

*Tejiendo conocimientos: Análisis tecnocultural del jarrón de
Wérregue para la integración de Saberes Ancestrales de la comunidad
Wounaan en la enseñanza de tecnología*

Joseph Nikolai Pecha Sánchez

Facultad de Ciencia y Tecnología, Licenciatura en Diseño Tecnológico

Universidad Pedagógica Nacional

*Tejiendo conocimientos: Análisis tecnocultural del jarrón de
Wérregue para la integración de Saberes Ancestrales de la comunidad
Wounaan en la enseñanza de tecnología*

Trabajo de grado para optar por el título de Licenciado en Diseño Tecnológico.

Joseph Nikolai Pecha Sánchez

Autor del trabajo de grado

Universidad Pedagógica Nacional

Facultad de Ciencia y Tecnología

Licenciatura en Diseño Tecnológico

Agradecimientos

Agradezco a la comunidad indígena Wounaan Nonam por su colaboración y aportes ancestrales brindados durante esta investigación en especial a John Fredy Valencia Cuero y Marli Guacorizo Itucama.

A mis colegas Diego Alejandro Casallas Ruiz y Bryan Camilo Reyes Chivata por su apoyo incondicional en las situaciones más adversas de este proceso.

A la actual directora del Departamento, Patricia Téllez López, por su orientación y apoyo constante durante la elaboración de este trabajo.

A la planta de docentes pertenecientes de la licenciatura en Diseño Tecnológico en especial a Fabio González Rodríguez, Diego Armando Rincón Caballero, Carlos Alberto Merchán Basabe, Juan Carlos Estupiñán Estupiñán, por sus enseñanzas, recomendaciones y aportes a mi formación profesional.

Dedicatoria

A mis señores padres Fernando Pecha Castiblanco, Herminia Sánchez Navarrete por acompañarme en este episodio del gran libro de la vida, como un gran paso para las vidas que funcionan como reflejo y ejemplo, a mi hermana Sharon Stephanie Pecha Sánchez por las esperanzas puestas en este trabajo de grado.

A mi compañera Yeruska Sabrina Rincón Coy por sus palabras alentadoras y abrazos acompañados de lágrimas, que me dieron fuerzas para seguir este camino.

A los líderes de la comunidad Indígena Wounaan Nonam por su participación en este trabajo de grado, quienes aportaron sus saberes y tiempo, posibilitando un análisis más profundo y asertivo.

A todas las personas que en su momento hicieron posible la realización de este documento, y que debido a adversidades se retiraron de mi camino, pero nunca dudaron de mis capacidades.

Índice

Agradecimientos	3
Dedicatoria.....	4
Resumen.....	13
Abstract.....	15
Introducción	17
Justificación	20
Problema	24
Objetivos.....	29
Objetivo general.....	29
Objetivos específicos:.....	29
Antecedentes	30
La etnoeducación	30
Saberes ancestrales y artesanías.....	35
Relaciones forma–función–estructura y principios geométricos–estructurales (T&I) ..	38
Aportes didácticos de cálculo y dinámica para el análisis forma-función-estructura....	41
Marco Teórico.....	45
Contexto sociocultural y etnoeducativo indígena en Colombia	46
Etnoeducación.....	47
Artesanía (canasto o jarrón Wérregue)	48
Enseñanza del área de Física desde la artesanía	50
Cosmovisión Wounaan.....	53

Cálculo y Análisis Estático del Jarrón de Wérregue (Análisis del Producto	
Tecnológico)	54
Análisis estructural.....	56
Cálculo y sólidos 3d.....	59
Volumen aproximado.....	61
Volumen del sólido.....	62
Método de las arandelas.....	64
Insumos resultantes del análisis del objeto tecnológico	65
Secuencia didáctica.....	66
Marco analítico conceptual.....	68
Análisis de productos tecnológicos.....	69
Metodología	71
Fase 1 Comunidad Wounaan	77
Fase 2 Producción del jarrón de Wérregue.....	79
La cosmovisión de la práctica del tejido.....	92
Anexos de la demostración inicial (tejido de Wérregue).....	93
Matriz de Material- Tiempos-Sostenibilidad.....	95
Sostenibilidad del recurso	99
Fase 3 Análisis estructural (cargas y apoyos).....	102
Cargas y apoyos que se modelan	102
Perfil geométrico $r(h)$, despiece y transiciones forma-estructura.....	103
Criterios operativos:.....	103
Detalle de unión espiral-entrecocido	105

Caso específico: recipiente delgado que puede contener agua (jarrón).....	108
Implicación de diseño en el análisis.....	108
Cálculo de presión y tensiones por estación	111
Determinación de la tensión media en apoyo anular	113
Cálculo intermedio reproducible del volumen de agua V_{agua}	114
Área de contacto anular A	114
Tensión media en el apoyo anular σ_{apoyo}	115
Representación y modelación del perfil del jarrón (GeoGebra-Matlab-Excel).....	116
Reconstrucción del contorno en GeoGebra	121
Interpolación de Lagrange	126
Resultados de la interpolación de Lagrange	128
Comparación de metodologías.....	133
Comparación de ajustes mediante RMSE.....	133
Interpretación	135
Cálculo del área determinada.....	136
Fase 4 Autodesk Fusion 360.....	139
Renders finales Autodesk Fusion 360:	142
NURBS	145
Puntos de peso.....	146
Derivadas	147
Fase 4 Síntesis para diseño didáctico.....	150
Fase 5 Marco analítico conceptual.....	154
Glosario analítico + nota de trazabilidad OE1-OE3	156

Conclusiones.....	159
Anexos	162
Referencias.....	163

Índice de figuras

Figura 1	23
Figura 2	52
Figura 3	56
Figura 4	57
Figura 5	58
Figura 6	60
Figura 7	62
Figura 8	63
Figura 9	64
Figura 10	65
Figura 11	78
Figura 12	80
Figura 13	80
Figura 14	81
Figura 15	82
Figura 16	82
Figura 17	83

Figura 18	83
Figura 19	84
Figura 20	85
Figura 21	86
Figura 22	87
Figura 23	87
Figura 24	88
Figura 25	88
Figura 26	89
Figura 27	89
Figura 28	90
Figura 29	90
Figura 30	93
Figura 31	94
Figura 32	94
Figura 33	95
Figura 34	96
Figura 35	97
Figura 36	99
Figura 37	100
Figura 38	104
Figura 39	106
Figura 40	107

	10
Figura 41	109
Figura 42	116
Figura 43	117
Figura 44	122
Figura 45	122
Figura 46	124
Figura 47	124
Figura 48	125
Figura 49	127
Figura 50	129
Figura 51	129
Figura 52	130
Figura 53	131
Figura 54	132
Figura 55	137
Figura 56	137
Figura 57	139
Figura 58	140
Figura 59	141
Figura 60	141
Figura 61	142
Figura 62	142
Figura 63	143

	11
Figura 64	143
Figura 65	144
Figura 66	144
Figura 67	145
Figura 68	147
Figura 69	148
Figura 70	149
Figura 71	149

Índice de Tablas

Tabla 1	72
Tabla 2	98
Tabla 3	101
Tabla 4	104
Tabla 5	106
Tabla 6	111
Tabla 7	112
Tabla 8	117
Tabla 9	118
Tabla 10	119
Tabla 11	128
Tabla 12	130
Tabla 13	134

Tabla 14	150
Tabla 15	153
Tabla 16	154
Tabla 17	157

Resumen

Colombia se distingue por su gran diversidad étnica, pero con el tiempo, esta identidad ha ido desvaneciéndose, lo que ha resultado en la adaptación y transformación de muchas costumbres y saberes ancestrales a nuevos contextos. En respuesta a esta situación, este trabajo construye un marco analítico-conceptual del jarrón de Wérregue como objeto tecnocultural y deriva insumos para el diseño futuro de una secuencia didáctica en Tecnología e Informática (T&I), con el fin de articular los saberes ancestrales de la comunidad Wounaan con los contenidos del área. Esta contribución se enmarca en la reflexión sobre la integración de saberes en T&I y su relevancia para contextos escolares culturalmente diversos.

Este trabajo se enfoca en la comprensión y reconocimiento de los saberes ancestrales de la comunidad indígena Wounaan a través del análisis tecnocultural del jarrón de Wérregue desde el campo de Tecnología e Informática. Esta artesanía forma parte de su historia y costumbres, reflejadas en cada filamento del tejido. Para ello, se plantea realizar la caracterización del objeto (materiales, procesos, y relaciones forma-función-estructura); además, se elaboran representaciones y modelaciones propias de T&I (diagramas, despiece, CAD/3D) y se construye una síntesis analítico-conceptual.

Con ello, se generan orientaciones e insumos que articulan estos saberes con los contenidos del área, de forma pertinente para el entorno educativo. De este modo, el conocimiento se contextualiza volviéndose más productivo y relevante para los estudiantes al ayudarles a comprender su aplicación, especialmente en el área de T&I.

En ese sentido, el trabajo de grado se centra, desde la estrategia “Análisis de los productos tecnológicos”, tomando como objeto tecnocultural el jarrón de Wérregue. Asimismo, resguardando la pertinencia intercultural y la coherencia disciplinar.

El objetivo es aportar a un aprendizaje inclusivo y pertinente. En este trabajo, aprendizaje inclusivo se entiende como aquel que: (i) reconoce la diversidad cultural y epistémica de la comunidad; (ii) incorpora la voz y la agencia de los portadores de saber en la definición de contenidos y criterios; y (iii) evita la exotización, garantizando el consentimiento informado y la contextualización del saber. Por su parte, la pertinencia se expresa en la articulación con los contenidos y componentes de Tecnología e Informática y en el fortalecimiento de la identidad cultural del estudiantado. En este sentido, el proyecto ofrece un marco analítico y un conjunto de insumos que orientarán, en una fase posterior, el diseño de secuencias didácticas contextualizadas en T&I en instituciones con presencia de población Wounaan, contribuyendo al fortalecimiento de la identidad cultural del estudiantado y al cierre de brechas educativas, así como a la valoración y conservación de la diversidad étnica y cultural en Colombia.

Abstract

Colombia is characterized by its great ethnic diversity; however, over time this identity has gradually faded, leading to the adaptation and transformation of many ancestral practices and forms of knowledge to new contexts. In response to this situation, this study constructs an analytical–conceptual framework of the Wérregue basket as a technocultural object and derives inputs for the future design of a didactic sequence in Technology and Informatics (T&I), with the aim of articulating the ancestral knowledge of the Wounaan community with the contents of the field. This contribution is framed within the broader reflection on the integration of different forms of knowledge in T&I and its relevance for culturally diverse school contexts.

The study focuses on understanding and recognizing the ancestral knowledge of the Wounaan Indigenous community through the technocultural analysis of the Wérregue basket from the perspective of Technology and Informatics. This craft object is part of the community's history and customs, which are reflected in each filament of the weaving. To this end, the research proposes a characterization of the object (materials, processes, and form–function–structure relationships); in addition, representations and models specific to T&I (diagrams, exploded views, CAD/3D) are developed, and an analytical–conceptual synthesis is constructed.

On this basis, guidelines and inputs are generated that articulate this knowledge with the contents of the field in ways that are pedagogically appropriate for the educational setting. In this way, knowledge is contextualized, becoming more meaningful and relevant for students by helping them understand its application, particularly in the area of T&I. Accordingly, the thesis is grounded in the strategy of “Analysis of technological products”, taking the Wérregue basket

as a technocultural object, while safeguarding both intercultural relevance and disciplinary coherence.

The aim is to contribute to an inclusive and contextually relevant learning process. In this study, inclusive learning is understood as one that: (i) acknowledges the community's cultural and epistemic diversity; (ii) incorporates the voice and agency of knowledge holders in the definition of contents and criteria; and (iii) avoids exotization, ensuring informed consent and the contextualization of knowledge. Relevance, in turn, is expressed in the articulation with the contents and components of Technology and Informatics and in the strengthening of students' cultural identity. In this sense, the project offers an analytical framework and a set of inputs that will guide, in a subsequent phase, the design of contextualized didactic sequences in T&I in institutions with Wounaan student populations, thereby contributing to the strengthening of students' cultural identity and the reduction of educational gaps, as well as to the recognition and preservation of ethnic and cultural diversity in Colombia.

Introducción

En Colombia, país reconocido por su diversidad étnica y cultural, los pueblos indígenas han conservado a lo largo del tiempo saberes que expresan formas particulares de interpretar, construir y habitar el mundo. No obstante, estos conocimientos tradicionales no han sido incluidos formalmente ni considerados de manera sistemática en los currículos escolares, especialmente en el área de Tecnología e Informática (T&I), la cual continúa orientada por referentes conceptuales mayoritariamente externos y descontextualizados. En este trabajo, la noción de enseñanza contextualizada se ubica en T&I, articulando saber propio y representaciones/modelación con aportes de otras áreas disciplinarias cuando corresponda.

Este trabajo de grado se sustenta en tres planos: sociocultural, académico–disciplinar y normativo. En el plano sociocultural, reconoce el valor de los saberes del pueblo Wounaan y su potencial para fortalecer procesos de enseñanza contextualizada en contextos escolares con presencia indígena, contribuyendo al diálogo intercultural, al reconocimiento de la diversidad epistémica y a la pertinencia territorial de la escuela. En el plano académico–disciplinar, el jarrón de palma de Wérregue constituye un objeto de estudio con estructura geométrica y comportamientos materiales que dialogan con contenidos de T&I. Desde la estrategia “Análisis de los productos tecnológicos”, este trabajo de grado analiza el objeto para identificar principios, patrones y relaciones (forma–función–estructura) que sirvan de base a futuras orientaciones didácticas, sin plantear su implementación inmediata. De este modo, se aporta a la didáctica del diseño tecnológico al especializar dicha estrategia en un objeto tecnocultural indígena, sistematizando un procedimiento de análisis replicable (descomposición del producto,

formulación de preguntas orientadoras y reconstrucción de trayectorias de diseño, construcción y uso) que puede ser retomado en el diseño de actividades y proyectos de T&I. (MEN, 2022).

En el plano normativo, la propuesta se alinea con el marco de política educativa colombiana. El Decreto 804 establece directrices para la atención educativa de los grupos étnicos y promueve la incorporación de sus saberes en los proyectos pedagógicos Ministerio de Educación Nacional (MEN, 1995). A su vez, el Plan Decenal 2016–2026 plantea metas relacionadas con equidad, pertinencia y relevancia cultural de la educación, orientando a las instituciones a integrar la diversidad en el currículo (MEN, 2017).

En este contexto, se identifica un vacío: la ausencia de sistematizaciones rigurosas que articulen los principios geométricos y estructurales del jarrón de Wérregue en el contexto educativo, espacialmente direccionados al área de (T&I). Este trabajo de grado contribuye a atender dicho vacío al construir un marco analítico del objeto y derivar un conjunto de insumos para el diseño futuro de una secuencia didáctica en T&I, en coherencia con los lineamientos nacionales y las necesidades de las comunidades educativas involucradas. Este conjunto de insumos incluye criterios de selección de contenidos, orientaciones didácticas acordes con la estrategia “Análisis de los productos tecnológicos” y posibles evidencias de aprendizaje. En términos metodológicos, el aporte se concreta en la definición de categorías de análisis (geométricas–estructurales, funcionales y tecnoculturales), en la organización de preguntas guía y representaciones propias del área (diagramas, despieces, modelado 3D) y en la formulación de criterios que orientan el diseño de futuras actividades de análisis y diseño tecnológico contextualizado en T&I.

En coherencia con este propósito, el informe se organiza de manera que el lector siga la ruta problema → análisis del objeto → marco analítico → insumos curriculares, manteniendo la pertinencia intercultural y la coherencia disciplinar propias del área de T&I.

Estructura del informe. El documento se compone de:

1. Introducción y Justificación: contexto, vacío identificado y propósito del estudio.
2. Problema y Objetivos: formulación de la pregunta problematizadora y objetivos (general, específicos).
3. Marco de referencia: enfoque tecnocultural, componentes de T&I y orientaciones curriculares pertinentes.
4. Metodología: estrategia Análisis de los productos tecnológicos, fuentes y criterios éticos.
5. Resultados I - Caracterización: técnicas, materiales/fibras, herramientas, etapas/procesos, módulos y patrones; valores culturales.
6. Resultados II - Análisis geométrico-estructural: relaciones forma-función-estructura, simetrías, trenzados, continuidad de fibras y condiciones de apoyo/estabilidad.
7. Marco analítico: matriz de categorías → principios → criterios → orientaciones con definiciones operativas.
8. Insumos para la secuencia en T&I criterios de selección de contenidos, posibles evidencias y orientaciones didácticas.

9. Conclusiones y limitaciones: alcances del estudio y proyecciones para el diseño e implementación futura.

10. Anexos y Referencias.

Justificación

El presente trabajo de grado se justifica por la necesidad de reconocer y articular los conocimientos ancestrales de la comunidad Wounaan, en especial la elaboración de jarrones de palma de Wérregue, como objeto tecnocultural con proyección educativa en Tecnología e Informática (T&I). Se explora cómo el proceso de elaboración de estos jarrones permite identificar principios geométricos, estructurales y relaciones forma-función-estructura que, desde el área de T&I, pueden representarse y modelarse mediante diagramas, despieces y CAD/3D con aportes de otras áreas disciplinares cuando corresponda.

En los currículos del área de T&I, especialmente en contextos escolares con presencia de población Wounaan, los saberes ancestrales rara vez se integran de forma sistemática; predominan referentes externos y descontextualizados, y se carece de sistematizaciones rigurosas del jarrón de Wérregue como objeto de estudio que articulen materiales, procesos y forma-función-estructura con los contenidos del área. Esta brecha reduce la pertinencia cultural de las propuestas de enseñanza y limita el reconocimiento de la identidad de los estudiantes.

De manera reciente, la Unidad para las Víctimas realizó una jornada de caracterización de la comunidad indígena Wounaan Baud Mos asentada en la localidad de Ciudad Bolívar, en el sur de Bogotá, en la que se registraron 388 personas agrupadas en 125 núcleos familiares, víctimas de desplazamiento, confinamiento y otras violencias asociadas al conflicto armado en el Chocó

(Unidad para las Víctimas, 2024). Esta caracterización identifica condiciones de alta vulnerabilidad y orienta la articulación de oferta institucional para garantizar sus derechos, entre ellos el acceso a una educación pertinente y culturalmente situada, lo que evidencia que la problemática descrita no es aislada, sino que afecta a un número significativo de familias Wounaan en la ciudad.

Para contribuir a atender esta brecha, el trabajo de grado construye un marco analítico-conceptual del jarrón y deriva un paquete de insumos para el diseño futuro de una secuencia didáctica en T&I. El paquete de insumos incluye criterios de selección de contenidos, orientaciones didácticas y posibles evidencias de aprendizaje. Con ello, se aportan fundamentos culturalmente pertinentes para la toma de decisiones pedagógicas en contextos con presencia Wounaan.

Además, la incorporación de este análisis basado en saberes ancestrales tiene el potencial de contribuir a una educación inclusiva, intercultural y significativa. Al integrar prácticas y conocimientos tradicionales en el currículo escolar, se promueve el reconocimiento de la diversidad cultural, fortaleciendo la identidad y el sentido de pertenencia de los estudiantes y aportando a la reducción de brechas rural-urbanas en el acceso a referentes culturalmente pertinentes.

En un contexto de globalización y cambio cultural acelerado, la preservación y revitalización de los saberes ancestrales adquiere una importancia aún mayor. Estos conocimientos no solo representan una parte fundamental del patrimonio cultural de la comunidad Wounaan, sino que también ofrecen perspectivas y soluciones para desafíos

contemporáneos; su inclusión en la reflexión educativa fomenta la apreciación y el respeto por las tradiciones indígenas en un entorno diverso y global.

Este enfoque se sustenta en el Proyecto Educativo Comunitario Wounaan (PECW) Asociación de Autoridades Wounaan del Pacífico & Organización Regional Emberá Wounaan (CAMAWA & OREWA, 2000) y en sus orientaciones para el diálogo de saberes entre conocimiento propio y pedagogía occidental, favoreciendo procesos de enseñanza–aprendizaje intercultural (WOUNDEKO, 2017). Asimismo, la propuesta se alinea con el Decreto 804, que orienta la atención educativa a los grupos étnicos e impulsa la incorporación de sus saberes en los proyectos pedagógicos (MEN, 1995), y con el Plan Decenal 2016–2026, que enfatiza equidad, pertinencia y relevancia cultural del currículo (MEN, 2017).

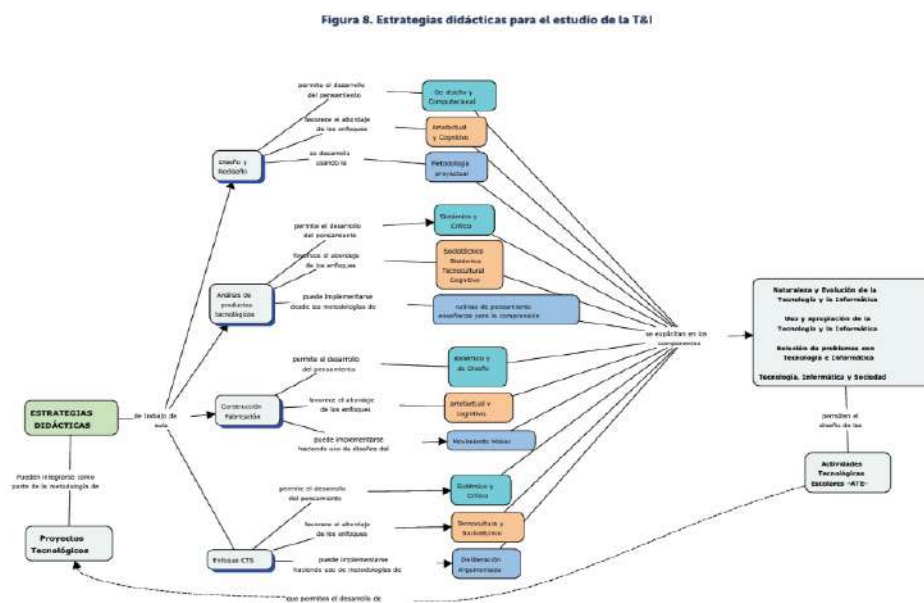
No obstante, persiste la ausencia de modelaciones y sistematizaciones rigurosas del jarrón de Wérregue con fines de soporte didáctico en T&I. Este trabajo de grado contribuye a atender dicho vacío al construir un marco analítico del objeto y sistematizar: (i) la caracterización técnica (técnicas, materiales/fibras, herramientas, etapas y patrones); (ii) las modelaciones y relaciones forma-función-estructura (principios geométricos y estructurales); y (iii) los criterios de articulación con contenidos del área. A partir de ello, se derivan un conjunto de insumos para el diseño futuro de una secuencia didáctica en T&I, en coherencia con el marco normativo y el enfoque comunitario del (PECW).

Este propósito se inscribe en los componentes “Naturaleza y Evolución de la Tecnología y la Informática”, al analizar el artefacto, sus materiales, procesos y principios. “Tecnología, Informática y Sociedad”, al reconocer valores culturales e implicaciones ético-políticas del saber ancestral, articulados desde el enfoque tecnocultural propuesto en las Orientaciones Curriculares para el Área de Tecnología e Informática en la Educación Básica y Media (MEN ,2022).

Metodológicamente, se adopta la estrategia “Análisis de los productos tecnológicos” como enfoque del trabajo de grado. Esta estrategia guía la descomposición del objeto en componentes y materiales, así como el análisis de las relaciones entre su forma, función y estructura; además, en el marco de las *Orientaciones*, se articulan los enfoques y componentes del área (véase la Imagen 1, “Estrategias didácticas para el estudio de la T&P”).

Figura 1

Estrategias didácticas para el estudio de la T&I.



Nota. Tomada de Orientaciones curriculares para el área de tecnología e informática en la educación básica y media (p. 72), por Ministerio de Educación Nacional (MEN, 2022).

En síntesis, este trabajo construye un marco analítico del jarrón de Wérregue y deriva insumos para una futura secuencia en Tecnología e Informática, desde el enfoque tecnocultural y la estrategia “Análisis de los productos tecnológicos”. No contempla el diseño e implementación en aula. A la luz de este horizonte, se delimita el problema que justifica la investigación: la

carencia de caracterizaciones, modelaciones y criterios de articulación que vinculen de manera rigurosa el objeto con los contenidos del área, y que sirvan de soporte para decisiones curriculares contextualizadas.

Problema

En el contexto analizado, la enseñanza del área de Tecnología e Informática en instituciones educativas públicas de Bogotá en las que la comunidad Wounaan Nonam hace presencia se apoya en referentes ajenos a la comunidad, que sintetizan y transmiten conceptos derivados de modelos educativos externos. Esta precisión se sustenta en el análisis realizado en el marco de un convenio de asociación con la Secretaría de Educación Distrital, en el Centro de Interés de la comunidad Wounaan, tras la revisión de la guía didáctica vigente en dicha experiencia.

Como consecuencia, esta orientación hegemónica ha generado una dependencia de saberes foráneos, limitando la construcción de conocimientos propios y dificultando el desarrollo de propuestas educativas contextualizadas que respondan a las realidades culturales del país (Sabios, 2019, p. 31). En este marco, los saberes ancestrales de los pueblos indígenas han sido invisibilizados, lo que ha impedido reconocer sus aportes a disciplinas contemporáneas, especialmente aquellas relacionadas con la tecnología.

Colombia, como nación pluricultural, posee una riqueza étnica y natural que se manifiesta en las prácticas y lenguas de más de 115 pueblos indígenas. Esta diversidad, particularmente en las regiones rurales, puede y debe ser un motor para vincular lo global con lo local en el ámbito educativo (Zapata Jiménez., 2018). Sin embargo, las comunidades indígenas

enfrentan problemáticas persistentes como la deserción escolar, la ausencia de docentes, la escasa pertinencia curricular y la enseñanza fragmentada y descontextualizada (Arbeláez et al., 2021). Estas dificultades se acentúan cuando el currículo escolar ignora sus contextos culturales, como ocurre con la comunidad Wounaan, cuyo conocimiento ancestral, expresado en prácticas como la elaboración del jarrón de Wérregue, permanece al margen de los contenidos escolares.

La falta de visibilización de estos saberes repercute negativamente en los procesos de aprendizaje de los estudiantes indígenas, debilitando su motivación, rendimiento académico e identidad cultural. Al no verse reflejados en el currículo, se rompe el vínculo entre la escuela y la comunidad, lo que puede traducirse en desinterés y baja participación. En este sentido, se pierden oportunidades para fortalecer el aprendizaje de conceptos complejos, como el cálculo o la estática, mediante metodologías interculturales, y se limita el desarrollo de una educación más inclusiva y significativa. Incorporar estos conocimientos no solo promueve el reconocimiento cultural, sino que también permite construir puentes entre lo ancestral y lo científico, enriqueciendo el horizonte educativo nacional.

La integración de saberes ancestrales como los implicados en la elaboración del jarrón de Wérregue puede orientar estrategias pedagógicas para cerrar brechas entre la educación rural y urbana. Su incorporación curricular aporta pertinencia al situar los contenidos tecnológicos en contextos locales y contribuye a la preservación y valorización de este patrimonio, tanto entre estudiantes de la comunidad como entre quienes no pertenecen a ella. Como señala Zapata Jiménez (2018), la diversidad etnocultural en entornos rurales fortalece el vínculo entre lo global y lo local, siempre que se integre adecuadamente en los planes de estudio.

Asimismo, el abordaje contextualizado de temas como la geometría tridimensional, el análisis estructural o el cálculo de volumen mediante el estudio analítico del jarrón de Wérregue

favorece aprendizajes significativos. Esto coincide con los planteamientos de (Moreira, 2014), quien cuestiona las prácticas mecanizadas en la enseñanza del área de Física y aboga por propuestas con sentido para el estudiantado.

Además, considerar analíticamente estos saberes como base para la reflexión didáctica contribuye al fortalecimiento de la identidad cultural, al visibilizar conocimientos, técnicas y valores transmitidos por generaciones en la comunidad Wounaan. Como afirman (Hernández et al. 2021), revitalizar los saberes ancestrales en la educación es fundamental para responder a las necesidades, experiencias y contextos de cada comunidad.

En ese sentido, el jarrón Wérregue no solo constituye un objeto artesanal de valor simbólico, sino también un puente de análisis para reducir desigualdades educativas, conectar territorios y construir una escuela más inclusiva y coherente con la realidad multicultural de Colombia (Castillo y Ocoró, 2021).

En el área de Tecnología e Informática, particularmente en instituciones con presencia de estudiantes Wounaan, los saberes ancestrales rara vez se integran como base de análisis formal y modelación. En específico, el jarrón de palma de Wérregue, pese a su riqueza geométrica y estructural, carece de una sistematización que articule sus principios formales (módulos, trenzados, simetrías, continuidad de la fibra, estabilidad) con contenidos de cálculo, estática y modelación de sólidos tridimensionales. Esta ausencia limita la pertinencia curricular e invisibiliza aportes del saber propio, perpetuando enfoques descontextualizados y ampliando brechas rural–urbanas en los referentes de aprendizaje. Por ello, se propone desarrollar un análisis formal y conceptual del jarrón como objeto de estudio, con el fin de identificar correspondencias con los contenidos de T&I y derivar criterios fundamentados que orienten diseños didácticos futuros, sin plantear su implementación inmediata.

Esta situación ha sido constatada en la práctica profesional del autor, quien se desempeñó como docente del área de Tecnología, y como agente educativo del Centro de Interés Wounaan, coordinando el área de Tecnología en el Colegio Compartir Recuerdo – Sede A (Bogotá). En ese contexto observó que, pese a la presencia de estudiantes Wounaan, los saberes propios rara vez se incorporaban como base de análisis formal o de modelación; predominaban referentes y materiales descontextualizados, lo que reforzaba la brecha entre el currículo y la experiencia cultural del estudiantado. Estas observaciones orientan la pertinencia del enfoque analítico y propositivo de este estudio.

La problemática expuesta no es un caso aislado, sino parte de los desafíos estructurales que enfrentan las comunidades indígenas en el sistema educativo colombiano. La persistente invisibilización de sus saberes, la baja pertinencia curricular y la enseñanza descontextualizada son síntomas de un modelo educativo que históricamente ha marginado la diversidad cultural. En respuesta, se han formulado políticas e iniciativas orientadas a promover la etnoeducación. Entre ellas se destaca el Decreto 804 de 1995, que establece lineamientos para la prestación del servicio educativo a los pueblos indígenas, reconociendo la necesidad de un currículo propio y estrategias pedagógicas acordes con sus saberes y cosmovisiones.

De igual forma, el Plan Decenal de Educación 2016–2026 enfatiza la necesidad de avanzar hacia una educación intercultural que contribuya al cierre de brechas y al reconocimiento de la diversidad étnica como riqueza nacional. A nivel internacional, organismos como la Oficina Regional de Educación para América Latina y el Caribe de la UNESCO (OREALC–UNESCO, 2019) respaldan la inclusión de saberes tradicionales como parte del derecho a una educación culturalmente pertinente. En este marco, la presente investigación se alinea con dichos esfuerzos al proponer una reflexión profunda sobre el potencial educativo de

los saberes del pueblo Wounaan para enriquecer la enseñanza de contenidos científicos y tecnológicos, y avanzar hacia una educación más equitativa, inclusiva y representativa.

A partir del problema enunciado se plantean como pregunta orientadora:

¿De qué manera el análisis tecnocultural del jarrón de Wérregue, en articulación con los componentes “Naturaleza y Evolución de la T&I” y “Tecnología, Informática y Sociedad” y con la estrategia “Análisis de los productos tecnológicos”, orienta la elaboración de un marco analítico e insumos para el diseño futuro de una secuencia didáctica en Tecnología e Informática?

A partir de esta pregunta orientadora, se derivan los siguientes interrogantes específicos que operacionalizan el análisis del jarrón de Wérregue en el campo de T&I y permiten los alcances del estudio.

¿Cuáles son las características técnicas de materiales, herramientas, procesos y la pertenencia cultural del jarrón de Wérregue relevantes para su abordaje en el área de Tecnología e Informática?

¿Cómo se describen y analizan las relaciones forma-función-estructura del jarrón en el área de Tecnología e Informática, considerando su desempeño y usos socio técnicos¹?

¿Qué representaciones y modelaciones propias del área de T&I (diagramas, flujogramas, despieces, CAD/3D, esquemas de proceso) permiten describir y explicar el objeto en pertenencia?

¿Qué categorías y criterios compondrán el marco analítico-conceptual desde T&I (materialidad, procesos técnicos, forma-función-estructura, desempeño, sostenibilidad, pertinencia sociocultural) y como se operacionalizan?

De esta manera, la pregunta orientadora se aborda de forma articulada: primero, mediante el análisis tecnocultural del jarrón de Wérregue y la caracterización de sus materiales, procesos y pertenencia cultural; luego, a través de la descripción de las relaciones forma–función–estructura y de las representaciones propias del área de T&I; y finalmente, con la elaboración de un marco analítico y la derivación de criterios e insumos para el diseño futuro de una secuencia didáctica en Tecnología e Informática, sin contemplar su implementación en aula.

Objetivos

A continuación, se presentan los objetivos investigativos de la investigación:

Objetivo general

Generar insumos para el diseño futuro de una secuencia didáctica en el área de Tecnología e Informática, mediante la construcción de un marco analítico-conceptual del jarrón de Wérregue como objeto tecnocultural, a partir de la estrategia “Análisis de los productos tecnológicos” y en coherencia con los componentes “Naturaleza y Evolución de la T&I” y “Tecnología, Informática y Sociedad”.

Objetivos específicos:

Caracterizar el proceso de elaboración del jarrón de Wérregue, identificando técnicas, materiales (fibras), herramientas, etapas y procesos, módulos y patrones, así como los valores culturales asociados a este saber ancestral.

Elaborar las representaciones geométricas y estructurales del jarrón tales como simetrías, trenzados, continuidad de fibras, relaciones forma–función–estructura, CAD/3D y esquemas de

proceso que describan y expliquen el objeto con pertinencia, incorporando aportes de otras áreas disciplinares cuando corresponda.

Definir, sintetizar y operacionalizar las categorías y criterios del marco analítico-conceptual desde T&I, y derivar de ellos un conjunto de insumos analíticos que articulen los elementos del jarrón, con el fin de orientar la interpretación y comparación del objeto.

Antecedentes

En esta sección se reúnen los antecedentes que permiten delimitar el estado del arte de la propuesta, con énfasis en (i) investigaciones y documentos técnicos sobre el jarrón de Wérregue y su producción; (ii) estudios en etnoeducación y educación propia relacionados con comunidades indígenas en contextos urbanos y (iii) experiencias curriculares que articulan saberes ancestrales con enfoques de diseño, modelación y tecnología.

A continuación, presento los antecedentes que sustentan esta propuesta de investigación:

La etnoeducación

En esta sección se abordan antecedentes sobre etnoeducación, porque brindan un marco sociocultural y político que permite abordar la transmisión de conocimientos técnicos, el desarrollo identitario y la relación escuela-comunidad. Se incorporan documentos y artículos científicos indexados o disponibles en repositorios universitarios, que han sido escogidos por relevancia temática, rigurosidad metodológica y contribución conceptual a las dimensiones de la investigación: saber ancestral, lengua/cultural, currículo propio e institucionalidad de la etnoeducación.

(Zapata Jiménez, 2018) presenta un estado del arte sobre la educación rural con foco en contextos culturales y etnoeducación, en el que documentan la insuficiente articulación entre marcos normativos, prácticas pedagógicas y especificidades territoriales, así como la pertinencia de enfoques urbanos trasladados a lo rural. Sus hallazgos subrayan la necesidad de innovaciones y el reconocimiento de la diversidad y la particularidad de la ruralidad como condición para la pertinencia educativa.

(Benavidez, 2018) describe que con la Constitución Política de Colombia de 1991 se pasó de tener un estado monocultural a uno multicultural, esto quiere decir que se reconocen a las comunidades indígenas y afro, y se reivindican sus derechos. Sin embargo, factores como el conflicto armado, la evangelización y la alfabetización en otras lenguas mayoritarias y hegemónicas, han resultado colonizados y sujetos en lo lingüístico, cultural y económico (Martínez, 2019). Así, muchas lenguas y prácticas han desaparecido, y de paso afectando su reconocimiento y preservación étnica.

(Benavidez, 2018) aborda el cine comunitario para representar a las colectividades marginadas y responder al derecho que tienen a la comunicación. Para ello, elabora la propuesta «Daupará», con el propósito de exhibir cine y video indígena de Colombia a través de un Festival Internacional de Cine Indígena; y a partir de allí, analizar la urgencia de los conceptos de etnoeducación, memoria y territorio. Se utilizaron técnicas de investigación cualitativas en el análisis de un diario de campo y entrevistas, para enlazar e identificar respuestas y testimonios en un contexto etnográfico. La muestra de videos musicales y culturales incluyó aspectos relacionados con la vulneración y violación de los derechos humanos, como referentes para la generación de nuevos espacios de colaboración en nuevos proyectos cinematográficos dentro de

la comunidad indígena. En comparación con la presente propuesta, se puede rescatar la participación de la comunidad indígena, además de generar un contraste con las opiniones de la comunidad en su territorio y las que residen en Bogotá.

(Martínez, 2019) aborda el tema de interculturalidad del cual nace el concepto de multiculturalidad, que se refiere a la diversidad cultural de la sociedad humana, en la que se incluyen las diversidades de lenguaje, escritura, religión y posición socioeconómica. La multiculturalidad contrastada con la interculturalidad describe las relaciones que existen entre grupos culturales que definen la existencia e interacción en condiciones de igualdad de diversos grupos culturales, la cual aporta las expresiones del diálogo y el respeto.

Busca generar un desarrollo curricular que se enfatice en encarar las problemáticas descritas anteriormente (Martínez, 2019, p.8) “este currículo debe ser una articulación simbólica de mundos de vida y que se remita a los conceptos de cultura y lenguaje”, esto implica poder documentar la información lingüística y cultural. La evaluación es de esperar que se genere por competencias para medir las habilidades, en la que se reconozcan las fases del proceso y el sujeto como el centro de la evaluación, los resultados arrojan el número de los estudiantes que presentaron las Pruebas saber 11 en el año 2016, el cual fue 6.886, el departamento más representativo es Nariño que comprende más de la mitad de las minorías étnicas.

Propone generar una herramienta de inclusión y fomento cultural para generar una preservación de las minorías étnicas, de esta manera el desarrollo educativo será más significativo, lo cual busca cerrar las brechas digitales con los grupos indígenas, impulsa el uso de las TIC como estrategia para el aprendizaje de las lenguas indígenas, así como la apropiación y el empoderamiento de los canales de comunicación tecnológicos por parte de los grupos indígenas.

En contraste con la presente propuesta se puede resaltar el reconocimiento que se genera alrededor de la interculturalidad y la multiculturalidad, ya que es de importancia poder implementar estas estrategias didácticas y tecnológicas para las comunidades indígenas en la enseñanza de cualquier tema en específico, teniendo en cuenta que estas brechas sociales cada vez deben ser menos visibles y ser reconocidas como materia de cambio y mejora.

(Castillo y Ocoró, 2021) reconoce la importancia de implementar ámbitos en la vida universitaria colombiana para abordar asuntos de interculturalidad, diferencias culturales e inclusión educativa. Durante el siglo XX, comunidades indígenas y afrodescendientes fueron recibidas en varias instituciones de educación superior bajo el enfoque diferencial, como una experiencia de transformación de la universidad latinoamericana. En Colombia, el enfoque propuesto por el académico mexicano Guillermo Bonfil propone un cambio en los escenarios políticos y académicos en los que la responsabilidad recae en la diversidad étnica y cultural del país.

Gracias a esto se propone implementar una cantidad de programas en educación superior, denominados licenciaturas en etnoeducación, las cuales se componen de la educación intercultural y bilingüe, que formen maestros en estos enfoques curriculares, con el propósito de que se amplíe la noción de perspectiva cultural y étnica en los docentes. La metodología cualitativa ha producido un análisis documental de las experiencias en Brasil y Colombia, respaldado por interrogantes semiestructurados. Este estudio se enfocó en describir los enfoques utilizados en las universidades para llegar a la política educativa, derivados de procesos focalizados desde la etnoeducación y la comprensión del impacto de las formas y trayectorias de personas blancas y negras en la educación superior.

En conclusión, la universidad ha planteado una reforma en tratar de disminuir las brechas históricas con los pueblos indígenas y afrodescendientes implementando una nueva propuesta curricular con estudios de lenguas nativas y saberes ancestrales, de cara a atender las necesidades de formación de estas poblaciones.

(Duque, 2021) propone implementar estrategias educativas para enseñar el español como lengua extranjera con el objetivo de que los estudiantes de la comunidad Wounaan en el nivel inicial aprendan el español desde una perspectiva lingüística, cultural y comunicativa. Realizar una investigación sobre el tratamiento del español como segunda lengua o lengua adicional con el objetivo de encontrar errores. Es importante resaltar que los estudiantes Wounaan ya tienen una base del castellano insertada en su estructura mental. El mismo autor genera una actividad de reconocimiento y producción de material educativo como metodología. Frente a la propuesta sugerida en el actual proyecto se quiere llegar a reconocer estas brechas que no son inexistentes y tratar de asistir en este pequeño vacío en cuestión de la enseñanza de la geometría y sólidos geométricos respondido desde los saberes ancestrales de la comunidad indígena Wounaan más específicamente en la elaboración del jarrón de Wérregue, esto resulta una proyección en cuestión de la innovación que se trata de abarcar, a lo largo de la pesquisa para la realización del proyecto se ha detectado una inexistencia de estos dos tópicos ligados a una propuesta metodológica educativa diferente, la cual beneficiaría tanto a los estudiantes que no pertenezcan a la comunidad indígena como a los que sí pertenecen, con la intención de generar mayor relación y articulación entre lo rural y lo urbano.

En suma, los antecedentes sobre etnoeducación e interculturalidad documentan la necesidad de contextualizar los contenidos y de reconocer el saber propio; sin embargo, no desarrollan una sistematización geométrica y estructural del jarrón de Wérregue que articule sus

principios formales con cálculo, estática y modelación de sólidos en T&I. Este vacío conecta directamente con el Planteamiento del problema y con los Objetivos de esta investigación.

Saberes ancestrales y artesanías

Este apartado expone cómo los saberes ancestrales y las artesanías son consideradas como un objeto de estudio en el planteamiento de la propuesta. De igual manera, plantea cómo varios referentes han modelado sus propuestas, con el objetivo de construir distintas metodologías que permitan la enseñanza de temas específicos apoyadas en saberes ancestrales de diversas comunidades indígenas del país, cabe resaltar que los resultados obtenidos en cada uno de los trabajos aportan un material de estudio susceptible de ser perfectible y mejorable.

Los saberes ancestrales, como las artesanías, siempre han sido dos pilares que se desarrollan y se complementan entre sí, ya que son parte fundamental del desarrollo e identidad de cada comunidad indígena que reside en Colombia.

(Ramírez, 2012) describe que, a pesar de la preservación de textos, manuscritos y conversaciones, que reflejan algunos aportes de los indígenas a las prácticas actuales y a la historia de su producción artesanal; quedan por fuera muchos saberes ancestrales transmitidos oralmente dentro de las comunidades por los «taitas», quienes están encargados de preservar y transmitir los saberes a los más jóvenes del resguardo. Entre estos saberes se encuentran los relacionados con las artesanías; cuya producción además de generar ingresos económicos, ha de reconocerse en su papel de preservación étnica e interpretación cultural, ya que cada pieza creada es única, y puede ser leída de manera diferente por parte de cada espectador, dando paso a la interpretación y a la imaginación de lo que se busca comunicar con ella.

Con su propuesta "Tejiendo conocimientos entre idiomas y culturas", (Castañeda y Segura, 2017) buscan resignificar las costumbres de la cultura en los métodos "lectoescriturales" en el español como lengua segunda. Dicha investigación propone cuatro etapas o momentos: el acercamiento, la sensibilización, el planteamiento de alternativas con desarrollo de las propuestas y, por último, el replanteamiento de o modificación con base a los resultados. Adicional a esto, identifica las prácticas socioculturales teniendo en cuenta que la población a la cual se le realiza el estudio posee una condición de vulnerabilidad porque constituyen población desplazada del Chocó que vieron una segunda oportunidad en la capital del país, esto ocasiona que se genere un análisis en el estilo de aprendizaje y modos de representación y significación de la lengua en la escritura y lectura.

El procedimiento de investigación-acción en una forma cualitativa tiene la habilidad de preservar y examinar cambios en la teoría y transformaciones en la sociedad a través de un conjunto de pasos, en primer lugar, se afronta el problema, luego se idea una solución a esa misma problemática, se implementa la solución escogida y, por último, se transforma la práctica en función de los resultados. El objetivo primordial es logrado al concebir una manera de cambiar la manera en la que los grupos minoritarios de etnia interpretan sus costumbres culturales.

El aporte a la propuesta en desarrollo es plantear un trabajo de investigación similar en cuanto a que se reconoce un contexto determinado a partir del cual se implementa en este caso, la enseñanza del español como segunda lengua, esto permite reconocer la ruta específica a nivel metodológico y el impacto que dicho contexto tiene en la organización y realización de la propuesta.

(García y Micolta, 2018) se refieren a la subjetividad de los niños y niñas Wounaan en la región Pacífica de Colombia, proceso que fue el resultado de una encuesta de desplazamiento comunitario en el barrio Bahía de la Paz de Buenaventura, que buscó comprender su impacto. sobre percepciones A los antecedentes socioculturales, la cultura y las costumbres de la comunidad Wounaan, incluyendo la danza, la lengua materna y la artesanía, a través de técnicas de dibujo y narrativas ideográficas, a través de talleres de arte y palabra hablada para expresar sus historias en conversación con niños de 8 a 14 años. También describe el papel de los niños y las niñas dentro de la comunidad y su importancia, el cuerpo se convierte en territorio-cuerpo el cual se enlaza a un territorio determinado al concepto de [a la manera como se entiende el] mundo y su comportamiento, con un contexto determinado, en las que se pueden reconocer tres cambios significativos: el territorio geográfico, las prácticas cotidianas y el cuerpo-territorio, ya que surgen términos como: «extraño», «despojar».

En contraste, cabe destacar que el proceso de reconocimiento y empatía es de gran importancia en esta propuesta. Como primer nivel se evidencia el acercamiento a los niños a un nivel que me permita entender cómo su reconocimiento del mundo ha cambiado, es bastante triste la situación por la cual pasan estas personas pertenecientes a la comunidad, pero de igual manera su nivel de adaptabilidad es bastante alta.

(Adames, 2019) presentó su propuesta “Tejeduría con palma de Wérregue” en su proyecto de grado y desarrolló nuevas posibilidades técnicas para tejer palmas de Wérregue. Para ello, identifica sus características y diseña una propuesta adecuada al contexto, además, propone la implementación de nuevas posibilidades técnicas para el oficio de tejido de palma Wérregue, que ofrece elementos modernos para aumentar la competitividad del mercado artesanal,

reconociendo materias primas, La cadena productiva y sus implicaciones, recopilan información para el método propuesto con el objetivo de proponer un rediseño de la forma de prueba.

Se puede destacar el desglose que aporta el autor acerca de la artesanía, ya que esto permite derivar alternativas sobre su diseño y su evaluación, ya que es de vital importancia reconocer la morfología y composición geométrica del jarrón como base de mi propuesta.

(Rey, 2020) propone el tejido de cuentas vistas como una técnica para preservar la memoria de las mujeres aborígenes Wounaan en un trabajo de grado que realiza observaciones científicas y etnográficas de las actividades de las comunidades aborígenes Wounaan para el análisis de la transmisión de tradiciones ancestrales Una práctica de abalorios que genera conocimiento modelos de expresión desde el diseño industrial para reconocer el patrimonio cultural aborígen.

Se puede destacar el reconocimiento de la artesanía y el contexto de la comunidad, ya que esto es de gran importancia, porque estos nos dan paso a generar propuestas que se ubiquen en un momento y un contexto, la metodología usada en la propuesta es la recolección de información para cumplir el objetivo del trabajo de grado.

Relaciones forma–función–estructura y principios geométricos–estructurales (T&I)

Este apartado expone cómo la relación entre forma, función y estructura, articulada con principios geométricos-estructurales, se asume como objeto de estudio para fundamentar la propuesta. A su vez, presenta referentes que han modelado secuencias y Actividades Tecnológicas Escolares (ATE), unidades didácticas y ambientes virtuales con el fin de enseñar contenidos específicos (representación gráfica, operadores mecánicos, domos geodésicos, pensamiento/ubicación espacial) desde el área de Tecnología e Informática. Los resultados

reportados en estos trabajos ofrecen materiales y rutas metodológicas perfectibles y mejorables, útiles para orientar criterios didácticos, de evaluación y de diseño de recursos en el aula.

(Ramos Camargo, 2018) Diseña un Ambiente Virtual de Aprendizaje (AVA) para grado octavo orientado a fortalecer la expresión gráfica, articulando desempeños del área establecidos en las Orientaciones Generales para la Educación en Tecnología (MEN, Guía 30), por ejemplo la representación de objetos tridimensionales en gráficas bidimensionales, con una secuencia fundamentada en constructivismo y metodología proyectual de Bruno Munari; la propuesta organiza fases de indagación y diseño que toman como hilo conductor la evolución de un artefacto (cepillo de dientes), integrando lectura/producción de vistas, modelación 2D/3D, bocetación y rediseño guiado, así como criterios de evaluación coherentes con dichos desempeños y con el uso de recursos digitales propios del AVA.

(Carrero Romero, 2019) Desarrolla una Actividad Tecnológica Escolar centrada en operadores mecánicos para básica secundaria, tomando como referente las orientaciones del área de Tecnología e Informática; define los operadores como sistemas que transmiten o transforman movimiento y fuerza y sitúa la construcción de autómatas inspirados en Theo Jansen como problema de diseño que vincula análisis geométrico de piezas y estructuras de unión como la función final del dispositivo; la secuencia se despliega en fases (caracterización del contexto, problematización, referentes, diseño/planeación, construcción/prototipado y divulgación), con énfasis en el desarrollo del pensamiento/espacio visual y en la evaluación del desempeño mediante productos, registros y criterios derivados de la propuesta.

(Barbosa Paternina, 2021) Implementa un ATE con papercraft apoyada en Pepakura para potenciar el pensamiento espacial en estudiantes de secundaria; la propuesta articula la lectura de

planos y desarrollos de superficies con construcción de modelos 3D en papel, de manera que los pliegues, uniones y refuerzos funcionen como puente entre la geometría (figuras 2D/3D, vistas y correspondencias) y la estructura del objeto producido; se describen los retos y la secuenciación de actividades, junto con la organización de evidencias de aula y criterios de evaluación que permiten valorar avances en visualización, relaciones y orientación espacial, en sintonía con los desempeños del área.

(Correa Velásquez, 2022) Propone una ATE de diseño y construcción de domos geodésicos con estudiantes de grado 10mo, declarando como marco las orientaciones del área y estructurando las actividades desde los poliedros hasta la conformación del domo; el trabajo relaciona geometría (triangulación, subdivisiones y frecuencias) con estructura (rigidez, estabilidad del conjunto, ensambles) y con la función del artefacto (cubrición/espacio), documentando productos y procesos de aula en los que se observan la toma de decisiones de diseño, la justificación de materiales y un cierre evaluativo mediante criterios alineados con competencias tecnológicas.

(Silvia y Bogotá, 2014) Presentan y contrastan unidades didácticas del componente Tecnología y Sociedad mediante un diseño cuasi-experimental, comparando enfoques (CTS y resolución de problemas) en grado 8vo y 9no; las unidades se describen con su estructura interna (propósitos, contenidos, actividades y evaluación) y se reportan resultados por componentes del área, analizando cómo la base conceptual y la organización didáctica repercuten en los desempeños; el estudio aporta un referente metodológico sobre cómo planificar, implementar y ajustar unidades que integran análisis de artefactos y contextos, útil para fundamentar decisiones curriculares en el área.

(Rojas Andrade, 2018) Elabora un material educativo de apoyo para grado transición orientado a ubicación/pensamiento espacial, organizado en siete sesiones con actividades en aula y sala de informática; el trabajo describe propósitos, contenidos y criterios de evaluación por sesión, así como la aplicación con un grupo de 25 niños. Explicándonos desempeños esperados en sistemas de referencia (forma, medida, lateralidad y orientación en el entorno) y la estructura del recurso (secuencias, instrumentos y pautas para el docente), de modo que se evidencie la relación entre las representaciones geométricas trabajadas y las funciones que cumplen los objetivos en contextos cercanos.

En conjunto, estos antecedentes muestran implementaciones reales de aula que enlazan la geometría (representación 2D/3D, poliedros y desarrollos) con la estructura (uniones, rigidez, operadores) y la función (propósito y desempeño del artefacto), manteniendo coherencia con los desempeños del área de Tecnología e Informática. AVA, ATE y unidades didácticas constituyen marcos de planificación donde la tríada forma-función-estructura orienta el diseño de actividades, la producción de prototipos y la evaluación del aprendizaje.

Aportes didácticos de cálculo y dinámica para el análisis forma-función-estructura.

En este apartado se revisan referentes didácticos del cálculo y la dinámica cuya pertinencia poblacional y metodológica permite proyectar su transferencia al contexto del proyecto. Se priorizan propuestas centradas en la revisión y caracterización de objetos y situaciones problema, así como en la selección de estrategias de enseñanza y recursos que favorecen el análisis (forma-función-estructura) desarrollado en esta investigación.

(Guzmán, 2019) desarrolló una propuesta didáctica para la enseñanza de la mecánica de fluidos en grado 3ro en la ciudad de Chillán, estructurada como una secuencia de guías y

actividades que enfatizan en superar un enfoque tradicional centrado en la memorización y favorecer un aprendizaje significativo. El objetivo general de la propuesta fue “diseñar una secuencia didáctica que permita a los estudiantes construir, de manera colectiva, conocimiento científico relacionado con la mecánica de fluidos”, articulando materiales educativos y estrategias para resolver situaciones problema. Al final se incluyó anexos de selección múltiple para reforzar los contenidos y evaluaciones formativas de los estudiantes, además subrayo la importancia de potenciar actividades fuera del aula para aterrizar el aprendizaje de la ciencia con factores reales.

La propuesta constituye una secuencia didáctica coherente y orientada al aprendizaje significativo que funciona como referente metodológico para la enseñanza de la mecánica de fluidos en la educación media.

(Olivar, 2019) realizó un estudio para determinar la eficacia del método de aprendizaje basado en problemas (ABP) en el aprendizaje de las leyes de Newton en estudiantes de física de la Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle de Lima. El estudio fue de carácter cuantitativo y cuasi experimental, y utilizó una prueba cognitiva, dos fichas de observación procedimental y actitudinal, y estadísticas inferenciales para analizar los datos. Los resultados del estudio mostraron que el método ABP fue eficaz en el aprendizaje de las leyes de Newton, ya que los estudiantes del grupo experimental obtuvieron mejores resultados en la prueba cognitiva que los estudiantes del grupo control. Además, los estudiantes del grupo experimental mostraron una mayor comprensión de las leyes de Newton y fueron capaces de aplicarlas de forma más efectiva a situaciones reales.

Cabe resaltar que la implementación de la propuesta genera una perspectiva diferente en los estudiantes y de mayor aprobación, ya que son capaces de reconocer cómo una ciencia como

la Física es capaz de dar explicación a fenómenos tan rutinarios, que la mayoría de las veces ignoramos o no somos conscientes de su comportamiento.

(Zuluaga, 2019) diseñó una secuencia didáctica en Física Mecánica utilizando herramientas ofimáticas de la plataforma virtual G-suite de Google a manera de Entorno Virtual de Aprendizaje (EVA) con 22 estudiantes de grado décimo de edades entre 14 y 16 años de la Institución Educativa Gimnasio Inglés. El objetivo era reforzar los procesos de planeación abordada desde una metodología con recursos digitales, y la asimilación de los temas descritos en la asignatura.

La secuencia didáctica se dividió en tres etapas:

En la primera etapa, los estudiantes se familiarizaron con las herramientas ofimáticas de Google y aprendieron a utilizarlas para crear documentos, hojas de cálculo y presentaciones.

En la segunda etapa, los estudiantes utilizaron las herramientas ofimáticas para investigar y aprender sobre los temas de Física Mecánica.

En la tercera etapa, los estudiantes utilizaron las herramientas ofimáticas para crear proyectos y presentaciones sobre los temas que habían aprendido.

Como aportes del trabajo realizado, la metodología es lo más fuerte y aprovechable, ya que se es muy metódico y cuidadoso con los recursos y cómo estos pueden facilitar la implementación de la propuesta, por otro lado, la manera como se articulan los temas para enseñar energía y trabajo permitieron que los estudiantes tuvieran una inspiración por el trabajo realizado, esto permitió una buena obtención de los datos para así generar las conclusiones.

(Arana, 2020) implementó el software educativo Goconqr para complementar el proceso de enseñanza-aprendizaje en la asignatura de Física en los estudiantes de primer año de

bachillerato de la Unidad Educativa Nueva Aurora. El software permite a los estudiantes observar, repetir y experimentar en forma individual y colectiva el fenómeno físico en digital, ayudándoles a aprender de una manera más didáctica y participativa. Los resultados del estudio mostraron que los estudiantes que utilizaron el software Goconqr obtuvieron mejores resultados que los estudiantes que no lo utilizaron. En general, los resultados del estudio muestran que el software Goconqr es una herramienta eficaz para complementar el proceso de enseñanza-aprendizaje en la asignatura de Física.

En contraste con esto, la implementación del software Goconqr facilitó la interacción e interés de los estudiantes por la asignatura de física, esto generó una obtención de conocimientos que ayudan a entender mejor los fenómenos físicos antes de experimentarlos en la vida real.

(Cocunubo y Ramírez, 2020) propusieron la elaboración de un material de apoyo educativo para la asignatura de Estática y Dinámica mediado por un Objeto Virtual de Aprendizaje (OVA) para jóvenes que cursan el cuarto semestre de la Universidad Pedagógica Nacional. El material está enfocado a las personas que se están formando como profesores en la Licenciatura de Diseño Tecnológico. Los autores evidenciaron que hay un mayor nivel de dificultad en las asignaturas de las llamadas «ciencias duras», en este caso están enfocadas a las materias que tengan contenido de estática y dinámica. Concluyen que el material de apoyo educativo tiene un impacto positivo en el aprendizaje de los estudiantes, ya que promueve la información y participación de los estudiantes en el curso, y facilita el acceso al conocimiento y práctica de saberes.

En conjunto, estos trabajos reconocen el valor técnico-cultural de las artesanías y exploran enfoques pedagógicos; no obstante, no sistematizan la estructura geométrica (módulos,

trenzados, simetrías, continuidad de fibra) del jarrón de Wérregue con miras a T&I. Esta ausencia corrobora el vacío planteado y orienta el carácter analítico de esta propuesta.

Marco Teórico

La propuesta se sitúa en un contexto teórico intercultural y tecnocultural, debido a que se asume el jarrón de Wérregue como un objeto tecnocultural cuyo análisis y lectura en T&I se sitúa a partir de la relación forma-función-estructura y de la caracterización del objeto (materiales, procesos y principios). Partiendo de esta base, la modelación geométrica y el análisis estructural operan como lenguajes disciplinares que permiten describir, representar y explicar propiedades del objeto sin desligarlo a su sentido étnico y cultural. Asimismo, se busca resaltar su valor como recurso intercultural que enriquece los procesos de enseñanza-aprendizaje en estudiantes indígenas y no indígenas, promoviendo una mirada inclusiva y contextualizada en el área de T&I.

En el estado actual del conocimiento, los antecedentes previamente presentados muestran diversidad de aportes metodológicos con resultados favorables en aprendizaje y transferencia; sin embargo, estos no sintetizan la estructura geométrica del jarrón de Wérregue ni una traducción analítica-conceptual con enfoque en T&I, esta brecha ya identificada en la propuesta posiciona la contribución específica de este trabajo.

El norte de la propuesta es abordar el vacío existente al construir un marco analítico del objeto a partir de (módulos, trenzados, simetrías, continuidad de fibra) y derivar insumos para articularlo con contenidos en T&I, favoreciendo la pertinencia cultural en contextos escolares diversos, se pretende dar respuesta desde el “Análisis de productos tecnológicos”, la

descomposición del objeto y el análisis de las relaciones forma-función-estructura, en coherencia con el Proyecto Educativo Comunitario Wounaan (PECW) y con las Orientaciones curriculares de T&I (MEN, 2022). Con esto, el marco teórico integra fundamentos disciplinares (modelación/estructura), referentes etnoeducativos y criterios de articulación curricular.

A partir de lo anterior se plantea el desarrollo del marco teórico que se describe a continuación.

Contexto sociocultural y etnoeducativo indígena en Colombia

Como base conceptual, se consideran las experiencias de etnoeducación en instituciones educativas colombianas y los lineamientos del Ministerio de Educación que orientan el trabajo con comunidades indígena, en particular con el pueblo Wounaan. A partir de estas experiencias y lineamientos, se establecen los criterios de caracterización del jarrón de Wérregue, en coherencia con el enfoque de esta investigación.

También ha de reconocerse la presencia de familias Wounaan en la localidad de Ciudad Bolívar (Bogotá), asociada a procesos de desplazamiento debido al conflicto armado interno de nuestro país, que deriva otras problemáticas como la marginación en sus propios territorios y la falta de atención en sus resguardos, esta problemática se traduce en la búsqueda de oportunidades y mejor educación para sus menores, lo que pone en riesgo su legado cultural, al debilitarse sus raíces ancestrales en materias como la lengua materna y la transformación de las prácticas artesanales (Rey Rojas, 2020). En este marco, se han implementado diversas iniciativas y materiales pedagógicos que han buscado la preservación y fortalecimiento identitario de los pueblos indígenas en el contexto urbano (Jacanomijoy et al, 2020).

Etnoeducación

La Etnoeducación se convirtió en un pilar educativo en Colombia desde la expedición de la Ley 21 de 1991, enfocada en un sentido multicultural y pluriétnico hacia las comunidades indígenas y afro. En 1993, el Consejo Regional Indígena del Cauca (CRIC) plantea que la educación se entiende como un proceso de vida que involucra conocimientos, habilidades, significados y sentimientos, lo cual permite la articulación de los estudiantes como parte de un colectivo proyectado hacia condiciones y reconocimiento de una vida sana y digna.

Como estrategia, la etnoeducación se vuelve fundamental para hablar o implementar una educación multicultural, en la que se reconozcan todas las comunidades sin importar su ubicación geográfica o número, como contextos únicos e irrepetibles, en los que existen diferentes modos de comportamiento, diferencias que generan la esencia de los abuelos y los niños que pertenecen a una comunidad.

En estos contextos, es relevante la preservación de lo cultural y de lo rural. En lo rural, la educación es vista desde los planes rurales, las veredas y los corregimientos; desde los planes nacionales diseñados para estas poblaciones; desde las prácticas de los profesores encargados de identificar los aspectos específicos del ejercicio rural (Zamora, 2010). De esta manera, la etnoeducación se convierte en un proceso de recuperación, valoración, generación y apropiación de medios que responden a las necesidades de las comunidades en contextos compartidos, empáticos y soberanos; en los que es importante la comprensión de la diversidad y el cuidado en una sociedad inclusiva, pacífica y resiliente (Benavidez, 2018), orientada por la construcción de culturas, políticas y prácticas inclusivas que se articulan en procesos de planificación y desarrollo escolar, y que orientan la convivencia y las relaciones entre los miembros de la comunidad educativa (Booth y Ainscow, 2002). En este proceso, los docentes juegan un papel fundamental

en la adaptación curricular y evaluativa para fortalecer la inclusión educativa, dinamizadas por diversas metodologías.

Artesanía (canasto o jarrón Wérregue)

La artesanía, a escala mundial, constituye un testimonio material de la historia humana desde hace aproximadamente 300.000 años. Estos objetos han permitido reconocer y datar fenómenos y culturas hoy ausentes; sin ese sustrato físico su registro sería inviable. Lejos de ser solo piezas decorativas, su estudio permite comprender cómo han evolucionado nuestras formas de interpretar el mundo y los sentidos de pertenencia que las comunidades han construido.

En este trabajo, la artesanía se aborda en clave morfológica y técnica a partir del jarrón de Wérregue de la comunidad Wounaan. Interesa su configuración geométrica (módulos, trenzados, simetrías) y su comportamiento estructural como base para la modelación y el análisis, en diálogo con cálculo, estática y modelación de sólidos.

El conocimiento que el ser humano adquiere con su trabajo, lo almacena en la memoria individual o colectiva y exterior González (2008), la tejedura de la palma de Wérregue es un arte autóctono de la comunidad indígena Wounaan, esta tejedura data de del siglo XV aproximadamente, cuando los conquistadores europeos llegaron al Urabá chocoano, encontrando pueblos Kunas, Emberas y Wounnans, quienes fueron denominados como «indígenas chocó».

La creación del jarrón de Wérregue consiste en «deshilachar» las hojas de la palma de Wérregue, para después secarlas al sol y poder aplicar ciertos pigmentos que le dan colores característicos, la tejedura se divide en dos partes el «alma o tripa» la cual se teje con los hilos más delgados y varía su calibre según la morfología del armado, la producción del jarrón ha

venido evolucionando a lo largo de la historia, ya que los primeros jarrones encontrados eran de color crudo con morfologías no del todo simétricas.

En el libro «Artesanías lo útil y lo bello» (2008), González afirma que las artesanías son parte de la cultura popular. Esto se ha acentuado luego de la Revolución Industrial, que radicalizó las diferencias entre lo que se produce en fábricas y la obra de arte individual. Las artesanías se diferencian de los productos industriales porque son elaboradas por personas, con sus propias manos, y con sus propios conocimientos y técnicas. Además, las artesanías a menudo representan una forma de vida diferente a la establecida por los esquemas propios de una sociedad industrializada.

González también señala que las artesanías son una parte importante de la cultura popular porque reflejan la identidad y la historia de los pueblos. Las artesanías transmiten conocimientos y tradiciones de generación en generación, y ayudan a mantener vivas las culturas indígenas.

Por último, González sostiene que las artesanías son un arte que debe ser apreciado y valorado. Las artesanías son obras de arte únicas y originales, que reflejan la creatividad y el talento de las personas que las elaboran.

A lo largo de la historia la artesanía ha sido el reconocimiento del humano en el planeta, además como las necesidades se han convertido en el reflejo principal de su historia y la huella por la tierra, por esta razón cada artesano tiene su metodología y su criterio de elaboración, es de comprender que por más parecidos que sean los materiales el resultado nunca será igual a los demás.

Enseñanza del área de Física desde la artesanía

Moreira (2014) menciona que, cuando la enseñanza del área de Física privilegia prácticas mecanizadas, centradas únicamente en fórmulas y sin situaciones contextuales que les den sentido, el estudiantado no logra articular la simbología, los procesos los procesos algebraicos y los conceptos asociados al área. Esto se debe a que los docentes se han limitado a generar un conocimiento mecanizado, que margina el reconocimiento del contexto y cómo estos saberes se pueden aplicar y explicar partiendo de una condición étnica-demográfica. Como resultado, se derivan aprendizajes poco significativos y en la percepción de las ecuaciones y la resolución de problemas como actividades aburridas y de escaso interés (Solbes, 2007). Además, diversas investigaciones evidencian que muchos estudiantes conciben la Física como un conjunto de fórmulas y símbolos, con dificultades para interpretar su contenido físico (Wainmaier & Fleisner, 2015). Estos hallazgos sugieren el replanteamiento de la enseñanza en el área, privilegiando experiencias que construyan conocimiento significativo, a partir del contexto y las necesidades de los estudiantes, incluidas sus realidades socioculturales y étnico-demográficas.

En contextos con población indígena o con estudiantes que han migrado desde sus territorios es frecuente la desconexión entre la escuela y su origen cultural. En estos casos, se requiere una metodología que generen contenidos inteligibles en matemáticas para situar al estudiante en prácticas significativas; Arias Diaquive, A. L. p. 20 (2020). Esto deja de lado el reconocimiento sociocultural en las aulas que integren estudiantes que no son pertenecientes a alguna comunidad indígena, es de vital importancia encontrar una metodología de aprendizaje que genere la comprensión de cada uno de los elementos que son fundamentales como los conceptos, las matemáticas y la teoría de este modo se puede generar una contextualización del problema.

La educación no formal se debe tener en cuenta, ya que es una de las fuentes principales del conocimiento dentro de la comunidad indígena, de esta manera es capaz de reconocer y preservar los saberes ancestrales, tanto como la lengua, las artesanías y las costumbres, las cuales se describen como un firmamento de estrellas que está compuesta de miles y miles de variaciones y cómo estas mismas generan la esencia de cada una de estas labores esto resalta en este momento histórico que, las prácticas educativas que se admiten en la escuela formal no son las suficientes ni las únicas formas para construir significados (Pastor, 2001). De igual manera, el ambiente familiar, social y educativo se puede percibir como una educación no formal, cuando no se genera dentro de una institución educativa, ya que la escuela es vista como un papel determinante de procesos de aprendizaje, pero no el único Arias Diaquive, A. L. ,p.20 (2020).

La sabiduría ancestral y tradicional ha sido una fuente del conocimiento científico a lo largo de la historia, por lo que de ninguna manera es descabellada la idea de construir puentes entre la ciencia y otro tipo de saberes, llegando hasta la enseñanza de las ciencias. Uribe-Pérez, M. (2019). Esto se denomina en una corriente que se denomina “ciencia posnormal” Funtowicz y Razetz (1993) el cual propone juntar los saberes ancestrales con los conocimientos científicos esto promueve la democratización científica como respuesta a las necesidades y tendencias actuales.

Dado que los fenómenos físicos siempre han sido relevantes en nuestra vida diaria y que los seres humanos buscan entender el porqué de lo que nos sucede, el reconocimiento de estrategias de enseñanza es crucial. El uso del laboratorio didáctico como método adecuado ha sido valioso en la enseñanza de ciencias, ya que fortalece el interés por comprender los diversos fenómenos físicos, que a veces pueden resultar desafiantes para los estudiantes (Barolli, Laburú y Guridi, 2010).

En consecuencia, tiene sentido que cuando se enseña a un niño perteneciente a una comunidad indígena, se sigan las orientaciones propuestas por Villota Enríquez & Villota Enríquez (2022). Los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Física en las comunidades indígenas de Colombia se llevan a cabo mediante diversas estrategias didácticas que se enlazan con los tejidos del saber. Entre estas estrategias, destaca el uso intracultural, intercultural y transcultural del laboratorio didáctico, fundamentado en elementos como el territorio, la cosmovisión, los usos y costumbres, y la autonomía.

Finalmente, el jarrón de Wérregue funciona como recurso didáctico para explorar simetrías, sólidos en revolución y continuidad de fibra en Geometría.

En la próxima imagen se puede evidenciar un ejemplar de jarrón de Wérregue con sus distintas variaciones de geometría y de estilización.

Figura 2

Modelo Jarrón de Wérregue.



Nota. Adaptado de Jarrón de Wérregue [Fotografía] por Artesanías de Colombia. 2020. (https://artesaniasdecolombia.com.co/PortalAC/Noticia/el-origen-de-la-palma-de-weguer_11850).

Cosmovisión Wounaan

La cosmovisión Wounaan es la representación espiritual, social y territorial del pueblo que encierra toda la concepción ideológica, las cuales se transmiten intergeneracionalmente por medio de los sabedores o “taitas”. Desde esta perspectiva, la preservación de los conocimientos tradicionales como sus técnicas, rituales y relatos procura la trascendencia espiritual y social de la comunidad, y fundamenta la continuidad cultural de sus saberes ancestrales (Asociación de Autoridades Wounaan del Pacífico (CAMAWA) y Organización Regional Emberá Wounaan (OREWA), 2000, pp. 32-37).

En la serie Territorios narrados, *Waspian – Wounaan Dui: Los Waspian, espíritus de la selva* relata la importancia de los Waspian como seres espirituales que conviven con el pueblo Wounaan y median su relación con el territorio. Como lo menciona textualmente “Los Waspian han existido a lo largo de la creación del hombre, estos espíritus son invisibles y viven en los bosques, ellos también fueron Wounaan y realizan cotidianamente rituales con danzas y diseños corporales” (Valencia et al., 2017, pg. 15).

Ewandam dejó a los Waspian invisibles y con poderes espirituales (*chi mie*), capaces de trasladarse a otros mundos con saberes sobre la flora y fauna así mismo transmitiendo sus saberes a los Benkhuun (Valencia et al., 2017).

Estos saberes ancestrales son de gran importancia ya que allí se transmite el tejido, que además de ser una práctica técnica se conecta con la cosmovisión de la comunidad, expresando que “Dios quien lo bendijo y le dio propiedades para que ahuyentara al Dosât y de esta forma dejó de ser alimento suministrado por el Dosât y pasó a ser defensa contra él. Dios le dio las propiedades a las fibras para formar un hilo que permita al Dosât y también servirá para amarrar el guayuco” (Valencia et al., 2017).

Se infiere que el Wérregue además de ser una palma que sirve como materia prima para la producción de los jarrones tiene una trascendencia espiritual, ya que se protege espiritualmente a la persona que teje, pero además a las pertenencias que allí se almacenan.

Cálculo y Análisis Estático del Jarrón de Wérregue (Análisis del Producto Tecnológico)

Este segmento, en el contexto del “Análisis de los productos tecnológicos”, aborda el cálculo y la estática a partir del jarrón de Wérregue como objeto tecnocultural. El cálculo, como rama de las matemáticas, posibilita la modelación y comprensión de fenómenos de medición y cambio vinculados con la morfología del jarrón desde el ámbito de la modelación geométrica. Esto establece una conexión entre forma-función. La estática, por su parte, se focaliza en el equilibrio de los cuerpos y el comportamiento de módulos estructurales del jarrón frente a acciones externas, consolidando la relación entre función-estructura. Partiendo de esto, el análisis del objeto dirige actividades contextualizadas que vinculan los conceptos del área con prácticas relevantes del entorno, fortaleciendo aprendizajes aterrizados en estudiantes indígenas y mestizos. La rigurosidad matemática empleada responde a una necesidad investigativa puntual, el jarrón de Wérregue carece de análisis geométricos y estructurales detallados, el propósito de este trabajo es ofrecer un referente técnico que posibilite comparaciones futuras y fortalezca la comprensión del objeto en los campos que comparte con el área de T&I. En el ámbito educativo, esta profundización no busca trasladarse de manera literal al aula, sino traducirse en actividades coherentes con la malla curricular como el estudio de áreas y volúmenes, proporcionalidad y relaciones geométricas ajustando su complejidad al ciclo escolar y manteniendo la pertinencia cultural del análisis.

Según Cabaleiro (2006, como se citó en Arana Carrasco, 2020), la Física se dedica al estudio y descripción de las características de los cuerpos y al comportamiento de los fenómenos naturales presentes en nuestro entorno. Esta ciencia se fundamenta en observaciones experimentales y mediciones, lo que permite comprender los fenómenos naturales que nos rodean. Es crucial que el estudiante desarrolle una comprensión del pensamiento geométrico y sepa aplicar adecuadamente estos conceptos en situaciones concretas, para así desarrollar la habilidad de resolver problemas e interpretar el significado de los resultados obtenidos.

Uno de los principales desafíos que enfrentan los estudiantes al estudiar Matemáticas es la falta de atractivo, que puede deberse a la percepción de que carece de utilidad o aplicaciones prácticas en la vida real, o simplemente porque le encuentran carente de significado (Díaz Barriga, 2013).

A la hora que se realiza un análisis estructural es importante tener en cuenta varios elementos, ya que se trata de un sistema que actúa en tensión o compresión en función a unos vectores de fuerza determinados, ya que cada elemento se encuentra en interacción con unas debidas restricciones.

Según Cocunubo y Ramírez (2020), para determinar los vectores de fuerza en una estructura, se utilizan distintos métodos según su forma estructural. Estos métodos implican analizar cada unión de la estructura a través de un diagrama de cuerpo libre, lo que permite descomponer cada vector de fuerza que actúa sobre el punto específico. Los vectores de fuerza están compuestos por nodos en la estructura.

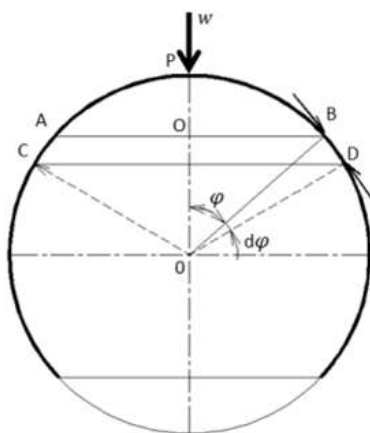
Análisis estructural

A la hora que se realiza un análisis estructural es importante tener en cuenta varios elementos, porque se trata de un sistema que actúa en tensión o compresión en función a unos vectores de fuerza determinados, ya que cada elemento se encuentra en interacción con unas debidas restricciones.

Dependiendo de su forma estructural se emplean diferentes métodos para hallar los vectores de fuerza, los cuales se componen por nodos, consiste en analizar cada unión de la estructura separándola mediante un diagrama de cuerpo libre, el cual posibilita descomponer cada vector de fuerza que interactúa sobre el punto determinado Cocunubo y Ramírez (2020).

Figura 3

Carga concentrada en corona de domo.



Nota. Adaptado de *DISEÑO DE DOMOS ESFÉRICOS DE CONCRETO REFORZADO* (p.19), por J.C.Escobar, 2014.

En el análisis estructural del domo, se pueden evidenciar varias fuerzas que se comportan de manera tangencial al círculo de la latitud con radio r y seno teta, estas dos componentes y sus

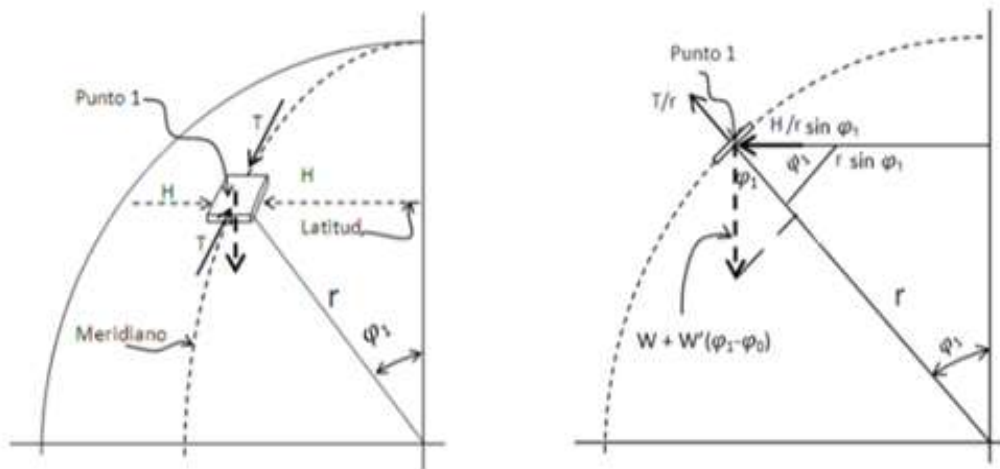
cargas descansan sobre el mismo plano vertical, y en este momento se encuentra en equilibrio, se genera la suma de las tres proyecciones debe ser igual a 0.

La capacidad de una estructura se evalúa a partir de un análisis estático no lineal de carga incremental denominada en inglés *pushover analysis* (PA), se explica el procedimiento a seguir para estudiar la capacidad estructural, Vargas A. (2013). Es importante reconocer diferentes métodos del cómo se genera un análisis estructural, ya que de esta manera podemos evidenciar cuál podemos implementar, puesto que la intención es aplicar la que más se acerque a nuestra problemática.

Es relevante también identificarlas fuerzas aplicadas de los segmentos de un domo.

Figura 4

Fuerzas aplicadas a segmento de domo.



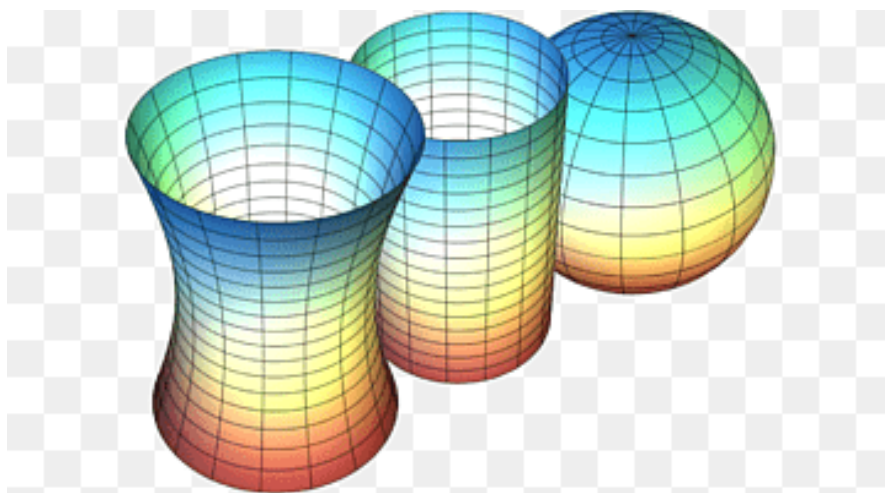
Nota. Adaptado de *DISEÑO DE DOMOS ESFÉRICAS DE CONCRETO REFORZADO* (p.110), por J.C.Escobar, 2014.

La comprensión geométrica y espacial de la comunidad indígena Wounaan es el resultado de generaciones de transmisión de conocimientos sobre las matemáticas y su aplicación directa o indirecta en sus actividades diarias. Esta investigación se enmarca en la línea de estudio del departamento de Didáctica de las Matemáticas de la Universitat de València, que se enfoca en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, utilizando la geometría de los sólidos como contexto (Gonzales, González, Murillo, 2009, p. 2).

Las artesanías se pueden describir como objetos compuestos o geoméricamente hablando hiperbólicos, ya que son objetos que tienen comportamientos en las 3 dimensiones, se podría describir como la altura, la anchura y la profundidad. Se podría hacer la sinergia de su morfología con los domos, puesto que estos son superficies en revolución, se describe como la revolución de un arco, el centro del círculo puede ser: en el eje de rotación para domo esférico Escobar (2014).

Figura 5

Curvatura de Gauss.



Nota. Adaptado de Curvatura gaussiana superficie principal [Fotografía], por PNGEGG,2023, (<https://www.pngegg.com/es/png-zfqxe>).

Cálculo y sólidos 3d

A lo largo de la historia, la geometría ha sido un compañero constante de la humanidad, encontrando sus raíces en los destacados teoremas matemáticos como el teorema de Pitágoras, el teorema de Tales, el teorema de Euler y muchos otros que han contribuido a comprender la esencia geométrica de la naturaleza y nuestra conexión con ella. La geometría euclidiana fue una de las primeras formas evaluadas, como señala Spinadel (2002) en su artículo sobre Geometría Fractal y geometría euclidiana, definiéndola como un conjunto de entidades ideales, como puntos, líneas y curvas, concebidas por el ser humano para modelar los fenómenos naturales y cuantificarlos mediante la medición de longitudes, áreas o volúmenes.

Esto se remonta a que el humano ha tratado de entender el comportamiento de la naturaleza por medio de la geometría trascendiendo a la necesidad de hallar unidades de medida que conlleven a la formulación de conjuntos que sean codificables (contables), al realizar un análisis contextual y una reflexión con una realidad inmediata lo que genera una mentalidad espacial geométrica.

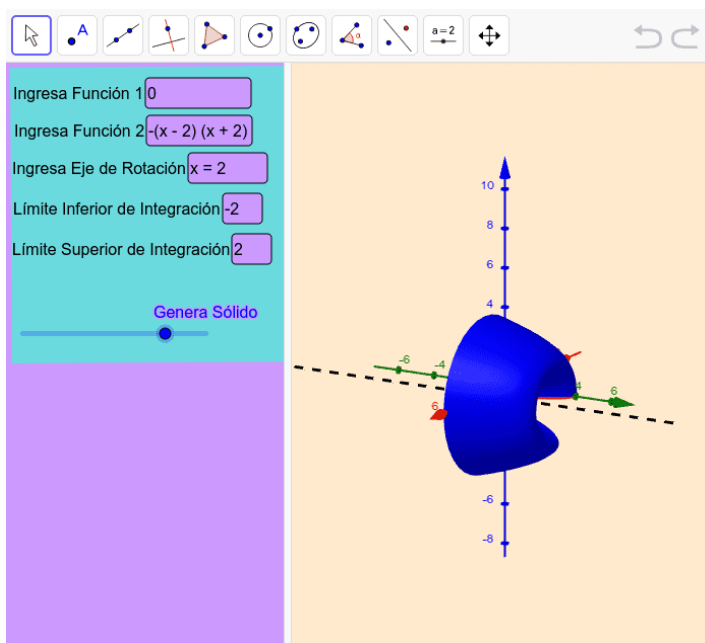
Como lo menciona Doris Garzón (2006) “Todo lo pensado y actuado tiene origen espacial” lo que remonta a la importancia de efectuar una eventual relación entre el comportamiento espacial y la geometría, llevando al concepto de desarrollo geométrico espacial, que trata de analizar y entender cómo se comportan los objetos en 3D en un entorno determinado y evaluar la variación de su “forma”.

En la educación escolar, trabajar con sólidos en revolución se ha vuelto un desafío, ya que resulta complicado identificar las propiedades de estos sólidos al pasar de un entorno bidimensional a uno tridimensional. Para abordar esta dificultad, se emplean diversas herramientas, como GeoGebra, que permiten representar visualmente esta transformación.

Según lo planteado por Clemente EA (2017), en la enseñanza de los sólidos de revolución en el curso de Introducción a la Matemática Universitaria, los estudiantes enfrentan muchas dificultades al reconocer las características y propiedades propias de estas figuras tridimensionales.

Figura 6

Sólidos en revolución GeoGebra.



Nota. Adaptado de Construcción de Sólidos de Revolución con GeoGebra [Fotografía], por José Luis Vergara Ibarra, 2022, (<https://www.geogebra.org/m/jxkmyeax>).

La incorporación de los sólidos en revolución en el ámbito geométrico ha tenido un impacto significativo, especialmente al categorizarlos como sumas de Riemann, en honor al matemático Bernhard Riemann. Esta definición ha dado lugar al concepto de "área bajo la curva", el cual se obtiene mediante la subdivisión de una región plana en formas geométricas convenientes, como cuadrados, rectángulos, trapezoides y parábolas, entre otras, como menciona

Vergara Ibarra, J.L (2022). Los sólidos de revolución, generados a partir de estas regiones planas acotadas al girarlas alrededor de un eje L, permiten extender esta idea a sólidos en el espacio tridimensional (\mathbb{R}^3) mediante formas geométricas como discos, anillos y capas cilíndricas, las cuales están relacionadas con las formas elaboradas en dos dimensiones, facilitando así la definición y medición de sus volúmenes mediante diversos métodos conocidos.

La comprensión de los sólidos de revolución y la rotación de figuras planas es compleja, ya que implica no solo la comprensión de conceptos matemáticos, sino también aspectos visuales, como señalan Molina y Montecino (2011, p. 3).

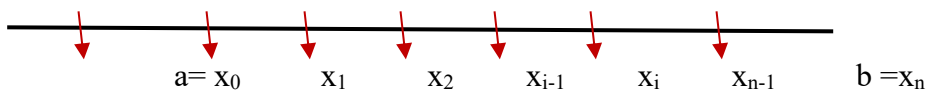
En este sentido, GeoGebra posee algunas herramientas que posibilitan de manera algebraica el cálculo simbólico de tipo CAS, esto refiere a las vistas en diferentes dimensiones relacionándose entre sí para producir y dinamizar estos objetos de manera gráfica traspolando de una dimensión a otra.

Volumen aproximado

Para los sólidos en revolución que se extienden de un punto $x = a$ hasta $x = b$ se divide el intervalo $[a,b]$ en el eje x en N intervalos.

$$\Delta x = \frac{b - a}{N}$$

Esta sucesión es progresiva $x_0 = a$, $x_1 = a + \Delta x \dots$



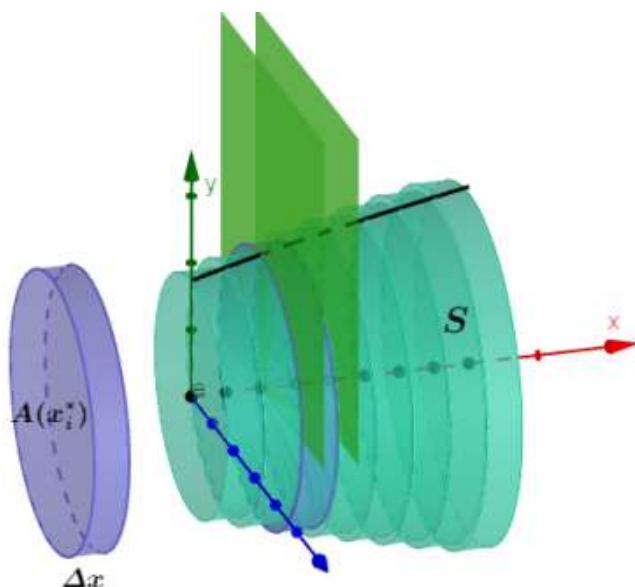
Se genera un corte al sólido que sea perpendicular al eje x en cuanto los $(n-1)$ puntos $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{n-1}$, se observa que, si n aumenta, la rebanada del fragmento será más delgada con un área de sección transversal como anota (Smith y Minton, 2012). Stewart (2018), nos relata que si

se eligen puntos de muestra x_i^* en $[x_{i-1}, x_i]$, se podrá obtener un valor aproximado de la i -ésima de la rebanada de S_i con un área determinada que sea cilíndrica $A(x_i^*)$ y altura Δx de esta manera se obtiene el valor aproximado de la rebanada y consecuente el valor del sólido en revolución.

$$V \approx \sum_{i=1}^n A(x_i^*) \Delta x$$

Figura 7

Rebanada.



Nota. Adaptado de “Matemática, Educación e Internet” (p. 5), por J. Vergara, 2022, Sólidos de Revolución y suma de Riemann en GeoGebra.

Volumen del sólido

En el volumen del sólido se define entre más se generan cortes, por lo tanto, se define el volumen como el límite de estas sumas.

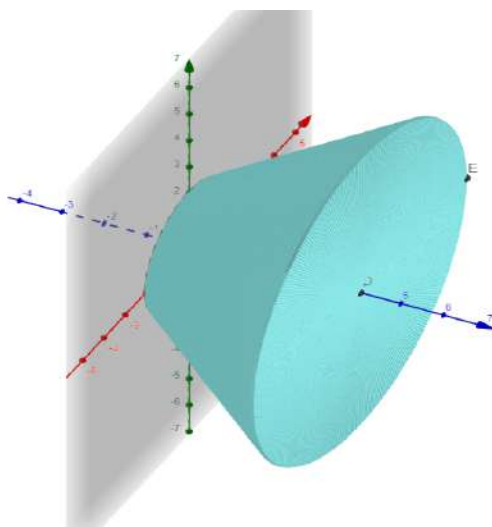
Definición (Thomas, 2010).

El volumen de un sólido de área de sección transversal integrable conocida $A(x)$ desde $x = a$ hasta $x = b$ es la integral de A de a a b ,

$$V = \int_a^b A(x) dx$$

Figura 8

Aumento de cortes en el intervalo $[a,b]$. Elaboración propia, 2025.



Esta definición sirve para calcular sólidos que no son revolucionados, para este estudio lo aplicamos sobre un eje rotacional X .

Anteriormente citado Vergara Ibarra, J.L.(2022) “discos, anillos o arandelas” se dará un vistazo a estos métodos tratando de desglosar el concepto de Sólidos en Revolución.

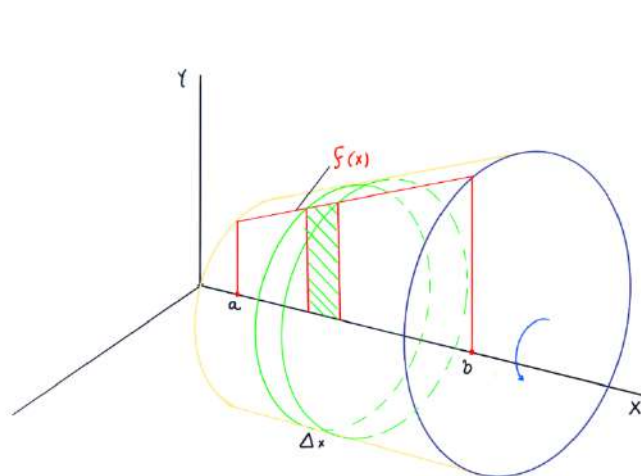
Método de discos. Supongamos que $f(x) > 0$ y f es continua en el intervalo $[a,b]$. Tomemos la región limitada por la curva $y = f(x)$ y el eje x , para $a < x < b$, y hagámosla girar alrededor del eje x , generando un sólido. (Véanse las figuras 6 y 7) Podemos encontrar el

volumen de este sólido cortándolo perpendicularmente al eje x y reconociendo que cada sección transversal es un disco circular de radio $R = f(x)$ tenemos que el volumen del sólido es (Smith y Minton, 2012, p.328).

$$V = \int_a^b \pi [f(x)]^2 dx$$

Figura 9

Método de discos. Elaboración propia, 2025.



Luego de definir el otro intervalo $[c, d]$ cambiando el eje de revolución a manera de ejemplo H es el eje y surge la siguiente ecuación.

$$V = \int_c^d \pi [f(x)]^2 dx$$

Método de las arandelas.

El método de discos se complica a la hora que se calculan volúmenes que tengan concavidades o agujeros, al mismo tiempo ocurre cuando no existe una región que gire alrededor de la línea distinta al eje x o el eje y, para esto se hace el uso de las arandelas.

Si r y R son los radios interiores y exteriores de la arandela y w es la anchura, su volumen está dado por $V = \pi(R^2 - r^2) \cdot w$ (Bruce y Larson, 2010).

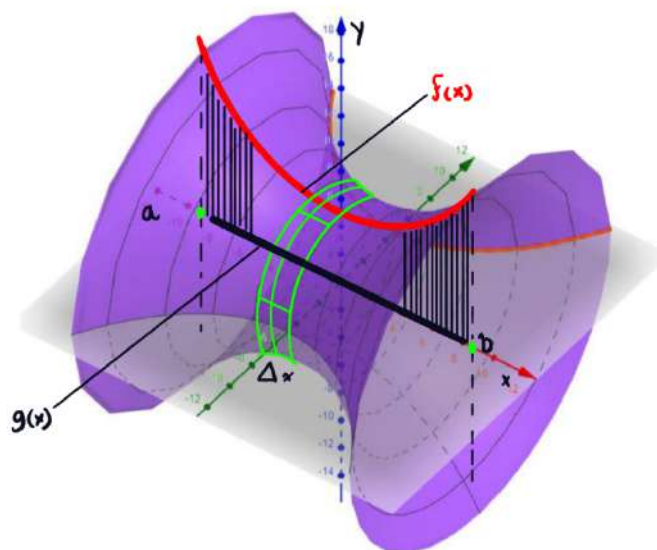
Como lo menciona Vergara Ibarra, J.L.(2022) Por lo tanto si $f(x) > g(x)$ se tienen las expresiones (7) y (8):

$$V = \int_a^b \pi [f(x)^2 - g(x)^2] dx \quad (7)$$

$$V = \int_c^d \pi [f(y)^2 - g(y)^2] dy \quad (8)$$

Figura 10

Método de arandelas. Elaboración propia, 2025.



Insumos resultantes del análisis del objeto tecnológico

En este estudio se asume por insumos conceptuales el conjunto de nociones, categorías, relaciones y criterios que emergen del análisis del objeto (descripciones morfológicas y estructurales, principios de funcionamiento, variables y restricciones, hipótesis de uso y

contexto) y que sirven de entrada para fases posteriores del proceso pedagógico (diseño de actividades, instrumentos de evaluación o ajustes didácticos). En términos de investigación educativa, distintos trabajos describen estos insumos como el acervo conceptual que se consolida tras el examen del objeto y retorna a las fases de diseño como material de entrada para la intervención didáctica (retorna en forma de insumos conceptuales) a la teoría y al diseño, tras su contraste empírico (Ruiz Hernández, 2017).

En la investigación de posgrado en educación emplea, la noción de “insumo pedagógico” para indicar aquello que el docente incorpora como base de su actuación didáctica; por ejemplo, lineamientos, materiales y criterios que se usan como insumo pedagógico y metodológico y que se adaptan al contexto antes de la implementación (Mendocilla Alvarez, 2024). En trabajos de grado también se explicita que determinados conocimientos del entorno como saberes de contexto, deben leerse como insumos pedagógicos para orientar la práctica de enseñanza (Correa et al., 2023). Asimismo, desde el punto de vista de maestría conceptualizan “insumos conceptuales” como “conceptos complejos articuladores mínimos necesarios” para guiar el análisis y la posterior intervención educativa contextualizada. (Ávalos Casas, 2023). Finalmente, autores del campo de la pedagogía subrayan que para comprender y transformar las prácticas educativas es necesario “se requieren insumos conceptuales”, reforzando la idea de que el análisis riguroso del objeto produce el sustrato conceptual que hace viable la acción didáctica con sentido (Díaz-Soler, 2015).

Secuencia didáctica

En este contexto se entiende como secuencia didáctica la planificación y organización del trabajo en el aula a partir de situaciones de aprendizaje articuladas con un orden interno y

progresión de complejidad, orientadas a generar aprendizajes significativos y no meramente actividades aisladas; ello supone vincular saberes previos, problemas del contexto y criterios de evaluación integrados a las propias acciones de enseñanza (Díaz-Barriga, 2013).

En términos operativos, la investigación de posgrado identifica fases que organizan el recorrido didáctico, usualmente en cuatro momentos: presentación (situación inicial y criterios de la secuencia), comprensión (procesamiento de información y construcción de significados), práctica (desarrollo de actividades) y transferencia (análisis de resultados y proyección) (Castañeda y Tabares, 2015).

A nivel de diseño de actividades, las investigaciones de maestría proponen una arquitectura mínima que inicia con un activador previo (activación de saberes previos), continúa con una activación de saberes previos y actividades de organización de la información (vínculo entre conocimientos previos y nueva información), se despliega en estrategias de construcción del conocimiento y culmina con resolución de problemas para consolidar lo aprendido (Téllez, 2017).

Es crucial distinguir que no toda secuencia de actividades constituye una secuencia didáctica: la secuencia didáctica no es una simple distribución temporal de tareas ni un formato para llenar, sino una estructura intencional con propósitos, hilo conductor y decisiones docentes planificadas, donde la evaluación se articula con las actividades de aprendizaje (Díaz-Barriga, 2013).

Asentando el concepto al contexto colombiano (Imbach & Suárez, 2021), retoman literatura en *Técne*, *Episteme* y *Didaxis* sobre diseño y validación de secuencias didácticas, sugieren que estas incorporan una coherencia interna de momentos (coherencia, consistencia y contextualización), criterios explícitos de evaluación y contextualización al entorno de los

estudiantes; además, documentan ajustes derivados de la implementación para asegurar la validez didáctica de la secuencia.

Marco analítico conceptual

En el marco de esta investigación se entiende como marco analítico-conceptual al conjunto de construcción que articula ideas y conceptos pertinentes en un problema, con el fin de nombrar categorías, relaciones y supuestos que orientan qué mirar, cómo organizar la evidencia y cómo interpretar sus vínculos. En la investigación educativa, este marco “reúne un conjunto de ideas y articula los distintos conceptos que se emplearán en un proyecto” el cual será usado para detallar preguntas, variables/categorías, y criterios de interpretación en distintos momentos del proceso (Farrow et al., 2021).

Metodológicamente, el marco no se reduce a definiciones sueltas, como lo menciona (Jaakkola, 2020), exige un diseño analítico explícito que haga visible la selección y el rol de teorías y conceptos, y la cadena argumental que enlaza afirmaciones, fundamentos y garantías. En la investigación de alto nivel se subraya que los trabajos conceptuales deben explicitar (i) cómo y por qué se escogen teorías/conceptos, (ii) el papel que juegan en el análisis (teorías de dominio vs. teorías-método), y (iii) la plantilla de diseño conceptual empleada (síntesis teórica, adaptación, tipología o modelo) así asegurar rigurosidad y contribución (Jaakkola, 2020).

Desde una perspectiva operativa, un marco conceptual efectivo es integrativo y dinámico; evolucionan durante el proyecto, se sustentan como una red de conceptos interconectados con supuestos ontológicos, epistemológicos y metodológicos como sugiere (Mugizi, 2019). Cada concepto cumple con un rol explicativo y el conjunto mapea relaciones (variables o

componentes) que anticipan cómo se realizará el análisis y qué forma tendrá el modelo resultante.

En la aplicación, la construcción de un marco analítico busca organizar y operativizar las líneas de indagación para dar cuenta del objeto de estudio, haciendo explícitas las dimensiones, las relaciones entre actores/procesos y los criterios críticos desde los que se leerá la evidencia (Cano & Castro, s.f.). Esta orientación, de raíz crítica y situada, enfatiza que el marco guía la lectura de las prácticas/artefactos en tensión entre reproducción y transformación, fundamentando la selección de categorías para el análisis (Cano & Castro, s.f.).

La implicación contextual para este proyecto (jarrón de Wérregue). En coherencia con lo mencionado anteriormente, el marco articulará: (a) categorías geométricas-estructurales (segmentos, curvaturas, uniones, cargas, apoyos), (b) categorías funcionales-técnicas (uso, resistencia, cuidados) y (c) categorías culturales-contextuales (oficio, materialidad, sentido de uso). Se explicitará el rol desde cada perspectiva (p. ej., estática como teoría-método que centraliza la teoría del dominio “capital cultural del jarrón”) y se hará visible la cadena de evidencia que conecta afirmaciones con fundamentos (mediciones, descripciones, registros), siguiendo una plantilla de “modelo” que integre componentes y relaciones para el análisis del objeto.

Análisis de productos tecnológicos

Se entiende por análisis de productos tecnológicos un procedimiento de aproximación a artefactos, procesos y sistemas que permite conocerlos y comprenderlos para actuar con mayor idoneidad en su uso y la resolución de problemas del entorno, desde la perspectiva en educación tecnológica (Rudolph et al., 2025 con base en Gay, 2006). En el marco curricular colombiano

(MEN, 2022, sección 4.2.3), esta estrategia de análisis de productos se presenta como un procedimiento guiado por preguntas orientadoras y la reconstrucción de trayectorias de determinación (diseño, construcción, uso), además, ofrece lineamientos evaluativos concretos (MEN, 2022, Tabla 6; 5.2.3) para articular actividades, evidencias y criterios.

En su desarrollo didáctico, se parte de un producto terminado para descomponerlo en partes, formular preguntas orientadoras y reconstruir cómo cada componente aporta al funcionamiento total; ello puede aplicarse a artefactos, procesos o sistemas (p. ej., bolígrafo, licuadora; procesos de construcción, sistema de acueducto), con preguntas guía que conectan la forma, materiales, función, decisiones de diseño y experiencias de uso (MEN, 2022), y con guías de interrogantes disciplinares ya consolidadas en la literatura (¿qué forma tiene?, ¿para qué sirve?, ¿cómo funciona?, ¿de qué material es?) (Gay & Ferreras, 2002, citado en Rudolph et al., 2025).

Para operativizar el análisis, la investigación actual menciona un conjunto de tipos complementarios: morfológico (forma/rasgos externos), estructural (partes y relaciones), funcional (para qué sirve), del funcionamiento (cómo opera y qué energía requiere), tecnológico (materiales, herramientas y técnicas), económico (costos/beneficios), comparativo (similitudes/diferencias con equivalentes), relacional (impacto en el entorno) y del surgimiento y evolución histórica (origen y cambios), con definiciones claras y preguntas guía (Rudolph et al., 2025). Esta misma lógica ha sido aplicada en educación superior, mostrando adaptaciones según el contexto y propósito (Balagué et al., 2011).

Además del análisis interno del producto, la valoración tecnológica incorpora criterios multidimensionales: eficacia, economía, estética, ergonomía, ecología y ética, más el impacto social ($TA = 6E + S$), que orienta evaluaciones responsables sobre beneficios, riesgos y efectos

colaterales (Niiniluoto, 2024). En Colombia, el MEN promueve elementos pedagógicos concretos para implementar esta estrategia (véanse Tablas 4 y 5 del documento oficial), útiles para el diseño de actividades, evidencias y evaluación.

Desde una perspectiva sistémica, (Zhukov et al., 2021) proponen que analizar productos implica tratarlos como sistemas con entradas, controles y salidas, modelando relaciones entre bloques del proceso y apoyando la optimización mediante datos y argumentación analítica (sistema → modelo → algoritmo de decisión).

Desde el objetivo de este proyecto, la intención es integrar (a) análisis morfológico-estructural (segmentos, curvaturas, uniones) y funcional (cargas/apoyos), (b) análisis tecnológico- comparativo (materiales, técnicas de trenzado, variaciones), (c) análisis económico-relacional (tiempos de producción, durabilidad, sostenibilidad de fibras) y (d) lectura histórico-cultural (oficio, sentido de uso).

Metodología

Este trabajo de grado adopta un enfoque cualitativo, de corte descriptivo-analítico y proyectual, orientado a construir un marco analítico-conceptual del jarrón de Wérregue y a generar insumos didácticos para el área de Tecnología e Informática. Aunque el propósito central no es la medición ni la validación estadística, el análisis tecnocultural del jarrón requiere el uso de técnicas de modelación geométrica y estructural propias del campo de T&I, entendidas como herramientas instrumentales que complementan la comprensión cualitativa del objeto sin modificar la naturaleza del enfoque. La ruta metodológica se organiza en cuatro fases alineadas con los objetivos específicos (OE) 1-4 y sus entregables: Fase 1 (caracterización del objeto),

Fase 2 (análisis forma-función-estructura y criterios), Fase 3 (representaciones y modelaciones 2D/3D) y Fase 4 (síntesis de categorías-criterios-indicadores e insumos para diseño futuro). Cada fase explicita propósito, actividades, entradas y salidas, así como evidencias y criterios de verificación, lo que asegura trazabilidad entre OE, actividades y productos.

Tabla 1

Fases metodológicas.

Fases	Objetivos	Acciones	Productos
Caracterización del contexto	Levantar la línea base socioterritorial y cultural del pueblo Wounaan (presencia territorial, organización y dinámicas actuales)	<ul style="list-style-type: none"> - Revisión documental. - Cartografía del contexto. - Mapeo de actores y autoridades del pueblo. - Caracterización sociolingüística. - Validación comunitaria de la información recolectada. - Sistematización en matriz de contexto (prácticas, actores, riesgo) 	<p>Informe de caracterización del contexto.</p> <p>Mapa sintético de resguardos/ municipios con presencia Wounaan.</p>
Caracterización del objeto	Documentar técnica y contextualmente el jarrón de Wérregue	<ul style="list-style-type: none"> - Registro del ejemplar (código, fecha, fuente). - Levantamiento de dimensiones con unidades del SI. - Identificación de materiales (fibras) y tratamientos. - Descripción de 	<p>Ficha técnica del jarrón + diagrama de proceso (con fotografías y glosario mínimo)</p>

		<ul style="list-style-type: none"> herramientas y su uso. - Detalle de técnicas, módulos y patrones (sentido de trenzado, densidad) - Secuencia de etapas y procesos (obtención → preparación → base → paredes → remate/acabado) - Uso sociotécnico y contexto 	
Análisis forma-función-estructura	Establecer relaciones F-F-E y principios geométrico-estructurales	<ul style="list-style-type: none"> - Descripción de rasgos formales (perfil/generatriz, radio, curvatura, espesor). - Análisis de función (contener, transportar, proteger, agarre). - Análisis estructural (rigidez del trenzado, continuidad de fibras, estabilidad). - Redacción de criterios de análisis didáctico (indicadores observables) 	Matriz forma-función-estructura + criterios de análisis del objeto.
Representaciones y modelaciones	Comunicar el objeto y sus procesos mediante representación técnica y modelación	<ul style="list-style-type: none"> - Vistas ortográficas (frontal, lateral y superior) con escala y unidades. 	Set de representaciones y modelaciones (2D/3D)

-
- Sección A-A y perfil/generatriz.
 - Despiece
 - Isométrico 3D /modelo CAD.
 - Esquema de procesos.
 - Rotulado Técnico (materiales, dirección de fibras, tolerancias)
-

Síntesis para diseño didáctico	Operacionalizar el marco en categorías-criterios- indicadores y elaborar insumos para una futura secuencia didáctica	<ul style="list-style-type: none">- Definir categorías (forma, función, estructura, proceso, evidencias).- Formular criterios e indicadores observables y medibles.- Especificar evidencias esperadas (documento/imagen/medición).- Redactar orientaciones didácticas (observación→ análisis → modelación→ síntesis).	Tabla de categorías-criterios-indicadores + documento de insumos para el diseño futuro.
--------------------------------	--	--	---

Marco analítico-conceptual	Construir y formalizar el marco analítico-conceptual del jarrón de Wérregue desde T&I, articulando categorías (p. ej., materialidad, procesos técnicos, forma-función-estructura, desempeño sociotécnico) con sus principios y criterios de análisis, mediante definiciones operativas y relaciones entre categorías, con trazabilidad.	<ul style="list-style-type: none">- Formalizar las categorías del marco a partir de los resultados de OE1-OE3 y las orientaciones del área.- Redactar definiciones operativas por categoría y subcategoría.- Vincular principios geométrico-estructurales y relaciones F-F-E pertinentes a cada categoría.- Establecer la matriz de relaciones (categoría-principio-criterio) e indicadores de observación/medición de nivel conceptual.	Matriz de marco analítico-conceptual Glosario analítico y nota de trazabilidad a OE1-OE3
----------------------------	---	---	---

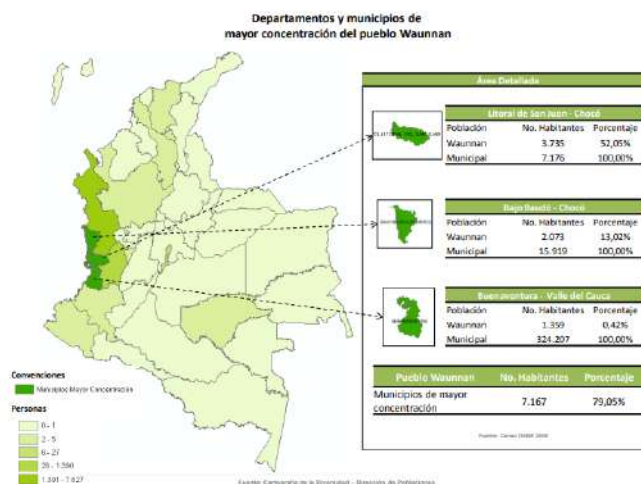
Fase 1 Comunidad Wounaan

La comunidad Wounaan (Wounaan Nonam) hace parte de los pueblos indígenas más significativos del litoral Pacífico colombiano. Históricamente, habita riberas, cuencas y bosques húmedos tropicales del San Juan (Pichimá, Togoromá, Orpua, Baudó, Atrato, Docampadó y Sigrisúa) en los departamentos de Chocó y Valle del Cauca. Tradicionalmente, la comunidad se ha asentado en territorios del litoral del San Juan; no obstante, su distribución también ha alcanzado ciudades intermedias debido a procesos de desplazamiento (Ballestas Rincón, 2010). Su lengua, el *woun meu*, es un elemento identitario fundamental que acompaña su visión del mundo y sus prácticas culturales.

Su herencia cultural se expresa especialmente a través de la cestería en palma de Wérregue, una de las artesanías más laboriosas de Colombia. La elaboración de estos jarrones implica conocimientos técnicos avanzados, como la extracción, tratamiento y trenzado de la fibra, y demanda jornadas extensas de trabajo: se requieren hasta 12 días y dos cogollos de palma para fabricar un solo cesto de 25 cm (Chamapuro, 2004, como se citó en Ballestas Rincón, 2010, pp. 101–103). Más allá de su valor estético, estos objetos contienen estructuras geométricas complejas y simbolismos tomados de la pintura corporal, como figuras humanas, animales y diseños espirituales que evocan su cosmovisión (Ballestas Rincón, 2010, pp. 101–103). Estas prácticas contienen patrones y principios (trenzados, módulos, simetrías y continuidad de la fibra) que dialogan con conceptos de cálculo, estática y sólidos de revolución. Este vínculo sustenta la pertinencia de analizar el jarrón como objeto formal con proyección didáctica.

Figura 11

Resguardos Wounaan.



Nota. Adaptado de Departamentos y municipios de mayor concentración del pueblo Wounaan, de Ministerio de Cultura (2010).

La organización comunitaria gira en torno al fortalecimiento de la autonomía cultural y política, articulada por instancias como el Consejo de Autoridades del Pueblo Wounaan (CAMAWA & OREWA), que ha liderado procesos de planeación territorial y educativa. Su *Plan de Vida* (2010) plantea la necesidad de una educación que articule el conocimiento ancestral con los contenidos escolares desde una mirada intercultural, en la que la lengua, el territorio y los valores Wounaan orienten la formación de las nuevas generaciones.

En este marco, el Proyecto Educativo Comunitario Wounaan (PECW) recoge principios como el *Ewandam iek*, que promueve el aprendizaje colectivo, el respeto por los mayores y la transmisión oral de saberes. Este enfoque propone que los procesos educativos deben surgir desde la comunidad, fortaleciendo la identidad y propiciando un diálogo equilibrado entre el conocimiento propio y el occidental.

La comunidad Wounaan, entonces, no solo custodia un legado técnico y espiritual, sino que plantea, desde su experiencia, una propuesta educativa profunda que desafía los modelos hegemónicos y exige una revisión crítica del currículo escolar colombiano. Su resistencia cultural, expresada en prácticas como la cestería, la pintura corporal y la organización comunitaria, ofrece elementos valiosos para repensar la educación tecnológica desde una perspectiva contextualizada, inclusiva y coherente con la diversidad del país. Desde el PECW, la educación tecnológica puede integrar el saber Wounaan a problemas de diseño, modelación y análisis de estructuras, fortaleciendo la pertinencia curricular en Tecnología e Informática (WOUNDEKO, 2017).

Fase 2 Producción del jarrón de Wérregue

La producción de esta artesanía tan característica de la comunidad Wounaan tiene múltiples pasos desde la siembra de la semilla, su germinación hasta el ensamble de las fibras y su tejido es un proceso que en total llega a durar hasta 7 meses.

La materia prima del jarrón procede de la palma de Wérregue (*Astrocaryum standleyanum* L.H.Bailey), especie aceptada de la familia Arecaceae. Se documenta el nombre común chungu/Wérregue para las comunidades Wounaan y Emberá (GBIF Secretariat, 2023). Su rango nativo se extiende de Costa Rica a Ecuador (Pacífico tropical húmedo), donde crece principalmente en biomas húmedos no inundables (Royal Botanic Gardens, Kew, s.f.). Morfológicamente, es una palma arborescente ($\approx 12-20$ m), con estípites armados de espinas ($\approx 10-15$ cm), hojas pinnadas de ($\approx 2-4$ m) y frutos drupáceos; rasgos que condicionan la extracción de brotes/hojas tiernas para fibra (World Flora Online, s.f.). En esta región la especie sostiene un uso tradicional de alta especialización: los pueblos Wounaan y Emberá obtienen las fibras de las hojas para tejedura fina (cestería y objetos de uso/ornamento).

Figura 12

Astrocaryum standleyanum (palma de Wérregue) en hábitat de bosque húmedo. Fotografía de autor, 2025.

**Figura 13**

Detalle del cogollo/hojas jóvenes de *A. standleyanum* utilizadas para la obtención de fibra. Fotografía del autor, 2025.



Antiguamente, la germinación de la palma se daba por los animales entre ellos, las ardillas, los tucanes y la “narpia” que, al comer de su fruto y luego defecar, fertilizaban la semilla

y permitían que naciera la palma. Actualmente, la plantación del “cogollo” se hace al lado de las palmas adultas y tarda alrededor de 6 meses para germinar, esto se hace para protegerlas de la luz del sol y aportarle los nutrientes necesarios. Esta analogía de “padre” e “hijo” se entiende como el cuidado de los brazos de Ewandam (Dios).

La recolección se realiza tumbando la palma de Wérregue en el tiempo de menguante o luna llena, se hace en estas fases lunares debido a que en esta época el “Cogollo” ya está listo para su corte. Una vez recolectada, se le hace un corte en la mitad para evidenciar si está “biche”, está la es la comprobación que se hace para revisar que la hoja ya esté lista. Para el corte se usa una “medialuna” especial llamada “hacha de cogollo”, la cual se posiciona en la parte superior del cogollo y se “ensancha” para luego halar despacio, manteniendo una postura firme con un pie adelante y otro atrás. El halado no puede ser repentino, por el contrario, se realiza de manera secuencial “poco a poco”.

Figura 14

Hombre perteneciente a la comunidad Wounaan sujetando el hacha de cogollo. Fotografía de autor, 2025.



Figura 15

Hacha de medialuna ensanchada en el cogollo previo al “tumble”. Fotografía de autor, 2025.



Una vez cortado el cogollo, se debe tener mucho cuidado con su caída, ya que el corte producido por el hacha deja una punta prominente al final del cogollo, el cual puede llegar a ser peligrosa, por eso es necesario estar pendiente de la caída.

Figura 16

Hombre perteneciente a la comunidad Wounaan evaluando el corte del hacha “corte sanito”.

Fotografía de autor, 2025.



Encintado, en este paso se dividen las cintas de la palma del cogollo. Se debe tener mucho cuidado, ya que la palma cuenta con unas espinas que se deben retirar con precaución para este proceso se hace uso de un machete y las manos, haciendo cortes transversales al crecimiento de la hoja. El cogollo no se encinta en su totalidad por la longitud de las hojas, las únicas hojas que se usan son las del final y la mitad, la parte superior se usa como abono.

Figura 17

Parte resultante del corte “parte superior”. Fotografía de autor, 2025.



Luego, con la misma hoja del cogollo se hace un amarre para su transporte.

Figura 18

Hombre perteneciente a la comunidad Wounaan recolectando las cintas “biches”. Fotografía de autor, 2025.



Para desfibrar la hoja, primero se debe lavar, ya que tiene espinas pequeñas que producen rasquiña y brote. Para hacer la división de la hoja, se debe tensionar ya sea con las manos o con manos y pies. Cada hoja se puede desfibrar entre 7 a 9 fragmentos, luego del desfibrado, se recolectan las fibras y se llevan al río más cercano para lavarlas de las impurezas y posteriormente se dejan al sol para el siguiente paso, que es la tinturación.

Figura 19

Mujer perteneciente a la comunidad Wounaan dividiendo las fibras. Fotografía de autor, 2025.



Para la tinturación de los filamentos de Wérregue se usan tres colores principales (rojo, negro y blanco) y diversas plantas, entre ellas la “puchama”. Esta planta es la que da el color negro el cual debe pasar por un proceso de rallado y cocinado para luego introducir las fibras secas (color blanco “natural”) por 30 minutos, pasado el tiempo se lleva al barro y se deja allí para enfriarla en un lapso de un día. Para la coloración negra también se usa la “Jagua” que tiene un uso en la pintura corporal.

El “achiote” se usa para la tonalidad roja, pero también es un fruto sagrado dentro de la comunidad, ya que tiene un uso medicinal. Para el tinte se abre el fruto, se retira la pepa y se vierte en una olla con agua, después de hervir durante 15 minutos se saca el jugo tinturado y se sumerge

la fibra de Wérregue “natural”, lo que dará este color característico. Este fruto se denomina dentro de la comunidad como el fuego de la luz, ya que anteriormente se usaban sus ramas para prender el fuego, lo que sería como una analogía del fósforo.

Figura 20

Fibras tinturadas. Fotografía de autor, 2025.



La cúrcuma también se usa para la titulación, dando un color naranja vivo. Para él se debe desenterrar la cúrcuma, lavarla y hervirla, para después, rallarla y ponerla a cocinar por un lapso de 20 minutos. Luego se escurre y se deja al sol, la única fibra que se deja en el barro es la que se usa para la coloración negra, las demás se dejan secando al sol.

Cuando se quiere que el Wérregue no tenga tinturación y sea “natural”, se debe dejar secar al sol y luego hervir agua con limón durante 5-8 minutos, después se introducen las fibras. Es importante en cualquier proceso de tinturación ser muy precavido con el tiempo, ya que si se pasa

el tiempo la fibra pierde firmeza y resistencia, lo que provocaría que al momento de tensar en el tejido se reviente.

Luego de la tinturación, sigue el tejido. Este proceso se realiza con ayuda de una aguja la cual posibilita dividir en hebras el filamento. La división de las fibras depende de la parte de construcción o ensamble, ya que se debe tener en cuenta que unas son más delgadas que otras, luego de definir el uso, se tuerce el filamento con ayuda de las manos y pies dándole una torsión hasta que se enrolle totalmente.

Para las “venas” del jarrón se hace el uso de las fibras más anchas y se envuelven en las palmas de “escoba” que es un arbusto de 1.5 metros que cuando se seca da unas fibras cafés muy resistentes. Con ayuda de esta fibra se envuelve el Wérregue dándole el ancho deseado, entre más filamentos de escoba, mayor será el ancho, logrando así el deseado para el tejido.

Figura 21

Mujer perteneciente a la comunidad Wounaan seccionando las venas. Fotografía de autor, 2025.



Figura 22

Mujer perteneciente a la comunidad Wounaan seleccionando la palma de “escoba”. Fotografía de autor, 2025.

**Figura 23**

Demostración de cómo se “enrolla ” el Wérregue a través de la palma de escoba. Fotografía de autor, 2025.



Figura 24

Fibra utilizada con aguja para el entrelazado de los módulos. Fotografía de autor, 2025.



Cada jarrón es único no se tienen otros ejemplares iguales, esto impulsa a la distinción entre cada uno de los cabildos y sus producciones, una característica esencial de los jarrones es el grabado que se usa en cada jarrón, como el siguiente ejemplo:

Figura 25

Ejemplo jarrón de Wérregue. Fotografía de autor, 2025.



Figura 26

Ejemplo tejido vertical, jarrón de Wérregue. Fotografía de autor, 2025.

**Figura 27**

Ejemplo jarrón de Wérregue. Fotografía de autor, 2025.



Figura 28

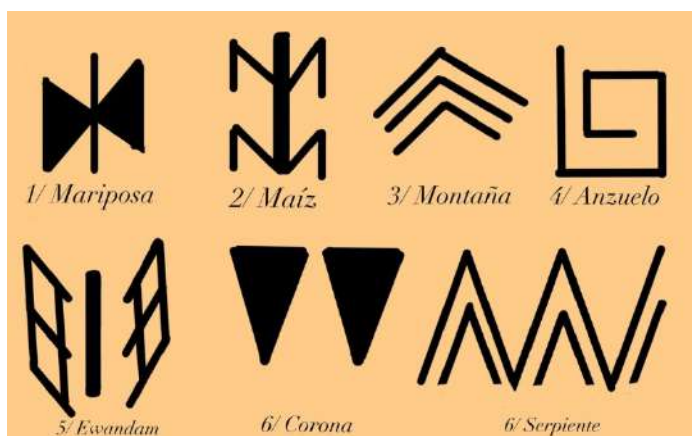
Ejemplo tejido mixto, jarrón de Wérregue. Fotografía de autor, 2025



Estos grabados hacen alusión a la naturaleza, los rituales o los animales y existen diversos diseños que se han visto retratados en los jarrones, estas morfologías específicas se pueden presentar de la siguiente manera.

Figura 29

Representaciones gráficas presentes en los jarrones del estudio. Fotografía de autor, 2025.



A partir de una entrevista realizada a un integrante de la comunidad perteneciente a pichima quebrada, donde es el origen del tejido de Wérregue nos narra la importancia de la tejedura, aportándonos detalles de su producción y su relación con la cosmovisión Wounaan.

Él relata verbalmente:

En primer lugar, mi nombre es Entrevistado #1 vengo del departamento del chocó pacíficos municipio litoral el del San Juan resguardo pichima quebrada, eh soy miembro de la comunidad Wounaan allá en la comunidad pichima, es el origen el primer que el primer qué sé que se tejió la artesanía era súper muy importante lo que hizo la persona porque en ella eh ya eso es como en el año 1900 ya más como en el año 70 más más hacia allá el objetivo de hacer esa artesanía es para guardar anzuelos, agua, tesoro, arete ,pero esos aretes era de oro entonces actualmente nosotros nuestros ancestros también lo que hizo es una persona que específicamente era para guardar los tesoros sí para guardar.

Bueno yo cuando estaba niño pues una vez lo hizo un jarrón no es jarrón sino un plato de Wérregue con madera con buen Wérregue entonces eso es lo que hizo es mi mamá pero ancestralmente en nuestra comunidad que se llama lo que dio es diseño Pua entonces una persona muy qué sé que se usa entretejió porque lo que él dice que eh no dices sino que cuando nosotros tejemos conectamos dejemos pensamientos con los espíritus de Laguna con los espíritus de la selva con los espíritus de animales con los espíritus de Del sol la luna todo es el tiempo lunares todo eso nosotros tejemos tratamientos el saber para poder construir la vida en la sociedad en la comunidad y no solamente no es otro también creces como es principalmente para el buen vivir.

Lo que decía eso es como tejemos saber lo que yo lo digo cuando estamos tejiendo nosotros y estamos entre como conectando con lo con los pensamientos con los saberes de la selva con los colores conectamos hay los sonidos de la selva conectamos los dibujos la simbología su significado de dónde viene de cuál animales tiene por ejemplo de una boa de un tigre de un oso de todos los animales entonces cuando está tejiendo esa artesanía se va

reflexionando sea analizando se va conectando todo eso entonces, eso es la el pensamiento que nosotros hacemos cómo es su color también no porque eso es de allí también los colores si es verde amarillo fuese todo lo que es propio y son sacados los las tintas son naturales y entonces eso es lo que todo es eh con eso nosotros como ahí está conectando a cuando al tejer cuando nosotros estamos tejiendo estamos diciendo estamos conectando todo lo que estamos el saber de lo de los ancestros porque los ancestros también nos han enseñado eso entonces eso es lo que lo que nosotros resaltamos lo que nosotros siempre vivimos vivenciamos a través de esos y conectamos con los con los seres con los seres espirituales y con los por ejemplo hay muchos seres de espirituales por ejemplo lo que yo he dicho son seres de los cuatros mundo por ejemplo los de arriba de Ewandam de Dios y los del mundo de nosotros y del mundo de los Waspien los seres de los Waspien he los seres de Aremie seres del más al fondo son seres muy importantes para nosotros, porque son 4 mundos para nosotros y conectamos comunicamos con ellos cuando nosotros estamos tejiendo artesanía seres del más al fondo son seres muy importantes para nosotros (Entrevistado #1, comunicación personal, 15-02-2023).

Transcripción literal del hablante Wounaan (español como segunda lengua), se conserva tal como fue pronunciada para respetar el léxico del informante.

La cosmovisión de la práctica del tejido

Según (Entrevistado #1, comunicación personal, 15-02-2023) el jarrón tiene una forma redonda característica ya que acuerdo a la cosmovisión Wounaan, existen 4 mundos que se comportan como uno solo el del padre mayor, el mundo del hijo, el mundo Wounaan, el mundo Waspien y el mundo Aremie estos mundos están conformados en una esfera, cuando la mujer hace

la forma piensa en los cuatro mundos conjuntos teniendo en cuenta que dentro de estos mundos está toda la naturaleza que Ewandam nos dejó y los saberes ancestrales.

El objetivo del jarrón es guardar objetos que conectan los mundos de los seres visibles e invisibles, por ello cuando se teje se piensa en la grafía y se evalúa como se posicionan esos objetos, complementando el tejer con los espíritus, los cuales ayudan y guían en la elección del modelo, en medida se plasma el saber que se quiere visualizar en el jarrón teniendo en cuenta la realidad en contraste con el mundo espiritual, allí pervive la memoria y la identidad cultural como pueblo Wounaan.

Cuando se teje se tejen saberes con los animales y los espíritus, se realiza una conexión con Ewandam y su hijo conectando los 4 mundos permitiendo intercambiar los saberes mientras se teje en manera de rogativa (Entrevistado #1, comunicación personal, 15-02-2023).

Anexos de la demostración inicial (tejido de Wérregue)

Figura 30

Demostración de división de fibras. Fotografía de autor, 2025.



Figura 31

Separación de fibras anchas. Fotografía de autor, 2025.

**Figura 32**

Tejido y enrollado de las fibras. Fotografía de autor, 2025.



Figura 33

Demostración de engrosamiento del tejido. Fotografía de autor, 2025.

**Matriz de Material- Tiempos-Sostenibilidad.**

Esta sección documenta la materialidad y tratamientos de las fibras, los tiempos de fabricación por operación y el perfil de sostenibilidad del recurso, con el fin de generar insumos analítico-conceptuales para fases posteriores. Se emplean tres instrumentos: Ficha material (caracterización de muestras), Hoja de Tiempos (medición del proceso de elaboración) y Matriz de Sostenibilidad (escala 0-3 y semáforo). Los datos se registran en las plantillas compartidas y se consolidan en tablas y figuras de síntesis.

Figura 34

Ficha técnica de materiales del jarrón de Wérregue. Elaboración propia, 2025.

Código_muestra	Nombre_local	Nombre_científico	Parte_usada	Origen/Proveedor	Localidad	Tratamientos_aplicados
E1	Wérregue (negro)	<i>Astrocaryum standleyanum</i>	Cinta de cogollo	Pichima Quebrada, Litoral del Bajo San Juan	Ciudad Bolívar	Tinturación con Puchama
E2	Wérregue (blanco)	<i>Astrocaryum standleyanum</i>	Cinta de cogollo	Pichima Quebrada, Litoral del Bajo San Juan	Ciudad Bolívar	Tinturación con Limón
E3	Wérregue (rojo)	<i>Astrocaryum standleyanum</i>	Cinta de cogollo	Pichima Quebrada, Litoral del Bajo San Juan	Ciudad Bolívar	Tinturación con Achote
E4	Wérregue (naranja)	<i>Astrocaryum standleyanum</i>	Cinta de cogollo	Pichima Quebrada, Litoral del Bajo San Juan	Ciudad Bolívar	Tinturación con Cúrcuma

Ancho_tira_mm	Calibre_mm	Humedad	Textura	Flexibilidad	Homogeneidad	Defectos/Observables	Costo_adquisición_COP_1_Manojos
2	0.14	Baja	Corrugada	Media	Alta	Salida de filamentos	\$16,500.00
3	0.12	Baja	Mixta	Alta	Media	Cortes internos	\$12,500.00
3	0.14	Baja	Lisa	Alta	Media	Rasgaduras	\$15,500.00
3	0.14	Baja	Lisa	Alta	Media	N/A	\$13,500.00

Nota. Variables mínimas: Código_muestra, Nombre_local, Nombre_científico, Parte_usada, Origen/Proveedor, Localidad, Tratamientos_aplicados, Ancho_tira_mm, Calibre_mm, Humedad, Textura, Flexibilidad, Homogeneidad, Defectos/Observables, Costo_adquisición_COP_1_Manojo.

Se identificaron las fibras empleadas y sus tratamientos asociados (corte, desfibrado, encintado, teñido), registrando ancho de tira y calibre como variables geométricas básicas, además se consignaron texturas, flexibilidad, homogeneidad y defectos para su posterior lectura estructural.

- Ancho_tira_mm y Calibre_mm (2,75 Promedio, 0,135 Promedio)
- Distribución de flexibilidad/homogeneidad:

Flexibilidad:

- Alta: 75% (3 de 4)

- Media: 25% (1 de 4)

Homogeneidad:

- Alta: 25% (1 de 4)

- Media: 75% (3 de 4)




- Costo_adquisición_COP (\$14,500.00 Mediana)


Nota. Un "cogollo" de Wérregue forman ≈ 115 "cintas" de las cuales salen ≈ 4 tiras por cinta. Se recolectan 8 "manojos" por palma de ≈ 115 "cintas", en ese orden por palma tendríamos ≈ 920 cintas, las cuales nos dan un total de 3.680 tiras por palma.

Nota. El "manajo" se compone de aproximadamente ≈ 32 tiras

Figura 35

Tiempos de fabricación. Elaboración propia, 2025.

ID_pieza	# Manojos	Fecha(YYYY-MM-DD)	Operación	# Horas	Costo materia prima	Costo Hora	Total costo x Hr	Total Costo	Valor de Venta	Registro Fotográfico
E1N	2M	11/10/2023	Tejedura	15	\$29,000.00	\$6,471.00	\$97,065.00	\$126,065.00	\$90,000.00	
E2NC	3M	9/15/2022	Tejedura	40	\$45,500.00	\$6,471.00	\$258,840.00	\$304,340.00	\$280,000.00	
E3NA	2M	10/23/2025	Tejedura	35	\$29,000.00	\$6,471.00	\$226,485.00	\$255,485.00	\$190,000.00	

E4B	3M	8/15/2017 Tejedura	38	\$42,500.00	\$6,471.00	\$245,898.00	\$288,398.00	\$250,000.00	
-----	----	--------------------	----	-------------	------------	--------------	--------------	--------------	---

Para cada pieza se midió el tiempo total de fabricación en horas. El análisis de costo se generó sobre el ValorxHora vigente (2025) de \$6,471.00 COP, y el costo de materia prima se calculó según el color usado. Partiendo de esto, el componente laboral explica entre 77% y 89% del costo total y el precio de venta cubre entre 71% y 92% del costo (ratio precio/costo = 0,71-0,92). Los márgenes netos resultantes son negativos en los cuatro casos (-\$36.605, -\$24.340, -\$65.485, -\$38.398 COP, respectivamente), equivalentes a -8% a -29% del costo total. La pieza con mejor desempeño relativo es E2NC (40h, \$280.000), que aún presenta un déficit del 8%. Para alcanzar punto de equilibrio con los precios actuales, se requerirían ajustes de precio de (+40.1%, 8.8%, +34.5%, +15.4%, respectivamente). Este análisis indica que, valorando la mano de obra a una tarifa fija, las ventas reportadas no cubren el precio total, por lo tanto, el beneficio económico es insuficiente y justifica discutir criterios de fijación de precios o incorporación de valor cultural en la negociación.

Tabla 2

Análisis de costos, Margen, ROI y ajuste.

Pieza	Costo laboral	Costo total	Cobertura del precio	% componente laboral	Margen neto	ROI	Ajuste de precio p/ equilibrio
-------	---------------	-------------	----------------------	----------------------	-------------	-----	--------------------------------





E1N(15 h)	15x6.471 = \$97.065	29.000+97.0 65 = \$126.065	90.000/126.0 65 = 0,714 → 71,4%	97.065/12 6.065 = 77,0%	90.000-1 26.065 = -\$36.065	-36.065 /126.06 5 = -28,6%	(126.065/9 0.000-1) = +40,1%
E2NC (40 h)	40x6.471 = \$258.840	45.500+258. 840 = \$304.340	280.000/304. 340 = 0,920 → 92,0%	258.840/3 04.340 = 85,1%	280.000- 304.340 = -\$24.340	-24.340 /304.34 0 = -8,0%	(304.340/2 80.000-1) = +8,8%
E3NA (35 h)	35x6.471 = \$226.485	29.000+226. 485 = \$255.485	190.000/255. 485 = 0,744 → 74,4%	226.485/2 55.485 = 88,7%	190.000- 255.485 = -\$65.485	-65.485 /255.48 5 = -25,6%	(255.485/1 90.000-1) = +34,5%
E34 (38 h)	38x6.471 = \$245.898	42.500+245. 898 = \$288.398	250.000/288. 398 = 0,867 → 86,7%	245.898/2 88.398 = 85,3%	250.000- 288.398 = -\$38.398	-38.398 /288.39 8 = -13,3%	(288.398/2 50.000-1) = +15,4%

Nota. Fórmulas Usadas: Costo laboral = Horas x ValorxHora, Costo Total = Costo MP + Costo laboral, Margen neto = Venta- Costo total, Cobertura del precio = Venta / Costo total (x100), % componente laboral = Costo laboral / Costo total x100, ROI (margen relativo) = Margen neto / Costo total x100, Ajuste de precio equilibrio = (Costo total/ Venta - 1)x100.

Sostenibilidad del recurso

Figura 36

Análisis de semáforo con las tres fibras.

Fibra	Origen_material(0-3)	Recuperación_recurso(0-3)	Impactos_proceso(0-3)	Transporte_huella(0-3)	Puntaje_total(=suma)	Semáforo(R/A/V)	Semáforo(etiqueta)
Wérregue (negro)	1	1	2	2	6		Rojo
Wérregue (blanco)	3	3	3	2	11		Verde
Wérregue (rojo)	2	2	2	2	8		Amarillo
Wérregue (naranja)	2	3	3	2	10		Verde

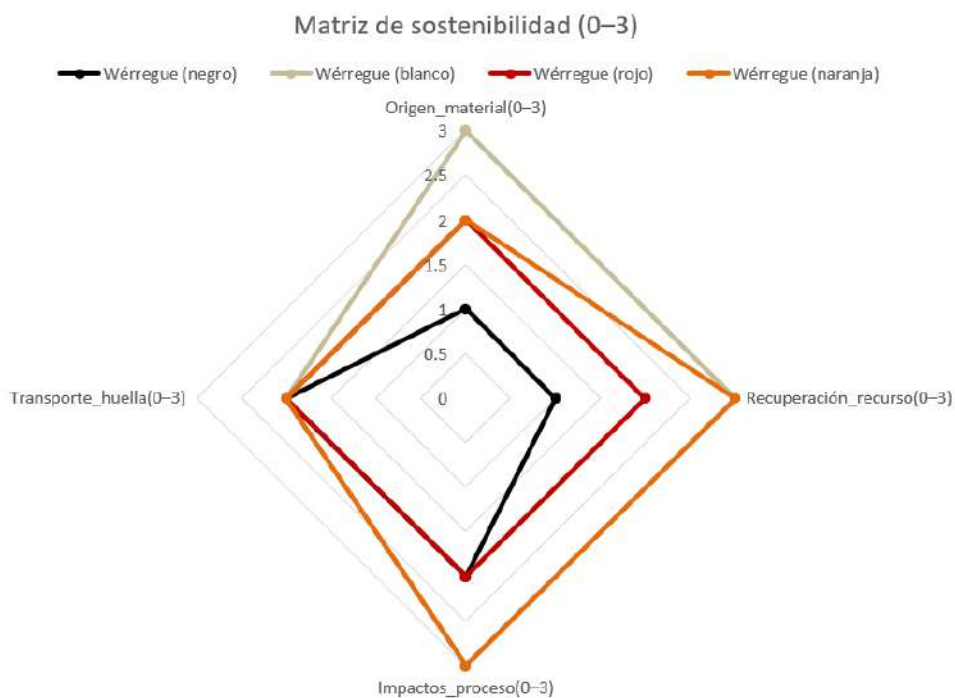
Nota. Campos: Origen material, Recuperación del recurso, Impactos del proceso, Transporte/huella, Puntaje total = suma de B-E, Semáforo: ≤4 Rojo; 5-8 Naranja; ≥9 Verde.

Con base en la matriz de sostenibilidad los puntajes normalizados (0-12) muestran un desempeño alto para Wérregue (blanco) 11/12 ≈ 91.7% y Wérregue (naranja) 10/12 ≈ 83.3%, un desempeño medio para Wérregue (rojo) 8/12 ≈ 66.7, y crítico para Wérregue (negro) 6/12 = 50%. Esta diferencia se da esencialmente por las condiciones de origen/recuperación del recurso

además de los impactos del proceso de fabricación, las variantes blanca y naranja tienen puntajes 3 en recuperación e impacto esto se traduce a baja presión sobre el recurso y procesos más limpios, mientras que la negra reporta 1 en origen y recuperación y 2 en impactos, lo que indica una limitación en las prácticas de obtención y mayor presión en el entorno de recolección. El componente de transporte es igual para las 4 variaciones, lo que apunta a una logística intermedia.

Figura 37

Matriz de sostenibilidad del recurso por variante de Wérregue (escala 03). Elaboración propia, 2025.



En términos operacionales, los resultados sugieren priorizar la fabricación con fibras blancas y naranjas (alta sostenibilidad), condicionar la fibra roja para una verificación de mejoras en recuperación/impactos y restringir la negra a usos controlados o limitados, esta selección se

basa en la lectura tecnocultural del objeto: favorece insumos cuyo ciclo de obtención y tratamiento sostiene la continuidad del saber-hacer y reduzca la presión sobre el ecosistema (MEN, 2022, Niiniluoto, 2024).

Como ruta de mejora para las variantes con desempeño Amarillo/Rojo, se propone (i) analizar la trazabilidad del origen (registro de ejemplares, actores externos y reforestación), (ii) implementar prácticas de aprovechamiento y recuperación con los sabedores de la comunidad (rotación de corte, frecuencia de tala, tiempo de descanso del recurso), (iii) revisión del proceso y su impacto (agua, tintes, residuos) y (iv) optimizar el transporte del suministro (compra compartida o logística conjunta). Estas medidas pueden posibilitar una mejora en la sostenibilidad del recurso y trasladar cada fibra un 1 punto o dos (dependerá de la frecuencia de la implementación y el cumplimiento de esta).

Finalmente, al contrastar la sostenibilidad con la lectura de costo-beneficio se observa que el costo de la mano de obra concentra la mayor parte del costo, por lo que, define el margen. En ese contexto, elegir fibras con mejor desempeño ambiental no implica necesariamente un aumento del costo total, por el contrario, ofrece un criterio adicional para diferenciar precios y sustentar una venta responsable. En el plano didáctico, conviene trabajar con la tríada sostenibilidad-costo-tiempo (qué fibra se usa, cuánto cuesta, cuántas horas demanda), de modo que los estudiantes tomen decisiones tecnológicas y acuerde mejoras concretas en el uso del material.

Tabla 3

Usos registrados (entrevista).

Uso	Descripción breve	Evidencia
-----	-------------------	-----------

Guardar anzuelos	Contenedor para implementos de pesca	Entrevista p.81: “guardar anzuelos”
Guardar aretes de oro	Resguardo de pertenencias de valor	“arete... de oro”
Guardar tesoros	Custodia de objetos valiosos	“guardar...tesoro”
Guardar agua	Contener agua por periodos cortos	“guardar...agua”

Nota.(Entrevistado #1, comunicación personal, 15-02-2023).

Fase 3 Análisis estructural (cargas y apoyos)

Para efectos de este estudio, el análisis estructural del objeto con geometría de cascarón se organiza alrededor de las condiciones de carga y las condiciones de apoyo. En cascarones en revolución como los domos, se reconocen esfuerzos meridionales y anulares que dependen de la forma y del tipo de borde o anillo, por lo que la lectura por segmentos con diagrama de cuerpo libre resulta pertinente para descomponer las resultantes y sus componentes (Escobar, 2014, figs. “Condiciones de apoyo del cascarón”, “Domo rígidamente soportado”, “Segmento de un domo circular” y “Fuerzas aplicadas a segmento de domo”).

Cargas y apoyos que se modelan

Se consideran (i) peso propio, (ii) acciones de uso/operación, (iii) cargas concentradas y distribuidas según la geometría, y (iv) reacciones en los apoyos (anillos, bases, contactos) que pueden inducir flexión meridiana y tracciones circunferenciales en zonas de borde, con riesgo de fisuración radial si no hay confinamiento adecuado (Escobar, 2014).

El objeto se discretiza en nodos/uniones y se aísla cada pieza con su diagrama de cuerpo libre para identificar componentes de fuerza y momentos, asegurando equilibrio por

proyecciones y par de fuerzas en cada corte, esta lectura por nodos-segmentos es la base para pasar a modelos numéricos cuando corresponda.

Perfil geométrico $r(h)$, despiece y transiciones forma-estructura.

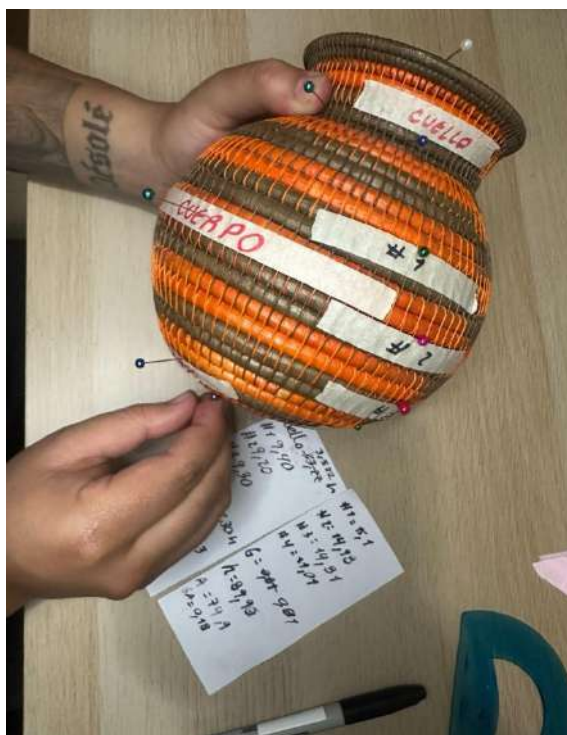
Esta subsección caracteriza la geometría de la pared del jarrón mediante el perfil $r(h)$ radio medio en función de la profundidad h (positiva hacia abajo, con $h = 0$ en la superficie libre), define el despiece morfológico (cuello-cuerpo-base) y localiza transiciones de curvatura que se relacionan con cambios de rigidez y con la continuidad de fibras. Estos resultados se usan como insumo directo del análisis de tensiones $(\sigma_\theta, \sigma_L)$ y de la lectura del apoyo anular.

Criterios operativos:

- Datos de entrada: h y r_m por secciones #1-#4 (pared), $t = 0.00405m$, #5 reservado a apoyo.
- Representación: spline por (h, r_m) y señalización de segmentos y puntos críticos.
- Indicadores: $\delta r / \delta h$ [m/m] y $k_{cal} \equiv r_m / t$ pendiente/derivada del perfil: $dy/dx = \tan\theta \approx \theta$ en (Beer, et al., 2012, §9.3) y $k_{rel} = r_m / t$ (índice adimensional de delgadez sustentado en las tensiones de cascarón delgado $\sigma_\theta = pr/t$ y $\sigma_L = pr/(2t)$) (Kelly, 2015, §7.3.2 ecs. 7.3.10 y 7.3.12). Clasificación: baja <10, media 10-15, alta >15).

Figura 38

Definición de secciones cuello-cuerpo-base. Fotografía del autor, 2025.

**Tabla 4**

Perfil Segmentado.

Segmento	z(m) aprox	D_ext(m)	r_ext (m)	r_m = r_ext - t/2 (m)	r_m/t
Cuello (L=0.03322 m)	0.00000	0.0940	0.04700	0.044975	11.11
	0.01661	0.0920	0.04600	0.043975	10.86
	0.03322	0.0930	0.04650	0.044475	10.98
Cuerpo (L=0.1230 m)	0.03322	0.0930	0.04650	0.044475	10.98
	0.09472	0.1630	0.08150	0.079475	19.63

	0.15622	0.1117	0.05585	0.053825	13.30
Base (L=0.0162 m)	0.15622	0.1101	0.05505	0.053025	13.10
	0.164	0.08210	0.04105	0.003903	9.64
	0.17242	0.0749	0.03745	0.035425	8.75

Nota. r_m es radio medio y siempre se calcula como $r_{ext} - t/2$, Las dos lecturas en $z \approx 0.156$ m corresponden a la franja de cuerpo \rightarrow base.

Con base en $r(h)$, se distinguen tres segmentos (i) cuello ($0.000 \leq z \leq 0.033$ m), con radios moderados y transición suave (pendiente $\delta r/\delta h$ baja), (ii) cuerpo ($0.033 < z \leq 0.156$ m), donde el radio se estabiliza y las curvaturas son baja-media, y (iii) base ($0.156 < z \leq 0.172$ m), con una franja de transición con un leve incremento de curvatura (caída de r más pronunciada) asociado al cambio de rigidez en el apoyo. En esta última franja se localiza la Est. #4, que coincide con el mayor producto $P \cdot r_m$ para la condición de llenado empleada, por lo que concentra la máxima tensión circunferencial σ_θ del cascarón reportada más adelante. La Est. #5 corresponde exclusivamente al apoyo anular (no pared), y se emplea solo en el cálculo de la tensión media de apoyo. Véase la Tabla “resultados por estación” Pag.100 para la correspondencia entre los radios y σ_θ, σ_T .

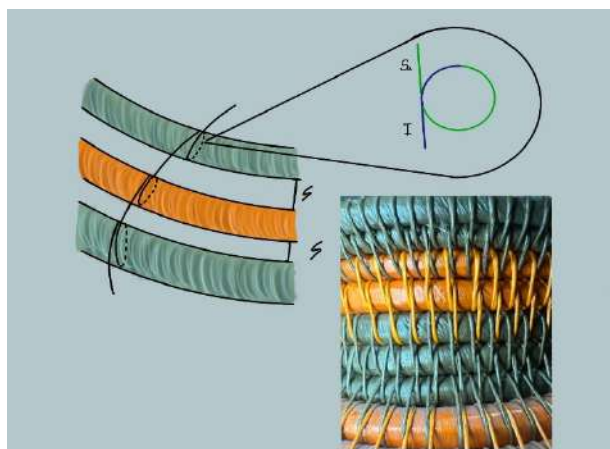
Detalle de unión espiral-entrecocido

El jarrón se construye como un espiral continuo (módulo trenzado) que asciende desde la base hasta el cuello. Ese espiral se sujeta a la pared mediante un entrecocido (vuelta completa alrededor del módulo), con hilo de ingreso I , e hilo de salida S_a . La separación entre puntadas S (paso del entrecocido, medido eje-a-eje) mantiene la uniformidad de rigidez circunferencial. Si S

es constante, la rigidez efectiva se mantiene y el cascarón conserva su forma. Si existen variaciones marcadas en S de rigidez o flexibilidad pueden existir deformaciones.

Figura 39

Análisis del tejido (entrecocido). Elaboración propia, 2025.



La rigidez puede variar, si existen módulos con S menor (puntadas más juntas) se genera una mayor aglomeración del módulo lo que se traduce a mayor rigidez, si S es mayor abra un menor confinamiento lo que apunta a una mayor deformación.

Tabla 5

Paso entrecocido S por zonas del jarrón.

z (m)	Zona	S (mm)	Uniformidad
0.0056	Cuello	0.64	alta
0.0995	Cuerpo	0.74	alta
0.1567	Base	0.65	alta

z indica la cota geométrica de referencia del centro de cada zona (cuello, cuerpo, base) medida desde el inicio del jarrón. El paso del entrecocido S se midió de eje-a-eje entre puntadas consecutivas, a la altura del eje medio del módulo trenzado. Dado que los módulos están en contacto lateral (no hay luz entre ellos), la distancia se tomó del centro de un módulo al centro siguiente. La variación de S responder al cambio de espesor de la espiral, menor en la base, mayor en el cuerpo y nuevamente menor en el cuello. S menor implica mayor confinamiento del módulo (mayor rigidez circunferencial), mientras que S mayor indica menor confinamiento (mayor tendencia a deformación).

Figura 40

Base del jarrón: inicio espiral, patrón del entrecocido. Fotografía del autor, 2025.



Caso específico: recipiente delgado que puede contener agua (jarrón)

Partimos de considerar al jarrón de Wérregue como un recipiente delgado que funciona para contener líquido, con esto estipulado, aparecen presiones hidrostáticas internas que empujan las paredes y generan esfuerzos circunferenciales (hoop) y longitudinales. En régimen

hidrostático, con eje z positivo hacia arriba, se cumple $\frac{\partial p}{\partial z} = -\gamma$ con $\gamma = \rho g (N/m^3)$, equivalente a P_a/m para líquidos a baja compresibilidad) y, al integrar entre dos alturas, $p_2 - p_1 = -\gamma(z_2 - z_1)$, usando la profundidad $h = -z$ (positiva hacia abajo), la distribución se escribe $p = p_a + \gamma h$ (White, 2011, cap.2, ecs 2.17 y 2.20-2.21).

Bajo la hipótesis de pared delgada ($t \ll r$), los esfuerzos principales en un cilindro delgado se estiman por:

$$\sigma_{\theta} = \frac{Pr}{t}, \quad \sigma_L = \frac{Pr}{2t},$$

donde P es la presión manométrica local ($P = \gamma h$), con h medida como profundidad desde la superficie, la presión absoluta verifica $p = p_a + \gamma h$, (White, 2011, cap. 2, ecs. 2.17; 2.20-2.21) r_m es el radio medio y el espesor de una pared $t = t_{pared} = 0.00405m$ (Kelly, 2015, §7.3, ecs. 7.3.12 y 7.3.10), (En Kelly la notación usa r ; en pared delgada ese r corresponde al radio medio. En pared delgada se trabaja con el radio medio $r_m = r_{ext} - t_{pared}/2$, donde t_{pared} es el espesor de una pared del cascarón).

Implicación de diseño en el análisis

En un jarrón de Wérregue con líquido, el punto crítico suele ubicarse en la zona de mayor radio y profundidad (ahí P y r son máximos) y las transiciones geométricas (cuello-

cuerpo, base-cuerpo), que concentran esfuerzos por cambios de rigidez y por el contacto del apoyo.

Figura 41

Marcación de estaciones de medición en el jarrón de Wérregue (separación 2 cm; referencia al borde de la base). Fotografía del autor, 2025.



Se definieron cinco estaciones desde la superficie del agua hacia la base, separadas cada 2 cm. En cada estación se registró el diámetro exterior con pie de rey y el espesor del cascarón (medido en seis puntos, uniforme: $t_{uniforme} : (t_{total} = 0.81 \text{ cm})$). Para esfuerzos se usa ($t_{pared} = 0.405 \text{ cm})(= 0.00405m)$). Los diámetros obtenidos fueron: #1: 15.10 cm; #2: 14.98 cm; #3: 14.81 cm; #4: 11.01 cm; #5: 7.49 cm (esta última corresponde al anillo de apoyo). La altura llena de agua para la verificación hidrostática se fija en $H = 0.089m$, usando la geometría del cascarón en la Est #4 (la medida 7.49 cm corresponde solo aplica al anillo de apoyo para el cálculo de (σ_{apoyo})). Para las tensiones se trabaja como radio medio r_m obtenido restando $t/2$ al radio exterior de cada cota (criterio estándar en cascarones delgados).

En régimen hidrostático, la presión varía linealmente con la profundidad, con eje z positivo hacia arriba, $\frac{\partial p}{\partial z} = -\gamma$ y la integración conduce a $p_2 - p_1 = -\gamma(z_2 - z_1)$. Tomando la superficie libre como referencia, se usa $p = p_a - \gamma z$, equivalente a $p = p_a + \gamma h$ al expresar la profundidad $h = -z$ (White, 2011, cap. 2, ecs. 2.17 y 2.20-2.21).

Para estimar las tensiones de membrana se adopta el modelo de recipiente delgado: en un cilindro delgado: $\sigma_\theta = \frac{Pr_m}{t}$ y $\sigma_L = \frac{Pr_m}{2t}$; en un cascarón esférico $\sigma_L = \frac{Pr_m}{2t}$ (se usa como contraste tipológico). Estas expresiones guían la lectura de tensión circunferencial y longitudinal en las secciones medidas (Kelly, 2015, §7.3, ecs. 7.3.12 y 7.3.10).

Dado que las cotas inferiores el cociente $r_m/t_{\text{pared}} \in [13, 18]$ (> 10); se deja explícita la limitación de pared delgada y se usa el cálculo como estimador conservador (la trazabilidad quedará documentada en la tabla de estaciones).

Respecto de la condición de apoyo, el jarrón apoya sobre un anillo de diámetro 7.49 cm con ancho de contacto 0.18 cm. La tensión media de apoyo se obtendrá como cociente entre el peso total (jarrón+ agua) y el área de contacto anular (circunferencia de apoyo por su ancho), registrando observaciones sobre la regularidad de la superficie y el posible concentrador en el borde del anillo. Con ellos se contrasta la zona de base junto con la lectura de transiciones geométricas (cuello-cuerpo, base-cuerpo), donde suelen concentrarse esfuerzos por cambio de rigidez.

Finalmente, los resultados de presión y tensiones por estación (incluida la verificación a $h = 0.089m$ en la cota más profunda) se consignará en la tabla de cálculo y se identificará la estación crítica.

Tabla 6*Tabla de estaciones.*

Estación	Profundidad h (m)	D (m)	r_{ext}	t (m)	$r_m = r_{ext} - t/2$ (m)	r_m/t
#1	0.00	0.1510	0.07550	0.00405	0.07348	18.14
#2	0.02	0.1498	0.07490	0.00405	0.07288	17.99
#3	0.04	0.1481	0.07405	0.00405	0.07203	17.78
#4	0.06	0.1101	0.05505	0.00405	0.05303	13.10
#5 Apoyo anular	0.089	0.07409	-	-	-	-

Nota. r_m es el radio medio del cascarón delgado ($r_m = r_{ext} - t_{pared}/2$). La verificación profunda $h = 0.089m$ corresponde a la base (no pared) y se reporta como “#Base” en la tabla de resultados. La cota 7.49 cm aplica exclusivamente al anillo de apoyo para σ_{apoyo} . La Est. #5 corresponde al anillo de apoyo, la separación #4-#5 es 0.0052 m, por lo que #5 no se usa para tensiones de membrana y solo interviene en la tensión media de apoyo.

- Diámetro de apoyo: 7,49 cm $\rightarrow r_c = 0.03745$ m.
- Ancho de contacto: 0.18 cm = 0.0018 m (Se usa como b en $\sigma_{apoyo} = \frac{W}{2\pi r_c b}$ (Beer, et al., 2012, §1.7))

Cálculo de presión y tensiones por estación

Para cada estación se evaluó la presión manométrica $P = \gamma h$ (con $\gamma = 9.79 \times 10^3 N/m^3$ ($\approx pg$) para agua a $\sim 20^\circ C$) y, bajo el modelo de cascarón delgado usado como estimador de membrana, las tensiones:

$$\sigma_{\theta} = \frac{Pr_m}{t} \text{ y } \sigma_L = \frac{Pr_m}{2t}$$

donde r_m es el radio medio y t el espesor (White, 2011, cap.2, ecs 2.17 y 2.20-2.21; Kelly, 2015, §7.3, ecs. 7.3.12 y 7.3.10) en zonas con $r_m/t_{\text{pared}} \in [13, 18]$ (> 10) se deja explícita la limitación del supuesto de pared delgada y se interpreta el resultado como estimación conservadora.

Tabla 7

Resultados por estación.

$$\gamma = 9.79 \times 10^3 \text{ N/m}^3; (t = t_{\text{pared}} = 0.00405 \text{ m}).$$

Estación	h (m)	r_m (m)	$P = \gamma h$ (kPa)	$\sigma_{\theta} = \frac{Pr_m}{t}$ (kPa)	$\sigma_L = \frac{\sigma_{\theta}}{2}$ (kPa)	r_m/t
#1	0.000	0.07348	0.000	0.00	0.00	18.64
#2	0.020	0.07288	0.196	3.52	1.76	17.99
#3	0.040	0.07203	0.392	6.96	3.48	17.78
#4	0.060	0.05303	0.587	7.69	3.85	13.10
#Base	0.089	-	-	-	-	-

Nota. Constantes usadas: $\gamma_{\text{agua}} = 9.79 \times 10^3 \text{ N/m}^3$, $t = t_{\text{pared}} = 0.00405 \text{ m}$.

Criterio de delgadez: $r_m/t > 10$ en todas las estaciones (modelo de cascarón delgado como estimador conservador)

Dado que la estación #5 corresponde al anillo de apoyo, las tensiones de membrana σ_{θ} , σ_L se evalúan únicamente en #1-#4. La presión máxima del fluido en el fondo es $p = \gamma h = 0.871 \text{ kPa}$ a $h = 0.089$, pero actúa sobre la base plana. La estación crítica por σ_{θ} en la pared es la #4 $h = 0.060 \text{ m}$, donde el producto $P \cdot r_m$ resulta máximo dentro del cascarón. La

verificación profunda ($h = 0.089m$) corresponde a la base plana (no hay tensiones de membrana).

Nota. En #4 ($r_m/t_{pared} \in [13, 18]$ (> 10)) el modelo de membrana es válido como estimado; en, transiciones cuello-cuerpo y base-cuerpo pueden aparecer flexión local no capturada en la fórmula (Kelly, 7.3.1-7.3.2).

Determinación de la tensión media en apoyo anular

Se modela el contacto como una franja anular de radio $r_c = 0,03745m$ y ancho $b = 0,00018m$, con área $A = 2\pi r_c b = 2\pi(0.03745)(0.0018) \approx 4.236 \times 10^{-4} \text{ m}^2$. El peso del agua se estimó sumando volúmenes por *conical frustums* entre estaciones usando $r_{int} = r_{ext} - t$ y $\gamma = 9,79 \times 10^3 \text{ N/m}^3$, resultando $V_{\text{agua}} \approx 1.0985 \times 10^{-3} \text{ m}^3$ ($\approx 1.099 \text{ L}$), y $W_{\text{agua}} \approx 10.75 \text{ N}$. Con el peso del jarrón ($m_j = 0,340kg$) $\rightarrow W_j = 0.340 \times 9.81 \approx 3.34 \text{ N}$, el peso total es $W_{\text{tot}} \approx 14.09 \text{ N}$.

La tensión media de apoyo queda:

$$A = 2\pi r_c b = 2\pi(0.03745)(0.0018) \approx 4.236 \times 10^{-4} \text{ m}^2.$$

y

$$\sigma_{\text{apoyo, agua}} = \frac{10.75}{4.236 \times 10^{-4}} \approx 25.4 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{\text{apoyo}} = \frac{14.09}{4.236 \times 10^{-4}} \approx 33.3 \text{ kPa}$$

La estación #5 corresponde al anillo de apoyo (no pared), por ello su diámetro $D = 7.49cm$ se usa exclusivamente en $A = 2\pi r_c b$ para la tensión de apoyo.

Cálculo intermedio reproducible del volumen de agua V_{agua}

Se emplea una discretización por estaciones ($i = 1 \dots, n$) a lo largo de la altura. Para cada estación se dispone de la profundidad h_i y del radio externo $r_{ext,i}$, con el espesor medio t (ver

“Tabla 7”) se obtiene el radio interno $r_{int,i} = r_{ext,i} - t$. Entre estaciones consecutivas, la altura del tramo es $\Delta h_i = h_{i+1} - h_i$. El volumen de agua en cada tramo modelado como tronco de cono interno según (Spiegel et al., 2018, §7.42), se calcula con:

$$V_i = \frac{\pi \Delta h_i}{3} (r_{int,i}^2 + r_{int,i} r_{int,i+1} + r_{int,i+1}^2).$$

y el volumen total hasta la cota de llenado con:

$$V_{agua} = \sum_{i=1}^{n-1} V_i.$$

El peso del agua se obtiene a partir del peso específico $\gamma = \rho g$ (White, 2011):

$$W_{agua} = \gamma V_{agua} = \rho g V_{agua}.$$

En los cálculos se adopta $\gamma = 9,79 \times 10^3 \text{ N/m}^3$ (coherente con $9,81 \times 10^3 \text{ N/m}^3$). Para la trazabilidad, la tabla debe consignar por fila:

$$(i); h_i [\text{m}], r_{ext,i} [\text{m}], t [\text{m}], r_{int,i} [\text{m}], \Delta h_i [\text{m}], V_i [\text{m}^3]$$

Área de contacto anular A

El contacto se idealiza como una franja anular centrada en r_c y de ancho b , por tanto, $r_1 = r_c - b/2$ y $r_2 = r_c + b/2$. El área se obtiene como diferencia de coronas:

$$A = \pi(r_2^2 - r_1^2) = \pi \left[\left(r_c + \frac{b}{2} \right)^2 - \left(r_c - \frac{b}{2} \right)^2 \right] = 2\pi r_c b.$$

Con los datos experimentales $r_c = 0,033745\text{m}$ y $b = 0,0018\text{m}$, resulta:

$$A = 2\pi(0,03745)(0,0018) = 4,2355 \times 10^{-4} \text{ m}^2.$$

Tensión media en el apoyo anular σ_{apoyo}

La presión/tensión normal media sobre el anillo se define como fuerza sobre área, en estática de fluidos, la presión es una tensión compresiva (White, 2011). Así:

$$\sigma_{\text{apoyo}} = \frac{W_{\text{tot}}}{A}, \quad W_{\text{tot}} = W_{\text{agua}} + W_f = \rho g V_{\text{agua}} + m_f g.$$

Ejemplo con los valores reportados: si

$$V_{\text{agua}} = 1,0985 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \text{ y } \gamma = 9,79 \times 10^3 \text{ N/m}^3$$

$$\text{y } \gamma = 9,79 \times 10^3 \text{ N/m}^3, \text{ entonces } W_{\text{agua}} = \gamma V_{\text{agua}} = 10,754 \text{ N.}$$

$$\text{Masa del jarrón } m_j = 0,340 \text{ kg}; \quad W_j = 3,335 \text{ N} \quad \Rightarrow \quad W_{\text{tot}} = 14,089 \text{ N}_y$$

$$\sigma_{\text{apoyo}}^{(A)} = \frac{14,089}{4,2355 \times 10^{-4}} = 33,27 \text{ kPa.}$$

Siempre que exista presión externa relevante, se trabaja con presión manométrica

$$p_g = p_i - p_o \text{ (Kelly, 2015).}$$

La medición intermedia en la base $D_{\text{ext}} = 0.08210\text{m}$ conduce a $r_{\text{ext}} = 0.04105\text{m}$ y a un radio medio $r_m = r_{\text{ext}} - t/2 \approx 0.04105 - 0.002025 = 0.03903\text{m}$, el cociente r_m/t coincide con la franja de transición base \rightarrow apoyo e indica un aumento de rigidez efectiva y mayor sensibilidad a concentradores por cambio geométrico y por contacto. Es coherente con que el apoyo anular sea la zona más sensible al contacto y con que la Est. #4 concentre la tensión circunferencial máxima ($P \cdot r_m$) reportada en la tabla de estaciones (Kelly, 2015, §7.3).

Con estos resultados se identifica el apoyo anular como zona sensible por contacto y la estación #4 como crítica por tensión circunferencial (ya que el máximo de $P \cdot r_m$ está en la

verificación profunda, $h = 0.089m$). Estos valores servirán como insumo conceptual para contrastar el desempeño, materiales y condiciones de uso.

Figura 42

Medición del diámetro para el cálculo del anillo de apoyo ($D = 2r_c$). Fotografía del autor, 2025.



Representación y modelación del perfil del jarrón (GeoGebra-Matlab-Excel)

Esta fase desarrolla la obtención del perfil generatriz del jarrón y su modelación geométrica. Primero se determina $f(x)$ a partir de puntos del contorno en GeoGebra; se contrasta con un ajuste por interpolación de Lagrange implementado en MATLAB y se valida por gráfico de dispersión en Excel. Con el perfil verificado se calculan área y volumen (sólido de revolución) y se realiza la modelación 2D/3D en Fusión 360. Finalmente, se introducen NURBS, pesos y derivadas para justificar la representación paramétrica del perfil.

Figura 43

Jarrón de Wérregue de análisis. Fotografía de autor, 2025.

**Tabla 8**

Parámetros iniciales para el análisis en GeoGebra.

Parámetro	Especificación / Valor	Fuente / Notas
Archivo de imagen del ejemplar	Wérregue.png	Elaboración propia (Anexo A)
Resolución de la imagen	433x577	-
Sistema de ejes	cm(x horizontal, y vertical)	Unidades SI
Escala $k=GG \rightarrow cm$	$1uGG = 1.65480cm$	Calibración con referencia real
Origen del sistema	$(x_0, y_0) = (0, 0)$	Punto de referencia elegido
Punto A (calibración)	$A(x_a, y_a) = (0, 8.15)cm$	Largo/altura de referencia

Punto B (calibración)	$B(x_a, y_a) = (0, 16.73)cm$	Ancho/diámetro de referencia
Rango del eje x	$[a, b] = [0.0, 10.11]uGG$	Extremos del perfil
Rango del eje y	$[a, b] = [0.0, 4.57]uGG$	Extremos del perfil
Número de puntos del contorno	$n = 31$	Puntos (x_i, y_i) marcados
Criterio de segmentación	secciones geométricas	Justificación breve
Número de tramos	$m = 9$	Por definir $f(x)$ por partes
Versión de GeoGebra	V 6.0.903.0	Software utilizado

Nota. uGG se refiere a una unidad en GeoGebra.

Tabla 9

Procedimiento para la construcción del perfil en GeoGebra.

Paso	Acción	Salida Esperada	Evidencia
1	Importar imágenes y fijar escala k	Imagen calibrada en cm	Captura con regla/escala
2	Definir origen y marcar A y B	Sistema de referencia establecido	Vista de ejes y puntos A, B
3	Colocar puntos (x_i, y_i) del contorno	Nube de puntos sobre el perfil	Imagen con puntos visibles
4	Segmentar el perfil según criterio	Tramos identificados (m)	Lista de tramos
5	Ajustar cada tramo con polinomio $f_j(x)$	Coefficientes y grado por tramo	Ver tabla 10
6	Definir perfil por partes $f(x) = \{f_1, \dots, f_m\}$	Función por partes lista	Captura de definición
7	Preparar área/volumen (sólido de revolución)	Límites $[a, b]$ y fórmula aplicada	Ecuaciones numeradas

Tabla 10*Segmentación del perfil y ajustes polinomiales por tramo.*

Tramo j	Intervalo $[a_j, b_j]$ (cm)	Grado	Expresión $f_j(x)$ (abreviada)	Error RMSE
1	[0.00, 0.30]	4	$Px(1) = 188.6x^4 - 1195.55x^3 + 227.99x^2 - 1.1x$	1.43 → 2.37cm
2	[0.30, 1.04]	4	$Px(2) = 3.61x^4 - 5.24x^3 - 1.13x^2 + 3.27x + 2.42$	1.47 → 2.43cm
3	[1.04, 2.19]	3	$Px(3) = 0.1x^3 - 0.33x^2 + 0.02x + 3.15$	1.58 → 2.61cm
4	[2.19, 4.69]	6	$Px(4) = -0.25x^6 + 5.29x^5 - 45.23x^4 + 203.59x^3 - 508.47x^2 + 668.92x - 359.85$	1.79 → 2.96cm
5	[4.69, 7.40]	5	$Px(5) = -0.01x^5 + 0.27x^4 - 3.39x^3 + 1.27x^2 + 65.65x + 83.9$	1.91 → 3.16cm
6	[7.40, 9.31]	4	$Px(6) = -0.29x^4 + 9.61x^3 - 119.72x^2 + 661.73x - 134.19$	1.42 → 2.35cm
7	[9.31, 9.92]	2	$Px(7) = -4.72x^2$	1.16 → 1.92cm

				+88.71x -414.27	
8	[9.92, 10.10]	1	Px(8)=-5.11x +52.34		0.72→1.19cm
9	[10.10, 10.11]	1	Px(9) = -70x +707.72		0.00→0.00cm

Nota. Los intervalos están en unidades GeoGebra (*uGG*).

Con el perfil generatriz $f(x)$ definido (Ecuación 0) y los límites $[a, b]$ en el eje x , el volumen del sólido de revolución que se obtiene al rotar la región alrededor del eje x se calcula mediante el método de discos (Ecuación 1). Asimismo, el área de la región acotada por la curva y el eje x se determina por la (Ecuación 2). Dado que el perfil se modeló por tramos polinomiales $f_j(x)$, los cálculos se expresan como sumas de integrales (Ecuación 3), coherentes con la segmentación reportada en la Tabla 4.

Perfil por partes

$$f(x) = \begin{cases} f_1(x), & x \in [a_1, b_1] \\ f_2(x), & x \in [a_2, b_2] \\ \vdots & \vdots \\ f_m(x), & x \in [a_m, b_m] \end{cases} \quad (0)$$

Volumen por revolución

$$V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx \quad (1)$$

Área bajo la curva

$$A = \int_a^b f(x) dx, \quad f(x) \geq 0 \text{ en } [a, b] \quad (2)$$

Forma equivalente cuando el perfil está por tramos (suma de integrales)

$$V = \pi \sum_{j=1}^m \int_{a_j}^{b_j} [f_j(x)]^2 dx, \quad A = \sum_{j=1}^m \int_{a_j}^{b_j} f_j(x) dx \quad (3)$$

Las expresiones de la función por partes, el volumen por revolución y el área bajo la curva en las Ecuaciones 0-3 se formularon a partir de la definición de integral definida y del método de discos presentados por Stewart (2018, §1.1, 5.1, 5.2 y 6.2), con adaptaciones al contexto den jarrón de Wérregue.

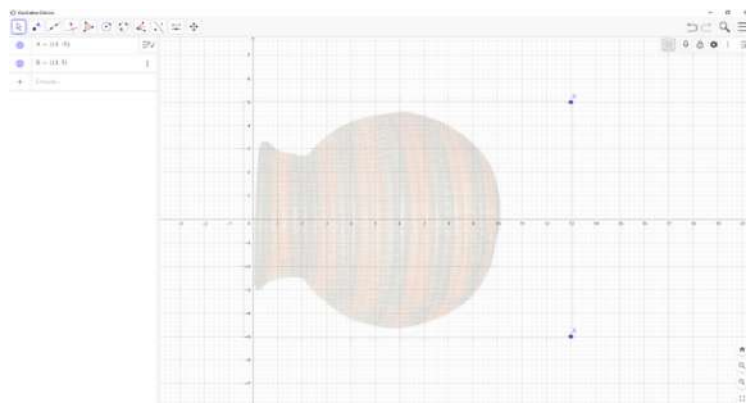
Con base en los parámetros de GeoGebra (Tablas 8-9) y el perfil por tramos definido en las Ecuaciones (0-3), se importó la imagen del ejemplar y se fijó la escala k (px/cm). Mediante los puntos de calibración $A(x_A, y_A)$ y $B(x_B, y_B)$ se estableció el sistema de referencia en centímetros. A continuación, se marcaron n puntos (x_i, y_i) sobre el contorno visible para construir el perfil generatriz $f(x)$ y su segmentación en tramos $f_j(x)$. La imagen 21 muestra la nube de puntos obtenida en GeoGebra.

Reconstrucción del contorno en GeoGebra

A partir de la nube de puntos, la curva generatriz $f(x)$ se construyó como función por tramos mediante ajustes polinomiales p_1, \dots, p_9 definidos en dominios consecutivos que cubren $[0, 10.11]$ (unidades en cm tras la escala k , $\text{px} \rightarrow \text{cm}$). Se garantizó la continuidad de valores en los nodos de unión y se verificó $f(0) = f(10.11) = 0$. La implementación en GeoGebra se expresó como función a trozos usando $If()$, y la curva resultante (no negativa) se empleó para el cálculo del área $\int f(x) dx$ y del volumen por revolución $\pi \int (f(x))^2 dx$, así como para generar la superficie rotando $f(x)$ alrededor del eje x (Ver imágenes 45-46).

Figura 44

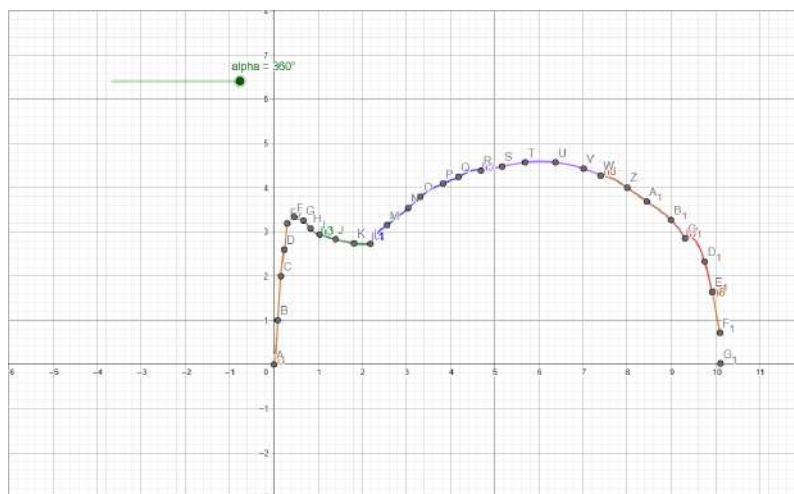
Inserción de imagen ejemplar jarrón de Wérregue. Elaboración propia, 2025.



A continuación, se presentan los dominios y la definición a trozos de $f(x)$ (Ecs. 4a-4c).

Figura 45

Nube de puntos y ajuste por tramos de la curva generatriz $f(x)$ en GeoGebra. se muestran los nodos y la segmentación del dominio $[0, 10.11]$ (escala k , px/cm) Elaboración propia, 2025.



Dominios de los tramos

$$[a_1, b_1] = [0, 0.30], [a_2, b_2] = [0.30, 1.04], [a_3, b_3] = [1.04, 2.19],$$

$$[a_4, b_4] = [2.19, 4.69], [a_5, b_5] = [4.69, 7.40], [a_6, b_6] = [7.40, 9.31], \quad (4a)$$

$$[a_7, b_7] = [9.31, 9.92], [a_8, b_8] = [9.92, 10.10], [a_9, b_9] = [10.10, 10.11].$$

Modelos por tramo

$$p_i(x) = \sum_{j=0}^{m_i} c_{ij}x^j, \quad i = 1, \dots, 9, \quad m_i \in \{3, 4, 5, 6\}. \quad (4b)$$

Función generatriz a trozos

$$f(x) = \begin{cases} p_1(x), & a_1 \leq x \leq b_1 \\ p_2(x), & a_2 < x \leq b_2 \\ p_3(x), & a_3 < x \leq b_3 \\ p_4(x), & a_4 < x \leq b_4 \\ p_5(x), & a_5 < x \leq b_5, \\ p_6(x), & a_6 < x \leq b_6 \\ p_7(x), & a_7 < x \leq b_7 \\ p_8(x), & a_8 < x \leq b_8 \\ p_9(x), & a_9 < x \leq b_9 \end{cases} \quad f(0) = f(10.11) = 0.$$

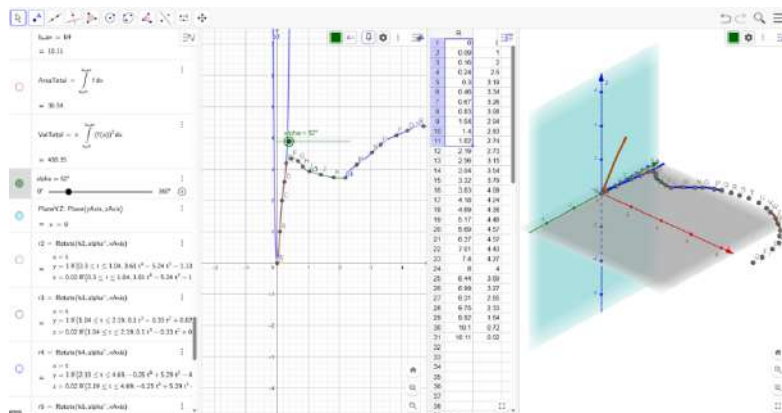
Con la nube de puntos vectorizada, a cada tramo del contorno se ajustó mediante un polinomio. Para el primer tramo $[a_1, b_1] = [0, 0.30]$ que incluye el intervalo donde se ubican los puntos $[C, D]$ el ajuste obtenido en GeoGebra fue un polinomio de grado 4:

$$p_1(x) = 1886.5x^4 - 119.55x^3 + 227.99x^2 - 1.1x$$

Expresado en centímetros tras la escala k (px/cm). De forma análoga se definieron p_1, \dots, p_9 en sus respectivos dominios, que en conjunto constituyen la función generatriz $f(x)$ trozos.

Figura 46

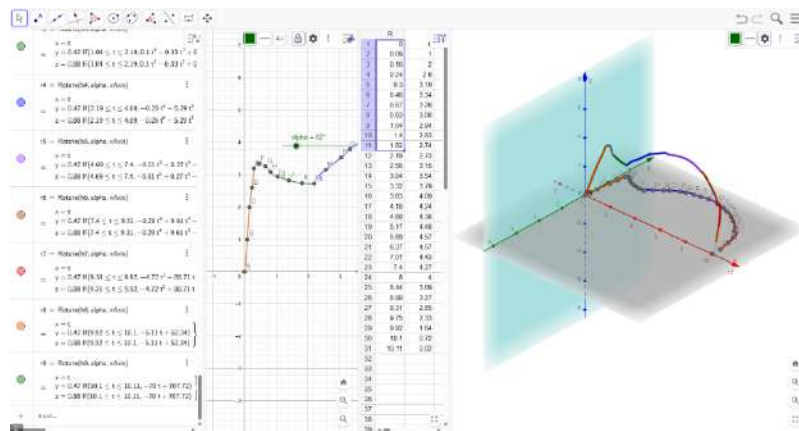
Ajuate polinómico del tramo $[a_1, b_1] = [0, 0.30]$ del contorno en GeoGebra. Se muestra los puntos del tramo, el polinomio de grado 4 $p_1(x)$. Elaboración propia, 2025.



Definida la función generatriz a trozos $f(x)$ en $[0, 10.11]$ compuesta por 9 polinomios p_1, \dots, p_9 se generó el sólido de revolución al rotar $f(x)360^\circ$ alrededor del eje x . Para fines ilustrativos, algunos gráficos muestran la rotación por tramos, pero el volumen se calcula sobre la función continua $f(x)$.

Figura 47

Sólido de revolución por tramos de la curva generatriz $f(x)$ en GeoGebra. Visualización ilustrativa de la segmentación por colores. Elaboración propia, 2025.

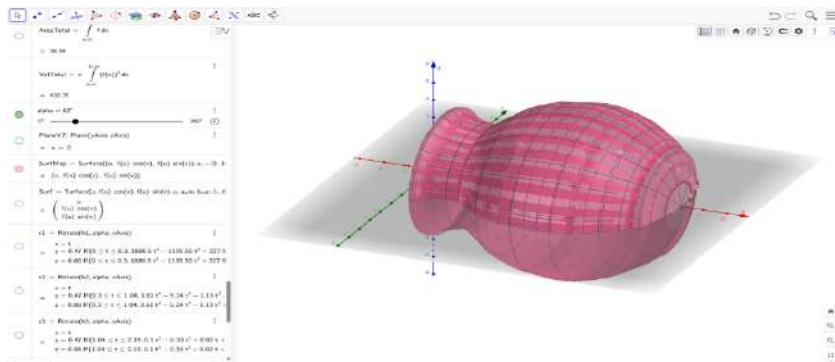


La integral se calculó sobre la función generatriz a trozos $f(x)$ en el dominio $[0, 10.11]$, con $f(x) \geq 0$, aplicando el método de discos en GeoGebra (comando Integral [f, 0, 10.11])

y luego multiplicando por π). Con la escala k (px/cm), el resultado fue $V = 4.38.35k^3 \text{ cm}^3$, \). Como control independiente, se aplicó el método de puntos medios, obteniéndose una discrepancia 0.0023%, lo que respalda la consistencia del valor reportado.

Figura 48

Sólido de revolución obtenido al rotar la función generatriz $f(x)$ alrededor del eje x . Se muestra el sólido final continuo. Elaboración propia, 2025.



Sea $R = (x, y) | 0 \leq x \leq 10.11, 0 \leq y \leq f(x)$ la región bajo la curva generatriz. El volumen del sólido de revolución mediante el método de discos, al girar la región R sobre el eje x , está dado por:

$$V = \pi \int_0^{10.11} [f(x)]^2 dx.$$

El volumen también se estimó por puntos medios con $n = 1000$ subintervalos, evaluando la función generatriz a trozos $f(x)$ en los centros $x_k = a + (k - 0.5)\text{delta}x$ y sumando $\pi f(x_k)^2 \text{delta}x$ sobre $[0, 10.11]$. Se obtuvo $V_{mid} = 438.34k^3 \text{ cm}^3$, coherente con el valor integral

$V = 438.35k^3 cm^3$; la discrepancia relativa fue de 0.0023% lo cual confirma la estabilidad del cálculo.

Interpolación de Lagrange

En diversos textos de análisis numérico se trata el tema de interpolación de Lagrange lo que se reduce a un polinomio de representación que se interpola de la siguiente manera, se tienen $n + 1$ valores dados representados por pares (Xf, Yf) , en una función $f(x)$ polinomial determinada de grado N^n , esto intuye que se debe cumplir $f(xf) = Yf = 1n$ teniendo esta claridad, se hace el uso de la interpolación ya que nos permite tener una $f(x) = (Xf^n, Yf^{n+1})$ definiendo los $[Xf_0, Xf_1, Xf_2, \dots, Xf_n]$ y los $[Yf_0, Yf_1, Yf_2, \dots, Yf_n]$ en series infinitas. $f(x) = a_0 + a_1 + a_2Xf^2 + \dots + a_nXf^n$.

De este problema se produce una expresión funcional:

$$f_n(x) = \sum_{i=0}^n L_i(x)y_i$$

Donde la función $L_i(x)$ cumpla $L_i(Xf) = 0$ si $i \neq k$ y $L_i(x_i)=1$, esto garantiza que $P_n(Xf) = Yf$. Las funciones L_i :

$$L_i(x) = \frac{(x - x_1)(x - x_2) \dots (x - x_{i-1})(x - x_{i+1}) \dots (x - x_n)}{(x_i - x_1)(x_i - x_2) \dots (x_i - x_{i-1})(x_i - x_{i+1}) \dots (x_i - x_n)}$$

De manera compacta, el polinomio interpolante de Lagrange (Chapra & Canale, 2015) de grado $n - 1$ se escribe como:

$$P_{n-1}(x) = \sum_{i=0}^{n-1} y_i L_i(x), \quad L_i(x) = \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{n-1} \frac{x - x_j}{x_i - x_j},$$

Con $P_{n-1}(x_i) = y_i$ para todo $i = 0, \dots, n - 1$.

Implementación y datos. Con la formulación anterior, se aplicó la interpolación de Lagrange al conjunto completo de $n = 31$ puntos (x_i, y_i) del contorno (véase Imagen 49) para obtener el polinomio $P_{30}(x)$. Como contraste, se ejecutó una subprueba con 10 puntos (grado 9). El script de MATLAB *interpolacionLagrange.m* recibe vectores x y y (en cm) y devuelve: (i) el polinomio simbólico *ecu*, (ii) una función evaluable *ecufun*, y (iii) su gráfica comparativa frente a los datos. La Tabla 11 resume los parámetros de ejecución (MATLAB R2025B, número de puntos, grado y archivo). Los vectores de entrada x y y están expresados en centímetros y se encuentran ordenados crecientemente por x .

Teniendo esto en cuenta, a continuación, se presenta el conjunto de datos (x_i, y_i) utilizado para la interpolación (ordenado por x expresado en centímetros).

Figura 49

Conjunto de n puntos (x_i, y_i) del contorno (cm) utilizado para la interpolación de Lagrange. Elaboración propia, 2025.

i	$x(i)$	$F(x_i)$
1	0	0
2	0.09	1
2	0.16	2
4	0.24	2.6
5	0.3	3.19
6	0.46	3.34
7	0.67	3.26
8	0.83	3.08
9	1.04	2.94
10	1.4	2.83
11	1.82	2.74
12	2.19	2.73
13	2.56	3.15
14	3.04	3.54
15	3.32	3.79
16	3.83	4.09
17	4.18	4.24
18	4.69	4.38
19	5.17	4.48
20	5.69	4.57
21	6.37	4.57
22	7.01	4.43
23	7.4	4.27
24	8	4
25	8.44	3.69
26	8.99	3.27
27	9.31	2.85
28	9.75	2.33
29	9.92	1.64
30	10.1	0.72
31	10.11	0.02

Tabla 11

Parámetros de ejecución de la interpolación en MATLAB.

Ítem	Especificación
Entorno	MATLAB R2025B
Entradas	$x = [X_1, \dots, X_n]$, $y = [Y_1, \dots, Y_n]$ cm, ordenados por x
Salidas	ecu (polinomio $P_{n-1}(x)$, ecu_{fun} , gráfica comparativa)
Grado (conjunto completo)	$30(n = 31)$
Subprueba	10 puntos \rightarrow grado 9
Archivo	interpolaciónLagrange.m (Anexo B).

Nota. Coordenadas calibradas en cm (véase Tablas 8-9). El script recibe los vectores x y devuelve ecu , ecu_{fun} y la figura comparativa.

Nota. En la Subprueba (grado 9) se empleó un subconjunto de 10 puntos cuyos índices se especifican en el script (*idx10*, véase Anexo B).

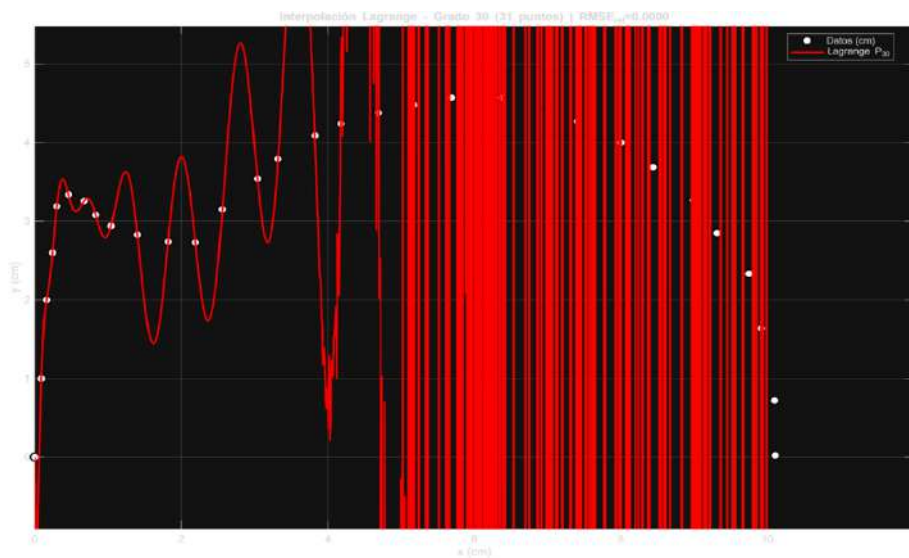
La implementación en MATLAB mediante interpolación de Lagrange permite obtener una función polinómica que interpola los puntos del contorno y representa el perfil de la superficie del jarrón de Wérregue.

Resultados de la interpolación de Lagrange

Con el conjunto de $n = 31$ puntos (Imagen 49) se evaluaron tres configuraciones grado 30 (31 puntos), grado 9 (10 puntos) y grado 7 (8 puntos). Para asegurar reproducibilidad, los índices de las Subpruebas se consignan en el Anexo B (*idx10* y *idx8*).

Figura 50

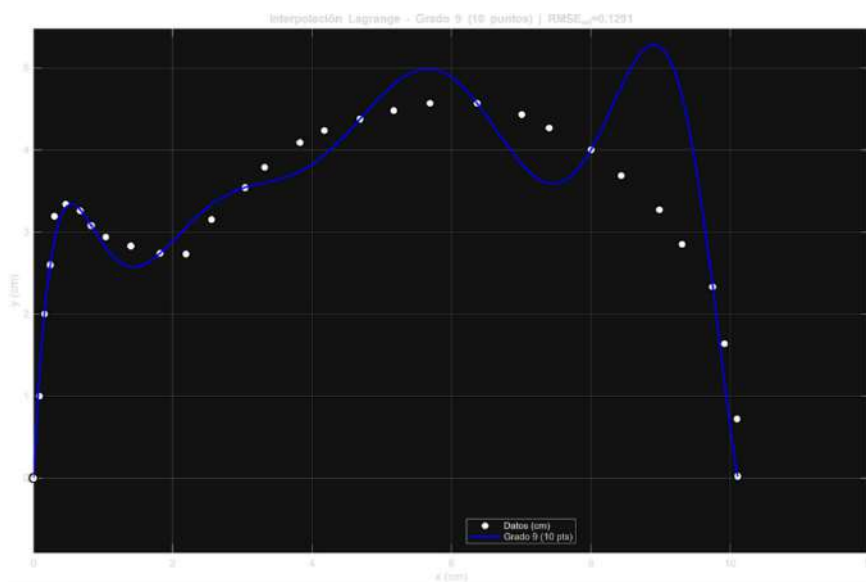
Interpolación Lagrange, grado 30 (31 puntos). Elaboración propia, 2025.



La interpolación de grado 30 reproduce exactamente los 31 puntos (RMSE=0 en los nodos), pero presenta oscilaciones extremas fuera de los nodos (fenómeno de Runge), por lo que no es adecuada para describir el perfil físico del jarrón.

Figura 51

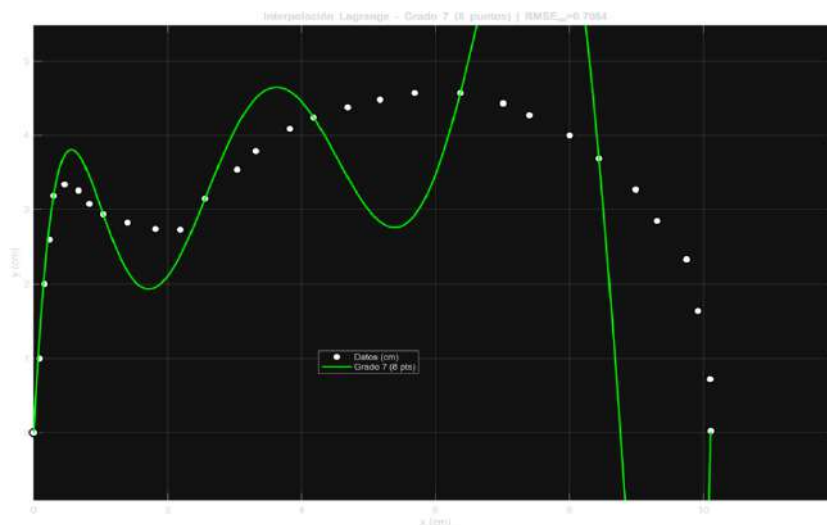
Interpolación Lagrange, grado 9 (10 puntos). Elaboración propia, 2025.



Con 10 puntos distribuidos a lo largo del dominio, el polinomio de grado 9 entrega un ajuste estable, y con error moderado al evaluarlo los 31 puntos de referencia ($RMSE = 0.590\text{cm}$; $RMSE_{rel} = 0.129$). La oscilación relativa es $Osc_{rel} = 1.833$.

Figura 52

Interpolación Lagrange, grado 7 (8 puntos). Elaboración propia, 2025.



El polinomio de grado 7 resulta algo más suave, aunque incrementa el error frente al conjunto completo $RMSE = 3.237\text{cm}$; $RMSE_{rel} = 0.708$, con $Osc_{rel} = 1.833$.

Tabla 12

Métricas comparativas de las configuraciones evaluadas (evaluación en los 31 puntos).

Configuración	Grado	RMSE (cm)	RMSE_rel	Osc_abs (cm)	Osc_rel	Cambios de Concavidad
31 puntos	30	0.000000	0.0000	6.476e+07	1.4170e+07	517
10 puntos	9	0.589961	0.1291	5.285	1.1565	7
8 puntos	7	3.3237450	0.7084	8.376	1.8328	5

Nota. $RMSE_{rel} = RMSE / \text{range}(y)$. $Osc_{rel} = (\text{máximo } |y| / \text{range}(y))$ (adimensional). Los índices usados en las subpruebas (8 y 10 puntos) se listan en el Anexo B (idx10 e idx8).

Ejecución y opciones:

```
% Datos (31 pts.)
[x, y] = datosContorno(); % o vector literal del cuadro
idx8 = [1 5 9 13 17 21 25 31];
idx10 = [1 4 8 11 14 18 21 24 28 31];
out = interpolacionLagrange_vpa(x, y, ...
    digits_precision=50, idx8=idx8, idx10=idx10, ...
    doPlot=true, title="Comparación Lagrange (31/10/8)");
% Métricas que se reportan en la Tabla 6:
[out.rmse, out.rmse_rel; out.rmse10, out.rmse10_rel; out.rmse8,
out.rmse8_rel]
```

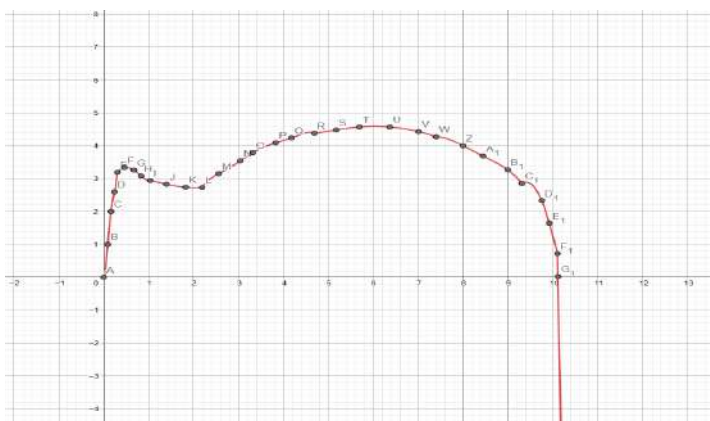
Nota de uso. El polinomio de grado 30 interpola exactamente los 31 nodos (RMSE propio = 0), por lo que evaluamos RMSE y oscilación sobre los 31 puntos de referencia.

Para ver la imagen completa hacemos uso de GeoGebra con ayuda de nuestro $f(x)$

que nos permitirá ver todos los puntos que componen el contorno total:

Figura 53

GeoGebra: nube 31 puntos y perfil por tramos. Elaboración propia, 2025.



En Excel se realizó un ajuste polinómico por mínimos cuadrados de grado 6 sobre el conjunto completo de 31 puntos (x_i, y_i) . Los coeficientes a_6, \dots, a_0 se estimaron con la función ESTIMACION.LINEAL, construyendo como predictores x^6, x^5, \dots, x^0 de modo que:

$$\tilde{y}(x) = \sum_{k=0}^6 a_k x^k$$

Este modelo es la regresión polinómica de grado m , donde la relación se expresa como $y = a_0 + a_1x + \dots + a_mx^m + e$. Los coeficientes se determinan minimizando la suma de cuadrados de los residuos :

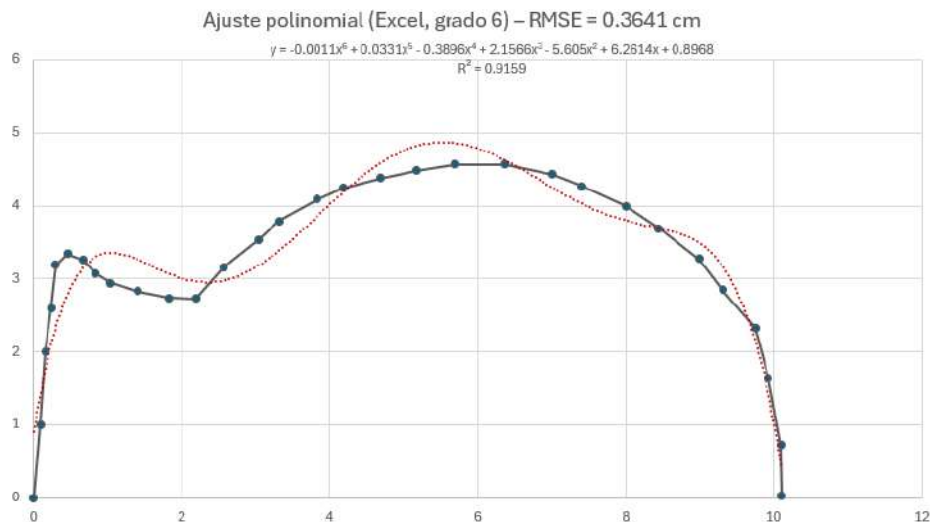
$$S_r = \sum_{i=1}^n (y_i - a_0 - a_1x_i - \dots - a_mx_i^m)^2$$

Lo que conduce al sistema de ecuaciones normales, véase (Chapra y Canale, cap. 17 § 17.2)

Para cuantificar el ajuste se obtuvo $R^2 = 0.9159$ y el error cuadrático medio (RMSE), evaluando en los mismos 31 puntos de referencia, fue $RMSE = 0.3640\text{cm}$. (equivalente a $RMSE_{rel} = 0.0797$).

Figura 54

Ajuste por mínimos cuadrados en Excel (polinomio de grado 6). Se muestran los datos (marcadores) y la curva ajustada (línea continua). Elaboración propia, 2025.



Comparación de metodologías

MATLAB se empleó para la interpolación de Lagrange con tres configuraciones (31, 10 y 8 puntos), cuyos indicadores se resumen en la Tabla 12. La configuración de 31 puntos (grado 30) reproduce exactamente los nodos, pero presenta inestabilidad fuera de ellos (Runge).

Con 10 puntos (grado 9) se obtiene la mejor combinación entre estabilidad y error de validación de los 31 puntos ($RMSE_rel \approx 0.129$, oscilación relativa ≈ 1.16). Con 8 puntos (grado 7) la curva es más suave, aunque aumenta el error.

GeoGebra se usa como referencia geométrica por tramos del contorno (Imagen 47). En cambio, la recta de tendencia de Excel corresponde a un ajuste por mínimos cuadrados grado k y no a Lagrange; posicionándose como un modelo alternativo (no comparable con la interpolación).

Comparación de ajustes mediante RMSE

Para contrastar la calidad de los ajustes del perfil generatriz obtenidos con GeoGebra por tramos, Lagrange en MATLAB y la regresión polinómica de Excel, se calculó el error cuadrático medio raíz (RMSE) usando el mismo conjunto de puntos (x_i, y_i) (cm). De acuerdo con la definición estándar del RMSE, entendido como la desviación típica de los residuales y media de la dispersión de los errores alrededor de la línea de mejor ajuste, un menor RMSE indica mejor aproximación del modelo \hat{y}_i respecto a los datos observados (Oracle, s.f). En todos los casos se mantuvo la calibración en centímetros (véase Tablas 8-9) y los grados de cada ajuste tal como se reportó en sus respectivos apartados.

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2} \quad (5)$$

Si el perfil se define por tramos $f_j(x)$ con n_j puntos en cada tramo, se reporta el RMSE por tramo y el global:

$$\text{RMSE}_j = \sqrt{\frac{1}{n_j} \sum_{i \in j} (y_i - \hat{y}_i)^2}, \quad \text{RMSE}_{\text{global}} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^m \sum_{i \in j} (y_i - \hat{y}_i)^2} \quad (6)$$

El $\text{RMSE}_{\text{global}}$ es una adaptación de la definición estándar del RMSE para el caso en el que el perfil se modela por tramos. En lugar de promediar los RMSE de cada tramo RMSE_j , lo que daría un resultado incorrecto cuando los tramos tienen un distinto número de puntos, el $\text{RMSE}_{\text{global}}$ se recalcula sobre todos los residuales $(y_i - \hat{y}_i)$ del conjunto completo (Ecuación 6). De esa manera, cada punto cuenta una sola vez (no cada tramo) y la métrica refleja la dispersión promedio de los errores del modelo segmentado en su totalidad, permitiendo comparar los tres métodos (GeoGebra, Matlab y Excel) independientemente del número y tamaño de los tramos. Un $\text{RMSE}_{\text{global}}$ menor indica que, sumando todos los segmentos, el ajuste reproduce mejor el perfil.

Tabla 13

RMSE de los ajustes del perfil (cm).

Método	Descripción del modelo	n puntos usados	Grado	RMSE
GeoGebra (por tramos)	$f(x) = h_1, \dots, h_9$ por subintervalos $[a_i, b_i]$ (ver Tabla 4)	31 (repartidos)	9(tramos)	1.5600
MATLAB (Lagrange)	Interpolación $P_{30}(x)$ (conjunto completo)	31	30	0.0000
MATLAB (Lagrange)	Subprueba $P_9(x)$	10	9	0.589961

MATLAB (Lagrange)	Subprueba $P_7(x)$	8	7	3.237450
Excel (Regresión)	Ajuste polinómico por mínimos cuadrados	31	6	0.34641

Notas.

1. Para GeoGebra, el RMSE por tramo ($t_1 \rightarrow t_9$) fue :

1.43, 1.47, 1.58, 1.79, 1.91, 1.42, 1.16, 0.72, 0.00 *cm*

2. El $RMSE_{global}$ de GeoGebra (1.5600 *cm*) y los RMSE de MATLAB/Excel se evaluaron en los mismos 31 puntos de referencia.

3. En caso $n = 31$ con Lagrange, el RMSE es 0 por interpolación exacta de los nodos, se mantiene como contraste metodológico.

Interpretación

Con la representación por tramos en GeoGebra (9 polinomios) se obtuvo un $RMSE_{global} = 1.56\text{cm}$ ($RMSE_{rel} \approx 0.34$) evaluando sobre los 31 puntos de referencia. Los tramos con mayor discrepancia fueron los correspondientes a la corona y al primer descenso derecho (t_4-t_5), con RMSE entre 1.79-1.91 *cm*; en la cola final (t_8-t_9) el ajuste fue notable (0.72-0.00 *cm*). En contraste, la regresión polinómica en Excel (grado 6) arrojó $RMSE = 0.364\text{cm}$, y el Lagrange de 10 puntos $.RMSE = 0.590\text{cm}$ Por su parte, el Lagrange de 31 puntos reproduce exactamente los nodos ($RMSE$) propio 0, pero presenta inestabilidad fuera de ellos. Estos resultados confirman que, aunque el modelo por tramos es geoméricamente fiel y útil para la construcción de la superficie, no es el que minimiza el error cuadrático; una optimización por mínimos cuadrados por tramo o el uso de splines podría mejorar la métrica si fuese necesario.

Cálculo del área determinada

En la aplicación de este trabajo, el área de una región se entiende a partir de la integral definida. Si f es continua y no negativa en $[a, b]$, el área acotada por la gráfica de f , el eje x y las rectas $x = a$ y $x = b$ está dada por:

$$\text{Area} = \int_a^b f(x) dx$$

Según el Teorema 4.5 (Integral definida como área) de (Larson & Edwards, 2016).

Cuando la región está delimitada por dos funciones continuas f y g en $[a, b]$ (con $g(x) \leq f(x)$), el área entre sus gráficas y las verticales $x = a$, $x = b$ es:

$$\text{Area} = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx$$

Como se desarrolla en la Sección 7.1: Área de una región entre dos curvas.

En la práctica, la evaluación se realiza con el Teorema Fundamental del Cálculo:

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

Donde F es una antiderivada de f tomado de (Larson & Edwards, 2016).

Aplicación al jarrón. La curva $f(x)$ (perfil por tramos) no es negativa para $x \in [0, 10.11]$ cm, por lo que el área de la sección es:

$$A = \int_0^{10.11} f(x) dx = 36.54 \text{ cm}^2$$

en consistencia con la integración numérica mostrada en la Figura 55. (Si una parte de f quedará por debajo del eje x , el área geométrica debe calcularse como:

$$A = \int_a^b |f(x)| dx$$

Pues la integral definida sin valor absoluto no coincide con el área cuando f toma valores negativos.

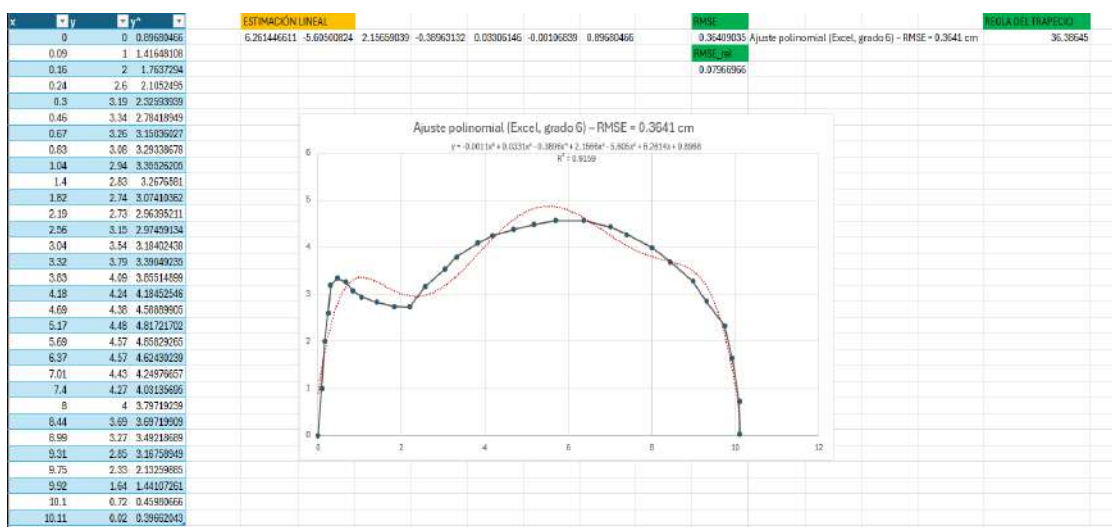
Figura 55

Área de la sección con curva por tramos (GeoGebra). Integración numérica de $f(x)$ en $[0, 10.11]$ cm
 $A = 36.54\text{cm}^2$. Elaboración propia, 2025.



Figura 56

Ajuste polinómico por mínimos cuadrados (grado 6) en Excel. Coeficiente vía ESTIMACION.LINEAL; área por trapezios $\approx 36.39\text{cm}^2$. Elaboración propia, 2025.



Para contrastar los métodos, se generó un muestreo denso exportado desde GeoGebra y procesado en MATLAB.

Información del dataset (CSV):

- $N = 5001$ puntos uniformes.
- Rango $x(\text{cm}) : [0.0000, 10.1100]$.
- Rango $y(\text{cm}) : [-0.0013, 4.5890]$.

Resultados con MATLAB (trapecios):

$$Area_{trap} = 36.54386\text{cm}^2, Volumen_{discos,ejeX} = 438.34574\text{cm}^3.$$

Referencias de GeoGebra (área sombreada):

$$A_{GG} = 36.54\text{cm}^2, V_{GG} = 438.35\text{cm}^3$$

Diferencias observadas:

$$\Delta A = +0.00386 \text{ cm}^2 (+0.0119\%), \quad \Delta V = -0.00426 \text{ cm}^3 (-0.001\%).$$

Estas discrepancias son coherentes y esperables, ya que provienen de la malla de integración, del redondeo de puntos exportados y de la diferencia de integración de f (curva por tramos vs. muestreo directo) en cada herramienta.

Respecto a los otros enfoques:

- Ajuste polinómico (Excel, mínimos cuadrados, grado 6) y área por trapecios sobre ese ajuste dieron aproximadamente $A = 36.39\text{cm}^2$ (Figura 56).

- Interpolación Lagrange 10 y la función por tramos $(h_1 \dots, h_9)$ entregan valores muy próximos al de GeoGebra cuando se integran en $[0, 10.11]cm$, pero no necesariamente idénticos, ya que representan modelos diferentes. (Revisese el Anexo A y Anexo C)

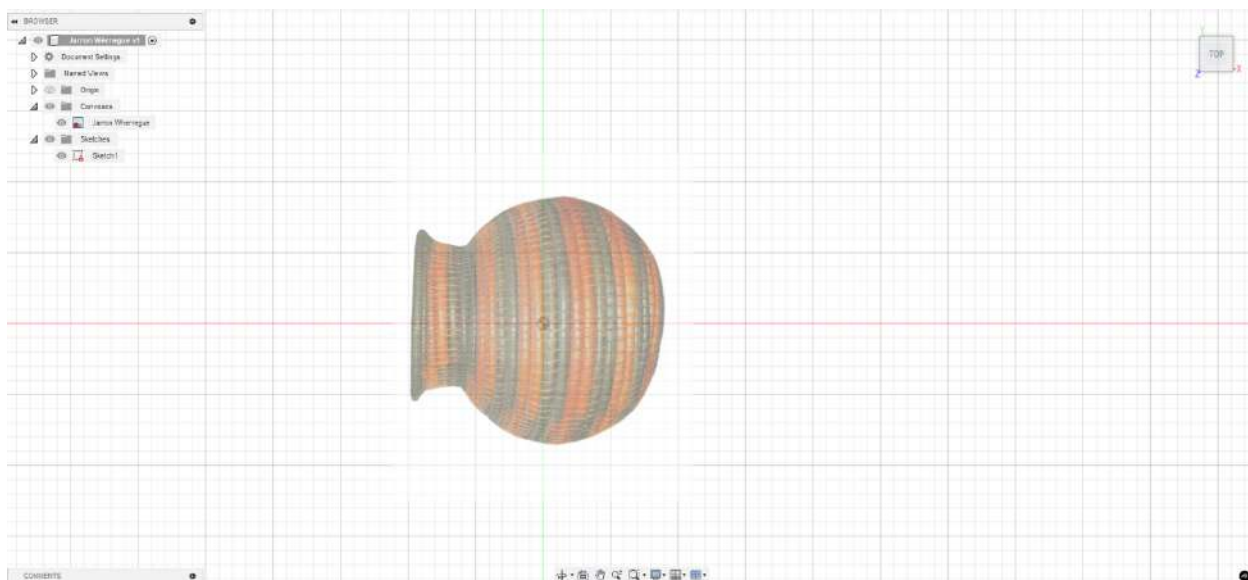
No buscamos que todos los métodos den exactamente el mismo número, sino mostrar cómo cada interpretación del perfil (malla de puntos, polinomio de ajuste, función por tramos de GeoGebra) conduce a una aproximación del área/volumen con ligeras variaciones, todas dentro del *RMSE*.

Fase 4 Autodesk Fusion 360

Para modelar el jarrón tejido en Wérregue se empleó Autodesk Fusion 360. Como guía inicial se importó una vista lateral del objeto y se ubicó en el plano de trabajo XY, ajustando su escala y transparencia para facilitar el calce del perfil (Imagen 38).

Figura 57

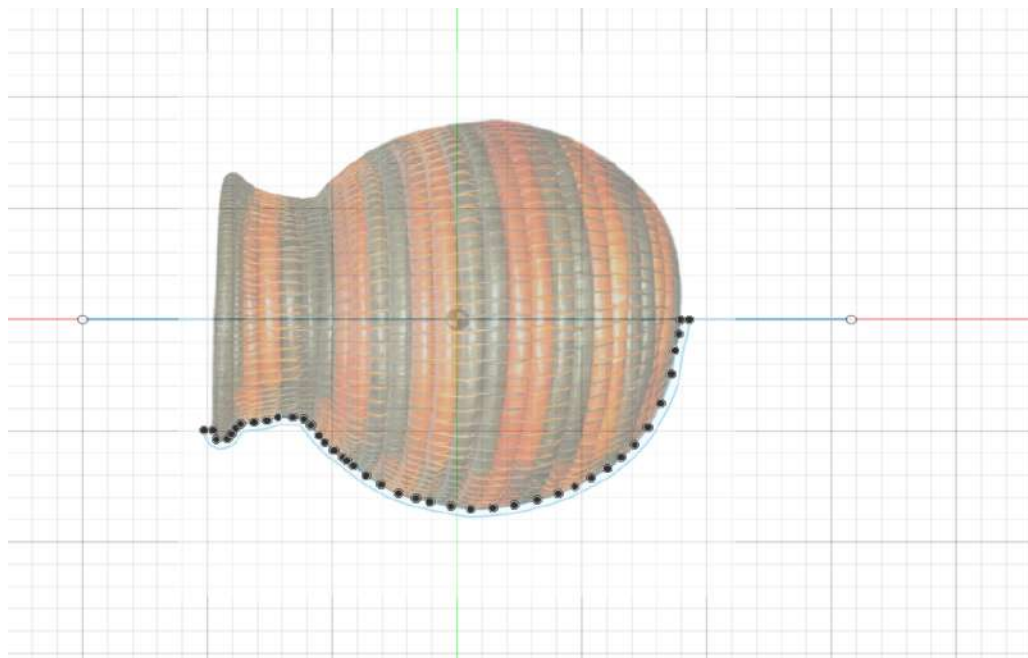
Guía ubicada en el plano XY, Elaboración propia, 2025.



Sobre el plano medio se trazó el contorno externo del jarrón mediante curvas y arcos, restringiendo completamente el boceto con cotas y tangencias para asegurar reproducibilidad. Debido a que el jarrón es hueco, se aplicó un *Offset* interno para definir un espesor de pared uniforme de $[x = 1.731 \text{ mm}]$, preservando la continuidad del contorno durante la operación sólida posterior. Esta decisión asegura una geometría coherente en el ancho del cuerpo y el cuello, evitando auto intersecciones (Imagen 58).

Figura 58

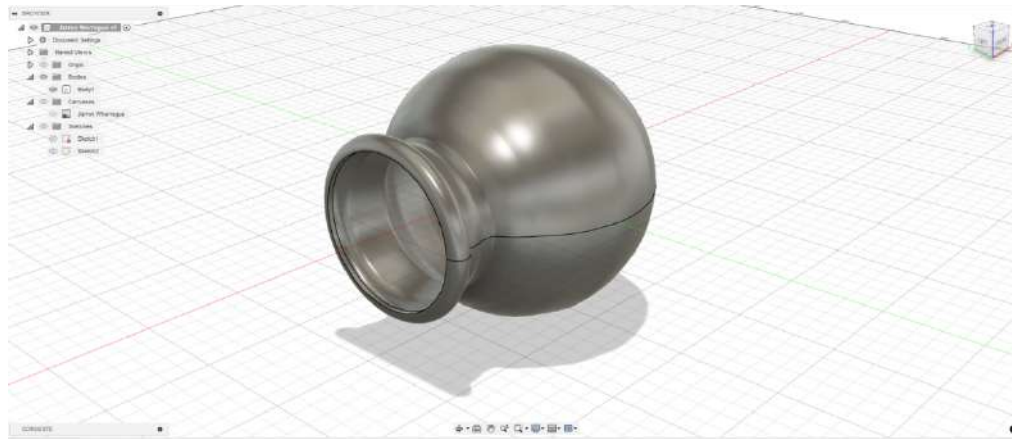
Boceto del perfil con Offset interno definiendo el espesor. Elaboración propia, 2025.



Con el perfil cerrado se utilizó la operación *Revolve* (360°) alrededor del eje vertical del boceto para obtener el volumen principal. La revolución se seleccionó por la simetría radial del objeto, que garantiza suavidad superficial y una malla adecuada para postprocesos (Imagen 59).

Figura 59

Volumen generado mediante Revolve, Elaboración propia. 2025.



El cuerpo se orientó con la base en $Z = 0$ y el eje de revolución alineado con Z , lo que facilita mediciones y renders consistentes (Imagen 60).

Figura 60

Orientación del componente, Elaboración propia, 2025.

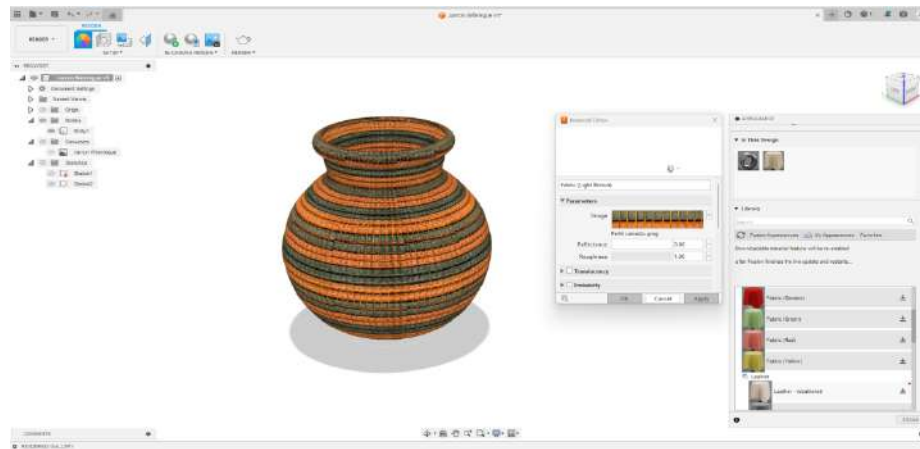


Para replicar el material (tejido), en el espacio *Render* se asignó la apariencia *Fabric*; se editó el mapa de color/escala de la textura hasta reproducir el patrón característico del Wérregue (escala = 68.00. Se fijaron reflectancia = [0.00, 0.25] y rugosidad = [1.000] para un acabado

mate). La previsualización in-canvas permitió validar la direccionalidad de la textura antes del render final (Imagen 61).

Figura 61

Asignación de material Fabric y edición de textura en Render, Elaboración propia, 2025.



Renders finales Autodesk Fusion 360:

Figura 62

Render final jarrón #1, Elaboración propia, 2025.



Figura 63

Render final jarrón #2, Elaboración propia, 2025.

**Figura 64**

Render final jarrón #3, Elaboración propia, 2025.



Figura 65

Render final jarrón #4, Elaboración propia, 2025.

**Figura 66**

Render final jarrón #5, Elaboración propia, 2025.



Figura 67

Render final jarrón #6, Elaboración propia, 2025.

**NURBS**

En la industria gráfica que rodea a los graficadores de tipo CAD se hace uso de las curvas en una superficie descrita; los NURBS se comportan como un B-spline racional no uniforme y es posible realizar análisis por medio de las propiedades cónicas.

El razonamiento numérico que realiza Farin (1992), aclara que una sección cónica en dos espacios es la proyección perspectiva de una parábola en el espacio euclidiano de un plano.

Trabajaremos en el plano de proyección: $z = 1$.

Se caracteriza porque un punto $[xyz]^T$ se proyecta en $[x/z, y/z, 1]^T$. Además, los puntos de la forma $[wx, wy, w]^T$, con ($w \neq 0$), se proyectan en $[x/z, y/z, 1]^T$; de esta manera se toman las coordenadas homogéneas $[xyzw]^T$.

La cónica puede escribirse como curva Bézier racional cuadrática (Farin, 1992).

Sea $c(t) \in E^2$ en un punto sobre la cónica. Entonces existen pesos $w_0, w_1, w_2 \in R$ y puntos de control $b_0, b_1, b_2 \in E^2$ tales que

$$c(t) = \frac{w_0 \mathbf{b}_0 B_0^2(t) + w_1 \mathbf{b}_1 B_1^2(t) + w_2 \mathbf{b}_2 B_2^2(t)}{w_0 B_0^2(t) + w_1 B_1^2(t) + w_2 B_2^2(t)}, \quad t \in [0, 1].$$

Esto se puede expresar como una curva cuadrática racional paramétrica; los términos $B_i^2(t)$ se refiere al polinomio cuadrático de Bernstein de grado 2 (Farin, 1992).

Los puntos b_i , son los puntos de control de la cónica c y los números w_i sus pesos. El polígono de control de la cónica puede considerarse la proyección del polígono de control de la parábola 3D asociada: en coordenadas homogéneas, los vértices se escriben $[w_i, b_i, w_i]^T$ y, al proyectar con $z = 1$ se obtiene la cónica en el plano.

En este orden de ideas, a partir de la forma racional cuadrática se obtiene una sección cónica. El comportamiento depende del peso central w_1 : si $w_1 > 1$ la curva es hiperbólica, si $w_1 = 1$ es parabólica y si $w_1 < 1$ es elíptica. Geométricamente, al considerar el levantamiento homogéneo $\tilde{\mathbf{b}}_i = [w_i \mathbf{b}_i, w_i]$ el incremento de w_1 “eleva” el punto de control medio en la dirección Z modificando la cónica hacia b_1 .

Puntos de peso

La tangente de hombro en $t = 1/2$ se cruza, a cada lado del polígono de control, en los puntos N_0 y N^1 ; no es necesario calcular dichas intersecciones para determinar N_0 y N^1 .

$$N_0 = \frac{w_0 \mathbf{b}_0 + w_1 \mathbf{b}_1}{w_0 + w_1}, \quad N_1 = \frac{w_1 \mathbf{b}_1 + w_2 \mathbf{b}_2}{w_1 + w_2}.$$

Estos puntos se determinan como puntos de peso; al ubicarlos se obtiene, de forma equivalente, la tangente de hombro.

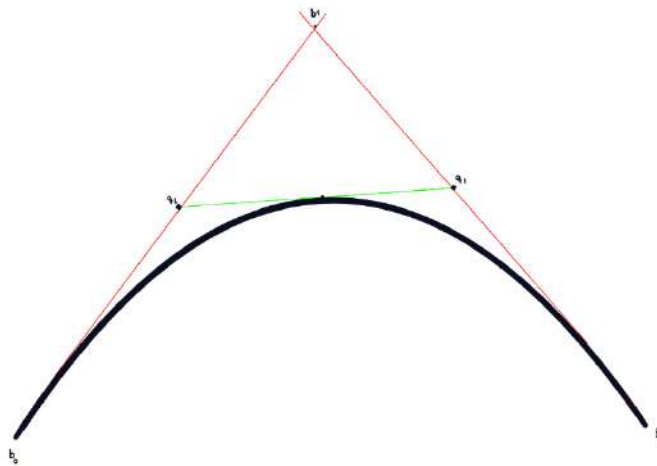
Si se cumple la condición de Farin (1992), el punto de hombro es:

$$\mathbf{p} = \frac{w_0 \mathbf{b}_0 + 2w_1 \mathbf{b}_1 + w_2 \mathbf{b}_2}{w_0 + 2w_1 + w_2}.$$

Donde $w_1 = \text{ratio}(b_0, q_0, b_1)$ y $w_2 = w_1 / \text{ratio}(b_1, q_1, b_2)$

Figura 68

Punto de hombro y puntos de peso en curva Bézier racional cuadrática. Elaboración propia, 2025.



Derivadas

Se escribe una sección cónica según Farin (1992), como función racional

$c(t) = p(t)/w(t)$, por lo tanto, se aplica la regla del cociente, siendo así la derivada:

$$\mathbf{e}(t) = \frac{1}{w(t)} [\mathbf{p}(t) - \hat{w}(t)\mathbf{c}(t)].$$

Consideramos dos cónicas, una definida en el intervalo $[u_0, u_1]$ con un polígono de control b_0, b_1, b_2 y pesos w_0, w_1, w_2 ; y otra definida sobre un intervalo $[u_1, u_2]$ teniendo en cuenta el polígono de control b_2, b_3, b_4 y pesos semejantes w_2, w_3, w_4 . Estos dos segmentos trazan una curva C^1 si se cumple:

$$\frac{w_1}{u_1 - u_0} \Delta \mathbf{b}_1 = \frac{w_2}{u_2 - u_1} \Delta \mathbf{b}_2, \quad \text{donde} \quad \Delta \mathbf{b}_1 = \mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_1, \quad \Delta \mathbf{b}_2 = \mathbf{b}_3 - \mathbf{b}_2.$$

véase Farin (1992), *ecs.* (6).

Las longitudes de los intervalos aparecen por la regla de la cadena al reparametrizar la curva compuesta. Obsérvese que el peso w_2 no interviene en la condición C^1 ; por ello pueden construirse cónicas por partes C^1 en el plano que no provienen necesariamente de proyecciones de parábolas por partes C^1 en el espacio. Aun así, es posible proyectar parábolas discontinuas en 3D para obtener una única cónica por partes, lisa en 2D (Farin, 1992).

Figura 69

Ajuste NURBS del perfil del jarrón ($p=3$, $nCtrl = 64$) Se visualizan datos captados en GeoGebra, curva NURBS ajustada y los polígonos de control. Elaboración propia, 2025.

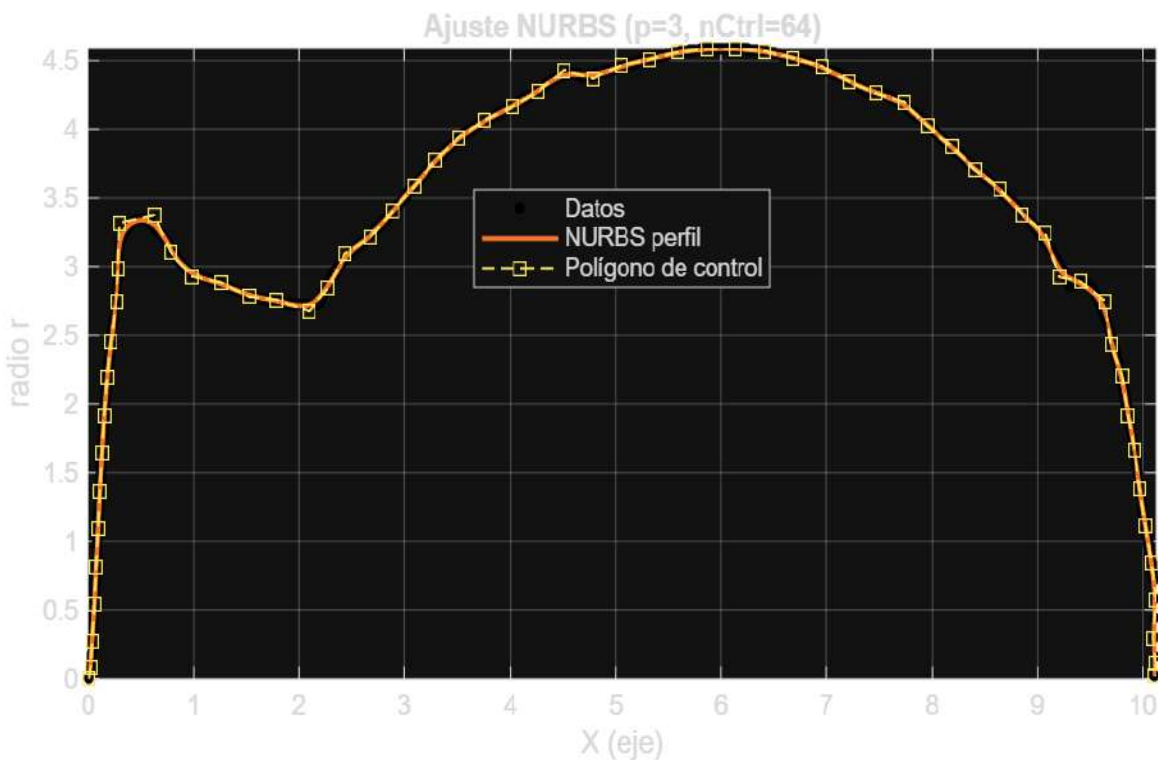
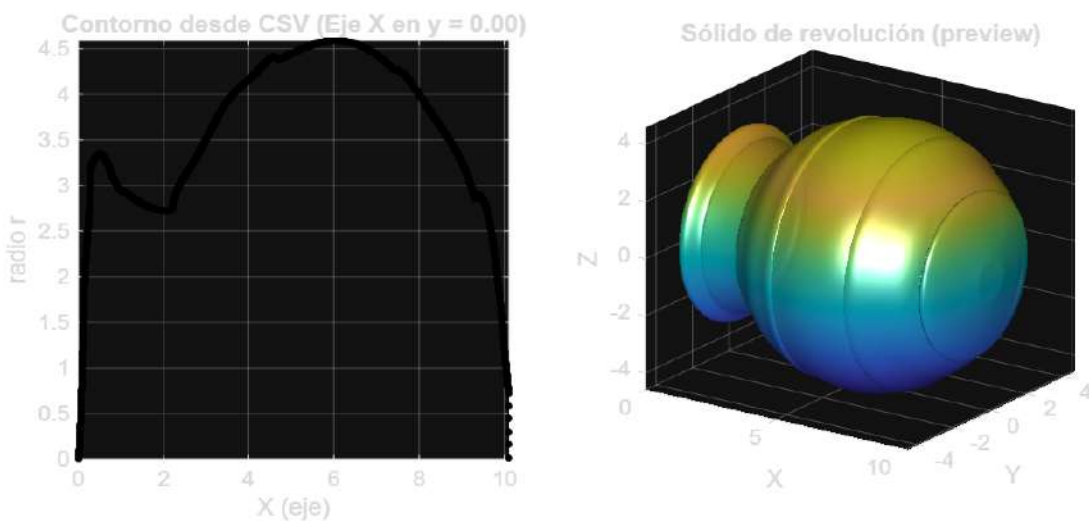
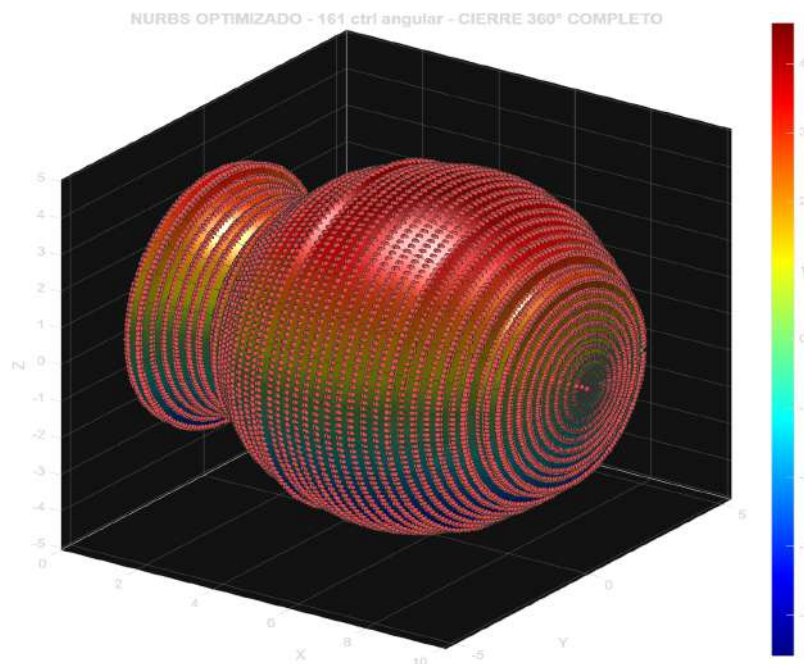


Figura 70

Contorno del jarrón (eje X en $y = 0$) y sólido de revolución preliminar obtenido al rotar el perfil alrededor del eje X. Elaboración propia, 2025.

**Figura 71**

Superficie NURBS de revolución del jarrón (eje X), con esqueleto y cierre 360°, 161 puntos de control angulares, coloración según altura Z. Elaboración propia, 2025.



Fase 4 Síntesis para diseño didáctico

En esta penúltima fase se puede retratar lo anteriormente propuesto, se operacionalizan los resultados en una matriz de categorías → criterios → indicadores → evidencias y se formulan orientaciones didácticas para T&I. Se trabaja con las entradas ya obtenidas: ficha de material (anchos, calibres, texturas, costos), mediciones geométricas ($D_{ext}, r_{ext}, r_m, r_m/t$) y la tabla de estaciones, descripción de la unión espiral-entrecocido (paso S), cálculos de presión/tensiones y el apoyo anular, matriz de sostenibilidad, NURBS 3D del jarrón, registro de tiempos y costos, y testimonios de uso. Se producen como salidas (i) la matriz de categorías-criterios-indicadores con sus evidencias y umbrales/observables, (ii) un set de orientaciones didácticas (actividad → producto → criterio), (iii) un banco de preguntas orientadoras, y (iv) supuestos y limitaciones de uso.

Tabla 14

Matriz categorías-criterios-indicadores.

Categoría	Criterio	Indicador (unidad)	Cómo de mide/evidencia	Regla de decisión
Materialidad	Consistencia dimensional	Ancho_tira (mm), Calibre (mm)	Pie de rey sobre 5 tiras, foto con escala	$CV \leq 10\% \rightarrow$ “alta uniformidad”, $< 10\% \rightarrow$ discutir selección de fibras.
Materialidad	Integridad superficial	Defectos visibles	Lista de chequeo/foto macro	0-1 defecto por módulo \rightarrow OK, $\geq 2 \rightarrow$ registro de causa
Proceso (entrecocido)	Confinamiento circunferencial	Paso S (mm) eje-a-eje a $1/2$ altura del módulo	Calibrador + foto, tabla S por zonas	S uniforme ($\Delta \leq 0.1$ mm/zona) \rightarrow

				rigidez homogénea, $\Delta > 0.1 \text{ mm} \rightarrow$ riesgo de deformación local
Geometría-estructura	Delgadez de pared	$k_{rel} = r_m/t$ (adim.)	Cálculo por estación, tabla $r(h)$	$k_{rel} \geq 10 \rightarrow$ cascarón delgado (modelo de membrana válido como estimador)
Geometría-estructura	Transiciones	$(\Delta(\delta r/\delta h))$ (m/m) + inflexiones	Curvatura ($r(h)$) por spline /interpolación (GeoGebra /Matlab/Excel), marcar inflexiones	cualitativo (baja/media/alta)
Geometría-estructura	Perfil $r(h)$	Consistencia de forma	Gráfica $r(h)$ y tabla de control	Tendencia lisa por zonas \rightarrow OK, oscilaciones bruscas \rightarrow revisar medición/modelación
Cargas internas	Tensión circunferencial	$\sigma_\theta = pr_m/t$ (kPa)	Tabla por estación	Estación crítica = máx. $P \cdot r_m$ (en esta pieza: Est. #4)
Apoyos	Contacto anular	$\sigma_{apoyo} = W/A$ (kPa)	Cálculo con $A = 2\pi r_c b$, fotos base	σ_{apoyo} como zona sensible por contacto
Económico	Cobertura del precio	V_{venta}/C_{total}	Hoja de tiempos y costos	$< 1 \rightarrow$ déficit, ajustar precio o proponer mejoras del proceso

Económico	Margen/ROI	$(V - C)/C$	Ídem	Negativo → discutir valorización cultural
Sostenibilidad	Semáforo 0-3	Puntaje por fibra	Matriz y radar	Priorizar blanco/naranja, condicionar rojo, restringir negro
Cultura/uso	Pertinencia de uso	Registro narrativo	Transcripción + foto del objeto en uso	Vincular sentido de uso con decisiones de material/proceso
Representaciones/ modelos	Calidad del ajuste $r(h)$	$RMSE$ del ajuste (mm) por zona	Puntos medidos vs. curva (Lagrange o spline), residuales y $RMSE$ por zona	$RMSE \leq 1.5\text{mm} \rightarrow$ consistente, $1.5-3\text{ mm} \rightarrow$ revisar, $> 3\text{mm} \rightarrow$ remedir/ajustar grado del polinomio
Representaciones/ modelos	NURBS 3D	Cierre y suavidad (continuidad C^1)	Vista 360°, malla y esqueleto	Cierre sin “kinks” → OK, discontinuidad → ajustar pesos/nodos

Nota. “*adim.*” se refiere a adimensional (sin unidades).

Con esta matriz de operacionaliza todo lo trabajado: cada fila dice qué mirar, cómo medir y cómo decidir, conectando materialidad y proceso (ancho/calibre, paso S) con geometría y estructura ($r(h)$, k_{rel} , transiciones), con cargas y apoyos (tensión circunferencial, contacto anular). Los bloques de representación/modelo (ajuste con Lagrange/spline), $RMSE$ por zonas y NURBS 3D) funcionan como control de calidad geométrica, los bloques económicos y de sostenibilidad integran costo real y semáforo de fibras para decisiones con pertinencia, el bloque

cultura/uso ancla la lectura técnica en el sentido de uso. Así, la matriz sirve como rúbrica y checklist reproducible en T&I, permitiendo rastrear evidencias, detectar focos críticos y derivar guías didácticas con una trazabilidad pertinente con los datos de estudio.

Tabla 15

Orientaciones didácticas.

Actividad	Acciones	Producto/ evidencia	Logro
A1 Forma-estructura	Medir D_{ext}, r_{ext} , calcular $r_m = r_{ext} - t/2$ y $k_{rel} = r_m/t$ en 4 estaciones, levantar S por zonas.	Tabla $r(h)$ + k_{rel} y tabla S (por zonas).	Tabla completa, unidades correctas, k_{rel}, S por zona registrada.
A2 Modelar y justificar	Ajustar <i>spline</i> /Lagrange de $r(h)$: marcar cuello-cuerpo-base.	Gráfico $r(h)$ con segmentos e inflexiones + vista 360° (NURBS)	Transiciones coherentes con $ \delta r/\delta h , C^1$ (sin kinks)
A3 Estimaciones de tensiones y contactos	Con $p = \gamma h$ calcular $\sigma_\theta = pr_m/t$ y $\sigma_L = pr_m/(2t)$, determinar $\sigma_{apoyo} = W/A$ con $A = 2\pi r_c b$.	Tabla de tensiones y nota de estación crítica	Coherencia dimensional (Pa/kPa), estación crítica donde $\max P \cdot r_m$
A4 Económico-relacional	Completar horasx valorHora, costo MP, cobertura V/C y margen $(V - C)/C$, proponer precio objeto	Hoja económico-relacional	Decisión justificada con números, si $V/C < 1 \rightarrow$ proponer ajuste de precio/proceso.
A5 Socioambiental	Proponer matriz de sostenibilidad y semáforo	Recomendación de fibra + tratamiento	Decisión sobre uso y costos, teniendo en cuenta el análisis socioambiental.

Nota. Esta es una propuesta inicial de orientaciones y criterios, debe ser perfectible y contextualizada al caso específico, al igual los umbrales pueden ajustarse a la aplicación.

Fase 5 Marco analítico conceptual

En este apartado se formaliza la lectura de T&I del jarrón articulando materialidad, proceso técnico (entrecocado), forma-función-estructura y desempeño socio-técnico en una matriz categoría-principio-criterio-indicador con trazabilidad a tablas, modelos y registros del estudio, además se fijan definiciones operativas por categoría y se explicitan las relaciones F-F-E (perfil $r(h)$, delgadez r_m/t , transiciones $|\delta r/\delta h|$, tensiones σ_θ, σ_T , apoyo anular), integrando además las capas económico-relacional (cobertura/ROI) y de sostenibilidad (semáforo 0-3). El resultado es un marco utilizable como plantilla de análisis y como insumo directo para la secuencia didáctica.

Tabla 16

Matriz analítico-conceptual.

Categoría	Principio	Variables/ definiciones	Método/ modelo	Umbrales/ técnicos	Relación F- F-E	Trazabilidad
Materialidad	Variación de insumos	Ancho_tira (mm), Calibre (mm), CV	Calibrador ≥ 5 tiras, cálculo de CV	CV $\geq 10\%$ \rightarrow alta uniformidad, $> 10\%$ \rightarrow revisar selección	Material \rightarrow rigidez local	Ficha material
Materialidad	Integridad superficial	Defectos visibles (cuentas)	Lista de chequeo + macro	0-1/módulo OK, ≥ 2 registrar causa	Defecto \rightarrow posible iniciador de daño	Fotos macro
Proceso (entrecocado)	Confinamiento circunferencial	Paso S (mm) eje-a-eje ($\frac{1}{2}$)	Calibrador + foto, tabla S	$\Delta S \leq 0.1$ mm/zona \rightarrow	Proceso \rightarrow controla	Ídem

		altura módulo)	por zonas	homogéneo, >0.1 mm→riesgo	continuidad de fibras	
Geometría- estructura	Cascarón delgado (estimador de membrana)	$r(h), r_m =$ $r_{ext} - t/2, t,$ $k_{cal} = r_m/t$	Tabla de estaciones, cálculo por cota	$k_{rel} \geq 10$ (mejor ≥ 15), 810 borde, <8 revisar	Forma → capacidad de carga	Perfil y estaciones
Geometría- estructura	Cambio de curvatura = cambio de rigidez				Interpolació n spline/ Lagrange (GeoGebra/ Matlab/ Excel)	Alta \geq 0.02(mm) en 1-2 cm, media 0.01- 0.02, baja < 0.01
Geometría- estructura	Calidad del modelo geométrico	RMSE (mm) por zona, residuales	Comparar puntos vs. curva (spline/Lagra nge)	RMSE ≤ 1.5 mm consistente, 1.5-3 mm revisar, > 3mm remedir/ ajustar grado	Forma confiable→ inferencia estructural válida	Ajustes/ errores
Representaciones /modelos	Continuidad superficial	NURBS 3D, Cierre 360°, C^1 aparente	Malla + esqueleto, vista 360°	Sin “kinks” → OK, si hay, ajustar pesos/ nodos	Forma → modelación del jarrón	NURBS 3D
Cargas internas	Hidrostática $P = \gamma h$	P, h	Verificación a h_{max}	-	Uso (llenado) → estructura	Cálculos
Esfuerzos	Membrana (circunferencia / long.)	$\sigma_{theta} = Pr_m$ /t, $\sigma_T = Pr_m/$ (2t)	Por estación	Crítica donde $P \cdot r_m$ máx (en esta pieza Est. #4)	Función→ Estructura	Tabla de estaciones
Apoyos	Contacto anular	$A = 2\pi r_c b,$ $\sigma_{apoyo} = W/A$	Medida base +	Registrar marcas si	Apoyo → zona	Base/apoyo

	(presión media)		cálculo	σ_{apoyo} alto	sensible	
Económico	Margen	Cobertura V/C (adim.)	Hoja de tiempos y costos	<1 déficit, 1-1.2 estrecho, >1.2 razonable	Precio → proceso	Costos
Económico	Margen	$(V - C)/C$	Ídem	Marguen < 0 → discutir valoración cultural/ proceso	-	Ídem
Sostenibilidad	Multicriterio 0-3	Origen, recuperación, impactos, transporte	Matriz + radar	Priorizar blanco/naranja, condicionar rojo, restringir negro	Elección de fibra → presión ambiental	Radar
Cultura/ uso	Pertinencia	Registro + foto	Transcripción	Insumo cualitativo	Sentido de uso → material/ proceso	Testimonio

Nota. “adim.”: adimensional = sin unidades. En cocientes como $k_{rel} = r_m/t$ las unidades se cancelan (m/m).

Glosario analítico + nota de trazabilidad OE1-OE3

- $r(h)$: perfil de radio exterior en función de la profundidad h (h positiva hacia abajo).
- $r_m = r_{ext} - t/2$: radio medio del cascarón (criterio estándar para membrana).
- t : espesor (uniforme en pieza, estimador conservador).
- $k_{rel} = r_m/t$ (adim.): índice de delgadez del cascarón.
- S : paso del entrecocado (distancia eje-a-eje a $1/2$ altura del módulo)
- $\sigma_{theta} = Pr_m/t$: tensión circunferencial (estimador de membrana).

- $\sigma_L = Pr_m/(2t)$: tensión longitudinal (referencia tipológica).
- $\sigma_{apoyo} = W/A$ con $A = 2\pi r_c b$: tensión media en el anillo de apoyo.
- $RMSE(mm)$: Error cuadrático medio del ajuste de $r(h)$ por zona, controla consistencia geométrica del modelo.
- Cobertura V/C y margen $(V - C)/C$: lectura económico-relacional (tiempos/costos vs. venta).
- Semáforo 0-3: sostenibilidad por fibra (origen, recuperación, impactos, transporte).
- NURBS 3D C^1 : verificación de cierre 360° y continuidad de la superficie.

Tabla 17

Trazabilidad a objetivos específicos (OE1-OE3).

Elemento	OE1 (Caracterización del objeto/ proceso)	OE2 (Análisis forma- función-estructura)	OE3 (Representaciones y modelaciones)
Ficha de material (ancho, calibre, defectos)	x	-	-
Paso S por zonas + fotos del entrecocido	x	x	-
Tabla de estaciones (D, t, r_m, k_{rel})	x	x	-
Curva $r(h)$ segmentada + transiciones	-	x	x
RMSE y residuales por zona	-	-	x
NURBS 3D (cierre 360°, C^1)	-	-	x

Presión y tensiones σ_{theta}, σ_L por estación	-	x	-
Tensión de apoyo σ_{apoyo} (anillo)	x	x	-
Tiempos/ costos, cobertura, margen	x	-	-
Matriz y radar de sostenibilidad	x	-	-
Testimonio de uso	x	-	-

Nota. Leyenda: x contribución directa, - contribución de apoyo.

En síntesis, el marco integra lo recolectado a lo largo de las fases trazando la cadena de resultados: categoría → principio → criterio → indicador → evidencia → regla de decisión, donde la forma $r(h)$, el proceso (paso S), los estimadores de esfuerzo σ_θ, σ_T y el apoyo anular conviven con costos, sostenibilidad y pertinencia de uso. Los umbrales operativos ($k_{real}, \Delta S, RMSE, V/C$), semáforo 0-3) permiten dictaminar la consistencia y comparabilidad entre piezas, mientras que la trazabilidad remite cada decisión a su tabla, foto o modelo (estaciones, curvas ajustadas, NURBS 360°). Con esto, los insumos curriculares quedan consolidados en la Matriz analítico-conceptual (Tabla 16), y las orientaciones didácticas se concentran en las actividades A1-A5 con sus evidencias y logros (Tabla 15). Asimismo, la Trazabilidad a los objetivos específicos (OE1-OE3) explicita cómo cada elemento retorna al objeto correspondiente (Tabla 17). De este modo, el capítulo culmina con una plantilla de análisis y síntesis didáctica (actividad → producto → criterio), dando, así como culminado el ciclo forma-función-estructura.

Conclusiones

La investigación abordó la brecha identificada en T&I al construir un marco analítico conceptual del jarrón de Wérregue, a partir de la estrategia “Análisis de los productos tecnológicos”, con el fin de generar insumos que guíen una secuencia didáctica coherente con “Naturaleza y Evolución de la T&I y Tecnología, Informática y Sociedad”. Desde el marco teórico se establecieron categorías, principios y criterios que orientan la formulación de preguntas e indicadores observables. Desde la metodología, las fases proporcionaron resultados alineados con los objetivos específicos (OE): (OE1) caracterizó el proceso de elaboración del jarrón (técnicas, fibras, herramientas, etapas, módulos y patrones, además los valores culturales asociados a este), (OE2) elaboró representaciones y modelaciones 2D/3D (vistas, sección, isométrico/CAD) y estableció relaciones forma-función-estructura, (OE3) definió, sintetizó y desarrolló categorías y criterios desde T&I, derivando insumos analíticos y orientaciones didácticas (actividad→ producto→ logro). En esta última fase, la Tabla 16 (Matriz analítico-conceptual) agrega la columna “Relación F-F-E” y el campo “Trazabilidad”, junto con las definiciones, métodos, umbrales técnicos anclando cada decisión a lineamientos, modelos y registros del estudio. Por otro lado, la Tabla 17 explicita la trazabilidad a OE1-OE3 para cada elemento del análisis, reforzando consistencia y comparabilidad entre piezas.

Con ello, los resultados formalizan la trayectoria: problema → análisis de objeto → marco analítico → insumos curriculares, conservando la pertinencia intercultural y coherencia disciplinaria.

En consecuencia, se definen categorías, principios y criterios con indicadores observables y orientaciones didácticas coherentes con la estrategia mencionada, de manera que el marco sirva

como plantilla para el diseño futuro de una secuencia en T&I y para la comparación de piezas bajo criterios de desempeño y sostenibilidad. El alcance del documento se concentra en la construcción del marco y su seguimiento a través de las fases (generación de insumos). La implementación en aula, junto a la validación externa y la recopilación de datos, constituirán una etapa posterior.

Desde un punto de vista autocrítico, la mayor restricción de este trabajo consiste en enfocarse únicamente en el desarrollo del marco analítico-conceptual y del paquete de insumos, sin progresar hacia la planificación o la implementación de la secuencia didáctica. Esta determinación fue consecuencia de los límites de tiempo y alcance que conlleva un trabajo de grado, así como la responsabilidad ética de no precipitar intervenciones con la comunidad Wounaan sin haber llevado a cabo un proceso adecuado de co-diseño con docentes y líderes comunitarios. Si bien este acotamiento posibilitó un análisis tecnocultural más exhaustivo del jarrón y estableció una base conceptual firme, también implica que aún no es posible valorar el impacto de la propuesta en los aprendizajes de los estudiantes ni en el fortalecimiento de su identidad cultural.

En cuanto a la proyección hacia una futura secuencia didáctica, los resultados sugieren una estrategia de diseño y evaluación organizada en tres momentos articulados. El primero consiste en co-diseñar la secuencia con docentes del área y representantes de la comunidad Wounaan, tomando como guía los elementos para el diseño de Actividades Tecnológicas Escolares (ATE) de análisis de productos tecnológicos que compone una definición de un título e intenciones de aprendizaje vinculadas al componente de naturaleza y evolución de la T&I, formulación de un reto de análisis, planteamiento de condiciones y restricciones, caracterización de la situación inicial y construcción de preguntas sobre el jarrón que orienten la indagación

(forma, función, estructura y contexto tecnocultural) (MEN, 2022). Este momento puede organizarse en momentos de presentación, comprensión, práctica y transferencia, en los que el jarrón se instala como objeto-problema de la ATE.

El segundo movimiento se toma la matriz analítico-conceptual como base para derivar criterios e indicadores observables coherentes con las competencias del área y traducirlos en instrumentos de seguimiento (rúbricas, listas de verificación y registros de desempeño). A partir de las orientaciones del MEN para la evaluación mediante análisis de productos tecnológicos, estos indicadores pueden recoger, entre otros aspectos, la reconstrucción del desarrollo histórico del jarrón, el dominio de las relaciones forma–función–estructura, la comprensión de sus condiciones de funcionamiento, la descripción estético-formal de patrones y módulos, así como la explicitación de la estructura del artefacto y de la sostenibilidad de los materiales empleados (MEN, 2022). De este modo, actividades como el análisis geométrico del perfil, la modelación 2D/3D y la valoración de la sostenibilidad del Wérregue se vinculan con evidencias concretas de aprendizaje propias de la estrategia de análisis de productos tecnológicos.

El tercer movimiento corresponde a la implementación de la secuencia en experiencias piloto y su evaluación formativa. Aquí se combinan la valoración de las competencias a través de la estrategia específica de análisis de productos tecnológicos y el seguimiento de las evidencias de aprendizaje definidas para el componente, recogiendo información mediante los instrumentos de evaluación y espacios de socialización de los resultados. A partir de la retroalimentación de estudiantes, docentes y sabedores, se prevén ajustes iterativos que permitan consolidar una propuesta didáctica válida, contextualizada e interculturalmente pertinente.

Anexos

Anexo A Modelado GeoGebra.

Anexo B Interpolación Lagrange.

Anexo C Área GeoGebra.

Anexo D Jarrón Wérregue CAD.

Anexo E NURBS.

Nota. Debido a la extensión de los anexos se optó por alojar los documentos en un drive:

https://drive.google.com/drive/folders/1JcxjYsksCNWZe_WwJSRQAQMprTHaWALR?usp=sharing.

Referencias

- Adames Giraldo, L. (2019). *Tejeduría con palma de Wérregue (Tesis de pregrado)*. Universidad El Bosque, Bogotá, Colombia. <http://repositorio.unbosque.edu.co/handle/20.500.12495/2958>
- Advíncula Clemente, E., Luna Valenzuela, M., & Villogas Hinostraza, E. (2017). *Sólidos de revolución en un entorno de geometría dinámica*. En C. Fernández et al. (Eds.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (Vol. 30, pp. 1574–1581). Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Arana Carrasco, M. (2020). *Software educativo “Goconqr” como recurso para el aprendizaje de la física en los estudiantes de primer año de bachillerato general unificado de la Unidad Educativa “Nueva Aurora” en el periodo septiembre 2018- junio 2019*. Quito: UCE. Disponible en: <http://www.dspace.uce.edu.ec/handle/25000/20752>
- Arbeláez-Rojas, O. L., Álvarez-Correa, A. del S., & Londoño-Hernández, A. (2021). *Recursos culturales y etnoeducación: propuesta para el desarrollo de cultura de paz [Cultural resources and ethno-education: A proposal for the development of a culture of peace]*. *Cuestiones Pedagógicas*, 1(30), 50–61. <https://doi.org/10.12795/CP.2021.i30.v1.04>
- Arias, A. L. (2020). *Construcción de una propuesta pedagógica en contextos de educación no formal que favorezca la comprensión y construcción de conceptos referentes a la hidrodinámica de manera significativa*. Recuperado de: <http://hdl.handle.net/20.500.12209/13155>
- Asociación de Autoridades Wounaan del Pacífico (CAMAWA) & Organización Regional Emberá Wounaan (OREWA). (2000). *Informe final del proyecto del plan de vida de las comunidades indígenas del Bajo San Juan*. Presentado al BID–Plan Pacífico. Comunidad de Papayo.

- Astrocaryum standleyanum L.H. Bailey in GBIF Secretariat (2023). GBIF Backbone Taxonomy. Checklist dataset <https://doi.org/10.15468/39omei> accessed via GBIF.org on 2025-10-28.
- Ávalos Casas, B. R. (2023). *Educación ambiental para la conservación de la herbolaria otomí en San Felipe Los Alzati [Tesis de maestría, Universidad de Guadalajara]*. Biblioteca Digital UDG.
- Balagué, L. J., Pastorino, G. N., Diosma, G., Martínez Alcántara, V., Fermoselle, G., Guaymasí, D., Videira, L., Valdés, C., Kuzmanich, R., Saparrat, M. C. N., & Balatti, P. A. (2011). *Aplicación de la metodología “Análisis de Producto Tecnológico” en la enseñanza de Microbiología Agrícola empleando inoculantes microbianos*. IV Congreso Nacional y III Congreso Internacional de Enseñanza de las Ciencias Agropecuarias, 565–568.
- Ballestas Rincón, L. H. (2010). *Forma y sentido en el diseño indígena colombiano*. Bogotá: Museo del Oro.
- Barbosa, L. A. (2022). *Actividad tecnológica escolar para potenciar el pensamiento espacial a través de la técnica del papercraft*. Recuperado de: <http://hdl.handle.net/11349/29489>
- BAROLLI, E.; LABURÚ, C; GURIDI, V. (2010). *Laboratorio didáctico deficiencias: caminos de investigación*. Revista electrónica de enseñanza de las ciencias, (9), n.º 1, p.88110. http://reec.uvigo.es/volumenes/volumen9/ART6_VOL9_N1.pdf. Acceso: 10/08/2019
- Beer, F. P., Johnston, E. R., DeWolf, J. T., & Mazurek, D. (2012). *Mechanics of Materials (6th ed.)*. McGraw-Hill.
- Benavidez, A. C. (2018). *Etnoeducación memoria y territorio en la muestra de cine y video Daupará renaciendo en Bakata año 2017*. Recuperado de: <http://hdl.handle.net/11634/21235>
- Booth, T. y Ainscow, M. (2002). *Índice de inclusión: Desarrollando el aprendizaje y la participación en las escuelas*. OREALC/UNESCO; CSIE.

- Bruce, E. y Larson, R. (2010). *Cálculo 1 de una variable*. México, D.F: McGrawHill/Interamericana.
- Cano, A., & Castro, D. (n.d.). *Construcción de un marco analítico para el estudio de los modelos pedagógicos en los Espacios de Formación Integral de la Universidad de la República. Universidad de la República.*
- Carrero, Ó. D. (2019). *Actividad tecnológica escolar para la construcción de operadores mecánicos en estudiantes de ciclo III del colegio R.R. Oblatas al divino amor un acercamiento a la construcción de máquinas autómatas desde los modelos propuestos por Theo Jansen.*
Recuperado de: <http://hdl.handle.net/11349/15904>
- Castañeda Garcés, R y Tabares Henao, A. (2015). *Secuencia didáctica de enfoque interactivo para comprender textos narrativos en tercero primaria. Pereira.* Universidad Tecnológica de Pereira.
Disponible en: <https://hdl.handle.net/11059/5503>
- Castañeda, D. d. & Segura, N. C. (2017). *Tejiendo saberes entre lenguas y culturas : tensiones y rupturas entre dos formas diferentes de leer y escribir el mundo.* Recuperado de:
<http://hdl.handle.net/10554/33815>
- Castillo Guzmán, E. y Ocoró Loango, A. (2021). *Educación superior, pueblos indígenas y afrodescendientes. Una lectura sobre las acciones afirmativas en Brasil y la etnoeducación universitaria en Colombia.* *Revista Educación Superior y Sociedad*, 2021, vol. 33, no. 2. pp. 767-792. <https://iesalc.unesco.org/ess/index.php/ess3/article/view/359>
- Chamapuro, L. (2004). *Elaboración del cesto Wérregue: técnicas y tiempo de producción.* En L. H. Ballestas Rincón (Ed.), *Forma y sentido en el diseño indígena colombiano* (pp. 100–103). Museo del Oro.
- Chapra, S. C., & Canale, R. P. (2015). *Métodos numéricos para ingenieros (7.ª ed.)*. McGraw-Hill.

- Cocunubo, G. D. & Ramírez, J. S. (2020). *Material de apoyo educativo, como propuesta, para la asignatura Estática y Dinámica, Semestre IV, de la Licenciatura en Diseño Tecnológico de la Universidad Pedagógica Nacional*. Recuperado de: <http://hdl.handle.net/20.500.12209/12209>
- Congreso de Colombia. (1995). *Decreto 804 de 1995. Por el cual se reglamenta la prestación del servicio educativo a los grupos étnicos. Diario Oficial No. 41.811.*
<https://www.funcionpublica.gov.co/eva/gestornormativo/norma.php?i=1377>
- Corbetta, S., & Nosseinte, L. (2021). *Políticas educativas e interculturalidad en América Latina: Estado del arte (2015–2020)*. Oficina para América Latina del Instituto Internacional de Planeamiento de la Educación (IIPe) de la UNESCO. <https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000377573>
- Correa Rivera, L, Tabares Arango, C y Zapata Agudelo, D. (2023). *Concepciones docentes sobre el cambio de las estructuras familiares y la relación con sus prácticas de enseñanza*. Universidad de Antioquia. Disponible en: <https://hdl.handle.net/10495/35870>
- Correa, J. A. (2022). *Actividades tecnológicas escolares: Recursos didácticos para el desarrollo de competencias tecnológicas a través del diseño y construcción de domos geodésicos*. Recuperado de: <http://hdl.handle.net/11349/30422>
- Díaz Barriga, F. (2013). *Cognición situada y estrategias para el aprendizaje significativo*. Revista Electrónica de Investigación Educativa. Volumen 5, N°2, consultado el 13 de mayo 2018 en <http://redie.ens.uabc.mx/vol5no2/contenido-arceo.html>
- Díaz-Soler, C. J. (2015). *La pedagogía como problema analítico*. Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- Doris Garzón, M. A. G. R. F. A. F. (2006). *Didáctica de la geometría euclidiana: Conceptos básicos para el desarrollo del pensamiento espacial*. COOP. EDITORIAL MAGISTERIO

- Duque, D. C. (2021). *Implementación de estrategias pedagógicas para el aprendizaje del castellano como lengua extranjera a estudiantes Wounaan de primero de primaria, de la I.E educativa David Gregorio, resguardo Docordó Balsalito, Litoral del San Juan, Chocó. [Proyecto aplicado]*. Repositorio Institucional UNAD. <https://repository.unad.edu.co/handle/10596/41328>
- Escobar Zeceña, J. C. (2014). *Diseño de domos esféricas de concreto reforzado (Tesis de posgrado)*. Universidad de San Carlos de Guatemala, <http://www.repositorio.usac.edu.gt/1290/1/Julio%20Cesar%20Escobar%20Zece%C3%B1a.pdf>
- Farin, G. (1990). *Conic sections and NURBS. IEEE Computer Graphics and Applications*, 10(1), 78–86.
- Farin, G. (1992). *Curves and surfaces for CAGD: A practical guide* (3rd ed.). Academic Press.
- Farrow, R., Iniesto, F., Weller, M., Pitt, R., Algers, A., Baas, M., Bozkurt, A., Cox, G., Czerwonogora, A., Elias, T., Essmiller, K., Funk, J., Lambert, S., Mittelmeier, J., Nagashima, T., Rabin, E., Rets, I., Spica, E., Vladimirschi, V., & Witthaus, G. (2021). *GO-GN conceptual frameworks guide (v.1.0)*. The Open University. http://go-gn.net/gogn_outputs/conceptual-frameworks/
- Funtowicz, S. O., & Ravetz, J. R. (1993). *Science for the post-normal age. Futures*, 25(7), 739-755. [https://doi.org/10.1016/0016-3287\(93\)90022-1](https://doi.org/10.1016/0016-3287(93)90022-1)
- García Muñoz, C. M., & Micolta Montaña, I. (2018). *Desplazamiento y configuración de nuevas subjetividades en niños y niñas wounaan en el Pacífico colombiano*. *Revista Colombiana de Sociología y Sigma*, 4(Suplemento), 17–38. <https://doi.org/10.15446/rcs.v41n1Supl.58942>
- González María, A, González María. A. y Murillo Jesús, R.(2009) *Criterios específicos para analizar la geometría en libros de texto para la enseñanza Primaria y Secundaria Obligatoria. Análisis desde los cuerpos de revolución* <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=3628716>
- González, C. M. (2008). *Artesanías lo útil y lo bello*. <http://191.100.30.141:8080/handle/cidap/297>

- Guzmán Jiménez, E. (2019). *Propuesta de enseñanza en la asignatura de física: un facilitador de aprendizaje en la mecánica de fluidos para alumnos de enseñanza media (Tesis de pregrado)*. Universidad del Bío-Bío, Chillán, Chile. <http://repobib.ubiobio.cl/jspui/handle/123456789/2765>
- Hernández-Martínez, A., Cuartas-Agudelo, Y. S., Herrera-Almanza, L., Roldan-Tabares, M. D., & Martínez-Sánchez, L. M. (2021). *Etnoeducación: educación para la salud desde la diversidad cultural*. MedUNAB, 24(1), 80-91.
<https://www.redalyc.org/journal/719/71966730009/71966730009.pdf>
- Imbach, I., & Suarez, O. . (2021). *DISEÑO Y VALIDACIÓN DE SECUENCIA DIDÁCTICA PARA EL ESTUDIO DE LA CORRIENTE ELÉCTRICA CON DISPOSITIVOS MÓVILES EN EL CONTEXTO RURAL*. Tecné, Episteme Y Didaxis: TED, (Número Extraordinario), 2656–2661. Recuperado a partir de <https://revistas.upn.edu.co/index.php/TED/article/view/15326>
- Jaakkola, E. (2020). *Designing conceptual articles: Four approaches*. *AMS Review*, 10(1-2), 18–26.
<https://doi.org/10.1007/s13162-020-00161-0>
- Jacanamijoy, A, Ramos Torres, S y Uribe Sierra, M. (2021). *Dichardi Casa Tradicional : maach chaain nag oomkhiin jooiin khiirjug - Para que nuestros niños y niñas conozcan nuestro pensamiento ancestral*. Secretaría de Educación del Distrito.
- Kelly, P. (2015). *Part I: Applications of Elasticity. 7.3 Pressure Vessels (lecture notes)*. University of Auckland.
- Larson, R., & Edwards, B. (2016). *Cálculo: Tomo I (10ª ed., J. L. Cárdenas, Trans.)*. Cengage Learning Editores. (Obra original publicada en 2014)
- Martínez Albarracín, C. J. (2019). *El territorio digital de las minorías étnicas: una alternativa de fortalecimiento de la etnoeducación en Colombia. En Buen vivir, cuidado de la casa común y*

reconciliación, (pp. 268-284). Bogotá: Pontificia Universidad Javeriana.

https://www.javeriana.edu.co/unesco/buenvivir/contenido/ponencias/tema9/pdf/ponencia_02.pdf

Mendocilla Alvarez, A. (2024). *Currículo escolar y aprendizajes para la salud en estudiantes de secundaria durante la pandemia en una IE de Fe y Alegría* [Tesis de maestría, Pontificia Universidad Católica del Perú].

Ministerio de Educación Nacional. (1995). *Decreto 804 de 1995: Por el cual se organizan los servicios educativos para los grupos étnicos*. SUIN – Juriscol. <https://www.suin-juriscol.gov.co/viewDocument.asp?ruta=Decretos/1169166>.

Ministerio de Educación Nacional. (2017). *Plan Nacional Decenal de Educación 2016–2026: El camino hacia la calidad y la equidad*. AFSM Producción Gráfica S.A.S.

Ministerio de Educación Nacional. (2022). *Orientaciones curriculares para el área de tecnología e informática en la educación básica y media*. Bogotá, Colombia. ISBN: 978-958-785-381-0.

Misión Internacional de Sabios. (2019). *Colombia hacia una sociedad del conocimiento: informe de la Misión Internacional de Sabios 2019 por la Educación, la Ciencia, la Tecnología y la Innovación*.

https://uniandes.edu.co/sites/default/files/asset/document/191205_informe_mision_de_sabios_2019_vpreliminar_1.pdf

Molina, M. y Montecino, A. (2011). *La problemática de la tridimensionalidad y su representación en el plano*. XIII Conferencia Interamericana de Educación matemática; Recife, Brasil: Comité Interamericano de Educación matemática

- Moreira, M. A. (2014). *Enseñanza de la física: aprendizaje significativo, aprendizaje mecánico y criticidad*. Revista de Enseñanza de la Física, 26(1), 45–52.
<https://revistas.unc.edu.ar/index.php/revistaEF/article/view/9515>
- Moreira, M. A. (2014). *Enseñanza de la física: aprendizaje significativo, aprendizaje mecánico y criticidad*. Revista de Enseñanza de la Física, 26(1), 45–52.
- Mugizi, W. (2019). *Constructing a conceptual framework for quantitative data analysis in social science research*. Interdisciplinary Journal of Education, 2(1), 74–84.
- Niiniluoto, I. (2024). *Assessing value-laden technology*. Revista Guillermo de Ockham, 22(2), 5–17.
<https://doi.org/10.21500/22563202.6983>
- Olivar Pérez, L. (2019). *Eficacia del método ABP en el aprendizaje de las Leyes de Newton de los estudiantes de Física de la Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle de Lima*. Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle. Disponible en:
<https://repositorio.une.edu.pe/handle/20.500.14039/3544>
- Oracle. (s. f.). *RMSE (Root Mean Squared Error)*. Oracle Help Center. Recuperado el 11-04-2025, de https://docs.oracle.com/en/cloud/saas/planning-budgeting-cloud/pfusu/insights_metrics_RMSE.html
- Pastor, M. (2001). *Orígenes y evolución del concepto de educación no formal*. Revista Española de Pedagogía, 220, 525–544.
- Ramírez Pérez, D. S. (2012). *Investigación en artesanías* [Informe de investigación] Biblioteca Digital de Artesanías de Colombia. <https://core.ac.uk/download/pdf/52155687.pdf>
- Ramos, P. E. (2018). *Diseño de un ambiente virtual de aprendizaje para fortalecer la expresión gráfica a través de la metodología proyectual*. Recuperado de: <http://hdl.handle.net/11349/14401>

- Rey Rojas, A. M. D. L. A. (2020). *Wounaan phuboorr: Tejido de chaquiras como técnica de preservación de memoria por la mujer indígena Wounaan (Tesis de pregrado)*. Universidad Jorge Tadeo Lozano, Bogotá, Colombia.
<http://expeditiorepositorio.utadeo.edu.co/handle/20.500.12010/9845>
- Rojas Andrade, M. L. (2018). *Material educativo de apoyo para el área de tecnología e informática, sobre ubicación espacial, en el grado preescolar* [Trabajo de grado, Universidad Pedagógica Nacional]. Universidad Pedagógica Nacional.
- Royal Botanic Gardens, Kew. (s. f.). *Astrocaryum standleyanum*. En *Plants of the World Online*. Recuperado el 28 de octubre de 2025, de <https://powo.science.kew.org/taxon/urn%3Aisid%3Aipni.org%3Anames%3A25887-2>.
- Rudolph, C. A., Quiroga, D. P., & Maturano, C. I. (2025). *Escritura de análisis de productos tecnológicos en el nivel secundario*. *Ciencia, Docencia y Tecnología*, 36(73), 1–21.
<https://doi.org/10.33255/3673/2016>
- Ruiz Hernández, S. (2017). *La investigación educativa en los institutos tecnológicos: una experiencia para elaborar un estado de conocimiento*. *Voces y Silencios: Revista Latinoamericana de Educación*, 8(1), 60–81. <https://doi.org/10.18175/VyS8.1.2017.05>
- Silva, J. A. & Bogotá, C. E. (2014). *Unidades didácticas para el desarrollo de los aspectos propuestos en el componente “tecnología y sociedad” : un estudio desde el enfoque CTS...}*. Recuperado de: <http://hdl.handle.net/20.500.12209/7699>
- Smith, R. & Minton, R. (2012). *Calculus*. New York, The McGraw-Hill Companies.
- Solbes, J. (2007). *El desinterés del alumnado hacia el aprendizaje de la ciencia*. *Didáctica de las Ciencias Experimentales y Sociales*, 21, 91–117.

- Spiegel, M. R., Lipschutz, S., Spellman, D. (2018). *Schaum's Outline – Mathematical Handbook of Formulas and Tables* (5th ed.). McGraw-Hill.
- Spinadel, V. W. de. (2003). *Geometría fractal y geometría euclidiana*. Revista Educación y Pedagogía, 15(35), 85–91.
- Stewart, J. (2018). *Cálculo: Trascendentes tempranas (8ª ed.)*. Cengage Learning.
- Téllez Hernández, M. A. (2017). *Secuencia didáctica para el aprendizaje de la ecuación ordinaria que representa una línea recta (Tesis de maestría)*. Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Estudios Superiores Acatlán.
- Thomas, G. (2010). *Cálculo una variable*. México, D.R: Pearson Education-Addison-Wesley.
- Unidad para las víctimas. (2024, Octubre 22). Revisado el Noviembre 26, 2025, de <https://www.unidadvictimas.gov.co/caracterizacion-388-personas-comunidad-indigena-wounaan-baud-mos-asentados-de-bogota/>
- Uribe-Pérez, M. . (2019). *Saberes ancestrales y tradicionales vinculados a la práctica pedagógica desde un enfoque intercultural: un estudio realizado con profesores de ciencias en formación inicial*. Educación y Ciudad, (37), 57–71. <https://doi.org/10.36737/01230425.v2.n37.2019.2148>
- Valencia, I. E. G. C., La Tascona, I. E., Melba, C. E. O., & La Unión, C. E. (2017). *Los waspien, espíritus de la selva*.
- Vargas Alzate, Y. F. (2013). *Análisis estructural estático y dinámico probabilista de edificios de hormigón armado. Aspectos metodológicos y aplicaciones a la evaluación del daño*. Universitat Politècnica de Catalunya. <https://doi.org/https://dx.doi.org/10.5821/dissertation-2117-94966>

- Vergara Ibarra, José Luis. (2022). *Sólidos de Revolución y suma de Riemann en GeoGebra: Revolution solids and Riemann sum in GeoGebra*. Revista Digital: Matemática, Educación e Internet. 22. 10.18845/rdmei.v22i2.6134.
- Villota Enríquez, J. A., & Villota Enríquez, M. D. (2022). *Aprendiendo la física por medio de experimentos: un acercamiento a la física en el Resguardo Indígena Misak*. *Olhar de Professor*, 25, 1-22. <https://doi.org/10.5212/olharprofr.v.25.17073.016>
- Wainmaier, C., & Fleisner, A. (2015). *Interpretación del lenguaje simbólico de la física: las “lecturas” de los estudiantes*. Latin-American Journal of Physics Education, 9(2), Article 2501.
- White, F. M. (2011). *Fluid Mechanics (7th ed.)*. McGraw-Hill.
- World Flora Online. (s. f.). *Astrocaryum standleyanum L.H.Bailey*. Recuperado el 28 de octubre de 2025, de <https://www.worldfloraonline.org/taxon/wfo-0000293953>.
- WOUNDEKO. (2017). *Dap Khud Jua Āb: Duidag Jua Āb Awia Numi [Eje temático Thait Khier]* (A. M. Pinilla Bahamón & J. A. Vargas Galeano, Eds.). WOUNDEKO; *Caleidoscopio – Observatorio Social y Cultural*.
- Zamora Guzmán, L. F. (2010, julio). *¿Qué es lo rural de la educación rural El sentido y alcances de la categoría educación rural [Ponencia presentada en el Tercer Congreso Nacional de Educación Rural]?* Medellín, Colombia.
- Zapata Jiménez, M. A. (2018). *Prácticas, saberes y mediaciones de la educación rural en Colombia*. Universidad de La Salle. <https://ciencia.lasalle.edu.co/items/0b19701d-c473-4d55-8835-0e5ec9123836>

Zhukov, A. D., Bobrova, E. Y., Popov, I. I., & Arega, D. B. (2021). *System analysis of technological processes*. International Journal for Computational Civil and Structural Engineering, 17(4), 73–82. <https://doi.org/10.22337/2587-9618-2021-17-4-73-82>

Zuluaga-Castaño, J. E. (2019). *Incorporación de herramientas G-Suite en la enseñanza de física como apoyo al proceso de aprendizaje de los estudiantes de la Institución Educativa Gimnasio Inglés*.

Recuperado de: <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/77493>