

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

Facultad de Ciencia y Tecnología

Licenciatura en Matemáticas



La clase de Matemáticas como escenario para formar sujetos políticos

Trabajo de grado de pregrado de

Laura Valentina Morales Rocha

Prof. Natalia Morales Rozo

Asesora

Bogotá, D.C.

2024

Dedico este trabajo a mi mamá Gloria, por darme el don de la vida y enseñarme el valor del esfuerzo y la disciplina, a mi papá César, porque gracias a él aprendí que nunca es tarde para cumplir nuestros sueños. Gracias por su infinito apoyo, entrega, sacrificios y amor incondicional, sin ellos nada de esto hubiera sido posible. A mi hermana Maw, por guiarme en cada momento y por sus palabras de aliento siempre oportunas, a mi hermana Paula por demostrarme el poder de la tenacidad y la perseverancia, a mi hermano Santiago, por estar presente en mi vida. A Emily, por ser el rayo de esperanza y alegría que ilumina nuestras vidas día a día desde su llegada. A Nicolás, quien desde el primer momento confió en mí y estuvo presente en cada paso personal y académico, gracias por enseñarme que con amor y valentía todo es posible.

Por último, pero no menos importante, dedico este trabajo a todos los profesores de matemáticas en formación y ejercicio que le apuestan a un mejor país a pesar de las adversidades que estemos enfrentando.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco principalmente a la vida por permitirme llegar hasta este momento, y culminar esta etapa de manera efectiva. A mi familia, mi novio y mis amigas por su apoyo incondicional y su infinito amor. Agradezco a la Universidad Pedagógica Nacional y en general a la educación pública por brindarme una formación digna y de calidad.

Doy gracias a todos mis profesores quien contribuyeron en mi formación tanto académica como personal, en especial a la profesora Natalia Morales por depositar su confianza en mí, por todas sus enseñanzas y por acompañarme desde el inicio en mi etapa universitaria.

CONTENIDO

Capítulo 1. INTRODUCCIÓN.....	1
Objetivos.....	5
Objetivo general.....	5
Objetivos específicos	5
Aspectos metodológicos	7
Organización del documento	13
Capítulo 2. Formación política.....	15
Vestigios de la formación política.....	15
Formación y política: algunas miradas	15
Relaciones entre política y pedagogía.....	18
Posturas sobre la Formación política.....	20
Formación de sujetos políticos en la escuela.....	26
Requisitos para la formación política	27
Implicaciones de la formación política	32
Estrategias de enseñanza-aprendizaje	34
Capítulo 3. Educación Matemática Crítica	43

Vestigios de la Educación Matemática Crítica.....	43
Corrientes teóricas que influenciaron la Educación Matemática Crítica.....	43
Educación Matemática, Matemáticas, poder y democracia.....	48
Posturas sobre la Educación Matemática Crítica	53
Requisitos para la Educación Matemática Crítica	56
Implicaciones de la Educación Matemática Crítica.....	60
Estrategias de enseñanza-aprendizaje	63
Capítulo 4. Puntos de encuentro entre educación matemática crítica y formación política.....	72
Propuesta 1: telefonía móvil	80
Propuesta 2: salarios y calidad de vida	88
Propuesta 3: alimentación saludable	95
Propuesta 4: actividades interdisciplinarias	102
Propuesta 5: comercialización de café	110
Capítulo 5. A manera de cierre y apertura	117
Vinculación de las competencias democráticas y procesos generales	122
Estrategias para formar sujetos políticos en la clase de matemáticas.....	128
Algunos ejemplos de propuestas	131

Resultados.....	133
Apertura.....	136
Bibliografía.....	137

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN

Esta investigación se justifica por medio de tres pilares fundamentales: (i) el ámbito personal (apoyado en algunos autores), (ii) referentes académicos para respaldar el aspecto anterior y (iii) la intención de darle continuidad a algunos trabajos con la presente investigación. En primer lugar, se tiene la perspectiva sobre el compromiso que se debe tener con la formación de niños, adolescentes y jóvenes dentro de un contexto complejo como el colombiano, el cual ha sido atravesado por la violencia, inequidad e injusticia social; generando así problemáticas económicas, sociales, políticas, culturales y ambientales. Por tanto, se requiere pensar en la idea de democracia y en el estudio profundo de tales problemáticas desde la escuela.

No obstante, estos asuntos se tienden a trivializar, razón por la cual no adquieren un papel preponderante, por ello autores como González y Santiesteban (2016) plantean que es necesario repensar la educación desde una perspectiva crítica ya que esta apuesta por una formación que no se limita únicamente a la dimensión cognitiva del sujeto, sino que pretende formar para analizar, criticar y cuestionar el contexto en el que viven y así mismo contribuir a la transformación de la sociedad. A propósito de estos fines, Martínez (2006) señala un obstáculo en términos de que la educación en Colombia si bien apunta a una formación por competencias, no enfatiza en la dimensión social ni política del sujeto y tampoco considera el contexto propio de los educandos, lo cual desencadena en que el sujeto conciba que los aprendizajes que se adquieren en la escuela son útiles únicamente dentro de ámbitos escolares, más no en la realidad o cotidianidad.

Por tales motivos, y al considerar la escuela como un ambiente que no es neutral ni parcial ante las problemáticas que se presentan en la sociedad, Skovsmose (2022) sustenta que la escuela debe reconocer la obligación política que tiene al evitar réplicas de prácticas y discursos

que favorezcan cualquier tipo de injusticia social, esto implica que los estudiantes sean percibidos como potenciales actores sociopolíticos, lo cual admite necesariamente trazar nuevos objetivos en la educación. Gracias a esto, surge la idea del profesor de matemáticas como formador de sujetos con herramientas y competencias necesarias para tomar conciencia de la realidad a través de una mirada crítica con el fin de llevar a cabo acciones que contribuyan a transformar la comunidad a la que pertenecen.

En este orden de ideas, se supone que una de las vías para tratar de solventar dichas problemáticas es apuntar a una propuesta de formación integral que desarrolle habilidades, conocimientos y valores para que los estudiantes puedan desenvolverse en una sociedad democrática. Lo anterior se sustenta en la Educación Matemática Crítica y la incorporación de la formación de sujetos políticos. Vale la pena mencionar que, aparte de la perspectiva sobre el compromiso y los propósitos que debería tener la educación matemática, en diferentes escenarios de discusión, se han identificado algunos imaginarios en los futuros profesores de matemáticas sobre la “imposibilidad” de formar sujetos políticos en la clase de matemáticas y, además, se cuestionan sobre cuáles y cómo son esas vías para alcanzar dicho objetivo. En consecuencia, el desarrollo de este trabajo podría vislumbrar las razones y la ruta de trabajo que profesores de matemáticas en formación o en ejercicio pueden adoptar para que, por medio de las matemáticas puedan formar sujetos políticos. En otras palabras, se espera discutir en torno a la siguiente hipótesis: la Educación Matemática Crítica posibilita el generar en la clase de matemáticas ambientes de aprendizaje en donde se puedan formar políticamente a los estudiantes.

En segundo lugar, la presente investigación pretende que, desde la actividad que se fomenta en la clase de matemáticas, incorporando los principios de la Educación Matemática Crítica sea posible la formación de sujetos políticos. Se considera pertinente abordar este asunto

como objeto de investigación por cuanto incide directamente en el ser, hacer y saber del profesor de matemáticas ya que en esta tripla se configuran cambios sustanciales que permiten reconocer la incidencia que tienen las competencias matemáticas en la participación y formación de los estudiantes como sujetos políticos. Sobre esto último, Sánchez y Torres (2017) sustentan que el profesor de matemáticas está llamado a “usar la praxis educativa como proceso de construcción de significado social, a romper la distribución de poder y las clases sociales y a la integración entre la diversidad sociocultural” (p. 306).

Ahora bien, para respaldar el asunto principal que se pretenden desarrollar en esta investigación, por un lado, autores como Avellaneda (2013) y Monsalve (2016) afirman que a partir de la Formación Política es posible construir ciudadanía más crítica, analítica y reflexiva pues se pretende que los individuos asuman un papel de empoderamiento y dejen de auto percibirse como entes pasivos y estáticos que no juegan un rol relevante dentro de la comunidad a la que pertenecen.

Por otro lado, la Educación Matemática Crítica, surge como un movimiento para repensar la educación en matemática y su relación con la sociedad, la democracia y la justicia social. Según Skovsmose y Valero (2012) “el aspecto crítico lleva a entender cómo el conocimiento matemático se superpone en y con la sociedad y sus procesos políticos, históricos, económicos y sociales” (p. 9). En otras palabras, la Educación Matemática Crítica se preocupa por cuestiones que atañen a la justicia social y la equidad, y se opone a la exclusión e injusticia social; y propone la necesidad de abrir nuevas posibilidades para los estudiantes desde la formación en matemáticas, pues éstas conforman estructuras de poder que intervienen en la toma de decisiones políticas y en la vida de las personas (Christensen, et al; 2008).

Generalmente, salvo unas excepciones (Valero, 2002; Sánchez y Torres, 2017; Fresneda y Sánchez, 2023), hay un discurso asociado a los fines de la Educación Matemática Crítica, en términos de la formación ciudadana. Sin embargo, de acuerdo con planteamientos de autores como Cortina (1995) y Martínez (2006) se puede inferir que la formación ciudadana no es suficiente para hacer frente a las problemáticas referidas en el primer párrafo, ya que los ciudadanos a pesar de que reconocen su posición como sujetos que pertenecen a una sociedad y que deben cumplir con ciertos derechos y deberes, no ahondan en la capacidad para asumir una mirada crítica frente a la realidad y la formulación de posibles alternativas de transformación, en estas funciones recae principalmente la característica del sujeto político.

Tercero y último, de acuerdo con lo anterior, al hacer un rastreo en la literatura sobre la Educación Matemática Crítica, se identificaron las investigaciones realizadas por Sánchez y Torres (2017), Fresneda y Sánchez (2023), y Valero (2002) quienes explicitan que una de las misiones de la Educación Matemática Crítica es la formación de sujetos políticos y que los profesores de matemáticas deben concebirse como tal. Adicionalmente, el primer referente articula la educación en matemáticas con la Formación Política, pues esta relación puede ser una ventana al acceso para entender cómo se entrelazan las competencias matemáticas y las competencias y valores democráticos, y cómo las primeras pueden ser generadoras de las segundas. En este orden de ideas, este trabajo pretende ser una continuidad de dichas investigaciones y que, con sus resultados de este trabajo se espera “abrir las posibilidades de nuevas imaginaciones educativas” (Valero, 2021, p. 59).

Ahora bien, en lo que sigue, se presenta el objetivo general, los objetivos específicos y las metas planteadas que procura cumplir la investigación. Luego, los aspectos metodológicos considerados, que versan sobre la perspectiva investigativa enfocada en la estrategia

metodológica de análisis documental, y que proporcionaron una estructura para guiar la recolección, análisis e interpretación de los datos de manera sistemática y objetiva; y finaliza con una visión panorámica del documento, con la intención de orientar al lector sobre lo que se va a desarrollar a lo largo del mismo, a partir de un breve resumen de cada capítulo.

Objetivos

En este apartado, por un lado, se presentan los objetivos que permiten orientar el presente trabajo; y por el otro, se detallan los objetivos específicos en correspondencia con las metas a cumplir, esto se consolida en la tabla 1.

Objetivo general

Establecer posibles estrategias a implementar en la clase de matemáticas desde un enfoque de Educación Matemática Crítica con el fin de contribuir a la formación de sujetos políticos.

Objetivos específicos

1. Determinar la perspectiva social y humanística sobre la Formación Política a partir de la estrategia del análisis documental.
2. Determinar los aspectos fundamentales de la Educación Matemática Crítica a partir de un análisis documental de dicho campo.
3. Describir las posibles relaciones que hay entre la Formación Política y la Educación Matemática Crítica, en torno a la clase de matemáticas.
4. Determinar si en algunas propuestas de clase que incorporan el enfoque de la Educación Matemática Crítica hay una relación o no con la Formación Política.

Objetivo	Metas
<p>Determinar la perspectiva social y humanística sobre la Formación Política a partir de la estrategia del análisis documental.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Identificar los aspectos fundamentales que permiten fundamentar esta investigación. • Determinar los aspectos fundamentales que deben ser considerados a la hora de formar sujetos políticos.
<p>Determinar los aspectos fundamentales de la Educación Matemática Crítica a partir de un análisis documental de dicho campo.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Identificar los aspectos fundamentales que permiten fundamentar esta investigación. • Determinar los aspectos fundamentales que deben ser considerados a la hora de dar una clase desde el enfoque de Educación Matemática Crítica.
<p>Describir las posibles relaciones que hay entre la Formación Política y la Educación Matemática Crítica, en torno a la clase de Matemáticas.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Triangular la información recopilada en la revisión documental tanto de Formación Política y Educación Matemática Crítica. • Identificar y determinar qué aspectos tienen en común cada uno de estos campos.

<p>Determinar si en algunas propuestas de clase que incorporan el enfoque de la Educación Matemática Crítica hay una relación o no con la Formación Política</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Realizar un estudio de propuestas de clases de matemáticas con el enfoque de Educación Matemática Crítica. • Analizar, a partir de la revisión documental del campo de la Formación Política, si en efecto en esas clases de matemáticas se forman sujetos políticos.
--	--

Fuente: elaboración propia.

Aspectos metodológicos

En primer lugar, en este apartado, se hace alusión al enfoque, aproximación y estrategia metodológica en la cual se enmarca esta investigación; y se explican cada una de las fases que se tomaron en cuenta para la construcción de la revisión y el análisis documental sobre la Formación Política y la Educación Matemática Crítica. Y, en segundo lugar, se dan a conocer los aspectos considerados para la selección y el análisis de algunas propuestas de clases de matemáticas desde un enfoque de la Educación Matemática Crítica. El desarrollo de este trabajo de investigación se enmarca en el *enfoque sociocrítico* de la Educación Matemática ya que intervienen visiones, juicios, valores e intereses cuyo compromiso es la transformación social y la emancipación del ser humano. Asimismo, este enfoque predomina en la investigación sobre Educación Matemática Crítica, pues se pretende una conceptualización con respecto a los procesos de enseñanza y aprendizaje, entendiendo estos como prácticas sociopolíticas.

(Camargo, 2021, p.17)

Teniendo claridad sobre cuál es el enfoque investigativo, esta investigación se sitúa desde una *aproximación interpretativa* ya que se pretende “rastrear las diversas “capas” de significado que subyacen a las acciones, las interacciones y los discursos, vistos como conjuntos de signos” (Camargo, 2021, p. 18). El mecanismo para esta interpretación es la *aproximación interpretativa interaccionista* dado que existe una interacción entre el investigador y el material bibliográfico seleccionado para la realización del análisis documental.

En este orden de ideas, se opta por la *estrategia investigativa de revisión documental* la cual es de corte cualitativo. Esta consiste en la “indagación sistemática de material escrito cuyo objetivo es describir e interpretar, a partir de ciertas consideraciones conceptuales específicas, el contenido y la voz de quienes lo elaboraron” (Camargo, 2021). La revisión documental se caracteriza por ser dinámica ya que permite representar el contenido de los documentos diferente a la original para así generar un nuevo documento, este estudio analítico se enfoca en recuperar para describir, comprender el objeto de estudio y recuperar para trascender reflexivamente (Gómez et al., 2015, p. 429).

Ahora, para el presente documento se ha trazado la siguiente ruta de trabajo¹, lo cual se condice con lo propuesto en Camargo (2021, p. 70):

1. **Definición de criterios para la selección documental.** En esta fase se rastrea e inventaría documentos existentes ya disponibles y se clasifican según los objetivos o necesidades (Quintana, 2006). Para ello, se tuvieron en cuenta los siguientes criterios:

¹ Cabe aclarar que, esta estrategia investigativa se aplica para el estudio de la bibliografía que corresponde con los objetivos específicos 1 y 2. De este mismo modo, para el análisis de las propuestas de clase reportadas en el objetivo específico 4

a. **Palabras clave.** Se seleccionan documentos con las siguientes palabras clave: *educación política, Formación Política, política, Educación Matemática Crítica, sujeto político, cultura escolar, ciudadanía, cultura política, competencias matemáticas, subjetividad, política cultural de la educación matemática, competencia ciudadana, participación ciudadana y política, democracia, pedagogía crítica, enseñanza de las matemáticas, enseñanza/educación media, ambientes de aprendizaje.*

b. **Temporalidad y localización.** Se consideran los documentos cuya fecha de publicación sea a partir de la segunda mitad del siglo XX, ya que en 1968 se encuentra la primera publicación donde se contempla la corriente pedagógica propuesta por Paulo Freire, la cual se caracteriza por comprender la educación como un proceso emancipador que busca lograr un mundo más justo y humano; y porque las primeras publicaciones sobre la Educación Matemática Crítica, al ser un campo relativamente nuevo, se ubican a finales de los años 80 y principios de los 90.

En cuanto al ámbito geográfico, se presta mayor atención en las producciones latinoamericanas ya que tienen en cuenta las dinámicas sociales, educativas, culturales y políticas propias de estos países; y esto, tiene sentido para esta investigación por cuanto nos interesa el contexto colombiano, particularmente. No obstante, también se consideran algunos trabajos elaborados en Europa, específicamente los formulados en Alemania, que permiten vislumbrar el origen de la Formación Política y las corrientes que permiten dar lugar a la Educación Matemática Crítica; y los trabajos de Dinamarca pues es en donde se empieza a originar la producción sobre conocimiento alrededor de la Educación Matemática Crítica.

Para el caso de las propuestas de clase, se centra en una temporalidad de los últimos quince años ya que es una línea relativamente reciente. Se consideran aquellas clases implementadas en instituciones educativas de carácter público como privado ubicados en Colombia, ya que este contexto es el foco central en el cual se ubica esta investigación, mediante estas propuestas se

- c. **Tipo de fuente.** Para los intereses de la presente investigación se estudiaron y consideraron las fuentes de tipo primario, libros y artículos de revistas indexadas, pues estas se caracterizan fundamentalmente por su calidad científica y documental.

No obstante, es de mencionar que la bibliografía de algunas fuentes de tipo secundario como memorias de eventos académicos, traducciones de documentos, y tesis de pregrado y posgrado permitieron rastrear algunas de las fuentes primarias que se emplean en esta investigación.

2. **Revisión de documentos.** En la segunda acción se seleccionan los documentos más adecuados para los objetivos de la investigación. Con el fin de identificar las ideas centrales de los documentos, se leen en extenso los seleccionados y se extraen aquellos apartados y asuntos que se consideren más relevantes.
3. **Construcción de categorías.** Para esta fase es necesario leer en profundidad el contenido de los documentos seleccionados, extrayendo elementos para el análisis (Quintana, 2006); Por un lado, se alude a la sistematización de la bibliografía respectiva sobre Formación Política y Educación Matemática Crítica, allí se considera lo siguiente:

- a. Los elementos que permiten un primer acercamiento a dichos campos, tales como: influencias teóricas e históricas, posturas o conceptualizaciones, requisitos e implicaciones de estos en la escuela.
- b. Los aspectos de enseñanza y aprendizaje que caracterizan al campo de la Formación Política y la Educación Matemática Crítica, y adicional a ello se explicitan los posibles obstáculos o retos que de allí puedan emerger.

Por otra parte, para las propuestas de clase de matemáticas desde un enfoque de la Educación Matemática Crítica, se consideran:

- c. Los preliminares de la propuesta, la descripción de las acciones principales que constituyen la propuesta de clase como tal y algunas consideraciones y análisis en torno a estas. La descripción de la conformación de cada uno de estos asuntos se amplía en el capítulo 4. A través de estas categorías, se espera realizar una evaluación a la luz de lo expuesto en el *ítem a* y que pueda determinar si hubo una formación o no de sujetos políticos en dichas clases de matemáticas.
4. **Análisis de datos.** Luego de estudiar cada uno de los documentos seleccionados, se leen en forma cruzada y comparativa (“triangulaciones” conceptuales) con el ánimo de construir una síntesis comprensiva total analizando las relaciones entre los campos de la Formación Política y la Educación Matemática Crítica para cada una de las categorías planteadas. Así, para la presentación del campo de la Formación Política se tienen en cuenta los vestigios de este que presentan diferentes miradas sobre los términos de formación y política de manera indistinta, describiendo algunas posturas que se soportan en los objetivos de esta investigación; y las relaciones que surgen entre la política y la

pedagogía, esto con el fin de comprender cuáles son los aspectos en común entre estos dos asuntos.

Posteriormente, se da lugar al estudio de diferentes posturas teóricas en torno a la Formación Política, a partir de ello surge la siguiente categoría en la que se pretende abordar la Formación Política en la escuela y de allí, emergen otros asuntos como los requisitos, las implicaciones, los aspectos de enseñanza y aprendizaje y los posibles retos que pueden surgir dentro de este proceso. Adicionalmente, se realiza una caracterización sobre aquellos asuntos que se consideran como imprescindibles al momento de realizar una clase que pretenda formar sujetos políticos.

Para el caso de la Educación Matemática Crítica, dentro de los aspectos a considerar se tienen los vestigios del campo en términos de las corrientes teóricas que influenciaron su consolidación como una línea de investigación de la Educación Matemática; y las relaciones entre matemáticas, poder y democracia.

Posteriormente, se estudian las diferentes posturas teóricas que autores han adoptado para definir dicha corriente. Teniendo en cuenta que la Educación Matemática Crítica se manifiesta en las dinámicas que se dan en la clase de matemáticas, se da lugar inmediatamente a los requisitos, las implicaciones, los aspectos de enseñanza y aprendizaje y los posibles retos que pueden surgir dentro de este proceso.

5. **Triangulación.** Lectura de forma cruzada entre los contrastes y similitudes halladas en el estudio de la bibliografía en torno a la Educación Matemática Crítica y la Formación Política. A la luz de esta lectura se formula la siguiente pregunta: ¿toda clase de matemáticas desde un enfoque de la Educación Matemática Crítica forma sujetos

políticos? Para responderla, se recurre a los aspectos imprescindibles para la formación de sujetos políticos y se evalúan cada una de las propuestas de clase de matemáticas con dicho enfoque reportadas en la literatura especializada

6. **Producción de resultados.** A partir de la triangulación se establecen las diferentes posturas que esta investigación adopta para que, de esta manera sea posible formular y establecer estrategias a implementar en la clase de matemáticas de tal modo que se garantice la formación de sujetos políticos.

Organización del documento

La organización de este trabajo se compone de cinco capítulos. En el primer capítulo, en principio, se presenta como introducción el contexto y la motivación que promueven la realización de esta investigación, y los referentes teóricos que respaldan lo que se pretende alcanzar con la misma. Luego, se plantean los objetivos y los aspectos metodológicos a considerar, para llevarlos a cabo.

En el segundo y tercer capítulo, se encuentra la revisión documental realizada sobre la Formación Política y la Educación Matemática Crítica, respectivamente; para su elaboración se consideró un conjunto de documentos que fue depurado teniendo en cuenta los criterios de metodológicos presentados en lo previo. Particularmente, en el final del capítulo dos se encuentran aquellos asuntos considerados como imprescindibles a la hora de formar sujetos políticos en la escuela.

En el cuarto capítulo, en principio, se realiza la triangulación de la información contenida en los dos capítulos previos con el fin de determinar asuntos que coinciden entre ambos campos a la luz de categorías como: las influencias teóricas o históricas que dieron origen a estas

corrientes, las posturas teóricas, los requisitos e implicaciones en la escuela y, por último, las estrategias de enseñanza-aprendizaje junto con los retos que allí se pueden presentar. Luego, se cuestiona si toda clase de matemáticas con el enfoque de la Educación Matemática Crítica forma sujetos políticos al identificar que hay más de una coincidencia en cada categoría, para esto, se consideran y analizan cinco propuestas de clase de matemáticas a la luz de los elementos identificados en el final del capítulo dos.

Finalmente, en el quinto y último capítulo se exponen los hallazgos y resultados que permiten consolidar aquellos aspectos imprescindibles o estrategias que se deben considerar para formar sujetos políticos en la clase de matemáticas. Además, se ponen de manifiesto el cumplimiento de los objetivos y metas declaradas para esta investigación y se proponen algunos asuntos que pueden ser objeto de investigación eventualmente.

CAPÍTULO 2. FORMACIÓN POLÍTICA

En este capítulo, se presentan las perspectivas social y humanística del campo de la Formación Política [de ahora en adelante, FP], por medio del análisis documental que se constituyó a partir de la literatura académica, lo cual se condice con el primer objetivo específico de esta investigación. Para esto, en primer lugar, se consideran los aspectos que permiten vislumbrar la consolidación del constructo FP; en segundo lugar, se exponen distintas posturas teóricas en torno a lo que se entiende por dicho término; posteriormente, se hace alusión a cómo formar sujetos políticos en la escuela, describiendo los requisitos, las implicaciones, las estrategias de enseñanza y aprendizaje que deben ser consideradas junto con posibles retos que allí se pueden presentar; y para finalizar, se encuentra la conceptualización realizada y adoptada sobre FP y se caracterizan aquellos aspectos imprescindibles que se deben tomar en cuenta para la formación de sujetos políticos en la escuela.

Vestigios de la Formación Política

En este apartado se identifican y describen los cimientos teóricos a lo largo de la Historia que dieron lugar a la consolidación de la FP. Para esto, los antecedentes expuestos se establecen a partir de los siguientes aspectos: algunas miradas sobre lo que se entiende por “formación” y por “política” y algunas relaciones existentes entre política y pedagogía.

Formación y política: algunas miradas

Tanto la formación como la política son asuntos que han estado presentes en la Historia de la humanidad, por tanto, se hace necesario entender qué significado adquieren desde la mirada de algunas posturas sin la necesidad de realizar un análisis riguroso de cada una de ellas. Primero, se muestran autores que se han encargado de estudiar el origen de la formación

(Lobatón, 2016) y luego, cómo se comprende en el acto educativo (Orellana y Muñoz, 2019). En segundo lugar, se realiza un recorrido en donde se evidencian diferentes ópticas en torno a la política y que son útiles en el marco de esta investigación (Arias y Villota, 2007; Rojas y Portillo, 2004; Atehortúa, 2007; Avellaneda, 2013; Mesa, 2008; Giraldo, 2021; Lobatón, 2016 y 2020, Castillo y Sánchez, 2003).

Autores como Lobatón (2016) se han encargado de estudiar de dónde proviene la génesis de lo que se entiende por “formación”, traducida al alemán como *Bildung*, ya que en la escuela alemana surge por primera vez este término. Dicha búsqueda condujo a la corriente filosófica propuesta por Kant, la cual propone una filosofía que busca superar la dependencia para ingresar a un estado de madurez, es decir, los individuos deben llegar a tener la capacidad de tomar decisiones racionalmente. Este precedente, sienta las bases de lo que significa “formación” como proceso cuyo fin último aboga por un individuo que es responsable de sus acciones.

Es claro que, a través de los años, gracias a las modificaciones en dinámicas sociales, culturales y políticas, los contextos sufren cambios y ello, influye directamente en la construcción de definición de “formación”. Así, al tener en cuenta a la formación como una parte fundamental del acto educativo, esta se interpreta como el medio por el cual se obtiene conocimiento; se adquieren habilidades y valores que facilitan el desarrollo personal; y se potencia al individuo como un ser inteligente, autónomo y solidario (Orellana y Muñoz, 2019).

Ahora, la política y específicamente la dimensión política del individuo tiene lugar en la Filosofía, la cual se remonta a la antigua Grecia, siendo Aristóteles su máximo exponente. La cultura griega comprende la naturaleza del hombre como el ser político a partir de la vida en sociedad caracterizada por un lenguaje y tradiciones comunes, que comprende la racionalidad del

individuo desde su realidad; contemplando la organización e interacción entre Ciudad y Estado (Botero, 2012). En consecuencia, se proponen las consignas de justicia, libertad y respeto a los derechos, entendiendo la política como aquella actividad que busca promover la participación activa dentro de la sociedad.

Desde la corriente de la educación emancipadora, Freire concibe que la política no se puede restringir a ciertos actores (v.g. senadores, congresistas, presidentes) por lo tanto, esta se define como una capacidad del ser humano en la que este se asume como ser social e histórico. Lo político para Freire “implica asumir posturas frente a la realidad, tomar decisiones, hacer rupturas y asumir riesgos, en el sentido de vivir la historia como posibilidad y no como determinación, asumiendo la respectiva libertad que ello implica y exige”. (Avellaneda, 2013, p. 218)

Por su lado, el filósofo y sociólogo alemán Jürgen Habermas (1999, como se citó en Echavarría, 2009), se centra en que el elemento fundamental de la política se encuentra en aquellos discursos donde los sujetos se determinan a sí mismos como miembros de una comunidad, y “se cuestionan sobre qué tradiciones continuar, cómo tratar a los demás y de forma general preguntarse sobre la clase de sociedad “ideal” en la que se desea vivir” (p. 218).

Por otra parte, la propuesta de Atehortúa (2007) alude a que la política se basa en relaciones de poder. También, como una actividad en donde los individuos por medio de sus discursos y acciones tienen la oportunidad de dar cuenta de su identidad, la cual proporciona el derecho al sujeto de sentirse parte de una comunidad; esta última, “se entiende como un escenario de intercambio y encuentro de ideas, pensamientos y sentires que tiene como fin

socializar y discutir para llegar a acuerdos en torno a los intereses comunes existentes” (pp. 56-57).

Relaciones entre política y pedagogía

Ahora bien, teniendo claridad de lo que concibe e implica la política, es pertinente establecer la relación entre política y pedagogía. Para esto, Kriger (2010, p. 48) menciona algunos hitos históricos que se abordan en cuatro etapas, las cuales dan cuenta de una evolución de dicha relación.

En la primera etapa (siglos XVII-XVIII) se sitúan la pedagogía y la política enmarcadas en la modernidad ilustrada en donde el principal objetivo de la educación es formar a “hombres y ciudadanos”. En la segunda etapa (siglos XIX – primera mitad del XX), la educación se encuentra bajo la subordinación del poder político del estado, configurando así la escuela como una herramienta cultural para formar “ciudadanos-nacionales”. La tercera etapa (segunda mitad del siglo XX) se origina a partir del cuestionamiento ante la relación de la educación y sus vínculos con el poder estatal, pues esto convierte a la escuela en un escenario que reproduce poder; a partir de ese momento, el pensamiento crítico se encarga de recuperar y destacar la dimensión política de la educación. Finalmente, en la cuarta etapa (a partir del nuevo milenio), resurge el estado y el nacionalismo histórico, de esta forma la demanda de la educación es la formación de “ciudadanos re-nacionales del mundo global”.

Cabe aclarar que, en la cuarta etapa, cuando se hace alusión a la expresión “nacionalismo histórico” se hace referencia al movimiento en el que los ciudadanos dejan de estar bajo el yugo de un órgano superior como el rey o emperador y comienzan a ser individuos libres y capaces de conformar naciones; y que el término “ciudadanos re-nacionales” refiere al nacionalismo *per se*,

una doctrina y movimiento político que reivindica el derecho de una nacionalidad para la reafirmación de su propia personalidad mediante la autodeterminación política.

A su vez, en la tercera y cuarta etapa se pueden entrever los planteamientos propuestos por Freire, ya que se advierte que “la educación es tan política que su implementación puede, en una perspectiva bancaria, reproducir las relaciones de desigualdad y las formas ideológicas del sometimiento; y en una perspectiva liberadora, puede llevar a procesos de concienciación y a prácticas de libertad” (Freire, 1968, como se citó en Giraldo, 2021, p. 20)

Ahora bien, Monsalve (2017) expone distintos referentes teóricos en donde se habla sobre la relación de pedagogía y política empleando el término *educación política* para resaltar su importancia dentro de la escuela. Por un lado, se propone que la escuela tiene como objetivo la formación de sujetos en valores civiles y democráticos; y por otro lado, se resalta la importancia de la escuela como un escenario donde se enseña a participar con el propósito de que “los individuos estén en la capacidad de formular juicios políticos, tener una consciencia social y adquirir comportamientos y habilidades que le permitan adoptar un papel preponderante ante injusticias y tomar acciones que aporten a su entorno”. (Monsalve, 2017, p. 80)

Los planteamientos previamente referidos en donde se describe la relación que guarda la política y la pedagogía, hacen parte de la teoría crítica. Así, autores como Gallo (2008) y Comenio (1982) referidos por Pinto (2021) la definen como aquel proceso de formación en donde el profesor se debe apropiarse del conocimiento y reconocer su sentido, con el fin de orientar al estudiante hacia un aprendizaje en el que se empodere de sí mismo y del conocimiento. De igual manera, “el profesor debe lograr fomentar principios de autonomía y voluntad que le permitan cuestionarse acerca de su realidad” (p. 185). Una de las principales

implicaciones de la teoría crítica es la constante reflexión a partir de experiencias reales que surgen como una *imitación* de los fenómenos sociales y que generan emociones como frustración, oposición y activismo.

Dada la relación política-pedagogía surge el término *didáctica política*, para Lobatón (2016) esta tiene una naturaleza compleja, debido a los diferentes elementos que se involucran en su estudio (ciencia política, sociología, filosofía, derecho, ciencia de la educación). Así, para Detjen (2007, como se citó en Lobatón, 2016) “la didáctica política es una ciencia que integra y coordina un conjunto de teorías objeto de tipo descriptivo empíricas y de tipo normativo dirigidas a la promoción del juicio y de la acción política. Por ello, la didáctica política es una ciencia normativa dirigida a la praxis” (p. 262). En otras palabras, el estudio de la didáctica política apunta a la reconfiguración de prácticas educativas que incluyan elementos tanto teóricos como prácticos; y se encarga de responder qué tipo de sujetos políticos se pretende formar, cómo se forman y cuál es la necesidad de dicho proceso.

A su vez, estas prácticas, que subyacen de las pedagogías críticas, están enmarcadas en la corriente del constructivismo ya que el estudiante logra un aprendizaje significativo y es el encargado de construir su propia realidad. La constante interacción entre el maestro y el estudiante debe estar permeada por la dialéctica que debe ser producto de los procesos de enseñanza y aprendizaje (Pinto, 2021)

Posturas sobre la Formación Política

La FP al igual que otros asuntos sociales, políticos o humanos, cuenta con diversos significados dependiendo del referente teórico que se considere, de igual forma cuenta con

diferentes implicaciones no sólo en la sociedad sino en la escuela, pues este último escenario es considerado como el lugar fundamental en donde se debe garantizar la FP de los ciudadanos.

Los primeros acercamientos que se pueden rastrear sobre la FP se encuentran en Freire (1984), con su propuesta de la *alfabetización política*, en esta acuña el término de “analfabeto” político para hacer referencia a aquella persona que “tiene una percepción ingenua de los seres humanos en sus relaciones con el mundo, una percepción ingenua de la realidad social que, para él o ella, es un hecho dado, algo que es y no que está siendo” (p. 3).

Para autores como Detjen (2007), Sander (2008), Weißeno et al. (2010) y Massing, (2011), referidos por Lobatón (2016), la FP es un *ámbito científico interdisciplinar* teórico-práctico cuyo objetivo es fomentar la competencia de la madurez política y por ende la capacidad de juicio político, el cual representa una de las condiciones que mantiene un sistema democrático. En este orden de ideas, Lobatón (2016) define la FP en los siguientes términos:

En el medio de la Formación Política están los ciudadanos, que a través del fomento de la interpretación y acción de la competencia política hacen posible un estilo de vida determinado en una sociedad compleja. La Formación Política requiere aprendices capaces, que conozcan, juzguen e influyan la realidad sociopolítica [...] y desarrolle los principios de la democracia, la tolerancia y la capacidad crítica. (p. 258)

Ahora bien, a partir de las ideas de Rojas y Portilla (2004) el primer paso de la FP del sujeto inicia cuando este se siente parte de una comunidad, al reconocer la realidad social y cultural de dicha comunidad. A partir de la construcción de esta identidad de pertenencia, los sujetos paulatinamente se ven en la necesidad de participar activamente como ciudadanos en pro de un bien colectivo. De acuerdo con lo anterior, la FP se entiende como “la construcción de una actitud cuyo fin está referido a asumir la ciudadanía de los sujetos en plenitud. Así mismo, se

puede definir en relación con un fin y este está referido a la democracia, participación y ciudadanía” (p. 119).

Estos mismos autores afirman que la FP está influenciada por la responsabilidad cultural, identitaria, institucional y moral, esta formación persigue la búsqueda de la realización personal en contextos colectivos, donde el sujeto adquiera una conciencia de deberes y derechos que deben ser garantizados y además de la responsabilidad de participación en acciones que encaminen a una transformación positiva de la comunidad donde se encuentren. (Rojas y Portillo, 2004, p.135)

En la misma dirección de los planteamientos referidos previamente, Quiroz y Echavarría (2012) afirman que un elemento central de la FP es “la fundamentación de la democracia en derechos y deberes, pues mediante estos es que los seres humanos empiezan a reconocerse como ciudadanos que reciben beneficios, que demandan beneficios y que provee beneficios a otros ciudadanos” (p. 179). Es decir que, la FP es el medio por el cual se adquiere concientización sobre un sistema político cuyo deber es proteger a los ciudadanos y, por lo tanto, ellos deben ser capaces de garantizar sus derechos, proponiendo alternativas de transformación bajo las banderas de la equidad y la justicia social. En esta misma línea argumentativa, Hellmuth y Kleep (2010, como se citó en Lobatón, 2016) plantean la FP como el medio para promover ciudadanos activos que participan en procesos de socialización conscientes y que por medio del juicio político y la capacidad crítica contribuyen al desarrollo de una sociedad democrática.

En concordancia con lo anterior, Avellaneda (2013) propone la definición de FP desde dos puntos de vista (que se complementan entre sí). El primero, concibe la FP como una alternativa a la escuela disciplinar: entendida esta última como aquella estructura jerárquica que actúa como

una “reproductora” de prácticas excluyentes, injustas e inequitativas; y la segunda, la entiende como un campo en el que se posibilita la potenciación y fomentación de “conocimientos, actitudes, valores, que permitan el desarrollo de los estudiantes como sujetos con posibilidades de pensar, actuar, e incidir en la transformación de su realidad cotidiana a través de la participación en sus contextos de actuación” (p. 216).

En este orden de ideas, gracias a los aportes de los autores previamente referidos, es posible caracterizar la intencionalidad de la FP, la cual es fomentar la “madurez política”; este término, según lo describe Lobatón (2016) es bastante complejo, se puede definir como “la capacidad de dirigir la vida de forma autónoma” y comprende la capacidad para la acción responsable, la emisión de juicios propios y la toma de decisiones. Por ello, cuando los estudiantes alcancen dicho estado estarán en la capacidad de usar su razón para resolver problemas en situaciones diferentes dentro de las sociedades democráticas” (p. 258).

Este mismo autor, en una investigación posterior trae a colación las ideas de Hellmuth y Klepp (como se citó en Lobatón, 2020), las cuales plantean que la FP tiene como objetivo “promover ciudadanos activos, que se introducen en procesos de socialización en verdad conscientes y que a través del juicio político y la capacidad crítica pueden contribuir al desarrollo posterior de una sociedad democrática” (p. 3).

Desde la perspectiva de Henao y Álvarez (2015) se infiere que la FP “es un proceso de apropiación y transformación cultural. Por lo tanto, es un proceso que implica relaciones intersubjetivas, donde entran a jugar un papel trascendental los sujetos que interactúan en la relación pedagógica.” (p. 155). Por ello, se considera que la FP no es un área con contenidos que

se trabajan en paralelo con otras áreas, sino que debe ser trabajada en cada paso de la vida escolar de forma transversal (Arias et al., 2019)

En el trabajo de Arias et al (2019) también se resalta una definición de FP desde otra perspectiva. En primer lugar, consideran lo planteado por Zemelman (2002, como se citó en Arias et al, 2019), quien refiere que la FP es el “desarrollo de la capacidad del sujeto de colocarse ante las circunstancias en su condición histórica, capaz de construir sentidos, de asomarse a lo desconocido, de explorar lo no dado y concebir la historia desde el papel como sujeto” (p. 26). Ahora, en el argumento central del trabajo de Arias et al (2019), allí se define la FP desde la escuela del Antropoceno² y se define como una “acción pedagógica que sensibiliza, informa y ofrece elementos conceptuales sobre el medio ambiente y genera compromisos individuales para consumos más responsables y manejos adecuados de residuos sólidos, que pretende establecer compromisos para cuidar la naturaleza, etc.” (p. 29).

Por otra parte, Lobatón (2016, p. 265) propone que la FP es una ciencia de la integración -o en palabras del autor, una *ciencia sinóptica*-, la cual está compuesta y se apoya de muchas disciplinas científicas que pretenden responder diferentes cuestionamientos, estos aspectos caracterizan su identidad como ciencia, lo que permite un robustecimiento en su metodología y el esfuerzo por innovar constantemente.

Al igual que las otras disciplinas científicas los estudios deben girar en torno a cuestionamientos y preguntas que guían las investigaciones. Concretamente, para el caso de la FP, estos son algunos de los interrogantes que apunta a responder: ¿cómo podemos formar y

² Corresponde a la doctrina filosófica que considera al ser humano como el centro del universo y defiende que los intereses de los seres humanos tienen un privilegio moral por encima de cualquier otra cosa.

regular nuestra convivencia en las sociedades y cómo esto puede hacer que la libertad sea posible para todos? (Sander, 2008, p. 9 como se citó en Lobatón, 2016, p. 12), ¿cómo promover la madurez política en el sistema escolar y fuera de él?, ¿cómo se tiene que conceptualizar en la comunidad democrática el adecuado rol del ciudadano?, ¿qué conocimientos y capacidades se deben mostrar al final del proceso educativo? (Weißeno et al., 2010 como se refiere en Lobatón, 2016, p.13).

Luego de revisar, estudiar y considerar los diferentes puntos de vista teóricos en torno a la FP, es imprescindible explicitar cuál es la postura que se va a adoptar para esta investigación con respecto a la FP. Luego, se dice que es un proceso de concientización sobre la realidad social, política y cultural que permite la construcción y deconstrucción de discursos y prácticas; a raíz de ello se pretende la posibilidad de proponer y ejecutar alternativas para transformaciones en pro de una comunidad. A su vez, la FP posibilita el fomento de capacidades como participar, cuestionar y resolver problemas enmarcadas en una sociedad democrática; y potencia cualidades como la escucha, la comprensión y la toma de decisiones que favorezcan los intereses colectivos.

Ahora que se ha conceptualizado la FP, es pertinente aclarar un asunto importante, generalmente se tienden a confundir dos términos: ciudadano y sujeto político. Por ello, para el fin de esta investigación, que es la formación de sujetos políticos, se considera fundamental explicitar las diferencias entre estos dos conceptos. El primero refiere a una persona que pertenece a un estado o nación, y que tiene ciertos derechos y deberes otorgados por dicho estado (Cortina, 1995). El segundo, según Martínez (2006), es un “actor-autor-producto de sí mismo y de otros proyectos de sociedad” (p. 128), a quien le implica tener una mirada crítica sobre las formas de hacer política a su alrededor y se caracteriza por su trabajo, no sólo desde su subjetividad sino también hacia lo colectivo.

En este orden de ideas, también puede que se interpreten como sinónimos la Formación Ciudadana y la Formación Política, y a pesar de que ambos están estrechamente relacionados ya que responden a la necesidad de una sociedad democrática, son esencialmente distintos (Murillo et al., 2022); ya que “la FP depende la legitimidad de la formación ciudadana y las variables de contexto que en los procesos de formación desempeñan un papel central, pues estas condicionan las experiencias de los sujetos” (p. 3171). De esto, se puede inferir que para lograr sujetos políticos es necesario en primer lugar que sean ciudadanos.

Así mismo, en Lobatón (2020) se puede caracterizar una diferencia entre FP y formación ciudadana en términos de sus objetivos, mientras que la primera se encarga de preparar sujetos para una participación activa en la sociedad y pretende desarrollar habilidades como el liderazgo y la actitud crítica; la segunda, apunta a que los sujetos puedan desarrollar habilidades para vivir en sociedad y tengan pleno reconocimiento del ejercicio de sus derechos y deberes.

Formación de sujetos políticos en la escuela

Teniendo en cuenta los fines de esta investigación, es pertinente establecer una serie de condiciones, escenarios o acciones que, se requieren para la FP en el acto educativo; ya que posibilitan ampliar la mirada sobre los medios y los fines que concretamente se requieren para la formación de sujetos políticos en la escuela. Para ello, se determinan los requisitos que deben ser considerados, luego, se describen las implicaciones de la formación de sujetos políticos en la escuela, seguido de las estrategias a considerar en el proceso de enseñanza-aprendizaje para formar políticamente a niños, adolescentes y jóvenes y, por último, los retos y posibles formas de solución a los que se enfrenta este proceso.

Requisitos para la Formación Política

Dada la naturaleza compleja e interdisciplinar de la FP, es fundamental que se planteen una serie de elementos necesarios en este proceso, que pueden hacer referencia a los conocimientos o acciones que son “prerrequisitos” para que se pueda llevar a cabo de una forma eficiente la FP de los sujetos. Dichos elementos influyen tanto en la escuela, el estudiante y la formación del profesor, a continuación, se dan a conocer dichos elementos.

Escuela

Desde el ámbito más global, en este caso la escuela, se debe aclarar cuál es su perspectiva actual y cuál es la deseable frente al tipo de sujetos que está formando, ya que el modelo de muchas escuelas sigue funcionando bajo la educación bancaria propuesta por Freire dando como resultado la actual crisis de la educación (Avellaneda, 2013), esto da como resultado que la escuela no se perciba como escenario donde la formación de sujetos alfabéticamente políticos sea posible.

En este sentido, la labor de las escuelas con respecto a la FP de los estudiantes es fomentar la cultura política, que en términos de González (2009, referido en Monsalve, 2017, p. 81), significa que esta actúa como mediadora en la transición de los niños como sujetos activos dentro de una comunidad.

Por su parte, Lange (2007, como se citó en Lobatón, 2016) plantea que para la FP se deben considerar los siguientes componentes: el punto fundamental de la formación son los ciudadanos, y el contenido se centra en la “promoción de capacidades, habilidades y destrezas intelectivas para comprender y analizar la sociedad democrática en la que viven” (p. 258). No

obstante, este autor, resalta que la intención de esta formación no recae en la adaptabilidad de la sociedad sino en la transformación de esta.

Uno de los elementos insignias que posibilitan la implementación de estas estrategias de enseñanza es la incorporación de la cultura democrática en la institución escolar. Así, para González (1998, citado en Castillo y Sánchez, 2003, p.7) la escuela debe reconocer su entorno en todas las dimensiones posibles y superar su distanciamiento con el ámbito local inmediato. Esto conlleva a que es necesaria una ardua modificación en discursos, acciones y actitudes usuales que se han configurado en la naturaleza de la escuela. (Castillo y Sánchez, 2003).

Así mismo, Madgenzo (1996, como se citó en Henao y Álvarez, 2015) plantea que la consolidación de una cultura escolar democrática si bien es necesaria, no es suficiente para garantizar la FP. Al respecto, Henao y Álvarez (2015, p. 168) plantean una serie de aspectos considerados como necesarios para dicho proceso:

- Entender la escuela de manera amplia, como aquel lugar que promueve y transforma la cultura, y también como institución normativa.
- Reconstruir la escuela no solo como lugar de espacio académico y cultural sino también como espacio político que posibilite acciones éticas y que promueva la participación, pluralidad, respeto y deliberación entre los integrantes.
- Implementar una pedagogía radical, crítica y emancipadora en donde el punto de partida sea las experiencias concretas de la vida cotidiana y que permita la conciencia histórica, la autorreflexión, la comprensión y el conocimiento.

- Permitir una formación para el desarrollo de la persona, reconociendo su coexistencia con el otro y así mismo con sus respectivas realidades.

Es de esta manera que se plantea una de las primeras responsabilidades de la institución, la de promover contextos educativos que garanticen la participación de los estudiantes considerando la diversidad de estilos de aprendizaje y sus experiencias previas desde todas las dimensiones; es decir, se debe atender a la caracterización estudiantil, esto con el fin de lograr un mayor grado de adaptabilidad y bienestar para los estudiantes.

A raíz de ello, es fundamental adoptar un enfoque metodológico y didáctico coherente con los saberes necesarios para la FP. En este proceso, el maestro debe reconocer los niveles de desarrollo cognitivo, afectivo, social y ético del estudiante, esto con el fin de proponer situaciones acordes con las características de los sujetos.

Formación del profesor

Ahora, con respecto al rol que tiene el profesor, es claro que debe propiciar los elementos mencionados previamente, los cuales se pueden alcanzar por medio de la didáctica política, la cual propone que el profesor debe fomentar las siguientes actividades: (i) emisión del juicio político del estudiante, (ii) presentación de hechos políticos en el aula de clase sin ningún tipo de subjetividad, (iii) promoción de capacidad analítica de los estudiantes (Lobatón, 2016, p. 262). En otras palabras, es imprescindible que la tarea profesional docente no esté encaminada en el adoctrinamiento político hacia sus estudiantes, sino que ellos sean capaces de construir sus propios criterios de discernimiento dentro de la política y lo político.

A propósito de lo anterior, la formación de este es un asunto al que se presta especial atención debido a que en el *currículum* de la formación inicial de profesores no se contempla la

educación política y ciudadana como un componente relevante, así lo confirma el estudio de la UNESCO (2017), “en América Latina la temática de la formación inicial docente en educación ciudadana ha sido descuidada” (p. 39). En este sentido, con respecto a la formación de maestros, Giroux (2001) afirma que “la educación política consiste en enseñar a los estudiantes a asumir riesgos, desafiar los poderosos y reflexionar sobre el uso de la autoridad en el aula y otros contextos pedagógico” (p. 61).

Bajo esta misma idea, Ospina (2013) sostiene que es necesario que haya un cambio significativo en el saber docente, pues este se debe enfatizar en “la formación de habilidades y actitudes para que los estudiantes aprendan a procesar y manejar dicho conocimiento, mediante la indagación sistemática, análisis crítico, clasificación, elaboración, reconstrucción y aplicación de información; procesos que se cruzan en el aprendizaje e investigación” (p. 167). Así mismo, también es imperante que ellos tengan ciertas características: “(i) ser conscientes de su labor; (ii) investigar su propia práctica; (iii) cuestionar su propia realidad y práctica docente; (iv) reflexionar sobre su entorno y situaciones de la realidad” (p. 169).

Ahora bien, en la investigación realizada por Lobatón (2020, pp. 5-12) se exponen diferentes modelos en FP para la formación de profesores, en cada uno de estos la FP adquiere diferentes acepciones, metas y por ende metodologías.

- **Modelo de GPJE³**. Propone que la FP no es una asignatura, sino un proceso que involucra otros elementos de la educación, la principal consigna es el desarrollo de la

³ Es el primer modelo de competencias sobre FP formulado por la Sociedad para la Didáctica y Formación Política Juvenil, que por su traducción al alemán se denomina Gesellschaft für Politikdidaktik und politische Jugend- und Erwachsenenbildung (GPJE).

autonomía política. Este modelo se organiza en tres competencias, la capacidad del juicio político, de la acción política y las capacidades metodológicas.

- **Modelo de competencia política.** Se concentra esencialmente en destacar los conocimientos y competencias disciplinares, de ahí también hay una nueva acepción de política la cual se rige bajo los principios de “orden”, “decisión” y “bien común”.
- **Modelo de competencias estructural.** Propone que los procesos de aprendizaje en la FP no es una tarea de la cual se encargue una sola área, sino que se desenvuelve a través de la interacción simultánea con otras competencias de diferente índole.

Aunque es fundamental la mirada amplia de diferentes autores con respecto a los aspectos que se consideran como inherentes para la FP, es preciso analizar desde una óptica más contextualizada, es decir, concretamente en el caso de Colombia qué debería tenerse en cuenta para la FP. Castillo y Sánchez (2003) plantean que dadas las condiciones de conflicto y violencia que se viven en el país, es necesario que los “individuos jóvenes y adultos realicen un ejercicio agudo de reflexión crítica de la Historia colombiana, de igual manera se requiere la promoción de dinámicas cuya meta sea suprimir la suposición de la democracia como un acto de fe” (p. 12).

Estudiante

Esencialmente la FP requiere de la acción política de los estudiantes, la cual se entiende como “la posibilidad de decidir a través de la palabra sobre el bien común y el medio por el cual los miembros de una comunidad se asumen como ciudadanos libres e iguales” (Habermas, 1999, como se citó en Echavarría, 2009). Bajo esta línea, según Freire, (como se cita en Avellaneda, 2013, p.218), la participación política se entiende como una actividad propia del ciudadano la cual tiene como objetivo descentralizar el poder y reconocer que todos los sujetos tienen la

capacidad de actuar políticamente. Por ello, la escuela se convierte en el espacio de FP que ofrece la oportunidad a maestros y estudiantes un encuentro de experiencias que van más allá de las interacciones tradicionales. De esta manera, proponen que tanto maestros como estudiantes tienen una responsabilidad ética y política con su contexto (Avellaneda, 2013, p. 217)

En síntesis, una educación que pretende formar sujetos políticos tiene una mayor responsabilidad por una parte sobre la institución y el profesor, ya que debe estudiar a detalle y considerar aquellos pormenores que van desde los contenidos hasta los criterios o métodos para evaluar. Esta responsabilidad se engloba dentro del siguiente cuestionamiento: “¿a qué tipo de sociedad se apuesta y qué modelo de personas se quieren formar? Preguntarse esto adquiere mayor significancia dentro de un contexto donde existe una crisis moral, política, social y económica” (Guichot-Reina, 2015; como se citó en Murillo et al., 2022, p. 3172). Por otra parte, también es necesaria una reconfiguración en el saber y accionar del estudiante al percibirse como un sujeto que puede impactar positivamente en su comunidad y encaminar sus saberes y prácticas a la solución de determinada problemática.

Implicaciones de la Formación Política

Las implicaciones o consecuencias que tiene la FP en los sujetos no sólo afectan a los estudiantes sino también a los profesores y en general, a la comunidad educativa, estas son el resultado de un proceso en donde se involucran diferentes elementos teóricos, metodológicos y prácticos.

Una de las implicaciones que propone Echavarría (2009) es “el desarrollo de criterios ético-morales y políticos gracias a la FP. Estos permiten contextualizar la práctica política en el acontecer cotidiano y cultivar en los estudiantes acciones como lucha y atención constante de los

hechos que ocurren en el país” (p. 223). En este orden de ideas, la FP en la escuela impacta a los estudiantes desde un punto de vista axiológico, cognitivo y práctico.

La FP representa para el estudiante la oportunidad de construir su identidad como ser social, y le permite consolidar su criterio acerca del discernimiento de comportamientos sociales y morales adecuados. En palabras de Quiroz y Echavarría (2012) “no se trata solamente de una identidad individual y social, sino también política de pertenencia a un país y de reconocimiento de las acciones que perfilan a las y los jóvenes como sujetos políticos” (p. 183).

Por su parte, con respecto a los elementos que caracterizan la FP, Arias y Villota (2007) resaltan algunos aspectos como: (i) trascender del ámbito individual al colectivo, (ii) reflexionar sobre su condición de ser político, (iii) asumir el rol de ser constructor de su propia realidad, (iv) reconocer la responsabilidad de transformación que posee. Estos autores aparte de estas características que han denominado “tradicionales”, hacen alusión a la siguiente: (v) el sujeto es consciente de que la realidad es un constructo social y que por lo tanto es susceptible a sufrir cambios, pero estos no se dan de forma individual, sino que surgen de la colectividad, por ende, es necesario que se reconozca como parte de una comunidad.

Ahora bien, la potenciación de la capacidad democrática es una de las principales implicaciones de la FP, para lograrlo es necesario la promoción de competencias; estas hacen referencia a las capacidades que tienen los individuos para resolver determinados problemas. Lobatón (2016) propone puntualmente cuatro competencias que son producto de la FP de sujetos: “competencias del juicio político, competencias de la acción política, competencias metódicas y competencias “saber de la especialidad”” (p. 259). Estas tienen la meta de promover la capacidad para formular juicios políticos, dejando de lado la emisión de simples opiniones.

Adicionalmente, es pertinente fomentar competencias relacionadas con lo social y lo intercultural (Lobatón, 2016, p. 270).

Con respecto a las implicaciones en el profesor, una de las principales radica en el compromiso con la enseñanza de temas políticos para otras generaciones, el reconocimiento de las problemáticas que enfrenta el país y la búsqueda de alternativas de transformación ante la injusticia, inequidad y pobreza. Los aportes de la FP se fundamentan en la construcción de democracia desde las diferencias (Quiroz y Echavarría, 2012); la misión del profesor debe ser la formación en valores y competencias para la vida, esto implica que la metodología empleada por el profesor sea desde un enfoque contextualizado, que permita generar sensibilidad ante contextos de violencia y desigualdad (Ospina, 2013).

En síntesis, para los sujetos, recibir una FP implica la promoción de la participación activa dentro de sus comunidades, no obstante, esta participación no se debe interpretar desde una mirada tradicional, es decir, limitarlo a escenarios democráticos o electorales como comúnmente se suele pensar (v.g. elección de representantes de estudiantes en la institución educativa). De igual manera, los sujetos deben ser conscientes del alcance de las decisiones ya que al ser lo político un aspecto de todo ser humano, los actos inciden en la vida de todos (Murillo et al. 2022).

Estrategias de enseñanza-aprendizaje

En primer lugar, es necesario establecer algunas orientaciones o estrategias metodológicas que se sugieren y que son necesarias considerar con el ánimo de crear los ambientes adecuados en la escuela y aulas de clase para garantizar la formación de sujetos

políticos. En segundo lugar, se traen a colación algunos retos en los procesos de enseñanza-aprendizaje ya que pueden representar obstáculos durante este proceso de formación.

Echavarría (2009) afirma que es fundamental que como en cualquier proceso de aprendizaje y enseñanza este debe involucrar conocimientos significativos. En el contexto de la FP estos adquieren mayor impacto y valor cuando estos se orientan en la comprensión de problemas que enfrenta la sociedad, se deben evitar prácticas que limiten a la conceptualización de lo que significa un país democrático.

En contraste con lo anterior, comúnmente las escuelas limitan la FP a conceptualizaciones de democracia y al hecho de incentivar la participación en el gobierno escolar ya que este tipo de actividades pueden empobrecer los procesos de enseñanza y aprendizaje, además da pie a construir imaginarios en torno a lo que implica el ejercicio político (por ejemplo, suponer que la acción solo pertenece a ciertos personajes que participan en cargos específicos).

Ante esto, Mesa (2008) propone que en la escuela son necesarios los escenarios donde se garantice la escucha activa y que haya espacio para la divergencia de opiniones; todo ello, con el propósito de que emerja un nuevo concepto de ciudadanía entendida como un proceso del “ejercicio del juicio y no como un estado o una condición a la que se accede luego del cumplimiento de una determinada edad” (p. 7).

Desde un punto de vista metodológico, Cid (2016, pp. 1-5) sustenta que, primero, los contenidos que se van a tratar deben estar situados en escenarios de momentos políticos y necesidades actuales por las que esté atravesando la sociedad; el tratamiento de dichos contenidos debe ir acompañado por discusiones grupales ya que propicia la construcción de

conocimiento colectivo. Segundo, reconoce que la FP es principalmente práctica, es decir, que la acumulación de conocimientos no se considera tan valioso. Y, tercero, la intencionalidad de la FP se encuentra en la responsabilidad y compromiso de cambiar la realidad opresora y excluyente.

Con el fin de ilustrar estos aspectos de enseñanza y aprendizaje, se trae a colación un proyecto de investigación titulado *Humanities curriculum: Un respaldo para la práctica curricular reflexiva* y formulado por Lawrence Stenhouse, pedagogo británico. Allí, se proponen cinco principios que constituyen la génesis de una “actitud reflexiva y que por lo tanto brindan pistas para la formación del juicio político” (Mesa, 2008, p.8). Tal juicio político conduce a la acción política, la cual es uno de los garantes de la FP y debe considerar las siguientes sugerencias:

- Hay que tratar con los adolescentes, cuestiones controvertidas.
- Los profesores no deben utilizar su autoridad para imponer sus ideas.
- El centro de las actividades de encuentro es el diálogo y no la instrucción.
- El diálogo debe proteger los puntos de vista divergentes.
- El profesor es el responsable y garante de la calidad del diálogo y del nivel de aprendizaje.

Teniendo en cuenta las diferentes sugerencias que se contemplan en documentos sobre asuntos de metodología de la FP, Castro (2017, p. 17) propone la reconstrucción de la práctica pedagógica para generar espacios de reflexión con el fin de modelar proyectos pedagógicos que

estén aterrizados a las necesidades reales de los estudiantes y que aporten a la toma de decisiones en pro de la armonía de la institución y de sus contextos más cercanos.

Para finalizar este apartado y al considerar los aportes de los diferentes autores en torno a la FP, es relevante considerar cuáles son aquellos elementos que se consideran como imprescindibles en el aula de clase para la formación de sujetos políticos. Para ello, se han considerado tres categorías: (1) la metodología, donde están las estrategias, técnicas y procedimientos que el profesor utiliza para facilitar el aprendizaje de los estudiantes; (2) las competencias, entendidas como “una configuración psicológica que hace referencia a la posibilidad del sujeto de activar todo el conjunto de recursos potenciales y cualidades en una configuración de carácter tanto cognitivo, como motivacional, para responder a una determinada situación concreta” (Suárez et al., 2007, p. 34); (3) las habilidades, las cuales aluden al “conocimiento práctico o técnico y la capacidad de aplicar conocimiento teórico en un contexto práctico” (Portillo, 2017, p. 119). Cabe aclarar que, estas dos últimas categorías se entienden como evidencias de aprendizaje de los estudiantes. A continuación, en la tabla 2 se presenta dicha información:

Tabla 1.- Imprescindibles para la formación de sujetos políticos en el aula.

Categoría	Criterios	Significado
Metodología	Acercamiento de la realidad en el aula	El profesor propone situaciones reales contextualizadas que permiten comprender las dinámicas sociales, culturales, económicas, políticas o ambientales de una comunidad.

<p>Evidencia de una cultura democrática en el aula</p>	<p>Promoción de contextos educativos que promuevan la participación de los estudiantes considerando la diversidad de estilos de aprendizaje y sus experiencias previas desde todas las dimensiones, atendiendo a la caracterización estudiantil.</p>
<p>Dinámica dialéctica entre los sujetos</p>	<p>Hay una mayor interacción profesor-estudiante y se evidencian discusiones grupales que logran la construcción colaborativa e individual del conocimiento y de la identidad de cada uno de los estudiantes.</p>
<p>Didáctica política</p>	<p>Contempla tres aspectos esencialmente: (i) la emisión del juicio político del estudiante, (ii) el profesor no debe imponer subjetividades en los estudiantes a la hora de presentar hechos políticos del país o de la sociedad en general y (iii) el objetivo de las clases debe apuntar a promover la capacidad analítica de los estudiantes. Adicionalmente, el profesor debe fomentar ambientes que les permita a los estudiantes proponer posibles alternativas de solución frente a las problemáticas que están abordando.</p>

	Objetivo de aprendizaje y enseñanza más allá del contenido	En la clase implícita o explícitamente se pretende responder ¿a qué tipo de sociedad se apuesta y qué modelo de personas se quieren formar?
Competencias	Capacidad democrática	Hace referencia a las habilidades y aptitudes que tienen los individuos para resolver determinados problemas que afectan a una comunidad.
	Acción política	La posibilidad de los estudiantes de tomar decisiones que velen por el bien común teniendo en cuenta que ellos deben asumirse como ciudadanos en igualdad de condiciones que cumplen con ciertos derechos y deberes.
	Participación política	Los estudiantes son conscientes de la descentralización del poder y reconocen que todos los sujetos pueden actuar políticamente. Conciben la política como una cualidad del ser humano desde sus dimensiones como ser social e histórico, y esta no se puede restringir a ciertos actores.
Habilidades	Análisis de la realidad	Los estudiantes deben aprender a: procesar y manejar el conocimiento sobre la realidad y el contexto que les rodea, investigar, analizar críticamente, y aplicar

		instrumentos que les permita identificar una situación como problemática.
	Sensibilización de la realidad	Los estudiantes deben tener una responsabilidad ética, política o social con su contexto.

Fuente: elaboración propia.

Retos y posibles formas de solución en el marco de la FP

Ahora, considerando las implicaciones y los aspectos de enseñanza y aprendizaje para la FP, es importante exponer cuáles son aquellos asuntos que se caracterizan como problemáticos o retadores con el fin de tenerlos en cuenta para evitar o tratarlos y de esta forma propiciar los ambientes adecuados para posibilitar la FP.

En primer lugar, Cid (2016, p. 5) señala que la FP es un proceso complejo, por esta razón requiere de un tratamiento multidimensional e interdisciplinar, y aprovechando esta diversidad de enfoques se debe priorizar el aporte que brindan las distintas disciplinas que enriquezcan nuevos hallazgos y descubrimientos. “Es por eso, que los abordajes de los contenidos se vuelven ricos en proteínas cognitivas, puesto que abundan los argumentos desde distintas perspectivas que enriquecen los debates y el discurso pedagógico” (Cid, 2016, p.4). Por lo tanto, la búsqueda de aquellos puntos de conexión entre las disciplinas constituye uno de los principales retos del profesor.

En segundo lugar, es imprescindible que el profesor tenga un amplio conocimiento y discernimiento entre el significado de política y el ejercicio político. Generalmente, hay una única concepción que se instaura en el imaginario colectivo que tiene que ver con la definición de la política como un ejercicio donde exclusivamente se participan elecciones para elegir

gobernantes, sin embargo, como sea mencionado previamente es un término que alude a diferentes aspectos y si el profesor tiene una mirada limitada sobre esto, puede trivializar la formación de sujetos políticos y dejar de lado los intereses de la comunidad (Quiroz y Echavarría, 2012).

Galindo y Acosta (2008) dan cuenta de cómo los jóvenes perciben la política y el ejercicio político, es posible que los imaginarios que ellos tienen sobre estos asuntos intervengan en la conformación de obstáculos en el aprendizaje, ya que ellos tienden a tener un rechazo hacia el ejercicio tradicional de la política o puede que se conformen con discursos de empoderamiento sin que necesariamente se estén realizando acciones para ello. Así también lo resaltan Alvarado et al (2008, como se citó en Monsalve, 2017), la FP se enfrenta a una dificultad en términos de que “en los imaginarios sociales, la política se ha ido banalizando” (p. 80). Este planteamiento se relaciona con el del párrafo anterior, ya que también evidencian que la política ha perdido rigor y significado en tanto se limitan sus alcances.

A raíz de esta situación, es necesario invitar a los jóvenes a la autorreflexión, potenciar en ellos “valores éticos, políticos, civiles, creativos y comunicativos” (Monsalve, 2017, p. 80) mediante la formulación de proyectos educativos. De igual forma, es necesario movilizar actividades que promuevan la conciencia en los jóvenes como entes en los cuales recae la esperanza para la democracia y su participación política. De este asunto, subyace otro que puede representar una debilidad en el proceso de formación de sujetos políticos y es el sentimiento vigente de impotencia que se puede despertar en los estudiantes ante problemáticas que son bastante complejas de cambiar en un lapso a corto o mediano plazo (Arias y Villota, 2007).

González y Santiesteban (2016) muestran en su investigación un panorama de la situación actual de la FP en Colombia, dentro de las conclusiones de dicho estudio, plantean que “las prácticas de enseñanza muestran una tendencia a reproducir esquemas tradicionales (y en menor medida críticos) que tienden a ocultar problemas sociales reales que vive el país (desigualdad social, violencia de género y conflicto político)” (p. 99).

Por último, Martínez (2006) también recalca la coyuntura a nivel político y social que se vive actualmente en Colombia y su incidencia en los procesos de la FP, esta autora advierte que, desde el cambio constitucional de 1991, se apunta a una “formación por competencias (...) y se desconoce el contexto real en el que se actúa” (p. 132). Adicional a ello, se encuentra la necesidad imperante de “potenciar el desarrollo de capacidades para la acción política, y ahí se condensa un fuerte trabajo educativo” (p. 132), por tal razón es fundamental el reconocimiento de aquellos pilares que permiten la transformación eficaz de la comunidad, así como de aquellas vías que posibilitan la vinculación con proyectos desde diferentes áreas y con objetivos comunes.

CAPÍTULO 3. EDUCACIÓN MATEMÁTICA CRÍTICA

En este capítulo el propósito es estudiar la Educación Matemática Crítica [de ahora en adelante, EMC] desde documentos de la literatura especializada, atendiendo en primer lugar a los elementos que permitieron consolidarla como una corriente de la educación matemática; en segundo lugar, exponiendo las posturas que diversos autores han propuesto sobre la EMC; y posteriormente, profundizando en asuntos como cuáles son los requisitos e implicaciones de dicha corriente en la escuela, y cuáles son los aspectos de enseñanza y aprendizaje que se consideran como imprescindibles en la clase de matemáticas, y sus respectivos retos en el aula. Cabe destacar que, lo presentado en este capítulo corresponde al segundo objetivo específico de la presente investigación.

Vestigios de la Educación Matemática Crítica

En este apartado se exponen las corrientes teóricas que influyeron en la consolidación de la EMC, los aportes que hace poco han acogido y posteriormente se describe cómo llega esta a la educación en matemáticas en Colombia.

Corrientes teóricas que influenciaron la Educación Matemática Crítica

Es pertinente considerar cuál es la génesis de la EMC, así, uno de los primeros enfoques que le dan paso es la Teoría Crítica, formulada por la escuela de Frankfurt. El contexto histórico donde emerge tal teoría se caracteriza por el posicionamiento de grupos elitistas en gobiernos autoritarios, y movimientos ideológicos cuya consigna es la fuerza del poder y de la guerra (v.g. nazismo alemán, fascismo italiano) (Pinto, 2021).

Bajo este contexto, comienzan a surgir movimientos políticos, sociales y culturales con fines emancipatorios que apuestan por una transformación radical de la sociedad a partir de

acciones como el análisis crítico y la reflexión de las diferentes situaciones que se daban en ese momento. Las intenciones que acompañan dichos movimientos se posicionan poco a poco como un deber de la educación, pues se considera que el acto educativo no es neutral, sino que al contrario este es el eje central que se encarga de la formación de sujetos cuyas acciones tendrán incidencias significativas en la sociedad (Guerrero, 2008).

En este orden de ideas, esta tarea la asume la Pedagogía Crítica (cuyas bases teóricas y filosóficas reposan en la Teoría Crítica), ya que se caracteriza por asumir la enseñanza como una práctica social ya que se fomenta el pensamiento crítico, el cuestionamiento de la realidad y los conocimientos aprendidos; y también, a la formación de ciudadanos críticos caracterizados por correr riesgos, desafiar, y confiar en que sus acciones pueden ser clave para contribuir positivamente en la sociedad (Pinto, 2021).

Ahora, la EMC se propone como una línea que asume el reto de relacionar el conocimiento matemático con aspectos sociales, culturales y políticos en el aula de matemáticas, esto quiere decir que la educación matemática empieza a tener una inclinación por una “preocupación democrática, humanista, de parte de los profesores e investigadores” (Alvis et al., 2019, p. 3).

Hasta principios de los años noventa, los aportes que se realizaban al campo de la Educación Matemática estaban en el marco de la perspectiva psicológica y cognitiva. No era usual encontrar investigaciones que involucraran la relación entre la dimensión política y la educación en matemáticas de hecho, ni siquiera se reconocía una dimensión política en la Educación Matemática hasta que Stieg Mellin-Olsen en el año 1985 con su obra titulada *la*

dimensión política de la educación matemática se constituye como uno de los precursores de este campo (Skovsmose, 1999).

De igual manera, la etnomatemática formulada por D'Ambrosio a principios de los 2000 y su postura respecto a que las matemáticas son una producción cultural, conforman una influencia teórica significativa en la fundamentación de la EMC. Posteriormente, se realizan publicaciones como *Educación matemática versus educación crítica* (1985), *Educación matemática y democracia* (1990) y *Competencia democrática y conocer reflexivo en matemáticas* (1992), todas ellas bajo la autoría de Ole Skovsmose. A continuación, en la tabla 3 se resaltan los aportes más significativos de dichos trabajos.

Tabla 2.- Primeras publicaciones sobre la EMC.

Documento	Aportes
<p><i>Educación matemática versus educación crítica</i> (Skovsmose, 1985)</p>	<p>Pone de manifiesto que no hay una estrecha relación entre educación matemática y educación crítica, este resultado se discute a partir de las siguientes tesis: (i) es necesario aumentar la interacción entre la educación matemática y la educación crítica a propósito de las demandas de una sociedad tecnológica como la actual y la necesidad de asumir una postura crítica frente a ello; (ii) es necesaria la interacción de la educación crítica con ciencias técnicas, de lo contrario esta</p>

	<p>teoría educativa perdería su importancia y sentido crítico.</p>
<p><i>Educación matemática y democracia</i> (Skovsmose, 1990)</p>	<p>Los resultados de este documento se derivan de la pregunta: ¿es posible desarrollar el contenido y la forma de la educación matemática de tal manera que pueda servir como herramienta de democratización tanto en la escuela como en la sociedad?</p> <p>Esta pregunta se responde a partir de dos argumentos: el argumento social y el argumento pedagógico de la democratización; a partir de ellos se construyen las razones que justifican la educación matemática como una herramienta democratizadora.</p>
<p><i>Competencia democrática y conocer reflexivo en matemáticas</i> (Skovsmose, 1992)</p>	<p>Se establece la posibilidad de promover un conocimiento reflexivo que, junto con la alfabetización matemática y el conocimiento tecnológico, pretende formar ciudadanos que comprenden el funcionamiento de la sociedad de la cual hacen parte.</p>
<p><i>Hacia una filosofía de la Educación Matemática Crítica</i> (Skovsmose, 1994)</p>	<p>Allí se establecen los cimientos que permiten construir la EMC poniendo de manifiesto la</p>

	<p>dimensión política existente en el conocimiento matemático y la educación matemática. También incluye una serie de propuestas de proyectos de aula que muestran la puesta en práctica de los planteamientos teóricos.</p>
--	--

Fuente: elaboración propia.

Ahora, es importante mencionar que Ole Skovsmose, investigador danés, y Paola Valero, investigadora colombiana, son pioneros en la investigación de dicho campo. Es importante mencionar que en la década del 80 empieza el surgimiento de la EMC (sobre todo en Europa), de lo cual Valero et al. (2015) mencionan dos etapas importantes: *la primera ola de crítica* la cual es el auge de la EMC y se cuestiona “la connotación progresista y de poder neutral de las matemáticas y así mismo de su enseñanza y aprendizaje” (p. 15); y la “*segunda ola de crítica* donde el eje principal de este movimiento es el cuestionamiento del posicionamiento privilegiado que han adquirido las matemáticas y la educación matemática en la configuración del ser moderno” (p. 15) que se da a comienzos del siglo XXI.

Una vez se ha descrito de manera sucinta el panorama a nivel general de la EMC, ahora se centra la atención en el contexto colombiano y cómo este campo comenzó a ser un foco de investigación dentro del país. Todo se remonta al año 1991 luego de la reforma constitucional, ya que esta desencadena una serie de preocupaciones en distintos sectores, especialmente en la educación y por tanto la educación matemática no fue la excepción. La principal cuestión era cómo se podría contribuir a la construcción de una sociedad más democrática por medio de las competencias matemáticas.

Teniendo en cuenta que por esas décadas la EMC comenzó a tomar forma y expandirse por diversos países, los distintos grupos de investigación enfocados en la educación en matemáticas hicieron colaboraciones y conexiones con las corrientes internacionales de investigación con el fin de propiciar “el espacio adecuado para ampliar las preocupaciones prácticas, curriculares y académicas sobre la educación matemática” (Valero, 2021, p. 48). Específicamente, la preocupación por pensar las dimensiones políticas de la educación matemática, cuestión fundamental tomando en cuenta el ambiente político que se vivía en Colombia en esa década.

Educación Matemática, Matemáticas, poder y democracia

Es oportuno estudiar aquellos asuntos que permiten dar un acercamiento a la justificación del surgimiento de la EMC y el sentido que adquiere como subcampo de investigación en la Educación Matemática. Dentro de estos elementos se pone de manifiesto la relación existente entre la educación matemática, las matemáticas, el poder y la democracia, se consideran los conceptos de poder y democracia ya que suponen elementos fundamentales a nivel social y político y, como se mostró en el capítulo 2 son significativos en la formación de sujetos políticos.

En primer lugar, las matemáticas son inherentemente políticas por cuanto es una práctica de conocimiento humana, permeada por problemáticas de dominación y poder, como cualquier otra práctica humana en la historia (Gutiérrez, 2013a). Por lo tanto,

Las prácticas de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas no son neutras, pues insertan en las personas formas de conocer y de ser que son socialmente valoradas y que constantemente generan diferenciaciones y distinciones entre aquellos que logran alinearse con esos valores —y los que no. (Valero et al. 2015, p. 16)

Segundo, teniendo en cuenta esta perspectiva de las matemáticas, González (2007, como se citó en González, 2009, p. 27) propone que las matemáticas son una herramienta que posibilita la comprensión e interpretación desde un punto de vista crítico y consciente de la realidad que rodea al sujeto. Es así como define las matemáticas críticas como aquellas “que reconocen la posición de los estudiantes como miembros de una sociedad plagada de cuestiones de poder y dominación, que tienen en cuenta las identidades culturales de los estudiantes abordando cuestiones sociales y políticas”. Así mismo, Frankenstein (1983, como se citó en González, 2009, p. 29) afirma que las matemáticas surgen como un medio que desarrolla una conciencia crítica.

Se considera importante establecer las relaciones propuestas por algunos autores en torno a la relación de las matemáticas con ámbitos sociales, culturales y políticos. En este sentido, Christensen, et al (2008) defiende que las matemáticas influyen en decisiones políticas y en la vida de las personas, por lo tanto, se afirma el hecho que las matemáticas hacen parte de estructuras de poder. De igual manera, es de resaltar la necesidad de propiciar espacios o condiciones para que los ciudadanos usen “las matemáticas como un arma en la lucha por la justicia social [...] y la transformación social” (Gutstein, 2008; Gutstein, 2012 citado en Valero et al. 2015, p.10)

En esta misma línea, Christensen et al. (2008) hacen referencia a las matemáticas críticas como *matemáticas puestas en acción*, entendidas como “los procesos mediante los cuales las abstracciones matemáticas pueden ser proyectadas en la realidad” (Skovsmose 2004, como se citó en Scaglia, 2015, p. 208). Estas permiten ampliar las posibilidades de crítica de las decisiones y la capacidad de desafiar acciones o decisiones que se han fundamentado sobre las matemáticas, sin embargo, estos autores advierten que las “matemáticas al producir respuestas

coherentes frente a determinadas situaciones o problemáticas, encontrar un espacio para la crítica es una tarea difícil” (p. 89).

Ahora, la relación de las matemáticas y poder se puede evidenciar en el siguiente planteamiento de Hannaford (1998, como se citó en Skovsmose y Valero, 2012, p. 5), él propone que hay una conexión directa entre matemáticas y democracia en tanto “la primera actuó como una herramienta que sirvió como base en el debate racional que ocupó el lugar de la vieja retórica siendo un pilar significativo en la conformación de la *nueva poli* democrática”, haciendo referencia al poder de las matemáticas en el ejercicio de argumentación en la antigua Grecia y su impacto en las dinámicas de la democracia que se empezaban a gestar en dicha época.

Gracias a la idea anterior, se afirma que las matemáticas empoderan a las personas pues el aprendizaje de este tipo de argumento tan preponderante en la vida política permite a las personas someterse a un proceso cognitivo, afectivo y conductual que implica procesos y mecanismos mediante los cuales adquieren control sobre sus vidas. Por ello, en el marco de la EMC la visión de las matemáticas es modificada considerablemente, pues se entienden como aquella herramienta o lenguaje poderoso capaz de producir realidades y moldear sociedades debido a su poder formativo (Skovsmose, 1999).

En concordancia con lo previo, se puede determinar una bifurcación entre los fines de las *matemáticas puestas en acción* pues aparte de los efectos positivos que se han referenciado con anterioridad, también se extiende su uso como un instrumento que puede generar segregación o discriminación pues pueden ser utilizadas como un medio para justificar las decisiones que forjan o aumentan las diferencias económicas, sociales o culturales y así perpetuar prácticas de injusticia, inequidad y exclusión (Skovsmose, 1999).

Es importante mencionar que todos los elementos previamente mencionados cobran sentido siempre y cuando se enmarquen en un escenario de democracia, por ello

la relación entre educación matemática, matemáticas y democracia podría ser entendida al vincularse con diferentes dimensiones en las que el conocimiento matemático puede entenderse como poderoso: en un sentido lógico, psicológico, cultural y social (Valero, et al. 2015, p. 12)

En este orden de ideas, Hannaford (1998) tiene su propia concepción sobre lo que significa la democracia, para él la base de esta consiste en el respeto compartido entre las personas, es un acuerdo moral que se establece entre seres humanos para trabajar juntos y cada individuo tiene la misma importancia. Él también afirma que, “lo que este respeto mutuo necesita es algún tipo de argumento sistemático, claro y abierto mediante el cual las personas puedan comunicarse y cooperar entre sí de manera inteligente. En otras palabras, necesita el tipo de argumento que se utiliza en matemáticas” (p. 182). De esta manera es posible evidenciar claramente la relación tan estrecha que hay entre matemáticas y democracia.

En palabras de Torres (2022) se evidencia explícitamente la conexión que se determina entre las matemáticas, la educación matemática, el poder y la crítica;

El examen del poder requiere la crítica, ya que es un medio para contrarrestar las visiones ingenuas acerca de cómo las matemáticas y la educación matemática se implican en la creación y el mantenimiento de estructuras sociales particulares [...] en otras palabras, las matemáticas y la educación matemática poseen un poder formativo que se conecta con la cuestión del poder, la ideología y las estructuras de clase. (p. 328)

La relación implícita o explícita que subyace entre matemáticas, poder y democracia se puede entender de dos formas: en primer lugar, la necesidad de “hacer frente a los riesgos de una exclusión creciente de muchas comunidades locales y nacionales en medio de un discurso

dominante que premia la inclusión global” (Vithal y Valero, 2012, p. 221); y segundo, la preocupación ante el “uso de las matemáticas y la educación matemática para promover la reproducción no crítica de formas dominantes de poder-saber en un escenario internacional” (Vithal y Valero, 2012, p. 221) puesto que las matemáticas se caracterizan por su protagonismo en la sociedad moderna y sus múltiples funciones que permiten el desarrollo industrial, tecnológico y científico.

Para sintetizar las ideas previas, se trae a colación la siguiente afirmación “las buenas matemáticas enseñan a los alumnos a escuchar, a pensar y argumentar más eficazmente; respetar a los demás, aceptar ideas o decisiones que al principio no comprenden. La democracia depende de actitudes como estas” (Hannaford, 1998, pp. 185-186). Con ello, es necesario aclarar qué se entiende por *buenas matemáticas*, las cuales se definen como una construcción humana e inacabada, en donde no predomina una verdad absoluta y hay lugar para cuestionar, refutar o discutir las soluciones o verdades que se presentan.

Ahora, dentro de un contexto más aterrizado como la democracia en Latinoamérica, Valero (1999) realiza un estudio en donde establece que la conexión entre la educación en matemáticas y la democracia no se limita únicamente al impacto que tienen las matemáticas en la sociedad sino a “la dimensión interaccional existente en donde se ponen en juego diferentes ideologías (algunas tradicionales), valores, creencias y comportamientos que se transforman en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en la escuela” (p. 25). De acuerdo con esto, es posible percibir un camino para gestionar clases de matemáticas en un aula del contexto colombiano.

Posturas sobre la Educación Matemática Crítica

Antes de hablar de las posturas en torno a la EMC, es necesario abordar dos asuntos elementales: conocer qué se entiende por crítica y educación crítica. Sobre lo primero, la crítica en el contexto de la EMC adopta diferentes acepciones, una de ellas es la propuesta por Torres (2022) quien plantea que la crítica se concentra en “las cuestiones de poder y dominación, de producción y circulación de discursos y, por ende, en la producción de subjetividades de profesores y estudiantes mediante las prácticas de educación matemática” (p. 237).

Así mismo, Skovsmose (1999), en el primer capítulo de su libro, presenta diferentes significados para la crítica a la luz de diversas corrientes, este autor comienza presentando la etimología de la palabra “crítica”, la cual guarda su origen en los términos griegos *krisis* y *kritikos*, estos hacen referencia a la acción de tomar decisiones y hacer juicios. No obstante, dependiendo de los contextos sociales, culturales y políticos de la época, se modifica el significado de este término, uno de los más relevantes reposa en la corriente marxista: “la crítica debe tratar de aclarar las condiciones políticas y económicas del desarrollo de las ideas” (p. 15). En concordancia, Skovsmose (1999) propone que esta, “significa prestarle atención a una situación crítica, identificarla, tratar de captarla, comprenderla y reaccionar frente a ella” (p. 16) a partir de los elementos que rescata de lo formulado por Marx

Por su parte, sobre lo segundo, Skovsmose (1999, p. 24) describe la *educación crítica* como el medio por el cual se revelan las desigualdades y la represión de cualquier tipo; él afirma que, si una educación desea ser crítica, esta debe reaccionar a la naturaleza crítica de la sociedad. En este orden de ideas, uno de los principios de la educación crítica radica en la no reproducción de prácticas excluyentes.

Ahora, respecto a las posturas sobre la EMC, desde la óptica de Skovsmose (2014, como se citó en Valero, et al. 2015, p. 10), esta es interpretada como una forma de entender la educación matemática en función de las preocupaciones movilizadas por la justicia social y en contra de la exclusión, su fin es brindar “nuevas posibilidades y oportunidades a los estudiantes para abordar crítica y reflexivamente los usos de las matemáticas en todas sus formas y aplicaciones”. En este sentido, en la EMC las matemáticas son concebidas como un “lenguaje o herramienta poderosa que produce realidades y da forma a nuestras sociedades dado su poder formativo” (Valero, et al. 2015, p. 10)

Una de las consignas de la EMC es la adquisición de la competencia matemática democrática donde se busca que los sujetos pongan en juego el conocimiento matemático construido o adquirido con el fin de cuestionar a las autoridades, identificando y tomando medidas frente a las injusticias. Bajo este panorama, se pone de manifiesto precisamente la conexión entre “competencia matemática con la posibilidad de crítica social y con una visión política en donde se tiene como prioridad el cuestionamiento de las estructuras de poder presentes en la sociedad” (Valero, et al. 2015, p. 11)

Skovsmose (1999) explicita la necesidad de pensar una EMC a partir del riesgo del posible desconocimiento de las personas frente a las matemáticas, pues ellas se caracterizan por su protagonismo en el desarrollo de sociedades tecnológicas que influyen en las decisiones que tienen que ver con ámbitos sociales, económicos y políticos de una sociedad democrática. Por ello, afirma que la EMC “debe facilitar el desarrollo de una alfabetización matemática que permita a los ciudadanos ejercer una competencia democrática” (p. XV).

Es decir que, el papel de la EMC es revelar las desigualdades y la opresión de cualquier clase (Skovsmose, 1999). Entre las principales preocupaciones de esta línea se encuentra la reflexión sobre cómo la alfabetización matemática cobra importancia como parte de las competencias de los ciudadanos. En consecuencia, se indaga sobre la relación existente entre la educación matemática y la democracia, la equidad, la justicia social y la exclusión. Estas preocupaciones son intrínsecas pues se deben a que la educación en matemáticas se puede entender como una red de prácticas sociales (Skovsmose y Valero, 2012)

Torres (2022) describe la EMC como un medio que no basa su acción en la formación cognitiva del sujeto, sino que se entiende “como parte de un engranaje social que forma cierto tipo de sujeto en conexión con ciertas ideologías o formas de gobierno” (p. 334). En la investigación realizada por Torres (2018) junto con el grupo de investigación EdUtopía afirman que la EMC es un medio que promueve “la participación crítica de los estudiantes/ciudadanos en la sociedad; participación que se concreta en la discusión argumentada, documentada” (p. 29).

Por su parte, Gutiérrez (2013a) establece que principalmente la EMC tiene dos objetivos: el primero, “desarrollar en los estudiantes una *concientización* (un tipo de conciencia política) que permita al individuo reconocer su posición en la sociedad y como parte de la historia” (p. 41); y el segundo, motivar a las personas a tomar acciones que les permita identificar injusticias. Por lo tanto, teniendo en cuenta la perspectiva que se tienen sobre el uso de las matemáticas y los objetivos propios de la EMC es deseable que

los estudiantes sean capaces de dar sentido a los datos de manera que les ayuden a ver la humanidad detrás de los números y a utilizar las matemáticas como una herramienta para exponer y analizar las injusticias en la sociedad y como un medio para convencer a otros de una situación particular o un punto de vista (a menudo no dominante) (p. 41)

Desde la mirada de Gutstein (2006), la EMC es un recurso valioso que puede ser importante para servir a las luchas por y para la emancipación humana, a las cuales Freire se ha referido en sus investigaciones. Igualmente, Skovsmose (2008, como se citó en Scaglia, 2015, p. 207) afirma que “una Educación Matemática Crítica puede ser caracterizada en término de la preocupación con respecto a los diferentes roles sociopolíticos que la matemática en acción y la educación matemática podría jugar”. En otras palabras, la acepción que Skovsmose atribuye a la educación matemática que la entiende como “crítica” es por su disponibilidad al contribuir a la formación desde el rol sociopolítico hacia fines positivos o negativos.

Requisitos para la Educación Matemática Crítica

A continuación, se presenten los elementos que se consideran indispensables para llevar a cabo clases desde el enfoque de la EMC, dichos requisitos influyen tanto en la visión que se tienen sobre las matemáticas *per se*, los procesos de enseñanza y aprendizaje, y la formación del profesor.

Visión de las matemáticas *per se*

Es necesaria la deconstrucción o configuración de una nueva visión sobre las matemáticas *per se*, al respecto, Skovsmose (2010, como se citó en Scaglia, 2015, pp. 210-211) introduce el término *matemáticas en acción*. Estas se constituyen por los siguientes elementos: (1) *la imaginación tecnológica*, en la que se resalta la estrecha relación que hay entre las matemáticas y la tecnología y así mismo su importancia en la toma de decisiones; (2) *el razonamiento hipotético*, clave en la toma de decisiones en donde a partir de un modelo matemático se trata de predecir posibles resultados frente a una determinada acción; (3) *la legitimación o justificación*, la cual permite argumentar el soporte genuino y lógico de una afirmación; (4) *la realización*, que

alude a cómo el modelo matemático puede ser incorporado en el entorno; y (5) *la eliminación de responsabilidad*, las decisiones que se fundamentan en la matemática tienen detrás de ella la responsabilidad de los sujetos, empero, los modelos matemáticos no son responsables pues “parecen infundir objetividad” (Scaglia, 2015, p. 213).

Prácticas de enseñanza y aprendizaje

En relación con lo anterior, se despliega el hecho de reconocer las prácticas de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas como prácticas sociales que adquieren un rol significativo en la sociedad, por lo tanto, adquieren una postura en la que no hay una neutralidad frente a las diversas problemáticas inmersas en la sociedad. Es por ello por lo que, el profesor de matemáticas debe comprender que su ejercicio docente no se limita a la transmisión de conocimiento matemático o de la promoción de competencias matemáticas únicamente, sino de diferentes capacidades, habilidades y conocimientos que permitan al estudiante participar como un sujeto activo. Lo que se logra si el profesor ha reconfigurado la percepción que tiene de sus estudiantes, ya que no sólo son sujetos que aprenden, sino también sujetos que hacen y sienten.

Al respecto, dentro de los ambientes que se deben propiciar en el aula de matemáticas desde un enfoque de la EMC (los cuales se ampliarán y abordarán en el apartado de *estrategias de enseñanza y aprendizaje* de este capítulo) se requiere de una serie de elementos que garanticen una gestión de clase adecuada, ente los cuales está la comunicación, pues es primordial para establecer las conexiones entre profesor, estudiante y el conocimiento matemático. Es así como el diálogo se asume como esencial en los procesos de aprendizaje (Sánchez y Torres, 2017)

La configuración de escenarios en el aula desde una perspectiva de la EMC requiere básicamente de un quehacer docente diferente al tradicional, por lo que Sánchez y Duarte (2017, p.320) plantean una serie de acciones que el profesor debería realizar:

- Debe ser cercano con los estudiantes y el contexto al que pertenecen ya que le permite reconocer sus dinámicas, costumbres y las maneras en las que ellos se relacionan entre sí.
- Debe enfocarse en los comportamientos y actitudes de los actores sociales de los contextos observados, con el fin de identificar las razones de las actitudes y con ello realizar reflexiones sobre el aula.
- Debe incentivar a los estudiantes y a sí mismo a la sistematización de la información que han recolectado a lo largo de los procesos de indagación con el fin de lograr estructurar el conocimiento que se pretende abordar en el aula.

Formación del profesor

Algunos de estos asuntos que se consideran como “requisitos” acarrear un cambio característico en paradigmas, ideales y percepciones del profesor, por lo que Gutiérrez (2013b) sostiene que la enseñanza de las matemáticas es un acto político y que incluso las matemáticas son en sí mismas políticas, esta afirmación implica que el profesor de matemáticas se vea en la necesidad de adquirir conocimiento político “involucrando las relaciones interdependientes necesarias para deconstruir las imágenes de las matemáticas, la educación pública, la enseñanza y el aprendizaje que circulan en la sociedad en general” (p. 15).

En dicho conocimiento político también se incluye la conciencia del papel de las matemáticas en la sociedad, (el cual se abordó desde una mirada particular en el primer apartado

de este capítulo) ya que esto permite al profesor nutrir su formación para desentrañar las problemáticas y las posibles vías de solución frente a las situaciones conflictivas de la comunidad a la cual pertenecen los estudiantes. En palabras de Gutiérrez (2013b) “si se pretende transformar el aprendizaje de las matemáticas, el conocimiento político debe tomarse tan en serio como las nociones del conocimiento del contenido, conocimiento pedagógico y conocimiento pedagógico del contenido” (p. 16).

A propósito de la formación del profesor, en el libro *Reading and writing the world with mathematics. Toward a Pedagogy for social justice*, de Gutstein (2006) se afirma que uno de los elementos imprescindibles para la EMC es la configuración en la identidad del profesor, pues este debe “conceptualizarse a sí mismo como *transgresor*” (p. 4) es decir, reconocer que tiene un rol importante dentro de la sociedad y por tanto, en los movimientos sociales que se viven dentro de ella, esto con el fin de propiciar condiciones adecuadas para que los estudiantes puedan también sentir el llamado a participar activamente en los procesos de cambio de la sociedad.

Adicionalmente, Skovsmose (1999) plantea la necesidad de responder la siguiente pregunta: “¿qué sucede con el sujeto crítico en el ejercicio de la Educación Matemática Crítica?” (p. XVI), ya que se considera como un cuestionamiento que puede surgir al iniciar con esta línea en la clase de matemáticas. Como respuesta a dicha pregunta, surge la triada *disposición-intención-acción*; la *disposición* es un acto en el que se tiene un objetivo claro sobre lo que se espera aprender, la *intención* se relaciona con aquellas acciones necesarias para dar cumplimiento a dicho objetivo, y la *acción* refiere al proceso de enseñanza-aprendizaje. Esta triada significa un giro en la mirada que se tiene del aprendizaje en la clase de matemáticas en donde se da lugar a la capacidad crítica de los estudiantes.

Implicaciones de la Educación Matemática Crítica

Dentro de las bondades más destacables que propicia la EMC, se encuentra la competencia matemática democrática la cual no implica solamente la adquisición de conocimientos matemáticos “útiles” para un entorno laboral o académico, sino que también “vincula claramente la competencia matemática con la posibilidad de crítica social, y con una visión política que vela por el cuestionamiento de las estructuras de poder en la sociedad” (Valero, et al. 2015, p. 11). Así mismo, esta competencia implica tener una visión crítica del entorno donde el sujeto se encuentra, pues permite un empoderamiento en donde este se hace consciente de su posición en la sociedad y busca una emancipación que apunte a una justicia social.

Tal y como se mencionaba en el primer apartado de este capítulo hay una relación estrecha entre las matemáticas, el poder y la democracia, y se ha estado hilando la configuración entre esta tripla con la educación matemática. Por esta razón, una de las principales implicaciones que emerge de tales disposiciones, según Valero (2017), son las siguientes: “*el empoderamiento intrínseco*, la capacidad de pensamiento y habilidades matemáticas otorgan a la persona un empoderamiento al apropiarse de ciertos conocimientos, esto es sobre todo relevante en la sociedad contemporánea” (p. 106); “*El empoderamiento en los usos y aplicaciones* se refiere a la emancipación que se da por medio de las aplicaciones reales de modelos matemáticos” (p. 108); y “*el empoderamiento crítico* el cual rompe con el paradigma de neutralidad de las matemáticas y reconoce los usos y abusos de estas que pueden generar efectos positivos tanto negativos en la sociedad” (p. 109).

La EMC al relacionarse directamente con fines democráticos, concibe una serie de implicaciones como asumir la relevancia del contexto sociocultural en los procesos de aprendizaje de las matemáticas y la diversidad de manifestaciones del pensamiento matemático en diferentes contextos (Alvis et al, 2019). En concordancia con lo anterior, Skovsmose (1999) considera la competencia crítica o democrática⁴ del ciudadano, “la cual requiere de un cierto grado de competencia matemática para poder tomar una distancia y juzgar las decisiones de los gobernantes cuando ellas se basan en sistemas y modelos matemáticos expertos” (Sánchez y Torres, 2017, p. 311).

Adicionalmente, Skovsmose (1997) plantea que “la competencia democrática es la base de conocimiento y comprensión necesaria para que haya algún tipo de control sobre la delegación de la soberanía” (p. 197); los contenidos que versan sobre esta competencia están en sintonía con los problemas inmersos en determinada sociedad, por lo tanto, dichos contenidos no son estáticos, sino que siempre están en constante cambio.

La competencia democrática involucra los siguientes elementos: conocimiento matemático, conocimiento tecnológico y conocimiento reflexivo. El primero hace referencia a las habilidades propias de las matemáticas, es decir la ejecución de algoritmos y cálculos, la interpretación de teoremas y el uso de los diferentes pensamientos matemáticos. El segundo, alude a la aplicación de las matemáticas para alcanzar fines tecnológicos. Y, el tercero se refiere

⁴ Según Skovsmose la competencia crítica y competencia democrática son sinónimos, sin embargo, en el marco de esta investigación cada uno de estos términos alude a significados diferentes.

a “cómo el modelaje matemático puede afectar el contexto social que dio origen al problema abordado con el modelaje” (Skovsmose, 1999, pp. 111-112).

Ahora, es deseable enfatizar en el conocimiento reflexivo en tanto es el “puente” entre el conocimiento matemático y tecnológico, ya que estos se pueden entender de manera independiente. El conocer reflexivo que propone Skovsmose permite lograr una actitud reflexiva en el estudiante pues le da un *carácter potenciador* a la alfabetización matemática la cual se define como “la composición de diferentes competencias: la matemática, la tecnológica y la reflexiva. En especial, el conocer reflexivo tiene que desarrollarse para darle a la alfabetización matemática un carácter potenciador” (Skovsmose, 1999, p. 130).

A raíz de lo anterior, es pertinente aclarar qué se entiende por la alfabetización matemática, la cual es uno de los elementos centrales de la EMC, pues bien, este concepto surge como una analogía a la alfabetización política (a la cual se aludió en el segundo apartado del segundo capítulo) formulada por Freire, esta se entiende como “el proceso de potenciar a los estudiantes/ciudadanos para revelar las crisis de la sociedad y ayudarlos a convertirse en actores que comprendan y transformen su realidad social, política y económica” (Torres, 2022, p. 328)

En relación con lo previo, Skovsmose (1997, p. 211) propone unas *preguntas retadoras* para fomentar el conocimiento reflexivo en el trabajo del aula de clase:

Tabla 3.- Preguntas para fomentar el conocimiento reflexivo.

Preguntas	Función
-----------	---------

1. ¿Usamos el algoritmo de la forma correcta?	Enfocar la atención en la herramienta matemática
2. ¿Usamos el algoritmo apropiado?	
3. ¿Podemos confiar en los resultados de ese algoritmo?	Relacionar la herramienta matemática y la tarea
4. ¿Podríamos hacer algo sin cálculos formales?	
5. ¿Cómo afecta el uso de un algoritmo (apropiado o no) a un contexto específico?	Perseguir un objetivo a través de la herramienta seleccionada
6. ¿Podríamos haber hecho una evaluación de otra manera?	Hacer una <i>metareflexión</i> ⁵ sobre el uso de las matemáticas

Fuente: Skovsmose (1997).

Estrategias de enseñanza-aprendizaje

Previamente, se ha hecho énfasis en que, desde la perspectiva de la EMC, las actividades de enseñanza y aprendizaje no sólo son un proceso de transmisión de conocimiento individualmente, sino que se deben propiciar ambientes colectivos de aprendizaje de las Matemáticas, pues este no puede ser indistinto de los “procesos de socialización que regulan el conocimiento individual para adaptar a los individuos a la vida social” (Valero, 2006, p. 6). A

⁵ Este término alude a que se espera realizar una reflexión acerca de la manera como se ha reflexionado sobre el uso de las matemáticas (Skovsmose, 1997)

continuación, se presentan algunas estrategias metodológicas para tener en cuenta para llevar a la clase de matemáticas desde un enfoque de la EMC.

Valero (2002) se centra en las dimensiones sociopolíticas de la educación en matemáticas y a raíz de ello, identifica tres contextos desde los cuales se puede trabajar el enfoque de la EMC en el aula de matemáticas escolar. El primero hace referencia al *contexto de un problema*, en el que se presentan situaciones dentro de las matemáticas o de la “vida real” con el fin de que el estudiante pueda establecer conexiones que “podría implicar la inclusión de referencias “reales” que tengan que ver con algunos hechos o problemas sociales” (p. 51). El segundo, el *contexto de interacción* es en donde aparte de trabajar con problemas propios de las matemáticas o de la vida real, la manera de abordarlos requiere de la cooperación entre los estudiantes. Y, el último, es el *contexto situacional*, su visión es evidentemente más amplia ya que aparte de incluir los elementos de los dos contextos anteriores, abarca “las características constitutivas de la situación misma: quiénes son sus participantes, el espacio y lugar donde se localiza la situación, y los significados que ella adquiere por ser parte de redes más amplias de acción social” (Valero, 2017, p. 52)

En este orden de ideas, es evidente que una de las características imprescindibles es la constante búsqueda de la contextualización de los contenidos y la relación del conocimiento matemático con “las realidades sociales, históricas y económicas conocidas por los estudiantes” (García et al, 2009, p. 116). En la experiencia de aula compartida por García et al. (2009) se afirman la importancia de recurrir a fuentes como documentos oficiales para encontrar los datos adecuados para construir la clase, de esta manera lograron que las actividades propuestas estuvieran en concordancia con situaciones cotidianas de los estudiantes.

En relación con lo anterior, Skovsmose (2000) distingue dos enfoques o formas de organizar la actividad matemática de los estudiantes en las clases, por un lado, el paradigma del ejercicio donde se ubican las clases de matemáticas tradicionales, donde el profesor es el único que posee conocimiento y las prácticas de enseñanza y aprendizaje se basan y limitan en la transmisión de conocimientos. Por otro lado, se encuentra el enfoque de investigación, en donde este autor propone la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas desde la investigación en donde la intención es cuestionar a los estudiantes y proponer situaciones que problematicen la realidad y permitan la construcción del conocimiento.

Cada una de estas formas de organización de la actividad matemática se pueden proponer desde distintos tipos de referencia, en primer lugar, se encuentran preguntas o ejercicios formulados desde un contexto puramente matemático. En segundo lugar, está la semirrealidad que “no una realidad que de hecho podemos observar, sino una realidad construida, por ejemplo, por el autor de un libro de texto” (Skovsmose y Valero, 2012, p. 115). Por último, se pueden proponer actividades que involucren situaciones de la vida real. Es así, como al combinar los tipos de referencia con estas formas de organización, dan lugar a lo que se denomina ambientes de aprendizaje.

Estos no se deben tomar como un condicionamiento para el profesor ni tampoco se pretende que se cumplan de manera rigurosa. El objetivo de Skovsmose con dicha propuesta es “facilitar discusiones acerca de las posibilidades de cambio en el aprendizaje de las matemáticas escolares” (Alvis et al, 2019, p. 6). Los escenarios de investigación permiten que el estudiante sea el protagonista, ya que debe realizar indagaciones, por ello, se entiende como “una invitación a entender por sí mismos las circunstancias, las consecuencias y cómo se ponen en juego las matemáticas, para que tal situación ocurra de cierta manera” (Sánchez y Duarte, 2017, p. 313)

Adicionalmente, los ambientes de aprendizaje se caracterizan por las formas de comunicación que se establecen en el aula, estas pueden ser de diferentes naturalezas, se puede partir desde

el discurso propio del paradigma del ejercicio hasta el diálogo; el uso de la información y de las tecnologías de comunicación; los recursos económicos de la escuela; los antecedentes de los estudiantes; los conflictos políticos representados en el salón de clase; las posibilidades futuras en la vida de los estudiantes; etc (Skovsmose y Valero, 2012, p. 126)

Para ilustrar los elementos previamente mencionados, dentro de las diferentes propuestas de proyectos expuestos por García et al (2009), es necesario asumir un punto de vista diferente al tradicional frente a los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas ya que “organizar este aprendizaje nos implicó adoptar una distancia crítica frente a los contenidos matemáticos (...) nos ubicamos ahora en un universo educativo más amplio que incluye la constitución de sujetos en la nucleación entre lo colectivo y lo individual” (p. 116).

Al contemplar la metodología de una clase, se incluyen elementos como los recursos de aprendizaje y enseñanza, en este caso, desde la óptica de la EMC, “la idea de recurso está más relacionada con las maneras de desentrañar de lo cotidiano de los estudiantes aquellas problemáticas sociales que serán usadas como contenidos curriculares” (Sánchez y Duarte, 2017, p. 318). En este orden de ideas, los recursos provienen esencialmente de un ejercicio de investigación social que, como se ha mencionado previamente, es deseable que los estudiantes se encarguen de dicha actividad.

Para realizar la investigación social, se deben leer y estudiar situaciones o problemáticas que se presentan en la realidad a partir de dos niveles: el primero, *el personal*, en donde se

formulan preguntas que permitan identificar gustos, intereses, expectativas, características de los espacios que los rodean y de las personas que lo habitan, “en este nivel las entrevistas a los estudiantes, los grupos focales, incluso los estudios de caso, resultan herramientas valiosas para llevarse una primera idea de un tema específico que se puede usar como recurso en el aula” (Sánchez y Duarte, 2017, p. 319); y en el segundo, están los *contextos más generales* en donde se estudian “los espacios como la escuela, el barrio, la comunidad, la ciudad, el país, el continente, entre otros.

En estos niveles, interesa ver cómo las personas se relacionan y qué características culturales desarrollan un papel importante en su determinación” (Sánchez y Duarte, 2017, p. 319). Los recursos empleados en este nivel son la cartografía social, salidas pedagógicas y todas aquellas actividades que permiten un acercamiento a las problemáticas que ingenuamente se consideran como cotidianas.

A partir de lo anterior, se puede inferir que uno de los elementos que también debe ser transformado es la evaluación, pues esta debe estar en la misma dirección de los objetivos de enseñanza y aprendizaje de la EMC, en este caso “la evaluación parte de concebir al sujeto sociopolítico y valora el desarrollo de la competencia crítica y la acción colectiva caracterizada por la deliberación, la reflexión y la transformación” (Sánchez y Duarte, 2017, p. 321). Así mismo, uno de los criterios considerados en la evaluación es la valoración del nivel de alfabetización (matemáticamente hablando) logrado, es decir, la capacidad que se tiene para interpretar el mundo a partir de recursos matemáticos (Skovsmose, 1999).

Ahora, ya que en el apartado anterior se definió el conocimiento reflexivo, es menester indicar los elementos que le permiten al profesor de matemáticas fomentarlo en el aula. El primer

elemento es la necesidad de considerar una problemática o temática de interés que pertenezca a la realidad. El segundo, se refiere a la pertinencia de seleccionar elementos de la realidad y las relaciones existentes entre ellos que se consideren importantes para elaborar el modelo, de esta manera se constituye un sistema que “es una entidad conceptual creada por medio de ciertas interpretaciones de la realidad” (p. 115).

Siguiendo con la idea anterior, desde la perspectiva de Skovsmose (1999), se ha aludido a la modelación como un medio que posibilita la formación de sujetos críticos en el aula, gracias a ello se ha abierto la posibilidad de enmarcar dicho proceso desde un punto de vista sociocrítico.

La modelación matemática desde la perspectiva sociocrítica se define como “un ambiente de aprendizaje que convida a los estudiantes a consultar y/o investigar, por medio de la matemática, con situaciones de referencia en la realidad” (Barbosa, 2001, como se citó en García et al., 2013, p. 290). Así mismo, Silva y Kato (2012, como se refiere en Camelo et al., 2016, p. 71) proponen algunas acciones para abordar dicho proceso en la clase de matemáticas, a saber:

- a. **Escoger una problemática relevante.** El trabajo en grupo, así como la participación activa y crítica de los estudiantes es fundamental para la selección de dicho problema, ya sea a nivel social, económico o político.
- b. **Rol del estudiante en la modelización.** En el momento en que se construye el modelo, el grupo de estudiantes debe desarrollar acciones conjuntas y así mismo aplicar el modelo al contexto en el que ellos se desenvuelven para que puedan evidenciar el papel de las matemáticas en la realidad.

- c. **Rol del estudiante en la sociedad.** Luego de la aplicación, el estudiante debe hacer una interpretación del modelo teniendo en cuenta los factores que inciden en la realidad.
- d. **Rol del profesor.** El profesor actúa como un mediador en los tres momentos previos, debe ser consciente de la cultura de los estudiantes, de la importancia e impacto de las matemáticas como un medio para comprender la realidad y debe poder determinar una relación entre esta, la problemática y el modelo.

En síntesis, el proceso de modelación en el marco de la EMC ofrece la posibilidad de formar ciudadanos críticos, además, los profesores y estudiantes se sumergen en un proceso constante de aprendizaje, pues no sólo deben tener en cuenta el componente matemático sino aquellos asuntos que hacen parte de la realidad e intereses de los estudiantes considerados como relevantes (Martínez et al, 2013). Martínez et al (2013) afirman que, para iniciarse en este proceso desde la EMC, es importante que los profesores orienten a los estudiantes para que escojan problemáticas de investigación que no tengan una única forma de solución.

Retos en el marco de la EMC y posibles formas de solución

La asunción de la postura democrática de la EMC acarrea inevitablemente retos tanto para los profesores como para los estudiantes, en este apartado se describen dichos desafíos y a su vez, se proponen posibles formas de solución con el fin de favorecer en mayor medida los ambientes adecuados para una clase de matemáticas desde la EMC.

Un primer desafío lo enuncian Skovsmose y Valero (2012) cuando el profesor de matemáticas intenta salir de su zona de confort -la cual generalmente está en la línea del paradigma del ejercicio- para adentrarse con los estudiantes en un escenario de investigación, no obstante, tienden a tener una resistencia frente a ello debido a las múltiples configuraciones que

deben realizar en las dinámicas de la clase y también frente al desconocimiento sobre cómo orientar la clase desde el enfoque de la EMC.

Para ello, una posible estrategia de solución para esta situación es, por ejemplo, si se está trabajando dentro de una situación problemática en un contexto determinado, se puedan aceptar o proponer “preguntas del tipo “y ¿qué pasa si...?”, las cuales puedan conducir la indagación hacia un terreno desconocido” (Skovsmose y Valero, 2012, p. 128), esto quiere decir que, en lugar de omitir las preguntas que conduzcan hacia asuntos no previstos en la clase, deben ser aprovechados al máximo ya que puede ser una oportunidad para fomentar la indagación y el trabajo colaborativo.

Por su parte, Torres (2018) menciona que hay algunos factores que pueden presentarse como una posible dificultad en el aula y es el reconocimiento de los elementos presentes en la sociedad que pueden ser usados como contenidos en la clase de matemáticas y qué reflexión crítica puede realizarse en torno a estos. Esto mismo ocurre con respecto a la elección del objeto matemático inmerso en dichos elementos de la sociedad y cómo pueden permitir a los estudiantes comprender la realidad. Es pertinente aclarar que dicha elección no significa que el conocimiento matemático se vea opacado por el tratamiento de problemáticas sociales, al contrario, debe ser usado como herramienta que permite modelar las situaciones con el fin de buscar acciones de solución (Sánchez y Duarte, 2017).

A propósito del proceso de modelar matemáticamente determinadas situaciones, en los proyectos que se enmarcan en la línea de la EMC y que son presentados en el libro de García et al (2009) se resalta un reto al que se enfrentaron los profesores de matemáticas al momento de gestionar cada una de las sesiones de dichos proyectos, pues la mayoría pretendían fomentar la

modelación en la clase de matemáticas. Este consiste en el cuestionamiento que surge frente al conocimiento y la práctica que posee el profesor acerca de la modelación como el medio para estudiar problemáticas sociales, esto implica también la adecuación de espacios para ejecutar eficazmente un proyecto, y la principal problemática que identificaron es la contradicción entre los objetivos de enseñanza y aprendizaje y los tiempos que establece la escuela para la ejecución de un tema

Adicionalmente, Skovsmose (1999) advierte que este proceso, implica que el profesor considere y le de relevancia a los conocimientos previos que tienen los estudiantes ya sea con respecto al contenido matemático o a la realidad misma en donde se enmarca la problemática que los estudiantes desean analizar. Así mismo, el lenguaje matemático juega un papel fundamental, esto por cuanto es el reflejo de la realidad lo que permite que los estudiantes puedan percibir la naturaleza del problema que están abarcando sino de las mismas matemáticas en la sociedad, y si los estudiantes no tienen un adecuado manejo de este, las interpretaciones que realicen a nivel matemático no tendrán coherencia o cohesión con dicha problemática.

CAPÍTULO 4. PUNTOS DE ENCUENTRO ENTRE EDUCACIÓN MATEMÁTICA CRÍTICA Y FORMACIÓN POLÍTICA

Previamente, en los capítulos dos y tres se presentó lo discernido en torno a la revisión documental realizada sobre la FP y la EMC, respectivamente; por lo que, en este capítulo, en principio, se pretende dar cuenta de las posibles relaciones o aspectos comunes entre estos dos campos, atendiendo a los elementos: raíces, objetivos, requisitos, implicaciones, aspectos de enseñanza y aprendizaje, obstáculos con respecto a esto último, y concepción sobre la alfabetización. A continuación, se enlistan dichos elementos para explicitar qué se comprende por cada uno de ellos.

- Raíces: fundamentos que permitieron consolidar los campos como corrientes de la educación.
- Objetivos: metas encaminadas principalmente hacia los estudiantes.
- Requisitos: elementos imprescindibles desde el accionar y formación del profesor, y el quehacer del estudiante.
- Implicaciones: acciones que influyen en una modificación de las dinámicas de clase luego de incluir un enfoque desde la EMC y la FP.
- Aspectos de enseñanza y aprendizaje: se consideran los aspectos generales de la estructura de una clase.
- Obstáculos: aluden a retos a los que se pueden enfrentar tanto los profesores como los estudiantes.

- Concepción sobre la alfabetización: para el caso de la FP, emerge la alfabetización política; y en el caso de la EMC, surge la alfabetización matemática. Ambos, a pesar de ubicarse en diferentes categorías en los dos capítulos previos, se lograron identificar unos elementos comunes.

Ahora bien, en la Tabla 5 se presentan los consensos entre la FP y la EMC de acuerdo con cada elemento referido previamente:

Tabla 4.- Convergencias entre la EMC y la FP.

Elemento	EMC y FP
Raíces	Se fundamentan sobre todo en la pedagogía crítica, por ende, hay una concepción sobre la finalidad del proyecto educativo que se sintetiza en la democracia y la emancipación.
	Las dos emergen y se sostienen gracias a una preocupación frente a las problemáticas de la sociedad y la propuesta de la educación como un medio para hacer frente a tales problemáticas.
Objetivos	Fomentar el desarrollo de competencias, aptitudes y actitudes para participar en una sociedad democrática por medio de la sensibilización de la realidad en el aula.
	Desarrollar una conciencia y participación crítica, dentro y fuera del aula, que permitan transformar las estructuras de poder presentes en determinados escenarios.

Requisitos	<p>Los profesores deben concebir la educación como un proceso en el que se debe promover la construcción colectiva del conocimiento, por lo tanto, la comunicación es fundamental.</p>
	<p>El profesor no debe entender la formación de sus estudiantes como un proceso netamente mecanicista pues esto no promueve las competencias que caracterizan a un sujeto político y el aula tiende a reproducir conductas que son el germen principal de muchas de las problemáticas de la actualidad.</p>
	<p>El profesor debe concebir a sus estudiantes como sujetos con una subjetividad propia y con capacidades diversas.</p>
	<p>El profesor debe propiciar dinámicas en la clase que no se limiten al cumplimiento de objetivos encaminados al aprendizaje de un contenido en particular.</p>
	<p>Es importante que el profesor haya recibido una formación en ciudadanía y que constantemente se esté informando sobre la realidad social, cultural, económica, política y ambiental de la sociedad.</p>
	<p>El estudiante se debe percibir como un sujeto cuyo rol en el aula es primordialmente activo, es decir, no se limita a ser un espectador del contenido que se enseña, sino que, participa en su proceso de aprendizaje.</p>

Implicaciones	El salón de clase se convierte en un ambiente para que el estudiante pueda construir una identidad desde su individualidad y la colectividad.
	Se sugiere que haya una interdisciplinariedad de los asuntos que se tratan en el aula para así lograr una formación integral de los estudiantes.
Aspectos de enseñanza y aprendizaje	En el aula se abordan situaciones reales y cercanas al contexto de los estudiantes, por lo tanto, se fomenta una responsabilidad con la comunidad más cercana a ellos.
	En el aula hay espacios para la discusión, la relación entre el profesor y los estudiantes es dialéctica, y se pretende promover entre los estudiantes el trabajo colectivo o colaborativo teniendo en cuenta la diversidad de posturas.
Obstáculos	Los profesores pueden tender a trivializar el ejercicio de enseñanza y mantenerse en su zona de confort.
	Los conocimientos o competencias previas que tienen los estudiantes no son las adecuadas para llevar a cabo los objetivos de aprendizaje que se consideran para las clases (bien sea desde el enfoque de FP o EMC).
Concepción sobre la alfabetización	Tanto la alfabetización política como la matemática pretenden que el estudiante haga uso de sus capacidades y conocimientos para

	<p>contribuir positivamente a su comunidad, teniendo una conciencia sobre su realidad y los mecanismos o acciones que permiten su funcionamiento.</p>
--	---

Fuente: elaboración propia.

Ahora bien, con base en lo descrito en la Tabla 5, es posible evidenciar que hay por lo menos una coincidencia en cada uno de los elementos considerados; por lo tanto, es natural que surjan los siguientes cuestionamientos: ¿una clase de matemáticas con un enfoque desde la EMC forma necesariamente sujetos políticos?, ¿por qué?; y ¿cómo formar sujetos políticos en la clase de matemáticas?

Para responder estas preguntas, se optó por tomar cinco propuestas de clase de matemáticas desde un enfoque de la EMC reportadas en la literatura académica y evaluar si forman sujetos políticos a la luz de los planteamientos de la Tabla 2 que reportan los “imprescindibles para la formación de sujetos políticos en el aula” identificados en el presente estudio. Así, para realizar dicho análisis, en primer lugar, se hace una descripción de cada una de las clases a analizar a partir de los siguientes aspectos⁶:

Preliminares de la propuesta:

- **Asuntos generales.** Descripción de la población, institución y locación en donde se lleva a cabo la clase, aludiendo de manera concisa al entorno social en donde se

⁶ Se propone esta forma de organización de las propuestas de clase para la identificación de aspectos necesarios para realizar el análisis que será presentado en el capítulo 5 ya que permite el cumplimiento del objetivo general de esta investigación.

encuentran. Además, se describe de forma global el asunto matemático (competencias u objetos) a abordar.

- **Objetivo de aprendizaje.** Descripción de las metas que los estudiantes logran en relación con los conocimientos y competencias adquiridas luego de la realización de diferentes tareas.
- **Objetivo de enseñanza.** Descripción de las metas que el profesor se propone para su práctica profesional. Se incluyen las estrategias y tareas que empleará para dar lugar al proceso de aprendizaje de los estudiantes.
- **Previo al uso explícito de las matemáticas.** Descripción de las acciones que se llevan a cabo en el aula para generar un ambiente propicio antes de abordar el asunto matemático en cuestión.

Propuesta de clase:

- **Descripción de las fases de las clases.** De manera breve se mencionan las actividades y tareas que se realizan en las clases por parte de los estudiantes y el profesor que permiten dar cumplimiento a los objetivos. Cabe resaltar que las clases están organizadas por fases, las cuales a su vez están seccionadas por momentos de interacción.

Consideraciones y análisis:

- **Actos del profesor y de los estudiantes durante la gestión de la propuesta.** Descripción de las interacciones entre el profesor-estudiante y estudiante-

estudiante que permiten evidenciar la construcción del conocimiento en torno al asunto matemático. Dentro de este ítem, se estableció un criterio para organizar los momentos más relevantes durante la gestión de la propuesta con base en los aprendizajes parciales de los estudiantes señalando entre paréntesis a cuál aspecto específico aluden dichos aprendizajes.

- **Reflexiones sobre la gestión de la propuesta.** Descripción de los asuntos que se consideran relevantes antes, durante y después de la gestión de dicha propuesta, al mismo tiempo que se señalan obstáculos o retos que enfrentaron los profesores en la implementación de esta.

Luego, posterior a la descripción de la clase, se trae a colación la Tabla 2 en donde se presentan los elementos imprescindibles para formar sujetos políticos en la escuela y se le agrega una tercera columna (ver Tabla 6) para asignar una valoración de acuerdo con los siguientes parámetros: (S) cuando implícita o explícitamente en el documento se atiende al criterio de manera completa y efectiva; (P) para aquellos criterios que cumplen ciertos aspectos, pero requieren unas mejoras para que puedan cumplirlos totalmente y (N) para indicar aquellos criterios que no se abordan de manera adecuada o no se llevan a cabo según lo expuesto por los autores. Cabe aclarar que, para los últimos dos parámetros, se darán las respectivas justificaciones y sugerencias para que, en un escenario hipotético, puedan cumplirse de manera efectiva. Es de mencionar que, en el capítulo posterior se presenta una sintetización de dichas calificaciones.

Tabla 5.- Evaluación de las clases de matemáticas con EMC a la luz de la FP.

Categoría	Criterios	Valoración
Metodología	Acercamiento de la realidad en el aula.	
	Evidencia de una cultura democrática en el aula.	
	Dinámica dialéctica entre los sujetos.	
	Didáctica política.	
	Objetivo de aprendizaje y enseñanza más allá del contenido.	
Competencias	Capacidad democrática.	
	Acción política.	
	Participación política.	
Habilidades	Análisis de la realidad.	
	Sensibilización de la realidad.	

Fuente: elaboración propia.

Teniendo en cuenta cómo será la evaluación de las propuestas de clase, se da paso a la exposición de cinco propuestas de clase desde un enfoque de la EMC y que han sido rastreadas en la literatura académica especializada.

Propuesta 1: telefonía móvil⁷

Preliminares de la propuesta

- **Asuntos generales.** La población con la que se lleva a cabo esta clase está en grado undécimo de un colegio público ubicado en un sector de bajos recursos de la ciudad de Bogotá. En total se llevaron a cabo cinco sesiones cuyo proceso matemático trabajado fue la modelación.
- **Objetivo de aprendizaje.** Analizar e interpretar las implicaciones sociales de algunas problemáticas derivadas del plan de telefonía móvil en Colombia por medio de la formulación de un modelo matemático que pueda dar solución a dichas situaciones.
- **Objetivo de enseñanza.** Crear un ambiente de aprendizaje en el que los estudiantes por medio de la modelación matemática puedan analizar una problemática en torno a la situación del actual modelo de telefonía móvil en Colombia.
- **Previo al uso explícito de las matemáticas.** Teniendo en cuenta que los objetivos centran su interés en la modelación matemática, y la situación a analizar versa sobre la telefonía móvil, fue necesario en la primera sesión observar un vídeo en el que se exponen factores que inciden en el costo de plan de telefonía móvil. Adicionalmente, el profesor solicita que formulen posibles interrogantes que les gustaría investigar y que por supuesto, las matemáticas puedan ser un medio para poder resolverlo.

⁷ Propuesta presentada en Camelo et al (2016)

- **Propuesta de clase (cada uno de los numerales propuestos en esta sección corresponde a los momentos de cada una de las fases mencionadas)**

- **Primera fase**

1. Ver un vídeo que cuestiona algunos asuntos en torno a los celulares, tales como: el costo de los celulares nuevos en Colombia en comparación con otros países, el valor de los planes pospago, cómo incrementa el costo de un celular cuando se paga a cuotas en comparación con el pago de contado, el oligopolio⁸ de los celulares. En esencia el vídeo transmite la importancia de ser un consumidor inteligente y responsable a la hora de adquirir celulares y planes en las diferentes empresas.
2. Se les plantea a los estudiantes, por grupos, la siguiente pregunta: ¿cuáles problemáticas se pueden evidenciar con relación a la telefonía móvil en Colombia? Y se solicita que cada grupo elija una problemática en particular para que pueda ser estudiada y posiblemente darle una solución.

- **Segunda fase**

1. Presentación de la problemática al profesor y a los demás estudiantes.
2. Los demás junto con el profesor le aportan ideas al grupo sobre qué estudiar en torno a la problemática planteada y el cómo poder solucionarla proponiéndoles nuevos interrogantes.

⁸ Dentro de la economía, este es un término que refiere a un mercado en donde hay un número muy pequeño de empresas que tienen un alto dominio y poder sobre el mercado.

3. A partir de los momentos anteriores, los estudiantes formulan una pregunta de investigación sobre la problemática seleccionada de la telefonía móvil.

○ **Tercera fase**

1. Los estudiantes particularizan aún más la problemática y proponen vías para solucionarla por medio de búsqueda de información y el momento dos de la anterior fase.
2. Presentación de los grupos con el apoyo de diferentes recursos digitales para mostrar la problemática y la propuesta de solución o soluciones.

Consideraciones y análisis

- **Actos del profesor y los estudiantes durante la gestión de la propuesta.** El profesor propició espacios a lo largo de las sesiones donde la principal interacción era profesor-estudiantes y estudiante-estudiante. Durante las discusiones grupales el principal objetivo fue analizar desde un punto de vista crítico y por medio de las matemáticas las diferentes implicaciones sociales de algunas problemáticas que fueron formuladas por los estudiantes luego de observar el vídeo que muestra el panorama de la telefonía móvil en Colombia. Entre las problemáticas identificadas y seleccionadas por los estudiantes se encuentran: “la dificultad en la conexión o ‘llamadas caídas’, tiempo que se invierte usando el celular y la reposición; robo de los celulares; duración de las baterías; daños en la salud causados por el uso de celular y costo de los teléfonos móviles en Colombia y en el exterior” (2016, p. 77). Estas problemáticas formuladas por los estudiantes evidencian una visión más allá de las situaciones que se presentaban en el vídeo, probablemente porque se sentían identificados con ellas.

Es necesario aclarar que en el documento se muestra un panorama de las sesiones de clase, aunque se muestra con más rigurosidad lo realizado en la segunda sesión, en esta se llevó a cabo una presentación en donde cada grupo de estudiantes socializaba la problemática propuesta y los demás compañeros y el profesor tenían la función de “aportar a la delimitación de la problemática planteando posibles caminos para abordarla y fuentes de información para la elaboración de un marco teórico” (p. 77).

Aprendizaje parcial (ruta de investigación): En particular, uno de los grupos (aquel que seleccionó la problemática de la señal en los celulares) mostró la problemática formulada de una manera distinta a la usual (mediante una dramatización). No obstante, cuando el profesor les pregunta por las causas de la mala señal en los celulares, en un primer momento los estudiantes se sintieron confundidos y manifestaron desconocerlas; sin embargo, gracias a las intervenciones e interacciones con el profesor, lograron plantear una posible ruta de investigación para conocer qué factores obstaculizan una buena señal en los celulares y así mismo las respectivas alternativas de solución.

Otra de las problemáticas, es el robo de los celulares, el profesor pregunta al grupo respectivo sobre cómo podrían usar las matemáticas en dicho contexto, y ellos responden por ejemplo el precio que colocan para liberar un celular después de su hurto y las cifras que poseen las entidades como la Policía Nacional acerca de los robos de celulares que se presentan.

Aprendizaje parcial (adquisición de una postura): particularmente, en el momento tres de la segunda fase, a través de las interacciones entre los estudiantes y el profesor se puede observar una concientización sobre la profundidad o rigurosidad que implica la

problemática seleccionada, ya que los estudiantes proponen indagar los datos directamente en las empresas de servicio telefónico.

Paulatinamente, se pudo evidenciar que los estudiantes adquirieron un posicionamiento crítico ya sea por medio de afirmaciones o interrogantes frente a las problemáticas expuestas por los otros compañeros, esto se puede sustentar cuando uno de los estudiantes se pregunta por la razón en el aumento del costo en la factura del plan de un celular cuando en un inicio era otro totalmente diferente, esto los lleva a identificar una problemática aún más global como la falsa publicidad.

Para el tercer momento de la segunda fase, los estudiantes recurrieron a fuentes como el internet, esto les permitió reconfigurar su pregunta y ampliar su mirada sobre la problemática que estaban planteando. Este ejercicio para algunos estudiantes “les implicó comenzar a tomar una distancia crítica del fenómeno a estudiar inicialmente ¿por qué se cae la señal? A uno más profundo, ¿por qué no han implementado una solución para que no se caiga la señal si ya hay estudios que muestran cómo diseñar el sistema de antenas para que esto no ocurra?” (p. 81).

Debido a la brevedad de la extensión del documento, no fue posible evidenciar otros resultados como el que se muestra en el párrafo anterior con respecto a las otras problemáticas propuestas por los estudiantes, por ejemplo, la del robo de celulares.

- **Reflexiones sobre la gestión de la propuesta:** El rol del profesor como mediador en la clase de matemáticas jugó sin duda un papel preponderante en la formulación de las problemáticas de los estudiantes y en la acotación de estas. Por medio de las preguntas

orientadoras o “retadoras” que realizaba el profesor, los estudiantes implícitamente aceptaban la invitación a cuestionar diferentes aspectos de la vida social y económica.

Se puede evidenciar que los estudiantes tienen una visión estrictamente cuantitativa sobre las matemáticas, este fue un aspecto que preocupó al profesor puesto que evidenció que el uso de las matemáticas para los estudiantes solo se da cuando hay explícitamente números, más no cuando se está analizando una situación cualitativamente.

A pesar de que los estudiantes no habían tenido anteriormente una experiencia con la modelación matemática, en el momento dos de la tercera fase, los autores argumentan que los estudiantes estaban comprendiendo el proceso de modelación, no obstante, no muestran las evidencias o las interacciones profesor-estudiante o estudiantes-estudiantes que soporten tal afirmación. De este momento también resaltan que, gracias a las diferentes fuentes consultadas por los estudiantes y la acotación de las problemáticas se “potencia la participación activa y democrática de los estudiantes en la construcción del modelo” (p. 81).

Por su parte, el profesor afirma que uno de los principales retos a los que se enfrentó “fue reflexionar sobre las implicaciones sociales que ellos debían asumir al comprender de una manera más crítica fenómenos de sus cotidianidades” (p. 82). De ahí, se puede inferir que también es necesario, para este tipo de propuestas de clase, un cambio en el paradigma que tienen los estudiantes en torno a las matemáticas y cómo estas se vinculan con asuntos sociales, para ello es imprescindible que no se descuiden los aspectos disciplinares de la clase por prestar atención en el estudio de las problemáticas, al

contrario, el profesor debe buscar aquellos puntos claves de conexión para trabajar de manera conjunta entre ambas áreas del conocimiento.

Tabla 6.- Análisis de la propuesta 1.

Categoría	Criterios	Valoración
Metodología	Acercamiento de la realidad en el aula.	S
	Evidencia de una cultura democrática en el aula.	S
	Dinámica dialéctica entre los sujetos.	S
	Didáctica política.	S
	Objetivo de aprendizaje y enseñanza más allá del contenido.	S
Competencias	Capacidad democrática	S
	Acción política	P
	Participación política	P
Habilidades	Análisis de la realidad.	S
	Sensibilización de la realidad.	S

Fuente: elaboración propia.

De acuerdo con las valoraciones, es evidente que se cumplen la gran mayoría de los criterios para formar sujetos políticos, en la metodología el profesor pretendía que los estudiantes analizaran problemáticas asociadas a los planes que ofrecen para celulares por medio de la modelación matemática, se pudo observar también una alta participación de los estudiantes

debido a la familiarización que tienen con los dispositivos móviles, así mismo, las interacciones que permitieron la construcción del conocimiento están mediadas esencialmente por los mismos estudiantes, mientras que el profesor está orientando por medio de algunas preguntas o sugerencias.

Con respecto a las competencias de los estudiantes, es claro que hay una capacidad democrática pues se cuestionaban por diferentes problemáticas, transformando algunas de ellas incluso en unas más complejas, evidenciado así una inquietud por la realidad de los planes de telefonía móvil.

En cuanto a la acción política, se considera que existe una parcialidad frente al cumplimiento de este criterio ya que, si bien analizaron las situaciones, y tienen conciencia sobre la necesidad de mejorar asuntos que beneficien a todos los consumidores, no se evidencia que hubieran podido tomar una decisión específica en relación con la formulación de una solución para la problemática planteada. Así mismo, en la participación política de los estudiantes hubiese sido provechoso que ellos tuvieran un mayor grado de apropiación frente a las posibles soluciones que proporcionarían luego de la elaboración del modelo y de ser posible, proponer una ruta hipotética de trabajo para volver a realidad dicha solución.

Esta clase permitió que los estudiantes adquirieran las habilidades sobre el análisis y sensibilización de la realidad, por cuanto aprendieron a establecer rutas de investigación para buscar información que pudiera enriquecer su conocimiento para analizar detenidamente la problemática y luego, con ese nuevo saber adquirido poder tomar una postura crítica para empezar a formular posibles soluciones evidenciando así que tienen una responsabilidad con su entorno.

Propuesta 2: salarios y calidad de vida⁹

Preliminares de la propuesta

- **Asuntos generales.** La población en la que se lleva a cabo esta clase es en grado séptimo de la institución educativa Colegio Paulo VI de la ciudad de Bogotá, la localidad en la que se encuentra el colegio se caracteriza por su estratificación baja y media. La metodología de estas clases se basó en un proyecto de aula, en total se llevaron a cabo tres sesiones cuyo objeto matemático a trabajar fue sobre la estadística (tablas de frecuencia, diagramas de barras y análisis de datos) y la proporcionalidad.
- **Objetivo de aprendizaje.** Reflexionar sobre la calidad de vida en la clase de estadística por medio del estudio del costo de la vida y el salario básico en las diferentes familias de los estudiantes del curso.
- **Objetivo de enseñanza.** Crear un ambiente de aprendizaje para analizar desde una perspectiva crítica el salario mínimo en relación con la calidad de vida de las familias de los estudiantes del curso.
- **Previo al uso explícito de las matemáticas.** el profesor propone una *estrategia de sensibilización* (p. 158) en la que se realiza la lectura de una noticia que pone en tela de juicio la calidad de vida en Bogotá, posterior a ello, se conformaron grupos de estudiantes en los que discutían algunos factores que inciden en el mejoramiento o empeoramiento de la calidad de vida, por ejemplo “el acceso a servicios públicos, estado de las vías, la

⁹ Propuesta presentada en Fuentes (2017)

seguridad, la posibilidad de empleo, el costo de la canasta básica, los salarios, el acceso a salud y el acceso a actividades culturales y de ocio” (p. 158). En este proceso, surgió la necesidad de “analizar la relación entre los salarios y la calidad de vida” (p. 158).

Propuesta de la clase (cada uno de los numerales propuestos en esta sección corresponde a los momentos de cada una de las fases mencionadas)

- **Primera fase**

1. Lectura y discusión de una noticia en la que se discute sobre la calidad de vida en Bogotá.
2. Luego de la reflexión previa, se conforman grupos de estudiantes para identificar aspectos que según ellos mejoran o empeoran la calidad de vida. En este punto, los estudiantes se cuestionan sobre la relación entre los salarios y la calidad de vida.
3. Presentación de una noticia en donde se reporta el salario mínimo de algunos países de Latinoamérica, dado que la información estaba presentada en dólares los estudiantes realizan los cálculos pertinentes para hacer la conversión a pesos colombianos.
4. Los estudiantes organizan la información previa en una tabla de frecuencia, ordenando los salarios de menor a mayor, para luego hacer la respectiva representación en un diagrama de barras. A través de este ejercicio los estudiantes se dieron cuenta que el salario mínimo de Colombia es uno de los más bajos en comparación con otros países.

- **Segunda fase**

1. A raíz de las reflexiones que surgieron en el momento cuatro de la primera sesión, se presenta una lectura que pretende acercar a los estudiantes al concepto de canasta familiar.
 2. Previamente se había solicitado a los estudiantes llevar una factura de algún servicio público de uno de los integrantes del grupo que ya se habían conformado. También, se les solicitó elaborar una lista con los costos de la canasta básica de una de las familias de uno de los integrantes de cada grupo.
 3. Análisis de la información contenida en la tabla y diagrama de barras deduciendo de esta forma que sólo en costos de renta una familia gasta casi un salario mínimo y que un salario mínimo cubre las necesidades básicas de una persona y no de una familia de más de 2 integrantes.
- **Tercera fase**
 1. Búsqueda de una representación gráfica “que muestre los gastos mensuales de una familia teniendo como referencia una unidad, en este momento surgió la necesidad de elaborar un diagrama circular” (p. 161).
 2. Los estudiantes elaboraron el diagrama circular y posteriormente, por medio de carteleras, lo expusieron frente al profesor y sus compañeros, y mediante la reflexión de dichos resultados pudieron establecer elementos comunes.

Consideraciones y análisis

- **Actos del profesor y los estudiantes durante la gestión de la propuesta.** Para cada uno de los momentos de las tres fases del proyecto de aula la discusión entre estudiantes-

estudiantes y profesor-estudiantes jugó un papel fundamental porque permitió que los estudiantes develaran las necesidades económicas que viven sus familias y cómo el salario mínimo en Colombia no es suficiente para atenderlas.

Aprendizaje parcial (inferencias sobre salarios): En el momento tres de la primera fase, el profesor afirmó que las matemáticas surgieron de forma natural, así mismo en el momento cuatro de la primera fase los estudiantes identificaron “que el salario mínimo en Colombia es el sexto más bajo de toda Latinoamérica, sólo superado por Cuba, Venezuela, Bolivia, México y Brasil, de igual forma los estudiantes pudieron identificar que el salario mínimo más alto de Latinoamérica es el panameño, el cual es más de tres veces más mayor que el salario mínimo de Colombia” (p. 159). A raíz de estos análisis, los estudiantes reflexionaron sobre la influencia de la posición del salario mínimo en Colombia respecto a la calidad de vida en nuestro país.

Aprendizaje parcial (comparación con la calidad de vida): Como resultado de los momentos dos y tres de la segunda fase, los estudiantes lograron inferir las siguientes afirmaciones “en Bogotá se gasta casi un salario mínimo sólo para el pago de renta de un apartamento, (...), una familia necesita de 3 o 4 salarios mínimos para cubrir las necesidades básicas de una familia de 3 o 4 integrantes” (p. 160). Esta reflexión llevó a los estudiantes a una caracterización sobre las necesidades económicas de sus familias y las condiciones sociales en las que se encuentran inmersos.

En los momentos uno y dos de la tercera fase, los estudiantes, mediante la orientación del profesor, notaron coincidencias a medida que sus compañeros realizaban sus respectivas

exposiciones, por ejemplo, las familias gastan entre 1 y 2 salarios mínimos en arriendo, y los costos de alimentación oscilan entre medio y 1 salario mínimo.

- **Reflexiones de la gestión de la propuesta.** Para la implementación de la propuesta, fue muy provechoso que los estudiantes tuvieran un conocimiento previo acerca de elementos de estadística descriptiva, esto permitió que surgiera naturalmente el uso de las matemáticas para analizar la situación. Así mismo, el ambiente de aprendizaje que promovió el profesor fue adecuado para abarcar los procesos generales y pensamientos básicos propuestos en el currículo.

Fuentes (2017) explicita que las dinámicas de evaluación en esta clase se basaron en el acompañamiento a cada uno de los grupos de trabajo, al reconocimiento y prevención de errores de cada una de las producciones de los estudiantes. Esta propuesta permitió que los estudiantes usaran el “conocimiento matemático para cuestionar y argumentar sobre problemáticas como la deficiencia habitacional y la baja calidad de vida ante los bajos salarios en Colombia” (p. 162).

En el apartado anterior (actos del profesor y los estudiantes durante la gestión de la propuesta), fue posible entrever un posicionamiento crítico por parte de los estudiantes, lo cual debe ser un factor que se debe fomentar en las clases de matemáticas, no obstante, el profesor que llevó a cabo esta propuesta afirma que la construcción de una actitud crítica frente a las dinámicas sociales y económicas de nuestro país requiere de un proceso más largo.

Tabla 7.- Análisis de la propuesta 2.

Categoría	Criterios	Valoración
Metodología	Acercamiento de la realidad en el aula.	S
	Evidencia de una cultura democrática en el aula.	S
	Dinámica dialéctica entre los sujetos.	S
	Didáctica política.	S
	Objetivo de aprendizaje y enseñanza más allá del contenido.	S
Competencias	Capacidad democrática	S
	Acción política	P
	Participación política	P
Habilidades	Análisis de la realidad.	S
	Sensibilización de la realidad.	S

Fuente: elaboración propia.

Se puede concluir que esta clase tienen en cuenta todos los aspectos metodológicos para formar sujetos políticos ya que se centra en una población a la cual el salario mínimo y su incidencia en la calidad de vida es una realidad común que no los afecta solamente a ellos, sino que se dan la oportunidad de evidenciar que es un patrón que se repite dentro de sus compañeros de clase. Además, las discusiones que se dan están mediadas por el profesor y él se encarga de promover los ambientes adecuados y las indicaciones oportunas para que el trabajo colectivo de los estudiantes pueda producir los resultados esperados y en este caso es reconocer qué tan

adecuado es el salario mínimo en Colombia para cubrir las necesidades básicas de familias de estratos bajos en Bogotá.

En esta clase se logra evidenciar que los estudiantes logran sensibilizarse frente a la situación económica de sus familias y probablemente puedan vislumbrar que esta realidad no es ajena a millones de familias en Colombia,

Por su parte, considero que la limitación en la acción y participación política se debe, en gran medida, a la forma en que se identifica la problemática, aunque esto no signifique que dicha problemática carezca de relevancia. Para desarrollar estas competencias, los estudiantes, guiados por el profesor, deben tener la oportunidad de reconocerse como agentes capaces de formular soluciones, así como emitir juicios críticos sobre políticas públicas relacionadas con el salario mínimo y la calidad de vida en Colombia.

Esta problemática (la limitación de la cobertura de un salario mínimo de Colombia en las necesidades básicas de familias de estratos bajos en Bogotá) en particular dio la oportunidad a los estudiantes de explorar diferentes formas de recolección de información y socialización de esta para evidenciar contrastes y similitudes entre los hallazgos encontrados por todos los grupos de trabajo y de esta forma percatarse que el salario mínimo en relación con las necesidades básicas de la canasta familiar (entendida como una característica inerte a la calidad de vida) se queda muy corto, esto a su vez, promueve en los estudiantes actitudes como una concientización y un llamado a que se puedan generar propuestas que puedan mitigar la precariedad económica a la que se exponen la mayoría de las familias de estratos bajos.

Propuesta 3: alimentación saludable ¹⁰

Preliminares de la propuesta

- **Asuntos generales.** La población en la que se llevó a cabo esta clase es en grado noveno de una institución de carácter público, ubicado en el suroccidente de la ciudad de Bogotá, la localidad en la que se encuentra el colegio se caracteriza por su estratificación baja y media. En total se llevaron a cabo tres fases cuyo objeto matemático a trabajar fue la proporcionalidad directa y el pensamiento numérico.
- **Objetivo de aprendizaje.** Usar la proporcionalidad directa para construir menús saludables y adquirir conciencia sobre hábitos saludables de alimentación en el marco del comedor escolar que ofrece la institución.
- **Objetivo de enseñanza.** Formular una situación problemática presente en el comedor escolar de la institución para usar la proporcionalidad directa como un medio para diseñar menús saludables y el mejoramiento de hábitos alimenticios.
- **Previo al uso explícito de las matemáticas.** La institución ofrece el servicio de comedor escolar a las dos jornadas, en las que participan aproximadamente 2.200 estudiantes, la mayoría de ellos pertenecen a poblaciones vulnerables, es así como surge la necesidad de sensibilizar a los estudiantes sobre la responsabilidad que deben tener para usar dicho espacio y la fomentación de hábitos sanos de alimentación.

¹⁰ Propuesta tomada de Fuentes (2021)

Posteriormente, hay un momento denominado *investigación exploratoria* (Fuentes, 2021, p. 14) en donde el objetivo es comprender algunos procesos de la nutrición y la importancia de hábitos sanos de alimentación por medio de preguntas orientadoras del profesor. Luego de ello, los estudiantes comprendieron algunas enfermedades que son producto de una dieta que no es balanceada, entre ellas se encuentran: la obesidad, la hipertensión, la diabetes, entre otras.

Propuesta de clase (cada uno de los numerales propuestos en esta sección corresponde a los momentos de cada una de las fases mencionadas)

- **Primera fase**

1. Búsqueda de información sobre procesos de nutrición, para ello el profesor propone preguntas como “¿Qué tipo de alimentos son más o menos saludables?, ¿Cuáles variables hacen que sean más o menos saludables?, ¿Cuántas calorías debe consumir un humano diariamente?, ¿Cómo se debe distribuir un menú para tener una dieta saludable?” (p. 14).
2. Gracias a la consulta y discusión del momento anterior, los estudiantes comprendieron algunas enfermedades asociadas a los hábitos de alimentación.
3. Se les solicitó a los estudiantes cortar y pegar la información nutricional de los empaques de diferentes alimentos procesados que generalmente consumen. Los estudiantes respondieron a las siguientes preguntas: ¿si 2000 Kcal representan el 100% de las calorías que se deben consumir, entonces qué porcentaje representa el consumo de determinado producto según la tabla nutricional?, ¿Cuántas unidades de

cada uno de los productos se pueden comer de tal forma que se tengan las 2000 Kcal?
(p. 14).

4. Se asignó como tarea extra-clase elaborar un mapa conceptual que considerara los elementos más importantes sobre proporcionalidad directa, ya que este objeto sería nuevo para los estudiantes.

- **Segunda fase**

1. Caracterización de la proporcionalidad directa gracias a la socialización de los mapas conceptuales elaborados por los estudiantes.
2. Los estudiantes hacen uso de la proporcionalidad directa para el estudio de la situación propuesta en el momento tres de la primera fase, se les solicita “encontrar la cantidad de Kcal diarias que tiene el consumo de un pan blanco de 50 gramos, sabiendo que este contiene 200 Kcal”
3. Se realizó el mismo procedimiento que en el anterior momento, pero esta vez con alimentos no procesados, por ejemplo: limón, remolacha, atún, leche.

- **Tercera fase**

1. Los estudiantes reinterpretaron la situación que se planteó en los tres primeros momentos de la primera fase, haciendo uso de la proporcionalidad directa.
2. Consulta de cantidad de calorías en alimentos procesados y no procesados por cada 100 gramos. Esto con la finalidad de elaborar diferentes menús que apunten al aporte calórico deseable.

3. Análisis crítico por medio del reconocimiento de la importancia de la proporcionalidad en la construcción de menús saludables. Los estudiantes resolvieron y socializaron las siguientes preguntas “¿Qué aprendí por medio de esta experiencia que inicialmente desconocía?, ¿Cómo aporta el conocimiento sobre proporcionalidad en la creación de conciencia sobre hábitos saludables de alimentación?, ¿Qué hábitos no se consideran saludables y por qué?, ¿Cómo podría socializar los aprendizajes asociados con dieta saludable con la comunidad educativa?” (p. 18).

Consideraciones y análisis

- **Actos del profesor y los estudiantes durante la gestión de la propuesta.** Las interacciones entre profesor-estudiante y estudiante-estudiante son esenciales para la construcción de un menú saludable en un comedor escolar, gracias al razonamiento proporcional, los estudiantes pueden calcular porciones adecuadas, equilibrando los nutrientes necesarios para una alimentación balanceada

Aprendizaje parcial (identificación de elementos para la investigación): A raíz de los momentos uno y dos de la segunda fase, los estudiantes identificaron “las variables y las situaciones que iban a ser trabajadas por medio de la modelación, priorizando el uso de datos reales” (p. 14). En este orden de ideas, en el primer momento de la tercera fase los estudiantes lograron identificar rápidamente cómo usar la proporcionalidad en la situación trabajada, las magnitudes en este caso que conformarían las razones serían las calorías y el porcentaje.

Aprendizaje parcial (problematización de la situación): En el primer momento de la tercera fase, se complejizó la situación a raíz de lo siguiente: sí un almuerzo saludable

de 1000 Kcalorías, debe tener una proteína, vegetales, un almidón y una bebida ¿cuáles propuestas de almuerzos se pueden hacer para cumplir con dichos requisitos? Según la respuesta de un estudiante, él propone una idea de menú y en los cálculos “concluye que contiene 518 Kcalorías, es decir el 25,9% de las calorías necesarias para un día, concluyendo que esta propuesta es insuficiente, pues según lo planteado inicialmente un almuerzo debe tener 1000 Kcalorías” (p. 17).

Gracias a los cálculos que iban realizando los estudiantes y a la orientación del profesor, ellos paulatinamente modificaron variables para lograr la cantidad de Kcalorías óptima, por ejemplo, la cantidad de gramos que debe tener cada porción de alimentos en el menú.

Aprendizaje parcial (relevancia de las matemáticas): en el momento tres de la tercera fase los estudiantes expresaron la importancia de las matemáticas en la realidad y en la toma de decisiones ya que esto permitió construir menús saludables que apuntan a un mejoramiento en los hábitos alimenticios y la prevención de enfermedades asociadas a estos.

- **Reflexiones de la gestión de la propuesta.** Hay asuntos como la intensidad horaria de matemáticas que destina la institución en su currículo, los conocimientos previos de los estudiantes y la sobrepoblación escolar que ocasionan que no haya una totalidad de cobertura de los contenidos propuestos y esto ralentiza el proceso educativo. Este es un factor muy relevante que se debe considerar en las planeaciones de clase.

De manera general, Fuentes afirma que “este tipo de propuestas en grupos de trabajo puede potenciar aspectos como el trabajo colaborativo, la comunicación asertiva y la argumentación en matemáticas” (p. 19). Adicionalmente, él argumenta sobre una

propuesta interdisciplinar desde otras áreas que abarquen también estos fenómenos y así establecer proyectos transversales que seguramente tendrán mayor significancia en las aulas.

Tabla 8.- Análisis de la propuesta 3.

Categoría	Criterios	Valoración
Metodología	Acercamiento de la realidad en el aula.	S
	Evidencia de una cultura democrática en el aula.	S
	Dinámica dialéctica entre los sujetos.	S
	Didáctica política.	S
	Objetivo de aprendizaje y enseñanza más allá del contenido.	S
Competencias	Capacidad democrática	S
	Acción política	S
	Participación política	P
Habilidades	Análisis de la realidad.	S
	Sensibilización de la realidad.	S

Fuente: elaboración propia.

Con respecto a la metodología, se cumplen todos los criterios ya que las dinámicas de la clase se basan esencialmente por el trabajo colectivo de los estudiantes mientras que el profesor se encarga de problematizar algunas situaciones particulares que conduzcan a los estudiantes

para que puedan usar el nuevo conocimiento adquirido proporcionalidad y este pueda ser usado para responder a una cuestión sobre ¿cómo se debe distribuir una dieta saludable para tener una dieta saludable?

A diferencia de las dos propuestas anteriores, esta se enfoca en un contexto cercano para los estudiantes: el comedor escolar. Este espacio impacta a todos por igual y ha permitido que los estudiantes descubran problemáticas de las que no eran conscientes, como el tipo de alimentos que consumen y su impacto en la salud. A partir de esta reflexión, también han reconocido la importancia de mantener una dieta balanceada.

Los estudiantes en esta clase tuvieron la posibilidad de proponer sus propios menús saludables gracias al razonamiento proporcional para incluir alimentos que cumplan con el aporte calórico que las personas necesitan, sin embargo, se considera que para fomentar en los estudiantes una posición más crítica sobre este asunto y evidenciar aún más la participación política sería necesario ampliar la mirada sobre los problemas que acarrea una dieta que no es saludable en la vida de los colombianos. Se podría analizar poniendo en juego la capacidad crítica de los estudiantes sobre las políticas que regulan el consumo de azúcar, colorantes y sodio en productos que regularmente consumen los niños y adolescentes.

Los diferentes conocimientos adquiridos por los estudiantes, tanto en la indagación sobre las calorías necesarias en una dieta balanceada, el menú que ofrecen en el comedor comunitario y la proporcionalidad, lograron hacer una asociación entre estos tres elementos para analizar desde una perspectiva más consciente su realidad y así mismo proponer acciones para transformarla de tal manera que tenga un impacto positivo en la comunidad.

Propuesta 4: actividades interdisciplinarias¹¹

Preliminares de la propuesta

- **Asuntos generales.** La población en la que se lleva a cabo esta clase es en grado séptimo del Colegio Federico García Lorca ubicado en la localidad de Usme en la ciudad de Bogotá. La metodología empleada fue proyecto de aula en la que se incorporó un proyecto desde el área de Biología y se contó con el apoyo del profesor de educación física. Se abordaron diferentes objetos matemáticos a lo largo de las sesiones, tales como: elementos de estadística descriptiva, ubicación espacial (punto de referencia), comprensión de los números enteros, proporcionalidad, modelación. Esta iniciativa fue liderada por un grupo de investigadores y practicantes de la Universidad Pedagógica Nacional y el principal objetivo es la constitución de identidad de los estudiantes desde lo individual y lo colectivo al tiempo que se trabaja con problemáticas reales y cercanas a la cotidianidad de los estudiantes.
- **Objetivos de aprendizaje.** Construir conocimiento matemático participando en proyectos interdisciplinarios mediante el trabajo en grupo, con el propósito de que el estudiante reconozca su identidad individual y su papel dentro de la comunidad que lo rodea.

¹¹ Propuesta tomada de García et al (2009)

- **Objetivos de enseñanza.** Transformar las dinámicas tradicionales de enseñanza de las matemáticas a partir del montaje de un ambiente de aprendizaje interdisciplinar para que los estudiantes puedan construir su identidad desde el ámbito individual y social.

Propuesta de clase (cada uno de los numerales propuestos en esta sección corresponde a los momentos de cada una de las fases mencionadas, adicionalmente las fases están en correspondencia con los “subproyectos” que se propuso desde el área de matemáticas en alianza con otras disciplinas)

- **Primera fase ¿quién soy yo y mi clase?**
 1. Conformación de grupos entre los estudiantes y caracterización de cada uno de ellos a partir de información personal como cualidades y características físicas medibles.
 2. Elaboración de carteleras con la información recolectada en cada uno de los grupos, mediante representaciones tabulares que organicen los datos.
 3. En la clase de educación física se propuso actividades a los estudiantes para construir la identidad propia y la de sus compañeros por medio del cálculo de la frecuencia cardíaca antes y después de un movimiento.
- **Segunda fase ¿quién soy yo y el mundo?¹²**

Espacio geográfico:

¹² Particularmente, la segunda, tercera y cuarta fase describen el subproyecto “¿quién soy yo y el mundo?”, en este se trabajaron dos “espacios”, uno con respecto al ámbito geográfico y otro con respecto al ambiental.

1. Los estudiantes determinan la distancia desde sus casas al colegio mediante la aplicación Google Earth.
 2. Se lleva a los estudiantes al parque para que dibujen los alrededores del colegio.
 3. Realización de un “mapa” de la disposición de las filas en el salón, e identificar dos amigos y dos compañeros, y colorear los pupitres.
 4. Presentación del mapa de la localidad de Usme para que los estudiantes ubiquen diferentes espacios (económicos, ambientales y culturales).
- **Tercera fase**
 1. Luego de la identificación de los lugares en el momento anterior, estos se distribuyen en diferentes grupos de estudiantes. El objetivo es que los estudiantes puedan descubrir fenómenos que se puedan modelar.
 2. Recopilación de información cualitativa de cada uno de estos espacios que permita identificar relaciones entre dos variables (por ejemplo, en el sector económico el costo de los productos con respecto a su calidad).
 3. Se trae a colación elementos de estadística descriptiva para describir matemáticamente las relaciones entre las variables, tales como: la cantidad de viviendas y hogares por barrio, la materia prima que compran las panaderías de la localidad.

4. De acuerdo con los productos de los dos momentos previos, el profesor propone algunas preguntas orientadoras que implican la interpretación de tablas de frecuencia y diagramas de barras.
 5. Traducción de información verbal a gráficos estadísticos e interpretar la relación de covariación entre dos variables.
- **Cuarta fase**

Espacio ambiental:

1. Identificación en el mapa presentado en el momento cuatro de la segunda fase, cuerpos de agua que puedan ser focos de contaminación. Se estableció una relación de dependencia entre variables cualitativas.
2. Identificación de elementos que evidencian contaminación atmosférica en los barrios que viven los estudiantes y así mismo la búsqueda de posibles causas de esta problemática.
3. Clasificación de los tipos de residuos o desechos más comunes que se generan en el curso ya que la basura surge como otra problemática ambiental.

Consideraciones y análisis

- **Previo al uso explícito de las matemáticas.** Los estudiantes se organizaron en grupos (ellos elegían los integrantes), se les solicitó que compartieran cualidades personales y físicas y también algunas características medibles como estatura o peso, uno de los estudiantes de cada grupo escribía en una cartelera las diferencias y aspectos en común

identificados entre sus compañeros. Ellos debían escribir la información de tal manera que los estudiantes se vieran en la necesidad de emplear representaciones tabulares y gráficas estadísticas. Esta actividad tenía como fin caracterizar de forma general el curso.

- **Actos del profesor y de los estudiantes durante la gestión de la propuesta.** Durante los momentos uno y dos de la primera fase fue necesario un acompañamiento constante del profesor ya que los estudiantes no estaban identificando la tarea matemática solicitada y, por ende, no estaban haciendo uso de estas para realizar la actividad propuesta, sin embargo, gracias al diálogo que propiciaba el profesor los estudiantes poco a poco reconocían aquellos elementos matemáticos necesarios para organizar la información de las carteleras.

Con el apoyo de los profesores de ciencias naturales, matemáticas y practicantes, los grupos utilizaron procedimientos matemáticos, unos relacionados con la ubicación y medidas de tendencia central y otros con la gráfica de barras para describir características físicas particulares del grupo.

Dado el acompañamiento de cada uno de los profesores, las dinámicas que promovían en cada una de las clases y la naturaleza transdisciplinar de este proyecto; en una de las fases, los integrantes de un grupo afirmaron que aprendieron a trabajar de manera cooperativa.

En el primer momento de la segunda fase, que estaba orientada a reconocer el colegio y sus alrededores como un espacio social, se pretendía fomentar asuntos matemáticos como el punto de referencia que cada estudiante seleccionaba en el mapa para ubicar el colegio,

según los autores, esto se relaciona con el cero relativo que se considera para comprender la ubicación de los números enteros en la recta numérica.

En la tercera fase, se pretende hacer un reconocimiento de los estudiantes con el mundo, para ello, hacen uso de conocimientos acerca de la proporcionalidad, estadística descriptiva y elementos de la función lineal. En relación con la cuarta fase, es importante mencionar que fue muy provechosa para asumir una postura crítica, además se emplearon diferentes instrumentos para recolectar datos que posteriormente serían empleados para modelar la situación.

En esta misma fase, los estudiantes adquirieron conciencia sobre los factores que contribuyen en la perpetuación de problemáticas ambientales como la contaminación en el agua, la contaminación atmosférica y la basura y así mismo proponer alternativas de prevención frente a estas. A raíz de esta actividad, los estudiantes elaboraron diferentes insumos de exposición para mostrar los resultados a los estudiantes de otros dos colegios en un encuentro que se realizó en la ciudad de Villavicencio.

- **Reflexiones de la gestión de la propuesta.** Uno de los aspectos enriquecedores de esta propuesta de clase fue la articulación con diferentes áreas, lo cual evidencia el entrelazamiento que tienen las matemáticas con otros campos. A pesar de los inconvenientes, como la indisciplina que en ocasiones se presentaba en el salón, esta propuesta permitió a los estudiantes salir de su zona de confort y ver más allá de las dinámicas tradicionales de la clase de matemáticas. Además, en cada uno de los momentos de planeación y ejecución de los subproyectos, se consideraron diferentes

referentes teóricos que respaldaban las acciones llevadas a cabo tanto por el profesor como por los estudiantes.

Tabla 9.- Análisis de la propuesta 4.

Categoría	Criterios	Valoración
Metodología	Acercamiento de la realidad en el aula.	S
	Evidencia de una cultura democrática en el aula.	S
	Dinámica dialéctica entre los sujetos.	S
	Didáctica política.	P
	Objetivo de aprendizaje y enseñanza más allá del contenido.	S
Competencias	Capacidad democrática	P
	Acción política	S
	Participación política	P
Habilidades	Análisis de la realidad.	S
	Sensibilización de la realidad.	N

Fuente: elaboración propia.

Para el caso particular de esta propuesta, la cual fue la única con un enfoque interdisciplinar, se tuvo en cuenta el tratamiento de realidades de contextos cercanos a los estudiantes desde diferentes perspectivas, procurando en todo momento la participación de los

estudiantes y la mediación del profesor sobre las intervenciones y producciones de los estudiantes.

En el caso de la evidencia de una didáctica política en las clases de matemáticas, aunque se presentaron hechos relevantes para los estudiantes, en el documento no se ahondó en la emisión de juicios de los estudiantes y tampoco había suficiente evidencia que permitiera afirmar una capacidad analítica de los estudiantes, ya que si bien realizaban afirmaciones desde el conocimiento matemático -lo cual es un gran avance-, faltó articularlo a las circunstancias sociales, culturales y económicas que estaban abordando en cada una de las actividades.

Se presume que la parcialidad ante la capacidad democrática y participación política de los estudiantes se deba principalmente a que fue la primera vez que se consideraba una interdisciplinariedad que abordara los objetos matemáticos y un enfoque desde la EMC en el aula de matemáticas. Por lo tanto, aunque los estudiantes fueron capaces de generar algunas reflexiones acerca de cuestiones sociales, culturales, ambientales y económicas, el tiempo empleado para la implementación de estas sesiones de clase no fue suficiente para que los estudiantes pudiesen desarrollar la capacidad de formular posibles planes de acción que sean solución a las problemáticas estudiadas. Esto implicó una ausencia en cuanto a la habilidad que respecta la sensibilización de la realidad, ya que, si bien hubo un análisis de ella, en el extenso del documento no fue posible vislumbrar cómo los estudiantes se sentían responsables o comprometidos con las diferentes problemáticas.

Propuesta 5: comercialización de café¹³

Preliminares de la propuesta

- **Asuntos generales.** La población en la que se lleva a cabo esta clase es en grado noveno en una institución educativa rural ubicada en el municipio de Campoalegre en el departamento del Huila, Colombia. En total se llevaron a cabo dos sesiones cuyo objeto matemático a trabajar fue el proceso de la comunicación.
- **Objetivo de aprendizaje.** Estudiar y seleccionar una problemática relacionada con las actividades económicas del municipio donde viven los estudiantes, utilizando diferentes métodos de recolección de información y aplicando el conocimiento matemático para identificar razones y proponer soluciones a dichas situaciones.
- **Objetivo de enseñanza.** Crear un ambiente de aprendizaje en donde los estudiantes se reconozcan como agentes activos de la comunidad donde viven, propiciando discusiones que los conduzca a cuestionarse por la forma en cómo funciona la comercialización del café del municipio.
- **Previo al uso explícito de las matemáticas.** Se llevó a cabo un proceso de *negociación de intenciones* sobre la cotidianidad de los estudiantes, con el fin de diseñar el escenario de la clase de matemáticas. Este proceso se realizó mediante un grupo focal en el que participaron todos los estudiantes. Como resultado de la investigación realizada por ellos, "se establece una inmersión profunda en el escenario de investigación consolidado por el

¹³ Propuesta tomada de Alvis et al (2022)

profesor y los estudiantes" (p. 135). En particular, la situación seleccionada para el análisis crítico fue la actividad económica característica de la región en la que residen.

Propuesta de clase (cada uno de los numerales propuestos en esta sección corresponde a los momentos de cada una de las fases mencionadas)

- **Primera fase**

1. Caracterización del contexto social y cultural de los estudiantes en su cotidianidad por medio de grupos de discusión conformados por los estudiantes y las preguntas orientadoras del profesor. El registro de esta actividad se hizo por medio de videos y audios.
2. A raíz de lo anterior y gracias a la observación del profesor, él logra diseñar e instaurar el escenario en el aula de tal forma que las matemáticas surjan como un elemento para analizar la realidad ya que se pretende tomar como objeto de investigación la producción y comercialización de café de Campoalegre.

- **Segunda fase**

1. Los estudiantes inician un trabajo en el que, por medio de observaciones y notas de campo, recopilan toda la información posible en torno a la situación identificada en el momento anterior. Para ello, acuden principalmente de un habitante del pueblo (don José) que comercializa café, él manifiesta que los costos de producción de café son muy altos en comparación con los precios de venta.
2. Discusión en el aula entre estudiantes y profesor en torno a los hallazgos en el momento anterior. En este caso se percatan de las bajas ventas de don José, ya que él

comercializa dos tipos de café cada uno con su respectivo precio y desea que ambos puedan venderse sin perder el margen de ganancia que ha mantenido a lo largo de los años.

- **Tercera fase**

1. Los estudiantes y el profesor analizan detalladamente las causas de las bajas ventas del café y así mismo posibles soluciones.
2. Se extraen los datos que los estudiantes consideran más relevantes para proporcionar soluciones a lo mencionado en el momento anterior, un estudiante se encarga de anotarlos en el tablero.
3. Cuando los estudiantes tienen total claridad del escenario de investigación en el que están inmersos, formulan una pregunta en cuya respuesta estará la solución al problema que presenta don José.

Consideraciones y análisis

- **Actos del profesor y los estudiantes durante la gestión de la propuesta.** El profesor logra evocar de una forma muy natural una problemática que los estudiantes y sus familias han percibido en relación con los elevados costos de producción del café, un asunto que los afecta directamente, convirtiéndola así en un objeto de estudio en el aula de matemáticas. Este hecho permite que las actividades que se lleven a cabo en el aula estén influenciadas por historias y significados que hacen parte del contexto tanto social, cultural y familiar de los estudiantes, lo cual determina un escenario completamente cercano, significativo e interesante para los estudiantes.

Aprendizaje parcial (investigación y justificación): en el momento dos de la segunda fase, se identifican elementos que justifican la problemática estudiada pues los estudiantes argumentan que en “este negocio sufren pérdidas porque el café se vende barato debido a que el precio de venta es menor que el de producción” (Alvis et al., 2022,p. 139), a partir de esta discusión grupal los estudiantes logran socializar sus puntos de vista, exponiendo también sus sentires alrededor de la indagación que realizaron en el segundo momento de esta misma fase.

En la interacción con el profesor, los estudiantes exponen las siguientes cuestiones que hallaron en su trabajo de investigación: (i) don José vende dos tipos de café, uno a \$9.000 [café 1] y otro a \$8.000 [café 2]; (ii) las ventas no han sido tan prosperas pues la concentración de mercado en esa zona es alta debido a que es uno de los principales alimentos que se cultiva y cosecha; (iii) don José se ve en la necesidad de pensar una idea para que pueda vender ambos cafés con el fin de que estos no se acumulen por las bajas ventas y también que pueda obtener algo de ganancias.

Aprendizaje parcial (articulación con las matemáticas): a raíz de lo anterior y durante las discusiones grupales que se dan a lo largo de la tercera fase, el objeto de estudio se acota a la siguiente pregunta: “¿cuáles deben ser las cantidades de cada tipo de café para producir el nuevo café producto de la mezcla que debe hacer el señor José?” (p. 142). Para ello, anotan algunos datos dentro de los cuales se destacan los precios de los dos tipos de café, la necesidad de hacer una promoción y mantener unas ganancias de \$168.000 (el cual es el promedio de ganancias semanalmente de don José). Gracias a esto, se evidenció que los estudiantes tienen una claridad sobre su posición con respecto al escenario de investigación.

Gracias a lo anterior, los estudiantes logran formular “la problemática en términos de una tarea matemática que configura y le da sentido al ambiente de aprendizaje, esta tarea es ¿cuál es la cantidad de café tipo 1 y 2 que necesita don José para la promoción?” (p. 144). Esto les permite a los estudiantes ser críticos frente a una problemática particular y real y que, al resolverla, habrán solucionado eficazmente la situación económica de una familia del municipio.

- **Reflexiones de la gestión de la propuesta.** Esta propuesta refleja la riqueza de trabajar con contextos cotidianos a los estudiantes en el aula de clase pues no sólo permite dar significado al conocimiento matemático, sino que además los estudiantes tienen la oportunidad de auto reconocerse como sujetos que pueden proveer soluciones a su comunidad. En el artículo se describen a detalle las dos primeras sesiones de clase, dado que las intenciones de los autores era mostrar cómo se construyó el escenario de investigación en torno a la comercialización de café en Campoalegre, no fue posible evidenciar el tratamiento de los objetos y el surgimiento de nuevo conocimiento matemático que posiblemente era el resultado de resolver la tarea matemática que se formuló hacia el final de la clase.

Tabla 10.-Análisis de la propuesta 5.

Categoría	Criterios	Valoración
Metodología	Acercamiento de la realidad en el aula	S
	Evidencia de una cultura democrática en el aula	S
	Dinámica dialéctica entre los sujetos	S

	Didáctica política.	S
	Objetivo de aprendizaje y enseñanza más allá del contenido	S
Competencias	Capacidad democrática	S
	Acción política	P
	Participación política	P
Habilidades	Análisis de la realidad	S
	Sensibilización de la realidad	S

Fuente: elaboración propia.

Con respecto a la metodología de esta clase se evidencia un cumplimiento de cada uno de los criterios de esta categoría ya que se plantea dentro de un contexto económico que además es familiar a los estudiantes, pues es la principal actividad a la que se dedican sus familiares; además, se evidencian unas interacciones entre los estudiantes que están guiadas por el profesor. En esta clase se logra evidenciar que los estudiantes logran sensibilizarse frente a la situación económica de sus familias y probablemente puedan vislumbrar que esta realidad no es ajena a millones de familia en Colombia.

La limitada acción y participación política de los estudiantes parece estar vinculada principalmente a la forma en que se identifica la problemática, lo cual no significa que esta no sea relevante. Para desarrollar estas competencias, es fundamental que los estudiantes, con la orientación del profesor, tengan la oportunidad de reconocerse como agentes capaces de

proponer soluciones y emitir juicios críticos sobre las políticas públicas relacionadas con la comercialización del café.

Los estudiantes utilizaron diferentes métodos de recolección de datos, lo que les permitió establecer la relación entre dos variables: los tipos de café y sus precios. Aunque en el desarrollo completo de esta propuesta no se muestra cómo los estudiantes lograron formular una solución matemática, es evidente que adquirieron una mayor conciencia sobre las problemáticas de la comercialización del café, las cuales probablemente también afectan a sus familias. Esto subraya la importancia de generar soluciones que podrían tener un impacto positivo en sus vidas y en la comunidad que los rodea.

CAPÍTULO 5. A MANERA DE CIERRE Y APERTURA

En este capítulo se pretende reunir lo realizado en los tres capítulos anteriores, con el fin de dar cumplimiento al objetivo general de esta investigación. Para ello, se desarrolla lo siguiente: (1) se realiza una sintetización de la evaluación de las propuestas de clase presentadas en el capítulo anterior y se destacan aquellos criterios disciplinares propios del conocimiento matemático, que involucran procesos generales y conocimientos básicos, esto permite evidenciar coincidencias en las calificaciones de las categorías; (2) se consolida un diagrama que permite evidenciar el cómo se vinculan las competencias democráticas y los procesos generales (o competencias matemáticas) a favor de establecer y describir las relaciones que emergen de estos dos asuntos; (3) se proponen posibles estrategias para formar sujetos políticos en la clase de matemáticas; (4) se presentan algunos ejemplos de cómo se pueden implementar dichas estrategias en la clase de matemáticas; (5) se explicitan los resultados que surgieron a lo largo de esta investigación y a la luz de los objetivos planteados; y, (6) se proponen algunas preguntas que si bien fueron respondidas en esta investigación, surgieron en momentos determinados y tienen la intención de invitar a la comunidad académica para que en un futuro se pueda seguir profundizando sobre las relaciones que pueden aparecer entre la FP y la EMC.

Síntesis de la evaluación de las propuestas

Teniendo en cuenta al análisis previo de las propuestas de clase (ver los apartados del capítulo 4), en la Tabla 12 se compilan cada uno de los criterios con la respectiva calificación asignada a cada una de las propuestas (las cuales están representadas mediante P1, P2, P3, P4 y P5; respectivamente), con el fin de establecer una generalización al respecto y que permita proponer estrategias para formar sujetos políticos en la clase de Matemáticas.

Tabla 11.-Sintetización de la evaluación de las propuestas

Categoría	Criterios	P1	P2	P3	P4	P5
Metodología	Acercamiento de la realidad en el aula.	S	S	S	S	S
	Evidencia de una cultura democrática en el aula.	S	S	S	S	S
	Dinámica dialéctica entre los sujetos.	S	S	S	S	S
	Didáctica política.	S	S	S	P	S
	Objetivo de aprendizaje y enseñanza más allá del contenido.	S	S	S	S	S
Competencias	Capacidad democrática	S	S	S	P	S
	Acción política	P	P	S	S	P
	Participación política	P	P	P	P	P
Habilidades	Análisis de la realidad.	S	S	S	S	S
	Sensibilización de la realidad.	S	S	S	N	S

Fuente: elaboración propia

Con los resultados obtenidos y presentados en la Tabla 5 se esperaba que se cumpliera la gran mayoría de criterios sobre formación de sujetos políticos en propuestas de clase bajo la línea de la EMC, lo cual se ratifica en lo elaborado en el inicio del capítulo 4, lo que, a su vez, permitió consolidar la Tabla 12. Por otra parte, se puede observar que en las competencias y habilidades que deberían adquirir los estudiantes en el marco de la FP, hay mayor parcialidad en el cumplimiento de los criterios.

Sobre esto último, la participación política es una de las competencias que, según lo reportado, los estudiantes adquirieron parcialmente, esto por cuanto ellos reconocen que tienen la

capacidad de analizar situaciones de la vida real y desde la actividad matemática responde a problemáticas que de una u otra forma afecta sus cotidianidades y están permeadas por sus sentires y opiniones. No obstante, no se logró evidenciar que los estudiantes hayan adquirido un grado de concientización sobre las dinámicas de poder y la posibilidad de descentralizarlo, es decir, falta que ellos también reconozcan que pueden ser sujetos de cambio no sólo a nivel institucional sino local, puesto que el objetivo es que los estudiantes puedan proyectar su rol como sujetos políticos.

Por otra parte, las habilidades de la FP se cumplen de manera efectiva en las cinco propuestas de clase, este aspecto se relaciona directamente con la dimensión socioemocional del estudiante, ya que debe haber adquirido un grado de conciencia lo suficientemente alto como para aceptar y asumir la responsabilidad que tiene en su entorno. Este resultado es significativo en cuanto los escenarios de aprendizaje que se propician en la clase de matemáticas no sólo favorece la actividad matemática sino también incide en la percepción del estudiante como individuo frente a la comunidad que le rodea.

Ahora bien, de acuerdo con los resultados de la Tabla 12, es evidente que, aunque se han analizado los criterios para formar sujetos políticos a la luz de las clases de matemáticas, estos criterios son muy generales, por lo que se pueden ajustar a cualquier tipo de clase. De acuerdo con esto, surge la necesidad de agregar el componente que caracteriza a la clase de matemáticas, particularmente lo relacionado con los conocimientos básicos (pensamiento numérico y sistemas numéricos, pensamiento espacial y sistemas geométricos, pensamiento métrico y sistemas de medida, pensamiento aleatorio y sistemas de datos y pensamiento variacional y sistemas algebraico analíticos) y los procesos generales (razonamiento, resolución y planteamiento de

problemas, comunicación, modelación, elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos) propuestos para la educación escolar en Colombia (MEN,1998).

Cabe aclarar que, otro de los elementos que propone el MEN son los contextos, no obstante, en cada una de las descripciones de clase del capítulo anterior, se alude a que cada una de ellas se desarrolla en un contexto de la vida cotidiana, por lo que ya se acepta que ese tipo de contexto es clave para la formación de sujetos políticos en la clase de matemáticas.

A continuación, en la Tabla 13 se relacionan dichos conocimientos y procesos en concordancia con las propuestas de clase contempladas en el Capítulo 4. Criterios disciplinares en las propuestas de clase con un enfoque de EMC

Tabla 12.-Criterios disciplinares en las propuestas de clase del capítulo 4

Propuesta	Conocimiento básico	Proceso general
P1	<ul style="list-style-type: none"> ● Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos ● Pensamiento numérico y sistemas numéricos 	Comunicación, razonamiento, resolución y planteamiento de problemas, modelación.
P2	<ul style="list-style-type: none"> ● Pensamiento aleatorio y sistemas de datos ● Pensamiento numérico y sistemas numéricos 	Comunicación, razonamiento, resolución y planteamiento de problemas.

P3	<ul style="list-style-type: none"> • Pensamiento numérico y sistemas numéricos • Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos 	Comunicación, razonamiento, resolución y planteamiento de problemas, modelación.
P4	<ul style="list-style-type: none"> • Pensamiento espacial y sistemas geométricos • Pensamiento numérico y sistemas numéricos. • Pensamiento aleatorio y sistemas de datos 	Comunicación, razonamiento, resolución y planteamiento de problemas.
P5	<ul style="list-style-type: none"> • Pensamiento numérico y sistemas numéricos • Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos 	Comunicación, razonamiento, resolución y planteamiento de problemas.

Fuente: elaboración propia

Ahora, la descripción que proporciona el MEN sobre cada uno de los pensamientos básicos es bastante amplia, por tal razón se realiza la acotación sobre cuáles son los aspectos centrales en los cuales se hizo hincapié en cada una de las propuestas de clase mencionadas en el capítulo anterior. Se realiza este ejercicio para dilucidar cuáles son esas actividades que facilitan un desarrollo de las clases de matemáticas desde un enfoque de la EMC.

Con respecto al pensamiento numérico, se evidencia la comprensión del efecto de cada operación y las relaciones que se pueden establecer entre estas y, los cálculos con números y

aplicaciones de números y operaciones en la resolución de problemas. Esto es fundamental no solo para que los estudiantes puedan realizar cálculos correctamente, sino también para que desarrollen habilidades de razonamiento lógico que les permitan aplicar estos conocimientos en la resolución de problemas reales.

Dentro del pensamiento geométrico, se enfatizó sobre todo en la inteligencia espacial y en la representación bidimensional de objetos tridimensionales, esto permite la adquisición de habilidades como la visualización, interpretación y abstracción las cuales brindan la posibilidad de que los estudiantes entiendan y transformen su entorno físico.

En el pensamiento aleatorio se aludió sobre todo a la interpretación de datos e información estadística, sus diferentes representaciones y las inferencias que podían realizar los estudiantes en relación con el contexto en el que estaban inmersos. El análisis que los estudiantes realizaban de esta información influye directamente en cómo perciben su entorno, permitiéndoles comprender mejor el impacto de ciertas situaciones en la realidad.

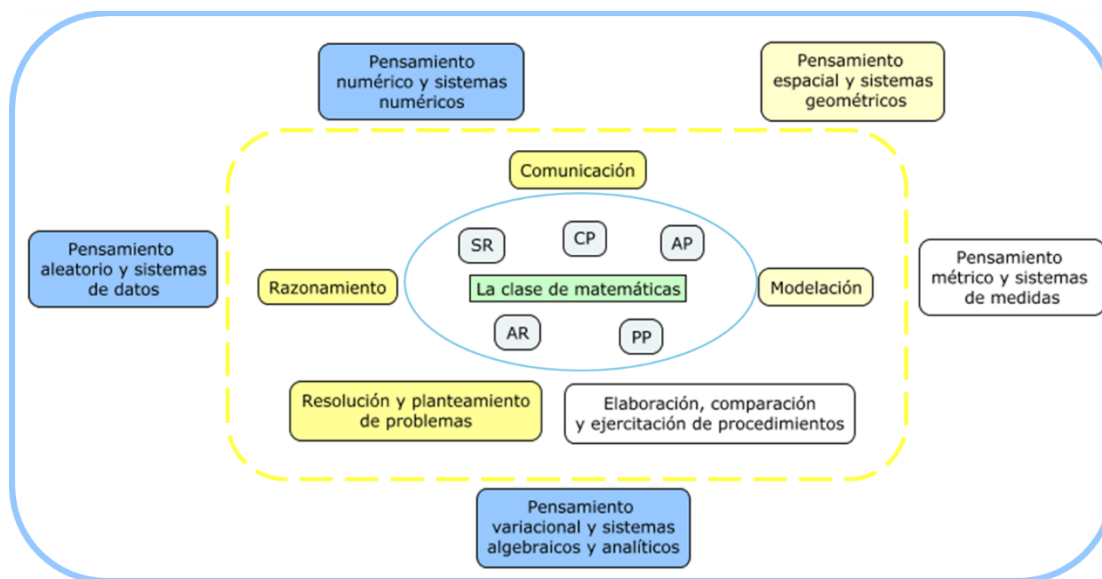
Por último, en cuanto al pensamiento variacional, se hizo énfasis en la comprensión de la función como una relación de dependencia y en el uso de modelos matemáticos para describir situaciones en un contexto de la vida cotidiana. El razonamiento que emplearon los estudiantes ayuda a que ellos puedan interpretar la realidad a partir de relaciones matemáticas lo cual implica que tengan una comprensión más profunda sobre los sucesos que ocurren a su alrededor.

Vinculación de las competencias democráticas y procesos generales

Considerando lo mencionado previamente sobre los componentes matemáticos que se desarrollan en una clase desde la EMC, así como uno de los elementos que fundamenta esta investigación—la intención de dar continuidad al trabajo de Sánchez y Torres (2017), quienes relacionan el proceso de la comunicación en matemáticas con la comunicación en la vida

democrática—se ha elaborado el siguiente diagrama (ver Figura 1). En este se muestra cómo se interrelacionan las competencias y habilidades de la FP¹⁴, los procesos generales y los conocimientos básicos en la clase de matemáticas.

Figura 1.- Relación conocimientos y procesos generales con la Formación Política



Fuente: elaboración propia

La construcción de este diagrama parte del centro, en el que se sitúa la posibilidad de formar sujetos políticos en la clase de matemáticas (objeto de estudio de esta investigación), en la cual se pueden fomentar habilidades y competencias propias de la FP, uno de los medios para lograrlo es potenciar procesos propios de la actividad matemática como lo son: la comunicación, el razonamiento, la resolución y planteamiento de problemas, y la modelación. Nótese que los tres primeros están en un tono de color más fuerte, ya que prevalecen con más frecuencia en las

¹⁴ A continuación, se explican a qué hacen referencia cada una de las siglas encerradas dentro del ovalo: CP. Capacidad democrática, AC. Acción política, PP. Participación política. AR. Análisis de la realidad y SR. Sensibilización de la realidad.

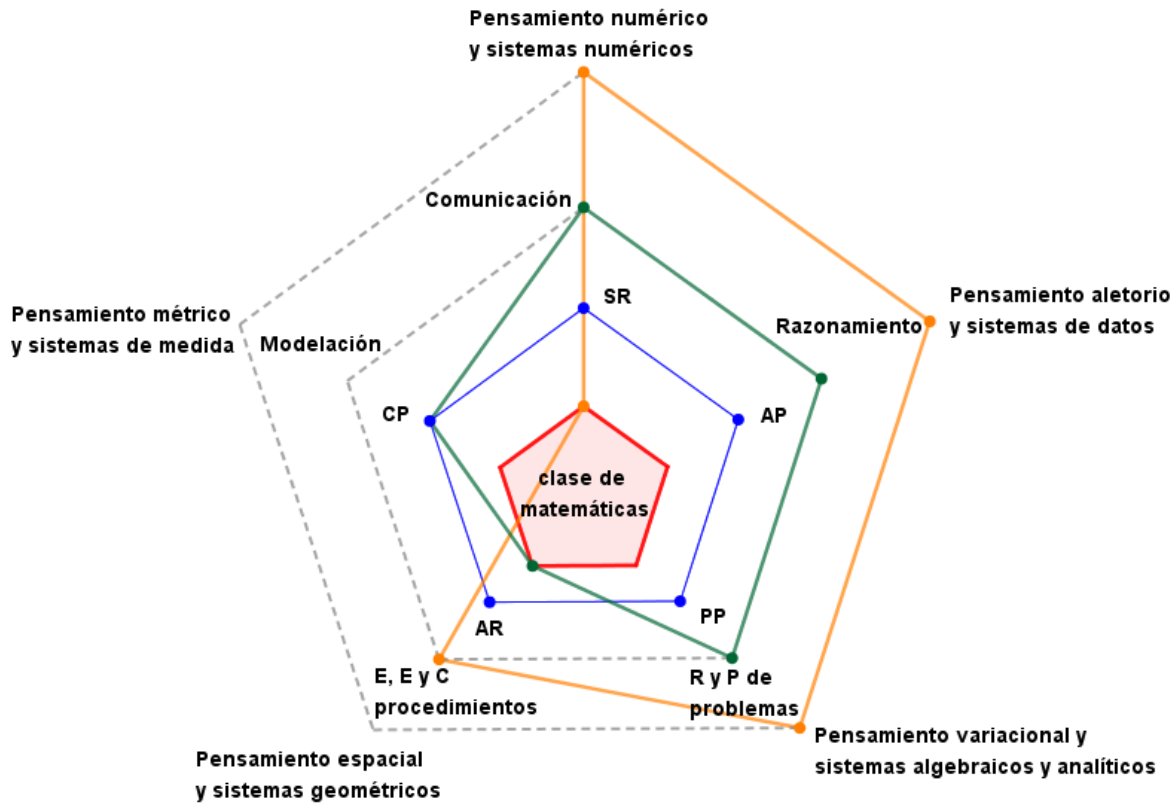
clases, por su parte, la modelación se encuentra en un tono de color más tenue ya que no fue protagonista en las clases; y, por último, se encuentra la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos que no posee ningún color ya que en ninguna de las propuestas se abordó dicho proceso. Es de recalcar que, aunque se reconoce que este proceso está presente en la clase de matemáticas, en lo que sigue de este capítulo no se va a hacer hincapié en él a comparación con los otros procesos.

A su vez, estos procesos requieren de unos conocimientos generales que involucren objetos matemáticos a estudiar; así, aquellos pensamientos y sistemas que son más frecuentes para la formación de sujetos políticos son: el pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos, el pensamiento numérico y los sistemas numéricos, y el pensamiento aleatorio y los sistemas de datos.

Ahora bien, en la Figura 2 se pretende destacar las tendencias de los procesos generales¹⁵, conocimientos básicos y competencias y habilidades de la FP y cómo se relacionan con la clase de matemáticas.

Figura 2.- Tendencias hacia procesos generales y conocimientos básicos.

¹⁵ En este diagrama, se han propuesto las siglas E, E y C procedimientos para aludir a la ejercitación, elaboración y comparación de procedimientos. Y en el caso de R y P de problemas, refiere a la resolución y planteamiento de problemas. Las siglas que se ubican en el pentágono azul se corresponden con las siglas sobre competencias y habilidades de FP del diagrama anterior.



Fuente: elaboración propia

En este cuasi-diagrama de radar se pretende hacer una comparación y una medición de las tendencias de cada uno de los componentes previamente mencionados en una representación visual de forma bidimensional. Por una parte, este diagrama se construyó teniendo en cuenta las siguientes características: el polígono más pequeño es el escenario central de donde se despliegan todas estas competencias, procesos y conocimientos; el pentágono de color azul, corresponde a las competencias y habilidades de la FP a promover; el tercer pentágono, corresponde a los procesos generales de las matemáticas a desarrollar y el último alude a los conocimientos básicos a estudiar.

Por otra parte, para comprender cómo se debe interpretar este diagrama, se debe partir de la esencia del diagrama radial, cada uno de los lados representan ejes radiales y en cada uno de los vértices se indica el elemento (competencias de la FP, procesos generales y conocimientos

básicos) al cual se le debe asignar una “escala”, no obstante, no se debe entender que cada pentágono corresponde a una escala cuantitativa. Por ejemplo, en el pentágono azul, todos los vértices están señalados constituyendo así un polígono regular porque se espera que haya una integración de todas las competencias de FP en la clase de matemáticas. Luego, en el tercer pentágono, los únicos que están en los vértices correspondientes son la comunicación, el razonamiento y la resolución y planteamiento de problemas, esto quiere decir que dichos procesos tienen un mayor impacto en la clase; la modelación que se ubica en uno de los vértices del pentágono azul, señala que su impacto no es en mayor medida como los otros tres; y por último, se encuentra la elaboración, ejercitación y comparación de procedimientos cuyo vértice se encuentra en el pentágono más pequeño, para representar que a pesar de que se aborda en la clase de matemáticas, no se ha evidenciado que potencie las competencias y habilidades de la FP.

Esta interpretación es análoga con los conocimientos básicos, en el pentágono de color amarillo, los vértices que están ubicados en el pensamiento numérico, aleatorio y variacional, y sus respectivos sistemas, indican que tienen una mayor incidencia en las clases con un enfoque de EMC. Por su parte, el pensamiento espacial no tiene una tendencia tan preponderante como los otros tres; y finalmente, se encuentra el pensamiento métrico que si bien se debe abordar en la clase de matemáticas no es posible establecer una relación clara o directa con la formación de sujetos políticos, por eso el vértice correspondiente se ubica en el pentágono rojo.

Estos diagramas muestran claramente las relaciones que se pueden establecer entre las competencias y habilidades de la FP, los procesos generales y los conocimientos básicos de la educación matemática. Por ello, antes de detallar las estrategias para formar sujetos políticos en la clase de matemáticas, se describe cómo se interconectan dichos procesos generales con las competencias y habilidades de la FP.

- **Razonamiento:** proceso fundamental para la capacidad democrática, ya que fomenta el pensamiento crítico y la habilidad de analizar situaciones desde diferentes perspectivas. Esta capacidad se refleja en la toma de decisiones informadas y en la evaluación de las consecuencias de estas, lo cual posibilita un análisis de la realidad y los elementos para lograr una acción y participación política.
- **Modelación:** contribuye a la participación política, ya que permite representar situaciones reales y analizarlas de manera objetiva. La modelación ayuda a entender fenómenos sociales, económicos y ambientales que requieren de nivel de comprensión e interpretación considerable para que las inferencias que los estudiantes puedan realizar a partir de los modelos tengan una coherencia con la realidad. A través de la EMC, los estudiantes no solo aprenden a construir modelos matemáticos, sino también a cuestionar los supuestos en los que se basan y las implicaciones de las decisiones que se derivan de dichos modelos. Esto promueve una acción política y una capacidad democrática pues también les da la oportunidad de evaluar políticas públicas de manera informada.
- **Comunicación:** esencial para desarrollar habilidades de intercambio de ideas y expresión de opiniones fundamentadas, lo cual es clave para la acción política. En el aula de matemáticas, el fomento del diálogo y la discusión permite que los estudiantes construyan significados y comprendan y respeten puntos de vista distintos al propio.
- **Resolución y planteamiento de problemas:** están directamente vinculados con la capacidad democrática, ya que implican la identificación de problemas reales, la búsqueda de soluciones y la evaluación de su viabilidad. Estos procesos pueden ser una proyección para la vida que van a ejercer los estudiantes en un futuro, pues se espera que

como sujetos políticos de una sociedad puedan identificar problemáticas en su entorno, y así mismo resolverlas con ayuda de las demás personas.

Ahora, la relación de las competencias y habilidades de la FP, y los conocimientos básicos están declaradas en el apartado posterior de este capítulo denominado “algunos ejemplos de propuestas”.

Estrategias para formar sujetos políticos en la clase de matemáticas

Gracias a la construcción del análisis documental de los capítulos dos y tres sobre FP y EMC, respectivamente; la triangulación de elementos comunes entre estos dos campos presentadas en el capítulo cuatro; la evaluación de las cinco propuestas presentadas en el capítulo 4 y referidas al principio de este capítulo; y la vinculación realizada entre las competencias y habilidades de la FP, los procesos generales y los conocimientos básicos de las matemáticas en el currículo colombiano presentada en el segundo apartado de este capítulo; se puede dar paso al establecimiento de posibles estrategias a implementar en la clase de matemáticas para formar sujetos políticos, dando así cumplimiento al objetivo general de esta investigación. En esta línea, a continuación, se presentan algunas rutas metodológicas que el profesor puede considerar para incorporar la FP en la clase de matemáticas.

- **Aprendizaje basado es proyectos:** modelo pedagógico ideal para conectar los asuntos matemáticos con problemas reales o contextos cercanos a los estudiantes, este les permite trabajar en proyectos que reflejan situaciones auténticas y relevantes que buscan que los estudiantes puedan resolver problemas al tiempo que fortalecen el pensamiento crítico y su creatividad ya que deben investigar y generar soluciones frente a una problemática en particular.

- **Trabajo grupal:** es necesario que el aprendizaje se base primordialmente en el trabajo grupal. Se pueden proponer diferentes tipos, como el cooperativo, donde todos están encaminados en una misma tarea, pero cada integrante tiene un rol y responsabilidad definida; el colectivo, en donde persiguen un mismo objetivo y hay una unificación en las acciones de todos los miembros y; por último, el colaborativo, en donde todas las personas comparten responsabilidades y decisiones. Independientemente del tipo de trabajo grupal, todos permiten el desarrollo de acciones como llegar a acuerdos comunes, la escucha y la argumentación, importantes para la contribución de una sociedad democrática.
- **Debate y diálogo:** A partir de las producciones del trabajo grupal y el planteamiento del problema que se pretenda abordar en la clase de matemáticas, se puede organizar un debate en el que los estudiantes discutan diferentes puntos de vista, modelos y soluciones. Esta estrategia promueve la comunicación y el razonamiento crítico; y permite a los estudiantes cuestionar los resultados obtenidos, fomentando su capacidad para reflexionar y tomar decisiones informadas.
- **Variación de recursos:** es importante que el profesor emplee diferentes tipos de recursos que le permitan a los estudiantes comprender la problemática que se esté analizando con el objetivo de promover procesos como la visualización, interpretación y, eventualmente, la modelación de ciertos fenómenos. De esta manera, se fomenta en los estudiantes una actitud crítica que surge a partir de la exploración y análisis de dichas problemáticas.
- **Preguntas abiertas y problemas no estructurados:** esto permite a los estudiantes explorar diferentes caminos para resolver problemas y fomentar su creatividad y pensamiento crítico. El objetivo principal de las preguntas que formule el profesor debe

ser llevar a los estudiantes a que cuestionen sus creencias o suposiciones respecto a una situación en particular y con ello, que puedan evaluar la validez de sus producciones y considerar diferentes alternativas de solución frente a la problemática que abordan en el aula.

- **Juegos de rol como dinámica entre los estudiantes y el profesor:** es una estrategia que puede ser usada para promover la interacción entre los estudiantes y el profesor, ya que permiten a los estudiantes experimentar situaciones en las que deben tomar decisiones basadas en la inferencia de información, interpretación de modelos, socialización de resultados y estrategias para dar solución a una problemática, entre otras. Esta estrategia ayuda a los estudiantes a comprender la importancia del razonamiento en la toma de decisiones y desarrolla su capacidad para participar activamente en la sociedad.

En cuanto a la función del profesor, esta debe ser principalmente facilitar y guiar el proceso de aprendizaje del estudiante, proporcionando los recursos necesarios para que el estudiante explore y analice las diferentes situaciones. Debe plantear preguntas clave de tal forma que fomente la reflexión y el dialogo entre todos los miembros de la clase.

Teniendo en cuenta los resultados de la tabla 12, y la prevalencia de la parcialidad con respecto a la participación política de los estudiantes, es importante destacar que esta es una de las principales características de la FP y es la reconfiguración de la idea de “política”, ya que es una actividad que no se limita únicamente a ciertos roles sociales, sino que hace parte de la vida de todas las personas sin importar su condición (estatus social, oficio o profesión, etc.).

A raíz de ello, la estrategia que surge para que en las clases de matemáticas los estudiantes puedan participar políticamente es que desde un principio se puedan abrir espacios

breves dentro de la clase de matemáticas para deconstruir la perspectiva que se tiene sobre la política y la importancia que tienen los estudiantes en la construcción de la sociedad.

Ahora, con respecto a la última de las habilidades que es la sensibilización de la realidad, en las propuestas se evidenció que, a pesar de que se reconoce la dimensión de la problemática que están abordando, sería mucho más significativo que los estudiantes puedan formular alternativas de solución para estudiarlas o socializarlas con sus demás compañeros. De esta manera, el estudiante al ser un sujeto que propone y transforma, implícitamente está reconociendo su incidencia y contribución en la comunidad.

Algunos ejemplos de propuestas

Después de formular las posibles estrategias, se considera pertinente proponer algunos ejemplos de propuestas que contemplen lo mencionado previamente y al mismo tiempo, articulen los conocimientos básicos para que los profesores de matemáticas puedan tener una mirada aún más contextualizada sobre cómo pueden formar sujetos políticos en la clase de matemáticas. Cabe aclarar que, dentro de estos ejemplos, ya se encuentran inmersas de manera implícita la metodología, competencias y habilidades propias de la FP. Así pues, a continuación, se presentan descripciones generales para llevar a la clase de matemáticas con un enfoque desde la FP.

1. Se podría plantear un proyecto en el que los estudiantes analicen datos de la comunidad sobre el acceso a servicios básicos como el agua potable, la electricidad o la educación. De esta forma, se involucra el pensamiento numérico y sistemas numéricos al interpretar y calcular proporciones, porcentajes y medias, y se fomentan las otras competencias y habilidades de la FP, pues los estudiantes pueden reflexionar sobre problemáticas como la desigualdad y así mismo buscar posibles vías de solución ante problemáticas como la

falta. de acceso equitativo a estos servicios en zonas rurales o marginales, la precariedad de la infraestructura, o el mal uso de los recursos.

2. El pensamiento aleatorio y sistemas de datos se puede trabajar a través del análisis de datos y la interpretación de resultados en estudios de diferente naturaleza. Por ejemplo, se puede solicitar a los estudiantes que recojan datos sobre el impacto del uso del transporte público en la contaminación del aire de la ciudad, y con esto realizar análisis estadísticos que permitan comprender la variabilidad de los niveles de contaminación en diferentes zonas o periodos. de tiempo y hacer inferencias sobre las posibles tendencias de mejora o empeoramiento de la calidad del aire según el uso del transporte público
3. Una de las principales funciones de la modelación es la representación de situaciones complejas al tiempo que ayuda a los estudiantes a interpretar la realidad desde un punto de vista matemático. Por ejemplo, se podría trabajar en la creación de modelos matemáticos que representen el impacto del racionamiento de agua que actualmente enfrenta la ciudad de Bogotá. Los estudiantes pueden utilizar datos reales sobre el nivel de agua de los embalses, el consumo promedio por habitante y los patrones de uso en las diferentes localidades para construir estos modelos. Incorporando variables como las restricciones de suministro y el impacto del cambio climático, los estudiantes podrían evaluar las implicaciones de cada variable. En esta propuesta se espera abordar el pensamiento aleatorio y sistemas de datos.
4. Es fundamental promover espacios de discusión y debate donde los estudiantes puedan compartir sus ideas, argumentar y cuestionar los resultados obtenidos en sus actividades. Por ejemplo, después de realizar una actividad que haya involucrado el estudio o creación de un modelo matemático, se podría organizar un debate sobre cuál es el más adecuado

para describir la situación de estudio y cómo la inclusión de nuevas variables influye en la percepción de la realidad de los estudiantes. Se espera que, mediante esta acción los estudiantes puedan llegar entre ellos a determinados consensos que estén encaminados a responder una necesidad específica de una comunidad. Con esta propuesta se espera fomentar el pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos.

En las propuestas anteriores, se relacionan procesos generales y conocimientos básicos, también se alcanza a vislumbrar los contextos en los que se enmarcan, no obstante, según MEN (1998), hay un contexto al cual no se ha enfatizado a lo largo de la investigación y es aquel que se centra en las mismas matemáticas. La razón principal por la cual no se ahonda en este es debido a lo expuesto en el apartado de “estrategias de enseñanza-aprendizaje” de los capítulos dos y tres, pues allí se sustenta la idea de proponer situaciones en el aula formuladas a partir de contextos cotidianos o reales.

Resultados

En primer lugar, en un apartado específico de la justificación de este trabajo, se expuso que, en diferentes escenarios de discusión, algunos futuros educadores matemáticos y profesores en ejercicio tenían un imaginario en el que mostraban cierta resistencia frente a la posibilidad de formar sujetos políticos en la clase de matemáticas. No obstante, a lo largo de esta investigación, concretamente en el capítulo 4 y lo que se lleva del capítulo 5, se da cuenta de que, en efecto, se puede lograr dicha conexión teniendo en cuenta ciertos elementos claves como se ha mostrado previamente, concluyendo así que no son áreas aisladas y que con las estrategias referidas anteriormente, en la clase de matemáticas es posible fomentar competencias y habilidades de la FP por medio de procesos generales y conocimientos básicos, logrando de esta manera una formación integral en el aula.

En segundo lugar, se considera oportuno aclarar que lo mencionado a lo largo de este capítulo no pretende ser una apología a la idealización del acto educativo, particularmente de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. En el contexto actual del sistema educativo de Colombia, la formación de sujetos políticos, como se ha demostrado, exige un esfuerzo considerable por parte de todos los involucrados. Por lo tanto, no se debe caer en el error de asumir que este proceso se puede lograr de manera inmediata o en unas pocas sesiones; al contrario, es esencial un trabajo continuo y planificado desde el inicio del año escolar para que, paulatinamente, se evidencien los aprendizajes que permitan afirmar que, en la clase de matemáticas, se está contribuyendo efectivamente a la formación de sujetos políticos.

En línea con esta reflexión y con lo planteado en la justificación de la investigación sobre los objetivos de la EMC, orientados a la formación de ciudadanos, se propone reconsiderar este enfoque para, en lugar de limitarse a la formación ciudadana, promover una FP. Esta propuesta se fundamenta en la diferenciación realizada entre ambos conceptos al final del apartado de posturas teóricas de la FP. Replantear el discurso en esta dirección responde de manera más adecuada a las necesidades educativas de Colombia, tal como se ha demostrado, y requiere, claramente, una adaptación desde el ámbito curricular, pedagógico y didáctico para hacer efectivo dicho cambio.

Además, esta investigación busca estrechar la relación entre los componentes teóricos y el práctico en el conocimiento profesional del profesor de matemáticas. Aunque ambos componentes manejan un discurso complejo, tienden a distanciarse en la práctica. En la revisión documental realizada sobre la EMC y la FP, se observó un desarrollo sólido desde lo teórico, pero existen algunas dificultades al momento de trasladar estas ideas a la práctica, lo que genera una brecha entre estos dos asuntos. Por tal motivo, se reconoce que con los hallazgos que se

deducen y presentan en las Figuras 1 y 2 se establecen ciertos elementos en donde puede ser más sencillo establecer conexiones entre conocimientos básicos, procesos generales y competencias y habilidades de la FP.

En resumen, esta investigación logra vislumbrar un camino para responder, a cuestiones como las siguientes: “¿cómo contribuir a la constitución de un sujeto político reflexivo, actuante y conectado con la solución de problemáticas?” (Martínez, 2006. p. 121); y ¿Cómo logran los educadores desarrollar el conocimiento y la disposición necesaria para vincular su práctica pedagógica con la formación de sus estudiantes como ciudadanos críticos? ¿Cuáles son algunas de las tensiones o desafíos comunes que enfrentan en este proceso? (Gutiérrez, 2013a).

En síntesis, los resultados en términos de los objetivos planteados de esta investigación se abordaron de manera estructurada a lo largo de los diferentes capítulos de este documento. El primer objetivo específico, que consistía en determinar la perspectiva social y humanística sobre la FP a partir de un análisis documental, se desarrolla en el capítulo 2, donde se profundiza en los conceptos clave de dicho campo. El segundo objetivo específico, centrado en la determinación de los aspectos fundamentales de la EMC a partir de la estrategia del análisis documental, se aborda en el capítulo 3, en el cual se examinan las bases teóricas y las propuestas de este enfoque. Posteriormente, en el capítulo 4, se cumple el tercer objetivo específico, al describir las posibles relaciones entre la FP y la EMC en el contexto de la clase de matemáticas. Este capítulo también responde al último objetivo específico, donde se analizan propuestas de clases de matemáticas con enfoque crítico reportadas en la literatura académica, evaluando su vínculo con la FP. Finalmente, el objetivo general de la investigación, que consistía en establecer estrategias para la clase de matemáticas desde una perspectiva crítica que contribuyan a la formación de sujetos políticos, se sintetiza y se materializa en el capítulo 5, en el cual se integran los hallazgos

de los capítulos anteriores para proponer acciones concretas de enseñanza para implementar en la clase de matemáticas.

Apertura

Desde el inicio de este documento, se hizo énfasis en que la investigación sobre la vinculación entre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas con las perspectivas socioculturales y políticas es un asunto relativamente nuevo, sobre todo en Latinoamérica, por esta razón, durante la construcción de los últimos dos capítulos, surgieron algunos cuestionamientos que si bien no son las intencionalidades de este trabajo, la comunidad académica puede abordarlos como objetos de estudio eventualmente.

- ¿Qué estrategias se pueden determinar para que los pensamientos métricos y espacial y sus respectivos sistemas tengan mayor relevancia en la formación de sujetos políticos en la clase de matemáticas?
- ¿Cómo se puede articular el proceso de la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos con la FP? ¿es posible dicha articulación?
- ¿Cuáles deberían ser las modificaciones en el currículo de matemáticas teniendo en cuenta que el fin es la formación de sujetos políticos?
- ¿Es necesario incluir en las propuestas de formación de profesores asignaturas donde se explicita la dimensión política y sociocultural de las matemáticas?
- ¿Es posible formar sujetos políticos en escenarios de aprendizaje contextualizados en las mismas matemáticas? ¿Cómo?

BIBLIOGRAFÍA

- Alvis, J., Aldana, E., & Sepúlveda, O. (2022). Configuración de un ambiente de aprendizaje: una mirada desde la educación matemática crítica. *Revista Interamericana de Investigación Educación y Pedagogía RIIEP*, 15(1), 125–149.
- Alvis, J., Aldana, E., & Solar, H. (2019). Ambientes de aprendizaje: un articulador para el desarrollo de competencias matemáticas. *Revista Espacios*, 40(21), 8-20.
- Arias, E., Obando, A., & González, A. (2019). La formación política en la escuela del Antropoceno. *Boletín REDIPE*, 9(1), 24–39.
- Arias, G., & Villota, F. (2007). De la política del sujeto al sujeto político. *Anfora*, 14(23), 39–52.
- Atehortúa, L. (2007). El papel político de la formación integral. Algunas consideraciones sobre educación y política. *Revista Debates*, 46, 53–61.
- Avellaneda, Y. (2013). Formación política en y desde la escuela. Aportes para construir la relación infancia-escuela-política. *Praxis & Saber*, 4(8), 201–223.
- Botero, W. (2012). La dimensión política. *Revista Universidad EAFIT*, 29(90), 5.
- Camargo, L. (2021). *Estrategias cualitativas de investigación en educación matemática Recursos para la captura de información y el análisis*. Universidad de Antioquia
- Camelo, F., Perilla, W., & Mancera, G. (2016). Prácticas de modelación matemática desde una perspectiva socio crítica con estudiantes de grado undécimo. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 9(2), 67–84.

- Castillo, E., & Sánchez, C. (2003). *¿Democratizar la escuela o escolarizar la democracia? Dilemas de la socialización política en la escuela colombiana*. Red académica Universidad Pedagógica Nacional.
- Castro, A. (2017). La participación política en la escuela como alternativa a la cultura del silencio. *Nodos y Nudos*, 5(43), 13–20.
- Christensen, O. R., Skovsmose, O., & Yasukawa, K. (2008). *The Mathematical State of the World-Explorations into the Characteristics of Mathematical Descriptions*.
- Cid, V. (2016). La formación política y su metodología. *La migraña*, 18, 40–43.
- Cortina, A. (1995). La educación del hombre y del ciudadano. *Revista Iberoamericana de Educación*, 7, 41–63.
- Echavarría, C. (2009). La formación avanzada en clave ético-moral y política ¿Por qué y para qué la formación política y para la ciudadanía en Colombia? *Actualidades Pedagógicas*, 1(54), 213–225.
- Freire, P. (1984). El proceso de alfabetización política: una introducción. En *La importancia de leer y el proceso de liberación* (pp. 66–81). Siglo Veintiuno editores.
- Fresneda, E., Sánchez, G. (2023). Caracterizando nuestras concepciones de ser profesor(a) de matemáticas. Relato de experiencias situadas en la f y la etnomatemática. *Revista de Filosofía y Ciencias*, 27, 378-388.
- Fuentes, C. (2017). Salarios y calidad de vida: una experiencia de aula en Educación Matemática Crítica. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 50, 153–163.

- Fuentes, C. (2021). Dieta saludable y proporcionalidad: una experiencia en educación matemática crítica. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 62, 1–21.
- Galindo, L., & Acosta, F. (2008). Jóvenes en la formación de la política contemporánea en Colombia: consideraciones sobre su comprensión. *ponto-e-vírgula*, 4, 159–177.
- García, G., Martínez, D., & Páez, O. (2013). Modelación desde la perspectiva de la educación matemática crítica. Cuestiones relacionadas con la obsolescencia. *Revista científica*, 17(2), 69.
- García, G., Valero, P., Camelo, F., Mancera, G., Romero, J., Peñaloza, G., & Samacá, S. (2009). *Escenarios de aprendizaje de las matemáticas. Un estudio desde la perspectiva de la educación matemática crítica*. Universidad Pedagógica Nacional.
- Giraldo, M. (2021). Formación política: reflexiones desde y para la formación de maestros. *Universidad de Antioquia*, 2021, 16–23.
- Giroux, H. (2001). Los profesores como intelectuales transformativos. *Revista docencia*, 15, 60-66.
- González, G., & Santiesteban, A. (2016). La formación ciudadana en la educación obligatoria en Colombia: entre la tradición y la transformación. *Educ.Educ*, 19(1), 89–102.
- Gonzalez, L. (2009). Teaching Mathematics for Social Justice: Reflections on a Community of Practice for Urban High School Mathematics Community. *Journal of Urban Mathematics Education*, 2(1).

- Guerrero, O. (2008). Educación matemática crítica. Influencias teóricas y aportes. *Evaluación e Investigación, 1*(3), 1–14.
- Gutiérrez, R. (2013a). The sociopolitical turn in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education, 44*(1), 37–68. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.44.1.0037>
- Gutiérrez, R. (2013b). Why (Urban) Mathematics Teachers Need Political Knowledge. En *Journal of Urban Mathematics Education, 6*(2) <http://education.gsu.edu/JUME>
- Gutstein, E. (2006). *Safety Area: All Text, Logos & Barcode should remain inside the Pink Dotted Lines.*
- Hannaford, C. (1998). Mathematics Teaching is Democratic Education. *ZDM-Mathematics Education, 6*, 181–187.
- Henao, F., & Álvarez, M. (2015). La formación en cultura política en el contexto histórico colombiano. *Historia y Espacio, 45*, 147–172.
- Kruger, M. (2010). Capítulo 1: Pedagogía y política. En *Jóvenes de escarapelas tomar. Escolaridad, comprensión histórica y formación política en la Argentina contemporánea* (pp. 41–66). Universidad Nacional de La Plata.
- Lobatón, R. (2020). Modelo de competencias sobre formación política: aporte a la formación inicial docente en educación ciudadana. *Revista Brasileira de Educação, 25*, 1–23.
- Lobatón, R. (2016). El ámbito científico de la formación política: elementos conceptuales y líneas de investigación. *Educ.Educ, 19*(2), 254–273.

- Martínez, MC., (2006). Disquisiciones sobre el sujeto político. Pistas para pensar en su reconfiguración. *Revista Colombiana de Educación*, (50), 120-145.
- Mesa, A. (2008). La formación ciudadana en Colombia. *Uni-pluriversidad*, 8(3 SUP).
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). **Lineamientos curriculares: Matemáticas**. Tomado de: <https://www.mineducacion.gov.co/>
- Monsalve, D. (2016). Formación política en la escuela. Corregimiento Altavista (Medellín, Colombia): estudio de caso. *Revista Forum*, 8, 75–96.
- Murillo, J. G., Rojas, L. E. G., & González, T. A. R. (2022). La importancia de la formación política en estudiantes de educación media para la democracia latinoamericana a partir de un estudio de caso múltiple. *South Florida Journal of Development*, 3(3), 3170–3180.
<https://doi.org/10.46932/sfjdv3n3-010>
- Orellana, C., & Muñoz, C. (2019). Escuela y formación ciudadana: concepciones de ciudadanía, formación ciudadana y del rol de la escuela. *Revista Electrónica Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 22(1), 137–149.
- Ospina, Y. (2013). La pedagogía y su incidencia en la formación de sujetos. *Revista Hallazgos*, 10(20), 157–170.
- Pinto, D. (2021). La pedagogía crítica y las ciencias sociales. *Revista Latinoamericana OGMIOS*, 1(2).
- Portillo, M. (2017). Educación por habilidades: perspectivas y retos para el sistema educativo. *Revista Educación*, 31(2), 118–130.

- Quintana Peña, A. (2006). Metodología de investigación científica cualitativa. En Quintana Peña, A. y Montgomery, W. (Eds.) *Psicología tópicos de actualidad*, (pp. 65-73). Lima: UNMSM.
- Quiroz, R., & Echavarría, C. (2012). La formación política, ética y ciudadana: un asunto de todos. *Actualidades Pedagógicas*, 60, 171–191.
- Rojas, L., & Portilla, E. (2004). Apuntes sobre formación política: responsabilidad ciudadana. *Revista científica Guillermo de Ockham*, 2(2), 109–138.
- Sánchez Robayo, B. J., & Torres Duarte, J. (2017). La responsabilidad del currículo de matemáticas en la formación de ciudadanos que cuestionen la estructura social de clases. Una mirada desde perspectivas sociopolíticas. *Revista Colombiana de Educación*, 73, 299. <https://doi.org/10.17227/01203916.73rce299.322>
- Scaglia, S. (2015). Educación Matemática Crítica. En *Educación Matemática: Aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos* (Vol. 1, pp. 201–226). Editorial Universitaria de Villa María.
- Skovsmose, O. (1985). Mathematics education versus critical education. *Educational Studies in Mathematics*, 16, 337–354.
- Skovsmose, O. (1990). Mathematics education and democracy. *Educational Studies in Mathematics*, 21, 109–128.
- Skovsmose, O. (1992). Democratic competence and reflective knowledge in mathematics. *For the learning of mathematics*, 12(2), 2–11.

- Skovsmose, O. (1997). Competencia democrática y conocimiento reflexivo en matemáticas. *Revista EMA*, 2(3), 191–216.
- Skovsmose, O. (1999). *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica* (1a ed.). Universidad de los Andes.
- Skovsmose, O. (2000). Escenarios de investigación. *Revista EMA*, 6(1), 3–26.
- Skovsmose, O y Valero, P. (2012). Rompimiento de la neutralidad política: el compromiso crítico de la educación matemática con la democracia. *Una empresa docente*
- Skovsmose, O. (2022). Concerns of critical mathematics education and of ethnomathematics. *Revista Colombiana de Educación*, (86), 365-382.
- Suárez, C., Dusú, R., & Sánchez, M. (2007). Las capacidades y las competencias: comprensión para la formación profesional. *Acción Pedagógica*, 16, 30–39.
- Torres, J. (2018). Formación de profesores de matemáticas desde la educación matemática crítica. El caso del grupo de investigación EdUtopía. *Revista Colombiana de Matemática Educativa*, 3(2), 27–32.
- Torres, J. (2022). Miradas críticas en la educación matemática. *Revista Colombiana de Educación*, 86, 321–342.
- UNESCO. (2017). *La formación inicial docente en Educación para la Ciudadanía en América Latina*.
- Valero, P. (1999). Deliberative mathematics education for social democratization in Latin America. *ZDM–Mathematics Education*, 31(1), 20-26.

- Valero, P. (2002). Consideraciones sobre el contexto y la educación matemática para la democracia. *Quadrante*, 11(1), 49–59.
- Valero, P. (2006). ¿De carne y hueso? La vida social y política de la competencia matemática. *Foro Educativo Nacional*.
- Valero, P. (2017). El deseo de acceso y equidad en la educación matemática. *Revista Colombiana de Educación*, 73, 99–128.
- Valero, P. (2021). Enactaciones de la educación matemática crítica en Colombia. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 14(1), 47–61.
- Valero, P., Andrade, M., & Montecino, A. (2015). Lo político en la educación matemática: de la educación matemática crítica a la política cultural de la educación matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 18(3), 7–20.
- Vargas, M. G., Higueta, C. G., & Muñoz, D. A. J. (2015). El estado del arte: una metodología de investigación. *Revista Colombiana de Ciencias Sociales*, 6(2), 423-442.
- Vithal, R y Valero, P. (2012). La investigación en educación matemática en situaciones de conflicto social y político. Una empresa docente. Disponible en:
<http://hdl.handle.net/1992/32153>