

ACTIVIDADES PARA ENSEÑAR GEOMETRÍA: PRODUCTOS DE TRABAJOS DE
GRADO DEL DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

KEVIN SANTIAGO NIÑO GARCÍA

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
BOGOTÁ D.C
2023

ACTIVIDADES PARA ENSEÑAR GEOMETRÍA: PRODUCTOS DE TRABAJOS DE
GRADO DEL DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

KEVIN SANTIAGO NIÑO GARCÍA

C.C: 1013681326

Código: 2016240052

Monografía como requisito parcial para optar por el título de Licenciado en Matemáticas

Asesor

Orlando Aya Corredor

Co-Asesor

Carlos Roberto Pérez Medina

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
BOGOTÁ D.C

2023

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a Dios por brindarme la fortaleza y perseverancia para lograr mis metas académicas y personales, a mi madre quien con su esfuerzo, dedicación y disciplina ha sido siempre un ejemplo a seguir y por su apoyo incondicional; agradezco a mi hermano David por sus consejos y apoyo con los libros que me brindó y a mi hermana Fernanda por motivarme cuando se me presentaban dificultades en la vida; agradezco a mi hermano Luis por su apoyo incondicional; agradezco al profesor Carlos Roberto Pérez quien no desistió con su acompañamiento y guía como maestro apoyándome en la elaboración del trabajo de grado y al profesor Orlando Aya Corredor por su voluntad al ser mi asesor y apoyo incondicional para culminar el presente trabajo de grado.

También agradezco todo el apoyo brindado a los maestros, quienes enriquecieron mi formación como docente y me ayudaron a forjar mis primeros conocimientos como maestro en formación de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional.

Dedicatoria

Dedico este trabajo de grado y logro de cada una de mis metas a mi padre Luis Alfredo Niño Muñoz, que, aunque ya no está a mi lado, siempre llevaré en mi corazón y memoria por haberme enseñado el valor de trabajar por mis sueños, por haber compartido conmigo cada momento de su vida, por brindarme la educación y por haberse sentido orgulloso de mi hasta el último día que pude disfrutar y aprender de su compañía y amor de padre.

Contenido

1. <i>JUSTIFICACIÓN</i>	1
2. <i>MOTIVACIÓN</i>	2
3. <i>OBJETIVOS</i>	4
3.1 Objetivo general.....	4
3.2 Objetivos específicos	4
4. <i>MARCO TEÓRICO</i>	5
4.1 Interés e importancia del análisis del diseño de actividades para realizar una clase. ...	5
4.2 Problemática de la evaluación de diseños.....	5
4.2.1 El análisis cognitivo:.....	6
4.2.2 El análisis de contenido:	6
4.2.3 El análisis de instrucción:	6
4.3 Criterios para el análisis de actividades de enseñanza de las matemáticas.....	7
4.4 Algunas características de los diseños de actividades	8
4.5 Las competencias del profesor de matemáticas:	12
4.5.1 La planeación de actividades para la enseñanza del docente como competencia del profesor de matemáticas:	12
4.5.2 La reflexión como competencia y labor del profesor en el ámbito profesional:	13
4.6 Orientaciones curriculares vigentes.	14
4.6.1 Orientaciones curriculares para la educación matemática en educación básica y media.	14
4.6.2 Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA).....	16
4.6.4 Características de las orientaciones del MEN.....	18
4.7 <i>Resolución de actividades matemáticas</i>	19
4.7.1 La importancia y utilidad de las matemáticas.....	19
4.7.2 Tipos de materiales didácticos para la enseñanza de las matemáticas.	20
4.7.3 Clasificación de los materiales didácticos.	21
4.7.4 Características de los materiales didácticos.....	21
4.7.5 Funciones de los materiales didácticos	23
4.8 La visibilización científica.....	23
4.8.1 Visibilización.....	24
4.8.2 Componentes de una biblioteca virtual como plataforma técnica:	26
4.8.3 Retos de la visibilidad para los distintos medios o actores de conocimiento.....	26
4.8.4 Objetivos de visibilizar	27
5. <i>METODOLOGÍA DEL TRABAJO</i>	28
5.1 Fases de desarrollo.....	28
5.1.1 Fase 1: Diseño de la plantilla de caracterización.	28
5.1.2 Fase 2: Diseño de la tabla de Excel de recolección y clasificación de los trabajos de grado.	33
5.1.3 Fase 3: Información de la tabla de recolección y clasificación de los trabajos de grado.	35
5.1.4 Fase 4: Población y muestra.	36
5.1.5. Fase 5: Formato de autorización del uso de los trabajos de grado.	37

6. RESULTADOS	37
6.1 Plantilla de caracterización.	37
6.2. Análisis de los trabajos de grado recolectados en la muestra	51
6.2.1 Tipo de población al que se dirige la actividad de enseñanza y muestra de aprendizaje.	51
6.2.2 Tipo de recursos o materiales didácticos.	52
6.3 Análisis de la tabla de recolección e información de los trabajos de grado	54
6.4 Página web	55
6.4.1. Estructura de la página web	56
7. CONCLUSIONES	60
8. BIBLIOGRAFÍA	62
ANEXO 1: Tabla de recolección y clasificación de los trabajos de grado.	66
ANEXO 2: <i>Formato de autorización de trabajos de grado</i>	72
ANEXO 3: <i>Autorizaciones para el uso de las actividades propuestas en los trabajos de grado</i>	73
ANEXO 4: <i>Enlace de la página web</i>	74
ANEXO 5: <i>Tabla de recolección y clasificación de los trabajos de especialización</i>	75
ANEXO 6: <i>Tabla de recolección y clasificación de los trabajos de maestría</i>	76

LISTA DE TABLAS

<i>Tabla 1. Categoría.....</i>	<i>34</i>
<i>Tabla 2. Nombre de los trabajos de grado.....</i>	<i>34</i>
<i>Tabla 3. Información para identificar los trabajos de grado</i>	<i>34</i>
<i>Tabla 4. Ejemplo de descripción general de los trabajos</i>	<i>34</i>
<i>Tabla 5. Clasificación de las propuestas de actividades según su nivel académico.....</i>	<i>35</i>
<i>Tabla 6. Plantilla de caracterización diligenciada.....</i>	<i>48</i>
<i>Tabla 7. Clasificación de las propuestas de trabajos en grado para realizar un análisis de nivel de escolaridad.....</i>	<i>52</i>
<i>Tabla 8. Materiales didácticos que aparecen en las propuestas de enseñanza.....</i>	<i>53</i>
<i>Tabla 9. Categorización académica de los trabajos de grado obtenidos</i>	<i>55</i>

LISTA DE IMÁGENES

<i>Imagen 1: Los cuatro tipos de análisis y sus nociones de la educación matemática en el análisis didáctico.....</i>	<i>7</i>
<i>Imagen 2: Estándares Básicos de Competencia.....</i>	<i>16</i>
<i>Imagen 3: Derechos Básicos de Aprendizaje.....</i>	<i>17</i>
<i>Imagen 4: Encabezado de la página web.....</i>	<i>56</i>
<i>Imagen 5: sección informativa de la página web.....</i>	<i>57</i>
<i>Imagen 6: Repositorio y citas de los trabajos de grado de la página web.....</i>	<i>50</i>
<i>Imagen 7: Actividades para la visibilización en la página web.....</i>	<i>50</i>
<i>Imagen 8: Información de contacto y autor de la página web.....</i>	<i>50</i>

LISTA DE ILUSTRACIONES

<i>Ilustración 1. Información para identificar el trabajo de grado.....</i>	<i>29</i>
<i>Ilustración 2. Descripción de la población.</i>	<i>29</i>
<i>Ilustración 3. Objeto matemático de la actividad</i>	<i>30</i>
<i>Ilustración 4. Fundamentación didáctica.....</i>	<i>30</i>
<i>Ilustración 5. Aspectos curriculares.....</i>	<i>31</i>
<i>Ilustración 6. Recursos o materiales didácticos.....</i>	<i>31</i>
<i>Ilustración 7. Marco de referencia matemático</i>	<i>32</i>
<i>Ilustración 8. Metodología de implementación.....</i>	<i>32</i>
<i>Ilustración 9. Apartados de actividades, resolución de actividades, recomendaciones de los autores, evaluación y otras observaciones.....</i>	<i>33</i>

LISTA DE GRÁFICOS

<i>Gráfico 1: Descripción de materiales didácticos que requieren propuestas de actividades</i>	54
---	----

1. JUSTIFICACIÓN

Uno de los procesos asociados a la investigación, y particularmente en educación matemática, que más se cuestiona es el asociado a la visibilización que los productos tienen en la comunidad académica, lo cual está asociado a dos aspectos como lo son la pertinencia y el impacto. Muchas producciones terminan siendo consideradas solo como un requisito para alcanzar un título, pero terminan almacenadas ya sea en un anaquele de una biblioteca o en un repositorio digital muy particular. Así es usual que muchas de las interesantes actividades que son propuestas en los trabajos de grado de algún programa inicial de formación de profesores, o incluso de formación posgradual, se queden ocultas a la comunidad académica.

El presente trabajo de grado busca presentar una recolección y clasificación sistemática de las propuestas de actividades planteadas en los trabajos de grado (Licenciatura en Matemáticas) del Departamento de Matemáticas (DMA) de la Universidad Pedagógica Nacional, que comprenden la ventana de observación del periodo 2007-02 a 2020-1 al interior del grupo Aprendizaje y Enseñanza de la Geometría ($\mathcal{A}\bullet G$). Esta recolección procura esencialmente a contribuir a visibilizar tales propuestas orientadas a la enseñanza y el aprendizaje de la geometría, ya sea para apoyar a los maestros en formación del DMA (o de cualquier programa de formación inicial de profesores) que realizan sus prácticas iniciales y de inmersión, tanto como a los profesores en ejercicio, apoyando así su labor en la creación, búsqueda y adecuación de actividades para proponer en sus clases de geometría.

El trabajo de visibilizar las propuestas de actividades coincide con la motivación personal del autor de revalorizar su experiencia al haber cursado los espacios académicos asociados a la Línea de Geometría del programa de formación inicial de profesores de la Universidad Pedagógica Nacional; específicamente: Elementos de Geometría, Geometría Plana, Geometría del Espacio y Enseñanza y Aprendizaje de la Geometría. En dichos espacios se fue construyendo un interés personal por profundizar en el estudio de los procesos de lo que se denomina “Actividad Geométrica”, particularmente desde lo que implica el diseño de tareas de geometría para el aula en el marco de las orientaciones curriculares vigentes en Colombia. La motivación personal también incluye el contribuir con los pares en formación como Licenciados en Matemáticas que en sus prácticas deben planear e implementar una actividad para enseñar geometría en la educación básica y media, con una nueva fuente (en español) para la búsqueda de tareas que encontraran de manera virtual, por medio de una página web que contiene las actividades con sus descripciones y que, si resultan ser de interés para el docente en formación, o para el profesional en ejercicio, opten por acceder vía repositorio de la universidad o contactando directamente al autor o autores de los trabajos, lo que puede apoyar a fortalecer los vínculos académicos entre la comunidad de Educadores Matemáticos.

2. MOTIVACIÓN

El autor del presente trabajo considera que las rutas particulares de formación que experimentan las personas influyen de manera significativa en la forma como puede afrontar futuras situaciones ya sea de exploración o de resolución de situaciones ante las cuales se confronte. Cuando se pretende describir dichas trayectorias para el caso específico de una persona y las narrativas asociadas a ella, es inevitable el referirse en primera persona pues como señala Salazar (2021) si bien existen elementos colectivos asociados a las narrativas, es indudable que las experiencias de formación y de ejercicio profesional son individuales. Particularmente, durante mi adolescencia gustaba resolver las preguntas o tareas que proponían los profesores de matemáticas, y frecuentemente ayudaba a mis compañeros con los ejercicios o tareas que dejaban los profesores; siempre pensé que a mis compañeros se les dificultaba resolver un ejercicio por la manera en que estaban planteados y no porque las matemáticas fueran en sí difíciles para las personas. Por motivos asociados a los compromisos laborales de mis padres, debí tener una vida itinerante entre diversas ciudades de Colombia y lo que a veces suele asociarse con una dificultad, para mí fue una fortuna. Debí estudiar en diferentes colegios del departamento de Santander del Sur, y de las ciudades de Bucaramanga (Capital de Santander del Sur), Girardot y Fusagasugá (en el departamento de Cundinamarca). Indico que fue una fortuna pues pude vivenciar, de primera mano, diferencias y similitudes en los modelos de enseñanza y en los contenidos que recibía en cada colegio, especialmente en el área de la geometría, forjando amistades por donde vivía y haciendo lo que más me gustaba; pasé de resolver los ejercicios, a explicarles a mis compañeros los procedimientos o aclarar lo que para mí eran sus dudas sobre las matemáticas. Para ello me cuestionaba en cómo preguntarles algo para guiarlos, pero sin resolver, ya no quería ser aquel que sabía aplicar un procedimiento, ahora quería que mis compañeros ayudaran a los que aún no supieran. Recuerdo que les planteaba como pregunta ¿qué de lo que se puede detallar alrededor no tiene una forma geométrica? Lo que para ese entonces y con esa pregunta, iniciábamos en el maravilloso mundo de la geometría Euclidiana, encontrábamos circunferencias en las ruedas de los coches, líneas en las esquinas de las casas, rectángulos en nuestras cartas de juegos, entre otras figuras que asociábamos a nuestro entorno.

Actualmente, como Licenciado en Matemáticas en formación, busco que mis compañeros puedan tener un conjunto de actividades que les puedan servir para apoyar sus acciones en tareas tales como la planeación y el diseño de tareas y actividades para la enseñanza de la geometría en la formación de los estudiantes que se encuentran en el sistema educativo colombiano. Teniendo en cuenta mi proceso escolar y en especial, mi formación como profesor de matemáticas y la experiencia de aprendizaje que tuve en los cursos Elementos de Geometría, Geometría Plana, Geometría del Espacio y Enseñanza y Aprendizaje de la Geometría, he evidenciado que una competencia básica del profesor de matemáticas es crear o adecuar actividades de geometría para llevar a un aula específica con unas características

singulares y un contexto particular; así considero que es relevante aprovechar la amplia experiencia que la línea de investigación asociada a la Geometría y del grupo de investigación Enseñanza y Aprendizaje de la Geometría (Æ•G) de la Universidad Pedagógica Nacional y visibilizar las actividades propuestas en los diferentes trabajos de la universidad por medio de un documento y una antología que dé cuenta de ellas, claramente teniendo como referentes los documentos curriculares colombianos y que, como se indicó anteriormente, pueden ser recuperadas por docentes en ejercicio no sólo en Colombia sino en otras latitudes.

Con el trabajo se quiere rescatar las propuestas de actividades planteadas en los trabajos de grado del programa académicos Licenciatura en Matemáticas del Departamento de Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional en el periodo 2007-02 al 2020-01 al interior del grupo Aprendizaje y Enseñanza de la Geometría (Æ•G). Con esta iniciativa se obtuvo un catálogo-repositorio, que se denominará Antología, de propuestas de actividades para el aprendizaje de la geometría escolar enmarcadas en los Lineamientos Curriculares en Matemática (LM), Estándares Básicos de Competencia en Matemática (EBCM) y los Derechos Básico de Aprendizaje (DBA).

Para finalizar resulta pertinente enfatizar que, a diferencia de un repositorio general de los trabajos de grado, a los cual se puede acceder a través de la página web de la universidad, esta antología se centra en las actividades que se proponen en los trabajos para ser implementadas en un aula de clase; independiente del hecho de que estas, en los trabajos de grado, se hayan implementado, piloteado, o solo se hayan establecido en un nivel de propuesta.

En el siguiente apartado se presentan los objetivos que orientaron el diseño y elaboración del presente trabajo de grado.

3. OBJETIVOS

En el presente apartado se presentan los objetivos tanto general como específicos que se busca alcanzar desde la justificación y motivación que fueron presentadas anteriormente.

3.1 Objetivo general

Visibilizar las propuestas de actividades para la enseñanza de la geometría elaboradas por estudiantes de la Licenciatura en Matemáticas del Departamento de Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional en sus trabajos de grado del periodo 2007-02 a 2020-01.

3.2 Objetivos específicos

De manera específica el trabajo de grado pretende

- Recolectar los trabajos de grado de la Licenciatura en Matemáticas realizados al interior del Grupo de investigación Aprendizaje y Enseñanza de la Geometría ($\mathcal{A}\bullet\mathcal{G}$) del Departamento de Matemáticas del periodo 2007-02 al 2020-01, para armar una base de datos con título del trabajo, autor(es), asesor(a), año y abstract.
- Leer y clasificar las propuestas de actividades para la enseñanza de acuerdo con el proceso de la actividad geométrica que busquen desarrollar y las orientaciones curriculares vigentes en el país.
- Sistematizar la información encontrada en la clasificación de las propuestas de actividades para la enseñanza y visibilizarlas por medio de la elaboración de una página web (Antología).

Ahora se presentará el Marco Teórico que orienta los constructos que se emplean para el diseño y análisis de las producciones objeto de estudio del presente trabajo de grado.

4. MARCO TEÓRICO

En este apartado se abordarán los elementos que se emplearon para estructurar la antología de las actividades; así, se iniciará abordando lo que se entenderá por análisis del diseño de actividades para la enseñanza de las matemáticas escolares en el contexto del presente trabajo. Para ello se reconocerán los componentes de una actividad matemática y sus características, así como el proceso de planeación de la misma. De otra parte, se tendrá en cuenta los obstáculos y sus tipos, los errores en el aprendizaje de las matemáticas y cómo se presentan en el aula de clase; los distintos tipos de vista de autores que nos sugieren diseños de actividades para el aula de clase y con ello la labor docente y sus competencias.

Como un primer acercamiento de lo que se propone como análisis del diseño de actividades para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas se partirá de la importancia de su realización.

4.1 Interés e importancia del análisis del diseño de actividades recolectadas que apoyen la enseñanza de la geometría.

Se plantea desde la necesidad de comentar y evaluar las producciones alrededor de un campo disciplinar de las matemáticas, pero más específicamente desde la didáctica de la matemática orientada a futuros maestros de matemáticas o para docentes en ejercicio. Para ello, como primera medida, se recolectaron los trabajos de grado de la licenciatura en matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional que se han producido en una ventana específica de tiempo, asociados a la Línea de Geometría y clasificarlos bajo una plantilla que sirve para aportar precisamente una caracterización de los mismos y, como segunda medida, ayudar con las dificultades e inquietudes que posiblemente se pueden presentar en la elaboración de actividades, y a valorar, comparar y clasificar las actividades diseñadas. De otra parte, se hace mención de la importancia de hacer este análisis en otros contextos y lo interesante que puede resultar dicha especificidad puesto que puede hacer que emerjan varias problemáticas asociadas, por ejemplo, a la evaluación del diseño de las actividades.

4.2 Problemática de la evaluación de diseños

Esta problemática se plantea específicamente desde el punto de vista del cumplimiento de los objetivos planteados en el diseño, es decir, la valoración sobre pertinencia y calidad surge de si satisface sus propósitos en el momento en que se realiza el diseño. Esta valoración se caracteriza por su complejidad, debido fundamentalmente a la presencia inevitable de distintos factores específicos del aula, tales como la interacción del profesor con el saber, las interacciones del docente con los estudiantes e incluso de las instalaciones del aula entre muchos otros.

De Gómez (2002) se consideran los elementos que establecen cuatro tipos básicos de análisis relevantes para el diseño de tareas, los cuales se reconocerán para este trabajo de grado, una tarea es el elemento de enseñanza central del proceso de enseñanza de aprendizaje, en las cuales, se reconocen las tareas de aprendizaje donde el profesor realiza propuestas que

brindan oportunidades de aprendizaje y se reconocerá una actividad como una secuencia de tareas de acuerdo con Gómez, Mora y Velasco (2018) al plantear que las tareas se componen de requisitos, metas, formulación de problemas, materiales y recursos puestos en práctica y evaluación de procedimientos que se realizan en las clases con fines de facilitar el conocimiento en los estudiantes.

4.2.1 El análisis cognitivo:

Incluye la consideración y especificación de las dificultades, para Socas (1997) “las dificultades en el aprendizaje de las Matemáticas son debidas a múltiples situaciones que se entrelazan entre sí y que van desde una deficiente planificación curricular hasta la naturaleza propia de las Matemáticas” (p.35), que los alumnos pueden enfrentar y los errores, según Socas (1997), “el error debe ser considerado como la presencia en el alumno de un esquema cognitivo inadecuado y no sólo la consecuencia de una falta específica de conocimiento o una distracción”, que los alumnos pueden cometer al realizar las tareas que componen las actividades de enseñanza.

4.2.2 El análisis de contenido:

Apunta a la descripción estructurada del objeto de estudio en el que se centra a la actividad de instrucción desde la perspectiva de su estructura conceptual, sus sistemas de representación, su análisis fenomenológico y sus posibilidades de modelización.

4.2.3 El análisis de instrucción:

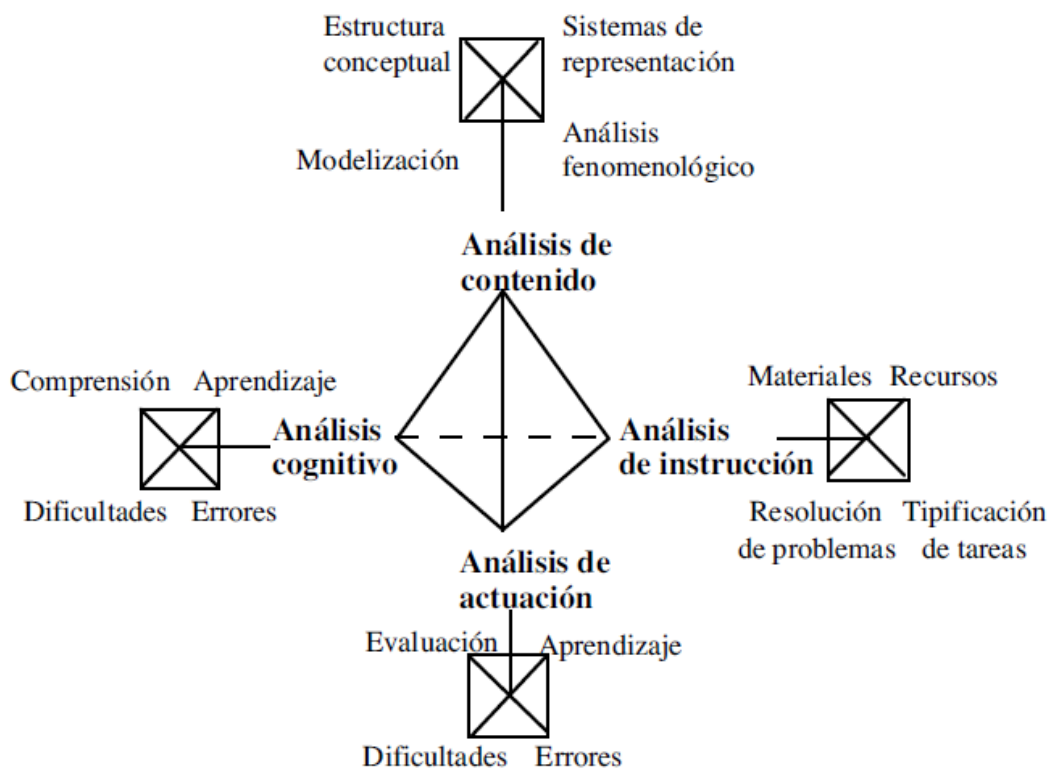
Dirigido a la descripción de las actividades que se propondrán a los alumnos teniendo en cuenta la variedad de tipos de tareas que surgen del análisis de contenido, las necesidades de los alumnos (con motivo del análisis cognitivo), y a los materiales y recursos disponibles.

4.2.4 El análisis de actuación:

Apuntalado en la descripción del estado cognitivo de los alumnos con motivo de las actividades, información que alimenta un nuevo ciclo de la fase completa del análisis y que se denomina en concreto el análisis didáctico.

Gómez (2002) establece la siguiente estructura referente a los cuatro análisis mencionados y las nociones de la educación matemática que comprende el análisis didáctico:

Imagen 1: Los cuatro tipos de análisis y sus nociones de la educación matemática en el análisis didáctico.



Gómez, P (2002) *Análisis del diseño de actividades para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*, Alicante Editorial.

Este esquema está planteado con el propósito de identificar y resaltar la relación entre las nociones que emergen a la hora de realizar el análisis didáctico, y presenta en conjunto los vínculos que tiene el análisis de contenido, el análisis cognitivo, el de instrucción y el de actuación, y que en principio deberían tenerse en cuenta para el diseño de cualquier actividad matemática. En el presente trabajo se tomará partes del análisis que propone Gómez (2022) como una herramienta para analizar las actividades que se encuentran en los trabajos de grado que se recopilaban y que finalmente serán objeto de estudio, la incorporación de estos elementos se evidenciará en el diseño de la plantilla que se presenta en el apartado 5.1.1. Ahora bien, teniendo esta herramienta para realizar el análisis, resulta pertinente establecer lo que es un diseño de actividad y los criterios para su análisis en los términos que propone Gómez (2022) y la forma en que será comprendidos en el presente trabajo.

4.3 Criterios para el análisis de actividades de enseñanza de las matemáticas.

Un diseño de una actividad no se restringe simplemente a la elaboración de tareas, o a una secuencia de ellas por ello se deben estipular, en principio, algunos elementos básicos que la componen y la articulan, por ejemplo, una justificación sistemática e informada de la selección de la actividad, considerar las posibles actuaciones de los estudiantes y una descripción clara y pertinente de lo que se propone hacer frente a dichas actuaciones, puesto que una actividad se reconoce como un conjunto de tareas u operaciones que se plantean en el aula de clase y una tarea es llevar a cabo la realización o práctica de una sola labor.

1. Para el análisis de actividades que propone Gómez (2002) al plantear la información sobre cada uno de los elementos del análisis didáctico, se aborda desde diferentes perspectivas, pero guiadas por algunas preguntas orientadoras que apuntan a los cuatro componentes citados previamente, se sugieren entre otras, las siguientes:
 - ¿Qué información se propone?
 - ¿Qué tan completa, detallada y válida es esa información a la luz del problema que se pretende abordar?
 - ¿Qué parte de esa información se utiliza en el análisis didáctico?
 - ¿Para qué se utiliza esa información?
 - ¿Cómo se utiliza?

2. Se plantean características de coherencia del diseño, estas se pueden estudiar desde diferentes puntos de vista, y apuntan a tres tipos que excluye el análisis sobre la actuación ya que usualmente este se hace a posteriori de la implementación y comporta en sí mismo una reflexión post-acción. En este sentido Gómez (2022) propone tres análisis en relación con la coherencia:
 - La coherencia entre los elementos pertenecientes a un tipo de análisis (de contenido, cognitivo y de instrucción).
 - La coherencia entre estos tres tipos de análisis.
 - La coherencia entre los tres análisis y la estructura general de la actividad propuesta.

Teniendo en cuenta para el análisis de una actividad, dos tipos de coherencias, a saber:

Coherencia del diseño de la actividad: se refiere al diseño y estructura de la actividad Matemática con la descripción y orden en que se presentan los momentos de la actividad.

Coherencia conceptual: Se refiere al manejo del contenido matemático conceptual que esté propuesto en el desarrollo de la actividad en el aula de clase.

4.4 Algunas características de los diseños de actividades

Un aspecto central para la selección de los trabajos de grado objeto de estudio son las actividades y por ello, en primera medida, se deben considerar cada uno de los elementos y relaciones del análisis didáctico para efectos de estudiar la calidad y coherencia del diseño de la actividad. Además, se mencionan características generales y no específicas en el diseño de una actividad bajo un objeto matemático concreto, por lo cual se tienen en cuenta diversos aspectos de la estructura conceptual y los sistemas de representación; por ejemplo, un análisis fenomenológico y modelización, posibles dificultades y errores que cometan los estudiantes en la práctica del diseño de las actividades, la resolución de los problemas, elaboración del material y los recursos a utilizar en la práctica y una coherencia entre los diferentes elementos de cada uno de los análisis de contenido, el análisis cognitivo y el análisis de instrucción.

Previo a la revisión de los trabajos de grado, y reconociendo el análisis de actividades de matemáticas con la estructura conceptual propuesta por Gómez (2022), se reconoce como

parte importante en la implementación de la actividad, el reconocimiento de obstáculos en el aprendizaje de las matemáticas y para ello se asume lo propuesto por D'Amore B., Radford L., Bagni GT. (2007) y lo que plantean frente a lo que son los conceptos y obstáculos.

Lo que se ha de entender por concepto en el contexto del presente trabajo resulta relevante ya que el sentido y significado de esta palabra varía dentro de diversas fuentes teóricas; de hecho, se han propuesto procesos de enseñanza centrados en el abordaje de conceptos en lo que se ha denominado, “enseñanza por conceptos”, la cual ha sido ampliamente cuestionada por la comunidad de educadores en general y por los educadores matemáticos en particular. Inicialmente se pretende dar respuesta a la pregunta ¿qué es un concepto? y dentro de esta pretensión se hace referencia al papel relevante que desempeña el lenguaje en los procesos de aprendizaje y en la formulación y formalización de los conceptos.

En primera instancia D'Amore (2007) establece una definición preliminar obtenida del diccionario de filosofía de Nicola Abbagnano: “En general, todo procedimiento que posibilita la descripción, la clasificación y la predicción de los objetos conocibles” y pone el énfasis en que en ella se debe entender que todo concepto reconoce elementos asociados a un proceso. Además, amplía la concepción que se tiene acerca de la palabra concepto, haciendo referencia tanto a los objetos concretos como abstractos, con lo cual se rompe un paradigma que asociaba a los conceptos un carácter meramente abstracto y pone en escena dos problemas fundamentales conocidos como la naturaleza y la función del concepto.

Frente a la naturaleza del concepto, D'Amore (2007) presenta una explicación del mismo o desde distintos puntos de referencia, por ejemplo, desde la epistemología, y desde lo que es el concepto a priori y a posteriori. También profundiza en las fases conceptuales, citando a Vigotsky, y relacionándolos con la formación de los conceptos científicos de tipo escolar.

D'Amore (2007) inicialmente concibe el aprender a “*manejar*” o comprender los conceptos como un proceso de rupturas conceptuales de mayor complejidad y asociados a acomodaciones y reacomodaciones de un concepto con otros para establecer lo que se denomina una red conceptual. Y es en este escenario donde emerge la noción de obstáculo como una idea que, en el momento de la formación de un concepto, fue eficaz para enfrentar los problemas precedentes, pero que se revela como un fracaso cuando se trata de aplicar a un nuevo problema. Para comprender de una manera más detallada lo que constituye un obstáculo en el aprendizaje de conceptos matemáticos identifica las siguientes características:

Un obstáculo no es una falta de conocimiento, sino un conocimiento; el estudiante hace uso de su conocimiento para responder adecuadamente en un contexto conocido para él; en el momento de enfrentar los conocimientos conceptualizados en distintos contextos eventualmente se obtiene un fracaso, al generar respuestas incorrectas, por lo que es necesario optar en la conceptualización a partir de diversos contextos o puntos de vistas de un concepto; el obstáculo puede producir contradicciones cuando hace falta un conocimiento general del concepto, por lo que el estudiante resiste desde un conocimiento particular no generalizado y eso es un aspecto epistemológico a ser reconocido. A partir de estas características generales D'Amore (2007) distingue tres tipos de obstáculos según su naturaleza:

- De naturaleza ontogenética: Son los que están asociados al estudiante y su proceso de madurez.
- De naturaleza didáctica: Los que surgen a partir de la elección estratégica del profesor en el momento de interactuar en el aula.
- De naturaleza epistemológica: Asociados a la naturaleza misma del argumento cognitivo como se va formalizando y adquiriendo un concepto.

Así, no solo se reconocen los obstáculos como aquello que se puede presentar en el aula de clase, sino lo que puede pasar en la mente del estudiante y, en general, en los procesos de enseñanza y aprendizaje.

D'Amore (2007), citando el trabajo de Douroux junto con el grupo de investigación de Bordeaux, plantea las siguientes características para identificar un obstáculo:

- Se tiene un obstáculo cuando en el análisis histórico de una idea, se reconoce e identifica un corte o cambio brusco de idea.
- Se tiene un obstáculo cuando se verifica un mismo error de manera recurrente en términos semejantes.

Paralelamente se aborda la noción de error, y se menciona que inicialmente un error puede ser causa del fruto de la ignorancia, pero que también podría ser el resultado de un conocimiento precedente que ha sido de utilidad para obtener respuestas acertadas en situaciones concretas, pero que al ser empleado en nuevas situaciones resulta inadecuado o ineficiente, pero que como fue funcional en algún momento, se resiste a ser modificado y que por otro lado no resiste el sometimiento a hechos más generales, lo cual generalmente genera desequilibrios conceptuales que finalmente deben ser aprovechados para una reacomodación conceptual.

Los elementos presentados por D'Amore (2007) frente a lo que son conceptos, obstáculos y errores en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas escolares, se tomaron como referentes centrales para la lectura y análisis de los trabajos de grado, con el fin de identificarlos de una manera criteriosa en el caso de no ser nombrados o identificados claramente o de manera explícita en los mismos. Los elementos teóricos se verán reflejados en el apartado 5.1.1 del presente trabajo.

Por otro lado, atendiendo al **objeto matemático** y la definición de actividad matemática definida por D'Amore (2007) como todo procedimiento que facilite la descripción, clasificación y predicción de varios objetos matemáticos, se reconocerán los conceptos, procedimientos, y objetos tanto principales como secundarios para el diseño de actividades matemáticas; así se reconocen para la plantilla de recolección de información de los trabajos de grado. Por otro lado, se conciben los objetos matemáticos como el proceso de rupturas conceptuales de mayor complejidad y asociados a acomodaciones y reacomodaciones de un concepto con otros para establecer lo que se denomina una red conceptual como lo plantea D'Amore (2007). Por ello es posible que se identifiquen objetos principales y secundarios, así como los conceptos y procedimientos asociados según el enfoque teórico empleado por los autores de los trabajos de grado objeto de análisis. Como se refleja con la descripción de

la construcción del objeto matemático de la actividad en la ilustración 3 del apartado 5.1.1 del presente trabajo.

En cuanto al diseño de actividades se debe reconocer que este va en conjunto con la importancia del diseño de algún tipo de material didáctico. Una mirada preliminar para la enseñanza en la investigación en didáctica de las matemáticas, la ofrecen Watson y Ohtani (2015), quienes indican que ya sea desde una perspectiva cognitiva, cultural o práctica, las actividades de enseñanza son el fundamento del aprendizaje matemático. Por ello a continuación se presenta una mención y síntesis de los marcos teóricos relacionadas con el diseño de actividades.

Diversos autores como Gómez (2002) apuntalan en la “ingeniería didáctica para la investigación” y la “ingeniería didáctica para el desarrollo de recursos y la formación del profesorado”, el enfoque centrado en el diseño de actividades a partir del interés del investigador sobre algún aspecto Matemático, u orientado a la puesta en escena de materiales para el aula, lo que conlleva de igual forma a la investigación y el diseño de materiales como dos escenarios amplios de información que se entremezclan.

García (2019) se ubican particularmente en el marco de la investigación de diseño, y está orientada en el diseño de materiales y la construcción de conocimiento teórico basada en contextos locales. Introducen y discuten la integración de elementos teóricos orientados a la formalización de la investigación de diseño didáctico, la cual tiene por principios básicos, por una parte, la conexión entre diferentes registros y representaciones, y de otra, el desarrollo de prácticas discursivas de explicación y argumentación de significados matemáticos en el aula. Sin embargo, es importante hacer mención que se reconoce la escasez de investigación relacionada con el lenguaje y en particular con el uso de un lenguaje adecuado que facilite los procesos de enseñanza y la comprensión conceptual de los contenidos matemáticos concretos.

Por su parte, Doorman citado en García (2019) hace mención del diseño de tareas desde un enfoque de lo que se denomina trayectorias hipotéticas de aprendizaje, por medio de este concepto se pretende describir los objetivos de aprendizaje sobre un objeto matemático. Además, el autor presenta los principios fundamentales que se deben considerar para el diseño de trayectorias, entre otras las siguientes: reinención guiada, fenomenología didáctica y modelos emergentes. Los aspectos mencionados anteriormente serán considerados en el apartado 5.1.1 del presente trabajo.

Trigueros (2013) citada en García (2019) propone otro enfoque para el diseño de tareas desde una teoría basada en acciones, procesos, objetivos y esquemas (APOE). En este enfoque uno de sus objetivos es detectar y explicar procesos de pensamiento de los estudiantes, sus dificultades y las relaciones que establecen entre construcciones de objetos matemáticos; por ello en estos aspectos se debe centrar el diseño y análisis de las actividades. Por otro lado, un enfoque afín es presentado por García (2019) en la Universidad de Jaén, donde se plantea el diseño de actividades en el marco de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD),

especificando que la labor de diseño se debe englobar en una metodología experimental más amplia, en términos de la ingeniería didáctica.

Para finalizar los aspectos relacionados con las actividades y las tareas, Trigueros (2013) citado en García (2019) distinguen que el diseño de actividades en educación matemática puede ser visto con dos propósitos; el primero enfocado fundamentalmente hacia la investigación con el fin de indagar sobre un aspecto puntual de la enseñanza de las matemáticas escolares, y el segundo, orientado a la puesta de materiales para el aula con el objetivo obtener una comprensión de un objeto matemático del currículo ya sea para la investigación o para la mejora de los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Teniendo en cuenta lo propuesto por los autores en relación con el diseño de las actividades matemáticas, resaltaremos a continuación, las competencias de los profesores de matemáticas y su labor en el aula de clase e identificando su actuar para lo que compete a los objetivos planteados en el presente trabajo de grado.

4.5 Las competencias del profesor de matemáticas:

En el presente apartado se encontrará una breve descripción del actuar del profesor de matemáticas en el aula y su labor desde el ejercicio profesional de planeación, ejecución, análisis y reflexión de las actividades de enseñanza propuestas en el aula de clases. Como se evidenciará en el apartado 5.1.1 del presente trabajo de grado, cuando se aborde la metodología de implementación y las recomendaciones de los autores de la plantilla de caracterización que proponen los autores en las propuestas de actividades de enseñanza.

4.5.1 La planeación de actividades para la enseñanza del docente como competencia del profesor de matemáticas:

La planeación de actividades se reconoce en Rico, L., Marín, A., Lupiáñez, J. & Gómez, P. (2008) como una de las labores más importantes del docente, ésta se enfoca en la planificación previa, durante y final del desarrollo de una sesión de clase que parte de un diseño, selección e implementación de actividades académicas en el aula. Respondiendo al apartado 6.2.1 en la elaboración que requiere el diseño de actividades que se describen en las plantillas de caracterización.

Se resalta la importancia de la planificación curricular como la organización de manera coherente bajo unos objetivos a alcanzar con los estudiantes en el aula. Esto implica en la labor docente la capacidad de la toma de decisiones previas a las clases que respondan preguntas como ¿qué es lo que se aprenderá en la clase? ¿para qué se debe aprender? y ¿cómo se puede aprender? Las anteriores son algunas preguntas que el docente utiliza como guía para realizar el trabajo de planeación del currículo y las actividades para el aula.

La planeación del contenido curricular es una labor que realiza el docente bajo la mirada de la importancia de la determinación de los contenidos conceptuales, procedimentales y de

actitudes que se abordarán en el mismo, en qué cantidad y con qué profundidad conceptual se plantea teniendo en cuenta que para los estudiantes resulta fundamental reconocer algún tipo de motivación o estímulo frente al nuevo aprendizaje propuesto por las planeaciones del docente y estipulado previamente en el contenido curricular.

Finalmente, Díaz, Reyes & Bustamante (2020). proponen que se debe considerar la forma más adecuada para trabajar con los estudiantes, pensando en actividades que desarrollen un aprendizaje significativo. En este sentido plantean, como labor profesional de los docentes, realizar una adecuada planificación de sus currículos por competencias, considerando los siguientes pasos:

- Fase diagnóstica: Es la evaluación de entrada al inicio del año escolar de la planificación curricular con todos los actores del proyecto dentro de la escuela, de manera que garantice el logro de las competencias propuestas.
- Fase de propósito de la planificación curricular: Este momento consistirá en dar una visión global y específica de la acción educativa; proporcionar continuidad e interdisciplinariedad entre los contenidos, asignaturas y el pensum académico enfocado para el logro de las competencias que se propongan alcanzar.
- Fase selección de estrategias metodológicas: Comprenden métodos, técnicas y recursos, existen diversos criterios que permiten seleccionar las estrategias más adecuadas ante determinada situación de aprendizaje. Cabe mencionar que el docente debe tomar en cuenta el dominio al que se refiere la competencia (cognoscitivo, afectivo y psicomotor), para entonces determinar la metodología, la técnica y los recursos a utilizar, tomando en consideración las fases de enseñanza y aprendizaje. Las estrategias pueden estar enmarcadas en el constructivismo, la teoría de las inteligencias múltiples, los aportes de las neurociencias y la programación neurolingüística.
- Fase de herramientas para la elaboración de una planificación curricular en el aula por competencias: En estas actividades se integran la acción del saber, el hacer, el ser y el convivir articulados con los elementos de las competencias (conceptuales, procedimentales y actitudinales).
- Fase de evaluación de la planificación: La evaluación de la planificación es un instrumento que permite medir el avance académico según la estructura y cumplimiento de cada plan de clase. A través de la aplicación de algunos formatos, la evaluación se realizará tomando en cuenta las instrucciones siguientes:
 - Los elementos de la competencia deberán estar redactados con el verbo en presente para diferenciarlo de los objetivos.
 - Los bloques de contenido deberán llevar secuencia lógica.
 - Las subcompetencias o actividades deberán estar redactadas en orden de complejidad.
 - Las estrategias metodológicas deberán contener las cinco fases de planificación ya propuestas.

4.5.2 La reflexión como competencia y labor del profesor en el ámbito profesional:

La reflexión es una tarea que surge de la evaluación docente, esta puede ser enfocada sobre distintos ángulos y etapas del desarrollo de una clase, como una tarea evaluativa y de reflexión de la gestión, como metodología del aula, como fruto de la actividad propuesta para el aula o de la tarea a desarrollar en el aula, siendo estos componentes de una actividad. Influye el enfoque de la reflexión, en las etapas mencionadas, en la calidad del aprendizaje según Gómez (2002) ya que se considerará la tarea de reflexión en el campo profesional del docente como un ejercicio que se desarrolla específicamente en el aula, que supone un actuar e interacción entre el conocimiento, el profesor y el estudiante, en donde se genera una variedad de situaciones que inciden en el aprendizaje y enriquece la reflexión docente de manera continua, como lo proponen algunos autores de los trabajos de grado recolectados, en el apartado de comentarios o sugerencia que se realiza en una plantilla de caracterización descrita más adelante, por parte de los mismos frente a las actividades de enseñanza de la Geometría.

4.6 Orientaciones curriculares vigentes.

En Colombia se cuenta con varias orientaciones curriculares que desde el contexto legal se encuentran vigentes y que están pensadas para ser referentes que aporten a la construcción y desarrollo de la calidad de la educación obligatoria en sus distintos niveles como preescolar, básica y media. Los propósitos de las orientaciones son de orden muy diverso, desde expandir el panorama educativo desde el crecimiento de la población académica (calidad y cobertura) como dar lineamientos sobre los saberes que se imparten al ampliar los conocimientos de las áreas, pasando por orientar la intensidad horaria mínima y obligatoria, hasta orientar los procesos de evaluación. La cohesión de diferentes orientaciones tiene como propósito lograr un proceso sólido que se articule alrededor de los diversos documentos (decretos, leyes, actos administrativos, acuerdos, etc.) que den respuesta a unas tendencias educativas actuales, y a las necesidades de la población escolar o a poblaciones específicas. En últimas, se plantea en los MEN (1994) como las orientaciones buscan una visión de los aspectos pedagógicos escolares que estén orientados hacia un aprendizaje consistente con el desarrollo integral en tanto proceso sistémico, sostenible, complejo, incluyente y de transformación que aporte a la formación y garantice los derechos de niñas, niños, adolescentes y jóvenes del país. Claramente las orientaciones también versan sobre cosas tan específicas como las intervenciones didácticas y el quehacer del docente en el aula, dando unas pautas dentro de un contexto que reconoce la autonomía y la libertad de cátedra al docente.

Sin el propósito de agotar el tema, a continuación, se presentan, de manera sucinta, las orientaciones principales que direccionan el quehacer de las prácticas de los docentes en las aulas colombianas dentro de la normatividad educativa vigente y que resultan pertinentes dentro del desarrollo del presente trabajo de grado.

4.6.1 Orientaciones curriculares para la educación matemática en educación básica y media.

La ley general de educación 115 de 1994 (Ministerio de Educación Nacional (MEN), 1994) establece la autonomía curricular de los centros educativos que se responsabilizan de la

formulación y registro de un Proyecto Educativo Institucional (PEI). El PEI debe incluir un plan de estudios en el que se debe concretar el diseño curricular de las diferentes áreas.

El MEN asume la responsabilidad de formular y difundir lineamientos curriculares para guiar el proceso de construcción del PEI. En un primer documento, MEN (2006) dirigido a la educación por logros se pretende guiar a los centros en su responsabilidad de formular logros por grado e indicadores de logros específicos. Los logros son entendidos de manera general como “los alcances que se consideran deseables, valiosos y necesarios, fundamentales para la formación integral de los estudiantes.” Planteado por el Ministerio de Educación Nacional (2006).

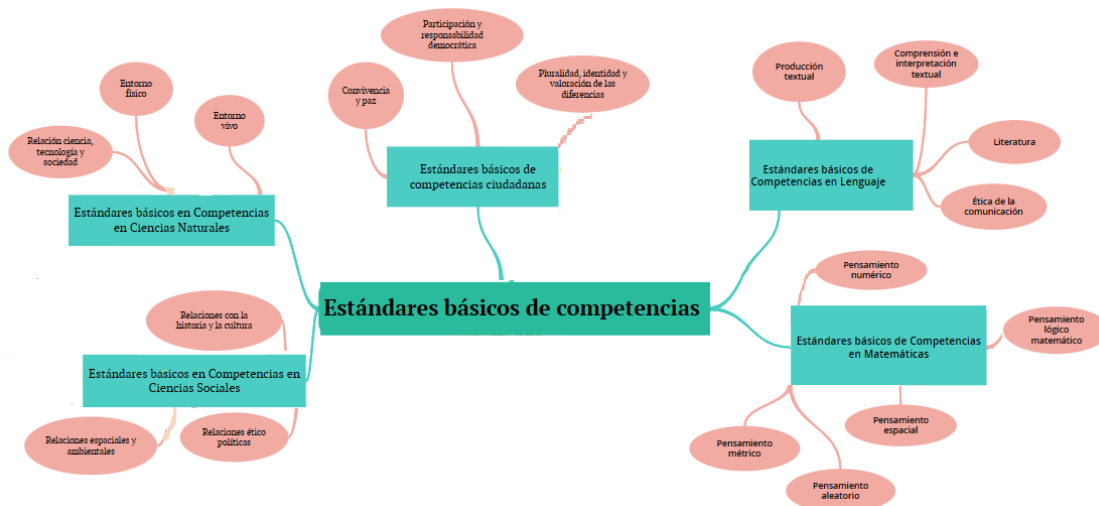
En un segundo documento, de lineamientos curriculares de Matemáticas (1998), se pretende de manera general brindar “orientaciones epistemológicas, pedagógicas y curriculares que define con el apoyo de la comunidad académica educativa para apoyar el proceso de fundamentación y planeación de las áreas obligatorias y fundamentales definidas por la Ley General de Educación en su artículo 23. En el proceso de elaboración de los Proyectos Educativos Institucionales y sus correspondientes planes de estudio por ciclos, niveles y áreas, los lineamientos curriculares se constituyen en referentes que apoyan y orientan esta labor conjuntamente con los aportes que han adquirido las instituciones y sus docentes a través de su experiencia, formación e investigación.” MEN (2006). Tomado de <https://www.mineducacion.gov.co/portal/micrositios-preescolar-basica-y-media/Direccion-de-Calidad/Referentes-de-Calidad/339975:Lineamientos-curriculares>.

En particular para las orientaciones en la formulación del currículo de matemáticas, este documento introduce tres ideas clave: los procesos generales, los cinco tipos de pensamiento matemático y las situaciones problemáticas. El lector interesado en profundizar en cada uno de estos aspectos se puede remitir al documento fuente.

El tercer documento, es el de los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas MEN (2006), se basa en el anterior para formular estándares para ciclos de grado apuntalados en “Potenciar el pensamiento matemático: ¡un reto escolar!”. Los estándares se organizan por tipos de pensamiento matemático y pretenden contribuir a la competencia matemática de los escolares. El ser competente en matemáticas se define en términos de los cinco procesos generales propuestos en el documento de lineamientos y donde a través de los conjuntos de grado se articulan los contenidos, los conceptos y los procesos con coherencia horizontal (para cada uno de los grados en los pensamientos propuestos) y con coherencia vertical (para los conjuntos de grado a través del proceso de formación).

En la imagen 2. se presenta un esquema de los Estándares Básicos de Competencias donde se articulan los cinco grandes núcleos para las asignaturas (Ciencias Naturales, Ciudadanía, Lenguaje, Ciencias Sociales y Matemáticas) y los pensamientos, relaciones o entornos que se estructuran para cada una de ellas para poder establecer las relaciones transdisciplinares que una educación integral debe garantizar y propender.

Imagen 2: Estándares Básicos de Competencia.



Taborda, C. (2020). Estándares básicos de competencias. Presentación adaptada de https://www.goconqr.com/es-CR/p/4085800?dont_count=true&frame=true&fs=true.

4.6.2 Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA)

A continuación, se presentan los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA) de manera general y sintetizada, respondiendo a preguntas como: ¿Qué son?, ¿cómo es su estructura?, ¿cómo se pueden adoptar en las actividades pedagógicas? y ¿en qué propósitos se fundamentan?

- ¿Qué son?

Básicamente los DBA corresponden a una norma técnica curricular que se ve reflejada en un conjunto de saberes y habilidades fundamentales que orientan a la comunidad educativa acerca de lo que se espera del aprendizaje y conocimiento de los estudiantes en los distintos grados escolares.

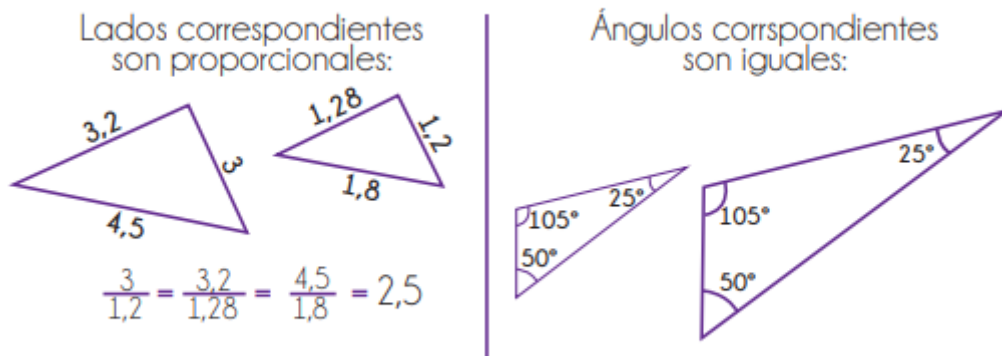
- Estructura de los DBA:

Los DBA se formulan en distintas áreas del conocimiento académico escolar, estas son el lenguaje, las matemáticas, el inglés, las ciencias naturales y las ciencias sociales. Para lo propuesto en el presente trabajo de grado y las actividades de enseñanza de la geometría por razones obvias estos se centrarán en los DBA del área de matemáticas.

De manera general, los DBA se componen de un enunciado, que da cuenta del aprendizaje esperado por el estudiante; una serie de evidencias que se observan en los estudiantes o situaciones que el estudiante esté en la capacidad de resolver y que buscan evidenciar su aprendizaje; y, por último, un ejemplo que ilustra el alcance o logros que los estudiantes aprenden cada año.

Ejemplo

Usa distintos criterios para identificar cuándo dos triángulos son semejantes. Por ejemplo:



En el caso de semejanza de polígonos, ambas condiciones son necesarias.

Imagen 3: Derechos Básicos de Aprendizaje. (2015); Grado octavo, tomado de <https://cpevilladelosol.jimdofree.com/derechos-b%C3%A1sicos-de-aprendizaje-dba-por-grado/>

Para el área de las matemáticas se proponen unos aprendizajes tomando como referentes a los pensamientos matemáticos tomados de los Estándares Básicos de Competencias para la estructura de los DBA, como lo son:

- Numérico: El pensamiento numérico se refiere a la comprensión en general que tiene una persona sobre los números y las operaciones junto con la habilidad y la inclinación a usar esta comprensión en formas flexibles para hacer juicios matemáticos y para desarrollar estrategias útiles al manejar números y operaciones como se propone en los (EBC, 2006).
- Espacial: Es considerado como el conjunto de procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones de manera mental de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos y sus transformaciones. El pensamiento espacial trabaja la construcción y manipulación de representaciones de objetos de dos o tres dimensiones y percepción de los objetos desde diferentes perspectivas, propuesto por los Estándares (EBC, 2006).
- Métrico: Apunta a la comprensión general que tiene una persona sobre las magnitudes, su cuantificación y su uso con sentido y significado para la comprensión de situaciones en contextos. También está relacionado con la medida de las cantidades de magnitud, su estimación y aproximación, al igual con la capacidad de usar instrumentos de medida (EBC, 2006).
- Aleatorio: El pensamiento aleatorio se apoya directamente en conceptos y procedimientos de la teoría de probabilidades y de la estadística inferencial, e indirectamente en la estadística descriptiva y en la combinatoria. Ayuda a

buscar soluciones razonables a problemas en los que no hay una solución clara y segura, abordándolos con un espíritu de exploración y de investigación mediante la construcción de modelos de fenómenos físicos, sociales o de juegos de azar y la utilización de estrategias como la exploración de sistemas de datos, la simulación de experimentos y la realización de conteos (EBC, 2006).

- Variacional: Se considera una forma dinámica de pensar que intenta producir mentalmente sistemas que relacionen sus variables internas de tal manera que covaríen en forma semejante a los patrones de covariación de cantidades, de la misma o distintas magnitudes, puesto que el principal propósito de este pensamiento es la modelación matemática (EBC, 2006).

Los DBA resultan muy interesantes pues se estructuran usando el principio de coherencia entre los Lineamientos Curriculares y los Estándares Básicos de Competencias. Su propósito central es ayudar a constituir posibles rutas de enseñanza dentro de un contexto específico en el marco de los Proyectos Educativos Institucionales (PEI). De otra parte, los DBA constituyen un conjunto de conocimientos y habilidades que se deben garantizar pero que son dinámicos en función de los procesos de aprendizaje de los estudiantes.

4.6.4 Características de las orientaciones del MEN.

- Gómez (2002) realiza un análisis de las orientaciones de los documentos curriculares para matemáticas, y aclara que el MEN espera que sean los centros escolares y particularmente los profesores quienes diseñen el currículo con base en los lineamientos. Así, desde una perspectiva curricular, las principales características de las orientaciones del MEN son las siguientes: Respeto a la autonomía del centro escolar en relación con su currículo escolar a partir de los Estándares Básicos de Competencias Matemáticas (EBC)
- La estructura del plan de estudios debe incluir un diseño curricular completo para cada grado, o conjunto de grados, y para cada área. Estos deben estructurarse por contenidos y por objetivos apuntalados en una metodología y con unos procesos de evaluación claros y verificables.
- El plan de estudios para cada asignatura y conjunto de grados debe incluir logros e indicadores de logros articulados horizontal y verticalmente.
- En cuanto a los documentos específicos en el área de matemáticas, los Lineamientos y Estándares abordan los contenidos solamente a desde una perspectiva general para los cinco tipos de pensamiento matemático igualmente articulados horizontal y verticalmente.
- Frente a la metodología se menciona ocasionalmente y se sugiere de manera implícita el emplearla en términos de situaciones problemáticas.
- Las orientaciones se centran en ideas relacionadas con expectativas de aprendizaje: objetivos, logros e indicadores de logros, Derechos Básicos de Aprendizaje y Estándares Básicos de Competencias, que si bien están articulados requieren del

compromiso del profesional de la educación para su estudio en aras de una adecuada interpretación y adecuación.

- Las orientaciones específicas de matemáticas no mencionan los objetivos y no establecen de manera explícita competencias matemáticas, esto queda de manera autónoma por cada institución escolar colombiana en consonancia con los PEI.

4.7 Resolución de actividades matemáticas

En este apartado se presenta una breve precisión sobre lo que para el presente trabajo se entiende como la importancia y utilidad de las matemáticas y sobre la relevancia de contextualizar situaciones matemáticas que apoyan a la adquisición de un aprendizaje significativo.

4.7.1 La importancia y utilidad de las matemáticas.

Tradicionalmente, los estudiantes aprenden matemáticas formales y abstractas fuera de contexto y se pretende que luego apliquen su conocimiento para resolver problemas presentados en contexto cotidianos o académicos. Por lo general, la resolución de problemas en los que se aplican los conceptos se deja para el final de una unidad o, en el caso de la formación de profesores, para el curso de enseñanza de las matemáticas asociado a un área específica de las matemáticas. A menudo, la falta de tiempo es un factor que termina desplazando el trabajo en contextos de aplicación ya que primero debe garantizarse la formalización. A nivel de educación básica y media se tiene que este enfoque hace que las personas desarrollen un aprendizaje menos significativo o próximo con su contexto. Así, las aplicaciones de problemas matemáticos y las preguntas no solo deben considerarse después del aprendizaje, sino como parte del aprendizaje y deben usarse como el contexto en el que el aprendizaje matemático de los estudiantes se produce. Lo anterior no va en detrimento de la formalización en matemáticas, por el contrario, un docente de matemáticas debe tener sólidas bases en la disciplina formal que le permitan posicionarse en la estructura y desde allí poder mirar contextos específicos de posibles aplicaciones.

- El contexto juega un papel importante en todas las fases del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas, es decir, no solo en la fase de aplicación, sino también en las fases de exploración y desarrollo en las que los estudiantes descubren o transforman las ideas matemáticas.
- Esta visión exige la creación de situaciones problemáticas en las que los estudiantes puedan explorar el problema, hacer preguntas y pensar en un modelo con el cual explicarlo e interpretarlo. Miguel de Guzmán (1993) se refiere a un problema al plantearnos que “Tengo un verdadero problema cuando me encuentro en una situación desde la que quiero llegar a otra, unas veces bien conocida otras un tanto confusamente perfilada, y no conozco el camino que me puede llevar de una a otra.” frente a esto se establece la estrategia de enseñanza basada en problemas, sin olvidar el valor de la enseñanza basada en problemas y enfatizando en los procesos de pensamiento, los

procesos de aprendizaje y los contenidos matemáticos como área prioritaria de trabajo.

- La asignación de situaciones problema trata de considerar las cosas más importantes dentro de los procesos de enseñanza y aprendizaje, esto es que: los estudiantes manipulan objetos matemáticos; esta manipulación debe procurar que se activen las propias capacidades mentales y permitan reflexionar sobre el proceso de pensamiento a fin de mejorarlo de manera consciente; Otros aspectos que potencializan la resolución de problemas son: Ganar confianza, disfrutar de su actividad mental al lograr solucionar problemas aplicados y así poder estar preparado para otros problemas de la ciencia y posiblemente otros problemas de la vida cotidiana. Para poder llevar a cabo la resolución de problemas es necesario tener el conocimiento de los conceptos y llevarlos a contextos en los que den soluciones a problemas, precisamente, contextualizados.

Se resalta que para el presente trabajo de grado la importancia de la contextualización de situaciones problemas y su importancia en el aprendizaje significativo, como lo menciona de Guzmán (1993) “la capacidad de resolver problemas de manera independiente es el primer paso para resolver problemas asignados, porque el mundo se desarrolla muy rápido, y los jóvenes experimentan así los procesos efectivos para adaptarse a nuestros cambios científicos y culturales”. Por otro lado, la resolución de problemas contextualizados hace que el aprendizaje sea más significativo para el estudiante porque el trabajo puede ser atractivo, divertido, satisfactorio y creativo.

4.7.2 Tipos de materiales didácticos para la enseñanza de las matemáticas.

En este apartado se abordará una mirada general a los tipos de materiales didácticos que apoyan la enseñanza de las matemáticas como herramienta didáctica del docente en el aula de clases, sus características, beneficios, tipos y mediación con el concepto matemático. Así, la presentación no resulta ni sistemática ni extensiva, pero procurará atender a diversos aspectos a considerar, en este sentido, se iniciará abordando cómo se entenderán para el presente trabajo de grado.

La definición de materiales didácticos que se asume es el compartido por (Guerrero, 2009, p.1). “Los materiales didácticos son los elementos que empleamos los docentes para facilitar y conducir el aprendizaje de nuestros/as alumnos/as (libros, carteles, mapas, fotos, láminas, videos, software)”

Se considera que los materiales de aprendizaje son dispositivos que ayudan a los profesores a presentar y desarrollar contenidos y a los estudiantes a crear un aprendizaje significativo con ellos. Es cierto que no existe una terminología o generalidad establecida para lo que constituye un recurso o material de aprendizaje, por lo que, en resumen, el material de aprendizaje será entendido como cualquier objeto que se utiliza con fines de aprendizaje o para facilitar el desarrollo de actividades de aprendizaje en un contexto educativo específico. Además, se clasifican los materiales didácticos en dos tipos, de acuerdo con su material o

presentación, entendiendo que estos no tienen un valor significativo si no aportan al entendimiento de los objetos de enseñanza desde las distintas áreas académicas; su valor se resalta en el uso y aporte de la enseñanza y que logre hacer que el estudiante obtenga un aprendizaje significativo de los contenidos o actividades que se plantean en las clases o cursos específicos.

De esta manera se reconocen los materiales didácticos como herramientas de aprendizaje para los estudiantes y material de apoyo para los docentes y se clasificarán como se presenta a continuación.

4.7.3 Clasificación de los materiales didácticos.

Se presenta a continuación una clasificación global de los materiales encontrados en las actividades propuestas de los trabajos de grado recolectados, sin una caracterización, pero sí con algunas ejemplificaciones básicas.

- Materiales impresos: Libros, de texto, de lectura, de consulta (diccionarios, enciclopedias), atlas, monografías, folletos, revistas, boletines y guías.
- Materiales de áreas: Mapas de pared, materiales de laboratorio, juegos, aros, pelotas, potros, juegos de simulación, maquetas, bloques lógicos, murales o carteleras.
- Materiales de trabajo: Cuadernos de trabajo, carpetas, fichas, lápiz, colores, bolígrafos, reglas y demás útiles escolares (son solicitados teniendo en cuenta el uso que se le va a dar en la actividad de enseñanza)
- Materiales de software didáctico: son programas de computación, a través de una plataforma digital colaboran con el proceso facilitando la adquisición de conocimientos por medio de plataformas, videos, libros virtuales, audios, simulación, realidad aumentada, y bibliotecas virtuales.

Reconociendo la clasificación básica de los materiales didácticos, se nombran algunas características de los materiales que se tendrán en cuenta en el presente trabajo de grado.

4.7.4 Características de los materiales didácticos.

Algunas características básicas con las que se puede analizar un material didáctico son las siguientes:

- Material fácil de manipular: Si el material es controlable o manipulable tanto por los estudiantes como los docentes o si se necesita de un especialista para entender el manejo del material didáctico.
- Uso individual o colectivo: Si se puede utilizar a nivel individual, en pequeños grupos, en grupos grandes o para el grupo total.

- Versatilidad: Apunta a determinar si los materiales son de fácil adaptación a los diversos contextos, entornos, y las estrategias didácticas diseñadas para los estudiantes.
- Materiales que promueven el uso de otros materiales: Busca caracterizar si facilitan información que apoyen la comprensión de un concepto apoyado en otros, como ejemplo de ellos se encuentran los diccionarios, fichas bibliográficas y mapas conceptuales.
- Materiales que proporcionan información: Esta es una característica propia de todos los medios didácticos ya que explícitamente o implícitamente proporcionan información. Se pueden ejemplificar con materiales como libros, videos, programas informáticos.
- Capacidad de motivación: Son aquellos materiales que se caracterizan por motivar al estudiante, estos deben despertar y mantener la curiosidad y el interés hacia su utilización, evitando provocar ansiedad y evitando que los elementos lúdicos interfieran negativamente en los aprendizajes o que primen sobre ellos, no se trata de la lúdica por la lúdica o la lúdica sobre los objetivos de aprendizaje.
- Estimuladores y desarrolladores de habilidades metacognitivas: Son aquellos que propenden por apoyar las estrategias de aprendizaje en los estudiantes, que les permitan planificar, regular y evaluar su propia actividad de aprendizaje, provocando la reflexión sobre su conocimiento y sobre los métodos que utilizan al pensar. Dado que aprender significativamente supone modificar los propios esquemas de conocimiento, reestructurar, revisar, ampliar y enriquecer la estructura cognitiva estos deben apuntar a favorecer dicho aprendizaje significativo.
- De esfuerzo cognitivo: Los materiales de clase deben facilitar aprendizajes significativos y transferibles a otras situaciones mediante una continua actividad mental en consonancia con la naturaleza de los aprendizajes que se pretenden.

Por lo tanto se plantea como objetivo principal del material didáctico como facilitador de la comprensión y la comunicación de un concepto matemático a trabajar en el aula, ya que estos dos aspectos permiten referirse a un soporte, ya sea de tipo físico, tecnológico o mixto, que favorece procesos como la visualización, propician la motivación y la formación de una actitud positiva hacia las matemáticas, convirtiéndose su uso en el punto de partida de la construcción del conocimiento, ya sea a través de juegos, videos, software educativo, o materiales físicos antes mencionados.

A continuación, se hace una síntesis de las principales funciones que se espera que cumplan los materiales didácticos que proponen los autores de los trabajos de grado con actividades para la enseñanza de la geometría recolectados.

4.7.5 Funciones de los materiales didácticos

Los materiales didácticos están orientados fundamentalmente con un fin pedagógico y se organizan en función de los criterios curriculares de cada institución educativa o de manera general con los contenidos que se plantean en el plan de trabajo anuales según unos criterios de implementación mediados por el criterio profesional del docente y los requerimientos institucionales mediados por el PEI. A continuación, se señalan diversas funciones de los materiales que se resaltarán en el trabajo de grado en consonancia con lo propuesto por Guerrero (2009).

- **Innovación:** Cada nuevo tipo de materiales plantea nuevas formas de innovación; en unas ocasiones provoca que cambie el proceso de enseñanza, en otras refuerza la situación existente que se esté trabajando en el aula de clase a fin de facilitar los procesos de enseñanza y aprendizaje.
- **Motivación:** Se trata de acercar el aprendizaje a los intereses de los estudiantes y de contextualizarlo social y culturalmente, superando así el verbalismo como única y principal vía de comunicación en los entornos educativos.
- **Estructuración de la realidad:** Al ser los materiales mediadores de la realidad, el hecho de utilizar distintos medios facilita el contacto con distintas realidades, así como distintas visiones y aspectos de las mismas, lo que apoya los aprendizajes en contextos y lo que se denomina aprendizaje situado.
- **Facilitadora de la acción didáctica:** Los materiales facilitan la organización de las experiencias de aprendizaje, actuando como guías, no sólo en cuanto ponen a profesores y estudiantes en contacto con los contenidos.
- **Formativa:** Los distintos medios permiten y provocan, entre otras, la aparición y expresión de emociones, informaciones de y en los estudiantes y valores que transmiten diversas modalidades de relación, cooperación o comunicación para con el docente y sus compañeros, así como su relación con el contenido temático en el aula.

Para concluir, se identifican los materiales didácticos como lo propuso Guerrero (2009) junto con su clasificación, características y funciones que estos pueden tener para el docente y en particular como materiales que potencializan, apoyan y construyen nuevos conocimientos en los estudiantes, enriqueciendo la labor docente y la calidad de los procesos de enseñanza y aprendizaje para hacer a este último significativo.

4.8 La visibilización científica

En este apartado se identifica la visibilización en el contexto científico como el nivel de reconocimiento, la recolección y divulgación de información científica y de las actividades pedagógicas; el potenciar información documental, pedagógico y productos del trabajo de

los científicos y docentes por medio de la difusión y transferencia de datos o de información a través de distintas herramientas sostenibles que tenga como propósito generar efectos de desarrollo integral de una comunidad académica en particular y de trayectorias de formación profesional diversas, con distintos niveles de producción de conocimiento y de acceso a los mecanismos de difusión de las producciones, en concordancia con lo propuesto por Calderón y Cuartas (2012).

4.8.1 Visibilización

Reconoceremos que el “El ciclo reproductivo del conocimiento” ya no es tan simple y sencillo como se asumía en el pasado, el conocimiento hoy se difunde a unas velocidades impensadas y el volumen de la misma crece exponencialmente; así hoy la información resultante que es susceptible de ser transferida en productos específicos no es consultada de manera fortuita, sino que se accede a ella de manera prevalente y sistemática. Este supuesto, claro está, es sujeto a que la información esté inscrita y registrada en los índices y bases de datos, pero esto no garantiza que sea adecuada. Así entre tanta información se requiere que se pueda tener una visibilización adecuada y pertinente y en especial si se trata de producciones científicas. Hay unas condiciones exógenas a este juego de acciones que se hacen necesarias si se quiere generar un plan de acción que genere un impacto; en particular, se debe desarrollar una comunidad académica e investigativa con suficiente capacidad, fuerza e identidad, que sea base de una fuerza productiva, como un grupo de enseñanza y aprendizaje. En el presente trabajo de grado se pretende resaltar las labores del Grupo de Enseñanza y Aprendizaje de la Geometría ($\mathcal{A}\bullet G$), por su fuerza de producción con los trabajos de investigación y de grado dentro del programa de formación inicial de profesores de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional ya que se cumple con las características de ser un grupo de enseñanza y aprendizaje.

Calderón y Cuartas (2012) sustentan la existencia de un desarrollo desigual en la investigación científica y en particular en los países latinoamericanos, donde se está relativamente a la zaga de la investigación con relación a los países denominados del “primer mundo” ya que no se cuenta con una comunidad relativamente fuerte. En este sentido, emerge la tarea de encontrar espacios, caminos y sinergias entre diversos grupos y comunidades para fortalecer aún más la comunidad académica de investigación, promoviendo y consolidando así la capacidad de investigación científica productiva por medio de la visibilización. Los autores consideran que es precisamente la visibilización la herramienta principal para obtener un desarrollo menos desigual en la investigación científica; a partir de esta propuestas, el autor del presente trabajo de grado busca presentar una recolección y clasificación sistemática de las propuestas de actividades planteadas en los trabajos de grado (Licenciatura en Matemáticas) del Departamento de Matemáticas (DMA) de la Universidad Pedagógica Nacional, al interior del grupo Aprendizaje y Enseñanza de la Geometría ($\mathcal{A}\bullet G$) y las tareas orientadas a la enseñanza y el aprendizaje de la geometría que se encuentre en dicha recolección, ya sea para apoyar a los maestros en formación del DMA (o de cualquier programa de formación inicial de profesores) que realizan sus prácticas iniciales y de inmersión, tanto como a los profesores en ejercicio, apoyando así su labor en la creación,

búsqueda y adecuación de actividades para proponer en sus clases de geometría a partir de una visibilización por medio de una página web en la que se muestre estos diseños de manera sistematizada.

La tarea estratégica de la visibilización que proponen Calderón y Cuartas (2012) está en desarrollar polos alternos de producción de conocimiento, donde la comunidad académica se vaya reconociendo a sí misma por su trabajo y autorreconocimiento de los mismos, el denominado "efecto espejo" acompañado de herramientas propias que logren niveles crecientes de productividad y por lo tanto se mejore la calidad de los productos presentados a la comunidad científica, en este caso, a la comunidad de educadores matemáticos y donde dichos productos sean presentados como fuente principal del desarrollo científico o pedagógico con capacidades crecientes de productividad académico-investigativa. Además, producir y visibilizar conocimiento con sentido estratégico como lo plantean López-López & Aguilar, (2006).

Avances para caracterizar y puntualizar estrategias de lo que es visibilizar se han realizado en Colombia. En el foro internacional "Visibilización de la Investigación en las Instituciones de Educación Superior", que tuvo lugar en Bogotá, en marzo de 2010, se señalaron, entre otras, algunas estrategias para visibilizar:

- Desarrollar repositorios bibliodocumentales de la producción de investigación de las instituciones universitarias (Harnad & Guédon, 2010); en tal sentido las bibliotecas físicas y virtuales tienen la tarea de sistematizar, entrelazar, difundir la investigación ya terminada y brindar el más cercano apoyo a la investigación en curso. Esta tarea la realiza desde hace ya varios años la Universidad Pedagógica Nacional y actualmente cuenta con un buscador disponible en Repositorio Institucional Universidad Pedagógica Nacional (<http://repositorio.pedagogica.edu.co/>) y que permite encontrar producciones en el campo editorial, en recursos digitales y en trabajos y tesis de grado.
- Optimizar el uso de Internet a través de la apertura y el mejoramiento continuo de páginas web, de modo que tengan un número creciente de entradas, y a través de la divulgación de contenidos por medio de vehículos idóneos como aulas virtuales, revistas y bibliotecas. En el departamento de matemáticas se cuenta con una página web donde se divulgan, entre otros, algunos materiales didácticos que pueden ser empleados por docentes en formación, profesionales en ejercicio o investigadores y la producción de videos en dos canales de YouTube asociados principalmente al cálculo y de la geometría y en particular de la geometría analítica.
- Desarrollar con intensidad y cobertura las máximas posibilidades de conectividad entre las instituciones académicas y sus actores investigativos individuales y grupales, lo cual permitiría la vinculación de las periferias a los centros de desarrollo nacional y, a su vez, de estos con las centralidades regionales en Iberoamérica. En este sentido, los docentes de varias líneas, y en particular de la línea de Geometría

han generado vínculos académicos con comunidades de educadores matemáticos de América Latina y de Europa.

Por otro lado, plantean Calderón y Cuartas (2012), el generar recursos, fuentes y espacios de acceso abierto para la visibilización, amplifica el conocimiento para nuevas investigaciones, producciones científicas o lectores que estén en busca de información específica, estas fuentes se describen de manera general a continuación:

- Repositorios: bases de datos con acceso a textos finales digitales. A pesar del peso semántico adverso del término, estos depósitos digitales cumplen hoy una función bien importante en la visibilización de conocimiento: recoger la producción en texto digital; reseñarla en bases de datos más o menos distribuidas regional, institucional o temáticamente; y posibilitar su acceso y consulta. La mayor parte de estos repositorios disponen de sofisticados programas de cuantificación de entradas y salidas virtuales.
- Bibliotecas digitales y virtuales: plataformas para gestión y visibilización diversa. De manera similar a los repositorios, el concepto de biblioteca así sea de carácter virtual, induce a pensar en procesos y formas estáticas de manejar productos del conocimiento sin involucrarse para nada en los procesos de su reproducción; esta función es lo que usualmente agota la existencia de la mayoría de las bibliotecas pues las dota de un carácter estático.

4.8.2 Componentes de una biblioteca virtual como plataforma técnica:

Cuando se habla de plataforma técnica, se hace referencia a un conjunto de herramientas que permiten la carga de contenidos, su circulación y el posterior acceso a ellos, así como su identificación, recuperación, consulta y aplicación. Estas herramientas deben utilizarse procurando que el acceso no llegue solo a la rotulación de los productos (referencias y reseñas), que hace de ellos continentes de información, sino que pueda conducir a los contenidos documentales mismos (textos, gráficas, materiales audiovisuales, etc.) de una manera más clara y fácil de obtener.

4.8.3 Retos de la visibilidad para los distintos medios o actores de conocimiento.

Calderón y Cuartas (2012) reconocen que las bibliotecas deben llevar un estricto registro y referenciación de la producción documental y científica de cada investigación propia realizada por alguna identidad académica, para principalmente desarrollar su función de compenetración con la comunidad investigativa y ofrecer, no solo la información relevante que se va incorporando a la biblioteca y que puede ser útil para futuras investigaciones que enriquezcan las producciones y así mismo se obtenga una mejor visibilidad de los trabajos de la identidad académica. Los bibliotecarios deben ejercer su función de intermediarios del conocimiento, no solo recogiendo los productos investigativos, reseñándolos y registrándolos adecuadamente en bases de datos o repositorios, estos deben realizar una divulgación entre las redes a las que tiene vinculada su base de datos y hacer presencia en el circuito del

conocimiento especializado, facilitando la búsqueda dinámica de información por parte de las comunidades internas y externas. Actualmente algunas bibliotecas universitarias orientan algunas de sus acciones en esta dirección y para el caso de la Universidad Pedagógica Nacional habría que entrar a estudiar si así se orienta o no y que acciones se deberían realizar para potenciar el impacto de la visibilización.

4.8.4 Objetivos de visibilizar

Se definen la acción y objetivo de visibilizar en los siguientes términos: “La tarea de la visibilización del conocimiento no es únicamente del editor (léase cuerpo editorial) de las revistas, sino que es una tarea de los distintos actores del ciclo comunicativo del conocimiento, cada uno de los cuales ocupa un lugar, desde el cual contribuye a la transferencia y comunicación efectivas de conocimiento” De Guzmán, M. (1993). Así la visibilización es un propósito de todas las estructuras del aparato de producción de conocimiento de un país y de cada una de sus disciplinas científicas e investigativas, en sus formas y etapas del ciclo de reproductividad de las producciones que se realizan en distintas entidades (particularmente en las universidades). Actualmente se reconoce que la mayor visibilidad se da a través de las herramientas sistemáticas de identificación y alistamiento de productos (mediante bases de datos e índices, por ejemplo) y de medición de citación, que se constituyen en fuentes secundarias de indispensable consulta en la que se resaltan los autores y sus trabajos de manera sistemática con fin de generar un fácil acceso o utilidad para nuevas investigaciones o usos de las producciones. Para el presente trabajo de grado, el desarrollo de una visibilización se reconocerá por medio de una página web con las características nombradas en este apartado de la visibilización, resaltando las actividades geométricas desarrolladas en los trabajos de grado en el grupo de investigación de Aprendizaje y Enseñanza de la Geometría (Æ•G) de la Universidad Pedagógica Nacional.

5. METODOLOGÍA DEL TRABAJO

En este apartado se describe la metodología del presente trabajo de grado, el cual se realiza caracterizándose como una recopilación de lo más selecto o representativo de una producción escrita sobre productos de investigación que realizan los profesores que cursaron la carrera profesional Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional con el fin de apoyar las acciones de docencia, particularmente asociados a trabajos de grado desarrollados en la línea de la Geometría y orientados por el grupo Enseñanza y Aprendizaje de la Geometría ($\mathcal{A}\cdot G$), se realizaron por medio de una antología y la metodología que se implementaron con características de tipo mixto. Se entiende esta metodología en los términos definidos por Tashakkori y Teddlie (2003) al proponer las metodologías mixtas como aquellas en que se describe el uso de procedimientos de recolección de datos cualitativos y cuantitativos, para realizar un análisis de características descriptivas y estadísticas asociados con las actividades propuestas en los trabajos de grado. Para ello se elaboran unas fichas de caracterización (en Word) y una plantilla de catalogación (en Excel) y se centra en los trabajos de grado que especifican de manera puntual actividades de tipo geométrico que apoyan la enseñanza dirigida para la población escolar colombiana. Las plantillas construidas como herramientas de recolección de información apuntan a la caracterización de las actividades propuestas en los trabajos de grado producidos en la ventana que cubre el periodo 2007-02 al 2020-01 en el programa de formación inicial de profesores de la Licenciatura de Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional, encontrados dentro de la línea de geometría y asociadas al Grupo de investigación Aprendizaje y Enseñanza de la Geometría ($\mathcal{A}\cdot G$).

5.1 Fases de desarrollo

5.1.1 Fase 1: Diseño de la plantilla de caracterización.

Como primera fase de desarrollo se diseñó, utilizando elementos del marco teórico presentado anteriormente, una plantilla denominada “**Plantilla de caracterización**”. A continuación, se presenta la forma en que se realizó su construcción desde los distintos apartados y descripción de cada uno de ellos con su argumentación teórica seleccionada desde los distintos autores y acompañada con los elementos teóricos que se trabajan dentro del proceso de formación de la Licenciatura en Matemáticas y adquirida en los espacios de académicos, principalmente de la línea de Pedagogía y Didáctica.

En el primer apartado de la plantilla se encuentra la información para identificar el trabajo de grado, esta se compone del **nombre de la propuesta** de enseñanza que se realice por los autores; el **programa académico** en el que se presenta el trabajo de grado, en este caso la Licenciatura en Matemáticas, **nombre del trabajo de grado**, **año** en que se presentó, una breve **descripción del RAE** que realizan los autores en el trabajo de grado, el enlace web del repositorio en el que se puede encontrar el texto en extenso del trabajo de grado y, por último, información básica del o los **autores del trabajo** de grado. No se tomará la información del código y cédula de los autores, ya que se reconocerá como información

sensible y deberá tratarse como de carácter privado por la ley de Habeas Data o Ley de Protección de Datos (Ley 1266 de 2008).

Se decide ocultar el código y la cedula de los autores como se propone en la plantilla de caracterización, reconociendo esto como información personal y se salvaguardan los datos de los autores, de requerirla, la pueden conseguir directamente del trabajo de grado.

PLANTILLA DE CARACTERIZACIÓN

Nombre de la propuesta:		
Programa académico:		
Nombre del trabajo de grado/tesis:		
Año:		
Descripción (RAE):		
Localización web del trabajo:		
Autor(es):		
Apellidos y nombres	No va código	No va cedula

Ilustración 1. Información para identificar el trabajo de grado.

En el apartado “**Población**”, de la plantilla de caracterización, se propone recoger información que posibilite una visualización general de la población a la que se dirigen las actividades que se proponen en los trabajos de grado, esperando poder determinar una descripción del grado al que se dirigió, o se propone dirigir, la actividad, el rango de edades de los estudiantes al cual se propone la actividad de enseñanza de la geometría y, de evidenciarse por la descripción de los trabajos de grado o los autores, algunas característica cognitivas, sociales o motrices de los estudiantes.

Población (grupos de edades, cursos, atendiendo al autor...)
➤ Grado:
➤ Edades:
➤ Características cognitivas, sociales y/o motrices según la edad:

Ilustración 2. Descripción de la población.

Como propone D’Amore (2007) en el marco teórico, se construye una sección en la plantilla de caracterización para describir los objetivos principales, secundarios, los objetos matemáticos y procedimientos matemáticos que se puedan identificar en las actividades de enseñanza propuestas en los trabajos de grado.

Objeto matemático de la actividad
<ul style="list-style-type: none"> ➤ Principal: ➤ Secundario(s): ➤ Conceptos: ➤ Procedimientos:

Ilustración 3. Objeto matemático de la actividad

Atendiendo a los elementos que aporta Gómez (2002) frente al análisis cognitivo para el diseño de actividades matemáticas y a los obstáculos y conceptos presentados en los términos de D'Amore (2007) y Socas (1997), que fueron presentados en el marco teórico en los apartados 4.2.1, 4.3 y 4.4 respectivamente del presente trabajo, se genera el apartado “**Fundamentación Didáctica**” que pretende recoger los elementos asociados a ello en los trabajos de grado objeto de análisis. El ítem denominado “Potencial de profundización” pretende recoger, en caso de evidenciarse, si los autores presentan potenciales desarrollos de las actividades o si contempla la posibilidad de trabajar con personas con capacidades excepcionales.

Fundamentación Didáctica
<ul style="list-style-type: none"> ➤ Errores: ➤ Obstáculos: ➤ Dificultades: ➤ Marco de Referencia del(los) Proceso(s) cognitivo(s) (descripción y referencia bibliográfica): ➤ Potencial de profundización:

Ilustración 4. Fundamentación didáctica

Dentro del apartado “**Aspectos curriculares**” se pretende hacer una caracterización de las propuestas dentro de la legislación colombiana y lo contemplado desde las orientaciones, leyes y decretos del MEN. Así se pretende identificar a qué Lineamientos, Estándares Básicos de Competencias Matemáticas, y Derechos Básicos resultan reconocibles en los trabajos de grado recolectados y seleccionados, y que se enmarcan en lo que se ha considerado en el marco teórico en el apartado 4.6 orientaciones curriculares vigentes. Adicionalmente se busca puntualizar los procesos que la propuesta de enseñanza busca fortalecer, fomentar o enfatizar dentro de la actividad geométrica e identificar si se requieren o no conocimientos previos, y en caso de requerirlos, identificarlos.

Finalmente se genera un espacio para identificar los logros e indicadores de logro a los que apunta la actividad y los conocimientos que pretende promover tanto desde lo conceptual como desde lo procedimental. Se debe insistir que se hará sólo en caso de ser explícito o de hacerse evidente ya que resultaría imprudente hacer inferencias desde la sola lectura de los trabajos de grado y sus correspondientes actividades.

Aspectos curriculares
<ul style="list-style-type: none"> ➤ Lineamientos en Matemáticas (Pensamientos y sistemas matemáticos, procesos generales): ➤ Estándares Básicos de Competencias Matemáticas (Pensamientos y sistemas matemáticos, procesos generales, contextos, competencias, conjunto de grados, estándares): ➤ Derechos Básicos de Aprendizaje asociados (Grado, DBA, evidencias): ➤ Procesos de la actividad geométrica (Representar, justificar, visualizar, razonar, demostrar, generalizar, conjeturar, razonar, construir, argumentar, explorar): ➤ Conocimientos/conceptos previos: ➤ Objetivos de aprendizaje (general y específicos) ➤ Logros e indicadores de logro: ➤ Conocimientos: <ul style="list-style-type: none"> ○ conceptual: ○ Procedimental:

Ilustración 5. Aspectos curriculares

Para el apartado “**Recursos o Materiales Didácticos**” se asume lo propuesto por Gómez (2002) en el análisis de instrucción donde cobran relevancia los recursos o materiales requeridos para llevar a cabo la actividad en aula de clase. Se atiende en particular a identificar qué tipo de software o de elementos físicos se emplean para implementar la propuesta de actividad y apuntando a sus características y condiciones de uso.

Recursos o Materiales Didácticos
<ul style="list-style-type: none"> ➤ Software (cuál es y características, condiciones): ➤ Físico (cuál es y características, condiciones):

Ilustración 6. Recursos o materiales didácticos

Atendiendo al análisis de contenido de las actividades para la enseñanza de las matemáticas como lo propone Gómez (2022) se plantea una estructura y descripción del objeto de estudio para la actividad, los conocimientos previos requeridos para realizarla, el recorrido conceptual que se requiere para llevarla a cabo y una visión del objeto matemático desde el cual se aborda la actividad de enseñar geometría. Un segundo elemento, propuesto por Gómez (2022), es el criterio de la estructura metodológica de implementación que apunta a la coherencia entre los elementos de una actividad matemática bajo un análisis de contenido cognitivo y de instrucción, lo que apunta a la plantilla de caracterización en los siguientes apartados:

Marco de referencia matemático
<ul style="list-style-type: none"> ➤ Marco (visión matemática desde la cual se concibe al objeto matemático): ➤ Referentes bibliográficos y teóricos: ➤ Recorrido conceptual:

Ilustración 7. Marco de referencia matemático

En lo que respecta a la metodología de implementación de la actividad en el aula de clase, se considera el apartado que lleva ese nombre en la plantilla de caracterización desde lo planteado por Gómez (2022) en el análisis de instrucción que plantea al referirse con la descripción de las actividades y lo considerado por Doorman citado en García (2019), como fenomenología didáctica, el diseño de la metodología de implementación de la actividad en el aula y el diseño de trayectoria de enseñanza en el aula.

Metodología de implementación
<ul style="list-style-type: none"> ➤ Enfoque metodológico: ➤ Enfoque pedagógico (Modelo): ➤ Diseño metodológico (trabajo individual o grupal, momentos de la clase, tipo de acompañamiento y gestión del profesor, tiempos, estrategias, uso de los recursos/materiales didácticos, dinámica): ➤ Distribución del tiempo para ejecutar la propuesta:

Ilustración 8. Metodología de implementación

Para la evaluación de la implementación de las actividades se asume la propuesta de Gómez (2002) en el planteamiento del análisis de actuación, con el fin de apuntar a modo de descripción el estado cognitivo de los estudiantes a fin de realizar un análisis didáctico. Se incluye un apartado que busca atender a lo propuesto en Gómez (2002) frente al criterio para el análisis de actividades de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas para la evaluación de las mismas y que se presenta en el apartado 4.2.4 del presente trabajo.

Finalmente, y previendo que se encuentre información a tener en cuenta para el diseño del presente trabajo de grado y que resulte emergente o que no resulte claramente identificable dentro de los apartados considerados en la plantilla de caracterización, se asigna el último apartado bajo el nombre de “**Otras observaciones**”.

Actividades
Resolución de las actividades
Recomendaciones de los autores
Evaluación de la implementación de las actividades (autores)
Otras observaciones

Ilustración 9. Apartados de actividades, resolución de actividades, recomendaciones de los autores, evaluación y otras observaciones.

5.1.2 Fase 2: Diseño de la tabla de Excel de recolección y clasificación de los trabajos de grado.

Como segunda fase de desarrollo se diseñó una tabla de recolección y clasificación de los trabajos de grado, utilizando elementos del marco teórico presentado anteriormente, por medio de un documento Excel para la recolección de los trabajos de grado (Licenciatura en Matemáticas) del Departamento de Matemáticas (DMA) de la Universidad Pedagógica Nacional, que comprenden la ventana de observación del periodo 2007-02 a 2020-01 realizados al interior del grupo Aprendizaje y Enseñanza de la Geometría ($\mathcal{A}\bullet\mathcal{G}$), con el fin de obtener información elemental con acceso a primera mano y así poder hacer la lectura y clasificación de los trabajos de grado que proponen actividades para enseñar geometría.

La primera columna describe la **categoría** del trabajo, refiriéndonos como categoría al nivel profesional en el que se realizó el trabajo de grado, en el caso del presente trabajo la categoría se refiere siempre al pregrado, asignándole esta categoría a cada trabajo recolectado, pero se deja para futuras ampliaciones a otros niveles de formación como la Especialización en Didáctica de las Matemáticas (Programa que actualmente no está vigente) y la Maestría en Docencia de las Matemáticas.

CATEGORÍA
PREGRADO
PREGRADO
PREGRADO
PREGRADO
PREGRADO

Tabla 1. Categoría

En la segunda columna de la tabla de recolección de información se asignan los nombres de los trabajos de grado recolectados como se presenta a continuación:

NOMBRE DEL TRABAJO
Análisis de una estrategia de enseñanza en el contexto de la geometría plana

Tabla 2. Nombre de los trabajos de grado.

Para las siguientes columnas, se clasifica la información de los trabajos de grado con el nombre de los autores, el nombre del asesor o asesora y el año en que se presentó el mismo. Por otro lado, la columna de **Nota**, se encuentra una breve confirmación de si el trabajo de grado se encuentra en la lista web que publica la Universidad Pedagógica Nacional o si está en el repositorio.

TUTOR (ES)	ASESOR(A)	AÑO	Nota
MARÍA DEL PILAR CUBILLOS	CARMEN INÉS SAMPER DE CAICEDO	2007	No se encuentra en la lista web
Claudia Vargas Ivonne Niño	ÓSCAR JAVIER MOLINA JAIME	2010	Confirmados en la lista web

Tabla 3. Información para identificar los trabajos de grado

Para la columna siete de la tabla de recolección de información de los trabajos de grado, se presenta una breve descripción del mismo. Por medio del abstract se realiza la descripción como primera información que brinda un contexto sobre la generalidad que compone cada uno de los trabajos de grado y así, poder tener una primera idea antes de realizar las lecturas y para que el docente en ejercicio o en formación tenga un primer contexto informado de lo que puede hallar en el mismo un poco más allá del título que podría eventualmente resultar poco claro o muy genérico.

Descripción del trabajo
El trabajo consta de una experiencia de aula desarrollada con el curso de geometría plana, con el fin de obtener evidencias en la construcción de un sistema axiomático a partir de la resolución de problemas.
Se muestran al menos dos formas de construcción de cada una de las curvas catenaria, cicloide y trocoide además se presentan procedimientos para explicar la relación entre las ecuaciones de las curvas y algunas de sus propiedades, mostrando diferentes formas de construcción de las curvas catenaria y cicloide en el software de geometría dinámica GeoGebra

Tabla 4. Ejemplo de descripción general de los trabajos

Para las últimas cuatro columnas se realiza una clasificación del nivel académico a quien se dirige las actividades planteadas en los trabajos de grado; esta clasificación se realiza bajo los criterios descritos en el marco teórico y bajo los niveles educativos planteados en los documentos curriculares en el país, reconociendo como nivel escolar primaria, secundaria y universidad.

Primaria	Secundaria	Universidad
	x	
	x	

Tabla 5. Clasificación de las propuestas de actividades según su nivel académico

Finalizando con el apartado de la tabla de recolección de información de los trabajos de grado, se dio la evidencia de la tabla con la información de los trabajos de grado con sus apartados diligenciados.

De la tabla de recolección de información de los trabajos de grado que comprenden la ventana de observación del periodo 2007-02 a 2020-1 al interior del grupo Aprendizaje y Enseñanza de la Geometría ($\mathcal{A}\bullet G$), se recolectaron bajo un proceso de búsqueda en los repositorios, como se reconocen en el apartado del marco teórico, que tiene la Universidad Pedagógica Nacional bajo el grupo de investigación que hace parte del Departamento de Matemáticas, se recolectaron 32 trabajos de grado de pregrado, de los cuales se obtuvieron la información para la tabla antes explicada, la cual se encuentra completa y adjunta como anexo 1.

5.1.3 Fase 3: Información de la tabla de recolección y clasificación de los trabajos de grado.

En un primer momento se realiza la tarea de recolectar los trabajos de grado elaborados para obtener el título académico como profesional Licenciado en Matemáticas, que se encuentran archivados en el repositorio de la Universidad Pedagógica Nacional.

En un segundo momento se realiza la lectura y extracción de información que permite identificar el trabajo de grado, como lo es su nombre, nombre de los autores, nombre del asesor o asesora, el año en que se presenta, si se presenta o no en la lista de la página web

como primer repositorio de la universidad y un breve resumen de lo que trata el trabajo de grado, basándose fundamentalmente en el abstract del mismo.

En un tercer momento se realiza la lectura de cada uno de los trabajos de grado recolectados para realizar la clasificación bajo los criterios de tener actividades de enseñanza de la geometría descritas en los términos presentados en el marco teórico en el apartado 4.4 algunas características de los diseños de actividades. Por otro lado, los autores de cada trabajo de grado clasifican la actividad de enseñanza de la geometría en primaria, secundaria o universidad, y con esta información se diligencia y clasifica en la tabla de recolección e información de los trabajos de grado.

5.1.4 Fase 4: Población y muestra.

En la siguiente fase se presenta una caracterización de población y muestra realizado por Camacho (2008) que constituye el referente con el cual se entenderán dichos términos en el contexto del presente trabajo.

- Población:

Corresponde a todos los sujetos u objetos que pueden intervenir en el experimento, es decir, todas las unidades (personas, animales, objetos, sucesos etc.) que forman parte de un grupo. Selltiz (1974) citado en Camacho (2008) la define como “el conjunto de todos los casos que concuerdan con una serie de especificaciones. La población debe situarse en torno a sus características de contenido, lugar y tiempo” (p.122). Así, se reconocen los 32 trabajos de grado realizados en el periodo realizados 2007-02 y 2020-01 al interior del grupo de Aprendizaje y Enseñanza de la Geometría (Æ•G) en la Universidad Pedagógica Nacional como la población de estudio del presente trabajo de grado.

- Muestra:

La muestra se puede categorizar en dos tipos: la muestra no probabilística y la muestra probabilística. Camacho (2008) reconoce a la categoría de no probabilística como aquella que ocurre cuando la elección de los elementos depende de causas relacionadas con las características del trabajo y del investigador o de quien constituye la muestra. El procedimiento no es mecánico ni se hace con fórmulas de probabilidad, depende del proceso de toma de decisiones de una persona o de un grupo. Por otro lado, se plantea como una ventaja de este tipo de muestra que, “la muestra no requiere una representatividad de elementos sino una cuidadosa elección de sujetos con características específicas expuestas en el planteamiento del problema” (p.122).

Por otro lado, se reconoce la muestra del presente trabajo de grado como experto, ya que Camacho (2008) define como el que las personas que opinan lo hacen de manera criteriosa sobre los beneficios que aportan a su profesión; por ejemplo, los docentes que comentan sobre los logros en su respectiva labor con el fin de establecer un banco de datos para programas de orientación profesional; refiriéndose a su labor, en el caso del presente trabajo, en concordancia con lo descrito en el marco teórico en el apartado de las competencias del profesor de matemáticas; y refiriéndose a los logros alcanzados en las actividades planteadas

por cada autor de la muestra que se selecciona en el presente trabajo. Así, para la elaboración del trabajo de grado se realiza la toma de una muestra no probabilística o dirigida, puesto que la selección y toma de la muestra se realiza dependiendo del contenido de los trabajos de grado recolectados, si tienen o no diseños de actividades para enseñar geometría.

Al realizar la lectura de los trabajos de grado que representan la población, se identifica y clasifica los que tienen propuestas de actividades de enseñanza de la geometría con el fin de construir la muestra de 14 trabajos de grado y teniendo en cuenta que estos documentos se encuentran en el repositorio o página web de la universidad, como primera instancia, cuentan con un permiso adecuado con fines académicos de los mismos, aun así, se plantea el diseño de una autorización del uso de la información de los trabajos de grado seleccionados con el fin de informar a los autores de la presente antología que se realiza con el fin de realizar el presente trabajo de grado.

5.1.5. Fase 5: Formato de autorización del uso de los trabajos de grado.

Con el fin de poder hacer una divulgación de las actividades propuestas se plantea un formato de autorización de uso de los trabajos de grado con fines académicos pertinentes con los objetivos del presente trabajo de grado, teniendo en cuenta lo establecido por la ley 23 de 1982 en los artículos 76 y 77. En el anexo 2 se puede apreciar el formato en detalle.

El formato de autorización es firmado por los autores de cada uno de los trabajos de grado seleccionados en la muestra, de los 14 trabajos que hacen parte de la muestra, y como constancia del proceso realizado, el lector encontrará en el Anexo 3 las 8 autorizaciones diligenciadas por los autores, ya que seis trabajos no fueron autorizados para el uso de la antología y visibilización que se plantea realizar con el presente trabajo de grado.

6. RESULTADOS

En este apartado se muestra la recopilación de lo más selecto o representativo de las producciones escritas con diseño de actividades para enseñar geometría en el aula de clase, del programa de formación inicial de los profesores de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional, y la página web que se realiza para llevar a cabo la visibilización de los trabajos seleccionados como muestra para la realización del presente trabajo de grado. Lo anterior con el objetivo de apoyar las labores de la docencia en los términos dados a conocer en el apartado 4.5 y mencionando las competencias del profesor de matemáticas, en particular con los apartados que componen la labor del docente en el aula de clase y en consonancia con los objetivos del presente trabajo de grado.

6.1 Plantilla de caracterización.

Para el diligenciamiento de la plantilla de caracterización se hace la lectura de todos los trabajos de grado seleccionados en la muestra bajo las características mencionadas la fase 4 del apartado 5.1.4. A partir de la lectura de cada uno de ellos se diligencia cada una de las plantillas de caracterización, obteniendo de allí la información brindada por los autores y la

actividad para enseñar geometría, la cual se muestra en un segundo documento en limpio con la actividad o conjunto de actividades. Se procura ser cuidadoso de reproducir fielmente la actividad a fin de no realizar interpretaciones sesgadas de las mismas y dejar más bien al lector dos vías de análisis: la primera, implementarla desde su intencionalidad específica o, la segunda vía, en el uso informado del contexto en el cual estas fueron propuestas por los autores del trabajo de grado en el cual ellas son presentadas. Claramente esta segunda opción sería la deseable.

Se hace la lectura de los 32 trabajos de grado para obtener la muestra de 14 que se seleccionaron, de los cuales a 8 trabajos de grado fueron autorizados bajo el consentimiento de los autores para diligenciar la plantilla de caracterización. Además, se presenta un nuevo documento que contiene la actividad del trabajo de grado correspondiente con su plantilla de caracterización. Por otro lado, se diligencia cada formato o plantilla bajo las características establecidas en los apartados 4.3 y 4.4 que corresponden al diseño de actividades para enseñar Geometría.

A continuación, se muestra la plantilla de caracterización que corresponde al trabajo presentado por Pachón y Maestre (2012) bajo el título *¿Pantógrafo o Cabri? Artefactos para la conceptualización*; de la misma manera se completó las otras 7 caracterizaciones de los 8 trabajos de grado seleccionados, a través de las plantillas de caracterización y se adjuntan como se encuentra en la página web (<https://kninogarcia23.wixsite.com/actividades-geom-tri>). Como ya se mencionó, seis de los trabajos de la muestra no recibieron autorización para utilizar las actividades y en este sentido los lectores interesados pueden remitirse a la dirección del repositorio de la Universidad Pedagógica Nacional donde se encuentra el texto completo del mismo, a saber, en: <http://repositorio.pedagogica.edu.co/browse?type=title>.

A continuación, se presentan los nombres de los trabajos sin respuesta de autorización para su uso con fines académicos en la elaboración del presente trabajo:

1. Implementación del Software educativo analítica 3D para potenciar la visualización en geometría analítica tridimensional. Elaborado por Marta Bohórquez.
2. Una propuesta lúdica para la enseñanza de la geometría: un videojuego para movernos en el plano, “rotación y traslación”. Elaborado por Gloria Vallejo.
3. Construcción de una trayectoria hipotética de aprendizaje en torno al proceso de generalización geométrica. Orientación espacial: La generalización para el desarrollo del pensamiento matemático. Elaborado por Ingrid Bocanegra y María Devia.
4. Desarrollo de procesos de generalización por medio de un videojuego. Elaborado por Nimrod Ríos.
5. Construcciones geométricas como puente entre la visualización y el razonamiento geométrico, utilizando regla, compás y hoja calco como plano auxiliar. Elaborado por Andrés Sánchez.

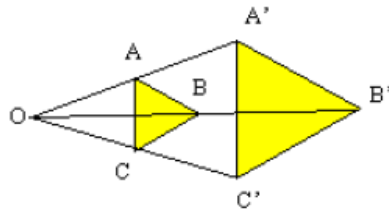
6. Orientación espacial: una ruta de enseñanza y aprendizaje centrada en ubicaciones y trayectorias. Elaborado por Soor Poloche y Jeimmy Zapateiro.

PLANTILLA DE CARACTERIZACIÓN

Nombre de la propuesta:	La actividad propuesta no tiene un nombre	
Programa académico: Licenciatura en Matemáticas		
Nombre del trabajo de grado: ¿Pantógrafo o Cabri? Artefactos para la conceptualización		
Año: 2012		
Descripción (RAE): Un estudio, con dos estudiantes de grado noveno, del uso de dos artefactos, un pantógrafo y un programa de geometría dinámica, para apoyar el proceso de conceptualización de un concepto geométrico: la semejanza.		
Localización web del trabajo: http://repositorio.pedagogica.edu.co/handle/20.500.12209/2214		
Autor(es):		
Apellidos y nombres	Código	Cédula
González Pachón Judith Carolina	Información privada	Información privada
Maestre Flórez Wendy Lorena	Información privada	Información privada
Población		
<ul style="list-style-type: none"> ➤ Grado: Noveno ➤ Edades: 13 años ➤ Características cognitivas, sociales y/o motrices según la edad: <ul style="list-style-type: none"> • Analizan de manera crítica las actividades académicas que se le proponen. • Manifiestan interés y gusto por el aprendizaje de la geometría. • Son estudiantes muy curiosas y receptivas. • Han demostrado ser dedicadas en sus labores académicas. 		
Objeto matemático de la actividad		
<ul style="list-style-type: none"> ➤ Concepto principal: <ul style="list-style-type: none"> • Semejanza: Dos figuras son semejantes si existe una correspondencia entre los vértices tal que los ángulos correspondientes son congruentes y las medidas de los lados correspondientes son proporcionales. (Samper, C. Geometría. Bogotá DC. 2008 p. 150). ➤ Conceptos secundarios: <ul style="list-style-type: none"> • Transformaciones en el plano: Se definen como correspondencias entre los puntos del plano. Es decir, si T es una transformación aplicada sobre un punto con 		

coordenadas (x, y) , se puede decir que la expresión $T[(x, y)] = (x', y')$ en donde el punto con coordenadas (x', y') es imagen del punto con coordenadas (x, y) .

- **Traslación:** Transformación definida por un vector V (que indica dirección sentido y longitud) que hace corresponder a cada punto A con coordenadas (x, y) otro punto A' con coordenadas $(x + a, y + b)$
- **Homotecia:** Dado un punto O del plano y un número real $k \neq 0$, llamaremos homotecia de centro O y razón k , a la transformación que hace corresponder a cada punto A del plano, distinto de O , otro punto A' colineal con O y con A y tal que $OA' = |k| \times OA$.



Homotecia

- **Congruencia de ángulos:** Dos ángulos son congruentes si tienen igual medida.
- **Colinealidad:** Puntos colineales son los puntos que se encuentran sobre una misma recta.
- **Proporciones:** Una proporción es una igualdad entre dos razones. Las razones $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ son proporcionales si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ con $b \neq 0, d \neq 0$.

La razón entre las longitudes de los lados de dos polígonos semejantes se denomina el factor de proporcionalidad o escala.

Fundamentación Didáctica

- **Dificultades:** Se reconocen como dificultades las relacionadas con el uso del material didáctico utilizado en las actividades propuestas por los autores.
- **Marco de Referencia del(los) Proceso(s) cognitivo(s)** (descripción y referencia bibliográfica): No se evidencia un marco de referencia centrado en los procesos cognitivos planteados en las actividades para enseñar geometría.

Aspectos curriculares

- **Lineamientos en Matemáticas (Pensamientos y sistemas matemáticos, procesos generales):** No se describe las actividades desde los Lineamientos en Matemáticas.
- **Estándares Básicos de Competencias Matemáticas (Pensamientos y sistemas matemáticos, procesos generales, contextos, competencias, conjunto de grados, estándares):**

Primero a tercero

- Reconozco nociones de horizontalidad, verticalidad,

		<p>paralelismo y perpendicularidad en distintos contextos y su condición relativa con respecto a diferentes sistemas de referencia.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Represento el espacio circundante para establecer relaciones espaciales. • Reconozco y aplico traslaciones y giros sobre una figura. • Reconozco y valoro simetrías en distintos aspectos del arte y el diseño. • Reconozco congruencia y semejanza entre figuras (ampliar, reducir). • Realizo construcciones y diseños utilizando cuerpos y figuras geométricas tridimensionales y dibujos o figuras geométricas bidimensionales. • Desarrollo habilidades para relacionar dirección, distancia y posición en el espacio.
	<p>Cuarto a quinto</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Comparo y clasifico figuras bidimensionales de acuerdo con sus componentes (ángulos, vértices) y características. • Identifico, represento y utilizo ángulos en giros, aberturas, inclinaciones, figuras, puntas y esquinas en situaciones estáticas y dinámicas. • Utilizo sistemas de coordenadas para especificar localizaciones y describir relaciones espaciales. • Identifico y justifico relaciones de congruencia y semejanza entre figuras. • Construyo y descompongo figuras y sólidos a partir de condiciones dadas.

	<ul style="list-style-type: none"> • Conjeturo y verifiqué los resultados de aplicar transformaciones a figuras en el plano para construir diseños.
Sexto a séptimo	<ul style="list-style-type: none"> • Clasifico polígonos en relación con sus propiedades. • Predigo y comparo los resultados de aplicar transformaciones rígidas (traslaciones, rotaciones, reflexiones) y homotecias (ampliaciones y reducciones) sobre figuras bidimensionales en situaciones matemáticas y en el arte. • Resuelvo y formulo problemas que involucren relaciones y propiedades de semejanza y congruencia usando representaciones visuales. • Resuelvo y formulo problemas usando modelos geométricos. • Identifico características de localización de objetos en sistemas de representación cartesiana y geográfica.
Octavo a noveno	<ul style="list-style-type: none"> • Reconozco y contrasto propiedades y relaciones geométricas utilizadas en demostración de teoremas básicos (Pitágoras y Tales). • Aplico y justifico criterios de congruencias y semejanza entre triángulos en la resolución y formulación de problemas.

- Derechos Básicos de Aprendizaje asociados (Grado, DBA, evidencias): No se estipulan los DBA en las actividades propuestas en el trabajo de grado porque no existían a la fecha de la elaboración del trabajo de grado.
- Procesos de la actividad geométrica (Representar, justificar, visualizar, razonar, demostrar, generalizar, conjeturar, razonar, construir, argumentar, explorar):

- i. En la resolución de problemas en geometría es necesario desarrollar algunos procesos y uno de estos es la visualización, Clements y Battista (citado en Camargo, L, et al). La visualización integra los procesos por medio de los cuales se obtienen conclusiones, a partir de las representaciones de los objetos bi o tridimensionales y de las relaciones o transformaciones observadas en construcciones y manipulaciones.
- Conocimientos/conceptos previos:
 - i. Prerrequisitos para el primer y segundo episodio: Identifica y caracteriza polígonos por sus lados y sus ángulos.
 - ii. Prerrequisitos para el tercer episodio: Identifica las propiedades relevantes para garantizar que una figura es semejante a otra.
 - Objetivos de enseñanza:
 - ✓ Instruir y propiciar el manejo del pantógrafo con el fin de que los estudiantes sean capaces de realizar diferentes construcciones donde involucren sus conocimientos para la solución de tareas específicas.
 - ✓ Construir la definición de semejanza a partir de actividades que involucren los aspectos necesarios para que los estudiantes conceptualicen este término.
 - Objetivo conceptual:
 - ✓ Institucionalizar el concepto de semejanza.
 - Objetivos procedimentales:
 - ✓ Manipular y aprender a utilizar correctamente un recurso poco convencional.
 - Objetivos actitudinales:
 - ✓ Suscitar el interés por la realización de trabajo en equipo, colaboración para comprender y argumentar afirmaciones.
 - ✓ Suscitar el desarrollo de habilidades visuales.
 - ✓ Desarrollar actividades matemáticas con materiales no usuales en el aula de clase.
 - ✓ Motivar interés por el uso de herramientas poco convencionales en la clase de geometría.
 - Logros e indicadores de logro:
 - Actitudinal:
 - i. Trabaja en equipo.
 - ii. Se interese por el uso de software para la enseñanza de las matemáticas.
 - Procedimental:

- i. Identificar propiedades de figuras semejantes a través de la verificación visual.
- ii. Explora para buscar propiedades.
- iii. Usa procesos de visualización para definir relaciones geométricas. Pone a prueba sus afirmaciones al construir figuras semejantes y utilizar las herramientas adecuadas del artefacto.
- Actitudinal:
 - i. Comunica sus ideas por medio de afirmaciones matemáticas.
 - ii. Da respuestas a las preguntas de los ejercicios propuestos por la docente.
 - iii. Describe con coherencia las razones de las afirmaciones hechas.
 - iv. Muestra interés por las actividades propuestas.

Recursos o Materiales Didácticos

- Software (cuál es y características, condiciones):
Cabri: Su uso es con el fin de que los estudiantes sean capaces de realizar diferentes construcciones donde involucren sus conocimientos para la solución de tareas específicas.
- Físico (cuál es y características, condiciones):
Pantógrafos, Hojas, lápiz, regla, compas y transportador.

Marco de referencia matemático

Los conceptos trabajados en las actividades de enseñanza que se plantean en el trabajo de grado no cuentan con una visión matemática desde la cual se concibe el objeto matemático, tampoco hacen mención de los referentes bibliográficos y teóricos en el que se conciba el concepto a desarrollar un aprendizaje con las actividades y tampoco se plantea un recorrido conceptual o estructura que logre el alcance de los objetivos.

- Marco (visión matemática desde la cual se concibe al objeto matemático):
- Referentes bibliográficos y teóricos:
- Recorrido conceptual:

Metodología de implementación

- Diseño metodológico (trabajo individual o grupal, momentos de la clase, tipo de acompañamiento y gestión del profesor, tiempos, estrategias, uso de los recursos/materiales didácticos, dinámica):
 - ✓ El primer episodio se realiza oralmente. Se hace entrega del siguiente material: pantógrafo, hojas y una hoja con una figura geométrica. Las preguntas se realizan a medida que el estudiante explora el material y descubre cómo se utiliza el pantógrafo.

- ✓ El segundo episodio se realiza en un computador con el programa Cabri, inicialmente se hace una exploración del programa por parte de las estudiantes para ver que se podía hacer.
- ✓ El tercer episodio realiza para construir una figura semejante a partir de una dada, haciendo uso de hojas blancas, regla, compas y transportador.

Conclusiones generales de las actividades realizadas en los tres episodios:

1. Se logró fomentar, crear y aplicar actividades geométricas que permitieron la construcción del concepto semejanza, haciendo uso de dos artefactos.
2. El pantógrafo y Cabri son artefactos que le permiten al estudiante realizar procesos como: medir, generalizar, justificar, verificar entre otros y habilidades propias de la Geometría como establecer relaciones entre figuras, construcciones, visualización matemática... etc.
3. Los procesos de visualización e instrumentalización son de gran importancia en el proceso de conceptualización, ya que las estudiantes aluden a las imágenes conceptuales y las experiencias al manipular los artefactos cuando se les solicita realizar una figura semejante a otra dada sin utilizar pantógrafo o Cabri.
4. Las estudiantes son quienes construyen autónomamente la definición de semejanza, a partir de la observación de características propias de dicho concepto. Además, se apropian de este concepto del concepto a tal grado que generan una forma de validar sus resultados y procedimientos.

Actividades

➤ TL_González y Maestre (2012)-Ac

Resolución de las actividades

Se hace una descripción de los escenarios de clases a modo de diálogo con los estudiantes, no se proponen las posibles soluciones por parte de los autores.

Recomendaciones de los autores

No se plantean recomendaciones de las actividades.

Evaluación de la implementación de las actividades (autores)

No se realiza una evaluación de las actividades.

Otras observaciones

Se toma como otras observaciones a la descripción metodológica del uso del artefacto didáctico.

Exploración del artefacto: Los estudiantes por pareja tendrán un computador para realizar las siguientes actividades. En primer lugar, se les otorga un tiempo determinado para realizar una exploración libre, posteriormente se les solicita construir un segmento y un ángulo además de solicitarles que los midan, construir un ángulo de medida 45° y finalmente construir un polígono.

Se realiza una presentación de las actividades con sus respectivas descripciones y algunas opciones en caso de que lo descrito no se lleve de manera deseada por medio de una tabla:

Actividad	Descripción	Opciones
Explora el programa de Cabri, sus iconos.	Se le dará un tiempo determinado (20 minutos), para que el estudiante explore los iconos del programa Cabri.	Esta exploración será libre, es decir el estudiante podrá dibujar lo que quiera según las herramientas que le llamen la atención.
Cómo construir, nombrar y medir un segmento, “Queremos que el segmento que me dé un número determinado”	Se le pedirá al estudiante que trace un segmento. Para esto el estudiante tendrá la posibilidad de buscar entre los iconos la opción segmento.	Para esto el estudiante tendrá la posibilidad de buscar entre los iconos la opción segmento. (exploración libre)
Cómo construir, nombrar y medir un ángulo.	<ol style="list-style-type: none"> 1. Se le pedirá al estudiante que trace un ángulo y que lo mida. 2. Al trazarlo se le pedirá que ahora ese ángulo tenga una medida de 45° ¿Cómo lo logras? 3. Por arrastre. 4. Por rotación. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. El estudiante tendrá un tiempo libre para realizar la actividad, si este no puede realizarla el entrevistador intercede y le explica la forma de crear un ángulo y medirlo. 2. Como se le pide al estudiante que el ángulo tenga una medida de 45, éste podrá hacerlo por arrastre o por rotación. 3. Bajo esta herramienta el estudiante “cuadra” el ángulo a una medida de 45°. 4. Si al estudiante no se le ocurre esta opción que es lo más probable, el guía intervendrá y le explica la forma de utilizar la herramienta, luego le

		preguntará por los pasos llevados a cabo para obtener el ángulo, con el fin de resaltar la información brindada por el icono.
Construcción de un polígono	Se le pide por último al estudiante que dibuje un polígono.	El estudiante tendrá un tiempo libre para realizar la actividad. Finalmente, se le mostraran las herramientas de polígono regular y polígono.

Construir una figura semejante a otra dada

Para esta actividad se les solicita a los estudiantes que abran el archivo Figure #1 y que intenten utilizar la herramienta homotecia.

Actividad	Descripción	Opciones
Construcción de una homotecia dado un polígono	<ol style="list-style-type: none"> 1. El estudiante deberá abrir el documento de Cabri que lleva el nombre de Figure #1 y se le dará la instrucción, utiliza la herramienta homotecia en este nuevo archivo. 2. ¿Qué necesitas para realizar la homotecia? ¿Qué te dice el icono? ¿Qué pasos necesitas seguir para poder utilizar la herramienta homotecia? 3. Revisa toda la pantalla ¿Qué sucedió? ¿Podrías explicarlo? 4. ¿Por qué y para qué necesitaste un punto, un número y una figura? 	<ol style="list-style-type: none"> 1. El estudiante irá a la herramienta homotecia, utilizará el polígono que se le ha dado. 2. Estas preguntas se le harán al estudiante con el fin de observar si comprende lo que está haciendo en el entorno 3. Esta es la pregunta clave de esta actividad ya que el estudiante tendrá que explicar que ocurre a través de lo que observa en la pantalla. 4. En caso de que el estudiante de una respuesta vaga de lo que ocurre el entrevistador hará esta pregunta con el fin de generar una respuesta más elaborada por parte del estudiante, se espera que utilice las herramientas de medición tanto de ángulos como de segmentos. 5. Finalmente se realizará esta pregunta buscando como respuesta

	5. ¿Qué relación hay entonces entre las dos figuras?	del estudiante "Tienen la misma forma, pero diferente tamaño"
--	--	---

Para la actividad llamada categorización de figuras semejantes a otra dada, se plantea la siguiente descripción.

Descripción: Para esta actividad se pide a los estudiantes abrir el archivo Figure #2, en donde encontraran varias figuras de las cuales algunas son semejantes a la figura que se viene trabajando en los dos archivos (que se encuentra de otro color) y otras que no, por lo cual la instrucción que se les da a los estudiantes es, determina cuál de las siguientes figuras es semejante a la figura inicial y cual no. Explica tus afirmaciones.

Actividad	Descripción	Opción
Categorizar figuras resultantes de una homotecia	Abre el archivo que se llama Figure #2, ¿Cuáles de estas figuras resultaron de aplicar una homotecia? ¿Por qué?	El estudiante observa una serie de figuras donde identifica cuales resultaron de aplicar una homotecia y cuales no Esta actividad tiene como finalidad ver si el estudiante identifica las partes relevantes de una homotecia para poder generar una definición por lo menos intuitiva

Las actividades sin artefactos o material didáctico se sugieren realizar de la siguiente manera:

Descripción general: Esta actividad es totalmente diferente a las anteriores puesto que, se busca que las estudiantes logren dibujar una figura semejante a otra sin hacer uso del pantógrafo o Cabri, por supuesto que se espera que hagan uso de propiedades ya antes estudiadas y necesarias para que les resulte una figura semejante a otra.

Tabla 6. Plantilla de caracterización diligenciada

A continuación, se presenta el documento con la actividad que se propone en el trabajo de grado anterior.

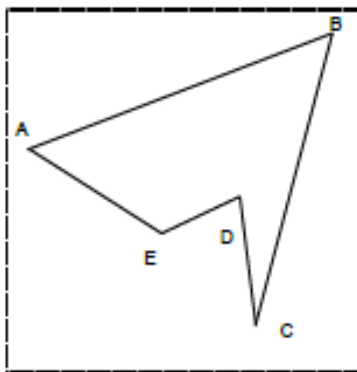
Las figuras que aparecen reportadas de las actividades propuestas en los trabajos de grado no serán enumeradas, puesto que hacen parte integral del trabajo de grado objeto de estudio en su versión original. Así se procede con todos los trabajos objeto de estudio.

Actividad

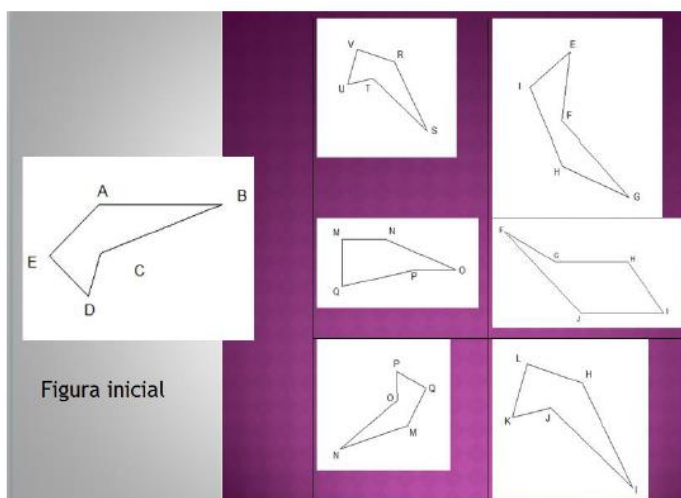
Primer episodio

Se hace entrega a los estudiantes del siguiente material: Pantógrafos, hojas blancas, compás, transportador, lapiceros y regla, además de hojas cuadriculadas para registrar observaciones de acuerdo a una exploración libre de los materiales.

1. Recorra la siguiente figura con el lápiz del pantógrafo y describa lo que sucede



2. ¿Cuáles de las siguientes figuras cree que fueron elaboradas con el pantógrafo y cuáles no, respecto a la figura original?

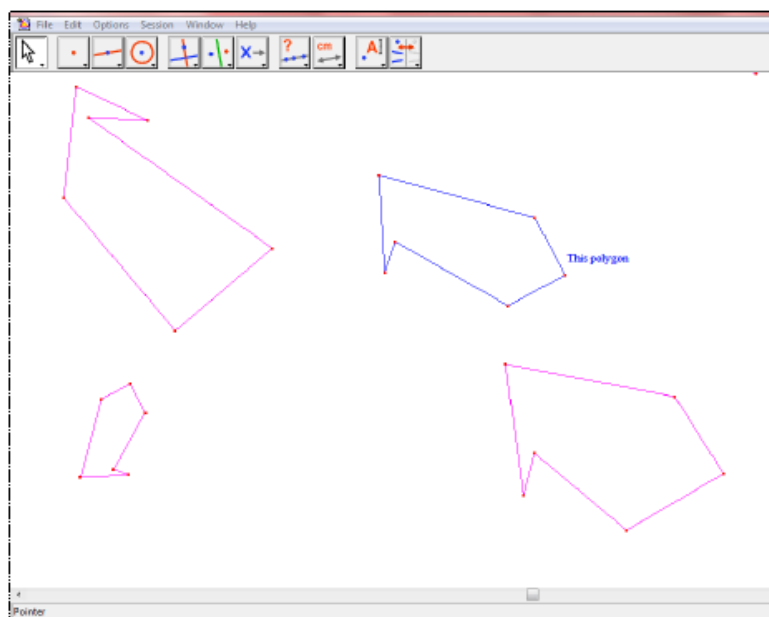


Identificación de figuras semejantes

Segundo episodio

Se hace entrega a los estudiantes del siguiente material: Un computador con el programa Cabri y hojas blancas para registrar observaciones.

1. Construyan un ángulo y mézdanlo, luego construyan un ángulo con una medida de 45° y describa como lo logra.
2. Dentro de la siguiente serie de figuras ¿Cuáles cree que fueron elaboradas con la herramienta homotecia? Sustente sus ideas.

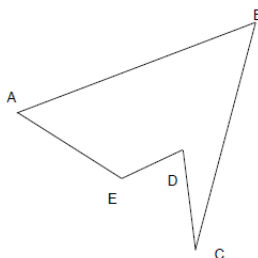


Actividad con Cabri

Tercer episodio

Se hace entrega a los estudiantes del siguiente material: Hojas blancas, regla, compas, transportador y nuevamente la figura (1) junto con la siguiente pregunta:

1. Observa la figura dada. A partir de esta figura, dibuja una figura semejante, sin utilizar herramientas como el pantógrafo o Cabri.



Como ya se había indicado, en la página web anexo 4 se encuentran las demás caracterizaciones. No se ubican en el cuerpo del trabajo pues a criterio del autor esto tornaría el trabajo en demasiado tedioso de leer, pero, además, porque en este apartado basta con presentar un ejemplo de cómo se llevó a cabo esta fase del presente trabajo de grado y remitir al lector interesado al apéndice para la consulta que le resulte relevante.

6.2. Análisis de los trabajos de grado recolectados en la muestra

A continuación, se presenta un análisis general de los 8 trabajos de grado utilizados en la realización de la antología de actividades para enseñar geometría, partiendo del tipo de población a la que se dirige la actividad y resaltando el tipo de material o recursos didácticos que se proponen.

6.2.1 Tipo de población al que se dirige la actividad de enseñanza y muestra de aprendizaje.

En la siguiente tabla se muestran los nombres de los trabajos de grado y una clasificación bajo el criterio de los autores entre si las actividades están propuestas para, primaria, secundaria o nivel universitario.

Nombre del trabajo de grado	Primaria	Secundaria	Universidad
Moviéndonos en el plano a ciegas.	X		
Articulación entre la geometría analítica y la geometría sintética en la secundaria: un ejemplo desde la resolución de problemas.		X	X
Una propuesta para la enseñanza de la geometría escolar.		X	
Actividad demostrativa en problemas de construcción con estudiantes de grado sexto.		X	
Geometría fuera de vista		X	
Videojuegos, una herramienta que favorece el aprendizaje de los conceptos geométricos rotación y traslación.		X	
Varitas TRIMOV: un acercamiento a los poliedros.		X	
¿Pantógrafo o Cabri? artefactos para la conceptualización.		X	
Implementación del software educativo analítica 3d para potenciar la visualización en geometría analítica tridimensional.		X	X
Una propuesta lúdica para la enseñanza de la geometría: un videojuego para movernos en el plano, “rotación y traslación”.		X	
Orientación espacial: Una ruta de enseñanza y aprendizaje centrada en ubicaciones y trayectorias.	X		
Desarrollo de procesos de generalización por medio de un videojuego.	X		
Construcciones geométricas como puente entre la visualización y el razonamiento geométrico, utilizando regla, compás y hoja calco como plano auxiliar.		X	

Construcción de una trayectoria hipotética de aprendizaje en torno al proceso de generalización geométrica. Orientación espacial: la generalización para el desarrollo del pensamiento matemático.		X	
--	--	---	--

Tabla 7. Clasificación de las propuestas de trabajos en grado para realizar un análisis de nivel de escolaridad.

Para la clasificación de los trabajos de grado seleccionados previamente, se cuentan con 14 de ellos, se analiza que 3 de ellos, alrededor del 21,4% de la muestra, cuentan con actividades de enseñanza de la geometría dirigidas a primaria, mostrando así, que la mayoría de la muestra son trabajos de grado con actividades de enseñanza de la geometría dirigidas a la educación secundaria representado en 11 trabajos sobre la muestra, lo que representa cerca del 78.6% del total; esto era previsible toda vez que el énfasis misional del proyecto curricular de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional está dirigida a formar docentes en matemáticas para secundaria básica y media dentro del sistema educativo colombiano. Por otro lado, dos trabajos de grado, cerca del 14.3%, tienen la particularidad de contar con actividades de enseñanza de la geometría que pueden ser implementadas tanto en semestres iniciales de universidades como en los últimos grados de secundaria.

Por otro lado, se hace un reconocimiento a la labor de los profesores que diseñaron las actividades que se visibilizarán en el presente trabajo de grado por medio de una página web. Puesto que, esta labor del profesor cumple con las tareas mencionadas por Lupiáñez (2008) al referirse con la planificación previa, durante y final del desarrollo de una clase.

6.2.2 Tipo de recursos o materiales didácticos.

Bajo una metodología mixta de investigación en los términos descritos por Abbas Tashakkori y Charles B. Teddlie (2003) en el apartado de la metodología de trabajo, se plantea un análisis cuantitativo que responde a las siguientes preguntas:

- ¿Cuántas propuestas de actividades de enseñanza de la geometría hacen uso de un material didáctico de tipo software?
- ¿Cuántas propuestas de actividades de enseñanza de la geometría hacen uso de material físico?

Nombre del trabajo de grado	Material físico	Software
Moviéndonos en el plano a ciegas.	X	
Articulación entre la geometría analítica y la geometría sintética en la secundaria: un ejemplo desde la resolución de problemas.	X	X
Una propuesta para la enseñanza de la geometría escolar.	X	X
Actividad demostrativa en problemas de construcción con estudiantes de grado sexto.		X
Geometría fuera de vista.	X	

Videojuegos, una herramienta que favorece el aprendizaje de los conceptos geométricos rotación y traslación.	X	X
Varitas TRIMOV: un acercamiento a los poliedros.	X	
¿Pantógrafo o Cabri? artefactos para la conceptualización.	X	X
Implementación del software educativo analítica 3d para potenciar la visualización en geometría analítica tridimensional.		X
Una propuesta lúdica para la enseñanza de la geometría: un videojuego para movernos en el plano, “rotación y traslación”.		X
Orientación espacial: Una ruta de enseñanza y aprendizaje centrada en ubicaciones y trayectorias.	X	
Desarrollo de procesos de generalización por medio de un videojuego.		X
Construcciones geométricas como puente entre la visualización y el razonamiento geométrico, utilizando regla, compás y hoja calco como plano auxiliar.	X	
Construcción de una trayectoria hipotética de aprendizaje en torno al proceso de generalización geométrica. Orientación espacial: la generalización para el desarrollo del pensamiento matemático.	X	X

Tabla 8. Materiales didácticos que aparecen en las propuestas de enseñanza.

De los 14 trabajos de grado seleccionados se reconocen 5 trabajos, un 35.70%, que tienen propuestas de actividades de enseñanza que hacen uso de un material físico, también se tienen 4 trabajos de grado, esto es cerca del 28.60%, con propuestas de actividades de enseñanza que se realizan a través de un Software como material didáctico, por otro lado, hay 5 trabajos de grado, 35.70%, que requieren de los dos tipos de materiales didácticos, tanto físico como un software para la implementación de las actividades de enseñanza de la geometría.

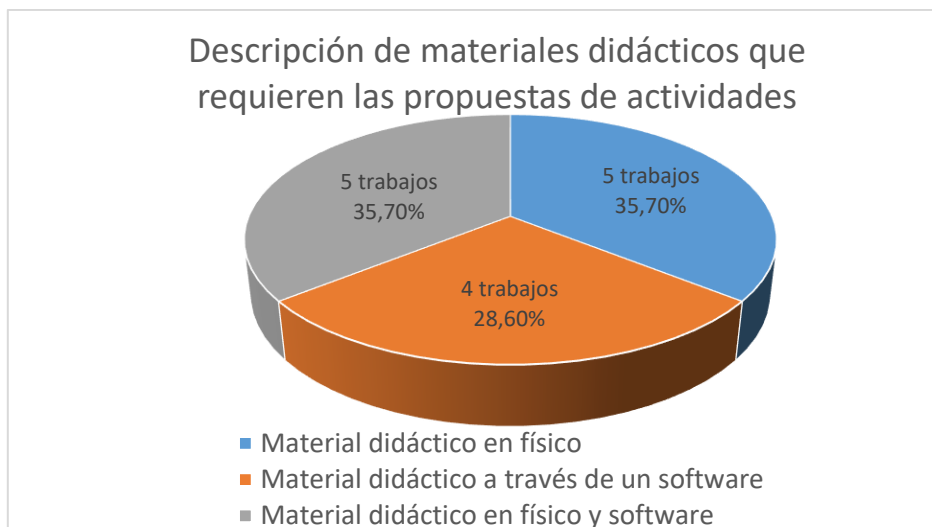


Gráfico 1: Descripción de materiales didácticos que requieren propuestas de actividades.

6.3 Análisis de la tabla de recolección e información de los trabajos de grado

Respondiendo al formato de la tabla de Excel descrita en el apartado 5.1.2 del presente trabajo de grado, se analiza que se recolectaron 32 trabajos que se presentaron para obtener el título de profesional como Licenciado en Matemática, 2 tesis presentados para obtener la titulación para la Especialización en Didáctica de las Matemáticas y 44 tesis de grado para obtener el título de la Maestría en Docencia de las Matemáticas de los programas del Departamento de Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional. Como anexo 5 encontrarán la tabla de Excel con las ventanas correspondientes a los trabajos de tesis de la especialización y las tesis de maestría.

Para la elaboración del presente trabajo de grado se hace uso únicamente de los trabajos de grado que se presentaron para obtener el título profesional como Licenciado en Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional, dado que, si bien el propósito inicial abarcaba los trabajos de grado asociados a los tres programas del departamento, a la hora de implementarlo se evidenció que el propósito era poco más que ambicioso y desbordaba la capacidad de tratamiento y los tiempos de desarrollo del presente trabajo de grado. De la tabla de Excel que se utilizó para recolectar la información de los trabajos de grado, se puede sintetizar la información de lo hallado luego de la lectura pormenorizada de los trabajos de grado del programa de Licenciatura en Matemáticas.

Clasificación de los trabajos	Cantidad total	Cantidad de trabajos seleccionados	Trabajos con actividades para primaria	Trabajos con actividades para secundaria	Trabajos con actividades para universidad
T. G diseñados al interior del $\mathcal{A}\bullet\mathcal{G}$ y presentados para obtener el título profesional como Licenciado en Matemáticas.	32	14	3	11	2

Tabla 9. Categorización académica de los trabajos de grado obtenidos

De los 32 trabajos de grado que constituyeron la muestra inicial del estudio y que se presentaron como requisito parcial para optar al título de Licenciado en Matemáticas, se encontró que solo 14 (43.75%) trabajos de grado cuentan con actividades para enseñar geometría y los autores de estos trabajos de grado planearon actividades dirigidas para los niveles escolares de básica primaria, secundaria y media e incluso al nivel universitario. Tomando esos 14 trabajos como la muestra final del estudio, se encuentra que 3 (aproximadamente el 21.4%) de los trabajos de grado tienen actividades para enseñar geometría en primaria, 11 (aprox. 78.6%) de los trabajos de grado proponen actividades para básica secundaria y de esos 11 trabajos de grado hay 2 ((aprox. 14.3%) que también cuentan con propuestas de actividades que se pueden dirigir ya sea a la enseñanza de la geometría tanto en secundaria como en los primeros semestres de universidad.

Un asunto que no se analiza pues no hace parte de los propósitos del presente trabajo de grado es el tipo de acciones que cada propuesta busca, esto es conjeturación, validación, exploración, demostración, ya que como se mencionó anteriormente, los propósitos pueden ser ajustados según el criterio informado que los docentes tengan frente a un contexto específico de implementación. No obstante, se sugiere a los docentes conocer el marco epistemológico y las concepciones que se tienen frente a diferentes aspectos de la geometría y su vivencia en el aula que tiene el grupo de Enseñanza y Aprendizaje de la Geometría ($\mathcal{A}\bullet\mathcal{G}$) de la Universidad Pedagógica Nacional y que orientan el soporte de los trabajos de grado que dentro de esta línea son desarrollados. Una perspectiva del trabajo de visibilización realizado por la línea puede ser consultada en la página web o sitio oficial de la línea de la geometría: <http://aprendizajeyensenanzageometria.upn.edu.co/>

6.4 Página web

La necesidad de crear una página web que recoja los hallazgos del presente trabajo y su propósito general (asociado al objetivo general propuesto) surge en el contexto del desarrollo del trabajo de grado y en procura de responder a lo planteado en el marco teórico frente a la antología y la visibilización. Se decide hacerlo por medio de un sitio web que cumple con las

características de optimizar el uso de Internet a través de la apertura y el mejoramiento continuo, de modo que tengan un número creciente de entradas, y a través de la divulgación de contenidos científico y actividades pedagógicas en la que se resaltan las actividades de enseñanza de la geométricas desarrolladas en los trabajos de grado en el grupo de investigación de Enseñanza y Aprendizaje de la Geometría (Æ•G) de la Universidad Pedagógica Nacional como se menciona en el apartado 4.8. El eje central, es visibilizar las actividades pedagógicas en la que se resaltan las actividades de enseñanza de la geometría, desarrolladas en los trabajos de grado asociados a los desarrollos en el grupo de investigación de Enseñanza y Aprendizaje de la Geometría (Æ•G) de la Universidad Pedagógica Nacional.

6.4.1. Estructura de la página web

En el apartado se encontrará una descripción detallada de la estructura de la página web y el material de interacción que se encuentra en la misma, se puntualiza que esta se desarrolla con fines académicos el propósito de visibilizar los trabajos de grado y más específicamente las actividades de enseñanza propuestas en los trabajos recolectados y seleccionados bajo los criterios nombrados en el marco teórico en el apartado de visibilización 4.8.1.

- El encabezado:

Este consta de un mensaje específico indicando que la información suministrada en la página web es exclusivamente con fines académicos y se resaltar que la elaboración de esta página es con el fin de realizar el presente trabajo de grado y alcanzar los objetivos propuestos en el presente trabajo.

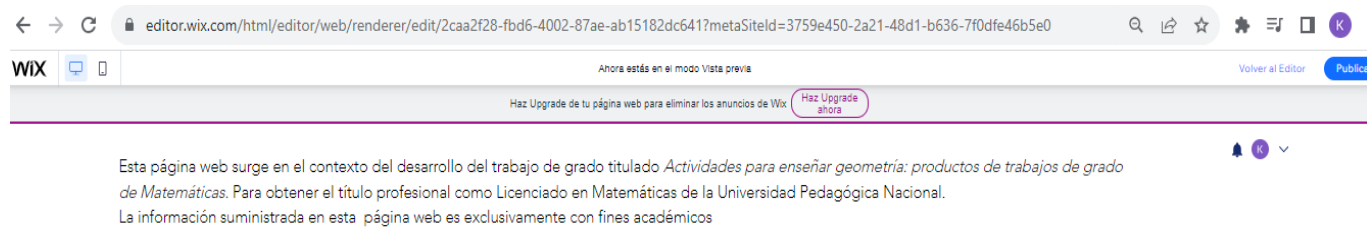


Imagen 4: Encabezado de la página web.

- Sección informativa:

En este apartado se muestran dos columnas a doble fondo; el primer fondo se muestra una imagen con herramientas que se pueden utilizar en la construcción de figuras geométricas y se sobrepone el fondo blanco desvanecido para obtener una fácil lectura del texto. En la columna de la mano izquierda de la página se hace una descripción relacionada con el objetivo principal de la página web desde el marco teórico en relación con la sección de visibilización y las actividades para enseñar geometría recolectadas de los trabajos de grado ubicados en el repositorio de la Universidad Pedagógica Nacional. En la columna derecha de la página web se hace una descripción de la página web partiendo de los apartados que se van a encontrar en la parte inferior a la sección informativa. Allí describe la presentación de los autores de los trabajos de grado seleccionados, la visibilización de las actividades para

enseñar geometría, los documentos como herramienta didáctica para los maestros en formación y profesores que requieran hacer uso de las propuestas de enseñanza realizadas en los trabajos de grado, un link busca realizar una visibilización de la página web del grupo de investigación de Enseñanza y Aprendizaje de la Geometría ($\mathcal{A}\bullet\mathcal{G}$) y el repositorio de la Universidad Pedagógica Nacional para los visitantes que se encuentren interesados por diversas razones (asociadas por ejemplo a la docencia o a la investigación) en comprender y estudiar el contexto general en el cual los trabajos de grado son realizados y cómo los propósitos han ido evolucionando a lo largo del tiempo.

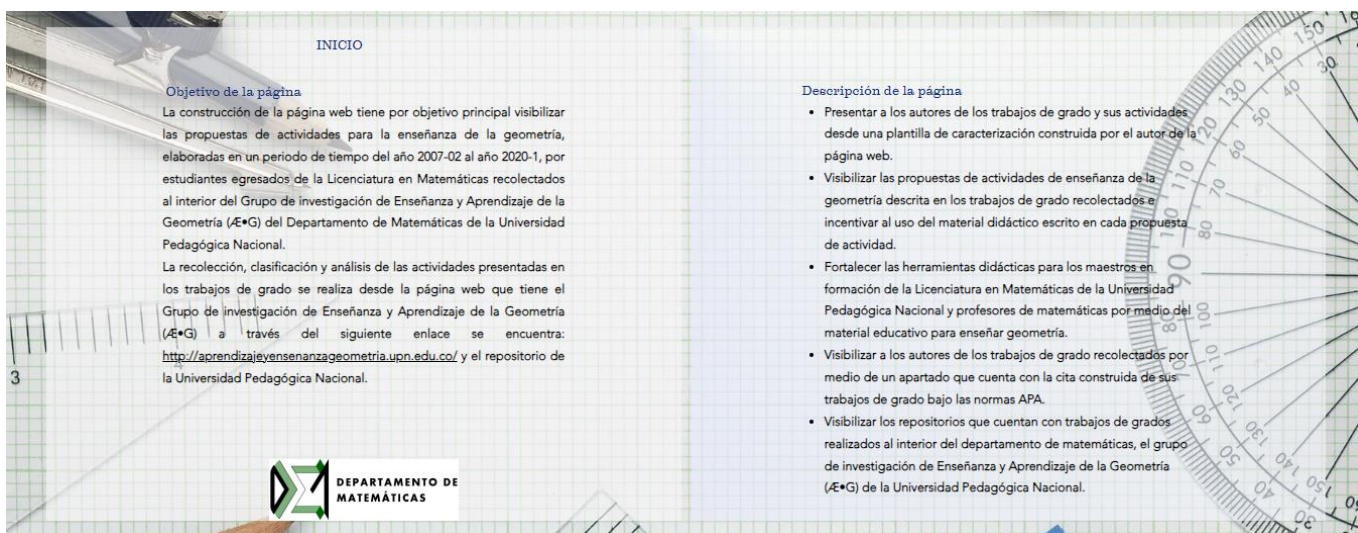


Imagen 5: Sección informativa de la página web.

- Producciones:

En el apartado de producciones se encuentra el nombre del presente trabajo de grado y luego una disposición con el nombre(s) del autor (es), y cinco columnas que muestran los repositorios mencionados en la descripción de la página web, las estructura de cita de cada autor de acuerdo con su trabajo de grado según las normas APA, los enlaces para descargar los documentos con las actividades propuestas en los trabajos de grado, los enlaces para descargar los documentos con las caracterizaciones descritas en la plantilla mencionada en el apartado 6.1 del presente trabajo de grado y una sección para que los visitantes de la página puedan realizar comentarios frente a la página web y así poder realizar constantes acciones de mejora sobre la página o incluso poder traer comunidades de docentes que se puedan encontrar interesados en aspectos afines.

ACTIVIDADES PARA ENSEÑAR GEOMETRÍA: PRODUCTOS DE TRABAJOS DE GRADO DEL DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

Autor del trabajo de grado: Kevin Santiago Niño García

**REPOSITORIO DE LA
UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA
NACIONAL**

Recolección de producciones académicas digitales elaboradas como trabajos de grado presentados al interior de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional. Con el fin de reseñar los trabajos de grado y ofrecer la posibilidad de consultarlos.

- **Repositorio Institucional UPN.**
Repositorio Institucional de la Universidad Pedagógica Nacional. Esta herramienta, recoge, conserva y distribuye la producción digital de carácter científico, académico y cultural de la Institución, con el propósito fundamental de difundir conocimiento relacionado con la educación y la pedagogía.
- **Repositorio N°1**
- **Repositorio Institucional del Grupo de investigación Aprendizaje y Enseñanza de la Geometría (A•G).**
Repositorio elaborado por el Grupo de investigación Aprendizaje y Enseñanza de la Geometría (A•G) perteneciente al Departamento de Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional. Como herramienta que recoge, conserva y distribuye la producción digital de carácter científico, académico y cultural elaborada por medio de trabajos de grado, con el propósito de aportar opciones diversas y complementarias que atienden problemáticas de la educación matemática escolar, básica y media, y de la formación de profesores de matemáticas.
- **REPOSITORIO N°2**

**¿CÓMO CITAR AL/LOS AUTOR/ES
DEL TRABAJO DE GRADO?**

Se hace mención de los autores y la estructura de como se citaría el documento de trabajo de grado seleccionado con fines académicos, para visibilizar sus trabajos y en caso de hacer uso de apartados del trabajo, encuentre la forma correcta de cita del trabajo de grado escrita bajo las normas APA.

- Autores: Nicol Contreras y Freddy Quintero Contreras, N., & Quintero, F. (2013). *Videojuegos, una herramienta que favorece el aprendizaje de los conceptos geométricos: rotación y traslación*. Colombia: Universidad Pedagógica Nacional.
- Autoras: Judith González y Wendy Maestre González, J., & Maestre, W. (2012). *¿Pantógrafo o Cabri? Artefactos para la conceptualización*. Colombia: Universidad Pedagógica Nacional.
- Autoras: Yuly Beltrán y Stephany Mejía Beltrán, Y., & Mejía, M. (2016). *Una propuesta para la enseñanza de la geometría escolar*. Colombia: Universidad Pedagógica Nacional.
- Autores: María Calderón y José Tamayo Calderón, M., & Tamayo, J. (2016). *Actividad demostrativa en problemas de construcción con estudiantes de grado sexto*. Colombia: Universidad Pedagógica Nacional.
- Autoras: Cindy Garzón y Jasleidy Vivas Garzón, C., & Vivas, J. (2017). *Varitas trimov: un acercamiento a los poliedros*. Colombia: Universidad Pedagógica Nacional.
- Autoras: Laura Canchón y Lisset González Canchón, L., & González, L. (2018). *Geometría fuera de vista*. Colombia: Universidad Pedagógica Nacional.
- Autores: Cristian Ávila y Alonso Varela Ávila, C., & Varela, A. (2019). *Moviéndonos en el plano a ciegas*. Colombia: Universidad Pedagógica Nacional.
- Autora: Jennifer Barrera Barrera, J. (2020). *Articulación entre la geometría analítica y la geometría sintética en la secundaria: un ejemplo desde la resolución de problemas*. Colombia: Universidad Pedagógica Nacional.

Imagen 6: Repositorios y citas de los trabajos de grado en página web.



Imagen 7: Actividades para la visibilización en la página web.

- Información

En el pie de la página web se encuentran la información del autor de la página web, sus correos electrónicos tanto institucional como personal, el nombre del autor, la ciudad que reside, descripción de su nivel académico y su filiación institucional.

CORREOS DE CONTACTO

kninog@upn.edu.co
kninogarcia23@gmail.com

Autor de la página web

Kevin Santiago Niño García
©2023 por Actividades
Geométricas. Creado con
Wix.com

Bogotá

Estudiante de la Licenciatura en
Matemáticas
Universidad Pedagógica Nacional
de Colombia

Imagen 8: Información de contacto y autor de la página web.

A continuación, se presenta el enlace de la página web. Se recomienda a los visitantes de la página establecer el nivel del zoom en un porcentaje adecuado para que pueda disfrutar de la información que se brinda en ella: <https://kninogarcia23.wixsite.com/actividades-geom-tri>.

7. CONCLUSIONES

A continuación, se presentan las principales conclusiones con relación al trabajo realizado, el proceso llevado a cabo durante la elaboración, los hallazgos y el proceso vivido como maestro en formación de un programa de formación inicial profesores de matemáticas. Desde el Objetivo General:

Se logró crear una estrategia (página web) para visibilizar las propuestas de actividades para geometría elaboradas por estudiantes del programa de Licenciatura en Matemáticas del Departamento de Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional en sus trabajos de grado o tesis en la ventana de visualización de 2007-02 al 2020-01 y desarrollados al interior de la propuesta del Grupo de investigación Aprendizaje y Enseñanza de la Geometría ($\mathcal{A}\cdot\mathcal{G}$) del Departamento de Matemáticas.

Desde los Objetivos Específicos:

La recolección de los trabajos de grado se tesis realizados al interior del Grupo de investigación Aprendizaje y Enseñanza de la Geometría ($\mathcal{A}\cdot\mathcal{G}$) del Departamento de Matemáticas se realizó, con dificultades, puesto que no todos los documentos se encontraban en un mismo repositorio web, algunos documentos fueron solicitados directamente con los autores, otros fueron conseguidos por el interno del grupo de investigación, asesores de los trabajos y el repositorio de la Universidad Pedagógica Nacional, obteniendo todos los documentos que fueron presentados en la ventana ya mencionada. Esto pone de manifiesto la importancia de sistematizar la información y albergarla en un repositorio institucional, paso hacia el cual tanto el Departamento de Matemáticas como la Universidad han avanzado.

Un documento-formato de Excel permitió sistematizar los trabajos recolectados y obtener una clasificación de los que tenían actividades de acuerdo con la actividad geométrica y orientaciones curriculares. Además, se tuvieron en cuenta nuevos criterios para seleccionar los trabajos de grado que fueron parte integral de la propuesta de visibilización planteada en el presente trabajo de grado. Esto no se tenía previsto en el alcance del objetivo específico y se toma como una herramienta que facilita la identificación y clasificación de los trabajos de grado requeridos para la elaboración de la antología, entiéndase esta como se describe en el marco teórico (apartado 4.3 Criterios para el análisis de actividades de enseñanza de las matemáticas).

Se construyó una base de datos en un documento Excel para llevar un orden y poder realizar la clasificación de los trabajos de grado que tienen actividades para enseñar geometría, para ello se agregaron nuevas columnas que no se tenían previstas en un primer momento, puesto que, solamente se habían considerado las columnas que se mencionan en los objetivos específicos del trabajo de grado.

En cuanto a la plantilla de caracterización diligenciada por cada trabajo de grado seleccionado, se identifica que la información de cada actividad depende del autor que

seleccionan como guía para la construcción de actividades de enseñanza matemáticas, esto hace que se construya una plantilla con más caracterizaciones relacionadas con el diseño de actividades para la enseñanza de las matemáticas, conllevando un trabajo arduo y de bastante dedicación en las lecturas de los trabajos de grado, en la selección de la información que brindan los autores con las actividades que proponen para diligenciar cada plantilla.

Desde la experiencia como estudiante de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional:

A lo largo del proceso de formación y desde diversos espacios académicos, surgieron dudas acerca de las planeaciones de las clases tanto recibidas por parte de los maestros del Departamento en Matemáticas como de las que veía en las prácticas de observación, como de las que realizaba para desarrollar las prácticas de inmersión, lo que me llevó a pensar en una posibilidad de no dejar esas clases como quién las recibía únicamente, sino que analicé la posibilidad de construir e implementar una herramienta en la que se pudiera guardar esas clases y así poder compartir cada una de las actividades de enseñanza para enriquecer las herramientas del docente en su labor. Por interés propio, se decide llevar a cabo esta tarea desde las propuestas de actividades para enseñar geometría, utilizando la recolección de los trabajos de grado que desarrollen propuestas de enseñanza de la geometría. Se toma como material de análisis los trabajos de grado de la licenciatura, queriendo construir una antología y una manera efectiva y de fácil acceso para encontrar tanto los trabajos de grado como sus actividades específicas de enseñanza de la geometría.

Como un logro personal del autor deja un pequeño aporte con los resultados del trabajo de grado que complementa la labor del docente en sus labores profesionales y que algún docente en formación o en ejercicio vea la posibilidad de realizar otras visibilizaciones de antologías de trabajos de grado de la licenciatura en matemáticas o de otros niveles de formación profesional como la Especialización en Didáctica de las Matemáticas o la Maestría en Docencia de las Matemáticas ya sea en la geometría o que tengan actividades para enseñar de otras líneas de las Matemáticas como el cálculo, álgebra, aritmética, la estadística u otra rama por lo que se hace la invitación de manera abierta a los maestros en formación y en ejercicio vinculados a los programas del Departamento de Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional.

8. BIBLIOGRAFÍA

- Camacho, B. (2008). *Población y muestra*. (cap. 7). Tomado de: <https://repositorio.uptc.edu.co/bitstream/handle/001/4557/3266.pdf?sequence=1&isAllowed=y>.
- Calderón-Prada, S., & Cuartas-Arias, JM (2012). *Visibilización de la producción académico-investigativa en psicología y "globalización" de las capacidades productivas de la psicología en Colombia*. *Revista Colombiana de Psicología*, 21 (1), 125–149.
- D'Amore B., Radford L., Bagni GT. (2007). *Obstáculos epistemológicos y perspectiva sociocultural de la matemática*. Colección "Cuadernos del Seminario en educación". Bogotá: Universidad Nacional de Colombia.
- De Guzmán, M. (1993). *Tendencias innovadoras en educación matemática*. Obtenido en octubre 10, 2023, del sitio web de la Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura. Tomado de: <http://www.oei.es/edumat.htm>.
- Díaz, C. C., Reyes, M. P., & Bustamante, K. G. (2020). Planificación educativa como herramienta fundamental para una educación con calidad. *Utopía y praxis latinoamericana*, 25(3), 87-95.
- García, F. (2019). *Introducción a 'Diseño de tareas en educación matemática: Una diversidad de marcos teóricos'*. *Avances de investigación en Educación Matemática*, 15, (pp.1 – 4). España: Universidad de Jaén.
- Gómez, P. (2002). *Análisis del diseño de actividades para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. España: Universidad de Granada.
- Gómez, P., Mora, M., y Velasco, C. (2018). Análisis de instrucción. En P. Gómez, *Formación de profesores de matemáticas y práctica de aula: conceptos técnicas curriculares* (pp. 197-268). Bogotá, Colombia: Universidad de los Andes.
- Melendez, S., & Gómez, L. J. (2008). *La planificación curricular en el aula. Un modelo de enseñanza por competencias*. *Laurus*, 14(26), 367-392.
- Ministerio de Educación Nacional. (2015). *Derechos Básicos de Aprendizaje - Matemáticas*. Bogotá. Colombia.
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares en Matemáticas*. Bogotá, Colombia: Gaia.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias*. Bogotá, Colombia.

- Rico, L., Marín, A., Lupiáñez, J. & Gómez, P. (2008). *Planificación de las matemáticas escolares en secundaria. El caso de los Números Naturales*. (pp. 7 – 23). España: Universidad de Granada.
- Salazar, C. (2021). Narrativas de profesores de matemáticas sobre su experiencia profesional y de formación: aproximación a las subjetividades emergentes. Colombia: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- Socas Robayna, M. (1997). Capitulo V. Dificultades, Obstáculos y Errores en el Aprendizaje de las Matemáticas en la Educación Secundaria. Obtenido de Capitulo V. Dificultades, Obstáculos y Errores en el Aprendizaje de las Matemáticas en la Educación Secundaria:
[http://face.uasnet.mx/zona/mochis/recursos_web/alumnos/semestre2/procesoAprendizajeMatematicas/tema2%20obstaculos%20en%20la%20ense+%A6anza%20\(1%20a%20la%2018\).pdf](http://face.uasnet.mx/zona/mochis/recursos_web/alumnos/semestre2/procesoAprendizajeMatematicas/tema2%20obstaculos%20en%20la%20ense+%A6anza%20(1%20a%20la%2018).pdf)
- Tashakkori y Teddlie (2003) *Mixed Methods in the Research of Sciences of Physical Activity and Spor*. Centro de Lleida (España).

ANEXOS

ANEXO 1: Tabla de recolección y clasificación de los trabajos de grado.

CATEGORÍA	NOMBRE DEL TRABAJO	AUTOR (ES)		ASESOR(A)	AÑO	NOTA	DESCRIPCIÓN DEL TRABAJO	Primaria	Secundaria	Universidad
PREGRADO	Análisis de una estrategia de enseñanza en el contexto de la geometría plana	María del Pilar Cubillos		Carmen Inés Samper de Caicedo	2007	No se encuentra en la lista web del A•G	El trabajo consta de una experiencia de aula desarrollada con el curso de geometría plana, con el fin de obtener evidencias en la construcción de un sistema axiomático a partir de la resolución de problemas.			
PREGRADO	La catenaria y la cicloide: sus construcciones en GeoGebra	Claudia Vargas	Ivonne Niño	Óscar Javier Molina Jaime	2010	No se encuentra en la lista web del A•G	Se muestran al menos dos formas de construcción de cada una de las curvas catenaria, cicloide y trocoide además se presentan procedimientos para explicar la relación entre las ecuaciones de las curvas y algunas de sus propiedades, mostrando diferentes formas de construcción de las curvas catenaria y cicloide en el software de geometría dinámica GeoGebra			
PREGRADO	Figuras de ancho constante: una temática Para explorar	Martha Orjuela Gómez	Leidy Gil	Óscar Javier Molina Jaime	2010	No se encuentra en la lista web del A•G	Se propone dar a conocer las figuras de ancho constante sobre las cuales se encuentran pocos estudios en un entorno de geometría dinámica (Cabri).			
PREGRADO	Cabri, un camino para propiciar unidad cognitiva: un estudio de casos	Lorena Delgado Jiménez	Fredy Peña Acuña	Óscar Javier Molina Jaime	2010	No se encuentra en la lista web del A•G	Se propone una actividad a parejas de estudiantes donde deben usar en la resolución el software Cabri. Actividad demostrativa			
PREGRADO	Elaboración de conjeturas: el caso de una pareja de estudiantes de un curso de geometría plana	Diego Armando Parra	Ángela María Piñeros Gómez	Óscar Javier Molina Jaime	2011	No se encuentra en la lista web del A•G	Muestra el estudio de un proceso de elaboración de conjeturas en el curso de geometría plana, describiendo la actividad de una pareja de estudiantes de la UPN a partir de la resolución de problemas.			
PREGRADO	¿Pantógrafo o cabri? artefactos para la conceptualización	Judith Carolina González Pachón	Wendy Lorena Maestre Flórez	Carmen Inés Samper de Caicedo	2012	Confirmados en la lista web del A•G	Un estudio, con dos estudiantes de grado noveno, del uso un pantógrafo y un programa de geometría dinámica, para apoyar el		x	

							proceso de conceptualización de un concepto geométrico: la semejanza.			
PREGRADO	Análisis del proceso de construcción colectiva de demostraciones	Gloria Esperanza Castellanos Páez	Nataly Herrera Arias	Carmen Inés Samper de Caicedo	2012	Mal clasificado en la lista web del A•G. El año de publicación no es 2013.	Un análisis del proceso de construcción colectiva de las demostraciones, en el curso de geometría plana con un grupo del 2007-01 y el 2012-01 del teorema del ángulo externo y el teorema desigualdad triangular respectivamente.			
PREGRADO	Videojuegos, una herramienta que favorece el aprendizaje de los conceptos geométricos rotación y traslación	Nicol Jennifer Contreras Vargas	Freddy Giovanni Quintero Vacca	Tania Julieth Plaza Merchán	2013	No se encuentra en la lista web del A•G	Estudio referente al aprendizaje de los conceptos de rotación y traslación haciendo uso de los videojuegos Big Brain Academy y Big Brain Academy Degree. Diseñando actividades.		x	
PREGRADO	Una visión animada del proceso de conjeturación	Velandia Manuel	Miranda Alejandra	Óscar Javier Molina Jaime	2014	No se encuentra en la lista web del A•G	En el trabajo se plantea un diseño de viñetas animadas que ilustren acciones de estudiantes y profesor en el momento de enfrentarse a situaciones que requieran actividad demostrativa, tomando un escenario de clase virtual del grado noveno.			
PREGRADO	La demostración en un curso de geometría: mensajes transmitidos por el profesor	Jenny Alejandra Ávila Aguirre	Jeisson Jair Triviño Quintero	Carmen Inés Samper de Caicedo	2014	No se encuentra en la lista web del A•G	Observación de las clases grabadas en el 2009-01 para realizar un estudio de los mensajes del profesor del curso Elementos de Geometría, en relación con la demostración.			
PREGRADO	Tratamiento de los teoremas de existencia en un curso de geometría plana	Cardozo Santiago	Ortiz Andrea	Óscar Javier Molina Jaime	2015	No se encuentra en la lista web del A•G	Clasificación de teoremas de existencia desde dos perspectivas: 1. Contenido geométrico (enunciado y demostración). 2. según el tipo de problema que aluden a los teoremas de existencia.			
PREGRADO	sólidos de ancho constante: métodos de construcción	Arbey Andrés Prieto Martínez	Víctor Alfonso Prias Alarcón	Óscar Javier Molina Jaime	2015	No se encuentra en la lista web del A•G	Presentación de métodos de construcción de Sólidos de Ancho Constante presentes en alguna literatura especializada, y aquellos que surgen de la exploración haciendo uso de Cabri 3D y Rhinoceros 5.			

PREGRADO	Concepciones sobre el proceso de estimación de medidas de futuros docentes de matemáticas	Diego Alejandro Jiménez Forero	Darly Maritza Melo Pineda	Leonor Camargo Uribe	2015	Confirmados en la lista web del AEG	Propuesta sobre las concepciones de estimación de medida de futuros maestros en Colombia.			
PREGRADO	Actividad demostrativa en problemas de construcción con estudiantes de grado sexto	María Alejandra Calderón González	José Ricardo Tamayo Picuasi	Leonor Camargo Uribe	2016	No se encuentra en la lista web del AEG	Realizaron un estudio en grado sexto, elaborando, implementado y evaluando una propuesta de enseñanza para fomentar los procesos de la actividad demostrativa a temprana edad		X	
PREGRADO	Orientación espacial: una ruta de enseñanza y aprendizaje centrada en ubicaciones y trayectorias	Soor Katharine Poloche Arango	Jeimmy Catalina Zapateiro Segura	Leonor Camargo Uribe	2016	No se encuentra en la lista web del AEG	Se pretende dar respuesta a la pregunta: ¿qué aspectos de la orientación espacial pueden desarrollarse a través de juegos centrados en ubicaciones y trayectorias? Por medio de una propuesta de juegos enfocados en ubicaciones y trayectorias.	X		
PREGRADO	Una propuesta para la enseñanza de la geometría escolar	Yuly Marley Beltrán Bolívar	Stephany Lorena Mejía Suarez	Carmen Inés Samper de Caicedo	2016	No se encuentra en la lista web del AEG	Presenta un análisis didáctico de una secuencia didáctica propuesta en el trabajo de grado de Lara y Fonseca (2013). Modifican algunas actividades o las reubican, además, diseñaron actividades para apoyar la construcción de los contenidos.		X	
PREGRADO	Varitas TRIMOV: un acercamiento a los poliedros	Cindy Lorena Garzón Aguilar	Jasbleidy Rocío Vivas Sarmiento	Tania Julieth Plazas Merchán	2017	No se encuentra en la lista web del AEG	Plantea una propuesta de diseño de un material didáctico, de bajo costo, llamado Varitas TRIMOV que permite estudiar la geometría tridimensional en la escuela, específicamente los poliedros (para este caso Prismas). También se diseñan algunas tareas que buscan promover, en el aula, procesos de visualización, conceptualización y conjeturación, utilizando el material Varitas TRIMOV.		X	
PREGRADO	Mathgame: acercamiento al proceso de generalización a través de un videojuego	Luis Carlos Cardona Hernández	Carlos David Guevara Borrás	Camilo Sua Flórez	2017	No se encuentra en la lista web del AEG	Diseñan una aplicación para Android (videojuego), permitiendo a los usuarios (jugadores) el reconocimiento de patrones para facilitar la transición de la aritmética al álgebra y en particular la generalización, aprovechando la integración del uso de las			

							Tecnologías de la Información y Comunicación a la educación y en especial los nuevos modelos de enseñanza.			
PREGRADO	Geometría y dimensión: representación y caracterización de objetos 2d, 3d y 4d	Sergio Esteban Castiblanco Hernández	Michael Yhair Montana Páez	Leonor Camargo Uribe	2018	Confirmados en la lista web del Æ•G	Se presentan los resultados que encuentran al realizar un estudio respecto de la noción de dimensión a partir de tres interpretaciones (dimensión intrínseca, ambiental y en la representación).			
PREGRADO	Geometría fuera de vista	Laura Viviana Canchón Martínez	Lisset Dahanna González Salazar	Tania Julieth Plazas Merchán	2018	No se encuentra en la lista web del Æ•G	Se presenta el diseño e implementación de un material didáctico, y algunas tareas, que se desarrollan con el uso de este material, en torno al objeto geométrico cuadrilátero, para la enseñanza y aprendizaje de la Geometría con estudiantes con discapacidad visual.		X	
PREGRADO	Moviéndonos en el plano a ciegas	Ávila Riscanevo Cristian David	Varela León Javier Alonso	Tania Julieth Plazas Merchán	2019	No se encuentra en la lista web del Æ•G	Se presenta el diseño, implementación y evaluación de un material didáctico que busca que estudiantes con discapacidad visual definan la rotación en el plano, además, se elabora el marco matemático identificando los elementos necesarios para ejemplificar la definición de rotación.		X	
PREGRADO	Análisis de tareas propuestas para favorecer la generalización en el aula escolar	Esneider Yesith Benavides Rivera		Carmen Inés Samper de Caicedo	2019	No se encuentra en la lista web del Æ•G	Realiza un estudio de tareas de generalización diseñadas y aplicadas en el aula escolar, que se presentan en trabajos de grado de especialización y maestría de las universidades públicas de Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional, Universidad Nacional de Colombia y Universidad Distrital Francisco José de Caldas.			
PREGRADO	¿Qué ofrece la tecnología no digital en un mundo donde todo es digital? el caso de la geometría y el	Angélica Johanna Díaz Huertas		Camilo Sua Flórez	2019	No se encuentra en la lista web del Æ•G	Identificar y comparar las potencialidades proporcionadas por las tecnologías digitales y no digitales en tareas geométricas de construcción. Aporta en gran medida al establecimiento de una construcción de significado más robusta.			X

	proceso de conceptualizar									
PREGRADO	Una propuesta lúdica para la enseñanza de la geometría: un videojuego para movernos en el plano, "rotación y traslación"	Gloria Yanet Vallejo Córdoba		Tania Julieth Plazas Merchán	2019	No se encuentra en la lista web del A•G	Muestra la implementación de una serie de actividades que giraran en torno al diseño de un videojuego, las cuales pretenden promover el desarrollo de conceptos relacionados con los movimientos en el plano con respecto a una posición (rotación, traslación) y los procesos de visualización y definición.		X	
PREGRADO	Construcción de una trayectoria hipotética de aprendizaje en torno al proceso de generalización geométrica	Ingrid Ximena Bocanegra González	María Angelica Devia Ávila	Leonor Camargo Uribe	2019	Confirmados en la lista web del A•G	En el documento presentamos una definición de generalización geométrica, producto de una recopilación de distintas fuentes, con el fin de construir una THA sobre el proceso de generalización geométrica para que estudiantes de 10 a 13 años descubran una propiedad de una figura geométrica.		X	
PREGRADO	Construcciones geométricas como puente entre la visualización y el razonamiento geométrico, utilizando regla, compás y hoja calco como plano auxiliar	Andrés Camilo Sánchez Beltrán		Leonor Camargo Uribe	2020	No se encuentra en la lista web del A•G	En el trabajo se presenta la importancia de las construcciones geométricas y el valor que tienen para el aprendizaje de la geometría, lo que en ocasiones la tarea de construir no hace parte de las clases de geometría, por ello se diseña un cuadernillo de construcciones que apoya el aprendizaje de los estudiantes, al seguir los pasos del procedimiento de construcción y responder preguntas que intentan favorecer su visualización y su razonamiento.		X	
PREGRADO	Implementación del software educativo ganalitica3d para potenciar la visualización en geometría analítica tridimensional	Martha Bohórquez		Óscar Javier Molina Jaime	2020	Confirmados en la lista web del A•G	5 secuencias de tareas diseñadas bajo los parámetros de Gómez Mora y Velasco con el objetivo de introducir las superficies cuadráticas y el desarrollar habilidades de visualización, haciendo uso del software G. Analítica y GeoGebra.		X	X
PREGRADO	Articulación entre la geometría analítica y la	Jennifer Mariana Barrera Ramírez		Óscar Javier Molina Jaime	20	Confirmados en la lista web del A•G	Diseño de dos secuencias de tareas que vinculan la geometría sintética y la geometría analítica. En la		X	X

	geometría sintética en la secundaria: un ejemplo desde la resolución de problemas				20		primera secuencia se abarca la construcción de una recta tangente a curvas cónicas y en la segunda secuencia se aborda la construcción de un triángulo con condiciones dadas.			
PREGRADO	Desarrollo de procesos de generalización por medio de un videojuego	Nimrod Ríos		Tania Julieth Plazas Merchán	2020	No se encuentra en la lista web del AEG	Se presenta un videojuego diseñado para estudiantes de grado tercero que cuenta con siete escenarios, con el propósito de desarrollar procesos de generalización, por medio de una prueba piloto del videojuego y sus respectivas tareas, para realizar un análisis de resultados sobre la interacción sobre los estudiantes con el videojuego y sus tareas asociadas.	X		
PREGRADO	Actividades matemáticas en una comunidad de ajedrecistas	Christian Camilo Castillo Rojas		Claudia Vargas	2020	No se encuentra en la lista web del AEG	En el trabajo se realizan análisis relacionando entre el ajedrez y la actividad matemática propuesta por Bishop (1991) de partidas de ajedrez, por medio de entrevistas a diferentes jugadores, entre ellos un profesional y un semi profesional.			
PREGRADO	Hacia la generalización de patrones: una cartilla para la tercera edad	Diana Katherine Huertas Baquero	Francy Tatiana Sandoval García	Tania Julieth Plazas Merchán	2020	No se encuentra en la lista web del AEG	En el trabajo se realiza el diseño de una cartilla con una secuencia de actividades sobre el proceso de generalización de patrones para apoyar el aprendizaje en adultos mayores y analizar la manera en cómo estas personas abordan las actividades.			

ANEXO 2: Formato de autorización de trabajos de grado.

Bogotá D. C., Fecha __/__/2023

Sres.

KEVIN SANTIAGO NIÑO GARCÍA

Estudiante Licenciatura en Matemáticas

ORLANDO AYA CORREDOR

Profesor Universidad Pedagógica Nacional

De acuerdo con lo previsto en los artículos 76 y 77 de la ley 23 de 1982 de la República de Colombia.

Artículo 76. “Los autores de obras científicas, literarias o artísticas y sus causahabientes’ tienen el derecho exclusivo de autorizar o prohibir: La edición, o cualquier otra forma de reproducción; La traducción, arreglo o cualquier otra forma de adaptación; La inclusión en película cinematográfica, videograma, cinta de vídeo, fonograma, o cualquier otra forma de afiliación; La comunicación al público, por cualquier procedimiento o medios, tales como: La ejecución, representación, recitación o declamación; La radiodifusión sonora o audiovisual; La difusión por parlantes, telefonía con o sin cables, o mediante el uso de fonógrafos, equipos de sonido o grabación y aparatos análogos; y, La utilización pública por cualquiera otro medio de comunicación o reproducción, conocido o por conocerse”.

Artículo 77. “Las distintas formas de utilización de la obra son independientes entre ellas, la autorización del autor para una forma de utilización no se extiende a las demás”.

Autorizo al estudiante Kevin Santiago Niño García y al profesor Orlando Aya Corredor puedan poner a su disposición los apartados del trabajo de grado, elaborado por autor(es): _____ y titulado: _____, con fines académicos asociados exclusivamente a la elaboración del trabajo de grado titulado: Actividades para enseñar y aprender geometría: Productos de trabajos de grado de la Licenciatura en Matemáticas y los productos esperados que se proponen en el anteproyecto de este.

En constancia se firma la presente autorización el día __ del mes __ del año 2023.

Cordialmente.

Nombres y apellidos:

Nombres y apellidos

Identificación:

Identificación

Firma:

Firma

ANEXO 3: Autorizaciones para el uso de las actividades propuestas en los trabajos de grado (por manejo de datos no se adjuntan las autorizaciones firmadas).

ANEXO 4: Enlace de la página web.

<https://kninogarcia23.wixsite.com/actividades-geom-tri>

ANEXO 5: Tabla de recolección y clasificación de los trabajos de especialización.

CATEGORÍA	NOMBRE DEL TRABAJO	AUTOR (ES)		ASESOR(A)	AÑO	NOTA	DESCRIPCIÓN DEL TRABAJO	Primaria	Secundaria	Universidad
ESPECIALIZACIÓN	Identificación de los niveles de desempeño de estudiantes de grado octavo en la realización de tareas enmarcadas en el proceso de generalización	Neida Johana Morales	Cesia Judith Pineda Covo	Claudia Marcela Vargas Guerrero	2016	No se encuentra en la lista web del Æ•G	En el trabajo se realizan actividades enmarcadas en el proceso de generalización, identificando los niveles de desempeño de un grupo de 10 estudiantes de grado octavo.		X	
ESPECIALIZACIÓN	Dificultades y errores en el proceso de generalización de una secuencia gráfico-numérica.	Alba Carolina Navas Polanco	Heimar Andrés Molina Linares	Claudia Marcela Vargas Guerrero	2016	No se encuentra en la lista web del Æ•G	En el trabajo se diseña una prueba piloto y se aplica con el fin de describir las dificultades de los errores de los estudiantes de grado séptimo.		X	

ANEXO 6: Tabla de recolección y clasificación de los trabajos de maestría.

CATEGORÍA	NOMBRE DEL TRABAJO	AUTOR (ES)		ASESOR(A)	AÑO	NOTA	DESCRIPCIÓN DEL TRABAJO	Primaria	Secundaria	Universidad
MAESTRÍA	Geometría dinámica en el proceso de definir	Orlando Aya Corredor	Armando Enrique Echeverry Gaitán	Carmen Samper de Caicedo	2009	Se encuentra en el repositorio de la UPN	Dar repuesta a ¿Cómo apoya el uso de un entorno de geometría dinámica el proceso de conceptualización y particularmente la construcción, evaluación y uso de definiciones? En los cursos elementos de geometría y geometría plana por medio de un cuestionario con tareas de justificación y argumentación.			
MAESTRÍA	Instrumentos de mediación en la actividad demostrativa	Sandra Viviana Bernal Torres	Alexander Romero Cañadulce	Leonor Camargo Uribe	2010	Se encuentra en el repositorio de la UPN	Se presenta un estudio a tres grupos de matemáticas de la UPN con el objetivo de caracterizar y analizar la función que cumplen dos instrumentos de mediación: lápiz y papel y software de geometría dinámica Cabri usados por los estudiantes en el desarrollo de la actividad demostrativa en torno a una tarea particular.			
MAESTRÍA	Modificabilidad estructural cognitiva vs. visualización: un ejercicio de análisis del uso del tetris en tareas de rotación y traslación.	Jenny Patricia Acevedo Rincón		Leonor Camargo Uribe	2010	Se encuentra en el repositorio de la UPN	En el trabajo se plantea una visión del uso del videojuego en el aula para trabajar los conceptos geométricos de traslación y rotación por la visualización.	X		
MAESTRÍA	Caracterización de la actividad demostrativa: una experiencia en secundaria	Cristina Bolívar Sánchez	Mayerly Martín Baquero	Leonor Camargo Uribe	2010	Se encuentra en el repositorio de la UPN	Se presenta una caracterización de la actividad demostrativa por medio de una experiencia demostrativa que se realizó con el grado noveno, haciendo un software de geometría dinámica.		X	
MAESTRÍA	Análisis de una práctica docente. interacciones que se gestan en la actividad	María del Pilar Cubillos Díaz	Sandra Carolina Sánchez Suesca	Leonor Camargo Uribe	2010	Se encuentra en el repositorio de la UPN	El trabajo se centra en caracterizar las interacciones entre una profesora y un estudiante que se presenta en la clase de geometría, favoreciendo la actividad demostrativa y los procesos de realizar conjeturas.		X	

	demostrativa									
MAESTRÍA	La argumentación como núcleo de la actividad demostrativa	Bibiana Patricia Franco Avendaño	Giovanni Alberto Moreno Cárdenas	Leonor Camargo Uribe	2011	Se encuentra en el repositorio de la UPN	En el trabajo se presentan tareas desarrolladas en sexto grado con la intención de generar actividad demostrativa		X	
MAESTRÍA	Acciones del profesor que promueven actividad demostrativa con estudiantes de sexto grado	Yuri Tatiana Ospina Usaquén	Tania Julieth Plazas Merchán	Carmen Inés Samper de Caicedo	2011	Se encuentra en el repositorio de la UPN	Se presenta un estudio realizado con estudiantes de edad extraescolar que estaban nivelando los grado octavo y noveno de educación media, por medio de actividades con el fin de identificar las acciones de los estudiantes que reflejan su involucramiento en los procesos de la actividad demostrativa en clase de geometría.		X	
MAESTRÍA	Emergencia de los procesos de la actividad demostrativa en una clase con estudiantes en edad extraescolar	Carolina María Luque Zabala	Luis Alejandro Robayo León	Óscar Javier Molina Jaime	2011	Se encuentra en el repositorio de la UPN	El trabajo consiste principalmente en la descripción y análisis de las acciones que lleva a cabo el profesor en el aula con estudiantes de grado noveno para promover el desarrollo de actividad demostrativa.		X	
MAESTRÍA	Acciones del profesor que favorecen el desarrollo de la actividad demostrativa en grado noveno	Ivon Vanessa Pinzón Escobar	José Antonio Rodríguez Suárez	Carmen Inés Samper de Caicedo	2011	Se encuentra en el repositorio de la UPN	En este trabajo se pretende reconocer, analizando la participación de un grupo de tres estudiantes y cada uno de ellos, el comportamiento racional y argumental durante el desarrollo de una tarea intencionalmente diseñada para favorecer actividad demostrativa.		X	
MAESTRÍA	Actividad demostrativa y argumentación matemática en estudiantes	Jorge Eliecer Buitrago Londoño	Diego Aníbal Martínez González	Leonor Camargo Uribe	2012	Se encuentra en el repositorio de la UPN	En el trabajo se propone determinar el tipo de tareas para el aula, relacionados con la definición de objetos geométricos que favorecen la argumentación por medio de un taller compuesto por 16 tareas en torno a la definición de simetría axial que fue aplicado en un curso de la asignatura Elementos de Geometría de la Universidad Pedagógica Nacional.			X

	de grado octavo									
MAESTRÍA	Análisis del comportamiento racional y argumental de estudiantes de grado noveno cuando trabajan en grupo dentro de un ambiente que propicia la actividad demostrativa	Jimmy Fonseca Velásquez	Luis Fernando Lara Quintero	Carmen Inés Samper de Caicedo	2013	Se encuentra en el repositorio de la UPN	En el trabajo se presenta una secuencia didáctica que se implementó en un grupo de 40 estudiantes de grado noveno con el fin de analizar las acciones que realiza el profesor con el fin de promover la actividad demostrativa.		X	
MAESTRÍA	Argumentar para definir y definir para argumentar	Luz Helena Silva Calderón		Carmen Inés Samper de Caicedo	2013	Se encuentra en el repositorio de la UPN	En el trabajo se presenta un estudio que se realizó en grado cuarto con el propósito es analizar la manera en que los niños se involucran en distintas acciones de introducción a la actividad demostrativa, cuando trabajan en un ambiente de resolución de problemas, haciendo uso de un programa de geometría dinámica proponiendo una secuencia de actividades que consta de siete problemas con temas básicos de la geometría escolar.		X	
MAESTRÍA	Acciones del profesor que promueven la actividad demostrativa a la luz de la práctica racional	Jeison camilo Sua Flórez		Óscar Javier Molina Jaime	2013	Se encuentra en el repositorio de la UPN	Se desarrolla un estudio en un curso de geometría escolar en el grado octavo con el fin de determinar, bajo la teoría de la mediación semiótica y la propuesta del grupo de enseñanza y aprendizaje de la geometría de la UPN, el rol del profesor que pretende usar el software de geometría dinámica GeoGebra en un proceso en el que se busca que los estudiantes se involucren en la actividad demostrativa, para este caso, en el proceso de conjeturar específicamente.		X	
MAESTRÍA	La demostración en geometría: una mirada en la	Fredy Alejandro Barbosa Meléndez	Jenny Andrea Escobar Caicedo	Leonor Camargo Uribe	2014	Se encuentra en el repositorio de la UPN	Se reporta un experimento de enseñanza aplicado en un grupo de estudiantes de grado décimo, por medio de una prueba diagnóstica y una secuencia de tareas enmarcadas en un ambiente de geometría dinámica.		X	

	educación primaria									
MAESTRÍA	Proceso de conjeturación en una clase de geometría: el papel del profesor que usa GeoGebra a la luz de la teoría de la mediación semiótica	Cristina Fernanda Mejía Fonseca		Óscar Javier Molina Jaime	2014	Se encuentra en el repositorio de la UPN	Se desarrolla un estudio en un curso de geometría escolar en el grado octavo con el fin de determinar, bajo la teoría de la mediación semiótica y la propuesta del grupo de enseñanza y aprendizaje de la geometría de la UPN, el rol del profesor que pretende usar el software de geometría dinámica GeoGebra en un proceso en el que se busca que los estudiantes se involucren en la actividad demostrativa, para este caso, en el proceso de conjeturar específicamente.		X	
MAESTRÍA	Si se usa geometría dinámica entonces se comprenden las proposiciones condicionales	Nabil Ramiro Ortigón Domínguez	Guillermo Andrés salas Rodríguez	Carmen Inés Samper de Caicedo	2014	Se encuentra en el repositorio de la UPN	Se reporta un experimento de enseñanza aplicado en un grupo de estudiantes de grado décimo, por medio de una prueba diagnóstica y una secuencia de tareas enmarcadas en un ambiente de geometría dinámica.		X	
MAESTRÍA	Participación de estudiantes en la construcción de un teorema en una clase de geometría regida por un sistema de reglas compartido	Jorge Alejandro Ruiz Vega		Leonor Camargo Uribe	2014	Se encuentra en el repositorio de la UPN	Se plantea una investigación sobre la participación de los estudiantes de geometría plana de la UPN frente a la construcción de un teorema, visto como una unidad compuesta por su enunciado, su demostración y el sistema teórico al que pertenece, con el fin de construir un teorema de manera colectiva a partir del uso de un sistema de reglas compartido.			
MAESTRÍA	Acercamiento a la argumentación en un ambiente de geometría dinámica: grado octavo	Jorge Andrés Toro Uribe		Carmen Inés Samper de Caicedo	2014	Se encuentra en el repositorio de la UPN	Se propone estudiar la argumentación de estudiantes de grado octavo con el apoyo de sistemas de geometría dinámica, en este caso, Cabri y ofrecer alternativas didácticas para la enseñanza de la demostración.			

MAESTRÍA	Análisis del comportamiento de los estudiantes cuando proponen una definición para una figura geométrica con el apoyo de geometría dinámica	Claudia Marcela Vargas Guerrero	Jorge Armando Betancur Aguirre	Carmen Inés Samper de Caicedo	2015	Se encuentra en el repositorio de la UPN	El trabajo se desarrolla en un grupo de siete estudiantes de grado décimo con el fin de describir el proceso y analizar el comportamiento racional y argumental del trabajo en equipo que realizan cuando construyen definiciones de una figura geométrica apoyados en lo que descubren, a través de tareas realizadas con un software de geometría dinámica en un ambiente diseñado para favorecer la construcción y evaluación de definiciones de figuras geométricas.		X	
MAESTRÍA	Argumentación de estudiantes de ciclo IV apoyada en un software de geometría dinámica	John Herisson Bacares Puentes	Mauricio Antonio Cruz Silva	Leonor Camargo Uribe	2015	Se encuentra en el repositorio de la UPN	En el trabajo se reporta un análisis de una secuencia de problemas realizado sobre la posibilidad de llevar a cabo un cambio en la clase de geometría, para favorecer prácticas argumentativas con el apoyo de un programa de geometría dinámica. El marco teórico fundamenta los análisis con los cuáles se estudiaron dos componentes centrales de tal cambio: la actividad que llevan a cabo los estudiantes y las prácticas argumentativas en la clase.		X	
MAESTRÍA	Ambiente indagativo y argumentación en un contexto de geometría dinámica: una experiencia en grado séptimo	Julián Andrés Puentes Díaz		Leonor Camargo Uribe	2015	Se encuentra en el repositorio de la UPN	Se constituye por una propuesta de enseñanza que pretendía promover un ambiente indagatorio en clases de geometría con un curso de grado séptimo, potencializando la argumentación en el contexto de la actividad demostrativa, la geometría dinámica y la gestión del profesor; favoreciendo el protagonismo de los estudiantes en la resolución de problemas.		X	
MAESTRÍA	Representación gráfica adecuada de una figura geométrica en primaria	Mario Alberto Cañón Gutiérrez	Liliana Roza Gutiérrez	Leonor Camargo Uribe	2015	Se encuentra en el repositorio de la UPN	El trabajo desarrollo una investigación dividida en cuatro momentos: El primero se elaboró un marco de referencia acorde para compartir un criterio sobre lo que se considera una representación gráfica adecuada de una figura geométrica; en el segundo, se planeó un experimento de enseñanza realizado con estudiantes de quinto de primaria, en el tercero se llevó a cabo la ejecución del experimento y se recolectaron datos.	X		

MAESTRÍA	La actividad demostrativa de estudiantes de grado octavo del colegio Paulo VI - IED	Ana Eugenia Rodríguez Rodríguez		Leonor Camargo Uribe	2015	Se encuentra en el repositorio de la UPN	Se desarrolla un proceso de investigación en octavo grado a partir del diseño, experimentación y evaluación de una intervención de enseñanza de nueve problemas mediada por el programa Cabri, de geometría dinámica, y tiene como propósito consistió en promover la actividad demostrativa como fuente de procesos de argumentación en geometría.		X	
MAESTRÍA	Acciones de un profesor en la clase de geometría cuando busca que sus estudiantes, de grado octavo, argumenten	Fredy Ávila Sánchez		Tania Julieth Plazas Merchán	2016	Se encuentra en el repositorio de la UPN	Propone una secuencia de tareas que diseñan y aplican, permitiendo construir un sistema teórico local en geometría con estudiantes de grado octavo y otras en las que se argumente utilizándolo, a su vez, se estudian y analizan las acciones del profesor cuando se busca una argumentación, por parte de los estudiantes, a partir de un sistema teórico.		X	
MAESTRÍA	De lo sustancial a lo analítico: un análisis de los argumentos en la clase de geometría	Matilde Gómez Cuellar		Camilo Sua Flórez	2016	Se encuentra en el repositorio de la UPN	Se presenta un estudio realizado con 70 estudiante de grado séptimo y octavo, por medio de un diseño, experimentó y evaluación de una intervención de enseñanza en el aula, con el propósito de desarrollar y analizar las prácticas argumentativas que producen estudiantes de educación básica durante la clase de geometría, en el marco de la Actividad Demostrativa.		X	
MAESTRÍA	Significados de ángulo desarrollados por estudiantes de cuarto grado de primaria	Sandra Milena Jiménez Ardila	Viviana Paola Salazar Fino	Leonor Camargo Uribe	2016	Se encuentra en el repositorio de la UPN	Se realiza una implementación de un Experimento de Enseñanza en un curso de cuarto de primaria, a partir del diseño de una secuencia basada en cuatro aspectos del mismo: sus elementos constitutivos, representación, unidad de medida y finalmente su imagen conceptual. Esto con el fin de analizar la evolución sobre el significado de ángulo.	X		
MAESTRÍA	Hacia un ambiente de indagación en una clase de geometría	Eliana Martínez Mora		Leonor Camargo Uribe	2016	Se encuentra en el repositorio de la UPN	El trabajo se basó en la planeación, experimentación y análisis de una secuencia de enseñanza, en aras de promover un ambiente de indagación en la clase de geometría en grado sexto.		X	
MAESTRÍA	Acciones de un profesor que	Luz Elvira Moyano Valencia		Óscar Javier Molina Jaime	20	Se encuentra en el repositorio de la UPN	Presenta un estudio que tiene como objetivo establecer las acciones llevadas a cabo por el profesor para promover que sus estudiantes			

	promueven la experimentación y reflexión sobre la actividad demostrativa. el caso de profesores en formación avanzada				16		experimenten actividad demostrativa y reflexionen sobre los procesos inmersos. Para ello se toma como marco de referencia la propuesta de Llinares, Valls & Roig (2008), para caracterizar dos sesiones de clase.			
MAESTRÍA	Tareas que promueven el uso experto de un elemento teórico en la argumentación matemática	Jina Paola Triana García	Jennyfer Alejandra Zambrano Arias	Carmen Inés Samper de Caicedo	2016	Se encuentra en el repositorio de la UPN	Plantean un diseño metodológico orientado por alguna característica de un experimento de enseñanza, pero con el objetivo de analizar los argumentos generados durante la resolución de las tareas y no de presentar una secuencia didáctica. Para el análisis se recolecta información de la producción de argumentos en la resolución de nueve tareas de ocho estudiantes de grado séptimo.		X	
MAESTRÍA	Actividad demostrativa y tipos de argumentos en grado décimo	Raúl Eduardo Vargas Sánchez		Óscar Javier Molina Jaime	2016	Se encuentra en el repositorio de la UPN	Se presenta un estudio realizado en grado décimo, teniendo como propósito elaborar, implementar y Evaluar una propuesta metodológica para la enseñanza de la Actividad de Demostrativa. Se construyó una propuesta metodológica de intervención en aula de grado décimo.		X	
MAESTRÍA	Tareas digitales: recurso didáctico para favorecer la argumentación	Viviana Elena Manrique Pérez	Irwin Jamid Medina Meléndez	Camilo Sua Flórez	2017	Se encuentra en el repositorio de la UPN	Se realiza un análisis de tareas digitales con el fin de determinar qué características debían tener las tareas digitales de geometría para favorecer procesos de argumentación y conjeturar; a partir del análisis se desarrollaron, implementaron y analizaron un conjunto de tareas digitales de geometría con un grupo de estudiantes de grado séptimo.		X	
MAESTRÍA	Procesos de conjeturación y justificación: el rol de los programas de geometría dinámica	Elizabeth Muñoz Ramírez	Tatiana Marcela rojas Salamanca	Camilo Sua Flórez	2017	Se encuentra en el repositorio de la UPN	Presenta un estudio de casos desarrollada con un grupo de tres estudiantes de noveno grado, para ello se diseñó siete problemas complementándolas con un software de geometría dinámica (GeoGebra), con el fin de evidenciar la mediación de software en el proceso de conjeturar y justificar, propios de la actividad demostrativa.		X	

MAESTRÍA	Uso e interpretación de representaciones cuando se resuelven problemas de conjeturación en un ambiente de geometría dinámica	Carlos David Sánchez		Carmen Inés Samper de Caicedo	2018	No se encuentra en el repositorio de la UPN	Se propone como objetivo identificar qué aspectos del uso e interpretación de lo que representan los estudiantes en un Sistema Geometría Dinámica, por medio de la resolución de problemas abiertos para conjeturar, que se propusieron a dos grupos, de tres estudiantes cada uno, de grado noveno.		X	
MAESTRÍA	Tareas tecnopedagógicas: un modelo para promover la conjeturación en la educación superior	Luis Carlos Romero Castro		Leonor Camargo Uribe	2018	No se encuentra en el repositorio de la UPN	Determinar la utilidad del modelo de Diseño de Tareas Tecno Pedagógicas, con el fin de fomentar la conjeturación en una clase de geometría de una carrera de arquitectura por medio del diseño, implementación y evaluación de una secuencia de enseñanza.			X
MAESTRÍA	Generar incertidumbre para promover argumentos y desarrollar competencias ciudadanas y matemáticas en la clase de geometría	Diego Guerrero Garay	Jeisson Jair Triviño Quintero	Tania Julieth Plazas Merchán	2018	No se encuentra en el repositorio de la UPN	Se muestra las diferentes competencias matemáticas y ciudadanas que se logran promover cuando se implementan tareas que generan incertidumbre, en relación al proceso de argumentar, por tal motivo se diseñaron siete tareas y se implementaron en estudiantes de grado noveno.		X	
MAESTRÍA	Contribución del uso de no ejemplos y tecnología digital para la construcción de significado de objetos geométricos	Ibeth Nathalia Moreno Bermúdez	Oscar Javier Cetina Silva	Carmen Inés Samper de Caicedo	2019	No se encuentra en el repositorio de la UPN	En el trabajo se diseñan e implementan tres tareas secuenciales, alrededor de la definición de triángulo, triángulos obtusángulos y triángulos acutángulos; y altura de triángulo. Fundamentadas en un marco de referencia, teniendo en cuenta la construcción de significado, ejemplos y no ejemplos, proceso de definir y, el uso de la tecnología digital, con el fin de proveer un apoyo a los estudiantes de primaria durante su proceso para construir significado de objetos y relaciones geométricas específicos.	X		

	en un curso de primaria									
MAESTRÍA	Reflexión sobre la práctica docente: sembrando cubos	Diaz Calderón Luis Fernando	Hernández herrera John Alexander	Leonor Camargo Uribe	2019	No se encuentra en el repositorio de la UPN	En el trabajo se realiza un análisis de las reflexiones sobre la práctica docente en clases de geometría alusivas al objeto cubo, por medio de una clasificación, según cinco aspectos de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (contenidos, gestión, medios, discurso, aprendizaje).			
MAESTRÍA	Estudiantes con síndrome de down definiendo en geometría	Oscar David Hoyos Gazabon		Tania Julieth Plazas Merchán	2019	No se encuentra en el repositorio de la UPN	En el trabajo se plantea el diseño de cuatro tareas, de las cuales dos requieren el uso de tecnología digital para su solución y dos con material concreto, las cuales se presentaron a tres estudiantes de una institución educativa con síndrome de Down, para analizar fragmentos de las entrevistas a partir de acciones y niveles de acciones pertenecientes a cada tipo de aprehensión, para luego determinar qué tipo de relación entre celdas cognitivas hay; y así determinar qué tipo de definición se presenta en la resolución de las tareas.		X	
MAESTRÍA	Euclidea propone y tú argumentas. esquemas de argumentación y génesis instrumental	Yessica María Galvis Rodríguez		Tania Julieth Plazas Merchán	2019	No se encuentra en el repositorio de la UPN	Se realiza un análisis entorno a los esquemas de argumentación y a la génesis instrumental del trabajo con estudiantes de grado noveno, por medio de una secuencia de tareas, diseñada previamente, dividida en dos partes.		X	
MAESTRÍA	Una reflexión sobre la práctica docente centrada en la enseñanza y el aprendizaje de la orientación espacial	Yanith Montoya Valenzuela		Leonor Camargo Uribe	2019	No se encuentra en el repositorio de la UPN	El trabajo se constituye por el desarrollo experimental y sistematización del proceso de reflexión sobre la práctica docente propia de la autora, planteando el desarrollo en dos ciclos de reflexión desarrollados en tres fases: Pre activa, activa y pos activa.			
MAESTRÍA	Una mirada a nuestras clases de geometría a partir de un proceso de reflexión	Gloria Esperanza Castellanos Báez	Néstor Fabian Zambrano Castro	Claudia Marcela Vargas Guerrero	2019	Se encuentra en el repositorio de la UPN	Se resalta en este trabajo el reflexionar sobre la práctica como forma de evaluar la actuación del docente en el aula. Planteando inicialmente una narración para vislumbrar la formación académica y profesional de cada autor del trabajo y proponiendo tres fases: pre-activa (Planeación), activa (Implementación) y postactiva			

	sobre la práctica						(Evaluación); a partir de ellas se realizan los procesos de planear, ejecutar y evaluar una clase que involucrara un proceso geométrico por medio del concepto de Poliedros.			
MAESTRÍA	La visualización como medio para desarrollar el lenguaje geométrico: una mirada desde mi rol de profesora	Deisy Mabel Guerrero Ariza		Leonor Camargo Uribe	2019	Se encuentra en el repositorio de la UPN	En el documento se realiza una reflexión sobre la práctica docente de la autora, planteando dos maneras, la primera es a través de la presentación de una de sus clases y la segunda es bajo la guía de sus directores y documentación teórica. Para la reflexión e tuvo en cuenta la enseñanza de los polígonos con el fin de promover la visualización de la clase de geometría, Para ello se diseñó e implementó una secuencia de tareas.	X		
MAESTRÍA	Una comunidad de discurso en la clase de geometría, apoyada por la tecnología digital y la gestión del profesor	William Andrés Cárdenas	María Fernanda Castro Sabogal	Claudia Marcela Vargas Guerrero	2019	Se encuentra en el repositorio de la UPN	El trabajo presenta un estudio de prácticas discursivas no usuales en la clase de geometría y muestra algunas de las acciones que realiza un profesor con el apoyo de Geometría dinámica, para promover el desarrollo del discurso matemático por medio de un marco de referencia de investigación adoptado para realizar un análisis de los datos recolectados, por medio de un registro y transcripción de 4 sesiones de clase que muestran aspectos discursivos de los estudiantes y las acciones del profesor.			
MAESTRÍA	Desarrollo del proceso de definir con geometría dinámica: una reflexión desde nuestro rol como docentes	James Alexander Cuellar Carrillo	Juan Carlos Jiménez Ruiz	Claudia Marcela Vargas Guerrero	2019	Se encuentra en el repositorio de la UPN	Se plantea una planeación, implementación y análisis de una secuencia de tareas que promueva el proceso de definir, por medio de un software de geometría dinámica, con el fin de sistematizar un proceso de reflexión sobre la práctica docente de los autores.		X	

