

**ESTRATEGIA PARA LA CONSTRUCCIÓN E INTERPRETACIÓN DE
ATRACTORES CARDIACOS CAÓTICOS CON ESTUDIANTES DE PREGRADO
DE LA FACULTAD DE MEDICINA**

RIBKÁ SORACIPA MUÑOZ

**UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE FÍSICA
BOGOTÁ D.C.
2021**

**ESTRATEGIA PARA LA CONSTRUCCIÓN E INTERPRETACIÓN DE
ATRACTORES CARDIACOS CAÓTICOS CON ESTUDIANTES DE PREGRADO
DE LA FACULTAD DE MEDICINA**

RIBKÁ SORACIPA MUÑOZ

**Trabajo de grado como requisito para optar el título como Especialista en Docencia
de las Ciencias para el Nivel Básico**

Asesores

Marina Garzón Barrios y Liliana Tarazona Vargas

**UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE FÍSICA
Bogotá D.C.
2021**

AGRADECIMIENTOS

Al Altísimo y los maestros de Israel que guían mi camino

A mis padres

Al Doctor y profesor Javier Rodríguez por todas las alegrías y sorpresas matemáticas que viví en la elaboración de este trabajo de grado

A mis asesoras de trabajo por todos esos encuentros que al exigirme ir al fondo de mi experiencia como docente sacaron lo mejor de mí

Al grupo Insight

A los estudiantes de pregrado de la facultad de medicina

TABLA DE CONTENIDO

Introducción.....	1
Capítulo 1	
1. Contexto problemático y justificación	6
1.1. Objetivos	11
1.1.1. Objetivo general.....	11
1.1.2. Objetivo específico	11
Capítulo 2	
2. Dispositivos gráficos elaborados para diferentes variables fisiológicas.....	12
2.1. El concepto de fuerza de la física clásica y su relación con el cardiograma.....	12
2.2. Influencia del estudio de la electricidad en el siglo XVIII con el estudio de la eléctrica en el corazón	19
2.3. Establecimiento del potencial eléctrico del corazón como origen del electrocardiograma	23
Capítulo 3	
3. Características generales del electrocardiograma actual	30
3.1. Metodología para calcular la frecuencia cardiaca a partir de un electrocardiograma	33
3.2. Procesamiento de señales eléctricas cardiacas	37
Capítulo 4	
4. Sistemas dinámicos y su relación con la variabilidad de la frecuencia cardiaca.....	39
4.1. Análisis de la variabilidad de la frecuencia cardiaca desde una perspectiva clínica	46
4.2. Atractores cardiacos caóticos generados a partir de los valores de la frecuencia cardiaca.....	50
4.2.1. Aplicación del método de Box Counting.....	56
4.2.2. Establecimiento de órdenes matemáticos y geométricos que permitan hacer distinciones entre sistemas dinámicos cardiacos normales y anormales	62
Capítulo 5	
5. Implementación de la estrategia en el aula.....	67
5.1. Descripción de la institución educativa.....	67
5.2. Descripción de la estrategia de enseñanza para el diseño e interpretación de atractores cardiacos caóticos	68
Capítulo 6	

6. Reflexiones finales	91
Glosario	95
Bibliografía	96
Anexo	
Anexo 1. Geometría fractal y el método de Box Counting	101
Anexo 2. Observación de las señales eléctricas cardiacas desde diferentes escalas de tiempo	120

Índice de ilustraciones

Capítulo 2

Ilustración 1. Quimógrafo de Carl Luwing 1847	13
Ilustración 2. Esfigmógrafo de Vierordt.....	15
Ilustración 3. Trazados generados por dispositivos mecánicos en donde a) representa la gráfica generada por el pulso a partir de un esfigmógrafo y b) la gráfica de un movimiento armónico simple	15
Ilustración 4. Esfigmógrafo de transmisión y cilindro registrador.....	16
Ilustración 5. Diseño del cardiógrafo a) en su primera y b) en su segunda fase en 1861.....	17
Ilustración 6. Variaciones observadas en los cardiogramas de los ciclos cardiacos 1885 ...	18
Ilustración 7. Conducción eléctrica del corazón.....	21
Ilustración 8. Un potencial de acción en una célula miocárdica ubicada en los ventrículos	22
Ilustración 9. Electrómetro capilar de Lippman	26
Ilustración 10. Registros gráficos del comportamiento del corazón generados por diferentes dispositivos.....	28
Ilustración 11. Representación de la idea de campo de potencial eléctrico del corazón.....	28

Capítulo 3

Ilustración 1. Representación de cada onda y un ciclo cardiaco	30
Ilustración 2. Papel milimetrado en donde se encuentra el voltaje (en el <i>eje y</i>) y el tiempo (en el <i>eje x</i>)	31
Ilustración 3. Representación de un cuadrado grade y sus cuadros pequeños tomado del papel milimetrado.....	31
Ilustración 4. Ejemplo de un electrocardiograma con su cuadrícula y divisiones en términos de voltaje y tiempo	32
Ilustración 5. Ejemplo 1 de un trazado ECG con dos ondas P, QRS y T.....	34
Ilustración 6. Ejemplo 2 de un trazado ECG con dos ondas P, QRS y T.....	34

Ilustración 7. Ejemplo de la variabilidad de la frecuencia cardiaca a partir de los intervalos RR de las señales del electrocardiograma	38
---	----

Capítulo 4

Ilustración 1. Trazados del ritmo cardiaco representados en tres escalas de tiempo diferentes	41
Ilustración 2. Evento clínico al que pertenece cada una de las tres señales eléctricas cardiacas	42
Ilustración 3. Series temporales para cada una de las tres situaciones de la ilustración 2 ...	43
Ilustración 4. Espectros obtenidos mediante el análisis armónico para cada una de las tres situaciones de la ilustración 2.....	44
Ilustración 5. Atractor cardiaco generado en un espacio de fase para cada uno de las tres situaciones de la ilustración 2.....	45
Ilustración 6. Tacograma generado a partir de los valores de la frecuencia cardiaca mínima y máxima de la tabla 1; en donde a) representa un registro normal y b) un registro de un sujeto con infarto agudo de miocardio	48
Ilustración 7. Pares ordenados de los valores de la frecuencia cardiaca en un espacio de fase	53
Ilustración 8. Unión de todos los pares ordenados de la ilustración 7 mediante una línea suavizada	53
Ilustración 9. Atractor cardiaco caótico normal	54
Ilustración 10. Atractor cardiaco caótico anormal.....	54
Ilustración 11. Atractor cardiaco caótico normal y anormal en un mismo espacio de fase .	55
Ilustración 12. Un cuadrado y sus partes más pequeñas.....	58
Ilustración 13. Conteo de cuadros pequeños y grandes ocupados por el atractor cardiaco caótico normal al superponer una rejilla de 5x5 y 10x10 latidos por minuto (lat. min).....	59
Ilustración 14. Conteo de cuadros pequeños y grandes ocupados por el atractor cardiaco caótico anormal al superponer una rejilla de 5x5 y 10x10 latidos por minuto (lat. min).....	60

Ilustración 15. Representación gráfica de los conjuntos que diferencian atractores cardiacos caóticos a partir del conteo de cuadros pequeños.....	65
--	----

Capítulo 5

Ilustración 1. Diagrama que muestra las fases en la que se implementó la estrategia	69
---	----

Ilustración 2. Respuestas de [F] para análisis del objetivo uno de la fase 3 de la estrategia	82
---	----

Ilustración 3. Respuestas de [A] para análisis del objetivo uno de la fase 3 de la estrategia	83
---	----

Ilustración 4. Respuestas de [J] para análisis del objetivo uno de la fase 3 de la estrategia	84
---	----

Ilustración 5. Descripciones de los estudiantes del atractor generado para la situación C	86
---	----

Ilustración 6. Descripciones de los estudiantes del atractor generado para la situación A ..	88
--	----

Anexo 1

Ilustración 1. Costa de Gran Bretaña.....	103
---	-----

Ilustración 2. Polígono inscrito regular inscrito	104
---	-----

Ilustración 3. Noción de auto-similitud entre la línea, el cuadrado y el cubo	106
---	-----

Ilustración 4. Ejemplo de un segmento de la curva de Koch	108
---	-----

Ilustración 5. Diferentes alteraciones de los eritrocitos observados en el extendido de sangre periférica.....	110
--	-----

Ilustración 6. Dacriocito seleccionado del extendido de sangre periférica, superposición de dos rejillas de 10x10 y 20x20 pixeles.....	110
--	-----

Ilustración 7. Conteo de cuadros ocupados por el dacriocito al superponer las dos rejillas de la ilustración 6	111
--	-----

Ilustración 8. Diagrama logarítmico diseñado a partir del valor de N y t de la tabla que aparece en la parte superior de la ilustración.....	111
Ilustración 9. Diagrama logarítmico diseñado a partir del valor de N y t, así como la línea que une los dos pares ordenados de la ilustración 8.....	112
Ilustración 10. Imagen de extendido de sangre periférica a) selección de cinco eritrocitos; b) y c) superposición de rejilla de 10x10 y 20x20 pixeles en estas cinco estructuras	116

Índice de tablas

Capítulo 3

Tabla 1. Resumen de la relación entre cuadros grandes y pequeños con unidades de tiempo	33
Tabla 2. Valores de la frecuencia cardiaca en latidos por minuto	35

Capítulo 4

Tabla 1. Valores de la frecuencia cardiaca mínima, máxima, total de latidos por cada hora para la situación 1 y 2	47
Tabla 2. Valores mínimos y máximos de la frecuencia cardiaca y el número total de latidos	50
Tabla 3. Resultados obtenidos al aplicar el método de Box Counting en el atractor cardiaco caótico normal y anormal	61
Tabla 4. Resultados obtenidos al aplicar el método de Box Counting en el atractor cardiaco caótico	63
Tabla 5. Resultados de los cuadros contados al superponer las rejillas C_1 y C_2 sobre tres de los 17 atractores de la tabla 4	64

Capítulo 5

Tabla 1. Repuesta del estudiante [F]	83
Tabla 2. Repuesta del estudiante [A]	84
Tabla 3. Repuesta del estudiante [J]	84
Tabla 4. Respuestas correctas comparadas con las respuestas de todos los estudiantes participantes en la actividad	85

Anexo 1

Tabla 1. Resultados al aplicar el método de Box Counting en los cinco eritrocitos seleccionados en la figura 9	117
--	-----

Introducción

La comprensión del comportamiento mecánico y eléctrico del corazón ha sido una fuente de investigación de ciencias como la física, la química y en diferentes disciplinas del área de la medicina, dentro de las cuales se desarrollan una serie de metodologías para la solución de un problema en particular que con el paso del tiempo se puede convertir en nuevos temas de enseñanza. Las ciencias de la salud diseñan un plan de estudios dividido en dos periodos, en el primero se tratan los temas de las disciplinas básicas y en el segundo se abordan estudios clínicos (Pinilla, 2011). En ninguno de estos dos periodos se encuentra la enseñanza de la física que puede entrar a apoyar en la comprensión de los conceptos de la mecánica y la electricidad que fundamentan el diseño de muchos de los dispositivos con los cuales se caracteriza y se elaboran explicaciones del comportamiento mecánico y eléctrico del corazón.

La enseñanza de la física ya sea esta clásica o moderna, implica profundizar en procedimientos matemáticos y análisis geométricos, que son claves para construir explicaciones de los fenómenos, para luego desarrollar metodologías de enseñanza que involucren teorías, axiomas, leyes, principios, etc., propios de estas ciencias. Entonces la práctica docente de física requiere del planteamiento de estrategias que utilicen lenguajes o términos que van desde un nivel básico hasta uno avanzado, dependiendo si estos fenómenos son abordados asociando sus variables con conceptos realizados con anterioridad (Rodríguez, Prieto y Ramírez, 2021). En vista a que los estudiantes de pregrado de medicina no ven física en primer periodo, esto le exige al docente organizar propuestas que le permita a los estudiantes tener un acercamiento a estas explicaciones.

En el primer capítulo el lector encuentra una descripción del contexto problemático sobre la interpretación de los registros electrocardiográficos a partir de los cuales se evalúa la actividad eléctrica cardíaca de un sujeto. Este problema hace parte de los objetos de estudio documentados en la literatura médica, los cuales muestran que una incorrecta interpretación de los electrocardiogramas, conduce a diagnósticos y decisiones clínicas inapropiadas (Eslava et al, 2009). En la solución de este problema ha intervenido diferentes áreas de saber cómo es la física y la ingeniería, proponiendo cada una de ellas nuevas metodologías y/o técnicas que ayuden en los procesos de interpretación del electrocardiograma. No obstante, al ser metodologías y/o técnicas diseñadas desde dos áreas de saber que en muchos casos no

tienen en cuenta los lenguajes clínicos puede resultar difíciles de comprender por parte de los estudiantes de pregrado de la facultad de medicina.

En el segundo capítulo, trata de un recorrido histórico para contextualizar las implicaciones que tiene el concepto de fuerza en el diseño de uno de los primeros dispositivos que realizó una medición mecánica del comportamiento del corazón la cual fue registrada en el cardiograma. Antes del cardiograma ya existían otras técnicas de registro empleadas para el estudio de otras variables fisiológicas algunas de ellas fueron aplicadas en el cardiograma. El estudio del cardiograma pronto comenzó a cambiar la idea intuitiva que se tenía sobre un ritmo cardíaco regular, cuando se encontraron cardiogramas que registraban una variabilidad en el tiempo que se daba cada ciclo cardíaco individual tanto en sujetos con un estado de salud favorable o con alguna enfermedad. Los fisiólogos de finales de siglo XVII no encontraban explicaciones a estas variaciones desde el contexto de la fisiología, entonces atribuyeron estas variaciones a errores en el diseño de los dispositivos y el registro de las ondas del cardiograma.

El capítulo dos también recopila los hechos históricos claves que antecedieron a la elaboración de un dispositivo que permitiera hacer medidas más sensibles del comportamiento del corazón. Pasar del diseño de un dispositivo que midiera el comportamiento mecánico del corazón implicó retomar los estudios llevados a cabo con electricidad en animales. Es importante resaltar que para esta época se estaba definiendo el concepto de potencial eléctrico como unidad de medida de la electricidad, en cuya definición participaron de forma paralela los estudios llevados a cabo por la química y la física. El estudio del comportamiento eléctrico del corazón involucró los resultados alcanzados en las investigaciones llevadas a cabo en la electrólisis por parte de la química, el establecimiento de las propiedades eléctricas por parte de la física y la ingeniería eléctrica. A la luz de estos estudios, se diseñó el galvanómetro de cuerda y las primeras ondas de la actividad eléctrica del corazón fueron registradas en el electrocardiograma.

En el capítulo tres se muestra los alcances que tiene el electrocardiograma para la electrofisiología actual. Se describe la aplicación de una de las metodologías que aparece en todos los libros de electrocardiografía básica la cual debe saber todo estudiante de pregrado de medicina para la lectura e interpretación de un electrocardiograma. En este capítulo se

resalta el cálculo de la frecuencia cardiaca para la lectura del electrocardiograma, debido a que es considerada una variable que permite evaluar el estado clínico de un sujeto y la magnitud de los cambios de los ciclos cardiacos a lo largo del tiempo. El capítulo se cierra resaltando dos aspectos importantes que tiene la variación en la escala de medida para hacer más preciso el cálculo de la frecuencia cardiaca; el primero corresponde al procesamiento de las señales eléctricas cardiacas debido a que son altamente fluctuantes y segundo el uso de los programas de computación permiten hacer más eficiente el análisis de estas señales y el procesamiento de un número mayor de registros electrocardiográficos.

En el cuarto capítulo se realizó una descripción completa de las implicaciones que tiene estudiar la variabilidad de la frecuencia cardiaca en el contexto de los sistemas dinámicos no lineales y la geometría fractal, mediante una descripción detallada de la manera como de Goldberger y su equipo de trabajo elaboran explicaciones de la variabilidad de la frecuencia cardiaca tomando elementos conceptuales de estos dos contextos (Goldberger et al, 1990). El tema central de este capítulo se encuentra en la interpretación de la señal eléctrica del corazón mediante la elaboración de atractores cardiacos caóticos generados en un espacio de fase. El trabajo de Goldberger y colaboradores descrito en este capítulo muestra que sus argumentos sobre la posibilidad de interpretar la actividad eléctrica del corazón y la variabilidad de la frecuencia cardiaca en el contexto de los sistemas dinámicos no lineales y la geometría fractal son válidos, sin embargo, los estados dinámicos cardiacos estudiados representan tres situaciones particulares, las cuales pueden cambiar cuando se estudie otro grupo de registros eléctricos del corazón. En cambio, en la metodología desarrollada Rodríguez y colaboradores (2008) se propone una nueva forma de diseñar atractores a partir de los valores discretos de la frecuencia cardiaca de los electrocardiogramas (Holter) para generar atractores cardiacos caóticos en un espacio de fase, los cuales fueron medidos y caracterizados mediante la aplicación del método de Box Counting. Los resultados de esta metodología permiten diferenciar estados dinámicos cardiacos normales y anormales, así como aquellos estados que estén evolucionando hacia alguno de estos dos estados.

En el quinto capítulo se describe la estrategia de enseñanza implementada con estudiantes de pregrado de la facultad de medicina de la Universidad Militar Nueva Granda (Bogotá, Colombia), la cual consiste en cinco fases en las cuales se procura generar espacios de discusión para identificar la variación del ritmo cardiaco como un problema de investigación, para después reflexionar sobre las implicaciones que tiene la solución de este problema en el contexto de la física y la matemática. De todas las actividades desarrolladas para las cinco fases, se seleccionó las actividades llevadas a cabo en la fase tres de la estrategia por ser la que más aportó elementos de análisis para el proceso de sistematización de las explicaciones de los estudiantes después de desarrollar una actividad que consistió en un ejercicio de observación, relación y descripción de tres señales eléctricas y sus valores de la frecuencia cardiaca representadas en tres escalas de tiempo diferentes. La tercera de escala de tiempo es totalmente nueva para los estudiantes en vista a que son los mismos valores de la frecuencia cardiaca analizados en las dos primeras escalas de tiempo que al ser representadas en un espacio de fases generan un atractor caótico.

Las descripciones elaboradas por los estudiantes para estas tres escalas de tiempo, revelaron en donde se encuentra la dificultad para la interpretación de los electrocardiogramas por parte de los estudiantes. Al profundizar en estas dificultades observadas la hora de interpretar de manera acertada si una frecuencia cardiaca es normal o anormal, permitió reconocer las dificultades de los estudiantes desde un contexto de orden disciplinario como son las ideas que tienen los estudiantes sobre los sistemas de referencia y sus representaciones en un espacio de dos dimensiones. La estrategia busca que la interpretación de los atractores cardiacos caóticos en el contexto de la teoría de los sistemas dinámicos y la geometría fractal, sirva de medio para que el estudiante pueda interpretar de manera más acertada los electrocardiogramas. Esto último es posible en cuanto el estudiante comprenda que los sistemas de referencia aprendidos en la secundaria y utilizados para la interpretación de los electrocardiogramas no son aplicables a los sistemas dinámicos no lineales.

En el capítulo seis se realiza las reflexiones finales de la autora de este trabajo de grado alrededor de las explicaciones de las estudiantes de pregrados de la facultad de medicina, sobre la interpretación de los atractores cardiacos caóticos generados en el espacio de fase en

el contexto de la teoría de los sistemas dinámicos y la geometría fractal, como objeto de estudio en la estrategia de enseñanza. También, los posibles aspectos que se pueden seguir desarrollando a partir de las situaciones estudiadas en el proceso de sistematización, para fortalecer las experiencias de los estudiantes en el momento de implementar la estrategia.

Capítulo 1

1. Contexto problemático y justificación

Un estudiante antes de sexto semestre de la facultad de medicina de la Universidad Militar Nueva Granada reconoce que las diferencias de potencial, es decir la diferencia de gradientes de concentración de Na^+ y K^+ se convierten en diferencias de potencial eléctrico en las células miocárdicas, las cuales son posteriormente conducidas hacia la superficie del cuerpo y pueden ser registradas a partir de electrodos de superficie colocados en puntos estratégicos sobre la piel. El trazado de la actividad eléctrica del corazón así obtenido se denomina electrocardiograma y el dispositivo que realiza el registro es un electrocardiógrafo. Todo lo anterior hace parte de los conocimientos básicos que debe saber un estudiante de medicina para evaluar el estado de salud o enfermedad de un sujeto.

Para evaluar de manera acertada un electrocardiograma, el profesional requiere del uso de varios métodos de análisis los cuales le proporcionen los elementos necesarios para interpretar las ondas P, Q, R, S y T que representan tres diferentes regiones del corazón en la que se puede dar la actividad eléctrica cardiaca (Ira, 2011). El establecimiento de los métodos de interpretación de las ondas de estos registros se hizo necesaria desde que se observó que el comportamiento del ritmo cardiaco es irregular aun en sujetos con un estado de salud favorable, en cambio la pérdida de la variabilidad se observó en sujetos con estado de salud adverso. Estos hallazgos implican que la fisiología comenzará a encontrar las causas de dichas variaciones y reformular las explicaciones fundamentadas en la noción de homeostasis (Goldberger et al, 1990).

La elaboración de explicaciones que den cuenta de la variabilidad en el ritmo cardiaco desde el contexto de la fisiología no ha sido una tarea fácil de realizar y continúa siendo tema de investigación. Mientras que la intervención de otras ciencias ha contribuido significativamente con otro tipo de explicaciones que han revolucionado la cardiología. En la primera década de los 80 la búsqueda de explicaciones de esta variabilidad en el ritmo cardiaco comenzó a ser más acertada cuando fue estudiada desde el contexto de la teoría de los sistemas dinámicos o del caos. Los estudios llevados a cabo desde este contexto requieren del análisis de miles de datos (registros del electrocardiograma) con el fin de establecer patrones de comparación entre sistemas dinámicos cardiacos que caractericen estados de

normalidad y anormalidad, así mismo la evolución del sistema cardiaco hacia alguno de estos dos estados. El estudio llevado a cabo desde esta perspectiva no se centra propiamente en establecer las causas de la variabilidad si no encontrar estos parámetros de comparación entre estados normales y anormales.

Es importante recordar que en esta misma década las computadoras ya se encontraban en su cuarta generación y fueron empleadas para el procesamiento de los electrocardiogramas. A partir de aquí surgió la idea de diseñar programas informáticos que faciliten el procesamiento de miles de electrocardiogramas (Schläpfer y Wellens, 2017). Adicionalmente, estos programas fueron utilizados para el establecimiento de parámetros de comparación entre estados dinámicos cardiacos, lo cual implicó que los programas realizaran variaciones en los rangos de tiempo para refinar las medidas y las observaciones de los trazados en el electrocardiograma, fue en este refinamiento en donde más se hizo evidente que el ritmo cardiaco en una escala de tiempo más corta tiene un comportamiento caótico (Goldberger et al, 1990).

Después de las consideraciones anteriores, resulta oportuno resaltar que los libros de electrocardiografía básica no discuten sobre los hallazgos establecidos desde el contexto de los sistemas dinámicos, si no que centran sus explicaciones en unos métodos diseñados para el cálculo de la frecuencia cardiaca a partir de un análisis individual y/o combinado de cada una de las ondas P, Q, R, S y T de los registros del electrocardiograma. Los métodos propuestos en estos libros hacen una serie de advertencias que indican cuando un método debe ser cambiado por otro método descrito en el libro. Por ejemplo, el cambio de un método se deber realizar cuando el electrocardiograma muestra un ritmo cardiaco muy irregular y con una frecuencia cardíaca mayor a 150 latidos por minuto, la cual supera los parámetros clínicos de una frecuencia cardiaca normal (López, 2006).

En la lectura del libro titulado *“la alegría de leer el electrocardiograma”* se puede observar que es un texto que elabora explicaciones a partir de los principios de electrocardiografía básica aplicados en las tres regiones del corazón que generan potenciales de acción en las células miocárdicas. Mientras que el concepto de potencial eléctrico y diferencias de potencial con los cuales se almacenan las señales eléctricas del corazón en los dispositivos para luego generar un electrocardiograma, no son discutidos en estos libros por

tratarse de temas que involucran lenguajes de la física y la ingeniería eléctrica sobre la electricidad.

En el orden de las ideas anteriores, el concepto de potencial eléctrico para la fisiología llega a ser diferente al que estudia la física y la ingeniería eléctrica, entendiendo que la fisiología elabora sus explicaciones a partir de la diferencia en el gradiente de concentración de Na^+ y K^+ que se convierte en diferencias de potencial eléctrico en las células miocárdicas, las cuales llegan posteriormente a unos electrodos de superficie colocados estratégicamente en diferentes puntos del tórax. Para la física y la ingeniería eléctrica, el potencial eléctrico en un punto de un campo eléctrico es la energía potencial que posee la unidad positiva de la carga en ese punto, en cuanto a la diferencia de potencial entre dos puntos A y B, es el trabajo que realizan las fuerzas del campo para llevar la unidad positiva de carga de A hasta B (Otañon et al, 2002). Ambas formas de interpretar el concepto de potencial eléctrico están implícitas en el electrocardiograma. Esto quiere decir que la fisiología utiliza los electrocardiogramas para elaborar sus explicaciones mediante las diferencias de potencial eléctrico desde un contexto de reacciones químicas, aunque sea un mismo electrocardiograma la manera de elaborar explicaciones cambia significativamente.

En la literatura médica se documentan estudios que muestran que una incorrecta interpretación de los electrocardiogramas, conduce a diagnósticos y decisiones clínicas inapropiadas (Eslava et al, 2009; Raupach et al, 2010). Como consecuencia de esto, los planes académicos de pregrado de la carrera de medicina deben plantear propuestas de aula que mejoren la comprensión de los conocimientos de electrocardiografía básica en los estudiantes (Eslava et al, 2009; Raupach et al, 2010), los cuales serán evaluados durante la carrera y en el primer año de su residencia en medicina interna (Eslava et al, 2009). Por las consideraciones anteriores la interpretación de los electrocardiogramas desde este contexto continúa siendo tema de investigación, en el cual se busca establecer la mejor manera de capacitar a los estudiantes de pregrado antes de que comiencen su residencia (Eslava et al, 2009).

El profesor de Medicina Ary Goldberger junto con su equipo de investigación han estudiado las ondas eléctricas cardiacas más simples hasta las más complejas, desde el contexto de los sistemas dinámicos y la geometría fractal. Estos estudios hacen parte de los

temas de enseñanza de estudiantes de pregrado de la facultad de medicina de la universidad de Harvard en donde Goldberger es profesor. Una manera que tiene el lector de acercarse a la forma en la que Goldberger interpreta y analiza la actividad eléctrica cardiaca de los electrocardiogramas es mediante el artículo titulado *caos y fractales en la fisiología humana* publicado en la revista investigación y ciencia (Goldberger et al, 1990).

Es importante resaltar que una revista de divulgación de conocimiento científico una de sus finalidades es crear un escenario de estímulo y curiosidad para aquellos sujetos que se encuentren interesados en la ciencia y sus métodos según su área de conocimiento. La curiosidad de un estudiante de medicina por indagar en estos temas que trata Goldberger y colaboradores se puede dar siempre y cuando se reconozca que la interpretación de un electrocardiograma es un problema de investigación vigente, sin embargo, este tipo de cuestionamientos son poco probables que se generen en los estudiantes, debido a que los libros de electrocardiografía básica como el descrito anteriormente, se enfoca en plantear una serie de métodos cuya finalidad es el reconocimiento e interpretación de las ondas según los criterios de la metodología utilizada. Sumado a esto, un estudiante de básica secundaria en la educación actual colombiana no adquiere los conocimientos básicos sobre los sistemas dinámicos no lineales y la geometría fractal, lo cual puede dificultar la lectura y comprensión del artículo de Goldberger y colaboradores (1990), aun cuando el artículo este publicado en una revista de divulgación de conocimiento científico.

El trabajo de Goldberger y colaboradores abrió el camino para pensar la variabilidad del ritmo cardiaco en el contexto de los sistemas dinámicos no lineales. Las representaciones de esta variabilidad en atractores cambiaron significativamente la idea de representar actividad eléctrica del corazón, sin embargo, sigue siendo tema de estudio del equipo de trabajo de Goldberger el establecimiento de los atractores que caractericen la actividad eléctrica cardiaca de acuerdo a los parámetros de salud y enfermedad establecidos por la fisiología.

En Colombia el profesor Javier Rodríguez de la facultad de medicina de la Universidad Militar Nueva Granada y Director del grupo de Investigación Insight, junto con su equipo de trabajo desarrollaron una nueva metodología para interpretar los electrocardiogramas (Holter) mediante el diseño de atractores cardiacos en un espacio de fase. Los atractores diseñados por esta metodología confirman que la variabilidad en el ritmo cardiaco o la

variabilidad de la frecuencia cardíaca puede ser interpretada desde el contexto de los sistemas dinámicos y la geometría fractal. Adicionalmente, con esta metodología es posible establecer diferencias geométricas y matemáticas entre sistemas dinámicos cardíacos normales y anormales, mediante la aplicación del método de Box Counting desarrollado en el contexto de la geometría fractal.

Estas nuevas metodologías diseñadas para la interpretación de los electrocardiogramas en el contexto de la teoría de los sistemas dinámicos no lineales y la geometría fractal, ha implicado que los físicos elaboren nuevos lenguajes para que los fisiólogos comprendan que información hay en cada atractor cardíaco generado en un espacio de fase. Adicionalmente, el físico que asuma la tarea de elaborar estos lenguajes debe comprender los lenguajes que utilizan los fisiólogos para evaluar una patología cardíaca de acuerdo a las tres regiones del corazón que pueden generar de manera espontánea potenciales de acción. Estas dinámicas de aprendizaje entre físicos y fisiólogos es una tarea que se puede llevar a cabo con los estudiantes de pregrado de la facultad de medicina, a partir de la elaboración de estrategias de enseñanza que generen escenarios de aprendizajes que fortalezcan los conocimientos aprendidos en su clase de fisiología aplicada.

La autora de este trabajo de grado que hace parte del equipo de trabajo del Profesor Rodríguez, dentro de sus funciones como docente de física de la línea de profundización en teorías física y matemáticas aplicadas en la medicina, de la facultad de medicina de la Universidad Militar Nueva Granada (Bogotá, Colombia) encuentra que la enseñanza de esta metodología con los estudiantes de pregrado de medicina, requiere de unos espacios para desarrollar los temas de la física y la matemática que son el fundamento de esta metodología. Dentro de su ejercicio como docente la autora de este trabajo de grado ha encontrado que los estudiantes de medicina no tienen más conceptos de la física si no aquellos que aprendieron en la secundaria, razón por la cual los sistemas dinámicos y la geometría fractal son temas nuevos para ellos, los cuales requieren pensar en una serie de actividades para que los estudiantes conozcan como una primera fase sus aplicaciones tanto en la física y la medicina.

Una manera de promover el análisis de las explicaciones de los estudiantes sobre los atractores cardíacos caóticos generados en un espacio de fases, es mediante el estudio de los trabajos de Goldberger y Rodríguez que fundamentan la estrategia de enseñanza cuya

finalidad es la de proporcionar todos los elementos conceptuales y disciplinares sobre los sistemas dinámicos no lineales y la geometría fractal, para que los estudiantes puedan interpretar los electrocardiogramas desde estos dos contextos. En este orden de ideas, la pregunta que orienta este trabajo de grado es la siguiente: *¿Esta estrategia permite que los estudiantes amplíen sus explicaciones e interpretaciones sobre los registros electrocardiográficos desde el abordaje de los sistemas dinámicos y la geometría fractal?* El análisis de las explicaciones que elaboran los estudiantes sobre estos atractores son material de análisis clave para la sistematización de esta experiencia con los estudiantes cuyos resultados puedan fortalecer y replantear algunas de las fases de la estrategia de enseñanza.

1.1. Objetivos

1.1.1. Objetivo general

Implementar una estrategia de enseñanza para la comprensión de los atractores cardiacos caóticos diseñados en el contexto de la teoría de los sistemas dinámicos no lineales y la geometría fractal con el fin de aportar elementos conceptuales que posibiliten la interpretación de los electrocardiogramas.

1.1.2. Objetivos específicos

- Establecer relaciones conceptuales entre la variabilidad de la frecuencia cardiaca con la teoría de los sistemas dinámicos no lineales.
- Organizar los elementos conceptuales de la geometría fractal en la teoría de los sistemas dinámicos que fundamentan la construcción de atractores cardiacos caóticos y su posterior interpretación.
- Sistematizar las explicaciones que elaboren los estudiantes sobre los atractores cardiacos caóticos a partir de sus conocimientos básicos sobre el electrocardiograma.

Capítulo 2

7. Dispositivos gráficos elaborados para diferentes variables fisiológicas

Antes de describir las técnicas para la representación gráfica de las variables fisiológicas y los dispositivos que las generaban, es importante resaltar que dichas técnicas influenciaron significativamente en los primeros registros del comportamiento mecánico del corazón, las cuales posteriormente fueron consideradas en los electrocardiogramas. La construcción del primer dispositivo que realizó una medición indirecta y directa del comportamiento mecánico del corazón registró una variabilidad en el tiempo de cada ciclo cardiaco, la fisiología experimental que surgió paralelamente con la construcción de estos dispositivos, no encontró explicaciones a estas variaciones en vista a que contradecían la idea intuitiva de periodicidad de los ciclos cardiacos, por lo que fueron atribuidas a una falta de precisión en el diseño y construcción de estos dispositivos. Al no encontrar respuestas contundentes a estas variaciones por parte de la fisiología se hizo necesario plantear el diseño de otros dispositivos que fueran más sensibles para medir el comportamiento del corazón y de esta manera eliminar las variaciones en el tiempo observadas en estos registros. La búsqueda de la sensibilidad en las mediciones del comportamiento del corazón implicó retomar las propiedades eléctricas establecidas años atrás de manera empírica en animales. Como se describe más adelante en este capítulo el diseño de un dispositivo capaz de registrar dicha actividad eléctrica del corazón no fue una tarea fácil de realizar.

7.1. El concepto de fuerza de la física clásica y su relación con el cardiograma

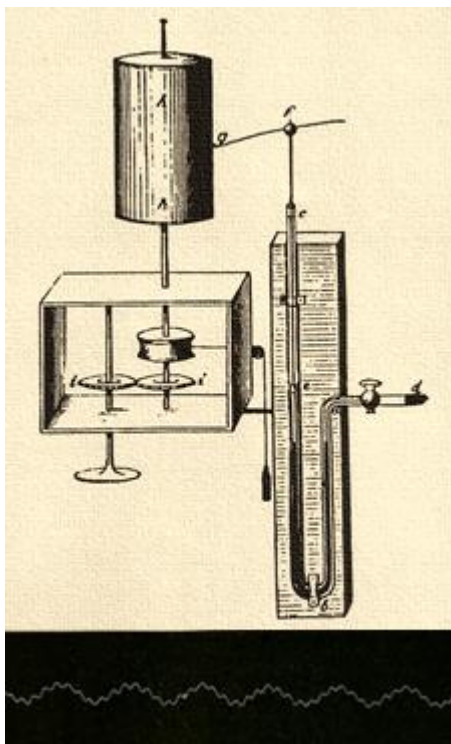
Cuenta la historia que Benjamin Martin (1705–1782) compró los diseños experimentales de Isaac Newton después su muerte. Al ver el potencial que tenían estos montajes experimentales comenzó a detallar el funcionamiento de cada uno de ellos en el libro titulado “*A plain and familiar introduction to the Newtonian experimental philosophy*”¹. Martin (2018) en su libro aclara que es una obra que no trata temas matemáticos, con lo cual pudo organizar conferencias en las que podía asistir un público interesado en adquirir un conocimiento práctico. Este hecho muestra que primero se dio a conocer la técnica de elaboración y funcionamiento de cada dispositivo diseñado por Newton, dejando por último y por ser el interés de muy pocas personas el formalismo matemático, físico y filosófico que

¹ Traducción: *una introducción sencilla y familiar a la filosofía experimental Newtoniana*.

fundamenta el diseño de estos experimentos. De esta manera la ilustración científica de esta época comenzó a realizar aproximaciones visuales de un concepto científico para que sea interpretada por un determinado público.

La divulgación de los montajes experimentales abrió la puerta a la fabricación de dispositivos que incorporaran nuevas funciones a partir de sus versiones originales. Esta sería una de las tantas razones por la cual el concepto de fuerza de Newton sería conocido más por sus efectos mecánicos que por su formalismo físico y matemático.

Ilustración 1. Quimógrafo de Carl Luwing 1847.

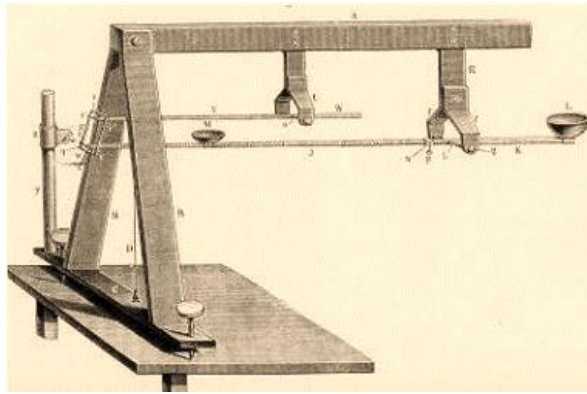


El estudio del concepto de fuerza en el cuerpo humano implicó pasar del vitalismo que sostenía que el ser humano es la unión entre el cuerpo y el alma y por ende el alma era considerada la fuerza vital del cuerpo; a una postura mecanicista hipotético-deductiva en donde el experimento era el medio por el cual se analizaba a fondo los procesos vitales para llegar a sus elementos físicos y químicos esenciales. Carl Ludwig (1816-1895) precursor de esta postura en 1847 dio a conocer el quimógrafo (en griego "escritor de ondas") el cual fue diseñado a partir de los estudios mecánicos e hidráulicos de esta época para hacer registros de la presión arterial y las contracciones musculares (ver ilustración 1). Este dispositivo consiste en un manómetro de mercurio en forma de U en donde uno de sus lados había un flotador de marfil en el cual se colocaba una barra con una pluma de ave la cual trazaba una línea en un tambor giratorio (Ding et al, 2016). El otro lado del manómetro estaba conectado a un tubo latón el cual se introdujo en la arteria de un animal. El tambor cilíndrico estaba diseñado para girar a una velocidad constante y en su superficie había un papel ahumado en el cual quedaban plasmados los trazados. De esta manera se obtuvo uno de los primeros registros de la actividad fisiológica a partir del espacio y tiempo recorrido de las oscilaciones continuas de la presión arterial humana mediante la inserción de la cánula en la arteria (Ding et al, 2016).

Posteriormente, se realizaron mejoras en la versión original para lograr cambios en la velocidad del registro de las ondas, para ello utilizaron dos tambores cilíndricos uno con un diámetro mayor que el otro ambos puestos en posición vertical. El cilindro más grande tenía dos funciones, la primera almacenar más papel, es decir al tener un diámetro mayor permitía enrollar más papel, el cual posteriormente se enrollaba en el tambor más pequeño. La otra función era que el cilindro estaba conectado a un tren de ruedas de relojería que permitía girar sobre su propio eje a diferentes velocidades las cuales llegaron a tres revoluciones por segundo (Windle, 1894).

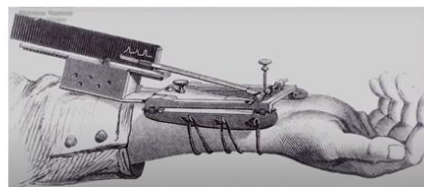
La noción de fuerza estática fue aplicada por Karl von Vierordt (1818-1884) mediante el diseño de un dispositivo no invasivo fundamentado en un sistema de palancas con el cual fuera posible amplificar el pulso radial (ver ilustración 2). Este dispositivo se denominó esfigmógrafo y su diseño consiste en una barra móvil con dos tazas, en la taza más grande se introducía unos pesos que ejercían una presión en la arteria radial (Widacki, 2016). A partir de este dispositivo se determinó que la ausencia del pulso radial se relaciona con la presión arterial sistólica (Lau, 2016). Posteriormente, Étienne Jules Marey (1830-1904) al interesarse en el funcionamiento de este dispositivo, vio posible aplicar la noción de fuerza elástica que permite el uso de un resorte y a partir de esta fuerza generar una representación gráfica sobre un papel ahumado (ver ilustración 3a). Esta idea de Marey quedó plasmada en el diseño de un motor de relojería que proporcionaba un movimiento continuo y regular al rollo de papel para posteriormente incorporarlo en el esfigmógrafo. La representación gráfica lograda por Marey tiene como fundamento físico y matemático el movimiento ondulatorio clásico y el concepto de movimiento armónico simple (Albarenga & Máximo, 1983).

Ilustración 2. Esfigmógrafo de Vierordt²

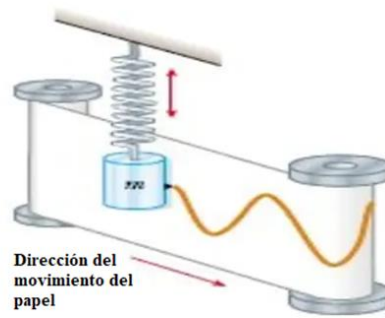


Para ampliar más la idea de Marey con el movimiento ondulatorio la ilustración 3b muestra un montaje experimental que se utiliza en las clases de física para profundizar sobre la noción de movimiento armónico simple. Este montaje consiste en sujetar una masa a un resorte a la cual se le imprime una fuerza que hace que el resorte se estire, en el momento que se suelta la masa esta comienza a subir y bajar sobre una misma trayectoria, este efecto se conoce como oscilación o vibración. La masa en contacto con el resorte antes de imprimir dicha fuerza se encuentra en un punto de equilibrio, la oscilación sobre este punto se debe a que hay una fuerza restauradora en el resorte. La distancia entre la posición de equilibrio y la máxima alcanzada por la masa que oscila se conoce como amplitud del movimiento. El tiempo que tarda la masa en efectuar una oscilación se denomina periodo y el número de oscilaciones la frecuencia del movimiento (Albarenga & Máximo, 1983).

Ilustración 3. Trazados generados a) por el pulso a partir de un esfigmógrafo comparado con b) la gráfica de un movimiento armónico simple.



a)



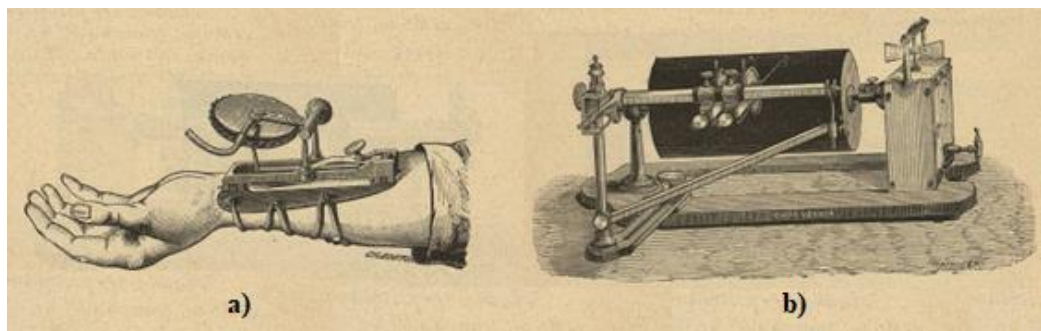
b)

²Ilustración tomada de Balestrieri, E., & Rapuano, S. (2010). Calibration of Automated Non Invasive Blood Pressure Measurement Devices. *Advances in Biomedical Sensing, Measurements, Instrumentation and Systems*, 281–304.

El contraste entre la idea de Marey para mejorar el esfigmógrafo con la noción de movimiento armónico, hace eco de la noción regularidad o periodicidad en el ritmo cardiaco establecido desde los trabajos de Harvey hasta esta época. En el momento que el trazado no respondiera a esta noción de periodicidad se podía considerar que era un problema en la fabricación del diseño del dispositivo y la técnica utilizada para hacer el registro de dichos movimientos. Es importante resaltar que la noción de periodicidad no solo se consideraba en el ritmo cardiaco, sino que también en otras variables fisiológicas, de esta manera la representación gráfica de la regularidad se convirtió en un parámetro de comparación para lograr la exactitud en las medidas.

Las gráficas que se generaban con el esfigmógrafo pronto comenzaron a verse afectadas por las incomodidades que representaba mantener este dispositivo sujetado en el brazo, sumado a esto había movimientos involuntarios en el músculo que también quedaban registrados (Roguin, 2006). Estos inconvenientes fueron la oportunidad para que Marey pensara en el diseño de un dispositivo de registro adicional, el cual no estuviera directamente en contacto con la barra móvil y que sirviera de receptor para hacer los registros gráficos. Con estas ideas Marey diseñó el esfigmógrafo de transmisión (ver ilustración 4a y b), compuesto de tres piezas en cuyo diseño de cada una de ellas se buscaba también disminuir dichas incomodidades (Lawrence, 1979). La idea de transmisión la concretó en el cilindro giratorio que cumplía la función de ser un receptor de los movimientos de la barra móvil y de esta manera lograr un registro del pulso arterial que fuera más preciso (ver ilustración 4b).

Ilustración 4. Esfigmógrafo de transmisión y cilindro registrador³.

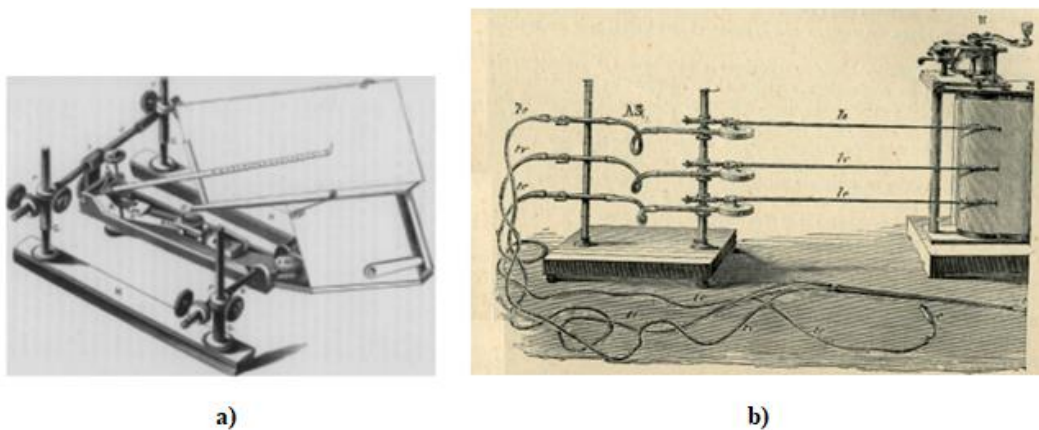


³Ilustración tomada de la Colección digital de la Universidad Autónoma de Nuevo León. Recuperado: http://cdigital.dgb.uanl.mx/la/1030021004_C/1030021003_T2/1030021003_22.pdf

Posteriormente Marey construyó el cardiógrafo y su gráfica recibió el nombre de cardiograma. Este dispositivo tuvo una fuerte acogida por parte de los fisiólogos de esta época, los cuales utilizaron este dispositivo realizar mediciones indirectas y directas del comportamiento mecánico del corazón, dichas mediciones representaron dos periodos de tiempo diferentes los cuales se describen a continuación.

El estudio indirecto del comportamiento del corazón, se realizó ajustando el cardiógrafo en diferentes zonas del tórax. Claude Bernard (1813-1878) utilizó este dispositivo para observar el comportamiento de las emociones. Bernard consideraba el corazón humano como una bomba mecánica sensible a las emociones. Para ello ubicó este dispositivo en la pared torácica que queda justo cerca al corazón como la zona que le permitía medir las emociones. De esta manera estableció una relación entre un corazón mecánico-sensible medida con la ayuda de una máquina mecánica-sensible (Daston & Lunbeck, 2011). Sin embargo, esta medida fue fácil de realizar en el hombre y con alguna dificultad en la mujer. Sumado a esto, se encontró que al sujetar este dispositivo con una mayor o menor presión en las diferentes zonas del tórax generaba una alteración en las gráficas. Estas dificultades prácticas en el uso del cardiógrafo, llegaron al punto de considerarlo inútil para registrar la duración exacta de la revolución cardiaca (Ocaña, 1912).

Ilustración 5. Diseño del cardiógrafo a) en su primera y b) en su segunda fase en 1861⁴



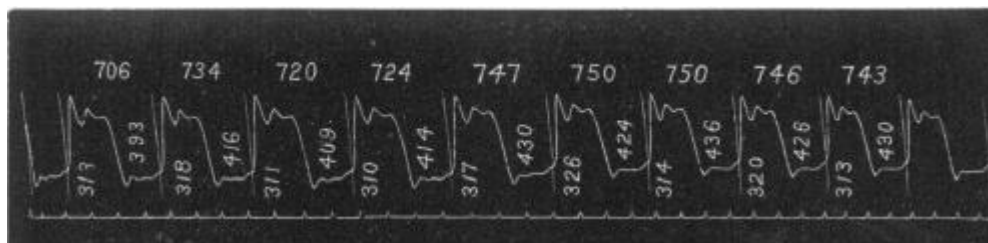
Como consecuencia de esto, Marey continuó realizando mejoras en este dispositivo las cuales consiguieron una pronta aceptación en Gran Bretaña por aquellas personas que dieron

⁴Ilustración 4a) fue tomada de Lewis A. (1875). On the construction of new form of cardiograph; la ilustración 4b) fue tomada de Dict. De Physiologie. Tomo II, p.p. 456.

origen a la ciencia de la fisiología experimental (Lawrence, 1979; ver ilustración 5b). Los fisiólogos de esta época utilizaron este dispositivo para realizar experimentos directamente en el corazón de varios animales y esta forma de investigar se comenzó a replicar en otras partes de Europa (Ocaña, 1912). Los resultados de estas investigaciones dados a conocer mediante los trazados del cardiograma representaron un arte para los fisiólogos y el comienzo de la ciencia del registro de las “*fases de la revolución*” del corazón (Keyt, 1885). La importancia del cardiograma está en que se podía observar en el trazado la duración de cada ciclo cardiaco individual.

Los fisiólogos al considerar que el ritmo cardiaco es periódico, comenzaron a buscar explicaciones para las *variaciones* que se observaban en la duración de los ciclos individuales las cuales eran bastante considerables (Keyt, 1885). Un ejemplo de estas variaciones se puede observar en la parte superior del cardiograma el cual muestra que la duración de cada uno de los ciclos individuales en décimas de segundo no es igual. Las variaciones también se pueden observar tanto en los picos como en los valles de cada una de las ondas (ver ilustración 6).

Ilustración 6. Variaciones observadas en los cardiogramas de los ciclos cardiacos individuales publicados en 1885⁵.



A partir de las ondas del cardiograma se realizó el cálculo de la duración de cada sístole y diástole ventricular. Lo anterior fue posible en vista a que ya se había establecido con el cardiograma el comienzo y el final de estas fases, la duración se calculó a partir de los valores que se encontraba en la línea horizontal. Estos cálculos iniciales arrojaron una duración promedio aproximada de la sístole de 0.326 segundos con una frecuencia de pulso de 75 por minuto, la diástole en cambio era aproximadamente de 0.474 segundos (Keyt, 1885). Es

⁵ La ilustración fue tomada de Keyt, A. T. (1885). *Cardiography*. Journal of the American Medical Association, 6, p.p. 144.

importante resaltar que los valores promedios para la sístole y diástole ventricular calculados en esta época son los mismos que se utiliza la electrofisiología hoy en día.

Al ver el potencial que tenía estos registros para la fisiología, los ingenieros de esta época realizaron mejoras en el cardiógrafo con el fin de lograr una mayor precisión en los registros. Lo anterior fue necesario debido a que los fabricantes de objetos con resortes pronto comenzaron a observar que entre el objeto en movimiento y la palanca de registro, la curva registrada en el cardiógrafo se desviaba del movimiento real siempre que ocurra alguna variación en la tensión del resorte, así mismo un movimiento brusco puede provocar una oscilación en el instrumento (Galabin, 1875). Mientras que se encontraba la solución a estas dificultades otro grupo de físicos, químicos e ingenieros comenzaron a pensar en el diseño de otro tipo de dispositivo que fuera más sensible para hacer mediciones del comportamiento del corazón.

2.2. Influencia del estudio de la electricidad en el siglo XVIII con el estudio de la eléctrica en el corazón

A finales del siglo XVIII aumentó el interés por el estudio de los comportamientos del corazón, con el fin de desentrañar sus misterios a partir del diseño de experimentos llevados a cabo desde una perspectiva mecanicista como ya se describió. Paralelamente a estos estudios un grupo de investigadores se encontraba en esta misma tarea, pero desde una perspectiva química. Quien lideraba estas investigaciones era Michael Foster (1836-1907) que junto con sus discípulos desarrollaron una serie de experimentos con animales con el fin de establecer el origen de los latidos del corazón (Bruce, 1987).

Estas investigaciones estaban fundamentadas en las ideas de Claudio Galeno (130-200 d.C.), las cuales influyeron en el pensamiento médico occidental durante más de un milenio. Dentro de sus estudios Galeno observó en el siglo II que el corazón extirpado de los animales a menudo seguía latiendo durante algún tiempo, a partir de lo cual afirmó que: *“El poder de la pulsación tiene su origen en el corazón mismo ... El hecho de que el corazón, extraído del tórax, pueda verse moverse durante un tiempo considerable es una indicación definitiva de que no necesita los nervios para realizar su propia función”* (Bruce, 1987). Esto último fue demostrado siglos después con los resultados de los experimentos con animales, llevados a cabo por Albrecht von Haller (1708-1777). En estas experiencias concluyó que el corazón

latía espontáneamente, independientemente de conexiones nerviosas o de otro tipo. Este resultado reafirmó lo que siglos atrás había observado Galeno. Adicionalmente, demostró que el músculo cardíaco presentaba una irritabilidad intrínseca, es decir que el musculo del corazón puede generar contracción y relajación que normalmente era estimulada por el flujo de la sangre sobre las paredes del órgano, lo cual también concuerda con lo que Galeno había afirmado sobre *"La facultad pulsativa del corazón tiene su origen en su propia sustancia"* (Bruce, 1987).

Luigi Galvani (1737-1798) observó mientras diseccionaba una rana, que la estimulación eléctrica de sus nervios podría causar una contracción muscular. Galvani concluyó después de varias observaciones que la electricidad se encuentra principalmente acumulada en el músculo. Una analogía que permite explicar lo que sucede con cada fibra muscular, es imaginando una diminuta jarra de Leyden con fibras nerviosas que penetran en su interior y hacen posible que el fluido eléctrico se dirija hacia el exterior (Piccolino, 1997). Adicionalmente, esta analogía con la botella de Leyden tiene relación con la presencia de electricidad positiva y negativa, las cuales se sitúan en las placas metálicas tanto internas como externas al frasco, sobre esto Galvani escribió:

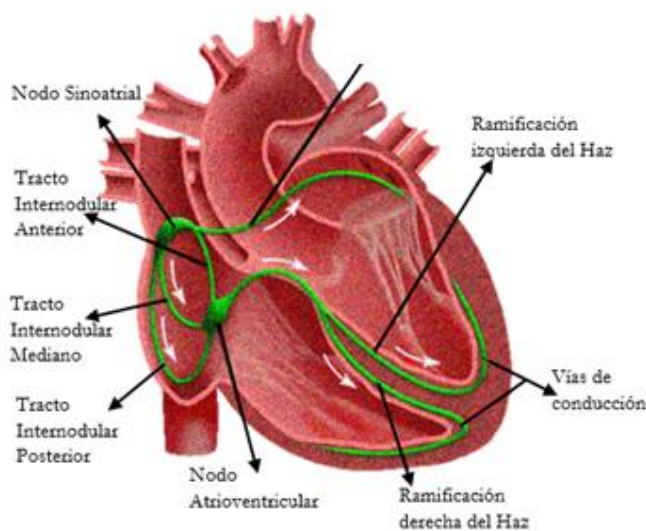
“Es aún más difícil que la existencia de una electricidad dúplex en cada fibra muscular misma pueda ser negada si uno piensa que no es difícil, ni está lejos de la verdad, admitir que la propia fibra tiene dos superficies, opuestas una a la otra; y esto por consideración de la cavidad que no pocos admiten en ella, o por la diversidad de sustancia de la que decíamos que está compuesta la fibra, diversidad que necesariamente implica la presencia de varias pequeñas cavidades, y por tanto de superficies ” (Cajavilca et al, 2009).

Esta afirmación de Galvani es considerada el comienzo de lo que después se denominó canales iónicos. Adicionalmente, sus creencias anteceden a la comprensión de la fisiología de la membrana celular con sus bombas y canales iónicos, este proceso fue clave para explicar cómo la diferencia de gradientes de concentración de sodio (Na^+) y potasio (K^+) se convertía en diferencias de potencial eléctrico. El paso a seguir era realizar más estudios para establecer las teorías de la propagación del potencial de acción, las cuales implicaron un largo camino de experimentación (Cajavilca et al, 2009). Entre estos estudios se encuentran el de Köllicker y Müller en 1856 los cuales descubrieron la actividad eléctrica en la superficie del músculo

cardíaco de una rana (Yang et al, 2015). A la luz de estas experiencias como aquellas que faltan por nombrar (Veeraraghavan et al, 2014), fueron la base para elaboración de otras explicaciones sobre la conducción eléctrica del corazón como las que se describen a continuación.

El sistema de conducción del corazón consiste en unas células miocárdicas especializadas para transportar con rapidez los impulsos desde las aurículas hasta los ventrículos. A partir de experimentos realizados con células miocárdicas aisladas se ha encontrado que tres regiones del corazón pueden generar de manera espontánea potenciales de acción para funcionar como un marcapasos (Ira, 2011). En la primera región se encuentra el nodo sinoauricular ubicado en la aurícula derecha, cerca de la abertura de la vena cava superior. Otro punto importante del sistema de conducción miocárdico son los marcapasos accesorios como el nodo auriculoventricular y las fibras de Purkinje, las cuales responden a los potenciales de acción que se originan en el nodo sinoauricular (ver ilustración 7).

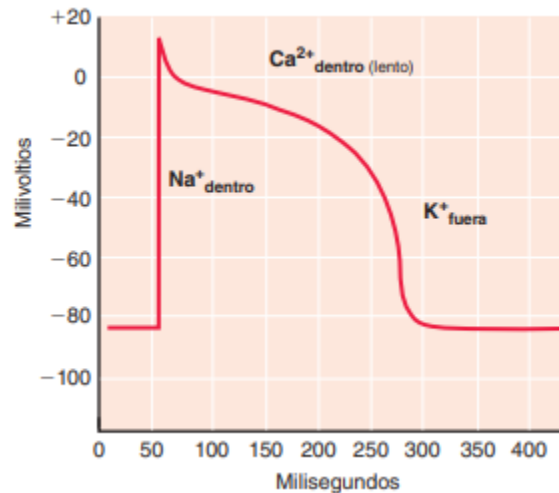
Ilustración 7. Conducción eléctrica del corazón.



Una célula miocárdica estimulada por potenciales de acción que provienen del nodo sinoauricular, desencadena sus propios potenciales de acción. Estas células también pueden ser estimuladas por potenciales de acción provenientes de una región marcapasos, que las despolariza a un punto umbral en el cual sus compuertas de iones de Na^+ reguladas por voltaje se abren. Hay células que no son marcapasos y la fase ascendente del potencial de acción se debe a una difusión hacia adentro de iones de Na^+ a través de canales de iones de Na^+ rápidos.

Después de un cambio rápido de la polaridad de membrana, el potencial de membrana desciende con una rapidez que llega alrededor de -15 mV. A diferencia del potencial de acción de otras células, célula miocárdica estimulada mantiene esta despolarización durante unos 200 a 300 milisegundos antes de la repolarización. En la ilustración 8 se puede observar la fase de meseta que se produce por una difusión hacia adentro Ca^{2+} a través de canales de Ca^{2+} lentos, este proceso genera un equilibrio en la difusión hacia fuera lenta de K^+ . Tal y como sucede en otras células, la repolarización rápida al final de la fase de meseta se logra mediante la abertura de canales de K^+ sensibles a voltaje y la difusión resultante rápida de K^+ hacia fuera (Ira, 2011).

Ilustración 8. Un potencial de acción en una célula miocárdica ubicada en los ventrículos.



Fuente: Ilustración tomada de Ira (2011).

Las células del nodo sinoauricular durante el periodo de diástole se despolarizan de manera espontánea y lenta, este proceso se inicia con la despolarización diastólica que determina el potencial de marcapasos. El potencial de membrana de las células del nodo sinoauricular empieza cerca de los -60 mV, que es considerado el umbral que hay que vencer para que se origine un potencial de acción en estas células. Esta despolarización espontánea se da por la abertura de un tipo de transportador iónico que se da como respuesta a una hiperpolarización. La apertura de este canal permite la entrada tanto de Na^+ como por K^+ , en respuesta al gradiente electroquímico que favorece la entrada de Na^+ que para la salida de K^+ . (Ira, 2011).

En el momento que la despolarización diastólica alcanza el umbral cerca de los -40mV , se da la apertura de los canales para los iones de Ca^{2+} sensibles al voltaje en la membrana plasmática de las células del marcapasos. En este proceso se da una contracción de las células miocárdicas debido a una corriente hacia dentro de los iones de Ca^{2+} . Luego, la repolarización inicia por la apertura de canales de K^+ activados por voltaje y la difusión hacia a fuera de K^+ (Ira, 2011). Y es aquí, es durante este proceso que sucede el latido cardiaco.

El impulso generado por los potenciales de acción viaja con una rapidez que varía entre 0.8 a 1.0 metros por segundo a través de las células miocárdicas de ambas aurículas. Los impulsos del nodo sinusal son transmitidos al nodo auriculoventricular, ubicado en la posición interna del tabique interauricular. La función de este nodo consiste en retrasar la velocidad y la cantidad de impulsos eléctricos cardíacos a los ventrículos. Apenas el impulso transcurre por este nodo, continúa su trayectoria mediante el haz auriculoventricular o haz de His, ubicado en el cuerpo fibroso central de los ventrículos en el septo interventricular para finalizar en una ramificación en dos ramas, la rama derecha e izquierda. La rama izquierda, se divide en dos fascículos, el anterior y el posterior, que se originan desde la base de los músculos papilares hasta el músculo cardíaco cercano, ramificándose posteriormente y terminando en las fibras de Purkinje. Por su parte, la rama derecha continúa en el mismo haz y solo se divide hasta llegar a las fibras de Purkinje. Finalmente, se encuentran las fibras de Purkinje, que son el último elemento de la conducción eléctrica cardíaca, las cuales conforman un entramado celular que se encarga de la despolarización ventricular (Ira, 2011).

2.3. Establecimiento del potencial eléctrico del corazón como origen del electrocardiograma

Alessandro Volta (1745-1827) recibió una copia de un artículo de Luigi Galvani en el cual se documentaba su trabajo con las ancas de una rana. La explicación que dio Galvani a estas observaciones es que el movimiento muscular es consecuencia de una sustancia etérea y miasmática que denominó "electricidad animal" (Partin, 2002). Volta diseñó varios dispositivos para demostrar que la teoría del contacto era verdadera, es decir que el galvanismo se puede interpretar como un fenómeno eléctrico que depende del contacto de dos conductores diferentes (Sudduth, 1980). Hay estudios que documentan que el diseño de la pila voltaica se desarrolló a partir de los experimentos realizados para descomponer el

agua, ya que era un conocimiento que tenía Volta y había discutido con su amigo Brugnatelli. El hecho de que Volta no diera a conocer estos resultados era porque estaba enfocado en demostrar que la pila es de naturaleza eléctrica (Sudduth, 1980). Años después, William Nicholson (1753-1815) y Anthony Carlisle (1768-1840) dieron a conocer en 1800 que al pasar una corriente voltaica (o corriente eléctrica directa) observaron que los gases del agua fueron separados a una distancia considerable, descomponiendo el agua en sus elementos constituyentes de hidrógeno y oxígeno (Tribe, 1875). De esta manera se comienza con un nuevo proceso de experimentos que fundamentaron la electrólisis. Posteriormente, Faraday profundizó en el estudio de la electrólisis mediante el desarrollo de varios experimentos con agua y otras sustancias químicas con los cuales descubre la acción electroquímica (Daniel, 1839).

Los trabajos realizados hasta mediados del siglo XVII se caracterizaron por ser experimentos sencillos, dentro de los cuales se podía pasar parte de la carga eléctrica a otros cuerpos. Era una manera de proceder lenta que generaba una corriente eléctrica débil, esto cambió con el diseño de la primera máquina electrostática por parte del Ingeniero militar Otto von Guericke (1602-1686). Debido a las consecuencias que generaba la manipulación de una corriente fuerte, en esta misma época surgió el interés por detectar la electricidad más sensible. Stephen Gray en sus experimentos y observaciones de los fenómenos eléctricos descubrió que algunos materiales al ponerlos en contacto servían de medio conductor para pasar la carga del cuerpo electrizado al cuerpo no electrizado. Este tipo de observaciones sirvieron de base para hacer distinciones entre materiales conductores y aislantes (Poveda, 2003).

A continuación, William Henley diseñó un electrómetro de cuadrante el cual reemplazaba el hilo por una varilla muy delgada y liviana cargada en su extremo inferior libre con una bola de corcho. El aparato diseñado por Henley sería también mejorado años después utilizando para ello diferentes materiales que fueran cada vez más sensibles a la corriente eléctrica (Poveda, 2003). Por su parte Dufay propuso la existencia de dos clases de electricidad las cuales posteriormente recibieron el nombre de carga positiva y negativa (Beléndez, 2008).

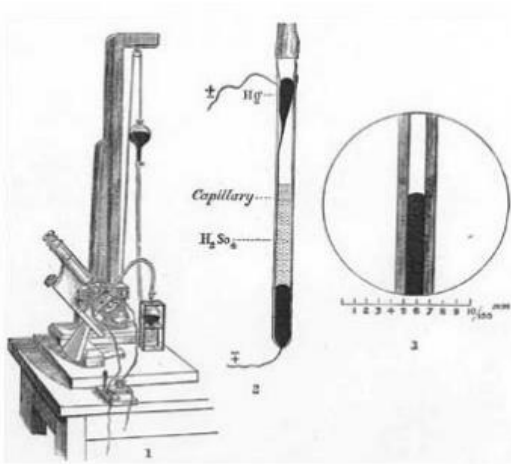
El concepto de fuerza establecido por Newton, fue también aplicado en el estudio llevado a cabo por John Michell (1724-1793) quien es considerado el primero en enunciar la ley del

cuadrado inverso de la acción magnética la cual fue mencionada en “Un tratado de imanes artificiales” en 1750. Sin embargo, al no publicar ningún método experimental o datos para verificar sus afirmaciones sobre las propiedades del magnetismo y su ley, quien recibió los créditos de la invención de esta ley fue Charles Coulomb (1736-1806) al publicar las pruebas experimentales de esta ley. Los resultados de Coulomb cerraron la primera fase de la llamada “era de la electricidad” (Poveda, 2004). Posteriormente, Siméon Denis Poisson (1781-1840) al considerar la electricidad en términos de dos fluidos eléctricos introdujo el concepto de “potencial eléctrico” (Beléndez, 2008).

La anterior recopilación de los estudios sobre la electricidad muestra que fueron realizados desde dos perspectivas diferentes que comparten en común el estudio de los efectos de la electricidad en diferentes materiales y sustancias (Sandoval y Aldana, 2021). Los experimentos llevados a cabo por electrólisis y aquellos que consideraban el estudio de los fluidos eléctricos, requerían conocer el trabajo que realiza cada una de las cargas en un campo electrostático, por eso se hizo necesario establecer un patrón de medida al cual se denominó potencial eléctrico. Es importante resaltar que estos experimentos fueron llevados a cabo de manera simultánea desde el contexto de la física y la química.

Desde el contexto de la electroquímica, los primeros estudios en potenciometría buscaban solucionar la detección del “punto nulo”, debido a que el tipo celda utilizado sólo podía suministrar una pequeña corriente, que con frecuencia presentaba una alta resistencia eléctrica interna. El planteamiento de una solución a estos problemas implicó el desarrollo del electrómetro capilar (ver ilustración 9) por parte de Gabriel Lippmann (1845-1921), quien fabricó un dispositivo para medir pequeñas diferencias de potencial eléctrico en términos de cambios en la tensión superficial entre una gota de mercurio cubierta en ácido sulfúrico (H_2SO_4) diluido en un tubo capilar. Lippmann antes de la fabricación de este dispositivo ya sabía sobre el efecto de contracción que se generaba en una gota de mercurio cuando entraba en contacto con un alambre de hierro, la cual volvía a su forma original cuando ya no había contacto con el alambre. Al reconocer que este efecto se debe a una conexión entre la polarización eléctrica y la tensión superficial, desarrolló el concepto que llevó al diseño del electrómetro capilar en el laboratorio de Kirchhoff (Stock, 2004).

Ilustración 9. Electrómetro capilar de Lippman



Las mediciones con electrómetro de Lippman se realizaron a partir de la observación de la posición de un fino hilo de mercurio en un capilar cuando se lleva a una marca fiducial hasta un poco antes de finalizar el capilar. Luego se observaba la altura del mercurio en un manómetro cuando el mercurio en el capilar se ha llevado a la marca fiducial, en este paso era habitual utilizar un catetómetro para hacer la medida (Conway & Gordon, 1967).

Paralelamente a los estudios de Lippmann el ingeniero eléctrico Alexander Muirhead (1848-1920) se encontraba realizando estudios para establecer un sistema de unidades eléctricas que fueran precisas y absolutas (Lodge, 1921). Dentro de sus trabajos se encuentra el invento de un equipo en el cual registró la actividad eléctrica del corazón entre los años 1869 y 1870 utilizando para ello la grabadora de sifón Thomson (Arora & Mishra, 2021). Como el interés de Muirhead era el establecimiento del sistema de unidades eléctricas estándar, estos registros no fueron dados a conocer a la comunidad médica. En cambio, Augusto Waller (1856-1922) realizó diecinueve años después el registro eléctrico del corazón mediante el electrómetro capilar de Lippmann cuyos resultados los dio a conocer a la comunidad de fisiólogos a la que él pertenecía (Waller, 1889). La metodología diseñada por Waller logró hacer registros con diferencias de potencial hasta de 2.5×10^5 voltios, registrando sin éxito la despolarización ventricular y su repolarización, debido a que el electrómetro dejaba de funcionar después de realizar varias mediciones (Borold, 2003).

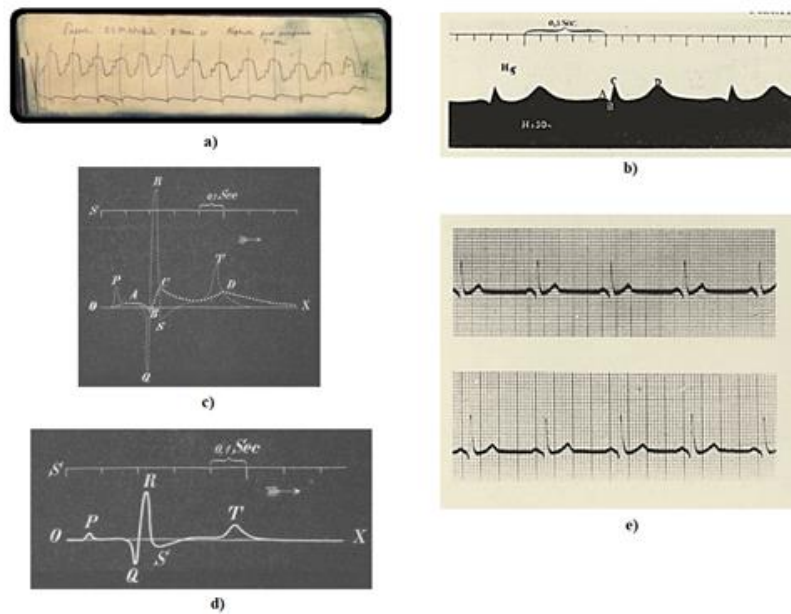
De esta manera el electrómetro capilar se convirtió en el dispositivo más utilizado en esta época para conseguir las desviaciones de la señal cardiaca y otros eventos electrofisiológicos con tasas de cambio proporcionales. Sin embargo, después de varios usos se llegaba a un punto en el cual no tenía la capacidad de registrar continuamente las diferencias abruptas de potencial (Brody, 1972), es decir no se ajustaba a la dinámica del corazón. Posteriormente Willem Einthoven (1860-1927), al conocer los resultados del trabajo de Waller así como sus

limitaciones se dispuso a realizar mejoras en el electrómetro capilar. Einthoven al centrar su atención en los registros eléctricos de Waller encontró como resultado cinco desviaciones eléctricas que denominó ABCDE (ver ilustración 9 b). Posteriormente, realizó una corrección matemática y geométrica de las derivaciones para llamarlas P, Q, R, S y T basado en el orden establecido por Descarte para nombrar los diagramas matemáticos (Henson, 1971; Einthoven, 1893; 1895).

Después de varias pruebas y aún con los ajustes matemáticos realizados a las derivaciones Einthoven consideró necesario diseñar otro dispositivo que también fuera capaz de registrar los potenciales eléctricos del corazón. En 1897, Clement Ader desarrolló un galvanómetro el cual tenía la capacidad de aumentar la velocidad de transmisión telegráfica en cables largos, este dispositivo fue considerado el primer galvanómetro de cuerda (Arora & Mishra, 2021). El principio de funcionamiento de este galvanómetro es el empleo de una cuerda para registrar la variación eléctrica entre los grandes polos de los imanes. Con este principio de galvanómetro unida a las funciones gráficas que tiene el oscilógrafo, Einthoven en 1901 diseñó un galvanómetro de cuerda con una sensibilidad muy alta para registrar la corriente eléctrica del corazón (AlGhatrif & Lindsay, 2012).

El registro de esta corriente eléctrica del corazón se denominó "electrocardiograma" este concepto fue mencionado por Einthoven en su trabajo publicado en 1895. Esta nueva forma de representar la corriente eléctrica del corazón refinó las gráficas generadas por el cardiograma (ver ilustración 10 a), por Waller utilizando el electrómetro capilar (ver ilustración 10 b) y las correcciones de Einthoven de las ondas generadas por el electrómetro, en donde la longitud se ubicaba en ordenadas de 10 milímetros es igual a una longitud en la abscisa de un segundo (ver ilustración 10 c y d). La ilustración 10 e) representa la gráfica generada con el galvanómetro de cuerda, la cual fue estudiada y refinada durante período comprendido entre 1908 y 1920, donde los fisiólogos se centraron sus investigaciones en el electrocardiograma y los trazados de las ondas que se generaban cuando se realizaban las medidas en diferentes partes del corazón.

Ilustración 10. Registros gráficos del comportamiento del corazón generados por diferentes dispositivos.



Ahora desde el contexto de la física la teoría electromagnética establece que la electricidad genera un campo eléctrico y magnético, si en el corazón existe una actividad eléctrica es de esperar que también genere dichos campos los cuales rodean el cuerpo (Plonsey, 1972). Esta idea se desarrolla considerando un torso eléctricamente homogéneo. Como ya se mencionó más atrás la actividad eléctrica en el corazón es una consecuencia de la propiedad de cada célula individual que al estar estimuladas producen un potencial de acción. En la actualidad el electrocardiograma es también una representación gráfica de la medición de los voltajes en la superficie del torso (ver ilustración 11).

Ilustración 11. Representación de la idea de campo de potencial eléctrico del corazón



Fuente: elaboración propia

Esta breve recopilación de los estudios llevados a cabo para la comprensión del comportamiento del corazón tiene como finalidad resaltar las ideas previas en el diseño del cardiógrafo y las posturas de los fisiólogos de esta época que influyeron significativamente

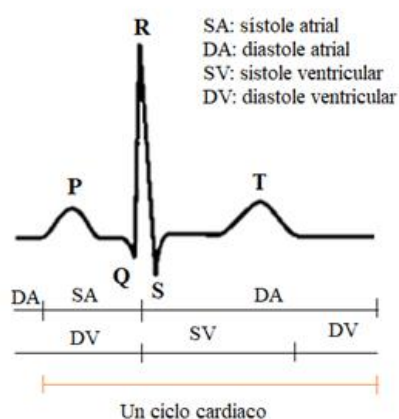
en la interpretación de los cardiogramas, hasta tal punto que fue necesario diseñar otro dispositivo cuyas medidas se ajustaran a las posturas de regularidad a las que debe llegar todo ser vivo. Después de lo anterior expuesto, la comprensión de la variación en el ciclo cardiaco ha sido un tema sin resolver desde finales del siglo XVIII y en la actualidad se estudia dicha variabilidad como si fuera un problema que sólo atañe a los registros electrocardiográficos. En el siguiente capítulo se describe una metodología que interpreta el electrocardiograma considerando la posición de las ondas de manera muy ideal, esta representación de las ondas sirve como punto de referencia para ejemplificar las variaciones en el ritmo cardiaco a partir de la variación en la posición de las ondas del electrocardiograma en una escala de tiempo que puede estar en segundos, minutos y horas.

Capítulo 3

En este capítulo se describe una de las metodologías que se enseña a los estudiantes de pregrado de medicina para la interpretación de los registros electrocardiográficos. Antes de esta descripción se comienza el capítulo con las características generales de un electrocardiograma como son las ondas P, Q, R, S, T y el papel en donde se traza estas ondas.

3. Características generales de un electrocardiograma

Ilustración 1. Representación de cada onda y un ciclo cardiaco

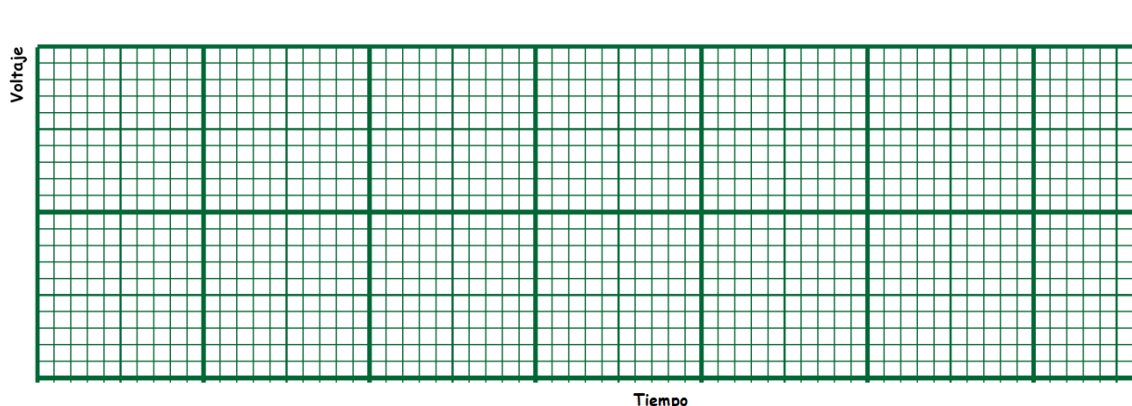


En términos generales el electrocardiograma registra los cambios eléctricos con la ayuda del electrocardiógrafo el cual se encarga de mostrar la magnitud y la dirección de las corrientes eléctricas generadas por el corazón. La conducción eléctrica del corazón puede fluir en el músculo cardiaco de múltiples direcciones, el electrocardiógrafo se encarga de obtener la resultante de todos los vectores que se generan desde la posición de los electrodos colocados en puntos específicos del tórax. El electrodo que se encuentra en la superficie de la piel envía la electricidad por un cable conectado con otro electrodo incorporado en el electrocardiógrafo, mediante el galvanómetro se mide la corriente que llega a este dispositivo y se transmite al inscriptor para realizar los registros del electrocardiograma. En estos registros la contracción de las aurículas se manifiesta como la onda "P" y la contracción de los ventrículos produce la característica conocida como complejo "QRS". El posterior retorno de la masa ventricular a un estado de reposo (repolarización) produce la onda "T". Sin embargo, la repolarización de las aurículas está oculta dentro del complejo QRS dominante (ver ilustración 1).

Las gráficas del electrocardiograma se registran en un papel térmico reactivo al calor y las dos caras o lados se denominan anverso (delante) y reverso (detrás). En el anverso se puede observar tiras de papel milimetrado el cual tiene unas divisiones específicas para registrar e interpretar las señales eléctricas del corazón. Técnicamente el electrocardiograma es un gráfico que permite estudiar las variaciones de las señales eléctricas del corazón en relación a las variaciones de voltaje en el tiempo. En ilustración 2, se puede observar un fragmento

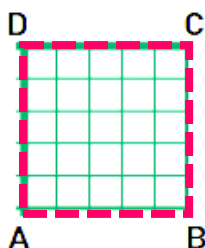
de papel milimetrado en el cual se ubica el tiempo en el eje horizontal y el voltaje en el eje vertical.

Ilustración 2. Papel milimetrado en donde se encuentra el voltaje (en el *eje y*) y el tiempo (en el *eje x*).



Las divisiones de este papel son las siguientes: un cuadro grande se caracteriza por que tiene una dimensión de 5x5 milímetros y un cuadro pequeño por una dimensión de 1x1 milímetros. Al encontrarse el voltaje en el eje horizontal 5mm equivale a 0.5mV (segmento \overline{AD} , ver ilustración 3 y 4). El eje horizontal representa el tiempo el cual se describe a continuación.

Ilustración 3. Representación de un cuadrado grande y sus cuadros pequeños tomado del papel milimetrado.



Fuente: elaboración propia

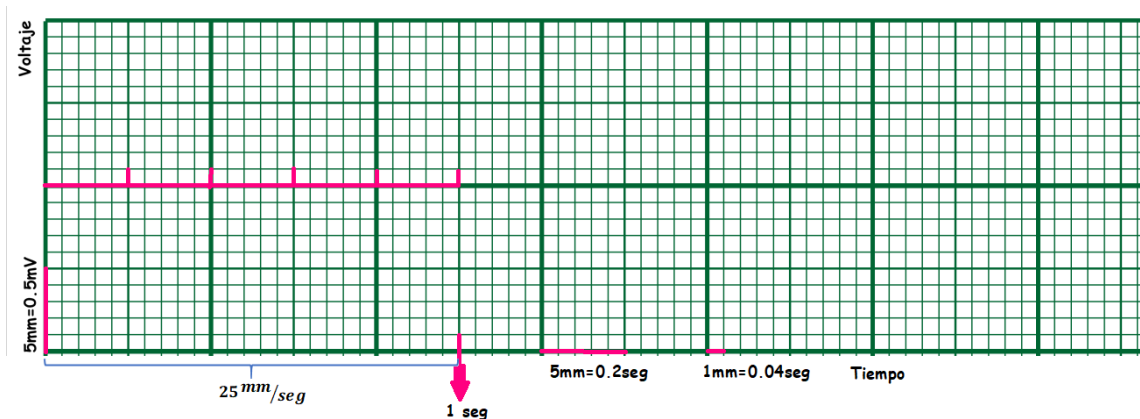
Para pasar de un sistema de medida en milímetros a unidades de tiempo en el eje horizontal se debe considerar que un cuadro grande en milímetros está conformado por 5 cuadros pequeños de un milímetro (segmento \overline{AB} de la ilustración 3). El cálculo del área de este cuadrado grande en términos de sus cuadros pequeños sería de 25 cuadros pequeños (ver ilustración 3). Es decir, que el área del cuadrado de la ilustración 3 se calcula a partir de la

siguiente ecuación $A = \overline{AB} \times \overline{BC}$ y esto da como resultado 25 cuadros pequeños. Entonces la proporción entre los cinco cuadros grandes y los cuadros pequeños da cuenta del tiempo fijado para el eje horizontal, así:

$$\frac{5 \text{ cuadros grandes}}{25 \text{ cuadros pequeños}} = 0.2 \text{ seg}$$

Esto quiere decir que el lado de uno los cuadros grandes equivalen a 0.2seg (segmento fucsia, ilustración 3), es decir el segmento \overline{AB} de la ilustración 3 equivale a 0.2seg. Ahora para saber qué unidad de tiempo representa un cuadro pequeño de este lado del cuadro grande se divide 0.2 seg entre la cantidad cuadros pequeños que son cinco y esto da como resultado 0.04 seg. En este orden de ideas, un segundo equivale a la suma de cinco cuadros grandes: $0.2\text{seg} + 0.2\text{seg} + 0.2\text{seg} + 0.2\text{seg} + 0.2\text{seg} = 1.0 \text{ seg}$ (ver ilustración 4).

Ilustración 4. Ejemplo de un electrocardiograma con su cuadrícula y divisiones en términos de voltaje y tiempo.



Fuente: elaboración propia

Establecida la unidad de tiempo en segundos en razón a los cuadros del eje horizontal del papel milimetrado, un minuto que equivale a 60 segundos y esto en términos de cuadros grandes sería:

$$\frac{60 \text{ seg}}{0.2\text{seg}} = 300 \text{ cuadros grandes}$$

Esto quiere decir que 300 *cuadros grandes* equivale a 1min.

En física el cambio de la posición en el tiempo representa la velocidad, entonces la velocidad estándar en la que se mueve una señal eléctrica cardiaca se calcula así:

$$\frac{25 \text{ cuadros pequeños}}{1 \text{ seg}} = 25 \text{ mm/seg}$$

En la tabla 1 se puede observar un resumen de los cálculos realizados para establecer las unidades de tiempo para el electrocardiograma.

Tabla 1. Resumen de las unidades de tiempo para el electrocardiograma.

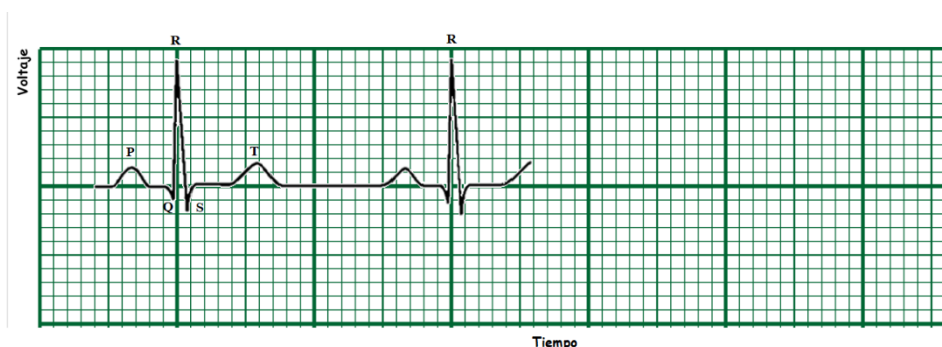
Cuadrados	Tiempo
Un cuadro pequeño	0.04seg
Un cuadro grande	0.2 seg
Cinco cuadros grandes	1 seg
300 cuadros grandes	1min

3.1. Metodología para calcular la frecuencia cardiaca en un registro electrocardiográfico

Existen varios métodos para calcular la frecuencia cardiaca. Entre estos métodos existe uno que considera la posición de la onda R (ver ilustración 5). La idea de este método es contar el número de cuadros grandes que separan dos ondas R consecutivas, luego se divide en 300 *cuadros grandes* el número de cuadros contados y de esta manera se obtiene el valor de la frecuencia cardiaca.

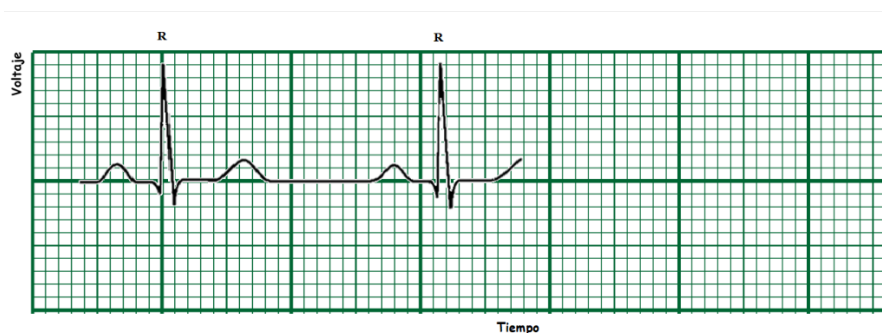
A modo de ejemplo se puede observar la ilustración 5 en la cual se encuentra la posición de dos ondas R. El conteo de cuadros grandes (descrito en la ilustración 3) que separa cada onda R o intervalo RR, da como resultado cuatro cuadros grandes que las separa. El paso seguido es dividir este valor entre 300 *cuadros grandes*, esta operación da un resultado de 75 latidos por minuto.

Ilustración 5. Ejemplo 1 de un trazado ECG con dos ondas P, Q, R, S y T.



Otro ejemplo se puede observar en la ilustración 6 en donde se muestra la posición de dos ondas R, en el ejemplo anterior la segunda onda R vista desde izquierda a derecha se encontraba sobre la línea vertical más gruesa del electrocardiograma (o papel milimetrado), mientras que en este ejemplo la onda R se encuentra corrida dos cuadros pequeños hacia la derecha. Al realizar el conteo de cuadros grandes que separan el intervalo RR se puede observar que son cuatro y dos cuadros pequeños, esto quiere decir que $4 + 0.04 + 0.04 = 4.08$, ahora al dividir 300 *cuadros grandes* entre 4.08 da como resultado de 74 latidos por minuto.

Ilustración 6. Ejemplo 2 de un trazado ECG con dos ondas P, QRS y T.



A partir de estos dos ejemplos se pueden calcular todas las posibilidades de contar cuadros grandes y pequeños que separan más de dos intervalos RR en un electrocardiograma completo (ver tabla 2).

Tabla 2. Valores de la frecuencia cardiaca en latidos por minuto.

Cuadros grandes + Cuadros pequeños	Frecuencia cardiaca (RR)	Cuadros grandes + Cuadros pequeños	Frecuencia cardiaca (RR)
1	300	5	60
1,04	288	5,04	60
1,08	278	5,08	59
1,12	268	5,12	59
1,16	259	5,16	58
2	150	6,0	50
2,04	147	6,04	50
2,08	144	6,08	49
2,12	142	6,12	49
2,16	139	6,16	49
3	100	7	43
3,04	99	7,04	43
3,08	97	7,08	42
3,12	96	7,12	42
3,16	95	7,16	42
4	75	8	38
4,04	74	8,04	37
4,08	74	8,08	37
4,12	73	8,12	37
4,16	72	8,16	37

Los valores de frecuencia cardiaca de la tabla 2 establecidos a partir del conteo de cuadros grandes y pequeños tienen una relación con lo que se considera una frecuencia cardiaca normal y anormal. Toda anormalidad en el ritmo “natural” del corazón se denomina arritmia que significa falta de ritmo. Las arritmias son divididas en dos grupos, las ventriculares (producidas en los ventrículos) y las supraventriculares (producidas principalmente en las aurículas). Adicionalmente, las arritmias se reconocen por la velocidad en la que se dan los latidos, esto quiere decir que una bradicardia es la que tiene velocidad menor a 60 latidos por minuto y taquicardia velocidad mayor a 100 latidos por minuto. En este orden de ideas la electrofisiología ha establecido que una frecuencia cardiaca es normal cuando esta se encuentra entre 60 y 100 latidos por minuto.

Hasta aquí llega la metodología que hace parte de los conocimientos básicos que debe saber un estudiante de pregrado de medicina (Ira, 2011). En el prólogo del libro *la alegría de leer el electrocardiograma*, el autor aclara que no tratará temas relacionados con el concepto de potencial eléctrico y diferencia de potencial, lo cual se ve reflejado en los pasos de la metodología anteriormente descrita, la cual centra la atención del lector en las posiciones de

la onda R sobre el electrocardiograma (papel milimetrado) y en la escala de tiempo sobre el eje x.

Resulta oportuno resaltar que las ilustraciones 5 y 6 muestran la posición de la onda R en una situación muy ideal, que puede ser útil para la explicación de la metodología, pero que distan mucho de las posiciones de la onda R del electrocardiograma de registro continuo, es decir mayor a 24 horas. Cuando se presenta una variación en la posición de la onda R, la metodología advierte que es necesario aplicar otra metodología que considere las posiciones de las demás ondas y las relaciones que estas tienen con las cuatro regiones del corazón. De esta manera el estudiante aparte de aprender más de una metodología, requiere memorizar los casos en donde las variaciones por ejemplo en el complejo QRS, puede representar un problema en la contracción de los ventrículos.

Como resultado de esto, se ha visto la necesidad de mejorar los equipos de almacenamiento de la señal eléctrica del corazón, aumentando su capacidad de almacenamiento, así mismo implementar nuevas técnicas y/o metodologías de procesamiento de señales eléctricas, con el fin de minimizar la cantidad de información que debe memorizar un estudiante y/o especialista a la hora de interpretar los electrocardiogramas. Los ingenieros encargados del procesamiento de estas señales, no realizan estas mejoras considerando las formas de las ondas sino los principios eléctricos y magnéticos descritos brevemente en el capítulo anterior. Para estos casos las ondas se analizan según los distintos potenciales eléctricos que se forman en las cuatro regiones del corazón durante un ciclo cardíaco.

Después de las consideraciones anteriores, se puede entender un poco más por que el autor del libro *la alegría de leer el electrocardiograma*, no elabora explicaciones a la base del estudio de los potenciales eléctricos, pues para ello el lector debe profundizar en los conceptos de magnetismo de la física aplicados en la ingeniería. Adicionalmente, se resalta aquí dos miradas diferentes para una misma señal eléctrica cardíaca, por ejemplo, desde la perspectiva de la física es natural que una señal eléctrica presente variaciones, en la electrofisiología una variación en la señal se puede interpretar de dos maneras, la primera como un problema en el procesamiento de la señal y la segunda como una anomalía proveniente de alguna de las regiones del corazón.

3.2. Procesamiento de señales eléctricas cardiacas

El cálculo de la frecuencia cardiaca desde que se diseñó el cardiógrafo hasta el electrocardiógrafo permite estudiar la magnitud de los cambios de los ciclos cardiacos a lo largo del tiempo. Sus unidades de medida se dan en latidos por minuto o pulsaciones por minuto. Para lograr un buen estudio del comportamiento de la frecuencia cardiaca a partir de los electrocardiogramas, es necesario mejorar las técnicas de almacenamiento de las señales eléctricas cardiacas a la base de los nuevos sistemas tecnológicos. El almacenamiento se realiza mediante tres tipos básicos de grabación: continua, intermitente (eventos) y analítica en tiempo real (ambulatorio).

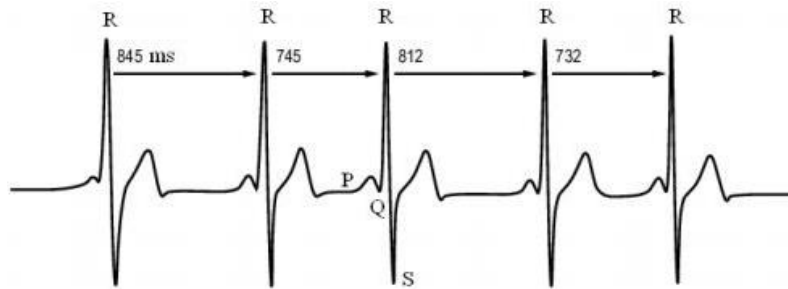
La grabación analítica en tiempo real de la señal eléctrica cardiaca hace parte de las funciones que realiza un dispositivo que comercialmente se conoce con el nombre de Holter. En este dispositivo las señales electrocardiógrafo son digitalizadas, codificadas y almacenadas en una memoria de estado sólido. Posteriormente, estas grabaciones pasan a un electrocardioanalizador capaz de leer y reproducir los complejos QRS grabados. La lectura suele realizarse a una velocidad al menos 60 veces el tiempo real, lo que significa que efectúa la lectura de una hora de grabación en un minuto (Cabrales y Vanegas, 2006).

El almacenamiento de las señales del electrocardiógrafo en diferentes dispositivos no ha sido un procedimiento fácil de realizar, debido a que las señales eléctricas cardiacas (lo cual también incluye cualquier tipo de señal eléctrica) son altamente fluctuantes y requieren del establecimiento de un buen algoritmo matemático para su procesamiento. Este procesamiento de la señal se ha hecho más fácil con el uso de ordenadores o un tipo de hardware cuyo software aplique una serie de operaciones lógicas y matemáticas a un conjunto de datos que provienen de una señal. Einthoven fue el primero en considerar el refinamiento de las señales eléctrica cardiaca mediante procesos matemáticos de su época. Actualmente las ondas del electrocardiograma se pueden estudiar a una escala de tiempo en milisegundos.

Otra de las razones por las cuales se realiza el procesamiento de señales eléctricas cardiacas es por las variaciones que se han encontrado en los intervalos RR en escalas de tiempo en milisegundos tal y como se puede observar en la ilustración 7. Es importante resaltar que estas variaciones en los intervalos RR de la ilustración 7 ya no pueden ser interpretadas con el conteo de cuadros grandes y pequeños descritos anteriormente. Desde

esta perspectiva dichas variaciones observadas en los electrocardiogramas se denominan variabilidad de la frecuencia cardiaca.

Ilustración 7. Ejemplo de la variabilidad de la frecuencia cardiaca a partir de los intervalos RR de las señales del electrocardiograma ⁶.



Para analizar la magnitud de dichos cambios se requiere plantear nuevas técnicas de procesamiento de señales, entre estos se encuentra la técnica del dominio de tiempo y de frecuencia (Chorro et al, 2007). En la primera técnica se caracteriza las series sucesivas de los intervalos RR normales (NN), obtenidas de medidas estadísticas o de modelos geométricos. Existe otra técnica para clasificar las propiedades variables de los intervalos RR, entre esta se encuentra el tacograma cuyo sistema de promediado detecta los complejos QRS y genera los intervalos RR, en términos del tiempo transcurrido en los complejos QRS consecutivos. La secuencia de intervalos RR se le conoce con el nombre de tacograma y a partir del mismo es posible desarrollar diversos algoritmos de análisis que producen información útil para la fisiología (Guillén et al, 2001).

Sobre la base de las consideraciones anteriores en el siguiente capítulo el lector encontrará dos estudios que muestran la relación que existe entre los sistemas dinámicos y la geometría fractal con la variabilidad de la frecuencia cardiaca.

⁶ La ilustración fue tomada de Azor, J. (2013) Determinación de intervalos RR a partir de datos crudos del ECG. Revista Científica de la Universidad de Mendoza, 1, p.p. 3.

Capítulo 4

4. Sistemas dinámicos y su relación con la variabilidad de la frecuencia cardiaca

La aplicación de las ecuaciones diferenciales en el planteamiento de soluciones de sistemas físicos comenzó a verse limitadas en el siglo XIX. Este hecho dentro de la historia de la física y la matemática implicó que las teorías fundamentadas en ecuaciones diferenciales no pudieran ser demostradas. Uno de los matemáticos y físicos que trabajó en estas limitaciones fue Henri Poincaré, quien realizó una serie de estudios que cambiaron la forma de interpretar los sistemas dinámicos. Para ello propuso nuevos procedimientos que no requerían de la solución de ecuaciones diferenciales para la comprensión del comportamiento de un sistema. Uno de los problemas de esta época era sobre la estabilidad del sistema solar, propuso reducir el estudio a solo tres cuerpos cuya solución sería posteriormente aplicada para demostrar la estabilidad del sistema solar. El estudio del problema de los tres cuerpos llevó a Poincaré a descubrir el caos hamiltoniano (Núñez, 2013).

El descubrimiento de un comportamiento caótico en el problema de los tres cuerpos, limitaba de antemano conocer todas sus soluciones, las cuales fueron posibles de establecer en el estudio de dos cuerpos llevado a cabo por Newton. Independiente de esto último, se encontraron sistemas cuyos estados que presentaban trayectorias con una apariencia azarosa resultaban ser deterministas, es decir era posible establecer su estado a futuro. Lo anterior es una de las características fundamentales del caos determinista, la cual muestra que toda irregularidad observada en las trayectorias de un estado que se esté estudiando, al ser tan irregular permite considerar la imposibilidad de predecir la evolución futura del sistema, pero resulta que su evolución es totalmente determinada de antemano (Núñez, 2013; Oestreicher, 2007).

La idea de evolución de un sistema se puede observar abstractamente en un espacio de fases cuyas coordenadas son las componentes del estado. Dentro de los sistemas dinámicos que estudia la física se encuentra un péndulo simple (Núñez, 2013). Su movimiento se determina a partir de las variables de tiempo y velocidad, mientras que su estado en un punto del plano se establece a partir de las coordenadas de posición y velocidad. Las leyes de Newton aplicadas a este sistema permiten describir y predecir su evolución en el tiempo.

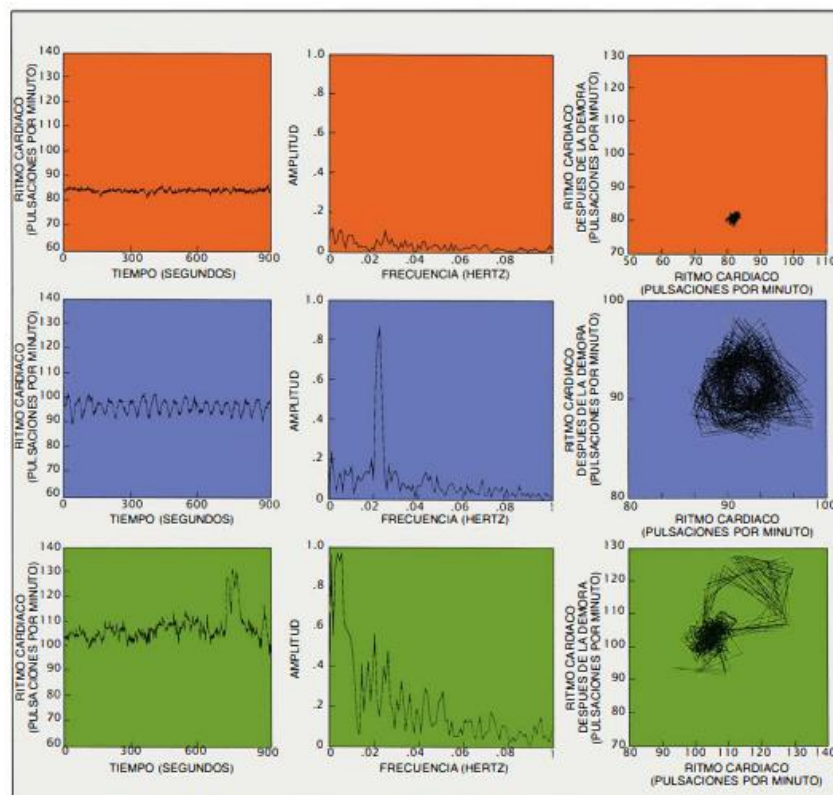
Un sistema dinámico con estados complejos de estudiar y predecir su evolución, se caracteriza por que las trayectorias sus estados son aleatorias e irregulares; este tipo de comportamiento reciben el nombre trayectorias caóticas o extrañas. Un sistema dinámico caótico, la evolución en el tiempo no puede ser predicha considerando el razonamiento físico y matemático aplicado en un sistema pendular. En relación con lo anterior, se ha observado que el espacio de fase permite describir el comportamiento de cualquier sistema incluyendo los sistemas caóticos. *La imagen generada en el espacio de fase le da un significado al comportamiento del sistema según su forma geométrica.* Las trayectorias que se pueden generar en un espacio fase se agrupan en tres tipos, están las trayectorias puntuales (la trayectoria de un péndulo), cíclica (como el sistema solar), trayectorias caóticas y/o extrañas (el movimiento caótico de una partícula de polen en un vaso con agua); este último grupo se encuentra dentro de las estructuras geométricas que estudia la geometría fractal. Las trayectorias generadas en un espacio de fase reciben el nombre de atractor (Devaney, 1992).

Sobre la base de las consideraciones anteriores, se puede observar que la variabilidad de la frecuencia cardíaca descrita en el capítulo dos y tres, por tratarse de un movimiento variable y difícil de establecer cuál será su estado en el futuro, este comportamiento es el que estudia los sistemas dinámicos no lineales y la geometría fractal. Goldberger y su equipo de trabajo se encuentra dentro de los primeros que comenzaron a estudiar las señales y ondas eléctricas cardíacas en estos dos contextos. El estudio se desarrolla a la base de la dificultad que tiene la fisiología y la electrofisiología para interpretar la variabilidad de la frecuencia en diferentes escalas de tiempo.

Para que el lector tenga una idea de cómo Goldberger y su equipo de trabajo elaboran explicaciones fundamentadas en estos dos contextos, se toma del artículo titulado *caos y fractales en la fisiología humana* la ilustración 1, en la cual se puede observar el comportamiento de la señal eléctrica cardíaca en tres escalas de tiempo diferentes. La primera escala de tiempo corresponde a una serie temporal la cual está familiarizado todo electrofisiólogo y estudiante de medicina; la elaboración de explicaciones de estas series se da en términos de latidos o pulsaciones por segundo. La segunda escala de tiempo corresponde al procesamiento de una señal que realiza un ingeniero y un físico en un software; la interpretación de esta señal se da a partir de los resultados de una transformada

de Fourier, la cual fue aplicada para generar un espectro de frecuencias. Los resultados de estas dos escalas de tiempo deben dar cuenta de una patología cardiaca particular, para establecer las causas de dicha patología las cuales pueden ya estar establecidas y clasificadas por la cardiología. La tercera escala de tiempo, corresponde a las coordenadas de un espacio de fase en latidos por minuto provenientes de la primera escala de tiempo, las cuales se ubican en el *eje x* y el *eje y* del espacio de fase, a partir de estos valores fueron generados los tres atractores (Goldberger et al, 1990).

Ilustración 1. Trazados del ritmo cardiaco representados en tres escalas de tiempo diferentes⁷.



Con referencia a lo anterior, la elaboración de explicaciones para la tercera escala de tiempo no es una tarea fácil de realizar por parte del fisiólogo o el electrofisiólogo, debido a que requiere indiscutiblemente de un conocimiento profundo sobre los sistemas dinámicos no lineales. Adicionalmente, el físico o el ingeniero que colaboró en el diseño de estos

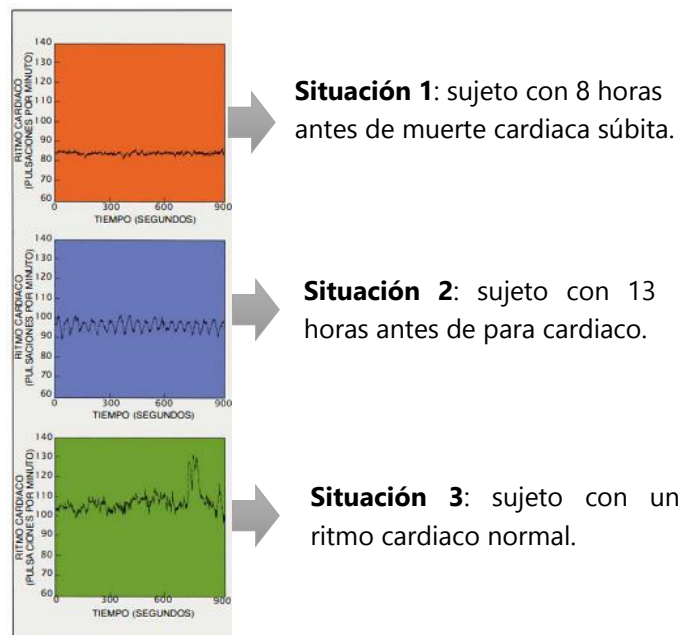
⁷ Ilustración tomada del artículo Goldberger, A., Rigney, D., & West, B. (1990). Caos y fractales en fisiología humana. Investigación y Ciencia. p. 36.

atractores debe conocer bien sobre la teoría de los sistemas dinámicos no lineales y sus aplicaciones para que pueda explicar estos atractores a los fisiólogos de manera semejante a como se hizo para la segunda escala de tiempo.

Con el fin de aportar más elementos de análisis para la ilustración 1, se realizó una breve descripción de las tres escalas de tiempo a partir de la observación del comportamiento de la señal eléctrica y sus diferentes representaciones en las tres columnas que aparecen en esta ilustración, para ello se realiza la descripción tomando por separado cada una de las tres columnas así:

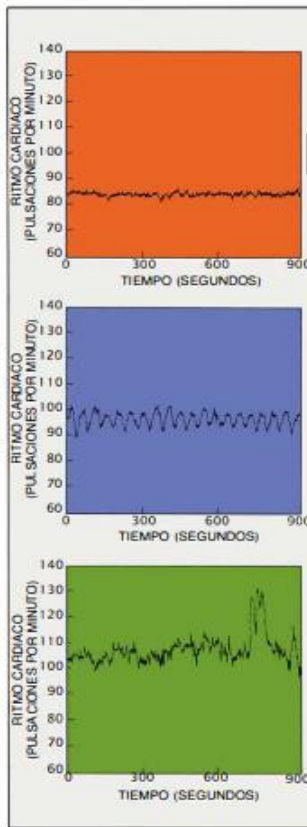
- En la ilustración 2 se encuentra la primera columna de la ilustración 1 junto con el evento clínico al que pertenece cada señal eléctrica cardíaca mencionado en el artículo, las cuales se denominaron situaciones para hacer la descripción de cada una de ellas.

Ilustración 2. Evento clínico al que pertenece cada una de las tres señales eléctricas cardíacas.



- En la ilustración 3 se puede apreciar de nuevo la primera columna junto con una descripción básica de los cambios observados en el *eje x* y en el *eje y*, para las tres situaciones mencionadas en la ilustración 2.

Ilustración 3. Series temporales para cada una de las tres situaciones de la ilustración 2.



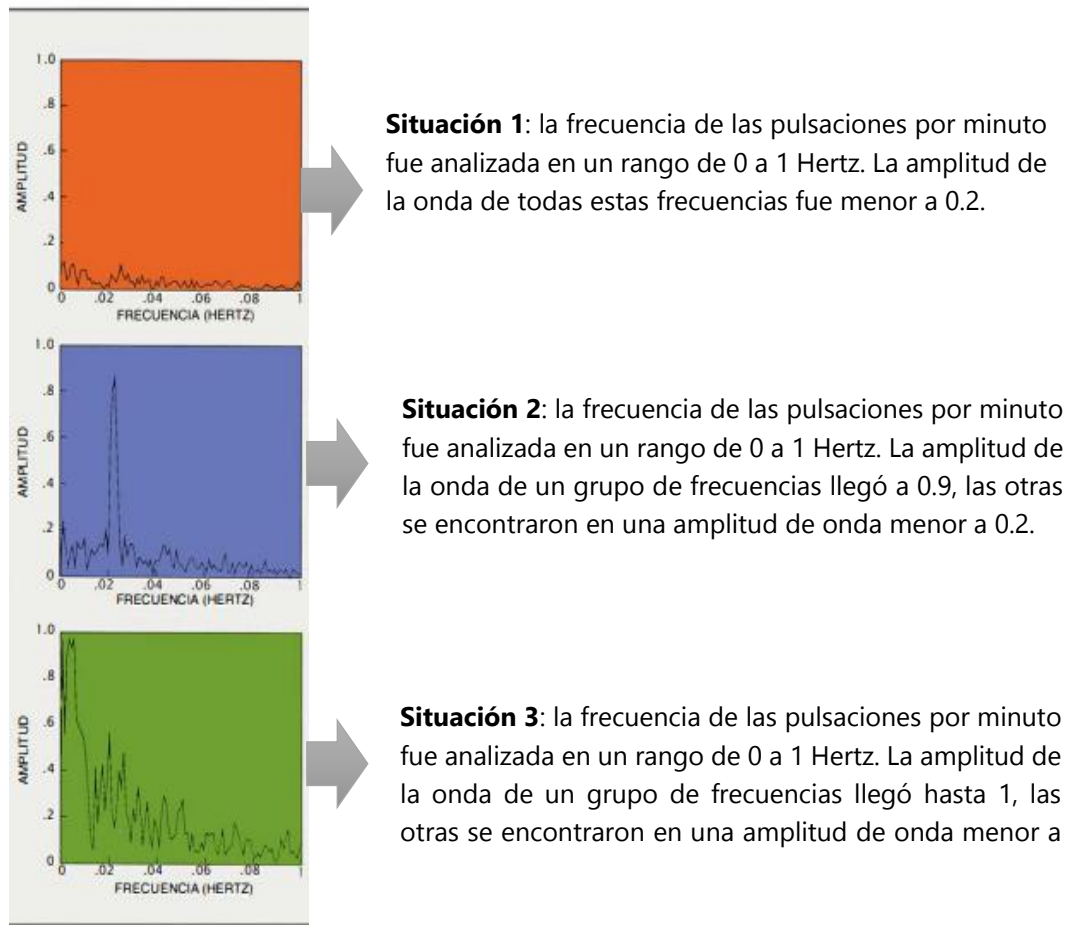
Situación 1: ritmo cardiaco periódico en el cual se observa una pérdida en la variabilidad en la frecuencia cardiaca. Las pulsaciones por minuto variaron entre un rango que va de 80 a 90 en los 900 segundos que duró el registro.

Situación 2: ritmo cardiaco en el cual se observa una variabilidad en la frecuencia cardiaca. Las pulsaciones por minuto variaron entre un rango que va de 88 a 105 en los 900 segundos que duró el registro.

Situación 3: ritmo cardiaco muy variado, se puede observar una variabilidad en la frecuencia cardiaca mayor comparada con las dos situaciones anteriores. Las pulsaciones por minuto variaron entre un rango que va de 95 a 135 en menos de una hora.

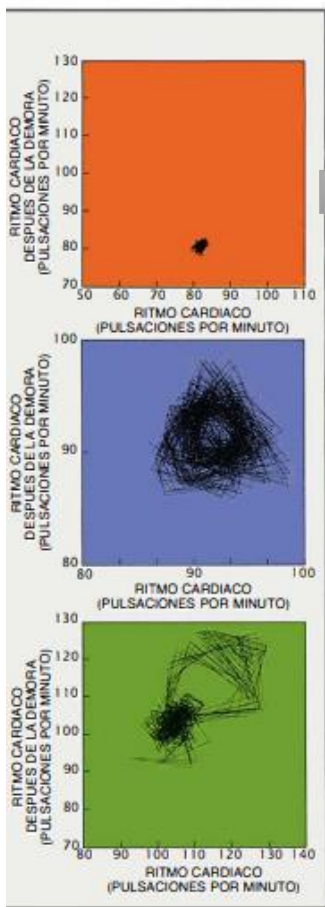
- En la ilustración 4 se puede observar el comportamiento de los espectros obtenidos mediante el análisis armónico llevado a cabo con series de Fourier a partir de los registros de las señales eléctricas cardiacas de la primera columna.

Ilustración 4. Espectros obtenidos mediante el análisis armónico para cada una de las tres situaciones de la ilustración 2.



- En la ilustración 5 se puede observar la primera columna junto con una de las posibles descripciones que se pueden hacer considerando lo que pasa en el eje x y en el eje y.

Ilustración 5. Atractor cardiaco generado en un espacio de fase para cada uno de las tres situaciones de la ilustración 2.



Situación 1: las coordenadas en el espacio de fase se dan en términos de pulsaciones por minuto, el atractor generado muestra una trayectoria que varió en un espacio muy restringido, comparado con el atractor que fue generado para la situación 2 y 3.

Situación 2: las coordenadas en el espacio de fase se dan en términos de pulsaciones por minuto, el atractor generado muestra una trayectoria caótica cuya variación ocupó más regiones del espacio de fases, comparado con el atractor generado para la situación 1. También, se observa la superposición de trayectorias en el atractor que da la apariencia de ser más denso en unas partes que en otras.

Situación 3: las coordenadas en el espacio de fase se dan en términos de pulsaciones por minuto, el atractor generado muestra una trayectoria caótica que varió en un espacio más amplio, comparado con el atractor generado para la situación 1 y 3. No se observó regiones del atractor más densas como las que si se observaron en el atractor de la situación 2.

Sobre la base de las descripciones anteriores, la lectura del artículo de Goldberger y sus colaboradores requiere de un ejercicio de comparación y observación riguroso para comprender las intenciones que tienen los autores para seleccionar estas tres señales eléctricas cardiacas representadas en escalas de tiempo diferentes. La primera intención de fondo es que el lector pueda observar cómo se comporta la actividad eléctrica cardiaca bajo la idea de normalidad y anormalidad en tres escalas de tiempo diferentes. La segunda intención es controvertir la idea de regularidad de cada ciclo cardiaco la cual persiste en la fisiología, en vista a que si esta idea fuera consistente con los hechos en el espacio de fases se hubiera generado un atractor con un comportamiento cíclico y no caótico como los observados en la ilustración 5.

La tercera intención de fondo del artículo consiste en mostrar que las pulsaciones por minuto generan una nueva escala de tiempo. Esta escala de tiempo, requiere un análisis aún más profundo en vista a que los atractores generados en un espacio de fases no responden a las explicaciones que se elaboran en un espacio cartesiano de dos dimensiones, que es el espacio en el cual se representa la señal eléctrica cardiaca en la columna uno y dos (ver ilustraciones 3 y 4). En este orden de ideas, las explicaciones se deben elaborar desde el contexto de los sistemas dinámicos no lineales.

4.1. Análisis de la variabilidad de la frecuencia cardiaca desde una perspectiva clínica

Para continuar aportando elementos de análisis sobre las explicaciones que pueden elaborar los fisiólogos y los estudiantes de pregrado de medicina para una determinada patología cardiaca considerando la presencia o disminución en la variabilidad de la frecuencia cardiaca como las descritas anteriormente, se seleccionan dos nuevas situaciones que se describen a continuación.

En la tabla 1 se encuentran los valores discretos de la frecuencia cardiaca que provienen de dos electrocardiogramas ambulatorios o Holter de 21 horas de registro. Se llama Holter al dispositivo que tiene la capacidad de almacenar el registro de la actividad eléctrica cardiaca por 24 horas mientras que el sujeto que porta este dispositivo realiza sus actividades diarias. Para la lectura de la señal eléctrica del corazón almacenada en el dispositivo Holter se requiere de un software diseñado para generar un registro de electrocardiograma, calcular los valores de la frecuencia cardiaca que son representados en un tacograma (ver ilustración 6 a y b). El primer Holter fue evaluado por el especialista dentro de los límites de normalidad (situación 1) y el segundo pertenece a un Holter de un sujeto cuya conclusión clínica fue de infarto agudo de miocardio (situación 2).

Tabla 1. Valores de la frecuencia cardiaca mínima, máxima, total de latidos por cada hora para la situación 1 y 2.

Hora	Situación 1 (Normal)			Situación 2 (Infarto agudo de miocardio)		
	Total Latidos	Frecuencia cardiaca mínima	Frecuencia cardiaca máxima	Total Latidos	Frecuencia cardiaca mínima	Frecuencia cardiaca máxima
1	4827	72	116	5531	89	102
2	4457	70	145	5251	88	101
3	4410	70	110	5261	87	100
4	4621	70	95	5122	84	104
5	3498	55	67	4806	78	94
6	3463	52	63	4915	78	91
7	3477	54	72	4834	79	83
8	3448	53	68	4669	74	93
9	4342	80	120	4364	74	102
10	4389	83	148	4238	69	80
11	5191	84	108	3641	57	104
12	5121	81	91	4299	80	102
13	3671	56	67	4437	72	85
14	3450	54	65	4415	71	90
15	3793	57	98	4615	71	94
16	4101	61	86	4533	72	97
17	4461	63	115	5435	90	100
18	3980	62	79	5399	88	94
19	3702	58	72	5023	78	98
20	3262	56	77	4573	77	82
21	4895	70	118	2690	73	90

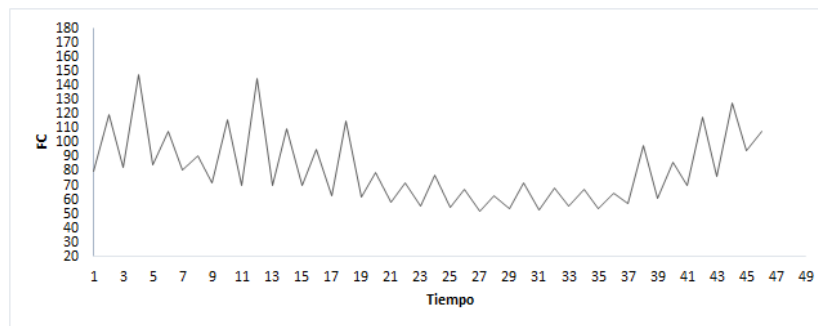
Una descripción de la tabla 1 sería la siguiente:

- Para la situación 1 los valores de la frecuencia cardiaca mínima variaron entre 52 y 94 latidos por minuto, la frecuencia cardiaca máxima varió entre 63 y 148 latidos por minuto y número total de latidos contados en una hora vario entre 2249 y 5191. Si se considera el valor mínimo y máximo alcanzado en 21 horas, es decir 52 y 148, se puede decir que este sujeto presentó con el valor mínimo una bradicardia y taquicardia con el valor máximo debido a que la frecuencia cardiaca fue mayor a 100 latidos por minuto.
- Para la situación 2 los valores de la frecuencia cardiaca mínima variaron entre 57 y 90 latidos por minuto, la frecuencia cardiaca máxima varió entre 80 y 104 latidos por minuto y número total de latidos contados en una hora vario entre 2690 y 5531. Si se considera el valor mínimo y máximo alcanzado en 21 horas, es decir 57 y 104 latidos por minuto

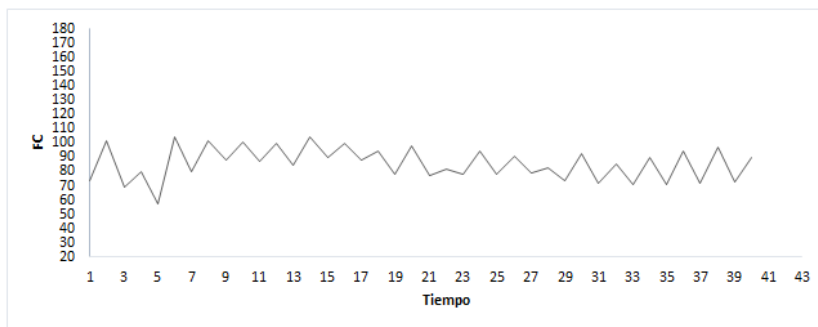
se puede decir como en la situación anterior que este sujeto presentó una bradicardia y taquicardia.

La descripción anterior como se puede observar no aporta los elementos suficientes para establecer diferencias entre cada uno de los electrocardiogramas, esta es una de las razones por las cuales se recurre a la representación gráfica de estos valores en un tacograma con el fin de visualizar el comportamiento que tiene estos valores en un espacio de dos dimensiones ver ilustración 6a y 6b.

Ilustración 6. Tacograma generado a partir de los valores de la frecuencia cardiaca mínima y máxima de la tabla 1; en donde a) representa un registro normal y b) un registro de un sujeto evaluado con infarto agudo de miocardio.



a)



b)

Ahora las descripciones que se pueden hacer para cada uno de los tacogramas generados a partir de los valores de la frecuencia cardiaca de la tabla 1 son las siguientes:

- Los valores discretos de la frecuencia cardiaca de la ilustración 6a son más variables comparado con los valores de la frecuencia cardiaca de la ilustración 6b.
- La ilustración 6b muestra que hay periodos en el tiempo donde se observa una pérdida en la variabilidad. En esta situación la pérdida en la variabilidad en la frecuencia

cardiaca es un claro indicio que la actividad eléctrica del corazón está entrando en una fase aguda.

De las dos descripciones anteriores, la pérdida de la variabilidad es posible visualizar y describir en el tacograma, pero esta observación se puede ver limitada cuando el número de situaciones por analizar aumente, es decir cuando no se tengan dos electrocardiogramas sino más de 10, las diferencias aquí observadas van a requerir de un mayor esfuerzo para acertar si existe una pérdida o aumento de la variabilidad de la frecuencia cardiaca, así mismo establecer patrones de comparación. Para la clínica el establecimiento de esta fase aguda es uno de los temas de investigación importantes de la cardiología, en vista a que hay casos donde un comportamiento agudo en un determinado rango de tiempo no siempre desencadena una complicación clínica inmediata, pero si alerta al especialista de que el sujeto no se encuentra en óptimas condiciones de salud, esto muestra también la dificultad que hay para prever cuando un sujeto está entrando a un paro cardiaco.

Después del estudio del comportamiento de la frecuencia cardiaca de la ilustración 6, el especialista apoyado en la evaluación de otras variables fisiológicas concluye que el primer registro se encuentra dentro de los límites de normalidad (ilustración 6a), mientras que el segundo registro corresponde a un sujeto que entro a la Unidad de Cuidados Intensivos por infarto agudo de miocardio (ilustración 6b). Para facilitar las descripciones los dos trazados generados en el tacograma a partir de los valores de la frecuencia cardiaca tabla 1, desde el comienzo de la descripción se denominaron situación 1 y 2. Adicionalmente, en las dos situaciones descritas se está siempre considerando los valores de la frecuencia cardiaca mínima, máxima, total de latidos por cada hora y su evaluación clínica.

La descripción de la tabla y el tacograma fueron muy generales y no se encontraron criterios suficientes para establecer diferencias a partir de los valores discretos de la frecuencia cardiaca, esta es una de las tantas razones por las cuales es necesario que el especialista considere en el estudio la evaluación de otras variables fisiológicas para llegar a un diagnóstico. Ahora que sucede cuando estas dos situaciones son estudiadas desde el contexto de la teoría de los sistemas dinámicos no lineales y la geometría fractal, los resultados y las explicaciones a las que se pueden llegar serán lo que cierra este capítulo.

4.2. Atractores cardiacos caóticos generados a partir de los valores de la frecuencia cardiaca

Rodríguez y colaboradores (2008) proponen una nueva forma de diseñar atractores a partir de la creación de una metodología que toma los valores discretos de la frecuencia cardiaca de los electrocardiogramas o Holter para generar atractores cardiacos caóticos en un espacio de fase. Los cuales posteriormente fueron medidos y caracterizados mediante la aplicación del método de Box Counting. Los resultados de estas medidas fueron agrupados en tres conjuntos a partir de los cuales se pueden hacer distinciones geométricas y matemáticas de los atractores cardiacos caóticos normales y anormales, a partir del conteo de cuadros ocupados por el atractor al superponer dos rejillas sobre cada atractor generado.

A continuación, se describe paso a paso cómo se diseña un atractor a partir de la metodología propuesta por Rodríguez y colaboradores, considerando para ello los valores discretos de la frecuencia cardiaca de las dos situaciones anteriores. Finalmente, se describen los criterios para interpretar los atractores a partir de la cantidad de cuadros ocupados por el atractor al superponer las dos rejillas.

Paso 1: establecimiento de la secuencia y pares ordenados de los valores de la frecuencia cardiaca

Para generar un atractor en un espacio de fase es necesario considerar una secuencia numérica, para ello se tomó los valores mínimos y máximos de la frecuencia cardiaca y la suma total de latidos en cada hora, es decir la suma del número total de latidos registrados durante cada hora en un total de 21 horas. A continuación, se describe como se genera la secuencia numérica a partir de los valores de la tabla 2).

Tabla 2. Valores mínimos y máximos de la frecuencia cardiaca y el número total de latidos.

Situación 1			Situación 2		
Frecuencia cardiaca mínima	Frecuencia cardiaca máxima	Suma total de latidos	Frecuencia cardiaca mínima	Frecuencia cardiaca máxima	Suma total de latidos
52	148	93353	57	104	98051

- Para la situación 1 se puede observar que el valor mínimo y máximo de la frecuencia cardiaca fue de 52 y 148 latidos por minuto; la suma de todos los latidos que se registraron durante 21 horas dio como resultado 93353 latidos por hora. Para la situación 2 el valor mínimo y máximo de la frecuencia cardiaca fue de 57 y 104 latidos por minuto; la suma de todos los latidos que se registraron durante 21 horas dio como resultado 98051 latidos por hora (ver tabla 2).
- La secuencia numérica de los valores discretos de la frecuencia cardiaca generada para el primer electrocardiograma (situación 1) tiene un total de 93353 valores de la frecuencia cardiaca, esto quiere decir que la secuencia generada a partir del valor mínimo y máximo tiene una extensión de 93353. La extensión también representa la cantidad de valores discretos de la frecuencia cardiaca en la secuencia. Para tener una idea más clara de cómo sería esta secuencia se toma los primeros 17 valores discretos de la frecuencia cardiaca y el valor discreto de la frecuencia cardiaca que estaría en la posición 93353 de esta secuencia sería la siguiente:

Secuencia de valores discretos de la frecuencia cardiaca ⁸																		
94	96	66	89	87	94	80	92	85	63	99	59	99	68	77	74	57	...	147
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	...	93353
Extensión⁹																		

- Seguidamente se toma la secuencia del punto anterior para establecer parejas ordenadas (x, y) , las cuáles serán graficarlas en un espacio de fase de dos dimensiones, de la siguiente manera:

Eje x 94 96 66 89 87 94 80 92 85 63 99 59 99 68 77 74 57 ...

Eje y 94 96 66 89 87 94 80 92 85 63 99 59 99 68 77 74 57 ...

⁸ Los tres puntos indican los valores discretos de la frecuencia cardiaca que se ubican después de 57 cuyo último valor fue de 147. La secuencia también representa los valores aleatorios de la frecuencia cardiaca que se encuentran dentro de un valor mínimo y máximo como el de la tabla 2. Vale la pena aclarar que esta secuencia es tan solo un ejemplo de las tantas que se pueden generar dentro de un rango con un valor mínimo y máximo, que en este caso son los valores discretos de la frecuencia cardiaca.

⁹La extensión se puede entender aquí como la cantidad de posiciones ordenadas que puede tener una secuencia de valores, que en este caso comienza en 1 y termina en 93353, los tres puntos indican los valores continúan después de 17 hasta llegar a 93353.

El primer par ordenado se establece seleccionando el primer valor discreto de la frecuencia cardíaca (*eje x*) de la secuencia con el siguiente valor discreto de la frecuencia cardíaca (*eje y*) de esta misma secuencia, es decir (94, 96); los siguientes pares ordenados serían:

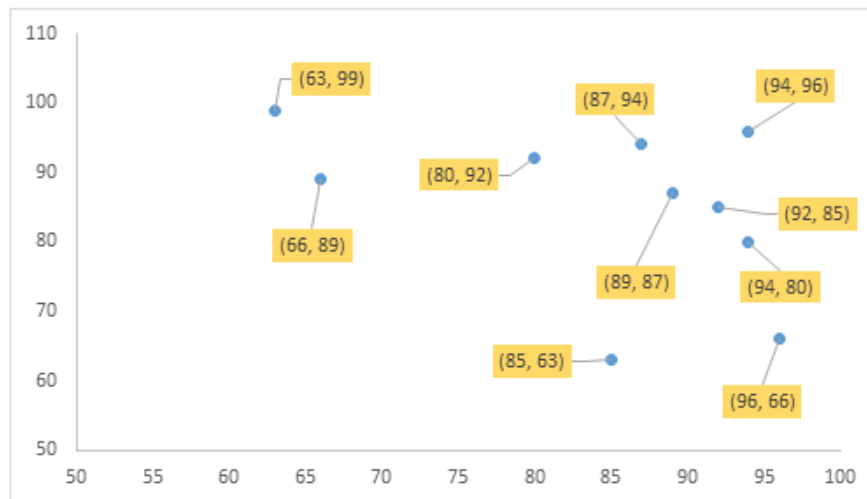
(96, 66), (66, 89), (89, 87), (87, 94), (94, 80), (80, 92), (92, 85), (85, 63), (63, 99)...

Es importante resaltar que una de las razones por las cuales las parejas ordenadas no se establecen a partir del primer valor discreto de la frecuencia cardíaca tanto del *eje x* como del *eje y*, es decir (94, 94), (96, 96) ..., es porque al graficar estos pares ordenados se genera una línea recta y esto contradice la idea de la variación de la frecuencia cardíaca que se quiere estudiar en el contexto de los sistemas dinámicos previamente descritos.

Paso 2: atractor generado en el espacio de fase a partir de los pares ordenados de los valores de la frecuencia cardíaca

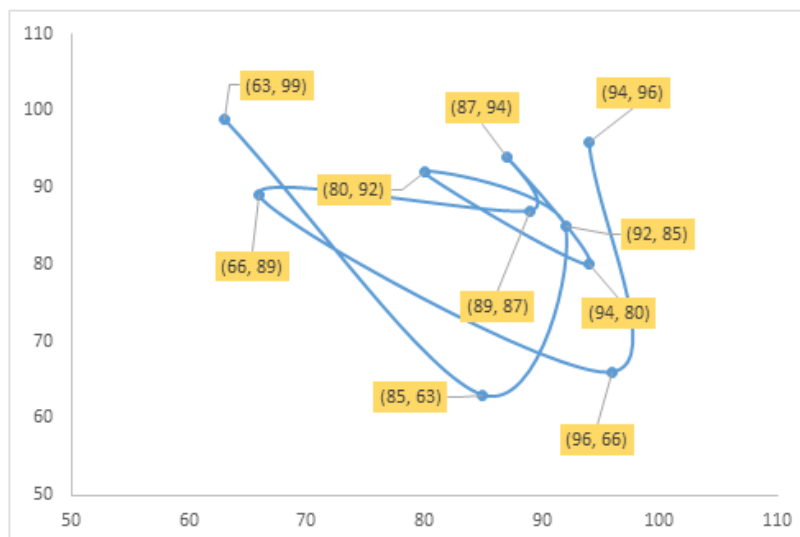
El paso a seguir es generar un atractor a partir de la secuencia del paso uno en el espacio de fase. Las coordenadas de este espacio de fases se dan en latidos por minuto de forma análoga al espacio de fase de los atractores generados por Goldberger y colaboradores (2009). De acuerdo con lo anterior, la representación gráfica para los primeros 10 pares ordenados establecidos en el paso 1 en un espacio de fases se puede observar en la ilustración 7, los cuales también representan puntos en el espacio de fases. En la ilustración 8 se observa la unión de los 10 primeros pares ordenados mediante una línea suavizada la cual va describiendo una trayectoria irregular a medida que se une la línea con cada uno de los puntos.

Ilustración 7. Pares ordenados de los valores de la frecuencia cardiaca en un espacio de fase.



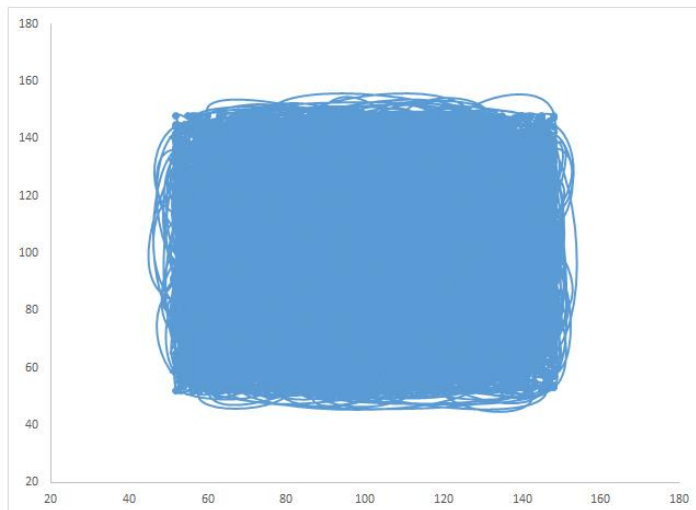
Fuente: elaboración propia

Ilustración 8. Unión de todos los pares ordenados de la ilustración 7 mediante una línea suavizada.



La unión de todos los pares ordenados descritos en el paso 1 se pueden observar en la ilustración 9. El atractor cardiaco caótico fue generado en una hoja de cálculo de Excel^(R), y como paso seguido fueron ajustados ambos ejes entre 20 y 180 latidos por minuto. De esta manera se ha generado el atractor cardiaco para la situación 1.

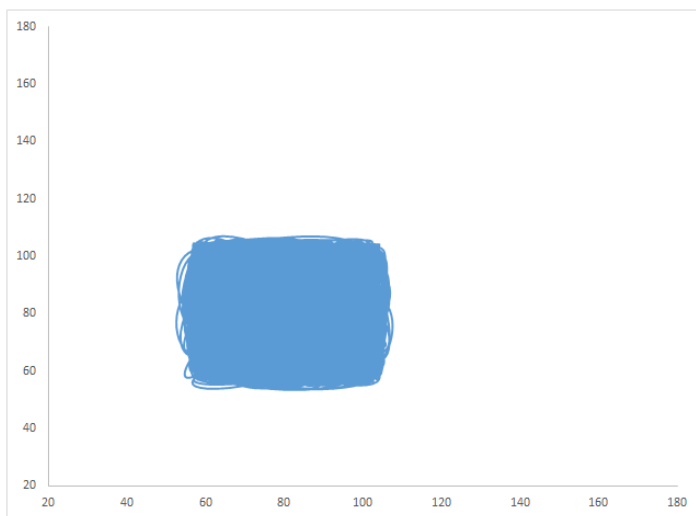
Ilustración 9. Atractor cardiaco caótico normal.



Fuente: elaboración propia

Para generar el atractor cardiaco caótico del electrocardiograma de la situación 2 en el espacio de fase se siguen los mismos pasos descritos para el electrocardiograma de la situación 1 (ver ilustración 10).

Ilustración 10. Atractor cardiaco caótico anormal



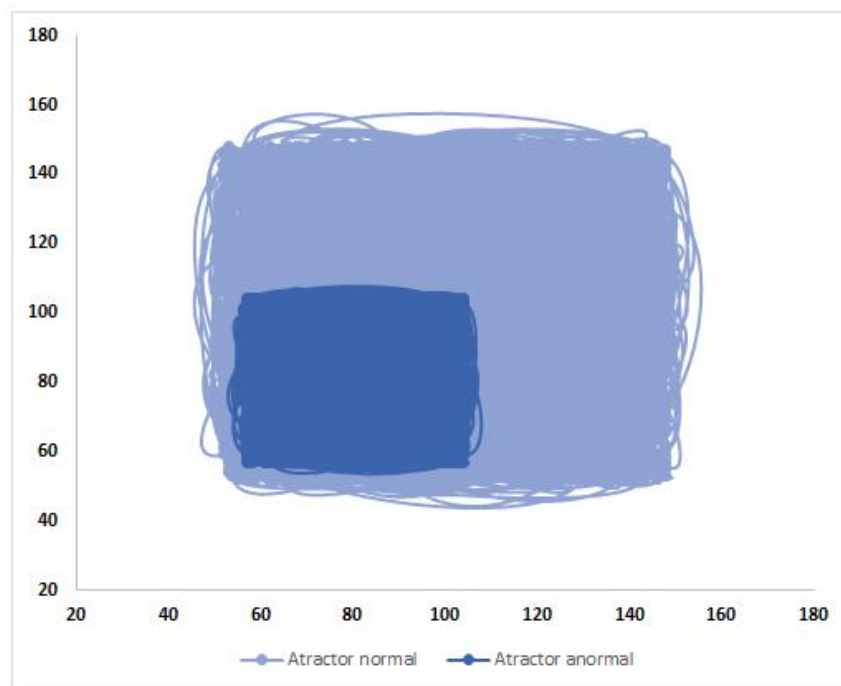
Fuente: elaboración propia

El ajuste en los ejes del espacio de fases permite delimitar el espacio de análisis de cada atractor para hacer comparaciones entre estos dos atractores en espacio de fases en igualdad de condiciones. La coordenada x va de 20 a 180 latidos por minuto y la coordenada en y también va de 20 a 180 latidos por minuto en el espacio de fases (ver ilustración 9 y 10).

Ahora si se pregunta por la figura geométrica que tiene los dos atractores generados en el espacio de fase, la primera representación que se genera en la mente es la de un cuadrado. Al revisar el anexo 1 el lector encuentra un análisis profundo sobre el concepto de auto-similitud, el cual no permite considerar que la figura que caracteriza a los atractores sea la de un cuadrado. Esto también se puede observar en las características que tiene un cuadrado en la cual se dice que sus cuatro lados son iguales y forman cuatro ángulos rectos, adicionalmente tiene una dimensión topológica de dos. A continuación, se aplica el método de Box Counting descrito en el anexo 1, el cual permite establecer en que dimensión fractal se encuentran estos dos atractores.

Otra descripción que se puede dar para el tractor de la ilustración 9 y 10, es cuando ambos atractores se encuentran en un mismo espacio de fase tal y como se puede observar en la ilustración 11 y las descripciones son las siguientes:

Ilustración 11. Atractor cardiaco caótico normal y anormal en un mismo espacio de fase.



Fuente: elaboración propia

- Si la comparación se realiza mediante el espacio que ocupa cada atractor cardiaco caótico en el espacio de fase, se puede observar que el mayor espacio lo ocupa el atractor cardiaco

caótico normal (situación 1) respecto al espacio que ocupa el atractor cardiaco caótico anormal (situación 2).

- En la situación 2 los valores de la frecuencia cardiaca representados en un tacograma se describió una perdida en la variabilidad de la frecuencia cardiaca, esta es una de las razones por la cual ocupa un menor espacio respecto al atractor cardiaco caótico normal.

Las descripciones de estos dos atractores cardiacos caóticos tienen una estrecha relación con la siguiente afirmación “*la imagen generada en el espacio de fase le da un significado al comportamiento según su forma geométrica*”. Por lo tanto, el espacio ocupado por cada atractor cardiaco se convierte en la primera característica que distingue cada sistema cardiaco caótico en la metodología desarrollada por Rodríguez y colaboradores (2008). A la luz de este resultado la metodología aporta los primeros elementos claves para hacer distinciones geométricas entre estados dinámicos cardiacos normales y agudos en un mismo espacio de fase. Ahora si se revisa de nuevo el artículo de Goldberger y colaboradores se puede observar que la forma de los atractores es diferente, pero los autores no afirman en su artículo que dicha forma sea un punto de referencia que represente siempre las tres primeras situaciones que fueron analizadas. En consecuencia, los atractores generados son susceptibles a que sus formas siempre varíen de acuerdo al registro electrocardiográfico utilizado, lo que no sucede con la metodología desarrollada por Rodríguez y colaboradores tal y como se verá más adelante.

El paso a seguir es aplicar el método de Box Counting a cada uno de los atractores que fueron generados para establecer la dimensión fractal en la que cada uno de ellos se encuentra y de esta manera saber qué tan acertado es asociar un cuadrado con la forma que tiene los dos atractores cardiacos caóticos.

4.2.1. Aplicación del método de Box Counting

En la metodología desarrollada por Rodríguez y colaboradores (2008) generaron 17 atractores cardiacos caóticos en el espacio de fase tal y como ya se describió en los tres pasos anteriores, luego aplicaron a cada uno de ellos el método de Box Counting para hallar la dimensión fractal. Este método fue desarrollado en el contexto de la geometría fractal para medir estructuras irregulares, extrañas y con apariencia caótica. Por ser el método de Box

Counting y sus aplicaciones muy poco conocidas se elaboró el anexo 1 en el cual se recoge elementos conceptuales claves para profundizar más sobre este método.

Paso 4: Aplicación del método de Box Counting para hallar la dimensión fractal en la que se encuentra el atractor cardiaco caótico.

Para aplicar el método de Box Counting se requieren de dos rejillas una con el doble tamaño que la otra, en esta metodología las rejillas tienen una dimensión de 5x5 y 10x10 latidos por minuto. A continuación, estas dos rejillas son superpuestas sobre los atractores cardiacos caóticos generados en el espacio de fase.

En el anexo 1, la ecuación 4 representa la forma más sintética del método de Box Counting, la cual fue simplificada en la metodología desarrollada por Rodríguez y colaboradores de la siguiente manera:

$$D = -\text{Log}_2 \frac{N_2(2^{-(k+1)})}{N_1(2^{-k})} \text{ Ecuación 4}$$

En donde N_1 representa el número de cuadros que un ocupa un objeto fractal con la rejilla de partición k ; N_2 representa el número de cuadros que ocupa objeto fractal con la rejilla de partición $k + 1$ y D la dimensión fractal.

En el numerador el término $N_2(2^{-(k+1)})$ es el número de cuadros ocupados por la estructura fractal al superponer una rejilla de cuadros pequeños (Cp), esto quiere decir que $N_2(2^{-(k+1)}) = Cp$. En el denominador el término $N_1(2^{-k})$ representa el número de cuadros ocupados por la estructura fractal al superponer la rejilla de cuadros grandes (Cg), esto quiere decir que $N_1(2^{-k}) = Cg$.

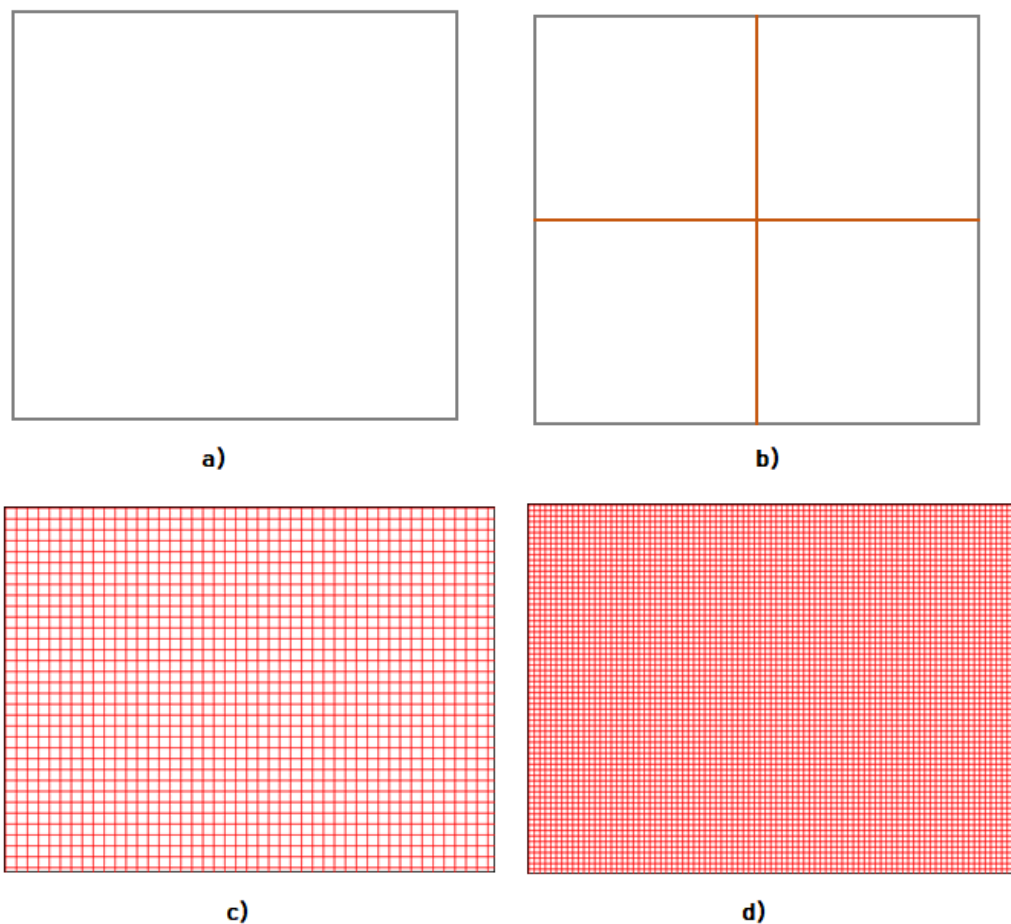
De esta manera la ecuación 4 toma la siguiente expresión:

$$D = \text{Log}_2 \frac{Cp}{Cg} \text{ Ecuación 5}$$

El signo menos de la ecuación 5 se omite debido a que se considera el método de Box Counting como un espacio geométrico constituido por dos rejillas, en donde la primera rejilla de cuadros grandes representa la totalidad y la segunda rejilla de cuadros pequeños las partes de esta totalidad; para ilustrar esto se toma un cuadrado (ver ilustración 12a) que representa

la totalidad que al dividir sus lados en dos partes iguales se obtiene cuatro cuadrados pequeños que serían las partes de esta totalidad (ver ilustración 12b), en el caso del espacio de Box Counting siempre hay una rejilla de base cuyos lados al ser divididos en dos partes iguales generan una n cantidad de cuadros pequeños (ver ilustración 7c y 7d).

Ilustración 12. Un cuadrado y sus partes más pequeñas



Fuente: elaboración propia

Simplificado el método de Box Counting el paso a seguir es contar cuántos cuadros grandes y pequeños ocupa cada atractor generado para la situación 1 y 2 al superponer sobre ellos las rejillas de 5x5 y 10x10 latidos por minuto. En el anexo 1 se superpuso dos rejillas sobre el daciocito y sus dimensiones se daban en píxeles, en cambio para los atractores cardiacos es necesario cambiar esta dimensión a latidos por minuto. En la ilustración 13 y 14 se muestra cómo se realizó el conteo de cuadros al superponer una rejilla de 5x5 latidos por minuto y otra de 10x10 latidos por minuto sobre el atractor generado.

Ilustración 13. Conteo de cuadros pequeños y grandes ocupados por el atractor cardiaco caótico normal al superponer una rejilla de 5x5 y 10x10 latidos por minuto (lat. min).

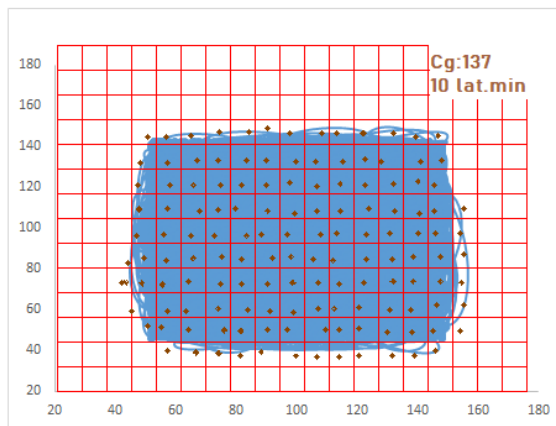
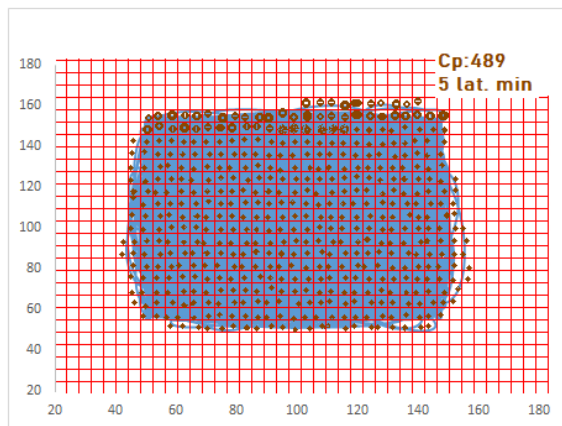
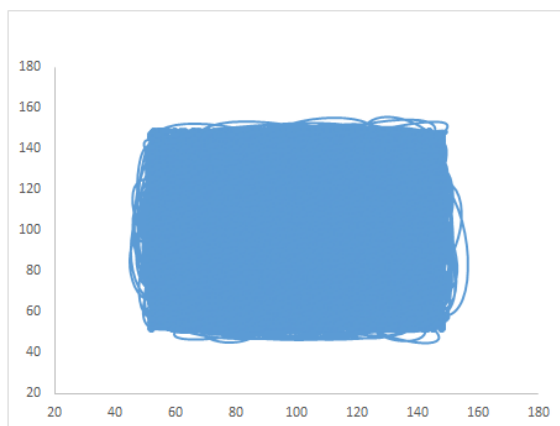
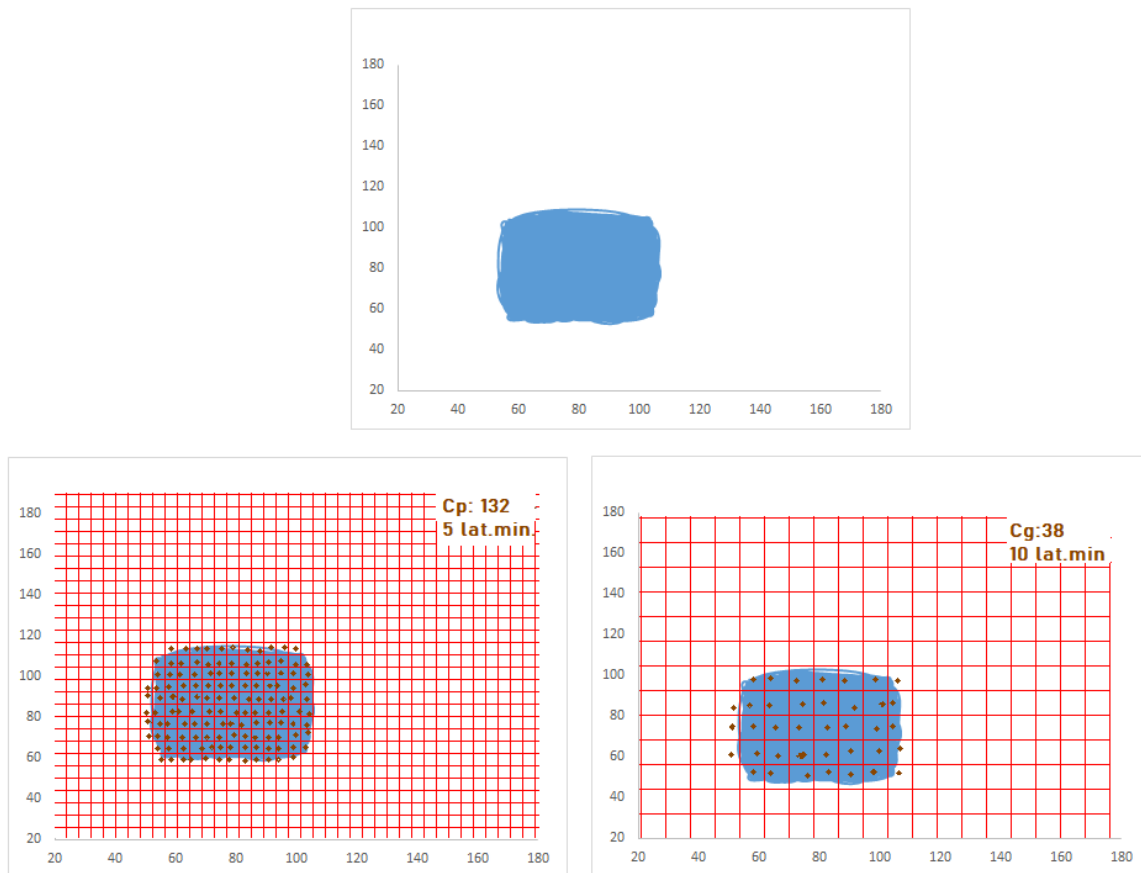


Ilustración 14. Conteo de cuadros pequeños y grandes ocupados por el atractor cardiaco caótico anormal al superponer una rejilla de 5x5 y 10x10 latidos por minuto (lat. min).



Los resultados muestran que:

- Al superponer la rejilla de 5x5 latidos por minuto sobre el atractor cardiaco caótico de la situación 1 dio como resultado 489 cuadros y con la rejilla de 10x10 latidos por minuto dio un total de 137 cuadros.
- Al superponer la rejilla de 5x5 latidos por minuto sobre el atractor cardiaco caótico de la situación 2 dio un total de 132 cuadros y al superponer la rejilla de 10x10 latidos por minuto dio un total de 38 cuadros.

Realizado el conteo de cuadros pequeños y grandes ocupados por cada uno de los atractores cardiacos caóticos, el paso a seguir es sustituir estos valores en la ecuación 5.

$$D = \text{Log}_2 \frac{C_p}{C_g} \text{ Ecuación 5}$$

Siendo, **Cp (cuadros pequeños)** la rejilla de 5x5 latidos por minuto y **Cg (cuadros grandes)** la rejilla de 10x10 latidos por minuto. Entonces, la sustitución de los valores del atractor cardiaco caótico normal en la ecuación 5 nos da una dimensión fractal de:

$$D = \text{Log}_2 \frac{Cp}{Cg}$$

$$D = \text{Log}_2 \frac{489}{137}$$

$$D = 1,836$$

Ahora al sustituir los valores del atractor cardiaco anormal se obtiene una dimensión fractal de:

$$D = \text{Log}_2 \frac{Cp}{Cg}$$

$$D = \text{Log}_2 \frac{132}{38}$$

$$D = 1,796$$

En la tabla 3 se recogen los resultados hallados al aplicar el método de Box Counting, en donde se puede observar que la dimensión fractal de los atractores cardiacos caóticos generados para ambas situaciones se encuentran en un rango de 1 a 2. Es posible que el lector considere la posibilidad de aplicar las reglas de redondeo en estos resultados, sin embargo, estas reglas no son aplicables en estos valores debido a que dicho procedimiento daría como resultado una dimensión topología de 2 y esto contradice las características que definen un cuadrado descritas anteriormente.

Tabla 3. Resultados obtenidos al aplicar el método de Box Counting en el atractor cardiaco caótico normal y anormal.

Atractor cardiaco caótico	Cuadros pequeños	Cuadros grandes	Dimensión fractal
Normal	489	137	1,836
Anormal	132	38	1,796

El análisis de los valores de la dimensión fractal de ambos atractores cardiacos caóticos se puede ampliar un poco más al considerar las cifras significativas que se encuentran después de la coma. En el caso del atractor cardiaco caótico normal se puede afirmar que la

primera cifra significativa del atractor es de 8, mientras que la del atractor cardiaco caótico anormal es de 7, entonces la primera cifra significativa marca una diferencia. Ahora si se aplica la regla de redondeo en la dimensión fractal del atractor anormal, se llegaría a un valor de 1,8, entonces la diferencia lograda anteriormente vuelve a presentar inconvenientes si el propósito es establecer diferencias entre atractores cardiacos caóticos. Esta fue la primera prueba que debió superar la metodología y la búsqueda de una solución implicó considerar el conteo de cuadros pequeños y grandes como los valores que permitirían hacer estas comparaciones.

4.2.2. Establecimiento de órdenes matemáticos y geométricos que permitan hacer distinciones entre sistemas dinámicos cardiacos normales y anormales

El paso a seguir en la metodología desarrollada por Rodríguez y colaboradores, era establecimiento de un orden matemático que permita hacer distinciones geométricas y matemáticas entre sistemas dinámicos cardiacos normales de anormales. Como ya se mencionó la primera vía fue considerar los valores de la dimensión fractal, sin embargo, en estudios previos llevados a cabo por Rodríguez mostraban que dichos valores no permiten hacer distinciones matemáticas y geométricas entre estructuras fractales salvajes normales y anormales (ver anexo 1). Esto último tiene una estrecha relación con lo descrito anteriormente sobre el análisis de los valores de la dimensión fractal de los atractores cardiacos descrito anteriormente. Para ampliar un poco más esta idea de comparar atractores a partir de los valores de la dimensión fractal, se tomó la tabla de resultados publicados en el artículo de Rodríguez y colaboradores (2008).

La tabla 4 muestra los resultados a los que llegó al aplicar el método de Box Counting en 17 atractores cardiacos caóticos. La descripción de la tabla es la siguiente, en la segunda columna se encuentra la evaluación clínica, en la columna tres y cuatro los resultados del conteo de cuadros ocupados por el atractor cardiaco caótico al superponer sobre cada uno de ellos una rejilla de cuadros pequeños (C_1) y grandes (C_2). En la columna cinco se encuentra la dimensión fractal (D_f) de cada atractor y se puede observar que estos valores varían en un rango de 1 a 2. Adicionalmente, los atractores generados representan el comportamiento de cuatro registros electrocardiográficos evaluados dentro de los límites de normalidad y los otros 13 registros presentan una patología cardíaca.

Tabla 4. Resultados obtenidos al aplicar el método de Box Counting en el atractor cardiaco caótico¹⁰.

No.	Diagnóstico convencional	C1	C2	DF
1	Normal	284	88	1,69032
2	Normal	483	131	1,88246
3	Normal	330	90	1,87447
4	Normal	260	69	1,91384
5	IAM, RVM	88	23	1,93587
6	IAM	60	16	1,90689
7	EV multifocales frecuentes en ocasiones bigeminado y ESV aisladas	352	105	1,74519
8	Fibrilación auricular	277	80	1,79181
9	ESV aisladas	184	54	1,76867
10	ESV ocasionales con formación de una tripleta. EV unifocales de mediana frecuencia	249	71	1,81025
11	Extrasístoles supraventriculares frecuentes, variabilidad R-R disminuida	179	54	1,72893
12	PR en el límite inferior de normalidad	383	103	1,8947
13	EV frecuentes, ESV aisladas, inversión inespecífica de la onda T en los canales 1 y 3	163	49	1,73402
14	Extrasístolia auricular y ventricular aislada. Variabilidad R-R moderadamente deprimida	363	106	1,77591
15	EV de alta frecuencia de claro predominio unifocal con períodos de trigeminismo y formación de una dupleta	118	39	1,59724
16	ESV poco frecuentes	329	90	1,87009
17	Extrasístolia ventricular monomórfica y supraventricular escasas sin fenómenos repetitivos	75	23	1,70526

Volviendo a los resultados de la columna cinco, se observa que los valores de la dimensión fractal del registro de electrocardiograma (Holter) No. 2, No. 12 y No. 16 fueron de 1,88246, 1.8947 y 1,87009, se puede realizar la siguiente descripción:

- La primera cifra significativa de los tres valores de la dimensión fractal tiene un valor de 8, entonces las diferencias se comienzan a observar a partir de la segunda cifra significativa.
- Si se compara los valores de la dimensión fractal con el diagnóstico convencional se puede observar que el registro No. 2 es normal mientras que el registro No. 12 está en el límite inferior de normalidad, entonces el valor de la dimensión fractal estaría entre el grupo de los buenos y los malos al mismo tiempo. Esto quiere decir que al considerar la dimensión fractal de 1.8 (valor sin redondear), se estaría dando cuenta con un mismo valor el comportamiento dinámico de dos estados diferentes, lo cual es contradictorio y limita la posibilidad de establecer patrones de comparación.

La solución se encontró al considerar la comparación entre los cuadros que ocupa cada atractor cardiaco caótico al superponer sobre cada uno de ellos las dos rejillas. Entonces para ampliar esta idea se elaboró la tabla 5 en la cual se encuentra el conteo de cuadros al

¹⁰La ilustración fue tomada del artículo de Rodríguez J, Prieto S, Avilán N, Correa C, Bernal P, Ortiz L, Ayala J. (2008). Nueva metodología física y matemática de evaluación del Holter. Revista Colombiana de Cardiología, p.p. 52.

superponer las dos rejillas sobre el atractor cardiaco caótico No. 2, 12 y 16 de la de la tabla 4. Al observar los resultados de la columna dos y tres se puede observar la posibilidad de establecer diferencias entre los atractores cardiacos caóticos sin generar contradicciones entre los diagnósticos clínicos convencionales.

Tabla 5. Resultados de los cuadros contados al superponer las rejillas C₁ y C₂ sobre tres de los 17 atractores de la tabla 4.

Atractor	C ₁	C ₂	Diagnóstico clínico convencional
No. 2	483	131	Normal
No. 12	383	106	PR en el límite inferior de normalidad
No. 16	329	90	ESV poco frecuentes

De acuerdo a todas estas descripciones desde los pasos para el diseño de atractores hasta su posterior medida con el método de Box Counting, se hace evidente que la creación de la metodología diseñada por Rodríguez y colaboradores no fue una tarea fácil de realizar. La salida ingeniosa para establecer comparaciones entre cuadros ocupados a partir del método del Box Counting fue una sorpresa matemática al encontrar esta posibilidad sin tener la necesidad de recurrir a otro método. El último paso de esta metodología consiste en agrupar los resultados de los cuadros ocupados por los atractores en tres conjuntos de la siguiente manera:

Conjunto 1: se encuentran los atractores cardiacos caóticos cuyo conteo de cuadros pequeños (C₁) son menores o iguales a 100 cuadros. En este conjunto están los casos que clínicamente representa dinámicas cardiacas agudas como por ejemplo el infarto agudo de miocardio.

Conjunto 2: se encuentran los atractores cardiacos caóticos cuyo conteo de cuadros pequeños (C₁) varían entre 100 y 200 cuadros. En este conjunto están los casos que al ser evaluados por los parámetros clínicos no corresponden a una dinámica cardiaca aguda.

Conjunto 3: se encuentran los atractores cardiacos caóticos cuyo conteo de cuadros pequeños (C₁) son mayores a 200 cuadros. En este conjunto están los casos que clínicamente representa dinámicas cardiacas entre los límites de normalidad y no agudas.

Para ilustrar la idea de conjunto en la ilustración 11 se muestran tres conjuntos con diferentes colores. El color anaranjado indica que el conjunto 1 contiene los atractores cardiacos caóticos cuyo conteo de cuadros pequeños es menor a 100 cuadros; el color verde indica que el conjunto 2 contiene los atractores cardiacos caóticos cuyo conteo de cuadros pequeños se encuentre entre 100 y 200 cuadros; el color azul indica que el conjunto 3 contiene los atractores cardiacos caóticos cuyo conteo de cuadros pequeños mayores a 200 cuadros.

Ilustración 15. Representación gráfica de los conjuntos que diferencian atractores cardiacos caóticos a partir del conteo de cuadros pequeños.



Estos tres conjuntos establecidos en la metodología facilitan la evaluación de todos los electrocardiogramas. Esta forma de agrupar los atractores cardiacos caóticos según el número de cuadros ocupados por la rejilla de cuadros pequeños, cumple con el propósito de la metodología de establecer diferencias geométricas y matemáticas entre estados dinámicos cardiacos normales y anormales.

Sobre la base de los análisis anteriores y retomando la idea de caos determinista, Núñez (2013) argumenta que independiente de la irregularidad observada en las trayectorias y una apariencia azarosa, como las que se observaron en los dos atractores cardiacos caóticos descritos en este capítulo es posible concluir que las trayectorias resultan totalmente deterministas. Esto último quiere decir que los atractores cardiacos caóticos al ser diferenciado a partir de la cantidad de cuadros que estos ocupan al superponer en especial la rejilla de cuadros pequeños, es posible determinar a qué sistema dinámico cardiaco pertenece ya sea éste normal o anormal, aún en aquellos casos en donde la variabilidad de la frecuencia cardiaca se pierda, es decir cuando el ritmo cardiaco en ciertos intervalos de tiempo se vuelva

más regular tal y como pasó en el electrocardiograma del paciente con diagnóstico clínico de infarto agudo de miocardio.

Capítulo 5

5. Implementación de la estrategia en el aula

En este capítulo se describe en que consiste la estrategia de enseñanza propuesta por la autora de este trabajo de grado, la institución en donde fue implementada y las características de los estudiantes participantes en cada una de las cinco fases de la estrategia. La estrategia en términos generales consiste en organizar un escenario de discusión con los estudiantes sobre los temas que caracterizan las cinco fases, con el fin de recoger elementos de reflexión que permitan profundizar en los temas planteados para la comprensión de los sistemas dinámicos no lineales y la geometría fractal aplicados para la interpretación de los electrocardiogramas. La primera fase consiste en identificar hasta qué punto los estudiantes consideran la variabilidad en el ritmo cardiaco como un problema a la hora de interpretar los electrocardiogramas. En esta fase se sitúa al estudiante con la época que se midió por vez primera la variación en el ritmo cardiaco, debido a que los estudiantes tienden a considerar esta variación como un problema de la cardiología actual, lo cual limita la posibilidad de reflexionar sobre todos los procesos necesario que se requieren para mejorar la interpretación los electrocardiogramas. En las siguientes fases se generan otros escenarios de discusión sobre los fenómenos físicos y matemáticos que estudian los sistemas dinámicos no lineales y la geometría fractal, en los cuales se incluye la irregularidad en el ritmo cardiaco para luego sí ir a la enseñanza de la metodología desarrollada por Rodríguez y colaboradores (2008).

5.1. Descripción de la institución educativa

La implementación de la estrategia fue llevada a cabo con los estudiantes de pregrado de sexto a décimo semestre de la facultad de medicina de la Universidad Militar Nueva Granada que se encuentra ubicada en la Calle 49, Tv. 3C #49-00 en la Ciudad de Bogotá. Dentro del plan de estudio de la carrera de medicina se encuentra que a partir de sexto semestre los estudiantes deben inscribirse en una de las diez líneas de profundización las cuales se encargan de profundizar en diferentes especialidades clínicas, como es la neurociencia, cuidado y salud, terapias alternativas entre otras. La autora del trabajo de grado hace parte de los docentes de la “línea de profundización en teorías físicas y matemáticas aplicadas a la medicina” en la cual aparte de dar las clases de física y matemática enseña las metodologías diseñadas por el profesor Rodríguez. Esta línea se ajusta a la iniciativa de la facultad de medicina de generar espacios de investigación en los cuales participen los estudiantes, es por

esta razón que las clases se preparan para tratar problemas de la práctica clínica para posteriormente enseñar la metodología que ha creado el Profesor Rodríguez para solucionar dicha problemática tratada en el aula.

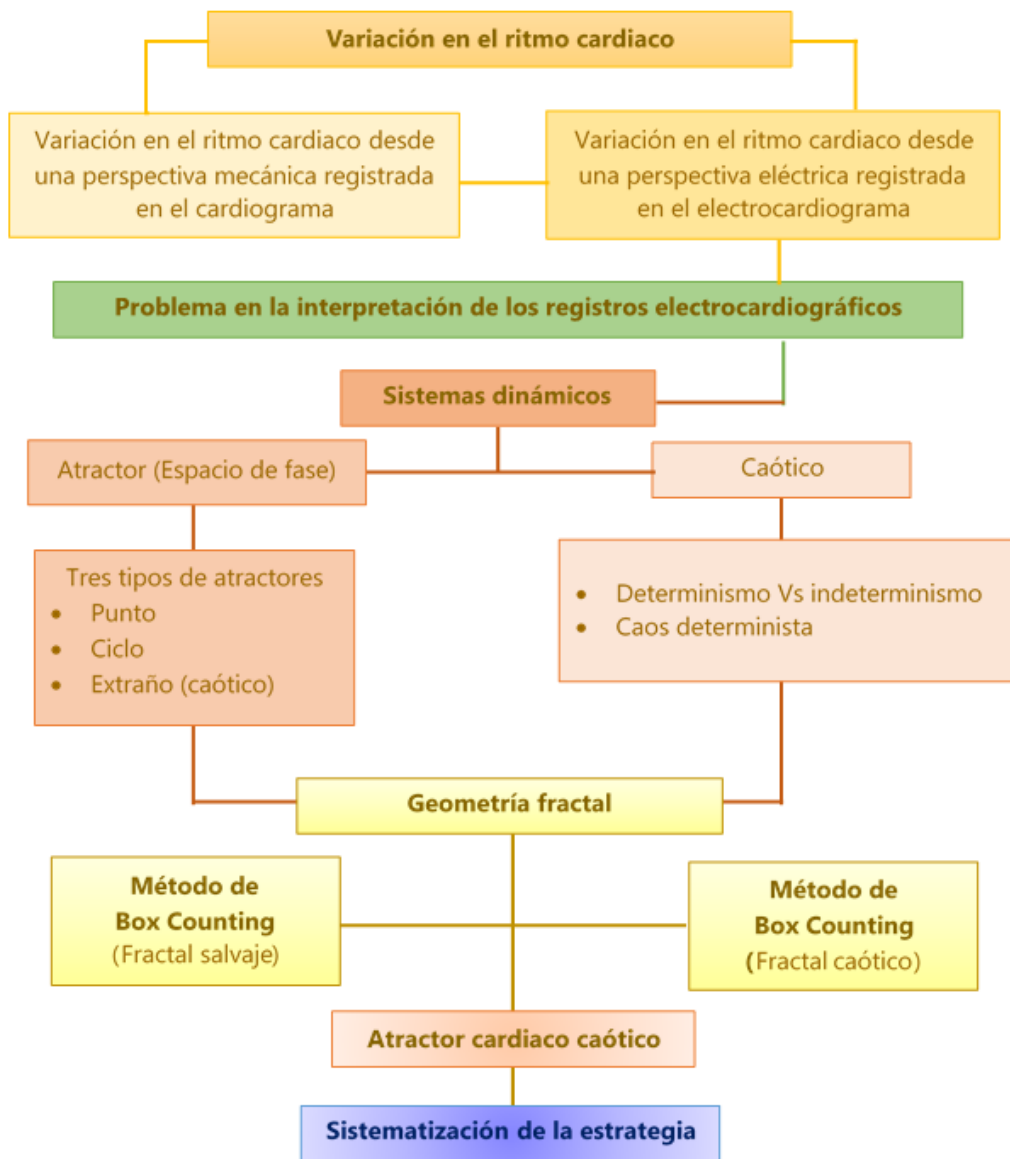
La enseñanza de las metodologías del Profesor Rodríguez implica plantear una serie de estrategias para que los estudiantes puedan profundizar en temas propios de la física y la matemática, adicionalmente proporcionar elementos matemáticos para comprender la metodología que se está enseñando y cómo interpretar los resultados a los que llega la metodología. Durante el proceso de enseñanza de estas metodologías se han observado una serie de dificultades en los estudiantes a la hora de enfrentarse con temas de la física y la matemática que no alcanzaron a profundizar en la secundaria.

Debido a la actual pandemia por la COVID-19 la facultad de medicina optó por llevar a cabo encuentros remotos con los estudiantes que se encuentran en las líneas de profundización. Esta medida ha implicado hacer uso de las tecnologías de la información y las comunicaciones y los encuentros con los estudiantes se llevaron a cabo todos los jueves durante dos horas por Google Meet.

5.2. Descripción de la estrategia de enseñanza para el diseño e interpretación de atractores cardiacos caóticos

Antes de describir en qué consiste la estrategia que fue implementada en el aula se elaboró un diagrama en el cual se muestra en términos generales las cinco fases de la estrategia en las que fueron participes los estudiantes de pregrado de la facultad de medicina (ver ilustración 1). De estas cinco fases la sistematización se profundizó en la fase 3 mediante el diseño de una actividad que se implementó con los estudiantes nuevos de la línea de profundización (ver anexo 2). Las otras fases no se sistematizan debido a que son exposiciones la mayoría de ellas y las discusiones con los estudiantes no fueron grabadas, adicionalmente las dinámicas con los estudiantes varían durante el semestre debido a que comienzan su periodo de rotación en los hospitales, razón por la cual no pueden asistir a las sesiones y en la mayoría de los casos siempre hay que buscar alternativas que permitan cumplir con los objetivos propuestos para cada semestre.

Ilustración 1. Diagrama que muestra las fases en la que se implementó la estrategia.



A continuación, se describe cada una de las cinco fases de la estrategia:

Fase 1: La variación en el ritmo cardiaco

Antes de proponer el diseño de un dispositivo para medir el comportamiento del corazón, se consideraba que el ritmo cardiaco era regular cuando se palpaba la arteria radial de un sujeto. La variación en el ritmo cardiaco podría ser la consecuencia de muchas causas establecidas desde una perspectiva subjetiva, entre ellas está que el sujeto haya realizado una

actividad que implicó de un esfuerzo, como por ejemplo correr, subir por una superficie empinada, también puede ser por una emoción fuerte, etc. Todo lo anterior era una manera indirecta de elaborar explicaciones sobre el ritmo cardiaco regular y variado en un sujeto.

El primer dispositivo diseñado para medir el comportamiento mecánico del corazón fue el cardiógrafo y el registro de dicho comportamiento se realizó en el cardiograma. Años después fue diseñado el electrocardiógrafo el cual mide la actividad eléctrica del corazón en un electrocardiograma. El estudio de estos dos tipos de registro gráfico cambió por completo la idea intuitiva de un ritmo cardiaco irregular. Sobre la base de las consideraciones anteriores a los estudiantes de la facultad de medicina se les organiza como actividad la elaboración de exposiciones, las cuales tiene como finalidad resaltar elementos claves de discusión que permitan profundizar en las razones por las cuales se hizo necesario diseñar el cardiograma y posteriormente el electrocardiógrafo (su primer nombre fue galvanómetro de cuerda).

Actividades

- * Organizar tres equipos de trabajo el primero se encargó de indagar sobre el cardiógrafo, el segundo sobre el electrocardiógrafo y el tercero sobre usos clínicos de ambos dispositivos.
- * Los tres equipos debían preparar una exposición de 20 minutos para mostrar sus avances a sus compañeros.
- * Para apoyar en estos procesos de indagación a cada equipo se le proporcionó unas referencias bibliográficas para que fueran consultadas.

Escenario de discusión

Para generar el escenario de discusión con los estudiantes se plantea la siguiente pregunta:

¿En qué periodo de la historia de la fisiología la variabilidad en el ritmo cardiaco comenzó hacer un problema de investigación?

El capítulo dos recoge varias de las indagaciones que por años la autora ha realizado sobre el tema de la variación de la frecuencia cardiaca, con el fin de establecer cuando se convirtió en tema de investigación y cuales fueron las explicaciones que se dieron en esta época a dichas variaciones, adicionalmente la bibliografía del capítulo es la misma que se recomienda

a los estudiantes para que consulten y sobre ellas realicen las exposiciones. De esta manera el lector encontrará en este capítulo los elementos claves que permiten dar respuesta a esta pregunta, que son los mismos que se desarrollaron en las discusiones con los estudiantes de la facultad de medicina.

Las exposiciones se complementan con el estudio de los principios de la física que fueron utilizados para la elaboración de estos dispositivos, las cuales fueron llevadas a cabo por la autora del presente trabajo de grado. Se realizó un refuerzo de los temas de la física en vista a que en las exposiciones a los estudiantes les cuesta reconocer los principios de la mecánica clásica implícitos en el diseño del cardiógrafo y la electricidad en diseño del electrocardiógrafo. Por ejemplo, el concepto de fuerza que se enseñó en la secundaria a partir de las leyes de Newton o el de movimiento armónico simple no se reconoce en el dispositivo diseñado por Marey. La importancia de reconocer los conceptos físicos subyacentes en la fabricación de este dispositivo, radica en la necesidad de esclarecer que el diseño de un nuevo dispositivo era más por las limitaciones que tenían los fisiólogos para elaborar explicaciones coherentes sobre la variabilidad sin entrar a contradecir la idea de periodicidad en el ritmo cardíaco.

Esta fase tiene por objetivo que el estudiante genere un escenario de reflexión sobre esta pregunta, que le aporte un mayor contexto sobre las implicaciones que tiene elaborar explicaciones del comportamiento mecánico y eléctrico del corazón.

Fase 2: problema en la interpretación de los registros electrocardiogramas

Si el estudiante reconoce en la fase 1 que el ritmo cardíaco es variable independiente del dispositivo que realice el registro (cardiograma y electrocardiograma), el paso a seguir es generar otro escenario de discusión que les permita comparar la metodología como la descrita en el capítulo tres para la interpretación de los electrocardiogramas con los estudios publicados en la Revista Colombiana de Cardiología entre otras.

Actividades

- * Exposiciones de 20 minutos llevadas a cabo por los tres grupos de estudiantes, en donde el primero expone sobre la técnica básica para calcular los valores de la frecuencia cardíaca a partir de los cuadros grandes y pequeños que separaran cada onda R, cuyo

espacio representa un ciclo cardiaco completo. El segundo grupo realizó una revisión documental para encontrar que estudios clínicos actuales publicados en revistas científicas utilizan dicha técnica. El tercer grupo indagó sobre cuantas técnicas existen para interpretar las ondas P, Q, R, S y T de los electrocardiogramas y a partir de estas interpretaciones calcular los valores de la frecuencia cardiaca.

Escenario de discusión

Llevadas a cabo las exposiciones en la segunda hora de la sesión con los estudiantes se discute sobre los problemas que hay en la interpretación de los electrocardiogramas. Así mismo, se genera un espacio de reflexión para que se expongan las razones que tiene plantear soluciones a estos problemas de interpretación.

En el capítulo tres se realizó una descripción de la metodología que aprende todo estudiante de pregrado de medicina para calcular los valores de la frecuencia cardiaca. Los valores de la frecuencia cardiaca como variable fisiológica es lo que todo médico debe saber identificar e interpretar para cuando llegue un sujeto al hospital por un chequeo médico o tratamiento clínico. Esta es una de las tantas razones por las cuales a los estudiantes se les pide que indaguen sobre que otras metodologías hay para la interpretación de la frecuencia cardiaca. El objetivo de esta fase es que el estudiante reflexione sobre esta metodología la cual aplicará cuando se encuentre en su periodo de rotación en los hospitales. Adicionalmente, que los estudiantes se cuestionen sobre las implicaciones que tiene que los estudios clínicos lleven décadas planteando nuevas metodologías para caracterizar la variabilidad en el ritmo cardiaco, lo cual muestra que aún no se ha encontrado una solución desde una perspectiva clínica al problema de interpretación de los electrocardiogramas.

Fase 3: sistemas dinámicos

En la básica secundaria los planes de estudio para el curso de física no están diseñados para aportar todos los elementos conceptuales que permitan profundizar en los fenómenos que estudian los sistemas dinámicos no lineales. Lo anterior se ve reflejado cuando al terminar su básica secundaria los conocimientos que adquieren son sobre mecánica clásica y en contadas ocasiones con algunas nociones de la física moderna. Para el caso del estudiante que decida como carrera profesional la medicina los conocimientos de física no son otros que

los aprendidos en la secundaria. En esta fase de la estrategia se consideró necesario seleccionar una serie de temas de discusión que generen un escenario que permita contextualizar los conceptos que fundamentan los sistemas dinámicos no lineales (algunos de ellos descritos en el capítulo cuatro). Las actividades desarrolladas en esta fase se dividen en dos sub-fases que son las siguientes:

Sub-fase 1

Se realiza un breve recorrido histórico de la física para generar discusiones sobre los conceptos más relevantes de la física clásica sobre el estudio de los cuerpos terrestres y celestes.

Actividades

- Se prepara una exposición para desarrollar la idea de determinismo desde los formalismos matemáticos y físicos aplicados para el estudio del lanzamiento de un proyectil o la caída libre de cuerpos. Adicionalmente, se profundiza en las representaciones gráficas de las trayectorias representadas en un espacio de dos dimensiones.
- El tercer grupo de estudiantes realizó una exposición sobre el contexto histórico del problema de los tres cuerpos y su relación con el concepto de espacio de fase. Es importante resaltar que el tercer grupo está conformado por estudiantes de noveno y décimo semestre los cuales ya tienen los elementos conceptuales (desarrollados en otros semestres) necesarios para realizar esta exposición a sus compañeros de sexto semestre que recién ingresan a la línea de profundización.
- Se prepara una exposición para profundizar en el estudio de los fenómenos irregulares como es el caso de las turbulencias y su relación con el concepto de caos y la perspectiva por la cual se considera que el caos es determinista (ver capítulo 4).

Sub-fase 2

- Para el primer grupo de estudiantes conformado por los estudiantes nuevos de la línea de profundización se les diseñó una actividad la cual consiste en interpretar las representaciones gráficas de la señal eléctrica en tres escalas de tiempos diferentes (ver anexo 2). La idea de la actividad es que a la base de los temas tratados en la sub-

fase 1 y con los conocimientos que ellos tienen en los temas de cardiología elaboren explicaciones de estas gráficas.

- Desarrollada la actividad por el estudiante esta fue enviada por correo un día antes de la siguiente sesión. En esta sesión el grupo dos conformado por los estudiantes que están en séptimo y octavo semestre, ha preparado una exposición sobre el artículo titulado *Caos y fractales en la fisiología humana* (Goldberger et al, 1990) publicado en la revista de investigación y ciencia, del cual se tomaron las gráficas que fueron interpretadas por el primer equipo.

El objetivo de esta fase es generar un escenario de reflexión sobre los fenómenos que estudia los sistemas dinámicos, los campos de investigación que ha generado y el tipo de problemas que se pueden solucionar desde este contexto. Uno de los problemas que involucra la fisiología con los sistemas dinámicos se desarrolla en el artículo *Caos y fractales en la fisiología humana*, publicado en una revista dedica a la divulgación del conocimiento científico que no exige al lector un conocimiento avanzado y/o especializado sobre los temas tratados en sus publicaciones. En el capítulo cuatro se profundizó más sobre este artículo, así mismo se resalta las implicaciones que tiene comprender la actividad eléctrica del corazón en el contexto de los sistemas dinámicos no lineales.

Fase 4: geometría fractal

En esta fase se parte del hecho que la enseñanza de la geometría fractal no hace parte de ningún plan curricular en la secundaria lo cual hace necesario, así como en las otras fases de la estrategia, generar escenarios de discusión para profundizar en esta geometría. Las actividades desarrolladas se dividieron en dos sub-fases las cuales se describen a continuación:

Sub-fase 1

- Se preparó una exposición para hablar sobre el contexto histórico en el que se desarrolló la geometría fractal, cuyo contexto se encuentra dentro de los problemas de escala de medida. En la exposición se enfatiza en la solución de la paradoja de la costa de Gran Bretaña, mediante el análisis de las implicaciones que tiene hacer medidas

con reglas euclidianas sobre el contorno de estructuras irregulares y regulares. En el anexo 1 se describen dos tipos de situaciones que se utilizaron para este análisis.

- El concepto de auto semejanza como bien se describió en el anexo 1 se establece que las partes tienen relaciones geométricas o matemáticas semejantes a la totalidad del objeto. Por experiencia en la enseñanza de este concepto en estudiantes de la facultad de medicina, se plantea una actividad para elaborarla en una sesión, en la cual se realizó un análisis de las figuras geométricas que aporta los elementos necesarios para comprender este concepto. En el anexo 1 se amplía esta actividad en la cual se analiza el concepto de auto semejanza a la base del análisis de tres situaciones.
- Una de las definiciones que circulan en la red sobre un fractal es que su estructura fragmentada se *repite a diferentes escalas*. En el anexo 1 se analizó que esta definición y se considera que es una condición necesaria que no aporta elementos de análisis suficientes para caracterizar otro tipo de estructuras fractales. La actividad llevada a cabo con los estudiantes se desarrolló a la base de las consideraciones anteriores, en la cual se retomó el estudio de las tres situaciones descritas en el anexo 1, discutiendo en cuál de ellas hay una repetición. Al observar la figura de la situación dos del anexo 1 esta responde a esta idea de repetición, sin embargo, el análisis realizado desde un contexto matemático que es el mismo que se utiliza en las otras dos situaciones genera en el estudiante otro tipo de reflexiones que son precisamente las que se discuten durante la sesión.

El objetivo de la sub-fase dos es evitar al máximo que el estudiante ante el desconocimiento de la geometría fractal su primera fuente de consulta sea Wikipedia o Youtube.

Sub-fase 2

En la situación dos del anexo 1 se muestra la dificultad que existe en el momento de establecer la dimensión geométrica en la que se encuentra un segmento de la curva de Koch, la cual es resuelta mediante la ecuación 2. El establecimiento de un método para hallar la dimensión fractal en la que se encuentra una estructura fractal como son la de la situación dos y tres, aporta los elementos conceptuales necesarios para comprender de manera muy

básica el contexto en el cual fue desarrollado el método de Box Counting. Las actividades a desarrollar en esta sub-fase 2 fueron:

- La actividad consiste en aplicar el método de Box Counting partiendo de un ejemplo concreto para un estudiante de medicina como es el extendido de sangre periférica. La actividad la desarrolla la autora de este trabajo mediante la preparación de un video en el cual se muestra paso a paso la aplicación de este método el cual se describe en el capítulo tres.
- La biología y la medicina se caracterizan porque buscan clasificar los resultados de las situaciones de estudio. Entonces, los resultados hallados al aplicar el método de Box Counting deberían responder a esta idea de clasificación en cuanto a que si se realiza una medida a un tipo de estructura eritrocitaria es necesario establecer las características necesarias que las diferencien de otro grupo de eritrocitos. Cómo en la actividad se está aplicando el método de Box Counting para hallar la dimensión fractal estos valores son los primeros que utiliza el estudiante para hacer este tipo de clasificaciones. Entonces se propone para la próxima sesión que el estudiante argumente hasta qué punto los valores de la dimensión fractal les aporta los elementos necesarios para hacer un tipo de clasificación a partir de los datos de las medidas realizadas a cinco estructuras eritrocitarias donde algunas de ellas comparten características clasificatorias similares desde el contexto de la hematología.
- Esta sub-fase cierra indicando al estudiante que existe la posibilidad de hacer distinciones a partir del conteo de cuadros pequeños y grandes tal y como se han demostrado en estudios llevados por el profesor Rodríguez y su equipo de investigación. En esta sesión de cierre la exposición para hablar sobre estas posibilidades de hacer clasificaciones en este tipo de estructuras a partir de los cuadros que cada una de ellas ocupan al superponer dos rejillas la realiza los estudiantes de noveno y décimo semestre, quienes previamente se les ha enseñado la aplicación de esta metodología a este tipo de estructuras.

Esta sub-fase 2 es de carácter práctico y se centra en la aplicación de este método a estructuras concretas a su área de saber. Se propone esta fase en vista a que los estudiantes se les facilita la comprensión de la aplicación de este mismo método en otro tipo de

estructuras fractales como son los atractores que generan trayectorias irregulares, azarosas, variables y extrañas. El objetivo de esta sub-fase es proporcionar elementos concretos que sirvan de análisis mediante la aplicación del método de Box Counting en estructuras como son en los diferentes tipos de células.

Fase 5: atractor cardiaco caótico

Las actividades llevadas a cabo en las otras cuatro fases descritas anteriormente, se realizan para que el estudiante tenga varios escenarios de reflexión sobre el tema de los sistemas dinámicos no lineales y la geometría fractal que eran nuevos para ellos, para que cuando lleguen a esta fase sean un poco más concretos para entender el artículo *Nueva metodología física y matemática de evaluación del Holter* (Rodríguez et al, 2008), cuya metodología fue totalmente descrita al final del capítulo cuatro.

5.3. Análisis de las experiencias

En vista a que son varias las fases que conforman esta estrategia y en todas ellas se realiza una actividad, en este capítulo solo se analiza la experiencia con los estudiantes de pregrado de medicina de la fase 3, Sub-fase 2 en la cual se realizó una actividad de análisis de señales eléctricas cardiacas representadas en tres escalas de tiempo diferente (ver anexo 2). Antes de comenzar con el análisis de las explicaciones que dieron los estudiantes; es oportuno aclarar que hay una actividad previa la cual siempre se lleva a cabo con los estudiantes y es la de dar lectura a un artículo, para luego hacer una lista de conceptos que ellos no conozcan. Para esta actividad se seleccionó el artículo *Nueva metodología física y matemática de evaluación del Holter* (Rodríguez et al, 2008), cuya lista de conceptos la realizaron solo los estudiantes nuevos que ingresaron a la línea.

Para elaborar esta lista de términos o conceptos se utilizó la plataforma digital padlet, de cuyo documento en pdf se extrajo la lista de conceptos que los estudiantes no reconocieron durante la lectura del artículo.

Lista de conceptos

Descripción



Juana. 1.Dimensiones fractales 2.Método abox-counting
3.Atractor caótico 4.Geometría fractal 5.Mapa de retardo
— ANÓNIMO

Felipe. Teoría de sistemas dinámicos Espacio dinámico
abstracto Espacio de fases Caos Atractor Dinámica cardíaca
caótica Método Box-Counting Ley Zipf-Mandelbrot Mapa de
retardo — ANÓNIMO

Angelica. • Atractor• Método de Box-counting• ley de Zipf-
Mandelbrot• mapa de retardo• ventriculograma — ANÓNIMO

En total son cuatro estudiantes nuevos pero este día no asistió uno de ellos a la sesión. Todos los tres estudiantes coincidieron en los siguientes conceptos:

- Método de Box Counting
- Atractor cardíaco
- Mapa de retardo

Otros de los conceptos de esta lista fueron:

- Dimensiones fractales
- Geometría fractal
- Teoría de los sistemas dinámicos
- Ley de Zipf-Mandelbrot.

Análisis

En esta lista se encuentran los conceptos relacionados con los sistemas dinámicos no lineales y la geometría fractal, es un claro ejemplo de que los estudiantes no están preparados para la comprensión del artículo publicado por Goldberger y colaboradores (2009) en la Revista de Investigación y Ciencia y por Rodríguez y colaboradores (2008) en la revista Colombiana de Cardiología.

Después de que fue elaborada la lista de conceptos, se les dejó como actividad a los estudiantes que describieran su experiencia a la hora de escuchar este artículo publicado por Rodríguez y colaboradores (2008), los estudiantes elaboraron los siguientes párrafos:

La primera vez que escuché el artículo me sentí muy perdida en cuanto a los temas matemáticos y físicos, solo me sentía bien cada vez que se hablaba de medicina. Después de investigar las palabras de volver a leer el texto se me hizo un poco más claro y me creció más el interés sobre la profundización. — ANÓNIMO

Felipe. Leyendo este artículo me siento bastante perdido. Si uno intenta buscar los conceptos que no entiende, puedo medio creer que entiende el artículo, sin embargo no tengo las bases suficientes en el momento para poder comprender y analizar de manera correcta este tipo de artículos. — ANÓNIMO

Angelica, cuando mi compañero leyó el artículo por primera vez, no logré escuchar completamente su relato, el internet de mi casa estaba fallando, así que lo leí sola por aparte y de afán, fue poco lo que logré entender. Sin embargo hoy volviendo a leer el artículo, a pesar de que hay algunos conceptos necesarios que no entendí, tuve una visión general de lo que se quería hacer y los resultados me parecieron sorprendentes, además que a mi parecer replantean la lectura de uno de los exámenes más utilizados en la clínica; sin embargo puede que lo poco que entendí sea una concepción errónea. — ANÓNIMO

Para continuar con el análisis de las respuestas de las actividades de los estudiantes solo se hará mención de la inicial del nombre de Felipe [F], Angélica [A] y Juana [J].

[F]: *Leyendo el artículo me siento bastante perdido.*

[J]: *La primera vez que escuché el artículo me sentí muy perdida en cuanto a los temas matemáticos y físicos, solo me sentía bien cada vez que hablaban de medicina.*

En el momento que los estudiantes escucharon un artículo que tiene implícitos temas de física y matemática aplicados a la medicina, generó en los estudiantes F y J una desconexión con los temas de matemáticas y física, a los cuales ellos pueden estar denominando “perdido”. En el caso de [J] se sentía cómoda con los temas de medicina. Estos son los dos estados que genera la educación, es decir si un sujeto decide la carrera de física tendrá un ambiente en el cual se discuten temas de la física y se siente cómodo, esto mismo sucede en la carrera de medicina.

La división entre estas dos áreas de saber se argumenta desde su objeto de estudio y las finalidades que cada una de ellas tiene las cuales en varios escenarios no convergen. Ahora que sucede si el objeto y la finalidad de estudio es el mismo, en este caso es *la interpretación de la señal eléctrica de los registros electrocardiográficos a partir de los valores de la frecuencia cardiaca*. Lo que sucede en una situación como esta, es la resistencia del estudiante por no dejar de lado lo aprendido en sus clases de fisiología. Conociendo esta situación las cinco fases de la estrategia considera clave generar escenarios de discusión sobre temas de física y matemática para que el estudiante se vaya familiarizando con los conceptos implícitos en el trabajo publicado por el grupo de Goldberger y Rodríguez (2008).

[F]: *Si uno intenta buscar los conceptos que no entiende, puedo medio creer que entiendo el artículo...*

Al indagar a los estudiantes sobre cuál su primer recurso para hacer la búsqueda de conceptos que no conocen, ellos responden que la búsqueda la realiza mediante Google, Wikipedia, Youtube, entre otras. Los estudiantes ya no acuden a una biblioteca para indagar sobre estos conceptos, pues esta acción implica en muchos casos leer un capítulo de un libro o varios libros enteros para comprender el concepto. Los buscadores como Google generan en cambio un sistema de respuestas rápidas y con poco contenido a una solicitud de búsqueda

y el estudiante toma esta definición para comprender un tema que no conoce. En vista a que no hay una reglamentación que regule la información que circula en la red, puede pasar que el estudiante tome la definición de un concepto la cual puede ser errónea y esto puede alejar a un más el estudiante del tema que está intentando comprender.

Sobre la base de las consideraciones anteriores, se elaboró el anexo 1 en el cual se puede observar una recopilación de temas que contextualizan el comienzo de la geometría fractal, los formalismos matemáticos implícitos en la comprensión de la idea intuitiva de auto-similitud que es una de las características claves de una estructura fractal que dista mucho de la definición de Wikipedia en la cual se dice que un fractal *“es un objeto geométrico cuya estructura básica, fragmentada o aparentemente irregular, se repite a diferentes escalas”*. Entonces cómo se explica que el método de Box Counting diseñado para medir la irregularidad de una estructura fractal, se aplique a estructuras fractales que no se *“repiten a diferentes escalas”* como las que fueron estudiadas en el anexo 1. Queda abierta esta pregunta para una futura profundización sobre las implicaciones que tiene una definición de los conceptos en las páginas de internet que más consultan los estudiantes.

El anexo 1 sirve para contextualizar los temas que se desarrollan en la fase cuatro de esta estrategia, los cuales requieren de varias sesiones para generar escenarios de discusión sobre cada uno de estos temas. Adicionalmente, se cuenta con la experiencia en la aplicación de la geometría fractal en diferentes áreas de la medicina lo cual enriquece la práctica docente de la autora de este trabajo con los estudiantes de la línea en cada una de estas sesiones.

[F]: *Sin embargo, no tengo las bases suficientes en el momento para poder comprender y analizar de manera correcta este tipo de artículo.*

[A]: *... a pesar de que hay conceptos necesarios que no entendí, tuve una visión general de lo que se quería hacer y los resultados me parecieron sorprendentes...sin embargo, puede que lo poco que entendí sea una concepción errónea.*

Pasar de las dudas que genera el desconocimiento de un tema nuevo a la certeza de un conocimiento requiere de una serie de acciones y procesos que deben realizar tanto el estudiante como el docente para la comprensión de dicho conocimiento. Ir al fondo de estas acciones puede ser tema de investigación a futuro por parte de la autora de este trabajo de

grado, por lo pronto se deja descrito en el anexo 1 una guía de temas que se pueden profundizar con los estudiantes para que logren apropiarse de este conocimiento y que en lo posible cambien sus dudas por certezas.

Ahora se realiza una descripción de la experiencia de los estudiantes en la fase 3 con la interpretación de los estudiantes de la actividad 1 de la Sub-fase 2.

Actividad: Para el primer grupo de estudiantes conformado por los estudiantes nuevos de la línea de profundización se les diseñó una actividad la cual consistió en un ejercicio de observación, relación y descripción de tres situaciones asociadas a un comportamiento de la actividad eléctrica cardíaca representada en tres escalas de tiempo diferentes (ver anexo 2). La idea de la actividad es que a la base de los temas tratados en la sub-fase 1 y con los conocimientos que ellos tienen en los temas de cardiología elaboren explicaciones de estas gráficas.

La actividad quiere analizar el sentido de observación del estudiante sobre diferentes representaciones de las señales eléctricas del corazón provenientes de los electrocardiogramos y con el fin de saber qué es lo que hay que fortalecer en estas observaciones. La actividad recoge ideas de Harry Lorayne¹¹ quien dedicó gran parte de su vida a escribir libros de entrenamiento para la memoria dirigidos a un público en general, en su libro titulado “*como adquirir una supermemoria*” en este libro el autor afirma lo siguiente:

“La observación es uno de los factores importantes para el cultivo de la memoria”.

Las situaciones a relacionar a las tres escalas de tiempos diferentes fueron las siguientes:

A: Sujeto con 8 días antes de muerte cardíaca súbita

B: Sujeto con 13 horas antes de un paro cardíaco

C: Sujeto con ritmo cardíaco normal

Tiempo para hacer la actividad: 7 días

En la actividad se realizó la siguiente anotación: *Es importante resaltar que el color naranja, azul y verde de las imágenes de esta actividad hace referencia a una misma señal eléctrica vista en tres perspectivas diferentes.*

¹¹ Lorayne H. (1968). *Cómo adquirir una supermemoria*. Editorial Bruguera S.A.

Los objetivos de esta actividad son:

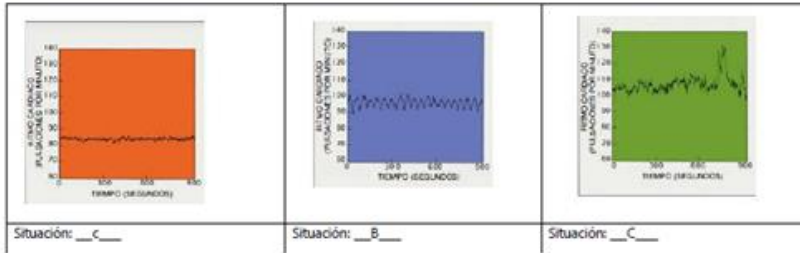
1. Evaluar que tan fina es la observación del estudiante.
2. Analizar las explicaciones que elaboran los estudiantes cuando observan los valores de la frecuencia cardiaca representada en tres escalas de tiempo diferente, prestando un mayor interés en los valores de la frecuencia cardiaca representadas en un espacio de fase.

En la ilustración 2 se puede observar que se realizó una modificación de la ilustración del artículo de Goldberger y colaboradores descrito en el capítulo cuatro, en donde las columnas que representaban las tres escalas de tiempo se ubicaron de manera horizontal (ver ilustración 2). Adicionalmente, se denominó momento 1, 2 y 3 a las tres escalas de tiempo. A continuación, se realiza la descripción según los dos objetivos propuestos para la actividad.

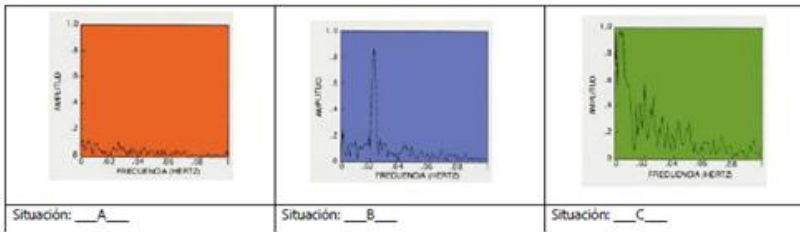
Objetivo 1

Ilustración 2. Respuestas de [F] para análisis del objetivo uno de la fase 3 de la estrategia.

Momento 1



Momento 2



Momento 3

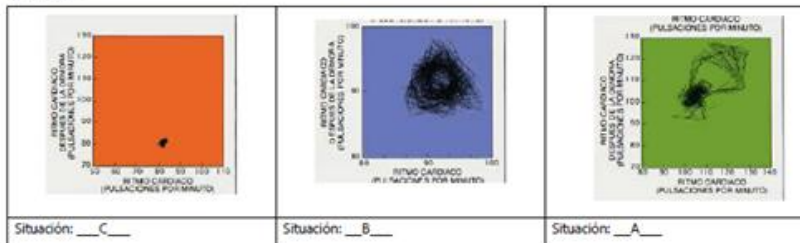
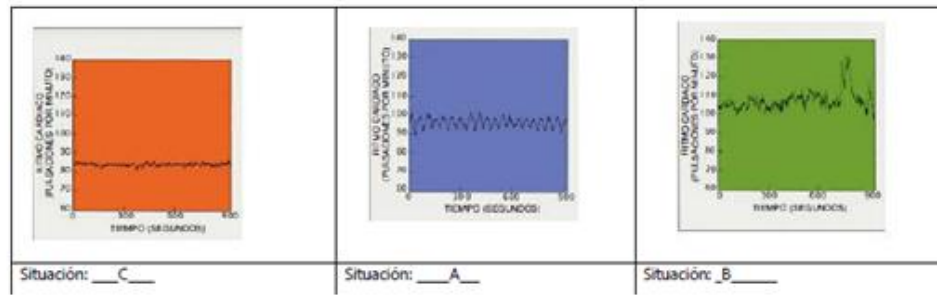


Tabla 1. Repuesta del estudiante [F]

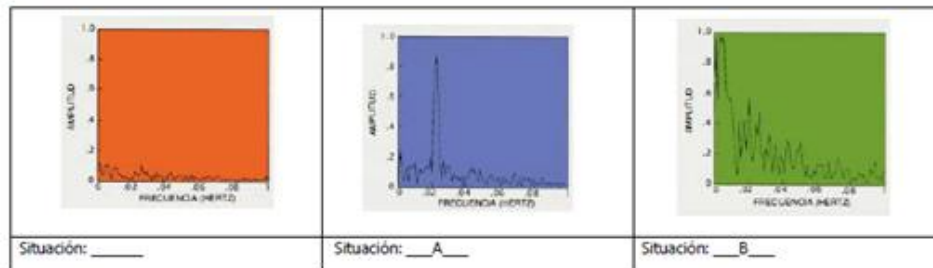
Momento 1	C	B	C
Momento 2	A	B	C
Momento 3	C	B	A

Ilustración 3. Respuestas de [A] para análisis del objetivo uno de la fase 3 de la estrategia

Momento 1



Momento 2



Momento 3

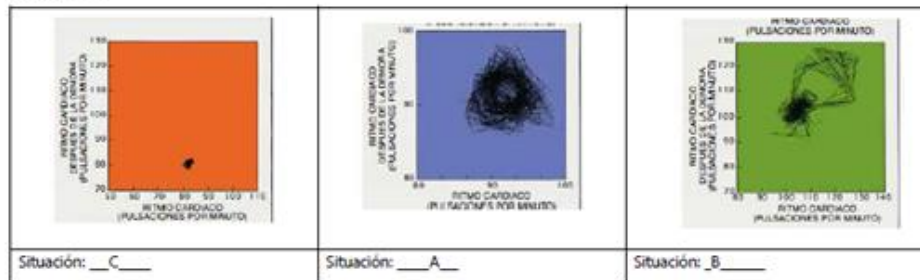
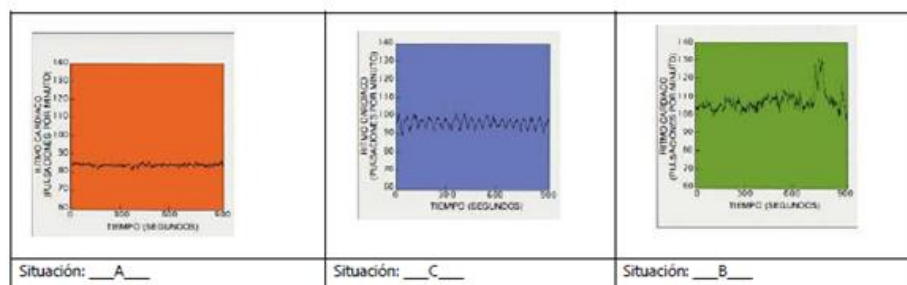


Tabla 2. Repuesta del estudiante [A]

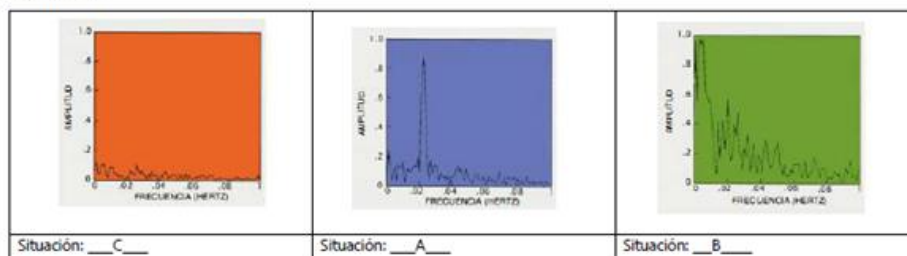
Momento 1	C	A	B
Momento 2		A	B
Momento 3	C	A	B

Ilustración 4. Respuestas de [J] para análisis del objetivo uno de la fase 3 de la estrategia

Momento 1



Momento 2



Momento 3

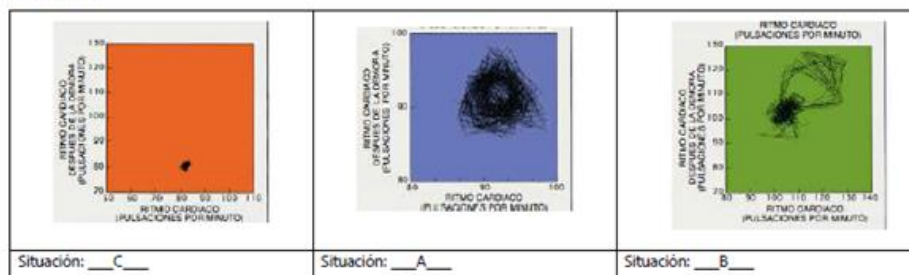


Tabla 3. Repuesta del estudiante [J]

Momento 1	A	C	B
Momento 2	C	A	B
Momento 3	C	A	B

En términos generales los estudiantes pasaron por alto la siguiente anotación: *Es importante resaltar que el color naranja, azul y verde de las imágenes de esta actividad hace referencia a una misma señal vista en tres perspectivas diferentes*, como se puede observar en las tablas de resultados 1, 2 y 3 las cuales acompañan las ilustraciones 2, 3 y 4. La tabla 4 reúne las repuestas de la tabla 1 al 3, para tener una idea general de las respuestas dadas por cada uno de los estudiantes. Es importante resaltar que el estudiante [F] acertó en la relación de la actividad eléctrica cardíaca para el momento 3, se puede decir que las dos primeras escalas de tiempo no le aportaron elementos suficientes para asociar la actividad eléctrica cardíaca a las tres situaciones planteadas. Adicionalmente, este segundo momento es el que más información arroja a un físico y un ingeniero para el procesamiento de las señales del electrocardiograma.

Tabla 4. Respuestas correctas comparadas con las respuestas de todos los estudiantes participantes en la actividad.

[F]			
Momento 1	C	B	C
Momento 2	A	B	C
Momento 3	C	B	A
[A]			
Momento 1	C	A	B
Momento 2		A	B
Momento 3	C	A	B
[J]			
Momento 1	A	C	B
Momento 2	C	A	B
Momento 3	C	A	B
Respuestas correctas para los tres momentos			
	A	B	C

La comparación de las respuestas para el momento tres muestran que ninguno de los estudiantes acertó en la asociación de las tres situaciones a los atractores generados en el espacio de fases, excepto el estudiante F que acertó en lo que sucede en la columna dos de la ilustración 2.

A continuación, se analiza el objetivo dos a partir de las descripciones que realizaron los estudiantes para el momento 3.

El objetivo es analizar las explicaciones que elaboran los estudiantes cuando los valores de la frecuencia cardiaca fueron representados en un espacio de fase, para ello se les pidió que realizaran una descripción a partir de sus conocimientos en medicina y física, en la ilustración 5 se pueden observar las descripciones de los tres estudiantes.

Ilustración 5. Descripciones de los estudiantes del atractor generado para la situación C.

[F]	[A]	[J]
<p>Situación: <u>A</u></p> <p>Descripción de la situación seleccionada</p> <p>Medicina: Se puede ver como hay dos áreas de mediciones de frecuencia cardiaca mas o menos delimitadas, en donde se puede pensar que es por el evento realizado para comparar ambas mediciones. Dado que se presenta una respuesta por frecuencias cardiacas diferentes frente a un evento, se podría pensar que es un corazón normal con capacidad adecuada de responder frente a un evento.</p> <p>Física: Se pueden evidenciar los áreas principales en la combinación de los datos en donde se puede pensar en que un conglomerado de datos en previo al evento realizado y el otro conglomerado en después del evento</p>	<p>Medicina: podemos ver una variación que puede ser patológica de la frecuencia cardiaca, ya que hay oscilaciones en valores superiores a 120 latidos por minuto, algo anormal que representa una mala evolución del paciente en las próximas horas.</p> <p>Fisico matemática: : podemos ver que tanto en el eje y como en el eje x se mide la misma variable, en diferente momento, el eje x grafica la frecuencia cardiaca, mientras que el eje Y grafica la frecuencia cardiaca posterior a una perturbación. Y la gráfica está en un intervalo de 80 a 130 latidos/min. Podemos ver algunos puntos en la gráfica que son similares entre si en cada ciclo sin embargo hay otros puntos donde la frecuencia cardiaca se encuentra en valores de 120 y 130 latidos/min</p>	<p>Situación: <u>B</u></p> <p>Descripción de la situación seleccionada</p> <p>Elegí este como la situación B debido a que se evidencian cambios abruptos que pueden precipitar un evento próximo.</p> <div data-bbox="1036 814 1344 1094"> </div>

Desde la medicina

[J] *Se puede ver como hay dos áreas de mediciones de frecuencia cardiaca más o menos delimitadas, en donde se puede pensar que es por el evento realizado para comparar ambas mediciones. Dado que se presenta una respuesta por frecuencias cardiacas diferentes frente a un evento, se podría pensar que es un corazón normal con capacidad adecuada de responder frente a un evento.*

[A] *podemos ver una variación que puede ser patológica de la frecuencia cardiaca, ya que hay oscilaciones en valores superiores a 120 latidos por minuto, algo anormal que representa una mala evolución del paciente en las próximas horas.*

Análisis

En el capítulo tres se realizó una descripción muy general de estas mismas imágenes para que el lector tenga una idea una de las tantas maneras que pueden interpretar las señales de las eléctricas cardiacas a partir de los conocimientos que se tengan sobre medicina, física e

ingeniería. Esto último se puede observar en las descripciones que realizaron los estudiantes [F] y [A] desde la medicina.

- Ambos estudiantes reconocieron que el espacio de fases está diseñado a partir de los valores de la frecuencia cardíaca.
- [F] en su descripción dice que el Dado que se presenta una respuesta por frecuencias cardíacas diferentes frente a un evento, se podría pensar que es un corazón normal con capacidad adecuada de responder frente a un evento, esta descripción del estudiante es muy diferente a la que elaboraron sus compañeras, en donde [A] apoyo sus observaciones desde lo que aprendió en su clase de fisiología aplicada. [F] realizó una descripción más acertada a la situación de análisis en la cual se decía que C: sujeto con ritmo cardíaco normal de acuerdo a lo previamente aprendido en su clase de fisiología aplicada.
- [A] en su descripción dice que algo anormal que representa una mala evolución del paciente en las próximas horas, esto lo infiere por lo que aprendió en su clase de fisiología aplicada en donde se dice que un valor de 120 latidos por minuto es característico de una taquicardia (ver capítulo 3). El que también afirme que la *evolución del paciente es mala*, lo asocia a lo que ella aprendió sobre los valores que caracterizan la frecuencia cardíaca es normal, la frecuencia cardíaca es considerada normal cuando se encuentra entre 60 y 100 latidos por minuto.

Desde la física

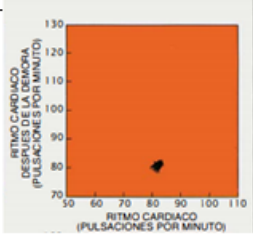
[J] *Se pueden evidenciar las áreas principales en la combinación de los datos en donde se puede pensar en que un conglomerado de datos en previo al evento realizado y el otro conglomerado en después del evento.*

[A] *podemos ver que tanto en el eje y como en el eje x se mide la misma variable, en diferente momento, el eje x grafica la frecuencia cardíaca, mientras que el eje Y grafica la frecuencia cardíaca posterior a una perturbación. Y la gráfica está en un intervalo de 80 a 130 latidos/min. Podemos ver algunos puntos en la gráfica que son similares entre sí en cada ciclo sin embargo hay otros puntos donde la frecuencia cardíaca se encuentra en valores de 120 y 130 latidos/min*

Análisis

- La estudiante [A] en esta parte fue más descriptiva que el estudiante [F].
- La estudiante [A] en su descripción dice que en *el eje x grafica la frecuencia cardiaca, mientras que el eje Y grafica la frecuencia cardiaca posterior a una perturbación*, lo se resalta en negrilla porque corresponde a una de las características claves para generar atractores en un espacio de fase la cual fue descrita en el capítulo cuatro.

Ilustración 6. Descripciones de los estudiantes del atractor generado para la situación A.

[F]	[A]	[J]
<p>Situación: <u> C </u></p> <p>Descripción de la situación seleccionada</p> <p>Medicina: Se puede ver comparado la frecuencia cardiaca en el eje x frente otra medición de la frecuencia en el eje y después de un evento. En ambas situaciones no cambia de mediciones de entre 80 y 90 latidos por minuto, por lo que uno esperaría que sea un corazón que no tiene la capacidad actual de responder frente a un estresor y que puede estar cerca de un evento.</p> <p>Física: En ambos ejes se presentar mediciones de una misma variable sin embargo en el eje y se presentó un evento que podría llegar a modificar o no las señales del eje x.</p>	<p>Situación: <u> C </u></p> <p>Descripción de la situación seleccionada</p> <p>Medicina: podemos ver que no hay cambios entre el momento de la perturbación y la frecuencia cardiaca normal, siempre está en el rango entre 80 y 90. Lo que indica un ritmo cardiaco dentro de los parámetros normales</p> <p>Fisico-matematica: podemos ver que tanto en el eje y como en el eje x se mide la misma variable, en diferente momento, el eje x grafica la frecuencia cardiaca, mientras que el eje Y grafica la frecuencia cardiaca posterior a una perturbación. Y la gráfica está en un intervalo de 80 a 100 latidos/min. Podemos ver que todos los puntos registrados son cercanos y por tanto la frecuencia cardiaca es constante</p>	<p>Situación: <u> C </u></p> <p>Descripción de la situación seleccionada</p> <p>Este sería un ritmo sinusal dado que se mantiene en un mismo rango sin cambios abruptos.</p> 

Desde la medicina

[F] *Se puede ver comparado la frecuencia cardiaca en el eje x frente otra medición de la frecuencia en el eje y después de un evento. En ambas situaciones no cambia de mediciones de entre 80 y 90 latidos por minuto, por lo que uno esperaría que sea un corazón que no tiene la capacidad actual de responder frente a un estresor y que puede estar cerca de un evento.*

[A] *podemos ver que no hay cambios entre el momento de la perturbación y la frecuencia cardiaca normal, siempre está en el rango entre 80 y 90. Lo que indica un ritmo cardiaco dentro de los parámetros normales.*

Análisis

- El estudiante [F] comparado con la estudiante [A] tiene una manera diferente de analizar las situaciones a partir de sus conocimientos adquiridos en su clase de fisiología aplicada.
- El estudiante [F] describe lo siguiente *En ambas situaciones no cambia de mediciones de entre 80 y 90 latidos por minuto, por lo que uno esperaría que sea un corazón que no tiene la capacidad actual de responder frente a un estresor y que puede estar cerca de un evento.* El estudiante llama situaciones a los ejes del atractor e indica que estas solo varían entre 80 y 90 latidos por minuto. Describe de manera acertada lo que puede estar pasando a la situación **A** y **B**, sin embargo, relaciono el atractor con la situación **C**.
- La estudiante [A] nuevamente aplica lo aprendido en su clase de fisiología aplicada, en su descripción dice *podemos ver que no hay cambios entre el momento de la perturbación y la frecuencia cardiaca normal, siempre está en el rango entre 80 y 90*. Desde los parámetros clínicos convencionales una frecuencia cardiaca normal es aquella que varía entre 60 y 100 latidos por minuto. Sin embargo, este atractor pertenece a la situación **B**.

Desde la física

[F] *En ambos ejes se presentan mediciones de una misma variable sin embargo en el eje y se presentó un evento que podría llegar a modificar o no las señales del eje x.*

[A] *podemos ver que tanto en el eje y como en el eje x se mide la misma variable, en diferente momento, el eje x grafica la frecuencia cardiaca, mientras que el eje Y grafica la frecuencia cardiaca posterior a una perturbación. Y la gráfica está en un intervalo de 80 a 100 latidos/min. Podemos ver que todos los puntos registrados son cercanos y por tanto la frecuencia cardíaca es constante*

Análisis

- La estudiante [A] es más fina en su observación en cuanto a que reconoce las coordenadas del espacio de fase. Adicionalmente, describe que *Podemos ver que todos los puntos registrados son cercanos y por tanto la frecuencia cardíaca es constante*, cuando ella describe que la frecuencia cardiaca es constante acierta en su

observación en vista a que un sujeto en una situación como B va perdiendo la variabilidad de la frecuencia cardiaca.

La estudiante [J] no entro en el análisis debido a que su descripción omitió la elaboración de explicaciones desde el contexto de la medicina y la física.

En conclusión, la sistematización de la actividad llevada a cabo con los estudiantes muestra que hay varios aspectos disciplinares por trabajar y profundizar con los estudiantes, entre ellos esta las asociaciones que realiza los estudiantes entre el electrocardiograma con los sistemas de referencia. Entendiendo un sistema de referencia como aquel que se caracteriza por las coordenadas que determinan la posición de un móvil y el reloj que mide el tiempo. Al continuar trabajando en este aspecto disciplinar que involucra a la física y la electrofisiología se puede proponer otro tipo de actividades en el aula que permitan que los estudiantes refinen sus observaciones y de esta manera se logre disminuir la dificultad en la interpretación de los electrocardiogramas. Esto último, tiene una estrecha relación con las observaciones que realicen los estudiantes con los atractores cardiacos generados en el espacio de fases, en vista a que la idea de sistema de referencia es aplicada por el estudiante en la interpretación de este tipo de atractores la cual no es completamente válida.

Los resultados de esta sistematización aportan a la autora del trabajo de grado una experiencia que le aporta elementos para mejorar su práctica docente y la estrategia descrita en este capítulo.

Capítulo 6

Reflexiones finales

La implementación de la estrategia de enseñanza para la construcción e interpretación de atractores cardiacos con los estudiantes de la facultad de medicina se realizaba años atrás sin considerar los procesos de sistematización de las experiencias de los estudiantes, debido a que las dinámicas en la línea de profundización responden a otros objetivos que han permitido concretar la producción de artículos científicos y participación de los estudiantes en encuentros de semilleros de investigación. Las prioridades de la facultad de medicina son la producción científica y el planteamiento de proyectos de investigación en los cuales el estudiante pueda participar como asistente de investigación. La línea de profundización en teorías físicas y matemáticas aplicadas a la medicina ha respondido a estas prioridades, pero también le ha apostado a generar otros escenarios de discusión que respondan más a la comprensión de las metodologías desarrolladas a lo largo del camino científico por parte del Profesor Rodríguez. La comprensión de las metodologías diseñadas por el profesor Rodríguez se ha convertido también en un proceso de formación de la autora del trabajo de grado cuyos conocimientos en medicina eran mínimos, sumado a esto había una falta de experiencia en la aplicación de teorías físicas y matemáticas para el desarrollo de una metodología que permita solucionar un problema concreto de la medicina.

En este orden de ideas la estrategia fue diseñada a partir de la experiencia de los años que han requerido la comprensión de la metodología descrita en el capítulo cuatro, para luego diseñar procesos que permita que la metodología sea enseñada a los estudiantes de la facultad de medicina. Es por esta razón que el proceso de sistematización no era considerado en la estrategia debido al desconocimiento de cómo llevar a cabo una sistematización y la importancia que esta tiene para la práctica docente. Todo lo anterior comenzó a cambiar durante la especialización al reconocer la sistematización como una vía de conocimiento que aporta elementos claves para la práctica docente.

La pregunta que orientó la escritura del trabajo de grado fue elaborada con la ayuda de las asesoras del trabajo de grado y es la siguiente *¿Esta estrategia permite que los estudiantes amplíen sus explicaciones e interpretaciones sobre los electrocardiogramas desde el*

abordaje de los sistemas dinámicos y la geometría fractal? las respuestas a este cuestionamiento son las siguientes:

La fase inicial de la estrategia consiste básicamente en reconocer el momento en el cual la variabilidad del ritmo cardiaco comenzó a ser un problema de interpretación por parte de los fisiólogos experimentales de finales del siglo XVIII. Adicionalmente, este problema influye en el planteamiento de un dispositivo que fuera más sensible a la hora de hacer registros del comportamiento del corazón, tal y como se describió en el capítulo dos. El reconocimiento del momento en que la elaboración de explicaciones sobre la variabilidad del ritmo cardiaco se vuelve un problema, invita a que el estudiante se cuestione si todas las metodologías diseñadas para cada una de las variaciones en las ondas del electrocardiograma y las otras que faltan por consultar, están aportando después de tantos años una explicación de esta variabilidad. Es importante resaltar que en vez de una explicación concreta a esta variabilidad en el ritmo cardiaco se ha recurrido por llamarla arritmia (sin ritmo), para luego clasificarla en diferentes tipos de arritmia, las cuales pueden estar asociadas a eventos con desenlaces adversos y en otros casos no hay explicaciones del porque estas mismas arritmias no afecta la condición clínica de un sujeto.

Los escenarios de discusión permiten una profundización en los cuestionamientos de los estudiantes para que luego ellos mismos expongan las razones por las cuales es necesario plantear soluciones a esta problemática. Si el estudiante desarrolla una postura crítica frente a las explicaciones que ha elaborado la fisiología sobre la variación en el ritmo cardiaco, amplía el rango de posibilidades para interpretar dicha variabilidad en el contexto de los sistemas dinámicos no lineales. Para ello se requiere que el estudiante comprenda que la variabilidad es lo que caracteriza un sistema dinámico que evoluciona en el tiempo y no un problema como ha sido interpretado por parte de los fisiólogos. De esta manera el estudiante adquiere otros elementos de análisis que le pueden aportar en la interpretación del electrocardiograma y en la elaboración de nuevas explicaciones desde los lenguajes que utiliza la fisiología.

Para lograr la comprensión de la variabilidad de la frecuencia cardiaca en el contexto de los sistemas dinámicos no lineales y la geometría fractal es necesario reconocer la etapa de desarrollo cognitivo de los estudiantes. Todos los estudiantes participantes son mayores de

18 años y se encuentran en la etapa de operaciones formales, es decir cuentan con la facultad de emplear el razonamiento lógico inductivo y deductivo. Por ejemplo, el razonamiento inductivo matemático es uno de los elementos claves en la creación de la metodología del profesor Rodríguez, tal y como se puede observar en los resultados del trabajo publicado en la Revista colombiana de Cardiología, donde se muestra que con 17 registros Holter se confirma la metodología la cual posteriormente ha sido aplicada a un número mayor de estudios de Holter. Por lo pronto este proceso con los estudiantes será una de las fases que a futuro complemente la estrategia. Otra de las etapas por las cuales ya pasó el estudiante es la de operaciones concretas en donde los procesos de razonamiento son lógicos y pueden aplicarse a problemas concretos o reales. La enseñanza para la elaboración de un atractor en un espacio de fase tiene como objetivo retomar esta etapa de operaciones concretas guiadas a la solución de un problema concreto como es la interpretación de un electrocardiograma en el contexto de los sistemas dinámicos no lineales y la geometría fractal.

Las operaciones concretas en este grupo de estudiantes también se pueden desarrollar en otros escenarios como los de la observación. Dentro de la implementación de la estrategia se ha encontrado que antes de llevar a cabo la enseñanza de la elaboración de atractores en el espacio de fases, es necesario antes hacer un ejercicio de observación e interpretación de los atractores con los estudiantes. Para reconocer qué ideas previas son las que aplican a la hora de elaborar explicaciones en imágenes que son totalmente nuevas para ellos y que lo único que reconocen son los valores discretos de la frecuencia cardiaca que se encuentran en ambos ejes del espacio de fases.

La actividad descrita y sistematizada en el capítulo cinco muestra como resultado que los estudiantes han sido entrenados para observar las representaciones gráficas en donde interviene el tiempo la cual fue aplicada en la observación de los atractores y es mediante las ideas previas que se trataron en el capítulo tres. Es importante resaltar que la fisiología ha elaborado explicaciones a partir de los electrocardiogramas representados en un eje de coordenadas cartesianas, sin embargo, estas explicaciones no pueden ser aplicadas en un espacio de fases, debido a que es este espacio se ha creado otra idea de tiempo que no corresponde a la idea de un tiempo de 24 horas la cual se representa en el eje x. En el orden de las ideas anteriores se demuestra que hay que desarrollar otro tipo de operaciones

concretas con los estudiantes y es mediante el ejercicio de elaboración de atractores cardiacos caóticos.

Por último, la interpretación de los atractores cardiacos caóticos a partir de la cantidad de cuadros que estos ocupan al superponer sobre ellos dos rejillas, también representa un proceso de operaciones concretas como son la suma y la agrupación de elementos en determinados conjuntos. La metodología muestra que son tres conjuntos los que diferencian un estado dinámico normal y anormal, así como los que se encuentran evolucionando hacia alguno de estos dos estados, se puede decir que la evolución representa el conjunto intermedio del estado normal y anormal. Si este razonamiento lo realiza el estudiante ya tiene una operación concreta que le dice que si cierto atractor da como resultado 220 cuadros pequeños el conjunto al que este pertenece es el de normalidad, entonces el electrocardiograma es normal. De esta manera, se evidencia la posibilidad de interpretar los electrocardiogramas desde el contexto de la teoría de los sistemas dinámicos y la geometría fractal.

Glosario

Irregular: adj. Que no observa siempre el mismo comportamiento.

IAM: infarto agudo de miocardio

Variable: adj. Inestable, inconstante y mudable.

EV: extrasístole ventricular

ESV: extrasístoles supraventriculares

Metodología: Conjunto de métodos que se siguen en una investigación científica o en una exposición doctrinal.

PR: intervalo entre la onda P y R.

Secuencia numérica: es una sucesión de números cardinales.

Técnica: adj Perteneiente o relativo a las aplicaciones de las ciencias y las artes/ f Habilidad para ejecutar cualquier cosa, o para conseguir algo.

Bibliografía

- Alvarenga, B., & Máximón, A. (1983). Física General con experimentos sencillos. HARLA, SA, p. 575-577.
- Arora, N., & Mishra, B. (2021). Origins of ECG and Evolution of Automated DSP Techniques: A Review. arXiv:2105.08938.
- AlGhatrif, M., & Lindsay, J. (2012). A brief review: history to understand fundamentals of electrocardiography. *J Community Hosp Intern Med Perspect*, 2(1), 10.3402.
- Bruce, F. (1987). The origin of the heart beat: a tale of frogs, jellyfish, and turtles. *Circulation*, 76, 493-500.
- Beléndez, A. (2008). La unificación de luz, electricidad y magnetismo: la "síntesis electromagnética" de Maxwell, *Rev. Bras. Ensino Fís.* 30(2), 2601.
- Barold, SS. (2003). Willem Einthoven and the birth of clinical electrocardiography a hundred years ago. *Card Electrophysiol Rev*, 7(1):99-104.
- Brody, D. (1972). Einthoven, G.J. Burch, and the capillary electrometer. *Am Heart J*, 84(2), 280-281.
- Cabrales, M., & Vanegas, D. (2006). Monitoria electrocardiográfica ambulatoria de 24 horas (Holter). En M. Cabrales & D. Vanegas (Ed.), *Manual de Métodos Diagnósticos en Electrofisiología Cardiovascular* (pp. 9-20). Panamericana Formas e Impresos.
- Cajavilca, Ch., Varon, J., & Sternbach, G. (2009) Luigi Galvani and the foundations of electrophysiology. *Resuscitation*, 80, 159-162.
- Campuzano, G. (2008). Utilidad clínica del extendido de sangre periférica: los eritrocitos. *Medicina & Laboratorio*, 14(7-8): 311-313. Recuperado: <http://www.medigraphic.com/pdfs/medlab/myl-2008/myl087-8b.pdf>.
- Chorro, J., García, R., & López, M. (2007). *Cardiología clínica*. Guada Impresores, S.L.
- Daniell, J. F. (1839). On the Electrolysis of Secondary Compounds. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 129(0), 97–112.
- Daston, L., & Lunbeck, E. (2011). *Histories of scientific observation*. University of Chicago Press, pp. 337.
- Ding, X., Zhao, N., Yang, G., Pettigrew, R., Lo, B., Miao, F., Li, Y., Liu, J., & Zhang Y. (2016). Continuous Blood Pressure Measurement From Invasive to Unobtrusive:

- Celebration of 200th Birth Anniversary of Carl Ludwig. *IEEE J Biomed Health Inform*, 20(6),1455-1465.
- Einthoven W. (1893). Nieuwe methoden voor klinisch onderzoek [New methods for clinical investigation] *Ned T Geneesk*. 29:263–86.
- Einthoven, W. (1895). Ueber die Form des menschlichen electrocardiogramms. *Pflügers Arch Eur J Physiol*, 60(3), 101–23.
- Ernst, G. (2017). Hidden Signals—The History and Methods of Heart Rate Variability. *Front. Public Health*, 5, 265.
- Eslava, D., Dhillon, S., Berger, J., Homel, P., Bergmann, S. (2009). Interpretation of electrocardiograms by first-year residents: the need for change. *J Electrocardiol*, 42(6),693-697.
- Henson, J. (1971). Descartes and the ECG lettering Series. *Journal of the history of medicine*.
- Galabin, AL. (1875). On the Construction and Use of a New Form of Cardiograph. *Med Chir Trans*, 58:353-368.
- Goldberger, A., Rigney, D., & West, B. (1990). Caos y fractales en fisiología humana. *Investigación y Ciencia*. 163, 31–38.
- Guillén, P., Vallverdú, M., Rojas, R., Jugo, D., Carrasco, H., & Caminal, P. (2001). Dinámica no lineal para caracterizar la variabilidad del ritmo cardiaco en pacientes Chagáticos.
- Ira, S. (2011). *Fisiología humana*. Mc Graw Hill. Bogotá.
- Keyt, A. T. (1885). Cardiography. *Journal of the American Medical Association*, 6, 141-145.
- Lawford, G. J. & Masters E. G. (2002). Fractals and the Cartographic Line, *Cartography*, 31:2, 61-72.
- Lau CP. (2016). The sphygmograph. *Hong Kong Med J*, 22(4):402–3.
- Lawrence, Ch. (1979). Physiological apparatus in the wellcome museum. 2 The Dudgeon sphygmograph and its descendants. *Medical History*, 23, 96-101.
- Lodge, O. (1921). Alexander Muirhead, F.R.S. *Nature*, 106(2673), 668–669.
- Mandelbrot, B. (1967). How long is the coast of Britain? Statistical self-similarity and fractional dimension. *Science*: 156, 636-638.
- Mandelbrot, B. (1967). *La geometría fractal de la naturaleza*. Barcelona: Tusquets Editores.

- Martin, B. (2018). A plain and familiar introduction to the Newtonian experimental philosophy. Gale ECCO, Print Editions.
- Núñez, H. (2013). Poincaré, la mecánica clásica y el teorema de la recurrencia, *Revista Mexicana de Física*, 59, 91-100.
- Ocaña G. (1912). Consideraciones acerca de cardiograma y de la práctica de la cardiografía, con motivo de un nuevo modelo de cardiógrafo. *Arxius de l'institut de ciencias, Barcelona I*, 2, 22-31. Recuperado: <https://core.ac.uk/reader/159105610>
- Otañón G, Otañón E, Soriano J, Martín A. (2002). Física y química. España: Grupo editorial Bruño.
- Partin C. (2002). Alessandro Volta. *Clin. Cardiol.* 25, 541–543.
- Perkal, J. (1958) On the length of empirical curves, Translated from “0 Dlugosci Krzywych Empirycznych”, *Zastosowania Matematyki*, 111,3-4 (1958), pp. 257-286.
- Piccolino, M. (1997). Luigi Galvani and animal electricity: two centuries after the foundation of electrophysiology. *Trends in Neurosciences*, 20(10), 443–448.
- Pinilla, A. (2011). Modelos pedagógicos y formación de profesionales en el área de la salud. *Acta Médica Colombia*, 36(4), 204-218.
- Plonsey, R. (1972). Capability and Limitations of Electrocardiography and Magnetocardiography. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, BME-19(3), 239–244.
- Poveda, G (2003). La electricidad antes de Faraday. Parte 1. *Revista facultad de ingeniería*, 30,130-147.
- Poveda, G (2004). La electricidad antes de Faraday. Parte 2. *Revista facultad de ingeniería*, 31,139-155.
- Raupach T, Hanneforth N, Anders S, Pukrop T, Th J ten Cate O, Harendza S. (2010). Impact of teaching and assessment format on electrocardiogram interpretation skills. *Med Educ*, 44(7):731-40.
- Richardson, L.F. (1956). The problem of contiguity: an appendix to the statistics of deadly quarrels. *General Systems: Yearbook of the Society for the Advancement of General Systems Theory*, Volume 6, pp. 139-187, The Society for the Advancement of General Systems Theory.

- Roguín, A (2006). Scipione Riva-Rocci and the men behind the mercury Sphygmomanometer. *International Journal of Clinical Practice* 60(1), 73–79.
- Rodríguez, J, Mariño, M, Avilán, N, Echeverri, D. (2002). Medidas fractales de arterias coronarias en un modelo experimental de reestenosis: Armonía matemática intrínseca de la estructura arterial. *Revista Colombiana de Cardiología*, 10, 65-72.
- Rodríguez J, Prieto S, Avilán N, Correa C, Bernal P, Ortiz L, Ayala J. (2008). Nueva metodología física y matemática de evaluación del Holter. *Revista Colombiana de Cardiología*, 15, 50-54.
- Rodríguez, J., Soracipa, Y., Ovalle, A., Castro, M., Snejoa, N., Quijano, B., Ortiz, A., Guzmán, E., & Roso, A. (2018b). Geometría fractal aplicada para comparar los espacios ocupados por eritrocitos normales y esferocitos. *Archivos de Medicina*, 1:13-23.
- Rodríguez J, Prieto S, Ramírez J. (2021). *Armonía del caos, fractales, sistemas dinámicos y dinámica cardiaca*. Bogotá: Editorial Neogranadina.
- Sandoval, S., & Aldana, J. (2021). De la transformación en general. Unidad II del seminario la Fenomenología de la transformación de las sustancias. Universidad Pedagógica Nacional.
- Sudduth, W. M. (1980). The Voltaic Pile and Electro-Chemical Theory in 1800. *Ambix*, 27(1), 26–35.
- Stock J. (2004). Gabriel Lippmann and the capillary electrometer, *Bull Hist Chem*, 1, pp. 16-20.
- Tribe, A. (1875). *Experimental Contributions to the Theory of Electrolysis. Proceedings of the Royal Society of London*, 24(164-170), 308–315.
- Veeraraghavan, R., Gourdie, R. G., & Poelzing, S. (2014). Mechanisms of cardiac conduction: a history of revisions. *American journal of physiology. Heart and circulatory physiology*, 306(5), H619–H627.
- Yang XL, Liu GZ, Tong YH, Yan H, Xu Z, Chen Q, et al. (2015). The history, hotspots, and trends of electrocardiogram. *J Geriatr Cardiol*, 12(4):448-56.

- Waller AD. (1889). On the electromotive changes connected with the beat of the mammalian heart, and of the human heart in particular. *Phil Trans R Soc Lond B*, 180:169–94.
- Widacki J. (2016). The first polygraph. *European Polygraph*, 10(3), pp.111-116.
- Windle, W. S. (1894). A Kymograph and Its Use, *Proceedings of the Iowa Academy of Science*, 2(1), 51-55.

Anexo 1

Geometría fractal y el método de Box Counting

En este anexo se recoge los elementos conceptuales que están a la base del surgimiento de la geometría fractal que fueron discutidos en la fase 4. Para ello se comienza con un estudio de las limitaciones encontradas en disciplinas como la cartografía en el momento de medir el contorno de las cotas, penínsulas, etc., a partir de las reglas euclidianas y técnicas propias de esta disciplina. La limitación encontrada se dio a conocer con el nombre de la paradoja de la costa, cuya solución implicó considerar este tipo de estructuras irregulares como parte de otro tipo de geometría que en el siglo XX se denominó geometría fractal. Dentro de las definiciones de geometría fractal se encuentra la noción de *auto- semejanza o auto- similitud*, la cual se profundizará en este anexo mediante el análisis de dos situaciones que ejemplifican esta noción y la matemática que subyace en este análisis. El análisis de la noción *auto- semejanza* y su relación con el método de Box Counting proporciona a los estudiantes más elementos de análisis para comprender las implicaciones que tiene este método para hallar la dimensión fractal de diferentes estructuras irregulares del cuerpo humano y animal alas que se les suele agrupar en un conjunto de estructuras fractales denominadas *salvajes* y estructuras extrañas o caóticas como las que se estudiaron en el capítulo 3.

Comienzos de la geometría fractal

La longitud de Istria la península del mar Adriático fue medida en 1894 por el geógrafo y geólogo alemán Albrecht Penck. Para ello utilizó cinco mapas a diferentes escalas y encontró que cuanto mayor era la escala del mapa, más larga era la medida de la longitud de la península. Años después el matemático polaco Hugo Steinhaus generalizó el hallazgo de Penck al afirmar que cuanto más fina es la medida de una línea cartográfica, más larga se vuelve la medida. Steinhaus intentó resolver a partir del diseño de un método matemático que estima la longitud de una línea cartográfica mediante el número de veces que la línea se cruza con un patrón superpuesto de líneas rectas paralelas. A finales de la década de 1950 Julian Perkal encontró este mismo problema de escala de medida y desarrolló un longímetro épsilon para medir la longitud de una línea cartográfica haciendo rodar un círculo a lo largo de ella (Perkal, 1958).

Durante este mismo periodo de tiempo el físico y psicólogo británico Lewis Fry Richardson observó de forma independiente la misma paradoja que Penck y Steinhaus (Richardson, 1956); debido a que estaba interesado en encontrar relaciones matemáticas que apaciguaran la guerra entre fronteras. Para ello tomó varios mapas y observó que la longitud de la frontera medida dependía del mapa consultado y que cuanto más fina era medida, más largo era el borde. Entonces midió la longitud de los bordes de las fronteras usando divisores, los cuales fue variando su dimensión y encontró que la longitud medida se alargaba. De esta manera descubrió una relación entre las dimensiones del divisor y la longitud, la cual se podía estimar mediante una ley de potencia. Al evaluar el logaritmo a ambos lados de esta ecuación $\sum \varepsilon \propto \varepsilon^{-\alpha}$ notó una relación lineal. En donde, ε representa el espacio dividido, $\sum \varepsilon$ la longitud y α es una constante que se relaciona con la complejidad de la línea. Adicionalmente, descubrió la posibilidad de hacer predicciones a medida que se aumentan las escalas (Lawford & Masters, 2002).

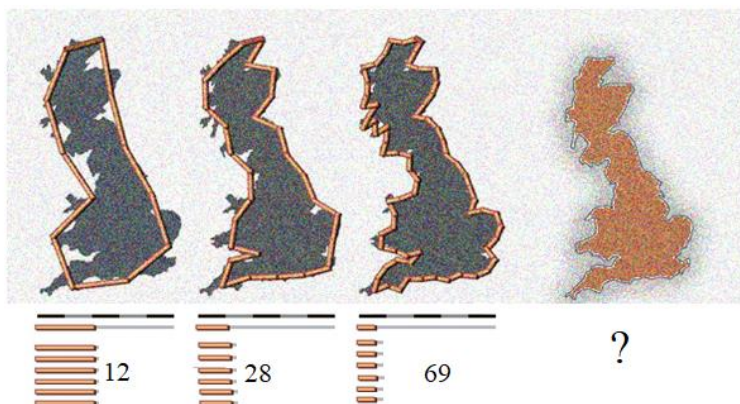
Análisis geométrico de la paradoja de la costa

Antes de solucionar esta paradoja de la medida de los objetos o estructuras irregulares con reglas euclidianas, es necesario reflexionar sobre el porqué las reglas euclidianas tienen un “límite” para caracterizar y/o medir estas estructuras. Para profundizar en este “límite” se plantea dos situaciones, la primera situación es sobre las mediciones a escalas que realiza la cartografía tomando como ejemplo en la costa de Gran Bretaña y la segunda situación tiene como objetivo hallar la longitud de la circunferencia a partir de un polígono regular inscrito.

Situación 1

Con ayuda de mapas a escala como la costa de Gran Bretaña, se escoge por ejemplo una abertura del compás de 100 Km. La aplicación sucesiva de esta apertura del compás sobre el contorno de la costa genera como resultado una longitud total de 1200 km. Después, se utiliza una escala de 80 Km y se obtiene como resultado una costa de 2240 Km. Luego una longitud de medida a 50 Km y se obtiene una longitud de la costa de 3450 Km, así sucesivamente (ver ilustración 1).

Ilustración 1. Costa de Gran Bretaña



Longitud de la regla	No. De reglas	Longitud de la costa de Gran Bretaña
100 Km	12	1200 Km
80 Km	28	2240 Km
50 Km	69	3450 Km
30 Km	161	4830 Km

Fuente: elaboración propia

Esta situación ilustra cómo un refinamiento de la medida, es decir realizar una disminución en la amplitud del compás, implica que el borde de la costa de Gran Bretaña se haga más largo. Para comprender el “límite” de las reglas euclidianas se plantea la segunda situación que aporta elementos de análisis del por qué se requiere pensar en otra geometría que incluya este tipo de estructuras de la naturaleza para poderlas caracterizar y/o medir.

Situación 2

En el caso que se quisiera conocer la longitud de una circunferencia, uno de los procesos matemáticos para medir dicha longitud es aumentar el número de lados de un polígono regular inscrito. Para ello se considera lo siguiente: si se halla el semiperímetro de un polígono regular de número de lados (L) múltiplos de la siguiente progresión geométrica, $a_n = a_1 r^{n-1}$ en donde $a_1 = 4$, $r = 2$ y $n > 0$, tal que casi se acerca a la circunferencia (ver ilustración 2), el formalismo matemático y geométrico es el siguiente:

Para un polígono de 4 lados $4L = \frac{1}{2} 4\sqrt{2} = 2.82842$

Para un polígono de 8 lados $8L = \frac{1}{2} 8\sqrt{2-\sqrt{2}} = 3.06147$

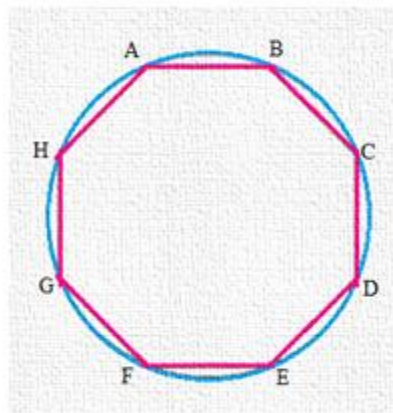
Para un polígono de 16 lados $16L = \frac{1}{2} 16\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}} = 3.12145$

Para un polígono de 32 lados $32L = \frac{1}{2} 32\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}} = 3.13655$

Para un polígono de 64 lados $64L = \frac{1}{2} 64\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}} = 3.14033$

Para un polígono de 16384 lados $16384L \dots \dots \dots = 3.14159$

Ilustración 2. Polígono inscrito regular



Lados (L)	Perímetro
4 Km	2,82843 Km
8 Km	3,06147 Km
16 Km	3,12145 Km
32 Km	3,13655 Km
64 Km	3,14033 Km
?	?
16384 Km	3,14159 Km

Fuente: elaboración propia.

En los libros de matemáticas definen la geometría como la ciencia por medio de la cual es posible medir la tierra. Más aún, estudia las propiedades de las figuras formadas por rectas y curvas (Obregón, 2007). Lo anterior aporta elementos que permiten profundizar en la “limitación” de las reglas euclidianas consideradas en la situación 1. La conclusión a la que se puede llegar al comparar los resultados de ambas situaciones es que en la primera situación la estructura es altamente irregular y la geometría euclidiana está diseñada para medir y/o caracterizar estructuras regulares.

La búsqueda de esta nueva geometría fue emprendida por Benoit Mandelbrot quien retomó los trabajos de Richardson y los resultados a los que llegó los dio a conocer en el

artículo titulado ¿Cuánto mide la costa de Gran Bretaña? (Mandelbrot, 1967). Las irregularidades de las formas a diferentes escalas comenzaron a ser similares a otras formas observadas en la naturaleza o las generadas por procesos artificiales y abstractos. De esta manera estas estructuras de la naturaleza comenzaron a ser parte del grupo de formas que recibió el nombre de fractal que proviene del adjetivo latino fractus, que significa fracturado o roto (Mandelbrot, 1997).

Una de las principales fuentes de consulta de internet a la cual recurre el estudiante es Wikipedia. Al buscar por fractal en esta página web se encuentra la siguiente definición “*es un objeto geométrico cuya estructura básica, fragmentada o aparentemente irregular, se repite a diferentes escalas*”¹². En esta definición el que se “*repita a diferentes escalas*” puede ser una condición necesaria, pero no aporta los elementos conceptuales suficientes para ir al fondo de una estructura fractal. Seguidamente se menciona el término de auto-similitud o auto-semejanza, en este capítulo se describe uno de los métodos utilizados para hallar la dimensión fractal y se profundizará a continuación en el concepto de auto-semejanza clave en el mundo de las matemáticas.

La auto-semejanza

Como ya se mencionó una de las nociones que sienta las bases de la geometría fractal es el concepto auto-semejanza. Este concepto establece que las partes tienen relaciones geométricas o matemáticas semejantes a la totalidad del objeto. A continuación, se describirán dos situaciones en las que se desarrolla la noción de auto-similitud a la base de los estudios de los matemáticos Felix Hausdorff y Abram Besicovitch.

Situación 1

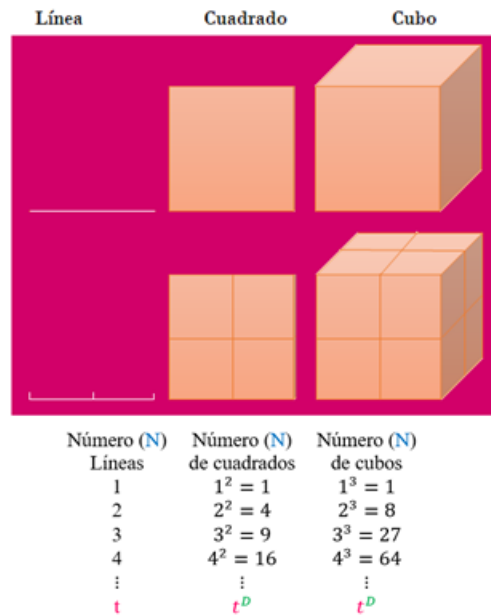
La ilustración 3 es una representación gráfica que permite observar tres espacios geométricos o topológicos como son la línea, el cuadrado y el cubo. Al dividir la línea en dos partes iguales obtenemos en el espacio de dos dimensiones cuatro cuadrados y en el espacio de tres dimensiones un cubo. En términos generales, si se toma un objeto y se divide cada

¹² Wikipedia. Fractal. Recuperado: <https://es.wikipedia.org/wiki/Fractal>

una de sus líneas en $1/t$ como se muestra en la figura 3, el número de N partes de igual forma al objeto está dada por la relación:

$$N = t^D \text{ Ecuación 1}$$

Ilustración 3. Noción de auto-similitud entre la línea, el cuadrado y el cubo.



Fuente: elaboración propia

En otras palabras, el exponente en la ley de potencia de la ecuación 1 concuerda con los números que son familiares a una dimensión lineal, cuadrada y cúbica. Por ejemplo, al partir en cuatro partes iguales el lado de un cubo ($t = 4$) se forman 64 cubos más pequeños que son auto-semejantes al objeto inicial. Ahora si se quisiera confirmar la dimensión en la cual se encuentra la totalidad y las partes de este ejemplo se realiza el siguiente procedimiento:

$$\text{Log}(N) = \text{Log}(t^D)$$

$$\text{Log}(N) = D\text{Log}(t)$$

$$D = \frac{\text{Log}(N)}{\text{Log}(t)} \text{ Ecuación 2}$$

La ecuación 2 fue propuesta por Hausdorff y Benciovitch¹³. Ahora se sustituyen los valores y se obtiene:

$$D = \frac{\text{Log}(64)}{\text{Log}(4)}$$

$$D = 3$$

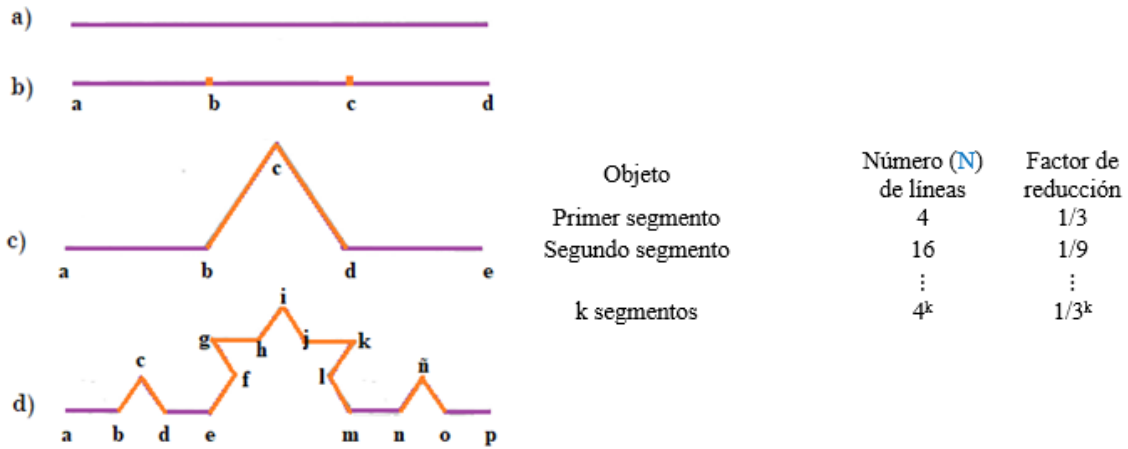
Este resultado muestra que, al dividir el lado de un cubo en cuatro partes iguales da como resultado 64 partes están contenidas en un espacio de tres dimensiones. Esta noción de autosimilitud implica considerar las partes y la totalidad las cuales deben guardar una armonía en términos matemáticos y geométricos.

Situación 2

La construcción de la curva de Koch se realiza a partir de la división de una línea recta (ilustración 4a) en tres partes iguales (ilustración 4b), luego en segmento \bar{b} y \bar{c} se traza una línea la cual forma un ángulo de 60° con la horizontal, generando de esta manera un triángulo equilátero (ilustración 4c). Los pasos anteriores se repiten una y otra vez tal y como se puede observar en la figura 4d. Adicionalmente, si se realiza un conteo del número de líneas, se observa en la figura 4c cuatro líneas que segmentos \bar{ab} , \bar{bc} , \bar{cd} y \bar{de} que provienen de la división de la línea 4b en tres partes iguales. A continuación, en la figura 4d se puede observar el total de 16 líneas que corresponden a los segmentos \bar{ab} , \bar{bc} , \bar{cd} , \bar{de} , \bar{ef} , \bar{fg} , \bar{gh} , \bar{hi} , \bar{ij} , \bar{jk} , \bar{kl} , \bar{lm} , \bar{mn} , $\bar{ññ}$, $\bar{ño}$ y \bar{op} las cuales salen de los segmentos \bar{ae} , \bar{em} y \bar{mp} en tres partes iguales. Llegado a este punto es donde el término de iteración comienza a cobrar un significado para los casos que son repetitivos y el término autosimilitud para aquellos pasos en los cuales se realizan divisiones de las partes de una línea.

¹³ Ibid., p. 1.

Ilustración 4. Ejemplo de un segmento de la curva de Koch



Fuente: elaboración propia

Ahora el paso a seguir es hallar la dimensión en la que se encuentra el segmento de la ilustración 4d. Es importante resaltar que este cálculo no es sencillo de realizar, es por esta razón que se considera la ecuación 1 aplicada en la situación 1. Como ya se describió este segmento tiene un total de $N = 16$ las cuales provienen de dividir $t = 9$, de esta manera al sustituir estos valores en la ecuación 2 se obtiene que:

$$D = \frac{\text{Log}(N)}{\text{Log}(t)}$$

$$D = \frac{\text{Log}(16)}{\text{Log}(9)}$$

$$D = \frac{\text{Log}(4^2)}{\text{Log}(9^2)}$$

$$D = \frac{2\text{Log}(4)}{2\text{Log}(3)}$$

$$D = \frac{\text{Log}(4)}{\text{Log}(3)}$$

$$D = 1,26$$

La ecuación 2 aplicada en esta estructura se puede expresar en términos generales de la siguiente manera:

$$D = \frac{\text{Log } 4^k}{\text{Log } 3^k} \text{ Ecuación 3}$$

La ecuación 3 muestra que las dimensiones de estos segmentos van a variar entre un rango de 1 y 2, lo anterior refuerza la noción de auto-similitud de los segmentos de la curva de Koch. El análisis geométrico y matemático de estas dos situaciones evidencia que es necesario llevar al estudiante a considerar otro tipo de explicaciones que aporten en la comprensión de la solución a esta paradoja. Una de estas soluciones se describe a continuación, mostrando paso a paso que se requiere para llegar a ella mediante una situación que a diario debe observar un hematólogo.

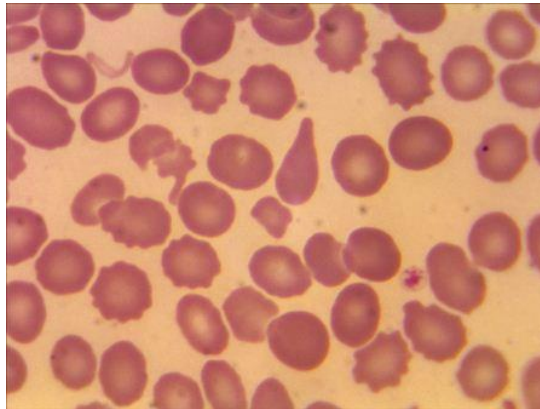
Método de Box Counting

Sobre las consideraciones anteriores, ha sido posible desarrollar una serie de descripciones sobre la noción de auto-similitud de estructuras regulares generadas a la base de la geometría euclidiana. El paso a seguir es considerar hasta qué punto esta noción de auto-similitud se aplica en estructuras irregulares como son las diferentes alteraciones en la forma de los eritrocitos. Se parte proponiendo la siguiente situación:

Situación 3

Si el objetivo de la observación de la ilustración 5 fuera establecer diferencias geométricas entre todas las estructuras eritrocitarias considerando un método matemático y no mediante las analogías que usualmente se realizan en el área de hematología básica (Campuzano, 2008). Una posibilidad es considerar la apertura de compases tal y como se procedió en la situación 1, sin embargo, por el resultado de esta experiencia es claro que dicho procedimiento no lleva a una respuesta concluyente de cuánto puede medir cada una de estas estructuras. Otra posibilidad es considerar la situación 2, es claro que no hay un círculo, triángulo, esfera, etc., que se parezca a las analogías de estructuras eritrocitarias. Es de esta manera que se concluye que dichas estructuras hacen parte del grupo de fractales denominado salvajes (Mandelbrot, 1967) debido a que son generados por la propia naturaleza y no por ordenadores o mediante los pasos descritos en la situación 2.

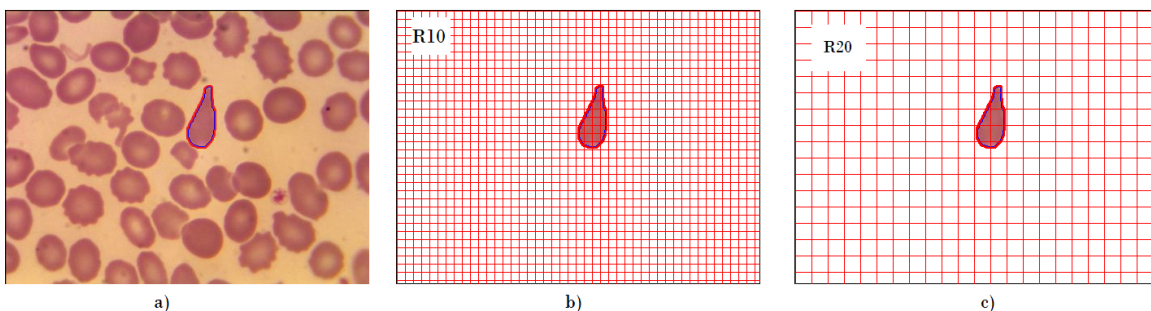
Ilustración 5. Diferentes alteraciones de los eritrocitos observados en el extendido de sangre periférica.



Fuente: fotografía de archivos de investigaciones llevadas a cabo en el grupo Insight

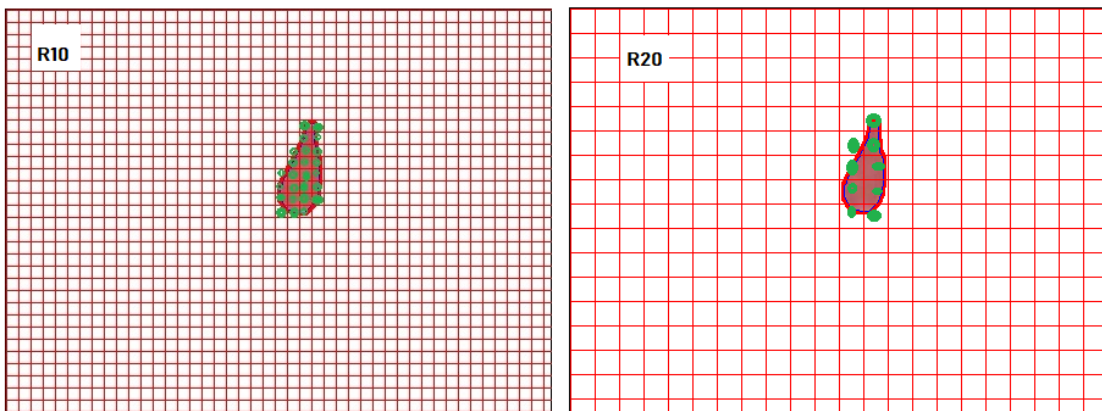
A continuación, se centra la observación seleccionando de todos estos eritrocitos uno de ellos el cual en hematología se denomina dacriocito (ver ilustración 4a). El paso a seguir es superponer sobre esta estructura dos rejillas con un tamaño de t tal y como se puede observar en la ilustración 6 b) y c). Luego, se realiza un conteo del número de cuadros que contienen la estructura (ver ilustración 7). Es importante resaltar que el resultado de este conteo que denominaremos N , dependerá de nuestra elección de t ; de esta manera N estará en función de t ($N(t)$). Adicionalmente, en la ilustración 6 b) y c), se puede apreciar los diferentes tamaños de t .

Ilustración 6. Dacriocito seleccionado del extendido de sangre periférica, superposición de dos rejillas de 10x10 y 20x20 píxeles.



Fuente: elaboración propia

Ilustración 7. Conteo de cuadros ocupados por el dacriocito al superponer las dos rejillas de la ilustración 6.

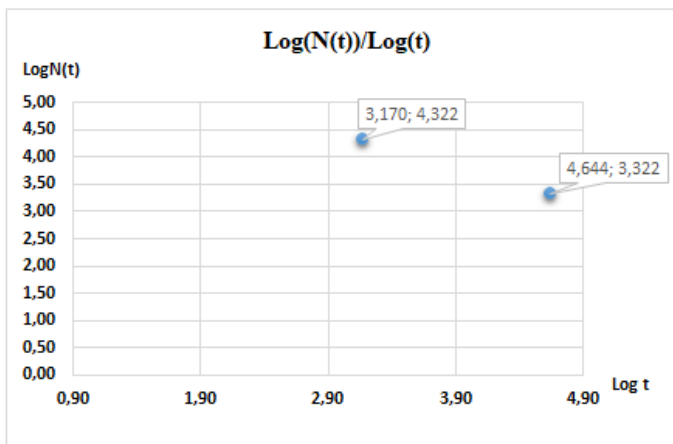


Fuente: elaboración propia

Después de hacer el conteo de cuadros que ocupa el dacriocito al superponer las dos rejillas, se procede a colocar estos valores en una tabla de registro tal y como se puede observar en la ilustración 8. En esta tabla cada resultado junto con la rejilla utilizada se considera un par ordenado que para ser graficado en un espacio de dos dimensiones se requiere según el método planteado para la situación 1 que esté en función de los logaritmos, es decir el diagrama logarítmico entre $\text{Log}N(t)/\text{Log}(t)$ (ver ilustración 8).

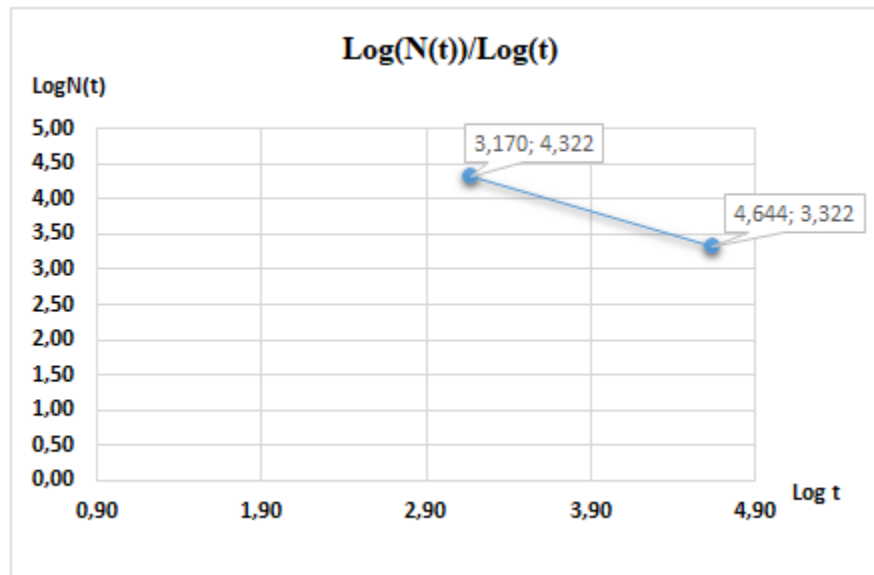
Ilustración 8. Diagrama logarítmico diseñado a partir del valor de N y t de la tabla que aparece en la parte superior de la ilustración.

Rejilla (t)	Número (N) Cuadros	Log N(t)	Log(t)
10	25	4,644	3,322
20	9	3,170	4,322



El paso a seguir es ajustar una línea recta sobre los dos puntos de la ilustración 8 y de esta manera evaluar su pendiente. Esta pendiente en términos de la ecuación 2 corresponde al valor de D de la ecuación 1 que establece a partir del recuento de cuadros, otra forma especial de la dimensión fractal de Mandelbrot.

Ilustración 9. Diagrama logarítmico diseñado a partir del valor de N y t, así como la línea que une los dos pares ordenados de la ilustración 8.



$$D = \frac{\text{Log}(N)}{\text{Log}(t)} \text{ Ecuación 2}$$

Se sustituyen los valores que aparecen en la tabla de la ilustración 8 en la ecuación 2 de la siguiente manera:

$$D = \frac{\text{Log}(20) - \text{Log}(10)}{\text{Log}(9) - \text{Log}(25)}$$

$$D = \frac{\text{Log}\left(\frac{20}{10}\right)}{\text{Log}\left(\frac{9}{25}\right)}$$

$$D = \frac{0,301}{-0,444}$$

$$D \approx -0,678$$

La dimensión fractal en la que se encuentra el dacriocito es de 0,678 el signo negativo en este resultado indica que la pendiente hallada es negativa. El resultado de esta situación muestra que, aunque no haya una auto-semejanza entre las partes y la totalidad del dacriocito como se pudo observar en la situación 1 y 2, al superponer estas dos rejillas una el doble de la otra da cuenta de esta noción de auto-semejanza a partir del conteo de cuadros ocupados por esta estructura eritrocitaria a diferentes escalas de medida en pixeles de la rejilla.

Generalización del método de Box Counting

Los anteriores pasos se pueden generalizar considerando una secuencia de cuadrículas donde el tamaño de la rejilla inicial se reduce en un factor de $\frac{1}{2}$ (ver por ejemplo ilustración 7). Al superponer las rejillas para contar el espacio que ocupa el fractal, se llega a una secuencia de conteos $N(2^{-k})$, siendo $k = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$. Es importante resaltar que cuando $2^0 = 1$ se considera la dimensión de la rejilla más grande, es decir la rejilla base con la que se hace la partición. De esta manera la pendiente de la línea en el diagrama logarítmico/logarítmico es:

$$= \frac{\text{Log}N_2(2^{-(k+1)}) - \text{Log} N_1(2^{-k})}{\text{Log}2^{k+1} - \text{log}2^k} \text{ Ecuación 3}$$

Para pasar de la noción de pendiente a dimensión fractal (D) en la ecuación uno se aplicará consecuentemente la propiedad de los logaritmos.

$$= \frac{\text{Log}N_2(2^{-(k+1)})}{\frac{\text{Log} N_1(2^{-k})}{\frac{\text{Log}2^{k+1}}{\text{Log}2^k}}}$$

División de logaritmos

$$= \frac{[\text{Log}N_2(2^{-(k+1)})][\text{Log}2^k]}{[\text{Log} N_1(2^{-k})][\text{Log}2^{k+1}]}$$

Producto de medios y extremos

Para expandir esta ecuación se aplica la propiedad de:

$$= \frac{\text{Log}N_2(2^{-(k+1)}) + \text{Log}2^k}{\text{Log} N_1(2^{-k}) + \text{Log}2^{k+1}}$$

Multiplicación de logaritmos

Potencia de logaritmos

$$= \frac{\text{Log} N_2(2^{-(k+1)}) + k\text{Log}2}{\text{Log} N_1(2^{-k}) + (k+1)\text{Log}2}$$

Después de aplicar la propiedad de las potencias de logaritmos se vuelve aplicar la propiedad de multiplicación de logaritmos:

$$= \frac{\text{Log} N_2(2^{-(k+1)}) + k\text{Log}2}{\text{Log} N_1(2^{-k}) + k\text{Log}2 + \text{Log}2}$$

$$= \frac{[\text{Log} N_2(2^{-(k+1)})][k\text{Log}2]}{[\text{Log} N_1(2^{-k})][k\text{Log}2][\text{Log}2]}$$

Al cancelar términos semejantes la anterior ecuación queda así:

$$= \frac{\text{Log} N_2(2^{-(k+1)})}{[\text{Log} N_1(2^{-k})][\text{Log}2]}$$

El paso a seguir es dejar términos semejantes a cada lado de la igualdad

$$\text{Log}2 = \frac{\text{Log} N_2(2^{-(k+1)})}{\text{Log} N_1(2^{-k})} \text{Ecuación 3.1}$$

Vale la pena resaltar que esta la ecuación 1.1 está en términos de cualquier base, para dejar ambos términos de la igualdad con base en 2, se realiza los siguientes procedimientos:

Si se comienza con $\text{Log}2$, se debe

$$\text{Log}2 = D$$

Se sabe que

$$\text{Log}_2 2 = D$$

$$2^D = 2$$

Entonces, si se evalúa el logaritmo a ambos lados de la igualdad obtenemos

$$\text{Log}_2 2^D = \text{Log}_2 2$$

$$D\text{Log}_2 2 = \text{Log}_2 2$$

$$D = \frac{\text{Log}_2 2}{\text{Log}_2 2} \text{ Ecuación 3.2}$$

Ahora se realiza este mismo procedimiento con los otros términos de la igual de la ecuación

3.1. Si se toma el término que está en el numerador $\text{Log} N_2(2^{-(k+1)})$

$$\text{Log}_2 N_2(2^{-(k+1)}) = D$$

$$2^D = N_2(2^{-(k+1)})$$

Entonces, al evaluar el logaritmo en base 2 a ambos lados de la igualdad se obtiene que

$$\text{Log}_2 2^D = \text{Log}_2 [N_2(2^{-(k+1)})]$$

$$D \text{Log}_2 2 = \text{Log}_2 [N_2(2^{-(k+1)})]$$

$$\text{Log}_2 2 = \frac{\text{Log}_2 [N_2(2^{-(k+1)})]}{D} \text{ Ecuación 3.3}$$

Ahora se toma de la ecuación 1.1 el denominador $\text{Log} N_1(2^{-k})$

$$\text{Log}_2 N_1(2^{-k}) = D$$

$$2^D = N_1(2^{-k})$$

Entonces, al evaluar el logaritmo en base 2 a ambos lados de la igualdad obtiene que

$$\text{Log}_2 2^D = \text{Log}_2 [N_1(2^{-k})]$$

$$D \text{Log}_2 2 = \text{Log}_2 [N_1(2^{-k})]$$

$$\text{Log}_2 2 = \frac{\text{Log}_2 [N_1(2^{-k})]}{D} \text{ Ecuación 3.4}$$

Ahora se sustituye las ecuaciones 3.3 y 3.4 en la ecuación 3.2 se obtiene

$$D = \frac{\frac{\text{Log}_2 [N_2(2^{-(k+1)})]}{D}}{\frac{\text{Log}_2 [N_1(2^{-k})]}{D}}$$

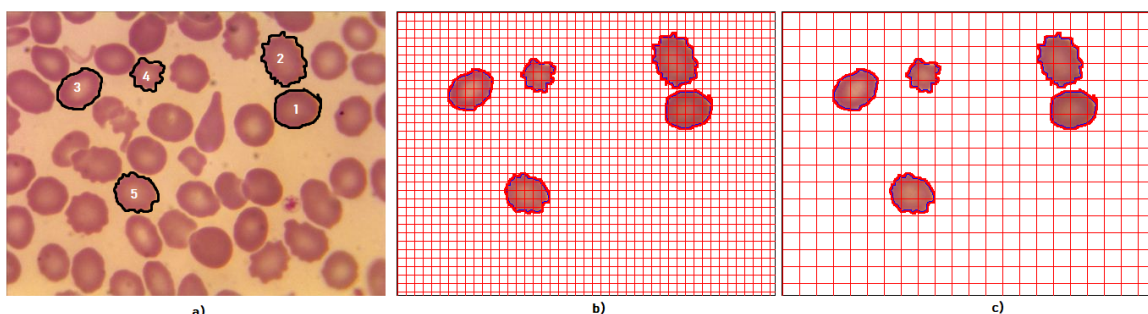
$$D = -\text{Log}_2 \frac{N_2(2^{-(k+1)})}{N_1(2^{-k})} \text{ Ecuación 4}$$

Después de los respectivos despejes algebraicos y aplicación de las propiedades de los logaritmos se llega a la ecuación 4 que representa el método de Box Counting en su forma más general. Se multiplica por -1 la ecuación 4 para evitar interpretar la dimensión fractal negativa.

Análisis de la dimensión fractal y el método de Box Counting

La aplicación del método de Box Counting al dacriocito demostró que esta estructura es posible de caracterizar mediante este método a partir del espacio que esta ocupa al superponer estas dos rejillas. Adicionalmente, se muestra que hace parte del grupo de fractales salvajes. Ahora el paso a seguir es medir la dimensión fractal de las demás estructuras eritrocitarias que aparecen en la ilustración 5. Para ello se seleccionaron cinco estructuras diferentes (ver ilustración 9) y se procedió de igual manera a como se hizo con el dacriocito.

Ilustración 10. Imagen de extendido de sangre periférica a) selección de cinco eritrocitos; b) y c) superposición de rejilla de 10x10 y 20x20 pixeles en estas cinco estructuras.



Fuente: elaboración propia

En la tabla 1 se encuentra el resultado del conteo de cuadros ocupados por las cinco estructuras al superponer las rejillas de 10x10 y 20x20 píxeles, así como el valor de la dimensión fractal en la que se encuentra cada una de ellas. Estos resultados muestran que el método de Box Counting puede ser aplicado a más grupos de eritrocitos clasificados a partir de las observaciones realizadas en los extendidos de sangre periférica (Campuzano, 2008).

Tabla 1. Resultados al aplicar el método de Box Counting en los cinco eritrocitos seleccionados en la ilustración 9.

Eritrocito	Rejilla (t)	Número (N) Cuadros	Log N(t)	Log(t)	D
1	10	20	3,322	4,322	1,000
	20	10	4,322	3,322	
2	10	21	3,322	4,392	0,934
	20	10	4,322	3,322	
3	10	19	3,322	4,248	0,801
	20	8	4,322	3,000	
4	10	15	3,322	3,907	1,103
	20	8	4,322	3,000	
5	10	18	3,322	4,170	0,855
	20	8	4,322	3,000	

Fuente: elaboración propia

El análisis de estos resultados es el siguiente:

- El eritrocito 1 tiene una dimensión fractal de 1,00, esto no quiere decir que esta estructura sea una línea.
- El eritrocito 2 tiene una dimensión fractal de 0,934, se encuentra entre una dimensión de 0 a 1.
- El eritrocito 3 tiene una dimensión fractal de 0,801, se encuentra entre una dimensión de 0 a 1.
- El eritrocito 4 tiene una dimensión fractal de 1,103, igual que el eritrocito 1.
- El eritrocito 5 tiene una dimensión fractal de 0,855, se encuentra entre una dimensión de 0 a 1.

Sí se considera la dimensión fractal del eritrocito 3 y 5, la diferencia de estos dos resultados se da en la segunda cifra significativa después de la coma. Ahora si se observan y se comparan la forma que tiene cada estructura se puede concluir que no son iguales. Esto mismo sucede si compara los resultados de los eritrocitos 1 y 4. Se puede pensar a partir de estas comparaciones que el método aplicado no es correcto, pero es importante resaltar que el método de Box Counting establecido por Mandelbrot permite hallar el valor de la dimensión fractal en la que se encuentra una estructura fractal salvaje.

A la luz de estos resultados, la aplicación de este método a este tipo de estructuras eritrocitarias y otras estructuras del cuerpo humano con el fin de hacer distinciones entre grupos, ha implicado ampliar el método de análisis considerando para ello el conteo de cuadros ocupados por cada estructura al superponer cada rejilla, la superficie que ocupa cada estructura y su contorno, para establecer unos órdenes matemáticos con los cuales se puedan hacer distinciones matemáticas y geométricas entre estructuras. Rodríguez y colaboradores (2002,2014,2018) ha desarrollado una serie de análisis adicionales mediante la simplificación del método de Box Counting, al reducir el número de rejillas del método original que son necesarias superponer en las diferentes estructuras para hallar los valores de la dimensión fractal a dos rejillas. De esta manera han logrado establecer órdenes matemáticos que diferencian estructuras normales de anormales, que son de gran interés en la práctica clínica (Rodríguez et al, 2018).

En este anexo el lector encontró la aplicación de este mismo método a estructuras fractales caóticas, en particular en los atractores cardíaco caóticos. La aplicación del método de Box Counting en este grupo de fractales, permite hacer distinciones matemáticas y geométricas entre atractores se realiza mediante el conteo de cuadros ocupados al superponer sobre cada atractor dos rejillas (Rodríguez et al, 2008), de manera análoga a como se hizo aquí con los dacriocitos.

Anexo 2

Observación de las señales eléctricas cardiacas desde diferentes escalas de tiempo

Nombre: _____ Semestre: _____ Fecha de entrega: _____

La siguiente actividad está diseñada con el fin de fortalecer su sentido de observación sobre diferentes representaciones de las señales eléctricas del corazón provenientes de los electrocardiogramas. Esta actividad está enfocada en la idea de Harry Lorayne¹⁴ dedicó gran parte de su vida a escribir libros de entrenamiento para la memoria dirigidos a un público en general, en uno de sus libros dice lo siguiente: “*La observación es uno de los factores importantes para el cultivo de la memoria*”.

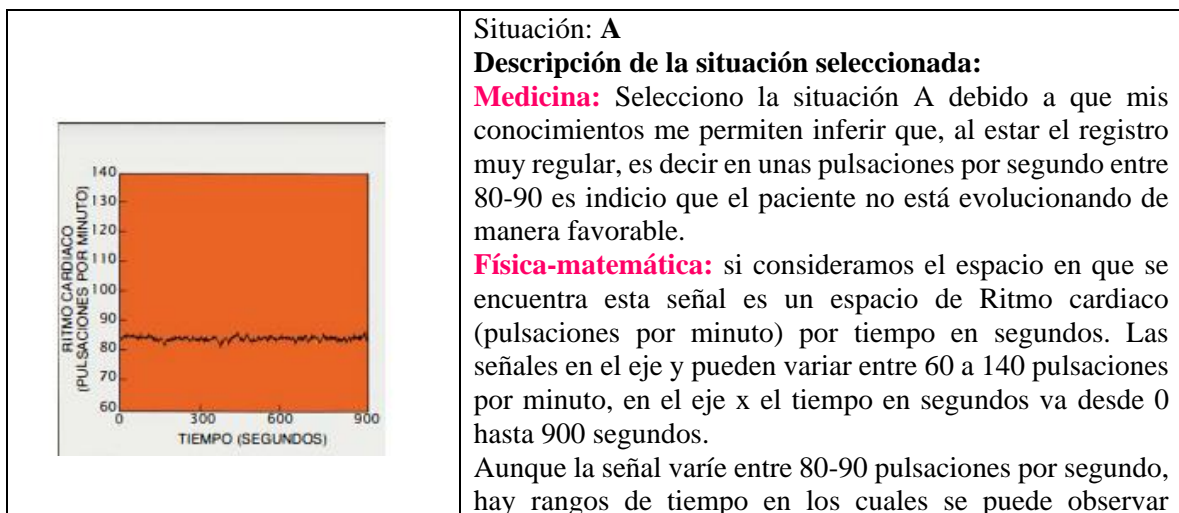
El desarrollo de la actividad le permitirá saber *¿Qué tan fina es su observación?*

Para ayudar a responder a esta pregunta la actividad se divide en **tres momentos** que representan tres situaciones diferentes que son las siguientes:

- A: 8 días antes de muerte cardíaca súbita
- B: 13 horas antes de un paro cardíaco
- C: Ritmo cardíaco normal

Nota: Es importante resaltar que el color naranja, azul y verde de las imágenes de esta actividad hace referencia a una misma señal eléctrica vista en tres perspectivas diferentes.

Cómo se debe llenar cada uno de los campos, deja el siguiente ejemplo para el **momento 1**:



¹⁴ Lorayne H. (1968). Cómo adquirir una supermemoria. Editorial Bruguera S.A.

	cambios abruptos, por ejemplo, en el intervalo 300-600 segundos.
--	--

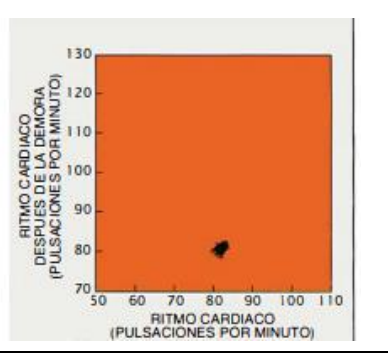
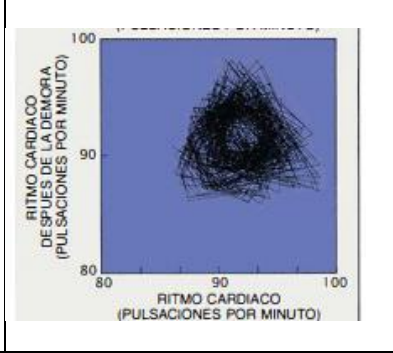
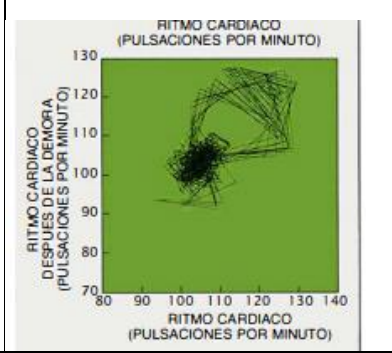
Momento 1

<p>Situación: A</p> <p>Descripción de la situación seleccionada</p>	<p>Situación: B</p> <p>Descripción de la situación seleccionada</p>	<p>Situación: C</p> <p>Descripción de la situación seleccionada.</p>

Momento 2

<p>Situación: A</p> <p>Descripción de la situación seleccionada</p>	<p>Situación: B</p> <p>Descripción de la situación seleccionada</p>	<p>Situación: C</p> <p>Descripción de la situación seleccionada.</p>

Momento 3

		
<p>Situación: A</p> <p>Descripción de la situación seleccionada.</p>	<p>Situación: B</p> <p>Descripción de la situación seleccionada</p>	<p>Situación: C</p> <p>Descripción de la situación seleccionada</p>