UN CAMINO AL ÁLGEBRA TEMPRANA EN PREESCOLAR. DISEÑO DE TAREAS CON PATRONES DE REPETICIÓN CUALITATIVOS

Autora

Norma Elizabet Davidiuk Jomich

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

MAESTRÍA EN DOCENCIA DE LA MATEMÁTICA

Bogotá D. C.

Diciembre, 2024

UN CAMINO AL ÁLGEBRA TEMPRANA EN PREESCOLAR. DISEÑO DE TAREAS CON PATRONES DE REPETICIÓN CUALITATIVOS

Autora

Norma Elizabet Davidiuk Jomich

Trabajo de Grado presentado como requisito parcial para optar por el título de:

Magíster en Docencia de la Matemática

Directora

Dra. Jeannette Vargas Hernández

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

MAESTRÍA EN DOCENCIA DE LA MATEMÁTICA

Bogotá D. C.

Diciembre, 2024

Dedicatoria

A mi hija Dánnae, el regalo más hermoso que Dios me dio.

Por ser mi compañera en alegrías y tristezas, mi fuente de inspiración, el motor de mi vida.

Agradecimientos

A Dios, por estar siempre presente, por ayudarme a superar las dificultades y a lograr mis objetivos, por permitirme cumplir mis sueños, por cuidarme y guiar cada uno de mis pasos.

A mi apreciada familia, especialmente a mi hija Dánnae, por acompañarme en esta aventura; a mis padres Lidia y Teodoro, por apoyarme y alentarme en este gran desafío; a mi hermano Jorge, por apoyarme y cuidar de mis padres en mi ausencia; a mi hermano Feyo, que, desde el cielo, nos cuida y protege; a mi cuñada Miriam, a mi sobrina Brenda, a mis primos y tíos, cuyo aliento me fortalecen.

A mis amigos/as de siempre, por su cariño, por sus palabras de aliento, por apoyarme en todo a pesar de la distancia.

A mi querida tutora, la Dra. Jeannette Vargas Hernández, quien me ha guiado con sabiduría y paciencia en el desarrollo de este trabajo de grado, quien ha sido siempre un ejemplo a seguir y ha puesto su confianza en mí, a quien admiro y adoro. Le agradezco infinitamente por ser mi asesora y apoyarme en todo.

A mis apreciados maestros colombianos: Jeannette Vargas, Claudia Salazar, Leonardo Ángel, Oscar Molina, Ferley Ortiz, César Rendón, Lyda Mora, William Jiménez, Gabriel Lara, Leonor Camargo, Elizabeth Torres, Claudia Vargas, Claudia Orjuela, Germán Vargas, Janneth Reina, Jairo Duarte y Alejandro Guzmán, por brindarme sus valiosos conocimientos y experiencias, por enseñarme a ver el mundo de la educación con otros ojos, por apoyarme y guiarme en este proceso.

A la Universidad Pedagógica Nacional (UPN) de Colombia, por abrir las puertas de esta prestigiosa casa de estudios, formadora de formadores.

Al Programa Nacional de Becas De Postgrado en el Exterior “Don Carlos Antonio López” – BECAL, Paraguay, por darme la oportunidad de crecer personal y profesionalmente a través de este estudio de maestría.

A mis compañeros de maestría y a todas las personas que de una u otra forma, me han apoyado en este gran desafío.

¡Muchas gracias!

ÍNDICE DE CONTENIDO

INTRODUCCIÓN **1**

CAPÍTULO 1. ASPECTOS GENERALES **4**

Inquietud pedagógica que motiva el trabajo **4**

Objetivo General 8

Objetivos Específicos 9

Justificación **9**

Contextualización **12**

Antecedentes **16**

Investigaciones sobre Álgebra temprana, dificultades en la transición de la aritmética al álgebra y en el trabajo con patrones de repetición, tareas y materiales didácticos. 16

Investigaciones sobre Álgebra temprana, tareas y materiales didácticos involucrados 21

Investigaciones sobre tareas y materiales didácticos, y aportes del desarrollo humano 25

CAPITULO 2. MARCO CONCEPTUAL **27**

Red conceptual de patrones **27**

Tipos de patrones 29

Procesos asociados 32

Razonamientos involucrados 37

Red en torno a tareas con patrones de repetición **38**

Álgebra temprana 40

Pensamiento algebraico 42

Tareas 43

Explorando el aprendizaje y la evaluación **48**

Aprendizaje 48

Evaluación 50

CAPÍTULO 3. MARCO METODOLÓGICO **52**

Enfoque, aproximación y estrategia **52**

Ciclos y fases del estudio **54**

Fases metodológicas del diseño de tareas **55**

Fase 1 - Currículo de matemáticas 56

Fase 2 - Análisis de contenido 56

Fase 3 - Análisis cognitivo 57

Fase 4 - Análisis de instrucción 61
Fase 5 - Análisis de actuación 62
Descripción general de la estructura de las tareas, procedimientos y procesos 62
Justificación de los materiales utilizados en las tareas 70
Posturas sobre el aprendizaje y la evaluación 73
CAPÍTULO 4. DISEÑO DE TAREAS 75
Aspectos generales 75
Requisitos 76
Metas 76
Agrupamiento e interacción 78
Temporalidad 80
Tareas con materiales manipulativos, estructurados y no estructurados 81
TAREA 1 - FRUTAS 81
TAREA 2 – OBJETOS SÓLIDOS 87
TAREA 3 - ACTIVIDADES CORPORALES 92
TAREA 4 – TEJIDOS DE ÑANDUTI 102
TAREA 5 - ARTE PRECOLOMBINO 109
TAREA 6 – TAREAS GRÁFICAS 114
Tarea con materiales digitales 118
TAREA 7 – ACTIVIDADES Y JUEGOS EN LA WEB 118
CAPÍTULO 5. CONSIDERACIONES FINALES 126
Descripción del cumplimiento de los objetivos del trabajo de grado 126
Reflexión acerca del alcance del diseño de las tareas y las dificultades en su realización 129
Reflexión sobre como el desarrollo del trabajo de grado tuvo efecto en el ser, saber y hacer del autor 132
REFERENCIAS 135
ANEXOS 141
Anexo A. Instrumento de Evaluación - Registro Anecdótico 141
Anexo B. Instrumento de Evaluación - Lista de Cotejo - Expectativas cognitivas 142
Anexo C. Instrumento de Evaluación - Lista de Cotejo - Expectativas afectivas 143
Anexo D. Instrumento de Evaluación - R.S.A. 144

ÍNDICE DE IMÁGENES

Imagen 1. Niño realizando la tarea de duplicar el mismo patrón, utilizando material no estructurado 6

Imagen 2. Niño realizando la tarea de ampliar la secuencia, utilizando material estructurado 7

Imagen 3. Introducción de dificultad creciente en patrones de repetición para educación infantil.....61

ÍNDICE DE ESQUEMAS

Esquema 1. Red conceptual de patrones 28

Esquema 2. Red en torno a tareas con patrones de repetición 39

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Patrones de repetición..... 30

Figura 2. Patrón de repetición de 2 elementos en el núcleo con variación de un atributo: el color 31

Figura 3. Patrón de repetición de 3 elementos en el núcleo con variación de un atributo: el tamaño 31

Figura 4. Patrón de repetición de 3 elementos en el núcleo y variación de 2 atributos: forma y color 31

Figura 5. Patrón de repetición de 4 elementos en el núcleo con variación de tamaño, color y forma 32

Figura 6. Patrón de repetición cuantitativo 32

Figura 7. Generalización de patrones..... 36

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Fases de la generalización 37

Tabla 2. Procedimientos y habilidades para hacer patrones de repetición 47

Tabla 3. Criterios para las tareas desde la Teoría del Desarrollo humano.....58

Tabla 4. Desarrollo del pensamiento matemático en niños de 5 a 6 años.....59

Tabla 5. Conocimiento del Álgebra temprana para niños de 5 - 6 años.....60

Tabla 6. Metas propuestas en torno a expectativas cognitivas, afectivas y posibles dificultades y errores 77

ÍNDICE DE CUADROS

Cuadro 1. Resumen de la metodología de las sesiones 64

Cuadro 2. Estructura y grado de complejidad de patrones de repetición en tareas con materiales manipulativos 65

Cuadro 3. Estructura y grado de complejidad de patrones de repetición en una tarea digital 68

Cuadro 4. Tarea 1 - Frutas 82

Cuadro 5. Tarea 2 - Objetos sólidos 88

Cuadro 6. Tarea 3 - Actividades corporales 94

Cuadro 7. Tarea 4 - Tejidos de ñanduti 103

Cuadro 8. Tarea 5 - Arte precolombino.....110

Cuadro 9. Tarea 6 - Actividades gráficas 115

Cuadro 10. Tarea 7 - Actividades y juegos en la web 120

INTRODUCCIÓN

Este trabajo de grado es presentado como requisito parcial para optar al título de Magíster en Docencia de la Matemática, del Departamento de Matemáticas, de la Facultad de Ciencia y Tecnología de la Universidad Pedagógica Nacional (UPN), Bogotá D. C., cohorte 2024, en marco del convenio suscripto entre Colombia y Paraguay, como parte de una beca de maestría del Programa Nacional de Becas de Postgrado en el Exterior “Don Carlos Antonio López” (BECAL) y que cuenta con el apoyo del Ministerio de Educación y Ciencias (MEC).

Este estudio se sustenta sobre la base de una maestría de profundización y busca presentar una propuesta de diseño de tareas con patrones de repetición cualitativos, utilizando materiales didácticos manipulativos y digitales, para trabajar el Álgebra temprana desde la Educación Inicial en Paraguay. El documento se encuentra organizado en cinco capítulos que ostentan su estructura.

El primer capítulo presenta los aspectos generales del trabajo, dividido en cuatro apartados. En el primero, se expone la inquietud pedagógica que motiva la innovación, en la cual se exhibe cómo se fue gestando el interés por este campo de indagación en Educación Matemática y las lecturas e ideas que intervinieron en la decisión de estudiar y proponer un diseño de tareas con patrones de repetición con el fin de aportar en la transición de la aritmética al álgebra, en particular, teniendo como referencia los resultados del trabajo de campo realizado con niños de Jardín de Infantes en Paraguay. Así mismo, se presenta el objetivo general y los objetivos específicos que guiaron el trabajo realizado.

Seguidamente, en el segundo apartado se expone la justificación del trabajo de grado, que presenta las razones por las cuales se considera la importancia y pertinencia de su realización,

teniendo en cuenta las numerosas investigaciones sobre Álgebra temprana existentes en la actualidad, como también las condiciones y expectativas personales e institucionales que lo hacen viable. En el tercer apartado se ubica la contextualización del estudio, que lo sitúa en el marco de las leyes que rigen el ámbito educativo del Paraguay y los discursos de algunos autores estudiados al interior de los cursos de maestría. Así también, se presenta una breve descripción del contexto educativo a nivel curricular, local, institucional y áulico.

Los antecedentes son clasificados en el cuarto apartado, como resultado del análisis de las diversas fuentes consultadas, divididos en tres categorías, teniendo en cuenta los aportes que cada uno de ellos brinda al presente trabajo de innovación. La primera categoría contempla investigaciones sobre la propuesta de cambio curricular Álgebra temprana, las dificultades en la transición de la aritmética al álgebra y el trabajo con patrones de repetición, como también, tareas y materiales didácticos. En la segunda categoría se exponen investigaciones sobre la importancia del Álgebra temprana, y las tareas y materiales didácticos enfocados en esta propuesta. Finalmente, en la tercera categoría se visualizan investigaciones sobre la forma de elaboración de tareas y materiales didácticos, como también aportes del desarrollo humano.

En correspondencia a lo anterior, en el segundo capítulo se presenta el marco conceptual, organizado en tres apartados denominados: *Red conceptual de patrones*, *Red en torno a patrones de repetición* y, *Explorando el aprendizaje y la evaluación*. En el primer apartado se expone el esquema alrededor de los patrones, con sus respectivas descripciones, en tanto que, en el segundo, se presenta un esquema que involucra el Álgebra temprana, el pensamiento algebraico y las tareas con patrones de repetición. En el tercer apartado se exhiben los conceptos relacionados al aprendizaje y la evaluación, como también los instrumentos de evaluación que se consideran en este diseño de tareas.

El marco metodológico es presentado en el tercer capítulo, en el cual se expone el enfoque, aproximación y estrategias empleadas en la realización de este trabajo de grado, como también, los ciclos y fases del estudio. Seguidamente se presenta la descripción general de la estructura del diseño de las tareas, además de los procedimientos y procesos considerados, para continuar, más adelante, con las posturas en cuanto al aprendizaje y evaluación que se asumen en este proyecto y la justificación de los materiales utilizados.

Posteriormente, en el capítulo cuarto se exhiben las tareas elaboradas, dividido en dos apartados principales, donde el primero presenta las seis tareas diseñadas con materiales manipulativos, estructurados y no estructurados, y el segundo, una tarea con seis actividades utilizando recursos digitales, con sus respectivas formulaciones y descripciones. En este sentido, al inicio del capítulo se presenta la sección denominada *Aspectos generales,* que describe cinco de los siete elementos que debe contener una tarea, en tanto que los dos restantes: formulación y, materiales y recursos, son presentados de manera específica en cada tarea, como también el grado de complejidad que posee cada una de las actividades propuestas.

En el quinto capítulo se exponen las consideraciones finales en torno a tres apartados, siendo el primero la descripción del cumplimiento de los objetivos del trabajo, el segundo, la reflexión del alcance del diseño de las tareas y las dificultades en su realización, y el tercero, la reflexión sobre cómo el desarrollo del trabajo de grado tuvo efecto en el ser, saber y hacer del autor.

CAPÍTULO 1. ASPECTOS GENERALES

En este capítulo se presenta la descripción de los aspectos generales del trabajo de grado, dividido en cuatro apartados. En el primero, se expone la inquietud pedagógica que motiva el trabajo y los objetivos que la consolidan. En el segundo, la justificación, que expone las razones por las cuales se fundamenta este proyecto. Más adelante, la contextualización, que permite ubicar el contexto dentro del cual se enfocan las tareas elaboradas y, por último, la aproximación a los antecedentes que sustentan esta tesis.

Inquietud pedagógica que motiva el trabajo

Este proyecto de innovación surge como parte de mi formación dentro de la Maestría en Docencia de la Matemática, específicamente en el seminario de Innovación/Investigación, luego de la lectura del libro de Vergel y Rojas (2018), que fue el primer material que he leído sobre álgebra escolar, en el cual se plantean las dificultades presentes en niños y jóvenes durante la transición de la aritmética al álgebra y en el uso de las letras como actividad semiótica. Aun cuando ingresé a los estudios de la Maestría con diversas inquietudes sobre la enseñanza, muchos de mis intereses se empezaron a focalizar en encontrar la posibilidad de llevar al aula una innovación que me permitiera, como maestra de educación inicial, conocer más sobre la transición al álgebra y los caminos para trabajarlo con los infantes.

En esta misma línea, Morales (2018) plantea al respecto, que el paso abrupto que se presenta entre la aritmética desarrollada normalmente en educación primaria y el álgebra que se suele trabajar en educación secundaria, representa una de las dificultades por las cuales los estudiantes de estos niveles evidencian ciertos inconvenientes en su trabajo posterior con el álgebra. Igualmente, afirma que otra dificultad consiste en la falta de un adecuado procedimiento introductorio de elementos algebraicos en la enseñanza de la educación primaria. Así mismo,

Moreno (2015), citando a Molina et al. (2004) plantea que dichas dificultades se deben, además, a la enseñanza tradicional que insta a la memorización de reglas sin sentido, influyendo en el desinterés por las matemáticas, como también, la enseñanza de contenidos algebraicos sin tener en cuenta los conocimientos aritméticos del estudiante, cuyas dificultades son alimentadas, a su vez, por la manera en que los profesores orientan a los estudiantes en el aprendizaje del álgebra (Butto, 2011, citado en Moreno, 2015).

En este contexto, los autores mencionados anteriormente, han planteado la necesidad de iniciar el trabajo con el Álgebra temprana desde los primeros años escolares pues permite fomentar el desarrollo del pensamiento algebraico, siendo ésta una alternativa a los diferentes problemas expuestos en sus argumentos. Esta solución, desconocida para mí en un principio, me llamó la atención y, desde mi rol de maestra de nivel inicial, me surgieron ciertas interrogantes al respecto, entre las cuales, una de ellas es conocer: ¿Cómo puede esta propuesta, denominada *Early algebra* o *Álgebra temprana*, propiciar el desarrollo del pensamiento algebraico en niños de 4 y 5 años?

Motivada por las posibles respuestas, fui profundizando más en las obras de éstos y otros autores, como Alsina (2019a) y Pincheira et al. (2022), que mencionan la necesidad de incorporar el Álgebra temprana como propuesta de innovación curricular a través del trabajo con patrones de repetición. Teniendo en cuenta las lecturas realizadas y ante las inquietudes que me generaba la propuesta de cambio curricular *Early algebra*, me surgieron otras interrogantes:

¿Podrían mis estudiantes de Educación Inicial en Paraguay, adquirir conceptos algebraicos al trabajar con esta propuesta de cambio curricular, utilizando materiales estructurados y no estructurados? ¿Qué dificultades podrían presentarse?

Para indagar más sobre estas inquietudes, realicé un trabajo de campo con mis estudiantes de Jardín de Infantes, en dos ocasiones: La primera, el 20 de noviembre de 2023, con un grupo de 15 niños del turno mañana y la segunda el 25 de noviembre del mismo año, con un grupo de 14 niños del turno tarde, todos de 4 y 5 años, realizando la observación directa del trabajo con patrones de repetición desarrollado por los infantes.

En este sentido, con el grupo del turno mañana se utilizaron materiales no estructurados (ladrillitos, juguetes de encastre, marcadores, tapitas, botellitas, entre otros), lo cual podemos observar en la Imagen 1. Con el grupo del turno tarde, tanto materiales no estructurados como también materiales estructurados, como podemos observar en la Imagen 2, elaborados a partir de tareas expuestas por los referentes teóricos del trabajo de grado, adaptadas a la edad de los infantes, de las cuales, se tomaron tres tipos de tareas a considerar: duplicar el mismo patrón, encontrar elementos faltantes y ampliar la secuencia (Clements y Sarama, 2015; Lüken y Sauzet, 2020; Rittle-Johnson et al., 2013; Wijns, Torbeyns et al., 2019 citados en Pincheira et al., 2022, 2023).

Imagen 1

Niño realizando la tarea de duplicar el mismo patrón, utilizando material no estructurado

Nota. Fotografía del archivo personal de la autora.

Imagen 2

Niño realizando la tarea de ampliar la secuencia, utilizando material estructurado

Nota. Fotografía del archivo personal de la autora.

En cuanto a los hallazgos obtenidos sobre la experiencia con la tarea de *duplicar la secuencia del patrón*, en el grupo del turno mañana se observó que la mayoría de los estudiantes logró realizar la duplicación, al copiar un modelo dado, con materiales no estructurados, en cambio, en el grupo del turno tarde, se pudo observar que al intentar duplicar la secuencia con los mismos materiales, la mayoría no logró realizarlo, produciéndose un resultado totalmente inverso al del turno mañana con respecto a la tarea abordada. En tanto que, al trabajar la misma actividad, pero con tareas elaboradas en hojas (material estructurado), la mayoría de los niños del turno tarde logró duplicar la secuencia del patrón sin ningún inconveniente.

Por otra parte, al trabajar con la tarea de *encontrar los elementos faltantes en la secuencia*, utilizando tapitas, ladrillitos, bloques y otros, la mayoría de los niños de ambos turnos, no logró hacerlo, en cambio al utilizar las hojas de trabajo elaboradas, el 50 % del grupo de niños del turno tarde logró hacerlo bien. Por último, al trabajar la tarea de *ampliar la secuencia del patrón* con materiales no estructurados, ambos grupos no lograron realizarlo, en

tanto que, al trabajar con tareas elaboradas en hojas, en el turno tarde, el 50 % de los estudiantes logró realizarlo satisfactoriamente.

Estos resultados me llevaron a analizar dos cuestiones: en primer lugar, que es factible utilizar la propuesta de cambio curricular *Early algebra* desde el nivel inicial, y en segundo lugar, que existen ciertas dificultades en cuanto al trabajo con patrones de repetición, en donde los infantes quizás no pueden identificar el núcleo del patrón y por ende, les cuesta duplicar, ampliar o encontrar los elementos faltantes en la secuencia, y que también, estos resultados están influenciados en cierta medida por las tareas y materiales que se utilizan en las actividades propuestas a los estudiantes.

En este sentido, dichas cuestiones fueron examinadas por algunos de los autores analizados, quienes, al proponer tareas de este tipo a estudiantes de diversas edades, hallaron también ciertas dificultades y respuestas inadecuadas por parte de los mismos (Morales, 2018).

Con base a estas consideraciones se consolida mi inquietud pedagógica y los objetivos que guían este trabajo de grado:

¿Cómo diseñar un planteamiento de tareas con patrones de repetición cualitativos para niños de 5 y 6 años, utilizando la propuesta de cambio curricular Álgebra temprana?

Objetivo General

Formular una propuesta de tareas con patrones de repetición cualitativos, utilizando materiales didácticos manipulativos y digitales, diseñados a partir de la propuesta de cambio curricular Álgebra temprana para niños de Preescolar de 5 a 6 años.

Objetivos Específicos

- Diseñar tareas con patrones de repetición cualitativos utilizando materiales didácticos manipulativos, que permitan favorecer el reconocimiento de semejanzas y diferencias presentes en los atributos del núcleo de secuencias dadas, atendiendo a características del proceso de visualización, en niños de 5 a 6 años.
- Proponer tareas con patrones de repetición cualitativos, que permitan a los niños de 5 a 6 años, formular conjeturas al identificar las propiedades invariantes en los elementos de la secuencia, propiciando la exploración con materiales manipulativos.
- Plantear tareas con patrones de repetición cualitativos, utilizando materiales didácticos manipulativos y digitales, que incluyan algunas fases de la generalización.

Justificación

En los siguientes párrafos se describen los aspectos por los cuales es importante, pertinente y viable la implementación de este proyecto en educación inicial.

En primer lugar, Álgebra temprana es una propuesta que ha surgido de las diversas dificultades que atraviesan los estudiantes en la transición de la aritmética al álgebra, debido al corte didáctico existente entre estas dos áreas (Moreno, 2015; Vergel y Rojas, 2018). En este contexto, la implementación de esta propuesta curricular se considera fundamental, constituyéndose en una alternativa que permitirá crear bases sólidas necesarias para el trabajo posterior con el álgebra en niveles superiores (Morales, 2018), permitiendo que los estudiantes se encuentren preparados y seguros para afrontar sin miedo a las matemáticas. Autores como Blanton y Kaput (2005, citados por Morales, 2018 y, Vergel y Rojas, 2018), mencionan que el Álgebra temprana busca desarrollar un cambio en la manera de abordar un contenido matemático que permita incorporar la observación de los patrones, sus propiedades y sus relaciones,

utilizando tareas en donde los escolares, dentro de las aulas de clases, puedan hacer exploraciones, predicciones, como también, discutir, argumentar y comprobar sus ideas.

En segundo lugar, en la actualidad, son varias las investigaciones sobre Álgebra temprana, que exponen, no solo su relevancia, sino también la viabilidad de su implementación desde los primeros años escolares, incluidos, el nivel inicial (e.g., Morales, 2018; Moreno, 2015; Pincheira et al., 2022; Vergel y Rojas, 2018). En este sentido, la mayoría de los autores recomiendan trabajar con patrones en dicho nivel, ya que éstos abundan en el contexto cotidiano y se consideran importantes porque ayudan a resolver problemas matemáticos y mejorar la comprensión intuitiva de relaciones y expresiones, especialmente cuando se desarrolla la habilidad de reconocer patrones (Castro, 1995, como se citó en Morales, 2018).

En tercer lugar, existen diversos ejemplos de tareas y materiales didácticos elaborados en torno a esta propuesta, con buenos resultados en su aplicación. En este contexto, Sullivan (2013, citado en Pincheira et al., 2022), considera que el éxito de la enseñanza y el aprendizaje del Álgebra temprana depende principalmente de las tareas propuestas a los estudiantes y que componen la base de sus acciones, a lo cual, Vargas et al. (2021), consideran, además, que la elaboración de dichas tareas por parte de los maestros debe tener en cuenta los conocimientos del desarrollo humano, y conectarlos en la gestión en el aula.

En cuarto lugar, este trabajo es parte de mi formación en la Maestría en Docencia de la Matemática, en el marco del convenio BECAL-Paraguay y cuenta con el apoyo del Ministerio de Educación y Ciencias, razón por la cual, el trabajo de grado podrá ser realizado eficazmente gracias a la disponibilidad de tiempo para dedicarse plenamente al estudio y elaboración de la tesis, en Bogotá – Colombia, ya que se cuenta con el apoyo y acompañamiento de la universidad,

como también, con los medios y recursos necesarios por ser parte de una beca de maestría en el exterior del país, financiada por el gobierno del Paraguay.

En quinto lugar, el trabajo con patrones es factible y viable, teniendo en cuenta que en el Programa de Estudios de Nivel Inicial de Paraguay (MEC, 2004b), la dimensión Matemática plantea actividades graduadas para niños de 3 a 6 años, en la cual la mayoría de sus objetivos pretenden promover la adquisición de ciertos conocimientos asociados al Álgebra temprana, aun cuando no exista en el currículum, objetivos específicos que pretendan trabajar esta propuesta en el nivel. Estos conocimientos son considerados por Alsina (2019a, 2019b) como "conocimientos de naturaleza algebraica" (p. 2), entre los cuales podemos citar: el establecimiento de relaciones espaciales, la discriminación de cualidades de los objetos a través de los sentidos, el establecimiento de semejanzas y diferencias, la clasificación según características de elementos y sus cantidades, la seriación de objetos y números, la discriminación de propiedades simples de los cuerpos y figuras, entre otros (MEC, 2004b).

En sexto lugar, este proyecto es factible gracias a que la escuela beneficiaria posee materiales y equipamientos diversos que pueden ser utilizados en su implementación, ya que es una escuela focalizada por el Ministerio de Educación y Ciencias (MEC) del Paraguay. Con la posterior implementación de este proyecto, se trazará un nuevo camino hacia el Álgebra temprana en nuestra institución, que permitirá profundizar en las tareas a ser desarrolladas en la dimensión matemática, con miras al desarrollo del pensamiento algebraico, comenzando desde el Preescolar, y extendiéndose paulatinamente a los demás grados de la Educación Escolar Básica (EEB), que permita crear las bases necesarias para el trabajo posterior con el álgebra, en niveles superiores, gracias a la implementación de otro proyecto afín, requisito de la beca de maestría.

Contextualización

En los siguientes párrafos se expone la contextualización del proyecto, presentando una breve descripción de las leyes que rigen el sistema educativo, la localización, infraestructura y características del contexto físico, político, social y cultural, a nivel nacional, curricular, local, institucional y áulico, en contraste con argumentos de autores estudiados en la maestría.

Paraguay, se encuentra ubicado en el centro de América del Sur, "es un país pluricultural y bilingüe" (p. 42), sus idiomas oficiales son el castellano y el guaraní, establecido en el Art. 140 de la *Constitución de la República del Paraguay* (CRP) de 1992 y se encuentra regulado por la Ley 4251 (2010) *Ley de Lenguas*, que rige las modalidades de uso de ambas lenguas oficiales, como también, las demás lenguas indígenas que forman parte de su patrimonio cultural. Así también, la CRP (1992) en su Art. 73 y la Ley 1264 *General de Educación* (1998) en su Art. 1, contemplan "el derecho a la educación integral y permanente, que como sistema y proceso, se realiza en el contexto de la cultura de la comunidad" (p. 20). Estos aspectos ponen de manifiesto los conceptos de justicia social y curricular, ideales para Jurjo Torres (2013), ya que enmarca dentro de sus fines principales que la educación debe fomentar dicha justicia social, respetando las distintas culturas e integrándolas como identidad cultural, sin discriminarlas, teniendo en cuenta que nuestro país es un crisol de razas.

A nivel nacional, el órgano rector del sistema educativo paraguayo es el Ministerio de Educación y Ciencias (MEC), siendo el responsable de establecer e implementar la política educativa del país y la legislación que regula la educación pública y privada es la Ley 1264 *General de Educación* (1998), la cual contempla la organización, gestión y estructura del sistema educativo nacional y las responsabilidades de cada uno de los miembros de las comunidades educativas (Art. 7).

En este contexto, el MEC, en busca del mejoramiento de la calidad de la educación del país ha venido implementando planes, programas y proyectos de alcance nacional y la promulgación de leyes como, la Ley 5210/14 de *Alimentación Escolar y Control Sanitario*, para que los estudiantes que asisten a las diferentes instituciones tengan merienda y almuerzo escolar. Así también, como forma de consolidar la gratuidad efectiva de la educación paraguaya se contempla la distribución de kits de útiles escolares, que son entregados a estudiantes matriculados desde el Pre-Jardín hasta la Educación Media y la Educación Permanente de Personas Jóvenes y Adultas, de instituciones educativas de gestión oficial y privadas subvencionadas. Así mismo, la Ley 2507 de 2006 *Que establece el boleto estudiantil,* permite que los estudiantes paguen medio pasaje en transporte público. En este sentido, Larrosa (2019), en su metáfora del viaje, plantea que la educación debe brindar las herramientas necesarias para que ese viaje sea realizado de la mejor manera posible, previendo los detalles para que ese lugar privilegiado, denominado escuela, sea efectivamente agradable, motivador y se encuentre dotado de todos los elementos necesarios para lograr el fin de la educación, en un marco de igualdad de acceso y permanencia, lo cual nuestro país ha venido trabajando para mejorarlo constantemente.

En este contexto, desde la Reforma Educativa de 1994, el MEC plantea los lineamientos curriculares que contemplan los fines y objetivos generales de la educación paraguaya y los objetivos generales de la educación inicial. Así mismo, en el Marco Curricular del nivel se exponen “los principios educativos: identidad, juego, aprendizaje en y para la vida, seguridad, creatividad, autonomía y diversidad” (MEC, 2005, p. 23) que orientan la labor educativa. Este documento, plantea los fundamentos de la educación dentro de los cuales se considera el aprendizaje centrado en y para el niño y la niña, teniendo en cuenta sus características personales y cognitivas, su desarrollo integral y el contexto en el que se desenvuelven. Así también, adopta

en su estructura, los pilares de la educación propuestos por la UNESCO, a fines del siglo XX, que son los que orientan la nueva forma de enseñar y aprender: *aprender a conocer, aprender a hacer, aprender a vivir juntos y a prender a ser*. En este sentido, Paraguay ha incluido un quinto pilar conforme a las necesidades locales: *aprender a emprender*, enunciados planteados también por Jurjo Torres (2020) sobre la importancia de *Construir un Nosotros,* teniendo como base estos pilares, lo cual, además, Larrosa (2019) plantea la importancia de "aprender haciendo" (p. 50), ya que considera que la escuela es insustituible en el desarrollo de estos aprendizajes.

A nivel curricular, la Educación Inicial se encuentra regulada por la Resolución Nº 1238/2023 *Reglamento de Educación Inicial*, dentro del cual se establece toda la normativa vigente al respecto. Este nivel cuenta además con un Programa de Estudios para Jardín de Infantes y Preescolar- MEC (2004b), para niños de 3 a 6 años, dividido en tres ámbitos que contienen distintas áreas académicas denominadas *dimensiones*. Dentro del ámbito "Así pienso, me expreso y me comunico", se encuentra la dimensión "Matemática", que presenta varios objetivos con actividades graduadas.

A nivel local, la ciudad de Coronel Bogado se encuentra ubicada a 47 km de la ciudad de Encarnación, capital del departamento de Itapúa. La población de la ciudad es muy variada, contando con numerosos inmigrantes de distintas nacionalidades que encontraron en sus tierras un hogar donde vivir. El distrito constituye una zona estratégica, que gracias al paso de la Ruta Internacional Nº 1 y la Ruta Nacional Nº 8, es frecuentemente visitada por viajeros que cruzan su territorio. Además, cuenta con diferentes servicios estatales para la ciudadanía, tales como comercios, entidades bancarias, escuelas, colegios y universidades, lo cual le hace un distrito próspero y pujante, donde no solo concurre la propia población, sino también ciudadanos de distritos aledaños.

A nivel institucional, la Escuela Básica Nº 700 “Mariscal Francisco Solano López” se encuentra ubicada en la zona urbana de Coronel Bogado, atiende a niños desde el Pre-Jardín hasta el Sexto grado (EEB). Como propuesta educativa, brinda Jornada Escolar Extendida para niños del 1º al 6º grado, quienes permanecen en la institución de 7:00 a 15:00 horas, de lunes a viernes, en tanto que el nivel inicial se ofrece en dos turnos (mañana y tarde), para que los infantes puedan asistir a clases en uno de ellos. Además, ofrece almuerzo, merienda escolar y servicio de cantina saludable. Esta institución es una escuela focalizada por el MEC, por lo cual se encuentra dotada de diferentes materiales y equipamientos para la enseñanza de las matemáticas, entre los cuales podemos citar: ábacos, rompecabezas, dominós, juegos de encastre, mini notebooks con programas informáticos, conexión a internet, televisores, proyectores, equipo de audio. Así también, cuenta con biblioteca y dispone de un amplio patio de juego y recreación.

A nivel áulico, la población etaria beneficiaria de las tareas diseñadas lo constituyen los niños y niñas del Preescolar, los cuales provienen de distintos barrios de la ciudad y cuentan con 5 años cumplidos al 31 de marzo, gracias al cumplimiento del *Reglamento del Nivel Inicial* (MEC, 2023), de los cuales algunos van cumpliendo 6 años dentro del año escolar. Las salas de clases del nivel están climatizadas con aire acondicionado y ventiladores, poseen mobiliario adecuado, buena iluminación, lavadero, bebedero de agua potable, sanitarios sexuados, parque infantil con hamacas, toboganes, sube y baja, y otros. Además, se encuentra ambientado con los diferentes rincones que debe tener el nivel: abecedarios en ambos idiomas oficiales, banda numérica, rincón de matemática, ciencias, lectura, juegos, panel de asistencia, panel del tiempo, calendario, etc., los cuales poseen juguetes y materiales didácticos, que pueden ser utilizados en la implementación del proyecto, al volver al país, una vez finalizada la maestría, permitiendo lograr una mayor profundización de los conceptos algebraicos.

Antecedentes

Teniendo en cuenta el objetivo del trabajo de grado, se realizó la revisión documental de investigaciones que abordan las dificultades presentes en la transición de la aritmética al álgebra, como también, las dificultades en el trabajo con patrones de repetición. Así mismo, se analizó la propuesta de cambio curricular Álgebra temprana en educación inicial y primaria, y se indagó sobre tareas y materiales didácticos manipulativos y digitales en torno a esta propuesta, con los fundamentos del desarrollo humano. Del total de trabajos hallados, han sido seleccionados 17, ya que abordan de manera más explícita el tema de estudio, de los cuales 5 son libros, 1 es tesis doctoral, 2 son trabajos de grado y 9 son artículos de revista. Los mismos son agrupados en tres categorías: la primera abarca 8 investigaciones que abordan el Álgebra Temprana, las dificultades en la transición de la aritmética al álgebra, dificultades en el trabajo con patrones de repetición, tareas y materiales didácticos involucrados; la segunda contempla 6 investigaciones sobre Álgebra temprana, tareas y materiales didácticos enfocados en esta propuesta; y la tercera, incluye 2 investigaciones en torno a tareas y materiales didácticos y 1 investigación sobre aportes del desarrollo humano, los cuales se presentan a continuación.

Investigaciones sobre Álgebra temprana, dificultades en la transición de la aritmética al álgebra y en el trabajo con patrones de repetición, tareas y materiales didácticos.

Se presentan en esta categoría, investigaciones que exponen argumentos sobre las dificultades en la transición de la aritmética al álgebra, dificultades en el trabajo con patrones, como también, la importancia de la implementación del Álgebra temprana desde los primeros años escolares, además de tareas y materiales didácticos utilizados en esta propuesta.

En primer lugar, el libro de Vergel y Rojas (2018) es un material dirigido a maestros en formación y en servicio que expone una contribución importante para la enseñanza y aprendizaje

del álgebra en educación matemática, al detallar la propuesta de cambio curricular Algebra temprana y presentar como sugerencia, algunas tareas relacionadas con secuencias de patrones, procesos de generalización y simbolización, elaboradas y analizadas desde la teoría de la objetivación, que sirven de guía para orientar la práctica docente en aula. Estos autores consideran que, “la generalización de patrones puede verse como una actividad clave para introducir el álgebra en la escuela” (p. 16).

En este contexto, resulta muy interesante la experiencia investigativa que presentan acerca de la generalización en una tarea de secuencia de patrones, con un grupo de estudiantes de 9 a 10 años, donde se vislumbra la importancia de los medios semióticos de objetivación, como son: los movimientos, gestos, palabras y el ritmo, ya que permiten al observador, comprender la actuación del alumno, como también las estrategias que utiliza para producir significado. Así mismo, ayudan al propio estudiante a trabajar de manera consciente de sus acciones y objetivos, lo cual permite el desarrollo del pensamiento algebraico temprano (Radford, 2010a; Vergel, 2015a; como se citaron en Vergel y Rojas, 2018).

Así también, los autores realizaron análisis de otros estudios que abarcan la importancia del Álgebra temprana y sus implicancias en el contexto educativo, encontrando serios argumentos que plantean la importancia de una introducción progresiva del álgebra en el ámbito de la educación primaria, ya que facilita a los estudiantes un acceso comprensivo a los conceptos algebraicos (Vergel y Rojas, 2018).

Un segundo trabajo lo constituye la tesis doctoral de Morales (2018) en la cual el autor indagó la manera en la que los niños de 6 y 7 años resuelven tareas y utilizan materiales que involucran patrones cualitativos y cuantitativos, partiendo desde la teoría constructivista del aprendizaje, en donde se pudo definir el proceso que siguen, obteniendo como resultado que los

estudiantes de estas edades son capaces de identificar patrones variados y de emplear estrategias diversas al trabajar con tareas que involucren patrones, concibiendo al alumno como constructor del conocimiento y al docente como guía del aprendizaje. En este trabajo, se pudo conocer varios tipos de respuestas apropiadas e inapropiadas por parte de los estudiantes en cada uno de los tres estudios realizados, tanto antes como después de la participación del entrevistador, pudiendo percibir que la intervención oportuna es fundamental para conseguir resultados favorables.

En tercer lugar, la tesis de grado de Moreno (2015), presenta consideraciones sobre *Early algebra*, en donde se analizan las condiciones bajo las cuales los estudiantes de 7 y 8 años del tercer grado de Educación Básica Primaria de la Escuela Normal Superior Farallones de Cali pueden alcanzar una aproximación al pensamiento algebraico, observando las estrategias que utilizan durante el proceso de reconocimiento de un patrón numérico y la forma de expresarlo de manera general, enfocado al Álgebra temprana.

Los resultados obtenidos en este estudio permiten constatar que existe un primer acercamiento, tanto al álgebra escolar, como al proceso de generalización, utilizando secuencias de tareas matemáticas con patrones numéricos en contextos de la vida real, permitiendo que los alumnos den importancia y sentido a los contenidos matemáticos que abordan, como las relaciones numéricas, la variación, el cambio, la estructura multiplicativa, pero también, se pudo visualizar el corte didáctico existente entre la aritmética y el álgebra, al observar las dificultades que presentaron en la conceptualización de igualdad y razón, por lo cual se deduce la importancia del trabajo incipiente con el Álgebra temprana desde los primeros años.

Otro cuarto trabajo es el de Pineda (2021), que presenta fundamentos válidos sobre la propuesta de cambio curricular *Early algebra*. Esta tesis describe el hallazgo de tres aplicaciones web que tienen como propósito el aprendizaje de las matemáticas enfocado en patrones. Una de

ellas es la plataforma IXL, para niños desde Preescolar hasta el 8° grado; otra es la Biblioteca Nacional de Manipuladores Virtuales, con contenidos matemáticos para todos los grados; y Smartick, para niños de 4 a 14 años. Asimismo, presenta ejemplos de plataformas útiles para el diseño de aplicaciones web, entre las que se citan a Mobincube, Stencyl – Scratch, App Inventor y Kodular. En este sentido, la autora realizó el diseño de una aplicación para android denominada *Ealgebrapp,* utilizando en su construcción la plataforma Kodular, por las ventajas que le ofrece al diseño de su tarea, las cuales se describen paso a paso en su trabajo.

En quinto lugar, Bressan y Gallego (2010), consideran en su investigación, actividades con secuencias y patrones como fuente de generalización y desarrollo de la habilidad de razonamiento para resolver problemas, como también, demostrar el valor del estudio de patrones como forma de introducir el lenguaje algebraico y el concepto de variable, que posibilite el tránsito de la aritmética al álgebra. Las autoras expusieron en su investigación, los obstáculos en procesos de generalización con patrones, por parte de maestros y estudiantes de "IFD" (p.11). En este sentido, presentan un ejemplo de tarea enfocada a trabajar la generalización y exponen en su artículo algunas sugerencias para la enseñanza con patrones, recomendando empezar el proceso con materiales manipulativos antes de pasar al plano gráfico.

En sexto lugar, el libro de Kieran et al. (2016) presenta la evolución histórica del Álgebra temprana, su naturaleza, procesos y contenido matemático, como también, investigaciones sobre la perspectiva neurocognitiva, el aprendizaje y enseñanza temprana del álgebra enfocadas a desarrollar el pensamiento algebraico y los procesos involucrados, incluida la necesidad de apoyo profesional para el profesor. En este estudio se realizó el análisis del Álgebra temprana en el aula, en dos sesiones, una que involucra el álgebra como estudio de funciones y otra, como estudio de estructuras en aritmética que surgen del razonamiento cuantitativo, donde a partir de

un problema dado, los estudiantes emplearon diversas estrategias para resolverlo.

Como conclusión, el trabajo revela la existencia sustancial de diferencias en cuanto a lo escrito en el currículo y lo implementado en el aula, así también, la obtención de resultados positivos cuando los docentes se encuentran preparados para la enseñanza y permiten la interacción de los estudiantes en el proceso, enfatizando, sin embargo, que se requiere invertir en materiales didácticos para obtener mejores resultados.

El artículo de Yáñez et al. (2018) presenta en séptimo lugar, aspectos sobre la relación dificultad - complejidad en las tareas con patrones lineales de repetición propuestas a 31 niños de 5 años elegidos al azar, provenientes de un colegio de la Cominitat Valenciana, donde utilizaron el enfoque de resolución de problemas matemáticos en educación infantil a partir de tareas de identificación y continuación de dichos patrones.

En este contexto, el objetivo de este trabajo fue explorar los factores que influyen en la dificultad- complejidad al abordar esos tipos de problemas, hallando como resultados que factores como el tipo de descriptor o la longitud del núcleo no afectan significativamente la tasa de éxito, en tanto que, la repetición de los atributos del núcleo del patrón o los distractores sí afectan en gran medida el éxito de la actividad.

Por último, el artículo de Papic et al. (2011) presenta un estudio con 53 niños de dos centros preescolares similares donde se realizó la investigación, en la cual, uno de ellos fue denominado “grupo de intervención” y el otro, “grupo de comparación”. En este contexto, en el primer grupo se realizaron trabajos previos de seis meses de duración, desarrollando la estrategia con patrones espaciales y repetitivos, y se les administró una Evaluación de Patrones Matemáticos Tempranos (EMPA), antes y después de dicha intervención como también a un año después, en tanto que, con el segundo grupo, dicha evaluación fue tomada simplemente al final

del proceso. Los resultados obtenidos en este estudio exponen que el grupo de intervención logró mayor comprensión de la estructura espacial y unidad de repetición, superando ampliamente al grupo de comparación. Estos hallazgos confirman la importancia de implementar una evaluación temprana de patrones, para obtener información confiable que permita encaminar el proceso, pues los niños de estas edades son capaces de llegar a la generalización.

Estos trabajos me sirven, en primer lugar, para conocer los fundamentos del Álgebra temprana y la forma de abordar esta propuesta dentro de las aulas de clases, como también, para comprender la importancia de su implementación desde los primeros años escolares, como forma de trazar un camino incipiente para crear sólidas bases que serán aprovechadas en niveles superiores, permitiendo de esta manera, facilitar el tránsito de la aritmética al álgebra.

En segundo lugar, la variedad de ejemplos que presentan sirve de modelo para la creación de nuevas tareas, enfocadas a potenciar el desarrollo del pensamiento algebraico. En este sentido, se necesita adaptar las tareas a niños de 5 a 6 años, teniendo en cuenta que algunos ejemplos corresponden a tareas diseñadas para niños más grandes, razón por la cual, no pueden ser utilizadas con los infantes debido a su corta edad y por no tener la maduración ni los conocimientos previos para abordarlas.

Investigaciones sobre Álgebra temprana, tareas y materiales didácticos involucrados

En esta categoría se presentan varios artículos de investigación elaborados entre los años 2017 al 2023, dentro de los cuales se plantea la importancia del Álgebra temprana y sus implicancias, como también ejemplos de tareas y materiales elaborados a partir de esta propuesta.

En primer lugar, en el año 2017, Alsina y Giralt presentan en su artículo, un itinerario didáctico para la Educación Infantil enfocado a la enseñanza de patrones desde distintos

contextos, comenzando por situaciones de la vida cotidiana, el trabajo con materiales manipulativos, los cuentos, las canciones, los juegos y recursos digitales, para exponer a partir de ellos, algunas propuestas de actividades implementadas en el nivel inicial. En este sentido, mencionan los argumentos que fundamentan la incorporación en el currículum, de ciertos conocimientos algebraicos pues favorecen la adquisición de habilidades como conjeturar, hacer predicciones, comunicar y representar, entre otras. Así también, en sus conclusiones, exponen sugerencias para el trabajo con patrones de repetición en cuanto al grado de dificultad y complejidad que deben tener las tareas propuestas a los estudiantes, donde recomiendan, además, no iniciar la primera actividad con elementos repetidos en el núcleo para que los niños puedan identificar con mayor facilidad la estructura del patrón, enfatizando que después, a partir de la segunda actividad ya pueden utilizarse elementos repetidos e ir aumentando paulatinamente el grado de complejidad, mencionado anteriormente.

En segundo lugar, Zapatera (2018) presenta en su artículo una trayectoria de aprendizaje cuyo objetivo fue investigar la manera en que estudiantes del 3° al 6° grado de Educación Primaria, logran resolver problemas relacionados a la generalización de patrones, analizando el nivel de éxito alcanzado por 106 alumnos de dichos grados. Para este estudio, el autor realizó la caracterización de tres estadios que permiten comprender el proceso de generalización, que junto con los tres elementos matemáticos: estructura espacial y numérica, relación funcional y proceso inverso, permiten establecer el posible punto de partida de la trayectoria de aprendizaje. Las conclusiones de este estudio demuestran que a la mayoría de los estudiantes les cuesta revertir el pensamiento, es decir les resulta difícil realizar el proceso inverso, ya que para expresar la regla general presentan un nivel muy alto de dificultad. En este sentido, animan a los maestros a trabajar la generalización de patrones desde los primeros años, como forma de construir el

conocimiento matemático y desarrollar el pensamiento algebraico en los estudiantes.

Otro trabajo, exhibido en tercer lugar, es el de Alsina (2020), que expone la importancia de la implementación del *Enfoque de los Itinerarios de Enseñanza de las Matemáticas* (EIEM) y en especial el *Itinerario de Enseñanza del Álgebra temprana*, donde presenta la fundamentación de esta propuesta. En este sentido, el autor expone ejemplos de la implementación de tareas en el marco de este enfoque en: *contextos informales* a partir de: juegos, materiales manipulativos y situaciones de la vida real, visita a la ciudad; *contextos intermedios*, con materiales literarios y recursos tecnológicos; y, finalmente, *contextos formales*, con diversos materiales gráficos para la enseñanza del álgebra de 3 a 12 años. Las conclusiones de este trabajo demuestran la importancia de romper la visión tradicional de enseñanza centrada en libros de textos, como único recurso, ya que los estudiantes de las primeras edades poseen necesidades reales de construir sus conocimientos a partir la experimentación, guiada por el adulto.

En cuarto lugar, en el trabajo de Acosta y Alsina (2022), los autores analizan la influencia del ambiente escolar de educación infantil en la representación de los patrones de repetición, con 24 estudiantes de 4 a 6 años de dos cursos consecutivos, utilizando *el Enfoque de los Itinerarios de Enseñanza de las Matemáticas* (EIEM), en donde se expone una secuencia de enseñanza con objetos materiales hasta llegar a lo simbólico, en dos contextos extremos: situaciones reales y contextos gráficos. En este sentido, se utilizaron como estrategias investigativas: el diario de campo, el registro audiovisual y las representaciones escritas por los estudiantes, dando como resultado que el contexto dentro del cual se realiza el proceso de enseñanza, logra influir notablemente en la forma en que los estudiantes comprenden los patrones de repetición, por lo cual recomiendan la enseñanza de patrones desde el contexto situacional hasta el formal.

En quinto lugar**,** Pincheira et al. (2022) realizaron una investigación bibliográfica de carácter exploratorio-descriptivo y análisis de contenido de ocho libros de textos chilenos que tratan sobre tareas matemáticas en Educación Infantil, cuyos resultados muestran una presencia de tareas algebraicas en todos los libros de texto analizados. En este material se menciona que las tareas que involucran el trabajo con patrones permiten desarrollar diversas habilidades en los estudiantes y propician un acercamiento al Álgebra temprana. Así también, el documento expresa la importancia de trabajar con libros de texto, pero sugiere que deben incluirse además otros materiales en contextos diferentes, de modo a proveer variedad a la hora de trabajar con patrones y Álgebra temprana, permitiendo lograr una mayor profundización de los conceptos algebraicos desde tempranas edades.

En sexto lugar, en el trabajo de Acosta et al. (2022a) se expone el análisis de cuarenta y nueve tareas presentes en cinco proyectos editoriales de Educación Infantil tanto de Chile como de España, donde se examinaron las distintas habilidades que se fomentan en el trabajo con patrones de repetición: copiar, interpolar, extender, abstraer, reconocer la unidad de repetición y crear. En este sentido, el examen realizado constató que la mayoría de los trabajos presentan la habilidad de *extender,* razón por la cual, estos autores concluyen que resulta necesario que los libros de texto de este nivel ofrezcan una variedad de tareas que abarquen desde la habilidad de *copiar* hasta la habilidad de *crear*, que permita desarrollar de manera efectiva el pensamiento algebraico.

Estos trabajos me sirven porque presentan argumentos que fundamentan claramente la necesidad de incorporación de la propuesta Álgebra temprana en el nivel inicial, teniendo en cuenta la factibilidad de su implementación y su importancia en el desarrollo del pensamiento algebraico. Así también, los ejemplos de tareas que presentan estos documentos sirven de base

para la elaboración de nuevas tareas para niños de 5 a 6 años de Paraguay, enfocados en esta propuesta, que permitirán el desarrollo de habilidades para trabajar con patrones de repetición.

Investigaciones sobre tareas y materiales didácticos, y aportes del desarrollo humano

Se consideran en esta categoría tres trabajos, el primero enfocado específicamente al diseño de tareas, el segundo a materiales didácticos y el tercero, relacionado con la importancia de conocer y tener en cuenta algunos criterios desde la teoría del desarrollo humano en las tareas elaboradas.

En este contexto, un primer trabajo lo constituye el capítulo del libro de Gómez et al. (2018) en el que se plantea el concepto de tarea y la estructura que debe poseer, agrupada en siete elementos que permiten diseñar una propuesta de tareas de manera eficaz, donde cada uno de ellos deben ser descriptos y cuyo análisis permite establecer de qué forma y en qué medida contribuye al logro de las expectativas y la superación de posibles dificultades, analizadas mediante la comparación de grafos de secuencia de capacidades. Así también, estos autores presentan tipos y ejemplos de tareas elaboradas considerando los siete elementos mencionados anteriormente.

En segundo lugar, el libro de Flores et al. (2011) expone aspectos sobre las tareas de enseñanza y aprendizaje en torno a las actividades de las matemáticas y presentan también tipos de tareas, con diversos ejemplos que pueden ser aplicados en el contexto educativo. Así también, describe materiales y su clasificación, agrupados en tres categorías: de acuerdo con su finalidad (en estructurados y no estructurados), su utilidad y su formato. Asimismo, este libro contiene una gran variedad de materiales didácticos novedosos que pueden ser utilizados en los distintos grados, de acuerdo con el objeto que se persigue con su implementación en el aula.

En tercer lugar, en cuanto a los fundamentos del desarrollo humano y el conocimiento sobre éste que manifiestan los profesores, Vargas et al., (2021) realizaron una propuesta de formación docente para profesores de preescolar que permita la articulación de conocimientos de las artes plásticas y el pensamiento matemático infantil sobre regularidades y patrones, hallando como resultados la falta de articulación existente entre las tareas expuestas en las planificaciones docentes y los conocimientos del desarrollo humano por parte de los maestros participantes, vislumbrando de esta manera la importancia de conocer el desarrollo evolutivo de los infantes, teniendo en cuenta que cuando se diseñan las tareas, es fundamental considerar las habilidades a desarrollar y algunos estudios concernientes a los conocimientos que pueden ser capaces de adquirir los niños de 5 a 6 años.

Estas investigaciones son fundamentales para este trabajo de grado, ya que el objetivo principal se enfoca al diseño de tareas y materiales didácticos manipulativos y digitales, cuyos argumentos son utilizados en este proyecto. En este sentido, las tareas diseñadas contemplan las fases de planificación y los siete elementos que debe contener una tarea, planteados por Gómez et al. (2018), las cuales han sido elaboradas considerando los fundamentos de la Teoría del desarrollo humano, propuestos por Vargas et al. (2021), y en cuanto a los materiales didácticos son utilizados los constructos de Flores et al. (2011). Estos estudios resultan de mucha utilidad, pues guían el trabajo a realizar, teniendo en cuenta que los documentos analizados en los apartados anteriores, aunque presentan varios ejemplos específicos de tareas y materiales con patrones de repetición, no utilizan ninguno de estos fundamentos en su elaboración.

CAPITULO 2. MARCO CONCEPTUAL

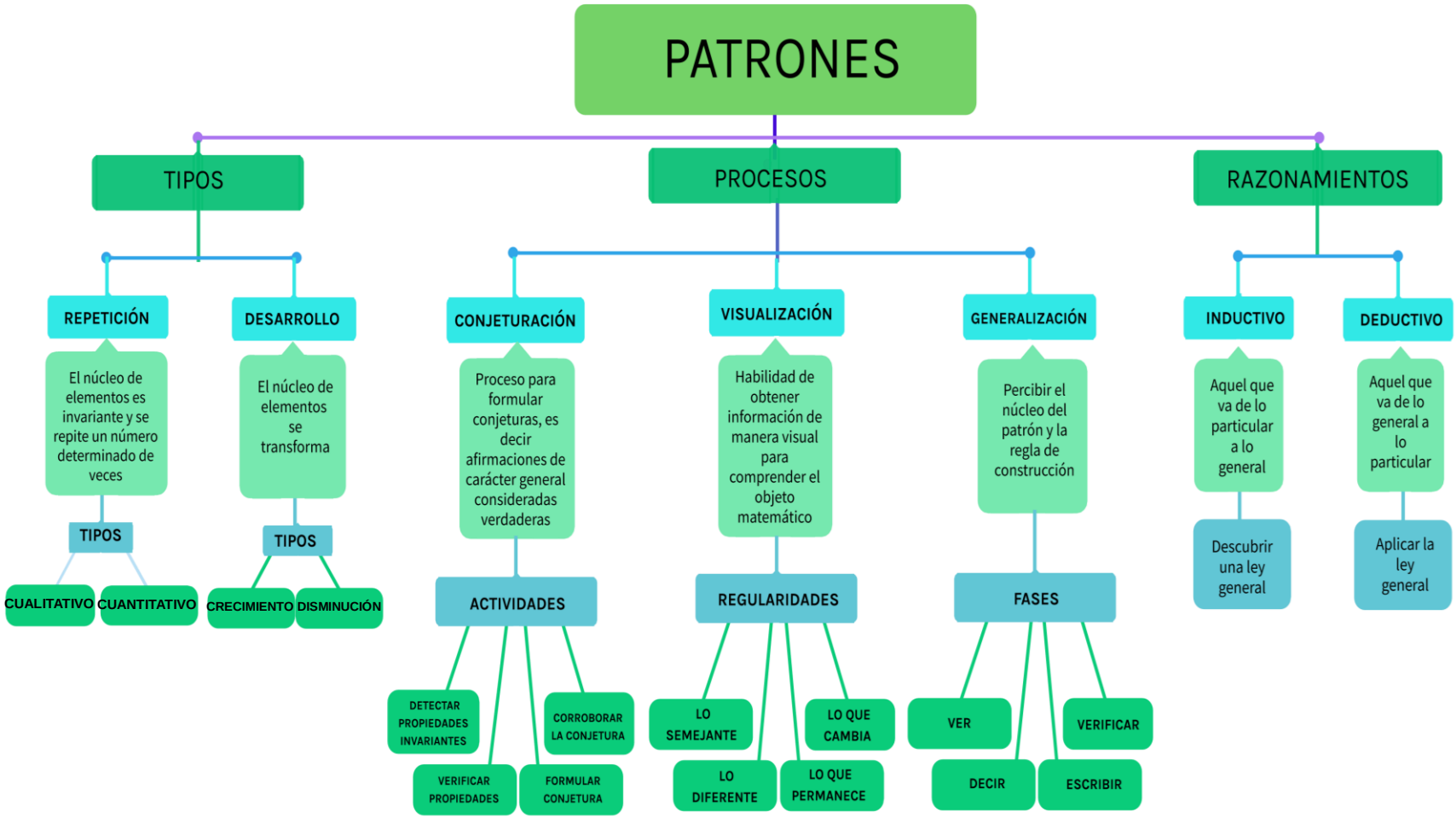
Este capítulo se encuentra dividido en tres apartados: *Red conceptual de patrones, Red en torno a tareas con patrones de repetición* y *Explorando el aprendizaje y la evaluación*. En el primer apartado, se presenta el desarrollo de la red conceptual en torno al objeto matemático, patrones, sintetizados en el Esquema 1, en el cual se exponen cada uno de los conceptos relacionados al mismo. En el segundo, se presenta la red conceptual en torno a tareas enfocadas al Álgebra temprana, con sus respectivas descripciones, señalados en el Esquema 2. El tercero, por su parte, contiene los conceptos acerca del aprendizaje y la evaluación, cuyos fundamentos son considerados en el presente trabajo.

Red conceptual de patrones

Este apartado se desarrolla a partir del Esquema 1, el cual reconoce tres elementos importantes para la comprensión de los patrones: tipos de patrones, procesos asociados y razonamientos involucrados.

Esquema 1

Red conceptual de patrones



Nota. Elaboración Propia

A continuación, se describen cada uno de los elementos presentes en la red conceptual representada en el Esquema 1, comenzando por la definición de patrón, para continuar con los tipos y subtipos de patrones, como también, algunos de los procesos involucrados en ellos: la visualización, la conjeturación y la generalización. Asimismo, se exponen los razonamientos que se consideran necesarios en estos. Al respecto, se aclara que se presentan los conceptos de patrones de desarrollo y patrones de repetición cuantitativos, de modo a percibir las diferencias con los demás tipos de patrones, teniendo en cuenta que, en este trabajo, se utilizarán únicamente los patrones de repetición cualitativos.

En este sentido, constituyen un *patrón*, aquellos hechos o sucesos repetidos regularmente, que pueden volver a reiterarse en otras ocasiones (Castro et al., 2010). Los patrones son sucesiones de signos, que pueden ser orales, gráficos, gestuales, u otros; construidos en base a una regla que describe la regularidad de repetición en una sucesión, donde la unidad que se repite es el *núcleo* que lo conforma, pudiendo estar formada por números, objetos, movimientos, sonidos u otros elementos, que se repiten reiteradas veces (Bressan y Gallego, 2010; Castro y Castro, 2016, citado en Vargas et al., 2021).

Por su parte, Acosta et al. (2022b) consideran que “un patrón es una secuencia de elementos ordenados que se rige por una organización replicable determinada” (p. 92). A propósito, Castro (2013) menciona que un patrón es generado mediante un núcleo que se repite constantemente o que crece o decrece progresivamente. De acuerdo con lo propuesto por los autores referenciados, se considera que hay una clasificación de patrones, la cual se describe a continuación.

Tipos de patrones

Existen diversas clases de patrones en torno a los autores analizados, en tanto que, en este

trabajo de grado serán mencionados dos, que se consideran son principales: los patrones de repetición y de desarrollo (Castro y Castro, 2016, citado en Vargas et al., 2021). Así mismo, se presentan las subdivisiones que contienen cada uno de ellos.

- **Patrones de Repetición**

Son aquellos cuyos elementos del núcleo se repiten un número determinado de veces, de forma periódica, donde los elementos que componen dicho núcleo son invariantes, pudiéndose crear diferentes tipos de patrones teniendo en cuenta la estructura del núcleo que lo conforma. Por ejemplo, si el núcleo es de tipo AB, significa que se repiten dos elementos de manera alternada: rojo-azul, rojo-azul… En cambio, si el núcleo es de tipo ABC, significa que se repiten tres elementos: 1-2-3, 1-2-3..., ya que es el núcleo el que determina la forma de construcción de la sucesión (Bressan y Gallego, 2010). En los patrones de repetición, también denominados *reiterativos*, el núcleo es la secuencia de elementos que se repite constantemente una y otra vez (Castro y Castro, 2016, como se citó en Vargas et al., 2021; Morales, 2018).

Para Moreno (2015), los patrones de repetición "son patrones en los cuales existe una unidad de repetición discernible de una estructura cíclica, que puede ser generada por la aplicación repetida de una pequeña porción del patrón" (p. 35), donde pone de ejemplos patrones cuyos elementos del núcleo pueden ser acciones, figuras geométricas, sonidos, etc.

En la Figura 1 se muestran dos ejemplos de patrones de repetición, donde el núcleo se mantiene invariante respecto a su composición inicial.

Figura 1

Patrones de repetición

Nota. Ejemplos adaptados de Morales (2018, p. 22, figura 2.3).

Los patrones de repetición pueden clasificarse de acuerdo con los atributos de los elementos que componen su núcleo, pudiendo ser cualitativos y cuantitativos (Morales, 2018).

- ✓ **Patrones de Repetición Cualitativos**

Son aquellos cuyo núcleo de repetición está formado por elementos que presentan características o atributos cualitativos, es decir, presentan cualidades sensoriales como el color, tamaño, forma, textura, olor, etc. (Alsina, 2006, como se citó en Morales, 2018).

En las Figuras 2, 3, 4, y 5 se presentan ejemplos que muestran algunas variaciones posibles en cuanto a cantidad de elementos y atributos cualitativos presentes en el núcleo.

Figura 2

Patrón de repetición de 2 elementos en el núcleo con variación de un atributo: el color

Nota. Ejemplo adaptado de Morales (2018, p. 22, figura 2.2).

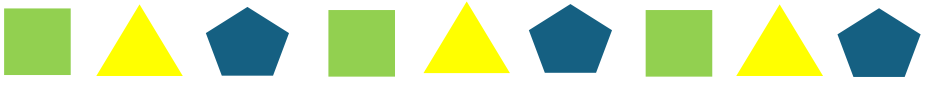
Figura 3

Patrón de repetición de 3 elementos en el núcleo con variación de un atributo: el tamaño

Nota. Ejemplo adaptado de Morales (2018, pp. 75-76, según niveles de complejidad).

Figura 4

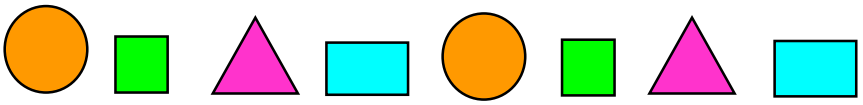
Patrón de repetición de 3 elementos en el núcleo y variación de 2 atributos: forma y color



Nota. Ejemplo adaptado de Morales (2018, pp. 75-76, según niveles de complejidad).

Figura 5

Patrón de repetición de 4 elementos en el núcleo con variación de tamaño, color y forma



Nota. Ejemplo adaptado de Morales (2018, pp. 75-76, según niveles de complejidad).

- ✓ **Patrones de Repetición Cuantitativos**

Son aquellos cuyo núcleo del patrón se encuentra formado por elementos que presentan características o atributos cuantitativos como cantidades y números (Alsina, 2011, como se citó en Morales, 2018). En la Figura 6 se puede observar un ejemplo de este tipo de patrón.

Figura 6

Patrón de repetición cuantitativo

1 2 3 4 1 2 3 4 1 2 3 4

Nota. Este ejemplo es adaptado de Morales (2018, p. 23).

- ❖ **Patrones de desarrollo**

Los patrones de desarrollo son aquellos cuyo núcleo del patrón se transforma, pudiendo presentar un crecimiento o una disminución de sus elementos, dependiendo de la regla que lo conforma. Estos se clasifican en patrones de crecimiento y de decrecimiento (Castro-Rodríguez y Castro, 2016, como se citó en Morales, 2018).

Procesos asociados

Dentro del trabajo con patrones de repetición, se presentan distintos procesos que permiten fomentar el desarrollo del pensamiento algebraico. En este sentido, algunos de estos procesos que serán trabajados en este proyecto se describen a continuación.

- **Proceso de Visualización**

El proceso de visualización se apoya en la integración de procesos de representación mental de objetos bi y tridimensionales, como también de las relaciones y transformaciones presentes que sean observadas en construcciones y manipulaciones, que permitan obtener conclusiones por medio de ellas (Bonilla et al., 2012; Camargo et al 2022).

En este sentido, Hershkowitz et al. (1990, como se citó en Gal y Linchevski, 2010) consideran que la visualización es la habilidad de obtener información adquirida de manera visual, para transformarla, representarla, comunicarla, generalizarla, documentarla y analizarla, que permite comprender el objeto matemático. De manera similar, Presmeg (1992, 1997, citado por Gal y Linchevski, 2010) menciona que la visualización es un proceso que permite la transformación y construcción visual de una imagen mental, que representa una información espacial o visual.

En este contexto, se considera que la visualización es un proceso necesario y válido en matemáticas, pues permite comprender, interpretar y producir razonamiento inductivo a partir de situaciones dadas y dotar de significado distintos fenómenos del contexto matemático, asimismo, permite entender el razonamiento deductivo que posibilitará el trabajo algebraico más tarde (Bressan y Gallego, 2010). Para Álvarez-Alfonso et al. (2014) la visualización está fundamentada en los esquemas mentales previos que posee el sujeto observador, quien, al visualizar un objeto matemático, puede reconocer sus atributos como también su forma de relacionamiento. El proceso de visualización de un patrón permite a los estudiantes identificar lo que varía y lo que no, de manera predecible, es decir, percibir regularidades presentes, pudiendo identificar el patrón y la regla que permite calcular los términos que siguen en la secuencia (Mason, 1985, como se citó en Moreno, 2015). En este sentido, las *regularidades* son aquellas

características que se pueden apreciar en los diferentes elementos del contexto y que permiten percibir lo que cambia, lo que permanece, las diferencias y las semejanzas, las cuales se presentan en un orden regular (Vargas et al, 2021). Descubrir regularidades desde edades tempranas, facilita el desarrollo del pensamiento matemático, ya que, al observar regularidades se busca un patrón válido para otros casos similares que se tienden a generalizar mediante el razonamiento inductivo (Cortez, 2017, citado en Vargas et al., 2021). Así mismo, Bressan y Gallego (2010) consideran que un contenido procedimental y transversal lo constituye la búsqueda de regularidades, pudiendo utilizarse en todas las disciplinas, ya que la ciencia misma se construye en base a la investigación de regularidades y sus posibilidades de generalización.

- **Proceso de Conjeturación**

El proceso de conjeturación es aquel que tiene como objetivo, formular conjeturas. Una *conjetura* es una afirmación considerada cierta por la persona que emite el juicio, aunque ésta, no esté aún demostrada (Cañadas et al., 2008). Así mismo, la conjetura es un enunciado que tiene carácter general, construido a través de la visualización, exploración y análisis de indicios de un hecho matemático, formulada como un enunciado hipotético, validado posteriormente, en un sistema teórico (Samper et al., 2013; Camargo et al., 2022).

Para formular una conjetura, se utiliza la proposición condicional de la forma “si, entonces”, obtenida mediante evidencias empíricas y observación de regularidades presentes en un objeto matemático (Velandia y Miranda, 2014). En este sentido, para Escobar et al. (2013), en primaria, una proposición elaborada como solución a un problema, es considerada conjetura, aun cuando la misma, no sea expresada como una condicional. Para Bernoulli (1713, como se citó en Huerta, 2020) “conjeturar sobre algo es, también, medir su probabilidad” (p 88), ya que las conjeturas están normalmente presentes en nuestro contexto cotidiano y que excepto los

conocimientos formales de las Matemáticas, todos los conocimientos consisten en conjeturas.

Por otro lado, para Álvarez-Alfonso et al. (2014) el proceso de conjeturar se realiza a partir de la observación de objetos matemáticos y sus relaciones, y mediante la realización de experimentos, ensayos y exploraciones sobre los mismos, para expresar afirmaciones sobre las propiedades que poseen y formular conjeturas. Por conjetura consideran como una observación realizada por una persona que no duda de su verdad.

En este contexto, Camargo et al. (2022), Samper et al. (2013) y, Velandia y Miranda (2014) asumen que este proceso posee ciertas actividades, consideradas como acciones propias de la conjeturación: detectar las propiedades invariantes, mediante una exploración empírica del objeto o fenómeno matemático; verificar las propiedades, a fin de comprobar las propiedades halladas en la exploración; formular una conjetura, mediante la elaboración de un enunciado condicional utilizando términos matemáticos; y corroborar la conjetura formulada, de modo a verificar si el antecedente y el consecuente poseen todas las conclusiones posibles.

- **Proceso de Generalización**

La generalización es una actividad empírica inductiva donde se recolectan diversos ejemplos que sistematizan una regularidad presente en ellos (Polya, 1945, como se citó en Morales, 2018). Para Cañadas y Castro (2007, como se citó en Morales, 2018) “la generalización es cuando un alumno relaciona el patrón identificado con una regla general y no solo para algunos casos” (p. 29). Generalizar significa percibir un objeto progresivamente, analizarlo y observarlo. Una de las formas más significativas que permite a los estudiantes acercarse a situaciones que favorezcan el desarrollo del pensamiento algebraico e introducir el álgebra en la escuela, es la generalización de patrones (Radford, 2010b, Radford, 2013b, 2015a, como se citó en Vergel y Rojas, 2018). Para Morales (2018) el núcleo central del álgebra lo constituye la

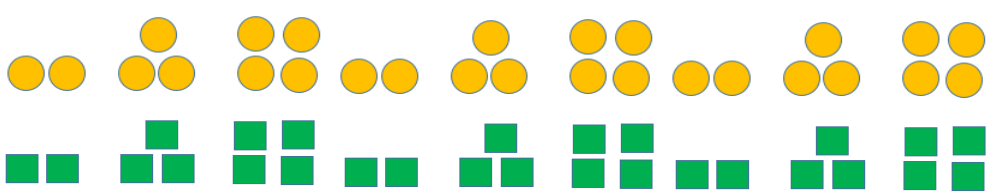
generalización, considerada como elemento fundamental del pensamiento algebraico, trabajado a través de patrones de repetición. Vargas et al. (2021), mencionan que, para el desarrollo del pensamiento algebraico, el trabajo con patrones es fundamental, ya que permite llegar a generalizaciones, siendo esencial el reconocimiento de patrones en la habilidad de generalizar.

Por su parte, Papic et al. (2011) afirmaron que, "cada patrón es un tipo de generalización en el sentido de que implica una relación que es igual en todas partes" (p. 240). En este sentido, mencionan que, al trabajar con patrones de repetición, en preescolar, dicha relación puede percibirse fácilmente, ya que las unidades de repetición entre los elementos sucesivos son idénticas, es decir, por ejemplo, cuando un niño puede reconocer que la estructura de la unidad de repetición es la misma, aun cuando estos sean construidos con materiales diferentes. Zapatera (2018), en tanto, sugiere que es factible introducir el álgebra desde los primeros años, considerando a la generalización de patrones como una de las vías más eficaces para lograrlo.

En el contexto de los patrones, la generalización permite percibir el núcleo del patrón y su regla de construcción, obteniendo un patrón que puede ser utilizado en otros casos similares, es decir, válido y aplicable en otras situaciones (Bressan y Gallego, 2010). Un ejemplo de generalización de patrones lo constituye la Figura 7, donde el primer patrón compuesto por círculos naranjas se puede utilizar para construir otro patrón con cuadrados verdes, manteniendo la estructura de estas. Es decir, la generalización es aplicable a otros casos.

Figura 7

Generalización de patrones



Nota. Elaboración propia

La generalización, como vía de acceso al pensamiento algebraico, presenta cuatro fases que preparan al estudiante para aprender significativamente (García, 2011; Mason et al., 2014; Moreno, 2015; Pineda, 2021). Estas fases son: ver, decir (describir o expresar), escribir (registrar) y verificar (probar validez), las cuales se describen en la siguiente tabla.

Tabla 1

Fases de la generalización

Fases	Descripción
Ver	Se caracteriza por el proceso mental por medio del cual se puede identificar la estructura del patrón y sus elementos, sean números, formas, figuras, etc., distinguiendo lo que se mantiene invariante en cada situación.
Decir, describir, expresar	Permite comunicar y describir oralmente las características, relaciones, diferencias, semejanzas, que se han percibido en la fase 1.
Escribir, registrar	Se caracteriza por comunicar de manera escrita los hallazgos obtenidos en las fases anteriores, pudiendo realizarse por medio de dibujos, gráficos, símbolos alfanuméricos y otros, dependiendo de la capacidad de los estudiantes.
Verificar	Esta fase permite verificar las conjeturas, relaciones o propiedades analizadas en las tres primeras fases, ratificando si se cumple o no cada situación.

Nota. Información tomada y adaptada de García (2011) y Pineda (2021).

Razonamientos involucrados

En esta sección se presenta la definición de razonamiento de modo a comprender sus tipos. En este contexto, el *razonamiento* es un proceso mental del pensamiento humano que permite comprender hechos, sucesos o ideas para reflexionar, sacar conclusiones, juicios o argumentos. Bressan y Gallego (2010) entienden por "razonamiento los procesos de pensamiento que permiten la extracción de conclusiones a partir de cierta información" (p. 9). Los razonamientos se clasifican en inductivo y deductivo.

- **Razonamiento Inductivo**

Es el aquel que va de lo particular o específico, a lo general, es decir, aquel que se origina de eventos, sucesos o fenómenos específicos y a partir del análisis de los mismos se establece una conclusión o ley general, aplicable a todos los casos similares. Castro et al. (2010) citando a Pólya (1945) argumentan que el razonamiento inductivo es considerado como un razonamiento natural que permite, a partir de la observación de ciertos casos particulares, descubrir una ley general. En este sentido, Castro et al. (2010) proponen siete pasos para trabajar el razonamiento inductivo a saber: Trabajar con casos particulares, organizar dichos casos, identificar patrones, formular conjeturas, justificarlas, generalizarlas y demostrarlas. Para estas autoras, es imprescindible el sexto paso, es decir, la generalización, ya que consideran que los demás no tienen el mismo peso ni esfuerzo en su ejecución.

- **Razonamiento Deductivo**

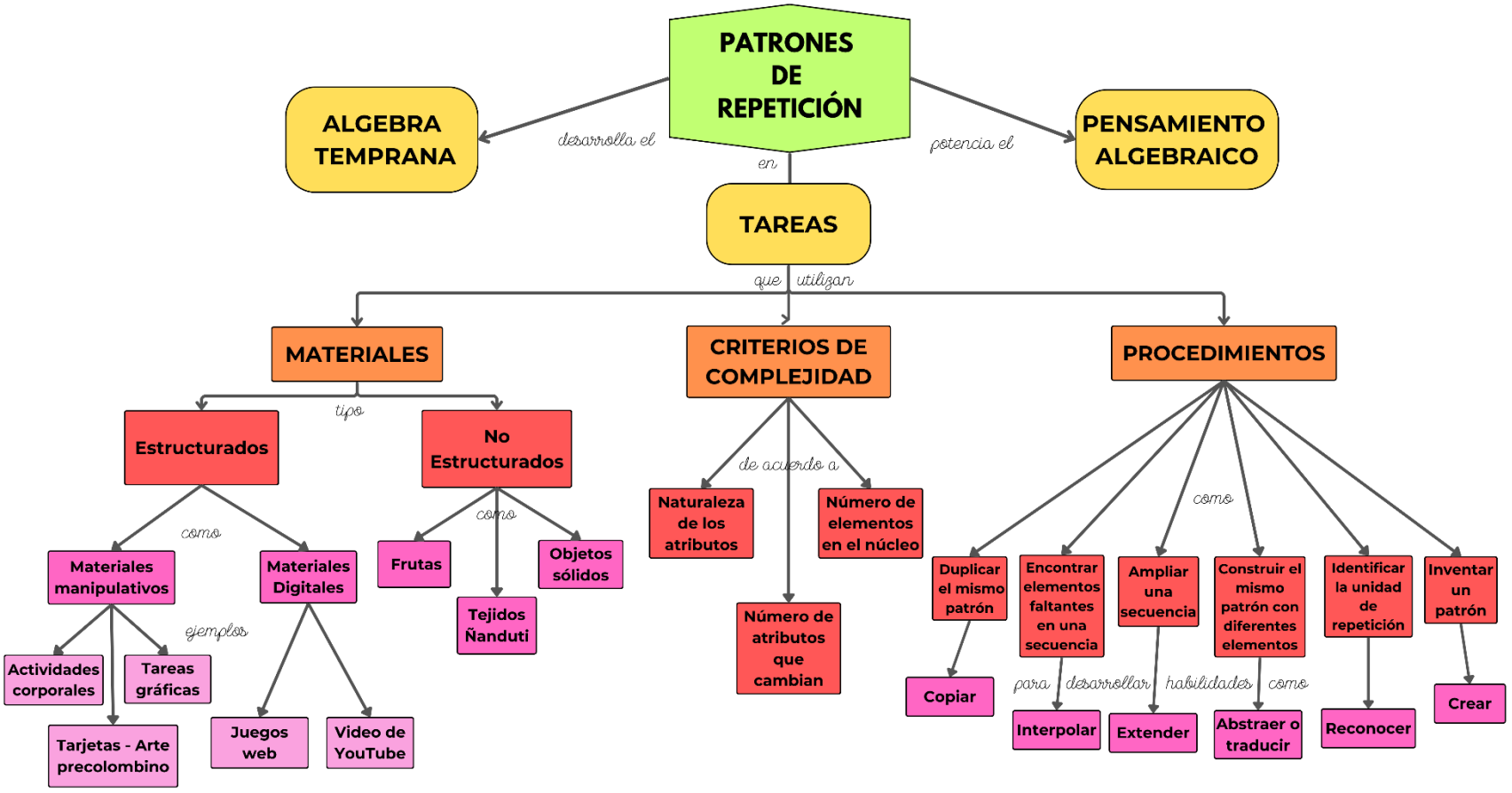
Es el razonamiento que va de lo general a lo particular o específico, es decir aplica leyes y principios generales a casos particulares. Se basa en la aplicación de conceptos, procedimientos y reglas a situaciones dadas, donde Bressan y Gallego (2010) consideran que "implica la aceptación de una cuestión general para extraer conclusiones relativas a casos particulares" (p. 9), es decir, por ejemplo, aplicar teoremas o postulados a casos específicos.

Red en torno a tareas con patrones de repetición

En este apartado se presenta la red acerca de las tareas que involucran los patrones de repetición enfocadas al Álgebra temprana y al desarrollo del pensamiento algebraico, sintetizados en el Esquema 2, en donde se especifican los materiales a ser utilizados en cada una de ellas. Así también, se exponen los criterios de complejidad que se consideran, los procedimientos que comprenden y las habilidades que se generan.

Esquema 2

Red en torno a tareas con patrones de repetición



Nota. Elaboración Propia

A continuación, se exponen cada uno de los elementos presentes en el Esquema 2, relacionados a los fundamentos teóricos relacionados con el álgebra temprana, el pensamiento algebraico y las tareas.

Álgebra temprana

Álgebra temprana, también conocida como *Early algebra*, es una propuesta de cambio curricular que surge del trabajo de Kaput y colaboradores (1998, 2000), la cual resalta la importancia de algebrizar el currículum de las matemáticas desde los primeros años escolares, permitiendo la integración del pensamiento algebraico a la educación matemática (Kaput, 2000, como se citó en Vergel y Rojas, 2018), ya que esta propuesta, ayudarían a superar las dificultades que se presentan en niveles superiores (Morales, 2018).

La introducción temprana de los patrones, como elementos algebraicos, son considerados fundamentales para construir nociones algebraicas en los estudiantes, pues para Kaput (1998), la propuesta *Early algebra* posee un gran potencial para lograrlo.

En este contexto, Blanton et al. (2011), Kaput (2000), Molina (2006, como se citaron en Morales, 2018) plantean que, dentro de esta propuesta, los patrones y la generalización son elementos claves para introducir el álgebra a temprana edad, ya que consideran que los niños, desde los primeros cursos, son capaces de desarrollar diversas tareas que involucran nociones algebraicas, y desde esta propuesta se plantea un cambio en la manera de abordar los contenidos matemáticos, incentivando la capacidad de los estudiantes para que puedan actuar y pensar en objetos, situaciones y estructuras matemáticas. Por su parte, Pincheira y Alsina (2021) consideran que el Álgebra temprana es:

La capacidad de desarrollar modos de pensamiento algebraico durante las primeras

> edades en situaciones vinculadas tanto al álgebra propiamente como a otras áreas del currículo de matemáticas, tales como números, geometría, medida, etc. Para empoderar estos modos de pensamiento algebraico, se debería capacitar a todos los niños y niñas de Educación Infantil para experimentar con elementos u objetos a partir del reconocimiento de atributos con el propósito de establecer relaciones (clasificaciones, ordenaciones, correspondencia, etc.), realizar seriaciones a partir de patrones de repetición (identificación, construcción y representación del patrón) y describir cambios cualitativos y cuantitativos (pp. 175-176).

Dentro de los objetivos de esta propuesta curricular, Blanton y Kaput (2005, como se citó en Morales, 2018) plantean "la identificación de patrones y el establecimiento de relaciones y propiedades matemáticas, en un ambiente de aula que invite a explorar, modelizar, predecir, discutir, generalizar y argumentar sobre las relaciones matemáticas" (p. 30), donde se debe enfatizar el trabajo con patrones para incentivar el Álgebra temprana. En este contexto, la propuesta *Early algebra*, según Carraher et al. (2006, como se citó en Morales, 2018), puede ser guiada en torno a tres aspectos a considerar. En primer lugar, considera la generalización como el corazón del pensamiento algebraico, en segundo, que las operaciones de aritmética pueden considerarse, funciones y, en tercer lugar, considerar el simbolismo algebraico.

Para la *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM, 2000, como se citó en Pincheira et al., 2022) "la enseñanza del álgebra desde la Educación Infantil permite que los maestros puedan ayudar a los alumnos a construir una sólida base de comprensión y experiencia, como preparación para un trabajo más complejo en álgebra en los niveles medios y en la escuela secundaria" (p. 3), razones por las cuales, se considera fundamental la introducción de esta propuesta desde los primeros años escolares, lo cual requiere de parte los maestros la capacidad

de atender a los objetivos que plantea la propuesta, de modo a conducir la enseñanza de manera efectiva, utilizando tareas matemáticas adecuadas a los contenidos de dicha propuesta.

Por su parte, Molina (2009, como se citó en Morales, 2018), considera que la propuesta *Early algebra* posee un "potencial exclusivo para enriquecer la aritmética" (p.31), a partir del desarrollo del pensamiento algebraico desde los primeros niveles educativos, lo cual resalta esencial, pues permite conectar la aritmética con el álgebra.

Pensamiento algebraico

Para comprender mejor el concepto de pensamiento algebraico, se comienza presentado la definición de *pensamiento* planteada por Radford (2006, p. 123, citado en Vergel y Rojas, 2018), quien expresa que "es sobre todo una forma de re-flexión activa sobre el mundo, mediatizada por artefactos, el cuerpo —a través de la percepción, gestos, movimientos, etc., el lenguaje, los signos, etc." (p. 45), lo cual permite analizar situaciones y fenómenos del mundo que nos rodea. En este contexto, el pensamiento matemático permite una reflexión matemática, enfatizando ideas sobre la forma, la medida, el número, el espacio, el tiempo, etc. (Radford, 2006, como se citó en Vergel y Rojas, 2018), donde se considera al *pensamiento algebraico* como un "tipo específico de pensamiento matemático" (p. 46) que puede ser trabajado desde los primeros grados, permitiendo la identificación de estructuras, las relaciones existentes entre las cantidades, la justificación, modelización, el cambio, la resolución de problemas.

El pensamiento algebraico es un proceso por medio del cual se puede construir relaciones matemáticas generales que van evolucionando con el paso del tiempo, volviéndose cada vez más sofisticadas, y es considerado un hábito de la mente que permite construir, justificar y expresar conjeturas acerca de las relaciones matemáticas y su estructura (Blanton y Kaput, 2004; Soares et al., 2005, citados en Morales, 2018).

Aquel pensamiento que no diferencia uso o no uso de notaciones, sino que permite razonamientos específicos, es el pensamiento algebraico (Radford, 2011, como se citó en Morales, 2018), pues permite pensar en cantidades indeterminadas, incógnitas o variables, como si fueran conocidas, para realizar cálculos como se hace normalmente con cantidades conocidas.

El pensamiento algebraico, en las primeras edades escolares, se inicia a través del proceso de generalización (Papic et al., 2011), donde los infantes ya pueden adquirir conocimientos relacionados con nociones algebraicas elementales: clasificaciones de objetos, el reconocimiento de patrones repetitivos, el uso de representaciones de relaciones numéricas, entre otras (Acosta y Alsina, 2022; Castro et al., 2017; Rittle-Johnson et al., 2019, citados en Pincheira et al., 2022).

En el siguiente apartado, se presenta el concepto de tarea junto con los aspectos que involucra: materiales y tipos de materiales, criterios de complejidad y procedimientos, los cuales se describen a continuación.

Tareas

Una tarea es, una demanda estructurada que posee un propósito de aprendizaje específico y un contenido matemático propuesto por el maestro a los estudiantes e incluyen varios elementos: requisitos, metas, formas de agrupamiento previsto, la utilización de los materiales y recursos, la temporalidad y las estrategias de interacción de los alumnos entre sí, y de éstos con el profesor (Gómez et al., 2018). Para estos autores, las tareas se clasifican en tareas de aprendizaje y tareas de evaluación, en tanto que para Flores et al. (2011), se clasifican en tareas de enseñanza y tareas de aprendizaje, donde estos últimos consideran que la enseñanza debe basarse, necesariamente, en tareas de enseñanza, pues éstas presentan una serie de actividades encaminadas a la obtención de un objetivo que provocan otra serie de actividades de aprendizaje en los estudiantes.

En esta tesis se consideran ambos conceptos, ya que por un lado se adoptan las tareas de enseñanza como lo proponen Flores et al. (2011) pues incluyen a la par, actividades de aprendizaje y los conceptos de Gómez et al. (2018), como tareas de aprendizaje, teniendo en cuenta los siete elementos que proponen estos autores.

Una tarea presenta una secuencia de actividades que deben ser explicadas estableciendo el orden de su distribución dentro de las sesiones de clases, siendo necesaria describirlas para poder analizarlas y/o modificarlas si fuera preciso (Gómez et al., 2018). Estos autores detallan cada uno de los elementos que debe tener una tarea, de la siguiente forma:

> Los requisitos son los conocimientos y destrezas necesarios para poder abordar la tarea. Las metas son los conocimientos y destrezas que se espera desarrollar con motivo de abordarla. La formulación es la instrucción (usualmente escrita) que se entrega a los estudiantes. Los materiales y recursos son las herramientas que los estudiantes pueden utilizar para abordar la tarea. El agrupamiento se refiere a las formas de organización de los estudiantes que se sugieren para resolver la tarea. La interacción tiene que ver con las formas en que se prevén que los estudiantes y el profesor interactuarán cuando se aborde la tarea. Finalmente, la temporalidad hace referencia a los momentos y tiempos en los que se atiende a las diferentes partes de la tarea (pp. 200-201).

En este contexto, las tareas requieren de materiales y recursos para hacer efectiva su implementación, razón por la cual, a continuación, se describe, además del concepto de los mismos, la clasificación correspondiente.

- **Materiales**

Los materiales y recursos son los medios que facilitan el trabajo de los estudiantes (Flores et al. (2011), constituyéndose en herramientas que les permiten abordar con éxito una tarea

(Gómez et al., 2018). Ambos autores diferencian estos conceptos de la siguiente manera: un recurso constituye cualquier medio no diseñado para la enseñanza, pero que es posible utilizarlo en el proceso de aprendizaje, en tanto que, un material es aquel que ha sido diseñado específicamente para un fin didáctico.

En este contexto, los materiales y recursos son elementos indispensables, pues juegan un papel de intermediarios entre los estudiantes y el conocimiento matemático, y generan motivación e interés por el aprendizaje, especialmente si se introduce un material nuevo, que crea en ellos, curiosidad y ganas de explorar, permitiendo resolver problemas a partir de la búsqueda de estrategias propias. Por esta razón, se debe realizar el análisis de los materiales y recursos que se emplearán en la tarea, teniendo en cuenta los aspectos propuestos por Gómez et al. (2018): acceso, preparación del profesor, preparación de los estudiantes, tiempo adicional, metas, demandas cognitivas, reto, errores, indagación, interacción, relevancia e interés, y expectativas afectivas.

Los materiales y recursos se clasifican en estructurados y no estructurados (Cascallana, 1988, citado en Flores et al., 2011). En este sentido, los primeros son aquellos diseñados específicamente con fines educativos, para la enseñanza, por ejemplo: el Geoplano, el dominó de fracciones, el libro de fracciones, etc., en tanto que los segundos, constituyen materiales que no han sido diseñados para el aprendizaje, pero que el profesor decide incorporarlos en la enseñanza, considerados por algunos autores como “recursos”. Por ejemplo, pizarrón, tiza, papel, lápiz, etc. En el caso del trabajo con patrones, se pueden utilizar ladrillitos, botellas, tapitas y otros.

Los materiales estructurados, a su vez, se pueden dividir en manipulativos y digitales, dentro de los cuales, los primeros son aquellos que son factibles de manipular, es decir operar

con las manos, por ejemplo: tarjeta de secuencias, hojas con actividades, juguetes; en tanto que los segundos, son aquellos creados con aplicaciones y plataformas web, por ejemplo: *Mobincube, Stencyl – Scratch, App Inventor* y *Kodular,* etc. (Pineda, 2021).

En este contexto, además de materiales y recursos, las tareas elaboradas contienen ciertos criterios que demuestran los grados de complejidad, los cuales se describen a continuación.

- **Criterios para los grados de complejidad**

Los patrones de repetición o reiterativos poseen distintos grados de complejidad, que dependen tanto de la variación de los atributos, es decir, las características presentes en sus elementos como de la extensión o número de elementos que posee el núcleo del patrón (Threlfall, 1999 y Zarkis y Liljedahl, 2002, citados en Morales, 2018).

El grado de complejidad en los patrones reiterativos es definido por tres criterios según las variables que intervienen en cada uno de los patrones (Castro-Rodríguez y Castro, 2016, como se citó en Morales, 2018). El primero corresponde a la *naturaleza de los atributos*, que corresponde a los cambios que se presentan en los atributos de los objetos que componen el núcleo. Por ejemplo: tamaño, color, forma, textura. El segundo corresponde al *número de atributos que cambian*, es decir, dependiendo de la cantidad de atributos que cambien dentro del núcleo. Por ejemplo: color y forma; tamaño y color; color, tamaño y textura, etc. El tercero y último corresponde al *número de elementos en el núcleo*, dependiendo de la cantidad de elementos que posea dicho núcleo. Por ejemplo: con dos elementos, tres o cuatro elementos.

Así mismo, además de materiales y criterios de complejidad, las tareas con patrones de repetición utilizan seis tipos de procedimientos, que generan ciertas habilidades en los infantes, los cuales se presentan seguidamente.

- **Procedimientos involucrados en el trabajo con patrones de repetición**

En el trabajo con secuencias, se pueden utilizar distintos procedimientos, para los cuales Pineda (2021) distingue cinco: reproducir, identificar, extender, extrapolar y trasladar. En tanto que para Pincheira et al. (2022), dichos procedimientos son denominados *tareas* y mencionan que, en el trabajo con patrones, éstas permiten desarrollar habilidades, dependiendo si se precisa o no reconocer la estructura o regla subyacente que la compone. Dichas tareas, son resumidas en la siguiente tabla.

Tabla 2

Procedimientos y habilidades para hacer patrones de repetición

Procedimientos - tareas	Habilidades
Duplicar el mismo patrón	Copiar
Encontrar elementos faltantes de una secuencia	Interpolar
Ampliar una secuencia	Extender
Construir el mismo patrón con diferentes elementos	Abstraer o traducir
Identificar la unidad de repetición	Reconocer la unidad de repetición
Inventar un patrón	Crear

Nota. Extraído de Pincheira et al. (2022, p. 5)

En este trabajo de grado se utilizará el término *procedimiento* para designar el tipo de tarea propuesta por Pincheira et. Al (2022) para trabajar con patrones de repetición. Así también, se utilizará únicamente uno de ellos, *ampliar una secuencia*, que pretende desarrollar la habilidad de *extender* un patrón dado, no así los demás procedimientos descriptos.

Explorando el aprendizaje y la evaluación

En este apartado se presentan concepciones relacionadas al aprendizaje y la evaluación que serán tomadas en cuenta en este trabajo, las cuales se describen a continuación.

Aprendizaje

En cuanto al aprendizaje, se consideran las dos metáforas planteadas por Sfard (2008), donde teniendo en cuenta la metáfora de la adquisición, el aprendiz adquiere conocimientos y construye significados y según la metáfora de la participación, se enfatizan las cualidades sociales, a partir de las cuales el estudiante se convierte en miembro de una comunidad matemática en acción, participando de cierta clase de actividades en un contexto social que enfatiza que el aprender matemáticas significa participar activamente del discurso matemático. En este contexto, podría considerarse la existencia de una tercera metáfora, resultante de la combinación de las anteriores, las cuales se describen en los siguientes párrafos.

- **Metáfora de la adquisición**

En la metáfora de la adquisición, Sfard (2008) y Meirieu (2009), consideran que los conocimientos se adquieren, tal como se menciona en *Collins Dictionary of the English Language*, donde aprender se define como “el acto de ganar conocimiento” (p. 26), y concuerda con los trabajos de Piaget y Vygotsky, en cuanto a la acumulación de conocimientos. Por consiguiente, el aprendiz es considerado el sujeto que construye significado y es poseedor de lo aprendido y el maestro el que entrega y facilita la adquisición de los conocimientos por parte del sujeto, para tenerlos disponibles para ser utilizados cuando él los requiera.

- **Metáfora de la participación**

Por otro lado, en cuanto a la metáfora de la participación, el aprendizaje implica

integrarse a una comunidad de acción, enfatizando que, para aprender matemáticas, el aprendiz debe convertirse en miembro de una comunidad matemática y pasar a ser parte de un equipo dentro del cual debe participar en ciertas actividades, dejando de lado su rol pasivo de acumulación de conocimientos; en tanto que, los profesores son los que reforman las prácticas y mantienen la continuidad del grupo. En este sentido, los estudiantes como miembros de una comunidad educativa tienen un rol activo en el aprendizaje, donde puedan valorarse sus intereses y necesidades como parte del equipo.

- **Combinación de las dos metáforas**

Las dos metáforas resultan más productivas si se utilizan conjuntamente, es decir, "cuando la metáfora de la adquisición y la metáfora de la participación se combinan tienen alta probabilidad de satisfacer todas nuestras necesidades sin perpetuar las desventajas de cada una de ellas" (Sfard, 2008, p. 36), teniendo en cuenta que debe haber un equilibrio entre las dos metáforas analizadas, ya que cada una aporta al desarrollo del aprendizaje desde distintos puntos de vista y cada una de ellas presenta, tanto ventajas como desventajas, puesto que ninguna de ellas es suficiente para cubrir la teoría global, sino para cubrir una pequeña parte.

Además de las metáforas anteriores, el aprendizaje requiere de un *enfoque comunicacional*. En este enfoque, se plantea que el discurso matemático debe practicarse persistentemente para que la comunicación matemática sea fluida y considera que la acción que permite desarrollar un discurso es aprender matemáticas. Dentro de esta idea plantea que el discurso y la comunicación son conceptos principales en el campo de la educación matemática, resaltando que, para tener éxito en el aprendizaje de las matemáticas, es de vital importancia la comunicación matemática (Sfard, 2008).

Evaluación

Evaluar es, asignar un valor, sea cuantitativo o cualitativo, permitiendo señalar el valor de algo (Chevallard, 2012). La evaluación es una herramienta que permite favorecer el aprendizaje, ya que, a través de ella, se puede constatar lo que los alumnos saben y lo que no, y poder encaminarlos hacia la adquisición de conocimientos, mediante la retroalimentación constante, involucrándolos de manera efectiva en el proceso y ajustando la enseñanza según las necesidades (López, 2013). En este sentido, la evaluación, según la mirada de Ortiz (2016), es considerado como "un proceso que se sigue a partir de la aplicación de instrumentos y el análisis de resultados que sirven de base para tomar decisiones" (p.5).

Una evaluación eficaz, concebida como parte integral del proceso de enseñanza y aprendizaje, permite conocer en qué medida la acción educativa propicia la adquisición de aprendizajes que les permitan a los estudiantes resolver situaciones de su vida cotidiana. Así también, permite tomar decisiones oportunas a fin de mejorar dicho proceso. La evaluación es flexible, integral, cooperativa y se da de forma continua, durante todo el proceso (MEC, 2005).

Dentro del nivel inicial, en Paraguay, el procedimiento de evaluación por excelencia lo constituye la observación, en tanto que los instrumentos de evaluación utilizados lo constituyen: la Lista de Cotejo (LC), el Registro de Secuencia de Aprendizaje (RSA), el Registro Anecdótico (RA), el Informe y el Portafolio de evidencias, los cuales permiten una valoración cualitativa de los aprendizajes, con base a criterios e indicadores de logros establecidos, permitiendo utilizar además los distintos tipos de evaluación, pudiendo ser autoevaluación, coevaluación, heteroevaluación y la unidireccional (MEC, 2004a, 2010). Los resultados de la evaluación son volcados en un informe final por etapa (periodo de adaptación, primera y segunda etapa), los cuales no inciden en la promoción de los estudiantes pues no poseen notas cuantitativas sino

cualitativas, que describen progresos y avances alcanzados por los niños en las distintas etapas del proceso educativo, además de recomendaciones para las familias en cuanto a los indicadores no logrados, donde se presentan sugerencias para que puedan ser alcanzados (MEC, 2004a).

A continuación, se describen los tres instrumentos que serán utilizados cuando sea implementado el proyecto en el 2025, en Paraguay, cuyas definiciones son extraídas del Fascículo de Evaluación del MEC (2010).

- ✓ **Lista de Cotejo (LC)**

Es un instrumento que permite evidenciar, en un solo momento, la presencia o ausencia de un conjunto de indicadores de logro, obtenidos mediante la observación de las actitudes, habilidades y destrezas que han adquirido los estudiantes en el proceso educativo.

- ✓ **Registro de Secuencia de Aprendizaje (RSA)**

Consiste en un instrumento que contiene un conjunto de indicadores que permite evidenciar, en diferentes momentos, la adquisición de aprendizajes por parte de los estudiantes, constatando la presencia o ausencia de actitudes, habilidades y destrezas.

- ✓ **Registro Anecdótico (RA)**

Es un instrumento que contiene la descripción de los comportamientos de los alumnos en diversas situaciones del contexto cotidiano, en el cual, se deja constancia de las observaciones realizadas al respecto.

CAPÍTULO 3. MARCO METODOLÓGICO

En este capítulo se presentan aspectos metodológicos considerados en este trabajo de grado. Inicialmente, se describe el enfoque, aproximación y estrategias utilizados en el estudio, para continuar con los ciclos y fases que contiene. Seguidamente, se expone las fases metodológicas del diseño de tareas y los criterios desde la teoría de desarrollo humano utilizados. Posteriormente, se presenta la descripción general de la estructura de las tareas elaboradas, los procedimientos y procesos considerados, dentro del cual se presentan tres cuadros: el Cuadro 1, que expone el resumen de la metodología utilizada en las siete sesiones de clases; el Cuadro 2, que contempla la estructura y grado de complejidad de las seis tareas manipulativas; y el Cuadro 3, que demuestra la estructura de la tarea con recursos digitales, prosiguiendo con la descripción de las reglas de composición de la estructura del patrón de repetición y la nomenclatura utilizada en ella, para representar la variación de los atributos. Se continúa con la justificación de los materiales utilizados, para finalizar el capítulo con las posturas asumidas en cuanto al aprendizaje y la evaluación, los cuales se exponen a continuación.

Enfoque, aproximación y estrategia

En este proyecto se utilizará el enfoque fenomenológico con una aproximación interpretativa (Camargo, 2021). Dentro de todos los enfoques, se considera el más adecuado para las tareas a ser elaboradas, pues permite describir, interpretar y explicar el fenómeno de indagación, en este caso, el trabajo con patrones, teniendo en cuenta que se pretende propiciar el desarrollo de la habilidad de *extender* una secuencia de patrones de repetición cualitativos, a través de tareas enfocadas a promover el desarrollo del pensamiento algebraico en edades tempranas, diseñadas a partir de la propuesta de cambio curricular Álgebra temprana.

En este sentido, dentro de este enfoque, los análisis serán realizados de manera a priori, a fin de construir algunos significados sobre las posibles acciones y discursos que se visualizan puedan presentarse en la implementación del proyecto, una vez estando de nuevo en Paraguay, teniendo en cuenta que no se llevará a cabo durante la elaboración de esta tesis y, por ende, tampoco se realizarán cuestionamientos ni trasformaciones posteriores a las prácticas.

Así mismo, en el marco de este trabajo, la aproximación interpretativa permitirá conocer los posibles aprendizajes que construyen los estudiantes de 5 y 6 años del Preescolar, como población beneficiaria, a futuro, de las tareas diseñadas, al utilizar el discurso matemático en sus interacciones durante la realización de tareas con patrones de repetición cualitativos, utilizando tanto materiales manipulativos como digitales, los cuales serán analizados de manera preliminar, delimitando los posibles alcances de la propuesta de tareas planteadas para este proyecto.

En cuanto a la estrategia, en este proyecto se realiza una aproximación a la "Estrategia de Diseño" expuesta por Camargo (2021), la cual responde a la pregunta: ¿Qué pasaría si..?, donde los investigadores tratan de responderla al indagar sobre un fenómeno en particular, de modo a hacer un análisis profundo del efecto de ciertos diseños sobre el mencionado fenómeno, en ámbitos socialmente complejos, al introducir algunas condiciones o circunstancias, las cuales permiten obtener evidencias sobre aspectos como el currículo, artefactos, materiales educativos, normas, etc. En este contexto, se asumen varias preguntas en torno a esta estrategia: ¿qué pasaría si se diseñan las tareas con patrones de repetición cualitativos utilizando materiales didácticos manipulativos? ¿Qué pasaría si se utilizan materiales didácticos digitales? ¿Se llegaría a fomentar el desarrollo cognitivo con las tareas propuestas? ¿Qué dificultades podrían presentarse? Cabe destacar que estas preguntas serán analizadas de manera a priori, por lo ya expuesto anteriormente.

Ciclos y fases del estudio

Dentro del estudio se enfatizan tres fases a considerar: revisión documental, diseño de tareas y análisis a priori, los cuales se describen a continuación.

En cuanto a la primera fase de *revisión documental*, se consultaron varios documentos que sirvieron como referentes teóricos y que guiaron el estudio realizado. Así, por ejemplo, con respecto a la conceptualización y el diseño de tareas, se asume los planteamientos de Gómez et al. (2018) y en cuanto a los materiales, se asume el trabajo de Flores et al. (2011). Así mismo, en cuanto al Álgebra temprana y las tareas diseñadas específicamente en torno a ésta, se consideran los ejemplos propuestos por Acosta et al. (2022a, 2022b, 2022c), Bressan y Gallego (2010), Morales (2018), Moreno (2015), Pincheira et al. (2022), Pineda (2021), Vergel y Rojas (2018), etc., quienes plantean enunciados sobre patrones de repetición que sirven de modelo para la elaboración de las tareas del presente trabajo. Así también, en cuanto a los distintos procesos, se consideran los fundamentos de Álvarez-Alfonso et al. (2014), Camargo et al. (2022), Morales (2018), Papic et al. (2011), entre otros.

En cuanto a la segunda fase de *diseño de tareas*, se realiza una propuesta de seis tareas con materiales manipulativos y una tarea con seis actividades digitales para el trabajo con patrones de repetición, teniendo en cuenta las conjeturas iniciales y la revisión bibliográfica realizada al respecto. Así también, dentro de esta fase, se realiza la descripción de los siete elementos en cada tarea elaborada, los cuales, ya fueron precisados anteriormente en el marco conceptual. Dichas tareas están enfocadas al trabajo con niños de 5 a 6 años, las cuales incluyen, además, la descripción e indicaciones del trabajo que pueden realizar los maestros de este nivel, como también los aspectos que contextualizan cada una de las actividades que realizarán los estudiantes de estas edades.

En la tercera y última fase, *de análisis a priori*, se establece, tal como dice su nombre, un análisis de manera anticipada, mencionando de qué forma y en qué medida se cree que la tarea contribuirá al logro de las metas propuestas, donde dicho análisis se realiza desde la perspectiva del maestro. Esta fase es presentada en el segundo apartado del capítulo 5, denominado *Reflexión acerca del alcance del diseño de las tareas y las dificultades en su realización.*

Vale recordar nuevamente, que, para efectos de esta tesis, no se realizará la experimentación de las tareas ni el análisis retrospectivo. En este sentido, se tiene pensado que para el año 2025 este proyecto pueda implementarse en mi lugar de trabajo, en Paraguay, teniendo en cuenta el compromiso asumido con el Estado.

Fases metodológicas del diseño de tareas

En este trabajo de grado se considera el *Modelo de análisis didáctico* originado en Gómez (2007, como se citó en Gómez et al., 2018). Este modelo sigue cuatro procesos que inicia con la planificación (análisis y diseño de tareas), continúa con la implementación, siguiendo con la evaluación y finaliza con el nuevo diseño. En este contexto, en esta tesis se realiza únicamente el primero, ya que no se realizará la implementación, ni los demás procesos involucrados.

En el proceso de planificación se tuvo presente que de varias fases: currículo de matemáticas, análisis de contenido, análisis cognitivo, análisis de instrucción y análisis de actuación (Gómez et al., 2018), enfatizamos en el *análisis de instrucción,* por ser una tesis de profundización enfocada al diseño de tareas, en tanto que las demás fases se realizó un acercamiento y las utilizamos de manera más flexible.

A continuación, se presenta el trabajo realizado en cada una de las fases.

Fase 1 - Currículo de matemáticas

Para iniciar el proceso de planificación se debe realizar una revisión curricular, para identificar ideas clave y usos de la teoría curricular y su normativa (Gómez et al., 2018). En esta fase se realizó el análisis del currículo paraguayo de nivel inicial, indagando el *Programa de Estudios de Jardín de Infantes y Preescolar* (MEC, 2004b), el *Marco Curricular* (MEC, 2005), *Reglamento del Nivel Inicial* (MEC, 2023), entre otros.

En el programa de estudios mencionado, se pudo confirmar que en la dimensión de Matemática no existen objetivos enfocados a trabajar la propuesta Álgebra temprana en este nivel, aunque si se constató la existencia de contenidos enfocados a trabajar algunos "conocimientos de naturaleza algebraica" (Alsina, 2019a, 2019b, p. 2), ya aludidos en la justificación del presente trabajo, por lo cual, esta tesis se constituye en una innovación para el currículum del nivel inicial del Paraguay.

Fase 2 - Análisis de contenido

El análisis de contenido busca identificar y organizar los distintos significados de un tema o concepto matemático, su estructura conceptual, fenomenología, representación e historia, y proporciona herramientas para analizar dicho tema concernientes a la dimensión conceptual de las matemáticas, lo cual permite organizar sus significados y utilizarlos, posteriormente, en la planificación local, ya que el análisis de contenido apunta a un tema matemático que se va a enseñar (Gómez et al., 2018).

En este sentido, dentro de este trabajo de grado se analizaron, en esta fase, los distintos conceptos involucrados en el Álgebra temprana, sintetizados en dos mapas, cuyos esquemas demuestran las relaciones existentes entre cada contenido abordado, los cuales son presentados en el Marco conceptual y guían el diseño de tareas presentado.

Fase 3 - Análisis cognitivo

El análisis cognitivo está orientado al aprendizaje del estudiante, desde una visión constructivista y funcional de las matemáticas, y provee herramientas metodológicas y conceptuales para que el profesor establezca las expectativas (competencias, capacidades y objetivos), las limitaciones (dificultades y errores) y previsiones de aprendizaje, como también los elementos afectivos que intervienen en el proceso educativo (Gómez et al., 2018).

Dentro del diseño de tareas elaborado, esta fase contempla los aportes de Sfard (2008) en cuanto a la combinación de las metáforas de aprendizaje y el enfoque comunicacional. Además, se presentan las metas propuestas en torno a las expectativas cognitivas, afectivas, como también los posibles errores y dificultades que puedan presentarse en las actividades de enseñanza y aprendizaje, los cuales están expuestos en la Tabla 6.

En esta fase, trabajada de manera rigurosa, adicionalmente se incorporan los fundamentos del desarrollo humano, teniendo en cuenta la importancia de considerar las características físicas y cognitivas que poseen los niños de 5 a 6 años, para diseñar tareas adecuadas a esta franja etaria, por lo cual, a continuación, se describen los criterios que se han tenido en cuenta en su elaboración.

Criterios del desarrollo humano utilizados en el diseño de las tareas.

Desde la Teoría del Desarrollo Humano, a partir de lo expuesto en Vargas et al. (2021), las tareas diseñadas en este trabajo de grado toman en consideración los fundamentos expuestos por estas autoras que exponen criterios enfocados a niños de Preescolar, de 5 a 6 años, los cuales se presentan en la siguiente tabla.

Tabla 3

Criterios para las tareas desde la Teoría del Desarrollo humano

Criterios del desarrollo humano	Tareas
Los niños, desde edades tempranas, pueden adquirir destrezas para inferir, predecir, comparar, deducir, ordenar, seriar, clasificar objetos según ciertos criterios, actividades consideradas necesarias para trabajar con patrones (Rodríguez y Castro, 2016, citado en Vargas et al., 2021)	Todas
Los niños de 5 a 6 años tienen la capacidad de predecir el elemento que sigue en la secuencia, dado que se encuentran en la etapa preoperacional y el juego simbólico, mediante el cual, el niño no necesita tener el objeto concreto para pensar en él.	Todas
Según NTCM (2003), se considera necesario trabajar con las regularidades y patrones, desde edades tempranas, pues son considerados contenidos transversales que ofrecen oportunidades para que los estudiantes puedan identificar, describir y crear patrones.	Todas
Trabajar con patrones favorece el desarrollo de habilidades para que los estudiantes puedan hablar de relaciones y conectar ciertos conceptos matemáticos con su contexto, ya que existe escasa diferencia entre el habla de niños de 5 a 6 años con el de un adulto.	Todas
La importancia de que los profesores utilicen el lenguaje de las matemáticas para la descripción de los atributos a ser observados, ya que los niños de 5 y 6 años son capaces de utilizar el nivel morfosintáctico. Esto permite a los niños reconocer y expresar el tipo de patrón por medio del lenguaje.	Todas Tarea 1 y 4
Según los estudios de las neurociencias, el cerebro crece rápidamente en el área frontal a los 5 y 6 años, lo cual permite que los niños de estas edades estén en condiciones de realizar diversas secuencias de acciones y, por lo tanto, encontrar con más facilidad las regularidades en los patrones, reconociendo los atributos de los elementos, sus semejanzas y diferencias.	Todas Tareas 2 y 3
El desarrollo de habilidades físicas y cognitivas favorecen la formación de la imagen corporal que el niño tiene de sí mismo, como también, potenciar su dimensión afectiva y las relaciones personales.	Tarea 3
El conocimiento del Arte precolombino y la utilización de imágenes de este arte, consideradas adecuadas para la identificación de regularidades y patrones, permite a los niños acercarse al conocimiento de distintas culturas, enriqueciendo la propuesta pedagógica, por ser éste, un material muy valioso.	Tarea 5 y 7
El desarrollo del pensamiento matemático se facilita al trabajar con regularidades, generalización y reconocimiento de patrones en edades tempranas (Cortez, 2017, citado por Vargas et al., 2021).	Tarea 6 y 7
Los niños de 5 y 6 años son capaces de manejar materiales maleables y algunas técnicas para la elaboración de obras y creaciones acorde a su edad, gracias al conocimiento del arte plástico (Sondereguer, 2000 citado en Vargas et al., 2021).	Tarea 6 y 7

Nota. Extraído de Vargas et al. (2021).

Además de lo anterior, Vargas et al. (2021), tomando las consideraciones de Castro y Castro (2016) y Alsina (2012), consideran que en edades de 5 a 6 años el conocimiento se construye teniendo en cuenta diversos aspectos que permiten desarrollar el pensamiento matemático, como se observa en la tabla siguiente.

Tabla 4

Desarrollo del pensamiento matemático en niños de 5 a 6 años

Tabla 1. Desarrollo del pensamiento matemático en edades de 5 a 6 años	
5 y 6 años	Las actividades de comparación, clasificación seriación son utilizadas en situaciones generales y en lo que respecta a distintos contenidos: magnitudes, cantidades, formas, organización del espacio y tiempo. La complejidad de los problemas es mayor y a veces intervienen dos criterios como clasificación o comparación de los objetos teniendo en cuenta dos atributos o propiedades. El trabajo con patrones, completar series respetando la regularidad, descubrir elementos que faltan en una sucesión o la percepción de las reglas del juego son actividades que benefician la toma de conciencia de la necesidad de respetar las reglas, verbalizarlas y empezar su elaboración. Los niños empiezan a desarrollar tanto la capacidad de anticipación del resultado de una acción como la capacidad de deducción, sacando consecuencias de sus asunciones anteriores y modificándolas si no son pertinentes. Existe la posibilidad de abordar el pensamiento inductivo.

Nota. Extraído de Vargas et al. (2021, p. 344)

Por su parte, Alsina (2019a) considera que el Álgebra temprana, en Educación Infantil, incluye ciertos conocimientos físicos que pretenden que los niños de 5 - 6 años logren identificar los atributos que poseen los objetos, los cuales son indispensables para desarrollar conocimientos matemáticos vinculados a los patrones, propios del Álgebra temprana. Para este autor, los infantes de estas edades son capaces de reconocer más de tres atributos en los objetos y representarlos gráficamente, entre otros.

Dichos conocimientos son presentados en la Tabla 5, a continuación.

Tabla 5

Conocimientos de Álgebra temprana para niños de 5 - 6 años

Tabla 4. Conocimientos de álgebra temprana en 5 - 6 años.

Identificar objetos algebraicos	Relacionar objetos algebraicos	Operar objetos algebraicos
Reconocimiento de más de tres atributos afirmativos o negativos de un objeto; identificación de un objeto a partir de diversos atributos. Uso de etiquetas afirmativas y negativas para representar gráficamente atributos. Reconocimiento del atributo común de una agrupación de elementos. Inicio de las agrupaciones definidas por dos atributos diferentes, afirmativos y simultáneos. Reconocer los elementos que contienen ambos atributos y los que no contienen ninguno de los dos. Reconocimiento de agrupaciones que forman parte de otras (noción de inclusión).	Clasificaciones diferentes de una misma agrupación de elementos, por criterios menos evidentes. Ordenaciones de hasta diez elementos por una cualidad, en sentido ascendente o descendente. Correspondencias cualitativas más complejas, como por ejemplo dominós de asociación de ideas, etc. Identificación del criterio usado en clasificaciones, ordenaciones y correspondencias cualitativas hechas. Inicio de la representación con flechas para expresar relaciones. Seriaciones a partir de patrones de repetición ABC: construcción, identificación y representación del patrón.	Introducción de los operadores neutros e inversos. Introducción de las cadenas de cambios.

Nota. Extraído de Alsina (2019a, p. 7)

Por otro lado, para considerar la estructura y grado de complejidad de los patrones expuestos en las diferentes tareas, Acosta et al. (2022c) citando a Lüken y Sauzet (2020) mencionan que “la dificultad del patrón con una estructura de repetición radica en la complejidad de la unidad que se repite de manera periódica” (p. 24), por lo cual un patrón de estructura AB es considerado el más fácil, en tanto que un patrón ABC o ABCDE es más difícil por contener más elementos en la unidad de repetición. Asimismo, citando a Sarama y Clements (2009), explican que la repetición de los mismos elementos en el núcleo, aumenta el grado de complejidad del patrón (por ejemplo, AAB). En este sentido, es conveniente la presentación gradual y combinada de patrones desde los 3 años, e ir aumentando la complejidad, sin dejar de utilizar los trabajados en años anteriores, resaltando que “los infantes de 5 años realizarán también tareas con patrones de núcleo AB, AAB y ABB” (p. 25), tal como se muestra en la siguiente imagen.

Imagen 3

Introducción de dificultad creciente en patrones de repetición para educación infantil

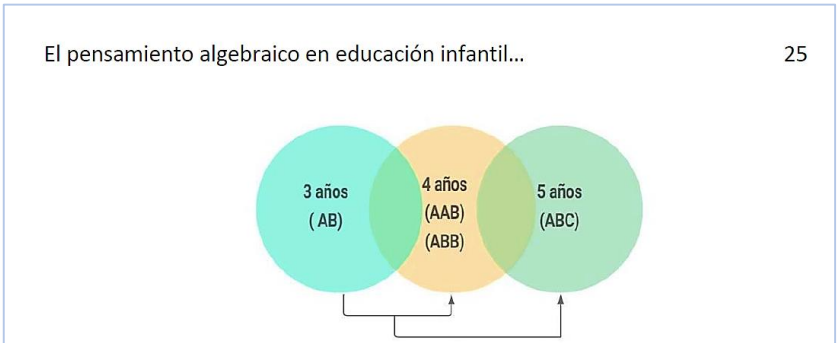


Figura 12. Introducción longitudinal de diversos tipos de patrones de repetición con una dificultad creciente.
Nota. Fuente: Elaboración propia.

Nota. Extraído de Acosta et al. (2022c, p. 25)

Todas las tareas elaboradas, utilizan los criterios del desarrollo humano, teniendo en cuenta las características del desarrollo físico y cognitivo de los infantes, los tipos de atributos y los criterios de complejidad de dificultad creciente, propuestos por estos autores.

Fase 4 - Análisis de instrucción

El análisis de instrucción está orientado a la enseñanza, desde una visión funcional de las matemáticas, consideradas como una herramienta útil que permite a los estudiantes resolver problemas de su vida cotidiana, donde se proponen herramientas conceptuales y metodológicas para diseñar, analizar, seleccionar y mejorar las tareas o secuencias de tareas que conforman la enseñanza de un tema matemático, objeto de dicha instrucción (Gómez et al., 2018)

En este contexto, en esta fase se realizó el diseño de tareas presentado en este trabajo de grado, las cuales fueron elaboradas tomando en consideración los siete elementos que proponen estos autores: requisitos, metas (cognitivas, afectivas, dificultades y errores), formulación, materiales y recursos, agrupamiento, interacción y temporalidad, organizados para trabajar el Álgebra temprana en Preescolar.

Fase 5 - Análisis de actuación

En el análisis de actuación se realiza el diseño de los distintos procedimientos e instrumentos que se utilizarán para evaluar el aprendizaje de los estudiantes, teniendo en cuenta las metas propuestas anteriormente. Así también, en esta fase se realiza la implementación de la planificación elaborada (Gómez et al., 2018).

En este sentido, dentro de esta fase se realizó el diseño de tres instrumentos de evaluación: Lista de Cotejo, Registro de Secuencias de Aprendizaje y Registro Anecdótico, teniendo como procedimiento la observación (MEC, 2004a), los cuales serán utilizados durante la implementación de las tareas, estando de nuevo en Paraguay.

Cabe destacar, nuevamente, que en esta tesis se realiza únicamente el proceso de planificación, ya que no se implementará durante el desarrollo del trabajo de grado, por lo cual no se tienen datos que analizar ni evaluar para realizar un nuevo diseño, que constituyen los otros procesos involucrados en el *Modelo de análisis didáctico*, propuestos por Gómez et al. (2018).

Descripción general de la estructura de las tareas, procedimientos y procesos

Como metodología de base, inicialmente se aclara que un día de clase se considera una sesión. En este sentido, el desarrollo de las clases se encuentra divida en siete sesiones en total (7 días), dentro de las cuales, en las primeras seis sesiones de clases se utilizan seis tareas con materiales manipulativos, es decir, un tipo de material para cada día, y una séptima sesión con materiales digitales, que contiene una tarea con seis actividades, donde una de ellas es un video de YouTube sobre el arte precolombino, denominado *El reto de los patrones ranitas y crustáceos* (Vargas y Vargas, 2021), elaborado por investigadoras colombianas, en tanto que, las cinco restantes, corresponden a tareas elaboradas en diferentes plataformas y aplicaciones web, como: Genially, Powtoon, Geogebra, y Wordwall, realizadas en el marco del presente trabajo de grado.

Cada una de las sesiones se encuentra dividida en varias partes, dependiendo de la dinámica de las actividades a ser realizadas en cada una de ellas, las cuales se resumen en el Cuadro 1.

En cuanto a los procedimientos para trabajar con patrones de repetición, existen varios. Sin embargo, en este trabajo de grado se considera únicamente el procedimiento denominado *ampliar la secuencia del patrón*, el cual pretende desarrollar la habilidad de *extender.*

Con respecto a los procesos asociados, este proyecto pretende trabajar la *visualización* mediante la observación de los atributos presentes en los distintos materiales que serán utilizados, de modo que los niños perciban lo que cambia, lo que permanece, lo semejante y lo diferente en ellos, como también puedan identificar la estructura del patrón y su núcleo. Así mismo, busca trabajar la *conjeturación*, al permitirle la libre manipulación de dichos materiales, de modo que realicen conjeturas según sus posibilidades. Así también, se aspira trabajar la *generalización* y sus fases, que se considera podrán atravesar las tres primeras: ver, decir, y escribir-dibujar, teniendo en cuenta que, en la sexta sesión, se prevé la realización de una tarea con actividades gráficas donde los niños deben dibujar los elementos para ampliar el patrón, ya que se considera que los infantes del preescolar son capaces de realizar dibujos inteligibles.

En este sentido, se considera, además, que en la séptima sesión correspondiente a la tarea digital, los niños podrán utilizar todos estos procesos (visualización, conjeturación y generalización, incluyendo las tres primeras fases) en las seis actividades digitales, teniendo en cuenta que ya han pasado de lo manipulativo a lo gráfico en las diferentes tareas propuestas, razón por la cual, en la cuarta parte de esta última sesión, además del análisis de las actividades realizadas, los niños podrán crear un patrón dibujando los elementos, para luego, ampliar la secuencia creada. A continuación, se presenta la metodología propuesta para las siete sesiones de clases con las siete tareas que involucran, resumidas en el Cuadro 1.

Cuadro 1

Resumen de la metodología de las sesiones

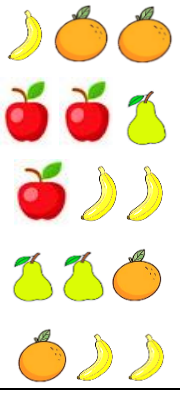
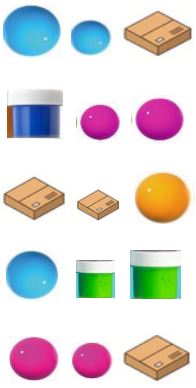
Tarea	Parte	Forma de trabajo	Actividades
1-Frutas	1°	Grupo completo - guía del maestro	Ampliar 2 secuencias de frutas
	2°	Trabajo en grupos de 4 integrantes	Ampliar una secuencia diferente en cada grupo
	3°	Grupo completo - Debate y evaluación	Presentación de los trabajos realizados
2-Objetos sólidos	1°	Grupo completo - guía del maestro	Ampliar 2 secuencias de sólidos
	2°	Trabajo en grupos de 4 integrantes	Ampliar una secuencia diferente en cada grupo
	3°	Grupo completo - Debate y evaluación	Presentación de los trabajos realizados
3-Actividades corporales	1°	Grupo completo - guía del maestro	Ampliar 3 secuencias de aplausos – zapateos
	2°	Trabajo en 2 grupos grandes	Ampliar 2 secuencias de huellas de los pies en cada grupo
	3°	Grupo completo - guía del maestro	Ampliar 4 secuencias de saltos en una alfombra con dibujos de partes del rostro
	4°	Grupo completo - guía del maestro	Debate y evaluación de las actividades
4-Tejidos de ñanduti	1°	Grupo completo - visita de familiar	Conocer la historia del ñanduti, materiales y forma de elaboración
	2°	Grupo completo - guía del maestro	Ampliar 2 secuencias de tejidos de ñanduti
	3°	Trabajo en 2 grupos grandes	Ampliar una secuencia diferente en cada grupo
	4°	Grupo completo - guía del maestro	Presentación de los 2 trabajos y evaluación
5-Arte precolombino	1°	Grupo completo - guía del maestro	Historia del Arte precolombino y cultura de Colombia - Observación de imágenes
	2°	Grupo completo - guía del maestro	Ampliar 2 secuencias con tarjetas
	3°	Trabajo en 2 grupos grandes	Ampliar una secuencia con tarjetas de imágenes del Arte precolombino en cada grupo
	4°	Grupo completo	Presentación de los grupos y evaluación
6-Tareas gráficas - hojas	1°	Grupo completo - guía del maestro	Ampliar 3 secuencias gráficas en el pizarrón
	2°	Trabajo individual	Ampliar 6 secuencias dibujando las figuras en hojas de tareas
	3°	Grupo completo - guía del maestro	Análisis y debate final de la actividad
7-Tarea digital	1°	Grupo completo - guía del maestro	Orientación del trabajo – reglas
	2°	Trabajo grupal - grupo completo	Completar 3 actividades digitales
	3°	Trabajo individual	Completar 3 actividades digitales en la web en las computadoras
	4°	Grupo completo - guía del maestro	Análisis y debate final de la actividad

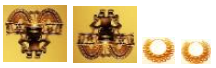
Nota. Elaboración propia

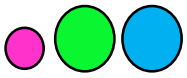
Por otra parte, se presenta la estructura y grado de complejidad del patrón de repetición que contiene cada una de las tareas con materiales manipulativos, expuestos en el Cuadro 2.

Cuadro 2

Estructura y grado de complejidad de los patrones de repetición en tareas con materiales manipulativos

Tarea	Parte	Estructura del patrón- Grado de complejidad	Longitud del Núcleo	Imagen del núcleo	Atributos
1-Frutas	1°	**ABABAB…** **ABCABCABC…**	2 3		Tipo de fruta
	2°	**ABBABBABB…** **AABAABAAB…** **ABBABBABB…** **AABAABAAB…** **ABBABBABB…**	3 3 3 3 3		Tipo de fruta
	3°	Presentación grupal y cierre			
2-Objetos Sólidos	1°	**ABCABCABC…** **ABcABcABc…**	3 3		Color y forma Tamaño y forma
	2°	**AaBAaBAaB…** **AbBAbBAbB…** **AaBAaBAaB…** **AbBAbBAbB…** **AaBAaBAaB…**	3 3 3 3 3		Tamaño y forma
	3°	Presentación de los grupos y cierre de la actividad			

Tarea	Parte	Estructura del patrón- Grado de complejidad	Longitud del Núcleo	Imagen del núcleo	Atributos
3-Actividades corporales	1°	ABBABBABB…	3		Aplausos y zapateos
		AAABAAABAAAB...	4		
		ABBBABBBABBB…	4		
	2°	AAABAAABAAAB…	4		Saltos sobre huellas
		ABBBABBBABBB…	4		
	3°	AABAABAAB…	3		Saltos sobre figuras (partes del rostro)
		ABBABBABB…	3		
		ABBBABBBABBB…	4		
		AAABAAABAAAB…	4		
	4°	Debate y cierre de la actividad			
4-Tejidos de Ñanduti	1°	Visita de familiar- historia – forma de elaboración			
	2°	ABCABCABC…	3		Posición de la forma y color Color y tamaño
		AbCdAbCdAbCd…	4		
	3°	abCDabCDabCD…	4		Color y tamaño
		ABcdABcdABcd…	4		
	4°	Presentación de los grupos y cierre de la actividad			
5-Arte Precolombino	1°	Conociendo el Arte Precolombino			
	2°	ABccABccABcc…	3		Posición de la forma y tamaño
		abCDabCDabCD…	4		
	3°	aBCDaBCDaBCD …	4		Posición de la forma y tamaño
		AbcDAbcDAbcD…	4		
	4°	Presentación grupal y cierre de la actividad			

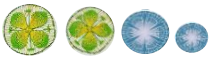
Tarea	Parte	Estructura del patrón- Grado de complejidad	Longitud del Núcleo	Imagen del núcleo	Atributos
6-Tareas gráficas	1°	AbAbAb…	2		Tamaño, color y forma
		abBabBabB…	3		
		aAbBaAbBaAbB…	4		
	2°	aBaBaB…	2		Tamaño y forma
		AbAbAb…	2		Tamaño, color y forma
		aAAaAAaAA…	3		Color y tamaño
		ABBABBABB …	3		Color y forma
		abBabBabB…	3		Tamaño, color y forma
		aAbBaAbBaAbB…	4		Tamaño, color y forma
	3°	Análisis de la actividad realizada-cierre			

Nota. Elaboración propia

Seguidamente, se presenta el Cuadro 3, que contempla la estructura y grado de complejidad del patrón de repetición que se consideran en cada una de las seis actividades de la tarea digital.

Cuadro 3

Estructura y grado de complejidad de los patrones de repetición en una tarea digital

Tarea	Parte	Actividad	Estructura - Grado de complejidad	Longitud Núcleo	Imagen del núcleo	Atributos
7	1°	Explicación general del maestro				
	2°	1	ABCABCABC…	3		Color y forma
		2	ABAABAABA…	3		Grosor (grueso y delgado) Movimiento y color
			ABABABAB...	2		
		3	AbAbAb…	2		Tamaño, color y forma
			aBaBaB…	2		
			abCabCabC…	3		
			AbCAbCAbC…	3		
	3°	4	aBaBaB…	2		Posición de la forma, color y tamaño
			AbCAbCAbC…	3		
			ABaABaABa…	3		
			aBCaaBCaaBCa…	4		
			ABCcABCcABCc…	4		
		5	AbAAbAAbA…	3		Posición de la forma y tamaño
			aBaaBaaBa…	3		
			aAaBaAaBaAaB…	4		
			ABCdABCdABCd…	4		
			ABcDABcDABcD…	4		
		6	ABCDABCDABCD..	4		Forma de: 1-animales 2-frutas 3-vegetales 4-frutas
			ABCDABCDABCD..	4		
			ABCDABCDABCD..	4		
			ABCABCABC…	3		
	4°	Debate y cierre				

Nota. Elaboración propia

De manera general, se establecen, además, las reglas que se tienen en cuenta en la nomenclatura utilizada para representar la variación de los atributos que componen la estructura del patrón de repetición y su núcleo, resumidos de la siguiente manera:

- Se utilizan únicamente las letras A, B, C y D, teniendo en cuenta que se tienen de 2 a 4 elementos en el núcleo que varían en torno a atributos como: tipo de fruta, color, tamaño, forma, posición de la forma, acciones (aplausos, zapateos, saltos sobre huellas y figuras - partes del rostro), grosor y movimientos, dependiendo de cada tarea. Por ejemplo, en la primera sesión se considera un solo atributo, el tipo de fruta, tal como se observa en el Cuadro 2.
- Cada letra representa un mismo elemento (tipo de objeto, forma o acciones), que varía de tamaño si es presentado en mayúscula o minúscula, siendo la mayúscula, tamaño grande y la minúscula, tamaño pequeño. Por ejemplo: **AAa**
- La variación del color entre los elementos se representa con letras de distintos colores. Por ejemplo**:** **ABB** Varía el tipo de fruta y color.

  AaB Varía el tipo de objeto, color y tamaño.
- La estructura del patrón de repetición presenta 3 veces el mismo núcleo, de modo a percibir mejor su forma de construcción y el grado de complejidad que posee la tarea.
- Observación: teniendo en cuenta que, para elementos diferentes se utilizan distintas letras, se aclara que en el caso de la estructura del ñanduti y del Arte precolombino, se consideran, además, como objetos diferentes, aquellos que, aunque sean el mismo objeto, están exhibidos con distinta posición, es decir, girado hacia arriba, abajo, izquierda o derecha, por lo cual, se utilizan también letras diferentes en su nomenclatura, de modo a distinguirlas. Ejemplos: **abCD** **AB**

Justificación de los materiales utilizados en las tareas

Cada uno de los materiales utilizados en las distintas tareas tiene un propósito en particular, los cuales han sido escogidos de acuerdo con ciertos criterios que vislumbran la importancia de utilizarlos en este trabajo de grado. Así, las imágenes que se utilizan para representar los patrones en tareas con elementos concretos son solo ilustrativas. La justificación de dichos materiales se presenta seguidamente.

En la primera tarea se utilizan frutas naturales, debido a que son elementos del contexto cotidiano de los niños, son fáciles de conseguir y sin dudas, los infantes ya han tenido experiencias previas con ellas. Así mismo, las frutas pueden utilizarse para describir todos los atributos posibles, de modo a trabajar la visualización desde el primer momento, en tanto que, para el trabajo con patrones, en esta primera sesión, se tomará en cuenta, únicamente, el tipo de fruta, no así los demás atributos, teniendo en cuenta que será la primera vez que los niños trabajan tareas con patrones de repetición, a nivel escolar. Así mismo, Bressan y Gallego (2010) recomiendan iniciar este tipo de tareas con elementos concretos antes de utilizar signos, figuras o la escritura, que requieren un mayor nivel de abstracción.

En la segunda tarea se utilizan objetos sólidos obtenidos de elementos reciclados del contexto inmediato, como son cajas de cartón, potes de témpera que utilizan los niños para pintar y pelotas de plástico, con los cuales se realizarán las distintas actividades previstas. En este sentido, se pretende, además, que los niños comprendan que no todos los materiales se deben desechar, sino que también pueden ser reciclados y reutilizados, según las necesidades.

En la tercera tarea se realizan actividades corporales, de modo a vivenciar los patrones de repetición con el cuerpo, a través de juegos, saltos, aplausos y zapateos, siguiendo las diversas secuencias planteadas en las actividades, permitiendo no solo el desarrollo de la coordinación

visomotriz y la motricidad gruesa, sino también la percepción auditiva y las nociones espaciales, tan necesarias de ser desarrolladas en estas edades. Asimismo, a través de dichas actividades, los infantes irán conociendo las partes de la cara y el cuerpo.

En la cuarta tarea se emplean elementos que forman parte de la artesanía paraguaya, en este caso, los tejidos de ñanduti, de modo que los niños perciban que este tipo de tejidos sigue un patrón de repetición en su construcción, integrando a la vez, parte de nuestra cultura, teniendo en cuenta que los infantes, desde pequeños, deben ir conociendo los elementos característicos de su país, apreciarlos y valorarlos, que les permita construir su identidad nacional. Los tejidos de ñanduti que serán utilizados son propiedad de la autora de este trabajo.

En la quinta tarea se utilizan tarjetas creadas con figuras del Arte precolombino, elaboradas con fotografías tomadas en el Museo del Oro de Colombia- 2024, como forma de integrar otras culturas al contexto nacional, teniendo en cuenta que nuestra escuela acostumbra realizar el "Festival de los Países y sus culturas", en el cual cada grado participa luego de estudiar los elementos característicos de un país en particular. En este sentido, los niños aprenden sobre distintos aspectos del país que le corresponde, por ejemplo: los bailes tradicionales, las comidas y trajes típicos, la fauna, la flora, los lugares turísticos, la bandera, etc., como forma de integrarse, no solo a su país sino también al mundo que le rodea.

En la sexta tarea se realizan las tareas gráficas en hojas preparadas por el maestro, que contiene diferentes tipos de patrones de repetición con distintos grados de complejidad cada uno, en los cuales, los niños deben ampliar la secuencia dibujando los elementos que presenta, utilizando pinceles o marcadores de colores, según identifiquen la estructura del patrón. Esto es importante, ya que después de trabajar cinco sesiones con materiales manipulativos, se pasa al plano representativo a través del dibujo.

En la séptima tarea se trabaja con materiales digitales, teniendo en cuenta la importancia de la tecnología porque forma parte del contexto cotidiano de los niños y es la oportunidad de utilizarla para potenciar el desarrollo de habilidades y no solamente a manera de distracción, como suele suceder. Además, los infantes son nativos digitales, por lo cual tienen conocimientos previos del manejo de distintos dispositivos electrónicos, aspecto que debe ser aprovechado al máximo.

Cabe destacar que en todas las sesiones de clases donde se realizan las siete tareas: seis manipulativas y una digital, se trabaja, además, la parte afectiva, de modo a que los niños se sientan seguros y tranquilos al poder expresar sus ideas y sentimientos en el marco del respeto y la comprensión, ya que, como menciona Radford (2017c, citado por Vergel y Rojas, 2018) “al aprender, también sentimos (…). La realidad es que no sólo pensamos matemáticamente, también sentimos matemáticamente. Hay toda una dimensión afectiva en el aprendizaje que incluye las emociones de manera crucial” (p. 55). Asimismo, en el Marco Curricular de la Educación Inicial se plantea la relevancia de la dimensión afectiva del ser humano, razón por la cual expresa que:

> Es importante establecer vínculos y favorecer situaciones de aprendizaje que den posibilidades para que los niños y niñas, experimenten y expresen emociones, afectos, sentimientos y pensamientos en un clima de aceptación, respeto y valoración de sí mismos y de los demás (MEC, 2005, p. 20).

Es, en este contexto, que se fundamenta la afectividad dentro del desarrollo de las clases, teniendo en cuenta que el ser humano es un ser emocional por naturaleza, y dicha dimensión no puede desestimarse, mucho menos en el contexto educativo.

Posturas sobre el aprendizaje y la evaluación

En cuanto a la postura de aprendizaje, dentro de este trabajo se utiliza el enfoque comunicacional, ya que se pretende en primer lugar, que los infantes comuniquen sus ideas, practicando el discurso matemático en sus interacciones con el grupo clase. Así también, se considera la combinación de las metáforas: de adquisición y participación, ya que por un lado los conocimientos son adquiridos mediante la construcción de significados y, por otro lado, mediante la participación activa dentro del proceso educativo, al convertirse en miembro de una comunidad de acción, en este caso, miembro activo de su grupo de compañeros del grado, fundamentos propuestos por Sfard (2008).

Por otra parte, en este trabajo concebimos que la evaluación debe darse desde una perspectiva crítica, enfocada al mejoramiento del proceso educativo, de modo que cumpla con su verdadero propósito, es decir que los estudiantes aprendan, y es importante que los educandos sean partícipes del proceso evaluativo en todo momento del quehacer educativo, razón por la cual no solo se aplicará la evaluación unidireccional por parte del maestro, sino también la autoevaluación y la coevaluación. Esto permite que la evaluación sea concebida en y para el aprendizaje, tal como menciona Ortiz (2016).

Así pues, las tareas diseñadas cuentan con tres instrumentos de evaluación: Lista de Cotejo (LC), Registro de Secuencia de Aprendizaje (RSA) y Registro Anecdótico (RA), propuestos en Paraguay por el MEC (2004a, 2010), los cuales permitirán obtener información acerca del logro de las metas propuestas a través de la observación directa de las actividades que realicen los infantes en el trabajo con patrones de repetición, sus interacciones individuales o grupales, comentarios y otros, utilizando las distintas tareas y materiales elaborados. En este contexto, durante la implementación del proyecto en el año 2025, se prevé la evaluación de las

siete tareas planificadas para las siete sesiones de clase, mediante la utilización de los tres instrumentos de evaluación mencionados anteriormente, que contienen indicadores de logro elaborados con base a las metas propuestas para las tareas, redactados utilizando verbos en tercera persona singular, tal como lo establece el documento de evaluación del nivel inicial (MEC, 2004a).

En este sentido, como se tienen seis tareas con materiales manipulativos, en cada sesión clase se evalúa una tarea y las distintas actividades que contiene, utilizando para ello: dos Listas de Cotejo, una para evaluar las expectativas cognitivas y otra para evaluar lo afectivo; un RSA, que contiene los dos indicadores principales de las tareas y un Registro Anecdótico, que permite registrar aspectos significativos del proceso (MEC, 2004a, 2010). Así también, para la séptima sesión de clase, se contempla la evaluación de las seis actividades elaboradas para la tarea digital, teniendo en cuenta el mismo proceso descripto anteriormente. Dichos instrumentos de evaluación son presentados en el apartado de anexos.

Así mismo, en una eventual ejecución del proyecto, se prevé utilizar instrumentos de recolección de datos como: fotografías, audios y filmaciones del proceso de clase, con el permiso de los padres y/o tutores de los infantes, de modo a obtener evidencias sólidas sobre la manera en que los estudiantes comprenden la estructura del patrón, especialmente al utilizar recursos semióticos como el movimiento, las palabras, los gestos, el sonido y el ritmo (Radford, 2010b y Vergel, 2015a, citados en Vergel y Rojas, 2018), en donde puedan percibirse la pausa que realizan los infantes al nombrar los elementos del núcleo. Por ejemplo, al citar una secuencia de frutas, nombran: banana, manzana, pera - banana, manzana, pera - banana, manzana, pera; donde se puede percibir claramente que se reconoce cuál es el núcleo del patrón, por la pausa que realizan.

CAPÍTULO 4. DISEÑO DE TAREAS

En este capítulo se presenta la descripción de las tareas elaboradas en el marco de este trabajo de grado. Se encuentra dividido en dos apartados: el primero exhibe tareas con materiales didácticos manipulativos, estructurados y no estructurados y el segundo contempla una tarea con materiales digitales, los cuales se describen más específicamente en cada apartado.

De manera general, las tareas elaboradas buscan trabajar el Álgebra temprana en nivel inicial, y se enfatizan dos metas principales: ampliar la secuencia del patrón de repetición y comunicar el proceso realizado.

Si bien, en todas las tareas se trabajan los objetivos establecidos en las metas, además de los mencionados en el párrafo anterior, cada tarea tiene un énfasis específico de acuerdo con el proceso que se pretende ponderar en ella, ya que se es consciente que para el trabajo con patrones se utilizan los procesos de visualización, conjeturación y generalización.

En este contexto, las tareas presentadas a continuación toman las consideraciones de Gómez et al. (2018) en cuanto a la descripción de los siete elementos que debe contener el diseño de una tarea. En este sentido, se aclara que la mayoría de ellos se agrupan al inicio de este apartado, por tener características comunes, agrupados en la sección denominada “Aspectos generales”, donde se describen: requisitos, metas, agrupamiento, interacción y temporalidad, en tanto que, los demás elementos: formulación junto con materiales y recursos, se describen específicamente en cada tarea.

Aspectos generales

Dentro de esta sección se encuentra la descripción general de los requisitos, metas, agrupamiento e interacción, y temporalidad para todas las tareas, las cuales se describen seguidamente.

Requisitos

En cuanto a los requisitos, es imprescindible que los estudiantes tengan conocimientos previos, de manera que puedan identificar y describir los atributos (características) presentes en los elementos que componen el patrón. Estos son:

- ✓ **Colores**: primarios, secundarios, claros y obscuros…
- ✓ **Tamaños**: pequeño, mediano y grande.
- ✓ **Grosor**: delgado, grueso.
- ✓ **Texturas**: áspero, rugoso, liso.
- ✓ **Acciones**: aplausos, zapateos, saltos…
- ✓ **Nociones espaciales**: adelante-atrás, antes-después, izquierda-derecha, arriba-abajo, cerca-lejos, adentro-afuera, noción de orden…
- ✓ **Objetos concretos**: frutas, objetos sólidos (pelotas, cajitas, potes de pintura), tejidos de ñanduti, tarjetas con imágenes del Arte precolombino.
- ✓ **Imágenes y dibujos**: forma de frutas, vegetales, pelotas, huellas de manos y pies, partes de la cara (ojos, nariz, boca, oreja), animales, medios de transporte, Arte precolombino y ñanduti.
- ✓ **Números y cantidades**: del 1 al 10 como mínimo.

Metas

Las metas pretenden satisfacer las expectativas cognitivas y afectivas, y a la vez, prever posibles dificultades y errores que puedan presentarse en la ejecución de las tareas propuestas. A continuación, se describen cada uno de estos aspectos, detalladamente en la siguiente tabla.

Tabla 6

Metas propuestas en torno a expectativas cognitivas, afectivas y posibles dificultades y errores

Metas		
Tipo	**Se espera que los estudiantes puedan**	
Expectativas cognitivas	Identificar los elementos que componen la secuencia del patrón	
	Describir atributos que contienen los elementos de la secuencia	
	Establecer semejanzas presentes en los elementos de acuerdo con sus atributos	
	Establecer diferencias entre los elementos de la secuencia	
	Reconocer el orden de disposición de los elementos, según las nociones espaciales	
	Reconocer el núcleo que compone la estructura del patrón	
	Identificar cantidad de elementos en el núcleo	
	Realizar conjeturas con base en su experimentación y análisis	
	Ampliar la secuencia del patrón de repetición completando con los elementos correspondientes	
	Comunicar oralmente el proceso realizado para ampliar la secuencia del patrón	
Expectativas afectivas	Elegir el grupo al cual integrarse para realizar las tareas	
	Expresar sus sentimientos sobre las actividades realizadas	
	Participar libre y espontáneamente en las actividades propuestas	
	Expresar gustos personales sobre las tareas y materiales utilizados	
	Expresar ideas libremente, en el marco del respeto	
Dificultares y errores posibles	Cuando están visualizando	Confundir atributos de los elementos
	Cuando están identificando el núcleo	Identificar más elementos de los que conforman el núcleo, sin distinguir cuando inicia o termina la repetición
		Identificar menos elementos de los que conforman el núcleo, sin distinguir cuando inicia o termina la repetición
		No identificar el núcleo del patrón
	Cuando están ampliando la secuencia	No saber utilizar el núcleo identificado para ampliar la secuencia
		No considerar el orden de los elementos del núcleo
		Presentar la secuencia sin incluir todos los elementos del núcleo
		Emplear más elementos de los necesarios
	Cuando están comunicando el proceso	Presentar dificultades al comunicar el proceso realizado
		No poder comunicar el proceso realizado

Nota. Elaboración propia

Agrupamiento e interacción

El agrupamiento y la interacción demuestran la forma de distribución de las siete sesiones de clases con las siete tareas, organizadas en varias partes según las actividades que se tienen previstas en cada una de ellas, las cuales ya han sido precisadas en el Cuadro 1 del marco metodológico, no obstante, en los párrafos siguientes se describen más específicamente.

En este sentido, en las dos primeras sesiones de clase se realizan la Tarea 1- Frutas y la Tarea 2- Objetos sólidos, utilizando como atributos el tipo de fruta en la primera y el tamaño, color y forma en la segunda, en las cuales se trabajan de manera similar, ya que se encuentran divididas en tres partes cada una. En la primera parte se realizan dos actividades en forma conjunta con el maestro, en tanto que en la segunda los niños trabajan de manera grupal con un máximo de cuatro integrantes, de modo que puedan explorar, visualizar, analizar, debatir y conjeturar dentro de su grupo, para luego, en la tercera parte, poder comunicar el trabajo realizado a los demás grupos, trabajando el enfoque comunicacional y la combinación de las metáforas planteadas por Sfard (2008), teniendo en cuenta también la evaluación crítica, haciéndoles partícipes de la evaluación a todos los infantes.

Por su parte, la tercera sesión contempla la realización de la Tarea 3- Actividades corporales, utilizando como atributos aplausos y zapateos, saltos sobre huellas de los pies y saltos sobre figuras con partes del rostro. Se presenta dividida en cuatro partes, de las cuales, la primera contiene tres actividades en forma conjunta con el maestro; la segunda, una actividad con dos secuencias que se trabajan en dos grupos grandes; la tercera, una actividad con cuatro secuencias realizado con el grupo completo y la guía del maestro; y la cuarta parte, el debate final sobre la actividad realizada.

En la cuarta sesión se realiza la Tarea 4 - Tejidos de ñanduti, teniendo como atributos la

posición de la forma, el color y tamaño. Se encuentran dividida en cuatro partes. En la primera parte se recibe la visita de un familiar que narra la historia del ñanduti, permitiendo además que los niños observen y manipulen los elementos que se utilizan en su construcción, para luego realizar una parte del tejido, bajo la supervisión del adulto. En la segunda parte, se realizan dos actividades con el maestro, en tanto que en la tercera parte se realiza el trabajo grupal, donde los niños trabajan en dos grupos con distintas secuencias de tejidos de ñanduti, para finalizar en la cuarta parte con el recorrido por los grupos, quienes presentan su trabajo y la manera en que lo realizaron.

Por otro lado, en la quinta sesión se trabaja la Tarea 5 - Arte precolombino, utilizando los atributos de posición de la forma y tamaño. Esta sesión se encuentra dividida en cuatro partes, igual que el anterior. En la primera parte, el profesor relata aspectos de su viaje a Colombia, muestra fotos y videos, tanto del país como también del Museo del Oro, que tuvo la oportunidad de conocer durante su viaje, donde los niños tienen la oportunidad de conocer otra cultura, permitiendo la integración de las ciencias sociales y las artes, a las matemáticas. En la segunda parte se realizan dos actividades con el maestro, en tanto que, en la tercera, se realiza un trabajo grupal para que los niños, organizados en dos grupos, puedan ampliar la secuencia del patrón. Finalmente, en la cuarta parte se realiza el recorrido por los grupos para observar y debatir el trabajo realizado por los demás compañeros, considerando los mismos planteamientos en cuanto al aprendizaje y la evaluación.

En la sexta sesión se plantea la Tarea 6- Actividades gráficas, utilizando figuras de elementos que tienen como atributos: el tamaño, color y forma, en la cual los niños deben ampliar la secuencia, dibujando y pintando. Esta sesión contempla tres partes con una actividad en cada una. En la primera, se realiza un trabajo grupal con la guía del maestro, completando

algunas secuencias gráficas en el pizarrón; en la segunda, los niños completan la secuencia ampliando el patrón identificado en las hojas presentadas por el maestro, de manera individual, utilizando para ello, pinceles de colores; en tanto que en la tercera se realiza el cierre de la actividad, trabajando el enfoque comunicacional y la evaluación crítica.

En la séptima y última sesión de clase, se trabaja con la ayuda de otro profesor, para facilitar el trabajo con las computadoras y acompañar a los niños que lo requieran. Esta sesión se encuentra dividida en cuatro partes, dentro de las cuales, se trabaja la Tarea 7- Actividades y juegos en la web, utilizando imágenes que tienen como atributos el color, forma, posición de la forma, grosor, movimiento y tamaño. Esta tarea contiene seis actividades digitales en distintas plataformas web. Dentro de la primera parte, el maestro explica el procedimiento a seguir durante la jornada, sobre cómo utilizar los recursos, las reglas a tener en cuenta, etc. En la segunda parte, se realizan tres actividades con el grupo completo y guía del maestro, en tanto que, en la tercera parte, los niños trabajan solos con la computadora, luego de escuchar las indicaciones del maestro para cada tarea, y en caso de tener alguna dificultad con la página web, reciben la ayuda de uno de los maestros presentes. En la última parte, se analizan las actividades 4, 5 y 6 que fueron realizadas de manera individual por los niños. Asimismo, los infantes realizan la creación de un patrón de repetición y la ampliación de la secuencia creada, lo cual es presentado a los compañeros. Por último, se hace un cierre de la tarea, comentando acerca de lo realizado, las dificultades halladas y los resultados obtenidos.

Temporalidad

Cada sesión de clase tiene una duración de 60 – 80 minutos aproximadamente, de las cuales, las sesiones 1, 2 y 6 se encuentran divididas en tres partes, en tanto que las sesiones 3, 4, 5 y 7 tiene cuatro partes, con distintas tareas y actividades, ya mencionadas anteriormente.

Tareas con materiales manipulativos, estructurados y no estructurados

En este apartado se exponen las seis tareas diseñadas, de las cuales, tres utilizan materiales manipulativos estructurados (tareas gráficas, tarjetas con imágenes del Arte precolombino y actividades corporales) y tres, los no estructurados (frutas, objetos sólidos y ñanduti). En la primera tarea se trabaja una sesión con frutas, en la segunda con objetos sólidos, en la tercera con actividades corporales, en la cuarta con tejidos de ñanduti, en la quinta con tarjetas del Arte precolombino y en la sexta, con tareas gráficas, las cuales se describen teniendo en cuenta la formulación y la descripción de dichos materiales.

TAREA 1 - FRUTAS

En esta tarea se realizan actividades con materiales manipulativos no estructurados, utilizando distintas frutas del contexto. En este sentido, se aclara que, para esta tarea se tendrá en cuenta una sola variación del atributo: el tipo de fruta. No se tendrán en cuenta los demás atributos, por ser objetos reales que presentan mucha variación en cuanto a tamaño, color o textura, lo cual será aclarado a los estudiantes, de modo a utilizar únicamente el tipo de fruta al realizar la actividad de ampliar la secuencia del patrón. Cabe destacar que, desde el principio de las sesiones se realizará la descripción de todos los atributos presentes en las frutas, de modo a trabajar el proceso de visualización desde el primer momento, ya que dicho proceso es fundamental en el reconocimiento de patrones.

En este contexto, la formulación de la tarea se presenta específicamente en un cuadro, distribuido según sus partes y respectivas actividades, luego de una breve introducción. Posteriormente, se expone la descripción de los materiales utilizados en la sesión.

- **Formulación**

Esta sección describe paso a paso cada una de las actividades que se realizarán con los estudiantes en esta tarea, la cual se encuentra dividida en tres partes. Al principio se presenta el objetivo de la Tarea 1, para continuar con la descripción de sus partes.

En la primera parte, se realizan dos actividades grupales con la guía del profesor, variando el grado de dificultad en cada una de ellas. En la segunda, los niños trabajan en pequeños grupos con distintas secuencias de frutas, que presentan en cierta medida el mismo grado de complejidad. En la tercera parte de la sesión, se realiza un recorrido por los diferentes grupos, se observan las secuencias ampliadas y se analizan cada uno de los trabajos realizados en ellos, fomentando el debate y la evaluación crítica. A continuación, se expone esta tarea en el siguiente cuadro.

Cuadro 4

Tarea 1-Frutas

<table>
<tr><th colspan="2">Tarea 1 – Frutas</th></tr>
<tr><td colspan="2">Objetivo: Reconocer semejanzas y diferencias en los atributos presentes en la secuencia de frutas, que permitan potenciar el proceso de visualización.</td></tr>
<tr><th colspan="2">1° Parte</th></tr>
<tr><td>Actividad 1
Grupal con el maestro</td><td>Grado de complejidad: ABABAB… Longitud del núcleo: 2
Atributo: tipo de fruta</td></tr>
<tr><td colspan="2">Teniendo en cuenta la edad de los infantes, el profesor realiza preguntas y brinda consignas y explicaciones orales a los estudiantes, quienes responden mediante palabras y acciones a sus planteamientos. En este sentido, los niños llegan a la escuela con las frutas solicitadas por el profesor el día anterior y se acomodan en sus respectivos lugares, que normalmente son elegidos al azar. El profesor comienza la sesión realizándoles las siguientes preguntas que orientan este primer momento:
– ¿Qué frutas trajeron hoy a la escuela?</td></tr>
</table>

De nuevo, pregunta mostrándoles las frutas de manera individual:

– ¿Cómo se llama esta fruta? ¿De qué color es? ¿Es suave o es áspera? ¿Es grande o pequeña comparada con esta otra?

De esta manera se describe cada una de las frutas para trabajar la visualización de los atributos presentes en ellas y luego se realiza la comparación de sus características en cuanto a semejanzas y diferencias. Así también, se trabaja la parte afectiva, con las siguientes preguntas:

– ¿Cuál es la fruta que más les gusta? ¿Por qué?

Luego, se decide de común acuerdo con los niños que para la siguiente actividad, solo se tendrá en cuenta el tipo de fruta, no así los demás atributos. El profesor solicita a los niños que coloquen seis frutas en su escritorio, 3 bananas y 3 naranjas. Luego comenta:

– Ahora yo las voy a ordenar de una manera que a mí me gusta (banana, naranja, banana, naranja, banana, naranja), quedando de la siguiente manera:

Solicita a los niños que observen las frutas y realiza las preguntas orientadoras:

– ¿Qué fruta está primero en mi escritorio? Pregunta señalando la banana, de modo que perciban dónde se inicia la secuencia. ¿Qué fruta le sigue a la banana? ¿Qué fruta va después de la naranja? ¿Qué fruta le sigue nuevamente a la banana? ¿Cuál sigue después? ¿Cuál es la última fruta que está en mi escritorio? ¿Cómo les parece que se repiten las frutas en la secuencia?

Entonces vuelve a preguntar:

– ¿Qué va primero, la banana o la naranja? ¿Y después qué va? ¿En qué orden van estas frutas?

Entonces pide a los niños que vuelvan a nombrar cada uno de los elementos, de modo a internalizar la estructura del patrón:

– Banana, naranja - banana, naranja - banana, naranja...

Una vez que identifiquen como van ordenadas las frutas, les dice:

– ¿Podríamos seguir la secuencia colocando más frutas? ¿De qué manera?

Por turnos, los niños pasan a colocar las frutas siguientes y vuelven a nombrarlas en el orden en que se encuentran. Finalmente, les pregunta:

– ¿Qué les pareció la actividad que acabamos de realizar? ¿Por qué? ¿Cómo se sintieron al realizarla? ¿Qué aprendieron? Seguidamente, se realiza la actividad 2.

Actividad 2 Grupal con el maestro	**Grado de complejidad**: ABCABCABC… **Longitud del núcleo:** 3 **Atributo**: tipo de fruta

En este momento, el profesor devuelve las frutas anteriores y vuelve a solicitar a los niños que coloquen nueve frutas en su escritorio, pero esta vez tres clases de frutas (tres naranjas, tres manzanas y tres peras). Comenta que las va a ordenar nuevamente de acuerdo con su gusto, mientras los niños observan la forma de ordenarlas, quedando de la siguiente manera:

Los niños observan las frutas y la forma en que éstas están dispuestas en el escritorio.

El profesor realiza varias preguntas que guían la actividad:

– ¿Cuál es la fruta que puse primero en mi escritorio? ¿Qué fruta le sigue a la primera que puse? ¿Qué fruta sigue a la manzana? ¿Cuál sigue después? ¿Qué fruta sigue luego de la naranja? ¿Esa fruta ya estuvo antes? ¿Antes de cuál? Entonces, ¿qué fruta le sigue? ¿Y después, cuáles van? ¿Pueden citarlas?

Seguidamente, se vuelve a nombrar todas las frutas en el orden en que se encuentran, de modo a enfatizar la estructura del patrón:

– Naranja, manzana, pera - naranja, manzana, pera… En este momento se realiza la grabación del sonido para evidenciar si en el ritmo de la pronunciación, el profesor puede identificar que los niños reconocen el núcleo. Luego, para seguir trabajando la visualización, el profesor pregunta:
– ¿En qué se parecen estas frutas? ¿En qué se diferencian?, estableciendo así las semejanzas y diferencias en los atributos de la secuencia.

Posteriormente, para fijar el orden en que están dispuestas las frutas y para que los niños comprendan la estructura del patrón, vuelve a preguntar:

– ¿Cómo van ordenadas estas frutas? ¿En qué orden? ¿Pueden nombrarlas? ¿Qué fruta debemos colocar para continuar con la misma organización? ¿Y después? ¿Y luego?

– Ahora, sigamos colocando más frutas, según el orden en que deben ir.

Los niños van pasando con su fruta, por turnos. Al final se vuelven a nombrar todas las frutas colocadas en el orden en que se encuentran, de modo a enfatizar una vez más, la estructura del patrón:

– Naranja, manzana, pera - naranja, manzana, pera …

Para finalizar esta segunda actividad de la primera parte, se realizan algunas preguntas de cierre:

– ¿Qué aprendieron? ¿Es importante organizar cómo van las frutas? ¿Por qué les parece? ¿Les gustó la actividad realizada? ¿Por qué?

Los niños comentan lo que hicieron y cómo lo hicieron y qué les pareció la actividad.

2° Parte

Actividad	**Grado de complejidad**:	**Longitud del núcleo:** 3
Grupal de 4 integrantes	**Grupo 1, 3 y 5: ABBABBABB**… **Grupos 2 y 4: AABAABAAB**…	**Atributo:** tipo de fruta

Los niños se agrupan de acuerdo con sus preferencias personales, en un máximo de 4 integrantes. El profesor les reparte las frutas y arma una secuencia en la mesa de cada grupo. Luego les brinda las consignas para el trabajo, solicitándoles que dialoguen sobre las frutas, que describan qué atributos tienen, sus semejanzas y diferencias y analicen la forma en que están ordenadas para que puedan seguir la secuencia de la misma forma que lo hicieron anteriormente.

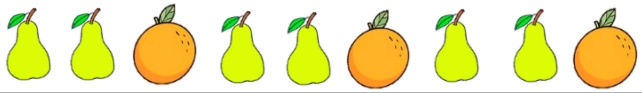
Así, se presenta la secuencia que recibe cada grupo:

Grupo 1

Grupo 2

Grupo 3

Grupo 4



Grupo 5

En este momento, los niños trabajan cada uno en su grupo, describiendo los atributos presentes en las frutas que le corresponde, comparando las semejanzas y diferencias que perciben en ellas.

Así también, van debatiendo y analizando el orden en que les parece que sigue la secuencia para poder ampliar el patrón. El profesor interviene únicamente en caso necesario, de modo a dar libertad a los niños para que intenten realizar el trabajo por sí solos. Una vez que cada grupo haya culminado el trabajo, se pasa a la tercera parte.
3° Parte
En este momento, cada grupo presenta su trabajo. El profesor solicita que los integrantes comenten a sus compañeros qué frutas tienen, qué atributos poseen, en qué son semejantes, en qué son diferentes, también cómo ampliaron la secuencia del patrón que le correspondió realizar. Los demás niños escuchan y realizan preguntas si tienen dudas, participando libremente en la actividad. Expresan, además, si están o no de acuerdo con el trabajo realizado en cada grupo, fundamentando el por qué, de modo a generar un debate grupal, fomentando la participación de todos. En esta parte de la sesión, también se realiza la grabación del sonido, para verificar si los niños reconocen el núcleo del patrón, al nombrar los elementos de la secuencia. Una vez recorrido todos los grupos, se realiza el cierre de la sesión, donde el profesor solicita a los niños que expresen ideas y sentimientos sobre la actividad realizada en el día.

Nota. Elaboración propia

- **Materiales y recursos**

En cuanto a los materiales y recursos, para esta tarea se utilizarán diferentes frutas, teniendo en cuenta que muchas familias tienen árboles frutales en sus casas, como también pueden adquirirlas a bajo costo. Las frutas son elementos del contexto cotidiano de los niños, por lo cual no necesita un trabajo previo con ellas. Asimismo, son de fácil manipulación y permiten trabajar la visualización por las características naturales que poseen, las cuales sirven para la indagación de saberes y la expresión de gustos, sentimientos e ideas, por lo cual se considera que ayudarán a llegar al objetivo de la tarea.

TAREA 2 – OBJETOS SÓLIDOS

En esta sesión de clases se trabaja una tarea con materiales manipulativos no estructurados, nombrados en este trabajo como *objetos sólidos*, utilizando: cajas, potes de témpera y pelotas de plástico. La tarea está enfocada en el proceso de conjeturación, aun cuando se utilizan también los demás procesos. La tarea se encuentra dividida en tres partes, que se exponen dentro del cuadro que presenta la formulación.

- **Formulación**

En este apartado se describe paso a paso la Tarea 2 a ser realizada con los estudiantes, utilizando los objetos sólidos mencionados anteriormente. Al principio se presenta el objetivo que se pretende alcanzar con esta tarea, el grado de complejidad que se emplea, la longitud del núcleo y los atributos que se tienen en cuenta, para luego describir cada una de sus partes, según las actividades previstas. Al término de la tarea, se presenta la descripción de los materiales utilizados.

En la primera parte se realizan dos actividades con la guía del profesor, con las cuales se pretende iniciar el trabajo de elaboración de una conjetura, en el sentido expuesto por Escobar et al. (2013), quienes consideran que una conjetura es la afirmación obtenida por los estudiantes al resolver un problema dado, aunque todavía no se formule en forma condicional. En la segunda parte, los estudiantes forman grupos pequeños para trabajar de manera autónoma con los objetos sólidos, donde cada grupo tiene distintos elementos y grado de complejidad bastante similar. En la tercera parte, se realiza la presentación y debate final del trabajo realizado en cada uno de los grupos. En esta parte, se realiza la evaluación de las conjeturas realizadas por los niños y se trabaja la dimensión afectiva.

Teniendo en cuenta estas consideraciones, se presenta la Tarea 2 en el siguiente cuadro.

Cuadro 5

Tarea 2 –Objetos sólidos

<table>
<tr><th colspan="2">Tarea 2 - Objetos sólidos</th></tr>
<tr><td colspan="2">Objetivo: Utilizar el proceso de conjeturación para emitir un enunciado verbal sobre el núcleo del patrón al ampliar una secuencia de objetos sólidos.</td></tr>
<tr><th colspan="2">1° Parte</th></tr>
<tr><td>Actividad 1
Grupal con el maestro</td><td>Grado de complejidad: ABCABCABC… Longitud del núcleo: 3
Atributos: color y forma</td></tr>
<tr><td colspan="2">
Para comenzar esta tarea, el profesor solicita a los niños que recuerden lo que hicieron el día anterior, qué elementos manipularon, cómo y para qué los utilizaron, etc. de modo a activar los conocimientos previos.

Posteriormente, se trabaja la visualización para detectar propiedades invariantes, ya que este es el primer procedimiento que se realiza dentro del proceso de conjeturación. El profesor muestra todos los materiales que se utilizarán en esta sesión para describirlos de manera general. Además, permite que los estudiantes manipulen y examinen cada uno de ellos. Luego les pregunta:

– ¿Cómo se llaman estos objetos? ¿Son todos iguales? ¿Qué color tiene cada elemento? ¿De qué tamaño son? ¿Qué textura presentan? ¿Son suaves o ásperos? ¿Tienen puntas o son redondeados? ¿Cuál de ellos les gusta más? ¿Cuál es su color favorito entre estos colores? ¿Por qué?

Posteriormente, el maestro coloca una secuencia de dichos elementos en su escritorio y solicita a los niños que observen los atributos de cada uno y la forma en que están ordenados:

Luego, el profesor pregunta a los estudiantes por los atributos que poseen los elementos que están en la secuencia, de manera específica:

– ¿Qué elementos están en mi escritorio? ¿Pueden nombrarlos? ¿Cuántos elementos hay de cada clase? ¿Qué color tiene cada uno? ¿Son todos del mismo tamaño? ¿Qué textura presentan? ¿En qué son semejantes, entonces? ¿En qué se diferencian?

A continuación, se trabaja la noción de orden de manera a identificar las regularidades y propiedades invariantes mencionadas anteriormente:
</td></tr>
</table>

- ¿Qué objeto va primero? Pregunta señalando la pelota, de manera que los estudiantes puedan percibir dónde inicia la secuencia. ¿Qué color tiene la pelota? ¿Cuál va después y de qué color es? ¿Qué objeto le sigue a la caja marrón? ¿De qué color es el pote de témpera? ¿Luego qué pasa, se repite algún objeto? ¿Cuál? ¿Y después cuál sigue? ¿Y luego? ¿Y de nuevo, cómo se presentan los tres elementos siguientes? ¿En qué orden?
- Ahora nombremos todos los elementos en el orden en que se presentan:
- Pelota, caja, pote - pelota, caja, pote - pelota, caja, pote…

En este momento, pide a los estudiantes que formulen una conjetura, preguntando:

- Entonces, ¿cómo se podría continuar la secuencia colocando más elementos de la misma clase? ¿Qué objeto se pondrá primero? ¿Y luego? ¿Y después? ¿Cómo podemos continuar?

Los estudiantes pasan por turnos a colocar uno o más objetos, teniendo en cuenta el orden en que deben ir, mientras mencionan en voz alta su conjetura. Los demás compañeros la expresan también, al mencionar si están o no de acuerdo con los elementos que se colocan, de manera a fomentar el discurso matemático y el proceso de conjeturación. Una vez ampliada la secuencia, se recuerda el proceso realizado y se vuelven a nombrar los elementos del patrón, en el orden en que se encuentran, de modo a corroborar la conjetura que realizaron:

- Pelota, caja, pote - pelota, caja, pote - pelota, caja, pote…

En este momento, se realiza la grabación del ritmo que imprimen los estudiantes al nombrar dichos elementos, de modo a constatar si identifican o no, el núcleo del patrón. Para finalizar, el profesor realiza algunas preguntas antes de pasar a la siguiente actividad:

- ¿Qué hicimos? ¿Cómo lo hicimos? ¿Les gustó la tarea? ¿Por qué?

Actividad 2 Grupal con el maestro	**Grado de complejidad**: **ABcABcABc…** **Longitud del núcleo:** 3 **Atributos:** tamaño y forma

El profesor arma otra secuencia de elementos en su escritorio y pide a los estudiantes que observen el orden en que están dispuestos.

Seguidamente, realiza preguntas sobre los atributos de esta segunda secuencia de elementos:

- ¿Qué objetos están ahora en mi escritorio? ¿De qué tamaño son? ¿Qué textura presentan? ¿En qué son semejantes? ¿En qué son diferentes?

Inmediatamente les pregunta acerca del orden de la secuencia, a fin de detectar las regularidades presentes:

- ¿Qué objeto está primero en mi escritorio?, indaga señalando la caja, de modo que los niños perciban dónde comienza la secuencia. ¿Qué objeto le sigue a la caja? ¿Cuál es el objeto que sigue después? ¿Qué tamaño tiene la pelotita si la comparamos con los dos elementos anteriores? ¿Entonces, de qué tamaño son los objetos que están antes? ¿Qué objeto sigue después nuevamente? ¿Qué tamaño tiene? ¿Qué objeto va después de la caja grande? ¿Qué tamaño tiene? ¿Qué objeto va después del pote grande? ¿Qué tamaño tiene? ¿Qué elementos siguen después? ¿Puedes citar los tres?

Ahora, se nombran todos los objetos, pero resaltando diferentes atributos presentes en los elementos. En este momento que se realiza la grabación del sonido para comprobar si se identifica el núcleo.

- Nombremos nuevamente los objetos, mencionando solo su forma:
- Caja, pote, pelotita - caja, pote, pelotita…
- Después, nombremos solo el tamaño:
- Grande, grande, pequeño – grande, grande, pequeño…
- Por último, nombremos todos sus atributos (forma y tamaño):
- Caja grande, pote grande, pelotita pequeña – caja grande, pote grande, pelotita pequeña…

Seguidamente, el maestro pide que realicen conjeturas acerca de la manera que consideran que sigue la secuencia.

- ¿Cómo podemos seguir esta secuencia agregando más objetos?

El maestro da la oportunidad para que los niños expresen sus conjeturas, pasen e intenten continuar la secuencia, colocando uno o más objetos que les parece que sigue, mientras los demás niños observan y comentan si están de acuerdo o no, y por qué, permitiéndoles que realicen también sus conjeturas al respecto.

Una vez completada la secuencia, se analiza y debate sobre la actividad realizada, utilizando la evaluación crítica. Se vuelven nombrar los elementos del núcleo y se comentan también ideas y sentimientos, para pasar a la siguiente sección de la clase.

2° Parte	
Actividad Grupal de 4 integrantes	**Grado de complejidad**: **Longitud del núcleo:** 3 **Grupos 1, 3 y 5: AaBAaBAaB…** **Grupos 2 y 4: AbBAbBAbB…** **Atributos**: tamaño y forma

En esta segunda parte, se conforman libremente los grupos, luego el profesor reparte los objetos y arma una secuencia distinta en cada uno, quedando de la siguiente manera:

Grupo 1

Grupo 2

Grupo 3

Grupo 4

Grupo 5

Posteriormente brinda las indicaciones generales, pidiendo que describan los elementos de su secuencia y observen el orden en que están dispuestos.

Solicita que conversen, analicen y conjeturen sus ideas, para llegar a continuar la secuencia del patrón con los elementos correspondientes y los deja que trabajen solos, interviniendo únicamente en caso necesario.

Los niños conversan y debaten al manipular los objetos sólidos. Una vez que terminan la tarea, se pasa a la actividad final de la sesión.

3° Parte
En este último momento de la sesión, se recorren los pequeños grupos para observar y analizar cómo ampliaron la secuencia del patrón. Se solicita a los niños que comuniquen su conjetura sobre el trabajo realizado, mientras los demás compañeros escuchan con atención, fomentando la comunicación oral y la evaluación grupal. Para finalizar, el profesor les pregunta: – ¿Qué les pareció la actividad del día? ¿Fue divertido? ¿Cómo se sintieron al trabajar con estos materiales? ¿Qué aprendieron?

Nota. Elaboración propia

- **Materiales y recursos**

En esta tarea se utilizan objetos sólidos de diferentes colores y tamaños, que son de fácil acceso, teniendo en cuenta que provienen de elementos reciclados: cajas, potes de témpera y pelotas. Estos materiales no necesitan preparación previa, ni del profesor ni de los niños, además de ser objetos conocidos que permiten la manipulación y exploración para realizar conjeturas, lo cual será aprovechado para lograr el objetivo que se pretende con esta tarea. Así mismo, estos materiales permiten visualizar sus atributos y establecer semejanzas y diferencias.

TAREA 3 - ACTIVIDADES CORPORALES

En esta sesión se trabaja una tarea con materiales estructurados, creados específicamente para la realización de juegos y ejercicios corporales, donde se utilizan: tarjetas con dibujos de las manos y los pies, tarjetas con secuencias de aplausos y zapateos, alfombras con huellas de los pies, alfombra con dibujos de las partes del rostro y tarjetas con secuencias de las partes de la cara. Al inicio de cada parte de la tarea se realiza el análisis de la secuencia que será trabajada, de manera que los niños tengan un mayor grado de comprensión de la estructura del patrón, antes de pasar a los juegos y ejercicios, lo cual se considera que permitirá la realización de las actividades de una forma más consciente.

Esta tarea está enfocada al proceso de conjeturación, de modo que los niños puedan emitir afirmaciones verbales acerca de las propiedades invariantes observadas en la sucesión de elementos, que permitan ampliar la secuencia.

Seguidamente, se presenta la formulación, donde se describen las partes que contempla la tarea, para finalizar con la descripción de los materiales utilizados.

- **Formulación**

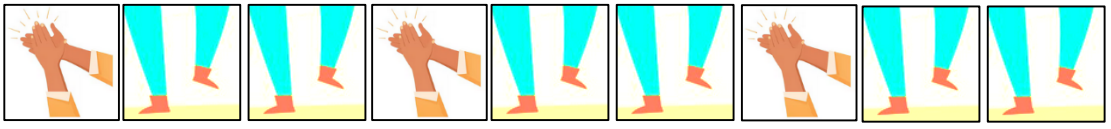
En esta sección se presentan las distintas actividades corporales sobre juegos y ejercicios que contiene la Tarea 3, de modo que los estudiantes puedan vivenciar los patrones de repetición con el cuerpo. En este sentido, al inicio del cuadro se presenta el objetivo que se pretende alcanzar y luego se realiza la descripción de las cuatro partes en que se divide la tarea, cada una de las cuales contempla diversas actividades al respecto, que se describen en los siguientes párrafos.

En la primera parte, se realizan tres actividades con el grupo completo y la guía del profesor, donde los niños deben seguir tres secuencias de aplausos y zapateos, observando las imágenes de las tarjetas colocadas en la pared, que cuentan con distintos grados de complejidad, empezando con tres y continuando con cuatro elementos en el núcleo. En la segunda parte, se realiza una actividad en dos grupos pequeños de manera simultánea, donde se trabajan dos secuencias con huellas de los pies, elaboradas en alfombras. Al inicio, se analiza y amplia cada una de las secuencias, para que luego, cada grupo realice la que le corresponde, saltando en un pie o dos pies sobre las huellas, según el orden en que se encuentran y la forma de la huella que tiene el pie, es decir si es un pie o dos pies, si es el pie derecho o el izquierdo, para finalmente intercambiar de secuencia con el otro grupo, de modo que todos los niños realicen ambas secuencias.

En la tercera parte se realiza una actividad que contiene cuatro secuencias, que se trabajan en forma grupal con la guía del profesor, donde los niños deben saltar sobre una alfombra con dibujos de las partes de la cara, siguiendo una secuencia presentada en el pizarrón. Al principio, se realiza el análisis de las cuatro secuencias disponibles para este juego, de modo que los niños realicen conjeturas acerca de la manera de continuar el patrón. En la cuarta y última parte de esta sesión, se realiza el cierre de todas las actividades, enfatizando la evaluación crítica y el enfoque comunicacional. A continuación, se presenta paso a paso las actividades de esta sesión, los cuales se presentan próximamente, en el siguiente cuadro.

Cuadro 6

Tarea 3 - Actividades corporales

<table>
<tr><th colspan="2">Tarea 3 – Actividades corporales</th></tr>
<tr><td colspan="2">Objetivo: Detectar las propiedades invariantes que permitan formular una conjetura sobre las regularidades presentes en las secuencias de actividades corporales.</td></tr>
<tr><th colspan="2">1° Parte</th></tr>
<tr><td>Actividad 1
Grupal con el maestro</td><td>Grado de complejidad: ABBABBABB…
Longitud del núcleo: 3 Atributos: aplausos y zapateos</td></tr>
<tr><td colspan="2">Se inicia la actividad pidiendo a los estudiantes que observen las imágenes que están en el pizarrón y respondan las preguntas:
– ¿Qué figuras son? ¿Pueden mostrarme? ¿Para qué sirven las manos? ¿Para qué sirven los pies? ¿En qué se parecen? ¿En qué son diferentes? Con estas preguntas se pretende trabajar la visualización de las partes del cuerpo que serán utilizadas en las diversas actividades corporales.
Posteriormente se describen las imágenes presentadas en la siguiente tarjeta, donde el profesor realiza varias preguntas al respecto:
  </td></tr>
</table>

– ¿Qué hacen las manos en la imagen? – Los niños contestan y dan un aplauso. ¿Qué hacen los pies? Los niños responden y realizan un zapateo.

Posteriormente, se analiza el orden de acciones que demuestran las imágenes, de modo a identificar la regularidad que presentan, para lo cual, el profesor pregunta:

– ¿Cómo están ordenadas las imágenes? ¿Qué se realiza primero? ¿Qué sigue después? ¿Cuántas veces? ¿Y luego, cuántos aplausos y zapateos? ¿Y después, cuántos aplausos y zapateos? Enfatizando de una vez, todos los elementos del núcleo, lo cual permite detectar las propiedades invariantes.

Seguidamente, el profesor les pregunta:

– ¿Pueden seguir la secuencia aplaudiendo y zapateando? ¿Cómo lo harían?

Los niños responden realizando conjeturas sobre la forma de continuar la secuencia y luego, realizan sucesivamente un aplauso y dos zapateos, tres veces. Luego el profesor les pregunta:

– ¿Pueden repetir más veces? Entonces los niños repiten la secuencia varias veces, siguiendo el patrón. Finalmente, el profesor les pregunta:

– ¿Cómo ampliaron la secuencia? ¿Qué les gustó de este juego? ¿Por qué? Y se pasa a la siguiente actividad.

Actividad 2 Grupal con el maestro	**Grado de complejidad**: **AAABAAABAAAB…** **Longitud del núcleo:** 4 **Atributos:** aplausos y zapateos

Se solicita a los niños observar estas imágenes y describir lo que ven.

El profesor les pregunta:

– ¿Y ahora? ¿Cómo están ordenadas las imágenes en esta secuencia? ¿Cuántas veces se aplaude y cuántas veces se realiza el zapateo? Enfatizando directamente el núcleo del patrón.

El profesor solicita que nombren cada acción, oralmente, de modo a grabar el ritmo:

– Aplauso, aplauso, aplauso, zapateo- aplauso, aplauso, aplauso, zapateo…

– Ahora, vamos a hacer todos juntos los pasos que se muestran en las imágenes.

Los niños observan las imágenes y van realizando las acciones en compañía del profesor, aplaudiendo tres veces y zapateando una vez….También, este momento es grabado, de modo a obtener evidencias del ritmo que emite el sonido de dichas acciones.

Luego el profesor solicita que realicen conjeturas sobre la forma de continuar la secuencia y les pide que realicen todas las acciones, varias veces, como creen que se debe seguir. Posteriormente, se les pregunta:

– ¿Se hicieron correctamente cada una de las acciones? ¿Por qué? ¿Fue divertido? ¿Les gustó la actividad? Y se pasa a la actividad siguiente.

Actividad 3 Grupal con el maestro	**Grado de complejidad**: **ABBBABBBABBB…** **Longitud del núcleo:** 4 **Atributos**: aplausos y zapateos

En esta actividad, los niños ya tienen internalizado los pasos a seguir, entonces observan las imágenes, describen lo que ven y realizan sus conjeturas. El profesor comienza realizando el patrón dos veces y luego les pide a los niños que lo realicen solos, tres veces, como se muestra en las imágenes.

Posteriormente les pregunta:

– ¿Cómo se presenta esta secuencia? –Nombren los pasos. Los niños responden:

– Aplauso, zapateo, zapateo, zapateo - aplauso, zapateo, zapateo, zapateo….

Entonces les vuelve a preguntar, para que emitan su conjetura:

– ¿Cómo sigue la secuencia?

Los niños responden: Aplauso, zapateo, zapateo, zapateo….

– Ahora, hagamos los pasos, varias veces. El profesor comienza con los niños y luego les deja que continúen solos. Este momento, tambiés es grabado para confirmar el ritmo.

Finalmente, el profesor les pregunta:

– ¿Qué les pareció esta actividad? ¿Les gustó? ¿Por qué?

Posteriormente, se pasa a la siguiente parte de la sesión.

<table>
<tr><th colspan="3">2° Parte</th></tr>
<tr><td>Actividad
Grupal</td><td colspan="2">Grado de complejidad:
Grupo 1: AAABAAABAAAB…
Grupo 2: ABBBABBBABBB…</td><td>Longitud del núcleo: 4
Atributos: saltos sobre huellas</td></tr>
<tr><td colspan="3">
La actividad comienza con las explicaciones del profesor, quien muestra la primera alfombra y les pregunta:
– ¿Huellas de qué parte del cuerpo son estas? ¿Qué actividades se realizan con los pies?

Luego solicita a los niños que observen y nombren la forma en que están organizadas las huellas de los pies en la alfombra, trabajando la visualización de una manera más general, realizando preguntas orientadoras:
– ¿Cómo están dispuestas las huellas de los pies? ¿Qué huella va primero, un pie o dos pies? ¿Cuántas veces? ¿Son pies izquierdos o derechos? ¿Cuáles siguen después? ¿Y luego, en qué forma siguen las huellas hasta llegar a los dos pies juntos? ¿Y después?
Entonces, el profesor les solicita que nombren oralmente la secuencia, para realizar la grabación del ritmo:
– Un pie, un pie, un pie, dos pies - un pie, un pie, un pie, dos pies…
Luego les pregunta:
– ¿Cómo debe seguir la secuencia para que sea más larga? ¿Qué huellas debemos agregar?
Los niños formulan sus conjeturas al respecto y colocan más huellas a la alfombra, según el orden en que deben ir, manipulando y comparando las huellas de los pies.
Seguidamente, el profesor vuelve a solicitar a los niños que nombren todos los elementos, a fin de comprobar la conjetura que realizaron, y se pasa a analizar la siguiente secuencia, diciéndoles:
– Ahora miremos la segunda secuencia:

– ¿Cómo están dispuestas las huellas de los pies ahora? ¿Qué huella va primero, un pie o dos pies juntos? ¿Es una huella del pie derecho o del izquierdo? ¿Cuántas veces se repiten las dos huellas juntas? Entonces, después de un pie, ¿cuántas veces se repiten los dos pies juntos?
</td></tr>
</table>

– Y luego, ¿cómo sigue y termina?

Se nombran nuevamente cada huella de la secuencia en el orden en que se encuentra y se realiza la grabación del sonido.

– Un pie, dos pies, dos pies, dos pies- un pie, dos pies, dos pies, dos pies…

El profesor solicita que formulen conjeturas acerca de la manera que se puede ampliar la secuencia colocando más huellas en la alfombra, de modo a continuar el patrón. Por turnos, los niños van colocando más huellas y vuelven a nombrar los elementos, de modo a corroborar sus conjeturas.

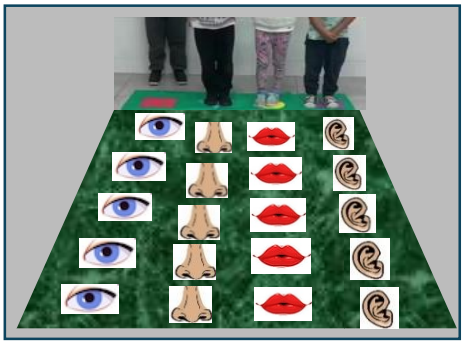
Seguidamente, solicita a los niños que formen dos grupos espontáneamente, donde el grupo 1 va a saltar según indica la secuencia 1 y el grupo 2, la secuencia 2. Luego se intercambian las alfombras, para que ambos grupos realicen las dos secuencias. Los niños van saltando y nombrando en voz alta cada huella, momento que es grabado nuevamente.

Una vez realizada terminado el juego, les pregunta a los niños:

– ¿Les gustó la actividad? ¿Qué es lo que más les gustó? ¿Cómo se sintieron? Y se pasa a la siguiente parte de la sesión.

3° Parte

Actividad Grupal	**Grado de complejidad**: **Longitud del núcleo: 3 y 4** **AABAABAAB… ABBABBABB… ABBBABBBABBB…** **AAABAAABAAAB**… **Atributo:** saltos sobre figuras



Para comenzar la actividad, el profesor muestra la alfombra que utilizarán y pide a los niños que la describan, según las características de los dibujos presentes en ella.

Para ello realiza varias preguntas, trabajando en un principio la visualización:

– Observen la alfombra: ¿Qué dibujos tiene? ¿Dónde se encuentran esas partes del cuerpo? ¿Pueden señalarlas? ¿Son todas iguales? ¿En qué se parecen? ¿En qué se diferencian? ¿Para qué sirven? ¿Cuántas figuras hay de cada clase?

Una vez examinados los atributos de las imágenes, el profesor presenta cuatro secuencias en el pizarrón para que los niños las observen y analicen el orden en que se encuentran, de modo a que perciban la propiedad invariante. En este momento, cada secuencia se analiza individualmente, antes de realizar el juego siguiendo las siguientes preguntas orientadoras:

Secuencia 1

– ¿Cuántas veces se repite el ojo antes de la nariz? Nombren los elementos hasta ahí: ojo, ojo, nariz. Ahora, ¿Cómo siguen nuevamente los ojos después de la primera nariz? ¿Y después? ¿Y luego, cómo se repiten los elementos? – Enfatizando ya, directamente el núcleo.

Posteriormente, se nombran todos los elementos de manera ordenada y se realiza la grabación del sonido, para identificar el ritmo.

– Ojo, ojo, nariz - ojo, ojo, nariz - ojo, ojo, nariz…

Luego les pregunta, ¿cómo podemos continuar, agregando más elementos a la secuencia, para ampliar el patrón?

Los niños formulan sus conjeturas y pasan a colocar los elementos correspondientes. Vuelven a nombrar todos los elementos a fin de verificar su conjetura.

Secuencia 2

El profesor les comenta:

– Ahora vamos a analizar la siguiente serie.

– ¿Qué elementos componen esta secuencia? Vamos a nombrar todos los elementos en el orden en que se presentan:

– Boca, oreja, oreja- boca, oreja, oreja - boca, oreja, oreja…

En este momento se realiza la grabación del sonido, para verificar el ritmo que imprimen los niños al nombrar dichos elementos, de modo a corroborar si en esta actividad, identifican el núcleo.

Seguidamente, pregunta, si va una boca y dos orejas:

– ¿Cómo siguen los demás elementos?

Entonces, los niños formulan sus conjeturas sobre los elementos que siguen, y luego enuncian la forma que consideran que se puede ampliar la secuencia, para lo cual colocan más figuras en el pizarrón. Se vuelven a nombrar todos los elementos a fin de verificar si está correcto el trabajo realizado.

Secuencia 3

En esta secuencia el profesor realiza las siguientes preguntas:

– ¿Cuántas veces está la boca, luego de la primera nariz? Entonces, ¿cómo van ordenados estos elementos? Vamos a nombrarlos y realiza la grabación.

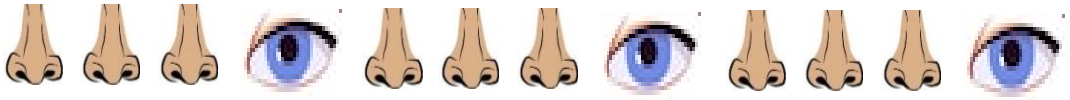
Los niños dicen nariz, boca, boca, boca… y repiten la secuencia hasta el final. Entonces, el profesor pregunta nuevamente:

– ¿Por cada nariz, cuántas bocas hay? ¿Cómo podemos continuar, agregando más elementos?

En este momento, los niños formulan conjeturas que los lleven a ampliar la secuencia, colocando más elementos. Luego vuelven a nombrar los elementos para verificar su conjetura:

– Nariz, boca, boca, boca- nariz, boca, boca, boca - nariz, boca, boca, boca…

Secuencia 4



Ahora el profesor les pregunta:

¿Y en esta secuencia, cuántas veces está la nariz? ¿Qué sigue después de la tercera nariz? ¿Pueden repetir cómo va la secuencia?

Entonces los niños van nombrando los elementos que observan en las imágenes:

– Nariz, nariz, nariz, ojo- nariz, nariz, nariz, ojo …

De la misma manera, se solicita que realicen conjeturas sobre la forma de ampliar la secuencia, para lo cual, pasan a colocan más dibujos en el pizarrón.

Por último, vuelven a nombrar todos los elementos, incluso los que ellos colocaron, a fin de verificar sus conjeturas, lo cual es grabado para verificar si identifican el núcleo. Una vez que se analizaron todas las secuencias, se realiza el juego, donde el profesor les pregunta a los niños:

– ¿Pueden seguir estas secuencias, saltando sobre las figuras?

Ante la afirmación de los niños, en primer lugar, les explica en qué consiste el juego y luego les demuestra cómo se debe saltar siguiendo una de las cuatro secuencias, para que tengan un ejemplo.

Después, se sortean las secuencias que le corresponde a cada niño para que salten por turnos siguiendo la que le corresponde, sea la 1, 2, 3 o 4, continuando el patrón que está en el pizarrón. El resto de los niños observan si el compañero que pasó efectivamente siguió el patrón, para lo cual, acompañan pronunciando en voz alta la secuencia, lo cual también es grabado, para su análisis posterior. Aquí los niños se convierten en evaluadores, no solo de su trabajo, sino del de sus compañeros. Una vez que todos los niños hayan participado, se evalúa nuevamente la actividad, donde se analiza el trabajo realizado con las partes de la cara, lo que aprendieron, cómo lo hicieron y qué les pareció la tarea, para continuar con la última parte de la sesión.
4° Parte
Para iniciar esta parte, los niños se sientan en ronda y se comienza conversando sobre las diferentes actividades realizadas en el día, donde el profesor les pregunta: – ¿Qué actividades hicimos hoy? ¿Qué les pareció? ¿Les gustó? ¿Qué juego les gustó más? ¿Por qué? ¿Cómo se sintieron? Así, se genera el debate final sobre los juegos y actividades de esta tercera sesión de clases donde ser realizó la Tarea 3, permitiendo la expresión libre de ideas y sentimientos, promoviendo, además, el respeto, la actitud de escucha y la participación de todos, de manera que no sea únicamente el profesor quien los evalúa, sino también que los niños se autoevalúen y evalúen a sus compañeros.

Nota. Elaboración propia

- **Materiales y recursos**

Los materiales para esta sesión son de tres tipos, ya que se presentan varios juegos y ejercicios. Para el primer juego se utilizan tarjetas con imágenes de la secuencia de aplausos y zapateos; para el segundo: dos alfombras que contienen secuencias con huellas de los pies; y para el tercero: una alfombra con dibujos de las partes del rostro y las tarjetas con las mismas imágenes. En este sentido, estos materiales son fáciles de elaborar en cartulina, cartón, tela, dibujos, etc. y permiten lograr los objetivos de las tareas, de manera alegre y divertida, ya que se utilizan en juegos que los niños adoran. Así también, estos materiales son fáciles de utilizar,

llamativos e interesantes, lo cual motiva a los niños a participar en las actividades, permitiendo, además, la expresión de ideas y sentimientos. Sin embargo, requiere que el profesor sepa utilizarlos en la realización de las tareas, además de que los estudiantes sepan conceptos de lateralidad y partes del cuerpo.

TAREA 4 – TEJIDOS DE ÑANDUTI

Esta sesión de clase presenta una tarea con materiales manipulativos no estructurados, utilizando tejidos de ñanduti. La tarea está enfocada al proceso de visualización, ya que pretende que los niños analicen la forma en que está dispuesto un mismo tejido para verificar sus atributos y diferenciar lo que cambia cuando identifica la transformación que ha sufrido éste, al ser girado hacia la izquierda o la derecha.

Al igual que las demás tareas, se presenta seguidamente la formulación y la descripción de los materiales utilizados.

- **Formulación**

Esta tarea se divide en cuatro partes, dentro de las cuales se describen las diversas actividades que se realizan en ella, presentando al inicio, el objetivo que busca específicamente, la Tarea 4. En la primera parte, se recibe la visita de un familiar que narra la historia del ñanduti y muestra varios ejemplos de este tejido. Así también, explica cómo se realiza este bello trabajo, que representa una de las artesanías típicas de nuestro país. En la segunda parte, se realizan dos actividades en compañía del profesor acerca de secuencias con tejidos de ñanduti, teniendo en cuenta dos grados de complejidad, uno con tres elementos y otro con cuatro. En la tercera parte, los niños trabajan divididos en dos grupos, cada uno con secuencias diferentes, pero con grados de complejidad bastante similar. En la cuarta parte de la sesión, se realiza la presentación del trabajo realizado en los grupos y el debate final.

En el siguiente cuadro se expone detalladamente esta tarea.

Cuadro 7

Tarea 4 - Tejidos de ñanduti

<table>
<tr><th colspan="2">Tarea 4 - Tejidos de ñanduti</th></tr>
<tr><td colspan="2">Objetivo: Examinar las semejanzas y diferencias de los atributos presentes en los tejidos de ñanduti que permitan identificar cuando se inicia la repetición en las secuencias dadas.</td></tr>
<tr><th colspan="2">1° Parte</th></tr>
<tr><td colspan="2">Para comenzar esta sesión, un familiar relata la historia del ñanduti, mostrando algunas imágenes y los niños realizan preguntas al respecto.
Luego, les presenta varios ejemplos del tejido, para que observen su forma, color, tamaño, etc.
También, les muestra los materiales que se utilizan en su elaboración y realiza algunas puntadas frente a los niños para que perciban que para elaborarlo, se debe seguir un patrón.
Posteriormente, los niños realizan por turno, unas puntadas en una muestra traída por el familiar, lo cual les permite vivenciar el proceso que se sigue para realizar este tejido.

Luego, el profesor les pregunta de manera a reflexionar sobre lo realizado en esta parte.
– ¿Qué les pareció la historia? ¿Ya la conocían? ¿Qué parte de la historia les gustó más? ¿Por qué? ¿Les gusta este tejido? ¿Qué materiales utilizan en su elaboración? ¿Les parece difícil realizarlo? ¿Por qué? ¿Alguien de su familia realiza este tipo de tejido? ¿Quién? ¿Por qué lo hace?</td></tr>
<tr><th colspan="2">2° Parte</th></tr>
<tr><td>Actividad 1
Grupal con el maestro</td><td>Grado de complejidad: ABCABCABC…
Longitud del núcleo: 3 Atributos: posición de la forma y color</td></tr>
<tr><td colspan="2">Para esta actividad, el profesor arma una secuencia con tejidos de ñanduti sobre su escritorio y pide a los niños que describan los atributos que observan en ellos, guiándoles con diferentes preguntas al respecto, para trabajar el proceso de visualización de manera más profunda, como se mencionó anteriormente.</td></tr>
</table>

En primer lugar, se realizan preguntas de carácter general:

- ¿Qué colores tienen cada uno de ellos? ¿A qué se parecen estos tejidos? ¿Cuántos pétalos tiene cada flor? ¿Son todas iguales? ¿En qué se diferencian? ¿En qué son semejantes? ¿Cuál de ellos les gusta más? ¿Por qué?

Luego, se realizan preguntas más específicas, de modo a detectar la variación existente en los dos primeros elementos, que, aunque sean el mismo tejido, son presentados de manera diferente, ya que uno de ellos tiene los pétalos azules hacia arriba y el otro, los pétalos azules hacia abajo. En este sentido, el profesor les pregunta:

- ¿Qué colores tiene el primer tejido? ¿Y el segundo? ¿Y en el tercero?
- En el primer tejido, ¿cuántos pétalos son azules? ¿Y rojos? En el segundo, ¿cuántos son rojos y cuántos son azules? ¿Y en el tercero?
- Ahora bien, en el primer tejido, ¿qué color está arriba, el rojo o el azul? ¿Y en el segundo tejido?
- Entonces, en el primer tejido, ¿qué color está abajo? ¿Y en el segundo?
- ¿Son iguales? ¿Están colocados de la misma manera? ¿En qué se diferencian?

En este momento, los niños logran una visualización mayor, al comprender que, aunque los tejidos son iguales, cada uno está colocado de distinta manera. Seguidamente se analiza el orden de los elementos.

- Ahora analicemos la secuencia y veamos en qué orden se presentan estos tejidos:
- ¿Cuál está primero en mi escritorio? Pregunta señalando el primero. ¿Qué color tiene arriba? ¿Cuál va después del primero? ¿Qué color tiene arriba? ¿Qué sigue después?
- Nombremos los tres primeros elementos, utilizando el color que tienen arriba:

- Azul arriba, rojo arriba, verde-amarillo.
- Ahora, ¿cómo continúa la secuencia? ¿Qué color sigue después del verde-amarillo? ¿Qué color tiene arriba? ¿Y el que le sigue? ¿Y después? ¿Cómo siguen los tres elementos siguientes?
- Nombremos ahora la secuencia completa, utilizando la disposición de los colores:

- Azul arriba, rojo arriba, verde amarillo - azul arriba, rojo arriba, verde amarillo - azul arriba, rojo arriba, verde amarillo.

  Este momento es grabado para percibir si se identifica el núcleo.

- Ahora, ¿cómo podemos continuar la secuencia colocando más tejidos?

Los niños emiten conjeturas y van pasando por turnos a completar la secuencia, en tanto que los demás compañeros van observando y opinando en caso de estar o no de acuerdo con el trabajo de que realiza el niño que pasa.

Luego se vuelven a nombrar todos los elementos, de modo a comprobar sus conjeturas y se pasa a la segunda actividad.

Actividad 2 Grupal con el maestro	**Grado de complejidad**: AbCdAbCdAbCd… **Longitud del núcleo:** 4 **Atributos**: color y tamaño

En esta segunda actividad los niños trabajan con el profesor otra secuencia que tiene un grado de dificultad diferente al anterior, teniendo en cuenta que se trabaja con 4 elementos en el núcleo y varían 2 atributos (tamaño y color).

Inicialmente, se invita a los niños a observar las características de los elementos, de manera similar a la actividad 1, estableciendo semejanzas y diferencias en ellos.

En primer lugar, el profesor les realiza preguntas generales:

- ¿Qué formas tienen estos tejidos? ¿De qué color son? ¿Qué tamaño tienen?
- Como vemos, todos los tejidos tienen forma de flores, algunas son grandes y otras pequeñas, con distintos colores.

Posteriormente, realiza preguntas específicas para identificar los atributos de cada uno de los elementos, profundizando en la visualización.

- La primera flor, ¿de qué color es? ¿Qué tamaño tiene?
- Entonces es una flor verde-amarilla, grande.
- La segunda flor, ¿qué color tiene? ¿Cuál es tu tamaño?
- Entonces es una flor rosa-naranja, pequeña.

- La tercera flor, ¿qué color tiene y de qué tamaño es?
- Entonces es una flor verde-granate, grande.
- Y la cuarta flor, ¿de qué color es? ¿Hacia dónde miran los pétalos azules, a la izquierda o la derecha? ¿Y los pétalos rojos? ¿Qué tamaño tiene?
- Entonces es una flor azul-roja, pequeña.
- Ahora, la quinta flor, ¿es igual a alguna anterior? ¿Cuál? ¿Y las siguientes? En este momento, vamos comparando todos los tejidos de la secuencia, de modo a comprobar que tienen elementos similares y están ordenados de la misma forma.

Una vez identificadas todas las características de los elementos, se nombran en el orden en que se encuentran:

- Flor verde-amarilla, grande; flor rosa-naranja, pequeña; flor verde-granate, grande; flor azul-roja, pequeña.

Seguidamente, se analiza el orden de la secuencia completa, tratando de nombrarlas del mismo modo que hicimos anteriormente. Entonces el profesor les pregunta:

- ¿Se repiten estos cuatro elementos nuevamente? ¿En qué orden se repiten? Se vuelve a nombrar toda secuencia, en voz alta:
- Flor verde-amarilla, grande; flor rosa-naranja, pequeña; flor verde-granate, grande; flor azul-roja, pequeña…

Entonces el profesor les vuelve a preguntar:

- ¿Hasta dónde se repite la secuencia? ¿Y dónde comienza otra vez? ¿Cómo podemos continuarla después del último elemento que está en mi escritorio?

Los niños brindan algunas ideas al respecto, según sus posibilidades y pasan por turno a completar la secuencia de tejidos con el elemento que creen que va después, en tanto que los demás compañeros observan y opinan si están o no de acuerdo con ello, de modo a favorecer el discurso matemático y la evaluación crítica, durante el proceso de clase.

Una vez completada la secuencia, se analiza si está bien hecho o hay algo que cambiar. Se vuelve a nombrar todos los elementos y se menciona con qué elemento se inicia la secuencia. Luego se pasa a la tercera parte.

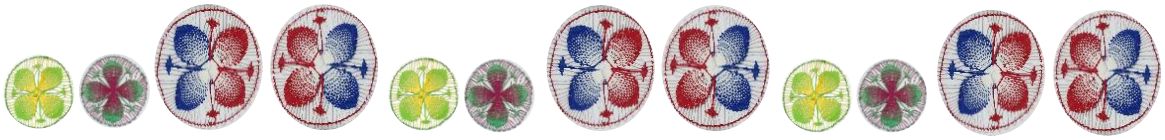
3° Parte		
Actividad Grupal	**Grado de complejidad**:	**Longitud del núcleo:** 4
	Grupo 1: abCDabCDabCD…	**Atributos:** color y tamaño
	Grupo 2: ABcdABcdABcd…	

Para iniciar esta parte, los niños eligen el grupo del cual quieren formar parte y se reúnen libremente. El profesor les reparte los tejidos y arma una secuencia en la mesa de cada grupo. Luego les explica el trabajo a realizar y brinda las consignas para ello, lo cual, los niños ya saben, pues han tenido varias experiencias similares, al respecto.

El profesor comenta, además, que primero deben describir los tejidos que tienen, lo cual se considera que ya será más fácil, pues son los mismos tejidos utilizados en las dos secuencias anteriores. Asimismo, les recuerda que deben analizar la forma en que están ordenadas para que puedan seguir la secuencia de la misma manera que realizaron con él y sus compañeros.

Así, se presentan las secuencias que recibe cada grupo.

Grupo 1



Grupo 2

En este segmento, los niños trabajan solos con su grupo, debatiendo y analizando para ampliar la secuencia, donde el profesor interviene únicamente en caso necesario para guiar la actividad. Los niños manipulan los tejidos y los describen según sus posibilidades.

Luego analizan la secuencia que les corresponde y amplían la secuencia sobre sus mesas, donde cada niño emite una conjetura al respecto y se genera el discurso matemático.

Una vez terminado el trabajo, se pasa a la siguiente actividad.

4° Parte
Para iniciar este momento, se realiza un recorrido por los dos grupos, de manera a observar y analizar la manera en que cada grupo amplió la secuencia del patrón. Primeramente, el profesor solicita a los integrantes del grupo 1 que presenten su trabajo, en tanto que los demás compañeros escuchan atentamente, dan opiniones y sugerencias al respecto, utilizando el enfoque comunicacional. Seguidamente, de la misma manera, presenta su trabajo el grupo 2. Para finalizar, el profesor les pregunta a todos: – ¿Qué les pareció la actividad del día de hoy? ¿Fue complicado realizarla? ¿Cómo se sintieron? ¿Qué aprendieron?

Nota. Elaboración propia

- **Materiales y recursos**

En esta tarea se utilizan tejidos de ñanduti de dos tamaños, pequeño y grande, con diferentes colores y formas. Estos tejidos son de fácil acceso, teniendo en cuenta que se consiguen en la comunidad por ser parte de la artesanía de nuestro país. Así también, permiten llegar al objetivo de la tarea, ya que son de fácil manipulación y exploración, necesarios para trabajar el proceso de visualización de manera más profunda, por los atributos que tienen, de los cuales algunos poseen dos o tres colores y resultan novedosos e interesantes. Asimismo, permiten la interacción y expresión de sentimientos. Sin embargo, requiere en primer lugar, que el docente conozca la historia del ñanduti, aunque va a ser narrada por un familiar, como también que sepa encaminar las distintas actividades de la tarea. Además, requiere un mayor grado de visualización de los atributos para poder ampliar la secuencia, teniendo en cuenta que no solo deben identificar los atributos de los elementos, sino también su posición, lo cual representa un reto, no solo para los estudiantes sino también para el profesor.

TAREA 5 - ARTE PRECOLOMBINO

Esta sesión presenta una tarea con materiales manipulativos estructurados, utilizando tarjetas elaboradas con imágenes del Arte precolombino, cuyas fotografías fueron tomadas en el Museo del Oro de Colombia - 2024. La tarea está enfocada en el proceso de conjeturación, ya que pretende que los estudiantes emitan un enunciado verbal acerca de las regularidades presentes en las imágenes, que les permitan ampliar la secuencia del patrón.

Al comienzo se expone la formulación del trabajo, donde se precisan todas las actividades que se realizarán en torno a la Tarea 5, para luego describir los materiales utilizados.

- **Formulación**

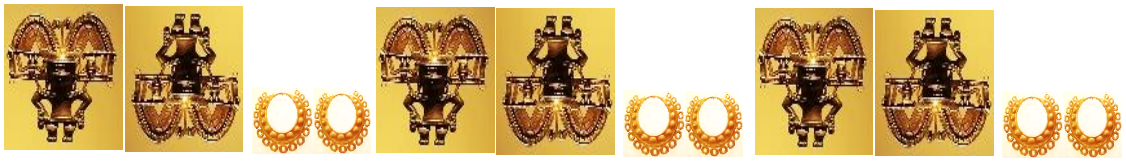
Esta tarea se encuentra dividida en cuatro partes, presentando al inicio, el objetivo que se pretende alcanzar con esta tarea y luego se describen paso a paso las actividades a ser realizadas con los infantes.

En la primera parte, se presenta la historia del Arte precolombino, de modo que los estudiantes integren no solo la cultura de su país, sino también la de Colombia. En la segunda parte, se trabajan dos actividades en forma conjunta con el profesor, quien presenta algunas tarjetas con imágenes de este arte que serán utilizadas en esa tarea. Cada actividad implica un grado distinto de complejidad y un mayor análisis de los atributos presentes en los elementos. En la tercera parte, los niños trabajan solos en dos grupos que tienen secuencias diferentes, pero con grados de complejidad similar. En la cuarta parte, se presentan los trabajos realizados en ambos grupos para realizar el debate final, generando el discurso matemático y la evaluación crítica, dando participación a todos los niños que quieran hablar, libremente.

En el siguiente cuadro se presenta esta tarea.

Cuadro 8

Tarea 5 - Arte precolombino

<table>
<tr><th colspan="2">Tarea 5 - Arte precolombino</th></tr>
<tr><td colspan="2">Objetivo: Formular una conjetura a través de un enunciado verbal para comunicar el proceso realizado al ampliar una secuencia a partir de la exploración de tarjetas con imágenes del Arte precolombino.</td></tr>
<tr><th colspan="2">1° Parte</th></tr>
<tr><td colspan="2">En la primera parte de la sesión, el profesor relata la historia del Arte precolombino de Colombia, pues tuvo la oportunidad de conocer este país y su cultura, mientras va mostrando a los niños fotos de su viaje. Así también, comparte distintas imágenes tomadas en el Museo del Oro, que visitó estando en ese país.
Los niños comentan y preguntan si quieren saber algo más sobre el tema. Luego se realiza la descripción de algunas de las imágenes de este arte tan bonito, estableciendo semejanzas y diferencias presentes en ellas, y se pasa a la siguiente actividad.</td></tr>
<tr><th colspan="2">2° Parte</th></tr>
<tr><td>Actividad 1
Grupal con el maestro</td><td>Grado de complejidad: ABccABccABcc…
Longitud del núcleo: 3 Atributos: posición de la forma y tamaño</td></tr>
<tr><td colspan="2">Para iniciar la primera actividad, se presentan varias tarjetas con imágenes del Arte precolombino. El profesor arma una secuencia con algunas de ellas y realiza las preguntas orientadoras:
– ¿De qué color son estas imágenes? ¿Por qué creen que son de ese color?
 
.
Luego se trabaja la visualización, primero de manera general y luego, de manera más específica, enfocada al núcleo.
En primer lugar, se describen las imágenes de manera individual, teniendo en cuenta que son desconocidas para los estudiantes. Para ello, el profesor les pregunta:
– ¿Qué imagen observamos en la primera tarjeta? ¿Cómo es ese hombre? ¿Qué más tiene? Entonces, lo llamaremos hombre mariposa.</td></tr>
</table>

– Ahora observemos la segunda imagen, ¿cómo está el hombre mariposa en ella? Luego, ¿qué elementos siguen? ¿De qué tamaños son los aros? ¿Y los dos anteriores?

En segundo lugar, se realizan preguntas enfocadas a identificar el núcleo del patrón:

– ¿Cuántas veces está el hombre mariposa y de qué forma? ¿Cuántas veces están los aros? ¿Qué se repite después? ¿Cómo se repiten? ¿Y luego? Vamos a nombrarlos hasta terminar la secuencia:

– Hombre mariposa arriba, hombre mariposa abajo, aro, aro…

– Entonces, ¿Cómo se repiten los elementos? ¿Hasta dónde se repiten? ¿Dónde vuelven a empezar?

Los niños realizan conjeturas al respecto y luego el profesor les pide que pasen a colocar más tarjetas en el orden en que deben ir.

Los niños pasan por turno, colocando una o dos tarjetas que consideran que continúa el patrón, lo cual es aceptado o no, por los demás niños observadores, quienes dan su opinión en cada caso.

Una vez completada la secuencia, se vuelve a analizar el proceso que han seguido para verificar las conjeturas realizadas por cada uno de ellos. Y se pasa a la siguiente actividad.

Actividad 2 Grupal con el maestro	**Grado de complejidad**: **abCDabCDabCD…** **Longitud del núcleo:** 4 **Atributos**: posición de la forma y tamaño

Esta actividad sigue el mismo proceso anterior, con la diferencia de que el profesor presenta otra estructura con diferentes elementos y mayor complejidad, ya que la misma imagen se presenta en diferentes posiciones; mirando hacia la izquierda, luego a la derecha, después hacia arriba y luego hacia abajo, además de tener distintos tamaños, como podemos observar en la siguiente secuencia:

.

Para iniciar, el profesor realiza las preguntas guías:

– ¿Qué figuras son estas? ¿Miran todas hacia el mismo lugar? ¿Cómo están colocadas las ranas? ¿De qué tamaño son?

– Vamos a citarlas en el orden en que aparecen, nombrando primero solo su tamaño:

– Pequeño, pequeño, grande, grande - pequeño, pequeño, grande, grande …

– Ahora, vamos a nombrarlas diciendo: *ranita* cuando es pequeña y *rana* cuando es grande:

– Ranita, ranita, rana, rana - ranita, ranita, rana, rana …

– Ahora, nombrando también su posición:

– Ranita a la izquierda, ranita a la derecha, rana arriba, rana abajo…

Posteriormente, el profesor les pregunta:

– ¿Qué permanece constante? ¿Qué cambia? ¿Qué se repite? ¿Cómo se repite?

Luego solicita a los niños que elaboren una conjetura de cómo creen que sigue la secuencia. Entonces pasan a colocar más tarjetas, por turno. Una vez terminado el trabajo, comentan el proceso realizado y verifican su conjetura. Así también, en este momento, se expresan ideas y sentimientos al respecto, antes de pasar a la siguiente parte.

3° Parte		
Actividad grupal	**Grado de complejidad**: **Grupo 1:** **aBCDaBCDaBCD …** **Grupo 2:** **AbcDAbcDAbcD…**	**Longitud del núcleo:** 4 **Atributos:** posición de la forma y tamaño

En esta actividad grupal, los niños deciden a qué grupo integrarse. El profesor reparte varias tarjetas con las imágenes del Arte precolombino y arma una secuencia diferente en la mesa de cada grupo, teniendo en cuenta el grado de complejidad previsto anteriormente.

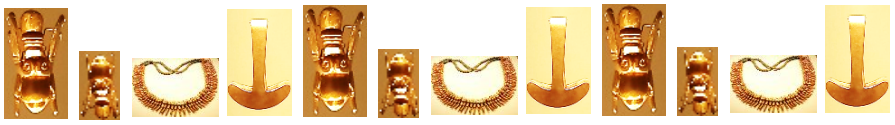
Luego brinda las indicaciones para el trabajo y permite la interacción libre entre los niños, sin interrumpir en el proceso, de modo a que los mismos logren ampliar la secuencia por sí solos.

En primer lugar, comenta a los niños que deben observar bien las imágenes y ver en qué se parecen y en qué son diferentes. En segundo lugar, les recuerda que deben observar cómo empieza y cómo termina la secuencia, es decir, cómo se repite, para después ampliarla.

A continuación, se presentan las secuencias que recibe cada grupo.

Grupo 1

Grupo 2



Luego los niños trabajan solos en su grupo, analizan, debaten, manipulan los elementos y realizan conjeturas a fin de ampliar la secuencia. Una vez ampliada la secuencia, analizan su conjetura para verificarla. Y se pasa a la última parte.
4° Parte
En este último momento, se realiza nuevamente el recorrido por los grupos para observar el trabajo que han realizado con las tarjetas, donde los niños explican la manera en que lograron ampliar la secuencia del patrón, mientras los demás compañeros escuchan atentamente y realizan preguntas si tienen dudas, evaluando la actividad realizada. Para finalizar la sesión, el profesor le pregunta: – ¿Les gustó el trabajo realizado el día de hoy? ¿Fue complicado realizar la actividad con las tarjetas del Arte precolombino? ¿Cómo se sintieron ante ello? En este contexto, todas las actividades realizadas permiten que los niños visualicen y realicen conjeturas que les permite ampliar la secuencia del patrón.

Nota. Elaboración propia

- **Materiales y recursos**

Los materiales necesarios para esta tarea son figuras del Arte precolombino, impresas en cartulina y plastificadas, las cuales son de fácil elaboración, teniendo en cuenta que se dispone de fotografías tomadas en la visita al Museo del Oro de Colombia - 2024. Así también, son de fácil manipulación y permiten la exploración y la indagación de saberes, para realizar conjeturas. Sin embargo, requiere que el docente conozca la historia del Arte precolombino y los nombres de las figuras, ya que de seguro los niños, preguntarán. Además, representa un reto para los estudiantes, pues deben identificar, no solo sus atributos, sino su posición en la secuencia, para poder ampliar el patrón.

TAREA 6 – TAREAS GRÁFICAS

En esta sesión se realiza una tarea con materiales manipulativos estructurados, a través de actividades gráficas en hojas. Esta tarea está enfocada al proceso de generalización y sus tres primeras fases, ya que se considera que los niños están preparados para pasar al plano gráfico. Además, la tercera fase de la generalización es *Escribir*, la cual contempla también la realización de dibujos, como forma de expresar el patrón de manera escrita, razón por la cual, el objetivo de esta tarea es lograr que los niños realicen representaciones gráficas de la secuencia para ampliar el patrón, dibujando y pintando sus elementos. En este sentido, se prevé realizar la filmación de toda la clase, de modo a obtener evidencias acerca del aprendizaje de los estudiantes.

A continuación, se presenta la formulación de la tarea, que describe paso a paso las actividades planificadas y el objetivo que se pretende alcanzar con ella, luego se expone la descripción de los materiales que serán utilizados.

- **Formulación**

En esta sección se presenta la descripción completa de la tarea, la cual se encuentra dividida en tres partes, con una actividad en cada una de ellas.

En la primera parte se trabajan tres secuencias presentadas en el pizarrón, para que los niños comprendan la manera de realizar el ejercicio en la segunda parte, utilizando dibujos de los materiales ya utilizados en clases anteriores. En la segunda parte, los niños trabajan de manera individual, ampliando seis secuencias a través del dibujo de los elementos que se presentan en la hoja, los cuales tienen distintos grados de complejidad, con dos o tres elementos en el núcleo. En la tercera parte, se analizan las tareas gráficas realizadas de manera individual, a fin de enfatizar los aprendizajes adquiridos y evaluar la actividad. A continuación, se presenta la Tarea 6 en el siguiente cuadro.

Cuadro 9

Tarea 6 - Actividades gráficas

<table>
<tr><th colspan="2">Tarea 6- Actividades gráficas</th></tr>
<tr><td colspan="2">Objetivo: Realizar la representación gráfica del patrón de repetición a través del dibujo, para ampliar la secuencia de elementos en la tarea gráfica.</td></tr>
<tr><th colspan="2">1° Parte</th></tr>
<tr><td>Actividad
Grupal con el maestro</td><td>Grado de complejidad: AbAbAb… abBabBabB… aAbBaAbBaAbB…
Longitud del núcleo: 2, 3 y 4 Atributos: tamaño, color y forma</td></tr>
<tr><td colspan="2">Esta sesión comienza recordando las clases anteriores, comentando qué se hizo y cómo se hizo. Al principio se trabaja las fases de generalización Ver y Decir, cuando los niños identifican y nombran los atributos, sus semejanzas y diferencias, o cómo se repite la secuencia, para luego trabajar la fase Escribir, cuando los niños realizan los dibujos para ampliar el patrón, tanto en la pizarra como en las hojas de tareas.

Para comenzar, el profesor pide a los niños que observen los dibujos que están en el pizarrón y los describan, de qué color son, qué tamaño tienen, etc. en cada ejemplo.

Luego, les pregunta: ¿Cómo se repite la secuencia de frutas? ¿Pueden nombrarlas?
– Naranja, manzana- naranja, manzana- naranja, manzana… ¿Cómo sigue después?
– Observemos su tamaño, ¿son todos iguales? Entonces ahora nombremos las frutas con su tamaño:
– Naranja grande, manzana pequeña - naranja grande, manzana pequeña… ¿Y luego?

Posteriormente, los niños pasan a dibujar los elementos de la primera secuencia en el pizarrón, sin olvidar el tamaño que tienen. Los demás niños observan y opinan.

Luego se analiza la secuencia 2, con las siguientes preguntas:

– ¿Cómo se repite la segunda secuencia que contiene las partes de la cara? Vamos a nombrarlas:</td></tr>
</table>

- Ojo, boca, boca - ojo, boca, boca- ojo, boca, boca… ¿Cómo continúa?
- Ahora observemos sus tamaños, ¿son todos iguales? -Entonces vamos a nombrarlas diciendo también su tamaño:
- Ojo pequeño, boca pequeña, boca grande... ¿Cómo sigue?
- Ahora pasen a dibujar el elemento que continúa en esta secuencia.

Una vez que se ha terminado el trabajo, se verifica si está bien y se continúa con la secuencia 3.

- ¿Cómo se repite esta secuencia? Vamos a nombrar solo sus elementos:
- Pote, pote, pelota, pelota… ¿Cómo podemos continuar?
- ¿Son todos del mismo color? Entonces, vamos a nombrarlas diciendo también su color:
- Pote verde, pote verde, pelota rosa, pelota rosa…
- ¿Todos tienen el mismo tamaño? Ahora también con su tamaño:
- Pote verde pequeño, pote verde grande, pelota rosa pequeña, pelota rosa grande.
- ¿Cómo les parece que podemos continuar esta secuencia? Pasen a dibujar.

Una vez que todos los niños hayan pasado a dibujar, se analiza el trabajo realizado, el profesor explica cómo deben hacerlo cuando se les de la hoja a cada uno. Entonces se pasa a la siguiente parte.

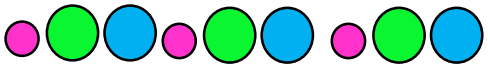
2° Parte

Actividad Individual	**Grados de complejidad**: **aBaBaB… AbAbAb… aAAaAAaAA… ABBABBABB … abBabBabB… aAbBaAbBaAbB…** **Longitud del núcleo:** 2, 2, 3, 3, 3, 4 respectivamente. **Atributos**: tamaño, color y forma

Con esta actividad, se enfatiza la tercera fase de la generalización, ya que se pretende que los niños dibujen la secuencia de elementos que sigue para ampliar el patrón de repetición, lo cual sirve de evidencia acerca del nivel de comprensión de su estructura.

El profesor les muestra a los niños la hoja con las seis actividades y les explica que van a realizar los dibujos que siguen la secuencia en cada caso, tal como lo hicieron en el pizarrón, para lo cual deben mirar bien cada ejercicio y atender su tamaño, color y forma. A continuación, se presenta la hoja de tareas gráficas que será entregada a los estudiantes en esta sesión.

AMPLÍA LA SECUENCIA DIBUJANDO LOS ELEMENTOS QUE SIGUEN

1	
2	
3	
4	
5	
6	

Una vez que todos los niños terminen su tarea, se pasa a la siguiente actividad.

3° Parte

En esta última parte se analizan los diferentes dibujos realizados por los niños, como también se debate sobre la manera de ampliar la secuencia de elementos, utilizando el discurso matemático y enfatizando dos fases de la generalización: ver y decir.

En forma grupal, se identifica cuál es el núcleo del patrón de cada secuencia que contiene la hoja de tareas. Los niños expresan sus ideas al respecto, como también sus sentimientos, y comentan, además, si tuvieron alguna dificultad, evaluando su propio trabajo y el de sus compañeros.

Nota. Elaboración propia

- **Materiales y recursos**

En esta sesión se utiliza el pizarrón y tizas de colores, en la primera parte, en tanto que, en la segunda, hojas con tareas gráficas y pinceles de colores. Estos materiales son de fácil acceso, fácil manipulación, y permiten llegar al objetivo de la tarea, pues con ellos se pueden graficar los elementos para ampliar la secuencia. Asimismo, a la mayoría de los niños les encanta

dibujar y pintar, razón por la cual estos materiales son adecuados para expresar ideas y sentimientos mediante el dibujo y la pintura, resultando motivante y a la vez, desafiante, ya que requiere que sepan dibujar o al menos, que el dibujo sea inteligible. En este sentido, los dibujos que se presenta en la tarea son fáciles de realizar y no necesitan ser perfectos, lo cual será recordado a los niños, ya que lo importante es que lo intenten. Asimismo, requiere que el profesor sepa guiar la actividad y también, sepa dibujar.

Tarea con materiales digitales

Este apartado presenta la Tarea7, que contempla 6 actividades digitales, cinco de ellas diseñadas utilizando distintas aplicaciones y plataformas web, las cuales consideran todos los elementos descriptos en la sección de *Aspectos generales*. Esta tarea busca que los niños identifiquen el núcleo del patrón en diversas secuencias presentadas de manera digital, utilizando distintos recursos semióticos, como la palabra, el ritmo y los gestos (Radford, 2010a, citado en Vergel y Rojas, 2018). Está enfocada al proceso de generalización, especialmente a las dos primeras fases, *Ver y Decir*, de modo que los estudiantes puedan utilizar la visualización (Ver) para percibir semejanzas y diferencias que les permita ampliar la secuencia del patrón y posteriormente, poder comunicarlo oralmente (Decir). Asimismo, al final de la sesión, se utiliza la fase *Escribir*, de modo que los niños puedan crear un patrón y ampliarlo dibujando.

A continuación, se presenta la Tarea 7 con las distintas actividades que involucra.

TAREA 7 – ACTIVIDADES Y JUEGOS EN LA WEB

En esta última sesión, se trabaja la tarea con materiales digitales, en la cual los estudiantes utilizan varios recursos tecnológicos: cinco creados por el profesor en aplicaciones y plataformas web y un video disponible en YouTube. Las seis actividades poseen distintos grados de complejidad y utilizan varias imágenes con dibujos de materiales utilizados en las sesiones

anteriores, como también otras imágenes conocidas que son del agrado de los niños, como los animales y los medios de transporte. En este contexto, se prevé realizar la filmación de la sesión de modo a obtener ciertas evidencias en cuanto a la utilización de los recursos semióticos, nombrados anteriormente.

Seguidamente, se expone la formulación de la tarea que describe cada una de las partes de la sesión, para presentar al final la descripción de los materiales utilizados.

- **Formulación**

Esta sección se encuentra dividida en cuatro partes, donde se presentan las diversas actividades creadas en la web para trabajar con patrones de repetición.

En la primera parte, el profesor realiza las orientaciones generales sobre la tarea y recuerda a los niños las reglas de uso de las computadoras. En este sentido, se aclara que los niños ya tienen experiencias previas del manejo de las mismas, ya que asisten semanalmente a clases de computación, teniendo en cuenta que la escuela cuenta con los carritos tecnológicos (computadoras) proveídos por el MEC. En la segunda parte, los niños trabajan tres actividades en forma grupal con el maestro, en tanto que, en la tercera parte los infantes trabajan de manera individual con las computadoras, pudiendo pedir ayuda a los profesores presentes, en cuanto a aspectos de la tecnología, si se presenta algún inconveniente, incentivando a que los estudiantes intenten resolver solos cada tarea. En la parte final se realiza el cierre de la actividad de manera grupal con el maestro, quien guía la actividad.

En el siguiente cuadro se presenta la descripción de cada parte de esta sesión con sus respectivas actividades.

Cuadro 10.

Tarea 7 - Actividades y juegos en la web

<table>
<tr><th colspan="2">Tarea 7 - Actividades y juegos en la web</th></tr>
<tr><td colspan="2">Objetivo: Identificar el núcleo del patrón nombrando los elementos a través del uso recursos semióticos como la palabra, los gestos y el ritmo en la pronunciación, al trabajar con materiales digitales que demuestren las fases de la generalización: ver, decir y escribir.</td></tr>
<tr><th colspan="2">1° Parte</th></tr>
<tr><td colspan="2">Para comenzar la sesión, se recuerdan las tareas realizadas en clases anteriores para activar los conocimientos previos, observando fotos y videos tomadas en cada sesión.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Luego, el profesor explica las actividades que se van a realizar en las computadoras y los niños preguntan si tienen dudas al respecto. Se establecen las normas de trabajo y se comenta que se tiene la ayuda de otro profesor, para lo que ellos necesiten.

Así mismo, comenta que seguidamente van a realizar juntos tres actividades utilizando un proyector, de manera a trabajar en forma grupal y que posteriormente trabajarán en forma individual con las computadoras, instando a los niños a realizar por sí solos la tarea y que se diviertan realizando cada una de las actividades, y se pasa a la siguiente parte de la sesión.</td></tr>
<tr><th colspan="2">2° Parte</th></tr>
<tr><td>Actividad 1
Frutas</td><td>Grado de complejidad: ABCABCABC… Longitud del núcleo: 3
Atributo: color y forma</td></tr>
<tr><td colspan="2">En esta actividad se completa una secuencia de frutas, para lo cual, se debe arrastrar el dibujo de la fruta que sigue en la serie hacia el cuadro que le corresponde, momento en el cual, si está correcto, aparece una carita de alegría, en tanto que, si no lo es, aparece una carita de tristeza, para cada elemento, ya que se colocan de manera individual. Al finalizar el juego, aparece en la pantalla un mensaje de felicitaciones por el trabajo realizado.
Para iniciar, el profesor ingresa al juego de Geogebra denominado Patrón de repetición con frutas- Preescolar, en el siguiente link:
https://www.geogebra.org/m/tnagvvcq
Luego, los niños observan qué frutas son, qué color tienen y en qué orden van (fase ver) y las describen. El maestro explica que se debe ampliar una secuencia de frutas y realiza las preguntas orientadoras:</td></tr>
</table>

– ¿Cómo se repite esta secuencia? ¿Pueden nombrar sus elementos?

En este momento, el profesor observa cuidadosamente la forma de pronunciación, los gestos que realizan los infantes y el ritmo que imprimen al nombrar cada elemento, de manera a identificar si reconocen el núcleo del patrón, para lo cual se realiza la grabación (fase decir).

Posteriormente, alguno de los niños pasa a completar la primera fruta que sigue en la secuencia, los demás dan voces de aliento y realizan conjeturas acerca de la fruta que creen que continúa, instante en el cual, aparece la carita de alegría o tristeza, según la respuesta sea correcta o incorrecta.

Una vez culminado el juego, se vuelven a nombrar todos los elementos, de la misma forma anterior, de manera a identificar nuevamente el ritmo en la pronunciación y se pasa a la siguiente actividad.

Actividad 2 Video Arte precolombino	**Grado de complejidad**: ABAABAABA… ABABAB… **Longitud del núcleo:** 3 y 2 **Atributos:** grosor (grueso - delgado) - movimiento y color

En esta segunda actividad, los niños observan un video de YouTube sobre el Arte precolombino, denominado *El reto de los patrones: ranitas y crustáceos* (Vargas y Vargas, 2021), el cual contiene algunos relatos acerca de la cultura precolombina y actividades para identificar regularidades, de las cuales enfatizamos dos, una de ellas, en el que el niño debe reconocer qué cambia en la secuencia y en la otra, el tipo de movimiento que realizan las ranitas para seguir el patrón, trabajando así, dos fases de la generalización (ver y decir).

https://www.youtube.com/watch?v=l2_1gk8Tq_I

Para iniciar esta actividad grupal, el profesor copia y pega el link en el navegador y pide a los niños observar el video y realizar preguntas en caso de tener dudas. Así también, los infantes van contestando las preguntas que contiene dicho video sobre los patrones.

En primer lugar, se muestra una secuencia con imágenes de ranitas y se pide que observen cómo son las patas y qué grosor tienen. Luego, se muestra nuevamente la secuencia y se presentan dos opciones, de las cuales, el niño debe identificar cuál es el grupo que sigue la serie. La respuesta es la opción 1. Aquí también existe la posibilidad de diversos comentarios sobre la opción dos que presenta el cambio de grosor de las dos patas, atendiendo la secuencia que los niños logren identificar. Posteriormente, presenta una actividad de identificar cuál es el anfibio más pesado y se comenta algo de este arte. Por último, se pide observar los saltos y colores de las ranitas para continuar el patrón.

Actividad 3 Medios de transporte	**Grado de complejidad**: AbAbAb… aBaBaB… abCabCabC… AbCAbCAbC… **Longitud del núcleo**: 2, 2, 3, 3 **Atributo:** tamaño, color y forma

En esta actividad grupal se observa un video en Powtoon: *Patrón de repetición Medios de transporte*, con imágenes de los medios de transporte, en la cual, se deben ampliar cuatro secuencias nombrando oralmente los elementos que continúan la serie presentada.

Para iniciar, el profesor ingresa al link y explica a los estudiantes cómo se debe realizar la actividad.

https://www.powtoon.com/s/bxmd9qBmYvl/1/m/s

En este sentido, se comenta que se deben nombrar los elementos en el orden en que aparecen, y luego mencionar el elemento que sigue en la secuencia. Por ejemplo, en la primera secuencia, se nombran: camión, moto, camión, moto, camión… ¿qué sigue después? Los niños deben responder *moto*, en ese instante, el video muestra que efectivamente, la moto es la que sigue en la secuencia. De la misma manera se trabaja con las tres secuencias siguientes.

Una vez finalizado el juego, se vuelve a observar el video, pausando al final de cada secuencia para volver a nombrar los elementos, momento que es grabado, pues sirve para identificar si los niños reconocen el núcleo del patrón en ellas, al utilizar los medios semióticos (palabras, gestos, ritmo), trabajando a la vez, las fases ver y decir.

Al terminar el juego, se pasa a la tercera parte de esta tarea con la actividad 4, donde los niños trabajan de manera individual.

3° Parte

Actividad 4 Tejidos de ñanduti	**Grado de complejidad:** aBaBaB… AbCAbCAbC… ABaABaABa… aBCaaBCaaBCa… ABCcABCcABCc… **Longitud del núcleo:** 2, 3, 3, 4, 4 **Atributos:** posición de la forma, color y tamaño

En esta actividad se realiza un juego en Wordwall denominado *Patrones de repetición con tejidos de ñanduti. Artesanía paraguaya*, utilizando imágenes de tejidos en ñanduti, donde los niños deben completar las secuencias observando los atributos de sus elementos: tamaño, color y forma, de los cuales deben elegir uno, para la primera, segunda y tercera serie, y dos, para las series 4 y 5.

En este sentido, el juego está configurado para guiar la actividad mediante orientaciones verbales y verificar automáticamente las respuestas correctas e incorrectas, antes de pasar a la siguiente serie. Así mismo, el juego puede volver a jugarse varias veces, permitiendo afianzar los aprendizajes.

Para iniciar, se debe ingresar al siguiente link:

https://wordwall.net/play/78173/324/302

Una vez dentro del juego, la aplicación le indica al niño que debe marcar un elemento para continuar la secuencia, momento en el cual debe identificar el elemento que sigue entre varias opciones. Lo mismo ocurre con las demás secuencias.

En contexto, el niño trabaja de manera individual en su computadora, utilizando ambas fases, ver y decir, lo cual demanda una observación atenta del maestro para comprobar la manera en que realizan la actividad y poder identificar si efectivamente logran identificar el núcleo del patrón. Así mismo, las secuencias 4 y 5 poseen un nivel mayor de complejidad, teniendo en cuenta que se presenta la misma figura en distinta posición, razón por la cual, el niño debe poder visualizar dichos cambios para seleccionar la opción correcta.

Así también, mediante el uso de los medios semióticos empleados al abordar las tareas, el maestro puede comprender el trabajo que realizan sus estudiantes.

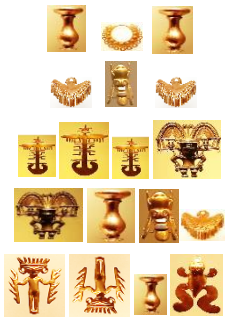
Al finalizar, se pasa a la siguiente actividad.

Actividad 5 Arte precolombino	**Grado de complejidad: AbAAbAAbA… aBaaBaaBa… aAaBaAaBaAaB… ABCdABCdABCd… ABcDABcDABcD…** **Longitud del núcleo**: 3, 3, 4, 4, 4 **Atributo:** posición de la forma y tamaño

En esta actividad se realiza un juego en Wordwall denominado *Patrones de repetición con figuras del Arte precolombino*, elaborado con fotografías del Museo del Oro de Colombia -2024, en el cual, los niños deben ampliar cuatro secuencias que contienen imágenes de este arte con distintos grados de complejidad.

La primera y segunda secuencia, se completa marcando un elemento, en tanto que en la tercera, cuarta y quinta se marca un cuadro que contiene dos elementos que continúan la serie. En este sentido, el propio juego va realizando las indicaciones en voz alta:

- Marca un elemento para continuar la secuencia.
- Continúa la secuencia marcando el cuadro correcto.



Asimismo, en ambas opciones se va confirmando si las respuestas son correctas o no, en cuyo caso, demuestra cuál es la respuesta correcta. Este juego también permite volver a jugarlo varias veces, lo cual se considera positivo en el aprendizaje de los infantes. Además, permite trabajar las fases *ver y decir*.

Para iniciar, al igual que los juegos anteriores, los niños deben ingresar al link, con o sin ayuda del maestro, e ir marcando la respuesta correcta luego de identificar el o los elementos que continúan la serie.

https://wordwall.net/play/78172/303/226

En este sentido, como es un juego individual, los niños trabajan solos con sus computadoras y el profesor realiza la observación del trabajo realizado por los infantes para identificar los medios semióticos que utilizan como también, si logran reconocer el núcleo del patrón en cada secuencia, por lo cual, se realiza la grabación del sonido.

Al terminar este juego, se pasa a la última actividad de esta sesión de clases.

Actividad 6 Animales, frutas y vegetales	**Grado de complejidad: ABCDABCDABCD… ABCDABCDABCD… ABCDABCDABCD… ABCABCABC… ABCDABCDABCD…** **Longitud del núcleo**: 4, 4, 4, 3 **Atributos:** forma de: 1-animales 2-frutas 3-vegetales 4-frutas

En esta actividad se realiza un juego en Genially denominado *Juego con patrones de repetición - Amplia la secuencia propuesta*, que contienen imágenes de animales, frutas y vegetales, para ampliar la secuencia del patrón. Todas las secuencias tienen grados de complejidad similar, en tanto que varían en la cantidad de elementos que continúan la secuencia, teniendo en cuenta que en la primera y segunda serie se debe seleccionar un solo elemento, mientras que, en la tercera, un grupo de dos elementos y en la cuarta serie un grupo de tres elementos.

Asimismo, este juego varía de los anteriores ya que no permite continuar otra secuencia hasta marcar el elemento correcto, en tanto que si permite volver a jugarlo de nuevo.

Para iniciar el juego se debe ingresar al siguiente link:

https://view.genially.com/6724114a8e2b8d88b289d91b/interactive-content-juego-con-patrones-de-repeticion-amplia

En este juego, los niños también trabajan de manera individual y el docente observa sus acciones, gestos, palabras y el ritmo, registrando sus observaciones y realizando la grabación del sonido, de modo a constatar si logran identificar en las secuencias, el núcleo del patrón. Asimismo, el juego permite trabajar las fases de la generalización *ver y decir*.

Al finalizar, se pasa a la parte final de la sesión.

4° Parte
Reunido el grupo completo, se analizan brevemente las tres últimas actividades (4, 5 y 6) realizadas en forma individual. Para esto, el profesor vuelve a ingresar en cada uno de los juegos y se examina cada secuencia presentada, para lo cual realiza las siguientes preguntas orientadoras: – ¿Cómo se repite la secuencia? Nombren los elementos. ¿Qué elementos continúan después? En esta parte de la sesión se trabaja la generalización, específicamente en las fases *ver y decir*, dentro de la cual los niños comunican el proceso que realizaron para ampliar la secuencia en los distintos juegos que realizaron en la web, practicando el discurso matemático. Posteriormente, los infantes trabajan la fase *escribir*, ya que se decide en forma grupal la realización de dibujos, en el cual, deben crear un patrón de repetición y ampliarlo dibujando las figuras que más les gustó de las actividades digitales realizadas. Así también, los niños realizan la presentación de sus trabajos (dibujos) y finalmente, comentan qué aprendieron con estas actividades, qué dificultades se les presentaron, cómo se sintieron, utilizando la evaluación crítica de los aspectos trabajados en cada una de ellas.

Nota. Elaboración propia

- **Materiales y recursos**

Los materiales de esta sesión constituyen juegos y actividades de la web y poseen varias fortalezas, ya que permiten desarrollar los tres procesos que se busca potenciar con esta tesis (visualización, conjeturación, generalización y sus fases). Así mismo, la escuela beneficiaria dispone de computadoras y conexión a internet, por lo cual los niños poseen conocimientos acerca del uso de estas herramientas tecnológicas, teniendo en cuenta que asisten a clases de computación y estarán preparados para afrontar la tarea de manera óptima y alcanzar el objetivo que se propone. Además, a la mayoría de los niños les gusta la tecnología, por lo cual, es motivante y permite la expresión de sentimientos e ideas sobre la actividad que se realiza con ella. Sin embargo, requiere que tanto el profesor como los infantes sepan utilizarlas, siendo necesario un trabajo previo de preparación, de manera a obtener mejores resultados.

CAPÍTULO 5. CONSIDERACIONES FINALES

En este capítulo se exponen las consideraciones finales de este trabajo de grado, que contempla la descripción del cumplimiento de los objetivos, general y específicos, como también, la reflexión acerca del alcance del diseño de las tareas y las dificultades que se presentaron en su realización; así mismo, se comparte una reflexión en torno al efecto que tuvo su desarrollo en el ser, saber y hacer del autor, los cuales se describen a continuación.

Descripción del cumplimiento de los objetivos del trabajo de grado

En este primer apartado se describen aspectos acerca del logro de los objetivos, tanto el general como los específicos, que guiaron el trabajo realizado.

En cuanto al primer objetivo específico, que pretende *Diseñar tareas con patrones de repetición cualitativos utilizando materiales didácticos manipulativos, que permitan favorecer el reconocimiento de semejanzas y diferencias presentes en los atributos del núcleo de secuencias dadas, atendiendo a características del proceso de visualización, en niños de 5 a 6 años*, se considera un objetivo alcanzado, ya que han sido diseñadas dos tareas enfocadas específicamente al proceso de visualización, utilizando materiales no estructurados como las frutas y los tejidos de ñanduti, los cuales son considerados los más adecuados para trabajar las características de este proceso, teniendo en cuenta que poseen atributos físicos valiosos que permiten observarlos, manipularnos y explorarlos, y además, para los niños de estas edades, estas actividades son fundamentales para su desarrollo evolutivo.

Así también, la visualización se considera un proceso fundamental en el reconocimiento de los patrones, ya que permite identificar las semejanzas y diferencias de los atributos que poseen los elementos, siendo indispensables para realizar la ampliación de una secuencia.

En cuanto al segundo objetivo específico, *Proponer tareas con patrones de repetición cualitativos, que permitan a los niños de 5 a 6 años, formular conjeturas al identificar las propiedades invariantes en los elementos de la secuencia, propiciando la exploración con materiales manipulativos,* también se considera un objetivo logrado, teniendo en cuenta que se diseñaron tres tareas enfocadas al proceso de conjeturación, las dos primeras con materiales estructurados, es decir, creadas específicamente para trabajar los patrones de repetición: una de ellas utilizando fichas con secuencias y alfombras con actividades corporales y la otra, utilizando tarjetas con figuras del Arte precolombino, y la tercera, con materiales no estructurados, utilizando objetos sólidos.

En este sentido, las tareas corporales promueven la realización de actividades necesarias para que los niños puedan, no solo visualizar, explorar y manipular dichos materiales, sino que también puedan vivenciar los patrones con el cuerpo. Los objetos sólidos permiten la experimentación por la movilidad de los elementos, generando espacios para que los niños expresen ideas entre sus pares. Así mismo, las tareas del Arte precolombino permiten trabajar los patrones de repetición cualitativos, agregando el cambio de posición de la imagen en los elementos de la secuencia, lo cual posibilita profundizar un poco más en el proceso de conjeturación.

Estas tareas conducen a los niños a formular conjeturas acordes a su nivel de maduración y cognición, al detectar las propiedades invariantes en la secuencia de elementos, considerando que la conjeturación es un proceso necesario para emitir juicios verbales que den cuenta de los aprendizajes alcanzados por los estudiantes.

En cuanto al tercer objetivo específico, *Plantear tareas con patrones de repetición cualitativos, utilizando materiales didácticos manipulativos y digitales, que incluyan algunas*

fases de la generalización, se considera alcanzado, ya que fueron diseñadas dos tareas con materiales estructurados, una digital y una manipulativa, las cuales permiten trabajar las tres primeras fases de la generalización: ver, decir y escribir.

En este sentido, la sexta tarea manipulativa pretende, además, que los niños realicen dibujos para ampliar la secuencia, lo cual requiere un mayor nivel de comprensión de los patrones de repetición, lo cual es factible, teniendo en cuenta que los niños ya han realizado varias tareas anteriores y están preparados para pasar al plano gráfico, a través del dibujo.

Así mismo, la tarea digital incluye tanto el nuevo material creado por la autora específicamente para este trabajo de grado, como el empleo de material especializado que ha sido diseñado por investigadores en el área de la Didáctica de la Matemática. Así, cinco de las actividades fueron creadas utilizando aplicaciones web y una corresponde a un video académico, creado con fines educativos para infantes, que se encuentra alojado en la plataforma de YouTube, las cuales posibilitan la incorporación de la tecnología en las aulas. Además, esta tarea busca llegar a la tercera fase de la generalización, donde los niños puedan crear un patrón y ampliarlo dibujando, permitiendo de esta manera, alcanzar las tres fases en ambas tareas.

En este contexto, el diseño de tareas está guiado por una estructura que permite llegar al objetivo general del proyecto, *Formular una propuesta de tareas con patrones de repetición cualitativos, utilizando materiales didácticos manipulativos y digitales, diseñados a partir de la propuesta de cambio curricular Álgebra temprana para niños de Preescolar de 5 a 6 años*, teniendo en cuenta que permite trabajar el Álgebra temprana desde la educación inicial, gracias al diseño de las siete tareas creadas utilizando, tanto materiales manipulativos como digitales, posibilitando que los niños de este nivel se inicien en la adquisición de habilidades en los procesos de visualización, conjeturación y puedan llegar, en cierta medida, a la generalización,

mediante el trabajo con patrones de repetición.

En este sentido, es tiempo de resaltar el estudio y reflexión que necesitó la toma de decisiones en la búsqueda de nexos significativos para el desarrollo integral de los estudiantes, que permitieran lograr un transitar argumentado en estas tareas y que posibiliten la exploración y manipulación de distintos elementos como las frutas y los objetos sólidos, iniciando la experiencia con materiales manipulativos para continuar con actividades corporales, que facilitan la vivencia y comprensión de las repeticiones a través del propio cuerpo, fomentando, además, el desarrollo de la coordinación visomotriz y la motricidad fina y gruesa. Así también, el uso de tejidos de ñanduti y figuras del Arte precolombino fueron cuidadosamente seleccionados en esta misma línea de ideas, dado que fomentan no solo la comprensión de los patrones de repetición, sino también posibilitan la integración de la cultura como uno de los compromisos con el ámbito educativo, de modo que los niños puedan percibir de distinta manera el mundo que les rodea. Asimismo, el trabajo con tareas gráficas posibilita, en cierta medida, el paso de lo manipulativo a lo más abstracto, teniendo en cuenta que además de utilizar los elementos concretos para trazar la representación de objetos a través del dibujo, permiten el desarrollo de una manera de pensar distinta a la normal, ya que dichos dibujos deben ser realizados siguiendo la secuencia del patrón.

Reflexión acerca del alcance del diseño de las tareas y las dificultades en su realización

La propuesta de tareas está dirigida a niños de Preescolar, de 5 a 6 años, como forma de iniciar el trabajo con el álgebra desde edades tempranas. Este diseño consta de siete tareas, de las cuales seis son manipulativas y una es digital. En este sentido, este trabajo de grado es resultado de los aprendizajes obtenidos en los distintos seminarios que se han cursado, cada uno de los cuales ha aportado de manera fructífera a su realización. Así también, las lecturas realizadas han

encaminado la elaboración de esta tesis con todos los requerimientos necesarios, permitiendo la apropiación y adaptación de las ideas de los diversos autores analizados.

Resalto, en este contexto, que un alcance de este diseño está en vínculo con ideas de Morales (2018), Moreno (2015) y Vergel y Rojas (2018) en cuanto al proceso que siguen los estudiantes al trabajar con patrones de repetición y las estrategias que utilizan al resolver este tipo de tareas, los cuales sirvieron de referencia para elaborar la propuesta presentada en este trabajo de grado. Así también, como plantea Morales (2018), relacionando la importancia que tiene la intervención oportuna del maestro en el proceso de clase para encaminar el aprendizaje de los niños. En este sentido, el presente trabajo no es solo el resultado de las lecturas de estos autores, sino que es una mirada personal a los fundamentos que proponen en sus investigaciones, reflexionados y comprendidos a partir de la experiencia profesional de la autora, dentro del nivel inicial.

Considero de importancia, además, la lectura realizada en Vergel y Rojas (2018), porque desde allí pude visualizar la necesidad de incorporar los fundamentos que plantean, al tomar ejemplos de Radford (2010a) acerca de la relevancia que tiene el observar y analizar los medios semióticos utilizados por los estudiantes, como las palabras, los gestos y el ritmo, como forma de identificar el momento en que reconocen el núcleo del patrón, al trabajar con las distintas secuencias. Sobre esta teoría me queda pendiente su comprensión a profundidad y el impacto transformador en las aulas de clase y en el desarrollo de los infantes. Del mismo modo, en el diseño de tareas se reconoce la relevancia de incorporar la dimensión afectiva en el proceso educativo, de manera similar a como lo plantean estos autores, lo cual coincide también con los planteamientos de Gómez et al. (2018) y se encuentra impregnado en el Marco Curricular de Educación Inicial (MEC, 2005).

La conversación entre los autores mencionados en los antecedentes y el diseño que se presenta en el trabajo de grado es estrecha, en lo cual encuentro un punto de logro admirable en este proyecto. Es así como otro ejemplo son las consideraciones de Álvarez-Alfonso et al. (2014), Camargo et al. (2022), Morales (2018), Moreno (2015), Pincheira et al. (2022), Pineda (2021), Vargas et al. (2021), Vergel y Rojas (2018), por citar algunos de los referentes consultados al respecto, quienes plantean la importancia de trabajar los procesos de visualización, conjeturación y generalización en el contexto áulico, los cuales han sido adaptados, en esta tesis, para ser trabajados con niños de 5 a 6 años de Paraguay.

Así también, tuve la oportunidad de terminar un borrador, y aunque resultó difícil y complejo analizar cada tarea y sus actividades, me permitió volver a leer mi trabajo y pulirlo varias veces, lo cual fue satisfactorio, teniendo en cuenta que pude realizar un análisis más profundo de las tareas elaboradas y volver a mirarlas de otra manera, ya que inicialmente, se contemplaron únicamente algunas metas. Luego, una vez analizadas todas las actividades planeadas, me di cuenta de que tenían un mayor potencial, razón por la cual, se incorporaron también objetivos específicos a cada una de las siete tareas, enfocados a los distintos procesos que se consideran en este trabajo.

Así mismo, los materiales seleccionados fueron cambiando durante el diseño, llegando a desechar incluso, alguno de ellos, tras los análisis realizados acerca de la pertinencia de cada elemento, atendiendo que se pretende incorporar materiales llamativos y del contexto socio-cultural, creados específicamente para este diseño de tareas o seleccionados de material académico realizado por expertos, como es el caso del video de precolombinos. Así también, los atributos que se eligieron para trabajar con dichos materiales fueron cuidadosamente seleccionados, logrando una interesante combinación de los mismos, siendo ejemplo de ello, el

de los tejidos de ñanduti y de las imágenes precolombinas que permiten revisar la posición- arriba, abajo, derecha- izquierda, o del video de las ranitas que permite observar el atributo de grueso y delgado.

En este contexto, se es consciente de que no se trazan objetivos más amplios relacionados con observación de los resultados, ya que la implementación y sus análisis a partir de una eventual aplicación no podrán ser observados a corto plazo, recién cuando estos estudiantes de preescolar lleguen al séptimo - octavo grado, razón por la cual este trabajo busca crear un camino para trabajar el Álgebra temprana desde el nivel inicial, comenzando con niños de 5 a 6 años, que permitan potenciar el desarrollo del pensamiento algebraico y fortalecer sus capacidades y habilidades como forma de crear en ellos, bases sólidas, para contribuir a futuro, a superar posibles dificultades con el paso al álgebra y que sea más exitoso. En este contexto, sería interesante que se realicen otras investigaciones afines, que brinden continuidad al presente proyecto y permitan observar los resultados de su implementación en cursos siguientes, especialmente en séptimo u octavo grado, donde pueda comprobarse la efectividad de esta propuesta.

Reflexión sobre como el desarrollo del trabajo de grado tuvo efecto en el ser, saber y hacer del autor

La realización de este trabajo de grado produjo muchos cambios en mi ser, los cuales considero positivos, ya que, aunque ya había hecho una tesis anteriormente, en este trabajo se tuvo un mayor grado de exigencia en todos los sentidos, pues me ha tocado aprender a leer textos y artículos científicos y extraer de ellos, datos importantes para analizarlos, interpretarlos y utilizarlos en la elaboración de esta tesis. Así mismo, pude mejorar mi redacción, pudiendo interpretar mis propios escritos y analizarlos desde otros puntos de vista, ver los mensajes que

intento brindar y cómo expresarlos de una manera más comprensible, para que tengan coherencia y significado. Además, tuve que acceder a las solicitudes y cambios que me sugerían los lectores de mi trabajo, lo cual fue muy duro para mí, teniendo en cuenta que estoy acostumbrada a hacerlo a mi manera, como profesora que sabe y decide por sí sola, pero gracias a la aceptación de dichas sugerencias, pude comprobar que el trabajo puede realizarse desde otras miradas y enfoques, lo cual considero fue productivo para este trabajo de grado.

Así también, conocer la propuesta Álgebra temprana me gustó muchísimo, porque se puede trabajar a través de tareas con patrones de repetición, utilizando una multitud de materiales que pueden elaborados por el docente e incluso utilizar elementos reciclados, los cuales permiten, además, la integración de distintas áreas del saber, no solo las matemáticas. Estos aspectos, me hicieron tener una visión más amplia de la enseñanza, pudiendo comprender que el docente puede dar más de sí en pos del aprendizaje de sus alumnos y perfilar su labor en el desarrollo de las capacidades que les sirvan no solo en el presente, sino también en el futuro.

En este contexto, esta maestría me permitió crecer como persona, ya que tuve la oportunidad de conocer otro país, otra cultura, otras personas, otra forma de ver la vida y saber que el mundo es más grande de lo que uno piensa, que existen más cosas de lo que uno imagina, que cada nación tiene sus propias costumbres y tradiciones y es hermoso poder conocerlas. Así también, favoreció mi crecimiento profesional, ya que pude aprender nuevas estrategias de enseñanza, nuevos enfoques y conocimientos, gracias a los cuales me siento capaz de emprender la enseñanza de las matemáticas de manera crítica, distinta al que estaba acostumbrada.

Así también, considero que la realización de una maestría y su trabajo de grado permite a su autor crecer en ambos aspectos, tanto personal como profesional, y mucho más en este caso, donde se pudo conocer otro país, muy distinto al Paraguay, no solo en lo cultural, sino también

en avances tecnológicos, lo cual favorece no solo el desarrollo de conocimientos sino también de experiencias significativas, pudiendo percibir el mundo de manera distinta, y ni qué decir en lo académico, conocer otra forma de enfocar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, incorporando en mi desarrollo, valiosas herramientas, razón por la cual llevo un gran compromiso y un enorme desafío.

En este sentido, surgen en mí, grandes deseos de seguir estudiando, de publicar libros y artículos, de incorporar en el currículum los fundamentos del Álgebra temprana en la Educación Inicial y Primaria de mi país y crear una Red Nacional de Educación Inicial que permitan implementarlos a nivel nacional, de modo a ir trabajando en el mejoramiento de la educación paraguaya en el ámbito de las matemáticas.

REFERENCIAS

Acosta, Y. y Alsina, Á. (2022). Influencia del contexto de enseñanza en la representación de patrones en educación infantil. *Alteridad, 17*(2), 166-179. https://doi.org/10.17163/alt.v17n2.2022.01

Acosta, Y., Pincheira, N. y Alsina, Á. (2022a). Tareas de enseñanza con patrones de repetición: Fortalezas y Debilidades en proyectos editoriales de educación infantil. *FPIEM: Formación del Profesorado e Investigación en Educación Matemática*, (14), 11-25. https://wp.ull.es/fpiem/numero-xiv-2022/

Acosta, Y., Pincheira, N. y Alsina, Á. (2022b). Tareas y habilidades para hacer patrones de repetición en libros de texto de educación infantil. *AIEM - Avances de investigación en educación matemática, 22,* 91-110. https://doi.org/10.35763/aiem22.4193

Acosta, Y., Pincheira, N. y Alsina, Á. (2022c). El pensamiento algebraico en educación infantil: estrategias didácticas para promover las habilidades para hacer patrones. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia, 11*(2), 1-37. https://doi.org/10.24197/edmain.2.2022.1-37

Alsina, Á. (2019a). Del razonamiento lógico-matemático al álgebra temprana en Educación Infantil. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, *8*(1), 1-19. https://doi.org/10.24197/edmain.1.2019.1-19

Alsina, Á. (2019b). Estableciendo niveles de adquisición de conocimientos matemáticos importantes de 3 a 6 años: Rúbrica ACMI 3-6. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, *8*(2), 17-43. https://doi.org/10.24197/edmain.2.2019.17-43

Alsina, Á. (2020). Itinerario para la enseñanza del álgebra temprana. *Revista Chilena de Educación Matemática*, *12*(1), 5-20. https://doi.org/10.46219/rechiem.v12i1.16

Alsina, Á. y Giralt, I. (2017). Introducción al álgebra en educación infantil: un itinerario didáctico para la enseñanza de los patrones. *Revista de Didácticas Específicas*, (16), 113-129. https://doi.org/10.15366/didacticas2017.16.007

Álvarez Alfonso, I., Ángel, L., Carranza, E. y Soler-Alvarez, M. (2014). Actividades Matemáticas: Conjeturar y Argumentar. *Números*, *85*, 75-90.

https://scpmluisbalbuena.org/revista_numeros/085/

Bonilla, S., Camargo, L., Castiblanco, A. y Vanegas, Y. M. (2012). Pensamiento espacial y sistemas geométricos: de la propuesta de estándares. En P. Rojas (Ed.), *Estándares curriculares - Área matemáticas: aportes para el análisis* (pp. 34-47). Grupo Editorial Gaia.

Bressan, A. y Gallego, M. F. (2010). El proceso de matematización progresiva en el tratamiento de patrones. *Correo del Maestro*, (168), 5–21.

Camargo, L. (2021). *Estrategias cualitativas en investigación en Educación Matemática. Recursos para la captura de información y el análisis.* Editorial Universidad de Antioquia y Fondo Editorial Universidad Pedagógica Nacional.

Camargo, L., Samper, C. y Perry, P. (2022). *Tareas de geometría plana para la Educación Básica*. Dodo & Dugongo, S.A.S.

Cañadas, M. C., Deulofeu, J., Figueiras, L., Reid, D. A. y Yevdokimov, O. (2008). Perspectivas teóricas en el proceso de elaboración de conjeturas e implicaciones para la práctica: tipos y pasos. *Enseñanza de las Ciencias, 26*(3), 431-444. https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.3753

Castro, E. (2013). *Exploración de patrones numéricos mediante configuraciones puntuales: estudio con escolares de primer ciclo de secundaria (12-14 años)*. [Tesis de doctorado, Universidad de Granada]. DIGIBUG. http://hdl.handle.net/10481/25009

Castro, E. Cañadas, M.C. y Molina, M. (2010) El razonamiento inductivo como generador de conocimiento matemático. *UNO, 54*, 55-67.

Constitución de la República del Paraguay [CRP]. Art. 73. Art. 140. 20 de junio de 1992 (Paraguay). https://www.bacn.gov.py/leyes-paraguayas/9580/constitucion-nacional-

Chevallard, Y. (2012) ¿Cuál puede ser el valor de evaluar? Notas para desprenderse de la evaluación “como capricho y miniatura”. En G. Fioriti y C. Cuesta (Comps.). *La evaluación como problema. Aproximaciones desde las didácticas específicas* (1° ed., pp. 15-26). Miño y Dávila Editores.

Decreto N° 2366 de 2014. [Ministerio de Educación y Ciencias]. Por el cual se reglamenta la ley Nº 5210/14, de Alimentación escolar y control sanitario. 07 de octubre del 2014.

Escobar, J.A., Barbosa, F.A. y Camargo, L. (2013) Uso de GeoGebraPrim para conjeturar y justificar en primaria. *Revista Científica*, *17*(2), 684-687. https://doi.org/10.14483/23448350.7752

Flores, P., Lupiáñez, J.L, Berenguer, L. Marín, A. y Molina, M. (2011). *Materiales y recursos en el aula de matemáticas.* Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada. https://hdl.handle.net/10481/21964

Gal, H., y Linchevski, L. (2010). To see or not to see: analyzing difficulties in geometry from the perspective of visual perception. *Educational Studies in Mathematics, 74*(2), 163-183. https://doi.org/10.1007/s10649-010-9232-y

García, S. (2011). *Rutas de acceso a la generalización como estrategia de resolución de problemas utilizada por estudiantes de 13 años.* [Tesis de pregrado Licenciatura en Matemáticas, Universidad Pedagógica Nacional]. Scribd. https://es.scribd.com/document/538948303/Garcias-2011-Rutas-de-Acceso-a-La-Generalizacion-Como-Estrategia-de-Rp

Gómez, P., Mora, M.F. y Velasco, C. (2018). Análisis de instrucción. En P. Gómez (Ed.), *Formación de profesores de matemáticas y práctica de aula: conceptos técnicos curriculares* (pp. 197-268). Ediciones Uniandes. https://funes.uniandes.edu.co/funes-documentos/analisis-de-instruccion/

Huerta, M. P. (2020). Hipótesis y conjeturas en el desarrollo del pensamiento estocástico: retos para su enseñanza y en la formación de profesores. *Relime, 23*(1), 79-102. https://doi.org/10.12802/relime.20.2313

Kieran, C., Pang, J., Schifter, D., Ng, S.F. (2016). *Early Algebra. Research into its Nature, its Learning, its Teaching.* Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-32258-2_1

Larrosa, J. (2019). *Esperando no se sabe qué. Sobre el oficio de profesor*. Candaya.

Ley Nº 1264 de 1998. General de Educación. 26 de mayo de 1998. https://www.bacn.gov.py/leyes-paraguayas/3766/ley-n-1264-general-de-educacion

Ley Nº 2507 de 2006. Que establece el boleto estudiantil. 29 de mayo de 2006.

Ley Nº 4251 de 2010. De Lenguas. 29 de diciembre de 2010.

Ley Nº 5210 de 2014. De Alimentación Escolar y Control Sanitario. 20 de junio de 2014.

López, A. (2013). *La evaluación como herramienta para el aprendizaje: conceptos, estrategias y recomendaciones.* Magisterio.

Magisterio TV. (08 de octubre de 2020). Justicia Curricular/Videoconferencia # 78 – Jurjo Torres. [Archivo de video]. Facebook. https://www.facebook.com/magisterio/videos/3299909950104873

Meirieu, P. (2009). *Aprender sí. Pero ¿cómo?* Octaedro.

Ministerio de Educación y Ciencias (2004a). *Evaluación del Proceso de Aprendizaje para el Nivel Inicial.* https://www.mec.gov.py/cms_v2/adjuntos/9706 https://www.mec.gov.py/cms_v2/adjuntos/9707

Ministerio de Educación y Ciencias (2004b). *Programa para Jardín de Infantes y Preescolar.* https://aprendizaje.mec.edu.py/dw-recursos/system/content/ff0789c/Programas%20de%20Estudio/educacion%20inicial/PE-jardin-preescolar.pdf

Ministerio de Educación y Ciencias (2005). *Marco Curricular para la Educación Inicial.* https://www.mec.gov.py/cms_v2/adjuntos/9517

Ministerio de Educación y Ciencias (2010). *Fascículo de Evaluación Primer ciclo EEB.* https://www.mec.gov.py/cms_v2/adjuntos/4935

Morales Merino, R. A. (2018). *Resolución de tareas que involucran patrones cualitativos y cuantitativos por estudiantes de 6 -7 años*. [Tesis de doctorado, Universidad de Granada]. Digibug. https://digibug.ugr.es/handle/10481/54074

Moreno Giraldo, G. A. (2015). *Una aproximación al álgebra temprana por medio de una secuencia de tareas matemáticas de patrones numéricos* [Tesis de pregrado Licenciatura en Educación Básica con énfasis en Matemáticas. Universidad del Valle]. Universidad del Valle Biblioteca digital. Recuperado de

https://bibliotecadigital.univalle.edu.co/entities/publication/99e764c7-fcea-4ae4-aca9-5e53ebe8cb25

Ortiz Morales, E. F. (2016). *Evaluación estandarizada del pensamiento crítico en la educación media colombiana, elementos para promover prácticas pedagógicas basadas en perspectivas curriculares constructivistas.* [Tesis de doctorado. Universidad de los Andes]. https://doi.org/10.57784/1992/7708

Papic, M., Mulligan, J. y Mitchelmore, M. (2011). Assessing the Development of Preschoolers' Mathematical Patterning. *Journal for Research in Mathematics Education, 42*(3), 237-269. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.42.3.0237

Pincheira, N., Acosta, Y. y Alsina, Á. (2022). Incorporación del álgebra temprana en Educación Infantil: un análisis desde los libros de texto. *PNA, 17* (1), 1-24. https://doi.org/10.30827/pna.v17i1.24522

Pincheira, N. y Alsina, Á. (2021). Hacia una caracterización del álgebra temprana a partir del análisis de los currículos contemporáneos de Educación Infantil y Primaria. *Educación Matemática, 33*(1), 153-180. https://doi.org/10.24844/EM3301.06

Pincheira, N., Alsina, Á. y Acosta, Y. (2023). Futuros profesores diseñando tareas matemáticas sobre patrones: el contexto, la demanda cognitiva y las habilidades. *Uniciencia 37*(1), 1-20. http://dx.doi.org/10.15359/ru.37-1.2

Pineda Chacón, A. (2021). *Promoviendo el desarrollo del pensamiento algebraico desde una aplicación para Android.* [Tesis de pregrado Licenciatura en Matemáticas. Universidad Pedagógica Nacional]. Repositorio Institucional UPN. Recuperado de http://hdl.handle.net/20.500.12209/17693

Reglamento Nº 1238 de 2023. [Ministerio de Educación y Ciencias]. Por la cual se aprueba el Reglamento de la Educación Inicial - Versión 1. 11 de agosto de 2023. https://www.mec.gov.py/sigmec/resoluciones/1238-2023-ZARATE%201.pdf

Samper, C., Molina, O., Perry, P. y Camargo, L. (2013). *Geometría plana: un espacio de aprendizaje.* IC. Samper y O. Molina (Eds.), (1st ed., pp. 14 -32). Universidad Pedagógica Nacional. Retrieved from https://editorial.pedagogica.edu.co/docs/files/Geometria Plana-2.pdf

Sfard, A. (2008). *Aprendizaje de las matemáticas escolares desde el enfoque comunicacional*. Programa Editorial Universidad del Valle. https://hdl.handle.net/10893/18537

Torres, J. (2013) La justicia curricular y la formación del profesorado. *Asociación de Enseñantes con Gitanos*, (30), 85 - 94. https://jurjotorres.com/?p=1651

Vargas, J. y Vargas, N. [Nury Vargas Hernández]. (26 de abril de 2021). *EL RETO DE LOS PATRONES ranitas y crustáceos*. [Archivo de Vídeo]. YouTube. https://www.youtube.com/watch?v=l2_1gk8Tq_I

Vargas, J., Vargas, N. e Hidalgo, R. M. (2021). El desarrollo humano en las prácticas de identificación de patrones en la Educación preescolar: Información y análisis de conocimiento especializado de profesores. En E. Serna (Ed.), *Revolución en la formación y la capacitación para el siglo XXI.* (4° ed., Vol. 2, pp. 339-348). Editorial Instituto Antioqueño de Investigación. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=8718143

Velandia, M. y Miranda, L. (2014). *El proceso de conjeturación a través de viñetas animadas*. [Tesis de pregrado Licenciatura en Matemáticas.va Universidad Pedagógica Nacional]. Repositorio institucional UPN. http://hdl.handle.net/20.500.12209/2196

Vergel Causado, R. y Rojas Garzón, P. J. (2018). *Álgebra escolar y pensamiento algebraico: aportes para el trabajo en el aula*. Editorial: Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Serie Énfasis. https://die.udistrital.edu.co/publicaciones/algebra_escolar_pensamiento_algebraico_aportes_para_trabajo_aula

Yáñez, D. F., Diago, P. D. y Arnau, D. (2018). Relación entre complejidad y dificultad en tareas con patrones lineales reiterativos en estudiantes de 5 años. *Revista de Educación de la Universidad de Granada, 25*, 299-318. http://doi.org/10.30827/reugra.v25i0.126

Zapatera, A. (2018). Introducción del pensamiento algebraico mediante la generalización de patrones. Una secuencia de tareas para Educación Infantil y Primaria. *Números, 97*, 51-67. https://funes.uniandes.edu.co/wp-content/uploads/tainacan-items/32454/1150040/Zapatera2018Introduccion.pdf

ANEXOS

Anexo A. Instrumento de Evaluación - Registro Anecdótico

REGISTRO ANECDÓTICO

TAREA N° _____ **Grado:** Preescolar **Turno:** _____

Nombre del niño: _____

Fecha: _____ **Hora:** _____ **Lugar:** _____

Actividad realizada: _____

Descripción de la Conducta: _____

_____

_____

_____

_____

Comentario: _____

_____

_____

Recomendación: _____

_____

_____

_____

_____

Observador/a

Anexo B. Instrumento de Evaluación - Lista de Cotejo - Expectativas cognitivas

LISTA DE COTEJO

Tarea: _____ Fecha: _____

Institución: _____

Grado: Preescolar Turno: _____ Profesor/a: _____

Indicadores Expectativas cognitivas Estudiantes	Identifica los elementos que componen la secuencia del patrón	Describe atributos que contienen los elementos de la secuencia	Establece semejanzas presentes en los elementos de acuerdo con sus atributos	Establece diferencias entre los elementos de la secuencia	Reconoce el orden de disposición de los elementos, según las nociones espaciales	Reconoce el núcleo que compone la estructura del patrón	Identifica cantidad de elementos en el núcleo	Realiza conjeturas con base en su experimentación y análisis
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								
9								
10								
11								
12								
13								
14								
15								
16								
17								
18								
19								
20								

Anexo C. Instrumento de Evaluación - Lista de Cotejo - Expectativas afectivas

LISTA DE COTEJO

Tarea: _____ Fecha: _____

Institución: _____

Grado: Preescolar Turno: _____ Profesor/a: _____

Indicadores Expectativas afectivas	Elige el grupo al cual integrarse para realizar las tareas	Expresa sus sentimientos sobre las actividades realizadas	Participa libre y espontáneamente en las actividades propuestas	Expresa gustos personales sobre las tareas y materiales utilizados	Expresa ideas libremente, en el marco del respeto
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					
13					
14					
15					
16					
17					
18					
19					
20					

Anexo D. Instrumento de Evaluación - R.S.A.

REGISTRO DE SECUENCIA DE APRENDIZAJE (R.S.A)

Tarea: _____ Fecha: _____

Institución: _____

Grado: Preescolar Turno: _____ Profesor/a: _____

Ámbito: Así pienso, me expreso y me comunico										
Dimensión: Matemática										
Indicadores	Amplia la secuencia del patrón de repetición completando con los elementos correspondientes					Comunica oralmente el proceso realizado para ampliar la secuencia del patrón				
	Observaciones					Observaciones				
Estudiantes	1º	2º	3º	4º	R	1º	2º	3º	4º	R
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										
11										
12										
13										
14										
15										
16										
17										
18										
19										
20										