

LA RECURSIVIDAD COMO PROPUESTA DE OPTIMIZACIÓN DE LA MEMORIA  
DE TRABAJO

MAGDA VIVIANA ORTIZ

EDUARDO GARZÓN LOMBANA

Tesis de Maestría

Asesor: Nicolás García Doncel

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL  
MAESTRIA EN TECNOLOGÍAS DE LA EDUCACIÓN APLICADAS A LA  
EDUCACIÓN  
BOGOTÁ D.C. ABRIL DE 2020

## TABLA DE CONTENIDO

INTRODUCCIÓN .....	7
CAPÍTULO 1. PROBLEMA.....	9
OBJETIVO GENERAL.....	11
OBJETIVOS ESPECÍFICOS .....	11
ALCANCES Y LIMITACIONES DE LA INVESTIGACIÓN .....	12
LIMITACIONES.....	12
CAPÍTULO 2. ESTADO DEL ARTE.....	13
2.1 LA MEMORIA DE TRABAJO.....	13
2.2 LA RECURSIVIDAD. ....	17
CAPÍTULO 3. MARCO TEÓRICO.....	18
3.1 LA MEMORIA DE TRABAJO.....	18
3.2 ESTILO COGNITIVO .....	19
3.3 LA SITUACIÓN FÍSICA ABORDADA .....	20
CAPÍTULO 4. DESCRIPCIÓN DEL DESARROLLO TECNOLÓGICO.....	23
4.1 MODULO “MOMENTO DE TORSIÓN .....	23
4.1.2 <i>Orientación pedagógica</i> .....	24
4.1.3 <i>Estructura y Navegabilidad</i> .....	25
4.2 MÓDULO “RECURSIVIDAD .....	28
4.3 MODULO PRUEBA INICIA .....	28
4.4 MODULO PRUEBA FINA.....	31
CAPÍTULO 5. METODOLOGÍA. ....	34
5.1 VARIABLES .....	34
5.1.1 <i>Variable Independiente:</i> .....	34
5.1.2 <i>Variable dependiente:</i> .....	34
5.1.3 <i>Variable Asociada:</i> .....	35
5.1.4 <i>Covariables:</i> .....	35
5.2 POBLACIÓN. ....	35
5.3 PROCEDIMIENTO. ....	36
5.4 HIPÓTESIS. ....	38
CAPÍTULO 6. RESULTADOS.....	39
6.1 ANÁLISIS DE DATOS .....	39
6.1.1 <i>Tratamiento de variables</i> .....	39
6.1.2 <i>Análisis de Datos Perdidos y valores atípicos</i> .....	40
6.1.3 <i>Descriptivos</i> .....	41
6.1.4 <i>Prueba de Normalidad</i> .....	42
6.1.5 <i>Análisis de Correlación</i> .....	44
6.1.6 <i>Análisis de Covarianza</i> .....	44
6.1.7 <i>Análisis Mancova General</i> .....	45
6.1.8 <i>Análisis Post-hoc</i> .....	46

6.2 DISCUSIÓN .....	55
6.3 CONCLUSIONES .....	59
6.4 PROYECCIONES. ....	61
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	63

## LISTA DE TABLAS

TABLA 1 .....	35
DISEÑO METODOLÓGICO. TRATAMIENTO FACTORIAL 2*3.....	35
TABLA 2 .....	37
ACTIVIDADES DESARROLLADAS POR LOS ESTUDIANTES.....	37
TABLA 3 .....	41
RESUMEN MODELO DE DATOS ATÍPICOS .....	41
TABLA 4 .....	41
EDADES DE LOS PARTICIPANTES.....	41
TABLA 5 .....	42
GENERO DE LOS PARTICIPANTES .....	42
TABLA 6 .....	42
CONFORMACIÓN DE LOS GRUPOS SEGÚN EL CRITERIO DE RECURSIVIDAD Y EL ESTILO COGNITIVO .....	42
TABLA 7 .....	42
PRUEBA DE NORMALIDAD .....	42
TABLA 8 .....	43
ASIMETRÍA Y CURTOSIS .....	43
TABLA 9 .....	44
CORRELACIONES .....	44
TABLA 10 .....	46
ESTIMACIONES RECURSIVIDAD.....	46
TABLA 11 .....	46
COMPARACIONES POR PAREJAS – RECURSIVIDAD .....	46
TABLA 12 .....	47
ESTIMACIONES ESTILO COGNITIVO.....	47
TABLA 13 .....	48
COMPARACIONES POR PAREJAS – ESTILO COGNITIVO .....	48
TABLA 14 .....	49
ESTIMACIONES ESTILO COGNITIVO * RECURSIVIDAD .....	49
TABLA 15 .....	50
COMPARACIONES POR PAREJAS – ESTILO COGNITIVO* RECURSIVIDAD.....	50
TABLA 16 .....	52

ESTIMACIONES RECURSIVIDAD * ESTILO COGNITIVO .....	52
TABLA 17 .....	53
COMPARACIONES POR PAREJAS – RECURSIVIDAD * ESTILO COGNITIVO .....	53

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 .....	16
RESUMEN DE LOS FACTORES QUE SUBYACEN A LOS AUMENTOS DE CAPACIDAD INDUCIDOS POR EL ENTRENAMIENTO	
FIGURA 2 .....	21
SISTEMA EN EQUILIBRIO.	
FIGURA 3 .....	24
DOMINIO DE CONOCIMIENTO DEL CURSO MOMENTO DE TORSIÓN.	
FIGURA 4 .....	25
ESTRATEGÍA METODOLÓGICA	
FIGURA 5 .....	27
TOUR DEL CURSO.	
FIGURA 6 .....	27
ESTRUCTURA DEL CURSO MOMENTO DE TORSIÓN	
FIGURA 7 .....	29
PRUEBA INICIAL.	
FIGURA 8 .....	30
REGISTRO DE LOS SUJETOS DE INVESTIGACIÓN A LA PRUEBA INICIAL	
FIGURA 9 .....	30
VENTANA INTRODUCTORIA AL PROBLEMA	
FIGURA 10 .....	31
PROBLEMA DEL MÓVIL	
FIGURA 11 .....	32
PROBLEMA DE LA TORRE	
FIGURA 12 .....	34
DISEÑO CUASI EXPERIMENTAL FACTORIAL 2X3	

## Introducción

La memoria de trabajo hace parte de los procesos cognitivos básicos (Smith y Kosslyn, 2008) y juega un papel importante en el aprendizaje, sin embargo, tiene limitaciones de orden biológico. (Hamilton, 2012), en cuanto a temporalidad y capacidad de la información. En el estudio de estas limitaciones aparece la teoría de la carga cognitiva (Sweller, 2011), en donde se establece que los procesos cognitivos imponen una carga a la memoria de trabajo, cuya saturación puede obstaculizar el aprendizaje y se refleja en estrés. Diferentes investigaciones han hecho apuestas por sistemas de entrenamiento de la memoria de trabajo, como Alloway (2006), mientras otros como De Jong (2009) proponen optimizar la memoria de trabajo a través del diseño de sistemas de instrucción.

Por otra parte, algunos estudios sobre la memoria de trabajo la relacionan con los estilos cognitivos en la dimensión dependencia – independencia de campo (DIC), Witkin et al. (1977) y Goodenough (1976) y particularmente la correlación positiva entre la dimensión Independiente de Campo y la memoria de trabajo, como lo encontrado en la revisión bibliométrica de Niño y Rojas (2019).

En este contexto, la presente investigación busca determinar si es posible la optimización de la memoria de trabajo y establecer su relación con los estilos cognitivos en la dimensión DIC. Para ello se propone una estrategia basada en Recursividad -técnica usada en programación de computadores- para la optimización de la memoria de trabajo en la solución de problemas tipo evolución relacionados con el Momento de Torsión -Física-.

Se analiza los resultados de una población de 146 sujetos, estudiantes de la Licenciatura en Física de la Universidad Pedagógica Nacional, quienes fueron capacitados en su totalidad en la situación física -Momento de Torsión-. Presentan una prueba inicial y posteriormente un subgrupo se capacitó en recursividad mientras que el resto no lo hizo. Finalmente, todos presentan una prueba final. De esta manera se desarrolla una investigación de corte cuasi experimental, en donde la variable independiente Recursividad toma dos valores: Sin Recursividad y Con Recursividad (grupo control y grupo experimental), las variables dependientes son: el tiempo en la resolución del problema y el número de movimientos realizados, las cuales se relacionan con la carga cognitiva, según lo sugerido por Andrade (2012) y Barrouillet et al (2007). La variable asociada es el estilo cognitivo en la dimensión DIC, con los siguientes valores: Dependiente de Campo, Intermedio de Campo e Independiente de Campo. Se toman covariables a través de los resultados de la prueba inicial.

Desde el análisis Mancova realizado se concluye que es posible optimizar la memoria de trabajo y que se evidencia un efecto positivo en el uso de la Recursividad para optimizar la memoria de trabajo y por ende disminuir la carga cognitiva. El grupo experimental mostró mejores resultados. Los sujetos independientes de campo mostraron mayor efecto en la Recursividad precisamente por sus características asociadas a su capacidad para descomponer un

problema, lo que justamente implica la recursividad como herramienta de resolución de problemas. El tiempo en la solución del problema y el número de movimientos realizados dan cuenta de la carga cognitiva, lo que significa que a mayor tiempo y número de movimientos mayor es la carga cognitiva. Los resultados obtenidos van en línea con las diferentes investigaciones acerca de la memoria de trabajo, la carga cognitiva y los estilos de aprendizaje.

Los resultados permiten validar la hipótesis alterna, la cual es: Existen diferencias significativas en la carga cognitiva entre estudiantes que han sido entrenados en recursividad y los que no han sido entrenados en recursividad, según su estilo cognitivo en la dimensión DIC, durante la solución de problemas tipo evolución asociados con la física -Momento de Torsión-.

Teniendo en consideración lo anteriormente mencionada este documento se estructura en seis capítulos los cuales se describen a continuación:

En el capítulo uno se realiza la contextualización del tema de investigación y se describe el problema junto con la pregunta de investigación y los objetivos. El capítulo dos presenta el estado de las investigaciones realizadas con la memoria de trabajo alcances y limitaciones en el proceso de aprendizaje, Estilo cognitivo en la Dimensión Dependencia - Independencia de campo (DIC), características de los estudiantes Independientes de campo, dependientes de campo y la recursividad como estrategia para la resolución de problemas. En el capítulo tres presenta una revisión teórica de la memoria de trabajo, el estilo cognitivo y la definición física abordada. En el capítulo 4 se hace una descripción detallada de los elementos que hicieron parte del desarrollo del curso Momento de Torsión, los módulos que lo componen el objetivo del módulo su estructura y navegabilidad. El capítulo cinco presenta el proceso metodológico: diseño de la investigación, variables a tener en cuenta (independientes, dependientes y asociadas, covariables), los instrumentos a utilizar (test de figuras embebidas - Embedded Figures Test EFT) y el proceso que realizaron los estudiantes para finalizar el curso Momento de Torsión. El capítulo seis muestra los resultados, discusiones, conclusiones y proyecciones de la investigación.

## Capítulo 1. Problema

Dentro de los procesos cognitivos básicos se encuentran: la percepción, la atención, la memoria, el pensamiento y el lenguaje (Smith y Kosslyn, 2008). La memoria a su vez contempla: la memoria a largo plazo y la memoria operativa -Memoria de trabajo-. El estudio de la Memoria de trabajo permite entender por qué las personas difieren en sus habilidades y capacidades cognitivas, así como en los diferentes grados de éxito para alcanzar metas.

La memoria de trabajo hace referencia a un sistema que permite el mantenimiento, la manipulación y transformación de información en la mente, un concepto amplio que ha absorbido al de la memoria a corto plazo, Baddeley (1986).

La memoria de trabajo *“es un sistema cuya función es mantener, durante un corto espacio de tiempo, una porción limitada de la información mientras se manipula o se utiliza para realizar operaciones cognitivas complejas”* (Ruiz, 2010, p.15). Se puede entender el concepto a través de las siguientes características: es un espacio en donde se desarrollan operaciones cognitivas conscientes, opera la información de la vivencia presente y la transforma haciendo uso del conocimiento almacenado, está relacionado con la planificación de acciones futuras y alcanzar objetivos, juega un papel fundamental en la comprensión de textos escritos, en producir y comprender el lenguaje, realiza cálculos mentales y se relaciona con el razonamiento.

La memoria de trabajo interviene en tareas cotidianas como la de mantener una conversación o realizar algún tipo de cálculo y resulta fundamental dentro de los procesos de aprendizaje, su estudio se remonta a los trabajos de Baddeley y Hight (1974), desde entonces se han realizado diferentes investigaciones en las que se relaciona la memoria de trabajo con diferentes aspectos del aprendizaje, particularmente llaman la atención aquellos relacionados con la matemática, como por ejemplo Alsina y Sáiz (2004). Yuan et al (2006) encuentran relación entre el rendimiento de la memoria de trabajo con las habilidades cognitivas y con el rendimiento académico.

La memoria de trabajo es limitada y la saturación de la misma dificulta la resolución de tareas, por eso resulta clave adoptar didácticas que permitan su uso óptimo dado su gran protagonismo en el proceso de aprendizaje. Una primera limitación está relacionada con el tiempo de retención de la información, la cual se calcula en menos de 20 segundos y una segunda limitante se relaciona con su capacidad que está entre los 3 y los 5 elementos. Los elementos hacen referencia a una unidad de información o *Chunks*, término que aparece en la arquitectura de Anderson y Bower (1973). Gathercole y Alloway (2007) consideran que la memoria puede fallar en cualquier momento debido a estas limitaciones, algunas situaciones que conducen a esta pérdida de memoria son: la distracción -debida a un evento ajeno a la tarea-; tratar de almacenar demasiada información y por último realizar tareas demasiado exigentes.

Como consecuencia de las limitaciones de la memoria de trabajo, Sweller (1994) propone la teoría de la carga cognitiva, en la que se asume que el procesamiento de nueva información genera una “carga cognitiva” en la memoria de trabajo, lo cual puede afectar el proceso de aprendizaje en la medida en que la tarea demande mayor recurso. En este sentido, la teoría se centra en modelos de enseñanza o instrucción enfocados en maximizar el aprendizaje bajo las limitantes de la memoria de trabajo, que eviten la sobrecarga cognitiva.

Es clara entonces la importancia de la memoria de trabajo en los procesos de aprendizaje y en la solución de problemas, sin embargo, se presenta la dificultad en cuanto a su capacidad limitada de almacenamiento y de temporalidad, lo cual constituye una restricción en los procesos cognitivos. Diferentes estudios se han enfocado al entrenamiento de la memoria de trabajo, sin embargo, los resultados han sido contradictorios como lo señalan Bastias et al. (2017) quienes realizaron una revisión tipo metaanálisis con el propósito de identificar las principales discusiones entorno al entrenamiento de la memoria de trabajo, encontrando que diferentes reportes aseguran éxito mientras otros estudios los cuestionan, esto genera un panorama de incertidumbre respecto a los resultados.

Otro camino diferente al entrenamiento de la Memoria de Trabajo, que no ha sido plenamente explorado, es el sugerido por Hamilton (2012) en el que se asume las limitaciones desde un origen biológico, esta concepción reduce el problema a buscar la eficiencia de un recurso personal limitado. En su propuesta de investigación, aborda el proceso de lectura desde múltiples actividades que demandan recursos de la Memoria de Trabajo, tales como: la decodificación de palabras, comprensión de significados, comprensión de reglas gramaticales, entre otras. Estas actividades aumentan la carga cognitiva dificultando la tarea, por lo que propone ayudar a los lectores a determinar la información relevante en la lectura mediante instrucciones focalizadas. Este camino genera una perspectiva que ubica el problema de las limitantes de la memoria de trabajo bajo un esquema de optimización, si bien su trabajo se centra en la lectura no aparecen referentes sobre otras tareas que puedan seguir esta ruta.

El establecer caminos que optimicen la memoria trabajo, y por ende disminuir la carga cognitiva, pueden contribuir a diferentes estrategias didácticas que aportarán significativamente en los procesos de aprendizaje, lo cual se articula con la teoría de la carga cognitiva.

Este proyecto pretende buscar la eficiencia de la memoria de trabajo vista como un recurso limitado y se propone abordar la restricción desde técnicas que permitan su optimización, una de ellas es el de la recursividad. El concepto de recursividad -o recurrencia-, propio de la algoritmia y de las matemáticas, permitiría la optimización de la memoria de trabajo en situaciones en las cuales se resuelven problemas que involucran una secuencia de pasos o transformaciones, en donde un problema puede dividirse en sub problemas de menor dificultad hasta llegar al llamado problema base y a partir de este empezar a dar solución al problema general, Rueda y Castro (1996). Debe aclararse que esta técnica se plantea para resolver el tipo de problema ya señalado y no otros. La literatura consultada no muestra que este planteamiento, del uso de la recursividad, haya sido usado para optimizar la memoria de trabajo.

Por otra parte, Niño y Rojas (2019) a través de una revisión bibliométrica que incluyó la búsqueda en las bases de datos ScienceDirect, Proquest y Scopus, en el periodo comprendido entre 2008 y 2018, encontraron que la mayoría de los estudios evidencian una correlación positiva entre la dimensión estilística “independencia de campo” y la memoria de trabajo. En otras palabras, que el Estilo Cognitivo en la dimensión DIC se relaciona con la memoria de trabajo, este resultado parece razonable si se tiene en cuenta que la literatura señala que ambos aspectos reflejan condiciones individuales. Alamolhdae (2009) Encuentra una correlación significativa entre el Estilo Cognitivo en la dimensión DIC, la memoria de trabajo y la ansiedad matemática, en niños entre 13 y 14 años.

De estos elementos surge la siguiente pregunta:

¿Cuál es el impacto de una estrategia basada en recursividad en la optimización de la memoria de trabajo de individuos con diferentes estilos cognitivos en la dimensión DIC, de manera que se disminuya la carga cognitiva, durante la resolución de problemas de transformación asociados a la física – Momento de torsión?

Con el propósito de entender el alcance de la pregunta, esta puede plantearse a través de las siguientes sub preguntas:

- ¿Se puede optimizar la memoria de trabajo?
- ¿El empleo de la recursividad en la resolución de cierto tipo de problemas optimiza la memoria de trabajo?
- ¿La carga cognitiva se puede disminuir como consecuencia de la optimización de la memoria de trabajo?
- ¿Este tipo de estrategia pueden usarse en la enseñanza de la Física, particularmente en el concepto de Momento de Torsión?
- ¿La optimización de la memoria de trabajo, a través de la recursividad, depende de las características del individuo asociadas al Estilo Cognitivo en la dimensión DIC?

## **Objetivo General**

Determinar la incidencia que tiene una estrategia basada en recursividad, en la optimización de la memoria de trabajo de individuos con diferentes estilos cognitivos en la dimensión DIC, de manera que se disminuya su carga cognitiva, durante la resolución de problemas de transformación asociados a la física -Momento de Torsión-.

## **Objetivos Específicos**

- Diseñar e implementar un ambiente computacional para el aprendizaje del concepto de Momento de Torsión.
- Desarrollar un módulo de aprendizaje que utilice la recursividad como estrategia de optimización de la memoria de trabajo.
- Desarrollar un ambiente de evaluación orientado a la solución de problemas de tipo transformación, en el que se pueda medir el tiempo y el número de pasos empleados en la solución.
- Establecer si existen diferencias significativas en la carga cognitiva entre estudiantes que han sido entrenados en recursividad y los que no han sido entrenados en recursividad, durante la solución de problemas tipo evolución asociados con la física – Momento de Torsión.
- Establecer si existen diferencias significativas en la carga cognitiva entre estudiantes con diferentes estilos cognitivos en la dimensión DIC, durante la solución de problemas tipo evolución asociados con la física – Momento de Torsión.

- Establecer si existen diferencias significativas en la carga cognitiva entre estudiantes que han sido entrenados en recursividad y los que no han sido entrenados en recursividad, según su estilo cognitivo en la dimensión DIC, durante la solución de problemas tipo evolución asociados con la física – Momento de Torsión.

### **Alcances y limitaciones de la Investigación**

En esta investigación se pudo evidenciar que si es posible optimizar la memoria de trabajo y disminuir la carga cognitiva a través de la estrategia planteada Recursividad. Los sujetos independientes de campo mostraron mejores resultados por sus características asociadas al análisis y descomposición de problemas lo que implica la recursividad.

### **Limitaciones**

Tamaño de la muestra: Se dio inicio a la investigación con un total de 90 sujetos y por deserción de algunos sujetos hubo la necesidad de incorporar un segundo grupo para el total de los 146 sujetos y de esta manera obtener resultados confiables en el desarrollo de esta.

## Capítulo 2. Estado del arte.

### 2.1 La Memoria de Trabajo

Las funciones ejecutivas son un conjunto de habilidades interrelacionadas que le permiten a un individuo modificar pensamientos y acciones, a su vez que posibilitan la generación, supervisión, regulación, ejecución y reajustes de conductas específicas para alcanzar objetivos complejos (López y Bustos, 2017). También son conocidas con las siguientes denominaciones: habilidades de control cognitivo, control ejecutivo o ejecutivo central. Dichas habilidades constituyen la generación de respuestas adaptativas a las exigencias medioambientales, para Bauermeister (2008) se trata de “actividades complejas” que se requieren para: planificar, organizar, guiar, revisar, regularizar y evaluar el comportamiento necesario para adaptarse eficazmente al entorno y para alcanzar metas.

Su estudio es reciente por lo que aún no está claramente definido su alcance y limitación, pero su relación con la memoria de trabajo -también llamada memoria ejecutiva o memoria operativa- parece ser común a las diferentes corrientes que se han suscitado entorno a su campo de investigación. Dentro de los modelos propuestos resulta de gran importancia la denominada integración temporal, en el que la principal función del sistema ejecutivo se asocia al papel de la memoria de trabajo en el mantenimiento y manipulación de la información que debería permitir alcanzar las metas.

Hacen parte de las funciones ejecutivas: la memoria de trabajo, la planificación, el razonamiento, la flexibilidad, la inhibición, la toma de decisiones, la estimación temporal, ejecución dual y el *Branching* -multitarea-.

El modelo sobre la memoria de trabajo de mayor impacto es el propuesto por Baddeley y Hitch (1974), el cual consta de un controlador atencional -ejecutivo central- que es el enlace entre la memoria a largo plazo y dos subsistemas: el bucle fonológico y el componente agenda visoespacial. El bucle fonológico es el encargado de almacenar la información basada en el lenguaje -información de tipo lingüístico-. La agenda visoespacial es responsable de preservar y procesar información visual. Posteriormente Baddeley (2000) introdujo un cuarto componente: el seleccionador de memoria episódica.

En el modelo de Baddeley y Hitch (1974) el ejecutivo central controla al bucle fonológico y a la agenda visoespacial -denominados sistemas esclavos-, además es el encargado de la atención. El búfer episódico genera la sensación de experiencia consiente a través de su relación con la memoria de largo plazo.

Diferentes investigaciones han abordado la relación de la memoria de trabajo y procesos de aprendizaje, Alloway (2006) relaciona los déficits matemáticos con habilidades deficientes en la memoria de trabajo; para Gersten, Jordan y Flojo (2005) la memoria de trabajo es un indicador confiable de las discapacidades matemáticas en el primer año de escolaridad

formal; Rodríguez y Jiménez (2016) abordan las dificultades cognitivas más comunes asociadas a la discalculia -dificultad en los procesos de cálculo matemático- las cuales están relacionadas con el procesamiento de la información; Alsina y Sáiz (2004) realizan un estudio correlacional en el que encuentran que el bucle fonológico y especialmente el ejecutivo central inciden significativamente en el rendimiento académico; Estudillo (2012) le concede a la memoria de trabajo la capacidad para procesar, retener y manipular información, por lo que le asocia un papel fundamental en la resolución de operaciones aritméticas; Bermeosolo (2012) describe las relaciones entre los déficits de memoria de trabajo y de memoria procedimental con dificultades específicas de aprendizaje, particularmente el trastorno específico del lenguaje; López (2013) a través de un estudio longitudinal, encontró que niños con mayor desempeño en la memoria de trabajo obtuvieron mejores puntajes en cálculo.

En cuanto a los procedimientos para evaluar la memoria de trabajo se destacan los trabajos de Wechsler (1997) con la prueba de dígitos en orden inverso; Smyth y Scholey (1992) con el Test de Corsi y Alloway (2006) con el *Automated Working Memory Assessment*. El test de dígitos en orden inverso está asociado con el trabajo verbal y pretende conocer cuántos bits de información es capaz de retener una persona al repetirlos en forma inversa, el rendimiento está correlacionado con la atención. El test de Corsi mide la memoria visoespacial, el evaluado trata de tocar un conjunto de bloques en forma inversa a como lo ha hecho el evaluador y el *Automated Working Memory Assessment (AWMA)* es una prueba computarizada para evaluar los tres componentes de la memoria de trabajo formulados por Baddeley y Hitch (1974).

Por otra parte, en los últimos años se han desarrollado programas de entrenamiento de la memoria de trabajo, algunos de ellos de orden comercial, tales como “*Cogmed*” y “*Jungle Memory*”. sin embargo, se han planteado cuestionamientos a las metodologías empleadas y al hecho de que el estado actual de investigación en este campo no tiene las condiciones necesarias para estas apuestas. *Cogmed Working Memory Training* se enfoca a problemas asociados con la atención -ocasionados por deficiente memoria operativa- a través de un sistema computarizado. “*Jungle Memory*” es un entrenador cerebral en línea, que ayuda a niños de 7 a 16 años de edad a desarrollar la Memoria de Trabajo.

Usando estos entrenadores, diferentes investigaciones han reportado resultados muy variados. Mezzacappa y Buckner (2010) analizaron el efecto del entrenamiento en tareas de la memoria de trabajo en el desempeño de niños entrenados y no entrenados, los resultados revelaron que los niños del grupo experimental mejoraron su rendimiento en aquellos aspectos de la memoria de trabajo entrenados y no entrenados, Así mismo, se observó una disminución del número de síntomas de TDAH -Trastorno por Déficit de Atención con Hiperactividad- reportado por los docentes. Sadeghi et al. (2017) aplicaron el programa de entrenamiento Cogmed a individuos con la enfermedad de Huntington -HD, asociada a una variedad de déficits cognitivos, con dificultades relacionadas con la memoria de trabajo-, los resultados mostraron que los pacientes obtuvieron mejoras en las tareas Cogmed. Alloway (2010) reportó mejoras en los resultados generales de aprendizaje en niños con dislexia, problemas de lenguaje, dispraxia motora y TDAH, a través del entrenamiento con *Jungle Memory* Klingberg et al. (2002).

Otro modelo explicativo es el de Cowan (1999), conocido como Modelo de Procesos Integrados, en el cual la Memoria de Trabajo es una parte activa de la memoria a largo plazo,

esto significa contar con una teoría unificada para modelar los procesos cognitivos, se supone que una parte activa de la memoria de largo plazo, denominada “foco de atención”, asume las funciones asignadas a la memoria de trabajo.

Cowan (2016) realiza un análisis de las posturas que se han dado respecto a la memoria de trabajo, de esta manera se centra en las definiciones que surgen desde diferentes perspectivas: 1) Computadora, hace referencia al lugar del almacenamiento temporal; 2) Planificación de vida, se refiere a la fijación de metas y objetivos; 3) Multicomponente, se refiere al trabajo de Baddeley y Hitch de 1974; 4) Eventos recientes, se refiere a la memoria de trabajo que se utiliza para el seguimiento de las acciones recientes y su efectividad; 5) Almacenamiento y procesamiento, se refiere a una combinación de almacenamiento temporal y el procesamiento que actúa sobre él; 6) Genérico, hace referencia al conjunto de componentes de la mente que contiene una cantidad limitada de información de manera temporal y la forma en que se procesa; 7) Control de atención, hace referencia al uso de la atención para preservar la información sobre metas y objetivos y 8) Inclusivo, acerca de los mecanismos mentales que se requieren en el desarrollo de una tarea.

Yuant et al. (2006), a través de una revisión sobre las teorías acerca de la Memoria de Trabajo, encuentran que existen consenso en: 1) que la Memoria de Trabajo incluye información relevante para realizar una tarea, pero también información irrelevante, 2) En sus componentes fonológica y visuoespacial y 3) una de sus funciones es el almacenamiento de corto plazo. Así mismo, se presentan desacuerdos sobre: 1) la necesidad de un control ejecutivo independiente y 2) si la función de control es pasiva o activa.

Consecuente con los estudios sobre la memoria de trabajo, aparece la teoría de la carga cognitiva, la cual está basada en dos ideas fundamentales: que existe un límite sobre cuánta información nueva se puede procesar a la vez en el cerebro y que no hay límite sobre la cantidad de información almacenada. Desde el enfoque de la teoría de la carga cognitiva, la información y el conocimiento se almacenan en la memoria de largo plazo -gran almacén- a través de esquemas, mientras que nueva información se traduce en una “carga cognitiva” para la memoria de trabajo. Las limitaciones de la memoria de trabajo pueden superarse a través de automatización de esquemas, es en este punto donde se propone el uso de una técnica como la recursividad para optimizar la memoria de trabajo y por ende contribuir en el proceso de aprendizaje.

Sweller (2011) considera que la información biológica secundaria impone carga a la memoria de trabajo y establece tres diferentes tipos de carga cognitiva y sus efectos: 1) Carga cognitiva intrínseca: asociada con lo que se trata de aprender, también llamada “necesaria”, y en la que se involucran dos aspectos fundamentales: el contenido que se debe aprender y los conocimientos previos. 2) carga cognitiva extrínseca: se refiere a la forma en que los contenidos se enseñan, también llamada “mala” porque no necesariamente contribuye al aprendizaje, y por tanto se relaciona con el diseño de instrucción el cual debería liberar carga y optimizar la memoria de trabajo. 3) Carga cognitiva pertinente: se relaciona con la carga que imponen el propio proceso de aprendizaje en la forma en que a través de esquemas se lleva la información a la memoria de largo plazo, también llamada “buena”. Se supone una máxima eficiencia cuando

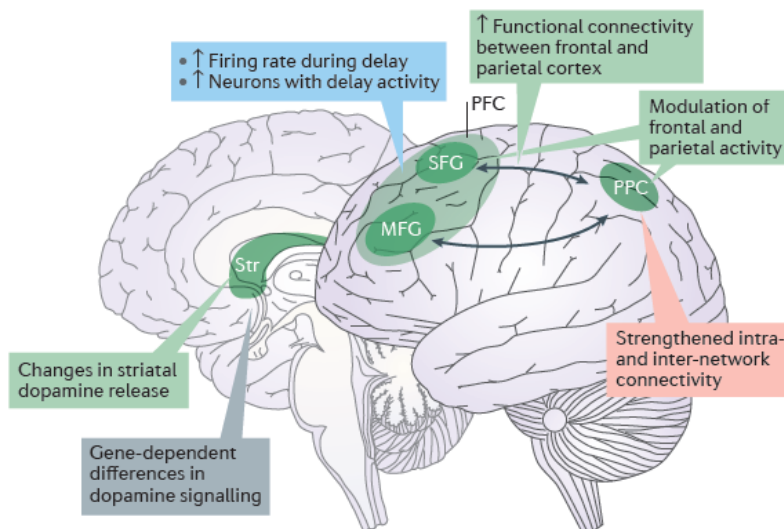
se reduce la carga cognitiva extrínseca y se incrementa la carga cognitiva pertinente, esto último se relaciona con la focalización de la atención.

Partiendo de entender la carga de la memoria de trabajo como la interacción entre procesos atencionales controlados que se relacionan con la memoria a corto plazo, Grissman et al. (2017) señalan que diferentes estudios ubican el control atencional central en las regiones frontales del cerebro, como la corteza prefrontal dorsolateral, mientras que la memoria a corto plazo la ubican en el área parietal, particularmente en el surco interparietal. De esta manera, los aumentos en la carga de trabajo mental se reflejan en mayor actividad theta frontal y disminución de la actividad alfa parietal.

En su propuesta de entrenamiento de la memoria de trabajo Constantinidis y Klingberg (2016) encuentran, a través de neuroimagen, que los cambios en la actividad cerebral, luego del entrenamiento, se dieron en los lóbulos frontal y parietal. Existe una conectividad entre estas zonas cerebrales que genera diferencia inter-individuales en la capacidad de la memoria de trabajo. En este estudio consideran la memoria de trabajo como la capacidad para mantener y manipular información durante un periodo de tiempo.

### Figura 1

*Resumen de los factores que subyacen a los aumentos de capacidad inducidos por el entrenamiento.*



*Nota:* La figura muestra los cambios de actividad cerebral en el entrenamiento de la memoria.  
*Fuente:* Constantinidis y Klingberg (2016).

El registro de la actividad cerebral, particularmente de señales electroencefalográficas; se constituye en la base de las investigaciones que actualmente se adelantan para entender

diferentes procesos, entre ellos la memoria de trabajo. Los actuales métodos no invasivos como la electroencefalografía (EEG), que registra actividad bioeléctrica cerebral, permiten el desarrollo de técnicas de neurofeedback, un campo promisorio en las investigaciones cerebrales.

## 2.2 La Recursividad.

El concepto de recursividad es fundamental en las matemáticas y en la programación, utilizado cuando un problema involucra secuencia de pasos o transformaciones mediante reglas claramente definidas. En estos casos puede encontrarse una o varias situaciones base, desde donde se desprende la solución general, Rueda y Castro (1996). El problema de las torres de Hanói resulta ser uno de los mejores ejemplos para explicar dicho concepto. Para tal efecto, se considera como problema base el juego con dos discos, luego está solución se adopta a la solución del problema de tres discos y así sucesivamente.

Algunos otros ejemplos en los que se evidencia la recursividad son los siguientes:

1. La factorial de un número.  $n! = n (n-1)! = n (n-1) (n-2)! \dots$
2. El producto de dos números enteros:  $a * b = a + a + \dots + a$  (b veces)  $= b = a + a + \dots + a$  (b - 1 veces)  $+ a = a * (b-1) + a \dots$
3.  $a^b = a * a * a * \dots * a$  (b veces)  $= a * a * a * \dots * a$  (b - 1 veces)  $* a = a^{b-1} * a \dots$
4. Máximo común divisor.

$$\text{m.c.d. (a, b)} = \begin{cases} \text{m.c.d. (a - b, b)} & \text{si } a \geq b \\ \text{m.c.d. (a, b - a)} & \text{si } b > a \\ a & \text{si } b = 0 \\ b & \text{si } a = 0 \end{cases}$$

5. El determinante de una matriz  $n * n$  siempre se puede reducir al determinante de una matriz  $2 * 2$ .
6. La transformada de Laplace de  $t^n$  se puede llevar al problema de la transformada de  $t$ . Igual sucede con otras transformadas.
7. En el caso de la física de cuerpos en rotación, el problema de encontrar la aceleración o la condición de equilibrio rotacional de un sistema se reduce a calcular el momento de torsión del sistema, que a su vez se reduce al cálculo del momento de torsión debido a cada fuerza. Es decir, el problema base considera una fuerza y un brazo.

La recursividad se constituye en una estrategia interesante para la resolución de algunos tipos de problemas, a la vez que permite ejercitar la memoria de trabajo. La literatura consultada muestra una técnica para resolver un tipo particular de problemas, pero no se encontraron indicios de su utilización para optimizar la memoria de trabajo.

## Capítulo 3. Marco teórico

### 3.1 La Memoria de Trabajo

La presente propuesta parte del modelo de memoria de trabajo de Baddeley y Hight (1974) y de los estudios que señalan sus limitaciones respecto a su capacidad y temporalidad de la información, como por ejemplo Gathercole y Alloway (2007) y de manera consecuente de la teoría de la Carga Cognitiva Sweller (1994 y 2011), según la cual si una tarea de aprendizaje requiere demasiada capacidad de memoria de trabajo el aprendizaje se verá obstaculizado.

Diferentes investigaciones se han realizado en torno a la memoria de trabajo: la relación con los procesos de aprendizaje en diversas áreas: sobre la aritmética, Alsina y Sáiz (2003) y Estudillo (2012), sobre la discalculia, Rodríguez y Jiménez (2016), sobre el lenguaje, Bermeosolo (2012), las formas de evaluar la capacidad de memoria de trabajo: Báez (2013), Carrión et al. (2010), Nadler y Archibald (2014), programas de entrenamiento y su impacto: Alloway (2010), Brian (2012), Chein (2010), Madelon et al. (2014), Etherton et al. (2018). Las bases neuronales y su ubicación en el cerebro: Constantinidis y Klingberg (2016) y Grissmann et al. (2017).

Hamilton (2012), en su trabajo sobre los efectos interactivos de la memoria de trabajo en el proceso de lectura, señala que las limitaciones de la memoria de trabajo obedecen a una restricción biológica. Teniendo en cuenta esta restricción y el hecho de que los programas de entrenamiento han sido controvertidos, la presente propuesta no aborda estrategias de entrenamiento o de expansión de la memoria de trabajo, se orienta en el uso óptimo de un recurso limitado. Desde luego que los procesos de aprendizaje están relacionados con las didácticas que emplean los profesores, que pueden saturar la memoria de trabajo, en este sentido uno de los objetivos en la investigación sobre la carga cognitiva es el de desarrollar técnicas que encajen con la memoria de trabajo de manera que se pueda optimizar el aprendizaje, *“El remedio recomendado es diseñar sistemas de instrucción que optimicen el uso de la capacidad de la memoria de trabajo y eviten la sobrecarga cognitiva.”* De Jong (2009).

En esta propuesta se entiende optimizar como *“buscar la mejor manera de realizar una actividad”* (RAE, 2019), se trata de hacer una mejor gestión con los recursos disponibles en función del objetivo que se persigue. En este caso, el recurso disponible es la memoria de trabajo -con sus limitaciones- y el objetivo se centra en la resolución de problemas. Como medio de optimización de la memoria de trabajo se plantea el uso de la recursividad, que como ya se mencionó permite que a partir de la identificación de un problema base se pueda resolver un problema mayor, la literatura consultada no muestra que este aspecto se haya utilizado antes como estrategia en la memoria de trabajo, aun cuando si se han presentado diversas investigaciones que relacionan la memoria de trabajo y la resolución de problemas. Por otra parte, es importante señalar que la propuesta aborda la solución de problemas que tienen las siguientes características:

- Desde la tipología de Greno y Simon (1978) se trata de problemas de transformación, pues se presenta el estado inicial y el estado final del problema, la tarea consiste en llevar transformaciones para alcanzar ese estado último. La tipología además establece problemas de: orden y de estructura inducida.
- Desde la tipología de Reitman (1965) son problemas de estado inicial y estado final bien definidos.

El tipo de problemas que se plantea se relaciona con la enseñanza de la física, particularmente con el concepto de “Momento de Torsión”, en donde se establece el efecto de una fuerza sobre un sistema que puede rotar a través de un eje. Este efecto se plantea matemáticamente como el producto vectorial entre el brazo y la fuerza ( $\tau = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$ ). En el sistema se pueden presentar simultáneamente diferentes fuerzas en distintos puntos, pero su solución se debe llevar al problema base: la incidencia de cada fuerza. La literatura muestra diferentes investigaciones que involucran la enseñanza de la física, pero no centran en la optimización de la memoria de trabajo, más bien en procesos de autorregulación.

### 3.2 Estilo Cognitivo

Por otra parte, el proyecto aborda como variable asociada el Estilo Cognitivo en la dimensión DIC, el cual se refiere al modo habitual o típico para resolver problemas, pensar, percibir y recordar (Tennant, 1988), se trata de un sello personal. En su artículo, Witkin et al. (1977) lo definen como *"el grado en que la persona percibe una parte del campo perceptivo, como separado del contexto que lo rodea, en vez de hacerlo como si estuviera incluido en él, o al grado en que la organización de campo predominante determina la percepción de sus componentes; o por decirlo en palabras corrientes, el grado en que la persona percibe de manera analítica"*. (p. 32)

De acuerdo con López et al. (2011) se refiere a la forma en que se realiza una actividad, por encima de su contenido. El modelo más conocido sobre Estilo Cognitivo es el denominado dependencia / independencia de campo -DIC-, en el cual se establece una diferencia entre los sujetos: aquellos de procesamiento analítico e independiente de factores contextuales - Independientes de campo- y aquellos con procesamiento global e influenciados por el contexto - dependientes de campo-. Los estudiantes independientes de campo se caracterizan por: descomponer información, son más analíticos, menos propensos a ser influidos por el contexto, desarrollo visual en el desarrollo de tareas, tiene habilidad para reestructurar la información recibida, utilizan de manera efectiva la memoria. Los estudiantes dependientes de campo tienen las siguientes características: son menos analíticos, procesan información de forma global -no de forma detallada-, son influenciados por el contexto que los rodea, tratan de mantener las estructuras de información originales, no excluyen información no relevante y no hacen un uso óptimo de la memoria de trabajo debido a la cantidad de información global que manejan. También, Hederich (2007), afirma que los estilos cognitivos hacen referencia a contrastes intraindividuales, es decir habilidades que atraviesan diferentes dominios del sujeto.

Witkin et ál. (1977) sugieren que los estudiantes dependientes de campo tienen mejor desempeño en las áreas sociales mientras los independientes de campo lo hacen en matemáticas y ciencias. Goodeough (1976) alude a la diferencia entre sujetos dependientes de campo e independientes de campo a la forma en que aprenden y memorizan y plantea las siguientes conclusiones:

- a) “Los dependientes de campo están dominados por las claves sobresalientes en los problemas de obtención de conceptos, mientras los independientes de campo toman muestras más completas de la clave disponible del conjunto”.
- b) Los dependientes de campo tienen adoptar posturas de espectador, mientras los independientes de campo son más participativos.
- c) “La independencia del campo está relacionada con la frecuencia del recuerdo de los sueños”
- d) “La dependencia del campo está relacionada con la magnitud de los efectos del estrés en el aprendizaje y la memoria”.
- e) “La independencia del campo está relacionada con la efectividad del desempeño bajo condiciones de motivación intrínsecas”.
- f) “La dependencia del campo está relacionada con la efectividad del refuerzo negativo”.
- g) “El aprendizaje incidental de información social es mayor entre los dependientes del campo que entre los independientes del campo”.

### 3.3 La Situación Física Abordada

Las situaciones físicas que resuelven los estudiantes, con el propósito de registrar variables relacionadas con la memoria de trabajo y particularmente con la carga cognitiva, hacen parte de la física rotacional y más específicamente giran alrededor del concepto de Momento de Torsión.

“La tendencia de una fuerza a dar vuelta un objeto en torno a cierto eje se mide mediante una cantidad llamada momento de torsión” (Serway y Jewett, 2008). Se trata de una magnitud vectorial que involucra el producto cruz de dos vectores: la fuerza y el brazo, de esta manera el Momento de Torsión puede entenderse como el efecto que genera una fuerza externa  $F$  al aplicarse a una distancia  $r$  (brazo) de un eje de giro, alrededor del cual puede rotar un sistema. Matemáticamente se expresa así:

$$\tau = F \times r$$

$\tau$ : Vector Momento de torsión

$F$ : Vector Fuerza externa

$r$ : Vector Brazo

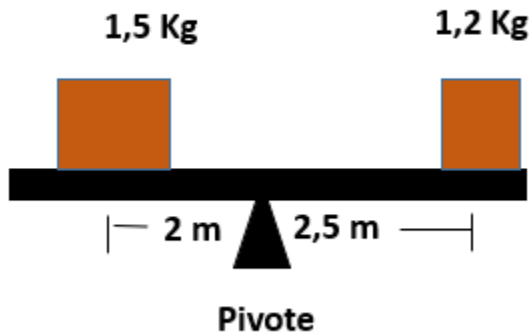
El Momento de Torsión es el concepto físico sobre el que se aborda la dinámica rotacional y tiene unidades de fuerza por distancia -Newtons . Metro-, sin que esto represente unidades de trabajo. Cuando el vector fuerza es perpendicular al vector brazo se tiene el mayor efecto, con otros ángulos dicho efecto disminuye. La fuerza aplicada a un sistema, en un punto distanciado del eje de giro -brazo-, genera una rotación en dicho sistema y desde luego que este efecto depende de la intensidad de la fuerza, del brazo y del ángulo que forman la fuerza y el brazo. Sobre un sistema pueden incidir varias fuerzas, cada una genera un Momento de Torsión, de manera que el efecto rotacional total puede intensificarse o anularse.

Por otra parte, los sistemas en equilibrio relativo exigen dos condiciones:

- 1) Que la suma de todas las fuerzas netas en el sistema sea cero, lo que garantiza el equilibrio traslacional.
- 2) Que la suma de los momentos de torsión, generados por las diferentes fuerzas externas, sea cero, lo que garantiza el equilibrio rotacional.

En este sentido, el Momento de Torsión juega un papel fundamental para explicar sistemas en equilibrio relativo. Un ejemplo sencillo se observa al verificar la condición de equilibrio de un sistema como el que se muestra en la figura. El sistema puede girar alrededor del pivote y se ubican dos pesos diferentes en brazos diferentes, cada uno genera un Momento de Torsión, de la misma magnitud, pero de sentidos contrario, lo cual anula el efecto.

**Figura 2**  
*Sistema en equilibrio*



*Nota:* La figura ilustra un sistema en equilibrio. Fuente: elaboración propia.

Los dos pesos generan las siguientes magnitudes:

$$\tau_1 = (1,5) (9,8) (2) = 29.4 \text{ Nm}$$

$$\tau_2 = (1,2) (9,8) (2,5) = 29.4 \text{ Nm}$$

Las magnitudes de los Momentos de Torsión son iguales, sin embargo, la masa de 1,2 Kg genera un efecto rotacional en el sentido de las manecillas del reloj, mientras que la masa de 1,5 kg lo hace en el sentido contrario, de esta manera el efecto neto es nulo.

Esta situación sencilla puede adecuarse a problemas más complejos en donde el sistema total este compuesto de subsistemas como el ya mencionado, un ejemplo de esto resulta en los móviles en donde se cuelgan diferentes pesos a diferentes distancias, pero el sistema mantiene el equilibrio rotacional. Estos sistemas corresponden a los abordados por los estudiantes en el presente trabajo.

## **Capítulo 4. Descripción del desarrollo tecnológico.**

Para efectos de esta investigación se desarrollaron las siguientes herramientas: modulo sobre “Momento de Torsión”, modulo sobre “Recursividad”, prueba inicial y prueba final, las cuales se describen a continuación.

### **4.1 Modulo “Momento de Torsión”**

**Objetivo:** generar un marco común de conocimiento en torno al concepto físico de Momento de Torsión y particularmente sobre la condición de equilibrio relativo de un sistema.

Los estudiantes que participaron del proyecto cursaron el espacio académico de Mecánica II, en el que se aborda este concepto, pero en diferentes periodos académicos, con diferentes profesores y algunos incluso no completaron este capítulo por las condiciones que llevaron a los cierres de la universidad.

Para efectos de este módulo se desarrolla una historia en la que se plantea un problema a resolver, para ello en las diferentes unidades, los protagonistas abordan situaciones para conocer los conceptos necesarios que llevan a resolver el problema original.

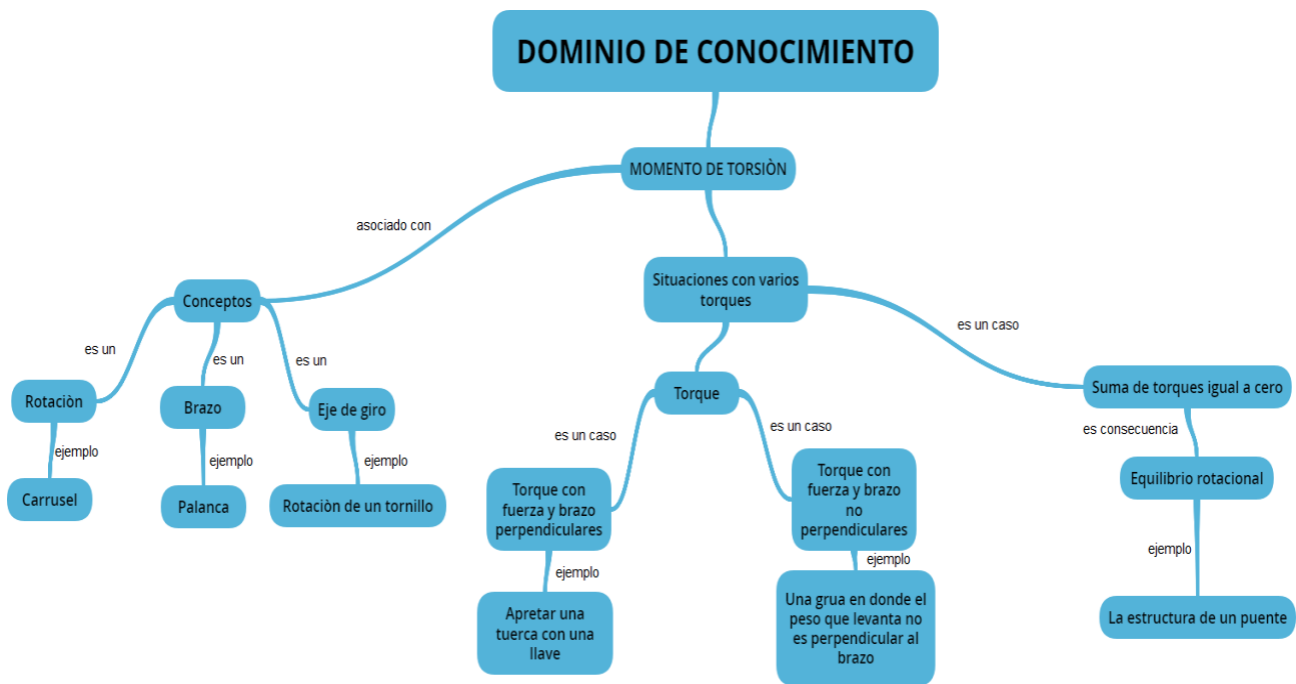
#### **4.1.1 Dominio del Conocimiento.**

El curso tiene la siguiente estructura:

- Conceptos: Rotación, brazo y eje de giro
- Torque con fuerza y brazo perpendiculares
- Torque con fuerza y brazo no perpendiculares
- Equilibrio rotacional

La siguiente figura ilustra esta estructura:

**Figura 3**  
*Dominio de conocimiento del curso Momento de Torsión*

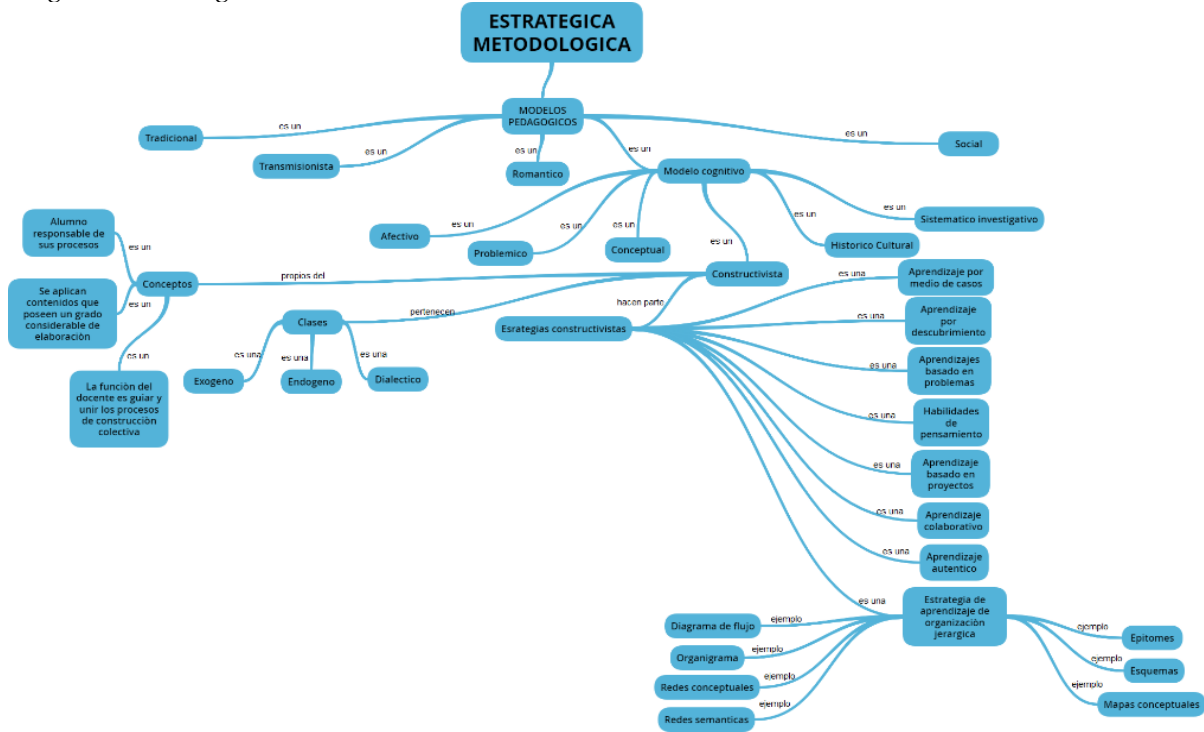


*Nota:* La figura muestra la estructura del curso momento de torsión. Fuente: elaboración propia.

#### **4.1.2 Orientación pedagógica**

Este curso se encuentra enmarcado dentro de los modelos pedagógicos cognitivos de orden constructivista y se basa en estrategias de aprendizaje de organización jerárquica. Estas estrategias adoptan herramientas tales como: diagramas de flujo, organigramas, redes conceptuales, redes semánticas, epitomes, esquemas, mapas conceptuales, entre otras. El curso ***Momento de Torsión*** incluye entonces diversos diagramas como forma de agrupar y sintetizar conocimientos. La siguiente figura ilustra la propuesta.

**Figura 4**  
Estrategia metodológica



Nota: La figura ilustra la Orientación pedagógica del curso Momento de Torsión. Fuente: elaboración propia.

### 4.1.3 Estructura y Navegabilidad

Se crearon tres Fases: Conocimientos previos, 1) Fuerza, brazo y sentido de giro, 2) Momento de Torsión entre brazo y fuerzas perpendiculares y 3) Momento de torsión entre fuerza y brazo no perpendiculares. Estas fases se desarrollan de manera secuencial, así que para abordar un módulo es necesario haber superado el anterior.

1) Conocimientos Previos, tiene las siguientes partes:

- Un video de presentación sobre el curso **Momento de Torsión**, que explica: las fases a desarrollar, los objetivos del curso, inicia el relato de una historia que acompañara el desarrollo del curso y el reto que surge de esta narración y cuya respuesta debe construirse a lo largo de cada módulo.
- Evaluación sobre: Trigonometría básica, concepto de masa y peso, centro de masa.

2) Fuerza, brazo y sentido de giro, tiene las siguientes partes:

- Intencionalidad. Se continua la narrativa de la historia que enmarca el problema a resolver, en este caso relacionado con las fuerzas y brazos involucrados con el aviso de un restaurante, para de esta manera plantear el propósito del módulo.
- Reto. Se plantea el reto a resolver de acuerdo con la historia que se desarrolla

- Conceptualización, presenta los conceptos de: centro de masa, brazo, eje de giro
- Diagrama, sintetiza los conceptos vistos
- Ejemplo, se desarrolla un problema que recoge los conceptos abordados
- Refuerzo de conocimientos, a través de un video
- Evaluación, se plantea la situación del reto como problema a resolver por el estudiante.
- Organización de conceptos, en donde el estudiante debe completar los diagramas presentados.

3) Momento de Torsión entre brazo y fuerzas perpendiculares, tiene las siguientes partes:

- Intencionalidad. Se continua la narrativa de la historia que enmarca el problema a resolver, en este caso relacionado con el cálculo de momentos de torsión en un sistema, para de esta manera plantear el propósito del módulo
- Reto. Se plantea el reto a resolver de acuerdo con el desarrollo de la historia.
- Conceptualización, presenta el concepto de Momento de Torsión y la regla de la mano derecha para fuerzas y brazos perpendiculares
- Diagrama, sintetiza los conceptos vistos
- Ejemplo, se desarrolla un problema que recoge los conceptos abordados
- Refuerzo de conocimientos, a través de un video
- Evaluación, se plantea la situación del reto como problema a resolver por el estudiante

4) Momento de torsión entre fuerza y brazo no perpendiculares

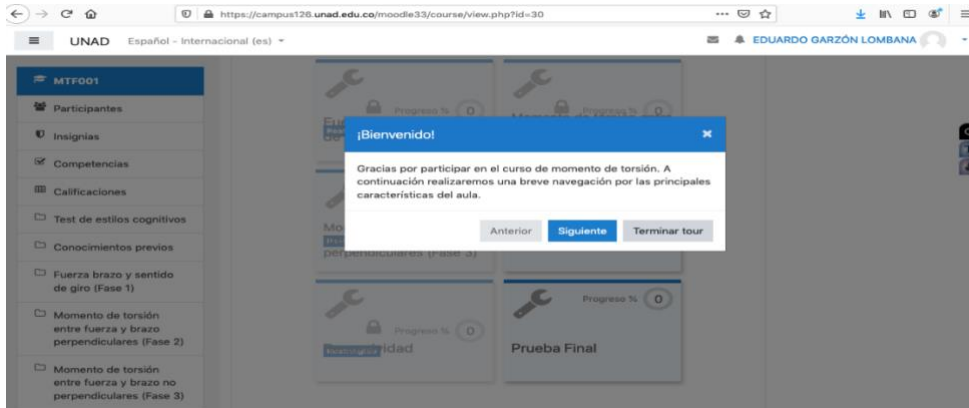
- Intencionalidad. Se continua la narrativa de la historia que enmarca el problema a resolver, en este caso un sistema en equilibrio, para de esta manera plantear el propósito del módulo.
- Reto. Se plantea el reto a resolver de acuerdo con la historia que se desarrolla
- Conceptualización, presenta los conceptos de Momento de Torsión como un producto vectorial.
- Diagrama, sintetiza los conceptos vistos
- Ejemplo, se desarrolla un problema que recoge los conceptos abordados
- Refuerzo de conocimientos, a través de un video
- Evaluación, se plantea la situación del reto como problema a resolver por el estudiante.
- Solución completa al problema planteado en la historia que se desarrolla.

Herramientas de desarrollo:

En la producción de contenidos digitales se usaron las siguientes herramientas: Adobe Spark , h5p, el reconocido LMS Moodle como sistema de aprendizaje.

El curso se compilo en la plataforma Moodle y se ubico en el siguiente enlace <https://campus126.unad.edu.co/moodle33/login/index.php>, se creo un tour del curso para orientar al estudiante sobre las diferentes características que tiene.

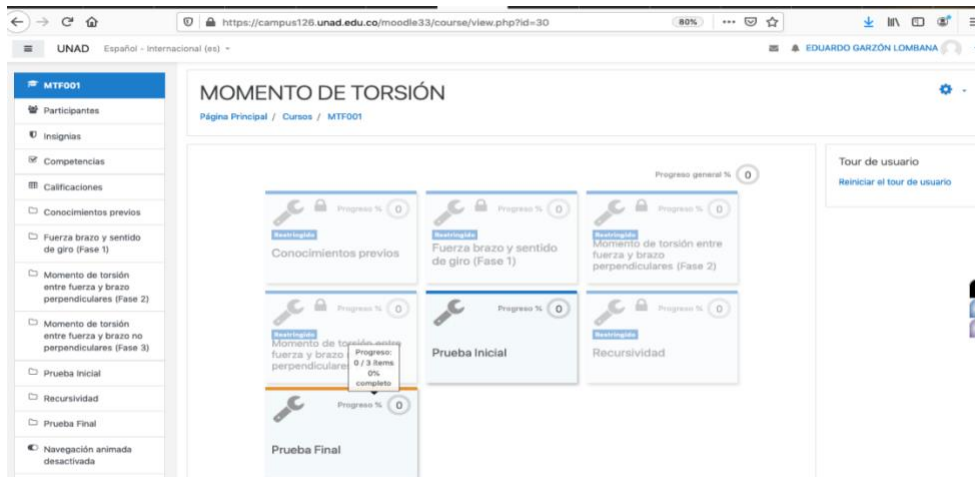
**Figura 5**  
*Tour del curso*



*Nota:* Tour del curso que describe las principales características del curso en la plataforma moodle. Fuente: elaboración propia.

En la figura 6 se puede visualizar la estructura del curso momento de torsión que fue implementada para el desarrollo del curso.

**Figura 6**  
*Estructura del curso momento de torsión*



*Nota:* La figura muestra los módulos del curso Momento de Torsión Fuente: elaboración propia.

## 4.2 Módulo “Recursividad”

**Objetivo:** Utilizar el concepto de recursividad como una técnica para la resolución de problemas tipo transformación, de manera que se minimice la carga cognitiva y por ende la actividad de la memoria de trabajo.

### 4.2.1 Estructura y Navegabilidad

Se abordaron los siguientes ítems, los cuales son secuenciales:

- Concepto de recursividad. Particularmente se plantea la ubicación de un problema base como estrategia para llegar al problema general.
- El triángulo de Sierpinski. Se plantea una figura base que conduce a la construcción de este triángulo
- Copo de Nieve. Se plantea una figura base para la construcción del fractal conocido con este nombre
- Factorial. Reducir el cálculo de una factorial a uno más elemental (base)
- Multiplicación Entera. Reducir la multiplicación entera a un problema base que involucra suma
- Ejercicios. Se plantea reducir a un problema base: la definición de exponenciación entera y el problema de encontrar el máximo común divisor.
- Otros problemas de aplicación: el determinante de una matriz  $n \times n$ , la transformada de Laplace de  $t^n$  y la suma de los elementos de un vector
- El problema de las torres de Hanoi. Se plantea la solución de este problema, para cualquier número de discos, a través del concepto de recursividad.
- Problema sobre equilibrio. Se propone un sistema en el cual se debe definir las masas de un sistema para que este se encuentre en equilibrio, haciendo uso de los conceptos de Momento de Torsión y de Recursividad.

## 4.3 Modulo Prueba Inicial

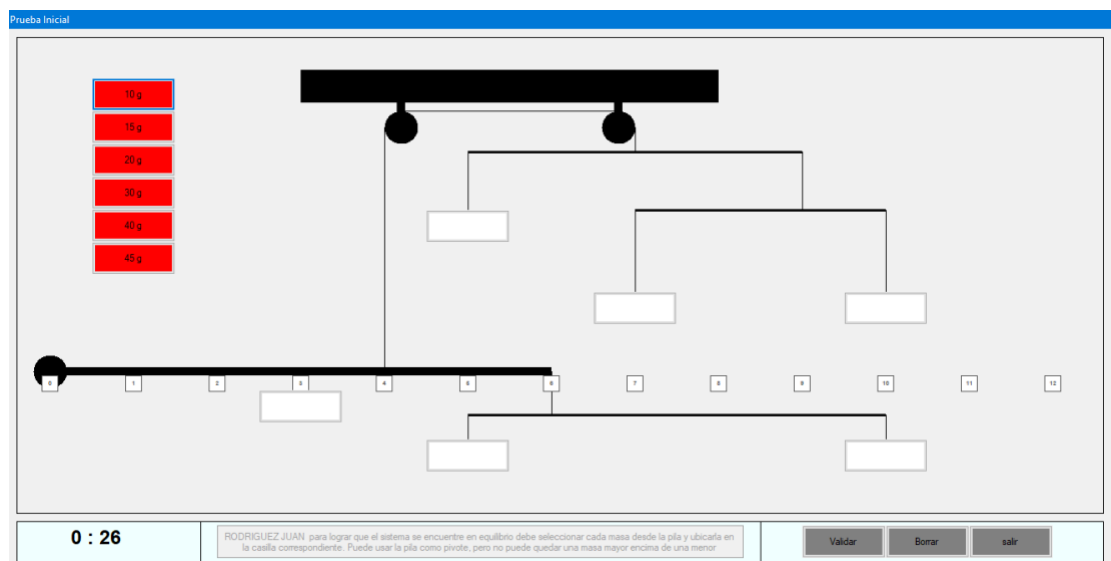
**4.3.1 Objetivo:** Medir el desempeño inicial de los estudiantes respecto a las variables relacionadas con la carga cognitiva, durante la resolución de un problema tipo evolución que involucra equilibrio rotacional.

**4.3.2 Problema:** Se requiere colocar el valor de las masas en las casillas correspondientes, con el propósito de garantizar el equilibrio rotacional del sistema de la figura 7, el cual puede rotar alrededor del punto O. El estudiante selecciona las masas que se encuentran en la pila del costado izquierdo y las ubica en las casillas dispuestas en el sistema, La pila se encuentra ordenada de mayor masa a menor masa, de abajo hacia arriba, y solo se puede seleccionar la masa que se encuentre en la parte superior de la fila, es posible retornar una masa a la pila, pero siempre y cuando no sea mayor a la que este en la parte superior, pues no es posible insertarlas.

**4.3.3 Variables:** durante el desarrollo del problema se registran los valores para las siguientes variables:

- Tiempo de trabajo. El sistema registra el tiempo que tarda el estudiante en resolver el ejercicio, sin embargo, se tiene un límite de 30 minutos para su solución, agotado este tiempo el programa se cierra guardando los datos correspondientes.
- Numero de movimientos. Se contabiliza el número de movimientos realizados, el cual se puede comparar con el número mínimo que es 6.
- Validaciones. El estudiante cuenta con la opción de verificar si el sistema se encuentra en equilibrio, por lo que se contabiliza el número de veces que se recurre a dicha opción.
- Errores. Contabiliza el número de intentos de movimientos que violan las reglas del problema, particularmente con la estructura de la pila.
- Solución. Si el problema es resuelto se guarda una “S” en caso contrario “N”.

**Figura 7**  
*Prueba Inicial*

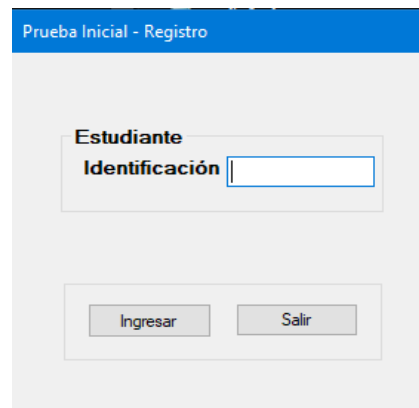


*Nota:* la imagen muestra la interfaz gráfica de la prueba inicial. Fuente: elaboración propia.

**4.3.4 Navegabilidad:** El estudiante accede a la prueba a través de un formulario en donde ingresa su número de documento, como se muestra en la figura 8.

## Figura 8

*Registro de los sujetos de investigación a la prueba inicial*

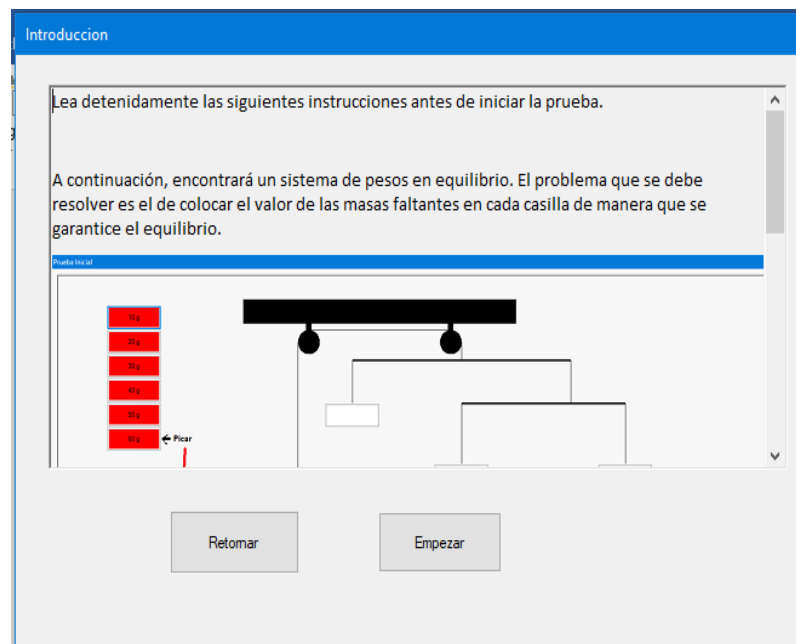


*Nota:* la figura muestra el campo que debe registrar el sujeto para realizar la prueba inicial.  
*Fuente:* elaboración propia

Posteriormente el estudiante se accede a una ventana introductoria al problema, en la cual se explica el problema, las reglas y la forma de utilizar las herramientas del software. Ver figura 9.

## Figura 9

*Ventana introductoria al problema*



*Nota:* La figura muestra la interfaz gráfica de la prueba inicial. *Fuente:* elaboración propia.

Una vez se emplee la opción empezar se despliega la ventana del problema y el reloj empieza cronometrar.

**4.3.5 Desarrollo:** La evaluación inicial fue desarrollada en el entorno de programación Visual Studio 2015, en lenguaje de programación Visual Basic. Se ejecuta en computadores con sistema operativo Windows 8 o superiores.

#### 4.4 Modulo Prueba Final

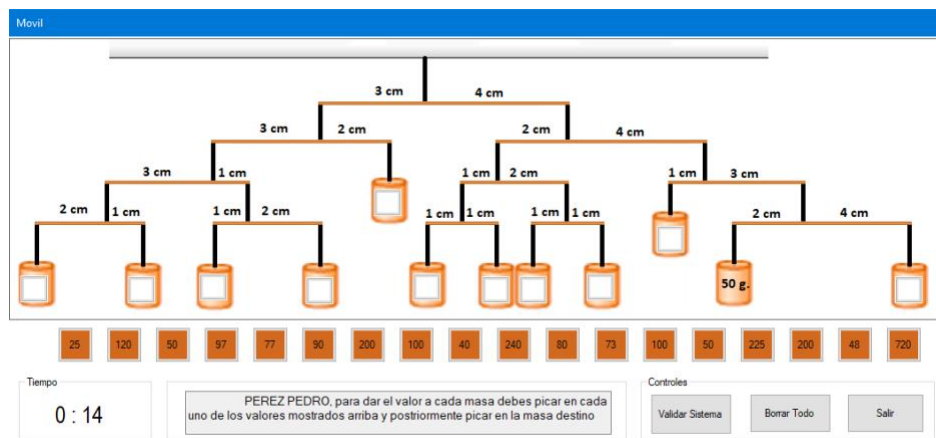
**4.4.1 Objetivo:** Medir el desempeño final de los estudiantes respecto a las variables relacionadas con la carga cognitiva, durante la resolución de problemas tipo evolución que involucra equilibrio rotacional.

La prueba final consta de dos problemas:

**4.4.2 Problema 1 – Problema del Móvil:** Se requiere colocar el valor de las masas en las casillas correspondientes, con el propósito de garantizar el equilibrio rotacional del móvil de la figura 10. El estudiante selecciona las masas que se encuentran en la parte inferior y las ubica en las casillas dispuestas en el sistema. Se puede usar la fila de masas inicial como comodín.

**Figura 10**

*Problema del Móvil*



*Nota:* La figura ilustra el problema móvil. Fuente: elaboración propia.

**4.4.3 Variables del problema 1:** durante el desarrollo del problema se registran los valores para las siguientes variables:

- Tiempo de trabajo. El sistema registra el tiempo que tarda el estudiante en resolver el ejercicio, sin embargo, se tiene un límite de 30 minutos para su

solución, agotado este tiempo el programa se cierra guardando los datos correspondientes.

- Numero de movimientos. Se contabiliza el número de movimientos realizados, el cual se puede comparar con el número mínimo que es 11.
- Validaciones. El estudiante cuenta con la opción de verificar si el sistema se encuentra en equilibrio, por lo que se contabiliza el número de veces que se recurre a dicha opción.
- Solución. Si el problema es resuelto se guarda una “S” en caso contrario “N”.

**4.4.4 Problema 2 – Problema de la Torre:** Se requiere colocar el valor de las masas en las casillas correspondientes, con el propósito de garantizar el equilibrio rotacional del sistema de la figura 11, el cual puede rotar alrededor del punto O. El estudiante selecciona las masas que se encuentran en la pila y las ubica en las casillas dispuestas en el sistema, La pila se encuentra ordenada de mayor masa a menor masa, de abajo hacia arriba, y solo se puede seleccionar la masa que se encuentre en la parte superior de la fila, es posible retornar una masa a la pila, pero siempre y cuando no sea mayor a la que este en la parte superior, pues no es posible insertarlas.

**Figura 11**

*Problema de la Torre*



*Nota.* La figura ilustra el problema de la torre. Fuente: elaboración propia.

**4.4.5 Variables del Problema 2:** durante el desarrollo del problema se registran los valores para las siguientes variables:

- Tiempo de trabajo. El sistema registra el tiempo que tarda el estudiante en resolver el ejercicio, sin embargo, se tiene un límite de 30 minutos para su solución, agotado este tiempo el programa se cierra guardando los datos correspondientes.

- Numero de movimientos. Se contabiliza el número de movimientos realizados, el cual se puede comparar con el número mínimo que es 6.
- Validaciones. El estudiante cuenta con la opción de verificar si el sistema se encuentra en equilibrio, por lo que se contabiliza el número de veces que se recurre a dicha opción.
- Errores. Contabiliza el número de intentos de movimientos que violan las reglas del problema, particularmente con la estructura de la pila
- Solución. Si el problema es resuelto se guarda una “S” en caso contrario “N”.

**4.4.6 Navegabilidad:** El estudiante accede a la prueba a través del mismo formulario de la prueba inicial, en donde ingresa el número de documento. Posteriormente aparece el menú con los dos problemas, no hay un orden para su resolución. Una vez seleccionada una prueba se realiza el mismo despliegue que en la prueba inicial, esto es: explicación del problema y sus reglas y seguidamente el formulario de la prueba.

La navegabilidad y manipulación de las herramientas son similares en las pruebas inicial y final, ambas se desarrollaron en el mismo entorno de programación y guardan las mismas consideraciones de ejecución.

## Capítulo 5. Metodología.

Se propone un diseño cuasi experimental tipo factorial 2x3 con pruebas pretest y post-test. En la siguiente figura se presenta el diseño de la investigación

### Figura 12

*Diseño cuasi experimental factorial 2x3*

O1	X	O2
O3		O4

Fuente: elaboración propia

### 5.1 Variables

#### **5.1.1 Variable Independiente:**

Ambiente de aprendizaje, con los siguientes valores:

- a) Con recursividad
- b) Sin Recursividad

El ambiente de aprendizaje está disponible en web y consta de 5 módulos, los cuatro primeros abordan el concepto físico de Momento de Torsión y tiene como propósito que los estudiantes entiendan el tipo de problemáticas que se abordaran -módulo conocimientos previos-, por lo que la totalidad de la población debe tomarlo. El sexto modulo desarrolla el concepto de recursividad, como estrategia en la solución de problemas de orden evolutivo, no necesariamente relacionados con la física, solo se encuentra disponible para el grupo experimental. En conclusión, todos los estudiantes realizan el curso sobre momento de torsión (los 4 primeros módulos) y solo el grupo experimental toma el módulo 6, correspondiente a la recursividad.

#### **5.1.2 Variable dependiente:**

Carga Cognitiva, la cual se mide a través de los siguientes Items

- 1) Tiempo de resolución de problemas
- 2) Numero de movimientos o pasos para resolver problemas

Debido a que la literatura señala la dificultad para medir los tres tipos de carga cognitiva de manera aislada, se establecen variables que dan cuenta del rendimiento asociadas con la carga cognitiva de acuerdo con Andrade (2012), se espera que menor tiempo en la solución del problema implique menos carga cognitiva y que mayor número de pasos en la solución del problema implique mayor carga cognitiva. Estas dos últimas variables deberán ser contrastadas con el resultado -éxito o fracaso- en la solución del problema. En este punto, Barrouillet et al. (2007) validan la hipótesis de que la carga cognitiva es una función de la proporción de tiempo durante el cual una actividad determinada capta la atención, lo que impide otros procesos centrales.

### 5.1.3 Variable Asociada:

Estilo Cognitivo en la dimensión DIC, con los siguientes valores

- a) Dependiente de campo
- b) Intermedio de campo
- c) Independiente de campo

Para efectos de determinar el estilo cognitivo en la dimensión independencia-dependencia de campo se utiliza la prueba EFT -*Embedded Figures Test*-, en el formato propuesto por Sawa (1966) y adaptado por el grupo de estilos cognitivos COGNITEK de la Universidad Pedagógica Nacional, la cual consta de 50 figuras complejas distribuidas en cinco páginas, en cada una de las cuales hay una figura simple y 10 complejas, la figura simple debe encontrarse en un tiempo establecido (López, Ibáñez y Chiguasuque, 2014). A través de terciles se clasifican los sujetos en: Independiente de campo, dependiente de campo o intermedio.

### 5.1.4 Covariables:

Carga Cognitiva, la cual se mide a través de los siguientes Ítems en la prueba inicial

- 1) Tiempo de resolución de problemas
- 2) Numero de movimientos o pasos para resolver problemas

A continuación, se resume el diseño 2x3 que se plantea.

**Tabla 1**

*Diseño metodológico. Tratamiento factorial 2\*3*

Ambiente de aprendizaje	Estilo cognitivo		
	Dependiente de campo (b1)	Intermedio de campo (b2)	Independiente de Campo (b3)
Con recursividad (a1)	a1b1	a1b2	a1b3
Sin recursividad (a2)	A2b1	A2b2	A2b3

*Nota.* La tabla muestra las 3 categorías que se encuentran en la dimensión DIC. Fuente: elaboración propia.

## 5.2 Población.

Se analizaron los resultados de 146 estudiantes de la Licenciatura en Física de la Universidad Pedagógica Nacional, con edades entre 18 y 34 años, edad promedio de 21, 32 años y desviación estándar de 3,05 El 33,6 % corresponde a mujeres (49).

### 5.3 Procedimiento.

La implementación se llevó a cabo durante los dos periodos académicos del año 2020. Se realizó una labor de socialización a 164 estudiantes, a través de un trabajo de intervención en diferentes cursos relacionados con programación de computadores, correspondientes al plan de estudios de la Licenciatura en Física -Programación de Computadores I, Programación de Computadores II y Métodos computacionales de la Física-. 159 estudiantes interesados en participar en la investigación se inscribieron en un drive, pero de estos realmente empezaron el proyecto 155. Durante el transcurso se retiraron 8 estudiantes, por lo que completaron la totalidad de actividades 147. Ya dentro del análisis estadístico se encontró un registro atípico, el cual fue eliminado y por tanto los resultados se presentan sobre la base de 146.

La siguiente figura 13 muestra la ruta que se siguió con cada grupo, los estudiantes accedieron a un formulario en línea en donde nuevamente se les expone el alcance de la investigación y ellos deciden vincularse o no -consentimiento informado-, quienes aceptaron la participación registraron sus datos personales y diligenciaron una encuesta de caracterización. Luego se asignaron las claves y contraseñas para que ingresaran al curso en Moodle, ubicado en <https://campus126.unad.edu.co/moodle33/course/view.php?id=30>, ya en Moodle realizaron el Test de Figuras Embebidas, para clasificarlos según su estilo cognitivo en la dimensión DIC, una vez concluida esta tarea se hizo apertura a los módulos del curso “Momento de Torsión”, posteriormente presentaron una prueba inicial y luego algunos realizaron el curso sobre “Recursividad” y finalmente todos presentaron la prueba final. Cada una de estas fases se desarrolló por semana, de manera que los estudiantes emplearon 6 y 7 semanas para completar las actividades.

#### Figura 13

*Ruta socialización de estudiantes.*



Fuente: elaboración propia

La siguiente tabla 2 resume las actividades desarrolladas por los estudiantes, estableciendo los objetivos de cada una y el procedimiento a seguir.

**Tabla 2**

*Actividades desarrolladas por los estudiantes*

<b>Actividad</b>	<b>Objetivos</b>	<b>Procedimiento</b>
<b>Consentimiento Informado.</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Informar a los estudiantes sobre el alcance de la investigación.</li> <li>• Lograr la aceptación de participación de los estudiantes.</li> <li>• Obtener información que permita caracterizar a los participantes.</li> </ul>	Los estudiantes ingresan a un formulario en línea en donde se explica los alcances de la investigación y proceden aceptar o no su participación. Si aceptan, se habilita un formulario que busca caracterizarlos
<b>Test de Estilos Cognitivos.</b>	Clasificar a los participantes de acuerdo con su estilo cognitivo, según la dimensión	Se utilizó la prueba de figuras enmascaradas adaptado por el grupo de investigación de Estilos Cognitivos de la Universidad Pedagógica Nacional
<b>Curso “Momento de Torsión”</b>	Generar un marco común de conocimiento en torno al concepto físico de Momento de Torsión y particularmente sobre la condición de equilibrio relativo de un sistema	Los estudiantes ingresan al curso disponible en la plataforma Moodle y desarrollan los contenidos y actividades propuestas. El curso cuenta con un test de conocimientos previos, los módulos ya descritos y la solución de un reto -problema- propuesto
<b>Prueba Inicial</b>	Medir el desempeño inicial de los estudiantes respecto a las variables relacionadas con la carga cognitiva, durante la resolución de un problema tipo evolución que involucra equilibrio rotacional.	Los estudiantes bajan de la plataforma Moodle el archivo ejecutable, lo instalan en sus equipos, resuelven el problema planteado y suben a la plataforma Moodle el archivo de resultados.
<b>Módulo “Recursividad”</b>	Utilizar el concepto de recursividad como una técnica para la resolución de problemas	Una vez presentada la prueba inicial se seleccionan al azar los estudiantes que realizan el módulo de

	tipo transformación, de manera que se minimice la carga cognitiva y por ende la actividad de la memoria de trabajo.	Recursividad. Esta labor se hace por lotes y seleccionando la mitad de los estudiantes de cada uno de los tres subgrupos por estilo cognitivo (dimensión DIC): dependientes de campo, independientes de campo e intermedio de campo.
<b>Prueba Final</b>	Medir el desempeño final de los estudiantes respecto a las variables relacionadas con la carga cognitiva, durante la resolución de problemas tipo evolución que involucra equilibrio rotacional.	Los estudiantes bajan de la plataforma Moodle el archivo ejecutable, lo instalan en sus equipos, resuelven los dos problemas planteados y suben a la plataforma Moodle los dos archivos de resultados.

Fuente: elaboración propia

#### 5.4 Hipótesis.

Para efectos de esta investigación se propone las siguientes hipótesis:

Ho: No existe diferencias significativas en la carga cognitiva entre estudiantes que han sido entrenados en recursividad y los que no han sido entrenados en recursividad, según su estilo cognitivo en la dimensión DIC, durante la solución de problemas tipo evolución asociados con la física – Momento de Torsión.

H1: Existe diferencias significativas en la carga cognitiva entre estudiantes que han sido entrenados en recursividad y los que no han sido entrenados en recursividad, según su estilo cognitivo en la dimensión DIC, durante la solución de problemas tipo evolución asociados con la física – Momento de Torsión.

## Capítulo 6. Resultados

### 6.1 Análisis de datos

El análisis de los datos se realiza con ayuda de la herramienta IBM – SPSS – Statistics, versión 24.

#### *6.1.1 Tratamiento de variables*

Como ya se mencionó, la variable independiente tiene dos valores: Con Recursividad y Sin Recursividad, de acuerdo con quienes desarrollaron o no el modulo de Recursividad. La variable asociada Estilo Cognitivo tiene tres valores: Dependiente de Campo, Intermedio de Campo e Independiente de Campo, las cuales se midieron a través del test de figuras embebidas EFT adaptado por el grupo de investigación de Estilos Cognitivos de la Universidad Pedagógica Nacional.

Por otra parte, la prueba inicial y la prueba final registraron el tiempo empleado por el estudiante y el número de movimientos realizados en cada problema, como una medida de la carga cognitiva. Para efectos del análisis estadístico, estos registros se convirtieron en calificaciones en la escala de 1 a 5, mediante el siguiente procedimiento.

- **Calificación del tiempo empleado en la prueba inicial.** Teniendo en cuenta que la prueba tiene una duración de 1800 segundos (30 minutos) se le asignó una calificación de 1.0 a quienes llegaron al tiempo límite y una calificación de 5.0 a quien empleó el tiempo mínimo, de esta manera se conforman dos puntos en el plano: (1800,1) y (tiempo mínimo, 5), la calificación de cada estudiante se calcula mediante la ecuación de la recta que pasa por estos puntos.
- **Calificación del número de movimientos realizados en la prueba inicial.** Teniendo en cuenta que el problema planteado se resuelve con un mínimo de 6 movimientos se asigna calificación de 5.0 a esta cantidad de movimientos y la calificación de 1.0 al máximo de movimientos que se registra en el grupo. De esta manera se tienen dos puntos en el plano: (6, 5) y (mayor número de movimientos, 1), la calificación de cada estudiante se calcula mediante la recta que pasa por estos puntos.
- **Calificación del tiempo empleado en la prueba final.** Dado que la prueba final consta de dos problemas y que el tiempo límite es de 1800 segundos en cada uno, se procede a calcular la calificación de cada problema siguiendo la lógica descrita en la calificación del tiempo en la prueba inicial. Posteriormente se promedia el tiempo de las dos calificaciones.
- **Calificación del número de movimientos realizados en la prueba final.** El problema del Móvil se resuelve con un mínimo de 11 pasos, por lo cual se le asigna una calificación de 5.0 y al mayor número de pasos del grupo se le asigna la calificación de 1.0, así los puntos son: (11, 5) y (máximo, 1). El problema de la Torre se resuelve con un mínimo de 6 pasos, de esta

manera los puntos son (6, 5) y (máximo, 1). La calificación total es el promedio de la calificación de los dos problemas.

De esta manera las variables independientes se transforman en:

- Calificación del tiempo empleado en la prueba final
- Calificación del número de movimientos realizados en la prueba final

Y las covariables en:

- Calificación del tiempo empleado en la prueba inicial
- Calificación del número de movimientos realizados en la prueba inicial

El número de covariables sigue la recomendación de Huitema (1980, 161) en cuanto a limitarlas según la expresión:

$$\frac{C + (J - 1)}{N} < 0,1$$

C: número de covariables

J: número de grupos

N: Total de participantes

Para este caso en particular se obtiene  $0,02 < 0,1$ .

### ***6.1.2. Análisis de Datos Perdidos y valores atípicos***

La base de datos no presenta valores perdidos, ver anexo C Análisis de Datos Perdidos. Por otra parte, para efectos del análisis de valores atípicos se adicionó una variable escala, llamada ID, con números consecutivos de 1 a 147, de acuerdo con los participantes. Posteriormente haciendo uso de la opción de Regresión Lineal se calculó la distancia de Mahalanobis, tomando como variable dependiente "ID" y como variables independientes: calificación del tiempo empleado en la prueba final, calificación de los movimientos en la prueba final, calificación del tiempo empleado en la prueba inicial y calificación de los movimientos en la prueba inicial. Esto se muestra en la siguiente tabla.

**Tabla 3***Resumen Modelo de Datos Atípicos*

<b>Resumen del modelo<sup>b</sup></b>				
Modelo	R	R cuadrado	R cuadrado ajustado	Error estándar de la estimación
1	,60 <sup>a</sup>	,36	,34	34,45

a. Predictores: (Constante), Calificación Movimientos Final, Calificación Tiempo Inicial, Calificación Tiempo Final, Calificación Movimientos Inicial

b. Variable dependiente: ID

*Nota.* Resultado obtenido a través de SPSS. Fuente: elaboración propia

Posteriormente se creó una variable escala llamada “Datos\_At” la cual es equivalente a:  $1 - \text{Cdf.Chisq}(\text{MAH}_1, 4)$ , la variable se ordenó en forma ascendente para identificar valores menores a 0,001 -que resultan ser atípicos-, se encontró un registro, el cual fue eliminado. De esta manera el análisis se realiza con 146 registros.

**6.1.3 Descriptivos**

La base de datos con 146 registros señala lo siguiente, respecto a las edades de los participantes:

**Tabla 4***Edades de los participantes*

	Estadísticos Descriptivos						
	N	Mínimo	Máximo	Media	Desviación estándar	Asimetría	Curtosis
Edad	146	18	34	21,32	3,05	0,20	0,39

*Nota.* Resultado obtenido a través de SPSS. Fuente: elaboración propia

La siguiente tabla resume la participación por género:

**Tabla 5**

*Genero de los participantes*

		<b>Genero</b>			
		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	Femenino	49	33,6	33,6	33,6
	Masculino	97	66,4	66,4	100,0
	Total	146	100,0	100,0	

*Nota.* Resultado obtenido a través de SPSS. Fuente: elaboración propia

La siguiente tabla muestra la conformación de los diferentes grupos de acuerdo con la variable independiente y la variable asociada:

**Tabla 6**

*Conformación de los grupos según el criterio de Recursividad y el Estilo Cognitivo*

		<b>Tabla cruzada Estilo Cognitivo*Recursividad</b>		
		Recursividad		
		Sin Recursividad	Con Recursividad	Total
Estilo Cognitivo	Dependiente de Campo	29	31	60
	Intermedio de Campo	24	25	49
	Independiente de Campo	18	19	37
Total		71	75	146

*Nota.* Resultado obtenido a través de SPSS. Fuente: elaboración propia.

#### **6.1.4 Prueba de Normalidad**

Las variables en donde el valor absoluto de la asimetría es mayor a 3 se describen como “severamente sesgados” y valores absolutos de las curtosis mayores a 10 indican “curtosis grave”, Kline (2016). La siguiente tabla muestra que el valor absoluto de la asimetría en todos los casos es menor a 3 y que valor absoluto de la curtosis es en todos los casos menores a 10. Siguiendo a Kline (2016), esto no indica necesariamente que las distribuciones sean normales, pero da un marco de comparación en el sentido de que en una distribución normal el valor absoluto de la asimetría y el valor absoluto de la curtosis es cero. Se observa que los valores de asimetría y curtosis no son severos, lo cual muestra que las variables cumplen el criterio de normalidad.

En todo caso la prueba Mancova es lo suficientemente robusta para continuar con el análisis y el criterio de Kline (2016) garantiza el supuesto de normalidad.

**Tabla 7**

*Asimetría y Curtosis*

	Recursividad	Media Desviación		Asimetría Error		Curtosis Error		N	
		Media	estándar	Estadístico	estándar	Estadístico	estándar	N	Porcentaje
Calificación	Sin	1,94	1,24	1,00	0,28	-0,31	0,56	71	100,0%
Tiempo	Recursividad								
Final	Con	3,15	1,25	-0,57	0,27	-1,16	0,54	75	100,0%
	Recursividad								
Calificación	Sin	3,31	1,26	-0,19	0,28	-1,59	0,56	71	100,0%
Movimientos	Recursividad								
Final	Con	4,41	0,52	-1,62	0,27	2,61	0,54	75	100,0%
	Recursividad								

*Nota.* Resultado obtenido a través de SPSS. Fuente: elaboración propia

### 6.1.5 Análisis de Correlación

La siguiente tabla muestra la correlación entre las distintas variables.

**Tabla 8**

*Correlaciones*

		<b>Correlaciones</b>			
		Calificación Tiempo Inicial	Calificación Movimientos Inicial	Calificación Tiempo Final	Calificación Movimientos Final
Calificación Tiempo Inicial	Correlación de Pearson	1			
Calificación Movimientos Inicial	Correlación de Pearson	,69**	1		
Calificación Tiempo Final	Correlación de Pearson	,27**	,42**	1	
Calificación Movimientos Final	Correlación de Pearson	,28**	,53**	,67**	1

\*\* . La correlación es significativa en el nivel 0,01 (bilateral).

*Nota.* Resultado obtenido a través de SPSS. Fuente: elaboración propia

Se presenta correlación entre las covariables y las variables dependientes, tal como lo exige Mancova. Por otra parte, las covariables presentan linealidad significativa entre si ( $p < ,001$ ), en este sentido, se debe hacer un análisis a las covariables a fin de determinar cuáles contribuyen al análisis, pues el criterio establece que no deber haber relación lineal entre ellas, porque el efecto es el mismo.

### 6.1.6 Análisis de Covarianza

La prueba de cuadro de la igualdad de matrices de covarianzas, realizada en SPSS, muestra que la significancia es menor a 0,05 con lo cual no se cumple el criterio de homocedasticidad [ $F(15, 70287,78) = 4,61, p < 0,05$ ], Las matrices de covarianza de la población para las variables dependientes en cada grupo no son iguales. Por tanto, se debe utilizar un análisis robusto como lo es la Traza de Pillai. Anexo D Prueba de Cuadro de la igualdad de matrices de covarianzas.

Por otra parte, las pruebas Multivariantes -Anexo E. Pruebas Multivariantes- indica que las interacciones factores-covariables no son significativas, observadas desde la Traza de Pillai,

pues son mayores al 5%. De esta manera se cumple la homogeneidad de los hiperplanos de regresión, los hiperplanos de regresión son homogéneos.

Recursividad \* Estilo Cognitivo \* Calificación Tiempo Inicial  
[Traza de Pillai = 0,06, F (10, 25) = 0,86, p = 0,56,  $\eta^2 = 0,03$ ]

Recursividad \* Estilo Cognitivo \* Calificación Movimientos Inicial  
[Traza de Pillai = 0,06, F (10, 25) = 0,92, p = 0,51,  $\eta^2 = 0,03$ ]

### ***6.1.7 Análisis Mancova General***

El análisis general, a través de las Pruebas Multivariante -Anexo F Pruebas Multivariante General- señala que las covariables influyen significativamente en el DV combinado

- Calificación tiempo inicial: [Traza de Pillai = 0,56, F(2, 13) = 4,05, p = 0,01,  $\eta^2 = 0,56$ ]
- Calificación Movimientos inicial: [Traza de Pillai = 0,16, F(2, 13) = 13,37 p < 0,01,  $\eta^2 = 0,16$ ]

El estudio de correlación mostro que existe una relación lineal entre ellas y que se debían estudiar, ahora el análisis general muestra que influyen significativamente en el DV combinado, por lo que los investigadores optan por mantenerlas para efectos de este análisis.

Así mismo, La variable independiente Recursividad influye significativamente en el DV combinado [Traza de Pillai = 0,23, F(2,13) = 21,52, p < 0,01,  $\eta^2 = 0,23$ ]. La variable asociada Estilo Cognitivo influye significativamente en el DV combinado [Traza de Pillai = 0,31, F(4, 27) = 12,64, p < 0,01,  $\eta^2 = 0,15$ ]. La interacción del factor influye significativamente en el DV combinado [Traza de Pillai = 0,21, F(4, 27) = 8,39, p < 0,01,  $\eta^2 = 0,10$ ].

El análisis intersujetos -Anexo G Análisis Intersujetos- muestra que la Recursividad tiene incidencia en la Calificación Tiempo Final [F=31,75, p< 0,01,  $\eta^2=0,18$ ] y en la Calificación de Movimientos Final [F=36,28, p< 0,01,  $\eta^2=0,20$ ]. El Estilo Cognitivo tiene efectos sobre la Calificación Tiempo Final [F=5,89, p= 0,003,  $\eta^2=0,07$ ] y sobre la Calificación de Movimientos Final [F=9,30, p< 0,01,  $\eta^2=0,11$ ].

La combinación Recursividad \* Estilo Cognitivo inciden sobre la Calificación Tiempo Final [F=5,44, p= 0,005,  $\eta^2=0,07$ ] y sobre la Calificación de Movimientos Final [F=17,45, p< 0,01,  $\eta^2=0,20$ ].

### 6.1.8 Análisis Post-hoc

#### 6.1.8.1 Recursividad.

La Tabla 10 muestra las estimaciones correspondientes a la variable independiente Recursividad, en donde se aprecia que el grupo experimental tiene mejores estimaciones en la Media para las dos variables independientes, en comparación al grupo control.

**Tabla 9**

*Estimaciones Recursividad*

Variable dependiente	Recursividad	Estimaciones		Intervalo de confianza al 95%	
		Media	Error estándar	Límite inferior	Límite superior
Calificación	Sin Recursividad	2,01 <sup>a</sup>	0,14	1,73	2,29
Tiempo Final	Con Recursividad	3,21 <sup>a</sup>	0,14	2,93	3,49
Calificación	Sin Recursividad	3,41 <sup>a</sup>	0,09	3,22	3,59
Movimientos Final	Con Recursividad	4,26 <sup>a</sup>	0,09	4,07	4,45

a. Las covariables que aparecen en el modelo se evalúan en los valores siguientes: Calificación Tiempo Inicial = 1,89, Calificación Movimientos Inicial = 3,51.

*Nota.* Resultado obtenido a través de SPSS. Fuente: elaboración propia

Las comparaciones por pareja se aprecian en la siguiente tabla 11

**Tabla 10**

*Comparaciones por parejas – Recursividad*

Variable dependiente	(I) Recursividad	(J) Recursividad	Diferencia de medias (I-J)	Error estándar	Sig. <sup>b</sup>	95% de intervalo de confianza para diferencia <sup>b</sup>	
						Límite inferior	Límite superior
	Sin Recursividad	Con Recursividad	-1,19*	0,21	0,000	-1,61	-0,77

Calificación Tiempo Final	Con Recursividad	Sin Recursividad	1,19*	0,21	0,000	0,77	1,61
Calificación Movimientos Final	Sin Recursividad	Con Recursividad	-,85*	0,14	0,000	-1,13	-0,57
	Con Recursividad	Sin Recursividad	,85*	0,14	0,000	0,57	1,13

Se basa en medias marginales estimadas

\*. La diferencia de medias es significativa en el nivel ,05.

b. Ajuste para varias comparaciones: Bonferroni.

*Nota.* Resultado obtenido a través de SPSS. Fuente: elaboración propia

Para efectos de la variable Calificación Tiempo Final, existe diferencias significativas entre el grupo Sin Recursividad y el grupo Con Recursividad [ $P < 0,01$ ] en favor del grupo Con Recursividad (medias: 2,01 y 3,21 respectivamente).

En cuanto a la variable Calificación Movimientos Final, existe diferencias significativas entre el grupo Sin Recursividad y el grupo Con Recursividad [ $P < 0,01$ ] en favor del grupo Con Recursividad (medias: 3,41 y 4,26 respectivamente).

Se concluye que existen diferencias significativas en los resultados obtenidos por el grupo Con Recursividad en comparación al grupo Sin Recursividad, en favor del primero, para las dos variables independientes.

#### **6.1.8.2 Estilo Cognitivo.**

La Tabla 12 muestra las estimaciones correspondientes a la variable asociada Estilo Cognitivo.

**Tabla 11**

*Estimaciones Estilo Cognitivo*

Variable dependiente	Estilo Cognitivo	Estimaciones			
		Media	Error estándar	Intervalo de confianza al 95%	
				Límite inferior	Límite superior
Calificación	Dependiente de Campo	2,28 <sup>a</sup>	0,14	1,99	2,56
Tiempo Final	Intermedio de Campo	2,46 <sup>a</sup>	0,16	2,14	2,78
	Independiente de Campo	3,09 <sup>a</sup>	0,18	2,72	3,47
	Dependiente de Campo	4,17 <sup>a</sup>	0,09	3,98	4,36
	Intermedio de Campo	3,57 <sup>a</sup>	0,10	3,36	3,78

Calificación Movimientos Final	Independiente de Campo	3,76 <sup>a</sup>	0,12	3,51	4,01
--------------------------------	------------------------	-------------------	------	------	------

a. Las covariables que aparecen en el modelo se evalúan en los valores siguientes: Calificación Tiempo Inicial = 1,89, Calificación Movimientos Inicial = 3,51.

*Nota.* Resultado obtenido a través de SPSS. Fuente: elaboración propia

Las comparaciones por pareja se aprecian en la siguiente tabla

**Tabla 12**

*Comparaciones por parejas – Estilo Cognitivo*

Comparaciones por parejas							
Variable dependiente	(I) Estilo Cognitivo	(J) Estilo Cognitivo	Diferencia de medias (I-J)	Error estándar	Sig. <sup>b</sup>	95% de intervalo de confianza para diferencia <sup>b</sup>	
						Límite inferior	Límite superior
Calificación Tiempo Final	Dependiente de Campo	Intermedio de Campo	-0,18	0,21	1,00	-0,70	0,33
		Independiente de Campo	-,81*	0,23	0,003	-1,39	-0,23
	Intermedio de Campo	Dependiente de Campo	0,18	0,21	1,00	-0,33	0,70
		Independiente de Campo	-,63*	0,25	0,04	-1,24	-0,01
	Independiente de Campo	Dependiente de Campo	,81*	0,23	0,003	0,23	1,39
		Intermedio de Campo	,63*	0,25	0,04	0,01	1,24
Calificación Movimientos Final	Dependiente de Campo	Intermedio de Campo	,60*	0,14	0,000	0,25	0,95
		Independiente de Campo	,41*	0,16	0,03	0,02	0,80
	Intermedio de Campo	Dependiente de Campo	-,60*	0,14	0,000	-0,95	-0,25
		Independiente de Campo	-0,18	0,17	0,80	-0,60	0,22
	Independiente de Campo	Dependiente de Campo	-,41*	0,16	0,03	-0,80	-0,02
		Intermedio de Campo	0,18	0,17	0,80	-0,22	0,60

Se basa en medias marginales estimadas

\*. La diferencia de medias es significativa en el nivel ,05.

b. Ajuste para varias comparaciones: Bonferroni.

*Nota.* Resultado obtenido a través de SPSS. Fuente: elaboración propia

Para efectos de la variable Calificación Tiempo Final, existe diferencias significativas entre los estudiantes Dependientes de Campo y los estudiantes Independientes de Campo [ $p = 0,003$ ] en favor del grupo Independiente de Campo (medias: 2,28 y 3,09 respectivamente) y existe diferencias significativas entre los estudiantes Intermedio de Campo y los estudiantes Independientes de Campo [ $p = 0,04$ ] en favor del grupo Independiente de Campo (medias: 2,46 y 3,09 respectivamente). No se encontraron diferencias significativas entre los estudiantes Dependientes de Campo e Intermedio de Campo [ $p = 1,00$ ].

Para efectos de la variable Calificación Movimientos Final, existe diferencias significativas entre los estudiantes Dependientes de Campo y los estudiantes Intermedio de Campo [ $p < 0,001$ ] en favor del grupo Dependiente de Campo (medias: 4,17 y 3,57 respectivamente) y existe diferencias significativas entre los estudiantes Dependientes de Campo y los estudiantes Independientes de Campo [ $p = 0,03$ ] en favor del grupo Dependiente de Campo (medias: 4,17 y 3,76 respectivamente). No se encontraron diferencias significativas entre los estudiantes Intermedio de Campo e Independiente de Campo [ $p = 0,80$ ].

### 6.1.8.3 Estilo Cognitivo \* Recursividad.

A continuación, se presenta la tabla de estimaciones.

**Tabla 13**

*Estimaciones Estilo Cognitivo \* Recursividad*

Variable dependiente	Estimaciones		Media	Error estándar	Intervalo de confianza al 95%	
	Estilo Cognitivo	Recursividad			Límite inferior	Límite superior
Calificación Tiempo Final	Dependiente de Campo	Sin Recursividad	2,09 <sup>a</sup>	0,21	1,66	2,52
		Con Recursividad	2,47 <sup>a</sup>	0,20	2,06	2,87
	Intermedio de Campo	Sin Recursividad	1,65 <sup>a</sup>	0,24	1,18	2,12
		Con Recursividad	3,27 <sup>a</sup>	0,22	2,83	3,71
	Independiente de Campo	Sin Recursividad	2,30 <sup>a</sup>	0,26	1,78	2,82
		Con Recursividad				

Calificación Movimientos Final	Dependiente de Campo	Con	3,88 <sup>a</sup>	0,27	3,35	4,42
		Recursividad				
		Sin	4,18 <sup>a</sup>	0,14	3,90	4,47
		Recursividad				
	Intermedio de Campo	Con	4,16 <sup>a</sup>	0,13	3,89	4,43
		Recursividad				
		Sin	2,74 <sup>a</sup>	0,16	2,42	3,06
		Recursividad				
	Independiente de Campo	Con	4,40 <sup>a</sup>	0,14	4,10	4,69
		Recursividad				
		Sin	3,30 <sup>a</sup>	0,17	2,95	3,64
		Recursividad				
		Con	4,22 <sup>a</sup>	0,18	3,86	4,58
		Recursividad				

a. Las covariables que aparecen en el modelo se evalúan en los valores siguientes: Calificación Tiempo Inicial = 1,89, Calificación Movimientos Inicial = 3,51.

*Nota.* Resultado obtenido a través de SPSS. Fuente: Elaboración propia

Las comparaciones por pareja se aprecian en la siguiente tabla

**Tabla 14**

*Comparaciones por parejas – Estilo Cognitivo\* Recursividad*

Comparaciones por parejas								
Variable dependiente	Estilo Cognitivo	(I) Recursividad	(J) Recursividad	Diferencia de medias (I-J)	Error estándar	Sig. <sup>b</sup>	95% de intervalo de confianza para diferencia <sup>b</sup>	
							Límite inferior	Límite superior
Calificación Movimientos Final	Dependiente de Campo	Sin	Con	-0,37	0,30	0,22	-0,98	0,23
		Recursividad	Recursividad					
		Con	Sin	0,37	0,30	0,22	-0,23	0,98
		Recursividad	Recursividad					
	Intermedio de Campo	Sin	Con	-1,62 <sup>*</sup>	0,33	0,000	-2,28	-0,96
		Recursividad	Recursividad					
		Con	Sin	1,62 <sup>*</sup>	0,33	0,000	0,96	2,28
		Recursividad	Recursividad					
	Independiente de Campo	Sin	Con	-1,58 <sup>*</sup>	0,37	0,000	-2,32	-0,83
		Recursividad	Recursividad					
		Con	Sin	1,58 <sup>*</sup>	0,37	0,000	0,83	2,32
		Recursividad	Recursividad					
Calificación Movimientos Final	Dependiente de Campo	Sin	Con	0,023	0,20	0,91	-0,38	0,43
		Recursividad	Recursividad					
		Con	Sin	-0,023	0,20	0,91	-0,43	0,38
		Recursividad	Recursividad					
	Intermedio de Campo	Sin	Con	-1,65 <sup>*</sup>	0,22	0,000	-2,09	-1,21
		Recursividad	Recursividad					

Independiente de Campo	Con Recursividad	Sin Recursividad	1,65*	0,22	0,000	1,21	2,09
	Sin Recursividad	Con Recursividad	-,92*	0,25	0,000	-1,42	-0,42
	Con Recursividad	Sin Recursividad	,92*	0,25	0,000	0,42	1,42
	Sin Recursividad	Con Recursividad					

Se basa en medias marginales estimadas

\*. La diferencia de medias es significativa en el nivel ,05.

b. Ajuste para varias comparaciones: Bonferroni.

*Nota.* Resultado obtenido a través de SPSS. Fuente: elaboración propia

Para la variable Calificación Tiempo Final se concluye lo siguientes:

- Los resultados de los estudiantes Dependientes de Campo no presentaron diferencias significativas entre quienes No tomaron el módulo de Recursividad y quienes lo tomaron [ $p = 0,22$ ].
- Los resultados de los estudiantes Intermedios de campo presentaron diferencias significativas entre quienes No tomaron el módulo de Recursividad y quienes lo tomaron [ $p < 0,01$ ] en favor del grupo Con Recursividad (medias: 1,65 y 3,27 respectivamente).
- Los resultados de los estudiantes Independientes de campo presentaron diferencias significativas entre quienes No tomaron el módulo de Recursividad y quienes lo tomaron [ $p < 0,01$ ] en favor del grupo Con Recursividad (medias: 2,30 y 3,88 respectivamente).

Para la variable Calificación Movimientos Final se concluye lo siguientes:

- Los resultados de los estudiantes Dependientes de Campo no presentaron diferencias significativas entre quienes No tomaron el módulo de Recursividad y quienes lo tomaron [ $p = 0,91$ ].
- Los resultados de los estudiantes Intermedios de campo presentaron diferencias significativas entre quienes no tomaron el módulo de Recursividad y quienes lo tomaron [ $p < 0,01$ ] en favor del grupo Con Recursividad (medias: 2,74 y 4,40 respectivamente).
- Los resultados de los estudiantes Independientes de campo presentaron diferencias significativas entre quienes no tomaron el módulo de Recursividad y quienes lo tomaron [ $p < 0,01$ ] en favor del grupo Con Recursividad (medias: 3,30 y 4,22 respectivamente).

De esta manera se concluye que la Recursividad tiene efectos en las dos variables independientes, tanto en los estudiantes Intermedio de Campo e Independiente de Campo

#### **6.1.8.4 Recursividad \* Estilo Cognitivo.**

A continuación, se presenta la tabla de estimaciones.

**Tabla 15***Estimaciones Recursividad \* Estilo Cognitivo*

Variable dependiente	Recursividad	Estilo Cognitivo	Estimaciones				
			Media	Error estándar	Intervalo de confianza al 95%		
					Límite inferior	Límite superior	
Calificación Tiempo Final	Sin Recursividad	Dependiente de Campo	2,09 <sup>a</sup>	0,21	1,66	2,52	
		Intermedio de Campo	1,65 <sup>a</sup>	0,24	1,18	2,12	
		Independiente de Campo	2,30 <sup>a</sup>	0,26	1,78	2,82	
	Con Recursividad	Dependiente de Campo	2,47 <sup>a</sup>	0,20	2,06	2,87	
		Intermedio de Campo	3,27 <sup>a</sup>	0,22	2,83	3,71	
		Independiente de Campo	3,88 <sup>a</sup>	0,27	3,35	4,42	
	Calificación Movimientos Final	Sin Recursividad	Dependiente de Campo	4,18 <sup>a</sup>	0,14	3,90	4,47
			Intermedio de Campo	2,74 <sup>a</sup>	0,16	2,42	3,06
			Independiente de Campo	3,30 <sup>a</sup>	0,17	2,95	3,64
Con Recursividad		Dependiente de Campo	4,16 <sup>a</sup>	0,13	3,89	4,43	
		Intermedio de Campo	4,40 <sup>a</sup>	0,14	4,10	4,69	
		Independiente de Campo	4,22 <sup>a</sup>	0,18	3,86	4,58	

a. Las covariables que aparecen en el modelo se evalúan en los valores siguientes: Calificación Tiempo Inicial = 1,89, Calificación Movimientos Inicial = 3,51.

*Nota.* Resultado obtenido a través de SPSS. Fuente: elaboración propia

Las comparaciones por pareja se aprecian en la siguiente tabla

**Tabla 16**

*Comparaciones por parejas – Recursividad \* Estilo Cognitivo*

Comparaciones por parejas								
Variable dependiente	Recursividad	(I) Estilo Cognitivo	(J) Estilo Cognitivo	Diferencia de medias (I-J)	Error estándar	Sig. <sup>b</sup>	95% de intervalo de confianza para diferencia <sup>b</sup>	
							Límite inferior	Límite superior
Calificación Tiempo Final	Sin Recursividad	Dependiente de Campo	Intermedio de Campo	0,44	0,30	0,45	-0,30	1,18
			Independiente de Campo	-0,21	0,34	1,00	-1,03	0,61
		Intermedio de Campo	Dependiente de Campo	-0,44	0,30	0,45	-1,18	0,30
			Independiente de Campo	-0,65	0,35	0,21	-1,52	0,21
		Independiente de Campo	Dependiente de Campo	0,21	0,34	1,00	-0,61	1,03
			Intermedio de Campo	0,65	0,35	0,21	-0,21	1,52
	Con Recursividad	Dependiente de Campo	Intermedio de Campo	-0,80*	0,29	0,02	-1,53	-0,08
			Independiente de Campo	-1,41*	0,32	0,000	-2,21	-0,62
		Intermedio de Campo	Dependiente de Campo	,80*	0,29	0,02	0,08	1,53
			Independiente de Campo	-0,60	0,34	0,24	-1,44	0,22
		Independiente de Campo	Dependiente de Campo	1,41*	0,32	0,000	0,62	2,21
			Intermedio de Campo	0,60	0,34	0,24	-0,22	1,44
Calificación Movimientos Final	Sin Recursividad	Dependiente de Campo	Intermedio de Campo	1,44*	0,20	0,000	0,94	1,94
			Independiente de Campo	,88*	0,22	0,000	0,33	1,44
		Intermedio de Campo	Dependiente de Campo	-1,44*	0,20	0,000	-1,94	-0,94
			Independiente de Campo	-0,55	0,24	0,06	-1,13	0,02
		Independiente de Campo	Dependiente de Campo	-,88*	0,22	0,000	-1,44	-0,33
			Intermedio de Campo	0,55	0,24	0,06	-0,02	1,13
	Con Recursividad	Dependiente de Campo	Intermedio de Campo	-0,23	0,20	0,70	-0,72	0,24
			Independiente de Campo	-0,06	0,21	1,00	-0,59	0,46
		Intermedio de Campo	Dependiente de Campo	0,23	0,20	0,70	-0,24	0,72
			Independiente de Campo					

	Independiente de Campo	0,17	0,23	1,00	-0,38	0,73
Independiente de Campo	Dependiente de Campo	0,06	0,21	1,00	-0,46	0,59
	Intermedio de Campo	-0,17	0,23	1,00	-0,73	0,38

Se basa en medias marginales estimadas

\*. La diferencia de medias es significativa en el nivel ,05.

b. Ajuste para varias comparaciones: Bonferroni.

*Nota.* Resultado obtenido a través de SPSS. Fuente: elaboración propia

Para la variable Calificación Tiempo Final se concluye lo siguientes:

- Los resultados de los estudiantes Sin Recursividad No presentaron diferencias significativas entre Estudiantes Dependientes de Campo e Intermedio de Campo [p =0,45].
- Los resultados de los estudiantes Sin Recursividad No presentaron diferencias significativas entre Estudiantes Dependientes de Campo e Independiente de Campo [p =1,00].
- Los resultados de los estudiantes Sin Recursividad No presentaron diferencias significativas entre Estudiantes Intermedio de Campo e Independiente de Campo [p =0,21].
- Los resultados de los estudiantes Con Recursividad presentaron diferencias significativas entre Estudiantes Dependientes de Campo e Intermedio de Campo [p =0,02] en favor del grupo Intermedio de Campo (medias: 2,47 y 3,27 respectivamente).
- Los resultados de los estudiantes Con Recursividad presentaron diferencias significativas entre Estudiantes Dependientes de Campo e Independiente de Campo [p < 0,01] en favor del grupo Independiente de Campo (medias: 2,47 y 3,88 respectivamente).
- Los resultados de los estudiantes Con Recursividad No presentaron diferencias significativas entre Estudiantes Intermedio de Campo e Independiente de Campo [p =0,24].

Para la variable Calificación Movimiento Final se concluye lo siguientes:

- Los resultados de los estudiantes Sin Recursividad presentaron diferencias significativas entre Estudiantes Dependientes de Campo e Intermedio de Campo [p < 0,01] en favor del grupo Dependiente de Campo (medias: 4,18 y 2,74 respectivamente).
- Los resultados de los estudiantes Sin Recursividad presentaron diferencias significativas entre Estudiantes Dependientes de Campo e Independiente de Campo [p < 0,01] en favor del grupo Dependiente de Campo (medias: 4,18 y 3,30 respectivamente).
- Los resultados de los estudiantes Sin Recursividad No presentaron diferencias significativas entre Estudiantes Intermedio de Campo e Independiente de Campo [p =0,06].
- Los resultados de los estudiantes Con Recursividad No presentaron diferencias significativas entre Estudiantes Dependientes de Campo e Intermedio de Campo [p =0,70].
- Los resultados de los estudiantes Con Recursividad No presentaron diferencias significativas entre Estudiantes Dependientes de Campo e Independiente de Campo [p = 1,00].
- Los resultados de los estudiantes Con Recursividad No presentaron diferencias significativas entre Estudiantes Intermedio de Campo e Independiente de Campo [p =1,00].

## 6.2 Discusión

Se realizó un Mancova factorial a fin de determinar el efecto de la Recursividad -Sin Recursividad y Con Recursividad- y del estilo cognitivo -Dependiente de Campo, Intermedio de campo e Independiente de campo- en la solución de problemas tipo evolución y particularmente la incidencia sobre variables relacionadas a la carga cognitiva -tiempo empleado en la solución y número de movimientos realizados en la solución-. El tiempo empleado en la solución y el número de movimientos realizados en la solución se transformaron en calificaciones en la escala de 1 a 5, siguiendo un proceso lineal. Estas variables se midieron en dos momentos, a través de una prueba inicial y de una prueba final. El análisis de filtrado de datos no identificó datos faltantes, pero si un dato atípico el cual fue eliminado, de manera que se consolidó una base de datos de 146 registros.

Los principales efectos de la variable independiente Recursividad [Traza de Pillai = 0,23,  $F(2,13) = 21,52$ ,  $p < 0,01$ ,  $\eta^2 = 0,23$ ] y de la variable asociada Estilo Cognitivo [Traza de Pillai = 0,31,  $F(4, 27) = 12,64$ ,  $p < 0,01$ ,  $\eta^2 = 0,15$ ] indican un efecto significativo en el DV combinado. La interacción del factor influye significativamente en el DV combinado [Traza de Pillai = 0,21,  $F(4, 27) = 8,39$ ,  $p < 0,01$ ,  $\eta^2 = 0,10$ ].

El análisis intersujetos muestra que la Recursividad tiene incidencia en la variable dependiente Calificación Tiempo Final [ $F=31,75$ ,  $p < 0,01$ ,  $\eta^2=0,18$ ] y en la variable dependiente Calificación de Movimientos Final [ $F=36,28$ ,  $p < 0,01$ ,  $\eta^2=0,20$ ]. El Estilo Cognitivo tiene efectos sobre la Calificación Tiempo Final [ $F=5,89$ ,  $p= 0,003$ ,  $\eta^2=0,07$ ] y sobre la Calificación de Movimientos Final [ $F=9,30$ ,  $p < 0,01$ ,  $\eta^2=0,11$ ]. La combinación Recursividad \* Estilo Cognitivo inciden sobre la Calificación Tiempo Final [ $F=5,44$ ,  $p= 0,005$ ,  $\eta^2=0,07$ ] y sobre la Calificación de Movimientos Final [ $F=17,45$ ,  $p < 0,01$ ,  $\eta^2=0,20$ ].

El análisis Post-hoc muestra diferencias significativas en los resultados entre los grupos Sin Recursividad y Con Recursividad, en favor de estos últimos, de la siguiente manera:

- Variable dependiente Calificación Tiempo Final: [ $P < 0,01$ ], con medias estimadas: 2,01 y 3,21 respectivamente
- Variable dependiente Calificación Movimientos Final: [ $P < 0,01$ ], con medias estimadas: 3,41 y 4,26 respectivamente

Este resultado es muy importante dado que responde algunas de las preguntas que se plantearon, en el sentido de que el uso de la Recursividad en la solución de problemas tipo evolución tiene una incidencia positiva en la carga cognitiva y por tanto optimiza la memoria de trabajo. El grupo experimental obtuvo mejores resultados en las variables que se relacionaron con la carga cognitiva. La estrategia propuesta en esta investigación da cuenta de lo enunciado por De Jong (2009), cuando propone la optimización de la memoria de trabajo a través del diseño adecuado de sistemas de instrucción. Este resultado también está en sintonía con el trabajo de López (2013) en el que niños con mejor desempeño en la memoria de trabajo obtuvieron mejor resultado en cálculo.

En cuanto al Estilo Cognitivo, el análisis Post-hoc muestra lo siguiente:

- Variable dependiente Calificación Tiempo Final
  - Diferencias significativas entre Dependientes de Campo e Independiente de campo. [P=0,003], con medias estimadas: 2,28 y 3,09 respectivamente
  - Diferencias significativas entre Intermedio de Campo e Independiente de campo. [P=0,042], con medias estimadas: 2,46 y 3,09 respectivamente
  - No se encontraron diferencias significativas entre Dependiente de Campo e Intermedio de Campo [P=0,21].

Los estudiantes con estilo cognitivo independiente de campo obtuvieron mejor desempeño en esta variable. Estos resultados parecen concordar a lo señalado por López, Hederich y Camargo (2011) en cuanto a que los estudiantes independientes de campo se caracterizan por: descomponer información, son más analíticos, menos propensos a ser influidos por el contexto, desarrollo visual en el desarrollo de tareas, tiene habilidad para reestructurar la información recibida y utilizan de manera efectiva la memoria.

- Variable dependiente Calificación Movimientos Final
  - Diferencias significativas entre Dependientes de Campo e Independiente de campo. [P=0,03], con medias estimadas: 4,17 y 3,76 respectivamente
  - Diferencias significativas entre Dependientes de Campo e Intermedio de campo. [P<0,01], con medias estimadas: 4,17 y 3,57 respectivamente
  - No se encontraron diferencias significativas entre Intermedio de Campo e Independiente de Campo [P=0,80].

Si bien existen diferencias significativas entre independientes de campo y dependientes de campo, en este caso los resultados le son favorables a estos últimos. Pese a realizar menos movimientos no significan que necesariamente resolvieron el problema, esto se evidencia en el hecho de que el tiempo que gastaron fue mayor y esta variable está atada al éxito de la solución. Este hecho podría encontrar explicación si se piensa en que los dependientes de campo realizan menos movimientos en virtud de que tratan de mantener las estructuras de información original (López et al. 2011). Pero, además los dependientes de campo tienden a enfoque de espectadores, mientras los independientes de campo son más participativos Goodenough (1976).

Entrando más en detalle, el análisis muestra que los estudiantes Intermedios de Campo e Independientes de Campo presentan diferencias significativas entre el grupo control y el grupo experimental, en favor de estos últimos, para ambas variables dependientes.

- Variable dependiente Calificación Tiempo Final
  - Dependientes de Campo. No se encontró diferencias significativas en los grupos Sin Recursividad y Con Recursividad. [P=0,22].

- Intermedio de campo. Existen diferencias significativas entre los grupos Sin Recursividad y Con Recursividad [ $P < 0,01$ ], con medias: 1,65 y 3,27 respectivamente.
  - Independientes de campo. Existen diferencias significativas entre los grupos Sin Recursividad y Con Recursividad [ $P < 0,01$ ], con medias: 2,30 y 3,88 respectivamente.
- Variable dependiente Calificación Movimientos Final
    - Dependientes de Campo. No se encontró diferencias significativas en los grupos Sin Recursividad y Con Recursividad. [ $P = 0,91$ ].
    - Intermedio de campo. Existen diferencias significativas entre los grupos Sin Recursividad y Con Recursividad [ $P < 0,01$ ], con medias: 2,74 y 4,40 respectivamente.
    - Independientes de campo. Existen diferencias significativas entre los grupos Sin Recursividad y Con Recursividad [ $P < 0,01$ ], con medias: 3,30 y 4,22 respectivamente.

Estos resultados evidencian el efecto positivo del uso de la Recursividad en la optimización de la memoria de trabajo, particularmente en los estudiantes con estilo cognitivo Intermedio de Campo e Independiente de Campo. Esto va en línea con las investigaciones sobre estilos cognitivos, pues los Independiente de Campo son más autorregulados (López et al. 2011), lo que les facilitaría el desarrollo de cursos virtuales -en este caso el curso de Recursividad-, hacen mejor uso de la memoria y pueden descomponer mejor los problemas, este último aspecto muy relacionado con la propuesta de Recursividad en donde el problema original se descompone hasta llegar al problema base. Así mismo, se identifica con los resultados obtenidos por Frank (1983) sobre la flexibilización de los procesos de memorización en función del estilo cognitivo, encontrando que los sujetos campo dependientes presenta mayor dificultad al momento de utilizar la memoria. De acuerdo con Goodenough (1976) los sujetos campo dependientes recurren a la totalidad de los atributos y criterios asociados con una situación, mirándolos en conjunto, mientras los independientes de campo seleccionan algunos criterios, los campos independientes aprenden y recuerdan mejor que los dependientes de campo bajo ciertas condiciones. Esto podría explicar porque tienen mayor dificultad los dependientes de campo respecto a la memoria, pues su sentido global podría generar mayor carga cognitiva. De hecho, para Goodenough (1976) la diferencia entre sujetos dependientes de campo y sujetos independientes de campo radica en la forma en que aprenden y memorizan.

Por otra parte, el análisis de los resultados obtenidos para cada uno de los grupos de estilos cognitivos abordados desde los grupos Control y Experimental, muestran los siguiente:

- Variable dependiente Calificación Tiempo Final
  - Grupo Sin Recursividad. No se observaron diferencias significativas en los resultados obtenidos por los estudiantes Dependientes de Campo, Intermedio de

Campo e Independiente de Campo. con medias estimadas: 2,09, 1,65 y 2,30 respectivamente.

- Grupo Con Recursividad. Existe diferencias significativas entre Dependientes de Campo e Intermedio de Campo [ $P = 0,02$ ], con medias estimadas: 2,47 y 3,27 respectivamente. También existen diferencias significativas entre Dependientes de Campo e Independiente de Campo [ $P < 0,01$ ], con medias estimadas: 2,47 y 3,88 respectivamente.

Este resultado da cuenta de la efectividad de la estrategia de Recursividad en el grupo experimental, pero con mayor impacto en los estudiantes Intermedio de Campo e Independiente de Campo. Lo que implica que para estos grupos se alcanzó la resolución del problema en un tiempo menor, de manera se disminuyó su carga cognitiva. Los estudiantes independientes de Campo tienen mayor afinidad al uso de la Recursividad debido a su capacidad para descomponer un problema, debido a tienden a usar estrategias analíticas mientras que los campo dependientes tienden a usar estrategias globales, Zapata (2010).

- Variable dependiente Calificación Movimientos Final

- Grupo Sin Recursividad. Existe diferencias significativas entre Dependientes de Campo e Intermedio de Campo [ $P < 0,01$ ], con medias estimadas: 4,18 y 2,74 respectivamente. También existen diferencias significativas entre Dependientes de Campo e Independiente de Campo [ $P < 0,01$ ], con medias estimadas: 4,18 y 3,30 respectivamente.
- Este resultado muestra que los estudiantes dependientes de campo son más cautelosos para realizar los movimientos pues tratan de conservar el estado actual, como ya se indicó.
- Grupo Con Recursividad. No se observaron diferencias significativas en los resultados obtenidos por los estudiantes Dependientes de Campo, Intermedio de Campo e Independiente de Campo, con medias estimadas: 4,16, 4,40 y 4,22 respectivamente.

Este resultado muestra que la estrategia de Recursividad sirvió para mejorar el accionar en el número de movimientos en todos los grupos, pues los resultados son excelentes y muy parejos.

### 6.3 Conclusiones

En esta investigación se presentaron las limitaciones de la memoria de trabajo en cuanto a temporalidad y capacidad y la teoría de la carga cognitiva que se desprende de dichas limitaciones, Sweller (2011). Se planteó la optimización de la memoria de trabajo haciendo uso de la Recursividad en la solución de problemas tipo evolución y ante la dificultad para medir los tres tipos de carga cognitiva -intrínseca, extrínseca y pertinente- de manera aislada, se adoptaron dos variables como medida de la carga cognitiva: el tiempo empleado en la solución del problema y el número de movimientos realizados durante la solución del problema, siguiendo a Andrade (2012) y Barrouillet, et al (2007).

Para dar respuesta a las preguntas formuladas, se planteó una investigación de corte cuasi experimental en donde la variable independiente denominada Recursividad tomo dos valores: Sin Recursividad y Con Recursividad -grupo control y grupo experimental-, las variables dependientes relacionadas con la carga cognitiva fueron el tiempo de resolución y el número de movimientos en la resolución. Como variable asociada se estableció el estilo cognitivo en la dimensión DIC: Dependiente de Campo, Intermedio de Campo e Independiente de Campo. También se tomaron como covariables el tiempo de resolución y el número de movimientos en la resolución en una prueba inicial. De esta manera se desarrolló un modelo estadístico Mancova.

Los resultados principales de la investigación se resumen así:

- Se encontraron diferencias significativas en los resultados obtenidos en las variables dependientes entre los grupos Sin Recursividad y Con Recursividad, en favor de estos últimos. Este resultado permite concluir que la estrategia de Recursividad fue efectiva, pues los estudiantes que tomaron el curso de Recursividad y lograron resolver la prueba final emplearon menor tiempo y realizaron menos movimientos, lo que significa que su carga cognitiva fue menor. Se pueden desarrollar sistemas de instrucción para optimizar la memoria de trabajo y disminuir la carga cognitiva según lo planteado por De Jong (2009).

Este resultado muestra que es posible optimizar la memoria de trabajo y disminuir la carga cognitiva a través de estrategia apropiadas. Cabe Aclarar que en este caso planteo el uso de Recursividad en la resolución problemas tipo evolución, sin embargo, no implica que no puedan adoptarse otras estrategias en otros contextos.

- En la variable dependiente relacionada con el tiempo de solución se encontró diferencias significativas entre estudiantes Dependientes de Campo e Independiente Campo en favor de estos últimos. Este resultado muestra que los estudiantes independientes de campo lograron mejores resultados reflejados en la optimización de la memoria de trabajo y la consecuente disminución de la carga cognitiva.

El resultado se alinea con las investigaciones sobre estilos cognitivos en las que se considera que los sujetos independientes de campo se caracterizan por: descomponer información, son más analíticos, menos propensos a ser influidos por el contexto, desarrollo visual en el desarrollo de tareas, tiene habilidad para reestructurar la información recibida y utilizan de manera efectiva la memoria (López et al. 2011).

En la variable dependiente relacionada con la cantidad de movimientos realizados durante de solución se encontró diferencias significativas entre estudiantes Dependientes de Campo e Independiente Campo en favor de los primeros. Esto significa que los sujetos dependientes de campo realizaron menos movimientos durante la solución del problema, pero sus resultados no son satisfactorios dado que el tiempo que emplearon es mayor y este a su vez está atado al logro del objetivo que es resolver el problema, lo que traduce en que a pesar de tener menos movimientos no necesariamente lograron resolver el problema. Este aspecto puede explicarse desde la misma teoría de los estilos cognitivos, en donde como lo señala Goodenough (1976) los sujetos dependientes de campo tienen una tendencia a “espectadores” o siguiendo a López, Hederich y Camargo (2011) tratan de mantener las estructuras de información original, lo que les hace no arriesgar en los movimientos.

- Los sujetos independientes de campo que tomaron el curso de Recursividad mostraron mejores resultados, en ambas variables dependientes, que quienes no tomaron el módulo. Este resultado muestra que el efecto de la Recursividad fue mayor en los sujetos independientes de campo, siguiendo a López, Hederich y Camargo (2011) los sujetos Independiente de Campo son más autorregulados lo que les facilitaría el desarrollo de cursos virtuales -en este caso el módulo de Recursividad-, pero además según Frank (1983) los sujetos dependientes de campo presentan mayor dificultad al momento de utilizar la memoria.

De acuerdo con Goodenough (1976) los sujetos dependientes de campo recurren a la totalidad de los atributos y criterios asociados con una situación, mirándolos en conjunto, mientras los independientes de campo seleccionan algunos criterios, los campos independientes aprenden y recuerdan mejor que los dependientes campo bajo ciertas condiciones. Esto podría explicar porque tienen mayor dificultad los dependientes de campo respecto a la memoria, pues su sentido global podría generar mayor carga cognitiva. De hecho, para Goodenough (1976) la diferencia entre sujetos dependientes de campo y sujetos independientes de campo radica en la forma en que aprenden y memorizan.

- En el grupo control no se presentó diferencias significativas entre los diferentes estilos cognitivos en el tiempo de resolución, pero en el grupo experimental se presentó diferencias significativas entre los sujetos dependientes de campo y los independientes de campo, en favor de los últimos, lo que nuevamente señala las características de los sujetos independientes de campo relacionadas a su capacidad para descomponer los problemas Zapata (2010), lo cual se relaciona estrechamente con la estrategia de Recursividad en la cual el problema a resolver se descompone en subproblemas hasta encontrar el problema base.

En síntesis, los resultados muestran que es posible optimizar la memoria de trabajo y se evidencia un efecto positivo en el uso de la Recursividad para optimizar la memoria de trabajo y por ende disminuir la carga cognitiva. Los sujetos independientes de campo mostraron mayor efecto en la Recursividad precisamente por sus características asociadas a su capacidad para descomponer un problema, lo que justamente implica la recursividad como herramienta de resolución de problemas. El tiempo en la solución del problema y el número de movimientos realizados dan cuenta de la carga cognitiva, lo que significa que a mayor tiempo y número de movimientos mayor es la carga cognitiva.

Los resultados obtenidos están en correspondencia a los diferentes estudios que se han realizado sobre estilos cognitivos, como el de Niño y Rojas (2019) quienes a través de una revisión bibliométrica que incluyó la búsqueda en las bases de datos ScienceDirect, Proquest y Scopus, en el periodo comprendido entre 2008 y 2018, encontraron que la mayoría de los estudios evidencian una correlación positiva entre la dimensión estilística “independencia de campo” y la memoria de trabajo.

Por último, se evidencia que se cumple la hipótesis alterna planteada en esta investigación: Existe diferencias significativas en la carga cognitiva entre estudiantes que han sido entrenados en recursividad y los que no han sido entrenados en recursividad, según su estilo cognitivo en la dimensión DIC, durante la solución de problemas tipo evolución asociados con la física –Momento de Torsión-.

#### **6.4 Proyecciones.**

Respecto a las limitaciones de la memoria de trabajo es clara la recomendación de De Jong (2009): “diseñar sistemas de instrucción que optimicen el uso de la capacidad de la memoria de trabajo y eviten la sobrecarga cognitiva.” Lo cual se evidencio en este trabajo a través del uso de la Recursividad en la solución de problemas tipo evolución asociados con el Momento de Torsión -Física-. En este sentido, esta idea puede ampliarse a otros campos de la Física y de las matemáticas, como, por ejemplo: estudio de fractales, transformadas como Laplace, aceleración de sistemas en rotación, entre otros. Pero se pueden proponer otras estrategias diferentes a la Recursividad en la solución de problemas, tales como: el uso de analogías, encontrar patrones, representaciones gráficas y ensayo – error-.

También puede extenderse a otras tipologías de problemas, diferentes a los de evolución o transformación, como son: Problemas bien definidos, problemas mal definidos, problemas de inducción de estructuras, problemas verbales, analogías complejas, problemas de ordenación, problemas sociales, entre otros.

En la presente investigación se tomaron variables relacionadas con la carga cognitiva, siguiendo lo planteado por a Andrade (2012) y Barrouillet, et al (2007), como los son el tiempo

en la resolución de problemas y la cantidad de movimientos realizados, las cuales podrían complementarse con otras variables que se registran en la presente propuesta de evaluación, como lo son: el número de validaciones del sistema que realiza el estudiante para saber si llegó a la solución y el número de errores que comete.

Por último, se propone replicar la presente propuesta, pero tomando como variables dependientes registros cerebrales a través de métodos no invasivos como la electroencefalografía (EEG), que registra actividad bioeléctrica cerebral. Aquí cabe señalar el trabajo de Constantinidis and Klingberg (2016), quienes utilizaron neuroimagen para registrar los cambios en la actividad cerebral de sujetos que tuvieron entrenamiento de la memoria de trabajo, específicamente en los lóbulos frontal y parietal.

## Referencias Bibliográficas

- Alamolhdaei, H. (2009). A working memory model applied to mathematical word problem solving. *Asia Pacific Education Review*, 10(2), 183-192.
- Alsina, A. y Sáiz, D. (2003). Un análisis comparativo del papel del bucle fonológico versus la agenda viso-espacial en el cálculo en niños de 7-8 años. *Psicothema*, 15(2), 241- 246.
- Alsina, A. y Sáiz, D. (2004). El papel de la memoria de trabajo en el cálculo mental un cuarto de siglo después de Hitch. Universidad de Vic; Universidad Autónoma de Barcelona. By Fundación Infancia y Aprendizaje, ISSN: 0210-3702.
- Alloway, P. (2006). How do working memory work in the classroom? *Educational Research and Reviews* Vol. 1 (4), pp. 134-139. Available online at <http://www.academicjournals.org/ERR> ISSN 1990-3839 © 2006 Academic Journals.
- Alloway, P. (2010). Brain training. *Nasen Special*, May, 35–37. <http://www.nasen.org.uk>.
- Anderson, R., y Bower, G. (1973). *Human associative memory*. Washington: Hemisphere Press. (Versión en español: *Memoria Asociativa*. México)
- Andrade, L. (2012). Teoría de la carga cognitiva, diseño multimedia y aprendizaje: un estado del arte. *Magis. Revista Internacional de Investigación en Educación*, 5(10), undefined-undefined. Disponible en: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=2810/281024896005>  
<https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=2810/281024896005>
- Baddeley, A. (1986). *Working memory*. Oxford Psychology Series, No. 11. New York, NY, US: Clarendon Press/ Oxford University Press.
- Baddeley, A. (2000). The episodic buffer: A new component of Working Memory? *Trends in Cognitive Sciences*, 4(11), 417–423.
- Baddeley, A. y Hitch, G. (1974). Working memory. In G. A. Bower (Ed.), *Recent advances in learning and motivation* (Vol. 8, pp. 47-90). New York: Academic Press.
- Báez, H. (2013). Estudio de la memoria inmediata y memoria de trabajo en el ser humano. *Anales Universitarios de Etología*, 7:7-18. Facultad de Ciencias del Mar, Universidad de Las Palmas de Gran Canaria.
- Barrouillet, P., Bernardin, S., Portrat, S., Vergauwe, E., & Camos, V. (2007). Time and cognitive load in working memory. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 33(3), 570–585. doi:10.1037/0278-7393.33.3.570 url to share this paper: [sci-hub.tw/10.1037/0278-7393.33.3.570](http://sci-hub.tw/10.1037/0278-7393.33.3.570)
- Bastias, F., Avendaño, A., Cañadas, B., Guevara, M. (2017). Controversia sobre el entrenamiento de memoria de trabajo: una revisión de meta-análisis en *Revista Lúdicamente*, Vol. 6, N°12.
- Bauermeister, J. (2008). *Hiperactivo, Impulsivo, Distraído ¿Me conoces?: Guía acerca del déficit atencional para padres, maestros y profesionales*. Guilford Publications
- Bermeosolo, J. (2012). Memoria de trabajo y memoria procedimental en las dificultades específicas del aprendizaje y del lenguaje: algunos hallazgos. *Revista chilena de Fonoaudiología*, 11, 57-75 volumen 11.
- Brian, J. (2012). Do computerized training programmers designed to improve working memory work? *Educational Psychology in Practice* Vol. 28, No. 3. 257-272.
- Chein, A. (2010). Expanding the mind's workspace. Training and transfer effects with a complex working memory span task. *Psychonomic Bulletin & Review*, 17(2), 193–199.
- Constantinidis, C. y Klingberg, T. (2016). The neuroscience of working memory capacity and training. *Nature Reviews Neuroscience*, 17(7), 438–449. doi:10.1038/nrn.2016.43

- Cowan, N. (1999). An embedded-processes model of working memory. In: A. Miyake, & P. Shah (Eds.). *Models of working memory: Mechanisms of active maintenance and executive control*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Cowan, N. (2016). The many faces of working memory and short-term storage. *Psychonomic Bulletin & Reviews*. DOI 10.3758/s13423-016-1191-6.
- De Jong, (2009). Cognitive load theory, educational research, and instructional design: some food for thought. Springerlink.com. DOI 10.1007/s11251-009-9110-0.
- Estudillo, A. (2012). La implicación de la memoria de trabajo en la resolución mental de problemas aritméticos. El caso de la discalculia. *Revista chilena de neuropsicología*. Vol 7, N° 2, 2012, pág. 43-47.
- Etherton, J., Oberle, C., Rhoton, J. y Ney, A. (2018). Effects of Cogmed working memory training on cognitive performance. *Psychological Research*. doi:10.1007/s00426-018-1012-9.
- Frank, B. (1983), "Flexibility of information processing and the memory of field independent and field dependent learners", *Journal of Research Personality*, 17, pp. 89-96.
- Gathercole, S. y Alloway, T. (2007). *Understanding working memory – A Classroom Guide*. Harcourt Assessment, Procter House, London. Disponible en <http://psychology.dur.ac.uk/research/wm/index.htm>
- Gersten R, Jordan C, Flojo R. (2005). Early identification and interventions for students with mathematics difficulties. *J. Learning Disabilities*, 38, 293-304.
- Goodenough, D. R. (1976), "The Role of Individual Differences in Field Dependence as a Factor in Learning and Memory", en *Psychological Bulletin*, 83(4), pp. 675-694.
- Greno, J. y Simon, H. (1978). Natures of problem solving abilities. En: W.K. Estes (Ed.) *Handbook of learning and cognitive processes* (vol 5, Human Information Processing) (pp. 239-270). Hillsdale, NJ: LEA.
- Grissmann, S., Faller, J., Scharinger, C., Spüler, M. y Gerjets P. (2017). Electroencephalography Based Analysis of Working Memory Load and Affective Valence in an N-back Task with Emotional Stimuli. *Front. Hum. Neurosci.* 11:616. doi: 10.3389/fnhum.2017.00616
- Klingberg, T., Forssberg, H. y Westerberg, H. (2002). Training of working memory in children with ADHD. *Journal of Clinical and Experimental Neuropsychology*, 22(6), 781–791.
- Hamilton, N. (2012). *Efectos interactivos de la memoria de trabajo Capacidad de autorregulación e instrucciones de relevancia en el procesamiento de texto*. ISBN: 978-1-2675-6815-1
- Hederich, C. (2007). *Estilo cognitivo en la dimensión de dependencia-independencia de campo. Influencias culturales e implicaciones para la educación en Colombia*. ed: Universidad Pedagógica Nacional. ISBN: 9789588316086 .
- Klingberg, T., Forssberg, H., & Westerberg, H. (2002). Training of working memory in children with ADHD. *Journal of clinical and experimental neuropsychology*, 24(6), 781–791. <https://doi.org/10.1076/jcen.24.6.781.8395>
- Kline, R. (2016). *Principles and practice of structural equation modeling*. (4° ed.). Londres: The Guilford Press.
- López, M. (2013). *Development of working memory and performance in arithmetic: a longitudinal study with children*. Centro interdisciplinario de investigaciones en psicología matemática y experimental. Universidad Católica de Argentina.

- López, O., Hederich, C. y Camargo, A. (2011). Estilo cognitivo y logro académico. *Educ. Universidad de la Sabana*, 14(1), 67-82.
- López, P. y Bustos, P. (2017). Clarificando el rol de la mentalización en el desarrollo de las funciones ejecutivas. *Universitas Psychologica*, 16(4), 1-19.  
<https://doi.org/10.11144/javeriana.upsy.16-4.crmnd>
- López, O., Ibáñez, J. y Chiguasuque, E. (2014). El estilo cognitivo y la fijación de metas de aprendizaje en ambientes computacionales. *Pensamiento Psicológico*, 72(1), 133-148. doi: 10.11144/Javerianacali.PPSI12-1.ecfm
- Madelon, A., Martine, V. y Jan, K. (2014). Working memory training in young children with ADHD: A randomized placebo-controlled trial. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, 55(8), 886-896. Doi:[10.1111/jcpp.12218](https://doi.org/10.1111/jcpp.12218).
- Mezzacappa, E. y Buckner, J. (2010). Working Memory Training for Children with Attention Problems or Hyperactivity: A School-Based Pilot Study. *School Mental Health*, 2(4), 202–208. doi:10.1007/s12310-010-9030-9
- Nadler, R. y Archibald, L. (2014). The assessment of verbal and visuospatial working memory With school age Canadian children. *Canadian Journal of Speech-Language Pathology and Audiology*. Vol. 38, No. 3.
- Niño Ramos, M. & Rojas-Montero, C. F. (2019). Estilo cognitivo dependencia e independencia de campo, procesamiento de información, memoria y atención. Una revisión bibliométrica 2008 a 2018. *MLS PsychologyResearch* 2 (2), 23-40 doi: 10.33000/mlspr.v2i2.319
- RAE (2019). Recuperado de: <https://dirae.es/palabras/optimizaci%C3%B3n>
- Reitman, R. (1965). *Cognition and thought: An information processing approach*. New York: Wiley.
- Rodríguez, C. y Jiménez, J. (2016). What cognitive and numerical skills best define learning disabilities in mathematics? / ¿qué habilidades cognitivas y numéricas definen mejor las dificultades de aprendizaje en matemáticas? *Estudios De Psicología*, 37(1), 115-134. doi:10.1080/02109395.2015.1129825
- Rueda, S. y Castro, S. (1996). *Recursividad esencial en la solución de problemas*.
- Ruíz, J. (2010). *Manual de psicología de la memoria*. Madrid: Editorial Síntesis.
- Sadeghi, M., Barlow K., Gibbons, C., Shaikh, K., Fung, W., Meschino, W., y Till, C. (2017). Feasibility of computerized working memory training in individuals with Huntington disease. *PLOS ONE*, 12(4), e0176429. doi: 10.1371/journal.pone.0176429
- Sawa, H. (1966). Bunseki shiko to sogo shiko -Analytic thinking and synthetic thinking-. *Bulletin of Faculty of Education, Nagasaki University*, 13, 1-16.
- Serway, R. & Jewett, J. (2008). *Física para Ciencias e Ingeniería*. Volumen 1. séptima edición. Thomson.
- Sweller, J. (1994). Cognitive Load Theory, Learning Difficulty and Instructional Design. *Learning and Instruction*, 4, 295- 312. [http://dx.doi.org/10.1016/0959-4752\(94\)90003-5](http://dx.doi.org/10.1016/0959-4752(94)90003-5)
- Sweller, J. (2011). Cognitive Load Theory. *Psychology of Learning and Motivation*. 55. 37-76. 10.1016/B978-0-12-387691-1.00002-8.
- Smyth, M. y Scholey, K. (1992). Determining spatial span: the role of movement time and articulation rate. *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 45, 479-501.
- Smith, E. y Kosslyn. (2008). *Procesos cognitivos: modelos y bases neuronales*. Pearson Education.
- Tennant, M. (1988). *Psychology and adult learning*, London, Routledge.

- Weschler, D. (1997). Wechsler Memory Scale-Third Edition. San Antonio, TX: The Psychological Corporation.
- Witkin, H.A., Moore, C.A., Goodenough, D.R. y Cox, P.W. (1977). Field dependent and field independent cognitive styles and their educational implications. *Review of Educational Research*, 47 (1), 1-64.
- Yuan, K., Steedle, J., Shavelson, R., Alonzo, A., & Oppezo, M. (2006). Working memory, fluid intelligence, and science learning. *Educational Research Review*, 1, 83-98.
- Zapata, P. N. (2010). Estilos cognitivos, de aprendizaje y de enseñanza: unas relaciones controvertidas. *Actualidades Pedagógicas*, (55), 45-58.

## Anexos

### Anexo A. Formulario consentimiento informado

[https://docs.google.com/forms/d/1nbWgznOsRrRQBI6Nxx7LeQJ7\\_AXgpBO74DvDutiNuwI/edit](https://docs.google.com/forms/d/1nbWgznOsRrRQBI6Nxx7LeQJ7_AXgpBO74DvDutiNuwI/edit)



**Momento de Torsión**

Sección 1 de 2

### Consentimiento informado e inscripción

Proyecto de Investigación: La recursividad como propuesta de optimización de la memoria de trabajo

Investigadores:

Eduardo Garzón Lombana  
Magda Viviana Ortiz

Maestría en Tecnologías de la Información aplicadas a la Educación  
Universidad Pedagógica Nacional

Estimado estudiante

Como investigadores de la Maestría en Tecnologías de la Información aplicadas a la Educación de la Universidad Pedagógica Nacional nos encontramos realizando un proyecto de investigación que busca optimizar la memoria de trabajo y a través de este curso se han dispuesto herramientas y recursos que potencien su memoria de trabajo.

La información obtenida será utilizada con fines académicos y de producción de conocimiento. La participación de los estudiantes y de otros actores académicos en el proyecto, es completamente voluntaria; por lo tanto, la decisión de no participar no tendrá repercusiones académicas ni de ningún otro tipo, así como también el estudiante puede abandonar el proceso en cualquier momento.

El tipo de actividades que se van a realizar están enfocadas en la recolección de información, y no generan ningún riesgo para los que participen en ellas;

**Confidencialidad y tratamiento de la información**

Para proteger la identidad de los participantes se hará uso de pseudónimos y en este sentido, toda la información suministrada y tratada podrá ser utilizada en diferentes situaciones, preservando el anonimato de los estudiantes que participen en esta investigación.

Al Aceptar este acuerdo, usted acepta participar de manera voluntaria en el desarrollo de este proyecto de investigación y manifiesta estar informado sobre este proceso.

**Acepto**

Acepto

No acepto

Fuente: elaboración propia.

## Anexo C. Análisis de Datos Perdidos

**Tabla 17**

*Análisis de Datos Perdidos*

	Estadísticos univariados						
	N	Media	Desviación estándar	Perdidos Recuento	Porcentaje	Número de extremos <sup>a</sup> Menor Mayor	
Cedula	146	1013521237, 00	124855532,7 00	0	,0	2	19
Genero	146	,66	,474	0	,0	0	0
Estilo_Cog	146	1,84	,802	0	,0	0	0
Recursividad	146	,51	,502	0	,0	0	0
Edad	146	21,32	3,051	0	,0	0	5
Tiempo_I	146	1406,14	584,408	0	,0	0	0
Mov_I	146	131,75	90,659	0	,0	0	0
Vald_I	146	18,38	17,309	0	,0	0	2
Err_I	146	31,57	74,355	0	,0	0	8
Sol_I	146	,40	,492	0	,0	0	0
Tiempo_T	146	980,50	695,142	0	,0	0	0
Mov_T	146	70,19	64,936	0	,0	0	0
Vald_T	146	15,54	64,585	0	,0	0	6
Err_T	146	12,40	22,200	0	,0	0	12
Tiempo_M	146	1242,32	658,465	0	,0	0	0
Mov_M	146	54,59	47,876	0	,0	0	0
Vald_M	146	8,60	9,755	0	,0	0	12
C_tiempo_I	146	1,89	1,32	0	,0	0	0
C_mov_I	146	3,51	1,07	0	,0	0	0
C_tiempo_T	146	2,85	1,57	0	,0	0	0
C_mov_T	146	3,79	1,21	0	,0	0	0
C_tiempo_M	146	2,27	1,49	0	,0	0	0
C_mov_M	146	3,96	1,13	0	,0	0	0
C_Tiempo_F	146	2,56	1,38	0	,0	0	0
C_Mov_F	146	3,87	1,10	0	,0	2	0
G	146	4,77	6,02	0	,0	0	0
ID	146	74,00	42,72	0	,0	0	0
Sol_T	146	,64	,48	0	,0	0	0
Sol_M	146	,49	,50	0	,0	0	0

a. Número de casos fuera del rango (Q1 - 1,5\*IQR, Q3 + 1,5\*IQR).

Nota. Resultado obtenido a través de SPSS. Fuente: elaboración propia

## Anexo D. Prueba de Cuadro de igualdad de matrices de covarianzas

**Tabla 18**

*Prueba de Cuadro de igualdad de matrices de covarianzas*

<b>La prueba de cuadro de la igualdad de matrices de covarianzas<sup>a</sup></b>	
M de Box	71,91
F	4,61
df1	15
df2	70287,78
Sig.	,000

Prueba la hipótesis nula que las matrices de covarianzas observadas de las variables dependientes son iguales entre los grupos.

a. Diseño : Intersección + Recursividad + Estilo\_Cog + C\_tiempo\_I + C\_mov\_I + Recursividad \* Estilo\_Cog + Recursividad \* Estilo\_Cog \* C\_tiempo\_I + Recursividad \* Estilo\_Cog \* C\_mov\_I

Nota. Resultado obtenido a través de SPSS. Fuente: elaboración propia

## Anexo E. Pruebas Multivariantes

**Tabla 19**

*Pruebas Multivariantes.*

		Pruebas multivariante <sup>a</sup>					Eta parcial
Efecto		Valor	F	Gl de hipótesis	gl de error	Sig.	al cuadrado
Intersección	Traza de Pillai	0,35	35,25 <sup>b</sup>	2,00	127,00	0,000	0,35
	Lambda de Wilks	0,64	35,25 <sup>b</sup>	2,00	127,00	0,000	0,35
	Traza de Hotelling	0,55	35,25 <sup>b</sup>	2,00	127,00	0,000	0,35
	Raíz mayor de Roy	0,55	35,25 <sup>b</sup>	2,00	127,00	0,000	0,35
Recursividad	Traza de Pillai	0,14	10,77 <sup>b</sup>	2,00	127,00	0,000	0,14
	Lambda de Wilks	0,85	10,77 <sup>b</sup>	2,00	127,00	0,000	0,14
	Traza de Hotelling	0,17	10,77 <sup>b</sup>	2,00	127,00	0,000	0,14
	Raíz mayor de Roy	0,17	10,77 <sup>b</sup>	2,00	127,00	0,000	0,14
Estilo_Cog	Traza de Pillai	0,03	1,15	4,00	256,00	0,33	0,01
	Lambda de Wilks	0,96	1,14 <sup>b</sup>	4,00	254,00	0,33	0,01
	Traza de Hotelling	0,03	1,14	4,00	252,00	0,33	0,01
	Raíz mayor de Roy	0,03	2,09 <sup>c</sup>	2,00	128,00	0,12	0,03
C_tiempo_I	Traza de Pillai	0,03	2,58 <sup>b</sup>	2,00	127,00	0,07	0,03
	Lambda de Wilks	0,96	2,58 <sup>b</sup>	2,00	127,00	0,07	0,03
	Traza de Hotelling	0,04	2,58 <sup>b</sup>	2,00	127,00	0,07	0,03
	Raíz mayor de Roy	0,04	2,58 <sup>b</sup>	2,00	127,00	0,07	0,03

C_mov_I	Traza de Pillai	0,11	8,56 <sup>b</sup>	2,00	127,00	0,000	0,11
	Lambda de Wilks	0,88	8,56 <sup>b</sup>	2,00	127,00	0,000	0,11
	Traza de Hotelling	0,13	8,56 <sup>b</sup>	2,00	127,00	0,000	0,11
	Raíz mayor de Roy	0,13	8,56 <sup>b</sup>	2,00	127,00	0,000	0,11
Recursividad * Estilo_Cog	Traza de Pillai	0,11	4,02	4,00	256,00	0,003	0,05
	Lambda de Wilks	0,88	4,11 <sup>b</sup>	4,00	254,00	0,003	0,06
	Traza de Hotelling	0,13	4,18	4,00	252,00	0,003	0,06
	Raíz mayor de Roy	0,12	8,18 <sup>c</sup>	2,00	128,00	0,000	0,11
Recursividad * Estilo_Cog * C_tiempo_I	Traza de Pillai	0,06	0,86	10,00	256,00	0,56	0,03
	Lambda de Wilks	0,93	,86 <sup>b</sup>	10,00	254,00	0,56	0,03
	Traza de Hotelling	0,06	0,86	10,00	252,00	0,57	0,03
	Raíz mayor de Roy	0,05	1,44 <sup>c</sup>	5,00	128,00	0,21	0,05
Recursividad * Estilo_Cog * C_mov_I	Traza de Pillai	0,06	0,92	10,00	256,00	0,51	0,03
	Lambda de Wilks	0,93	,91 <sup>b</sup>	10,00	254,00	0,51	0,03
	Traza de Hotelling	0,07	0,91	10,00	252,00	0,51	0,03
	Raíz mayor de Roy	0,05	1,48 <sup>c</sup>	5,00	128,00	0,20	0,05

a. Diseño : Intersección + Recursividad + Estilo\_Cog + C\_tiempo\_I + C\_mov\_I + Recursividad \* Estilo\_Cog + Recursividad \* Estilo\_Cog \* C\_tiempo\_I + Recursividad \* Estilo\_Cog \* C\_mov\_I

b. Estadístico exacto

c. El estadístico es un límite superior en F que genera un límite inferior en el nivel de significación.

Nota. Resultado obtenido a través de SPSS. Fuente: elaboración propia

## Anexo F. Pruebas Multivariante General

**Tabla 20**

*Pruebas Multivariante General.*

		Pruebas multivariante <sup>a</sup>					Eta parcial
Efecto		Valor	F	Gl de hipótesis	gl de error	Sig.	al cuadrado
Intersección	Traza de Pillai	0,36	39,36 <sup>b</sup>	2,00	137,00	0,000	0,36
	Lambda de Wilks	0,63	39,36 <sup>b</sup>	2,00	137,00	0,000	0,36
	Traza de Hotelling	0,57	39,36 <sup>b</sup>	2,00	137,00	0,000	0,36
	Raíz mayor de Roy	0,57	39,36 <sup>b</sup>	2,00	137,00	0,000	0,36
C_tiempo_I	Traza de Pillai	0,05	4,05 <sup>b</sup>	2,00	137,00	0,01	0,05
	Lambda de Wilks	0,94	4,05 <sup>b</sup>	2,00	137,00	0,01	0,05
	Traza de Hotelling	0,05	4,05 <sup>b</sup>	2,00	137,00	0,01	0,05
	Raíz mayor de Roy	0,05	4,05 <sup>b</sup>	2,00	137,00	0,01	0,05
C_mov_I	Traza de Pillai	0,16	13,37 <sup>b</sup>	2,00	137,00	0,000	0,16
	Lambda de Wilks	0,83	13,37 <sup>b</sup>	2,00	137,00	0,000	0,16
	Traza de Hotelling	0,19	13,37 <sup>b</sup>	2,00	137,00	0,000	0,16
	Raíz mayor de Roy	0,19	13,37 <sup>b</sup>	2,00	137,00	0,000	0,16
Recursividad	Traza de Pillai	0,23	21,52 <sup>b</sup>	2,00	137,00	0,000	0,23
	Lambda de Wilks	0,76	21,52 <sup>b</sup>	2,00	137,00	0,000	0,23
	Traza de Hotelling	0,31	21,52 <sup>b</sup>	2,00	137,00	0,000	0,23
	Raíz mayor de Roy	0,31	21,52 <sup>b</sup>	2,00	137,00	0,000	0,23

Estilo_Cog	Traza de Pillai	0,31	12,64	4,00	276,00	0,000	0,15
	Lambda de Wilks	0,69	13,40 <sup>b</sup>	4,00	274,00	0,000	0,16
	Traza de Hotelling	0,41	14,16	4,00	272,00	0,000	0,17
	Raíz mayor de Roy	0,38	26,34 <sup>c</sup>	2,00	138,00	0,000	0,27
Recursividad * Estilo_Cog	Traza de Pillai	0,21	8,39	4,00	276,00	0,000	0,10
	Lambda de Wilks	0,78	8,76 <sup>b</sup>	4,00	274,00	0,000	0,11
	Traza de Hotelling	0,26	9,13	4,00	272,00	0,000	0,11
	Raíz mayor de Roy	0,25	17,52 <sup>c</sup>	2,00	138,00	0,000	0,20

---

a. Diseño : Intersección + C\_tiempo\_I + C\_mov\_I + Recursividad + Estilo\_Cog + Recursividad \* Estilo\_Cog

b. Estadístico exacto

c. El estadístico es un límite superior en F que genera un límite inferior en el nivel de significación.

---

Nota. Resultado obtenido a través de SPSS. Fuente: elaboración propia.

## Anexo G. Análisis Intersujetos

**Tabla 21**

*Análisis Intersujetos.*

		<b>Pruebas de efectos inter-sujetos</b>						
Origen		Tipo III de suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.	Eta parcial al cuadrado	
Modelo corregido	Calificación	109,52 <sup>a</sup>	7	15,64	12,77	0,000	0,39	
	Tiempo Final							
Intersección	Calificación	101,39 <sup>b</sup>	7	14,48	26,29	0,000	0,57	
	Movimientos							
	Final							
	Calificación	21,40	1	21,40	17,47	0,000	0,11	
C_tiempo_I	Tiempo Final							
	Calificación	43,03	1	43,03	78,13	0,000	0,36	
	Movimientos							
	Final							
C_mov_I	Calificación	4,71	1	4,71	3,85	0,05	0,02	
	Tiempo Final							
	Calificación	0,18	1	0,18	0,33	0,56	0,002	
	Movimientos							
Recursividad	Final							
	Calificación	1,75	1	1,75	1,43	0,23	0,01	
	Tiempo Final							
	Calificación	12,81	1	12,81	23,26	0,000	0,14	
Estilo_Cog	Movimientos							
	Final							
	Calificación	38,90	1	38,90	31,75	0,000	0,18	
	Tiempo Final							
Recursividad * Estilo_Cog	Calificación	19,98	1	19,98	36,28	0,000	0,20	
	Movimientos							
	Final							
	Calificación	14,44	2	7,22	5,89	0,003	0,07	
Error	Tiempo Final							
	Calificación	10,25	2	5,12	9,30	0,000	0,11	
	Movimientos							
	Final							
Error	Calificación	13,33	2	6,66	5,44	0,005	0,07	
	Tiempo Final							
	Calificación	19,22	2	9,61	17,45	0,000	0,20	
	Movimientos							
Error	Final							
	Calificación	169,08	138	1,22				
	Tiempo Final							

	Calificación	76,01	138	0,55
	Movimientos			
	Final			
Total	Calificación	1238,66	146	
	Tiempo Final			
	Calificación	2373,48	146	
	Movimientos			
	Final			
Total	Calificación	278,61	145	
corregido	Tiempo Final			
	Calificación	177,41	145	
	Movimientos			
	Final			

---

a. R al cuadrado = ,393 (R al cuadrado ajustada = ,362)

b. R al cuadrado = ,572 (R al cuadrado ajustada = ,550)

---

Nota: Resultado obtenido a través de SPSS. Fuente. Elaboración propia