el sujeto educado que se halla presente en las rutas de aprendizaje en la transición aritmética al álgebra que describen los textos desde la década del 50 hasta nuestros días y cómo se han desarrollado estas rutas? Las categorías de análisis para responder la pregunta de investigación son: sujeto educado, conocimiento matemático y transición aritmética al álgebra.

Los principales hallazgos de esta investigación fueron establecer una suerte de perfil del sujeto educado que se presenta en los manuales o textos escolares en las décadas analizadas, dicho perfil está sujeto las políticas educativas que a su vez están influidas por los propósitos del crecimiento económico del país, además de todos aquellos que competen a la disciplina misma. El sujeto educado se forma en un conocimiento que es periódicamente evaluado, y por tanto las pruebas estandarizadas adquieren un papel protagónico en su constitución de sujeto, los buenos resultados se convierten en un motivador para que el sujeto se autorregulación y se discipline, pues estas abren la posibilidad de acceder a las mejores opciones educativas, asumir cargos profesionales y/o laborales que garanticen una mejor calidad de vida.

3. Fuentes Primarias

A continuación, se relacionan las fuentes primarias sobre las cuales se construyó el marco teórico, en el siguiente orden:

Alzate, Arbelaez, Gomez, Angel, & loaiza. (2005). *El texto escolar y las mediaciones didácticas y cognitivas.* Pereira: EDITORIAL PAPIRO. Obtenido de http://blog.utp.edu.co/investigacioneneducacionypedagogia/files/2011/02/El-texto-escolar-y-las-mediaciones2.pdf

Arbelaez, G., Arce, J., Guacaneme, E., & Sanchez, G. (1999). *Anális de Textos escolares en Matemáticas.* Colombia: Instituto de Educación y Pedagogía. Universidad del Valle.

Cardenas, Y. (2006). *Tensiones de la identidad nacional durante la segunda mitad del siglo XX en Colombia: aproximaciones desde la producción de textos escolares de los egresados de la Escuela Normal Superior.* Bogotá: Universidad Pedagogica Nacional.

Chivata, A. K. (2013). *Manualistica femenina: historias y escritos tras las cosntrucciones de sujeto.* Bogotá: universidad pedagogica nacional.

Fendler, L. (2000). ¿Qué es imposible pensar? : una genealogía del sujeto educado. En M. Brennan, & T. S. Popkewitz, *El desafío de Foucault : discurso, conocimiento y poder en la educación* (págs. 55-80). Barcelona: Pomares-Corredor.

Fernández, Y. G. (2001). Análisis de contenido del texto escolar de matemática según las exigencias educativas del nuevo milenio. *Pixel-Bit: Revista de medios y educación, ISSN 1133-8482*, 19-31.

Herrera, M., Pinilla, A., & Suaza, L. (2003). *La identidad nacional en los textos escolares de ciencias sociales.* Bogota: Antropos Ltda.

Huberman, M., & Miles, M. (1994). Manejo de Datos y Métodos de Análisis. En N. y. Denzin, *Handbook of Qualitative Research* (págs. 428-444). Thousand Oaks.

Lupiañez G, J. L. (2009). *Expectativas De Aprendizaje Y Planificación Curricular En Un Programa De Formación Inicial De Profesores De Matemáticas De Secundaria.* Granada, España: Editorial de la Universidad de Granada . Obtenido de http://funes.uniandes.edu.co/798/2/TesisLupian%CC%83ezPublicada.pdf

Malisani, E. (1999). Los Obstaculos Epistemologicos En El Desarrollo Del Pensamiento Algebraico Vision Historica. *Revista IRICE*, Argentina. N° 13. http://math.unipa.it/~grim/AlgebraMalisaniSp.pdf.

MEN. (1998). *Lineamientos Curriculares En Matemticas.* Bogotá: MEn.

MEN. (2006). *Estandares Básicos de Competencias en lenguaje, Matemática, Ciencias y Ciudadanias.* Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.

Paipa R, L., Pérez C, H., y Pérez R, J. C. (2015). El uso del texto escolar para el desarrollo de competencias matemáticas en el componente geométrico-métrico: estudio en grados octavo y noveno de tres instituciones distritales de Bogotá. *Actualidades Pedagógicas (66)*, 17-33.

Rico, L. (1997). *Consderaciones sobre el curriculo de matemticas para educación secundaria.* Obtenido de https://scholar.google.com/citations?view_op=view_citation&hl=es&user=kKHJ-okAAAAJ&citation_for_view=kKHJ-okAAAAJ:RGFaLdJalmkC

Rico, R. L., & Lupiañez, G. J. (2008). *Competencias Matemáticas desde una Nueva Perspectiva Curricular.* Madrid, España: Alianza Editorial S.A.

Rojas, P., Rodriguez, J., Romero, J., Castillo, E., & Mora, O. (1999). *LA TRANSICIÓN ARITMÉTICA-ÁLGEBRA.* Bogota: Grupo Editorial Gaia.

Romero, J., García, G., & Niño, I. (2008). *El papel de los textos escolares de matemáticas en la implementación de los lineamientos curriculares: el caso del razonamiento multiplicativo.* Obtenido de http://funes.uniandes.edu.co/878/1/15Conferencias.pdf

Valdivé, C., & Escobar, H. (Dic. 2011). Estudio de los polinomios en contexto. Paradígma vol.32 no.2.

4. Contenidos

El trabajo de investigación presenta 4 capítulos distribuidos de la siguiente manera:

EL SUJETO EDUCADO EN LOS TEXTOS ESCOLARES DE MATEMÁTICAS: UNA MIRADA DESDE EL ESTADO DEL ARTE. En este capítulo se exponen algunos documentos en el marco de reportes de investigación como artículos, libros o tesis, que hacen referencia a la manera en que ha sido comprendido la constitución del sujeto o sujeto educado, el conocimiento matemático, el aprendizaje de las matemáticas y la transición aritmética al álgebra, en textos escolares que fueron de interés para la presente investigación.

FUNDAMENTOS DE LAS CATEGORÍAS TEORÍCAS: UN ANÁLISIS DESDE EL CONTEXTO COLOMBIANO. En este capítulo se asumen las categorías de sujeto educado, transición aritmética al álgebra, aprendizaje de las matemáticas y conocimiento matemático. En cada una de ellas se revisan los supuestos teóricos que, al ser revisados en los textos escolares, contribuyen a identificar el perfil del sujeto educado. En este mismo capítulo se incluye un recuento de las políticas educativas en Colombia, pues el sujeto de nuestra época está sometido y normalizado por las políticas educativas colombianas, y por ende influyen en la configuración de su perfi

ANÁLISIS DEL PERFIL DEL SUJETO EDUCADO POR DÉCADAS: EXPOSICIÓN DE LOS RESULTADOS DE INVESTIGACIÓN. Este capítulo presenta cada uno de los hallazgos para cada categoría de análisis que resultó al buscar del perfil del sujeto educado propuesto en esta investigación, dada la trascendencia de las políticas educativas, se analizan los manuales cada dos décadas: 50–60, 70-80 y 90 al 2010. Para empezar el análisis, cada texto cuenta con un resumen breve de sus características bibliográficas y/o consideraciones de su tiempo de creación. Luego cada texto esta analizado a partir de las categorías analíticas resultantes del análisis en el programa Atlas.ti, así: las 6 suposiciones de Fendler (2000), el conocimiento matemático y luego la transición aritmética al álgebra, la presentación de cada categoría de análisis se hace con el uso de citas tomadas de cada manual o texto escolar que da cuenta de ella o no.

Finalmente se presentan las conclusiones se desarrollan las conclusiones a partir de los objetivos y la pregunta orientadora que determinaron esta investigación.

5. Metodología
La metodología que orientó esta investigación es de carácter cualitativo, denominada análisis de contenido. Se aplicó una matriz creada a partir de las tesis que propone Fendler (2000) sobre el sujeto educado, buscando que confluyan con los elementos que en teoría garantizan la transición aritmética al álgebra, usando como medio el texto escolar. Así, el propósito de investigación fue descubrir sus componentes básicos, establecer las intenciones que tiene para el estudiante e identificar las ideas que se ponen en juego para el sujeto educado. El análisis de contenido se hizo a partir de lo propuesto por Martinez y Saperas (2011), aplicando una técnica de tipo cuantitativo al hacer un recuento de las citas encontradas y cualitativa porque se hace juicios, analistas sobre estos resultados.

Se propone tres fases de acuerdo a Huberman y Miles (1994), que por si solas no presentan jerarquías pues se pueden solapar entre sí.

Fase 1	Categorizar	Discriminación de categorías de análisis: • son sujeto educado • conocimiento matemático • transición aritmética al álgebra
Fase 2	Estructurar	Construcción de códigos para cada categoría que permita identificarlas en los manuales y textos escolares. Relacionar las tres categorías dados los códigos inductivos, empleando el programa Atlas.ti, obteniéndose un de mapa de las categorías y las relaciones que entre ellas se entretejen.
Fase 3	Teorizar	Tomar los códigos construidos en la estructuración, analizar los manuales y textos escolares, para interpretar los textos a la luz de estas categorías.

6. Conclusiones

Respecto del perfil del sujeto educado en cada par de décadas se pudo concluir que:

- Décadas 50 – 60: el sujeto educado es tratado como un elemento depositario, se le muestra las definiciones y máximo dos ejercicios, donde se le explica la secuencia de pasos a repetir, convirtiéndose en un ejercicio memorístico, no se exploran contextos, gustos o necesidades, es más importante dirigirse con tecnicismos matemáticos y escribirlo de igual forma.
- Décadas del 70 y 80: muestran un sujeto educado con un perfil más activo para su aprendizaje, se le cuenta qué y cómo va aprender, aparecen los contextos apoyados en

gráficas de tipo geométrico. Un sujeto educado que ahora pueda verificar la calidad del conocimiento matemático logrado, a través del paso a paso, que posea un conocimiento claro de los tecnicismos que le demanda el uso del algebra.

- Décadas del 90 al 2010: presentan el perfil de un sujeto educado polifacético, por tanto, capaz de interpretar el conocimiento matemático en diversos contextos, de autorregular su aprendizaje motivado por las posibilidades de aplicación del conocimiento matemático en la cotidianidad; esta motivación se presenta en los juegos que activan su creatividad o actividades tecnológicas y retos cognitivos o creativos.

En general se puedo ver que el perfil del sujeto educado respecto de las políticas educativas se ha transformado con cada nueva década, ajustándose a sus reformas basadas en objetivos para el crecimiento económico del país. Uno de los parámetros a cumplir, es el de la calidad y con ella se configura un sujeto educado para ser evaluado constantemente, que da cuenta de un conocimiento matemático contextualizado para su incursión a la vida laboral o profesional.

En esa misma línea las pruebas estandarizadas asumen un papel importante en el perfil del sujeto educado, convirtiéndose en una característica que se relaciona con su vida académica, profesional y laboral, esto se evidencio en la existencia de ejemplos de este tipo de pruebas en cada unidad temática de los textos escolares analizados desde la década del 90 al presente. El sujeto educado no puede perder de vista el panorama que se le ha vecina en lo profesional, donde los cargos laborales son ganados por meritocracia, evaluaciones que miden su destreza para la función que van a desempeñar. Con lo anterior, el conocimiento que es validado por dichas pruebas se convierte una motivación para el sujeto, pues le lleva a reconocerse como alguien adecuadamente educado, en términos del ICFES (2013), determina un ciudadano competente para la sociedad colombiana.

Un sujeto educado que es formado por la institucionalidad, guiado a través de un texto escolar que no se puede contradecir al ser tan versátil en su contenido, que parece que nada le hace falta para educar, convierte al sujeto en un ente pasivo, sin voz y sin el criterio suficiente para criticar su contenido.

Respecto del aprendizaje del algebra es de resaltar que, al hacer el recorrido desde los ejemplares de la década del 50 al presente, se emplean conceptos comunes como: área, volumen y perímetro de figuras geométricas, estos resultaron ser los ejemplos predilectos por todos los ejemplares aquí analizados, perfilando a un sujeto educado que ve el álgebra con un sentido geométrico y solo concebible en sus representaciones.

Elaborado por:	Viviana Uni Muñoz
Revisado por:	Dixon Vladimir Olaya Gualtero

Fecha de elaboración del Resumen:	31	8	2016

Contenido

INTRODUCCIÓN

El presente documento expone los resultados de la investigación sobre el perfil del sujeto educado, en las rutas de aprendizaje para la transición aritmética al álgebra que proponen dos manuales y 7 texto escolares, publicados en Colombia desde la década del cincuenta hasta nuestros días. Con esta investigación se aporta en el estudio de manuales o textos escolares que ha venido trabajando el grupo de Educación y cultura política de la Universidad Pedagógica Nacional, y en el cual se enmarca este trabajo de grado, pues aporta una mirada distinta al ubicar su lugar de investigación en las matemáticas para el sujeto educado, toda vez que las investigaciones previas se han enfocado en las ciencias sociales.

A su vez, esta investigación se relaciona con la cultura, dado que el conocimiento matemático escolar, por su dimensión educativa se gesta en el campo social, la cultura por ser agente constituyente del sujeto, emerge para pensar en los contextos de aprendizaje y enseñanza que facilitan la comunicación entre el conocimiento matemático y el sujeto, esto es lo que constituye a el conocimiento matemático escolar (Rico, 1997).

De igual forma, esta investigación aporta a la historia de la educación, en tanto que rastreó la evolución del perfil del sujeto educado en las rutas para la transición de la aritmética-álgebra, que proponen siete (7) textos escolares, uno por década, desde los años cincuenta hasta nuestros días. En éste rastreo, se vinculan las políticas educativas establecidas en cada década, que influyeron en la educación colombiana y por ende en la estructura y presentación de los manuales o textos escolares, junto a estas acciones, se hallan otras relativas a la disciplina misma.

Para el desarrollo de este estudio se han tenido en cuenta tres (3) categorías. La primera de ellas es el sujeto educado, entendido por Fendler (2000) como producto del poder y por tanto es la política quien lo determina, está sometido a ella para ser socialmente aceptado. La autora entiende que el sujeto educado es producto del cruce de diversos tópicos, por ejemplo, los procesos de enseñanza y aprendizaje y otras disciplinas que buscan explicar el comportamiento del sujeto como la psicología o la sociología, de allí podemos entender que

Fendler (2000) suponga que el sujeto educado, se educa en el alma; es decir, en su voluntad y en el deseo.

Esta categoría aporta el filtro para rastrear al sujeto desde una condición específica, lo que significa ser educado desde las propuestas que ofrecen los textos escolares, dado que el texto escolar es un instrumento que hace parte de la planeación y desarrollo de las clases, a través de sus hojas configura un sujeto educado. Las incidencias del texto escolar no solo están en las instituciones donde su uso es obligatorio, también llega a las instituciones donde no lo es, pues éste llega informalmente a través de sus docentes, en las preparaciones de clase que se apoyan en estos instrumentos, por tanto, las preguntas por ¿cuál sujeto se reproduce en los textos escolares de matemáticas? ¿Cómo se constituyen los sujetos en los textos escolares de matemáticas?; toman relevancia para la conformación de prácticas docentes, que buscan formar sujetos con identidades críticas.

Cada acción llevada a un espacio donde se celebre el acto de la educación, trae consigo el interés de otorgar al estudiante, al sujeto, instrumentos que le permitan ser competente socialmente, desempeñarse personal y profesionalmente, y aunque suene a cliché, con el sueño implícito de constituir sujetos capaces de trasformar el mundo, pero ¿cómo se están empoderando estos sujetos en el día a día?, ¿cómo las clases de matemáticas contribuyen a dicho objetivo?, y más importante aún ¿qué tipo de sujeto se constituye en el desarrollo de las páginas del texto escolar de matemáticas?; las respuestas tienen muchas variables a considerar, sin embargo, esta investigación centró su interés en los textos escolares, pues son un reflejo de la educación que se vive en cada época.

De esta manera, en los textos escolares se puede ver un reflejo de las intenciones que la educación en cada momento histórico tiene para el sujeto, en ellos se reconoce el propósito de educar en una disciplina y poseen una intensión metodológica. Cada elemento, puesto en juego en el texto escolar orienta a su lector por la línea editorial, y esta línea editorial está cargada de objetivos disciplinares, metodológicos, tecnológicos, didácticos, de enseñanza y aprendizaje, entre otros, mediados por las demandas legislativas en educación, en este caso, las políticas educativas colombianas. Sin embargo, cada editorial pone en juego su creatividad y conocimientos para gestar una propuesta que eduque al sujeto, medido con la mayor cantidad de herramientas posibles que le permitan tener un óptimo desempeño en la sociedad.

Así, la categoría de sujeto educado emerge para ser analizada en los textos escolares, pues él, es el objeto a conseguir. Fendler (2000) utiliza la genealogía de Foucault para analizar los efectos del poder en el sujeto educado, establece seis suposiciones para entender este concepto en la actualidad. Una de estas suposiciones deja claro que el sujeto educado del presente es también un producto del conocimiento, de la racionalidad, entonces, siendo las matemáticas un área que a través del tiempo se ha reconocido como una disciplina científica, seguramente ha contribuido a la formación de un sujeto educado, pero ¿a cuál?

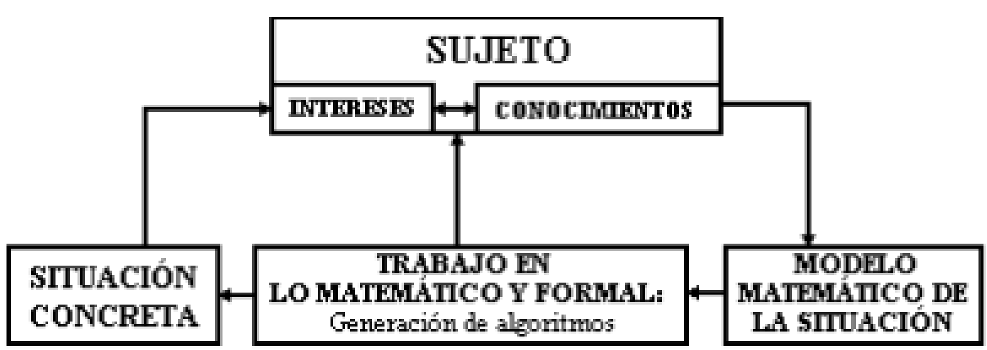
La teorización de Fendler (2000) también reconoce que un sujeto educado se complace en ser educado, en este sentido, desde edades muy tempranas los sujetos son obligados a asistir a las aulas de clase o se inician en procesos educativos institucionalizados, pero este acto puede ser por la motivación de sus acudientes o por voluntad propia, en este proceso las matemáticas y su desarrollo terminan influyendo, dado que por ser un área fundamental (Ley N° 115, 1994, Art.23) acompañará a los sujetos en todo el proceso de la educación en primaria y secundaria, pero ¿cómo lo hace? Son muchos los tópicos que en la práctica misma se tienen para analizar la suposición de Fendler, como el contexto, los sujetos involucrados, sus concepciones previas, recursos, época en que se desarrolla el proceso educativo, entre otros. El texto escolar ofrece un espacio de indagación para esta suposición, él detiene en sus páginas un momento que esboza una manera de enseñar matemáticas, pero también de ver al sujeto.

Consecuentemente, las rutas de los distintos objetos matemáticos que presentan los textos escolares, en este caso la transición aritmética al álgebra, están mediadas no solo por los referentes de la política pública, que tienen interés para el sujeto, sino también las concepciones de los autores, quienes seleccionan y privilegian actividades, explicaciones, imágenes y cuanto elemento se ubica en el texto, con el objeto de contribuir a la motivación de seguir educándose.

En este sentido, aparece la segunda categoría, la transición aritmética al álgebra, vista desde las rutas de aprendizaje que proponen los manuales o textos escolares, dado que algunas de las dificultades que se hallan en los procesos de enseñanza y aprendizaje del álgebra se explican en esta transición, por ejemplo el "cambio en el tipo de convenciones usadas en la aritmética e interpretaciones de la letra en contextos matemáticos, entre otros" (Rojas, Rodríguez, Romero, Castillo, y Mora, 1999, pág. 9). Así, esta transición es determinante, porque marca un paso de lo concreto a la abstracción; de unas matemáticas que son fácilmente identificables en la realidad circundante, a unas matemáticas que se producen y reproducen en estructuras cognitivas más elaboradas por los sujetos, y que les permiten solucionar problemas de manera más eficiente.

Aprender álgebra demanda al sujeto cambios en sus estrategias para aprender matemáticas, el nivel de abstracción que exige, permite ganar destrezas en la capacidad de razonamiento, en los procesos del pensamiento para modelar, diferenciar y extrapolar propiedades que se han utilizado en casos particulares de la aritmética, y que en el álgebra deben llevar a la generalidad (Rojas y otros, 1999).

En el diagrama Rojas y otros (1999, pág. 98) muestran un esquema del "tratamiento metodológico–conceptual" que puede explicar el desarrollo que asume un concepto al ser aprendido por los sujetos. Se puede comprender que el sujeto es activo en esta construcción del concepto matemático, se inicia por los intereses y conocimientos previos del sujeto, su primer acercamiento a la transición aritmética al álgebra, se hace a través de un modelo matemático de la situación, luego se da a una etapa de manipulación del concepto pasando por la formalidad que le requiere expresar matemáticamente las construcciones logradas. Posteriormente, sus construcciones son puestas a prueba en situaciones que requieran el concepto pre elaborado por el sujeto o se confrontan con sus intereses. La vigencia del concepto depende de cómo resista su funcionalidad en nuevas situaciones o en la



construcción de nuevos conceptos.

Es aquí donde aparece la tercera categoría, aprendizaje de las matemáticas enfocado en la transición aritmética al algebra, pues el álgebra, en el proceso de aprendizaje es un concepto matemático que para muchos sujetos resulta más un acto de fe, como se puede entender en Mason, Graham, Pimm, y Gowar (1999), quienes afirman que las personas aceptan la manipulación algebraica "como una práctica esencial para la obtención de habilidades (no específicas) necesarias para el futuro" (pág. 3), esta percepción tal vez se puede adjudicar a la complejidad que se genera en su enseñanza y aprendizaje, contribuyendo a desconocer todo el potencial que conlleva su aprendizaje al desarrollo del pensamiento inductivo y deductivo para el sujeto educado.

Como lo plantean Rojas y otros (1999), el proceso de transición aritmética al álgebra es de suma importancia para los procesos no solo cognitivos del sujeto, también lo es para la resolución de problemas que aplica el sujeto y esta estructura no se ve reflejada en los textos escolares, como lo afirman los autores:

> En la transición aritmética-álgebra, se pasa de expresiones como $2(2) + 1$, la cual puede reducirse a un sólo término, el 5, a otras como $2b + 1$, donde ya no es posible tal reducción. Así, los estudiantes se ven abocados a la dificultad conocida como falta de cierre, la cual conlleva otra adicional de carácter estructural, pues expresiones como $a^2 - b^2$ refieren una gama amplia de situaciones, como, por ejemplo: $x^2 - y^2$, $(a^3)^2 - 9$, $(5w + 1)^2$ - $(a^3)^2$,... y su forma de trabajarlas, lo cual exige para su comprensión ver lo general en lo particular y lo particular en lo general. Esto, sin embargo, no es tematizado en general en el aula de clase; tampoco en los textos escolares (pág. 24).

Los textos escolares son considerados como un dispositivo de control, tanto para los docentes como para los estudiantes y determinan qué del conocimiento se presentará, ellos incluyen el enfoque pedagógico de moda, pretendiendo llegar lo más lejos posible en las construcciones cognitivas del sujeto, vinculan conocimientos previos, para que luego el sujeto construya sus propias estructuras conceptuales, las anide a los procesos de pensamiento que se han sugerido durante el proceso de enseñanza presente en las rutas que plantean los textos escolares.

Así, la categoría aprendizaje de las matemáticas, ayuda a identificar desde la transición aritmética al álgebra cómo se aborda al sujeto, qué se ha privilegiado para su aprendizaje, pues, aunque el proceso de aprendizaje se explicite en las introducciones de los textos escolares y se ejemplifique en las rutas, esto no garantiza su adhesión total a los procesos de enseñanza y de aprendizaje.

La metodología que orientó esta investigación fue el análisis de contenido, ésta es de carácter cualitativo. Se usó una matriz creada a partir de las tesis que propone Fendler (2000) sobre el sujeto educado, y que conversan con los elementos que en teoría garantizan la transición aritmética al álgebra, convirtiéndose en las categorías a rastrear, para cada una se establecieron códigos analíticos que fueron introducidos al programa Atlas.ti, para realizar el análisis de contenido. Los códigos analíticos dispuestos en dicha matriz permiten rastrear el perfil del sujeto educado, en los ejemplares seleccionados.

La elección de los manuales y textos escolares obedeció a los siguientes criterios:

- Manuales o textos escolares de grado Octavo (8), cuyo título así lo especificara "Álgebra" o matemáticas para grado Octavo (8).
- Dado que esta investigación buscó mirar la influencia de las políticas en cada década para la transición aritmética al álgebra se eligió la impresión de textos de origen colombiano.
- Las editoriales que tienen una mayor presencia en el mercado del texto escolar en Bogotá, entre ellas se encuentra Norma, Santillana, Voluntad y SM. Esto se concluye porque al buscar los textos de décadas como 50, 60 y 70, es más frecuente encontrar textos de editoriales como Norma y Bedout.

Una vez establecidas las categorías teóricas explicadas anteriormente, y la búsqueda de investigaciones que hicieran cruces entre ellas o que las desarrollaran por separado, se concretó la siguiente pregunta de investigación: **¿Cuál es el sujeto educado que se halla presente en las rutas de aprendizaje en la transición aritmética al álgebra que**

describen los textos escolares desde la década del 50 hasta nuestros días y cómo se han desarrollado estas rutas?

Para dar respuesta a dicha pregunta, se consideró el siguiente objetivo general: Identificar el perfil del sujeto educado que proponen las rutas de aprendizaje en la transición aritmética al álgebra que proponen siete (7) manuales o textos escolares publicados desde la década del 50 hasta nuestros días y reconocer sus cambios.

Para la consecución del objetivo general se delimitaron los siguientes objetivos específicos:

1. Reconocer el contexto político-educativo de la época en la que se publicó cada uno de los ejemplares escogidos.

2. Reconocer el perfil de sujeto educado que se propone para determinada época a partir de las rutas de aprendizaje de la transición aritmética al álgebra expuestas en los textos escolares.

3. Identificar las rutas de aprendizaje en la transición de la aritmética al álgebra que propone cada uno de los ejemplares seleccionados.

4. Reconocer la relación entre sujeto educado y aprendizaje de las matemáticas.

Los principales hallazgos de esta investigación fueron: establecer una suerte de perfil del sujeto educado que se presenta en los manuales o textos escolares en las décadas analizadas, dicho perfil está sujeto a las políticas educativas que a su vez están influidas por los propósitos del crecimiento económico del país, además de todos aquellos que competen a la disciplina misma. El sujeto educado se forma en un conocimiento que es periódicamente evaluado, y por tanto las pruebas estandarizadas adquieren un papel protagónico en su constitución de sujeto, los buenos resultados obtenidos en éstas, se convierten en un motivador para que el sujeto se autorregule y se discipline, pues ellas abren la posibilidad de acceder a las mejores opciones educativas, asumir cargos profesionales y/o laborales que garanticen una optima calidad de vida.

EL SUJETO EDUCADO EN LOS TEXTOS ESCOLARES DE MATEMÁTICAS: UNA MIRADA DESDE EL ESTADO DEL ARTE

En este capítulo se exponen algunos documentos en el marco de reportes de investigación como artículos, libros o tesis, que refieren a constitución del sujeto o sujeto educado, el conocimiento matemático, el aprendizaje de las matemáticas y la transición aritmética al álgebra, con el fin de analizar la estructura que presentan los manuales o textos escolares que fueron de interés para el presente trabajo.

Al rastrear en facultades de educación de algunas universidades públicas y privadas, sobre las categorías "textos escolares", "manuales escolares", "sujeto educado" y "transición aritmética al álgebra", no se encontró alguna que las cruzara, es decir, no se hallan investigaciones que traten al sujeto educado en el área de las matemáticas, en manuales o textos escolares, aún menos, desde las rutas para el aprendizaje de la transición aritmética al álgebra. Si bien investigaciones respecto al sujeto o sujeto educado, pero desde el área de ciencias sociales en los textos escolares.

Por tanto, el rastreo de estas categorías se realizó por separado teniendo como invariante a los textos escolares, pues es desde allí, donde se origina el lugar de enunciación de esta investigación, la búsqueda se determinó así:

- ✓ **Sujeto educado** se buscó como Textos escolares – sujeto, o sujeto educado.
- ✓ En relación con **Transición aritmética al álgebra** se buscó como Textos escolares - Transición aritmética al algebra.
- ✓ **Aprendizaje de las matemáticas** se buscó como Textos escolares - Conocimiento Matemático y aprendizaje de las matemáticas.

A continuación, se presentan los hallazgos en relación con las investigaciones que trabajan estos cruces de categorías, y cómo estos configuran el problema de investigación.

Sobre el sujeto y los textos escolares

Para la categoría sujeto o sujeto educado, se tuvo en cuenta las investigaciones desarrolladas por el grupo de investigación "Educación y cultura Política" de la Universidad Pedagógica Nacional, con relación a los manuales o textos escolares. En este sentido, *La identidad nacional en los textos escolares de ciencias sociales* (Herrera, Pinilla y Suaza, 2003), es una investigación que aborda la historia de la educación en tanto historia de la cultura. Los autores rastrean la categoría "identidad nacional, cómo se construye lo popular y los distintos componentes étnicos de la nacionalidad" (pág. 13), en manuales de enseñanza de la historia, la geografía y la instrucción cívica, durante las décadas de los años 1900 a 1950. Lo autores aclaran que la preocupación por los manuales escolares se ha venido consolidando en América Latina, pues aportan diferentes tensiones que abren nuevos objetos de indagación, para el campo de la educación.

En lo concerniente al presente trabajo, el aporte de la investigación adelantada por Herrera, Pinilla y Suaza (2003), está en la idea de que el texto escolar reproduce una concepción de conocimiento para un sujeto "pasivo, anónimo, susceptible de ser instruido y formado de acuerdo con las élites nacionales" (pág. 182). Concluyendo, se marca una tensión entre un sujeto que es una manifestación del sistema de la época, de las demandas de "los lineamientos de las élites nacionales" y el sujeto que necesita la sociedad.

La siguiente investigación corresponde a la desarrollada por Cárdenas (2006), titulada: *Tensiones de la identidad nacional durante la segunda mitad del siglo XX en Colombia*: *aproximaciones desde la producción de textos escolares de los egresados de la Escuela Normal Superior*, donde se analiza el proyecto político y pedagógico de la Escuela Normal Superior, particularmente las categorías de nacionalismo y escolanovismo, que se presenta en los textos escolares de ciencias sociales cuyos autores son egresados de la Escuela Normal Superior. Sobre los manuales escolares analizados, Cárdenas (2006) afirma que, durante el siglo XX, estos se convirtieron en

> "*Los principales controladores del currículo, en tanto que delimitan el qué, el para qué, el cómo, el cuánto y el cuándo, de la enseñanza y el aprendizaje, superando en*

ocasiones los currículos oficiales, al ser protagonistas de lo que concretamente es enseñado" (pág.6).

En relación al sujeto, en sus conclusiones, la autora plantea que el análisis de los textos dejó ver que a partir de los años 20 se constituye un nuevo "sujeto social", que para la siguiente década es la imagen de lo colombiano.

El único trabajo a la fecha que considera la categoría de sujeto educado es el desarrollado por Chivata (2013), titulado *Manualística femenina: historias y escritos tras las construcciones de sujeto*s, el cual centró el análisis en las características del perfil del sujeto educado que se hallan en "los manuales escolares elaborados por mujeres y la relación de este con el currículo" (pág.7).

En el desarrollo de la investigación, Chivata (2013) logró esclarecer el momento en que las mujeres se inician en la elaboración de manuales escolares, y por tanto se identifica el ingreso de ellas al campo intelectual de la educación en el territorio colombiano. La autora declara que "por medio de esta historia se puede captar la mediación simbólica, las prácticas a través de las cuales los individuos aprehenden y organizan significativamente la realidad social" (pág. 12).

Esta investigación fue de carácter cualitativo. Se enfocó en los discursos que subyacen a formas de organización social y cómo, a través de ellos, son moldeados los individuos, reconociendo la interdependencia entre lo social e individual, la existencia de lo cultural relacionado con lo social y el poder. A propósito del sujeto educado, la autora concluye que las características encontradas responden:

> A un sujeto formado para la modernidad bajo los principios del escolanovismo, cuya finalidad de vida es la felicidad y ella se encontraba en la aplicación de los valores morales del catolicismo y en la escuela. Ser sujeto educado implicó estar ubicado en el lugar que a partir del siglo XX le corresponde al niño: la escuela, a través de ella se logra el progreso, pues la ignorancia o ser ignorante es el pecado, quien no va a la escuela está condenado al fracaso y a los vicios (pág. 11).

En lo que atañe al perfil del sujeto educado, los hallazgos de Chivata (2013) reconocen que los manuales escolares son una herramienta donde se exhiben las pretensiones para con dicho sujeto; se observa que no solo le “adiestra” en un conocimiento, sino que también se educa en el deseo, el cuerpo y el sentido común.

Las tres investigaciones antes citadas aportan a este estudio la idea de estudiar el texto escolar como un instrumento que tiene intenciones: sociales, cognitivas, culturales, de adiestramiento, entre otras; todas demarcadas por políticas educativas cuyas motivaciones no siempre están mediadas por el sujeto, sino por demandas económicas, teniendo a modo de excusa el mejoramiento de la calidad de la educación, así los textos escolares ayudan a la formación de sujetos, pero estos son determinados por una época y por la concepción de un sujeto educado que demanda la sociedad.

De acuerdo con lo anterior, se reconoce una primera tensión a tener en cuenta en la presente investigación y es la idea de sujeto educado que se halla de forma implícita o explícita en los manuales o textos escolares, versus los sujetos que enseñan y aprenden, que dado el contexto se constituyen posiblemente de otra manera, pero que, al emplearlos, se ven influenciados por la tendencia de sujeto educado de la época que es reproducida en ellos.

En las investigaciones de Chivata (2013), Cárdenas (2006) y Herrera, Pinilla, y Suaza, (2003), se hallan varias razones por las cuales la categoría de sujeto es significativa para el campo de la educación, en tanto es producto del adiestramiento en un conocimiento, de la educar en el deseo, en el cuerpo y en el sentido común. Así, los textos escolares cuyo propósito es mediar en la enseñanza y aprendizaje, se ajustan a estas demandas y buscan responder a ellas o replicarlas, según sea el caso, reproduciendo un modelo de sujeto educado que se determina por la época.

Chivata (2013) ubica su investigación a mediados del siglo XIX, logrando identificar que el sujeto es educado hacia la modernidad, bajo principios morales del catolicismo y la idea que la ignorancia es pecado, mostrando que la escuela es el espacio privilegiado para formar sujetos educados. Esta conclusión la podemos emplear en el presente estudio, y comprender que cada época le demanda al sujeto ajustarse a las necesidades sociales, económicas, políticas, culturales entre otras, en aras de ser competente y productivo en la sociedad.

Esta conclusión queda sustentada con el trabajo de Cárdenas (2006), pues la categoría de sujeto que encontró la autora en los textos escolares de sociales, le permitió concluir que allí se está configurando un sujeto con una función específica a desempeñar, la de un "sujeto social", que es forjado a partir de las épocas pasadas.

En el trabajo de Herrera, Pinilla y Suaza (2003), no solo se hallan muchos argumentos que ratifica las conclusiones hechas por Chivata (2013) y Cárdenas (2006), también se aclara que estas funciones o configuraciones sobre el sujeto educado que se demandan en los textos escolares obedecen a los lineamientos de las élites nacionales, es decir, para estos autores, los textos escolares colombianos que analizaron, muestran que el sujeto es forjado con un conocimiento que lo configura como pasivo, desconocido, influenciable y formado de acuerdo con el poder político de las élites nacionales, así, estos trabajos dan la posibilidad de hablar de un sujeto producto del poder político, al servicio de las demandas sociales.

Como se puede notar, las investigaciones referenciadas se centran en textos escolares de ciencias sociales; sin embargo, es significativo indagar qué pasa con estos en otras áreas, por ejemplo, matemáticas, pues por su génesis, están al servicio del sujeto y no es de su interés estudiarlo, sin embargo, es una disciplina, una ciencia que es fundamental en la formación de los sujetos en el mundo.

En Colombia la ley 115 de 1994 en su artículo 23, declara que las matemáticas son un área fundamental, esta obligatoriedad se refuerza con las pruebas estandarizadas nacionales e internacionales que validan tanto el aprendizaje de los sujetos como la educación de los países. El Instituto Colombiano para el fomento de la educación superior-ICFES- es el encargado del diseño y aplicación de las pruebas estandarizadas y por orientación del Ministerio de Educación Nacional ha adaptado las pruebas con un eje basado en competencias de acuerdo con cada área; desde el 2013 ha venido en un proceso de estructuración en lo que atañe a los núcleos comunes; en matemáticas un ejemplo de estos son razonamiento cuantitativo.

Es interesante que, al hilar un poco más fino en estas pruebas, la definición de competencias produzca una razón del porqué estudiar al sujeto es importante, citando a Rychen y Salganik (2003, citados en ICFES, 2003):

> competencias desde la perspectiva de una vida exitosa y una sociedad que funcione adecuadamente, teniendo en cuenta los beneficios sociales que puede brindar un individuo adecuadamente educado[1] para una economía productiva, la democracia, la cohesión social y la paz. A nivel individual, los beneficios que pueden traer las competencias llevan a una participación exitosa en el mercado laboral, en procesos políticos, y en contextos sociales; y a relaciones interpersonales armónicas y una satisfacción general con la vida propia (pág. 11).

Bajo esta definición, según el ICFES, el sujeto adecuadamente educado garantizaría generaciones exitosas. Así, los textos escolares de matemáticas, también incorporan en sus estructuras este tipo pruebas, que, por un lado, contribuyen al objetivo de "medir" qué tan competente es el estudiante y a su vez los familiariza con el protocolo que conlleva responder estas pruebas. Ahora bien, siendo matemáticas un área con intensidad académica considerable con respecto a otras asignaturas, en cada año escolar, seguramente ha tenido mayor tiempo de reforzar los pilares de un sujeto que se determina por los lineamientos de las élites nacionales, como lo declaran Herrera, Pinilla y Suaza (2003).

Con lo anterior, la pregunta por el sujeto educado y su presencia en los textos escolares de matemáticas, desde la teorización que propone Fendler (2000) hace imperioso generar reflexión sobre los modelos que replican, de lo que realmente se enseña con las palabras o intensiones, pero que son distantes de los hechos, es decir, el docente pueden hablar de sujetos libres y pensantes, sugerir a sus estudiantes dinámicas que responden a un sujeto educado que sea crítico, capaz de empoderarse, de crear su mejor habitad; sin embargo, con el desarrollo de las actividades, en cada clase; se forja sujetos dependientes a parámetros para hacer efectivo el acto de reflexionar y construirse, sujetos que se educan para no salirse de los límites sociales establecidos a través de la educación.

Sobre el aprendizaje de las matemáticas y los textos escolares

El trabajo "Análisis de textos escolares en matemáticas" elaborado por Arbeláez, Arce, Guacaneme, y Sánchez (1999), se constituye en una antología del tema, se divide en tres partes. La primera hace reflexión sobre los textos escolares en general y sus implicaciones.

[1] El subrayado es mío.

La segunda refiere al análisis del texto escolar de matemáticas desde diferentes perspectivas, entre ellas: filosofía de las matemáticas, epistemología, transposición didáctica, análisis del discurso escolar matemático y de los contenidos; finalmente, exponen anexos de textos que ayudan a referenciar y sustentan las reflexiones hechas.

En las conclusiones aportadas por Arbeláez y otros (1999) se encuentra que la falta de rigurosidad y de exigencia en el diseño de los textos escolares, por parte de los estudiantes, padres de familia e instituciones educativas, y todos aquellos sujetos que hagan uso del texto escolar, no permite tener textos escolares que hagan un aprovechamiento mayor del conocimiento matemático. Esta sugerencia nace en la idea de que, si se exige más a los textos escolares, ellos harán una mejor aproximación a este conocimiento, es decir, plantearán diferentes alternativas para abordar un determinado concepto matemático.

Lo anterior condensa elementos que muestran al texto escolar como derrotero a seguir por el estudiante, es decir, presentan el conocimiento institucionalizado, validado, que perfila al sujeto educado. Esta idea puede conversar con la suposición dos (2) de Fendler (2000): *El conocimiento científico es el que construye al sujeto educado*, y la tres (3), donde se postula que *existe un procedimiento para ser un sujeto educado*. En otras palabras, si los textos escolares en matemáticas hacen una mejor aproximación al conocimiento matemático, dada la exigencia social, se seguirá reforzando el planteamiento sobre ellos como reproductores del conocimiento matemático "oficial", que se validará en el uso continuo y masivo que hagan las comunidades académicas y sociales.

El trabajo de Arbeláez y otros (1999), aporta a la presente investigación, el interés por la institucionalización del carácter de veracidad que se le otorga a los textos escolares de matemáticas; pero no con la idea de creer que el texto escolar mantiene la última palabra con relación a lo que puede trabajarse en el aula, sino más bien como una propuesta de clase que posee diversas aristas sobre una manera de aprender un proceso y contenido matemático.

Una segunda investigación que aduce a esta categoría, es la expuesta en el artículo *El uso del texto escolar para el desarrollo de competencias matemáticas en el componente geométrico-métrico: estudio en grados octavo y noveno de tres instituciones distritales de Bogotá*. Los autores Paipa, Pérez y Pérez (2015), plantean la influencia del uso del texto escolar en el desarrollo de las competencias matemáticas, teniendo en cuenta criterios de selección como el uso por parte del docente y las relaciones entre las competencias que trabajan el texto escolar y las que el profesor pretende potenciar.

Esta investigación, de enfoque cualitativo, usó para el análisis la “triangulación hermenéutica”; los instrumentos de recolección de datos empleados les permitió identificar percepciones del docente sobre la utilización del texto escolar y el componente geométrico, concluyendo que el uso combinado de éste con la planeación y ejecución de clase apoya el proceso de enseñanza, y mantiene vigentes modelos o estilos de enseñanza y aprendizaje desde 1981 hasta 1989.

La investigación de Paipa, Pérez y Pérez (2015), aporta a la presente, la inquietud por la influencia del texto escolar en el sujeto, rastrear las acciones de tipo didáctico en que se está enseñando las matemáticas en un grado específico, el esclarecer los “estilos” de presentar o desarrollar un tema o contenido matemático, que según estos autores parecen mantenerse en el tiempo.

Un tercer documento es el artículo *El papel de los textos escolares de matemáticas en la implementación de los lineamientos curriculares: el caso del razonamiento multiplicativo*, de Romero, García y Niño (2008). Este trabajo muestra un análisis de la organización de campos conceptuales, empleando de contexto a las situaciones problema y la “actividad de resolver problemas”, particularmente aquellas que refieren al campo multiplicativo. La investigación se realizó en textos escolares de finales de la década del noventa y comienzos de la del 2000, teniendo como directrices la propuesta de los lineamientos curriculares.

En términos generales Romero, García y Niño (2008), revisan el impacto de los lineamientos en los textos escolares, puesto que comparan textos realizados antes y después de los lineamientos, concluyendo que en la estructura se mantiene la presentación de contenidos y se hallan evidentes mejoras en las representaciones gráficas, algunas actividades establecen relaciones entre conceptos, pero aún siguen mostrándose aislados.

Los autores resaltan dos aspectos que explican la importancia que tienen los textos escolares en matemáticas: (1) es un seleccionador de los conceptos, metodologías, ejemplos, contextos que privilegia sobre otros, al momento de colocarlos en los textos; (2) a su vez son los “portadores de propuestas didácticas innovadoras y en algunas ocasiones se convierten en la única voz didáctica para desarrollar innovaciones o promover cambios” (pág. 7).

Esta investigación aporta a la presente, en dos aspectos. El primero permite iniciar con la premisa de que los textos escolares colombianos se afectan por la normatividad, sin embargo, deja notar que, aunque se “enriquecen los contextos de las situaciones y se aumenta el número de representaciones en los enunciados de los ejercicios y ejemplos” (Romero, García y Niño. 2008, pág. 8), no hay una coherencia total con toda la propuesta del texto para con el concepto matemático a propósito de su ruta didáctica.

En el segundo aspecto está el concepto de coherencia para la transición aritmética al álgebra, es decir, los textos deben presentar conexión entre la ruta de aprendizaje, la didáctica y la propuesta metodológica del texto y si no se halla, tal vez se deba a la desidia que pueda ocasionar el diseñar una nueva ruta de enseñanza y aprendizaje, siendo más fácil repetir rutas que privilegien actividades que conlleven a la memorización.

En el artículo *Análisis de contenido del texto escolar de matemática según las exigencias educativas del nuevo milenio* de Fernández (2001), se expone el estudio del contenido del texto escolar de matemáticas empleado en el aula de clase de primaria, en Venezuela. El objetivo de esta investigación en relación con el texto escolar es

> …determinar si su contenido está funcionando como elemento estratégico de formación, actualización o transformación social, que permita que los escolares ingresen al nuevo milenio con una estructura cognoscitiva y psicológica acorde a la tendencia constructivista o, si, por el contrario, éste no se adapta a las modernas disposiciones educativas (pág.19).

La metodología se encuadró en la investigación de campo, e implementaron acciones que se corresponden con el análisis documental; los objetos de estudio fueron los textos de matemática que han sido adaptados al diseño curricular vigente. Este trabajo concluyó que los textos escolares luego de la reforma[2] no están adecuados totalmente a lineamientos de la

[2] Reforma Venezolana en la que se ubica esta investigación se originó los años 1997 y 1998, donde el propósito es intervenir en la práctica pedagógica de los docentes para trasformar las aulas de clases en espacios para el desarrollo de las experiencias significativas. Algunas de las consecuencias que se esperaba de

acción constructivista. Encontraron que la estructura está adecuada a los enfoques tradicionales y las competencias matemáticas no satisfacen las exigencias del nuevo milenio.

En conclusión, los trabajos aquí citados en la categoría transición aritmética al álgebra aportan a la presente investigación el reconocimiento de las diferentes rutas que se puede encontrar en los textos escolares para dicha transición, eso significa, que los estudiantes hallar diversas estrategias con las que logren manipular y operar los conceptos que conllevan a la comprensión del álgebra.

Otro elemento que aportan las investigaciones antes citadas, es la tensión que se puede originar entre la relación del sujeto y las rutas de aprendizaje que exponen los textos escolares si bien los docentes diseñan, gestionan y evalúan sus propuestas de enseñanza empleando los textos escolares, en el caso de Colombia, que a su vez están determinados por los Lineamientos curriculares dados por el Ministerio de Educación, donde se propende por un sujeto adecuadamente educado (ICFES, 2013, pág. 11), los manuales o textos escolares terminan por privilegiar una ruta de aprendizaje y todos los sujetos no aprenden de la misma manera, así resulta interesante preguntarse por lo que configuran estas dos tensiones y además como configuran al sujeto educado.

Arbeláez y otros (1999) destacan la importancia de analizar los contenidos de los textos escolares, pues de acuerdo con las secuencias que proponen se puede dar un mejor aprovechamiento del conocimiento matemático. Estos autores dan un valor agregado a los textos escolares al reconocer que con ellos se promulga los avances en enseñanza y aprendizaje, es decir, los textos son los primeros en promover las nuevas corrientes de aprendizaje.

Estas dos investigaciones resaltan el interés que se tiene por la institucionalización del carácter de veracidad que se otorga a los textos escolares de matemáticas como la guía para desarrollar las clases, pues cumplen con el propósito de ser lo más ajustado posible al

---

esta intervención es disminuir los índices de repitencia y deserción escolar, a su vez se propone un nuevo diseño curricular para los programas de estudio, abandonado la carga de contenidos a uno que trabajara lo esencial teniendo como ejes trasversales a “lengua, pensamiento lógico, valores y educación para el trabajo, cruzado con sólo seis asignaturas (lengua, matemática, ciencias sociales, educación física y educación artística” (Fernández, 2001, pág. 3) currículo escolar, a la legislación colombiana y a los avances en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Sin embargo, en la presente investigación, el texto escolar sigue siendo producto de un sin número de lineamientos del área de conocimiento, de la enseñanza y el aprendizaje, de intereses comerciales, políticos, culturales, sociales entre otros; que convergen en la propuesta que finalmente llega a las manos del docente y del estudiante.

Esta idea de institucionalización de veracidad que se ha promulgado sobre el texto escolar de matemáticas se gesta como una tensión más en el sujeto, dado que el texto es una propuesta que busca en alguna medida idealizar los mínimos o los máximos de formación para un sujeto, ¿cómo reconoce el texto la realidad cercana e inmediata por la que transita el sujeto?, es decir, si asumimos que el modo de aprender y enseñar matemáticas es la que se ajusta en los textos escolares, ni siquiera se estaría poniendo en tela de juicio sus rutas metodológicas, didácticas y la manera de acercar el conocimiento matemático al sujeto, con seguridad se replican modelos de aprendizaje que claramente están determinados por los "lineamientos de élites nacionales", que desconocen los contextos cercanos del sujeto que además contribuyen a su formación.

Esta tensión se ve claramente sustentada con la investigación de Paipa, Pérez y Pérez (2015), quienes concluyen que el uso combinado del manual escolar en la planeación y ejecución de clase apoya el proceso de enseñanza y aprendizaje, manteniendo vigentes modelos o estilos en el rango de su estudio (de 1981 hasta 1989). Entonces, el aprendizaje de las matemáticas en las aulas, como lo explican los autores, termina mediado por los textos escolares de matemáticas, que por tradición poseen carácter de veracidad, que no da pie a dudar de sus afirmaciones pero ¿qué ocurre con el sujeto que está siendo formado por situaciones distintas a las planteadas en el texto escolar?, es verdad que en la actualidad se cuenta con diversos enfoques para el aprendizaje de las matemáticas que buscan cubrir diversas formas de aprender, pero las condiciones sociales que determinan al sujeto son múltiples así que ¿cuál de ellos promueven los textos escolares en matemáticas?, ¿qué aprendizaje encuentran los estudiantes en estos textos escolares?

Sobre el conocimiento matemático y los textos escolares

A continuación, se presentan algunas investigaciones que refieren al estudio de la transición aritmética al álgebra y su relación con los textos escolares.

Los obstáculos epistemológicos en el desarrollo del pensamiento algebraico de Malisani, (1999), es una investigación cuyo objetivo fue:

> "estudiar la construcción del lenguaje algebraico, con su ambigüedad semántica y su riqueza de significados, en relación a la evolución de los métodos y de las estrategias de resolución de ecuaciones en los dos períodos históricos anteriores a la formalización: retórico y sincopado. Porque es precisamente en la fase de transición entre el pensamiento aritmético y el pensamiento algebraico donde se encuentra el pasaje entre un campo semiótico significativo (la aritmética) y el tentativo de poner a punto un nuevo lenguaje (el álgebra) relativo a una cierta clase de problemas (la resolución de ecuaciones)" (pág. 2).

De las conclusiones que este estudio arrojó, para los intereses de la presente investigación, se escogieron dos:

Primera: se reconoce que el desarrollo del lenguaje algebraico[3] es "muy lento y dificultoso"; esto se puede atribuir al paso del lenguaje cotidiano al lenguaje matemático donde la comprensión de este último, demanda un nivel considerable en el manejo de operatividad y simbolismo. Desde este desarrollo, se explica por qué las representaciones que hacen los textos escolares en la transición aritmética al álgebra resultan en muchos casos insuficientes, ya que la transición requiere tiempo e implica dificultades al pasar del lenguaje cotidiano al matemático, así que el texto tendría que mantener un nivel de rigurosidad para proveer una mínima conceptualización, pero la idea no es tan viable en la programación que se pueda realizar del texto escolar, debido a que hay múltiples conceptos que se enseñan y la cantidad de páginas no es suficiente al crear una extensión moderada de un solo concepto.

[3] Se puede entender como Lenguaje algebraico, todas aquellas expresiones que incluyen, símbolos matemáticos y las magnitudes numéricas se representan con letras, estas expresiones permiten simbolizar una situación, por ejemplo: ecuaciones, inecuaciones, teoremas, todo esto con el fin de mostrar generalidades.

Segunda: al existir obstáculos en el pensamiento numérico[4] con seguridad se tendrán obstáculos en el pensamiento algebraico y variacional; esta conclusión, admite a la presente investigación reconocer que los apartados como ideas previas o notas aclaratorias en los textos escolares, buscan recordar al estudiante conceptos que son prerrequisitos para el tema que comenzarán a aprender y que, si no se cuenta con ellos, se genera un obstáculo cognitivo sobre el nuevo concepto que se está construyendo. Aunque no es objetivo de la presente investigación analizar estas ayudas, si es conveniente reconocer que algunas de ellas seguramente buscaran reforzar alguna idea o concepto de la transición aritmética al álgebra.

La transición aritmética-álgebra de Rojas, Rodriguez, Romero, Castillo y Mora (1999), es el resultado de una investigación acerca de las dificultades presentes en los procesos de enseñanza y aprendizaje del álgebra, que se encontraron en un estudio realizado con "estudiantes de octavo grado, sobre interpretaciones de la letra en contextos algebraicos; así como también, algunos elementos a tener en cuenta en el diseño de actividades en el aula" (pág. 7).

Son muchos los aportes que al respecto del tema de investigación brindan los autores, sin embargo, para los intereses del presente trabajo se retoma lo que proponen a propósito de la idea de la imagen de álgebra como aritmética generalizada, que resulta ser propagada, implícitamente, en algunos textos escolares y trabajada por los docentes, impidiendo que se puedan dar otras interpretaciones que existen sobre la letra como número generalizado, lo que podría nutrir el pensamiento algebraico que construyen los estudiantes de grado octavo al seguir la ruta que propone el texto escolar.

Otra investigación consultada para esta categoría es la titulada Estudio de los polinomios en contexto, de Valdivé y Escobar (2011) cuyo propósito es describir cómo construyen los estudiantes el concepto de polinomio. Aquí la transición aritmética al álgebra está implícita en los propósitos y conclusiones de la investigación, al respecto los autores resumen sus resultados en tres tópicos:

[4] El pensamiento numérico se relaciona con: "describir, comparar y cuantificar situaciones con números, en diferentes contextos y con diversas representaciones" (MEN, 2006, pág. 79).

> El discurso escolar usa indistintamente la noción de polinomio como polinomio, función polinómica y expresión polinómica en un contexto algebraico.
>
> El estudio histórico epistemológico permitió un acercamiento de cómo surgió y evolucionó la noción en cada cultura, observándose el uso indistinto de ella, tal como lo hace el discurso escolar.
>
> Los autores comprenden y asimilan el concepto cuando transitan de la aritmética al álgebra en diferentes contextos, otorgándole diferentes significados a la noción, consiguiendo con ello una ruptura con el álgebra desde sus prácticas aritméticas (pág. 1).

Metodológicamente la investigación de Valdivé y Escobar (2011), es "cualitativa, descriptiva, exploratoria e interpretativa". Los autores realizaron "análisis didáctico y epistemológico desde otros marcos teóricos como la Socioepistemología, en busca de resignificar una noción y recuperar la complejidad de los objetos estudiados" (Colin, Martínez y Farfán, 2006, citados en Valdivé y Escobar, 2011. pág. 1).

El estudio de Valdivé y Escobar (2011), aporta a la categoria de la transición aritmética al álgebra de la presente investigación, que el uso de diversos contextos en los textos escolares facilita la comprensión de la transición aritmética al álgebra. A su vez refuerzan la tensión sobre la idea que el conocimiento matemático que es puesto en los textos escolares se determina por directrices que no necesariamente responden al área de las matemáticas, pues los autores encontraron que los textos escolares presentan un tratamiento diferente en lo que refiere a lo didáctico, hacia los polinomios, y donde el enfoque depende del nivel de formación de cada autor o autor (es), que a su vez, están influenciados por las pautas de los programas oficiales o de las editoriales. Esta investigación refuerza la idea sobre los textos escolares como replicadores de dinámicas de poder y además propenden por su cumplimiento, esto es explicito cuando dicen:

> A través de ellos se establece un control social de los aprendizajes y lo que está escrito se toma como una verdad absoluta en cuanto a sus contenidos, problemas y conceptos desarrollados, tal como se evidencia en el análisis del discurso del profesor en la clase (pág. 1).

Las investigaciones citadas alrededor del conocimiento matemático muestran la urgencia de abordar en los textos escolares diversas situaciones de tipo matemático que enriquezcan la compresión de la transición aritmética al álgebra, es decir, es más productivo para la enseñanza–aprendizaje del pensamiento algebraico que se reconozca su aplicabilidad a diversos contextos; rutas de aprendizaje que involucren momentos que dirijan al sujeto por contextos donde aplique lo visto, pero no exclusivos al universo de los números, sino también con aquellos que se relacionan con su cotidianidad donde pueda representarlas, este es un paso necesario para la transición aritmética al álgebra.

Las investigaciones aquí analizadas, contribuyen a la categoría transición aritmética al álgebra una tensión más, y se origina en el sujeto que se debate entre la aritmética y el álgebra, configurándole un perfil particular, uno que parece ser diferente para cada una de ellas, pues el paso de la aritmética al álgebra no es instantáneo, requiere de un proceso lento y complejo que supone al sujeto cambios en las estructuras aritméticas que ha construido hacia el aprendizaje y enseñanza del álgebra, donde las estructuras se anidan en las primeras.

El álgebra se anida frecuentemente en los conceptos aritméticos que son prerrequisito a los estudiantes al iniciar grado octavo, que es el curso donde oficialmente se hace apertura al tema. El propósito de arraigar la aritmética al álgebra permite construir un conocimiento más elaborado en cuanto a procesos de generalización refiere, y por tanto sus estructuras son más complejas, así, la tensión se debate entre un sujeto que proviene de una zona conocida (la aritmética), en la cual lleva un mínimo de 8 años, y ahora, se enfrenta a otra que es nueva, pero a la vez no lo es, que le demanda entablar relaciones que no evidencia en un primer momento, consecuentemente debe constituirse en un sujeto educado diferente, cuyo perfil debe estar en la capacidad de abstraer y generalizar propiedades. Un sujeto educado en el álgebra construye un perfil distinto al sujeto educado en la aritmética, por tanto, es válido preguntarse ¿cómo es el sujeto educado que se forma en el álgebra y cuáles son sus diferencias con el que se formó en la aritmética?

Los textos escolares no son ajenos a estas demandas sobre el sujeto y por tanto le apuestan a la mejor ruta para que el sujeto comprenda, aprehenda e interiorice esos procesos de generalización propios del álgebra. De modo que la transición aritmética al álgebra ha generado investigaciones que buscan explicar sus construcciones y dificultades, tratando de proponer acciones que permitan superarlas, por tanto, el aprendizaje se vuelve un tópico a evaluar minuciosamente.

Este panorama, en el que se convoca al estudiante que ha aprendido aritmética a cambiar su estructura para aprender álgebra, justifica la tercera categoría que considera la presente investigación; el aprendizaje de las matemáticas, focalizando la transición aritmética al álgebra, pues en esta transición, el sujeto llega de un mundo, la aritmética, donde ha procurado dominar sus reglas y formas de comunicarse con ella, a un mundo que de golpe parece no relacionarse con el conocimiento que ha construido. Sin embargo, este sujeto debe emplear su conocimiento como pedestal para las nuevas construcciones en el mundo del álgebra, esto le implica que se enfrente a obstáculos, dificultades y errores propios del proceso.

En este proceso es natural percibir al álgebra arraigada a la aritmética, sin embargo, estas relaciones no son tan perceptibles en un primer momento, se deben construir. La transición es lenta, pues se realiza el paso del lenguaje cotidiano[5] al lenguaje simbólico[6] donde la comprensión de este último, demanda un nivel significativo en el manejo de operatividad y simbolismo, y sin esta experticia previa en el universo de la aritmética se generan con toda seguridad obstáculos en el pensamiento algebraico, es decir, dificultades en la construcción de estructuras a partir de los conceptos previamente logrados en la aritmética.

La investigación hecha por Rojas y otros (1999) ratifica esta dificultad e identifica como responsable a la propagación de la idea del álgebra como aritmética generalizada que emplean los textos escolares y los docentes al momento de enseñarla, impidiendo que se puedan dar otras interpretaciones que existen sobre la letra, por ejemplo, como incógnita, variable, etc., y no solo como número generalizado. Justo esta propagación, permite modelar una tensión en torno a cómo se está llevando la transición aritmética al álgebra en los textos escolares ¿qué se privilegia sobre la transición aritmética al álgebra en relación al aprendizaje? Esta tensión es importante dado que no solo el texto responde por la

[5] En matemáticas, para la transición aritmética al algebra, el lenguaje cotidiano que emplean las personas en sus conversaciones desprovistas de alguna carga simbólica de las matemáticas, se denomina lenguaje natural.
[6] En matemáticas, el lenguaje simbólico refiere a las expresiones que incluyen términos, símbolos que pueden ser matemáticos, geométricos o gráficos que comunican situaciones matemáticamente.

naturaleza del objeto matemático, sino que responde a dinámicas de poder y propenden por su cumplimiento, como lo dicen Valdivé y Escobar (2011).

Finalmente, a partir de las referencias hechas a las investigaciones, se demuestra que no hay estudios que crucen las categorías que son de interés para este trabajo: *Sujeto educado, transición aritmética al álgebra y aprendizaje de las matemáticas,* lo que permite considerar que esta intersección es pertinente, novedosa y necesaria, como un aporte para el campo de la educación. Atendiendo las tensiones expuestas anteriormente, se hace importante la pregunta de investigación planteada: ¿Cuál es el sujeto educado que se halla presente en las rutas de aprendizaje en la transición aritmética al álgebra que describen los textos escolares desde la década del 50 hasta nuestros días y cómo se han desarrollado estas rutas?

FUNDAMENTOS DE LAS CATEGORÍAS TEORÍCAS: UN ANÁLISIS DESDE EL CONTEXTO COLOMBIANO

En este capítulo se asumen las categorías de sujeto educado, transición aritmética al álgebra, aprendizaje de las matemáticas y conocimiento matemático. En cada una de ellas se revisan los supuestos teóricos que, al ser analizados en los textos escolares, contribuyen a identificar el perfil del sujeto educado.

Sobre el sujeto educado

En el artículo de Lynn Fendler (2000) cuyo título es *¿Qué es imposible pensar? Una genealogía del sujeto educado*, la investigadora usa la genealogía de Foucault para analizar los efectos del poder en el sujeto educado. Para Fendler, el sujeto educado es producto del poder y por tanto es la política quien lo determina y está sometido a ella para ser socialmente aceptado. La autora, entiende que el sujeto educado es producto de múltiples factores como lo son: la enseñanza, la didáctica, psicología, sociología; también es producto de educar su alma, es decir, la enseñanza sobre sus motivaciones, "incluidos sus temores, actitudes, voluntad y deseo" (pág. 72). Fendler (2000) propone 6 suposiciones con las cuales explica la construcción de sujeto educado en el presente, estas son:

Suposición 1. Enseñabilidad.

La autora aclara que las características del sujeto educado en el presente se pueden encontrar en las suposiciones de lo que se puede enseñar, estas suposiciones han cambiado en cada época.

Fendler (2000), afirma que para los griegos el sujeto educado es aquel que lograba armonía entre mente, cuerpo y alma en la naturaleza. Para ellos el sujeto era virtuoso por nacimiento y a través de la didáctica lograba acumularla. Para otros griegos, como Platón, el sujeto educado tenía una naturaleza holística y responde de forma armónica a la ley universal o principio universal: "el sujeto educado se preocupa más por cultivar la propia y verdadera naturaleza, necesariamente virtuosa" (pág. 57). Esta idea del *principio* conlleva a que todas las cosas o acontecimientos se atribuyen a un "*Ideal causal homogéneo",* constituyendo la idea de poder como soberano, delineado e identificable. Este ideal causal homogéneo constituye así la base del *"poder soberano platónico"* que hallaba en esta idea, el rasero con el cual se podía juzgar a todos los particulares.

La evolución de estas posturas sobre el sujeto educado implica entenderlo como producto del conocimiento y cuidado de sí mismo. Los sofistas diferenciaron entre cuidado y conocimiento, para ellos la virtud (conocimiento) se enseñaba por medio de técnicas didácticas, el cuidado de sí mismo y el conocimiento que se podían enseñar, en el sentido didáctico. Para ellos, el sujeto educado era producto de la educación, y la posibilidad de ser educado venía con el nacimiento, por tanto, la educación no estaba al alcance de todos, pero gracias a la didáctica se podía ser educado, aunque no fuera una posibilidad de nacimiento. Por su parte, para los socráticos la virtud y conocimiento estaba en la naturaleza humana y solo se debía cultivar.

La dualidad entre los griegos, permite entender por qué en la actualidad la didáctica o enseñabilidad no se puede dar como inherente al sujeto educado, para los tiempos actuales claramente el sujeto es enseñable, pero además es su ritmo de aprendizaje y estilos que determinan la manera en que un sujeto aprende actualmente. No es posible identificar una única manera de enseñar, depende del sujeto y sus condiciones físicas, sociales, culturales como cognitivas.

En los textos escolares se espera encontrar esta suposición desde la versatilidad de las propuestas didácticas para abordar la transición aritmética al álgebra, es decir, la unidad que presenta el texto escolar debe contener maneras distintas de abordar dicha transición, por ejemplo, sugerir el uso de instrumentos concretos como elaboración de sólidos con su respectivo análisis y representación de cómo se expresa simbólicamente (lenguaje matemático) el área y perímetro; la interpretación de enunciados y su representación en lenguaje matemático; el empleo de juegos o situaciones que implique el tratamiento con los conceptos. En cualquiera de los ejemplos anteriores, se esperaría que el supuesto de enseñabilidad de Fendler se encuentre a través del uso de una propuesta didáctica que oriente al sujeto por su paso en la unidad del manual o texto escolar.

Suposición 2. El conocimiento científico constituye al sujeto educado.

Fendler (2000) enuncia que actualmente el sujeto educado accede al conocimiento por medios científicos y racionalizables, sin embargo, esto no siempre ha sido así, por ejemplo, para los griegos este conocimiento se hallaba indudablemente en la mente, cuerpo y alma. En tiempos medievales la idea de pecado obligó a los pensadores cristianos a ubicar al cuerpo como la fuente de pecado, y el alma se podía educar aparte del cuerpo por medio de la oración y obediencia. Por otro lado, el dolor, sufrimiento y celibato educaba a la carne para debilitarla y no dar cabida al pecado, así las tecnologías de la educación cristiana propendieron por dos tipos de posibilidades para la subjetividad, lo sagrado y secular, donde se privilegió lo místico y se degradó lo visible. El medioevo marcó un sujeto educado entre la ciencia y la teología, que debía su devoción a la oración, a las sagradas escrituras, lealtad a la autoridad, desprecio a las sensaciones físicas y aceptación a los designios sagrados, entre otras. A su vez, este sujeto se debía educar en la ciencia basada en la universalidad, "incluida la deducción a partir de la observación empírica" (pág. 59).

La tecnología discursiva de los cristianos explicó la relación entre lo sagrado y lo secular. Para ser educado debía hallarse sometido a la revelación y practicar la piedad. Ser más educado es ser similar a Dios. El sujeto educado tendía a preguntarse por cuestiones ontológicas buscando explicar desde la iglesia, la observación empírica. Sin embargo, el esfuerzo por separar lo sagrado de lo secular, implicó que se creara dos ámbitos viables de conocimiento respectivos, y el sujeto educado ya se podía pensar "como un ser con identidad secular" (pág. 61).

Aunque esta separación en la religión se empieza a marcar para la época del medioevo, en Colombia la educación religiosa, desde la visión del cristianismo, se mantuvo presente hasta antes de la constitución de 1991, donde se pierde formalmente el papel protagónico que venía desempeñando. La religión se hallaba en el concepto de *formación ciudadana*, como lo aclara Herrera, Pinilla, y Suaza (2003), quienes explican que bajo este rotulo se consolidó la idea del buen cristiano, así "los niños debían aprender a amar la patria y a Dios" (pág. 58). Este concepto de formación ciudadana se tipifica en el plan de estudios para las escuelas urbanas en la década de los años 1900 a 1920. En la actualidad la academia tiene un mayor papel protagónico en la legislación y por tanto el sujeto educado debe responder a ello.

Con lo anterior, la suposición sobre el conocimiento científico como constituyente del sujeto educado se puede ver en los textos escolares, desde las pruebas estandarizadas y específicamente en los conceptos y definiciones que se privilegien en relación con las situaciones empleadas para abordar la transición aritmética al álgebra.

Suposición 3. Existencia de un procedimiento que es generalizable para ser educado

Fendler (2000) aclara que actualmente se concibe en los sujetos educados la facultad de cognición y esta nace del afecto o el comportamiento, aunque nuevamente esta idea no ha estado siempre. La autora hace un recorrido con Descartes, quien creía que esta cognición estaba en el sujeto, y con el discurso del método da un ejemplo de la abstracción de la cognición.

Descartes planteó una *naturaleza humana generalizada* y aportó la idea de que el proceso pensante se puede abstraer del cuerpo, donde el sujeto es cuerpo y alma, regido por leyes o principios racionales que recibieron estatus de realidad, así toma sentido la frase *pienso, por lo tanto, existo*. Del legado de Descartes aún prevalece la idea de que podemos educarnos a través del método científico, alejados de la idea del alma virtuosa, del régimen de la piedad, ahora se puede abstraer y perfeccionar el pensamiento, el conocimiento de las cosas, la identificación personal con principios racionales, un sujeto educado con identidad racional, pero esta identidad solo tiene existencia si el sujeto educado asume una actitud de crítica.

En los textos escolares se esperaría que esta suposición se encuentre en los pasos que repite cada texto al presentar la transición aritmética al álgebra, es decir, identificar si los textos proponen una misma manera de abordar la transición, por ejemplo, primero propone situaciones de nivel I, luego de nivel II, donde el estudiante hace uso de la letra como objeto o evaluada en situaciones que implique la memorización de la técnica. Otra alternativa, podría ser que el texto planteara el uso de la letra en cualquiera de los niveles, es decir, un ejercicio puede plantear usar la letra como objeto y el siguiente propone usarla como variable, son múltiples las posibilidades para presentar los ejercicios de la transición aritmética al álgebra como una forma de razonamiento, lógica, que dice de un modo de comprender y entender una cierta realidad

Suposición 4. El sujeto educado tiene la capacidad para reflexionar objetivamente

Ser capaz de pensarse y poseer conocimiento de sí mismo *constituye una base para una identidad educada,* y ésta construcción se le debe en gran medida a la epistemología Kantiana que llegó a cuestionar al sujeto cognoscente, dejando nula la distancia entre el objeto y el sujeto, obligando al sujeto a identificarse como objeto susceptible de ser investigado. Esta suposición lleva al sujeto a cuestionar sus capacidades perceptivas, en el presente las verdades se validan, el sujeto no está determinado por la ley natural, se abren posibilidades para el conocimiento humano. Ahora, el sujeto se puede controlar con la intervención científica y el poder de cuestionarse se traslada al sujeto mismo, obligando al sujeto educado constituirse a través de una objetivación complicada y reflexiva.

La acción de ser reflexivo le lleva al sujeto educado a verse como objeto de estudio en la sociedad, permitiendo en el discurso educativo dos tipos de argumentos sobre las identidades sociales: (1) la diferencia de razas y géneros, desembocando en "diversidad de pedagogías, leyes, derechos e identidades igualmente diferenciadas"; (2) pero también, las razas y géneros son similares y de igual forma se genera diversidades pedagógicas, leyes, derechos e identidades que son universalmente adscritas, en cualquiera de los dos casos se debía pensar en "cómo administrar esta diversidad aparente" (Fendler, 2000, pág. 66).

En los textos escolares esta suposición puede encontrarse en aquellas acciones que lleve al sujeto a verificar sus aprendizajes, que le permita corroborar el aprendizaje propuesto por él, por ejemplo, cuadros de autoevaluación donde el sujeto debe evalué afirmando o negando el alcance de indicadores propuestos. Otra forma de rastrear esta suposición se halla en las pruebas estandarizadas que presentan los textos escolares, pues buscan que el mismo sujeto constate si el conocimiento alcanzado tiene aplicabilidad, pero a su vez evaluar y autoevaluar si ha comprendido los elementos que ha privilegiado el manual o texto escolar sobre la transición aritmética al álgebra.

Suposición 5. El sujeto educado se ha individualizado y se identifica según sus referentes demográficos.

Fendler (2000) aclara que en la modernidad se da la relación controvertida del sujeto con la sociedad, basada en la identidad del individuo y el bienestar personal. Estos debates terminaron en categorías administrativas y se formalizaron mediante la legislación y las prácticas discursivas, esto desembocó en el uso de métodos estadísticos para entender la relación del sujeto educado con la sociedad. Consecuentemente, “los fenómenos sociales se pudieron comprobar y verificar sobre la mediación de la estadística, la correlación y la predicción”. Así, “la psicología emergente se apropió de las categorías sociológicas de la modernidad” (Fendler, pág. 68), ahora se puede analizar al sujeto, clasificarlo y ubicarlo en una escala de inteligencia, que moldean al sujeto educado.

Lo anterior demarca en nuevo panorama para la producción de conocimiento para el sujeto educado a través de un conglomerado de atributos que pueden ser medidos estadísticamente, raza, género, coeficiente de inteligencia, entre otros. Este sujeto ahora es clasificado e individualizado no sólo con los dispositivos de la educación, también lo es por el lenguaje y los descriptores de la psicología, junto a esto, se espera que ejerza el poder de autogobernarse a sí mismo, de manera que se reconozca como educado o civilizado, pues sabe que es capaz de autodisciplinarse. En conclusión, un sujeto es educado si responde a determinados indicadores estadísticos de tipo psicológicos que le caractericen en este marco.

De acuerdo a lo anterior, se esperaría que el texto escolar para la transición aritmética al álgebra presentara situaciones que tengan que ver con el contexto colombiano, problemas que se contextualicen en la realidad cercana al sujeto, que contribuyan a generar identidad social, con actividades que validen los tipos de género que socialmente se reconocen y que no generan inconformidad en algún sector de la sociedad.

Suposición 6. El sujeto educado se complace en ser educado y desea ser autodisciplinado

La subjetivación ha estado en la mira de diversos intereses, no solo políticos, también ha estado relacionada con la pedagogía, la psicología y técnicas de valoración que miden el cultivar el intelecto o el comportamiento, sin embargo, hay un componente más que constituye al sujeto educado y es su deseo por ser educado, es decir, el sujeto debe tener una actitud positiva frente a ser educado. Entonces, el nuevo paradigma es educar a los sujetos en el deseo de recibir la educación, pues no hay mejor motor para conseguir un objetivo que la voluntad, por tanto, se motiva el deseo por educarse. En la práctica, al planear una clase, el profesor puede incorporar acciones que impliquen amor, placer, sentimientos, deseos, temores, ansiedades sobre el concepto a enseñar y aprender.

Particularmente, el texto escolar puede hacer alusión a esta suposición cuando justifica los aprendizajes logrados para un mejor porvenir, es decir, que el sujeto encuentre frases que le sugieran que los aprendizajes logrados le permitirán tener un mejor desarrollo en su vida académica, profesional, laboral o emocional, situaciones o ejemplos presentes en el texto que se incline a usar en dichos campos.

Sobre el conocimiento Matemático y el aprendizaje en la transición aritmética al álgebra

En Colombia, según los Lineamientos curriculares en matemáticas (MEN, 2006), se puede exponer que el fundamento del conocimiento matemático se halla en las diferentes corrientes filosóficas: platonismo, logicismo, formalismo, intuicionismo, constructivismo. Desde cada una de estas corrientes, o de sus combinaciones, se puede explicar el conocimiento matemático que se pone en juego en las aulas de clase. Se reconoce que la construcción del conocimiento matemático no está desprovisto del contexto en el que se genera, por tanto, el conocimiento matemático posee carácter social y su constitución se gesta como una actividad social que reconoce los intereses y afectividades del sujeto.

Las matemáticas que se tratan en los textos escolares, se plantean con el propósito de ser enseñadas y por tanto su naturaleza se carga de otras disciplinas como la misma enseñanza, la didáctica y el aprendizaje del sujeto. Rico (1997) aclara que, gracias a la dimensión educativa, el conocimiento matemático se considera como una actividad social y es en las construcciones sociales donde gesta su sentido, así los textos o manuales escolares requieren de un conocimiento matemático que no se considera acabado y se transforma en el campo social. El conocimiento matemático que se presenta en los textos escolares tiene por objetivo el aprendizaje del estudiante, pretende incluir sus necesidades[7] y mostrarse como un instrumento que le permitirá, al sujeto, mejorar en su capacidad de razonamiento y organización.

El conocimiento matemático según Rico (1997) se puede ver en el currículo en dos grandes categorías. La primera responde a la organización disciplinar, en el caso colombiano, dicha organización está dada por los pensamientos[8] (métrico, variacional, aleatorio, numérico, espacial).

La segunda categoría refiere a lo cognitivo, y reconoce que el conocimiento matemático es abundante en relaciones. Rico (1997) aclara que tanto los hechos como las proposiciones están compuestos de relaciones y estas a su vez se componen de piezas de información que se conectan formando una red. La teorización que plantea Rico, permite identificar las acciones concretas con las cuales se llega a un conocimiento matemático escolar, acciones que permitirán identificar tanto los elementos cognitivos necesarios en la ruta de la transición aritmética al álgebra que proponen los textos escolares, como los posibles obstáculos cognitivos.

A su vez, los textos o manuales no se hallan catalogados bajo una misma forma de enseñar las matemáticas, así que, a partir del análisis de contenido, teorizado por Rico y Lupiañez (2008) se halla un parámetro generalizado del conocimiento matemático escolar, ellos lo identifican en dos campos: Conceptual y Procedimental. El primero lo definen como la red formada por conexiones hechas por relaciones, esta red conecta piezas discretas de información, y las relaciones se componen de hechos y proposiciones individuales.

En el Campo conceptual del conocimiento matemático, Rico y Lupiañez, (2008) distinguen 3 niveles:

[7] Las necesidades están enmarcadas en lo que las élites nacionales determinan para la educación del sujeto colombiano.
[8] Particularmente esta investigación se ubica, para la transición aritmética al álgebra en el pensamiento variacional y numérico, al preguntarse por el álgebra desde la fundamentación teórica de su transición, pues el pensamiento variacional y numérico "tiene que ver con el reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así como con su descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos" (MEN, 2006, pág. 66).

- Hechos: Son unidades de información y sirven para registrar los acontecimientos. Ejemplo de tipos de hechos son: *términos, notaciones, convenciones y resultados*.
- Conceptos: Serie de unidades de información que se conectan entre sí mediante *relaciones*. Estas series son redes de conocimiento permitiendo construir varias *representaciones* de un concepto, por ejemplo, *gráfico, simbólico, verbal*.
- Estructuras conceptuales: se originan en las *relaciones entre conceptos*, son estas estructuras esenciales del conocimiento matemático organizado.

Por su parte, desde el campo procedimental, entendido como los procesos o modos de actuación o ejecución de tareas matemáticas, Rico y Lupiañez (2008) proponen 3 niveles:

- *Destrezas*: dominio de hechos o *procedimientos* de acuerdo a *rutinas secuenciadas*. Los hechos pueden ser numéricos o procedimientos establecidos que se puedan desarrollar de acuerdo a rutinas. Estas destrezas necesitan de la *memoria y la práctica*.
- *Razonamiento*: es un *argumento* suficientemente fundado *que explique una relación o una propiedad*. En este tipo de conocimiento el sujeto es consciente de las relaciones y las secuencias que sigue al dar un argumento. Las conexiones empleadas pueden *ser inferencial o de implicación*.
- *Estrategias*: Procedimientos o reglas de acción que permite obtener una conclusión o responder una cuestión usando relaciones, conceptos o diversidad de sistemas de representación. No es posible un único camino, hay múltiples.

Cada uno de estos niveles que conforman el conocimiento matemático, se pueden ubicar en el manual o texto escolar que se analiza, específicamente en aquellas preguntas o actividades que se dirigen al sujeto para el aprendizaje del álgebra. Sin embargo, el término álgebra, conlleva todo un universo de conceptos, suficientemente amplio como para no terminar un análisis sobre este, por tal razón esta investigación puntualmente se enfoca en la transición aritmética al álgebra.

Respecto a la transición aritmética al álgebra, la fundamentación teórica empleada aquí, es la aportada desde la investigación realizada por Rojas y otros (1999). Esta investigación identifica algunos obstáculos que se pueden presentar en el abordaje de esta transición.

Rojas y otros (1999) clasifican en tres tópicos los problemas de la transición aritmética al álgebra. El primero tiene que ver con el cambio de convenciones respecto del referente aritmético. Así, mientras que la operación "+" (adición) es implícita en aritmética, por ejemplo: 14 es 10 + 4 por su valor posicional, en cambio en el álgebra la operación implícita es la "x" (multiplicación), aquí bbb representa $3b$. A su vez, el signo "=" que durante su paso en la aritmética era el detonante para encontrar un resultado; en el álgebra es indispensable su uso en la escritura de expresiones, pero no siempre implica un resultado.

El segundo tópico se encuentra en que los números en el álgebra pueden ser representados usando símbolos que en la aritmética indicaban operaciones, es decir, los números irracionales o los mismos racionales como: $\sqrt{5}, \sqrt[3]{7}, \log_3 8, \frac{3}{13}$ que por su naturaleza decimal resulta mejor para su escritura exacta, expresarlos así, y no escribir una aproximación decimal como 2.24, 1.69, etc. La dificultad en el cambio del significado que asumen las representaciones de los números y el relacionado con las operaciones, se denominó por Rojas y otros (1999), como dificultades proceso – producto.

Y el tercer tópico es la interpretación de la letra. En aritmética la letra se emplea para representar un nombre, para nominalizarlo o etiquetar, mientras que en álgebra sirve para operar. Regularmente la letra adquiere en el universo algebraico su significado como número generalizado, pero esta interpretación no es suficiente, las letras pasan de representar números a operar con ellas, en aritmética se evita usarlas, siempre se opera con los números específicos, pero en álgebra las letras son parte fundamental en el lenguaje simbólico que se emplea.

Rojas y otros (1999) profundizan en 6 diferentes tipos de interpretaciones que se hace de la letra:

Evaluada: posee un valor numérico, en lugar de un valor desconocido.

No usada: aquí se ignora la letra, el estudiante opera con las representaciones aritméticas que encuentra, pero no opera con la letra. Ejemplo: $3 + 2x = 5x$

Como objeto: es vista como un nombre u objeto. Ejemplo: 3c, donde c representa la palabra "chocolatinas"; 7f, donde f son flores.

Como incógnita: representa un número desconocido y se opera con ella. Ejemplo: $3 + h = 10$, este número desconocido (h) es un numero en particular.

Como numero generalizado: la letra puede tomar varios valores. Ejemplo: si n representa las ganancias de María, y la ganancia de María es menor que la de su hermano, y mayor a 50.000 pesos, si el hermano tiene una ganancia de 60.000 pesos ¿De cuánto puede ser la ganancia de María?

Como variable: La letra representa un intervalo de valores que puede depender de condiciones matemáticas específicas, es decir, es importante identificar como los cambios en un conjunto afecta otro, con el cual se encuentra relacionado. Por ejemplo: si la ganancia del hermano de María aumentó al doble, ¿Cuál puede ser la nueva ganancia de María? La ganancia de María ya estaba relacionada con la ganancia del hermano, pero ahora si se afecta la ganancia del hermano como se afecta la ganancia de ella.

La tercera dificultad es el reconocimiento y uso de estructuras. El significado de las expresiones está anclado a lo cotidiano de la aritmética, y la transición aritmética al álgebra conlleva la aceptación de una nueva resignificación de objetos, donde las letras representan números desconocidos y a su vez representan operaciones o expresan operaciones de forma genérica. Por ejemplo: $3x + 5y = z$, refiere a un número z, representado por la operación de dos números desconocidos diferentes, que al operarse equivalen a él. La adquisición de esta comprensión requiere de un trabajo diferente al de usar las letras como objeto al iniciar el aprendizaje del álgebra, es recomendable abordar los diferentes usos que puede tener en el álgebra, evitando aquellas que generen confusión con el uso del lenguaje.

Sumado a lo anterior, Rojas y otros (1999) profundizan los niveles propuestos por Küchemann (1981), quien "establece cuatro niveles de comprensión del álgebra que están relacionados no sólo con las interpretaciones de letra, sino también con la estructura implicada (operaciones involucradas) y la naturaleza de los elementos con los que trabaja" (pág. 37).

El nivel I, se denominó *Bajo de las operaciones concretas*. En este nivel los sujetos emplean la letra como evaluada, objeto y no usada. En el primer caso, por ejemplo, el sujeto ante una ecuación como $x + 3 = 27$, identifica que la x, representa un numero arbitrario, que puede relacionarse con el orden alfabético en que se halla la x, o cualquier otra asociación que pueda crear el estudiante. Para la letra como objeto, esta aparece cuando el sujeto emplea la letra como una etiqueta, y la no usada, cuando la letra estando en la expresión, el sujeto opera con los números concretos y la letra acompaña el resultado, pero no se reconoce su operatividad, así: $7c + 2 = 9c$. Los enunciados incluyen operaciones simples de una operación.

El nivel II, se denominó *Superior de las operaciones concretas,* aquí nuevamente los estudiantes hacen uso de la interpretación de la letra como evaluada, objeto y no usada, la diferencia radica en que la complejidad en las operaciones aumenta.

El nivel III, se denominó *Bajo de las operaciones formales*, aquí el uso requerido de la letra es como incógnita, y las operaciones son con números en un rango pequeño. El sujeto se enfrenta a situaciones como "Si sabe que $e + f = 8$, ¿a qué es igual $e + f + g$?" (Rojas y otros, 1999, pág. 39)

El nivel IV, se denominó como *Superior de las operaciones formales*, requiere como mínimo el uso de la letra como incógnita y las operaciones son más complejas. Por ejemplo: "n multiplicado por 4 se escribe $4n$. Multiplique $n + 5$ por 4" (Rojas y otros, 1999, pág. 40)

Para efectos de este trabajo, se empleó como categoría de análisis, los niveles de comprensión para el álgebra, pues permitió identificar en las rutas de aprendizaje que proponen los textos escolares, qué están privilegiando a la hora de abordar el álgebra, es decir, permitió identificar en los textos escolares el tipo de comprensión que pueden alcanzar los estudiantes para la transición aritmética al álgebra.

Sobre la diferencia Entre Manual Y Texto Escolar

Según Quiceno citado en Alzate, Arbelaez, Gomez, Angel, y Loaiza, (2005) entre el texto y el manual, existe una diferencia evidente. El manual es producto de la necesidad de presentar de forma reducida pero condesada una doctrina, una didáctica o un sistema educativo. Los primeros manuales se elaboraron sin la ayuda de la imprenta, su producción se hacía a mano, luego con la aparición de la imprenta se mejora en su producción y orienta sus esfuerzos hacia la enseñanza, enfocando ahora a dos consumidores, el sujeto a educar y al profesor. En opinión de Quiceno (1985, citado en Álzate y otros, 2005) "el libro como texto escolar, ya no representa una doctrina, un método o una teoría, es decir, deja de ser manual, y va entonces a nombrar las distintas actividades de la escuela, discursos, disciplinas, acciones, procesos y objetivos cuya preocupación son las condiciones de la educación en general" (pág. 30).

Por lo anterior, los textos escolares se pueden clasificar en dos grandes líneas, la primera refiere a aquellos textos que en la práctica se usan en el ámbito escolar, cuyo propósito es informar sobre alguna disciplina presentada sintéticamente y método particular, y se dirige hacia un lector inquieto por el tema en cuestión. La segunda línea obedece a los textos que desde su diseño y creación están pensados para la enseñanza y/o el aprendizaje reconociendo muchos de los discursos que los constituyen. En la presente investigación, los ejemplares analizados dieron muestra de ser manuales o textos escolares, a medida que avanzaron los análisis de los ejemplares por décadas se ve la transición entre manual a texto escolar, pues los primeros carecen de recursos para la enseñanza y aprendizaje que es característica de los textos escolares.

Cabe tener en cuenta que muchos de los textos empleados en las escuelas, al comienzo del siglo XX, fueron perdidos o quemados debido a la guerra civil de los mil días que estaba viviendo Colombia, también se vivió la descentralización de la educación, que conllevo a la ausencia por mucho tiempo de profesores capacitados, dado que la educación no evolucionó por que fue afectada por la violencia. Por tanto, es para los siguientes años, donde gobiernos liberales propenden por una educación desligada de la religión, laica, donde el estándar más alto para el sujeto educado es el conocimiento.

A partir de las décadas de los años 90, 2000 y la presente, los textos escolares se pueden ver desde la definición de Álzate y otros (2005), como las guías de enseñanza, los cuadernos de ejercicio o de aprendizaje, los documentos pedagógicos producidos localmente, así como las herramientas de referencia, explícitamente como los atlas o las líneas cronológicas*"*. De igual forma consideran como un manual o texto escolar a "las herramientas informáticas concebidas con fines escolares, si bien, en este caso, la denominación de manual escolar/texto escolar podría ser apropiada" (pág. 31).

De modo general, actualmente se puede identificar un texto escolar de aquellos que no lo son, principalmente porque los textos escolares tienen como propósito influir en el proceso de enseñanza – aprendizaje, y poseen una estructura metodológica y conceptual, así como actividades para que el sujeto pueda reforzar su proceso de aprendizaje.

Sobre los textos escolares y el sujeto

Dado que esta investigación tiene como objeto de estudio los textos escolares, a continuación, se presenta un análisis sobre el origen de los textos, dado que ya se estableció la diferencia entre manual y texto escolar, es necesario contextualizarlo.

Según Salinas y De Volver (2011), el origen de los textos escolares obedece a la aparición de la imprenta y el momento que vivía Europa en la segunda mitad del siglo XV, también se atribuye su aparición a los métodos de enseñanza utilizados por las escuelas cristianas de Juan Bautista de la Salle, principalmente al método llamado "Simultaneo" el cual organizaba los estudiantes por *edades y estados de aprendizaje* requiriendo un mismo material de lectura para llevar a cabo un trabajo homogéneo.

Estos autores mencionan el libro el Orbis Sensualium Pictus (El mundo sensible en imágenes) de Jan Amós Komensky (Comenio) de 1658, como el manual escolar de niños y jóvenes cuya vigencia fue aproximadamente de trecientos años. Claramente, para este momento los sistemas educativos encontraron en esta primera versión del texto escolar, la opción más acertada para mejorar los procesos educativos de los sujetos.

Del manual de Comenio, Salinas y DeVolver (2011) mencionan que su riqueza se halló en *la conjunción de textos e imágenes* con el propósito de enseñar a los sujetos la *variedad del mundo material y espiritual*, sumado a lo anterior el texto incluyó una estructura secuenciada y cíclica de los saberes trasmitidos. Se puede concluir que este texto ofrece una génesis de lo que conocemos hoy como texto escolar.

Como antecedente para la década de los años 50, el periodo comprendido entre los años 1930 y 1946 dejó a los primeros antecesores del hoy texto escolar con posicionamiento en el ambiente educativo ellos eran trasformados y ajustados a las necesidades del tiempo. Según Patiño (2014) esto se demuestra en los cambios que se originaron en los gobiernos liberales de este periodo que se reafirmaron la cultura del texto escolar. Desde el siglo XIX Colombia ya empleaba catecismos y cartillas para enseñar Religión, Gramática, Política, entre otras, y a finales de siglo con la presencia de los hermanos de la Salle y los métodos de enseñanza, surgen los manuales para enseñar Ciencias, Artes, Higiene, Pedagogía, Lectura y Escritura. Estos primeros manuales fueron criticados por no ser actualizados, carentes de didáctica y resultaban en otros casos inútiles, así "educadores laicos propusieron en 1935 los llamados libros de texto" (Patiño, 2014, pág. 20), primeras versiones de manuales escolares que buscaba facilitar la labor del maestro y se enfocaban en los conocimientos de una ciencia.

Para los defensores del manual o texto escolar, como Álzate y Otros (2005), lo consideran como un espacio pedagógico, durante los siglos XVIII y XIX, fue un instrumento de formación apropiado, como una herramienta que permite la enseñanza colectiva, él tiene "funciones didácticas" que contribuyen a una enseñanza – aprendizaje de forma "masiva", que es justo lo que sociedades como la nuestra propende para dar cobertura a la población y buscar la calidad.

Para los opositores como Apple (1984), sus carencias se hallan en sus componentes pedagógicos y científicos, pero no por su necesidad. Los primeros argumentos que no apoyan el uso de los textos escolares se ubican en su deficiencia en el componente pedagógico, es decir, que poseen un carácter descontextualizado, desconocen gustos, necesidades de aprendizaje, tiempo, cultura del sujeto al cual se dirige, y más bien propende por un sujeto cuyas necesidades se encuentra en adquirir más información, con la esperanza que ella termine en conocimiento (Álzate, 2000).

Esta opinión es la radiografía de lo que se podía considerar manuales escolares de las décadas de los años 50, 60 y tal vez 70 manuales donde se enfatiza en la memoria a través de la ejercitación-repetición, en términos de Montaigne (1533 - 1592) "*saber de memoria no es saber, es sólo retener lo que se ha confiado a la memoria*". Entonces en los manuales escolares, se halla mucha información que necesariamente no genera conocimiento en el sujeto, aspecto que evolucionó, por medio de la inclusión de situaciones contextualizadas que hoy caracterizan a los textos escolares.

De las décadas del 80 en adelante se ve la evolución del manual al texto escolar, pues aparece la preocupación por las necesidades y exigencias para el sujeto, donde la memoria pierde protagonismo y se habla de procesos de enseñanza y aprendizaje, las nuevas legislaciones y la necesidad imperante de mejorar la calidad de la Educación Para Todos[9].

La implementación de esta política educativa contribuye a que el manual escolar se trasforme en texto escolar, ahora presenta una ruta didáctica y pedagógica con la cual se aborda un tema, suma a sus capítulos conexiones con la historia y el contexto, se preocupa por los gustos y necesidades del sujeto al cual se dirige.

Es claro que los textos escolares han cambiado de acuerdo a la época y legislación educativa nacional o distrital, han evolucionado de manuales en el pasado a los hoy textos escolares, los han adaptado a la múltiples demandas que puede hacerle la sociedad, por ejemplo, la ley 115 de 1994 permite a cada institución determinar su plan de estudios y la no obligatoriedad del uso del texto escolar en las instituciones públicas, llevando a las editoriales a pensar en macro propuestas para responder a la autonomía institucional de los colegios.

Para Álzate (2000) algunos de los beneficios que se hallan en el uso del texto escolar son:

- Garante de la igualdad de oportunidades. El texto presenta una manera de abordar el conocimiento y por tanto es el mismo para todos. No se favorece a alguno sujeto más que a otro, todos tienen acceso a los mismos recursos y de igual forma es "un elemento de democratización".
- Haría posible la enseñanza. Dado que el libro permite que los sujetos tengan espacios de trabajo individual, este momento le da los tiempos al docente de dirigirse a aquellos estudiantes que han presentado dificultades y requieren de ayuda.

[9] Para ampliar lo que se propone desde la política pública sobre educación para todos se puede revisar el siguiente link http://www.mineducacion.gov.co/1621/article-141881.html. Fecha de recuperación 15 de julio de 2016.

- Estructuraría el pensamiento. Permite al estudiante hacer su travesía por el conocimiento interactuando por medio de una ruta que incluye texto, esquemas, ejercicios, actividades que le ayudan a familiarizarse con el concepto a aprender.
- El texto escolar asegura la relación entre la escuela y la familia. Permite a los acudientes tener una idea del trabajo que siguen los estudiantes y así, desde casa, reforzar y avanzar en los temas vistos en clase.

Ahora, aunque han aumentado en sus componentes pedagógicos reconociendo al sujeto al cual se dirige, la crítica continúa en términos de su carencia para dejar al sujeto la posibilidad de describir. El texto presenta un tipo de cultura, pues en él se selecciona lo que allí quiere mostrar al sujeto, en consecuencia, el sujeto no tiene que buscar en otro lugar, pues encuentra en el texto lo que necesita saber, generando la "pereza" de indagar e investigar. Otra crítica es que resta autonomía al docente, debido a que las comunidades educativas y particularmente los padres de familia[10] tienen la idea de emplearlos como los derroteros a cumplir en el año escolar y junto con esto se terminaría por convertir en rutina el proceso de enseñanza aprendizaje en el aula de clase, recayendo en la mecanización y dando prioridad a la memorización.

Un recuento de las políticas educativas en Colombia

Las investigaciones citadas anteriormente han mostrado que el sujeto educado de nuestra época está sometido y normalizado por las políticas educativas colombianas, para nuestro caso, una educación que ha buscado su triunfo en la copia de modelos "exitosos" de otros países, con poblaciones, culturas, sociedades, religiones y necesidades distintas.

La participación internacional como influencia en el desarrollo de países con el rotulo de subdesarrollados, como el nuestro, con limitación de recursos, necesidades de innovación institucional y transformación socio cultural, encuentran en las misiones económicas extranjeras la mejor opción para diagnosticar las dificultades que se debían priorizar en aras de avanzar en el camino al desarrollado, Colombia recibe y acoge recomendaciones

[10] Durante los encuentros de padres, éstos exigen el uso de los textos que se solicitan y cuando no se hace uso completo de ellos, afirman que no se abordaron los temas que se debían ver en el año escolar.

económicas y políticas de las misiones Kemmerer (1930), Currie (1950), Cepal (1954), Lebret (1955), Cepal (1958).

Los objetivos de estas misiones se enmarcaron en "lograr un manejo técnico de los asuntos económicos y acceder a la modernización institucional, de tal manera que el país encontrará la ruta al desarrollo" (Arévalo, 1997, pág. 7). Así, las políticas educativas colombianas durante casi medio siglo se han ajustado a recomendaciones internacionales, aunque la prioridad no era la educación, resultó útil ajustarla en aras de alcanzar los logros económicos del país.

La misión Lebret por solicitud del Estado colombiano identificó las necesidades educativas y produjo un diagnóstico el cual sugirió que para el mejoramiento económico se requería esfuerzos educativos "en opinión de Lebret, Colombia iría al fracaso si no hacia grandes cambios en las costumbres y en la mentalidad, si la orientación del desarrollo no se hacía con base en estudios continuados y precisos y no se adelantaba con una firmeza capaz de romper las resistencias atrasadas o egoístas" (Arévalo, 1997, pág. 8).

Décadas de los 50 y 60.

Con el anterior panorama en relación a las políticas educativas, la década de los 50 marca un paso en la carrera del mejoramiento a la cobertura de la educación, en esta década ocurrieron sucesos que marcaron el rumbo político del país. Durante los años 46 al 56 el país se halló en un periodo de violencia política, originada en el enfrentamiento entre los dos partidos políticos predominantes, liberales y conservadores. La historia cuenta que nace el frente nacional en 1958 (Subgerencia Cultural del Banco de la República, 2015), como respuesta de la dictadura militar de 1953, que buscó poner solución a la violencia que vivía el país. Se firma un pacto entre liberales y conservadores donde se turnarían la presidencia cada cuatro años por un tiempo de 16 años. Lleras Camargo, primer presidente del frente nacional elegido por voto popular, identifica la falta de educación como una de las causantes de la violencia en el país, y la convierte en uno de los aspectos a intervenir.

Las transformaciones educativas no se hacen esperar. Colombia se haya en un periodo de crecimiento económico gracias al cambio en la estructura económica y demográfica. Este periodo de crecimiento se dio hasta la década de los años 70. Esta expansión de la educación logró aumentar el número de estudiantes matriculados, el de docentes y establecimientos educativos, muy justificado en el aumento de la migración urbana, dando sentido a las políticas de ampliación y cobertura de las instituciones educativas (García, 1996). Sin embargo, fue solo con el artículo 11 del Decreto Legislativo número 0247 de 1957 donde se tiene en cuenta la educación, especificando que solo el 10% del presupuesto en cada gobierno, liberal o conservador, se destinaría a los gastos de la educación pública (Sierra, 2015).

Se crea en 1950 el ICETEX (El Instituto Colombiano de Crédito Educativo y Estudios Técnicos en el Exterior) y en 1954 el Fondo Universitario Nacional, quien tenía la responsabilidad de distribuir los fondos a las universidades, tanto públicas como privadas, que fueran subsidiadas por el Estado. En 1968 se funda el ICFES cuyo propósito era el de regular los establecimientos universitarios. En 1969 se origina la idea que fundamenta los Institutos Nacionales de Educación Media y Diversificada-INEM-, donde se buscó tener como centro al alumno.

En relación a las políticas educativas para el área de matemáticas, en los años 60 y 70 se consolida la nueva matemática o matemática moderna como un esfuerzo de copiar las estrategias educativas que países desarrollados habían adoptado y que tenían grandes logros, como el obtenido por Rusia al construir y ubicar en el espacio el primer satélite artificial "Sputnik". Este suceso toma por sorpresa a muchos países que creían poseer la supremacía en desarrollo, como Estados Unidos y hace que el mundo replantee las matemáticas que aprenden sus sujetos. Así Colombia opta por un modelo de enseñanza de las matemáticas, cuyas principales características fueron:

> Énfasis en las estructuras abstractas; profundización en el rigor lógico, lo cual condujo al énfasis en la fundamentación a través de la teoría de conjuntos y en el cultivo del álgebra, donde el rigor se alcanza fácilmente; detrimento de la geometría elemental y el pensamiento espacial; ausencia de actividades y problemas interesantes y su sustitución por ejercicios muy cercanos a la mera tautología y reconocimiento de nombres (MEN, 2006, pág. 5).

Década de los 70 y 80.

Durante las décadas de los 70 se continúa con políticas educativas más de corte administrativo. En estas décadas se implementaron acciones como: ampliación de la matrícula, creación de instituciones educativas, pero este acelerado crecimiento del índice educativo se detuvo a mediados de los años 70. Por su parte, en los años 80 se implementan políticas que desfavorecieron a la educación pública como el apoyo a la educación privada, financiación a la demanda, incremento de cobertura sin aumentar el presupuesto e ingeniería para reducir costos administrativos y sacrificando lo pedagógico, concentración de áreas, reducción de la planta docente en áreas obligatorias.

La década de los años 80 empieza con una crisis en la educación, originada en dos aspectos: financiero y calidad. El sistema era "atrasado en contenidos, formas y procesos; excluyente; desintegrado; ineficiente; no responde a las necesidades sociales e individuales y desconoce a sus principales actores: maestros, estudiantes y sociedad" (Herrera, 1987, citado en Bocanegra, 2010, pág. 33). La década de los 80 fue un tiempo difícil no solo para Colombia en la carrera del desarrollo, lo fue para Latinoamérica y por tanto le mereció el nombre de la "década perdida".

En Colombia esta crisis se reflejó en una mayor cobertura en educación, pero los resultados no se correspondían con los indicadores de desarrollo económico, social y aún menos, con una mejor la calidad de vida. En esta década se hace uno de los primeros préstamos al banco mundial para el financiamiento de la educación en primaria. También se oficializa la renovación curricular que se ha venido gestando desde 1976 y que busca corresponder al sueño de formar futuros científicos como los que producen los países desarrollados, sin embargo, esta renovación que recibió críticas del magisterio, llevo a los docentes e intelectuales en la educación a conformar el Movimiento Pedagógico con el propósito de pensarse la educación desde la pedagogía, y dar respuesta a la reforma curricular. Fueron varios los logros alcanzados, entre ellos la autonomía de cátedra, pero luego, paradójicamente, el magisterio solicita se establezca orientaciones específicas de qué enseñar grado a grado dando origen a la lista de logros que se vivió hasta la década de los 90.

Década de los 90 y 2000.

La década de los 90 deja legislaciones importantes para la educación colombiana entre ellas, los planes decenales, cuyo objetivo ha sido planear las líneas de trabajo para el país por los diez años siguientes. El plan decenal de educación incluye propuestas, acciones y metas que han sido consensuadas con la comunidad por medio de su discusión a través de diversas entidades territoriales. El primer plan se crea en 1996 y tiene alcance hasta el 2005, el siguiente plan decenal estuvo en el periodo 2006 al 2015, y el actual cubre el periodo 2016 a 2025. Sin embargo, la historia también nos muestra que múltiples decisiones se toman a partir de necesidades económicas del país y no por las educativas, decisiones que están destinadas al desarrollo económico y que configuran a un sujeto que debe responder a este propósito.

El primer Plan Decenal (1996-2005) resultó innovador gracias a su metodología, que buscó hacer partícipe a distintos sectores de la educación para su formulación. Este plan contó con materia prima como la constitución de 1991, la ley general de educación de 1994 y las recomendaciones hechas por la misión de ciencia, educación y desarrollo, conocida como Misión de Sabios en 1994, dichas recomendaciones se convirtieron en pilares para su desarrollo. La participación permitió fortalecer la creación de grupos de investigadores e intelectuales de la educación, con el propósito de proponer y mejorar en aspectos específicos de la educación, el más destacado de estos grupos fue la Expedición Pedagógica Nacional, originada en la Universidad Pedagógica Nacional, que aportó en generar autonomía para pensarse la pedagogía, la educación y la formación de maestros.

La constitución por su parte aportó a los nuevos objetivos de la educación, el verla como un derecho y un servicio público con función social, que el Estado y la sociedad deben garantizar, con formación en derechos humanos, culturales, científicos, tecnológicos, democráticos, laborales y de protección del medio ambiente.

Con lo anterior este plan decenal priorizó 10 aspectos: la paz, la convivencia y la ciudadanía, cobertura articulada con calidad y equidad, ampliación en atensión a la primera infancia, la autonomía, la actualización tecnológica y estructural, innovación pedagógica para mejorar el aprendizaje, más inversión en educación, gestión y trasparencia del sistema educativo, ampliación para la competitividad y ampliación de los horizontes educativos a todos los contextos sociales y finalmente para la ciencia y la tecnología.

Sin embargo, los gobiernos de turno hicieron caso omiso de las recomendaciones de la Misión y siguieron implementando las políticas administrativas basadas en lo económico, algunas de estas fueron: garantizar la educación como derecho hasta grado 9 pero no su gratuidad; se implementó la distribución de recursos según evaluación censal de estudiantes y de las pruebas, haciendo que solo algunas instituciones recibieran recursos, todo lo anterior en un contexto de ajustes neoliberales, así, la financiación de la educación es mínima y por tanto se establece unos mínimos (áreas fundamentales) para los pobres.

Por lo anterior se implanta la evaluación censal de las competencias a todos los niños del país en los grados 3, 5 y 9, en aras de mejorar la calidad para el sector público, dando origen a las pruebas saber que hoy se aplican. Se incrementó la cobertura buscando mejorar en el aprendizaje y uso eficiente, pero esta eficiencia refiere a hacer lo mismo sin invertir un peso más. Se crearon varias jornadas en los años 90 (única, matutinas, vespertinas y nocturnas), para responder a la cobertura del campo a la ciudad, con la ley 115 de 1994 se propone restaurar la jornada única siempre y cuando lo demandara la comunidad, pero en 1997 con la alcaldía de Peñaloza la educación pública decae en presupuesto y se amplía en cobertura con ayuda de la ministra María Cecilia Vélez.

Todas las políticas de los siguientes gobiernos a la fecha han determinado cambios en la educación, basados más en la economía del país que en el contexto cultural y social. En la actualidad las líneas de trabajo están enmarcadas en el desarrollo humano y en las necesidades básicas de aprendizaje, convirtiendo a este último en la panacea de la educación. El aprendizaje desplaza cualquier otro enfoque como "currículo", escuela, maestros o enseñanza. Y su visión desde el desarrollo humano pone a la educación en el punto de ver que el perfeccionamiento del capital humano es equivalente a desarrollo humano, más modernización tecnológica, cuyas características están en ser informado, innovador, critico, flexible, con dominio de más de un idioma, con la oportunidad, disposición y capacidad de aprender a lo largo de la vida., capaz de manejar el riesgo y con una sólida conciencia ambiental (Plan decenal 2014-2016).

Las estrategias que ponen en función para la educación se extraen de paradigmas productivos, así la educación de los años 90, abre el espacio para incorporar las demandas del banco mundial en relación a las políticas en educación estableciendo: prioridad para la educación; prestar atensión a los resultados; centrar la inversión pública en la educación básica; atensión a la equidad; mayor participación de los hogares en el sistema educativo; autonomía a las instituciones.

Estas demandas aún se mantienen y se renuevan, por ejemplo, todo debe ser medible, es decir, la evaluación asume su papel protagónico como instrumento que permite regular la calidad educativa en las instituciones escolares y a su vez pondera a estas instituciones de acuerdo a los resultados obtenidos, además premia a aquellas que obtiene los mejores resultados con incentivos. Para Ángulo (1999) citado en Martínez, (2004) donde postula que la escuela expansiva pierde fuerza gracias a los discursos de poder alrededor de la calidad de los sistemas educativos. Nuevos paradigmas que llevan a pensar la función de la educación desde el papel de la escuela, un enfoque que lleva ahora hacia los aprendizajes significativos, así el “aprender a aprender” para la escuela y la educación se equipará al acceso a la escolaridad y los resultados en los aprendizajes obtenidos.

Con lo anterior, la escuela debe ofertar una educación tecnológica que responda por demandas del mundo laboral, de allí que se le exige a la escuela ser intervenida y regulada por el mayor número de sectores sociales y la intervención del sector privado en la educación, le “ayuda” a una mejor adaptabilidad de las demandas externas que tengan que ver con la calidad. Estas intervenciones sobre la educación, según Martínez y Hery (2010) se sustentan porque la educación cambia de acuerdo a la economía mundial y la lleva a desplazarse de su propósito centrado en la formación del hombre hacia la conquista de metas culturales por una que lo acerque al mundo laboral, estos investigadores llaman a esta etapa “el nuevo realismo educativo” centrado en las metáforas del mercado con el fin de mejorar la productividad y calidad de la educación (cobertura-eficiencia, eficacia-equidad).

Este nuevo paradigma trae consigo la idea de formar para lo laboral, lleva a trasladarse al ámbito cuantitativo a ¿Cuántos y quienes tendrán acceso a la educación? Hasta ahora los sistemas educativos estaban basados en un modelo centrado en la oferta, donde la educación era para unos pocos, para aquellos que pudieran pagar por ella, con el cambio se enfoca en la demanda, es decir, una educación que es para todos cuyo propósito está en educar al sujeto para desempeñarse en alguna labor, útil a la sociedad, este nuevo paradigma lleva a la calidad como un parámetro a responder, pero este concepto depende de quién haga la mirada sobre el objeto a calificar.

La calidad como parámetro para enterrar al que no responde a la era de la información y reiterar en la necesidad de incorporar sistemas de gestión que son los supervisores en el mercado de la competitividad. La calidad en la educación colombiana es un sinónimo de certeza de alcanzar el aprendizaje esperado, a su vez, de equidad por ser uno de los indicadores con los que se mide la calidad y por supuesto de eficiencia, es decir, de una educación que responda a las necesidades de la sociedad, así los aspectos de la calidad en la educación se pueden enmarcar en las siguientes igualdades:

$$Calidad\ de\ educación = Aprendizaje$$

$$Calidad = Equidad$$

$$Calidad = Eficiencia$$

Con todo este panorama es importante ver que estos cambios en la educación, moldean al sujeto educado, desde factores políticos, económicos y sociales. Los cambios y su correspondencia con el sujeto que se pretende y el que resulta con el uso de estos elementos en la educación colombiana.

Este primer plan decenal incorpora el programa *Producción y distribución de textos, libros, material didáctico, e información en ciencia, tecnología, educación y pedagogía* para dar cumplimiento a la segunda Estrategia: *La calidad de la educación en Colombia.* Con el cual asigna a los textos escolares la responsabilidad de promover la equidad de género, la responsabilidad compartida, la cooperación y el respeto mutuo. Este plan decenal llama a las instituciones que participan en el sistema educativo nacional a producir y distribuir gratuitamente textos escolares a los estudiantes. Dado este propósito se desplegaron acciones como el catálogo de textos escolares elaborada por MEN, donde las editoriales inscribieron sus textos en la vitrina pedagógica que se llevó a cabo en diversas ciudades del país, allí las editoriales tenían la posibilidad dar a conocer sus productos a los docentes para que escogieran aquellos que se acomodaran a sus propuestas educativas. Todas estas acciones buscaron que padres de familia y toda la comunidad conocieran la oferta de textos escolares.

Décadas del 2000 y 2010.

Esta década se enmarca en el plan decenal de educación 2006 al 2016 que fue producto de la participación ciudadana, para su creación se realizó un debate público cuyo objetivo fue identificar los temas sobre los que se discutiría en el próximo decenio, este plan implementó por primera vez el uso de plataformas virtuales, líneas telefónicas, canales de comunicación masiva para hacer el cruce y presentación de las opiniones y sugerencias de los colombianos en relación a la educación.

Por las dinámicas que envolvieron este plan decenal, se consideró como un pacto social por el derecho a la educación que recogió las necesidades de la ciudadanía, incluyendo temas como la diversidad: lingüística, sexual, cultural, el acceso a la educación, infraestructuras, mejora en la profesionalización docente y remuneración salarial, muchas de estas solicitudes de los colombianos se relacionaron con la inversión en lo humano, el bienestar, fortalecer la gestión y administración descentralizadas de las entidades territoriales para mejorar la calidad de la educación. Entre los resultados esperados se encontró la articulación de la educación desde los primeros grados hasta los últimos, aprender sobre ciencia y tecnología desde el aula de forma práctica, educar en la convivencia, en educación ambiental, familiar y social.

Este plan decenal logra un fortalecimiento en políticas educativas relacionadas con la evaluación, por tanto, fue uno de los temas que más generó discusión, específicamente sus implicaciones en la valoración de procesos educativos para la calidad de la educación y la efectividad de las políticas educativas dispuestas para la década. Algunas de estas políticas son el decreto 1290 de 2009 cuyo propósito es la evaluación del aprendizaje y promoción de estudiantes de la educación básica y media, buscando regular el decreto 230 de 2002 que generó controversia en relación a su laxitud para con la exigencia académica. En el 2009 se reestructura el ICFES incluyendo en sus obligaciones la creación y aplicación de la prueba saber a los grados 5°,9° 10°, 11° y PRO.

Los textos escolares en este plan decena no asumen protagonismo, su inclusión se restringe a la aclaración de su distribución con carácter de gratuidad para la educación pública, los textos escolares hacen parte de los recursos que deben ser accesibles y permanentes en el sistema escolar.

En estas dos décadas 2000 y 2010 se halla la finalización del plan decenal del periodo 1996 a 2006 y el empalme con el de 2006 a 2016, y la consolidación del correspondiente a 2016 a 2025, este último que es el que nos rige en la actualidad, asume la educación con panorama cargado de estándares y legislaciones, mediados todos por el poder adquisitivo de los discursos políticos que regulan a la sociedad (Herrera, Pinilla, y Suaza, 2003), por ejemplo, las políticas educativas colombianas en la actualidad buscan continuar ampliando la cobertura, y la excelencia académica, para esto propone los Derechos Básicos de Aprendizaje-DBA[11]- que son los saberes básicos que deben aprender los estudiantes y se implementan como instrumento de seguimiento institucional a la planeación curricular. También impone un índice para medir la calidad enmarcado en el programa nacional de la “Excelencia Académica” el “Día E” con el propósito de mejorar los niveles de calidad en las instituciones educativas, dando relevancia a las pruebas estandarizadas, pues en el índice, ellas son las que más puntúan a la hora de medir la calidad con este nuevo programa.

Esta política educativa, Excelencia académica, enmarca la suposición de Fendler (2000), con la cual se espera que el sujeto educado sea producto del conocimiento, es decir, que quien sepa matemáticas y lenguaje, seguramente será alguien educado, y esta idea se basa en los procesos de evaluación que fomenta el gobierno de turno. Con el “Día E[12]” el propósito es que cada institución educativa se autoevalúe y mejore, buscando la excelencia académica y a cambio la institución que mejore, recibirá prebendas o beneficios económicos para la misma institución. Con este propósito, el MEN planteó el Índice Sintético de Calidad Educativa (ISCE), que centra su mirada en matemáticas[13] y lenguaje, pues estas dos áreas son las evaluadas por el ICFES en todas las versiones de la prueba saber (ver Ilustración 1).

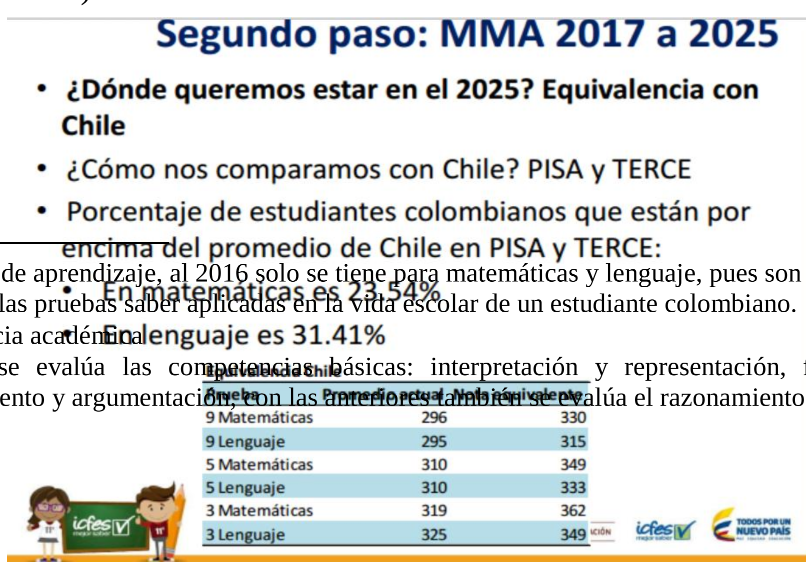


Ilustración 1. MEN (2015)

[11] Derechos básicos de aprendizaje, al 2016 solo se tiene para matemáticas y lenguaje, pues son las áreas que se evalúan en todas las pruebas saber aplicadas en la vida escolar de un estudiante colombiano.

[12] Día de la excelencia académica

[13]En matemáticas se evalúa las competencias básicas: interpretación y representación, formulación y ejecución, razonamiento y argumentación, con las anteriores también se evalúa el razonamiento cuantitativo.

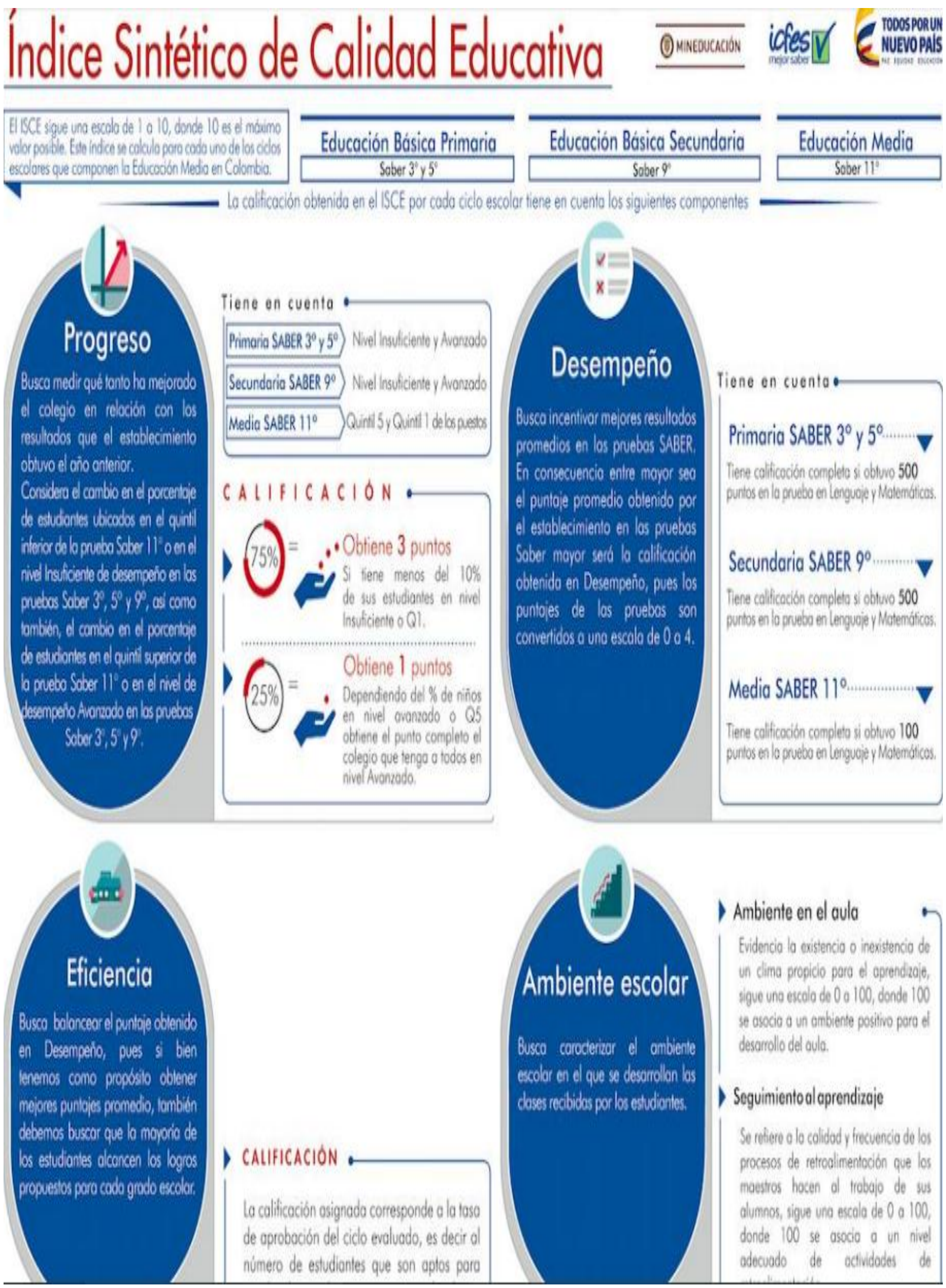


Ilustración 2. MEN (2015)

Este índice resulta de cuatro componentes: progreso, desempeño, eficiencia y ambiente escolar (como se puede ver en la Ilustración 1). El primer componente corresponde a el progreso que alcanza el colegio en las pruebas saber de grado tercero a grado once, para calcularlo se compara los resultados que la institución obtuvo en el año anterior y el presente año en las pruebas saber e identifica si la cantidad de estudiantes que se hayan en el nivel insuficiente disminuye. El componente de desempeño corresponde al mejoramiento del porcentaje promedio que obtiene la institución en las pruebas saber. El componente de eficiencia evalúa la tasa de reprobación que maneja la institución y el componente de ambiente escolar evalúa la existencia o inexistencia de un clima propicio para el aprendizaje, aquí los estudiantes son encuestados el mismo día de la aplicación de las pruebas Saber, en un cuestionario diferente.

Como se puede deducir, las pruebas estandarizadas juegan un papel vital en este índice. Los componentes de progreso y desempeño, tienen cada una un puntaje del 40%, y sus objetivos se hayan en el seguimiento de los resultados institucionales de las pruebas estandarizadas tanto internamente como externamente. Los otros dos componentes, ambiente escolar y eficiencia, recibe cada uno un porcentaje total de 10%. De manera que, haciendo una lectura rápida el 80% de este índice, recae en los resultados de las pruebas estandarizadas en el área de matemáticas y lenguaje (como se puede ver en la Ilustración1). Se puede pensar que estas pruebas promueven la idea que con un puntaje alto se han formado sujetos competentes, pues dada la definición de competencia empleada por el ICFES (2013), se estan formando sujetos adecuadamente educados, y por tanto es la idea que se genera en la sociedad que transita por esta nueva década, por la “Colombia más educada” (Plan de desarrollo 2014-2018).

Cada mecanismo de regulación para la educación colombiana solicita tener en cuenta las necesidades propias del sujeto a educar, su origen, gustos, hobbies, edad, entre otros, todo esto se normaliza cuando se trata del conocimiento, recordemos que el conocimiento científico es el dominante en el sujeto educado, es decir, como menciona Fendler (2000) el sujeto educado del presente es producto del conocimiento, aunque las maneras de aprenderlo sean distintas. Así, estudiantes de diversas culturas al volverse sujetos educados

terminan por desconocer las riquezas de los conocimientos de un área específica, construida en sus comunidades.
Los colombianos hemos venido replicando procesos de enseñanza – aprendizaje estandarizados, que hablan de motivaciones hacia el sujeto, de cultivarle, el ser educado, que quiere que le enseñen. Son múltiples los dispositivos que pueden ayudar en esta tarea, entre ellos encontramos los textos escolares que proponen una manera de ver al estudiante, de pensarlo, que se encuentre en acción; el texto escolar se sustenta en las "necesidades" que las políticas educativas afirma tiene el estudiante, políticas que son esclarecidas por los poderes sociales, económicos, políticos, culturales del país; ejemplo de estas políticas son las dadas por la UNESCO [14] (significa Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura, en Inglés "United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization) "Educación para todos 2000 al 2015"(UNESCO, 2105).

Las políticas educativas constituyen un conglomerado de fuerzas que actúan sobre el sujeto, por tanto, los manuales o textos escolares como dispositivo de aprendizaje y enseñanza hacen parte de este conglomerado de fuerzas, aunque los textos escolares tienen un mayor uso en la educación privada que en la educación pública de nuestro país, debido a que la educación pública posee el carácter de gratuidad, el uso de ellos no tiene obligatoriedad para los estudiantes. Lo anterior no implica que los textos no lleguen a ellos, pues la mayor parte de los docentes acuden a ellos para la planeación y desarrollo de las clases.

Los textos escolares brindan confianza a los docentes, estudiantes y acudiente de los estudiantes para su uso, pues se han creado con el propósito de ajustarse a lo que determina la legislación educativa, los docentes seleccionan de allí lo que necesitan para acomodarlo a las necesidades. Sin embargo, frecuentemente se olvida que los textos escolares son producidos por empresas y que su propósito principal es vender, que están siendo ajustados por diversos estamentos como el industrial, quizás por eso cuando preguntamos por textos o manuales escolares encontramos que las editoriales ofrecen por lo menos dos gamas. La

[14] La UNESCO es un organismo que determina en gran medida las políticas educativas, que asumen países como el nuestro, que dependen de aprobación para recibir préstamos económicos o prebendas que le ayuden a mejorar la calidad de su educación.

gama alta es más costosa, económicamente hablando, que la otra, de hecho, en librerías populares, como las que se encuentran en el centro de Bogotá (carrera 9 con calle 16), al preguntar por textos para un grado especifico, ofrecen las dos, sugiriendo que la de gama baja, menos costosa económicamente, es la que se emplea para colegios públicos.

En la educación pública, los textos escolares, llegan generalmente por donaciones y estas no son frecuentes, y son de ejemplares que ya han tenido como mínimo 2 o 3 años de circulación en la educación privada por legislación, pues la ley dice que la educación es gratuita para los más "pobres" y la exigencia de un libro no se contempla, es lo que esgrimimos los docentes de colegios públicos cada vez que pensamos en solicitar algún material extra a nuestros estudiantes; entonces, se puede especular que las editoriales tal vez le juegan a ofrecer un texto que contenga lo que solicita la legislación, pero a su vez que se acomode al costo de producción y beneficio de un texto económico.

No se puede olvidar que en Bogotá al 2011[15], la proyección de población según la Secretaria de Planeación Distrital, es de 1.247.544 niños entre edades de 5 a los 19 años, edad escolar, de los cuales según la distribución por estratos socioeconómicos del año 2011, solo el 13,8% pertenecen a estratos medio, medio-alto y alto, dejando un 86,2% para los estratos cuyos niños hacen parte de la educación pública, suponiendo que el porcentaje de población por estrato se mantenga al año 2016, tendremos una población superior a 1.591.016 de niños en la educación pública o potenciales clientes a atender (Secretaria de Pleación Dsitrital, 2015). Entonces, la demanda del texto escolar no solo está dada por la población que puede pagarlo, también para los que no, pues como política educativa las instituciones relacionadas con el sistema educativo deben proporcionar gratuitamente textos escolares, así:

> El mercado del texto escolar está atado a la oferta escolar a la concepción que se forme, a el poder político que las empresas privadas juegan en su producción, distribución y consumo. Como soporte de conocimientos escolares es consignatario de saberes y técnicas mediante las cuales la sociedad refleja valores, paradigmas y

[15] Dado que el último censo oficial que se realizó en el país fue efectuado en el 2005, la proyección que se estableció para la población fue la realizada en el 2011, a la fecha no existen proyecciones similares que modifique estos datos.

> hechos que desea transmitir. Así, el texto escolar es un reflejo de la sociedad y, aunque sea deformado, incompleto o idealizado refleja el estado de conocimientos de una época o contexto (Chivata, 2013, pág. 19).

Si hacemos un análisis superficial de la ruta que sigue el texto escolar podemos ver entre líneas, que ellos trascienden de su estado físico al aula, pues el docente lo toma, hace su interpretación y aplicación ajustada o literal en el aula, pero y ¿qué están ofreciendo los textos escolares a los estudiantes en cada gama?¿Cómo están pensado los textos a los estudiantes?, dada la diversidad de estudiantes que puede tener un aula en la educación pública, niños con diferentes situaciones como: necesidades educativas especiales transitorias (NEET), estratos socioeconómicos, todo esto junto con las políticas de inclusión que vive la educación colombiana actual, donde es posible tener un estudiante con necesidades de educación especial en un aula regular y donde en muchos casos los docentes no cuentan con la capacitación para tratar estos casos, cabe preguntarse sobre los textos ¿A quién son dirigidos? ¿Qué tipo de sujetos?

Son múltiples las preguntas que resultan de sólo la intensión de ver el alcance de un texto escolar al rastrear la visión que ofrece sobre el sujeto educado, sin olvidar que su puesta en aula, se encuentra mediada por la interpretación que atañe particularmente al docente y sus concepciones e interpretación, influenciada por su formación profesional y escolar. Ocurre que, ante una situación nueva, podemos aprender juntos, sin embargo, el docente para enseñar emplea un "conocimiento" que es propio a los profesionales de la educación, relacionado con la pedagogía y didáctica de su campo de saber especifico, que seguramente termina por influir en la manera de abordar en texto escolar en sus clases. Esta variable de interpretación del modo de actuar en el aula depende del docente y es diversa, tanto como tipos de docentes existen, así que ella misma es un campo de investigación sobre el cual sería interesante profundizar.

EL ANÁLISIS DOCUMENTAL DE TEXTOS ESCOLARES DE MATEMÁTICAS: UNA ESTRATEGIA METODOLÓGICA PARA CARACTERIZAR EL SUJETO EDUCADO

Dado que la presente investigación busca rastrear el perfil del sujeto educado en textos escolares de matemáticas para la transición aritmética al álgebra, la metodología se enmarca en el enfoque cualitativo, cuyo propósito es aproximarse a la situación que se va a investigar con el objetivo de describirla, comprender cómo se constituye, a su vez descubrir e interpretar características o elementos que la componen. En términos de Martínez (2006):

> se trata del estudio de un todo integrado que forma o constituye una unidad de análisis y que hace que algo sea lo que es: Una persona, una entidad étnica, social, empresarial, un producto determinado, etc.; aunque también se podría estudiar una cualidad específica, siempre que se tengan en cuenta los nexos y relaciones que tiene con el todo, los cuales contribuyen a darle su significación propia (pág. 128).

Así, este enfoque se carga de subjetividad, por tanto, es necesario el uso de instrumentos de análisis que eviten al máximo los sesgos que el investigador pueda dar a la investigación.

Esta investigación es de carácter cualitativo, pues busca identificar el perfil del sujeto educado dado por Fendler (2000) en la información que da el texto escolar de grado octavo, a partir de las categorías de sujeto educado, transición aritmética al álgebra y aprendizaje de las matemáticas. Este análisis se enfocó en las unidades temáticas[16] que los textos escolares emplean para la transición aritmética álgebra, especialmente las denominadas *expresiones algebraicas* o *polinomios* dichos subtítulos son los que oficialmente presentan el inicio de esta transición en la etapa escolar en esta unidad temática se espera identificar elementos que perfilan al sujeto educado del presente.

El método es análisis documental, entendido desde Huberman y Miles (1994), como aquel que permite conocer la estructura de un mensaje, que puede ser emitido por cualquier medio de comunicación, ya sea oral, visual, escrito o cualquier otro medio, cuyo propósito sea el de comunicar ideas. En este caso, el medio es el texto escolar, el propósito de

[16] Unidades temáticas: se denomina a los espacios que los textos escolares destinan para explicar cada tema, o conjunto de temas.

investigación es descubrir sus componentes básicos, establecer las intensiones que tiene para el estudiante, identificar las ideas que se ponen en juego para el sujeto educado.

Por su parte la estrategia para analizar la información es el Análisis de contenido propuesto por Martinez y Saperas (2011), entendido como el procedimiento metodológico con el cual se obtiene resultados valorativos alrededor de una investigación realizada. La técnica es de tipo cuantitativo, pues se hace un recuento de las citas encontradas, y es cualitativo porque se hace juicios, analistas sobre estos resultados.

De acuerdo a Huberman y Miles (1994), se propone tres fases, para este tipo de investigación, estas tres fases no se presentan de forma jerárquica, ellas se pueden solapar entre sí.

Fase 1	Categorizar	En esta fase se discriminaron las categorías de análisis, las cuales son sujeto educado, conocimiento matemático y transición aritmética al álgebra, en unidades de análisis.
Fase 2	Estructurar	En esta fase se construyen códigos para cada categoría que permita identificarlas en los manuales y textos escolares, luego se relacionaron las tres categorías dados los códigos inductivos, empleando el programa Atlas.ti, obteniéndose un de mapa de las categorías y las relaciones que entre ellas se entretejen.
Fase 3	Teorizar	En esta fase se toman los códigos construidos en la estructuración y se analizan los manuales y textos escolares con el fin de interpretar los textos a la luz de estas categorías.

Criterios y selección de los manuales y textos escolares

La diversidad de textos que se pueden encontrar circulando en un año escolar en Colombia puede ser importante, así que la elección de los textos escolares elegidos para su análisis final obedeció a:

- La impresión hecha en Colombia.
- Se dirigen a la enseñanza de las matemáticas en aula regular.

- Textos cuyos títulos incluía términos como álgebra, matemáticas 8, o el numeral 8, para especificar que se dirigen a la enseñanza de las matemáticas de grado 8, o tercer año de segundaria.

Los textos seleccionados fueron:

F.S.C. (1954). *Algebra.* Medellín: BEDOUT.

Fondo Educativo Interamericano S.A. (1967). *Serie Matemática Moderna-Algebra.* Cali, Colombia: Norma.

Grupo Editorial NORMA. (2012). *Retos Matemáticas.* Bogotá: NORMA.

Grupo SM. (2008). *Serie Código Matemáticas.* Bogotá: SM.

Obonaga, Pérez, & Caro. (1984). *Matemática 3. Álgebra y Geometría.* Cali, Colombia: Prensa Moderna.

Patiño D, G. (1979). *Álgebra 3° y 4° Enseñanza Media.* Medellín: Bedout.

VOLUNTAD. (2011). *Zona Activa.* Bogotá: Grupo Editorial Norma.

Cada manual y texto fue filtrado con una ficha (Anexo 1) que permitió identificar sus características básicas y metodológicas, estas últimas, expuestas por cada libro en su portada, o presentaciones iniciales, estos apartados a modo de resumen se ubican en la fase de teorización que se hace a cada documento.

Categorías de análisis

Las categorías que se emplean en la presente investigación responden a: sujeto educado, conocimiento matemático y la tercera que se compone de dos conceptos, la transición aritmética al álgebra y aprendizaje de las matemáticas. En cada categoría se establece de manera concreta qué se busca en ellas por medio de unidades de análisis.

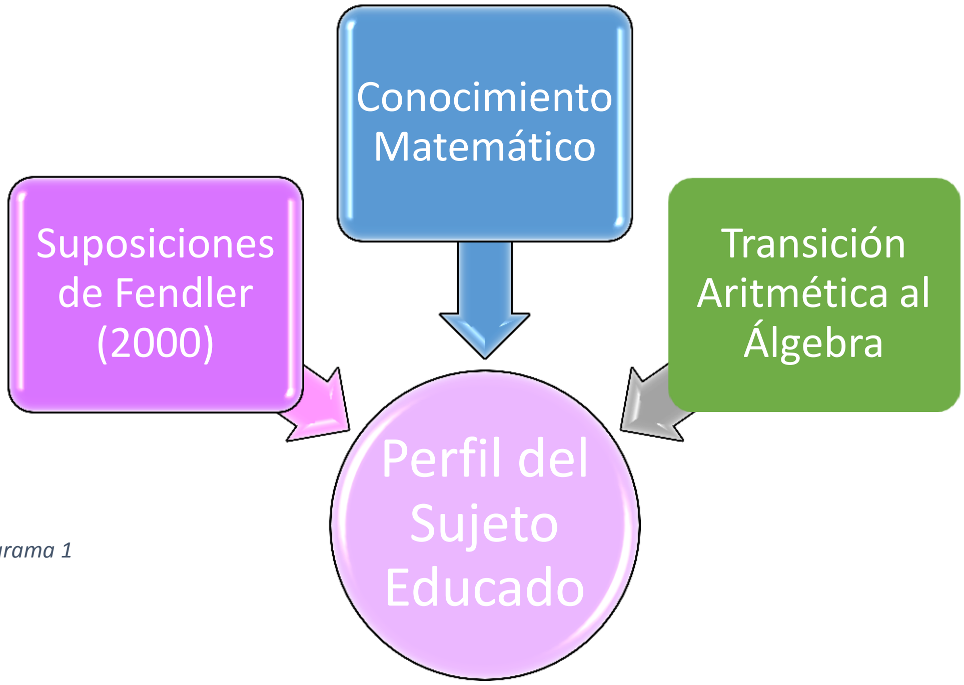


Diagrama 1

Sujeto educado: se emplean las seis suposiciones de Fendler (2000), y las unidades de análisis son:

Enseñabilidad:

- Uso de diversas representaciones para explicar el tema.
- Actividades o ejercicios que sugieran el uso de materiales concretos distinto a ejercicios que se resuelvan usando lápiz y papel, por ejemplo, el uso de algún software, material concreto como rompecabezas, juegos, entre otros.

Conocimiento científico:

- Definiciones, párrafos puntuales sobre un concepto que explican qué se entiende por este.
- Uso de pruebas estandarizadas como mecanismo de entrenamiento para aprender a marcar las respuestas.

Procedimiento generalizable para ser sujeto educado:

- Estructura en la que el editor del texto escolar presenta el tema al estudiante. Se espera encontrar dos tipos de estructura:

Capacidad para reflexionar objetivamente.

- Cuadros de autoevaluación con indicadores de avance propuestos para el tema desarrollado.
- Pruebas estandarizadas que presentan los textos escolares que lleven al sujeto evaluar el desempeño de su aprendizaje.

Individualizado e identificado según referentes demográficos:

- Uso de situaciones que se vinculen a contextos colombianos.
- Situaciones que refieren a profesiones o campos laborales.
- Situaciones que refieran a la diversidad de géneros y de estratos socioeconómicos.

Placer por ser educado y autodisciplinarse:

- Frases que motiven el aprendizaje basadas en beneficio laborales o profesionales a futuro.

Sobre la categoría conocimiento matemático, esta se revisó en dos vías, la primera es la aportada en la fundamentación teórica de Rico y Lupiañez (2008), que permite identificar si el texto privilegia el uso del conocimiento matemático como conceptual o procedimental este conocimiento ayuda a esclarecer cuál es la estructura en que se presenta la transición aritmetica al álgebra por parte de los textos o manuales escolares. Los patrones a rastrear son:

Conocimiento matemático conceptual:

- *Hechos.* Términos, notaciones, convenciones y resultados.
- *Conceptos*. Unidades de información que son producto de relaciones entre otras unidades de información. Por ejemplo, uso de diferentes representaciones para un mismo concepto: gráfico, simbólico o verbal.
- *Estructuras conceptuales*. Relaciones entre conceptos.

Conocimiento matemático procedimental.

- *Destrezas*: Procedimientos establecidos que se puedan desarrollar de acuerdo a rutinas. Estas destrezas necesitan de la *memoria y la práctica*.

- *Razonamiento*: Argumento que explique una relación o una propiedad. Las conexiones empleadas pueden *ser inferencial o de implicación*.
- *Estrategias*: Procedimientos o reglas de acción que permite obtener una conclusión o responder una cuestión usando relaciones, conceptos o diversidad de sistemas de representación.

Para la categoría transición aritmética al álgebra y aprendizaje de las matemáticas se tendrán en cuenta los niveles propuestos por Rojas y otros (1999).

- El nivel I, Bajo de las operaciones concretas: uso de letra como evaluada, objeto y no usada, los enunciados incluyen operaciones simples, de una operación.
- El nivel II, Superior de las operaciones concretas: uso de la interpretación de la letra como evaluada, objeto y no usada, enunciados con operaciones complejas.
- El nivel III, Bajo de las operaciones formales: uso de la letra como incógnita, y las operaciones emplean números en un rango pequeño.
- El nivel IV, Superior de las operaciones formales: uso de la letra como incógnita y las operaciones son más complejas.

Estructuración

A continuación, se presenta las categorías y los códigos inductivos que las representan, estos permitirán ubicar las categorías al momento de analizar el contenido de los textos a la luz de las categorías sujeto educado, conocimiento matemático y transición aritmética al álgebra.

Sujeto educado

Enseñabilidad:

¿Qué tipo de representaciones se utiliza para explicar el tema?

¿Cuáles materiales didácticos sugiere el texto para el desarrollo de las actividades?

Conocimiento científico:

¿Cómo se presentan las explicaciones, mantienen una estructura común?

¿Qué tipos de pruebas se utilizan?, y ¿Qué las caracteriza?

Procedimiento generalizable para ser sujeto educado:

¿Presenta un protocolo para que el sujeto se apropie del concepto presentado y que elemento involucra?

Capacidad para reflexionar objetivamente.

¿Qué procedimientos busca generar las pruebas que propone el texto? ¿Hay pruebas que lleven a la reflexión del auto aprendizaje?

Individualizado e identificado según referentes demográficos.

¿Qué tipo de situaciones son utilizadas?
¿Qué tipo de profesionales promociona?
¿Presenta situaciones que refieran a la multiplicidad de géneros y estratos socioeconómicos?

Placer por ser educado y autodisciplinarse

¿Qué tipo de frases motivan el aprendizaje, donde es puesto el sujeto, cuáles son las motivaciones?

Conocimiento matemático

Conceptual

¿Se presenta el conocimiento matemático como un conjunto de términos, notaciones?
¿Emplea diferentes representaciones sobre un mismo concepto?
¿Se hacen relaciones entre conceptos?

Procedimental

¿Cuáles procedimientos desarrolla? ¿Son rutinarios?
¿Presenta argumentos que expliquen una relación o una propiedad?
¿Se hacen conclusiones a partir de procedimientos o reglas de acción que involucran diversas representaciones?

Transición aritmética al álgebra

El nivel I, Bajo de las operaciones concretas

¿Los enunciados conllevan al uso de la letra como evaluada, objeto y no usada? ¿Plantea el uso de situaciones simples?

El nivel II, Superior de las operaciones concretas:

¿Los enunciados conllevan al uso de la letra como evaluada, objeto y no usada? ¿Plantea el uso de situaciones complejas?

El nivel III, Bajo de las operaciones formales:

¿Los enunciados conllevan al uso de la letra como incógnita? ¿Plantea el uso de situaciones simples?

El nivel IV, Superior de las operaciones formales:

¿Los enunciados conllevan al uso de la letra como incógnita? ¿plantea el uso de situaciones complejas?

Triangulación de la información

Luego de incorporar los códigos inductivos al Programa Atlas.ti, se pudo ver las relaciones presentes entre ellos, constituyéndose la red de códigos que se ve en el diagrama 2, mostrando las relaciones que resultaron más predominantes a la hora de ubicarse en el texto. Las tres categorías fuera del texto escolar parecerían disyuntas, pero gracias a que se están analizando en los manuales o textos escolares, los códigos analíticos propuestos para cada categoría y descritos anteriormente, permiten relacionarlas.

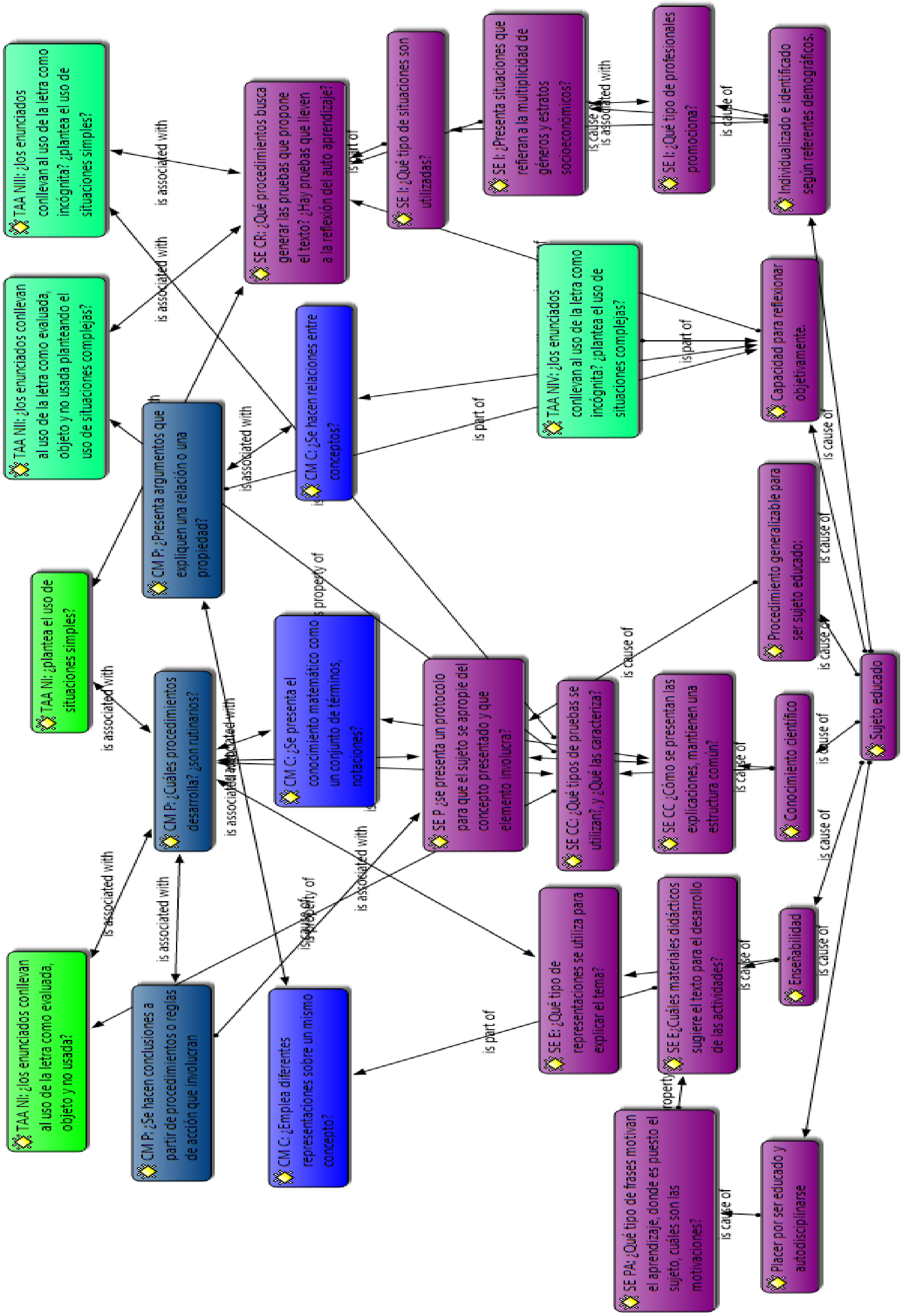


Diagrama 2. Red de Categorías

Se identificó que los códigos analíticos que pertenecen a la categoría de sujeto educado, son acciones generalizables a cualquier área de conocimiento, y por tanto es la categoría predominante en el análisis; se halla presente en cada una de las páginas de los manuales o textos escolares, pues cada acción dispuesta en los textos pretende educar al sujeto. En el diagrama 2, esta categoría se identifica con color morado, las relaciones que se establecen responde a las acciones comunes entre categorías, es decir, se relacionan aquellos códigos analíticos que encuentran similitud en su accionar.

Por la temática del manual o texto escolar, la siguiente categoría a relacionar es el conocimiento matemático, que en la red se presenta con color azul. Por tratarse del análisis en textos de matemáticas, esta categoría es también un invariante en las páginas de los ejemplares analizados, su enfoque va hacia las acciones que determinan el conocimiento matemático visto desde Rico y Lupiañes (2008), conocimiento conceptual y procedimental.

Finalmente, los códigos analíticos de la categoría transición aritmética al álgebra se producen en el cruce de las dos categorías anteriores, en tanto que involucra un conocimiento matemático específico, en este caso referente a la transición aritmética al álgebra, con la categoría de sujeto educado que se presenta en cualquier proceso de enseñanza y aprendizaje. Esta categoría de transición aritmética al álgebra se representa con color amarillo y se puede entender sobre su ubicación en la red que en ella convergen las dos categorías, que las matemáticas pueden ser el instrumento que surge como excusa para formar al sujeto educado.

Para destacar, el código analítico de la transición aritmética al álgebra que pregunta por enunciados que conllevan el uso de la letra como incógnita solo se relacionó con la categoría analítica, capacidad para reflexionar objetivamente. Las citas encontradas con Atlas.ti no dieron muestra de emplear frecuentemente este nivel de la transición aritmética al álgebra.

Teorización

La última fase corresponde al cruce de las categorías por medio de los códigos con los manuales o textos escolares seleccionados para sus análisis, este paso se realizó usando el programa Atlas.ti, y permitió identificar como categorías de análisis a:

Diagrama 3. Categorías de Análisis

Cada una de estas categorías determinó el análisis de los textos; a continuación, se presentan los análisis efectuados.

ANÁLISIS DEL PERFIL DEL SUJETO EDUCADO POR DÉCADAS: EXPOSICIÓN DE LOS RESULTADOS DE INVESTIGACIÓN

A continuación, se presenta cada uno de los hallazgos para cada categoría de análisis que resultó al buscar del perfil del sujeto educado propuesto en esta investigación, dada la trascendencia de las políticas educativas, se analizan los manuales cada dos décadas: 50–60, 70-80 y 90 al 2010. Para empezar el análisis, cada texto cuenta con un resumen breve de sus características bibliográficas y/o consideraciones de su tiempo de creación. Luego cada texto esta analizado desde cada una de las categorías analíticas resultantes del análisis en el programa Atlas.ti, así: las 6 suposiciones de Fendler (2000), el conocimiento matemático y luego la transición aritmética al álgebra, la presentación de cada categoría de análisis se hace con el uso de citas tomadas de cada manual o texto escolar que da cuenta de ella o no.

Décadas 50 y 60

1. Presentación de los textos

Ilustración 1. Miguel Febres Cordero (1854-1910)

A. Álgebra (1954)

Este manual adquiere impacto en Colombia durante los años 1950 a 1960, como una propuesta de manual escolar. Es pensado para uso de los "alumnos", la primera versión de este manual fue escrita mucho antes de esta década para Ecuador por el religioso Ecuatoriano Miguel Febres Cordero de la comunidad Hermanos de las Escuelas Cristianas de La Salle, a finales del siglo XIX (Originarias de Francia), este religioso, inicia la autoría de manuales escolares con la traducción de catecismos para Ecuador con el propósito de instruir en la religión a las gentes de su país.

Es tan exitoso que por solicitud de su comunidad religiosa continúa escribiendo manuales escolares para los alumnos, manuales de diversas áreas como: ciencias, historia, matemáticas, castellano, tanto para primaria como secundaria bajo el seudónimo de G.M. Bruño. El manual responde a la experiencia religiosa de su autor y se fundamenta en la "pedagogía católica", con un currículo fundamentalmente práctico y concreto. El ejemplar que llega a Colombia en 1954, décadas más tarde que a Ecuador, presenta a Alfonso y Néstor[17] como autores con las siglas F. S. C, quienes fueron los encargados de tomar la versión ecuatoriana y ajustarla para Colombia. Estas comunidades llegan a Colombia auspiciadas por Monseñor Bernardo Herrera Restrepo quien era Obispo de Medellín.

Buscar la síntesis y practicidad, era el propósito de las Escuelas Cristianas, pues el objetivo central fue colocar el conocimiento científico al alcance los alumnos. En Colombia la Editorial Bedout en la ciudad de Medellín fue la encargada de su impresión y circulación. Este manual en particular pertenece a una colección que incluye no solo Matemáticas, también incluye manuales para Religión, Castellano, Historia, Ciencias, Francés y "Varios" (este último título refiere a cátedras de la comunidad religiosa) (Ocampo, 2011).

[17] Que significa que son Hermanos de las Escuelas Cristianas o de La Salle. Los autores no aparecen con apellidos, porque los religiosos al incorporarse a la comunidad religiosa cambian su apellido al de hermano de la Salle.

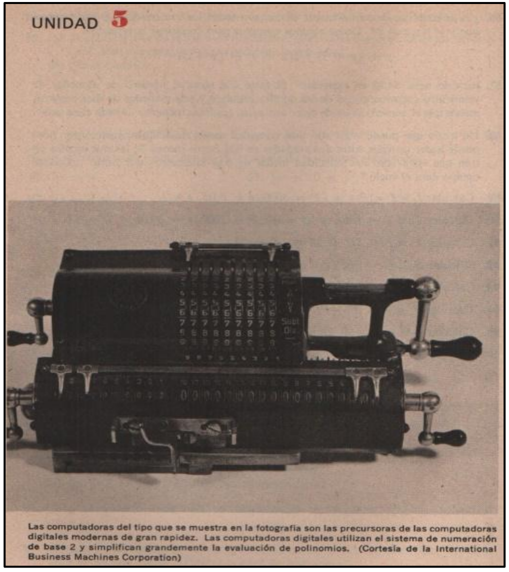


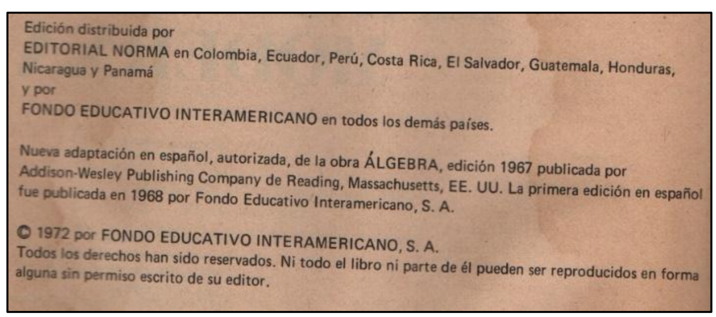
Ilustración 2. 1967

Para la época (1910) el estado colombiano se debate por la demanda de separación entre Estado e iglesia. Son varios los gobiernos y años que pasaron antes de alcanzar una educación laica algunos de los lemas de gobiernos liberales que incluían esta separación se llamaron: "Movimiento De Concentración Nacional" (1930-1934), "La Revolución En Marcha" (1934-1938), "La Pausa A La Revolución En Marcha" (1938 - 1942) (Herrera, 1993).

B. Serie Matemática Moderna-Álgebra (1967)

Este texto escolar es producto de un trabajo a varias manos, Johnson Richard, Lee Lona y Slesnick William, profesionales de la educación en U.S.A. El manual llega a Latinoamérica luego de ser revisado y adaptado en la traducción por García Mariano (Puerto Rico), Santaló Luis (Argentina) y Zegarra Jorge (Venezuela). En Colombia estas asesoráis las hicieron Cuellar Rodrigo, León José y Morales Alfonso, personas que se desempeñaban en el medio educativo. La impresión fue hecha por editorial Norma, que pertenece al grupo Carvajal & Cía., empresa Vallecaucana, fundada en 1960. Esta editorial pone en circulación un texto escolar que no está pensado para la población colombiana, sus autores son profesionales de la educación en instituciones educativas como la universidad de New Hampshire, U.A.S y escuelas como River Forest en Illinois U.A. S.

El texto es puesto en circulación por Editorial Norma en Colombia y en algunos países de Latinoamérica y Centro América, como se puede ver en la ilustración 3, pero es el Fondo Educativo Interamericano S.A., el que se encarga de distribuirlo en los países restantes.


Edición distribuida por
EDITORIAL NORMA en Colombia, Ecuador, Perú, Costa Rica, El Salvador, Guatemala, Honduras, Nicaragua y Panamá
y por
FONDO EDUCATIVO INTERAMERICANO en todos los demás países.

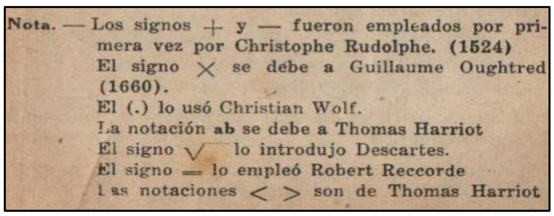
Nueva adaptación en español, autorizada, de la obra ÁLGEBRA, edición 1967 publicada por Addison-Wesley Publishing Company de Reading, Massachusetts, EE. UU. La primera edición en español fue publicada en 1968 por Fondo Educativo Interamericano, S. A.

© 1972 por FONDO EDUCATIVO INTERAMERICANO, S. A.
Todos los derechos han sido reservados. Ni todo el libro ni parte de él pueden ser reproducidos en forma alguna sin permiso escrito de su editor.

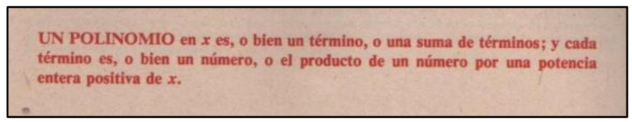
Ilustración 3. 1967

La unidad temática con la que inicia el manual "La enseñanza del álgebra", se identifica con el término polinomios y aparece una imagen que los contextualiza, ver ilustración 2 (lo que se esperaría fuera la transición aritmética al álgebra) con la tecnología, la presencia de la imagen y su conexión con el álgebra se justifica en el hecho de que esta década corresponde a la “ola de la Tecnología educativa” (Vasco, 2002).

El manual está hecho a dos tintas, emplea gráficos sobre todo para el tema de funciones, es decir, las únicas imágenes que se presentan, son fotografías que son usadas al iniciar la unidad temática. Este texto no usa el apartado “Notas” como si lo emplea el manual anterior, pero emplea párrafos en color rojo para hacer sus veces, es decir, espacios donde se resalta alguna definición o se clarifica algún procedimiento.


Nota. — Los signos + y — fueron empleados por primera vez por Christophe Rudolphe. (1524)
El signo × se debe a Guillaume Oughtred (1660).
El (.) lo usó Christian Wolf.
La notación ab se debe a Thomas Harriot
El signo √ lo introdujo Descartes.
El signo = lo empleó Robert Reccorde
Las notaciones < > son de Thomas Harriot

Manual Escolar 1954


UN POLINOMIO en x es, o bien un término, o una suma de términos; y cada término es, o bien un número, o el producto de un número por una potencia entera positiva de x.

Manual Escolar 1967

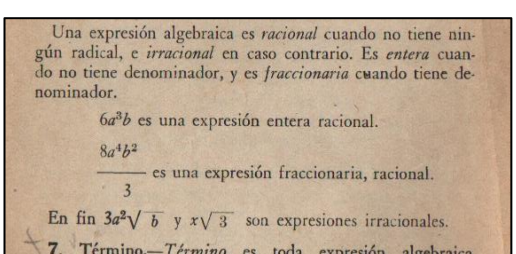
2. Análisis de los textos desde las suposiciones de Fendler

A modo general, de una década a otra se hallan cambios, por ejemplo, aparecen las motivaciones con el uso de fotografías, imágenes que ayudan a ejemplificar el concepto ubicándolo en un contexto. El uso de dos tintas para la impresión e inclusión de más ejemplos explicativos que mostrará la aplicación del algoritmo.

Para presentar el análisis de los textos se ha identificado la categoría analítica con el mismo color que se mostró en la red categorial. Además, se indica la relación con la pregunta que se definió como código de análisis.

Enseñabilidad → ¿Qué tipo de representaciones se utiliza para explicar el tema?, ¿Cuáles materiales didácticos sugiere el texto para el desarrollo de las actividades?

El paso de estos códigos analíticos por los manuales escolares en Atlas.ti identificó estas dos citas como ejemplos de la enseñabilidad.

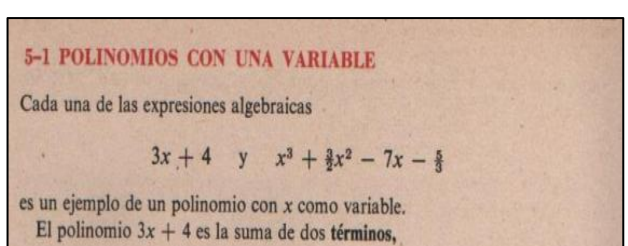

Una expresión algebraica es *racional* cuando no tiene ningún radical, e *irracional* en caso contrario. Es *entera* cuando no tiene denominador, y es *fraccionaria* cuando tiene denominador.

$6a^3b$ es una expresión entera racional.

$\dfrac{8a^4b^2}{3}$ es una expresión fraccionaria, racional.

En fin $3a^2\sqrt{b}$ y $x\sqrt{3}$ son expresiones irracionales.

7. Término.—*Término* es toda expresión algebraica

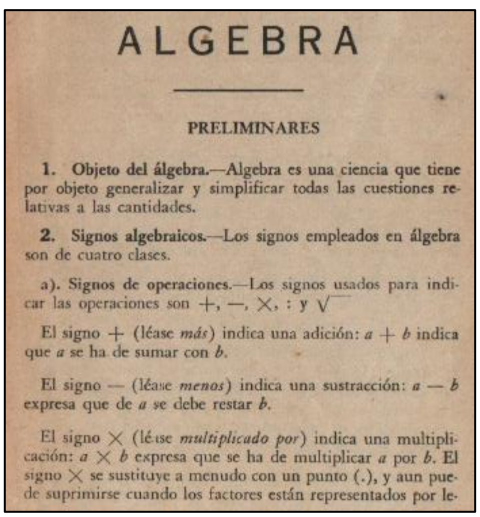

5-1 POLINOMIOS CON UNA VARIABLE

Cada una de las expresiones algebraicas

$$3x + 4 \quad y \quad x^3 + \tfrac{3}{2}x^2 - 7x - \tfrac{5}{3}$$

es un ejemplo de un polinomio con x como variable.

El polinomio $3x + 4$ es la suma de dos **términos**, Los dos manuales emplean representaciones de las matemáticas que en términos de Rico y Lupiañes (2008), como conocimiento conceptual en el nivel de hechos, es decir, el texto presenta las matemáticas como un compendió de términos definiciones, dejando el aprendizaje del sujeto al dominio de términos y el reconocimiento de sus componentes, en la ilustración 4 se puede ver la presentación del tema polinomios como un compendio de definiciones. Luego de estas definiciones, los ejercicios propuestos (ver ilustración 6) evalúan la apropiación que llegó a adquirir él estudiante frente a las definiciones dadas.



ALGEBRA

PRELIMINARES

1. **Objeto del álgebra.**—Algebra es una ciencia que tiene por objeto generalizar y simplificar todas las cuestiones relativas a las cantidades.

2. **Signos algebraicos.**—Los signos empleados en álgebra son de cuatro clases.

a). **Signos de operaciones.**—Los signos usados para indicar las operaciones son $+$, $-$, $\times$, : y $\sqrt{\ }$

El signo $+$ (léase *más*) indica una adición: $a + b$ indica que a se ha de sumar con b.

El signo $-$ (léase *menos*) indica una sustracción: $a - b$ expresa que de a se debe restar b.

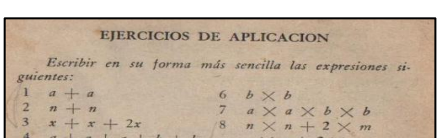
El signo $\times$ (léase *multiplicado por*) indica una multiplicación: $a \times b$ expresa que se ha de multiplicar a por b. El signo $\times$ se sustituye a menudo con un punto (.), y aun puede suprimirse cuando los factores están representados por le-

Ilustración 5. 1954

Dado que la enseñabilidad se relaciona con la idea que todo puede ser enseñable, el álgebra se presenta como la acción de generalizar y simplificar las cantidades (ver ilustración 5), no presentan situaciones cotidianas que desarrollen la explicación del tema; la didáctica que facilita el aprendizaje de este concepto se remite a la memorización (ver ilustración 5) e inclusión de la imagen de un artefacto tecnológico que ejemplifica la aplicabilidad del conocimiento a enseñar (ver ilustración 2) y al desarrollo de actividades que requieren únicamente de lápiz y papel. Así los manuales presentan información básica con el objetivo que todo aquel que acceda a él, pueda asimilar el lenguaje matemático y por el énfasis que se hace en lo procedimental, se entiende que el conocimiento matemático es un cumulo de procedimientos a memorizar.

Conocimiento científico

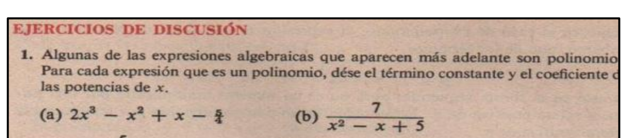
¿Cómo se presentan las explicaciones, mantienen una estructura común? ¿Qué tipos de pruebas se utilizan? ¿Qué las caracteriza?



EJERCICIOS DE APLICACION

Escribir en su forma más sencilla las expresiones siguientes:

1 $a + a$ 6 $b \times b$
2 $n + n$ 7 $a \times a \times b \times b$
3 $x + x + 2x$ 8 $n \times n + 2 \times m$



EJERCICIOS DE DISCUSIÓN

1. Algunas de las expresiones algebraicas que aparecen más adelante son polinomio
Para cada expresión que es un polinomio, dése el término constante y el coeficiente
las potencias de x.

(a) $2x^3 - x^2 + x - \frac{2}{3}$ (b) $\frac{7}{x^2 - x + 5}$

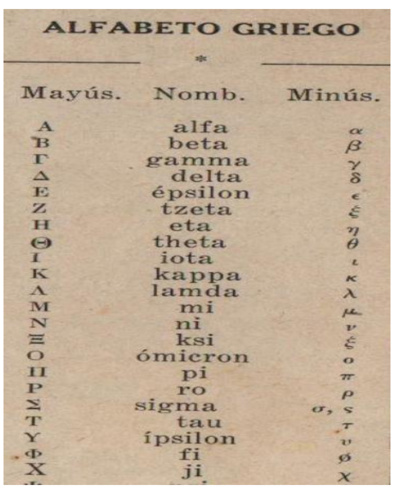
Los códigos analíticos que refieren al conocimiento científico en esta categoría analítica con el programa Atlas.ti evidenciaron estas dos citas, donde se puede ver que las matemáticas de estas dos décadas, se caracterizan por un conocimiento que se abstrae del contexto, es un nuevo lenguaje cargado de formalidad, rigidez en su estructura, como se puede ver en la ilustración 6, el sujeto se educa en la identificación y manejo procedimental de las reglas algebraicas (ver ejercicio 21, en la ilustración 6B), todos los ejercicios buscan evaluar la comprensión de las definiciones tratadas, casi de forma literal, un ejemplo es el numeral 1, en la ilustración 6B: "*Algunas de las expresiones algebraicas que aparecen más adelante son polinomios. Para cada expresión que es un polinomio, dése el termino constante y el coeficiente con las potencias de x*". Aquí el sujeto da cuenta de las partes de una expresión algebraica (polinomio) y el numeral 2 de esta misma imagen, debe evaluarlo, es decir operar con él.

Se evidencia cambios en el tipo de ejercicios que se plantean de una década a la siguiente (**¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**), mientras en la década de los 50, los jercicios están en relación a identificar si el sujeto puede operar con las expresiones algebraicas (polinomios) dadas las instrucciones previas: "*Redúzcase a los términos semejantes*" o "*Escribir en forma más sencilla las expresiones siguientes*", en la década de los 60, se pregunta por el análisis matemático que resulta en las expresiones dadas, bajo una condición, "*Si el dominio de x es el conjunto de los números reales positivos ¿Qué puede predecirse acerca de los valores de los polinomio siguientes*?" (Ilustración 6B, ejercicio 21), estos ejercicios requieren un mayor nivel de comprensión sobre el dominio conceptual tema, implícitamente requiere que el sujeto sepa de funciones y la relacione ahora con el concepto de polinomios.

Se puede afirmar que este cambio en el manual es producto de la política educativa de la década que privilegia la enseñanza de contenidos en busca de producción de conocimiento científico, haciendo que el sujeto dependiera del conocimiento, desembocando en lo que menciona Isabel Segovia "una crisis del sistema educativo en la que las familias y los estudiantes encuentran la educación poco pertinente con las necesidades vitales de la supervivencia, el mundo del trabajo, la vida en comunidad y la sociedad" (MEN, 2016). Entonces el manual de la década de los 60 es un ejemplo de cómo se propende por la construcción de conocimiento científico, aunque su aplicabilidad no se corresponda con un contexto real. La fotografía de la máquina de escribir muestra los primeros pasos del manual por disminuir esta brecha, entre conocimiento científico y contexto de aprendizaje, pero no se vale de ella y su funcionamiento para explicar a los procedimientos matemáticos.

Procedimiento generalizable para ser sujeto educado

¿Se presenta un protocolo para que el sujeto se apropie del concepto presentado y qué elemento involucra?

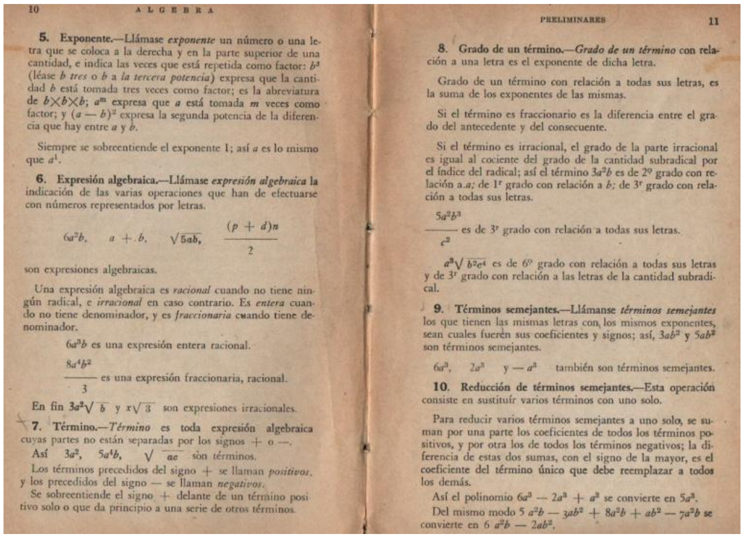

ALFABETO GRIEGO

Mayús.	Nomb.	Minús.
Α	alfa	α
Β	beta	β
Γ	gamma	γ
Δ	delta	δ
Ε	épsilon	ε
Ζ	tzeta	ζ
Η	eta	η
Θ	theta	θ
Ι	iota	ι
Κ	kappa	κ
Λ	lamda	λ
Μ	mi	μ
Ν	ni	ν
Ξ	ksi	ξ
Ο	ómicron	ο
Π	pi	π
Ρ	ro	ρ
Σ	sigma	σ, ς
Τ	tau	τ
Υ	ípsilon	υ
Φ	fi	φ
Χ	ji	χ

Ilustración 7. 1954

El análisis de esta categoría por medio de Atlas.ti en los manuales de estas dos décadas identificaron tres citas que son presentadas en las ilustraciones 7 y 8, dejando ver que en la década de los 50 se haya un claro ejemplo de los primeros manuales a los que se refiere Álzate (2000), manuales cargados de terminología propia del conocimiento científico, y se presenta al sujeto por medio de un glosario de términos, definiciones expuestas en su forma más sintética e incluye, pronunciación y operación como se puede ver en la ilustración 8. El sujeto se educa para recibir la información y aceptarla como se presenta, es tan sofisticada y veraz, que no parece tener caducidad, ella define, nombra y secuencia el procedimiento.

El procedimiento para aprender matemáticas, para educarse en esta disciplina, tiene que ver con la comprensión del lenguaje matemático, de las reglas de conformación, de lo que es permitido hacer o no con ellas, es decir, el significado que las expresiones algebraicas denotan y parecen no trascender más allá del universo de las matemáticas abstractas, como si la operatividad o la experticia que se pueda ganar al operar con ellas fuera el centro de las matemáticas.



10 ALGEBRA

5. Exponente.—Llámase *exponente* un número o una letra que se coloca a la derecha y en la parte superior de una cantidad, e indica las veces que está repetida como factor: b^3 (léase *b tres* o *b a la tercera potencia*) expresa que la cantidad b está tomada tres veces como factor; es la abreviatura de $b \times b \times b$; a^m expresa que a está tomada m veces como factor; y $(a - b)^2$ expresa la segunda potencia de la diferencia que hay entre a y b.

Siempre se sobreentiende el exponente 1; así a es lo mismo que a^1.

6. Expresión algebraica.—Llámase *expresión algebraica* la indicación de las varias operaciones que han de efectuarse con números representados por letras.

$$6a^2b, \quad a + b, \quad \sqrt{5ab}, \quad \frac{(p + d)n}{2}$$

son expresiones algebraicas.

Una expresión algebraica es *racional* cuando no tiene ningún radical, e *irracional* en caso contrario. Es *entera* cuando no tiene denominador, y es *fraccionaria* cuando tiene denominador.

$6a^3b$ es una expresión entera racional.

$\frac{8a^4b^2}{3}$ es una expresión fraccionaria, racional.

En fin $3a^2\sqrt{b}$ y $x\sqrt{3}$ son expresiones irracionales.

7. Término.—*Término* es toda expresión algebraica cuyas partes no están separadas por los signos + o —.

Así $3a^2$, $5a^4b$, $\sqrt{ac}$ son términos.

Los términos precedidos del signo + se llaman *positivos*, y los precedidos del signo — se llaman *negativos*.

Se sobreentiende el signo + delante de un término positivo solo o que da principio a una serie de otros términos.

PRELIMINARES 11

8. Grado de un término.—*Grado de un término* con relación a una letra es el exponente de dicha letra.

Grado de un término con relación a todas sus letras, es la suma de los exponentes de las mismas.

Si el término es fraccionario es la diferencia entre el grado del antecedente y del consecuente.

Si el término es irracional, el grado de la parte irracional es igual al cociente del grado de la cantidad subradical por el índice del radical; así el término $3a^2b$ es de 2º grado con relación a a; de 1r grado con relación a b; de 3r grado con relación a todas sus letras.

$\frac{5a^2b^3}{c^2}$ es de 3r grado con relación a todas sus letras.

$a^3\sqrt{b^2c^4}$ es de 6º grado con relación a todas sus letras y de 3r grado con relación a las letras de la cantidad subradical.

9. Términos semejantes.—Llámanse *términos semejantes* los que tienen las mismas letras con los mismos exponentes, sean cuales fueren sus coeficientes y signos; así, $3ab^2$ y $5ab^2$ son términos semejantes.

$6a^3$, $2a^3$ y $-a^3$ también son términos semejantes.

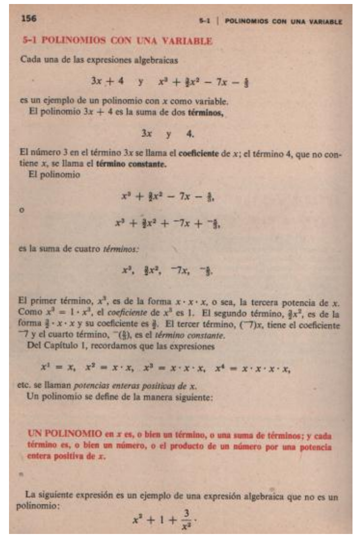
10. Reducción de términos semejantes.—Esta operación consiste en sustituír varios términos con uno solo.

Para reducir varios términos semejantes a uno solo, se suman por una parte los coeficientes de todos los términos positivos, y por otra los de todos los términos negativos; la diferencia de estas dos sumas, con el signo de la mayor, es el coeficiente del término único que debe reemplazar a todos los demás.

Así el polinomio $6a^3 - 2a^3 + a^3$ se convierte en $5a^3$.

Del mismo modo $5a^2b - 3ab^2 + 8a^2b + ab^2 - 7a^2b$ se convierte en $6a^2b - 2ab^2$.

Ilustración 8A. 1954



156 5-1 | POLINOMIOS CON UNA VARIABLE

5-1 POLINOMIOS CON UNA VARIABLE

Cada una de las expresiones algebraicas

$$3x + 4 \quad y \quad x^3 + \tfrac{3}{2}x^2 - 7x - \tfrac{5}{3}$$

es un ejemplo de un polinomio con x como variable.

El polinomio $3x + 4$ es la suma de dos **términos,**

$$3x \quad y \quad 4.$$

El número 3 en el término $3x$ se llama el **coeficiente** de x; el término 4, que no contiene x, se llama el **término constante.**

El polinomio

$$x^3 + \tfrac{3}{2}x^2 - 7x - \tfrac{5}{3},$$

o

$$x^3 + \tfrac{3}{2}x^2 + {}^{-}7x + {}^{-}\tfrac{5}{3},$$

es la suma de cuatro *términos:*

$$x^3, \quad \tfrac{3}{2}x^2, \quad {}^{-}7x, \quad {}^{-}\tfrac{5}{3}.$$

El primer término, x^3, es de la forma $x \cdot x \cdot x$, o sea, la tercera potencia de x. Como $x^3 = 1 \cdot x^3$, el *coeficiente* de x^3 es 1. El segundo término, $\tfrac{3}{2}x^2$, es de la forma $\tfrac{3}{2} \cdot x \cdot x$ y su coeficiente es $\tfrac{3}{2}$. El tercer término, $({}^{-}7)x$, tiene el coeficiente ${}^{-}7$ y el cuarto término, ${}^{-}(\tfrac{5}{3})$, es el *término constante.*

Del Capítulo 1, recordamos que las expresiones

$$x^1 = x, \quad x^2 = x \cdot x, \quad x^3 = x \cdot x \cdot x, \quad x^4 = x \cdot x \cdot x \cdot x,$$

etc. se llaman *potencias enteras positivas de x.*

Un polinomio se define de la manera siguiente:

UN POLINOMIO en x es, o bien un término, o una suma de términos; y cada término es, o bien un número, o el producto de un número por una potencia entera positiva de x.

La siguiente expresión es un ejemplo de una expresión algebraica que no es un polinomio:

$$x^2 + 1 + \frac{3}{x^2}.$$

Ilustración 8B. 1967

Estos manuales dan la sensación de perpetuar los métodos y los contenidos, al mostrarlos desprovistos de contexto, son conceptos atemporales, el lenguaje busca instruir al sujeto en el uso del tecnicismo de las matemáticas vistas como una disciplina rígida, estática y robusta (ilustración 8). De una década a la otra, se es más explícito en los pasos que se deben seguir por medio de ejercicios explicativos como se puede ver en la ilustración 8B, donde se presenta un ejemplo particular de expresiones algebraicas, se marca al sujeto sus unidades de composición ejemplificando cada una: “*el número 3 en el término 3x se llama el coeficiente de x; el termino 4, que no contiene x se llama termino constante*”.

Se puede afirmar que el procedimiento para educar al sujeto, en los dos manuales es similar, en tanto que en un primer momento educan en el reconocimiento de las unidades con las que se puede operar y el vocabulario de éstas, en un segundo momento, se educa en la operatividad y finalmente, en la aplicación de ejercicios que buscan evaluar la comprensión de los dos primeros momentos. Los manuales emplean un discurso directo y sin cercanías al sujeto, donde el experto incluye un lenguaje que sea lo más sucinto posible:

“*Llámese expresión algebraica la indicción de las varias operaciones que han de efectuarse con números representados por letras”* o “*Un polinomio en x es, o bien un término, o una suma de términos; y cada termino es, o bien un número, o el producto de un número por una potencia entera positiva de x*” (ver ilustración 8).

Capacidad para reflexionar objetivamente

¿Qué procedimientos busca generar las pruebas que propone el texto? ¿Hay pruebas que lleven a la reflexión del auto aprendizaje?

Las citas que se ubicaron con Atlas.ti más cercanas para esta categoría de análisis se presentaron en el manual de 1967, donde se relaciona el uso de un conocimiento matemático más elaborado, que lleva al sujeto a interpelarse sobre el manejo que ha adquirido de este y la posibilidad de relacionarlo con otros conocimientos, como se ve en la ilustración 9, ejercicio 22, literal a.

.

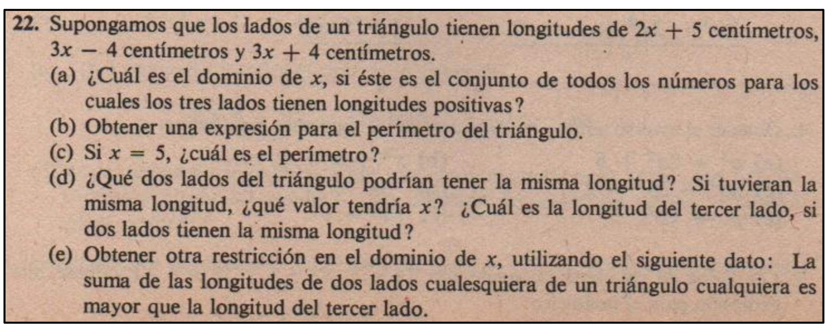
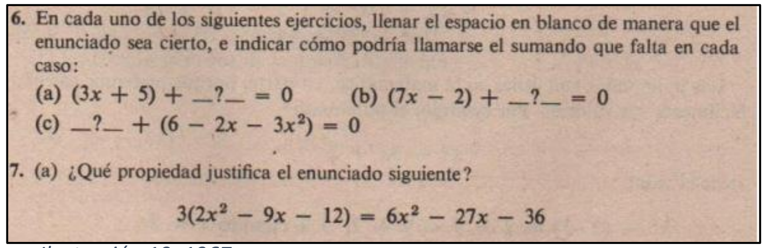

22. Supongamos que los lados de un triángulo tienen longitudes de $2x + 5$ centímetros, $3x - 4$ centímetros y $3x + 4$ centímetros.
(a) ¿Cuál es el dominio de x, si éste es el conjunto de todos los números para los cuales los tres lados tienen longitudes positivas?
(b) Obtener una expresión para el perímetro del triángulo.
(c) Si $x = 5$, ¿cuál es el perímetro?
(d) ¿Qué dos lados del triángulo podrían tener la misma longitud? Si tuvieran la misma longitud, ¿qué valor tendría x? ¿Cuál es la longitud del tercer lado, si dos lados tienen la misma longitud?
(e) Obtener otra restricción en el dominio de x, utilizando el siguiente dato: La suma de las longitudes de dos lados cualesquiera de un triángulo cualquiera es mayor que la longitud del tercer lado.

Ilustración 9. 1967

“*¿Cuál es el dominio de x, si este es el conjunto de todos los números para los cuales los tres lados tienen longitudes positivas*?” el sujeto debe comprender que las expresiones algebraicas dadas previamente expresan los lados de un triángulo y que la x representa un conjunto de valores, sobre el cual recae una condición, el ser positivos pues la situación trata de las distancias de los lados del triángulo que solo tienen sentido en las cantidades positivas. Sumado a esto, él debe reflexionar e identificar los posibles valores que cumplen las condiciones dadas en las expresiones algebraicas para que al evaluar se obtengan valores positivos, es una reflexión sobre la operatividad y su comprensión en contextos geométricos y variacional.



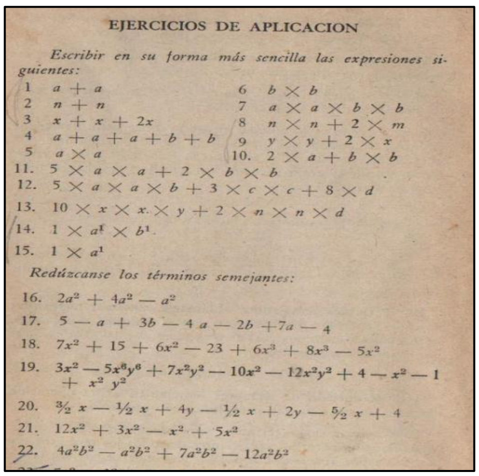
6. En cada uno de los siguientes ejercicios, llenar el espacio en blanco de manera que el enunciado sea cierto, e indicar cómo podría llamarse el sumando que falta en cada caso:
(a) $(3x + 5) + \_?\_ = 0$ (b) $(7x - 2) + \_?\_ = 0$
(c) $\_?\_ + (6 - 2x - 3x^2) = 0$

7. (a) ¿Qué propiedad justifica el enunciado siguiente?

$$3(2x^2 - 9x - 12) = 6x^2 - 27x - 36$$

Ilustración 10. 1967

Las preguntas llevan al sujeto a pensar que el proceso es un ejercicio de reversibilidad. En el caso de la ilustración 10, se observa en el numeral 6, que se le pide al estudiante encontrar la expresión algebraica que sumada con (3x+5) dé como resultado 0, por lo tanto, el estudiante debe hacer uso de los inversos aditivos. Claramente el concepto de inverso aditivo, implica que el sujeto haya avanzado de lo netamente aritmético a lo algebraico.



EJERCICIOS DE APLICACION

Escribir en su forma más sencilla las expresiones siguientes:

1 $a + a$ 6 $b \times b$
2 $n + n$ 7 $a \times a \times b \times b$
3 $x + x + 2x$ 8 $n \times n + 2 \times m$
4 $a + a + a + b + b$ 9 $y \times y + 2 \times x$
5 $a \times a$ 10. $2 \times a + b \times b$
11. $5 \times a \times a + 2 \times b \times b$
12. $5 \times a \times a \times b + 3 \times c \times c + 8 \times d$
13. $10 \times x \times x \times y + 2 \times n \times n \times d$
14. $1 \times a^1 \times b^1$
15. $1 \times a^1$

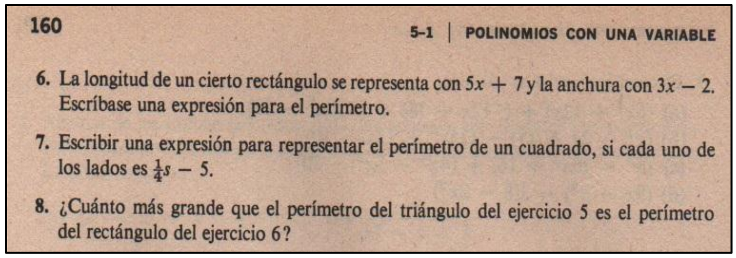
Redúzcanse los términos semejantes:

16. $2a^2 + 4a^2 - a^2$
17. $5 - a + 3b - 4a - 2b + 7a - 4$
18. $7x^2 + 15 + 6x^2 - 23 + 6x^3 + 8x^3 - 5x^2$
19. $3x^2 - 5x^8y^6 + 7x^2y^2 - 10x^2 - 12x^2y^2 + 4 - x^2 - 1 + x^2y^2$
20. $\frac{3}{2}x - \frac{1}{2}x + 4y - \frac{1}{2}x + 2y - \frac{5}{2}x + 4$
21. $12x^2 + 3x^2 - x^2 + 5x^2$
22. $4a^2b^2 - a^2b^2 + 7a^2b^2 - 12a^2b^2$

Ilustración 11. 1967

En el manual de la década de los 50, el sujeto es más pasivo frente al conocimiento. De él no se pretende nada más allá de hacer una buena aplicación de lo expuesto como se puede ver en la ilustración 11: "*Escriba de forma sencilla las expresiones siguientes*" o "*Reduzca a términos semejantes*", debe ser un buen resolutor de ejercicios, pues de los 35 ejercicios planteados para la presentación de las expresiones algebraicas (polinomios) todos se hallan bajo estos dos títulos.

El manual de la década de los 60 presenta ejercicios que lleven al sujeto a relacionar las expresiones algebraicas con contextos geométricos "*Escribir una expresión para representar el perímetro de un cuadrado, si cada uno de los lados es* $\frac{1}{4}s - 5$" y confrontar sus concepciones sobre el conocimiento logrado cuando le solicita comparar "¿*Cuánto más grande que le perímetro del triángulo del ejercicio 5 es el perímetro del rectángulo 6?*", este tipo de preguntas conlleva una reflexión en torno a la efectividad del conocimiento logrado en el contexto geométrico.


160 5-1 | POLINOMIOS CON UNA VARIABLE

6. La longitud de un cierto rectángulo se representa con $5x + 7$ y la anchura con $3x - 2$. Escríbase una expresión para el perímetro.
7. Escribir una expresión para representar el perímetro de un cuadrado, si cada uno de los lados es $\frac{1}{4}s - 5$.
8. ¿Cuánto más grande que el perímetro del triángulo del ejercicio 5 es el perímetro del rectángulo del ejercicio 6?

Ilustración 12

Individualizado e identificado según referentes demográficos

¿Qué tipo de situaciones son utilizadas? ¿Qué tipo de profesionales promociona? ¿Presenta situaciones que refieran a la multiplicidad de géneros y estratos socioeconómicos?

Ninguno de los dos manuales incluye actividades que identifiquen el contexto social o cultural, en su gran mayoría ellas responden a contextos matemáticos o geométricos. El manual de la década de los 50, en sus explicaciones y ejercicios propuestos para explicar las expresiones algebraicas solo menciona en una ocasión como excusa la labor de "Negociante" (ilustración 13) pero no menciona nada sobre el género femenino. Puede pensarse que esto se debe a que la década demanda a un sujeto masculino, que debe proyectarse en el manejo de lo económico, y dado que el país siempre ha estado con el rotulo de subdesarrollado, por el bajo desarrollo económico que se tiene, el uso la ocupación Negociante, llega como mensaje implícito, publicidad para los sujetos sobre las posibles ocupaciones a elegir. Estos manuales no se dirigen a la mujer y menos, como sujeto educado, esto se justifica en el hecho de que solo hasta 1954 se otorga el derecho a la ciudadanía y hasta 1957 puede ejercer el derecho a votar.

El segundo manual, aunque no menciona la profesión de algún sujeto, incluye citas de empresas de tecnología, como se ve en la ilustración 14. Una razón para explicar esta ausencia de nominación de profesiones en los ejercicios, tal vez obedece a que estos manuales están pensados para una educación que empieza a tener connotación de masiva y una Colombia preocupada por mejorar en su desarrollo económico, así el interés no está centrado en la educación sino en la economía del país.

253. Un negociante ganó durante 4 años consecutivos una suma de a pesos cada año; durante otros 3 años una suma b cada año; en los 2 años siguientes perdió por todo una suma c. Expresar su capital actual si x era la suma primitiva.

Ilustración 13. 1954

Las computadoras del tipo que se muestra en la fotografía son las precursoras de las computadoras digitales modernas de gran rapidez. Las computadoras digitales utilizan el sistema de numeración de base 2 y simplifican grandemente la evaluación de polinomios. (Cortesía de la International Business Machines Corporation)

Ilustración 14. 1967

Más que la promoción de profesiones o labores, este segundo manual publicita los logros tecnológicos que se tienen, recordemos que en estas décadas la educación colombiana busca mejorar gracias a las recomendaciones hechas por las misiones extranjeras en materia de economía.

Placer a ser educado y autorregulación

¿Qué tipo de frases motivan el aprendizaje, donde es puesto el sujeto, cuáles son las motivaciones?

Las citas identificadas con Atlas.ti en esta categoría, dejan ver que los manuales no presentan las matemáticas de manera atractiva para los sujetos, ellas están ahí, solo es cuestión de apropiarlas. Si se pudiera identificar la motivación se hallarían en las ilustraciones 15 y 16, donde el manual de los 50 proporciona información sobre la historia de los símbolos empleados y el de los 60 presenta una descripción de las computadoras y su relación con los polinomios, estas dos ilustraciones muestran un interés por contar algo

Nota. — Los signos $+$ y $-$ fueron empleados por primera vez por Christophe Rudolphe. (1524)
El signo $\times$ se debe a Guillaume Oughtred (1660).
El (.) lo usó Christian Wolf.
La notación **ab** se debe a Thomas Harriot
El signo $\sqrt{\ }$ lo introdujo Descartes.
El signo $=$ lo empleó Robert Reccorde
Las notaciones $<$ $>$ son de Thomas Harriot

Ilustración 15. 1954

Las computadoras del tipo que se muestra en la fotografía son las precursoras de las computadoras digitales modernas de gran rapidez. Las computadoras digitales utilizan el sistema de numeración de base 2 y simplifican grandemente la evaluación de polinomios. (Cortesía de la International Business Machines Corporation)

Ilustración 16. 1967

sobre la génesis de los elementos que acompañan el tema de los polinomios.

Estas informaciones a modo de notas históricas contribuyen a hacer conexión con la historia y, por tanto, con algún tipo de motivación para recordar los símbolos empleados. Si se hila más fino sobre estas notas históricas se puede concluir que su presencia también obedece a motivar en el sujeto, el deseo por el uso de tecnología, dada su aplicabilidad en la sociedad.

Las matemáticas no necesitan motivación, el sujeto solo necesita saber que su aprendizaje es importante para la ciencia, aclarando que el marco en donde se está desarrollando el tema es el de la matemática moderna, como se ve la ilustración 17. Recordar que en esta época el país se dejaba seducir por la idea de trasformar la enseñanza para lograr científicos, como los producidos por potencias mundiales, efecto que caracteriza a los países desarrollados económicamente.

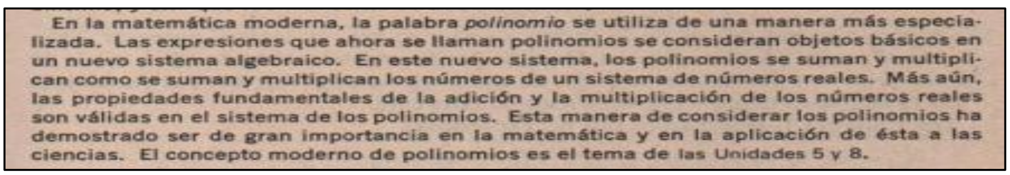

En la matemática moderna, la palabra *polinomio* se utiliza de una manera más especializada. Las expresiones que ahora se llaman polinomios se consideran objetos básicos en un nuevo sistema algebraico. En este nuevo sistema, los polinomios se suman y multiplican como se suman y multiplican los números de un sistema de números reales. Más aún, las propiedades fundamentales de la adición y la multiplicación de los números reales son válidas en el sistema de los polinomios. Esta manera de considerar los polinomios ha demostrado ser de gran importancia en la matemática y en la aplicación de ésta a las ciencias. El concepto moderno de polinomios es el tema de las Unidades 5 y 8.

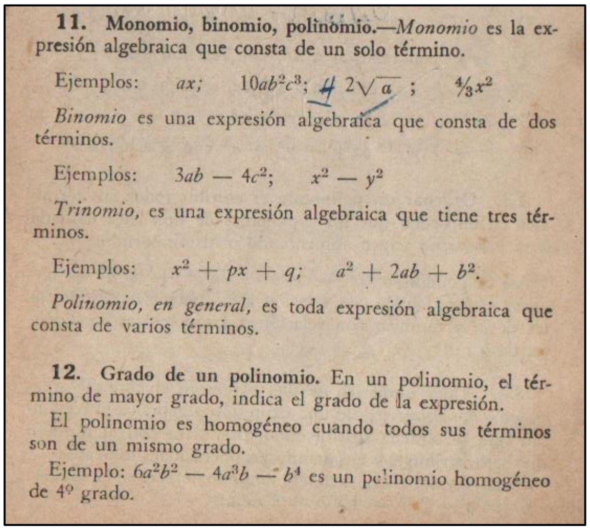
Ilustración 17

El sujeto educado incorpora a su aprendizaje la idea que las matemáticas son importantes para ser hacer ciencia, una ciencia abstracta que tiene sentido en el uso de expresiones algebraicas extensas y esta concepción no es refutable, no requiere de más razones para aprenderlas. La autorregulación es un concepto que no aparece en las acciones de los manuales, el sujeto se ubica frente al conocimiento y depende de las pautas que presente el manual.

Conocimiento matemático Conceptual

¿Se presenta el conocimiento matemático como un conjunto de términos, notaciones? ¿Emplea diferentes representaciones sobre un mismo concepto? ¿Se hacen relaciones entre conceptos?

Las citas encontradas con Atlas.ti, para esta categoría son alrededor de 6, donde predomina las explicaciones para manipular el lenguaje matemático. No se presentan ejemplos de actividades cotidianas que ejemplifiquen la existencia del álgebra como se puede ver en la



11. Monomio, binomio, polinomio.—*Monomio* es la expresión algebraica que consta de un solo término.

Ejemplos: ax; $10ab^2c^3$; 4 $2\sqrt{a}$; $\frac{4}{3}x^2$

Binomio es una expresión algebraica que consta de dos términos.

Ejemplos: $3ab - 4c^2$; $x^2 - y^2$

Trinomio, es una expresión algebraica que tiene tres términos.

Ejemplos: $x^2 + px + q$; $a^2 + 2ab + b^2$.

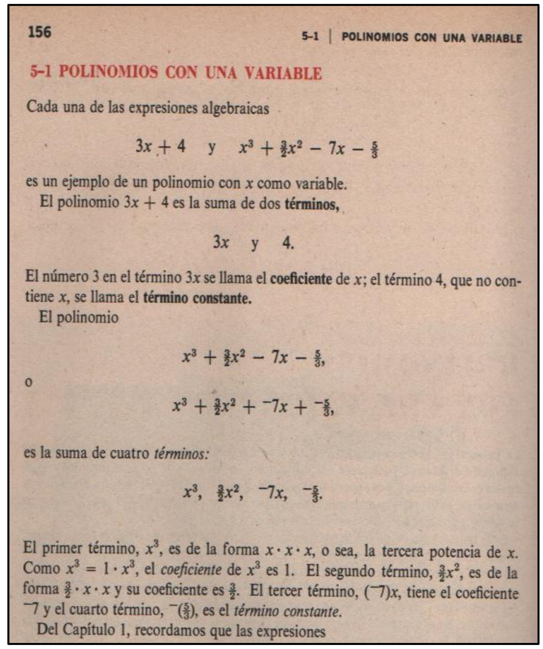
Polinomio, en general, es toda expresión algebraica que consta de varios términos.

12. Grado de un polinomio. En un polinomio, el término de mayor grado, indica el grado de la expresión.

El polinomio es homogéneo cuando todos sus términos son de un mismo grado.

Ejemplo: $6a^2b^2 - 4a^3b - b^4$ es un polinomio homogéneo de 4º grado.

Ilustración 18



156 5-1 | POLINOMIOS CON UNA VARIABLE

5-1 POLINOMIOS CON UNA VARIABLE

Cada una de las expresiones algebraicas

$$3x + 4 \quad \text{y} \quad x^3 + \tfrac{3}{2}x^2 - 7x - \tfrac{5}{3}$$

es un ejemplo de un polinomio con x como variable.

El polinomio $3x + 4$ es la suma de dos **términos**,

$$3x \quad \text{y} \quad 4.$$

El número 3 en el término $3x$ se llama el **coeficiente** de x; el término 4, que no contiene x, se llama el **término constante**.

El polinomio

$$x^3 + \tfrac{3}{2}x^2 - 7x - \tfrac{5}{3},$$

o

$$x^3 + \tfrac{3}{2}x^2 + {}^{-}7x + {}^{-}\tfrac{5}{3},$$

es la suma de cuatro *términos:*

$$x^3, \quad \tfrac{3}{2}x^2, \quad {}^{-}7x, \quad {}^{-}\tfrac{5}{3}.$$

El primer término, x^3, es de la forma $x \cdot x \cdot x$, o sea, la tercera potencia de x. Como $x^3 = 1 \cdot x^3$, el *coeficiente* de x^3 es 1. El segundo término, $\frac{3}{2}x^2$, es de la forma $\frac{3}{2} \cdot x \cdot x$ y su coeficiente es $\frac{3}{2}$. El tercer término, $({}^{-}7)x$, tiene el coeficiente ${}^{-}7$ y el cuarto término, ${}^{-}(\frac{5}{3})$, es el *término constante.*

Del Capítulo 1, recordamos que las expresiones

Ilustración 19

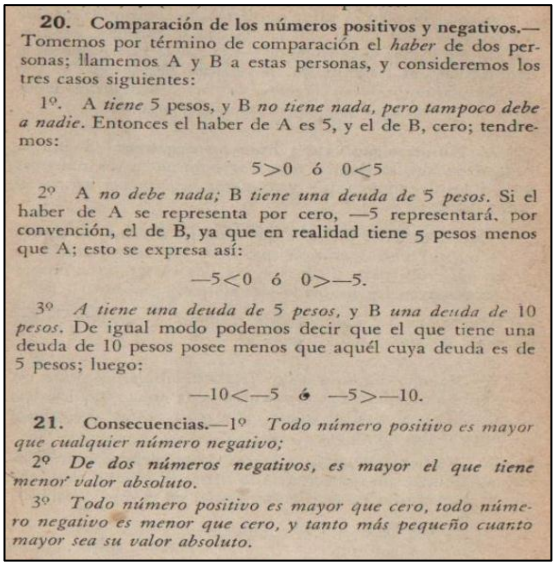
ilustración 18 y 19, "*Monomio es la expresión algebraica que consta de un solo término*" o "*Cada una de las expresiones algebraicas* $3x + 4$ *y* $x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 7x - \frac{5}{3}$ *es un ejemplo de un polinomio con* x *como variable*". Como se puede ver en las ilustraciones los dos manuales que educan al sujeto en un conocimiento matemático conceptual al nivel de hechos, donde él debe leer las informaciones y luego operar con ellas.

La carencia de conexiones con el contexto para el conocimiento matemático parece solo estar en lo algebraico pues hay otros conceptos de tipo aritmético que se presentan en lenguaje cotidiano y que claramente se anclan a situaciones de la cotidianidad para contextualizar su existencia, como se puede ver en la ilustración 20 y 21.

Conocimiento matemático procedimental

¿Se hacen conclusiones a partir de procedimientos o reglas de acción que involucran? ¿Cuáles procedimientos desarrolla? ¿son rutinarios?

Luego del análisis de contenido con Atlas.ti esta categoría presenta varias citas que se relacionan con conocimiento matemático procedimental del nivel de destrezas donde se requiere memoria y práctica (ver ilustración 18 y 19) "así el polinomio $6\,a^3 - 2a^3\ +\ a^3 = 5a^3$. *Del mismo modo* $5a^2b - 3ab^2 + 8a^2b + ab^2 - 7a^2b$ *se convierte en* $6a^2b -$



20. Comparación de los números positivos y negativos.—Tomemos por término de comparación el *haber* de dos personas; llamemos A y B a estas personas, y consideremos los tres casos siguientes:

1º. A *tiene* 5 pesos, y B *no tiene nada, pero tampoco debe a nadie*. Entonces el haber de A es 5, y el de B, cero; tendremos:

$$5 > 0 \quad ó \quad 0 < 5$$

2º A *no debe nada;* B *tiene una deuda de* 5 *pesos*. Si el haber de A se representa por cero, —5 representará, por convención, el de B, ya que en realidad tiene 5 pesos menos que A; esto se expresa así:

$$-5 < 0 \quad ó \quad 0 > -5.$$

3º *A tiene una deuda de* 5 *pesos*, y B *una deuda de* 10 *pesos*. De igual modo podemos decir que el que tiene una deuda de 10 pesos posee menos que aquél cuya deuda es de 5 pesos; luego:

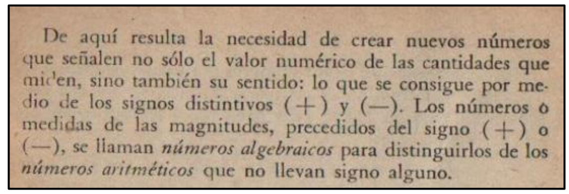
$$-10 < -5 \quad ó \quad -5 > -10.$$

21. Consecuencias.—1º *Todo número positivo es mayor que cualquier número negativo;*

2º *De dos números negativos, es mayor el que tiene menor valor absoluto.*

3º *Todo número positivo es mayor que cero, todo número negativo es menor que cero, y tanto más pequeño cuanto mayor sea su valor absoluto.*

Ilustración 20. 1954

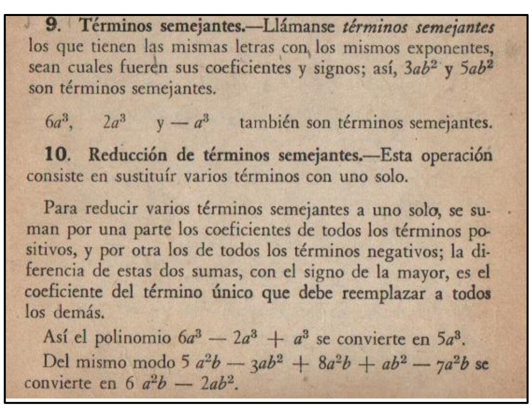


De aquí resulta la necesidad de crear nuevos números que señalen no sólo el valor numérico de las cantidades que miden, sino también su sentido: lo que se consigue por medio de los signos distintivos (+) y (—). Los números o medidas de las magnitudes, precedidos del signo (+) o (—), se llaman *números algebraicos* para distinguirlos de los *números aritméticos* que no llevan signo alguno.

Ilustración 21. 1954

$2ab^2$, el manual presentan el conocimiento matemáticos como informaciones, donde el sujeto se educa para usar el lenguaje matemático y operar con él, en la totalidad de las páginas de explicación al tema desde la operatividad, se propende por establecer relaciones entre el procedimiento y las definiciones.

Se presenta una descripción breve sobre conceptos previos al álgebra en el primer manual, y en el segundo manual, una situación de entrada que justifica el tema polinomio para luego comenzar con la exposición de cómo manipular las expresiones algebraicas y las partes que lo componen, "*El primer término* x, *es de la forma* $x \cdot x \cdot\ x$, *o sea, la tercera potencia de* x. *Como* $x^3\ = 1 \cdot\ x^3$, *el coeficiente de* x^3 *es 1. El segundo termino* $\frac{3}{2}\ x \cdot x$ *y su coeficiente*



9. Términos semejantes.—Llámanse *términos semejantes* los que tienen las mismas letras con los mismos exponentes, sean cuales fueren sus coeficientes y signos; así, $3ab^2$ y $5ab^2$ son términos semejantes.

$6a^3$, $2a^3$ y $-a^3$ también son términos semejantes.

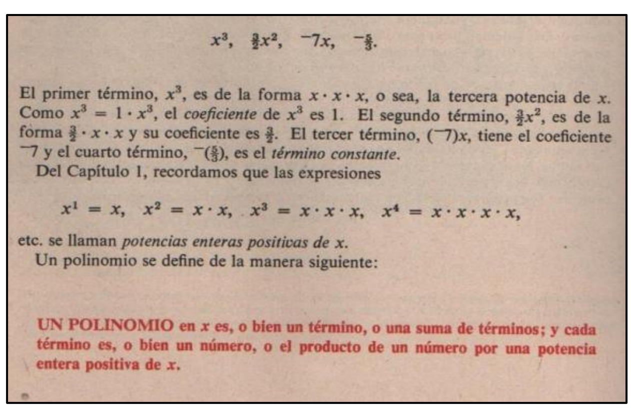
10. Reducción de términos semejantes.—Esta operación consiste en sustituír varios términos con uno solo.

Para reducir varios términos semejantes a uno solo, se suman por una parte los coeficientes de todos los términos positivos, y por otra los de todos los términos negativos; la diferencia de estas dos sumas, con el signo de la mayor, es el coeficiente del término único que debe reemplazar a todos los demás.

Así el polinomio $6a^3 - 2a^3 + a^3$ se convierte en $5a^3$.

Del mismo modo $5\,a^2b - 3ab^2 + 8a^2b + ab^2 - 7a^2b$ se convierte en $6\,a^2b - 2ab^2$.

Ilustración 22. 1954



$$x^3, \quad \tfrac{3}{2}x^2, \quad {}^{-}7x, \quad {}^{-}\tfrac{5}{3}.$$

El primer término, x^3, es de la forma $x \cdot x \cdot x$, o sea, la tercera potencia de x. Como $x^3 = 1 \cdot x^3$, el *coeficiente* de x^3 es 1. El segundo término, $\frac{3}{2}x^2$, es de la forma $\frac{3}{2} \cdot x \cdot x$ y su coeficiente es $\frac{3}{2}$. El tercer término, $({}^{-}7)x$, tiene el coeficiente ${}^{-}7$ y el cuarto término, ${}^{-}(\frac{5}{3})$, es el *término constante*.

Del Capítulo 1, recordamos que las expresiones

$$x^1 = x, \quad x^2 = x \cdot x, \quad x^3 = x \cdot x \cdot x, \quad x^4 = x \cdot x \cdot x \cdot x,$$

etc. se llaman *potencias enteras positivas de* x.

Un polinomio se define de la manera siguiente:

UN POLINOMIO en x es, o bien un término, o una suma de términos; y cada término es, o bien un número, o el producto de un número por una potencia entera positiva de x.

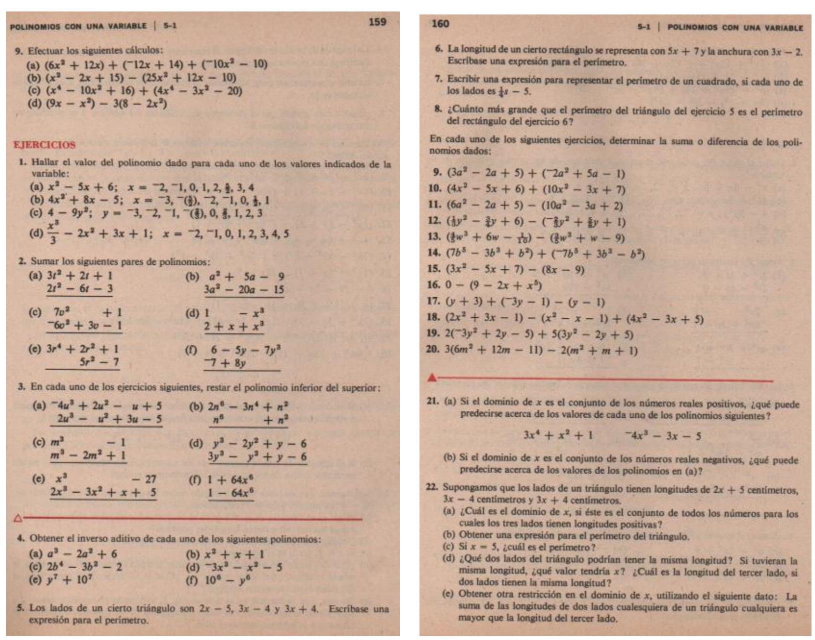
Ilustración 23. 1967

es $\frac{3}{2}$."

Al hacer la revisión de los dos manuales se puede identificar que los argumentos están dados sobre la inferencia, es decir el sujeto se educa en iniciar su comprensión del álgebra sobre unos axiomas, verdades establecida y a partir de ellas ir construyendo nuevos conceptos en el mundo algebraico, ejemplo la ilustración 22, donde se explica que son términos semejantes, sus componentes en matemáticas y luego se pasa a la operatividad entre ellos.

En el segundo manual (1967) se puede ver que se propende por desarrollar habilidades y destrezas propias a la comunicación en matemáticas, esto se puede deducir de la clasificación que se presenta de los ejercicios para el sujeto; en un primer momento plantea los ejercicios que responden por la operatividad, "*Efectuar los siguientes cálculos*". A continuación, se muestra una línea roja con la silueta de un triángulo, donde se hallan ejercicios que requieren de razonamiento matemáticos, pues relaciona argumentos previos con el nuevo concepto la resolver "*La longitud de cierto rectángulo se representa* $5x + 7$ *y la anchura con* $3x - 2$. *Escribe una expresión para el perímetro*".

Luego aparece una segunda línea y un triángulo de color rojo (ver Ilustración 24), donde propone al sujeto, pasar de un sistema de representación a otro, es decir, el sujeto debe interpretar la información, representarla simbólicamente, plantear distintas alternativas de solución y luego concluir en una para resolver la situación, estos ejercicios responden a lo que ya se conocía para la época como la resolución de problemas, como se puede ver en el ejercicio 22.



POLINOMIOS CON UNA VARIABLE | 5-1 159

9. Efectuar los siguientes cálculos:
(a) $(6x^2 + 12x) + (^-12x + 14) + (^-10x^2 - 10)$
(b) $(x^2 - 2x + 15) - (25x^2 + 12x - 10)$
(c) $(x^4 - 10x^2 + 16) + (4x^4 - 3x^2 - 20)$
(d) $(9x - x^2) - 3(8 - 2x^2)$

EJERCICIOS

1. Hallar el valor del polinomio dado para cada uno de los valores indicados de la variable:
(a) $x^2 - 5x + 6;\ x = {}^-2, {}^-1, 0, 1, 2, \frac{5}{2}, 3, 4$
(b) $4x^2 + 8x - 5;\ x = {}^-3, {}^-(\frac{3}{2}), {}^-2, {}^-1, 0, \frac{1}{2}, 1$
(c) $4 - 9y^2;\ y = {}^-3, {}^-2, {}^-1, {}^-(\frac{2}{3}), 0, \frac{2}{3}, 1, 2, 3$
(d) $\frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x + 1;\ x = {}^-2, {}^-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$

2. Sumar los siguientes pares de polinomios:
(a) $\begin{array}{r} 3t^2 + 2t + 1 \\ \underline{2t^2 - 6t - 3} \end{array}$ (b) $\begin{array}{r} a^2 + 5a - 9 \\ \underline{3a^2 - 20a - 15} \end{array}$
(c) $\begin{array}{r} 7v^2 \quad + 1 \\ \underline{^-6v^2 + 3v - 1} \end{array}$ (d) $\begin{array}{r} 1 \quad - x^3 \\ \underline{2 + x + x^3} \end{array}$
(e) $\begin{array}{r} 3r^4 + 2r^2 + 1 \\ \underline{5r^2 - 7} \end{array}$ (f) $\begin{array}{r} 6 - 5y - 7y^3 \\ \underline{^-7 + 8y \quad} \end{array}$

3. En cada uno de los ejercicios siguientes, restar el polinomio inferior del superior:
(a) $\begin{array}{r} ^-4u^3 + 2u^2 - u + 5 \\ \underline{2u^3 - u^2 + 3u - 5} \end{array}$ (b) $\begin{array}{r} 2n^6 - 3n^4 + n^2 \\ \underline{n^6 \quad + n^2} \end{array}$
(c) $\begin{array}{r} m^3 \quad - 1 \\ \underline{m^3 - 2m^2 + 1} \end{array}$ (d) $\begin{array}{r} y^3 - 2y^2 + y - 6 \\ \underline{3y^3 - y^2 + y - 6} \end{array}$
(e) $\begin{array}{r} x^3 \quad - 27 \\ \underline{2x^3 - 3x^2 + x + 5} \end{array}$ (f) $\begin{array}{r} 1 + 64x^6 \\ \underline{1 - 64x^6} \end{array}$

4. Obtener el inverso aditivo de cada uno de los siguientes polinomios:
(a) $a^3 - 2a^2 + 6$ (b) $x^2 + x + 1$
(c) $2b^4 - 3b^2 - 2$ (d) $^-3x^3 - x^2 - 5$
(e) $y^7 + 10^7$ (f) $10^6 - y^6$

5. Los lados de un cierto triángulo son $2x - 5$, $3x - 4$ y $3x + 4$. Escríbase una expresión para el perímetro.

160 5-1 | POLINOMIOS CON UNA VARIABLE

6. La longitud de un cierto rectángulo se representa con $5x + 7$ y la anchura con $3x - 2$. Escríbase una expresión para el perímetro.

7. Escribir una expresión para representar el perímetro de un cuadrado, si cada uno de los lados es $\frac{1}{4}s - 5$.

8. ¿Cuánto más grande que el perímetro del triángulo del ejercicio 5 es el perímetro del rectángulo del ejercicio 6?

En cada uno de los siguientes ejercicios, determinar la suma o diferencia de los polinomios dados:

9. $(3a^2 - 2a + 5) + (^-2a^2 + 5a - 1)$
10. $(4x^2 - 5x + 6) + (10x^2 - 3x + 7)$
11. $(6a^2 - 2a + 5) - (10a^2 - 3a + 2)$
12. $(\frac{1}{3}y^2 - \frac{3}{4}y + 6) - (^-\frac{2}{3}y^2 + \frac{5}{6}y + 1)$
13. $(\frac{4}{5}w^3 + 6w - \frac{1}{10}) - (\frac{2}{5}w^3 + w - 9)$
14. $(7b^5 - 3b^3 + b^2) + (^-7b^5 + 3b^3 - b^2)$
15. $(3x^2 - 5x + 7) - (8x - 9)$
16. $0 - (9 - 2x + x^5)$
17. $(y + 3) + (^-3y - 1) - (y - 1)$
18. $(2x^2 + 3x - 1) - (x^2 - x - 1) + (4x^2 - 3x + 5)$
19. $2(^-3y^2 + 2y - 5) + 5(3y^2 - 2y + 5)$
20. $3(6m^2 + 12m - 11) - 2(m^2 + m + 1)$

21. (a) Si el dominio de x es el conjunto de los números reales positivos, ¿qué puede predecirse acerca de los valores de cada uno de los polinomios siguientes?

$$3x^4 + x^2 + 1 \qquad ^-4x^3 - 3x - 5$$

(b) Si el dominio de x es el conjunto de los números reales negativos, ¿qué puede predecirse acerca de los valores de los polinomios en (a)?

22. Supongamos que los lados de un triángulo tienen longitudes de $2x + 5$ centímetros, $3x - 4$ centímetros y $3x + 4$ centímetros.
(a) ¿Cuál es el dominio de x, si éste es el conjunto de todos los números para los cuales los tres lados tienen longitudes positivas?
(b) Obtener una expresión para el perímetro del triángulo.
(c) Si $x = 5$, ¿cuál es el perímetro?
(d) ¿Qué dos lados del triángulo podrían tener la misma longitud? Si tuvieran la misma longitud, ¿qué valor tendría x? ¿Cuál es la longitud del tercer lado, si dos lados tienen la misma longitud?
(e) Obtener otra restricción en el dominio de x, utilizando el siguiente dato: La suma de las longitudes de dos lados cualesquiera de un triángulo cualquiera es mayor que la longitud del tercer lado.

Ilustración 24

3. Análisis desde la transición aritmética al álgebra

Transición aritmética al álgebra

¿Los enunciados conllevan al uso de la letra como evaluada, objeto y no usada? ¿Los enunciados conllevan al uso de la letra como incógnita? ¿Plantea el uso de situaciones simples?

El manual de la década de los años 50 es metódico en la ruta que propone al sujeto educado, en un primer momento lo enfrenta a definiciones, conceptos-hechos, informaciones, seguido, explica la forma de operar en cada uno de los anteriores, luego aparecen los ejercicios que pueden ser rutinarios o no, como el mostrado en la ilustración 25, donde se pregunta por propiedades de los múltiplos, el sujeto debe aplicar los procedimientos explicados, un paso a paso, sin señalar el hecho matemático que produce el cambio de un paso al siguiente, como si se verá en textos escolares de décadas futuras.

261. Por cuánto debe multiplicarse a x, para que dé y? Si x es un factor de z, cuál es el otro?

Ilustración 25. 1954

(b) Describir una manera rápida de evaluar un polinomio, cuando se asigna a la variable el valor 1. (Indicación: Compárese el valor de $30x^2 - 17x + 9$ para $x = 1$ con el número $30 - 17 + 9$.)

8. Hallar el valor del siguiente polinomio, cuando $y = {}^{-}2, {}^{-}1, 0$ y $\frac{1}{2}$, respectivamente:

$$y^2 - y - 6$$

Ilustración 26. 1967

El manual de la década de los 50 presenta para el álgebra una ruta basada en un conjunto de ejercicios que potencian el conocimiento sobre las propiedades de las operaciones con expresiones algebraicas. El manual divide los ejercicios en tres partes, la primera son ejercicios rutinarios, en tanto, que educa al sujeto en aplicar los procedimientos vistos, aquí el sujeto debe pensar cuál de las informaciones le proporciona la explicación a la condición dada, ejemplo de esto es el literal b de la ilustración 26.

En definitiva, el ejemplar de la década de los 60 es un manual, en la medida que organiza el conocimiento matemático buscando la presentación sucinta del mismo, platea actividades de tipo matemático o geométrico para confrontar lo explicado, sin embargo, no hay una contextualización de los conceptos, es decir, no incorpora actividades o situaciones de la cotidianidad o recursos tecnológicos para mediar en la enseñanza o el aprendizaje. En conclusión, presenta una ruta para el álgebra, pero no desde la aritmética, esta se halla en el cambio de una representación a otra de las expresiones algebraicas y su operatividad. Se requiere de conocimientos avanzados sobre las propiedades de los números que le permitan al sujeto resolver los ejercicios que implican un nivel de complejidad mayor como los ejercicios propuestos en la ilustración 24, por ejemplo, el numeral 21 y 22.

Para el trabajo con la variable, el desarrollo de los manuales muestra la letra evaluada como se ve en la ilustración 26, literal b, son de los primeros usos que se le da a la letra en matemáticas; el énfasis se halla en el *Sistema Algebraico*, sistema que en la actualidad conocemos como *Pensamiento Variacional Y Sistemas Algebraicos*, en esa medida los ejercicios presentados en los manuales potencian en el sujeto educado la habilidad para identificar la representación simbólica de una expresión algébrica y la destreza para operarlos dado los *conceptos-hechos*, niveles ya expuestos en un capítulo anterior. Estos ejercicios obligan al sujeto a educarse en el conocimiento matemático visto como procedimientos, donde debe cuestionar la comprensión de este (ver ilustraciones 27 y 28), ejemplo: *"Dar una razón o varias razones para los primeros dos pasos en la siguiente adición de dos polinomios:"* (numeral 4, en la ilustración 28), aquí el sujeto debe reflexionar sobre la comprensión que alcanzo de las propiedades de las operaciones, pues en ellas se hallan las varias razones solicitadas.

116. Cuando la solución de un problema resulta negativa:

1º *Hay que cerciorarse de que no se ha hecho hipótesis falsa; pues en este caso hay que rectificar la ecuación;*

2º *Ver si el supuesto del problema no encierra alguna incompatibilidad en el sentido de las condiciones dadas.*

3º *Asegurarse de que la cantidad encontrada puede tomarse en sentido contrario al que se ha considerado en la preparación de la ecuación.*

Ilustración 27. 1954

2. Calcular el valor de cada polinomio, cuando $x = 0, 1$ y ${}^{-}1$, respectivamente:
(a) $3x^2 - 7x + 4$ (b) $3x^8 - 7x^7 + 4$

3. (a) ¿Qué enunciado general puede hacerse acerca del valor de un polinomio, cuando la variable toma el valor cero?

(b) Describir una manera rápida de evaluar un polinomio, cuando se asigna a la variable el valor 1. (Indicación: Compárese el valor de $30x^2 - 17x + 9$ para $x = 1$ con el número $30 - 17 + 9$.)

(c) Enunciar una regla que sirva para evaluar un polinomio con la variable x, si $x = {}^{-}1$.

4. Dar una razón o varias razones para los primeros dos pasos en la siguiente adición de dos polinomios:

$$\begin{aligned}(3x^2 - 5x - 7) + ({}^{-}x^2 + 9x + 3) &= (3x^2 + {}^{-}x^2) + ({}^{-}5x + 9x) + ({}^{-}7 + 3)\\ &= (3 + {}^{-}1)x^2 + ({}^{-}5 + 9)x + {}^{-}4\\ &= 2x^2 + 4x - 4\end{aligned}$$

Ilustración 28. 1967

Década 70 y 80

Los siguientes textos pertenecen a las décadas de los años 80, 90 y ya se pueden identificar como textos escolares, dado que su estructura presenta un incremento en recursos para ayudar en el aprendizaje. La década de los años 80 lleva a la educación colombiana en cabeza del asesor Carlos Vasco, a priorizar y derrumbar el paradigma de ver las matemáticas como conjuntos aislados: geometría, números, datos estadísticos, medidas, lógica y conjuntos, a un paradigma donde cada uno se relacionará entre sí y con en la vida diaria, en su enseñanza y aprendizaje. Esta articulación se conoce con el nombre de enfoque de sistemas, así las matemáticas son vistas desde los pensamientos: numérico y sistemas numéricos, espacial y geométricos, métrico y sistemas de medida, aleatorio y sistemas de datos, variacional y sistemas algebraicos y analíticos. El nuevo propósito es enseñar y aprender matemáticas reconociendo que cada uno de estos pensamientos, se articulan con los demás y el acto de enseñar debe pensarse con mayor cautela, para priorizar el pensamiento según el objetivo de aprendizaje. Con esto las situaciones didácticas, recobran fuerza en el acto educativo.

1. Presentación de los textos analizados

A. Álgebra 3° y 4° Enseñanza Media (1979)

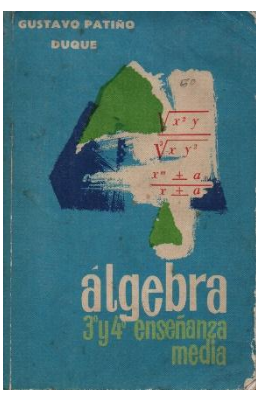
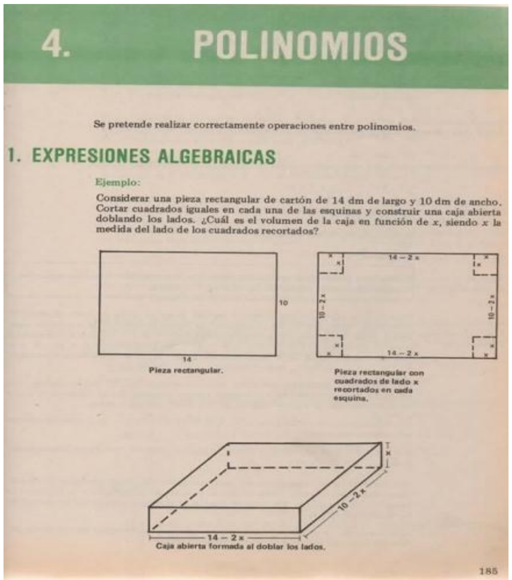


Ilustración 29. 1979

La caratula del manual se presenta llena de color y por tanto es llamativa, en relación con los anteriores ejemplares, es creado por un solo autor, Gustavo Patiño quien es egresado de la universidad de los Andes, ingeniero civil que ejerció como decano y catedrático en varios institutos y facultades colombianas. Este manual es impreso por editorial Bedout en la ciudad de Medellín. Escrito a dos tintas, negro y rojo, introduce ayudas gráficas a tinta roja y principalmente para la representación de funciones y rectas numéricas, aparecen un número muy reducido en figuras planas y muy pocas imágenes que representen sólidos. Dado que el manual fue impreso en la década de los años 70, y la tecnología educativa debía estar en auge, en el desarrollo del manual no se exhibe este recurso.

B. Matemática 3: Álgebra Y Geometría (1984)



4. POLINOMIOS

Se pretende realizar correctamente operaciones entre polinomios.

1. EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Ejemplo:

Considerar una pieza rectangular de cartón de 14 dm de largo y 10 dm de ancho. Cortar cuadrados iguales en cada una de las esquinas y construir una caja abierta doblando los lados. ¿Cuál es el volumen de la caja en función de x, siendo x la medida del lado de los cuadrados recortados?

Ilustración 30. 1984

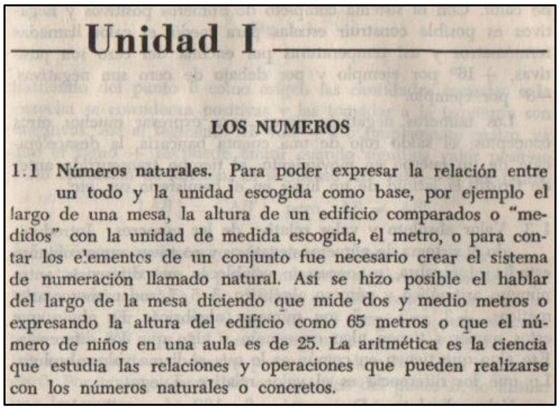
Este texto es impreso en la ciudad de Cali, sus autores Obogana Edgar, Pérez Jorge y Caro Víctor con formación en Maestría en Matemáticas de universidades como la Pedagógica y Andes, y para lo época docentes de institutos como el Pedagógico Nacional, Gimnasio Moderno y Nuestra Señora. Dado que estos docentes, en el momento de la producción del texto escolar ejercían en instituciones educativas, se puede inferir que por ello tenga una carga en estrategias pedagógicas y didácticas.

Es un texto hecho a dos tintas, negro y verde, en esta ocasión se hallan muchas imágenes de figuras planas, sólidos, tablas. El texto conserva recuadros para aclaraciones, definiciones y fórmulas. Emplea flechas que indican acciones físicas, al momento de operar los Polinomios como se puede ver en el literal *h* en la ilustración 30, e incluye al empezar la unidad, el logro que obtendrá el sujeto luego de seguir lo propuesto para abordar los polinomios.

2. Análisis de los textos desde las suposiciones de Fendler (2000)

Enseñabilidad → ¿Qué tipo de representaciones se utiliza para explicar el tema?, ¿Cuáles materiales didácticos sugiere el texto para el desarrollo de las actividades?

Los dos ejemplares de 1979 y 1984 educan al sujeto en el lenguaje matemático y la manera en que se nombra y escriben las expresiones algebraicas, sus autores plantean explicaciones descriptivas de conceptos que se convierten en fundamentales, estas explicaciones se sirven de ser contextualizaciones al tema, pasos previos al álgebra que emplean la geometría, dando origen a la relación entre el álgebra y la geometría, relación que en textos escolares del presente aún se mantiene, dicha relación se sustenta en la transición aritmética (ver ilustración 31 y 32).

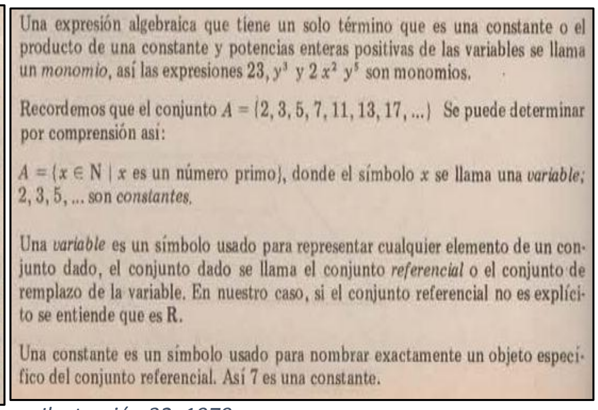


Unidad I

LOS NUMEROS

1.1 Números naturales. Para poder expresar la relación entre un todo y la unidad escogida como base, por ejemplo el largo de una mesa, la altura de un edificio comparados o "medidos" con la unidad de medida escogida, el metro, o para contar los elementos de un conjunto fue necesario crear el sistema de numeración llamado natural. Así se hizo posible el hablar del largo de la mesa diciendo que mide dos y medio metros o expresando la altura del edificio como 65 metros o que el número de niños en una aula es de 25. La aritmética es la ciencia que estudia las relaciones y operaciones que pueden realizarse con los números naturales o concretos.

Ilustración 31. 1979



Una expresión algebraica que tiene un solo término que es una constante o el producto de una constante y potencias enteras positivas de las variables se llama un *monomio*, así las expresiones $23, y^3$ y $2x^2y^5$ son monomios.

Recordemos que el conjunto $A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, \ldots\}$ Se puede determinar por comprensión así:

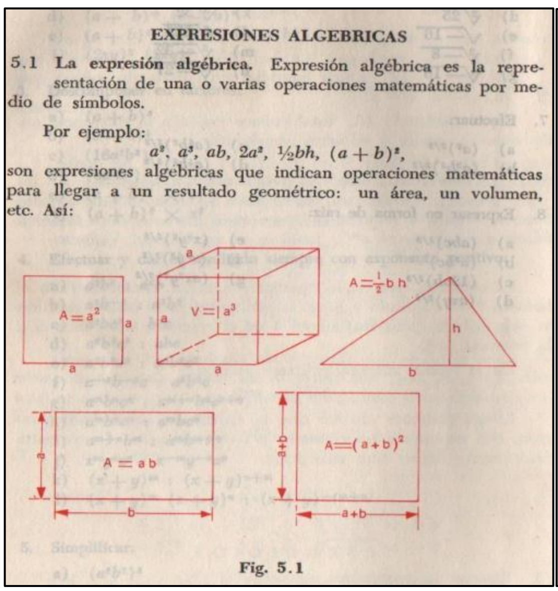
$A = \{x \in N \mid x$ es un número primo$\}$, donde el símbolo x se llama una *variable*; 2, 3, 5, ... son *constantes*.

Una *variable* es un símbolo usado para representar cualquier elemento de un conjunto dado, el conjunto dado se llama el conjunto *referencial* o el conjunto de remplazo de la variable. En nuestro caso, si el conjunto referencial no es explícito se entiende que es R.

Una constante es un símbolo usado para nombrar exactamente un objeto específico del conjunto referencial. Así 7 es una constante.

Ilustración 32. 1979

Luego de analizar los ejemplares con el programa Atlas.ti, algunas de las citas que se destacan para la enseñabilidad son las que se muestran en las lustraciones 33 y 34. Los dos ejemplares emplean representaciones similares para explicar las expresiones algebraicas y dotarlas de significado, emplean el contexto geométrico; por ejemplo, la construcción de



EXPRESIONES ALGEBRAICAS

5.1 La expresión algébrica. Expresión algébrica es la representación de una o varias operaciones matemáticas por medio de símbolos.

Por ejemplo:

a^2, a^3, ab, $2a^2$, $\frac{1}{2}bh$, $(a+b)^2$,

son expresiones algebraicas que indican operaciones matemáticas para llegar a un resultado geométrico: un área, un volumen, etc. Así:

Fig. 5.1

Ilustración 33. 1979

1. EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Ejemplo:

Considerar una pieza rectangular de cartón de 14 dm de largo y 10 dm de ancho. Cortar cuadrados iguales en cada una de las esquinas y construir una caja abierta doblando los lados. ¿Cuál es el volumen de la caja en función de x, siendo x la medida del lado de los cuadrados recortados?

Ilustración 34. 1984

cajas dada una pieza rectangular (ilustración 34) o la expresión en lenguaje matemático los conceptos de área y perímetro de figuras planas y volumen de solidos (ilustración 33), esta estrategia se puede explicar porque en estas dos décadas, en el mundo de la educación, la preocupación por el aprendizaje y con ello la idea de didáctica había cobrado fuerza, convirtiéndose en la estrategia que puede contribuir a un mejor aprendizaje, como consecuencia, el sujeto se educa en dotar de sentido a las expresiones algebraicas desde el contexto geométrico, las matemáticas ya no se muestran como el universo de números y sus reglas, la explicación inicial en la unidad temática del texto escolar permite seguir con la operatividad que involucra el tratamiento de las expresiones algebraicas sin abandonar el contexto geométrico.

Conocimiento científico	¿Cómo se presentan las explicaciones, mantienen una estructura común? ¿Qué tipos de pruebas se utilizan? ¿Qué las caracteriza?

A diferencia de las décadas anteriores estos textos escolares hacen conexiones con más representaciones, es decir, las explicaciones no están siendo desconectadas, se establece un discurso que lleva por un proceso inductivo empezando con ejemplos particulares y su paso por tres tipos de representaciones distintas, lenguaje cotidiano, matemático y gráfico.

Incorporan la representación gráfica para las expresiones algebraicas, aunque el contexto es el mismo, área y perímetro como se puede ver en la ilustración 35: "*las expresiones anteriores son fórmulas que sirven para generalizar operaciones matemáticas. Si queremos averiguar el área de un cuadrado que tiene 5 unidades de lado, decimos que el área es igual al cuadrado de 5…*" y en la ilustración 36 "*la figura anterior se puede descomponer en dos figuras*" donde el propósito es calcular el volumen de una caja. El lenguaje que usa el sujeto debe ser acorde al lenguaje matemático (ver ilustración 36Ilustración 36), el sujeto se educa en identificar y aplicar la propiedad matemática, "*propiedad asociativa y*

Las expresiones anteriores son fórmulas que sirven para generalizar operaciones matemáticas. Si queremos averiguar el área de un cuadrado que tiene 5 unidades de lado, decimos que el área es igual al cuadrado de 5 y si queremos averiguar el área de un triángulo que tiene 10 unidades de base y 4 unidades de

40

altura decimos que el área es igual a la mitad del producto de 10 por 4. Pero en general ¿cuál es el área de un cuadrado? ¿Cuál es el área de un triángulo? Las fórmulas algébricas son la respuesta.

Ilustración 35. 1979

c) Escribir en la forma más simple:

$(7x^2y + x^2) + (5x^2 - xy - 6x^2y)$.

Solución:

$(7x^2y + x^2) + (5x^2 - xy - 6x^2y) =$

$(7x^2y - 6x^2y) + (x^2 + 5x^2) - xy$ = Propiedades asociativa y conmutativa.

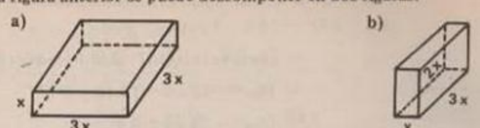
$(7-6)x^2y + (1+5)x^2 - xy$ = Propiedad distributiva.

$x^2y + 6x^2 - xy$ = Suma.

Solución:

La figura anterior se puede descomponer en dos figuras.

a) b)



Volumen: $x \cdot 3x \cdot 3x = 9x^3$ Volumen: $x \cdot 3x \cdot 2x = 6x^3$

El volumen de la figura será la suma de los volúmenes de las figuras *a* y *b*, es decir: $9x^3 + 6x^3 = 15x^3$.

Luego: el monomio que representa el volumen de la figura es $15x^3$.

Ilustración 36. 1984

conmutativa” que se ubican al lado derecho del procedimiento, como un registro de los cambios que permiten avanzar la búsqueda del resultado, el paso a paso justificado desde las matemáticas. La propuesta de enseñanza es metódica, todo un recetario de propiedades que deberán ejecutar a medida que el ejercicio o situación planteada los requiera, entonces, nuestro sujeto educado debe formarse en el empleo del lenguaje matemático y sus propiedades, pero además debe tener claridad de cómo funciona para saber en qué momento aplicarlo.

Procedimiento generalizable para ser sujeto educado

¿Se presenta un protocolo para que el sujeto se apropie del concepto presentado y qué elemento involucra?

Las citas que se presentan en las ilustraciones 37 y 38 son producto del análisis que se hizo con Atlas.ti donde se puede ver que el procedimiento con el cual se educa al sujeto inicia con una contextualización del lenguaje matemático que se va a emplear, luego se presentan las definiciones, luego se hace presentación de ejemplos explicativos, donde se muestra el paso a paso que se debe seguir y las propiedades matemáticas que le permiten hacer este cambio. Consecuentemente, con los ejercicios planteados, el manual educa al sujeto en la rutinización para la aplicación de ejercicios para encontrar el área, perímetro y volumen.

5.2 **Término y sus partes.** Antes de avanzar en la mecánica de las operaciones algébricas conviene distinguir todas las partes que conforman una expresión.

Término. Es una expresión algébrica que consta de números y símbolos no separados por los signos + ó —. Así:

$$a,\ 2a^2,\ -12ab,\ 15a^3b^2,\ -\frac{a^3b}{c},$$

son términos. Los términos son positivos o negativos según que vayan precedidos del signo + ó —. a, $2a^2$, $15a^3b^2$, son términos positivos. $-12ab$, $-\frac{a^3b}{c}$ son términos negativos. La parte numérica que indica producto es el coeficiente y el número que indica potenciación es el exponente.

En el término $+15a^3b^2$ se distinguen 4 partes:

1. El signo que antecede al término (+);
2. El coeficiente que es la parte numérica del producto (15);
3. La parte literal (ab); y
4. Los exponentes de las letras (3 y 2).

Ilustración 37. 1979

El volumen de la caja está dado por: largo x ancho x alto. Es decir, por la expresión: $(14-2x)\cdot(10-2x)\cdot x$.

Esta expresión representa un *polinomio*. Se puede usar para encontrar el volumen de una caja para valores particulares de x.

Así por ejemplo: si $x = 3$ dm, el volumen de la caja es:

$$(14-2\cdot 3)\cdot(10-2\cdot 3)\cdot 3 = (14-6)\cdot(10-6)\cdot 3 =$$
$$8\cdot 4\cdot 3 = 96\ dm^3$$

Expresiones tales como:

a) 23

b) y^3

c) $2x^2y^5$

d) $3x-2$

e) $6xy-5x+y-3$

f) $\frac{9x^2-10xy+5y^2}{4x+6y}$

g) $(9m-4n)\div 3.$

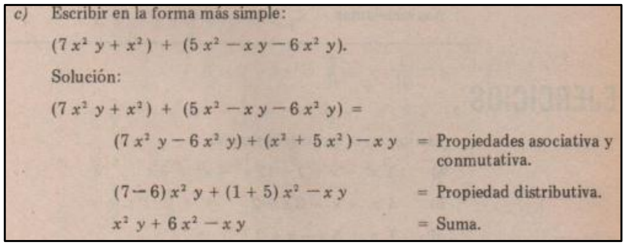
Se llaman expresiones algebraicas.

En general:

Una expresión algebraica es una constante, una variable o también operaciones indicadas que envuelven constantes y variables.

Ilustración 38. 1984

El sujeto de estos ejemplares, alcanza un conocimiento del paso a paso, sabrán que cada uno es el resultado de aplicar una propiedad, ver ilustración 39, el conocimiento controla toda la situación, no hay espacio para la duda, solo es tener a la mano de la memoria el conocimiento preciso para resolver satisfactoriamente el ejercicio planteado.



c) Escribir en la forma más simple:

$(7x^2y + x^2) + (5x^2 - xy - 6x^2y)$.

Solución:

$(7x^2y + x^2) + (5x^2 - xy - 6x^2y) =$

$(7x^2y - 6x^2y) + (x^2 + 5x^2) - xy$ = Propiedades asociativa y conmutativa.

$(7-6)x^2y + (1+5)x^2 - xy$ = Propiedad distributiva.

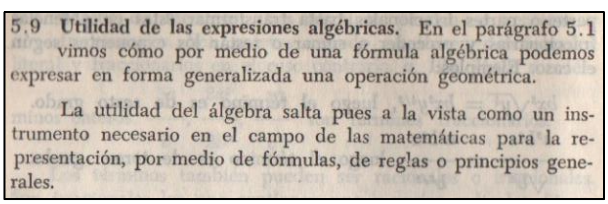
$x^2y + 6x^2 - xy$ = Suma.

Ilustración 39. 1984

Placer a ser educado y autorregulación

¿Qué tipo de frases motivan el aprendizaje, donde es puesto el sujeto, cuáles son las motivaciones?

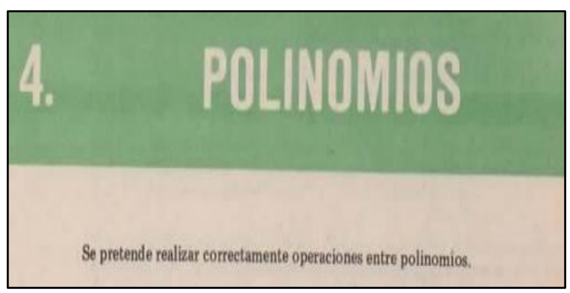
Las citas analizadas para esta categoría, dan cuenta de los primeros objetivos de aprendizaje que se promueve en los años 80. El texto explicita al sujeto lo qué va a aprender con el desarrollo de la unidad temática, "*Se pretende realizar correctamente operaciones entre polinomios*" (ver ilustración 41), esto solo aparece en los ejemplares de la década del 80 en adelante. Entonces el sujeto se educa para alcanzar la meta y en hallar una especie de motivación para su aprendizaje, en tanto que puede adquirir un manejo mayor al propuesto en la meta luego del desarrollo de la unidad temática del texto escolar.



5.9 Utilidad de las expresiones algébricas. En el parágrafo 5.1 vimos cómo por medio de una fórmula algébrica podemos expresar en forma generalizada una operación geométrica.

La utilidad del álgebra salta pues a la vista como un instrumento necesario en el campo de las matemáticas para la representación, por medio de fórmulas, de reglas o principios generales.

Ilustración 40. 1984



4. POLINOMIOS

Se pretende realizar correctamente operaciones entre polinomios.

Ilustración 41. 1984

El sujeto se educa en identificar que existen unos mínimos para su aprendizaje y poder controlar el avance, este poder para con el sujeto surge de la política de los años 80, en donde la educación colombiana atravesaba una crisis en financiamiento y calidad, se tenía mucha más cobertura y menos calidad, la oficialización de la nueva reforma educativa que encontró en sus mayores críticos al magisterio, originó el Movimiento Pedagógico cuya intensión se halló en el mejoramiento de la calidad de vida a través de la educación.

Así, la década de los 70 y 80 establecen como importante que el sujeto conozca qué logrará para que pueda, al finalizar el tema, tener certeza de qué fue lo que aprendió o por lo menos, pueda ponerle nombre de la propiedad que aplica a un conjunto de operaciones, al tratar correctamente con expresiones algebraicas. La importancia de saber qué se está logrando con el trabajo matemático comienza a ser una característica de los textos escolares, como se puede ver en la ilustración 40, del texto escolar de 1984: "*la utilidad del álgebra salta pues la vista como un instrumento necesario en el campo de las matemáticas para la representación por medio de fórmulas, de reglas o principios generales*".

Individualizado e identificado según referentes demográficos

¿Qué tipo de situaciones son utilizadas? ¿Qué tipo de profesionales promociona? ¿Presenta situaciones que refieran a la multiplicidad de géneros y estratos socioeconómicos?

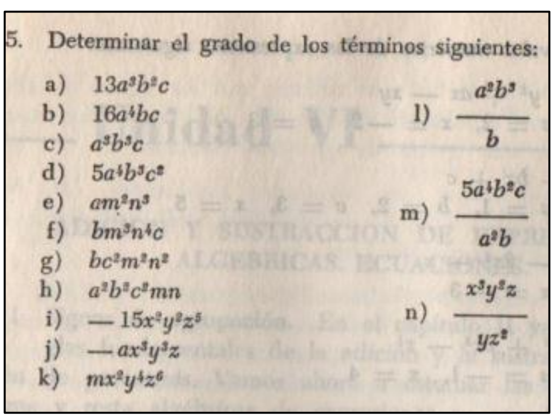
En el análisis con Atlas.ti, no se encontraron citas en los textos de estas décadas que evidenciara posicionamiento alguno del sujeto en un género o población, se sigue empleando situaciones de tipo geométrico, no se saca al sujeto del conocimiento "científico", es decir, propio en el universo de las matemáticas, de la operatividad, así, no hay un lugar distinto al sujeto que el de centrar su mirada en el conocimiento, no hay situaciones de la cotidianidad que se enlacen con las matemáticas. Los textos escolares no incluyen situaciones que hablen sobre profesiones o labores, y mucho menos incluye distinción de género.

Es de resaltar que las políticas educativas para estas décadas, ya exigía a todos los involucrados promover una educación igualitaria y que se hiciera énfasis en las tareas compartidas de los niños y niñas en su formación, sin embargo, esto no se evidencia en la unidad temática que emplean estos dos textos escolares para las expresiones algebraicas. Hay un cambio en el uso de las ilustraciones, se aumentan y tienen color, tal vez por las mejoras tecnológicas de la imprenta, pero esto no cambió el tipo de situaciones empleadas, para los dos textos escolares.

Capacidad para reflexionar objetivamente

¿Qué procedimientos busca generar las pruebas que propone el texto? ¿Hay pruebas que lleven a la reflexión del auto aprendizaje?

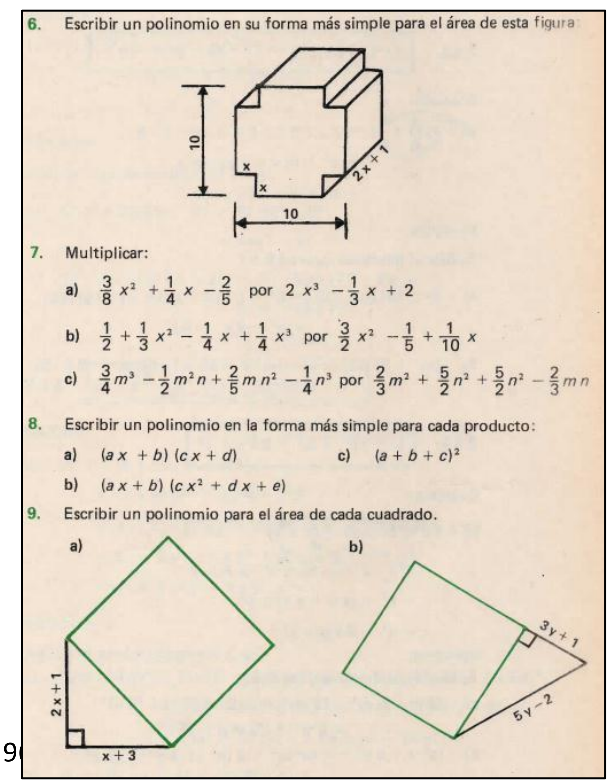
Los ejercicios planteados buscan que el sujeto aplique las definiciones y procedimientos explicados, las reflexiones están entorno a la identificación del procedimiento, de confrontar lo aprendido con la solución de los ejercicios. Por ejemplo, "*Escribir un polinomio en su forma más simple para el área de esta figura*" (ejercicio 6) y "*Escribir un polinomio para el área de cada cuadrado*" (ejercicio 9) de la ilustración 44, este último ejemplo le exige al sujeto conectar conceptos previos como el teorema de Pitágoras con hallar el lado del cuadrado y luego encontrar el área del mismo cuyas dimensiones se hayan en expresiones algebraicas. Así, las reflexiones refieren al conocimiento matemático y la posibilidad de construir con él, a la "calidad" de este en términos de lo efectivo que sea a la hora de resolver una situación.



5. Determinar el grado de los términos siguientes:

a) $13a^3b^2c$
b) $16a^4bc$
c) a^3b^3c
d) $5a^4b^3c^2$
e) am^2n^3
f) bm^3n^4c
g) $bc^2m^2n^2$
h) $a^2b^2c^2mn$
i) $-15x^2y^2z^5$
j) $-ax^3y^3z$
k) $mx^2y^4z^6$
l) $\dfrac{a^2b^3}{b}$
m) $\dfrac{5a^4b^2c}{a^2b}$
n) $\dfrac{x^3y^2z}{yz^2}$

Ilustración 43. 1979



6. Escribir un polinomio en su forma más simple para el área de esta figura

7. Multiplicar:

a) $\frac{3}{8}x^2 + \frac{1}{4}x - \frac{2}{5}$ por $2x^3 - \frac{1}{3}x + 2$

b) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{4}x + \frac{1}{4}x^3$ por $\frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{5} + \frac{1}{10}x$

c) $\frac{3}{4}m^3 - \frac{1}{2}m^2n + \frac{2}{5}mn^2 - \frac{1}{4}n^3$ por $\frac{2}{3}m^2 + \frac{5}{2}n^2 + \frac{5}{2}n^2 - \frac{2}{3}mn$

8. Escribir un polinomio en la forma más simple para cada producto:

a) $(ax + b)(cx + d)$ c) $(a + b + c)^2$

b) $(ax + b)(cx^2 + dx + e)$

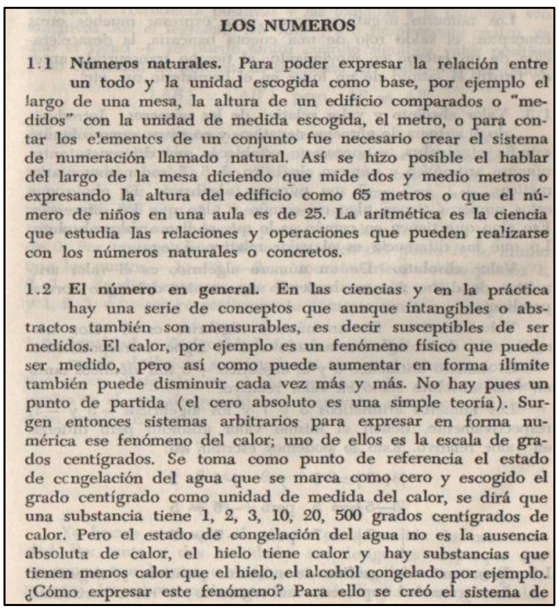
9. Escribir un polinomio para el área de cada cuadrado.

a) b)

Ilustración 44. 1984

Si embargo, un importante número de ejercicios responde a lo procedimental y muy poco a este tipo de preguntas que le lleven al sujeto a reflexionar sobre la calidad de su aprendizaje, aclarando que este tipo de reflexiones estan centradas en el universo de las matematicas, es decir, no se puede ver conexión con situaciones de la cotidianidad donde el sujeto pueda comprender que estos conocimientos tendrán uso en su vida diaria, parece que los conceptos solo tienen aplicación en el universo academico.

Se puede concluir que el sujeto aprende a reflexionar sobre el uso del conocimiento adquirido, es decir un sujeto educado en reflexionar sobre la efectividad de las estrategias aprendidas.

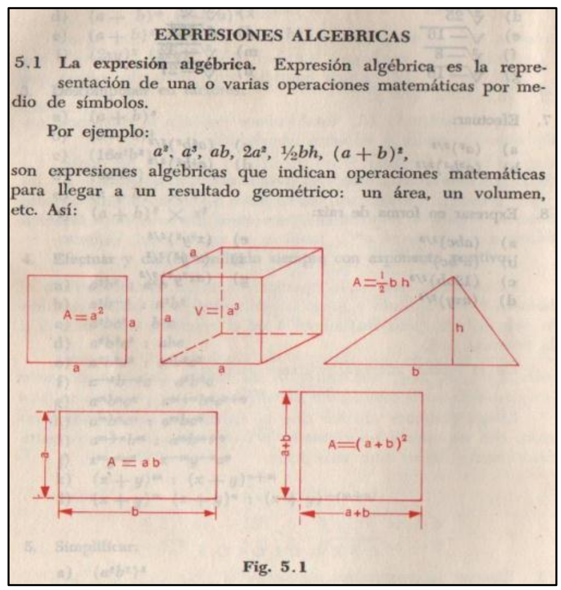


LOS NUMEROS

1.1 **Números naturales.** Para poder expresar la relación entre un todo y la unidad escogida como base, por ejemplo el largo de una mesa, la altura de un edificio comparados o "medidos" con la unidad de medida escogida, el metro, o para contar los elementos de un conjunto fue necesario crear el sistema de numeración llamado natural. Así se hizo posible el hablar del largo de la mesa diciendo que mide dos y medio metros o expresando la altura del edificio como 65 metros o que el número de niños en una aula es de 25. La aritmética es la ciencia que estudia las relaciones y operaciones que pueden realizarse con los números naturales o concretos.

1.2 **El número en general.** En las ciencias y en la práctica hay una serie de conceptos que aunque intangibles o abstractos también son mensurables, es decir susceptibles de ser medidos. El calor, por ejemplo es un fenómeno físico que puede ser medido, pero así como puede aumentar en forma ilímite también puede disminuir cada vez más y más. No hay pues un punto de partida (el cero absoluto es una simple teoría). Surgen entonces sistemas arbitrarios para expresar en forma numérica ese fenómeno del calor; uno de ellos es la escala de grados centígrados. Se toma como punto de referencia el estado de congelación del agua que se marca como cero y escogido el grado centígrado como unidad de medida del calor, se dirá que una substancia tiene 1, 2, 3, 10, 20, 500 grados centígrados de calor. Pero el estado de congelación del agua no es la ausencia absoluta de calor, el hielo tiene calor y hay substancias que tienen menos calor que el hielo, el alcohol congelado por ejemplo. ¿Cómo expresar este fenómeno? Para ello se creó el sistema de

Ilustración 45. 1979



EXPRESIONES ALGEBRICAS

5.1 **La expresión algébrica.** Expresión algébrica es la representación de una o varias operaciones matemáticas por medio de símbolos.

Por ejemplo:

$$a^2,\ a^3,\ ab,\ 2a^2,\ \tfrac{1}{2}bh,\ (a+b)^2,$$

son expresiones algébricas que indican operaciones matemáticas para llegar a un resultado geométrico: un área, un volumen, etc. Así:

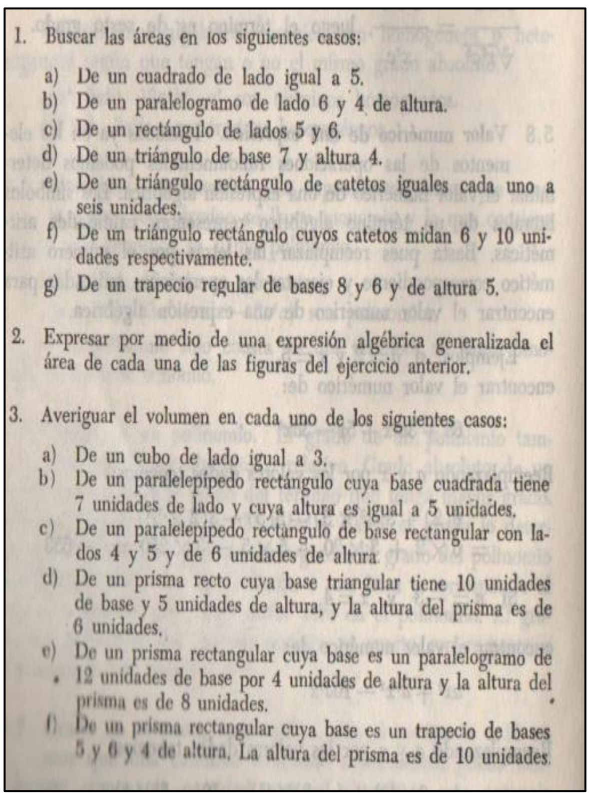
Fig. 5.1

Ilustración 46. 1979

Conocimiento matemático conceptual	¿Se presenta el conocimiento matemático como un conjunto de términos, notaciones? ¿Emplea diferentes representaciones sobre un mismo concepto? ¿Se hacen relaciones entre conceptos?

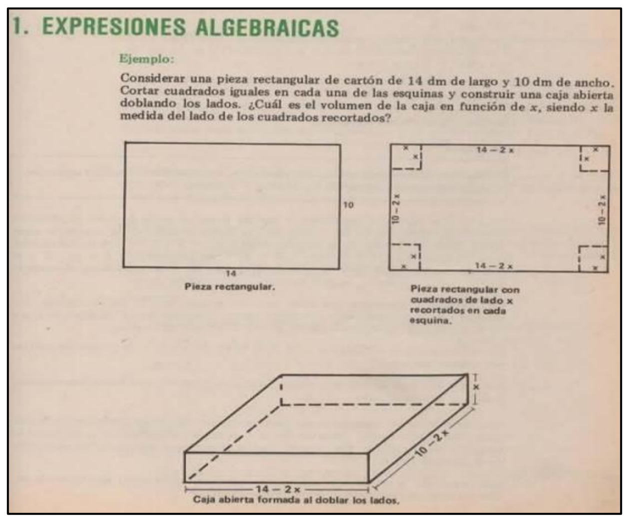
Al revisar con Atlas.ti se evidencia que estos textos escolares plantean una ruta para el desarrollo del conocimiento matemático, para el texto de la década de los años 70, esta inicia con la contextualización de conceptos previos como se ve en la lustración 45, “*Números naturales. Para poder expresar la relación entre un todo y la unidad escogida como base, por ejemplo, el largo de una mesa, la altura de un edificio (…) fue necesario crear el sistema de numeración llamado natural*”. Luego, presenta una contextualización del lenguaje matemático que emplean las expresiones algebraicas y se ayuda en las representaciones gráficas como se puede ver en la ilustración 46 *“…son expresiones algebraicas que indican operaciones matemáticas para llegar a un resultado geométrico: un área, un volumen, etc. Así:*”.

Luego de las contextualizaciones, el texto explica las reglas de operar con las expresiones algebraicas y sus ejemplos con ejercicios, educan al sujeto en la resolución de situaciones de tipo geométrico similares a las empleadas en la explicación, como se muestran en la



1. Buscar las áreas en los siguientes casos:
   a) De un cuadrado de lado igual a 5.
   b) De un paralelogramo de lado 6 y 4 de altura.
   c) De un rectángulo de lados 5 y 6.
   d) De un triángulo de base 7 y altura 4.
   e) De un triángulo rectángulo de catetos iguales cada uno a seis unidades.
   f) De un triángulo rectángulo cuyos catetos midan 6 y 10 unidades respectivamente.
   g) De un trapecio regular de bases 8 y 6 y de altura 5.
2. Expresar por medio de una expresión algébrica generalizada el área de cada una de las figuras del ejercicio anterior.
3. Averiguar el volumen en cada uno de los siguientes casos:
   a) De un cubo de lado igual a 3.
   b) De un paralelepípedo rectángulo cuya base cuadrada tiene 7 unidades de lado y cuya altura es igual a 5 unidades.
   c) De un paralelepípedo rectángulo de base rectangular con lados 4 y 5 y de 6 unidades de altura.
   d) De un prisma recto cuya base triangular tiene 10 unidades de base y 5 unidades de altura, y la altura del prisma es de 6 unidades.
   e) De un prisma rectangular cuya base es un paralelogramo de 12 unidades de base por 4 unidades de altura y la altura del prisma es de 8 unidades.
   f) De un prisma rectangular cuya base es un trapecio de bases 5 y 6 y 4 de altura. La altura del prisma es de 10 unidades.

Ilustración 48. 1979

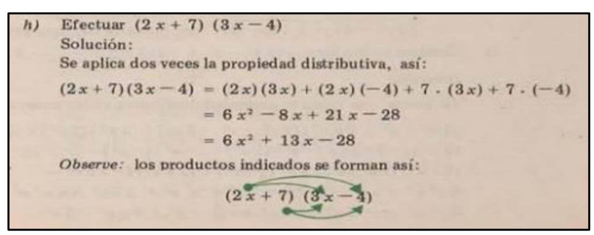


1. EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Ejemplo:

Considerar una pieza rectangular de cartón de 14 dm de largo y 10 dm de ancho. Cortar cuadrados iguales en cada una de las esquinas y construir una caja abierta doblando los lados. ¿Cuál es el volumen de la caja en función de x, siendo x la medida del lado de los cuadrados recortados?

Ilustración 49. 1984



h) Efectuar $(2x+7)(3x-4)$

Solución:

Se aplica dos veces la propiedad distributiva, así:

$$\begin{aligned}(2x+7)(3x-4) &= (2x)(3x)+(2x)(-4)+7\cdot(3x)+7\cdot(-4)\\ &= 6x^2-8x+21x-28\\ &= 6x^2+13x-28\end{aligned}$$

Observe: los productos indicados se forman así:

$$(2x+7)\ (3x-4)$$

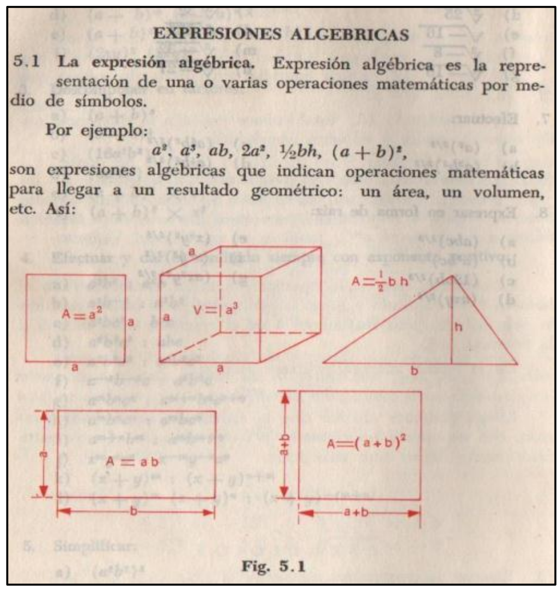
Ilustración 50. 1984

ilustración 48 “*Expresar por medio de una expresión algebraica generalizada el área de cada una de las figuras del ejercicio anterior*”. Luego el texto continúa su trabajo en la operatividad de las expresiones algebraicas (suma, resta, multiplicación y división).

El texto escolar de 1984, se salta las contextualizaciones, directamente inicia en los ejemplos con ejercicios en contextos geométricos, "*Ejemplo: Considerar una pieza rectangular de cartón de 14 dm… ¿Cuál es el volumen de la caja en función de* x*, siendo* x *la medida del lado de los cuadrados recortados?* (ilustración 49), y continua con ejemplos explicativos sobre cómo operar con las expresiones algebraicas, mostrándole al sujeto la forma en que debe proceder.

Los textos de estas dos décadas buscan ser inductivos, parten de unidades de información que luego se relacionan y permiten generalizar propiedades y expresarlas matemáticamente, como se ve en la ilustración 50, donde se busca generalizar el procedimiento para multiplicar expresiones algebraicas y se emplea los conectores gráficos para reforzar el proceso ejecutado.

Los textos hacen énfasis en el conocimiento matemático al nivel de conceptos-conceptos, pues emplean el uso de diferentes representaciones para explicar un mismo concepto, como se muestra en la ilustración 49 y 50, se hacen paso del lenguaje cotidiano a la representación gráfica y luego al lenguaje matemático, dando sentido a las expresiones algebraicas como el resultado de expresar conceptos más cercanos como área, perímetro y volumen de figuras.



EXPRESIONES ALGEBRAICAS

5.1 La expresión algébrica. Expresión algébrica es la representación de una o varias operaciones matemáticas por medio de símbolos.

Por ejemplo:

a^2, a^3, ab, $2a^2$, $\frac{1}{2}bh$, $(a+b)^2$,

son expresiones algebricas que indican operaciones matemáticas para llegar a un resultado geométrico: un área, un volumen, etc. Así:

Fig. 5.1

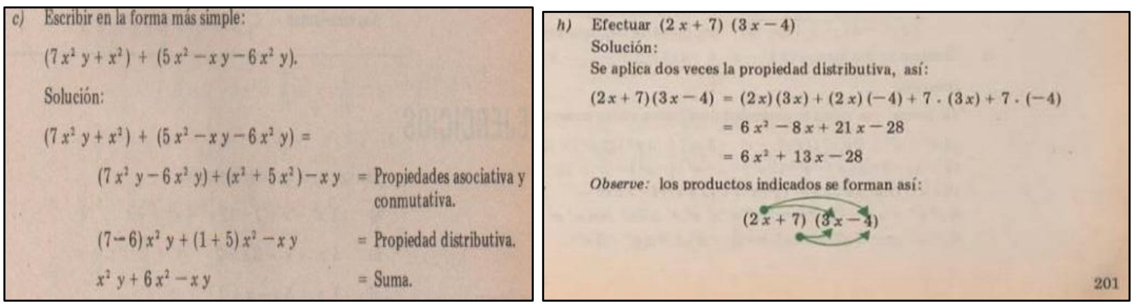
Ilustración 51

Es interesante ver que los textos escolares de la década del 70 y 80 emplean los conceptos de perímetro, área y volumen para contextualizar las expresiones algebraicas, concepto que aun en el siglo XXI, los docentes usamos para explicar las expresiones algebraicas (polinomios), tal vez porque la contextualización geométrica parece ser una de las expresiones algebraicas más "simples" para el posterior estudio de los polinomios, como se puede ver en la ilustración 51. "$Área = a^2, Volumen = a^3$" entre otras.

Conocimiento matemático procedimental

¿Se hacen conclusiones a partir de procedimientos o reglas de acción que involucran? ¿Cuáles procedimientos desarrolla? ¿Son rutinarios?

Las citas encontradas con Atlas.ti, mostraron que los textos escolares de estas dos décadas llevan al sujeto de lo particular a lo general, donde se emplea el conocimiento matemático procedimental del nivel de razonamiento, pues el sujeto primero es educado en relación al paso del lenguaje cotidiano al algebraico y luego ha de identificar las propiedades matemáticas que le llevan a resolver la operación plateada, como se puede ver en la


c) Escribir en la forma más simple:

$(7x^2y+x^2)+(5x^2-xy-6x^2y)$.

Solución:

$(7x^2y+x^2)+(5x^2-xy-6x^2y)=$

$(7x^2y-6x^2y)+(x^2+5x^2)-xy$ = Propiedades asociativa y conmutativa.

$(7-6)x^2y+(1+5)x^2-xy$ = Propiedad distributiva.

x^2y+6x^2-xy = Suma.

h) Efectuar $(2x+7)(3x-4)$

Solución:

Se aplica dos veces la propiedad distributiva, así:

$$(2x+7)(3x-4) = (2x)(3x)+(2x)(-4)+7\cdot(3x)+7\cdot(-4)$$
$$= 6x^2-8x+21x-28$$
$$= 6x^2+13x-28$$

Observe: los productos indicados se forman así:

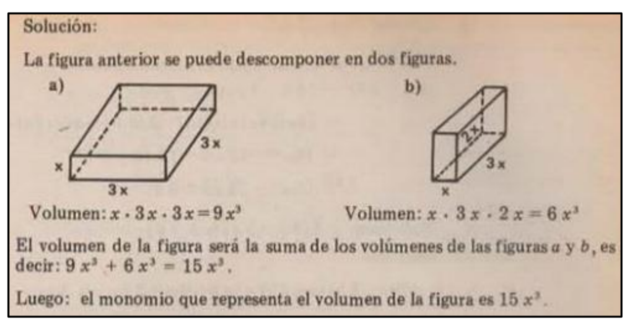
$$(2x+7)\ (3x-4)$$

201

Ilustración 52. 1984

ilustración 52.

Los ejercicios que plantean los textos de estas décadas (70 y 80) requieren del uso de la memoria para su resolución y se apoya el aprendizaje del sujeto con la ayuda de conectores gráficos como se ve en la ilustración 52, con los cuales se refuerza el paso a paso que debe seguirse. La estrategia del paso a paso en el desarrollo de un ejercicio, se puede entender como la preocupación por el aprendizaje, uno del tipo metódico, pues el estudiante debe reconocer que le permitió hacer un cambio a una expresión a la siguiente.


Solución:

La figura anterior se puede descomponer en dos figuras.

Volumen: $x\cdot 3x\cdot 3x=9x^3$ Volumen: $x\cdot 3x\cdot 2x=6x^3$

El volumen de la figura será la suma de los volúmenes de las figuras *a* y *b*, es decir: $9x^3+6x^3=15x^3$.

Luego: el monomio que representa el volumen de la figura es $15x^3$.

Ilustración 53. 1984

El nivel de abstracción que genera el manual con su escritura, educa al sujeto en como pasar de una representación gráfica al lenguaje matemático o a lenguaje cotidiano, en unos pocos ejercicios que propone, se puede comprender que este tipo de ayudas no se encontraban disponibles, en los ejemplares analizados anteriormente, tal vez por la tecnología o por la cantidad de hojas que requiere hacer estas explicaciones (ver en la ilustración 52, la explicación de un contexto geométrico en lenguaje matemático, en representación gráfica y lenguaje cotidiano). En la actualidad este pasar de una representación a otra en los textos escolares es más común y se hace gracias a las mejoras tecnológicas que se tiene para la diagramación de textos escolares, imágenes que economizan en palabras.

3. Análisis desde la transición aritmética al álgebra.

Transición aritmética al álgebra

¿Los enunciados conllevan al uso de la letra como evaluada, objeto y no usada? ¿Los enunciados conllevan al uso de la letra como incógnita? ¿Plantea el uso de situaciones simples?

Para la transición aritmética al álgebra las citas encontradas con Atlas.ti, muestran que especialmente desde la década de los 80 se presta atensión a la comprensión de la letra y lo que puede significar en las matemáticas, como se puede ver la ilustración 54, "*la utilidad del álgebra salta pues a la vista como un instrumento necesario en el campo de las matemáticas para la representación … de principios generales*"

Estos textos escolares emplean un lenguaje que parece más ameno, mostrando la enseñanza de las matemáticas interesadas en formar sujetos educados en saber lo que aprenden e identificando una estrategia para aprender, como se puede ver en la ilustración 55 "*Para sumar polinomio, se debe usar las propiedades asociativa y conmutativa para agrupar los términos semejantes. Después se debe usar la propiedad distributiva para combinar los términos semejantes.*"

5.9 **Utilidad de las expresiones algébricas.** En el parágrafo 5.1 vimos cómo por medio de una fórmula algébrica podemos expresar en forma generalizada una operación geométrica.

La utilidad del álgebra salta pues a la vista como un instrumento necesario en el campo de las matemáticas para la representación, por medio de fórmulas, de reglas o principios generales.

Ilustración 54. 1979

Respecto a la transición aritmética al álgebra, los textos incluyen explicaciones donde la letra se puede ver como numero generalizado, ver ilustración 56, aquí el sujeto emplea la

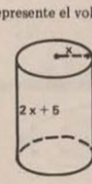
Antes de dar la regla para la adición de polinomios se debe tener en cuenta la siguiente definición: los términos de un polinomio que difieren solamente en sus coeficientes numéricos se llaman *términos semejantes.* Así, $-4\,x^2$ y $9\,x^2$ son términos semejantes, $-5\,x\,y^3$ y $\frac{-17}{2}\,x\,y^3$ son términos semejantes, $3\,x^2\,y$ y $2\,x\,y^2$ no son términos semejantes.

Luego:

Para sumar polinomios, se deben usar las propiedades asociativa y conmutativa para agrupar los términos semejantes. Después se debe usar la propiedad distributiva para combinar los términos semejantes.

Ilustración 55. 1984

g) Escribir un polinomio que represente el volumen de la siguiente figura:



Solución:

El volumen de un cilindro de radio de la base r y altura h está dado por la fórmula $\pi\,r^2\,h$.

En este caso será: $\pi \cdot x^2 \cdot (2x+5) = \pi x^2 (2x+5)$

$= 2\pi x^3 + 5\pi x^2$

Luego: el polinomio que representa el volumen del cilindro es $2\pi x^3 + 5\pi x^2$.

Ilustración 56. 1984

letra como una cantidad, que puede ser cualquiera número que permita representar las dimensiones del cilindro, trabaja estrategias de razonamiento y conexiones donde hace implicaciones, las rutinas se refuerzan con por lo menos 4 ejercicios resueltos con sus respectivos pasos similares al que se muestra en la ilustración 52, donde se explica qué conocimiento matemático permite avanzar de uno al otro.

Década 90, 2000 y 2010

Estas tres décadas están marcadas por cambios políticos relacionados con la calidad de la educación y el seguimiento que se puede hacer en aras de garantizarla, así, se han desarrollado dos planes decenales de educación y nos encontramos en el año 2016, empezando un nuevo plan. Entre los resultados más destacados se hallan alrededor de la cobertura de la educación para la población, e incremento en los mecanismos de evaluación para los estudiantes y docentes. Son textos que cambian la monotonía que traían los ejemplares anteriores, ahora cada página contiene múltiples elementos a analizar.

1. Presentación de los textos analizados

A. Procesos Matemáticos. 1995

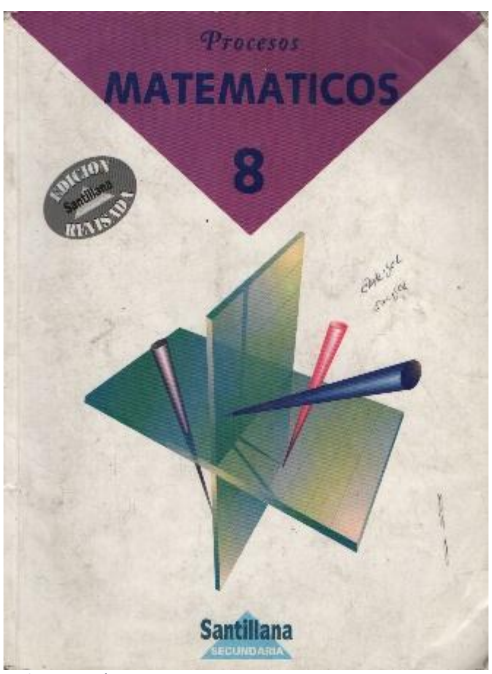


Ilustración 57. 1995

Este texto escolar es elaborado por editorial Santillana e impreso por editorial Lerner en Bogotá. Esta propuesta ofrece una edición para el docente y otra para el estudiante, evidencia de un cambio en relación al sujeto al que se dirige, no es un texto escolar dirigido a docente y estudiante, sino exclusivo para el estudiante, pues elabora uno paralelo al docente. Una guía particular al docente deja al estudiante, sujeto educado, en un lugar de exploración y construcción individual, este texto ofrece una ruta que será una guía y podrá verificar si lo hecho por el sujeto educado se ajusta a lo planeado por el texto. La autoría del texto está a cargo de Beltran Luis, de la cual no se conoce su cargo o trayectoria académica, esta autoría se comparte con el editor, el resto de personas (cerca de 9 personas) trabajaron en el diseño y gráficas.

B. Matemática Secundaria-Serie Código 2008

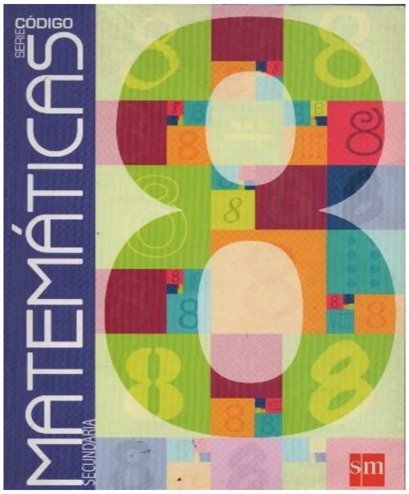


Ilustración 58. 2008

Texto escolar perteneciente a ediciones SM (Sociedad de María), editorial española cuya génesis se encuentra en la publicación de material educativo, y se explica que es escrito por docentes Marianistas. Así esta línea de textos se replantea para Colombia, teniendo en cuenta la directiva editorial. Este ejemplar se pone en circulación en el 2008 en la ciudad de Bogotá. El texto incluye una nota al docente, aclarándole que la línea de trabajo que encontrará está en el desarrollo de los pensamientos, de los lineamientos curriculares y estándares.

Entre los autores se halla Anzola, Bellón, Hervas, Melo, Urquiza Vizmanos, no se cuenta nada más allá de sus nombres, pero si se puede ver en la portada más autores de fotografía que de matemáticas, razón que puede explicar porque el texto escolar posee una carga de imágenes y color que muestra unas matemáticas llamativas, con una mezcla de recursos gráficos que motivan al estudiante a su exploración. La introducción a los polinomios presenta una actividad práctica (tangram), una historieta y una reseña histórica, todas ellas emplean los polinomios y su abordaje no requiere un conocimiento avanzado en el tema. Esta exploración se vuelve un ejemplo diferente, de perímetro y área, para introducir al sujeto educado en los polinomios. Esta línea incluye un cuadernillo de evaluación de pruebas tipo Pisa. Otra novedad es que se presente un glosario al final del cuerpo del texto y en orden alfabético.

C. Avanza-Matemáticas 8. 2015

Escrito por editorial Norma, la autoría recae Villanueva, Suarez, Rincón, Padilla, Samper, Moreno, Guzmán, García, Silva, Urrego y Uni de las cuales se conoce que

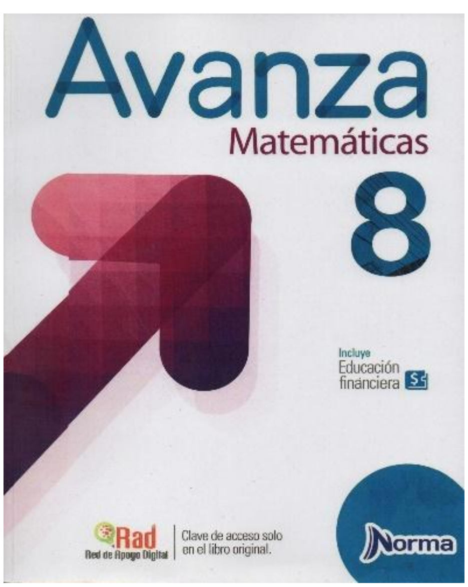


Ilustración 59. 2015

su formación está en matemáticas, magísteres y especialistas en universidades colombianas o extranjeras. También se presentan 6 autores específicos para el plus que ofrece el texto escolar, tales como evaluaciones diagnósticas, evaluaciones por competencias, pruebas saber, alfabetismos en medios y creatividad e innovación, adecuación a la equidad de género y diversidad cultural y por ultimo investigación de campo. Se evidencia que participaron más de 10 personas entre editores, coordinadores, diseñadores, ilustración y fotografías. Es un equipo numeroso, alrededor de 25 personas como creadores del texto escolar.

2. Análisis de los textos desde las suposiciones de Fendler (2000)

Enseñabilidad → ¿Qué tipo de representaciones se utiliza para explicar el tema?, ¿Cuáles materiales didácticos sugiere el texto para el desarrollo de las actividades?

Los textos escolares pertenecientes a estas décadas (90, 2000 y 2010) presentan evolución de una década a la siguiente en relación a la enseñabilidad, el texto de la década de los 90, educan al sujeto al estilo “producción en cadena”, le presenta una situación que involucra las expresiones algebraicas, pero su desarrollo implica un conocimiento avanzado para su solución, de modo que, si el sujeto lo resuelve a satisfacción, en este primer momento, seguramente ya tiene un manejo óptimo para el desarrollo del tema y no ha sido gracias a su paso por la ruta del texto escolar, pues hasta ahora la empieza.

Luego educa al sujeto en identificar el proceso que le demanda su aprendizaje por medio de un diagrama de procesos, allí se condensan los temas y los procedimientos que debe seguir para comprender el funcionamiento de las expresiones algebraicas. Este texto escolar aún conserva la presentación de los conceptos como un glosario de definiciones y ejemplos, a continuación, el sujeto se ve abocado a

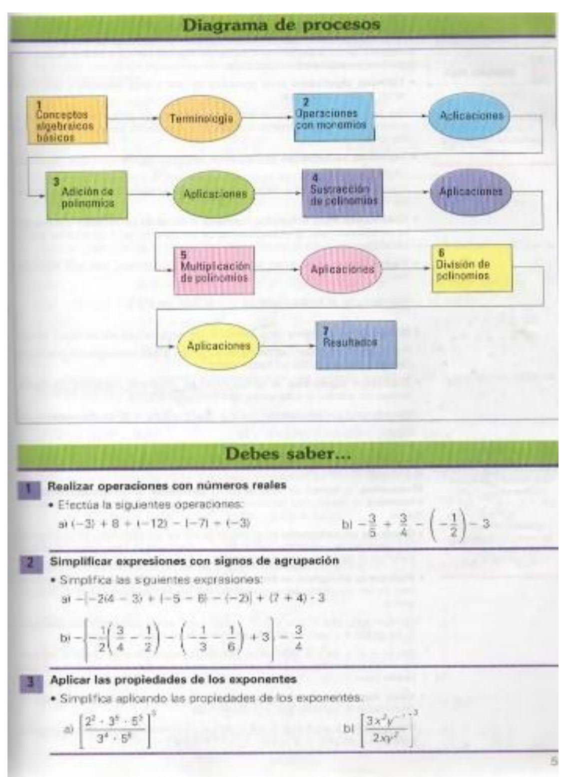


Ilustración 60. 1995

resolver ejercicios de tipo rutinario con los cuales se evalúa los conceptos presentados.

Curiosamente, se esperaría que este texto mantuviera una evolución en comparación de los ejemplares de la década de los 80, donde ya se mostraba las expresiones algebraicas por medio de diversas representaciones, el texto escolar de la década de los 90 emplea solo el lenguaje matemático, exhibiendo unas matemáticas que tienen sentido en su propio universo.

El texto del 2000, se desborda en representaciones, color y dinamismo, a diferencia de los ejemplares anteriores acude a material didáctico para contextualizar las expresiones algebraicas. Emplea la historia a través de la caricatura y párrafos a modo contextualizaciones, por ejemplo: "E*l padre del álgebra. Los primeros en trabajar los fundamentos y para resolver problemas de álgebra fueron los griegos"* (Ilustración 61).
La actividad de inicio lleva al sujeto por el juego, desde encontrar el área del cuadrado que forma el tangram de 7 piezas, o la historieta que de forma jocosa muestra que el manejo del tema le puede proporcionar "éxito"; todo esto educa al sujeto en la razón histórica del uso de los polinomios y con una pregunta al final de la lectura, cuestiona la lectura crítica que puedo realizar el sujeto, lectura crítica que para la fecha ya es otro objetivo a evaluar en las pruebas estandarizadas.

El tangram es un rompecabezas de origen chino. Tiene siete piezas con las que se pueden construir numerosas figuras.

Si se llama $2x$ al lado del cuadrado que forman todas las piezas, las áreas de cada una de las piezas vienen dados por las siguientes expresiones:

$A(1) = \frac{x^2}{2}$ $A(2) = \frac{x^2}{4}$ $A(3) = \frac{x^2}{2}$

$A(4) = \frac{x^2}{4}$ $A(5) = \frac{x^2}{2}$ $A(6) = x^2$

$A(7) = x^2$

¿Cuál es el área del cuadrado que forman todas las piezas? Suma las áreas de todas las piezas y verifica tu respuesta.

En este capítulo estudiarás algunos términos relacionados con polinomios.

80

El padre del Álgebra

Los primeros en trabajar los fundamentos y métodos para resolver problemas de álgebra fueron los griegos. Pero dado que no desarrollaron un lenguaje algebraico específico (pues escribieron sus soluciones con palabras y diagramas únicamente), sus procesos resultaban demasiado largos y muy a menudo confusos.

Fue a finales la era griega, cuando un hombre llamado Diofanto dio el gran primer paso utilizando símbolos de su propia creación para expresar sus ideas y resolver diferentes problemas matemáticos, por ello hoy en día se le conoce como "el padre del álgebra".

Posteriormente, gracias al matemático árabe Al-Khwarizmi, quien vivió durante la primera mitad del siglo IX, se empezó a usar la palabra álgebra como parte de las matemáticas, ya que este la usó por primera vez en su obra Hisab al-jabr wa'l muqabala.

Operaciones simbólicas

El manejo de los polinomios está directamente relacionado con el problema de la resolución de ecuaciones algebraicas. Su historia comienza en el antiguo Egipto y en Babilonia, donde los matemáticos resolvieron ecuaciones lineales y cuadráticas empleando esencialmente los mismos métodos que hoy se enseñan.

Continuando con esta tradición, los matemáticos alejandrinos Herón y Diofanto presentaron soluciones para ecuaciones indeterminadas de gran complejidad. Esta antigua sabiduría fue acogida, más adelante, en el mundo islámico en donde fue denominada "ciencia de la reducción y el equilibrio".

Un avance importante en el uso de los polinomios fue la introducción, en el siglo XVI, de símbolos para las incógnitas y para las operaciones y potencias algebraicas.

Debido a este avance, el Libro III de la Geometría (1637), escrito por el matemático y filósofo René Descartes, se parece bastante a un texto moderno de álgebra.

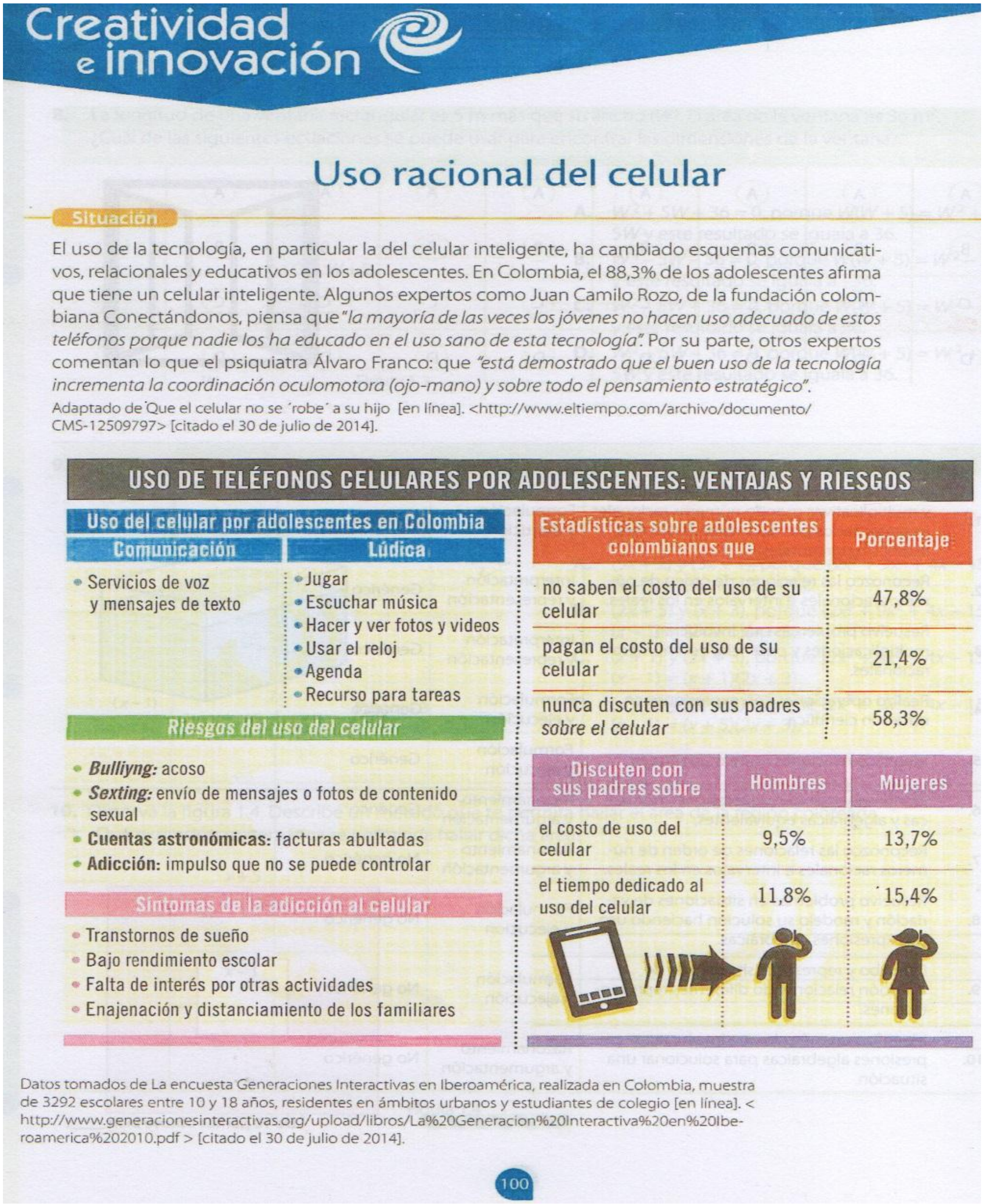
¿Cuál fue el inicio de la historia del uso de los polinomios?

81

COMPAÑÍA DE MARÍA
METODO BACHILLERATO

Ilustración 61. 2008

El texto de la década del 2010 educa al sujeto en relación a las competencias para el siglo XXI, específicamente en: básicas del área, pensamiento crítico, trabajo colaborativo, TIC, educación financiera, manejo de la información y se le indica que todas ellas las alcanzara con el uso de dos programas: “Alfabetización en Medios” (sentido crítico frente al mundo digital y medios de comunicación) y el programa “Creatividad e Innovación” (ver ilustración 62) usando la resolución de problemas y la toma de decisiones de forma original. El sujeto también se educa en conocimiento sobre el acceso a la red de apoyo digital y en la evaluación continua, por eso presenta diversidad de evaluaciones, bimestral, competencias, saber y una autoevaluación con la que se espera que el estudiante se autorregule.



Creatividad e innovación

Uso racional del celular

Situación

El uso de la tecnología, en particular la del celular inteligente, ha cambiado esquemas comunicativos, relacionales y educativos en los adolescentes. En Colombia, el 88,3% de los adolescentes afirma que tiene un celular inteligente. Algunos expertos como Juan Camilo Rozo, de la fundación colombiana Conectándonos, piensa que *"la mayoría de las veces los jóvenes no hacen uso adecuado de estos teléfonos porque nadie los ha educado en el uso sano de esta tecnología".* Por su parte, otros expertos comentan lo que el psiquiatra Álvaro Franco: que *"está demostrado que el buen uso de la tecnología incrementa la coordinación oculomotora (ojo-mano) y sobre todo el pensamiento estratégico".*

Adaptado de Que el celular no se ´robe´ a su hijo [en línea]. <http://www.eltiempo.com/archivo/documento/CMS-12509797> [citado el 30 de julio de 2014].

USO DE TELÉFONOS CELULARES POR ADOLESCENTES: VENTAJAS Y RIESGOS

Uso del celular por adolescentes en Colombia

Comunicación	Lúdica
• Servicios de voz y mensajes de texto	• Jugar • Escuchar música • Hacer y ver fotos y videos • Usar el reloj • Agenda • Recurso para tareas

Riesgos del uso del celular

- ***Bulliyng:*** acoso
- ***Sexting:*** envío de mensajes o fotos de contenido sexual
- **Cuentas astronómicas:** facturas abultadas
- **Adicción:** impulso que no se puede controlar

Síntomas de la adicción al celular

- Transtornos de sueño
- Bajo rendimiento escolar
- Falta de interés por otras actividades
- Enajenación y distanciamiento de los familiares

Estadísticas sobre adolescentes colombianos que	Porcentaje
no saben el costo del uso de su celular	47,8%
pagan el costo del uso de su celular	21,4%
nunca discuten con sus padres *sobre el celular*	58,3%

Discuten con sus padres sobre	Hombres	Mujeres
el costo de uso del celular	9,5%	13,7%
el tiempo dedicado al uso del celular	11,8%	15,4%

Datos tomados de La encuesta Generaciones Interactivas en Iberoamérica, realizada en Colombia, muestra de 3292 escolares entre 10 y 18 años, residentes en ámbitos urbanos y estudiantes de colegio [en línea]. < http://www.generacionesinteractivas.org/upload/libros/La%20Generacion%20Interactiva%20en%20Iberoamerica%202010.pdf > [citado el 30 de julio de 2014].

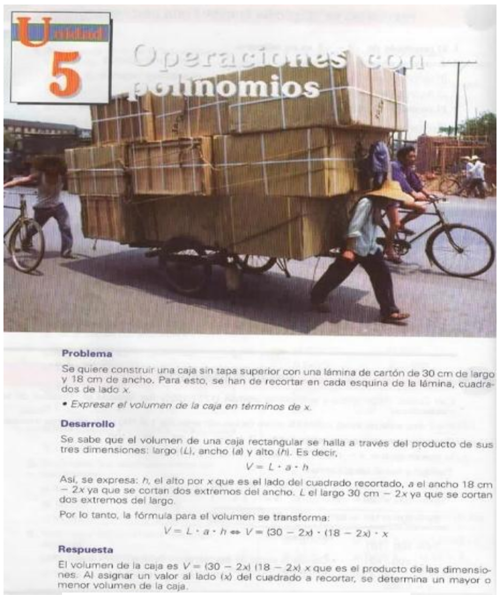
100

Ilustración 62. 2015

Conocimiento científico

¿Cómo se presentan las explicaciones, mantienen una estructura común? ¿Qué tipos de pruebas se utilizan? ¿Qué las caracteriza?

Las citas identificadas por Atlas.ti para el conocimiento científico en estas tres décadas muestra cambios de un ejemplar al siguiente. En los 90 el texto presenta un conocimiento


Unidad 5 Operaciones con polinomios

Problema

Se quiere construir una caja sin tapa superior con una lámina de cartón de 30 cm de largo y 18 cm de ancho. Para esto, se han de recortar en cada esquina de la lámina, cuadrados de lado x.

- *Expresar el volumen de la caja en términos de x.*

Desarrollo

Se sabe que el volumen de una caja rectangular se halla a través del producto de sus tres dimensiones: largo (L), ancho (a) y alto (h). Es decir,

$$V = L \cdot a \cdot h$$

Así, se expresa: h, el alto por x que es el lado del cuadrado recortado, a el ancho 18 cm $- 2x$ ya que se cortan dos extremos del ancho. L el largo 30 cm $- 2x$ ya que se cortan dos extremos del largo.

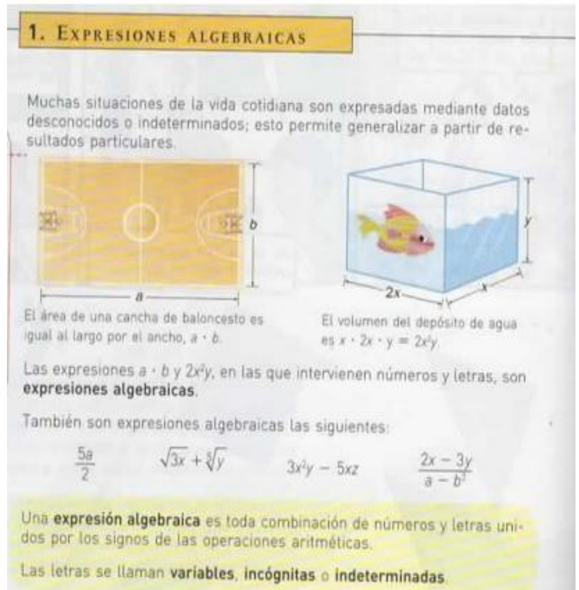
Por lo tanto, la fórmula para el volumen se transforma:

$$V = L \cdot a \cdot h \Leftrightarrow V = (30 - 2x) \cdot (18 - 2x) \cdot x$$

Respuesta

El volumen de la caja es $V = (30 - 2x)(18 - 2x)\,x$ que es el producto de las dimensiones. Al asignar un valor al lado (x) del cuadrado a recortar, se determina un mayor o menor volumen de la caja.

Ilustración 63. 1995


1. Expresiones algebraicas

Muchas situaciones de la vida cotidiana son expresadas mediante datos desconocidos o indeterminados; esto permite generalizar a partir de resultados particulares.

El área de una cancha de baloncesto es igual al largo por el ancho, $a \cdot b$.

El volumen del depósito de agua es $x \cdot 2x \cdot y = 2x^2y$.

Las expresiones $a \cdot b$ y $2x^2y$, en las que intervienen números y letras, son **expresiones algebraicas**.

También son expresiones algebraicas las siguientes:

$$\frac{5a}{2} \qquad \sqrt{3x} + \sqrt[3]{y} \qquad 3x^2y - 5xz \qquad \frac{2x - 3y}{a - b^2}$$

Una **expresión algebraica** es toda combinación de números y letras unidos por los signos de las operaciones aritméticas.

Las letras se llaman **variables**, **incógnitas** o **indeterminadas**.

Ilustración 64. 2008

que se halla presente en la cotidianidad (Ilustración 63), sin embargo, el tratamiento para hacer emerger los conceptos matemático obliga a que el sujeto tenga conocimientos sobre el álgebra, sin ellos no podría representar las matemáticas que ella le demanda. Este texto no se aleja del todo de las estrategias empleadas por los anteriores ejemplares, sobre la forma de presentar el conocimiento, como un compendio de definiciones, este ejemplar continuó educando al sujeto en la idea que las matemáticas son un conocimiento que se abstrae del contexto, un conocimiento científico que se basa en la comprensión de reglas al operar las expresiones algebraicas.

El ejemplar del 2000 presenta un texto escolar (ver ilustración 64) con un conocimiento que nace de situaciones cotidianas, cada explicación educa al sujeto en un conocimiento que es producto de la actividad humana, en expresarlo a través del lenguaje cotidiano y matemático, de usar representaciones gráficas y geométricas, de hallarlo en la manipulación de material concreto, todo esto convergiendo en resolver la situación planteada. El conocimiento parece más amigable en tanto que ya no lo presenta como un glosario el cual memorizar, sino que este se produce en el hacer de los ejercicios, es un texto que rompe con la tradición de ver las matemáticas relacionadas con cadenas de operaciones numéricas gracias a sus representaciones cargadas de color.

El texto del 2010, es un texto que promete un conocimiento visto desde la mayor cantidad de contextos posible, sin embargo, su puesta en escena en la unidad temática de las expresiones algebraicas retoma lo planteado en texto de décadas anteriores, pues inicia con la definición del concepto y luego pasa a los ejemplos, sin antes, previamente incluir un apartado denominado "ideas previas", en él, busca contextualizar el conocimiento que se empieza a trabajar (ver ilustración 65): "*Muchas situaciones que vivimos u observamos se presentan mediante expresiones matemáticas. Algunas requieren ecuaciones, otras inecuaciones o simplemente expresiones (…) Una expresión algebraica es la combinación de números y letras mediante diferentes operaciones (…) Observemos en la tabla 13,1 algunas expresiones del lenguaje cotidiano y su equivalente en expresiones algebraicas*". En esto tres momentos que presenta el texto escolar se sintetiza la manera en que se presenta el conocimiento al sujeto y por tanto la forma en que se educa. Este texto escolar también emplea materiales didácticos como rompecabezas, analizar los recibos de servicios públicos, analizar el funcionamiento de electrodomésticos del hogar. Las anteriores son acciones que tiene como propósito educar al sujeto en la idea de que el conocimiento matemático se relaciona con la cotidianidad.

Tanto el texto de la decada del 2000 como de 2010, aquí propuestos, presentan pruebas estandarizadas, que seguramente en la actualidad se convierten en un elemento de favorabilidad a la hora de elegirlos por su scompradores, estos textos presentan ejemplos de pruebas bimestrales, Saber, Icfes y Pisa, que buscan orientar e ir preparando a los sujetos en el desrrollo de estas pruebas. El texto de la decada del 90 presenta una prueba, a modo de evalcuión bimestral con multipes opciones y única respuesta, a modo de que los estudiantes práctiquen la forma de responder.

Polinomios

Tema 13

Pensamiento **variacional**

Expresiones algebraicas y polinomios

Ideas previas

¿Cuál puede ser una expresión para el área de un círculo cuyo radio está dado por $3z - 10$?

Muchas situaciones que vivimos u observamos se representan mediante expresiones matemáticas. Algunas requieren ecuaciones, otras inecuaciones o simplemente expresiones en las que está implícita una relación que no es de igualdad ni de desigualdad. Por ejemplo, la rapidez media de un automóvil que acelera uniformemente a lo largo de un camino recto es la mitad de la suma de la rapidez inicial y la rapidez final. Si consideramos v_i la rapidez inicial y v_f la rapidez final, entonces, la velocidad media puede representarse por medio de la expresión $\frac{1}{2}(v_i + v_f)$.

Esta expresión se denomina **expresión algebraica**.

Una **expresión algebraica** es la combinación de números y letras que se relacionan mediante las diferentes operaciones: adición, sustracción, multiplicación, división y potenciación. Cada expresión separada por un signo + o un signo − la denominamos **término** de la expresión algebraica.

Ejemplo 1

Observemos en la tabla 13.1 algunas expresiones del lenguaje cotidiano y su equivalente en una expresión algebraica.

Lenguaje cotidiano	Expresión algebraica
El doble de un número.	$2x$
Tres veces un número incrementado en veinte.	$3z + 20$
Las tres cuartas partes de un número, disminuidas en ocho.	$\frac{3}{4}y - 8$
El perímetro de un rectángulo de largo 12,5 cm y cierto ancho.	$2x + 25$

Tabla 13.1

En una expresión algebraica, las letras son las **variables** o **parte literal** y los números, que multiplican a una variable o no, son los **coeficientes**. El número que no tiene parte literal es el **término independiente**.

Ejemplo 2

Los términos de la expresión $3x^4y^2 - 5xy + 2$ son $3x^4y^2$, $-5xy$ y 2; sus coeficientes, 3, −5 y 2; y el término independiente, 2.

Evaluar una expresión algebraica significa reemplazar las variables por valores específicos y efectuar los cálculos correspondientes. Algunas veces, evaluamos para verificar una igualdad o para despejar un valor desconocido.

En qué se aplica

Las expresiones algebraicas sirven para representar el comportamiento de algunos procesos que se desarrollan en la naturaleza y en actividades de la vida diaria. Por ejemplo, el crecimiento de una población o el descuento que se ofrece en una tienda por la compra de algunos objetos.

Ilustración 65. 2015

Procedimiento generalizable para ser sujeto educado

¿Se presenta un protocolo para que el sujeto se apropie del concepto presentado y qué elemento involucra?

Las citas ubicadas con Atlas. Ti para esta categoría identificó la influencia de la tecnología para la economía en la enseñanza, puntualmente esto refiere a la inclusión de los diagramas de proceso, como una variante de los procesos productivos, con la intensión identificar las dificultades del aprendizaje y mejorar. El texto de los 90 y 2010 presentan la tecnología y

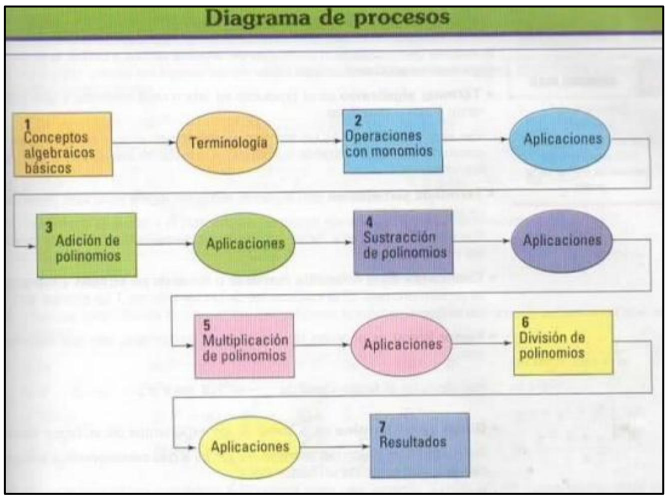


Ilustración 66 1995

Diagrama De Proceso

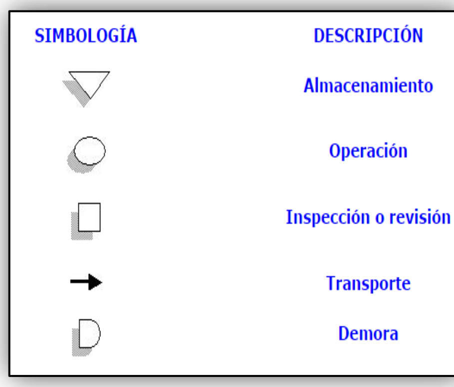


Ilustración 67. Diagrama de procesos

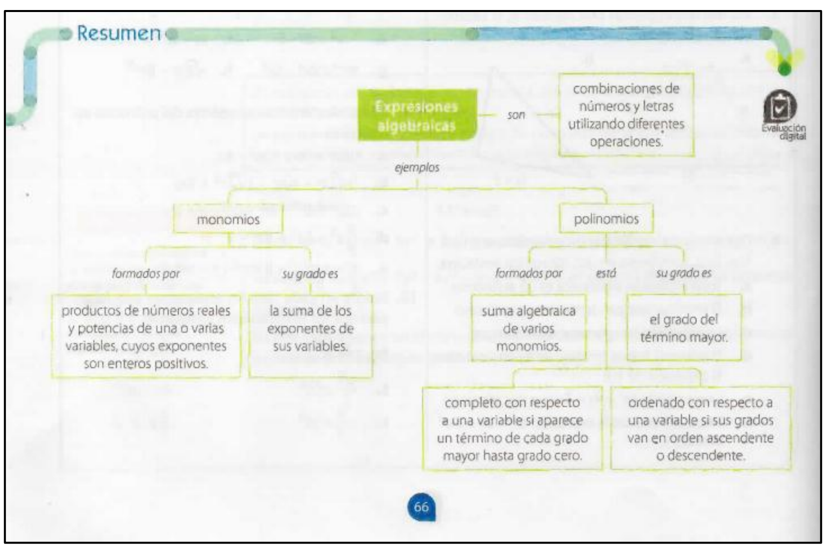


Ilustración 68. 2015

sus ambientes como los más óptimos para mejorar los procesos de aprendizaje en la educación, así los textos de estas décadas incorporan diversas propuestas, entre ellas los mapas conceptuales o los *Diagramas De Proceso*[18] como el que se muestra en las ilustraciones 66, 67 y 68, solo que llevado a los textos, educa al sujeto a ver su aprendizaje como un proceso que realizará y en caso de no entender o presentar dificultad, él deberá encontrar la "fase" o "momento" donde se presentó la dificultad y solucionarlo, todo esto en aras de que el sujeto pueda hacer un ejercicio autónomo de verificar la meta de aprendizaje. La aparición de los mapas mentales se puede relacionar con la enseñanza para la comprensión que para estas décadas toma fuerza y busca visibilizar la comprensión de un concepto identificando sus relaciones internas con otros conceptos.

Placer a ser educado y autorregulación → ¿Qué tipo de frases motivan el aprendizaje, donde es puesto el sujeto, cuáles son las motivaciones?

Las citas encontradas con Atlas.ti identificaron frases como: "*El porvenir no es lo que va a llegar sino lo que vamos a hacer*" de Henri Bergson,, la cual se encuentra en la carta al

Ilustración 69. Motivación Década del 90 al 2015

ón
proceso-plan-de-produccion. Recuperado el 6 de agosto de 2016.

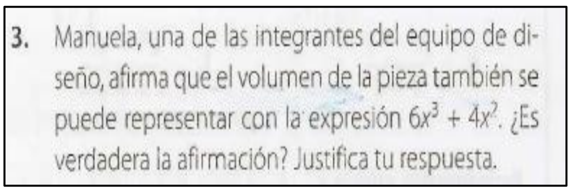
estudiante que el texto escolar Avanza 8 (Editorial Norma. 2015, pág. 3) presenta al sujeto que va a educar. Este texto escolar educa al sujeto en identificarse como el autor de su aprendizaje, deja ver que quien debe trabajar hoy por su porvenir es el sujeto mimo, así, el texto escolar presentan un número amplio de herramientas que le permita adquirir información con el propósito de propiciar situaciones que pongan en función dichas herramientas y a la vez que "*sea creativo con sentido crítico en el mundo digital y medios de comunicación, (…) que trabaje en equipo con habilidades y actitudes necesarias para tomar decisiones y resolver problemas en el mundo actual*" (pág. 3).

Estos textos escolares educan al sujeto con habilidades para liderar su aprendizaje y llevarlo a cabo, incluye herramientas para el docente y estudiante, sugerencias metodológicas "*Lee artículos de revistas en la hemeroteca de tu ciudad, ilústrate sobre el tema*" (ver ilustración 69) con el propósito de motivarlo a ver el aprendizaje desde diversos panoramas y esta diversidad le permita establecer nuevos aprendizajes y afianzar los ya logrados. Algunas de las herramientas que presenta es el "Mural de Matemáticas", donde se muestran situaciones para las cuales, las matemáticas explican su razón de ser, ejemplo Matemáticas Policiacas o Cómo leer la Factura de la Luz. Los "Matetiempos" que son criptogramas donde su solución les lleva a descubrir una operación matemática, como se puede ver en la ilustración 69. También se presentan ejercicios al estilo jeroglíficos, todas esta nuevas formar de inclusión de las matemáticas a situaciones cotidianas contribuyen a la motivación, pues es información que sorprende o genera reto al sujeto.

Individualizado e identificado según referentes demográficos	¿Qué tipo de situaciones son utilizadas? ¿Qué tipo de profesionales promociona? ¿Presenta situaciones que refieran a la multiplicidad de géneros y estratos socioeconómicos?

El analisis con Atlas.ti permitió identificar citas con mucho color y cargadas de imágenes que resultan amigables y llamativas al sujeto. En general los textos escolares de estas década empiezan a incluir ejercicios donde se refieren al género masculino (ilustración 70) y femenino (ilustración 71).

El sujeto educado se ve influenciado por referentes de modernización, tecnologia o actividades que estan de moda que sirven en muchos casos como contexto para explicar el tema y promueven alguna identidad sobre los gustos de la epoca, ejemplo de ello es el empleo de la imágenes de cantantes, celulares, deporte conocidos por los estudiantes usuarios directos del texto (ver ilustración 73).



3. Manuela, una de las integrantes del equipo de diseño, afirma que el volumen de la pieza también se puede representar con la expresión $6x^3 + 4x^2$. ¿Es verdadera la afirmación? Justifica tu respuesta.

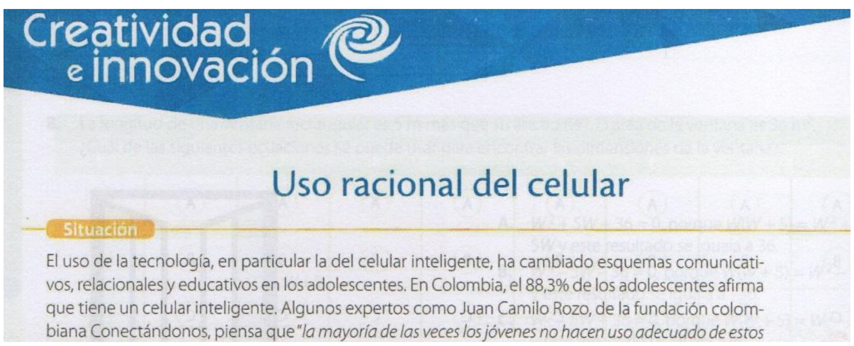
Ilustración 71. 20156

Matemáticas policíacas

En muchas películas y series televisivas de policías utilizan técnicas sofisticadas para resolver los casos más intrincados, como determinar la hora de la muerte de una víctima.

En realidad, resolver este problema resulta fácil mediante una sencilla fórmula, que la policía aplica habitualmente, basada en el hecho de que la temperatura de un cuerpo, al morir, tiende a igualarse con la del ambiente donde se encuentra. Siendo T la temperatura del organismo en el momento en que se mide; T´, la del aire circundante en

Ilustración 70. 2015



Creatividad e innovación

Uso racional del celular

Situación

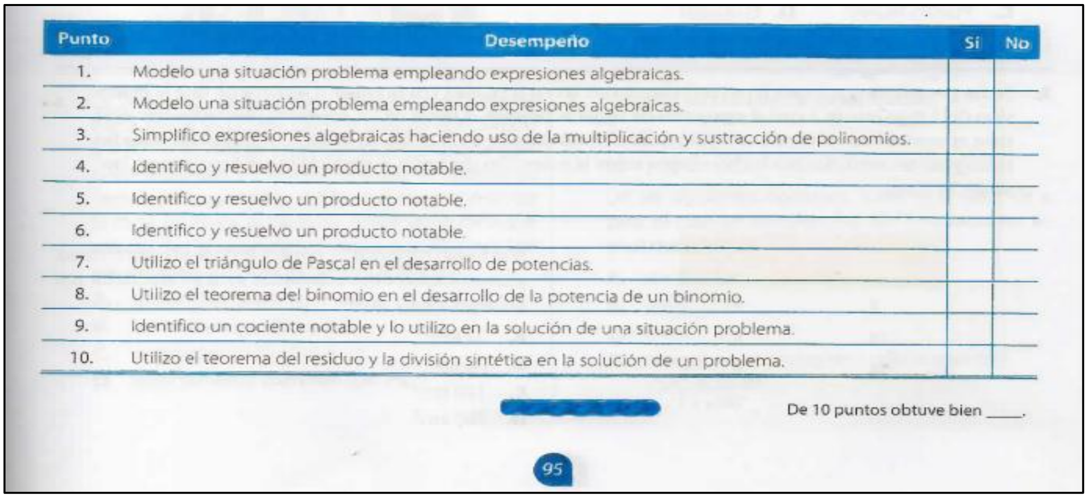
El uso de la tecnología, en particular la del celular inteligente, ha cambiado esquemas comunicativos, relacionales y educativos en los adolescentes. En Colombia, el 88,3% de los adolescentes afirma que tiene un celular inteligente. Algunos expertos como Juan Camilo Rozo, de la fundación colombiana Conectándonos, piensa que *"la mayoría de las veces los jóvenes no hacen uso adecuado de estos*

Ilustración 73. 2015

Capacidad para reflexionar objetivamente

¿Qué procedimientos busca generar las pruebas que propone el texto? ¿Hay pruebas que lleven a la reflexión del auto aprendizaje?

El texto de la década del 2010, incluye un ejemplo claro de lo que propone Flender sobre el sujeto educado, ella aclara que el es producto de múltiples factores como lo son: la enseñanza, la didáctica, psicología, sociología; también es producto de educar su alma, es decir, la enseñanza sobre sus motivaciones.



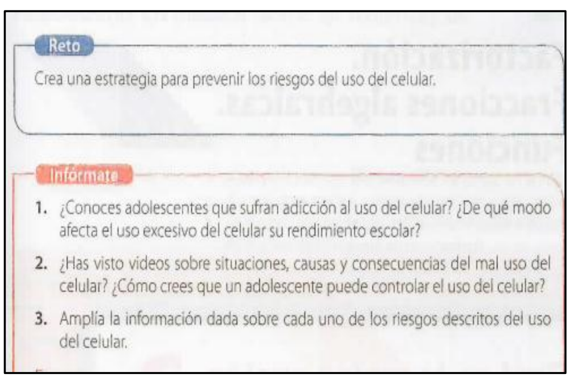
Punto	Desempeño	Sí	No
1.	Modelo una situación problema empleando expresiones algebraicas.		
2.	Modelo una situación problema empleando expresiones algebraicas.		
3.	Simplifico expresiones algebraicas haciendo uso de la multiplicación y sustracción de polinomios.		
4.	Identifico y resuelvo un producto notable.		
5.	Identifico y resuelvo un producto notable.		
6.	Identifico y resuelvo un producto notable.		
7.	Utilizo el triángulo de Pascal en el desarrollo de potencias.		
8.	Utilizo el teorema del binomio en el desarrollo de la potencia de un binomio.		
9.	Identifico un cociente notable y lo utilizo en la solución de una situación problema.		
10.	Utilizo el teorema del residuo y la división sintética en la solución de un problema.		

De 10 puntos obtuve bien ____.

95

Ilustración 74. 2015

Este manual educa al sujeto en la habilidad de autorregularse, de evaluar la calidad de su aprendizaje, que él mismo pueda determinar si ha avanzado o no, ver ilustración 74 y 77 donde se halla un ejemplo de test, que permite al sujeto no esperar a la evaluación del docente y evaluarse a sí mismo. Estos instrumentos incluyen preguntas que enfatizan en los aprendizajes que se espera haya logrado. El sujeto educado recibe no solo información del conocimiento disciplinar del que trata el texto, también se educa en aspectos sociales, trabajo colaborativo (Ilustración 76) de salud, hobbies, entre otros, como se ve en la ilustración 75.



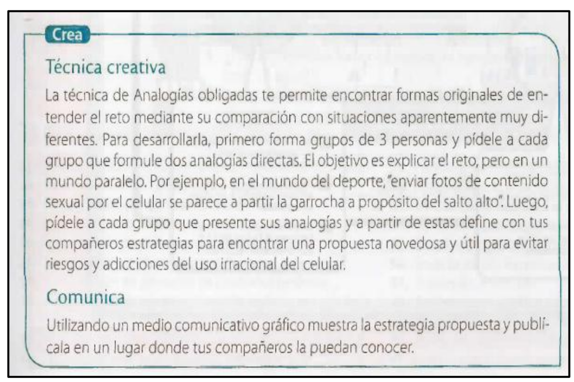
Reto

Crea una estrategia para prevenir los riesgos del uso del celular.

Infórmate

1. ¿Conoces adolescentes que sufran adicción al uso del celular? ¿De qué modo afecta el uso excesivo del celular su rendimiento escolar?
2. ¿Has visto videos sobre situaciones, causas y consecuencias del mal uso del celular? ¿Cómo crees que un adolescente puede controlar el uso del celular?
3. Amplía la información dada sobre cada uno de los riesgos descritos del uso del celular.

Ilustración 75. 2015



Crea

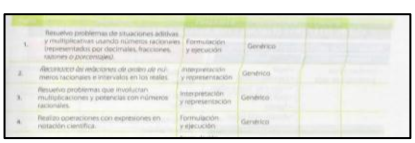
Técnica creativa

La técnica de Analogías obligadas te permite encontrar formas originales de entender el reto mediante su comparación con situaciones aparentemente muy diferentes. Para desarrollarla, primero forma grupos de 3 personas y pídele a cada grupo que formule dos analogías directas. El objetivo es explicar el reto, pero en un mundo paralelo. Por ejemplo, en el mundo del deporte, "enviar fotos de contenido sexual por el celular se parece a partir la garrocha a propósito del salto alto". Luego, pídele a cada grupo que presente sus analogías y a partir de estas define con tus compañeros estrategias para encontrar una propuesta novedosa y útil para evitar riesgos y adicciones del uso irracional del celular.

Comunica

Utilizando un medio comunicativo gráfico muestra la estrategia propuesta y publícala en un lugar donde tus compañeros la puedan conocer.

Ilustración 76. 2015



1.	Resuelvo problemas de situaciones aditivas y multiplicativas usando números racionales (representados por decimales, fracciones, razones o porcentajes).	Formulación y ejecución	Genérico		
2.	Reconozco las relaciones de orden de números racionales e intervalos en los reales.	Interpretación y representación	Genérico		
3.	Resuelvo problemas que involucran multiplicaciones y potencias con números racionales.	Interpretación y representación	Genérico		
4.	Realizo operaciones con expresiones en notación científica.	Formulación y ejecución	Genérico		

Ilustración 77. 2015

Conocimiento matemático conceptual

¿Se presenta el conocimiento matemático como un conjunto de términos, notaciones? ¿Emplea diferentes representaciones sobre un mismo concepto? ¿Se hacen relaciones entre conceptos?

A diferencia de los ejemplares analizados en las décadas anteriores al 2000, el conocimiento matemático conceptual educaba al sujeto en el nivel de hechos es decir, informaciones que luego de ser memorizadas debían aplicarse, que se refuerzan en ejercicios rutinario que verifican el aprendizaje, lo textos escolares de las dos últimas décadas, responden a las demandas que las políticas educativas emiten en el año 2006, cuando el ministerio de educación establece un nuevo cambio o ajuste a la enseñanza de las

Evalúa tus competencias

Competencias en el Manejo de la información

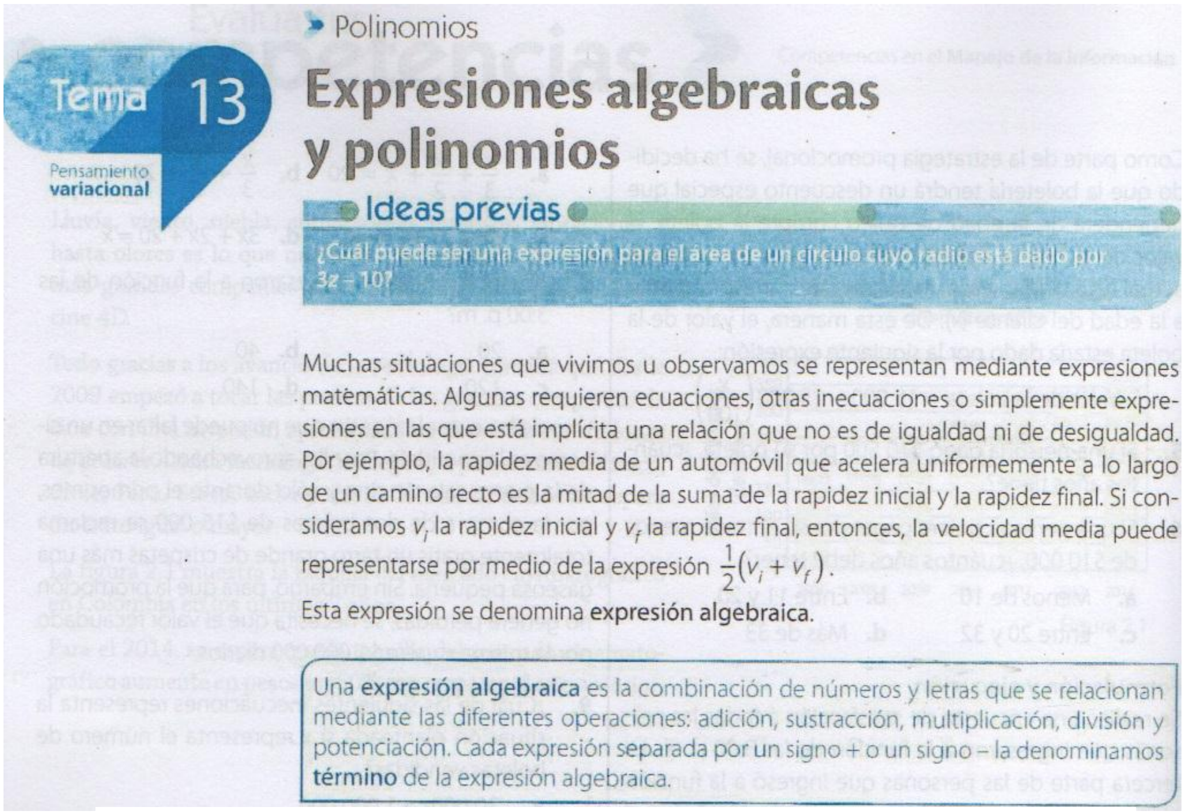
Para celebrar el cumpleaños 35 de las minifiguras, el Grupo *LEGO* y *DK Publishing* han tenido una divertida iniciativa: han "regalado" a las minifiguras una réplica del famoso libro *Lego: minifigure year by year a visual history*, pero a su escala, con lo cual una minifigura puede agarrarlo cómodamente con la mano. Es una réplica a escala en centímetros de 1:15 con relación al libro original para los humanos, cuya portada rectangular tiene un perímetro de tan solo 7,4 cm.

Adaptado de *LEGO miniqures*. [en línea]. <http://lego-minifigures.tumblr.com/post/63153895113/karenhurley-to-celebrate-the-35th-anniversary> [citado el 28 de julio de 2014].

Ilustración 78.2015

matemáticas y el propósito ya no está en los objetivos y logros de aprendizaje, ahora nos preocupa los procesos y las competencias, ciudadanas, matemáticas, en lenguaje, entre otras. En matemáticas estas se logran por medio de los procesos de la modelación, comunicación, razonamiento y resolución de problemas, a través de los pensamientos y así lo hacen saber los textos escolares, ver ilustración 78 "*Evalúa tus competencias*" donde refiere a las competencias matemáticas.

El sujeto de esta década se educa para un conocimiento matemáticos conceptual que se halla en contextos cotidianos, como se puede ver en la ilustración 76, el sujeto aprende a leer las matemáticas que hay en situaciones escritas en lenguaje cotidiano, establece los conceptos matemáticos que requiere para su solución y encontrar una forma creativa de solucionarlo depende de él, no está obligado a responder a una rutina previa, las actividades le retan a hacer competente matemáticamente. Curiosamente estos ejemplares que amplían



Polinomios

Tema 13

Pensamiento variacional

Expresiones algebraicas y polinomios

Ideas previas

¿Cuál puede ser una expresión para el área de un círculo cuyo radio está dado por $3z - 10$?

Muchas situaciones que vivimos u observamos se representan mediante expresiones matemáticas. Algunas requieren ecuaciones, otras inecuaciones o simplemente expresiones en las que está implícita una relación que no es de igualdad ni de desigualdad. Por ejemplo, la rapidez media de un automóvil que acelera uniformemente a lo largo de un camino recto es la mitad de la suma de la rapidez inicial y la rapidez final. Si consideramos v_i la rapidez inicial y v_f la rapidez final, entonces, la velocidad media puede representarse por medio de la expresión $\frac{1}{2}(v_i + v_f)$.

Esta expresión se denomina **expresión algebraica**.

Una **expresión algebraica** es la combinación de números y letras que se relacionan mediante las diferentes operaciones: adición, sustracción, multiplicación, división y potenciación. Cada expresión separada por un signo + o un signo − la denominamos **término** de la expresión algebraica.

Ilustración 79. 2015

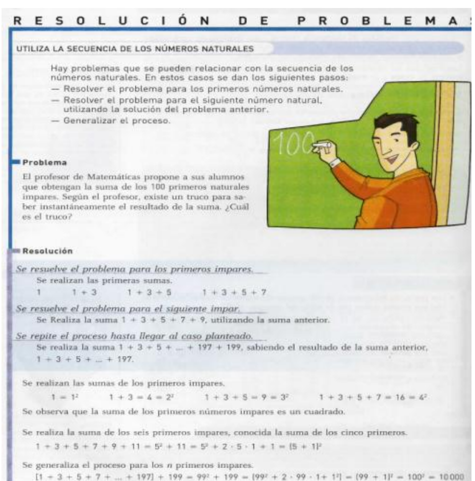
sus herramientas didácticas y metodológicas emplean los conceptos de área, perímetro y volumen, para iniciar el trabajo sobre expresiones algebraicas. Es de notar que esta relación entre el álgebra y la geometría se fortalece con el cambio que sufre el enfoque de las matemáticas en la década de los años 80, cuando pasa de conjuntos a sistemas, sistemas conformados por pensamientos y la posibilidad de establecer múltiples relaciones entre los ellos, así el álgebra geométrica, permitió por ejemplo establecer conexiones entre el álgebra y el sistema métrico o el variacional.

El texto escolar de la década del 2010 cambió el tema de inicio (ver ilustración 79), en su lugar, usa la fórmula de la velocidad media y conceptos matemáticos vistos antes de esta unidad temática (expresiones algebraicas), mostrando otro ejemplo del álgebra geométrica que establece relaciones entre pensamientos, en este caso con el variacional, siendo esta conexión un ejemplo de los niveles más altos en la transición aritmética al álgebra, dado que su tratamiento lleva al sujeto usar la letra como incógnita.

Los polinomios (expresiones algebraicas) como concepto se muestran inmersos en otro, que son las expresiones algebraicas. En una nota al margen, el autor cuenta que se aplican para representar comportamientos de procesos en la naturaleza como el crecimiento poblacional o el descuento ganado al comprar alguno objeto, formando un sujeto educado que genere relaciones entre el concepto y la cotidianidad, que identifique ideas previas hacer conexiones con el conocimiento matemático que va a construir, sin embargo, el texto refuerza la idea del uso de conceptos como área, perímetro y volumen para explicar.

Conocimiento matemático procedimental

¿Se hacen conclusiones a partir de procedimientos o reglas de acción que involucran? ¿Cuáles procedimientos desarrolla? ¿Son rutinarios?


RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

UTILIZA LA SECUENCIA DE LOS NÚMEROS NATURALES

Hay problemas que se pueden relacionar con la secuencia de los números naturales. En estos casos se dan los siguientes pasos:
— Resolver el problema para los primeros números naturales.
— Resolver el problema para el siguiente número natural, utilizando la solución del problema anterior.
— Generalizar el proceso.

Problema

El profesor de Matemáticas propone a sus alumnos que obtengan la suma de los 100 primeros naturales impares. Según el profesor, existe un truco para saber instantáneamente el resultado de la suma. ¿Cuál es el truco?

Resolución

Se resuelve el problema para los primeros impares.
Se realizan las primeras sumas.
$1 \quad 1+3 \quad 1+3+5 \quad 1+3+5+7$

Se resuelve el problema para el siguiente impar.
Se Realiza la suma $1+3+5+7+9$, utilizando la suma anterior.

Se repite el proceso hasta llegar al caso planteado.
Se realiza la suma $1+3+5+\ldots+197+199$, sabiendo el resultado de la suma anterior, $1+3+5+\ldots+197$.

Se realizan las sumas de los primeros impares.
$1=1^2 \quad 1+3=4=2^2 \quad 1+3+5=9=3^2 \quad 1+3+5+7=16=4^2$
Se observa que la suma de los primeros números impares es un cuadrado.

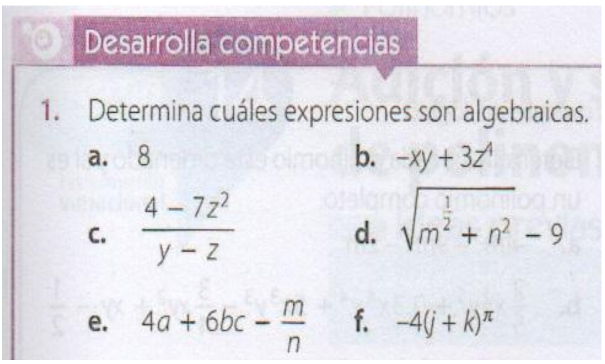
Se realiza la suma de los seis primeros impares, conocida la suma de los cinco primeros.
$1+3+5+7+9+11=5^2+11=5^2+2\cdot5\cdot1+1=(5+1)^2$

Se generaliza el proceso para los n primeros impares.
$[1+3+5+7+\ldots+197]+199=99^2+199=(99^2+2\cdot99\cdot1+1^2)=(99+1)^2=100^2=10000$

Ilustración 80. 2008

Las citas encontradas con Atlas.ti dejaron ver que el sujeto de las últimas dos décadas, recibe un número variado de estrategias para afrontar la solución de un problema, estrategias que especifican los pasos. Por ejemplo, la ilustración 80, muestra cómo se emplea la estrategia de resolución de problemas, donde luego de seguir los pasos: (1) *Resolver el problema para los primeros números naturales.* (2) *Resolver el problema para el siguiente número natural, utilizando la solución del problema anterior (3) Generalizar el proceso*, el sujeto educado puede concluir una solución que resulte eficaz para el problema plateado.

El sujeto educado de las décadas 2000 y 2010 emplea un conocimiento matemático procedimental de los tres niveles propuestos, destrezas como se ve la ilustración 81, donde el sujeto usa la práctica y la memoria, de razonamiento donde se le pide hallar la relación entre conceptos, en este caso el concepto de área, haciendo adiciones y sustracciones con las expresiones algebraicas, ejemplo $3x^2 + 5x^2$ que además debe abstraerse de una


Desarrolla competencias

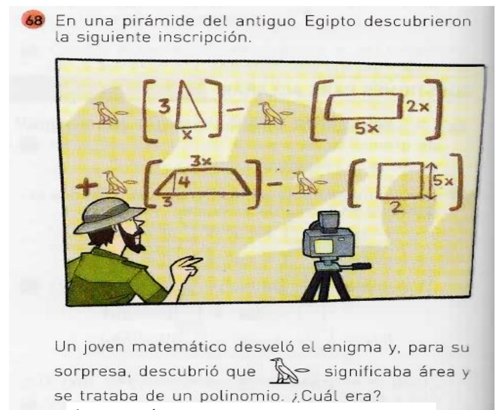
1. Determina cuáles expresiones son algebraicas.

a. 8 b. $-xy + 3z^4$

c. $\frac{4-7z^2}{y-z}$ d. $\sqrt{m^{\frac{1}{2}} + n^2} - 9$

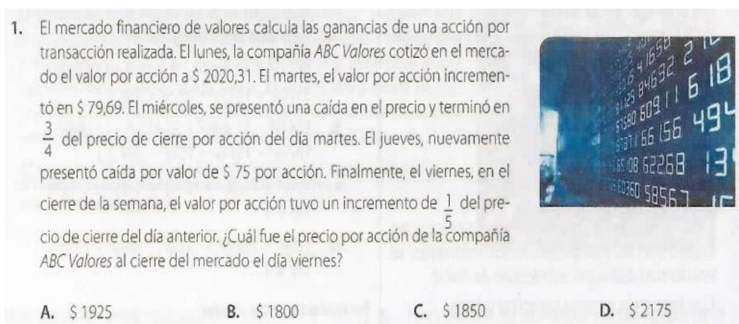
e. $4a + 6bc - \frac{m}{n}$ f. $-4(j+k)^{\pi}$

Ilustración 81


68 En una pirámide del antiguo Egipto descubrieron la siguiente inscripción.

Un joven matemático desveló el enigma y, para su sorpresa, descubrió que [jeroglífico] significaba área y se trataba de un polinomio. ¿Cuál era?

Ilustración 82


1. El mercado financiero de valores calcula las ganancias de una acción por transacción realizada. El lunes, la compañía *ABC Valores* cotizó en el mercado el valor por acción a \$ 2020,31. El martes, el valor por acción incrementó en \$ 79,69. El miércoles, se presentó una caída en el precio y terminó en $\frac{3}{4}$ del precio de cierre por acción del día martes. El jueves, nuevamente presentó caída por valor de \$ 75 por acción. Finalmente, el viernes, en el cierre de la semana, el valor por acción tuvo un incremento de $\frac{1}{5}$ del precio de cierre del día anterior. ¿Cuál fue el precio por acción de la compañía *ABC Valores* al cierre del mercado el día viernes?

A. \$ 1925 B. \$ 1800 C. \$ 1850 D. \$ 2175

Ilustración 83

representación gráfica, ver ilustración 82 o dado un contexto como en la ilustración 83, que debe encontrar su representación en lenguaje matemático, operar con las expresiones logradas, dando cuenta de relacionar diferentes conceptos matemáticos, ejemplo fracciones, proporcionalidad, operaciones básicas, etc., permitiéndole encontrar la respuesta pedida. Así se puede concluir que el sujeto educado está formándose en ser versátil al momento de resolver problemas encontrar conexiones en su cotidianidad que le den sustento al conocimiento matemático que aprende.

3. Análisis desde la transición aritmética al álgebra.

Transición aritmética al álgebra

¿Los enunciados conllevan al uso de la letra como evaluada, objeto y no usada? ¿Los enunciados conllevan al uso de la letra como incógnita? ¿Plantea el uso de situaciones simples?

Atlas.ti mostró para esta categoría de análisis que el sujeto educado vive la transición aritmética al álgebra a través de los conceptos de área, perímetro y volumen en figuras geométricas, este fue el elemento común en los textos escolares al explicar las expresiones algebraicas (polinomios). Este contexto que parece obligado para el inicio del álgebra, es explicado por el texto escolar Código 8 (2008) donde aclara al respecto que "El manejo de los polinomios está directamente relacionado con el problema de la resolución de ecuaciones algebraicas. Su historia comienza en el antiguo Egipto y en Babilonia, donde los matemáticos resolvieron ecuaciones lineales y cuadráticas empleando esencialmente los mismos métodos que hoy se enseñan" (pág. 81), con esta afirmación se comprende una vez más porque el cambio de las matemáticas hacia el enfoque de sistemas era una necesidad apremiante, en tanto que la conexión entre el álgebra y los diferentes pensamientos se halla presente en la historia y su enseñanza no se puede ver desligada. El álgebra geométrica es uno de ellos, permitiendo concatenar a la vez pensamiento métrico, numérico y variacional, justificado la apuesta de muchas editoriales por usar el perímetro, área y volumen en la transición aritmética al álgebra.

Las situaciones que plantean estos nuevos textos hacen que sujeto educado pase por los tres primeros niveles de la transición, siendo la letra como incógnita uno de los usos más elevados, como se ve en la ilustración 84 y 85, ejemplo: *"la edad de un padre y la de su hijo se diferencian en 30 años. Dentro de cinco años, la edad del padre será el triple que la del hijo."*, aquí la letra representa una cantidad que está condicionada a la edad de otro *"será el triple que la del hijo"*, y condicionada a la variación que se establece con el tiempo actual "D*entro de cincos años…"*, este es un ejemplo de la letra como incógnita. Otro ejemplo que responde a este tipo de concepción de la letra es el que aparece en la ilustración 85, aquí la letra representa un conjunto de números que se representan en la recta numérica, y se pregunta por un subconjunto de números que depende de la función graficada "*para que valores de x el valor numérico del polinomio es Cero?*. En la ilustración 87 se presenta la interpretación de la letra como número generalizado "*exprese mediante un polinomio el área de la figura*" dado que la letra representa una cantidad, en este caso generaliza las longitudes de la figura, con esta letra se puede operar y encontrar el área dado el concepto de perímetro en que se presenta la figura.

Dada la riqueza que ofrece la multiplicidad de representaciones permite llevar al sujeto por diferentes niveles de la transición aritmética al álgebra, en su conexión con el pensamiento geométrico y métrico como en la ilustración 87 o con el numérico y variacional en el caso de las ilustraciones 84 y 85. En estas situaciones el sujeto puede lograr hacer reversibilidad entre representaciones, es decir pasar de una representación cotidiana, a una gráfica, tabular, en el plano cartesiano, matemático, geométrico y viceversa, dotando de sentido el lenguaje algebraico (ver ilustración 84Ilustración 84).

64 La edad de un hombre y la de su hijo se diferencian en 30 años. Dentro de cinco años, la edad del padre será el triple que la de su hijo.

Copia y completa, utilizando una variable, la tabla con la edad del padre y del hijo.

	Padre	Hijo
Edad actual		
Edad dentro de cinco años		

Ilustración 84. 2008

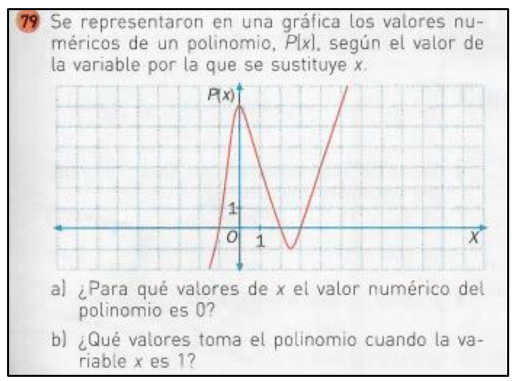


Ilustración 85. 2008

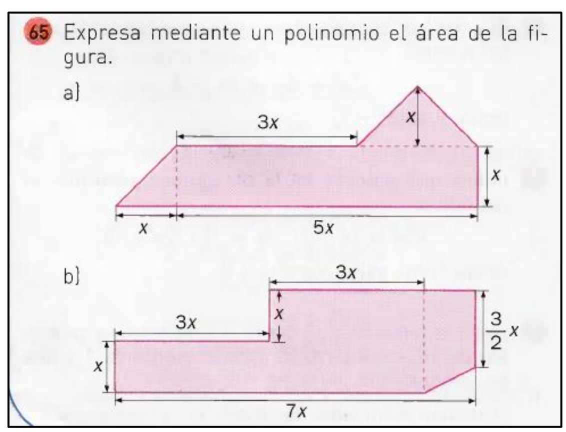


Ilustración 87. 2008

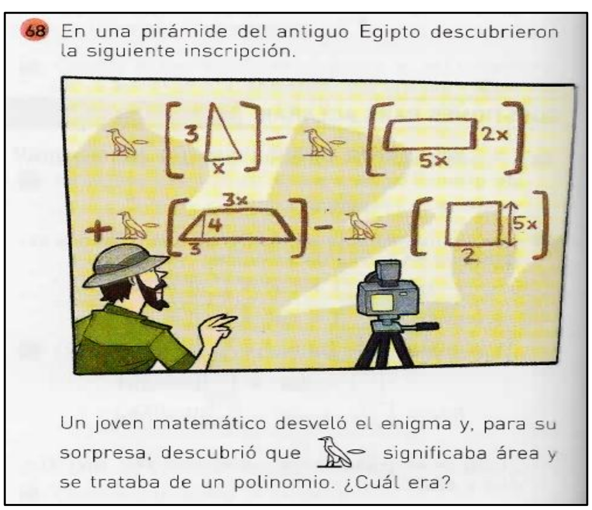


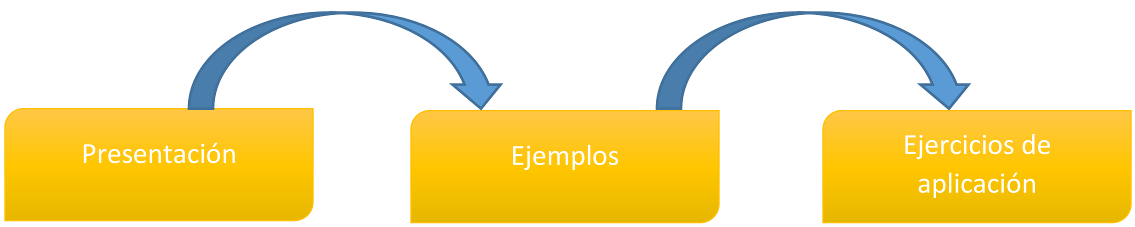
Ilustración 86.2008

CONCLUSIONES

Las conclusiones del presente trabajo de investigación se presentan a partir de los objetivos y la pregunta orientadora.

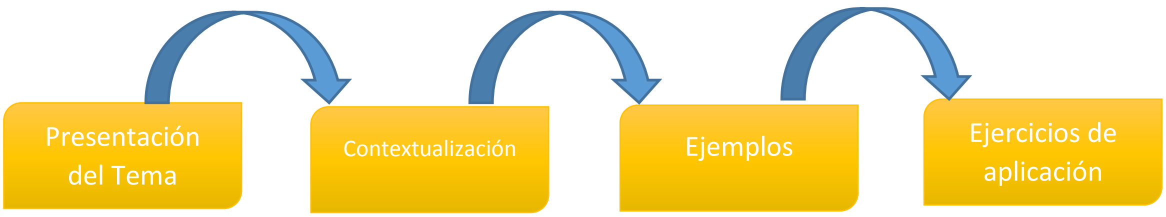
El objetivo general de este trabajo fue: Identificar el perfil del sujeto educado que proponen las rutas de aprendizaje en la transición aritmética al álgebra que proponen 7 libros de texto publicados desde la década del 50 hasta nuestros días y reconocer sus cambios. Así se consideran las siguientes rutas para cada una de las décadas:

Décadas 50-60 los libros analizados: Álgebra (1954) y Serie Matemática Moderna-Álgebra (1967) cuya ruta hacía el álgebra, se caracterizó por el uso de la memoria y práctica de procedimientos para operar con las expresiones algebraicas.



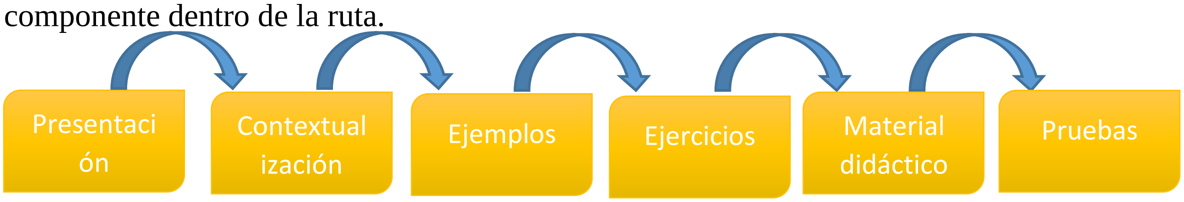
El conocimiento matemático se presenta como definiciones y su representación se restringe al lenguaje matemático, produciendo un sujeto educado que se ve abocado al uso de la memoria.	Ejemplos de las expresiones algebraicas donde se clarifica su escritura matemática y la forma de nombrarlos, de identificar si una expresión es o no una expresión algebraica. Luego explica cómo operarlas.	En su mayoría los ejercicios son rutinarios, sin embargo, algunos de ellos, en particular los planteados en el manual de los años 60, presentan ejemplos de un nivel de complejidad mayor en tanto que lleva al sujeto educado a pensar en la comprensión de las propiedades y el nivel de apropiación que tiene para usarlas en la resolución de los ejercicios.

Década 70-80 los libros analizados son: Álgebra 3° y 4° Enseñanza Media (1979) y Matemática 3: Álgebra Y Geometría (1984), cuya ruta se caracterizó por el uso de las representaciones geométricas y preguntas que llevan al sujeto reflexionar sobre la calidad de conocimiento matemático adquirido.



Se incluye una meta de aprendizaje, luego se hace una explicación de conceptos previos, la narrativa del texto es continua, es decir, incluye definiciones, pero estas se presentan en un discurso donde se cuenta sobre las concepciones.	Presenta al sujeto educado conceptos previos como: qué es un número o cuándo es útil las expresiones algebraicas, pero para las explicaciones solo se usan aquellas que refieren a contextos geométricos.	En un porcentaje alto estos son rutinarios, pero se identifican en el contexto geométrico, es decir, calcular áreas y volúmenes de cajas que ahora se presentan gráficamente.	Una cantidad importante de ejercicios son de tipo rutinario, emplean gráficos de sólidos, preguntan por las operaciones básicas con expresiones algebraicas y en una cantidad menor indagan por el nivel de apropiación que tiene el sujeto de las propiedades de las operaciones con expresiones algebraicas.

Décadas 90, 2000 y 2010. Los libros analizados son: Procesos Matemáticos. 1995, Matemática Secundaria-Serie Código 2008 y Avanza-Matemáticas 8. 2015. Estas rutas se caracterizan por estar cargadas de color, recursos didácticos y metodológicos que contextualizan el conocimiento matemático, además las pruebas estandarizadas asumen un componente dentro de la ruta.



Se llena de color, las expresiones algebraicas surgen de	Se basa en la historia, en la tecnología, en la ciencia o situaciones de la	En general nace de contextos geométrico, matemáticos o situaciones de la	Se clasifican en rutinarios y complejos, donde se evalúa los diversos procesos	Su aparición en el texto se halla en cualquiera de los momentos de esta ruta son recursos como	Se presenta diversas pruebas, bimestrales, saber, Pisa

un contexto que justifica su operatividad .	cotidianidad que explican el origen de ellas y su funcionamiento. Esta contextualización acompaña todo el desarrollo del texto, explicación, ejemplos, ejercicios, pruebas, etc.	cotidianidad, donde se nota las múltiples conexiones que se establecen a través del algebra geométrica. Conexiones con el pensamiento métrico, variacional y por supuesto geométrico. La enseñanza aprendizaje no se limita a lo numérico.	matemáticos. Ejercicios que le permiten autorregular y auto evaluarse en la consecución de su objetivo de aprendizaje.	diagramas de procesos, mapas conceptuales, rompecabezas, historietas, juegos, artículos de revistas sobre tecnología, ciencia, deportes, etc., todos con el fin de motivar el aprendizaje del sujeto.	para evaluar sus conocimientos . A la vez le presenta pruebas o ejercicios que indagan por habilidades sociales o riesgos para su salud.

Como se puede notar en las rutas expuestas, los libros han tenido una evolución importante en relación con el sujeto educado, evidenciado en el perfil de un sujeto polifacético que se plantea en las últimas décadas, que aprende a través de diversos contextos, capaz de resolver actividades o ejercicios disciplinares y relacionar el conocimiento en diversas situaciones de la cotidianidad.

A partir de la década de los 90 se percibe un sujeto educado constantemente evaluado y entrenado para las pruebas estandarizadas; un proceso que con cada nueva década mejora en la idea de constituir un sujeto educado estandarizado. Los denominados textos escolares dedican varias páginas al desarrollo de las mismas, siendo evidente la necesidad de que el sujeto educado identifique los diferentes componentes de las pruebas, entre ellas las forma de preguntar y responder; la competencia matemática que se evalúan en cada pregunta, que se familiarice con ellas, al punto de encontrarlas naturales y necesarias en la vida de un sujeto educado.

El perfil del sujeto educado hallado en los manuales escolares propende por actitudes que estimulen la persistencia y la convicción de aprender un concepto con la certeza que en algo ayudará, como el potenciar alguna de las competencias matemáticas; razón por la cual, en los textos escolares al presentar los ejercicios se reconocen con un color o se clasifican por grupos de competencias. El perfil de sujeto educado en los manuales propende por un sujeto pasivo, que siga instrucciones, que imite procedimientos y que pueda dar uso de un conocimiento matemático determinado únicamente en los sistemas de numeración, su entrenamiento con las pruebas estandarizadas no se da en los manuales, hay compendio de ejercicios que debe resolver, caracterizados por evaluar la memorización de definiciones y procedimientos explicados.

Por su parte, los textos escolares exhiben el perfil de un sujeto educado que no encuentra argumentos para debatir al texto, que no se puede contradecir al ser tan versátil en su contenido, según el momento histórico en el que se puso en circulación; que parece que nada le hace falta para educar, convierte al sujeto en un ente pasivo, sin voz y sin el criterio suficiente para criticar su contenido. El sujeto se enfrenta a diversos contextos, constituyendo un sujeto educado que está obligado a ampliar su mirada sobre el lugar de existencia para las matemáticas, el conocimiento que aprende un sujeto educado se halla en la cotidianidad; en contextos próximos como las expresiones para calcular áreas o volumen de acuarios, habitaciones, espacios físicos que el sujeto puede por medio de la manipulación física comprobar y otros lejanos, como calcular la trayectoria de un proyectil o la velocidad de un cohete al espacio. Desde los manuales a los textos escolares se hallan valores como: persistencia, responsabilidad, escucha, orden, confianza, entre otros, que junto con el saber matemático, tiene por objeto hacer competente al sujeto educado repercutiendo en beneficio para su vida.

Ahora bien, en relación con el primer objetivo específico: Reconocer el contexto político-educativo de la época en la que se publicó cada uno de los libros de texto escogidos, se puede afirmar que en la revisión de las políticas educativas en cada par de décadas, desde 1950 al presente, se evidenció que estas responden a políticas económicas, es decir, la educación ha servido al propósito de alcanzar el crecimiento económico, producto de recomendaciones externas, para esto ha configurado un perfil del sujeto educado saturado de propuestas para la enseñanza-aprendizaje, que retribuyan en un sujeto educado que sepa más, que aprenda más, sin que ello implique una mayor inversión económica.

En referencia al segundo objetivo específico: Reconocer el perfil de sujeto educado que se propone para determinada época a partir de las rutas de aprendizaje de la transición aritmética- álgebra expuestas en los textos escolares, se reconocen los siguientes perfiles:

- Décadas 50 – 60: el sujeto educado es tratado como un elemento depositario, se le muestra las definiciones y máximo dos ejercicios, donde se le explica la secuencia de pasos a repetir, convirtiéndose en un ejercicio memorístico, no se exploran contextos, gustos o necesidades, se privilegia el uso de tecnicismos matemáticos.

  Adicionalmente, en los 60 se percibe un cambio en la concepción del sujeto educado, éste recibe información a través de fotografías o contextos cortos que le permiten establecer relaciones entre el objeto matemático a aprender y su razón de uso aunque no en la cotidianidad, por ejemplo, la máquina de escribir en 1967 como un antecesor de la computadora. En Colombia estos no eran artefactos de acceso común para la época, sin embargo, se lleva al sujeto educado a pensar en la necesidad de uso de este tipo de tecnologías como fundamentales para su vida y allí justificar la razón del conocimiento matemático.

- Décadas del 70 y 80: muestran un sujeto educado con un perfil más activo para su aprendizaje, se le cuenta qué y cómo va aprender, aparecen los contextos apoyados en gráficas de tipo geométrico. Un sujeto educado que ahora pueda verificar la calidad del conocimiento matemático logrado, a través del paso a paso, que posea un conocimiento claro de los tecnicismos que le demanda el uso del álgebra.
- Décadas del 90 al 2010: presentan el perfil de un sujeto educado polifacético, por tanto, capaz de interpretar el conocimiento matemático en diversos contextos, de autorregular su aprendizaje motivado por las posibilidades de aplicación del conocimiento matemático en la cotidianidad; esta motivación se presenta en los juegos que activan su creatividad o actividades tecnológicas y retos cognitivos o creativos.

Respecto al tercer objetivo específico: Identificar las rutas de aprendizaje en la transición aritmética al álgebra que propone cada uno de los libros seleccionados, estas rutas evolucionan entre una década y la siguiente, a modo general, ellas se trasforman de dar prioridad a la memorización y práctica de procedimientos, con unas matemáticas basadas en operaciones básicas para las expresiones algebraicas, a unas rutas que no solo contextualizan el origen de las expresiones algébricas, sino que también contextualizan las actividades y ejercicios que desarrolla en cada una de las partes de la ruta.

Es de resaltar que, al hacer el recorrido desde los ejemplares de la década del 50 al presente, el aprendizaje del álgebra emplea conceptos comunes como al área, volumen y perímetro de figuras geométricas, estos resultaron ser los ejemplos predilectos por todos los manuales o textos aquí analizados, es decir el álgebra geométrica, que encuentra su fuerza legal en las décadas de los setenta (70) a los ochenta (80), cuando se promueven un cambio en la enseñanza de la matemáticas, pasando a sistemas que se relacionan entre sí, pensamientos que al ser enseñados se conecta unos con otros, con el paso de las décadas hasta el presente se perfila un sujeto educado producto del cruce de pensamientos, capaz de moverse de una representación a otra.

En relación con el último objetivo específico: Reconocer la relación entre sujeto educado y aprendizaje de las matemáticas, esta investigación ha concluido que esta relación se transforma con cada década, depende del conocimiento, de los desarrollos tecnológicos con los que se media entre la enseñanza y el aprendizaje. Es una relación estrecha porque las matemáticas son una disciplina fundamental en la educación y por tanto contribuyen a la formación del perfil de sujeto educado. El aprendizaje de las matemáticas tiene la responsabilidad de formar a un sujeto educado que sea competente, que logre destrezas y culmine los objetivos que se imponga, en un mundo donde cada vez se demanda saber más, dado que tener más títulos mejora las posibilidades laborales y la calidad de vida, para un porcentaje importante de los colombianos, para otros esto no es necesario.

De acuerdo con lo anterior, esta investigación ha respondido la pregunta orientadora: ¿Cuál es el sujeto educado que se halla presente en las rutas de aprendizaje en la transición aritmética al álgebra que describen los textos desde la década del 50 hasta nuestros días y cómo se han desarrollado estas rutas? Se halla un sujeto educado que se ha transformado con cada nueva década, ajustándose a las políticas educativas, que se basan en objetivos para el crecimiento económico del país. Uno de los parámetros a cumplir, es el de la calidad, por tanto, es un sujeto que se educa para ser evaluado constantemente, que da cuenta de un conocimiento matemático contextualizado para su incursión a la vida laboral o profesional.

El sujeto educado ve imprescindible considerar como sustancial la existencia de las pruebas estandarizadas en su vida académica y profesional, por tanto, cada unidad temática del texto escolar actual incluye un entrenamiento. El sujeto educado no puede perder de vista el panorama que se le avecina en lo profesional, donde los cargos laborales son ganados por meritocracia, evaluaciones que miden su destreza para la función que van a desempeñar. Con lo anterior, el conocimiento que es validado por dichas pruebas se convierte en una motivación para el sujeto, pues le lleva a reconocerse como alguien adecuadamente educado, en términos del ICFES (2013), un ciudadano competente para la sociedad colombiana.

Finalmente se considera que quedan en punta algunos aspectos que pueden ser objeto de trabajo para otras investigaciones como la evolución del pensamiento variacional dispuesto en los manuales o texto escolares de diferentes décadas y su repercusión en el concepto de razonamiento cuantitativo como un componente fundamental en la educación del sujeto educado del presente. Otro objeto de estudio puede ser una investigación de campo que dé cuenta de los cambios que ejercen los manuales escolares en la práctica docente versus la formación del sujeto educado para profesor y su formación inicial.

Anexo 1

Ejemplo de ficha empleada para de revisión bibliografía de los textos o manuales seleccionados, su contenido se exhibe a modo de resumen en la presentación que se hace de cada manual o texto escolar en el apartado ANÁLISIS DEL PERFIL DEL SUJETO EDUCADO POR DÉCADAS: EXPOSICIÓN DE LOS RESULTADOS DE INVESTIGACIÓN.

Titulo	
Año de publicación	
Autor (es)	
Editorial	
Palabras claves	
Tipo de documento	
Metodología	
Autor del rae	

Bibliografía

Alzate, Arbelaez, Gomez, Angel, & loaiza. (2005). *El texto escolar y las mediaciones didácticas y cognitivas.* Pereira: EDITORIAL PAPIRO. Obtenido de http://blog.utp.edu.co/investigacioneneducacionypedagogia/files/2011/02/El-texto-escolar-y-las-mediaciones2.pdf

Alzate, P. M. (2000). *El texto escolar como instrumento pedagógico: Partidarios y detractores.* Obtenido de Revista de Ciencias Humanas: http://www.utp.edu.co/~chumanas/revistas/revistas/rev21/alzate.htm

Arbelaez, G., Arce, J., Guacaneme, E., & Sanchez, G. (1999). *Anális de Textos escolares en Matemáticas.* Colombia: Instituto de Educación y Pedagogía. Universidad del Valle.

Arévalo H, D. (1997). Misiones Económicas internacionales en Colombia 1930 - 1960. *Historia Critica* , 7 - 24.

Beltran, L. (1995). *Procesos Matemáticos.* Bogotá: Lerner.

Blanco, A. H. (Vol 1. No. 1 de Febrero de 2008). *Revista Iberoamericana de Etnomátematicas.* Recuperado el Enero de 2015, de Entrevista al profesor Ubiratan D'Ambrosio: file:///C:/Users/viviana/Downloads/3-15-1-PB.pdf

Bocanegra A, H. (2010). Las Politicas Educativas y el Magisterio colombiano en la decada de los 80. *Dialogos de Saberes. Investigaciones en Derecho y Ciencias Sociales* , 29-44.

Brousseau, M. (1983). *Les Obstacles epistemologiques et les problemes en mathematiques. Recherches en Didactiques des Mathematiques, 4(2), 165-198.* Mexico: DIE- Cinvestav.

Cardenas, Y. (2006). *Tensiones de la identidad nacional durante la segunda mitad del siglo XX en Colombia: aproximaciones desde la producción de textos escolares de los egresados de la Escuela Normal Superior.* Bogotá: Universidad Pedagogica Nacional.

Chevallard, Bosch, & Gascón. (1997). *ESTUDIAR MATEMÁTICAS, El eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje*. Obtenido de https://curriculares.files.wordpress.com/2011/09/el_eslabon_perdido.pdf

Chivata, A. K. (2013). *MANUALISTICA FEMENINA: HISTORIAS Y ESCRITOS TRAS LAS COSNTRUCCIONES DE SUJETO.* BOGOTÁ: UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL.

Contreras, H., & Maldonado. (1997). *Logros Matemáticos 8.* Bogotá: Mc Graw Hill.

D'Ambrosio, U. (1999). *Dialnet.* Recuperado el Vol. 22, Nº 44, págs. 347-380 de Diciembre de 2014, de La transferencia del conocimiento matemático a las colonias: factores sociales, políticos y culturales: http://dialnet.unirioja.es/buscar/documentos?querysDismax.DOCUMENTAL_TODO=La+Transferencia+Del+Conocimiento+Matematico+A+Las+Colonias

D'Amore, B. (2006). *Didáctica de la Matemática.* Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.

F.S.C. (1954). *ALGEBRA.* Medellín: BEDOUT.

Fendler, L. (2000). ¿Qué es imposible pensar? : una genealogía del sujeto educado. En M. Brennan, & T. S. Popkewitz, *El desafío de Foucault : discurso, conocimiento y poder en la educación* (págs. 55-80). Barcelona: Pomares-Corredor.

Fernández, Y. G. (2001). Análisis de contenido del texto escolar de matemática según las exigencias educativas del nuevo milenio. *Pixel-Bit: Revista de medios y educación, ISSN 1133-8482*, 19-31.

Fondo Educativo Interamericano S.A. (1967). *Serie Matemática Moderna-Álgebra* . Cali, Colombia: Norma.

Garcia, G. (1996). Reformas en la enseñanza de las matemticas escolarees: prespectivas para su desarrollo. *EMA*, Vol. 1, No. 3, 195-206.

Gascón, J. (1998). *Evolución de la didáctica de las matemáticas como disciplina científica.* Universidad Autónoma de Barcelona.

Godino, J., Batanero, C., & Font, V. (2003). *FUNDAMENTOS DE LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS.* Obtenido de Proyecto Edumat-Maestros: http://www.ugr.es/local/jgodino/edumatmaestros/

Gómez, L. A. (8 de Diciembre de 2012). Los textos escolares, cada vez más en desuso. *El Tiempo* , págs. http://www.eltiempo.com/archivo/documento/CMS-12435155.

Gómez, M. M. (2005). LA TRANSPOSICIÓN DIDÁCTICA: HISTORIA DE UN CONCEPTO. *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos. Julio - Diciembre, Vol. 1*, pág 83-115. Obtenido de http://200.21.104.25/latinoamericana/downloads/Latinoamericana1_5.pdf

Grupo Editorial NORMA. (2012). *RETOS MATEMÁTICAS 8.* Bogotá: NORMA.

Grupo SM. (2008). *Serie CODIGO MATEMÁTICAS 8.* Bogotá: SM.

Guarín G, M. A., & MENESES S, A. G. (2013). *MANUALES DOCENTES DE CIENCIAS SOCIALES: TRASMISIÓN DE CONTENIDOS E INTERESES POLÍTICOS PARA LA FORMACIÓN DE SUJETOS.* Bogotá: Universidad Pedagogica Nacional.

Herrera Cortés, M. C., & Infante Acevedo. (2004). *Politicas publicas y su impacto en el sistema educativo colombiano. Una mirada desde los planes de desarrollo de 1970 a 2002.* Bogotá: Revista Nómadas, ISSN-e 0121-7550, Nº. 20, 2004.

Herrera, M. (1993). HISTORIA DE LA EDUCACION EN COLOMBIA LA REPUBLICA LIBERAL Y LA MODERNIZACION DE LA EDUCACION: 1930-1946. *REVISTA COLOMBIANA DE EDUCACION, No. 26*, 97-124.

Herrera, M., Pinilla, A., & Suaza, L. (2003). *La identidad nacional en los textos escolares de ciencias sociales.* Bogota: Antropos Ltda.

Huberman, M., & Miles, M. (1994). Manejo de Datos y Métodos de Análisis. En N. y. Denzin, *Handbook of Qualitative Research* (págs. 428-444). Thousand Oaks.

ICFES. (2013). *Alineación del examen Saber 11.* Bogotá, Colombia .

IDEP. (2004). Desarrollo del Pensamiento Multiplicativo Haciendo uso de la resolución de Problemas Mediado por Instrumetal Didactico. En A. Pinzón, & V. Uni, *Perfil grado Séptimo.* Bogota: IDEP.

Kieran. (1989). THE LEARNING AND TEACHING OF SCHOOL ALGEBRA. *Traduc. Vilma María Mesa 4/19/95* (págs. Cap–17. Página 1 de 24). Bogotá. Colombia: UNIVERSIDAD DE LOS ANDES.

Lupiañez G, J. L. (2009). *EXPECTATIVAS DE APRENDIZAJE Y PLANIFICACIÓN CURRICULAR EN UN PROGRAMA DE FORMACIÓN INICIAL DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS DE SECUNDARIA.* Granada, España: Editorial de la Universidad de Granada . Obtenido de http://funes.uniandes.edu.co/798/2/TesisLupian%CC%83ezPublicada.pdf

Malisani, E. (1999). LOS OBSTACULOS EPISTEMOLOGICOS EN EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO ALGEBRAICO VISION HISTORICA. *Revista IRICE,* Argentina. N° 13. http://math.unipa.it/~grim/AlgebraMalisaniSp.pdf.

Martinez, B. (1991). *Como analizar los materiales.* Obtenido de CUADERNOS DE PEDAGOGÍA Nº 203: http://www.neuquen.edu.ar/regresoreceso/materiales%20otros/Martinez_Bonafe-_Como_analizar_los_materiales.pdf

Martinez, B. A., & Hery, O. J. (2010). *Politicas de escolarización en tiempos de multitud.* Bogotá: Revista educación y Pedagogía, vol 22, No. 58 Sep- Dic.

Martínez, B. A., Castro, J. O., & Noguera, C. E. (1999). *Maestro, escuela y vida cotidiana en Santafé colonial.* Bogotá: Sociedad Colombiana de Pedagogía.

Martinez, N., & Saperas, E. (2011). La investigación sobre Comunicación en España (1998-2007). *Revista latina de comunicación social*, 101-129.

MASON, (. .. (Reimpreso en 1988). RUTAS Y RAICES AL ALGEBRA. *Traduc. Cecilia Agudelo Valderrama 04/27/1999.* Bogotá, Colombia: Universidad Pedagógica Nacional de Colombia. .

Mason, J., Graham, A., Pimm, D., & Gowar, N. (1999). *RUTAS Y RAICES AL ALGEBRA. Traduc. Cecilia Agudelo Valderrama.* Bogotá: Editorial Universidad Pedagógica Nacional de Colombia.

MEN. (1998). *Lineamientos Curriculares En Matemticas.* Bogotá: MEn.

MEN. (2006). *Estandares Básicos de Competencias en lenguaje, Matemática, Ciencias y Ciudadanias.* Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.

MEN. (2015). *Índice Sintético de calidad Educativa.* Obtenido de colombiaaprende.edu.co: http://aprende.colombiaaprende.edu.co/ckfinder/userfiles/files/Metodolog%C3%ADa%20del%20c%C3%A1lculo%20del%20ISCE.pdf

MEN. (29 de Julio de 2016). *El reto es consolidar el sistema de calidad educativa*. Obtenido de Altablero: http://www.mineducacion.gov.co/1621/article-242097.html

Min Educación . (2016). *Ministerio de Educación Gobierno de Colombia* . Obtenido de http://www.mineducacion.gov.co/1621/w3-article-233839.html

Miñana, C. B. (2008 JUNIO). "Tiempo para el aprendizaje": reformas educativas en Colombia y reconfiguración espacio-temporal de las escuelas. *Revista Propuesta Educativa*, 41-50.

Molano, M. (2011). Carlos Eduardo Vasco Uribe. Trayectoria biográfica de un intelectual colombiano: una mirada a las reformas curriculares en el país. *Revista Colombiana de Educación*, no.61 Bogotá June/Dec.

Monterrubio, M. C., & Ortega, T. (21 de Marzo de 2011). *DISEÑO Y APLICACIÓN DE INSTRUMENTOS DE ANÁLISIS Y VALORACIÓN DE TEXTOS ESCOLARES DE MATEMÁTICAS.* Obtenido de http://digibug.ugr.es/bitstream/10481/14594/1/PNA%205%283%29%203.pdf

Obonaga, Perez, & Caro. (1984). *Matemática 3. Álgebra y Geometría* . Cali, Colombia: Prensa Moderna.

Ocampo L, J. (2011). G.M. BRUÑO SAN MIGUEL FEBRES CORDERO El Hermano Cristiano de los Textos Escolares. *Revista Historia de la Educación Latinoamericana. Vol. 16*, 15-32.

Opus Dei. (2012). *MONTAIGNE, Miguel DE.* Obtenido de http://www.opuslibros.org/Index_libros/Recensiones_1/montaign_ens.htm

Ortega, T. (1996). *Modelo de valoración de textos matemáticos.* Obtenido de http://www.sinewton.org/numeros/numeros/28/Articulo01.pdf

Paipa R, L., Pérez C, H., y Pérez R, J. C. (2015). El uso del texto escolar para el desarrollo de competencias matemáticas en el componente geométrico-métrico: estudio en grados octavo y noveno de tres instituciones distritales de Bogotá. *Actualidades Pedagógicas (66)*, 17-33.

Patiño D, G. (1979). *Álgebra 3° y 4° enseñanza media.* Medellín: Bedout.

Patiño M, C. (2014). *Apuntes para una historia de la educación en Colombia* . Escuela de Comunicación Social, CELYC, Universidad del Valle .

Rico, L. (1997). *Consderaciones sobre el curriculo de matemticas para educación secundaria.* Obtenido de https://scholar.google.com/citations?view_op=view_citation&hl=es&user=kKHJ-okAAAAJ&citation_for_view=kKHJ-okAAAAJ:RGFaLdJalmkC

Rico, R. L., & Lupiañez, G. J. (2008). *Competencias Matemáticas desde una Nueva Perspectiva Curricular*. Madrid, España: Alianza Editorial S.A.

Roa, S. (2010). *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*. Obtenido de http://www.scielo.org.mx/scielo.php?pid=S1665-24362010000100005&script=sci_arttext

Rodríguez, J., Clemente, L., Roda, S., Beltrán, & Quintero. (1983). *Evaluación de textos escolares.* Obtenido de http://gredos.usal.es/jspui/bitstream/10366/69181/1/Evaluacion_de_textos_escolares.pdf

Rojas, P., Rodriguez, J., Romero, J., Castillo, E., & Mora, O. (1999). *LA TRANSICIÓN ARITMÉTICA-ÁLGEBRA.* Bogota: Grupo Editorial Gaia.

Romero, J., García, G., & Niño, I. (2008). *El papel de los textos escolares de matemáticas en la implementación de los lineamientos curriculares: el caso del razonamiento multiplicativo.* Obtenido de http://funes.uniandes.edu.co/878/1/15Conferencias.pdf

Salinas, W., & De Volder, C. (Abril de 2011). *La colección "Historia de los textos escolares argentinos".* Obtenido de Primer Encuentro de Libros Antiguos y Raros - Biblioteca Nacional, Buenos Aires, Argentina: http://eprints.rclis.org/16026/1/hta.pdf

Secretaria de Pleación Dsitrital. (2015). Obtenido de http://www.sdp.gov.co/PortalSDP/InformacionTomaDecisiones/Estadisticas/ProyeccionPoblacion

Serrano, G. J., Pons, P. R., & Ortiz, P. M. (13 de DICIEMBRE de 2011). *EL DESARROLLO DEL CNOCIEMITO MATEMÁTICO.* Obtenido de https://www.academia.edu/6386733/EL_DESARROLLO_DEL_CONOCIMIENTO_MATEM%C3%81TICO

Sierra G, F. (16 de Julio de 2015). La política Educativa colombiana en el Gobierno de Carlos Llera Restrepo (1966-1970). *Reflexión Política*, 122-131.

Socas, M. (2008). *DIFICULTAES Y ERRORES EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS. ANÁLISIS DESDE EL ENFOQUE LOGICO SEMIÓTICO.* Obtenido de funes.uniandes.edu.co: http://funes.uniandes.edu.co/1247/1/Socas2008Dificultades_SEIEM_19.pdf

Socas, R. y. (2003). Conocimiento Matemático y Enseñanza de las Matemáicas en la Educación Secundaria. Algunas Reflexiones. *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana, Vol. X, No. 2*, 151- 170.

Subgerencia Cultural del Banco de la República. (2015). *Banco de la Republica*. Obtenido de El Frente Nacional: http://www.banrepcultural.org/blaavirtual/ayudadetareas/politica/el_frente_nacional

Tiana F, A. (Junio de 2016). *Centro de Investigación MANES*. Obtenido de Manuales Escolares : http://www2.uned.es/manesvirtual/ProyectoManes/proyecto.htm

UNESCO. (2105). *Informe de Seguimineto de la Educación en el Mundial*. Obtenido de http://es.unesco.org/gem-report/report/2015/la-educaci%C3%B3n-para-todos-2000-2015-logros-y-desaf%C3%ADos#sthash.Yuj4vS2o.w59y4QI4.dpbs

Valdivé, C., & Escobar, H. (Dic. 2011). ESTUDIO DE LOS POLINOMIOS EN CONTEXTO. Paradígma vol.32 no.2.

Vasco, C. (30 de Abril de 2002). SEMINARIO SOBRE ESTÁNDARES CURRICULARES EN MATEMÁTICAS. Bogota, Cundinamarca, Colombia: Aso.

Vergnaud, G. (1991). *EL niño, las matematicas y la realidad.* Mexico: Trillas.

VOLUNTAD. (2011). *ZONA ACTIVA 8.* Bogotá: Grupo Editorial Norma.