DISEÑO DE UN VIDEO EDUCATIVO IDÓNEO Y UNA TAREA ASOCIADA QUE FAVORECEN LA ARGUMENTACIÓN DEL TEOREMA DE PITÁGORAS

Presentado por:

Andrés Felipe Suárez Cruz
Carlos Fernando Zubieta Huertas

Asesorado por:

Mg. John Alejandro Mendoza Rodríguez

Universidad Pedagógica Nacional
Facultad de Ciencia y Tecnología
Departamento de Matemáticas
Maestría en Docencia de la Matemática

Bogotá DC., 2025

DISEÑO DE UN VIDEO EDUCATIVO IDÓNEO Y UNA TAREA ASOCIADA QUE FAVORECEN LA ARGUMENTACIÓN DEL TEOREMA DE PITÁGORAS

Presentado por:

Andrés Felipe Suárez Cruz
C.C. 1012446427
CÓD. 2023185018

Carlos Fernando Zubieta Huertas
C.C. 1018470638
CÓD. 2023185023

Trabajo de grado para optar por el título de
Magister en Docencia de la Matemática

Asesorado por:

Mg. John Alejandro Mendoza Rodríguez

Universidad Pedagógica Nacional
Facultad de Ciencia y Tecnología
Departamento de Matemáticas
Maestría en Docencia de la Matemática
Bogotá DC., 2025

Dedicatoria

Quiero dedicar este trabajo a mis padres, Isaac y Esperanza, quienes siempre creyeron en mí, gracias por hacer posible lo que un día fue un sueño.

Agradecimientos

En primer lugar, quiero expresar mi más sincero agradecimiento a mis padres y a mi hermana Kaedexu, quienes siempre estuvieron ahí brindándome apoyo emocional, ayudándome en lo cotidiano, escuchándome en cada momento y, por qué no decirlo, aguantándome en los días más difíciles. Sin su amor y comprensión, este camino hubiera sido imposible.

También quiero agradecer profundamente a mi compañero de tesis, Fernando Zubieta. Sin su talento, dedicación y amistad, no hubiera sido posible llevar a cabo un trabajo de este nivel. Este proyecto no solo marcó el cierre de un ciclo académico, sino también el fortalecimiento de una amistad genuina y desinteresada. Si algo aprendí de esta experiencia es que puedo contar con él, tanto en lo personal como académico. Desde la licenciatura hasta ahora, su compañía ha sido invaluable.

Un agradecimiento especial a nuestro tutor, el profesor Alejandro Mendoza, por su paciencia, acompañamiento y orientación constante durante todo el proceso.

Agradezco también al profe Óscar Molina, quien desde el pregrado sembró en nosotros la motivación por seguir formándonos académicamente. Sus enseñanzas y su forma de realizar las producciones académicas han sido indispensables en este trayecto y se reflejan claramente en este trabajo. Su pasión por la geometría me inspiró a elegir esta línea de investigación como mi favorita.

A la profe Lyda Mora, por enseñarme que la pedagogía debe ir de la mano del amor y la vocación, sin amor esto de enseñar las matemáticas no tiene sentido.

A la profe Claudia Vargas, por sus oportunos consejos y orientación en los aspectos administrativos del proceso formativo. Perdón por todos esos mensajes a horas "no muy adecuadas", ¡pero gracias por siempre responder!

Al profe Orlando Aya, le tengo un cariño especial desde nuestras primeras clases en la universidad. Admiré siempre su capacidad para explicar con claridad el cálculo, logrando hacer accesibles conceptos complejos. Me alegra que haya mostrado interés en nuestro trabajo y nos haya apoyado académicamente.

A mis estudiantes, quienes aceptaron participar en este proyecto con entusiasmo y compromiso. Gracias por su esfuerzo, por su disposición y por entender la importancia de este trabajo.

Y finalmente, pero no menos importante: a mí mismo. Me agradezco por creer que todo esto iba a ser posible, por arriesgarme, por sacrificarme, por dedicar los mejores años de mi vida a mi proyecto más importante. Por no rendirme a pesar de las dudas y los miedos, por seguir creciendo y enfrentando cada reto con resiliencia y determinación.

Andrés Felipe Suárez Cruz.

Dedicatoria.

A mi mami, María Eugenia; mis hermanas, Alejandra y Luisa; por todo su amor e incondicional apoyo.

Agradecimientos.

A quienes me apoyaron para alcanzar este logro.

Fernando Zubieta Huertas.

Contenido

Introducción 1
Capítulo 1. Delimitación del problema 3
1.1. Antecedentes 3
1.2. Problemática 6
1.3. Justificación 6
1.4. Objetivos 8
1.4.1. Objetivo general 8
1.4.2. Objetivos específicos 8
Capítulo 2. Marco teórico 10
2.1. Videos Educativos 10
2.1.1. Tecnología Digital – Video Educativo 10
2.1.2. El Video como medio Didáctico 11
2.2. Idoneidad Didáctica 12
2.2.1. Faceta Epistémica 14
2.2.2. Faceta Cognitiva 15
2.2.3. Faceta Mediacional 16
2.3. Argumento 17
2.3.1 Tareas que favorecen la argumentación 18
2.4. Teorema de Pitágoras 19
2.4.1. Concepciones 20
2.4.2. Argumentos Geométricos 22
Capítulo 3. Estrategia Investigativa 25
3.1. Fase 1: Formulación de la conjetura 26
3.2. Fase 2: Diseño del Video Educativo y la tarea de argumentación asociada .. 26
3.2.1. Etapa 1: Adaptación de los criterios de Idoneidad Didáctica 26
3.2.2. Etapa 2: Creación del video 32
3.2.3. Etapa 3: Creación de la tarea 52

3.3. Fase 3: Aplicación del Video y la Tarea 54
3.4 Fase 4: Análisis de la aplicación 57
3.4.1 Análisis de la aplicación de la tarea. 60
3.5 Fase 5: Consideraciones para el rediseño 68
3.6 Fase 6: Resultados y análisis 74
Capítulo 4. Conclusiones 77
4.1 Relativas a los objetivos..77
4.2 Relativas a la conjetura 78
4.3 Relativas al diseño del video 78
4.4 Relativas a la producción de argumentos 79
4.5 Relativas a la formación profesional..80
4.6 Relativas a nuestro aporte y sus limitaciones..81
Referencias..83
Anexos 86
Anexo 1 - Argumento a partir de la división de unidades de medida 86
Anexo 2 - Argumento a partir de transformaciones 93
Anexo 3 - Argumento de Perigal a partir de la división de composición y descomposición de partes 98
Anexo 4 – Tarea del video..102
Anexo 5 – Tarea del video corregida 106

Índice de Figuras

Figura 1-1. Componentes de la Idoneidad Epistémica para los objetos primarios relativos a videos sobre demostración del $T.P$. 4
Figura 2-1. Dimensiones de Idoneidad Didáctica. 13
Figura 2-2. Representación gráfica del $T.P$ como relación entre áreas. 20
Figura 2-3. Representación gráfica del $T.P$ como relación entre medida de lados...20
Figura 2-4. Material Concreto del $T.P$ como relación entre áreas.........................21
Figura 2-5. Argumento a partir de la división en unidades de medida. 22
Figura 2-6. Argumento de Perigal a partir de descomposición y composición de partes...23
Figura 2-7. Argumento de Euclides a partir de las transformaciones......................24
Figura 3-1. Esquema de la implementación del Experimento de Enseñanza. 25
Figura 3-2. Captura de pantalla I..39
Figura 3-3. Captura de pantalla II. 40
Figura 3-4. Captura de pantalla III. 41
Figura 3-5. Captura de pantalla IV. 41
Figura 3-6. Captura de pantalla V. 42
Figura 3-7. Captura de pantalla VI. 43
Figura 3-8. Captura de pantalla VII...43
Figura 3-9. Captura de pantalla VIII. 44
Figura 3-10. Captura de pantalla IX. 45
Figura 3-11. Captura de pantalla X..46
Figura 3-12. Captura de pantalla XI. 46
Figura 3-13. Captura de pantalla XIV...47
Figura 3-14. Captura de pantalla XV. 48
Figura 3-15. Captura de pantalla XVII. 49
Figura 3-16. Primera figura de la tarea. 52
Figura 3-17. Segunda figura de la tarea..52
Figura 3-18. Tercera figura de la tarea. 52
Figura 3-19. Desarrollo de la primera instrucción de primer y segundo ítem..........55
Figura 3-20. Desarrollo de la cuarta instrucción 56
Figura 3-21. Respuesta del punto 4 de la tarea - Grupo 1......................................61
Figura 3-22. Respuesta del punto 4 de la tarea - Grupo 2......................................62
Figura 3-23. Respuesta del punto 4 de la tarea - Grupo 3......................................63

Figura 3-24. Respuesta del punto 4 de la tarea - Grupo 4. 64
Figura 3-25. Respuesta del punto 4 de la tarea - Grupo 5. 66
Figura 3-26. Respuesta del punto 4 de la tarea - Grupo 6. 67
Figura 3-27. Corrección de la ilustración del $T.P$ 69
Figura 3-28. Primera añadidura al video. 70
Figura 3-29. Segunda añadidura al video 70
Figura 3-30. Tercera añadidura al video. 71
Figura 3-31. Cuarta añadidura al video. 71
Figura 3-32. Quinta añadidura al video. 72
Figura 3-33. Sexta añadidura al video. 73
Figura 3-34. Gráfico de los niveles de aserción y razones de los resultados de la tarea. 75

Índice de Tablas

Tabla 1. Componentes e Indicadores de Idoneidad Epistémica 15
Tabla 2. Componentes e Indicadores de Idoneidad Cognitiva 15
Tabla 3. Componentes e Indicadores de Idoneidad Mediacional 16
Tabla 4. Pautas relativas al enunciado de una tarea de argumentación. 19
Tabla 5. Concepciones del $T.P$ y representaciones asociadas. 20
Tabla 6. Indicadores de Idoneidad Epistémica de los principales componentes asociados al $T.P$ 29
Tabla 7. Componentes de Idoneidad Cognitiva asociados al $T.P$ 31
Tabla 8. Componentes de Idoneidad Mediacional asociados al $T.P$ 32
Tabla 9. Principios del Video Educativo y su adaptación a la elaboración del video. 33
Tabla 10. Análisis de los componentes de Idoneidad Epistémica asociados al $T.P$. 38
Tabla 11. Descripción de los componentes de Idoneidad Cognitiva aplicados al video del $T.P$ 50
Tabla 12. Descripción de los componentes de Idoneidad Cognitiva aplicados al video del $T.P$ 51
Tabla 13. Figuras de la tarea 52
Tabla 14. Pautas para la formulación y el análisis de enunciados de tareas que favorecen la argumentación en relación con la tarea diseñada 53
Tabla 15. Adaptación de las categorías de especialización de argumentos. 59
Tabla 16. Nivel de desarrollo de los objetivos propuestos 77

Resumen

Este trabajo de grado tiene como finalidad diseñar e implementar un video educativo junto con una tarea asociada que favorezca la producción de un argumento del Teorema de Pitágoras ($T.P$). Para evaluar y diseñar el video usamos como marco de referencia la Idoneidad Didáctica propuesta por Godino (2013), considerando sus dimensiones epistémica, cognitiva y mediacional. Para Diseñar la tarea que favorezca la producción de un argumento nos basamos en Molina et. al. (2024). La metodología empleada fue un experimento de enseñanza bajo la cual se diseñó el video y la tarea, se aplicó en un grupo de estudiantes de grado octavo y se realizó el análisis de los resultados. Los hallazgos mostraron que, aunque el video logra despertar interés y facilita la visualización geométrica del $T.P$, existen limitaciones en cuanto a la rigurosidad matemática del lenguaje utilizado y la redacción de posibles argumentos por parte de los estudiantes. Se concluyó que implementando un video diseñado bajo los criterios de Idoneidad Didáctica se puede favorecer la argumentación.

Palabras clave: Video Educativo, Idoneidad Didáctica, Argumentación Matemática, Teorema de Pitágoras

Abstract

This thesis aims to design and implement an educational video along with an associated task that promotes the production of an argument for the Pythagorean Theorem ($T.P.$). To evaluate and design the video, we used the Didactic Suitability framework proposed by Godino (2013), considering its epistemic, cognitive, and mediational dimensions. For designing the task that promotes the production of an argument, we based our work on Molina et al. (2024). The methodology employed was a teaching experiment, under which the video and the task were designed, applied to a group of eighth-grade students, and the results were analyzed. The findings showed that, although the video successfully awakens interest and facilitates the geometric visualization of the $T.P.$, there are limitations regarding the mathematical rigor of the language used and the drafting of possible arguments by the students. It was concluded that implementing a video designed under the criteria of Didactic Suitability can foster argumentation.

Keywords: Educational Video, Didactic Suitability, Mathematical Argumentation, Pythagorean Theorem

Introducción

En los últimos años, el uso de los Videos Educativos ha cobrado gran relevancia en el ámbito de la enseñanza de las matemáticas, debido a sus potencialidades para visualizar representaciones de conceptos abstractos, contextualizar contenidos y motivar a los estudiantes. Sin embargo, no todos los videos disponibles en plataformas digitales cumplen con criterios didácticos que aseguren su pertinencia para el proceso de enseñanza-aprendizaje. Es por ello por lo que surge la necesidad de diseñar recursos educativos que no solo capten la atención del estudiante, sino que además favorezcan aprendizajes significativos, promoviendo procesos como la argumentación matemática.

Este trabajo se centra en el diseño e implementación de un Video Educativo acompañado de una tarea asociada orientada a promover la argumentación en torno al Teorema de Pitágoras ($T.P$) en estudiantes de grado octavo. Para garantizar la calidad didáctica del material desarrollado, se utiliza el marco de la Idoneidad Didáctica propuesto por Godino (2013), el cual permite evaluar diferentes dimensiones del proceso de instrucción: epistémica, cognitiva y mediacional. Este enfoque brinda herramientas para analizar si el video y la tarea están alineados con los significados institucionales pretendidos, son adecuados al nivel de los estudiantes y utilizan recursos y contextos que favorecen el aprendizaje.

La argumentación en matemáticas es considerada una práctica necesaria para la comprensión y construcción del conocimiento matemático. En este sentido, el video busca generar espacios para que los estudiantes identifiquen, produzcan y comuniquen argumentos geométricos relacionados con el $T.P$, apoyándose en representaciones gráficas, simbólicas y verbales. La tarea asociada al video tiene como finalidad reportar si hubo producción de argumentos a partir de situaciones problemáticas realistas.

El estudio se desarrolla bajo una estrategia metodológica inspirada en el experimento de enseñanza, estructurada en varias fases: formulación de la conjetura, diseño del video y la tarea, aplicación, análisis de resultados y rediseño. Durante el proceso, se adaptaron los criterios de Idoneidad Didáctica al objeto Teorema de Pitágoras, siguiendo las recomendaciones curriculares establecidas en los Estándares Básicos de Competencias (2006) y los Derechos Básicos de Aprendizaje del Ministerio de Educación Nacional (2016).

A través de este trabajo se espera contribuir al diseño de materiales educativos que integren la tecnología digital y prácticas pedagógicas innovadoras, con base en fundamentos teóricos sólidos, para favorecer la producción de argumentos en la escuela.

Capítulo 1. Delimitación del problema

En este capítulo presentamos la delimitación del problema a partir de: *i*) unos antecedentes en relación con la Idoneidad Didáctica de Videos Educativos disponibles en línea; *ii*) la problemática identificada en los antecedentes; *iii*) la justificación de la importancia del porqué realizar este Trabajo de Grado en términos de la pertinencia, la relevancia y lo oportuno; *iv*) los objetivos general y específicos de este escrito.

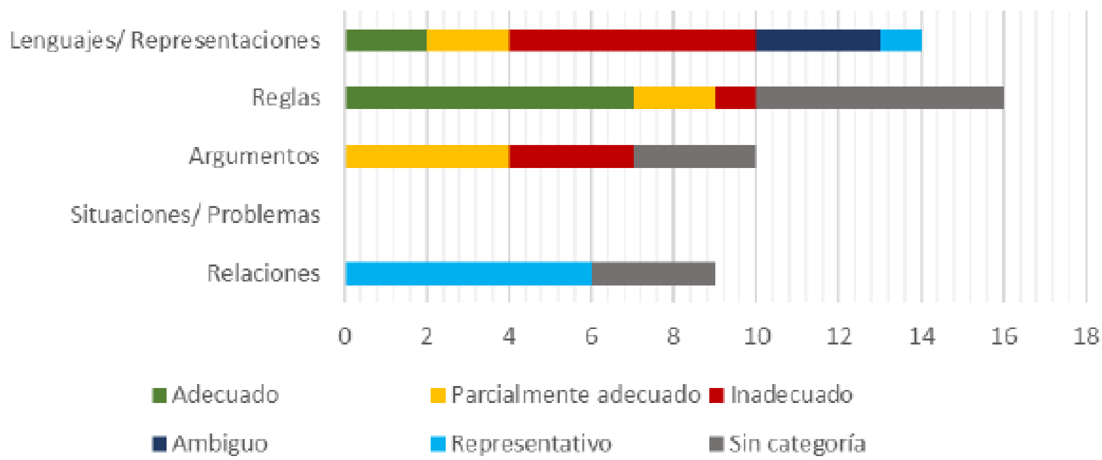
1.1. Antecedentes

En Suárez y Zubieta (2022), realizamos un análisis de la Idoneidad Epistémica de videos en YouTube asociados al Teorema de Pitágoras ($T.P$). Para ello, nos basamos en la propuesta de Beltrán-Pellicier, Giacomone y Burgos (2018), en la cual analizan la Idoneidad Epistémica (desde la perspectiva del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática (EOS)) de videos asociados a reparticiones proporcionales. Con base en este modelo propusimos analizar cualitativamente la Idoneidad Epistémica de los videos más populares de YouTube relacionados con el $T.P$, para esto adaptamos los descriptores de los criterios de idoneidad epistémica propuestos por el EOS al $T.P$ y los usamos como herramienta de análisis de los videos.

Presentamos la metodología en tres fases, guiándonos por la propuesta de Beltrán-Pellicer et al. (2018). En la primera determinamos doce videos (tres por cada asunto clave de búsqueda -explicación, demostración, aplicación y generalización-) que fueron seleccionados usando los filtros que ofrece la plataforma YouTube. En la segunda fase identificamos los objetos primarios involucrados en los videos, y a partir de estos, adaptamos y codificamos los indicadores y descriptores de Idoneidad Epistémica al $T.P$. En la última fase realizamos el análisis de Idoneidad Epistémica de los videos usando los códigos de los indicadores y descriptores, y describiendo cada uno de estos.

Presentamos los resultados panorámicos de los análisis, organizando la información obtenida en diagramas de barras horizontales con el propósito de vislumbrar los objetos primarios y los componentes asociados a estos; esto lo hicimos para cada aproximación conceptual del $T.P.$ (concepciones, argumentos, situaciones y generalizaciones). En la Figura 1-1 mostramos, como ejemplo, el gráfico realizado para la aproximación conceptual por argumentos. En el eje vertical se encuentran dispuestos los objetos primarios de Idoneidad Epistémica, en el eje horizontal la cantidad total de veces que fue posible identificar la presencia de dichos objetos en los videos analizados.

Figura 1-1. Componentes de la Idoneidad Epistémica para los objetos primarios relativos a videos sobre demostración del $T.P$.



Fuente: Tomado de Suárez y Zubieta (2022).

Del diagrama anterior pudimos decir que de los tres videos analizados que tratan argumentos del $T.P$: *i)* los Lenguajes/Representaciones involucrados en su mayoría son inadecuados ya que usan representaciones gráficas que matemáticamente no son rigurosas y hay ambigüedad en el uso del cateto y la hipotenusa como segmentos o como la medida de la longitud de los segmentos; *ii)* lo inadecuado de las reglas hace referencia a la no rigurosidad procedimental o a la no indicación de la propiedades que permiten sustentar algún paso en el argumento presentado. Cabe resaltar que hubo un esfuerzo por producir argumentos que sustentaran la valides del $T.P$, pero estos eran de un solo tipo (división de los cuadrados en unidades de medida), lo que implica poca representatividad.

En relación con los resultados del análisis presentamos como conclusiones que: *i)* la comunicación verbal en el marco de un discurso matemático no es idónea al no haber rigurosidad en el uso de expresiones o términos especializados; *ii)* el uso de proposiciones no es adecuado al no explicitar las propiedades que se usan para llevar a cabo los procedimientos involucrados; *iii)* si bien hay un interés por explicar procedimientos para argumentar la validez del $T.P.$ hay laxitud e incluso el no uso de proposiciones para sustentar ideas; *iv*) valoramos la intención de usar diferentes tipos de representaciones, pero estas no son idóneas al no ser rigurosas; *v)* valoramos la intención del uso de material concreto o geometría dinámica para presentar argumentos que sustenten la validez del $T.P$, pero el uso no es idóneo, al no ser coherentes con la concepción del $T.P$ que pretende argumentar, al involucrar argumentos de tipo inductivo que fomentan la mera aceptación del $T.P$ sin promover la búsqueda de argumentos; *vi)* reconocemos que la representatividad de las aproximaciones conceptuales y sus tipos es limitada, ya que en la mayoría de los videos se alude a un solo tipo de una única aproximación, en especial para los argumentos comentamos que sin duda los videos analizados no son idóneos en cuanto a representatividad ya que abordan un solo tipo de argumento del $T.P$.

Para esta nueva investigación, retomamos los criterios de idoneidad epistémica, previamente adaptados al $T.P.$ en Suárez y Zubieta (2022), pero ahora orientados específicamente hacia su utilización en el diseño de Videos Educativos. En este sentido, los descriptores e indicadores de idoneidad epistémica no se emplearon únicamente como herramienta de análisis, sino como guía para la planificación y elaboración del Video Educativo.

A la vez, a partir de los resultados y conclusiones presentados en Suárez y Zubieta (2022), nos surge la inquietud de revisar qué otros autores han realizado análisis de idoneidad epistémica de videos disponibles en línea y cuáles fueron sus resultados y conclusiones, en particular, los relacionados con el objeto primario argumentos.

En Beltrán-Pellicer et al. (2018) se analizó la Idoneidad Epistémica de treinta y un videos de YouTube asociados a los repartos inversamente proporcionales o compuestos. Respecto al objeto primario de argumentos, los autores afirman que los videos no son idóneos ya que no se justifica la elección de los procedimientos involucrados, tampoco la necesidad de una definición y cuando se realiza una comprobación de la solución, el argumento destinado a verificarla suele incluir una condición necesaria, pero no suficiente.

En Muñiz-Rodríguez, Castaño y Rodríguez Muñiz (2021) se analizó la Idoneidad Didáctica de dieciséis videos educativos sobre probabilidad elaborados por estudiantes para maestro. Respecto al objeto primario de argumentos, los autores afirman que la mayoría de los vídeos presentaron explicaciones, comprobaciones o demostraciones adecuadas al nivel educativo al que se dirigen, aunque se redujo la idoneidad de aquellos que omitían argumentos como calcular la probabilidad de un suceso compuesto sin explicar la operación lógica que interviene en el proceso. Por otro lado, no se encontraron simulaciones para mostrar la estabilidad de las frecuencias relativas y hubo escasez de situaciones donde el alumno tuviera que argumentar.

En Santamaría (2022) se analizó la Idoneidad Epistémica de ocho videos de YouTube asociados a la semejanza de triángulos, respecto al objeto primario de argumentos el autor afirma que los videos no son idóneos ya que no se sustentan los argumentos involucrados y no hay representatividad de estos, al no hacer referencia a asuntos claves de la semejanza como lo son los criterios o el Teorema de Tales.

A partir de la literatura revisada, es posible establecer como marco de referencia que las dificultades identificadas en Suárez y Zubieta (2022) respecto al objeto primario argumentos no son particulares del $T.P.$, sino que constituyen un patrón recurrente en distintos contenidos matemáticos abordados en Videos Educativos disponibles en línea.

1.2. Problemática

De lo presentado en la sección anterior, podemos concluir que los videos disponibles en línea, que fueron analizados, no son idóneos en relación con la Idoneidad Epistémica, en particular para el objeto primario argumento, ya que no explicitan o sustentan los argumentos involucrados.

A partir de esto nos surgen dos inquietudes: la primera, en relación con cómo los criterios de Idoneidad Didáctica pueden favorecer el diseño de videos que sean idóneos, en específico para el objeto primario argumentos; la segunda, cómo esos videos pueden suscitar la producción de argumentos, en nuestro caso, para el constructo de nuestro interés, el $T.P$.

De acuerdo con esto, planteamos las siguientes dos preguntas de investigación:

> *¿Cómo diseñar videos educativos idóneos que favorezcan la producción de argumentos del $T.P$? ¿Cómo evidenciar la producción de esos argumentos?*

1.3. Justificación

En esta sección presentamos la justificación que motivó la realización de este trabajo de grado de Maestría (con énfasis en tecnología digital), aludiendo a lo pertinente, relevante y oportuno de diseñar videos y actividades asociadas a estos, que favorezcan los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, específicamente el de la argumentación.

La pertinencia de este trabajo de grado se consolida al abordar de manera precisa las directrices curriculares presentes en los EBC (MEN, 2006) y los DBA (MEN, 2016) en relación con la enseñanza del $T.P$.

En el primer documento curricular mencionado, encontramos que, al finalizar el cuarto ciclo (octavo a noveno), se espera que los estudiantes reconozcan y contrasten propiedades y relaciones geométricas utilizadas en demostración de teoremas básicos como Pitágoras y Tales (MEN, 2006). En los DBA (MEN, 2016) para grado octavo, encontramos que el séptimo derecho básico establece que los estudiantes deben ser capaces de identificar regularidades y argumentar propiedades de figuras geométricas a partir de teoremas y aplicarlos en situaciones reales, este aprendizaje será posible evidenciarlo cuando el estudiante: i) describa teoremas y argumente su validez a través de diferentes recursos (software, tangram, papel, entre otros), ii) argumente la relación pitagórica por medio de construcción al utilizar material concreto, iii) reconozca relaciones geométricas al utilizar el $T.P$ y Tales, entre otros, iv) aplique el $T.P$ para calcular la medida de cualquier lado de un triángulo rectángulo y, v) resuelva problemas utilizando teoremas básicos.

Consideramos que nuestra propuesta apunta a atender las evidencias de aprendizaje mencionadas, dado que: i) nuestras actividades están asociadas a videos (software) que serán un insumo para que los estudiantes puedan generar argumentos del $T.P$, ii) utilizamos el tipo de argumento descomposición y composición de partes del Teorema (Suarez y Zubieta, 2022), el cual permite argumentar este constructo por medio de rompecabezas (material concreto), iii) al abordar argumentos del $T.P$ de tipo geométrico, la relación geométrica involucrada es la de áreas, iv y v) aunque nuestro enfoque sea la argumentación del Teorema, reconocemos que será necesario aludir a algunas situaciones puramente matemáticas.

La relevancia de nuestro trabajo de grado se fundamenta en la integración de un video, una herramienta ampliamente reconocida en la actualidad, que ha adquirido una destacada importancia dentro de la comunidad académica. En respaldo a esta afirmación, a continuación, presentamos algunas investigaciones recientes, publicadas en los últimos dos años, que están estrechamente vinculadas al uso de videos educativos en el ámbito de las matemáticas. Este respaldo documental no solo valida la relevancia de nuestra investigación en el contexto actual, sino que también muestra cómo estamos alineados con las tendencias y enfoques contemporáneos en el campo educativo.

Según Malvasi y Hueso (2023), los estudiantes utilizan YouTube como recurso de consulta y ayuda para comprender las matemáticas en niveles educativos de secundaria. Estos autores plantean como objetivo de su investigación establecer un proceso de selección que permita identificar un conjunto de videos pedagógicos y didácticos de matemáticas destinados al nivel educativo de secundaria.

Según Ríos (2023), los alumnos de secundaria comúnmente recurren a videos educativos de matemáticas que se encuentran en internet. En esta investigación el autor analiza la producción científica relacionada con estos recursos didácticos, presenta un instrumento validado para su evaluación, y elabora y publica un catálogo de videos de acceso gratuito en YouTube, organizados de acuerdo con la indexación curricular.

En síntesis, este trabajo de grado es relevante dado que, en el campo de la educación matemática, diversas investigaciones han surgido con el propósito de analizar y evaluar videos educativos. Este interés refleja la creciente importancia de comprender cómo estos recursos audiovisuales impactan en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

1.4. Objetivos

Teniendo en cuenta los antecedentes y la justificación presentados en las secciones anteriores, presentamos los alcances de investigación de este trabajo, expuestos en un objetivo general y cuatro objetivos específicos.

1.4.1. Objetivo general

Diseñar e implementar un Video Educativo idóneo a partir de los criterios de Idoneidad Didáctica, que promuevan la producción de argumentos del $T.P$ en estudiantes de grado octavo.

1.4.2. Objetivos específicos

I. Adaptar los criterios de Idoneidad Didáctica, en específico en sus facetas Epistémica, Cognitiva y Mediacional, para el diseño del video sobre el $T.P$.
II. Diseñar un video y una tarea que permitan evidenciar la producción de argumentos del $T.P$.
III. Analizar los argumentos producidos por los estudiantes de grado octavo, luego de la aplicación del video educativo y la tarea asociada.

IV. Adecuar el video y la tarea propuesta de acuerdo con los resultados obtenidos para mejorar su Idoneidad Didáctica.

Capítulo 2. Marco teórico

En este capítulo presentamos los referentes teóricos que fundamentaron nuestra propuesta: *i*) el Video Educativo y su papel como Tecnología Digital en la Educación Matemática; *ii*) la Idoneidad Didáctica propuesta por el EOS, en particular las facetas epistémica, cognitiva y mediacional; *iii*) la postura sobre Argumentación y Argumento propuesta por el Grupo de Aprendizaje y Enseñanza de la Geometría de la Universidad Pedagógica Nacional, y; *iv*) los argumentos de tipo geométrico del ***T.P.***

2.1. Videos Educativos

Para entender cuál es el rol del Video Educativo como Tecnología Digital en la Educación Matemática, en el primer apartado presentamos nuestra concepción de Tecnología Digital Educativa según lo propuesto por Anaya (1997) y de Video Educativo basados en la recopilación de Ríos (2023); en el segundo apartado, explicamos por qué consideramos el video como un medio didáctico, siendo este su papel en la educación matemática.

2.1.1. Tecnología Digital – Video Educativo

Para comprender el papel del Video Educativo en la Tecnología Digital Educativa, primero definimos nuestra postura en relación con la tecnología digital, y posteriormente qué entendemos por Video Educativo.

Existen diferentes posturas sobre lo que es un Video Educativo (también llamado video didáctico, video lección, etc.). Por ejemplo, Bravo (1996, como se citó en Ríos, 2023), define el Video Educativo como aquel que se utiliza con fines educativos y que cumple un objetivo previamente establecido. Para Cabero (2001, como se citó en Ríos, 2023), el Video Educativo es un recurso diseñado y producido específicamente para transmitir contenidos curriculares, habilidades o actividades.

Desde nuestra experiencia personal consideramos que incluso videos que inicialmente no fueron diseñados como videos educativos pueden ser usados en dicho contexto. Las posturas de video educativo presentadas anteriormente resultan coherentes y compatibles con esta mirada amplia. Por lo tanto, nosotros nos guiamos por Navarrete et al. (2025) en donde el Video Educativo se entiende como un medio audiovisual que, mediante su diseño (audio, visual, texto, interactividad, producción, etc.), puede apoyar procesos de enseñanza/aprendizaje.

2.1.2. El Video como medio Didáctico

Según Anaya (1997), el Video Educativo ha adquirido relevancia en el ámbito educativo debido a sus múltiples posibilidades y potencialidades didácticas. Este recurso integra medios audiovisuales, lo que permite ofrecer retroalimentación inmediata y fomenta la autonomía en la reproducción del contenido. Sin embargo, su función en la educación debe entenderse como un conjunto de herramientas tecnológicas que nos permiten almacenar, elaborar y presentar información a los estudiantes. Para ello, se aprovechan tanto las características técnicas como simbólicas del video, así como las interacciones que se generan entre estos elementos y los estudiantes. Todo esto se desarrolla en un contexto escolar específico y responde a un plan curricular que configura y determina su uso.

Por lo tanto, lo más importante del video como herramienta educativa no son sus características técnicas, que favorecen la personalización de la enseñanza al permitir que cada estudiante avance a su propio ritmo. Lo más importante, es el uso de los sistemas simbólicos de la geometría, la interacción del estudiante con la argumentación —que es una de las habilidades cognitivas— y la integración de este video en el plan curricular de la institución.

El video, como integrador de medios audiovisuales, ofrece la ventaja adicional de combinar sus sistemas simbólicos. Esto nos lleva a reconocer que la importancia de estos sistemas no solo radica en sus posibilidades expresivas, sino, sobre todo, en su función como elementos mediadores y suplantadores de las habilidades cognitivas que el estudiante debe desarrollar. En este sentido, el rol del video que se diseñará en este trabajo de grado será mediar de habilidades cognitivas será facilitar la producción del argumento, mientras que su función como suplantador consistirá en representar geométricamente los argumentos del Teorema de Pitágoras.

Otra ventaja es que ofrece grandes posibilidades instruccionales, pues permitirá la utilización y diseño de mensajes que, manteniendo constantes sus contenidos y pragmáticas de uso, modifiquen sus elementos sintácticos y semánticos para adaptarlo a las características cognitivas del estudiante. También permitirá incrementar nuestro conocimiento sobre cómo los estudiantes fijan la atención en ciertos estímulos videográficos y transfieren la información a su estructura cognitiva, es decir, cómo llegan a aprender.

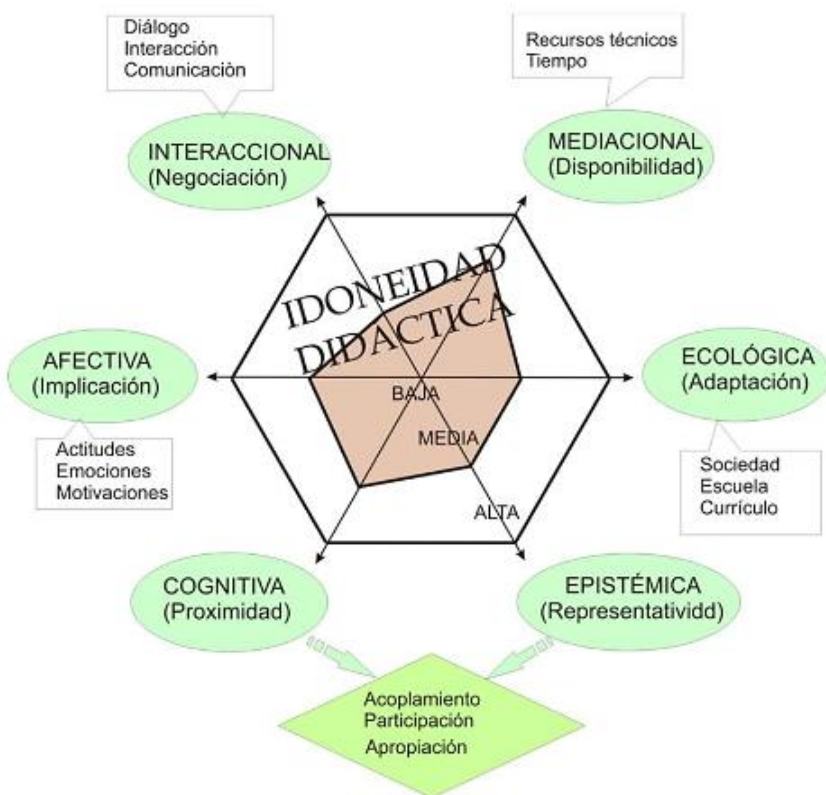
2.2. Idoneidad Didáctica

Según el EOS, la Idoneidad Didáctica de un proceso de instrucción se define como el grado en que dicho proceso (o una parte de este) reúne ciertas características que permiten calificarlo como óptimo o adecuado para conseguir la adaptación entre los significados personales logrados por los estudiantes (aprendizaje) y los significados institucionales pretendidos o implementados (enseñanza), teniendo en cuenta las circunstancias y recursos disponibles (entorno).

Esta teoría es una herramienta que permite el paso de una didáctica descriptiva a otra prescriptiva, al proporcionar un sistema de criterios de intervención sobre los cuales existe un consenso en la comunidad de Educación Matemática. Consideramos que estos criterios son útiles para el diseño y la evaluación de material pedagógico, pues estos nos permiten subsanar errores que hemos identificado gracias a dichos criterios.

La teoría de la Idoneidad Didáctica es una teoría de diseño instruccional que aporta principios y criterios generales para orientar los procesos de enseñanza y aprendizaje. Esta teoría se define como la articulación coherente y sistémica de seis dimensiones (epistémica, cognitiva, interaccional, mediacional, afectiva y ecológica) para las cuales propone una serie de componentes e indicadores de Idoneidad Didáctica.

Figura 2-1. Dimensiones de Idoneidad Didáctica.



Fuente: Tomado de Godino (2013).

Dichos indicadores de Idoneidad Didáctica pueden ser aplicados a la planificación y desarrollo de una unidad didáctica, o de forma más general, al desarrollo de un curso o una propuesta curricular. Estos también pueden ser aplicados para el análisis de procesos de estudio, material didáctico o respuestas de estudiantes a tareas específicas.

El proceso tecnológico puede tener un impacto significativo en la capacidad de abordar distintos tipos de problemas y en la configuración de objetos y procesos relacionados. Esto, a su vez, da lugar a la aparición de nuevas formas de representación, argumentación y generalización, entre otros aspectos relevantes. En este contexto, Godino (2013) propone una serie de componentes e indicadores de idoneidad de interacciones entre facetas, de los cuales nos enfocamos en la interacción denominada Epistémica-cognitiva-mediacional. Esta interacción se relaciona con el indicador "el uso de recursos tecnológicos puede generar cambios positivos en varios aspectos, incluyendo el contenido de enseñanza, los modos de interacción, la motivación y el proceso de aprendizaje de los estudiantes" (p. 127). Estos cambios son coherentes con el enfoque de nuestra maestría. Por lo tanto, hemos tomado la decisión de utilizar específicamente las facetas epistémica, cognitiva y mediacional.

En la Figura 2-1 se puede observar que las dimensiones cognitiva y epistémica se sitúan en la base del hexágono, dado que el proceso de aprendizaje se centra en el desarrollo de conocimientos específicos y las demás dimensiones cumplen la función de "apoyo" de este proceso. Los conocimientos específicos que se pretenden desarrollar se centran en la construcción de significados y en las situaciones problemas que permiten contextualizarlos y personalizarlos. Los significados son entendidos en términos de prácticas operativas y discursivas y supone además el reconocimiento e interrelación de los objetos que intervienen en dichas prácticas (situaciones problemas, lenguajes, reglas -definiciones, proposiciones y procedimientos-, argumentos y relaciones).

La Idoneidad Epistémica se refiere al grado de representatividad de los significados institucionales implementados o pretendidos, respecto de un significado de referencia; la Idoneidad Cognitiva, expresa el grado en que los significados pretendidos/implementados estén en la zona de desarrollo potencial de los alumnos, así como la proximidad de los significados personales logrados a los significados pretendidos/implementados. La Idoneidad Mediacional, se corresponde con el grado de disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y temporales necesarios para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje.

El EOS concibe el aprendizaje como la apropiación de los significados institucionales pretendidos por parte de los estudiantes, mediante la participación en la comunidad de clase, esto supone la conexión progresiva entre los significados personales iniciales de los estudiantes y los significados institucionales pretendidos.

En las secciones 2.2.1 hasta 2.2.3 presentamos (para cada una de las facetas que decidimos utilizar) una descripción de cada faceta, con su respectiva tabla de componentes e indicadores.

2.2.1. Faceta Epistémica

Según el EOS (Godino, 2013; Breda *et al.*, 2018) esta faceta hace referencia al nivel de representatividad de los significados institucionales implementados, respecto de un significado de referencia. Para realizar el diseño de material educativo idóneo, se requieren unas directrices (indicadores) claras que permitan identificar las características de un proceso formativo, y así, poder juzgar si el proceso formativo es o no idóneo. En la Tabla 1 se presentan los indicadores y componentes de la idoneidad epistémica:

Tabla 1. Componentes e Indicadores de Idoneidad Epistémica

Componentes	Indicadores
Situaciones – problemas	• Se presenta una muestra representativa y articulada de situaciones de contextualización, ejercitación y aplicación. • Se proponen situaciones de generación de problemas (problematización).
Lenguajes	• Uso de diferentes modos de expresión matemática (verbal, gráfica, simbólica...), traducciones y conversiones entre los mismas. • Nivel del lenguaje adecuado a los niños a que se dirige. • Se proponen situaciones de expresión matemática e interpretación.
Reglas (Definiciones, proposiciones, procedimientos)	• Las definiciones y procedimientos son claros y correctos, y están adaptados al nivel educativo al que se dirigen. • Se presentan los enunciados y procedimientos fundamentales del tema para el nivel educativo dado. • Se proponen situaciones donde los alumnos tengan que generar o negociar definiciones, proposiciones o procedimientos.
Argumentos	• Las explicaciones, comprobaciones y demostraciones son adecuadas al nivel educativo a que se dirigen. • Se promueven situaciones donde el alumno tenga que argumentar.
Relaciones	• Los objetos matemáticos (problemas, definiciones, proposiciones, etc.) se relacionan y conectan entre sí. • Se identifican y articulan los diversos significados de los objetos que intervienen en las prácticas.

Nota: Tomado de Godino (2013).

2.2.2. Faceta Cognitiva

Según Godino (2013), la idoneidad cognitiva es el grado en que los contenidos implementados (o pretendidos) son adecuados para los alumnos, es decir, están en la zona de desarrollo potencial de los alumnos. En la Tabla 2 se presentan los componentes e indicadores de la idoneidad cognitiva:

Tabla 2. Componentes e Indicadores de Idoneidad Cognitiva

Componentes	Indicadores
Conocimientos previos (Se tienen en cuenta los mismos elementos que para la idoneidad epistémica)	• Los alumnos tienen los conocimientos previos necesarios para el estudio del tema (bien se han estudiado anteriormente o el profesor planifica su estudio).

	• Los contenidos pretendidos se pueden alcanzar (tienen una dificultad manejable) en sus diversos componentes.
Adaptaciones curriculares a las diferencias individuales	• Se incluyen actividades de ampliación y de refuerzo. • Se promueve el acceso y el logro de todos los estudiantes.
Aprendizaje: (Se tienen en cuenta los mismos elementos que para la idoneidad epistémica: situaciones, lenguajes, conceptos, procedimientos, proposiciones, argumentos y relaciones entre los mismos)	• Los diversos modos de evaluación indican que los alumnos logran la apropiación de los conocimientos pretendidos (incluyendo comprensión y competencia). • Comprensión conceptual y proposicional; competencia comunicativa y argumentativa; fluencia procedimental; comprensión situacional; competencia metacognitiva. • La evaluación tiene en cuenta distintos niveles de comprensión y competencia. • Los resultados de las evaluaciones se difunden y usan para tomar decisiones.

Nota: Tomado de Godino (2013).

2.2.3. Faceta Mediacional

Según Godino (2013), la idoneidad mediacional es el grado de disponibilidad y adecuación de los recursos, materiales y temporales para el desarrollo del proceso de Enseñanza-Aprendizaje. En la Tabla 3 se presentan los componentes e indicadores de la idoneidad Mediacional:

Tabla 3. Componentes e Indicadores de Idoneidad Mediacional

Componentes	**Indicadores**
Recursos materiales (Manipulativos, calculadoras, ordenadores)	• Se usan materiales manipulativos e informáticos que permiten introducir buenas situaciones, lenguajes, procedimientos, argumentaciones adaptadas al contenido pretendido. • Las definiciones y propiedades son contextualizadas y motivadas, usando situaciones y modelos concretos y visualizaciones.
Número de alumnos, horario y condiciones del aula	• El número y la distribución de los alumnos permite llevar a cabo la enseñanza pretendida. • El horario del curso es apropiado (por ejemplo, no se imparten todas las sesiones a última hora). • El aula y la distribución de los alumnos es adecuada para el desarrollo del proceso instruccional pretendido.
Tiempo (De enseñanza colectiva /tutorización; tiempo de aprendizaje)	• El tiempo (presencial y no presencial) es suficiente para la enseñanza pretendida. • Se dedica suficiente tiempo a los contenidos más importantes del tema.

	• Se dedica tiempo suficiente a los contenidos que presentan más dificultad de comprensión.

Nota: Tomado de Godino (2013).

2.3. Argumento

Dada la variedad de posturas sobre argumento (Molina, 2023), nos surgió la necesidad de adoptar una postura sobre este constructo, de forma que esta nos aportara elementos que nos permitiera identificar la producción de argumentos. Decidimos adoptar la propuesta del Æ • G, dada la familiarización que tenemos con esta debido a nuestra formación académica, y a la vez, nos proporcionó fundamentos teóricos sobre tareas que favorecen la producción de argumentos

> El ***Argumento*** es una expresión discursiva expositiva, conforme a normas compartidas, que presenta una aserción y razones que la sustentan. La aserción se presenta de una de tres maneras: como una proposición (es decir, una oración de la cual puede decirse que es verdadera o falsa) que afirma o niega una idea; o en una oración en la que se plantea una postura; o en una acción física realizada con la que se expresa una idea o una postura. De la idea propuesta interesa sustentar su veracidad; de la postura planteada y de la acción realizada interesa sustentar su aceptabilidad. Las razones que sustentan o justifican la aserción pueden ser oraciones (sean o no proposiciones) o acciones. El conjunto de razones que sustentan la veracidad o la aceptabilidad de una aserción conforman la *justificación* de la aserción. (Perry et al., 2025, p. 29).

La definición de argumento propuesta por el Æ • G se basa en la definición de argumentación de Durand-Guerrier et al. (2012, como se citó en Molina, 2023), en tanto que es una expresión discursiva y debe seguir unas normas compartidas; en la estructura funcional del argumento de Toulmin según Knipping y Reid (2019, como se citó en Molina, 2023), en el uso de proposiciones y posturas mencionado por Douek (1998, como se citó en Molina, 2023) y; las acciones físicas como parte del argumento, según Krummheuer (2000, como se citó en Molina, 2023).

Esta definición está compuesta de cuatro acepciones:

- Naturaleza: El argumento es considerado una expresión discursiva expositiva.
- Lo que Involucra: Dicho argumento se genera conforme a normas compartidas.
- Elementos: El argumento está compuesto por dos elementos: *i) la aserción*, la cual puede exponerse en una proposición (es decir, una oración de la cual puede decirse

que es verdadera o falsa) que afirma o niega una idea; o en una oración en la que se plantea una postura; o en una acción física realizada; *ii) las razones*, que sustentan o justifican la aserción y estas pueden ser oraciones (sean o no proposiciones) o acciones.

- Finalidad: De la idea propuesta interesa sustentar su veracidad; de la postura planteada y de la acción realizada interesa sustentar su aceptabilidad.

2.3.1 Tareas que favorecen la argumentación

Luego de haber definido nuestra postura en relación con el constructo argumento, nos enfocamos en indagar sobre qué tipo actividades favorecen la producción de argumentos.

Según Perry et al. (2025) una tarea de argumentación es una tarea de aprendizaje cuyo enunciado tiene la intención de brindar una oportunidad para la producción y la explicitación de argumentos. A su vez una tarea de aprendizaje es la acción (o acciones) que el profesor le pide realizar a los estudiantes con la intención de brindarles una oportunidad para que logren la expectativa de aprendizaje que él ha establecido. En particular las tareas de argumentación tienen como expectativa de aprendizaje la producción y la explicitación de argumentos.

El enunciado de una tarea de aprendizaje debe estar compuesto por cuatro elementos: *i)* una *solicitud* mediante la cual se expone información de la acción que se solicita realizar, *ii)* una *situación* que expone información que sitúa la acción en un saber y práctica específicos (para este caso matemáticos), *iii)* algunas *indicaciones* que expongan sugerencias para apoyar o condiciones para acotar la ejecución de la acción, *iv)* por último, la *expectativa de aprendizaje* la cual no es explícita para los estudiantes pero un experto debería poderla descifrar a partir del enunciado.

En la Tabla 4 presentamos las pautas para la formulación y el análisis de enunciados de tareas de argumentación propuestos por Perry et al. (2025) para determinar si una tarea favorece la argumentación.

Tabla 4. Pautas relativas al enunciado de una tarea de argumentación.

Pautas para determinar si un enunciado propicia la producción de argumentos	
PA1	Lo expuesto en la situación y/o solicitud tiene potencial para generar un estado de ánimo (e. g., duda, curiosidad, incertidumbre, perturbación o controversia), que al resolverse lleva a plantear ideas o posturas.
PA2	La solicitud pide (implícita o explícitamente) plantear las ideas o posturas obtenidas a partir de PA1.
PA3	La situación presenta información relacionada con alguna definición, teorema y/o hecho que pueda ser utilizada en un argumento.
Pautas para determinar si un enunciado favorece la explicitación de argumentos	
EA1	La solicitud pide explícitamente la presentación de razones que sirvan para sustentar o refutar la veracidad de una proposición, o la aceptabilidad de una postura planteada o de una acción realizada.
EA2	Los elementos del argumento principal (dato, aserción, garantía) que puede surgir al realizar la tarea están expuestos de forma explícita, sugeridos o son solicitados en el enunciado de la tarea.
EA3	Las indicaciones son una guía que apoya la explicitación de argumentos.

Nota: Tomado de Perry et al. (2025)

Una vez expuesta nuestra postura sobre argumento, presentamos a continuación lo relativo al $T.P$, sus concepciones y diferentes formas de argumentar desde una mirada puramente geométrica, esto constituye el contenido matemático del video.

2.4. Teorema de Pitágoras

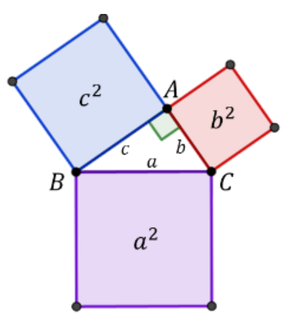
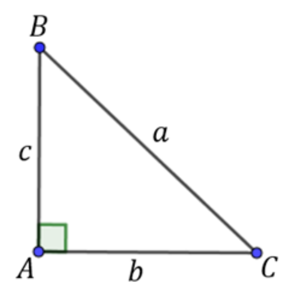
El $T.P$ es uno de los objetos matemáticos más recordados por todos aquellos que han pasado por la educación básica secundaria, tanto así, que forma parte de la cultura popular (Beltrán-Pellicer, 2022), en la cual existen dos visiones del $T.P$: una geométrica, que alude a la relación entre las áreas de los cuadrados construidos a partir de los lados de un triángulo rectángulo, y, otra aritmético-algebraica, que alude a la relación entre los números o letras que representan las longitudes de los lados de un triángulo rectángulo (Calle et al., 2023).

A partir de estas dos visiones y tomando como base la propuesta de Torres (2017) en Suárez y Zubieta (2022), propusimos cuatro aspectos centrales que pretenden presentar diferentes aproximaciones al $T.P$: concepciones, situaciones, argumentos y generalizaciones. De acuerdo con los objetivos propuestos para este trabajo de grado, a continuación, exponemos lo relativo a concepciones y argumentos del $T.P$.

2.4.1. Concepciones

El $T.P$ es posible enunciarlo a partir de dos concepciones: como una relación entre las áreas de los cuadrados construidos a partir de los lados de un triángulo rectángulo o como una relación entre las medidas de los lados de un triángulo rectángulo. A cada una de estas es posible asociarle diferentes tipos de representación: verbal, gráfica, simbólica, numérica, dinámica y en material concreto. En la Tabla 5 presentamos las diferentes representaciones asociadas a cada concepción mencionada.

Tabla 5. Concepciones del $T.P$ y representaciones asociadas.

Concepción / Representación	**Relación entre áreas**	**Relación entre medidas de lados**
Verbal	El área del cuadrado construido tomando como uno de sus lados la hipotenusa de un triángulo rectángulo es igual a la suma de las áreas de los cuadrados construidos tomando como lado, respectivamente, uno de los catetos del mismo triángulo rectángulo.	En un triángulo rectángulo, el cuadrado de la medida de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de las medidas de los catetos.
Gráfica	Figura 2-2. Representación gráfica del $T.P$ como relación entre áreas.  Fuente: Elaboración propia	Figura 2-3. Representación gráfica del $T.P$ como relación entre medida de lados  Fuente: Elaboración propia
Simbólica	Las letras mayúsculas A, B y C indican los puntos vértices del triángulo rectángulo con el ángulo A recto; las letras minúsculas a, b y c indican las medidas de la hipotenusa y los catetos respectivamente, estando directamente relacionadas con el vértice opuesto a cada segmento; las expresiones a^2, b^2 y c^2 indican el área de cada uno de los cuadrados construidos tomando como uno de sus lados la hipotenusa o uno de los catetos respectivamente. a^2, b^2 y c^2 se	Las letras mayúsculas A, B y C indican los puntos vértices del triángulo rectángulo con el ángulo A recto; las letras minúsculas a, b y c indican las medidas de la hipotenusa y los catetos respectivamente, estando estas directamente relacionadas con el vértice opuesto a cada segmento. $a, b,$ y c se relacionan mediante la igualdad $a^2 = b^2 + c^2$; siendo a^2, b^2 y c^2, los cuadrados de las medidas de la hipotenusa y los catetos, respectivamente.

	relacionan mediante la igualdad $a^2 = b^2 + c^2$.	
Numérica	Las letras minúsculas a, b y c indican números naturales diferentes de cero que satisfacen la igualdad $a^2 = b^2 + c^2$, a su vez a, b y c indican las medidas de la hipotenusa y los catetos de un triángulo rectángulo, colocando en la primera componente, el menor entre ellos. A la expresión (b, c, a) se le conoce comúnmente como *terna pitagórica*.	
Dinámica	Este es el tipo de representaciones que se pueden realizar en un software de geometría dinámica, en la cual, para un triángulo rectángulo en movimiento se debe cumplir que el área del cuadrado construido tomando como uno de sus lados la hipotenusa de un triángulo rectángulo es igual a la suma de las áreas de los cuadrados construidos tomando respectivamente como lado uno de los catetos del mismo triángulo rectángulo	Este es el tipo de representaciones que se pueden realizar en un software de geometría dinámica, en la cual, para un triángulo rectángulo en movimiento se debe cumplir que el cuadrado de la medida de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de las medidas de los catetos.
Material Concreto	Para cualquier ficha o pieza que representa un triángulo rectángulo, se debe cumplir que las fichas o piezas que representan el área del cuadrado construido tomando como uno de sus lados la hipotenusa, cubran exactamente dicha región; a su vez, que al ser reacomodadas tales fichas cubran exactamente las regiones que representan las superficies de los cuadrados construidos tomando respectivamente como lado uno de los catetos del mismo triángulo rectángulo. Figura 2-4. Material Concreto del $T.P$ como relación entre áreas.  Fuente: mumuchu.com (2020)	No nos fue posible rastrear en la literatura referencias sobre material concreto que mostrara el $T.P$ según su relación entre medidas de lados.

Nota: Tomado de Suarez y Zubieta (2022).

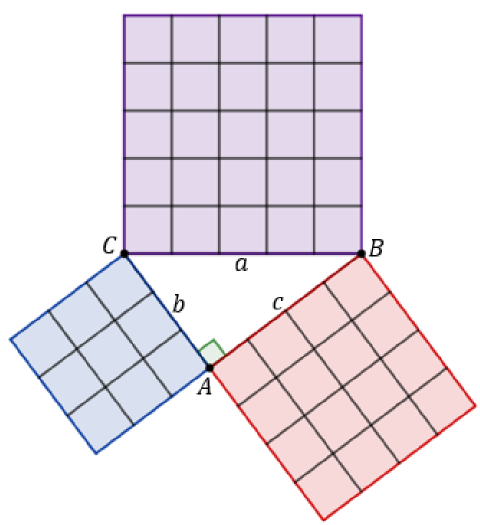
2.4.2. Argumentos Geométricos

Los Argumentos Geométricos le dan prioridad a la representación gráfica estática y al significado del teorema por áreas. Usaremos la misma clasificación de argumentos del $T.P$ presentada en Suárez y Zubieta (2022), esta es propuesta por Torres (2017) basado en (Loomis, 1968) quien clasifica estos argumentos en tres categorías, cuya descripción presentamos a continuación.

2.4.2.1. Argumentos a partir de la división en unidades de medida:

Este tipo de argumento consiste en dividir los tres cuadrados (formados con los lados del triángulo) en unidades iguales; obtenemos que la suma de las unidades en las que ha sido dividido el cuadrado construido sobre la hipotenusa es igual a la suma de las unidades en las que han dividido los cuadrados construidos sobre los catetos. La Figura 2-5 muestra un ejemplo con la terna (3,4,5) en la que se prueba gráficamente que el cuadrado de 25 unidades (cuadrado construido sobre la hipotenusa) es igual a la suma de los cuadrados de 9 y 16 unidades (cuadrados construidos sobre los catetos), es decir, $25 = 9 + 16 \therefore 5^2 = 3^2 + 4^2$.

Figura 2-5. Argumento a partir de la división en unidades de medida.

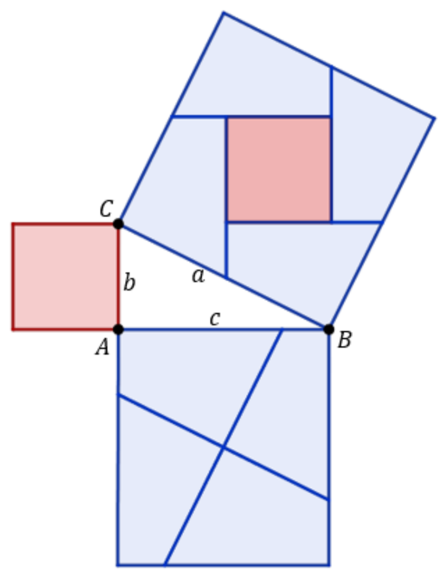


Fuente: Tomado de Suárez y Zubieta (2022).

2.4.2.2. Argumentos a partir de descomposición y composición de partes:

Este tipo de argumento consiste en descomponer en partes los cuadrados que tienen como uno de sus lados los catetos, para luego componer, a modo de rompecabezas[1], el cuadrado que tiene como uno de sus lados la hipotenusa. El procedimiento inverso también hace parte de este grupo: descomponer el cuadrado construido con base en la hipotenusa, se disponen en los cuadrados construidos con base en los catetos del triángulo rectángulo. La Figura 2-6 muestra como ejemplo de este tipo de argumento, una forma de descomposición según (Perigal, 1830, como se citó en Gonzáles, 2008):

Figura 2-6. Argumento de Perigal a partir de descomposición y composición de partes.



Fuente: Tomado de Suárez y Zubieta (2022).

2.4.2.3. Argumentos a partir de transformaciones:

Este tipo de argumentos consiste en transformar figuras que representan la misma área, con el objetivo de argumentar el Teorema. Estos argumentos, en algunas ocasiones, se acompañan de la explicitación de las cadenas deductivas implicadas. La Figura 2-7 muestra como ejemplo el argumento de (Euclides, 300 a.C.), a partir de transformaciones:

[1] Debido a la composición es que el argumento también es conocido como rompecabezas pitagóricos.

Figura 2-7. Argumento de Euclides a partir de las transformaciones.

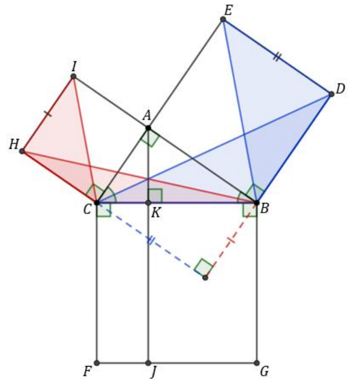


Figura A

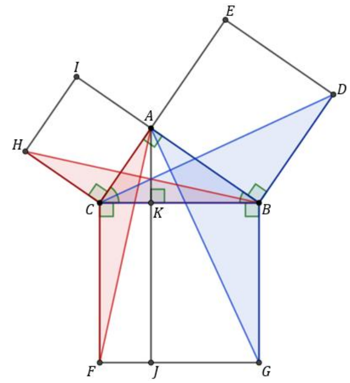


Figura B

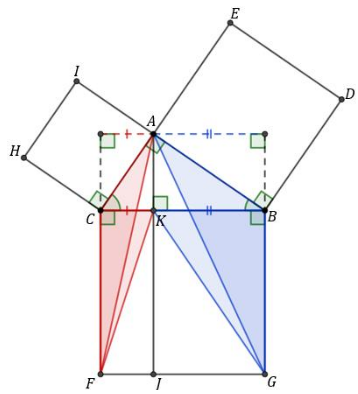


Figura C

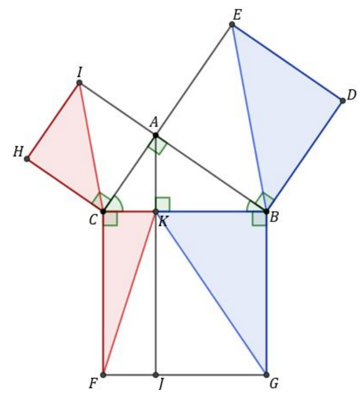


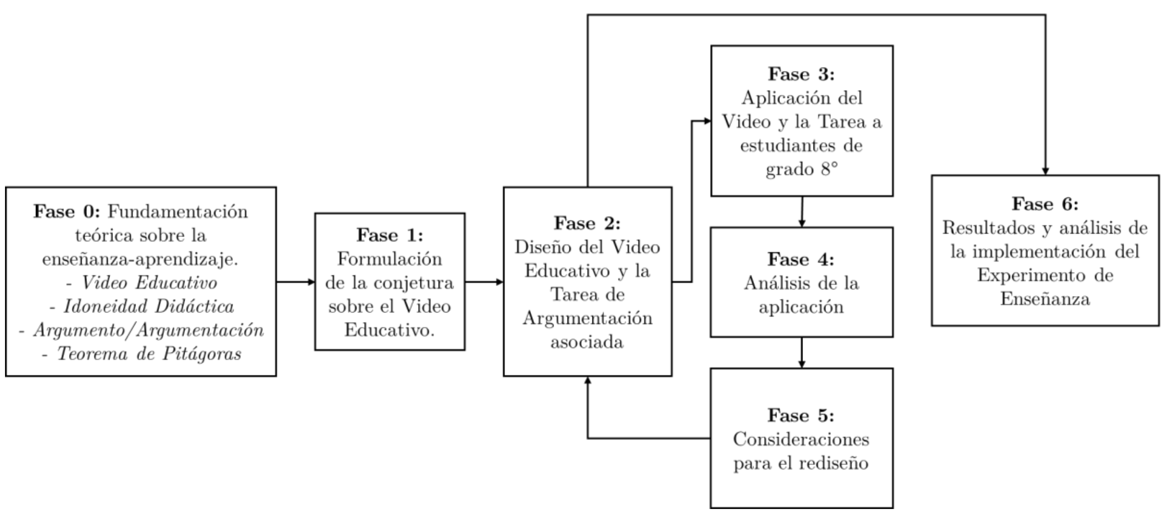
Figura D

Nota: Tomado de Suárez y Zubieta (2022).

Capítulo 3. Estrategia Investigativa.

En este capítulo, presentamos la adaptación de la estrategia investigativa *experimento de enseñanza* propuesta por Camargo (2021), por medio de siete fases: *0)* Fundamentación teórica sobre la enseñanza y el aprendizaje *1)* Formulación de la conjetura sobre el Video Educativo *2) Diseño del Video Educativo y la tarea de argumentación asociada*, en la cual adaptamos los criterios de Idoneidad Didáctica al $\boldsymbol{T.P}$ para la creación del video, a la vez que adaptamos la propuesta del $\boldsymbol{Æ \cdot G}$ (Perry et al, 2025) sobre tareas que favorecen la producción de argumentos; *3) Aplicación del video y la tarea a estudiantes de grado 8°*, en la cual describimos la población, los tiempos y momentos de esta fase; *4) Análisis de la aplicación*, en el cual presentamos un análisis de lo observado en la aplicación del video y en las producciones escritas. *5) Consideraciones para el rediseño*, en la cual presentamos algunos aspectos a tener en cuenta que permitan optimizar los procesos presentados en las fases 1, 2, 3 y 4 para futuras aplicaciones. 6*) Resultados y análisis de la implementación del experimento de enseñanza,* en la cual presentamos los resultados de la implementación de la tarea. En la figura 3-1 presentamos el esquema de la secuencia que seguimos para la implementación de las fases propuestas para el experimento de enseñanza.

Figura 3-1. Esquema de la implementación del Experimento de Enseñanza.



Fuente: Elaboración propia

3.1. Fase 1: Formulación de la conjetura

Según Camargo (2021) la conjetura de un experimento de enseñanza debe indicar, a partir del marco teórico, cómo organizar la instrucción, qué tipo de actividades proponer en la secuencia y qué aprendizajes se esperarían lograr. En consecuencia, formulamos la siguiente conjetura:

> *La implementación de un Video Educativo diseñado a partir de los criterios de Idoneidad Didáctica genera condiciones favorables para que estudiantes de grado octavo produzcan argumentos geométricos del $T.P$, estos desde la perspectiva del Æ $\cdot$ G sobre argumento.*

3.2. Fase 2: Diseño del Video Educativo y la tarea de argumentación asociada

Adaptamos los elementos de tres de las facetas de la Idoneidad Didáctica (Epistémica, Cognitiva y Mediacional) para el objeto matemático $T.P$; seguido, presentamos los momentos y herramientas que usamos para la creación del video; luego, presentamos el diseño de la tarea de acuerdo con la propuesta del Æ $\cdot$ G.

3.2.1. Etapa 1: Adaptación de los criterios de Idoneidad Didáctica

En esta fase adaptamos los elementos de las facetas de la Idoneidad Didáctica: Epistémica, Cognitiva y Mediacional; esto es, los indicadores y componentes para dicha Idoneidad. Presentamos, a continuación, la adaptación de las tablas presentadas en la sección 2.2., estas se diseñaron de forma genérica con el objetivo de que otros autores puedan usarlas para diseñar material educativo idóneo alusivo al $T.P$.

3.2.1.1. Precisión de los indicadores de idoneidad epistémica

Adaptamos los Componentes de Idoneidad Epistémica (Suárez y Zubieta, 2022) propuestos por Godino (2013) organizados por Lenguajes/representaciones, Reglas, Argumentos, Situaciones/Problemas y Relaciones. A continuación, presentamos para cada uno, los respectivos indicadores.

Lenguajes/Representaciones

- Usa representaciones gráficas, simbólicas o numéricas adecuadas: Las representaciones deben informar ostensiblemente sobre las propiedades implicadas. (e.g., los objetos que son congruentes deben verse congruentes; los ángulos que son rectos deben verse rectos).
- Usa adecuadamente diferentes tipos de representación: Emplea representaciones de tipo verbal, escrita, gráfica, con material concreto, simbólica matemática -y geométrica, en particular- o numérica; y hay coordinación entre ellas y estas se corresponden con el significado del $T.P$ (e.g., las representaciones escritas se acompañan de representaciones gráficas o simbólicas correspondientes para comunicar de mejor manera una idea. Si la concepción implicada es el de área, se representan superficies de polígonos que informan ostensiblemente sobre las propiedades de los polígonos implicados. Si la concepción implicada es el de cantidad de medida de lados, se representan lados del triángulo y no superficies de polígonos).
- Usa una adecuada expresión verbal o escrita: Hay correspondencia entre el significado del $T.P$ y las expresiones (verbales o escritas) usadas (e.g., si la concepción implicada es la de relación entre áreas, se alude a superficies de polígonos, a cantidad de área/superficie, etc.; si la concepción implicada es la de relación de medidas de lados, se alude a longitud –en su defecto, a catetos e hipotenusa del triángulo y no a superficies o áreas de polígonos–).

Reglas (definiciones, proposiciones y procedimientos)

- Enuncia adecuadamente el $T.P$: Es clara su estructura condicional, las condiciones del antecedente y las propiedades del consecuente están completas y bien enunciadas de acuerdo con las dos concepciones.
- Presenta adecuadamente el $T.P$ según alguna de sus concepciones o las dos: Es consistente el uso de la concepción implicada durante el video (e.g., si la concepción implicada es la de relación entre áreas, las aproximaciones involucradas en el video se refieren a esta; es decir, las representaciones, los argumentos, las generalizaciones y las situaciones/problemas aluden a áreas, mas no a medidas de lados).
- Alude adecuadamente a las dos concepciones del $T.P$: Presenta de forma clara las dos concepciones del $T.P$ y las emplean sin ambigüedades.

- Formula adecuadamente las definiciones de objetos claves relacionados.
- Usa adecuadamente definiciones: Las definiciones enunciadas se corresponden con los procedimientos o explicaciones involucrados.
- Formula adecuadamente las proposiciones involucradas: Se explicitan antecedente y consecuente de proposiciones (propiedades de objetos) claves relacionados.
- Usa adecuadamente proposiciones matemáticas (e.g., para sustentar hechos geométricos o para llevar a cabo procedimientos).
- Alude adecuadamente a diferentes tipos de generalización (e.g., en un mismo video es posible encontrar generalizaciones mediante polígonos regulares y figuras semejantes)
- Enuncia un procedimiento de manera explícita (e.g., se deben construir cuadrados a partir de los lados del triángulo rectángulo si la concepción involucrada del $T.P$ es la de área).
- Presenta de manera explícita acciones que vislumbran un procedimiento (e.g., aquellas que permiten hacer un argumento a partir de la transformación de objetos).
- Usa adecuadamente procedimientos matemáticos (e.g., aquellos necesarios para simplificar una expresión hasta lograr la deseada).

Argumentos

- Presenta argumentos mediante los cuales se sustentan el $T.P$, o algún procedimiento llevado a cabo.
- Sustenta adecuadamente las aserciones involucradas: Se explicitan las garantías que sustentan aserciones en el marco de una demostración o prueba del $T.P$ o un procedimiento.
- Alude adecuadamente a diferentes tipos de argumentos del $T.P$ (geométricos, geométricos-algebraicos o geométrico-dinámicos).
- Promueve situaciones donde se tenga que argumentar.

Situaciones/Problemas

- Articula diferentes contextos (real, realista, fantasioso, matemático, científico-matemático): Se presenta una muestra representativa y articulada de situaciones de contextualización, ejercitación y aplicación.

- Usa adecuadamente el $T.P$: Extrae la información proporcionada por la Situación/Problema y con base en ella aplica correctamente el $T.P$ según la concepción involucrada.
- Propone situaciones de problematización: Se proponen situaciones de generación de problemas. (Suárez y Zubieta, 2022, p. 52)

En la Tabla 6 presentamos un resumen de los Componentes de Idoneidad Epistémica (Lenguajes/representaciones, Reglas, Argumentos, Situaciones/Problemas y Relaciones) e indicadores adaptados al $T.P$.

Tabla 6. Indicadores de Idoneidad Epistémica de los principales componentes asociados al $T.P$

Componente	Código	Indicadores
Lenguajes/ Representaciones	Lr1	Las diferentes representaciones del $T.P$ son adecuadas.
	Lr2	Las expresiones verbales o escritas son adecuadas.
Reglas	Rg1	La definición presentada del $T.P$ y definiciones asociadas son claras y correctas.
	Rg2	Usa y formula adecuadamente las proposiciones asociadas al $T.P$.
	Rg3	Usa y enuncia adecuadamente procedimientos asociados al $T.P$.
Argumentos	Ar1	Los argumentos sobre el $T.P$ son plausibles.
	Ar2	Promueve situaciones donde se tenga que argumentar el $T.P$.
Situaciones/ Problemas	Sp1	Articula diferentes contextos para el $T.P$.
	Sp2	Propone situaciones de problematización para el $T.P$.

Nota: Elaboración propia.

3.2.1.2. Precisión de los indicadores de idoneidad cognitiva

Adaptamos los Componentes de Idoneidad Cognitiva propuestos por Godino (2013) organizados por Conocimientos previos y Aprendizaje; El componente "Adaptaciones curriculares a las diferencias individuales" y algunos indicadores, no aplican debido a que dan cuenta de un proceso educativo, lo cual se sale de los límites de alcance de este trabajo de grado. A continuación, presentamos para cada componente (Conocimientos previos y Aprendizajes) los respectivos indicadores.

Conocimientos previos (Se tienen en cuenta los mismos elementos que para la idoneidad epistémica)

- Los estudiantes demuestran conocimientos en áreas específicas, tales como ángulos rectos, triángulos rectángulos, el cálculo del área de un cuadrado y operaciones matemáticas básicas. Sin embargo, en un estudio realizado por Rosas y Amador (2022), se reveló que los alumnos enfrentan dificultades al identificar figuras geométricas, ya que no logran reconocer sus características más relevantes, especialmente en el caso de los triángulos y cuadrados. Esto sugiere que sus representaciones mentales de estas figuras son deficientes. Asimismo, los estudiantes aún no han internalizado el uso de variables en expresiones algebraicas y tienden a emplear el lenguaje algebraico de manera limitada para formular generalizaciones. Cuando se enfrentan a problemas que requieren calcular el área de una figura, como un cuadrado, los alumnos basan sus respuestas en prototipos conceptuales previamente adquiridos. Sin embargo, es evidente que aún no han logrado una comprensión formal del concepto de área, lo que sugiere la necesidad de una mayor atención en este aspecto.

- Se pretende que los estudiantes logren un correcto uso de los Lenguajes y Representaciones del $T.P$; logren un uso adecuado de las Reglas (definiciones, proposiciones y procedimientos) del $T.P$; logren argumentar el $T.P$; logren desarrollar Situaciones/Problemas asociados al $T.P$; y, logren aludir adecuadamente a diferentes aproximaciones del $T.P$.

Aprendizaje: (Se tienen en cuenta los mismos elementos que para la idoneidad epistémica: situaciones, lenguajes, conceptos, procedimientos, proposiciones, argumentos y relaciones entre los mismos)

- Las soluciones a las tareas desempeñarán un doble papel fundamental. En primer lugar, servirán como prueba tangible del progreso realizado en la ejecución de la tarea, la cual será sometida a un análisis detallado. En segundo lugar, estas soluciones se utilizarán para analizar los conocimientos adquiridos por el estudiante, constituyendo así un indicador crítico de su comprensión y habilidad en la materia.
- Se pretende que los estudiantes sean competentes en cuanto a la comunicación y la argumentación respecto al $T.P$.

En la Tabla 7 presentamos un resumen de los Componentes de Idoneidad Cognitiva, sus respectivos Componentes (conocimientos previos y aprendizajes) e indicadores adaptados al $T.P$.

Tabla 7. Componentes de Idoneidad Cognitiva asociados al $T.P$

Componente	Código	Indicadores
Conocimientos previos	Cp1	Comprende conocimientos sobre ángulos rectos, triángulos rectángulos, el cálculo del área de un cuadrado y operaciones matemáticas básicas.
	Cp2	Usa correctamente de los componentes del $T.P$.
Aprendizajes	Ap1	Evaluación de los conocimientos adquiridos sobre el $T.P$ a través de las soluciones a las tareas.
	Ap2	Competencia en la comunicación y la argumentación del $T.P$

Nota: Elaboración propia.

3.2.1.3. Precisión de los indicadores de idoneidad mediacional

Adaptamos los Componentes de Idoneidad Mediacional propuestos por Godino (2013) organizados por Recursos materiales, Entorno y Tiempo. Enseguida, presentamos para cada objeto primario (Recursos materiales, Entorno y Tiempo) los respectivos indicadores.

Recursos materiales (Manipulativos, calculadoras, ordenadores):

- Se usan recursos como cuadrados físicos o virtuales, rompecabezas geométricos, software de geometría dinámica o especializado en matemáticas, aplicaciones interactivas o Videos Educativos para introducir situaciones, procedimientos, proposiciones, definiciones, situaciones y argumentos adecuados del $T.P$.
- El $T.P$ se presenta mediante situaciones reales, realistas, fantasiosas, puramente matemáticas o científico-matemáticas, recurriendo a representaciones visuales como graficas, diagramas o animaciones.

Número de alumnos, horario y condiciones del aula:

- Diferentes autores proponen un distinto rango respecto al número de estudiantes que debe haber por salón, por tanto, desde la experiencia consideramos que entre 20 y 30 estudiantes es un rango adecuado.
- Las clases destinadas a Matemáticas (o en algunas Instituciones Educativas las clases de Geometría) están programadas al inicio de la jornada que es cuando los estudiantes presentan mayor nivel de atención y disposición.

- El aula cuenta con computador, un medio de visualización colectiva y audio. Además, Los estudiantes pueden moverse y trabajar cómodamente con materiales concretos o interactuar con pantallas o proyecciones.

Tiempo (De enseñanza colectiva / tutorización; tiempo de aprendizaje):

- El tiempo estipulado entre el horario de clases destinado a Matemáticas y los trabajos extraclase, es suficiente para abordar el $T.P$ desde diferentes componentes y representaciones.
- Se prioriza el tiempo para desarrollar una comprensión $T.P$ desde diferentes componentes, no únicamente su representación algebraica.
- Se asigna tiempo para trabajar aspectos que según la Institución Educativa requieren más atención como lo son la representación algebraica o los argumentos del $T.P$. Además, se brindan espacios de refuerzo para aquellos estudiantes que presentan mayores dificultades en la comprensión del $T.P$.

En la Tabla 8 presentamos un resumen de los Componentes de Idoneidad Mediacional, sus respectivos Componentes (Recursos materiales, Entorno y Tiempo) e indicadores adaptados al $T.P$.

Tabla 8. Componentes de Idoneidad Mediacional asociados al $T.P$

Componente	**Código**	**Indicadores**
Recursos materiales	Rm1	Los videos y el material concreto permiten estudiar componentes del $T.P$.
	Rm2	El $T.P$ se presenta contextualizado.
Entorno	En1	La distribución permite la enseñanza pretendida.
	En2	La distribución por franjas del curso es un horario apropiado.
	En3	Cada aula cuenta con los medios necesarios.
Tiempo	Ti1	Las franjas horarias son suficientes.
	Ti2	Se asigna tiempo a diferentes componentes del $T.P$.
	Ti3	Se asigna tiempo a los aspectos de mayor dificultad.

Nota: Elaboración propia.

3.2.2. Etapa 2: Creación del video

A continuación, presentamos la construcción del video la cual se dividió en dos: La creación del guion y la animación del guion. La elaboración del guion fue orientada principalmente por los tres criterios de idoneidad didáctica, y apoyado por los principios propuestos por Ríos (2023) y por herramientas de inteligencia artificial. La elaboración del video fue diseñada en Canva y Manim principalmente, apoyados en otras herramientas de edición.

3.2.2.1. Principios del video

Nuestra intención también fue diseñar un Video Educativo llamativo que despertara interés en el estudiante, captar la atención desde el principio y procurar que ésta no decaiga, a partir de lo anterior Ríos (2023) propone una serie de principios para dar alcance a este objetivo. En la Tabla 9 presentamos dichos principios y su respectiva adaptación para la elaboración del video.

Tabla 9. Principios del Video Educativo y su adaptación a la elaboración del video.

Principio	**Adaptación**
La función básica del texto, escrito o hablado es completar la imagen y reducir los grados de polisemia de ésta.	Los textos completan la imagen y hay un correcto uso del lenguaje ya que se tuvieron en cuenta los criterios de Idoneidad Epistémica.
La expresión audiovisual debe tener en cuenta dos parámetros importantes. La dimensión semántica que tiene que ver con el significado y que incide directamente sobre la eficacia de los programas instructivos, de conocimiento y modelizadores. Y la dimensión estética que incide, sobre todo, en los programas motivadores.	Entendiendo por dimensión semántica como la claridad, precisión y coherencia de los significados, se tuvo en cuenta esta dimensión gracias a los criterios de Idoneidad Didáctica. En cuanto a la dimensión estética se tuvo en cuenta la armonía de colores, unas animaciones llamativas y una correcta representación geométrica.
El contenido debe estar ordenado y presentar una secuenciación clara. Dentro de una estructura narrativa que parta de un planteamiento motivador, que desarrolle los contenidos ordenadamente, con lógica interna y en progresión constante, manteniendo el interés, finalizando una breve recapitulación y síntesis.	El contenido está ordenado gracias al guion. En la estructura narrativa se inicia con una pregunta que juega las veces de motivador, buscando mantener el interés de los estudiantes todo el tiempo ya que gira en torno al problema, y finaliza con una recopilación del problema y una conclusión de la actividad realizada.
El contenido debe estar encuadrado dentro de la programación curricular o, al menos, estar muy relacionado con ésta.	El $T.P$ es un tema que está presente no solo en los EBC y los DBA, sino que está presente en la malla curricular de la Institución Educativa.
La función educativa de los videos debe invitar a realizar otras tareas complementarias que refuercen y fijen el aprendizaje.	La tarea complementaria es la guía que los estudiantes desarrollaron.
Debe satisfacer las expectativas despertadas en el planteamiento o en la introducción general, para no decepcionar al alumno y propiciar el escepticismo y la falta de atención hacia el contenido expuesto.	Se satisfacen las expectativas ya que se muestra la solución al problema y se institucionaliza el Teorema que están argumentando.
La duración del video es un aspecto importante, tanto la duración total como la de los distintos	El video se divide en dos partes, antes y después de hacer la guía. La primera parte dura dos

bloques temáticos que contenga. La duración incide en la cantidad de información que suministra el video y en el nivel de atención del alumno.	minutos lo cual es bastante corto y mantiene la atención de los estudiantes. El cierre dura aproximadamente un minuto.
La duración del texto hablado, con respecto a la imagen, debe estar equilibrada. La duración de éste debe estar entre el 60% y el 80% del tiempo total del video.	La relación del texto hablado respecto a la imagen es aproximadamente el 80%.
La guía didáctica es un complemento para seleccionar y evaluar cualquier Video Educativo.	La guía didáctica está estrechamente relacionada con el video ya que el video remite directamente a la guía y evalúa lo presentado en el video.

Nota: Adaptado de Ríos (2023).

Teniendo en cuenta los principios adaptados, seguimos con la elaboración del guion y posteriormente con la creación del video.

3.2.2.2. Elaboración del guion

Solicitamos a la Inteligencia Artificial (IA) Chat GPT – 4.5 que nos proporcionara el guion del video, dado que era nuestra primera vez realizando este proceso de escritura. Esta primera versión nos sirvió como bosquejo para estructurar el guion del video, ya que la propuesta de la IA no explicaba de manera sencilla los argumentos que presentaríamos en el video y usaba palabras que sabíamos que posiblemente los estudiantes no entendieran (e. g., congruente).

A la IA se le ingresó un *prompt* donde se solicitó elaborar un guion para un video educativo que tuviera en cuenta los tres criterios de idoneidad adaptados al $T.P.$ y los principios propuestos por Ríos (2023). En este guion se debía plantear una problemática realista asociada al $T.P.$ para que fuera necesario descubrir el $T.P.$, luego se presentarían los argumentos los tres tipos de argumentos del $T.P.$ (en donde descubrirían el $T.P.$) y se daría un espacio para pausar el video y argumentar el $T.P.$, finalmente se pidió un cierre en donde se afirmaba que el $T.P.$ es verdadero y se enunciara de manera adecuada. Basados en el guion que diseñó la IA construimos nuestro propio guion, separando lo que se proyectó en el video de lo que el Avatar leyó en paralelo. El guion es el siguiente:

Video: Muestra un avatar de Pitágoras saludando:

- Guion: Hola, soy Pitágoras. Nací en el año 569 antes de Cristo, en un lugar llamado Samos, una isla muy bonita de Grecia.

Video: Muestra el triángulo cuadrado y sus respectivos cuadrados, en los cuadrados de los catetos se ve una siembra y el cuadrado de la hipotenusa tierra árida:

- Guion: En los cultivos de mi familia, necesitábamos mover ciertas siembras de un terreno a otro, para dejar descansar la tierra. Queríamos mover dos cultivos que estaban sembrados en terrenos cuadrados y llevarlos a un nuevo terreno, también cuadrado. ¿Este nuevo terreno será suficiente? ¿Será que nos alcanzará el espacio?

Video: Muestra un triángulo rectángulo, primero se marca el ángulo recto, luego aparecen los nombres de los lados sobre los lados:

- Guion: Estos cultivos están organizados formando un triángulo rectángulo. Un triángulo rectángulo es aquel que tiene un ángulo recto, es decir, que la medida del ángulo es de 90 grados. El lado más largo, que está frente al ángulo recto, se llama hipotenusa, y los otros lados se llaman catetos.

Video: Muestra el triángulo rectángulo con sus cuadrados, se dividen los cuadrados de los catetos en 9 y 16 cuadritos, respectivamente, y se ubican sobre el cuadrado de la hipotenusa de tal manera que completan el área:

- Guion: Para saber si era posible hacer el cambio, dividí estos cuadrados de forma cuadrada y traté de completar el cuadrado más grande.

Video: Muestra el triángulo rectángulo con sus cuadrados, se transforman en polígonos, se mueven hacia la hipotenusa y se transforman en rectángulos que completan el área de la hipotenusa:

- Guion: También intenté transformar estos cuadrados en otra figura de tal manera que mantuvieran la misma área.

Video: Muestra tres triángulos rectángulos con sus respectivos cuadrados, los cuadrados de los catetos se dividen en diferentes polígonos, respectivamente:

- Guion: Otra opción fue dividir los cuadrados de la siguiente manera. ¿Será posible completar el área del cuadrado más grande con estas piezas? Pausa el video y desarrolla la guía.

Video: Muestra tres triángulos rectángulos con sus respectivos cuadrados divididos y completan las áreas de las hipotenusas, respectivamente:

- Guion: Sí es posible completar el área del cuadro más grande.

Video: Muestra el enunciado del $\boldsymbol{T.P.}$

- Por lo tanto, podemos afirmar que el área del cuadrado construido sobre la hipotenusa de un triángulo rectángulo es igual a la suma de las áreas de los cuadrados construidos sobre los catetos.

Video: Muestra el triángulo cuadrado y sus respectivos cuadrados, en los cuadrados de los catetos se ven áridos y el cuadrado de la hipotenusa tierra sembrado:

- Por lo tanto, el nuevo terreno tiene exactamente el mismo espacio, así que si podemos mover los cultivos.

Video: Muestra el texto del guion:

- ¿Será que existen otras formas de dividir los cuadrados que también nos permitan completar el área?

Video: Créditos

3.2.2.3. Animación del video

El video fue elaborado con distintos programas de los cuales se fueron usando según las necesidades que iban surgiendo. En un inicio nos preocupamos porque las animaciones geométricas fueran idóneas, por lo que buscamos que programa de animación puede lograrlo, entre las opciones nos pareció fluida y relativamente sencilla de manipular el software Manim[2].

En los anexos presentamos el código en Manim utilizado en la construcción de los argumentos geométricos. En el anexo 1 presentamos código del argumento a partir de la división de unidades de medida, en el anexo 2 el argumento a partir de transformaciones y en el anexo 3 el argumento de Perigal a partir de la división de composición y descomposición de partes. Este código está separado por instrucciones las cuales están descritas con un "#" al comienzo de cada instrucción, este símbolo indica en el lenguaje de programación que la línea descrita después del "#" no se compilará, lo cual es ideal para indicar que acción realiza el código presentado. Cabe aclarar que algunos códigos están más optimizados que otros debido a que no somos expertos en programación y fuimos aprendiendo a medida que necesitábamos realizar alguna animación.

[2] Manim (Mathematical Animation Engine) es una librería de código abierto escrita en Phyton.

Una vez creadas las animaciones geométricas sobre los argumentos, empezamos a buscar editores de video para iniciar la construcción del video; escogimos Canva debido a que nos parece intuitivo utilizar este editor y además conocíamos su manejo gracias al diplomado en creación de contenido digital para la educación.

Para escoger las imágenes de fondo a lo largo del video utilizamos la IA Chat GPT para que creara fondos animados de acuerdo con la situación, por ejemplo, en el primer fondo que aparece se le solicitó a la IA convertir una foto real de la isla Samos en una imagen animada.

Luego requeríamos de un avatar que narrara el guion y las imágenes del problema de los cultivos, pero esta es un área que se sale de nuestro conocimiento y los resultados generados por IA no eran de nuestro total agrado, por lo que solicitamos a familiares que nos ayudaran con estas imágenes; Karen Suárez estuvo a cargo de la creación del avatar, es decir, Pitágoras, y Juan Diego Suárez a cargo de la edición de las imágenes para el problema de los cultivos.

La animación del personaje de Pitágoras era un proceso muy demorado por lo que recurrimos a la IA klingai que genera animaciones de hasta 10 segundos, para crear las animaciones se insertó la imagen del avatar y se le solicitó hacer una instrucción puntual, por ejemplo, una de ellas fue: hablar muy pausadamente con una expresión facial alegre mientras pareciera que explicara y parpadea cada cuatro segundos.

Ya teníamos lo necesario para empezar a montar el video, por lo que todo se adjuntó y editó en Canva, y con el editor de voz Audacity se grabó la voz del guion buscando que el movimiento de la boca del avatar coincidiera con la voz de quien grabó, esto llevó a cambios pequeños en el inicio y del guion.

Se añadió una pista de fondo para que el video fuera más ameno, esta se creó a través de la IA suno. Esta IA solicita escoger un género y realizar una descripción de lo que se busca generando pistas de más de tres minutos, se escogió el género “electrónica” y se dio como descripción: crea una melodía suave adaptada a la época de la Grecia antigua. Se utilizó esta IA porque las pistas que generaba no contienen *copyright*, es decir, que la pista está libre de los derechos de autor, por lo que es lícito publicar el video en YouTube.

3.2.2.4. Idoneidad Epistémica del video

Presentamos el diseño de nuestro video bajo los criterios de Idoneidad Epistémica por medio del modelo de tabla usada en Suarez y Zubieta (2022), la cual tuvo en cuenta cuatro elementos: Identificación del video, descripción general, componentes representativos, y codificación con los criterios de idoneidad con la explicación de la codificación. A continuación, presentamos el diseño del video:

Tabla 10. Análisis de los componentes de Idoneidad Epistémica asociados al $T.P$.

<table>
<tr><td rowspan="3">Identificación del video</td><td>Etiqueta de búsqueda</td><td>Argumentos del Teorema de Pitágoras.</td><td>Enlace</td><td>https://youtu.be/DJhg0Ya9XR4</td></tr>
<tr><td>Título del video</td><td>Argumentos Geométricos sobre el Teorema de Pitágoras.</td><td>Intencionalidad</td><td>Interés Académico Curricular.[3]</td></tr>
<tr><td>Componentes Representativos</td><td colspan="3">• Representaciones verbales, escritas, simbólicas (algebraicas) y gráficas (geométricas).
• Definiciones de objetos relacionados con el Teorema de Pitágoras.
• Teorema de Pitágoras desde la concepción de relación entre áreas.
• Argumentos Geométricos.
• Situaciones/Problemas realistas.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Descripción general</td><td colspan="3">El video consiste en presentar un problema asociado al $T.P$, seguido de dos tipos de argumento geométrico y se solicita al observador realizar un tercer argumento a través de una tarea; Se muestra este tercer argumento y se enuncia el $T.P$, luego se retoma el problema inicial para solucionarlo y se deja una pregunta al espectador.

Desde un punto de vista técnico, el video consiste en un avatar que inicialmente presenta y luego continua su narración en off, en el fondo se ven animaciones matemáticas y representaciones grafico-estáticas.</td></tr>
<tr><td colspan="5">Análisis de Idoneidad Epistémica</td></tr>
<tr><td colspan="5">[00:00 – 00:33]: El avatar animado inicia presentándose como Pitágoras y continúa presentando un problema de su época; a la vez, en el video se muestra una representación gráfica del problema como se muestra en la Figura 3-2. Mientras el avatar narra lo siguiente:

Hola, soy Pitágoras. Nací hace en el año 569 antes de Cristo, en un lugar llamado Samos, una isla muy bonita de Grecia. En los cultivos de mi familia, necesitábamos mover ciertas siembras de un terreno a otro, para dejar descansar la tierra. Queríamos mover dos cultivos que estaban sembrados en terrenos cuadrados y llevarlos a un nuevo terreno, también cuadrado. ¿Este nuevo terreno será suficiente? ¿Será que nos alcanzará el espacio?</td></tr>
</table>

[3] Son aquellos videos que se realizan explícitamente a la programación específicamente de la asignatura; plantean elementos evaluativos de manera explícita.

Figura 3-2. Captura de pantalla I.

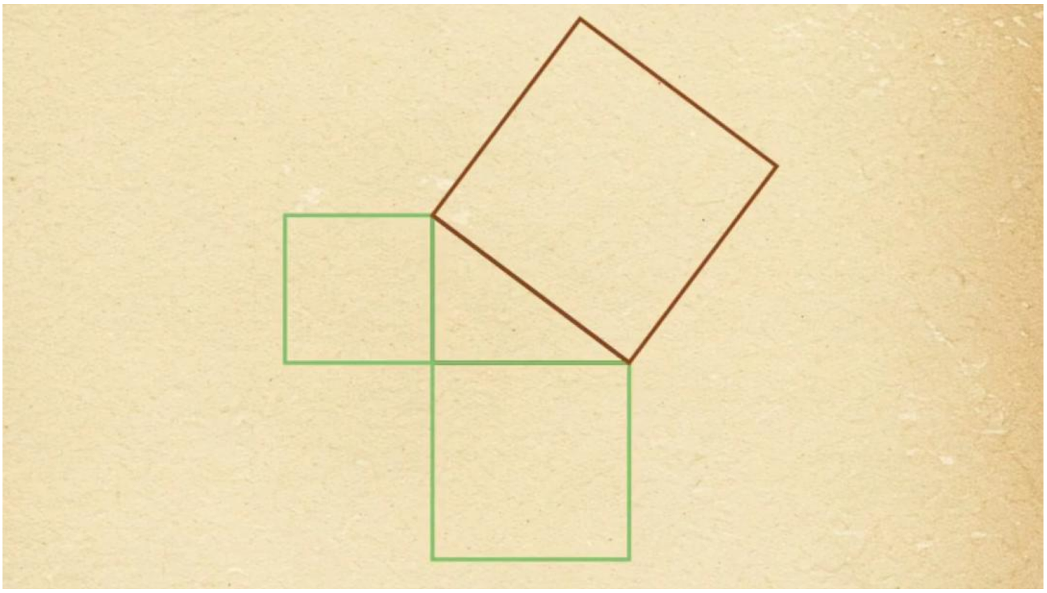
Sp2: El avatar presenta una situación realista[4] en la que se deben mover dos terrenos de forma cuadrada a un terreno también cuadrado. Esta situación es realista ya que en la agricultura es necesario dejar descansar la tierra cada cierto tiempo y por ello se hace necesario mover los cultivos.

Esta situación realista genera una problemática, y es saber si el terreno en el que se van a mover los cultivos es suficiente para realizar el cambio. Para saberlo es necesario usar el $T.P.$

[00:34 – 00:40]: Luego se muestra una representación gráfica del problema como se muestra en la Figura 3-3 mientras el avatar en off narra lo siguiente:

Estos cultivos cuadrados están organizados formando un triángulo rectángulo.

4 Una situación es realista si es susceptible de producirse realmente. Se trata de una simulación de la realidad o de una parte de la realidad.

Figura 3-3. Captura de pantalla II.  Sp1: Articula diferentes contextos del $T.P$ al iniciar presentándolo desde un contexto realista como se muestra en la Figura 3-2 desde un contexto puramente matemático[5] como se muestra en la Figura 3-3 Lr1: La representación gráfica de los cuadrados es adecuada ya que anteriormente se marcaron los ángulos rectos del triángulo rectángulo. En la siguiente escena se marca el ángulo recto del triángulo rectángulo, esto con el objetivo de no sobrecargar la imagen.
[00:41 – 00:49]: Se amplía la imagen del triángulo y el avatar en off explica qué es un triángulo rectángulo como se muestra en la Figura 3-4 y luego explica que es un ángulo recto como se muestra en la Figura 3-5 mientras narra lo siguiente: Un triángulo rectángulo es aquel que tiene un ángulo recto, es decir, que la medida del ángulo es de 90 grados.

[5] Una situación es puramente matemática si alude exclusivamente a objetos matemáticos: números, relaciones y operaciones aritméticas, figuras geométricas, etc.

Figura 3-4. Captura de pantalla III.

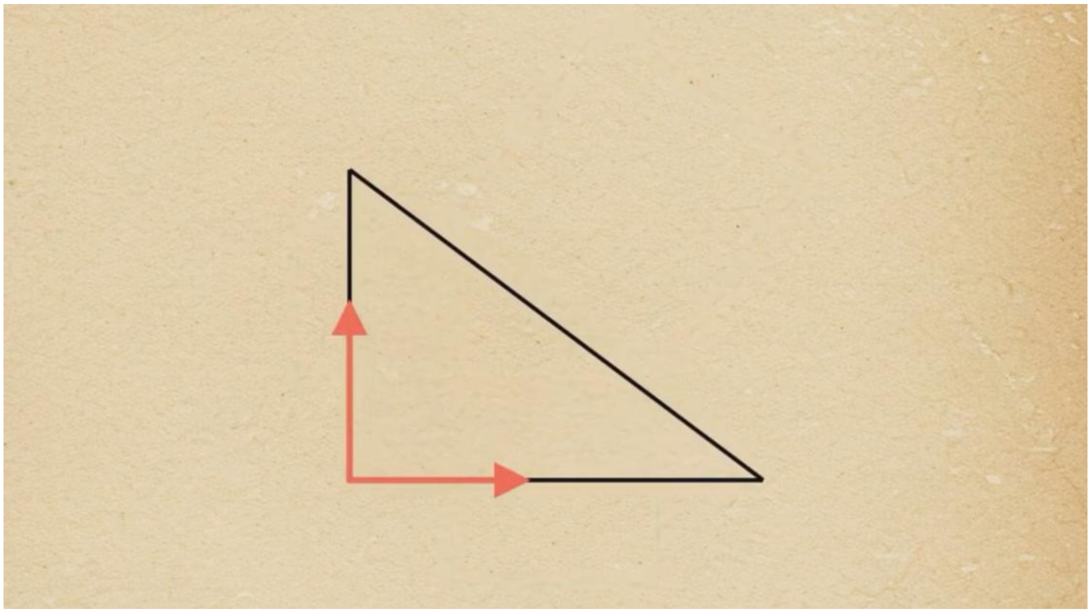
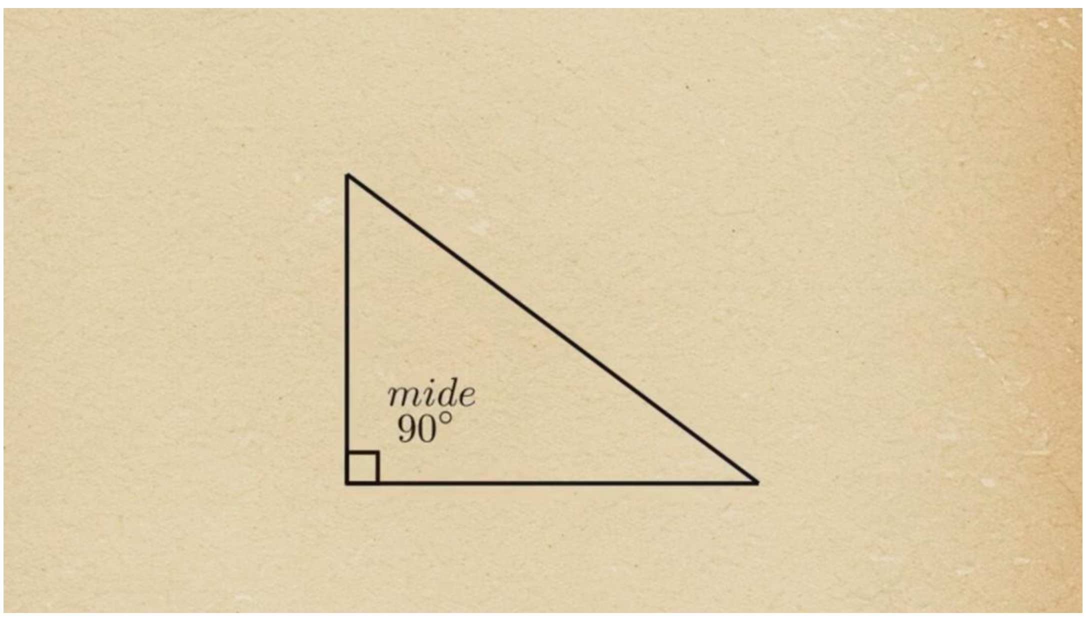


Figura 3-5. Captura de pantalla IV.



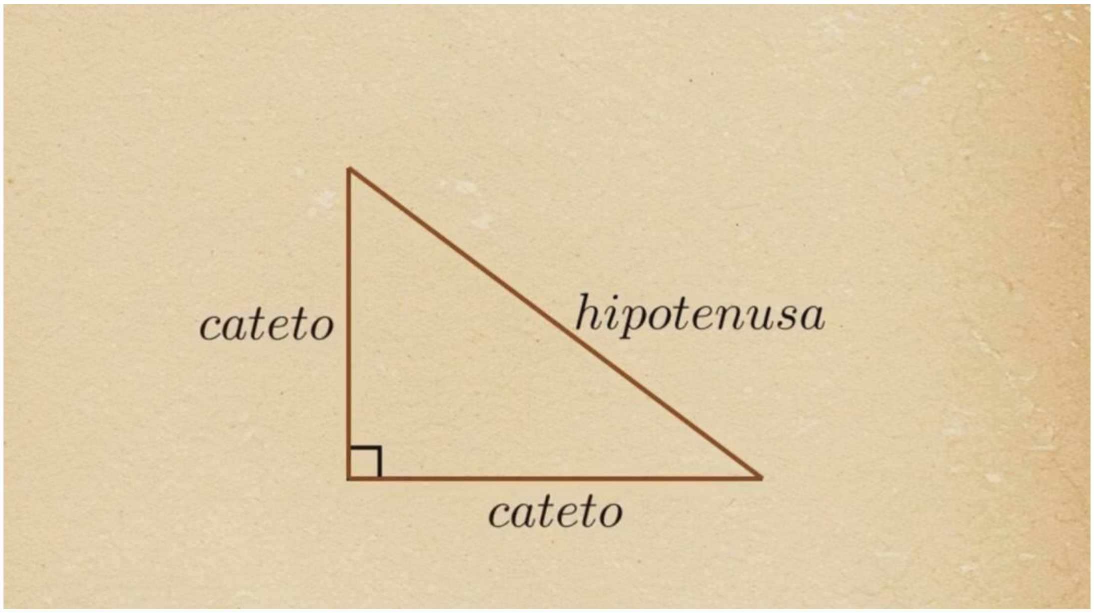
Lr1: La representación gráfica marca correctamente el ángulo recto en dos momentos. Primero para identificar el ángulo que es recto, y segundo, para marcar ese ángulo como un ángulo recto, aclarando que su medida es de 90°.

Rg1: Define de manera adecuada el triángulo rectángulo al decir "Un triángulo rectángulo es aquel que tiene un ángulo recto" y define el ángulo recto explicando que "la medida del ángulo es de 90 grados".

[00:50 – 01:00]: EL avatar en off le da nombre propio a cada uno de los lados del triángulo rectángulo como se muestra en la Figura 3-6 mientras narra:

> El lado más largo, que está frente al ángulo recto, se llama hipotenusa, y los otros lados se llaman catetos.

Figura 3-6. Captura de pantalla V.



Lr1: La representación gráfica marca adecuadamente el ángulo recto y ubica los nombres de los lados de manera que es sencillo identificarlos.

Rg1: Define la hipotenusa como "El lado más largo, que está frente al ángulo recto" de las dos maneras posibles, como el lado opuesto al ángulo recto y como el lado de mayor medida. Y define los dos lados restantes como catetos.

Lr2: La expresión "El lado más largo" usa un lenguaje coloquial, sin embargo, los estudiantes están familiarizados con el término "largo" y este hace referencia a la medida del lado por lo que lo consideramos adecuado. De manera similar sucede con la expresión "frente al ángulo recto" para referirse al lado opuesto al ángulo.

[01:01 – 01:11]: El avatar en off presenta el primer argumento en el que dividiendo los cuadrados en cuadrados de los catetos de acuerdo con una unidad de medida como se muestra en la Figura 3-7, se realiza un movimiento para completar el área del cuadrado de la hipotenusa como se muestra en la Figura 3-8 mientras el avatar narra lo siguiente:

> Para saber si era posible hacer el cambio, dividí estos cuadrados de forma cuadrada y traté de completar el cuadrado más grande.

Figura 3-7. Captura de pantalla VI.

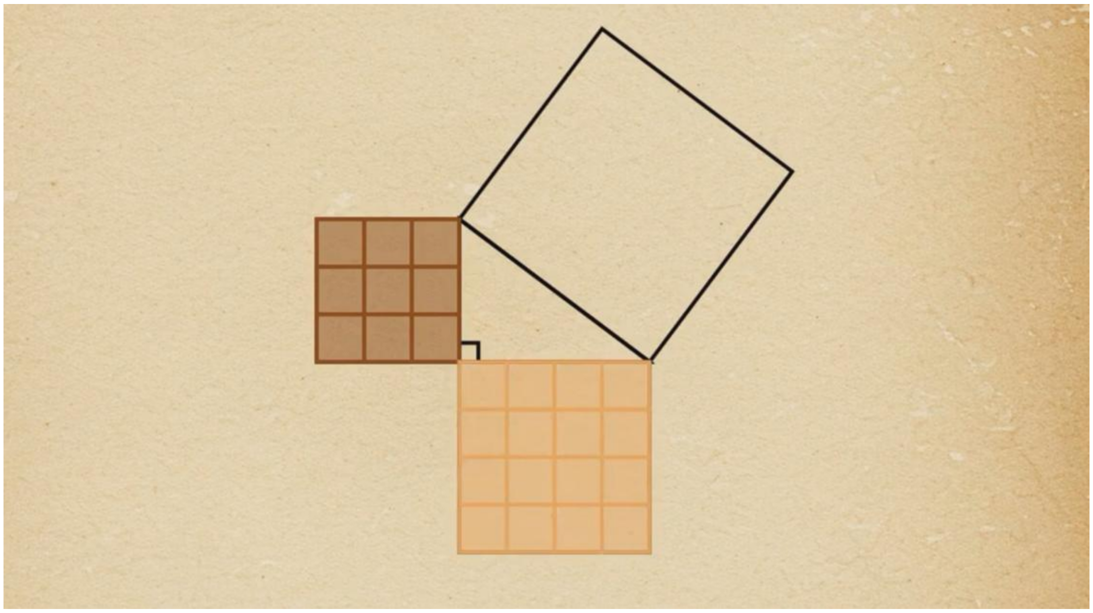
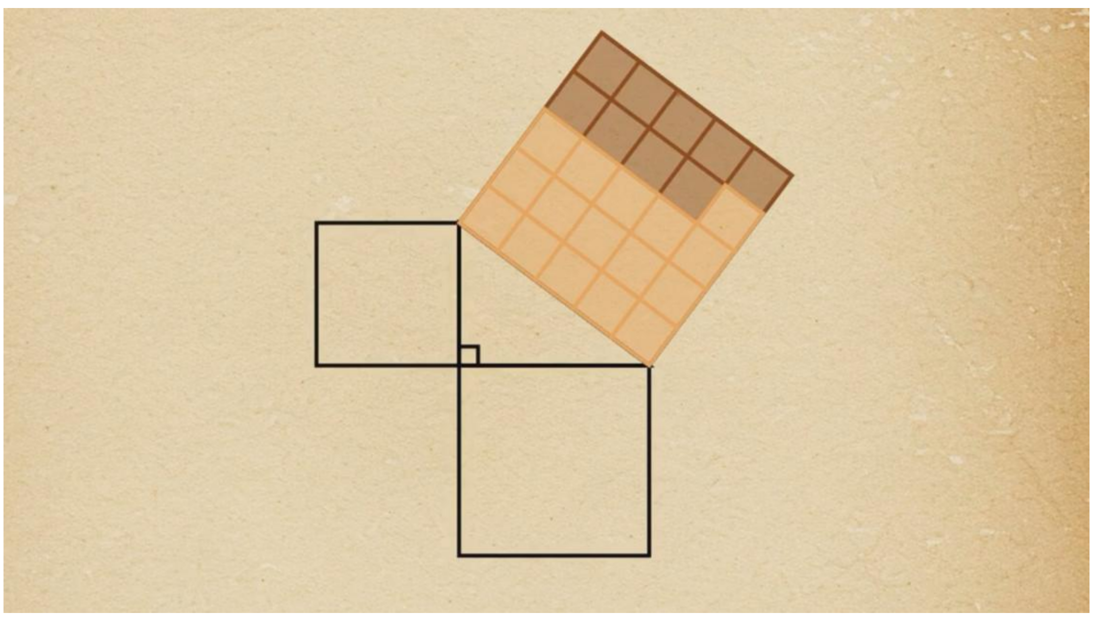


Figura 3-8. Captura de pantalla VII.



Lr1: La representación gráfica es adecuada ya que los cuadrados se ven cuadrados (previamente se habían marcado los ángulos rectos y lados congruentes) y el ángulo recto del triángulo se ve recto y está marcado. Así mismo, las divisiones de los cuadrados más pequeños se ven cuadrados.

Lr2: Aunque se utiliza lenguaje informal para explicar el argumento, el lenguaje utilizado informa adecuadamente sobre los movimientos de la Figura 3-7 a la Figura 3-8. Expresiones como “más grande” podrían presentar inconvenientes conceptuales, pero la expresión “más grande” hace alusión al área; También pareciera que esta expresión pudiera llegar a ser relativa, pero en este caso, es notorio cual es el cuadrado de mayor área.

Ar1: El argumento presentado es plausible ya que muestra cómo es posible completar el área del cuadrado de la hipotenusa, dividiendo los cuadrados de los catetos según la medida de sus lados y mostrando como estos cuadrados completan el área del cuadrado.

Lr2: Hay representatividad en el video ya que en las primeras escenas se alude a un contexto realista y en esta escena se alude a un contexto puramente matemático.

[01:12 – 01:27]: El avatar en off presenta el segundo argumento en el que transformando los cuadrados en cuadrados de los catetos de la Figura 3-9, completa el área del cuadrado de la hipotenusa como se muestra en la Figura 3-10 mientras el avatar narra lo siguiente:

> También intenté transformar estos cuadrados en otra figura de tal manera que mantuvieran la misma área.

Figura 3-9. Captura de pantalla VIII.

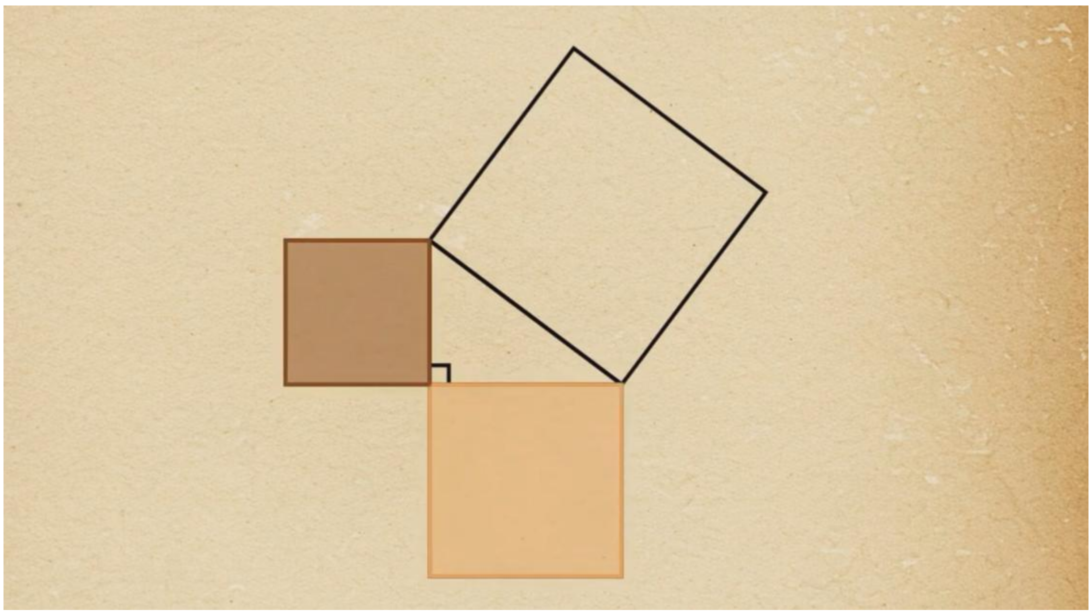
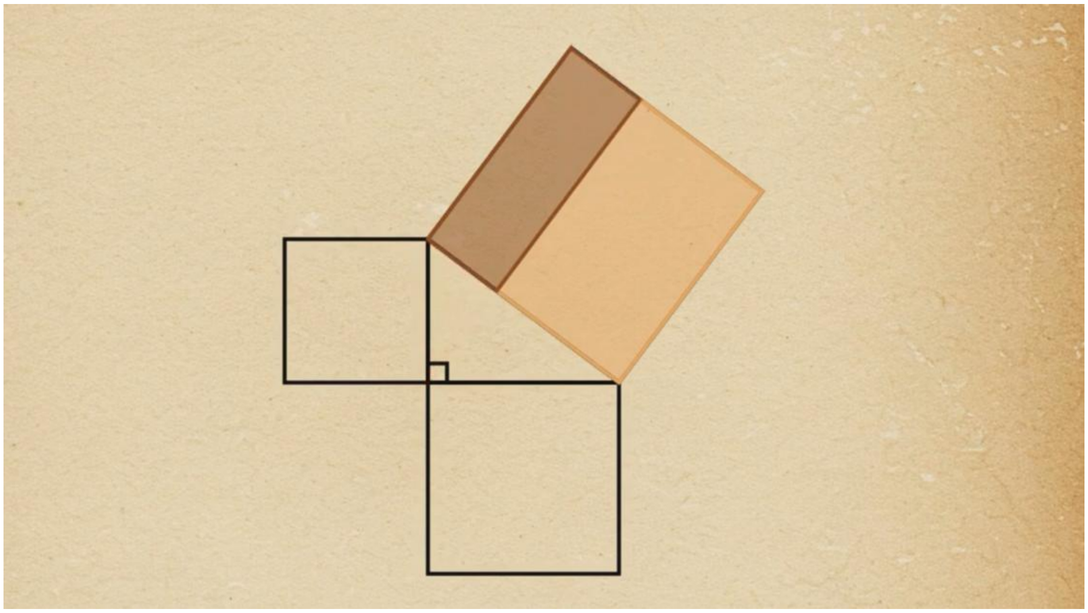


Figura 3-10. Captura de pantalla IX.



Lr1: La representación gráfica es adecuada ya que los cuadrados se ven cuadrados y el ángulo recto del triángulo se ve recto y está marcado. Así mismo, las figuras en las que se transformó manteniendo la misma área visualmente parece que la mantienen.

Ar1: El argumento presentado es plausible ya que muestra cómo es posible completar el área del cuadrado de la hipotenusa, transformando los cuadrados de los catetos, moviéndolos, transformándolos y volviéndolos a mover para completar el área del cuadrado.

[01:28 – 01:56]: El avatar en off presenta el tercer argumento en el que dividiendo los cuadrados en polígonos como se muestra en la Figura 3-11 se solicita al observador pausar el video para desarrollar la guía, luego se realiza el movimiento para completar el área del cuadrado de la hipotenusa como se muestra en la Figura 3-12 mientras el avatar narra lo siguiente:

> Otra opción fue dividir los cuadrados de la siguiente manera.
>
> ¿Será posible completar el área del cuadrado más grande con estas piezas? Pausa el video y desarrolla la guía… Si es posible completar el área del cuadrado más grande.

Figura 3-11. Captura de pantalla X.

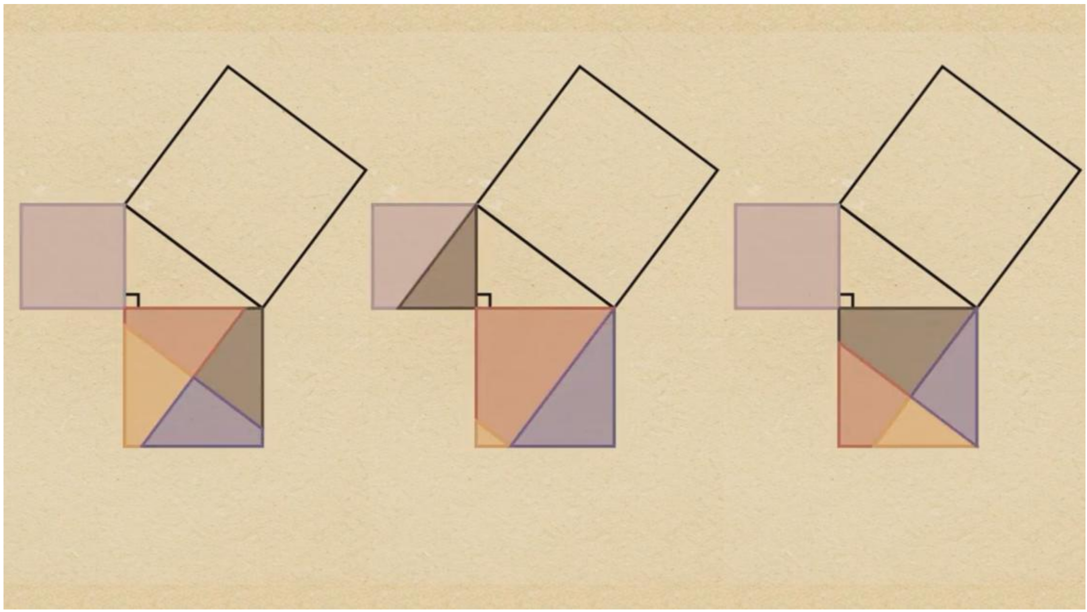
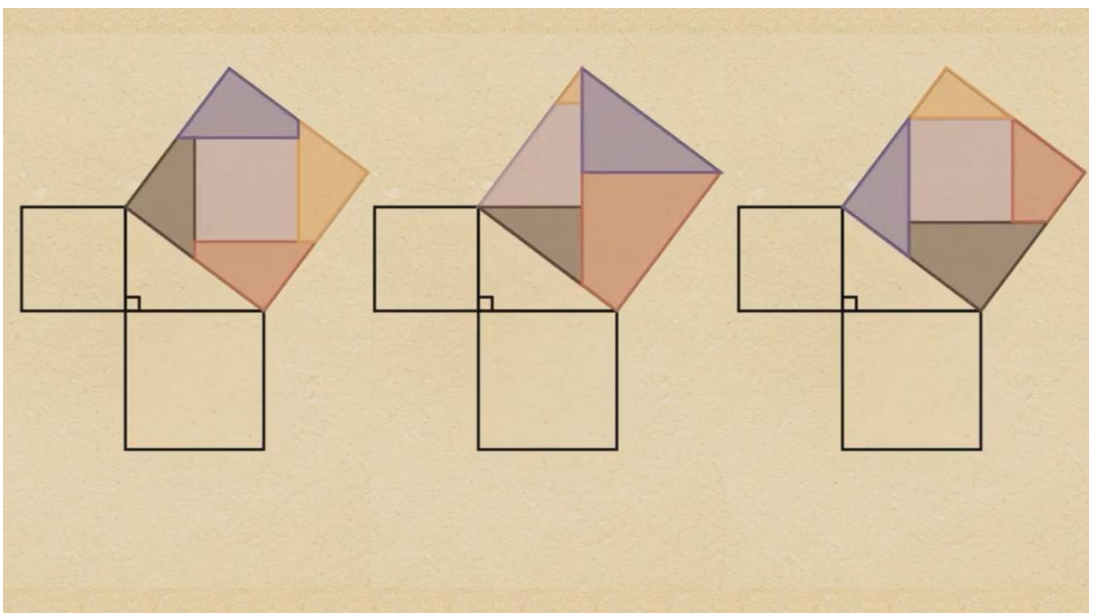


Figura 3-12. Captura de pantalla XI.



Lr1: La representación gráfica es adecuada ya que los cuadrados se ven cuadrados y el ángulo recto del triángulo se ve recto y está marcado. Así mismo, las figuras en las que se transformó manteniendo la misma área visualmente parece que la mantienen.

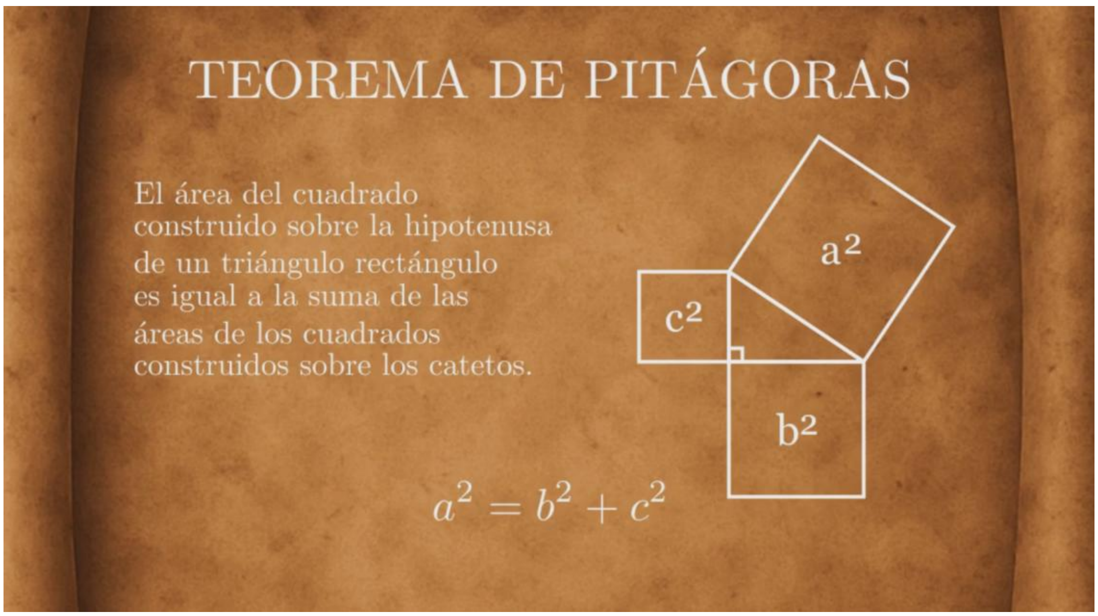
Ar1: El argumento presentado es plausible ya que muestra cómo es posible completar el área del cuadrado de la hipotenusa, dividiendo los cuadrados de los catetos y moviéndolos para completar el área del cuadrado de la hipotenusa.

Ar2: La pregunta "¿Será posible completar el área del cuadrado más grande con estas piezas?" requiere que el estudiante argumente el $T.P$ bien sea desarrollando la guía propuesta o buscando alguna razón que le permita responder la pregunta.

[01:57 – 02:12]: El avatar en off enuncia el Teorema de Pitágoras mientras va apareciendo su representación geométrica, y finalmente aparece su representación simbólica narrando lo siguiente:

> Por lo tanto, podemos afirmar que, el área del cuadrado construido sobre la hipotenusa de un triángulo rectángulo es igual a la suma de las áreas de los cuadrados construidos sobre los catetos.

Figura 3-13. Captura de pantalla XIV.



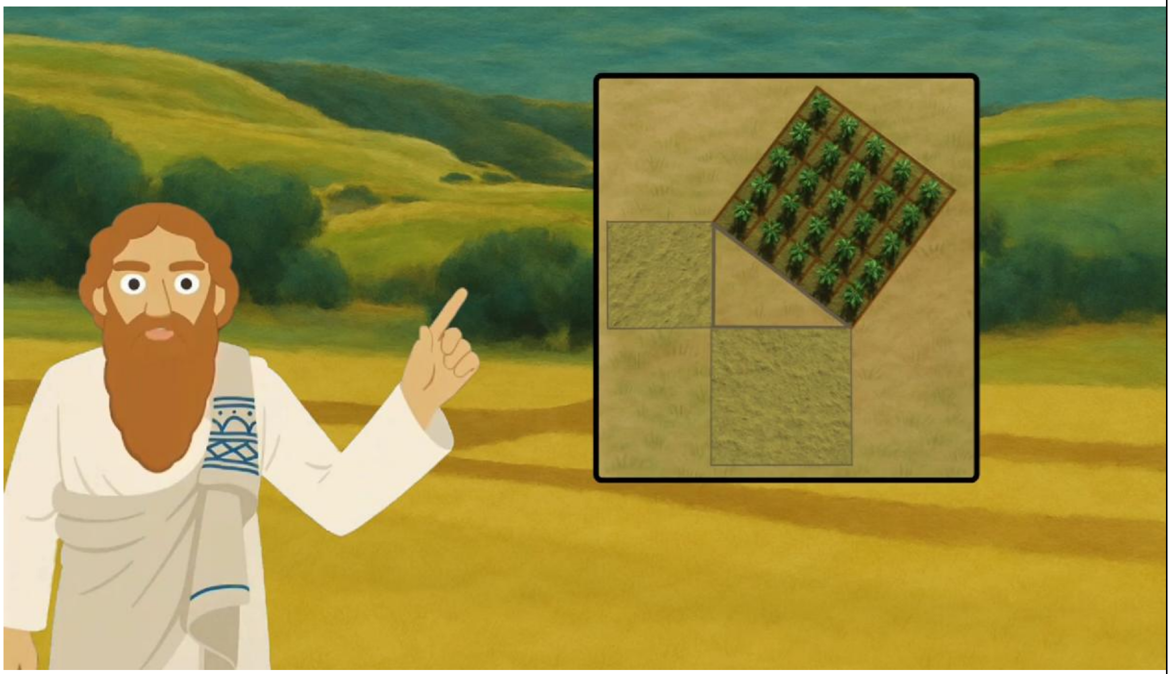
Lr1: En la Figura 3-13 podemos evidenciar una riqueza de representaciones adecuadas ya que se observa una representación verbal, escrita, geométrica y algebraica del $T.P$.

Rg1: La definición escrita del $T.P$ es matemáticamente correcta y la representación geométrica y algebraica ayuda a esclarecer esta definición.

[02:13 – 02:19]: El avatar en off retoma el problema inicial que se muestra en la Figura 3-2 muestra que, si era posible mover los cultivos como se muestra en la Figura 3-14, mientras narra lo siguiente:

> Por lo tanto, el nuevo terreno tiene exactamente el mismo especio, así que si podemos mover los cultivos.

Figura 3-14. Captura de pantalla XV.



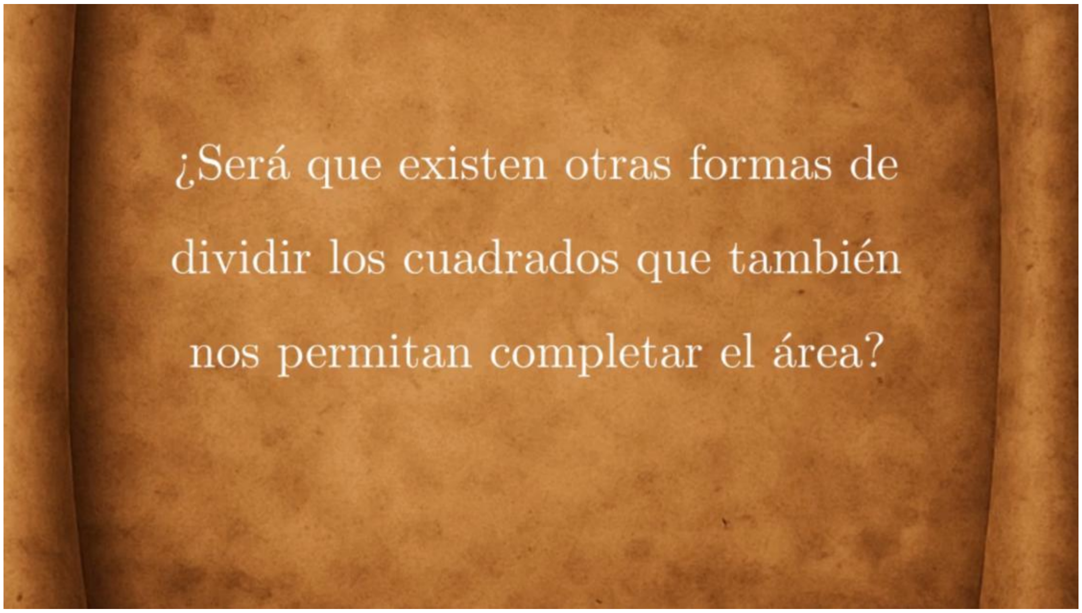
Lr1: Las representaciones graficas son adecuadas ya que los cuadrados parecen cuadrados y el triángulo parece rectángulo, además, las divisiones internas de las plantas pretenden evitar que el observador crea que hay huecos en las áreas de cuadrado.

Lr2: Se evidencia una representación verbal, simbólica, geométrica y situacional. Además, el desplazamiento visual del valor del área hacia la parte superior de la pantalla facilita establecer la relación entre la proposición y el $T.P$.

[02:19– 02:29]: El avatar en off narra la pregunta:

> ¿Será que existen otras formas de dividir los cuadrados que también nos permitan completar el área?

Figura 3-15. Captura de pantalla XVII.



Ar2: Esta pregunta tiene como objetivo fomentar la indagación de sobre los argumentos del $T.P.$ y/o la producción de un nuevo argumento del $T.P.$

Síntesis del análisis

Se presenta un resumen de los códigos más representativos de este video:

Lr1: Las representaciones gráficas son adecuadas. Aunque solo alude a la concepción por áreas del $T.P.$

Lr2: Se usa lenguaje informal para informar de algunos procedimientos, evitando errores matemáticos. Se evidencia una representación verbal, simbólica, geométrica y situacional.

Rg1: Las definiciones del $T.P$, triángulo rectángulo y ángulo recto son adecuadas.

Rg2: La única proposición de $T.P$ es adecuada. Se evidencia carencia de proposiciones en el video.

Rg3: No hay procedimientos asociados al $T.P.$

Ar1: Los argumentos del $T.P$ son plausibles.

Ar2: El video promueve la argumentación del $T.P.$

Sp2: El video presenta una situación realista del $T.P.$

Sp1: Usa el contexto realista y el contexto puramente matemático del $T.P.$

3.2.2.5 Análisis de la Idoneidad Cognitiva

En el diseño de este video (a su vez de la tarea) también se tuvo en cuenta los criterios de Idoneidad Cognitiva según su codificación. A continuación, una descripción de como usamos cada componente en el diseño del video y la tarea:

Tabla 11. Descripción de los componentes de Idoneidad Cognitiva aplicados al video del $T.P.$

Componente	**Código**	**Descripción**
Conocimientos previos	Cp1	Para el diseño del video se consideró necesario activar y reforzar los conocimientos previos sobre ángulos rectos, triángulos rectángulos y área de cuadrados. Por ello, en los primeros segmentos se incluyen escenas y narraciones que recuperan estos conceptos de manera explícita y visual, de modo que los estudiantes reconozcan fácilmente los elementos esenciales del $T.P.$ Asimismo, el video presenta de forma clara la notación $a^2, b^2\ y\ c^2$, asociándola con el enunciado del $T.P.$ para evitar confusiones.
	Cp2	El diseño del video integró los componentes del $T.P.$ a través de: 1. Lenguajes y representaciones: se usaron diagramas, narraciones sencillas y notación matemática adecuada introducida gradualmente. 2. Reglas: se incorporaron definiciones pertinentes (triángulo rectángulo, ángulo recto, área) como parte del relato. 3. Argumentos: el video muestra ejemplos de argumentos geométricos plausibles para modelar cómo justificar el $T.P.$ 4. Situaciones-problema: se presenta desde el inicio un problema claro que orienta la atención del estudiantado. 5. Aproximaciones: se eligió la representación por áreas, conectándola con otras representaciones del teorema.
Aprendizajes	Ap1	Se diseñó una tarea de tal manera que permitiera evidenciar qué aprendizajes se buscan con el video, es decir, la producción del argumento. Las actividades fueron pensadas para que los estudiantes sigan instrucciones manipulativas, construyan las piezas, las comparen y realicen los procedimientos necesarios, de manera que sus producciones muestren la producción del argumento.
	Ap2	El video fue diseñado para fomentar la comunicación y argumentación sobre el $T.P.$ Se incorporan pausas, lenguaje matemático adecuado, preguntas orientadoras y ejemplos de explicaciones que modelan cómo justificar una igualdad de áreas. La tarea complementaria refuerza esta intención al pedir que el estudiante explique o muestre por qué las piezas obtenidas permiten validar el $T.P.$

Nota: Elaboración propia.

3.2.2.6 Análisis de la Idoneidad Mediacional

Además, en el diseño de este video (a su vez de la tarea) también se tuvo en cuenta los criterios de Idoneidad Mediacional según su codificación. A continuación, una descripción de como usamos cada componente en el diseño del video y la tarea:

Tabla 12. Descripción de los componentes de Idoneidad Cognitiva aplicados al video del $T.P$.

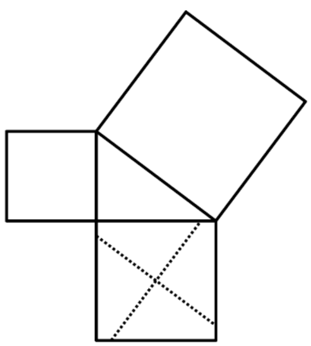
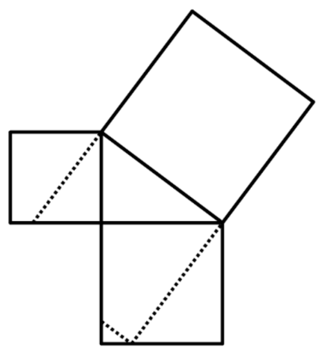
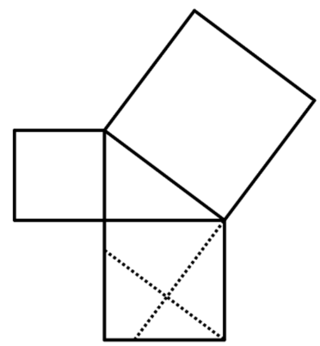
Componente	**Código**	**Descripción**
Recursos materiales	Rm1	El diseño del video incluyó la selección de materiales concretos y visuales que facilitan el estudio de los argumentos geométricos del $T.P$. Las figuras, animaciones y el rompecabezas asociado fueron escogidos para permitir que los estudiantes relacionen lo visto en el video con la manipulación en la tarea.
	Rm2	Las situaciones presentadas en el video fueron diseñadas con un contexto matemático claro que motive la necesidad de justificar el $T.P$. Se integraron representaciones como diagramas, recortes, animaciones de transformaciones y comparaciones de áreas para apoyar visualmente el razonamiento.
Entorno	En1	Para el diseño se contempló que la implementación del video y la tarea se dé en grupos pequeños, lo cual se articula con la estructura del recurso visual: el video indica momentos de interacción y está pensado para favorecer el trabajo colaborativo al manipular las piezas del $T.P$.
	En2	El diseño consideró que el video se aplicaría en franjas donde la atención del estudiantado es mayor, por lo que su estructura narrativa y visual está planeada para aprovechar esos momentos de mayor disposición.
	En3	El video se diseñó teniendo en cuenta los recursos tecnológicos disponibles en el aula (proyector, parlantes, computador). Su formato, duración y calidad visual aseguran que pueda proyectarse de manera clara y sin necesidad de equipamiento adicional.
Tiempo	Ti1	Se diseñó el video con una duración compatible con los bloques de 50 minutos, permitiendo tiempo para verlo, pausarlo y realizar las actividades asociadas.
	Ti2	Al estructurar el video, se distribuyó el tiempo para presentar diferentes componentes del $T.P.$: introducción narrativa, representaciones visuales, procedimiento geométrico, comparación de áreas y revisión de argumentos.
	Ti3	El diseño del video previó espacios donde se indica explícitamente la posibilidad de detenerlo para reforzar ideas clave, especialmente para estudiantes que requieren mayor apoyo. Además, la tarea fue diseñada para funcionar como actividad de refuerzo para quienes necesitan consolidar la comprensión del $T.P$.

Nota: Elaboración propia.

3.2.3. Etapa 3: Creación de la tarea

Para diseñar la tarea consideramos los seis elementos para la formulación y el análisis de enunciados de tareas de argumentación. Esta tarea consta de una serie de instrucciones que los estudiantes deben seguir acompañados de una de las tres figuras presentadas de la Tabla 13, estas instrucciones aplican para las tres figuras. La tarea completa con el diseño que se imprimió y entregó a los estudiantes se encuentra en el Anexo 4 – Tarea del video. A continuación, presentamos las figuras de la tarea:

Tabla 13. Figuras de la tarea

Figura 3-16. Primera figura de la tarea.	Figura 3-17. Segunda figura de la tarea.	Figura 3-18. Tercera figura de la tarea.
		
Fuente: Elaboración propia	Fuente: Elaboración propia	Fuente: Elaboración propia

Nota: Elaboración propia.

El primer punto de la tarea dice: "1) Observa la figura y colorea de la siguiente manera: Azul: El borde de los cuadrados construidos sobre los catetos. Rojo: El borde del cuadrado construido sobre la hipotenusa. Verde: El símbolo que indica el ángulo recto." Esta instrucción se diseñó con el objetivo de que los estudiantes tuvieran presente cuáles eran los cuadrados de los catetos y cuál era el cuadrado de la hipotenusa.

El segundo y tercer punto de la tarea dicen: "2) Recorta los cuadrados de los catetos y recorta sobre las líneas punteadas que aparecen. 3) Reorganiza las piezas recortadas y pégalas sobre el cuadrado de la hipotenusa buscando que coincidan con el área de este cuadrado.".

Esta solicitud se enfoca en el proceso en desarrollar la *aserción* del argumento, que más adelante van a reportar. Como la estructura del enunciado de la tarea requiere una situación y una solicitud; la situación son las figuras de la Tabla 13; la solicitud está acompañada de unas instrucciones que están desde el punto uno hasta el tres.

En el punto cuatro, ítem a, dice: “4) Cuando hayas terminado de pegar responde las siguientes preguntas: a. ¿Coinciden exactamente las piezas con el área del cuadrado de la hipotenusa? Explica tu respuesta:”, esta pregunta busca identificar si los estudiantes reconocen el atributo, es decir, la igualdad de áreas entre los cuadrados construidos sobre los catetos y el cuadrado de la hipotenusa.

En el punto 4, ítem b, dice: “b. ¿Qué relación observas entre las áreas de los cuadrados construidos sobre los catetos y el área del cuadrado construido sobre la hipotenusa?”, se espera que los estudiantes plasmen la aserción una aserción similar a: en un triángulo rectángulo la suma de las áreas de los cuadrados de los catetos es igual al área del cuadrado de la hipotenusa.

Finalmente, en el punto 4, ítem c, dice: “¿Qué dirías o mostrarías para convencer a un compañero de que tu respuesta es correcta?”, en este espacio se espera que ya que han desarrollado la aserción del argumento expresen las razones por las que consideran que su aserción es válida; Se espera que usen lo desarrollado en la tarea o lo visto en el video para justificar la aserción.

Para crear la tarea también se tuvieron en cuenta las pautas para la formulación y el análisis de enunciados de tareas que favorecen la argumentación de la Tabla 4, los cuales comparamos con la tarea en la Tabla 14 que presentamos a continuación:

Tabla 14. Pautas para la formulación y el análisis de enunciados de tareas que favorecen la argumentación en relación con la tarea diseñada

No.	**Elemento**	**Análisis**
PA1	Lo expuesto en la situación y/o solicitud tiene potencial para generar un estado de ánimo (e. g., duda, curiosidad, incertidumbre, perturbación o controversia), que al resolverse lleva a plantear ideas o posturas.	En la tarea se pregunta ¿Coinciden exactamente las piezas con el área del cuadrado de la hipotenusa? (que está relacionada con la situación) genera la inquietud respecto a la posibilidad de completar el área y curiosidad por ver si sus compañeros también pueden completarla.
PA2	La solicitud pide (implícita o explícitamente) plantear las ideas o posturas obtenidas a partir de PA1.	La pregunta ¿Qué dirías o mostrarías para convencer a un compañero de que tu respuesta es correcta? Solicita de manera explícita que los estudiantes presenten razones para justificar la veracidad del $T.P$.
PA3	La situación presenta información relacionada con alguna definición,	La situación es presentada de manera implícita en el video cuando se explica el problema. Esta situación es posteriormente presentada en las figuras de

	teorema y/o hecho que pueda ser utilizada en un argumento.	la Tabla 13 de la tarea. Esta situación es usada a lo largo de la tarea para construir la aserción del argumento.
EA1	La solicitud pide explícitamente la presentación de razones que sirvan para sustentar o refutar la veracidad de una proposición, o la aceptabilidad de una postura planteada o de una acción realizada.	Los estudiantes deben explicar las razones de porqué lo que afirman es verídico con la solicitud "¿Coinciden exactamente las piezas con el área del cuadrado de la hipotenusa? Explica tu respuesta:" en el punto 4, ítem a.
EA2	Los elementos del argumento principal (aserción y razones) que puede surgir al realizar la tarea están expuestos de forma explícita, sugeridos o son solicitados en el enunciado de la tarea.	La aserción se desarrolla en los puntos dos y tres al completar el rompecabezas. Con el punto cuatro, ítem b, se espera que los estudiantes escriban la aserción, y en el ítem c, las razones que lo justifican.
EA3	Las indicaciones son una guía que apoya la explicitación de argumentos.	En los puntos dos y tres se presentan las instrucciones que deben aplicar en la figura, esto les permite construir la aserción del argumento.

Nota: Elaboración propia.

3.3. Fase 3: Aplicación del Video y la Tarea

La institución en donde realizamos la aplicación es de carácter mixto, está ubicada en la localidad de Kennedy, en la ciudad de Bogotá D.C. y ofrece todos los niveles de educación básica y media. Cada salón cuenta con Video Beam y un pequeño bafle, cada docente debe traer su propio computador y cable HDMI para poder compartir material digital con los estudiantes.

La aplicación del video y la tarea[6] se realizó en rangos horarios de 7:00 a.m. hasta las 9:00 a.m. en el grado octavo con estudiantes de un rango de edad entre los 12 y los 14 años, en donde asistieron 18 estudiantes.

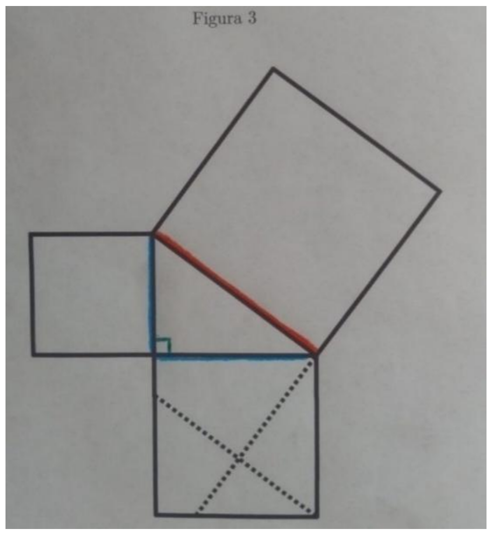
Una vez organizado el salón se presentó una introducción sobre los momentos de la clase y se solicitó formar grupos de tres personas (10 minutos), se evidencia que los estudiantes están atentos en el video y demuestran sorpresa cuando ven el movimiento de las figuras en los argumentos.

Posteriormente, se presentó el video hasta donde este indica realizar una pausa (2 minutos) donde se evidencia que los estudiantes están atentos en el video y

[6] En el anexo 4 se encuentra la tarea que se aplicó a los estudiantes.

demuestran sorpresa cuando ven el movimiento de las figuras en los argumentos. Después de pausar el video se entrega la tarea[7] a los estudiantes en la que se demorar una hora y media aproximadamente. En el primer punto, primer y segundo ítem, se solicitó colorear sobre el borde de la figura de los cuadrados construidos sobre los catetos y sobre la hipotenusa. Algunos estudiantes colorearon únicamente los lados del triángulo como se muestra en la Figura 3-19, pero cuando se les solicitó volver a leer la instrucción comprendieron la instrucción y colorearon todo el perímetro del cuadrado.

Figura 3-19. Desarrollo de la primera instrucción de primer y segundo ítem



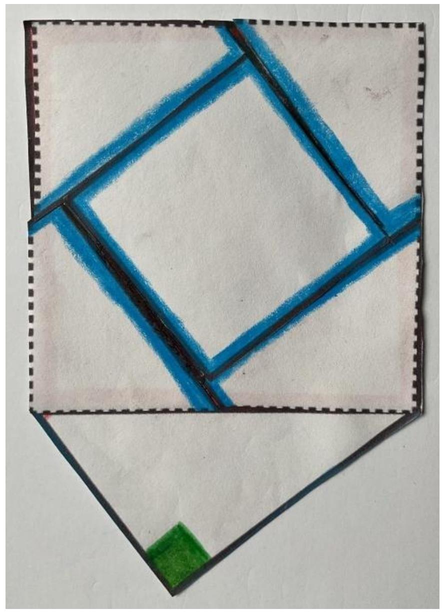
Fuente: Elaboración propia

En el primer punto, tercer ítem, se solicitó colorear de color verde "El símbolo que indica el ángulo recto" pero no se especifica sobre qué figura se debe identificar el ángulo recto, por lo que algunos grupos preguntaron respecto a qué ángulo recto se refería de todos los ángulos rectos que había en la figura.

Algunos estudiantes asumieron que el ángulo recto que se esperaba colorear era el del triángulo, unos colorearon las dos líneas que indican el ángulo recto como se muestra en la Figura 3-19 otros colorearon el cuadrado que forman las líneas que indican el ángulo recto con el triángulo rectángulo, como se muestra en la Figura 3-20 **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**en color verde:

[7] La tarea entregada a los estudiantes se llama "guía" ya que los estudiantes asocian la palabra tarea a trabajo para la casa.

Figura 3-20. Desarrollo de la cuarta instrucción



Fuente: Elaboración propia

En el segundo punto se solicitó recortar los cuadrados y sobre las líneas punteadas, lo cual realizaron correctamente. Algunos estudiantes preguntaban para confirmar que si debían rectorar de esta manera. Luego buscaron reorganizar las piezas y pegarlas sobre el cuadrado de la hipotenusa. Sobre esta instrucción los estudiantes se preguntaban si realmente había una manera en la que estas coincidan perfectamente hasta que alguien del grupo completaba el área; Esto los animaba a completar las otras dos figuras.

En el quinto punto los estudiantes discutieron entre sus grupos para concretar una respuesta, en algunos casos solicitando orientación respecto a cómo escribir sus ideas, al terminar entregaron la tarea terminada. Finalmente, los estudiantes observaron la segunda parte del video mostrando interés por saber si su construcción se correspondía con lo que se mostraría en el video y se cierra la clase con una socialización de lo visto; observamos lo siguiente:

1. Cuando se completa el área del cuadrado más grande los estudiantes comparaban el video con sus figuras, algunos grupos solicitaron devolver el video ya que querían comparar que las piezas hayan quedado bien ubicadas las piezas.

2. En la socialización, se evidenciaba que los estudiantes comprendían la relación entre áreas, pero cuando se mostró la representación algebraica del $T.P$ en la Figura 3-13 los estudiantes no comprendían que significaba a^2, b^2 y c^2 debido a dos factores:

I. En el video, era la primera vez que se mencionaba que la medida de la hipotenusa es "a" y la medida de los catetos son "b" y "c".

II. Algunos estudiantes no recordaron inmediatamente la representación simbólica del área de un cuadrado, por lo que no relacionaron a^2 con el área del cuadrado de la hipotenusa, y análogamente con los cuadrados de los catetos.

3. Los estudiantes no recordaron con claridad el problema inicial, después de recordarlo notaron que sí era posible mover los cultivos de un terreno al otro.

3.4 Fase 4: Análisis de la aplicación

En esta sección presentamos la rúbrica construida que nos permitirá analizar las evidencias recolectadas y decidir si el recurso del video, junto con la implementación de la tarea, favoreció o no la producción de argumentos por parte de los estudiantes. Para ello, nos basamos en Ávila y Varela (2024), quienes en su estudio presentan un análisis un argumento inductivo; sin embargo, nosotros no analizamos un tipo de argumento específico, pues nuestro interés está en estudiar las aserciones y la aceptabilidad de las razones que se puedan encontrar en las evidencias recolectadas.

En las categorías de especialización de los elementos estructurales de un argumento inductivo propuestas por Ávila y Varela (2024); Se realizó análisis del dato, el patrón de generalidad (y en qué momento se proponía) y la aserción siguiendo el esquema de Toulmin. Nosotros adaptamos esa propuesta, para los fines de este trabajo de grado, de la siguiente manera:

a. Dato: Entendiendo el dato como la información, hecho u observación que se ofrece como base para apoyar la aserción del argumento, indagamos en las aserciones presentadas por los grupos y las analizamos que información base identificaron. En la aserción que los estudiantes debían reportar debían identificar el triángulo rectángulo y los cuadrados que tienen como base los lados del triángulo; estos se sugieren en la tarea en la Tabla 13 y en el video. En la tarea se evidenciaron tres tipos de datos:
    1. Los tres grupos que hallaron la aserción esperada identificaron el triángulo rectángulo, los cuadrados que tienen como base los lados del triángulo

y posiblemente las divisiones de los cuadrados que tienen como lados los catetos. Esto lo identificamos en los argumentos del estudiante por lo siguiente:

I. Estos grupos identificaron y mencionaron los cuadrados y los lados del triángulo en su aserción; además, el triángulo y sus cuadrados son mencionados en el video, y en la tarea deben colorear el ángulo recto del triángulo.

II. No es claro si los estudiantes identificaron las divisiones de los cuadrados ya que se reporta lo siguiente: a. un grupo incluyó dos aserciones separadas por una coma, en una reportaba la aserción esperada y en otra aludía a las fichas de la tarea. b. Los otros dos grupos mencionaron las divisiones de los cuadrados fueran parte de la aserción al usar expresiones como "da como resultado que encajen" o "ya que repartas como repartas"; pero usar conectores como "da" o "ya que", pertenece a las expresiones que tienen una intención justificativa.

2. Dos grupos que no hallaron la aserción esperada identificaron los cuadrados que tienen como lados los catetos y sus divisiones, posiblemente identificaron el triángulo rectángulo.

I. En sus aserciones usar la palabra "figuras" o como las llamamos en el video "piezas". Esto nos muestra que únicamente identificaron los cuadrados de los catetos y las divisiones de estos cuadrados, bien sea las que observaron en el video o las que desarrollaron en la tarea.

II. Un grupo se refiere a los lados del triángulo por lo que si identificaron el triángulo. El otro grupo no reporta nada alusivo al triángulo por lo que no se sabe si lo identificaron o no.

3. Un grupo que no halló la aserción esperada identificó el triángulo rectángulo y los cuadrados que tienen como base los lados del triángulo, ya que en su aserción únicamente mencionan los cuadrados, los lados del triángulo y las medidas de los lados y ángulos de los cuadrados y del triángulo.

b. Aserción: La aserción se mantuvo bajo adaptaciones, en donde el conjunto referencial son los argumentos presentados en el video.

c. Patrón de generalidad: Este hace referencia a las razones por la que se considera valida la aserción en un argumento inductivo; En estas razones se debe identificar un elemento que no hace parte del conjunto referencial que también cumpla el atributo (i.e., la igualdad de áreas entre los cuadrados construidos sobre los catetos y el cuadrado de la hipotenusa). Esto no sucedió, y tampoco se esperaba que sucediera ya que es la primera vez que los estudiantes se enfrentan a un argumento, por lo que en la rúbrica lo modificamos completamente y categorizamos por niveles las justificaciones. Independientemente de si se utilizó la aserción esperada o no, se evalúa si las razones proporcionadas son aceptables; Por este motivo, es posible que existan aserciones de nivel 1 acompañadas de razones de nivel 4.

A continuación, presentamos la tabla adaptada con la claridad de que los elementos son los argumentos presentados en el video o los argumentos que se pueden desarrollar en la tarea, y el atributo hace referencia al $T.P$.

Tabla 15. Adaptación de las categorías de especialización de argumentos.

Componente de nivel	**Nivel 1**	**Nivel 2**	**Nivel 3**	**Nivel 4**
Aserción	No se propone la aserción esperada.	La aserción expone solamente la existencia de uno de los elementos del video o del elemento de la tarea que cumple el atributo, sin asignarle el atributo a otro elemento.	La aserción les asigna el atributo a los elementos del video.	La aserción les asigna el atributo a los elementos del video y a un elemento adicional, es decir, el elemento de la tarea.
Razones	No se propone una razón	Las razones repiten, describen o señalan lo observado en el video	Las razones establecen una relación de apoyo, pero de forma incompleta o con	Las razones sustentan de manera explícita la aserción,

	aceptable.	o la tarea, pero sin establecer un vínculo explícito de justificación con la aserción.	base en atributos presentados en el video y/o desarrollados en la tarea que no sustentan directamente la aserción. Puede haber acciones o enunciados que muestran evidencia, pero sin explicar la conexión con la aserción.	mostrando la conexión lógica o empírica entre la aserción y los atributos presentados en el video y/o desarrollados en la tarea. Se apoya en enunciados o en acciones que hacen aceptable o veraz la aserción.

Nota: Elaboración propia.

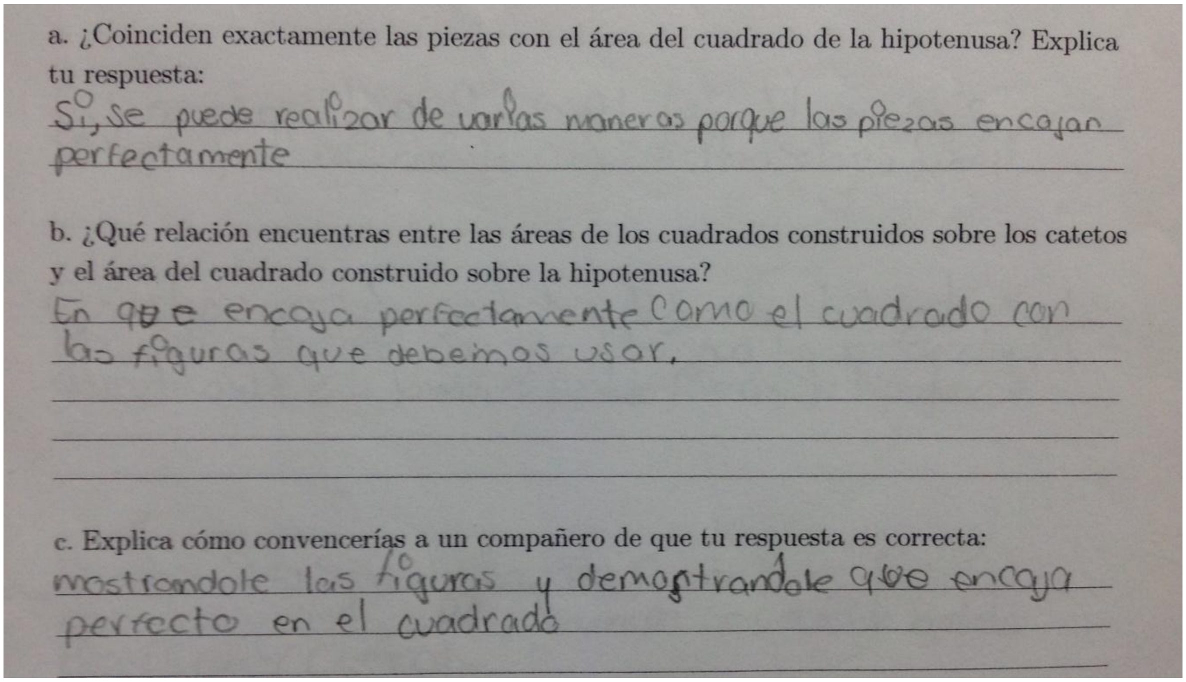
3.4.1 Análisis de la aplicación de la tarea.

En esta sección presentamos el análisis de la evidencia, que consiste en los ítems b. y c. del punto cuatro de las pruebas aplicadas a los estudiantes. En la tarea, desde el punto 1 hasta el 3, se brindan instrucciones para que los estudiantes identifiquen los lados del triángulo, recorten las fichas y las peguen en el cuadrado de la hipotenusa, por tal motivo, nuestro interés está en analizar el punto 4, que es donde los estudiantes reportan su posible argumento; En el ítem "a." se pretendía conocer si los estudiantes identificaron el atributo; En el ítem "b." se buscaba que los estudiantes reportaran la aserción esperada en relación con las áreas; Y en el ítem "c." se esperaba que los estudiantes escribieran las razones por las que consideran que su aserción es válida.

A continuación, presentamos los análisis de la tarea. Estos análisis se presentan en el siguiente orden: primero, una imagen en la que se muestra la respuesta literal del estudiante; segundo, una reconstrucción del argumento en base a lo reportado en la tarea y en lo dialogado con los estudiantes; y tercero, un análisis de la aserción y las razones identificadas dicha reconstrucción correspondientes a los ítems b y c del punto cuatro de la tarea.

3.4.1.1 Primer Grupo

Figura 3-21. Respuesta del punto 4 de la tarea - Grupo 1.



a. ¿Coinciden exactamente las piezas con el área del cuadrado de la hipotenusa? Explica tu respuesta:

Si, se puede realizar de varias maneras porque las piezas encajan perfectamente

b. ¿Qué relación encuentras entre las áreas de los cuadrados construidos sobre los catetos y el área del cuadrado construido sobre la hipotenusa?

En que encaja perfectamente como el cuadrado con las figuras que debemos usar.

c. Explica cómo convencerías a un compañero de que tu respuesta es correcta:

mostrandole las figuras y demostrandole que encaja perfecto en el cuadrado

Nota: Elaboración propia.

Argumento reconstruido:

b. **Encajan** perfectamente: el cuadrado [de la hipotenusa] con las figuras que debemos usar [es decir, las piezas en las que se dividieron los cuadrados construidos sobre los catetos].

c. Mostrándole las figuras [es decir, las piezas en las que se dividieron los cuadrados construidos sobre los catetos] y demostrándole que encajan perfectamente en el cuadrado [de la hipotenusa].

Análisis:

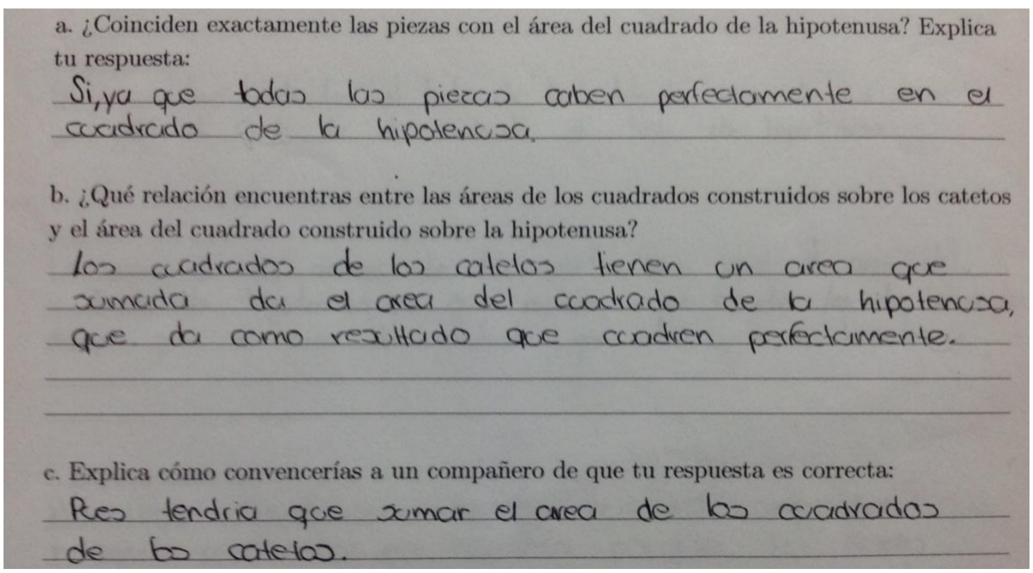
La aserción es nivel 1 ya que se centra en el encaje visual de las piezas, sin relacionarlo con las áreas. Este grupo usó las palabras "encajar perfectamente" para decir que al mover las piezas se pueden organizar sobre el cuadrado de la hipotenusa, de tal manera que visualmente se acoplan "perfectamente" una sobre otra; Pero no reportan un atributo alusivo a las áreas sino únicamente a la tarea.

En la tarea se pregunta explícitamente por la relación entre las áreas, pero el grupo se centró en las piezas. Si se hubiera realizado una intervención docente para recordar que la propiedad solicitada se refiere a las áreas, es probable que los estudiantes hubieran corregido su respuesta y reportado la aserción esperada.

La razón es nivel 4 ya que usa el movimiento como una relación de apoyo para sustentar el “encaje” la cual es aceptable. Este grupo utilizó como justificación el mover las piezas para mostrar (no demostrar) que encajan en el cuadrado de la hipotenusa; esta justificación conecta la aserción con el atributo presentado en la tarea siendo similares pero con diferente intencionalidad. Se evidencia una comprensión empírica del problema, basada en la manipulación y la observación, sin traducir el encaje en una igualdad de áreas.

3.4.1.2 Segundo Grupo

Figura 3-22. Respuesta del punto 4 de la tarea - Grupo 2.



a. ¿Coinciden exactamente las piezas con el área del cuadrado de la hipotenusa? Explica tu respuesta:

Si, ya que todas las piezas caben perfectamente en el cuadrado de la hipotenusa.

b. ¿Qué relación encuentras entre las áreas de los cuadrados construidos sobre los catetos y el área del cuadrado construido sobre la hipotenusa?

los cuadrados de los catetos tienen un area que sumada da el area del cuadrado de la hipotenusa, que da como resultado que cuadren perfectamente.

c. Explica cómo convencerías a un compañero de que tu respuesta es correcta:

Pes tendria que sumar el area de los cuadrados de los catetos.

Nota: Elaboración propia.

Argumento reconstruido:

b. Los cuadrados de los catetos tienen un área que **sumada** da el área del cuadrado de la hipotenusa, que da como resultado que cuadren perfectamente.

c. Tendría que sumar el área de los cuadrados de los catetos.

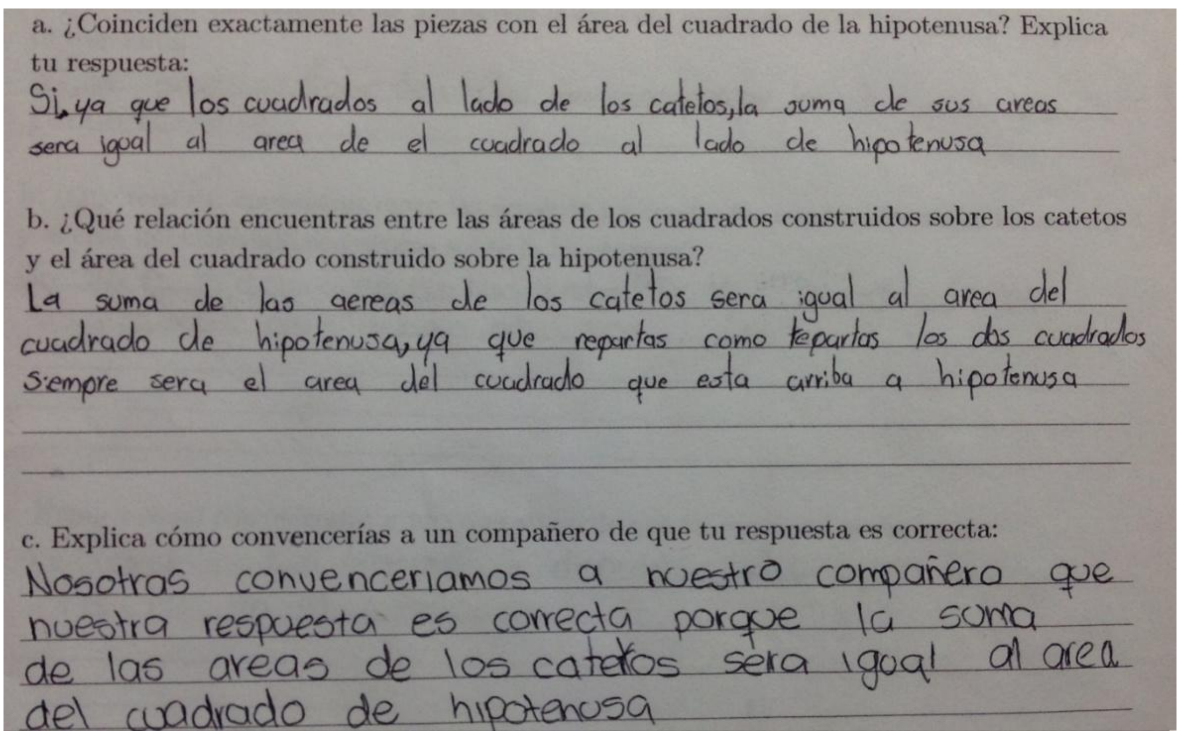
Análisis:

La aserción es nivel 4 ya que les asigna el atributo a todos los elementos. Este grupo le asigna el atributo esperado (la suma de las áreas) a todos los casos; cuando usan la palabra “cuadrar” hacen referencia a que en la tarea las piezas coinciden con el cuadrado de la hipotenusa y usan la palabra perfectamente para decir que no hay espacios sobrantes, esto, porque lo vieron en el video y lo desarrollaron en la tarea.

Las razones son de nivel 4 ya que su justificación sí es una relación de apoyo que hacen aceptable la aserción y está pensada para cualquier elemento, ya sea el video o la tarea. Este grupo justificó su descubrimiento a modo de comprobación; ya sea en el video o en la tarea, para saber si se cumplía el atributo se debía sumar las áreas de los cuadrados de los catetos y compararlas con el área del cuadrado de la hipotenusa para notar qué, si son iguales, y aunque no hicieron la prueba, sugieren que si alguien la realiza comprobará la aserciones verdadera.

3.4.1.3 Tercer Grupo

Figura 3-23. Respuesta del punto 4 de la tarea - Grupo 3.



a. ¿Coinciden exactamente las piezas con el área del cuadrado de la hipotenusa? Explica tu respuesta:
Si, ya que los cuadrados al lado de los catetos, la suma de sus areas sera igual al area de el cuadrado al lado de hipotenusa

b. ¿Qué relación encuentras entre las áreas de los cuadrados construidos sobre los catetos y el área del cuadrado construido sobre la hipotenusa?
La suma de las aereas de los catetos sera igual al area del cuadrado de hipotenusa, ya que repartas como repartas los dos cuadrados siempre sera el area del cuadrado que esta arriba a hipotenusa

c. Explica cómo convencerías a un compañero de que tu respuesta es correcta:
Nosotras conuenceriamos a nuestro compañero que nuestra respuesta es correcta porque la suma de las areas de los catetos sera igual al area del cuadrado de hipotenusa

Nota: Elaboración propia.

Argumento reconstruido:

b. La **suma** de las áreas de [los cuadrados que tiene como lado] los catetos serán igual al área del cuadrado de la hipotenusa, ya que repartas como repartas los dos cuadrados, siempre será [igual a] el área del cuadrado de arriba, el de la hipotenusa.

c. Nosotros convenceríamos a nuestro compañero que nuestra respuesta es correcta porque la suma de las áreas de los catetos será igual al área del cuadrado de la hipotenusa.

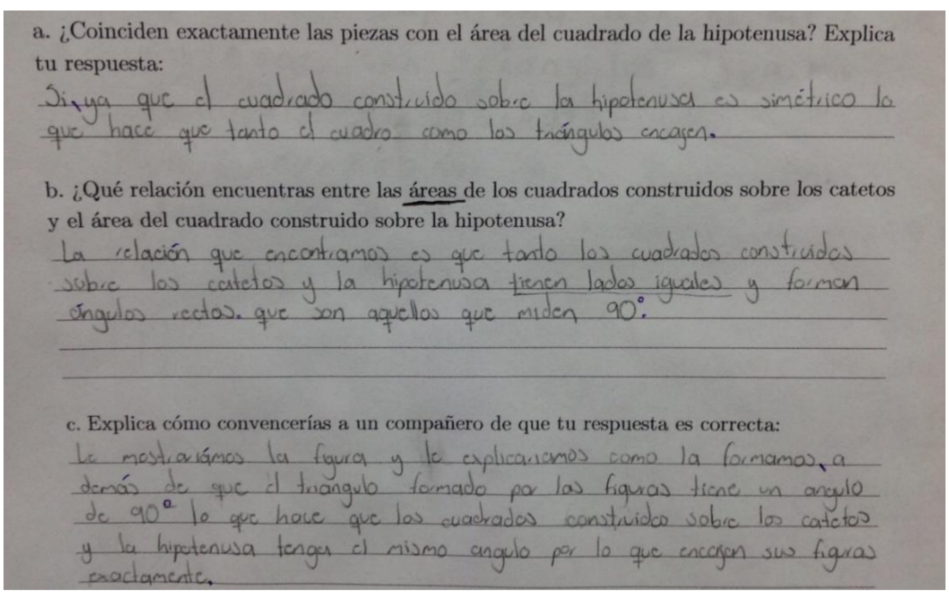
Análisis:

La aserción es nivel 4 ya que les asigna el atributo a todos los elementos. Este grupo le asigna el atributo esperado (la suma de las áreas) a todos los casos; además, aclaran que "repartas como repartas" siempre se cumplirá el atributo, haciendo referencia a que vieron una "repartición" en el video y desarrollaron en la tarea diferentes maneras de dividir los cuadrados de los catetos y reacomodarlos en el cuadrado de la hipotenusa para darse cuenta con son cuadrados con la misma área.

Las razones son de nivel 4 ya que su justificación si es una relación de apoyo y está pensada para cualquier elemento, ya sea el video o la tarea. Este grupo justificó su descubrimiento a modo de comprobación; ya sea en el video o en la tarea, para saber si se cumplía el atributo se debía sumar las áreas de los cuadrados de los catetos y compararlas con el área del cuadrado de la hipotenusa para notar que si son iguales (aunque tampoco hicieron la prueba, sugieren que si alguien la realiza comprobará que la aserción es verdadera).

3.4.1.4 Cuarto Grupo

Figura 3-24. Respuesta del punto 4 de la tarea - Grupo 4.



a. ¿Coinciden exactamente las piezas con el área del cuadrado de la hipotenusa? Explica tu respuesta:

Si, ya que el cuadrado construido sobre la hipotenusa es simétrico lo que hace que tanto el cuadro como los triángulos encajen.

b. ¿Qué relación encuentras entre las áreas de los cuadrados construidos sobre los catetos y el área del cuadrado construido sobre la hipotenusa?

La relación que encontramos es que tanto los cuadrados construidos sobre los catetos y la hipotenusa tienen lados iguales y forman ángulos rectos. que son aquellos que miden 90°.

c. Explica cómo convencerías a un compañero de que tu respuesta es correcta:

Le mostraríamos la figura y le explicaríamos como la formamos, además de que el triángulo formado por las figuras tiene un angulo de 90° lo que hace que los cuadrados construidos sobre los catetos y la hipotenusa tengan el mismo angulo por lo que encajan sus figuras exactamente.

Nota: Elaboración propia.

Argumento reconstruido:

b. La relación que encontramos es que tanto los cuadrados construidos sobre los catetos y la hipotenusa tienen lados iguales y forman ángulos rectos (que son aquellos que miden 90°).

c. Le mostraríamos la figura [es decir, la construcción de la tarea] y le explicaríamos como la formamos; además, que el triángulo formado por las figuras [es decir, los tres cuadrados] tiene un ángulo de 90°, lo que hace que los cuadrados construidos sobre los catetos y la hipotenusa tenga el mismo ángulo por lo que encajan sus figuras exactamente.

Análisis:

La aserción es nivel 1 ya que esta estuvo relacionada con los lados y no con las áreas. Durante la sesión se dialogó con el grupo para entender un poco su respuesta; este grupo se centró en las medidas de los lados de los cuadrados, es decir, en el perímetro aun cuando en el taller se pregunta por la relación entre las áreas. Este grupo explicaba que, aunque los lados de los cuadrados de los catetos tenían diferentes medidas se podría organizar de tal manera que formaran un solo cuadrado, y este cuadrado tendría lados congruentes con el cuadrado de la hipotenusa. Además, mencionan que al ambos ser cuadrados, también tendrían ángulos congruentes (entre los cuadrados de los catetos y el cuadrado de la hipotenusa), ya que sus ángulos son rectos.

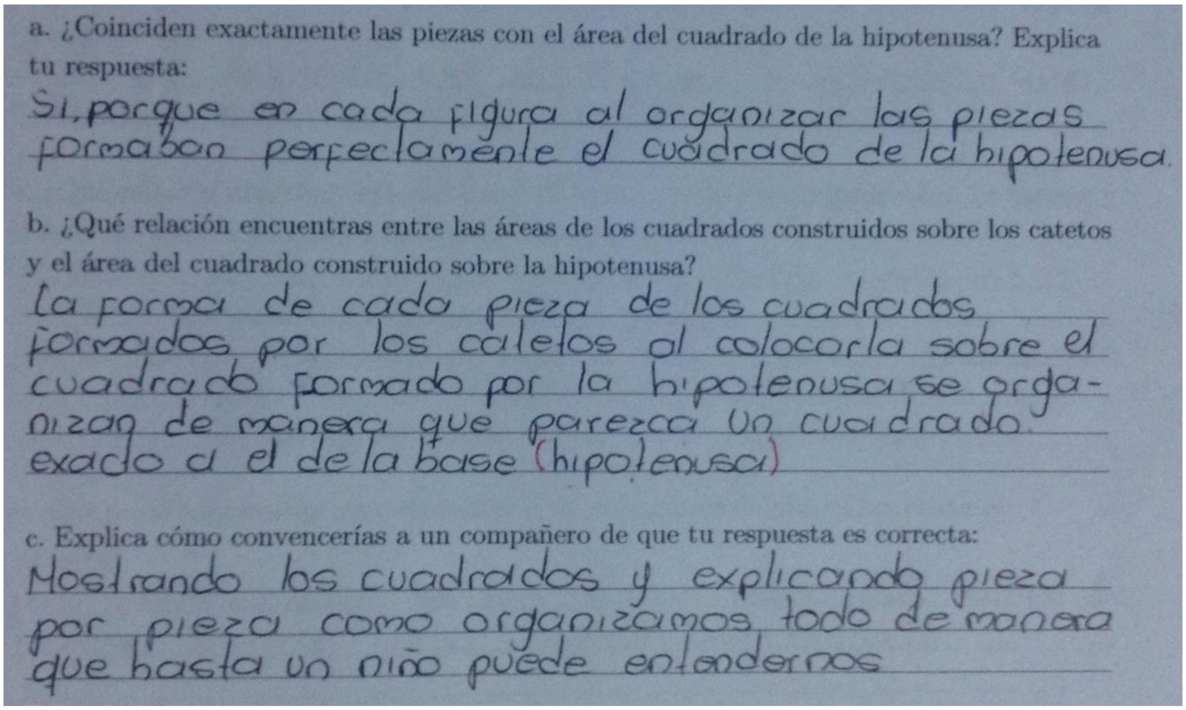
Se presentan dos razones, una de nivel 4 y otra de nivel 1:

La primera razón es "Le mostraríamos la figura [es decir, la construcción de la tarea] y le explicaríamos como la formamos"; usaron como justificación el mover las piezas en las que se dividieron los cuadros de los catetos y mostrar, a través de una explicación, que tienen lados congruentes con el cuadrado de la hipotenusa.

La segunda razón es: "el triángulo formado por las figuras [es decir, los tres cuadrados] tiene un ángulo de 90°, lo que hace que los cuadrados construidos sobre los catetos y la hipotenusa tenga el mismo ángulo por lo que encajan sus figuras exactamente". Esta es incorrecta por dos motivos; i) es falso que los cuadrados construidos sobre los catetos y la hipotenusa tengan un ángulo recto porque tienen como uno de sus lados un triángulo rectángulo, ya que si no hubiera sido un triángulo rectángulo los cuadrados mantienen sus ángulos rectos por la definición de cuadrado. ii) Es falso que el cuadrado reconstruido con las piezas sea congruente con el cuadrado de la hipotenusa si tienen únicamente los ángulos congruentes, ya que por el Teorema del cuadrado sabemos que es necesario que al menos uno de los lados sea congruente para que los cuadrados lo sean, los ángulos siempre serán congruentes ya que son cuadrados.

3.4.1.5 Quinto Grupo

Figura 3-25. Respuesta del punto 4 de la tarea - Grupo 5.


a. ¿Coinciden exactamente las piezas con el área del cuadrado de la hipotenusa? Explica tu respuesta:

Si, porque en cada figura al organizar las piezas formaban perfectamente el cuadrado de la hipotenusa.

b. ¿Qué relación encuentras entre las áreas de los cuadrados construidos sobre los catetos y el área del cuadrado construido sobre la hipotenusa?

La forma de cada pieza de los cuadrados formados por los catetos al colocarla sobre el cuadrado formado por la hipotenusa se organizan de manera que parezca un cuadrado exacto a el de la base (hipotenusa)

c. Explica cómo convencerías a un compañero de que tu respuesta es correcta:

Mostrando los cuadrados y explicando pieza por pieza como organizamos todo de manera que hasta un niño puede entendernos

Nota: Elaboración propia.

Argumento reconstruido:

b. Al colocar cada pieza de los cuadrados formados por los catetos sobre el cuadrado de la hipotenusa, se pueden organizar de tal manera que las piezas se parezcan exactamente el cuadrado de la hipotenusa.

c. Mostrando los cuadrados y explicando pieza por pieza como organizamos todo de manera que hasta un niño pueda entendernos.

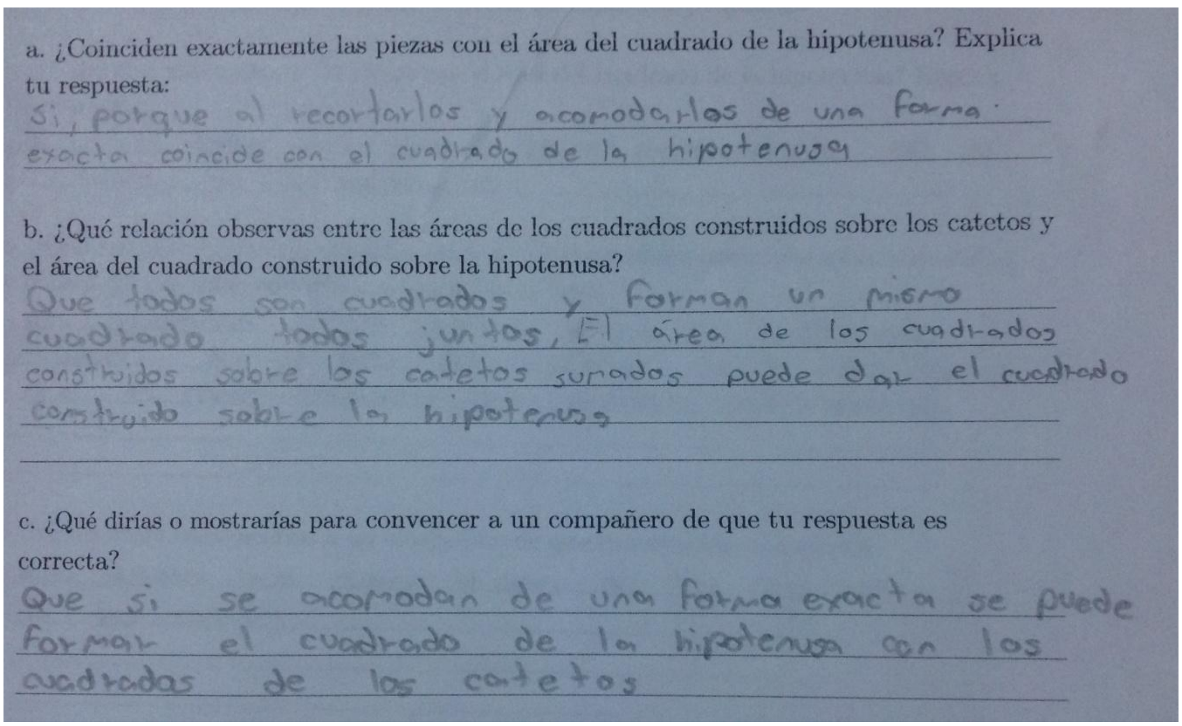
Análisis:

La aserción es nivel 1 ya que únicamente le asigno el atributo a la tarea. Cuando dice “parezcan exactamente” quiere decir a que visualmente se acoplan una sobre otra sin dejar “huecos” ni tampoco “sobrantes” (como el grupo 1). Pero no reportan un atributo alusivo a las áreas, sino que se centraron en la organización de las fichas.

La razón es nivel 4 ya que usa el movimiento como una relación de apoyo para sustentar que “se parezcan exactamente” la cual es aceptable. Este grupo utilizó como justificación el mover las piezas en las que se dividieron los cuadrados de los catetos y explicar, que moviendo estas piezas, se pueden organizar sobre el cuadrado de la hipotenusa de tal manera que coincidan. Aunque parezca que la justificación es adecuada, está justificando una aserción incompleta; por lo que esta razón no justifica la aserción esperada.

3.4.1.6 Sexto Grupo

Figura 3-26. Respuesta del punto 4 de la tarea - Grupo 6.



a. ¿Coinciden exactamente las piezas con el área del cuadrado de la hipotenusa? Explica tu respuesta:

Si, porque al recortarlos y acomodarlos de una forma exacta coincide con el cuadrado de la hipotenusa

b. ¿Qué relación observas entre las áreas de los cuadrados construidos sobre los catetos y el área del cuadrado construido sobre la hipotenusa?

Que todos son cuadrados y forman un mismo cuadrado todos juntos, El área de los cuadrados construidos sobre los catetos sumados puede dar el cuadrado construido sobre la hipotenusa

c. ¿Qué dirías o mostrarías para convencer a un compañero de que tu respuesta es correcta?

Que si se acomodan de una forma exacta se puede formar el cuadrado de la hipotenusa con los cuadrados de los catetos

Nota: Elaboración propia.

Argumento reconstruido:

b. Que todos son cuadrados y forman un mismo cuadrado todos juntos. El área de los cuadrados construidos sobre los catetos sumados puede dar el cuadrado construido sobre la hipotenusa.

c. Que si se acomodan de una forma exacta se puede formar el cuadrado de la hipotenusa con los cuadrados de los catetos.

Análisis:

La aserción es nivel 4 ya que les asigna el atributo a todos los elementos. Este grupo le asigna el atributo esperado (la suma de las áreas) a todos los casos; cuando usan la palabra "dar" hacen referencia a que la suma de las áreas de los cuadrados de los catetos es igual a área de la hipotenusa. Al inicio pareciera que solo notaron que la fichas se pueden organizar en el cuadrado de la hipotenusa, pero luego de revisar bien la pregunta pareciera que otro estudiante el grupo (ya que cambia la letra) notó que lo reportado no hacía alusión a las áreas y luego si reportaron la aserción esperada.

Las razones son de nivel 4 ya que su justificación si es una relación de apoyo que hacen aceptable la aserción para cualquier elemento y usa el movimiento de las fichas como argumento. Este grupo usó los descubrimientos en la tarea y los argumentos presentados en el video como justificación para la relación encontrada conectando adecuadamente la aserción con las razones haciendo este argumento aceptable (Este argumento es al que se esperaba que los demás estudiantes reportaran).

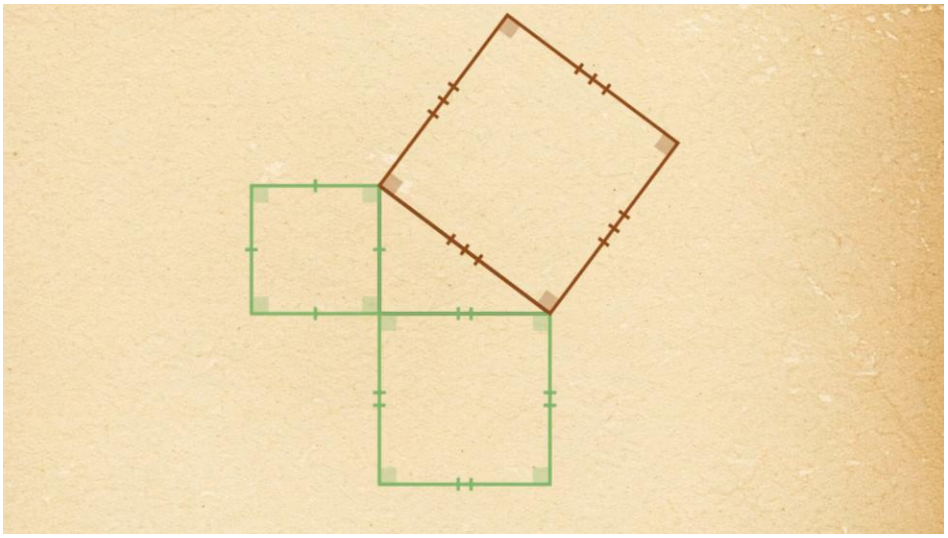
3.5 Fase 5: Consideraciones para el rediseño

A continuación, presentamos los ajustes al video y posteriormente los ajustes a la tarea con base en la socialización realizada después de concluir con la actividad.

3.5.1 Ajustes al video

En la aplicación notamos que habíamos cometido un error al analizar la Figura 3-3 ya que esta no era idónea epistémicamente. Aunque el ángulo recto del triángulo se marcaría después para evitar sobrecargar la imagen, en ningún momento marcamos las congruencias de los lados de los cuadrados ni sus ángulos rectos; Por lo tanto, el primer cambio que realizamos en la imagen fue el presentado a continuación:

Figura 3-27. Corrección de la ilustración del $T.P.$



Nota: Elaboración propia.

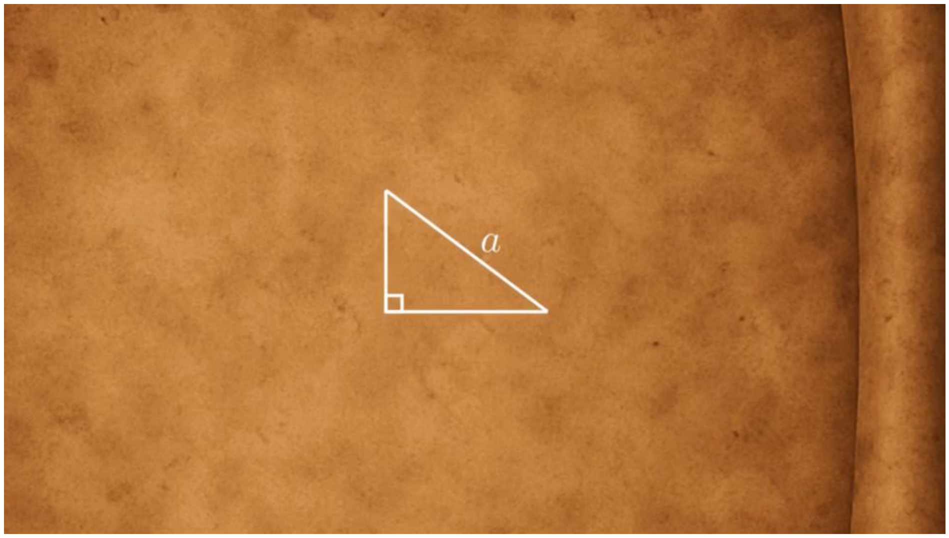
De acuerdo con lo observado en la socialización se realizaron los siguientes cambios en el video:

1. En el minuto [01:48] en la Figura 3-11 se muestran las divisiones de los cuadrados de los catetos, luego se muestra como estas piezas se mueven al cuadrado de la hipotenusa; Este movimiento se demora 8 segundos en total. Como los estudiantes no alcanzaban a comparar su producción con la que se presenta en el video, se triplicó en tiempo de espera para el movimiento de cada pieza, por lo que el movimiento duró un tiempo total de 24 segundos.

2. Debido a la confusión presentada con la simbología a^2, b^2 y c^2 se agregó al video una escena antes de presentar el $T.P$ donde se explica la procedencia de los símbolos y la relación que tienen con los lados del triángulo. Esta escena se construyó utilizando el siguiente guion:

- Mientras el narrador dice "Siendo a la medida de la hipotenusa" se muestra el triángulo rectángulo y la letra a sobre la hipotenusa.

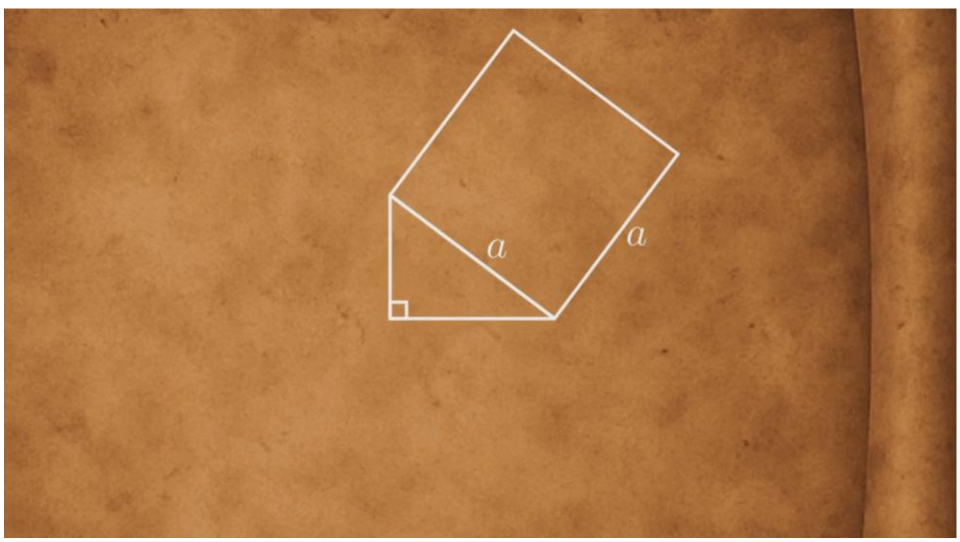
Figura 3-28. Primera añadidura al video.



Nota: Elaboración propia.

- Luego dice "el área del cuadrado construido sobre esta será a por a" se muestra el cuadrado y sobre otro de sus lados se muestra también la a.

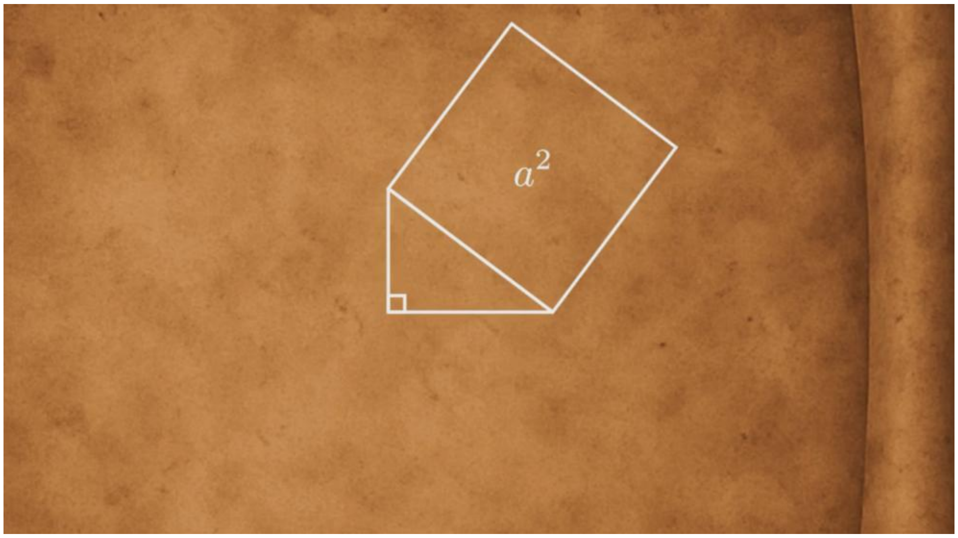
Figura 3-29. Segunda añadidura al video.



Nota: Elaboración propia.

- Después dice "es decir, a al cuadrado" se muestra cómo se juntan estas dos a para convertirse en un a^2 en el centro del cuadrado de la hipotenusa.

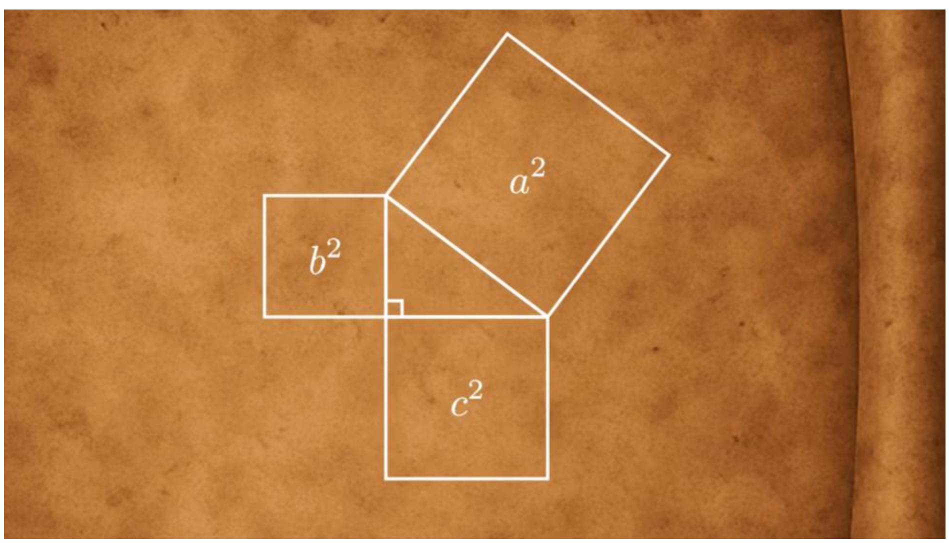
Figura 3-30. Tercera añadidura al video.



Nota: Elaboración propia.

- Cuando el narrador dice "lo mismo sucede con los cuadrados construidos sobre los catetos" se muestra la misma animación, pero con los cuadrados de los catetos con las letras b^2 y c^2,respectivamente.

Figura 3-31. Cuarta añadidura al video.

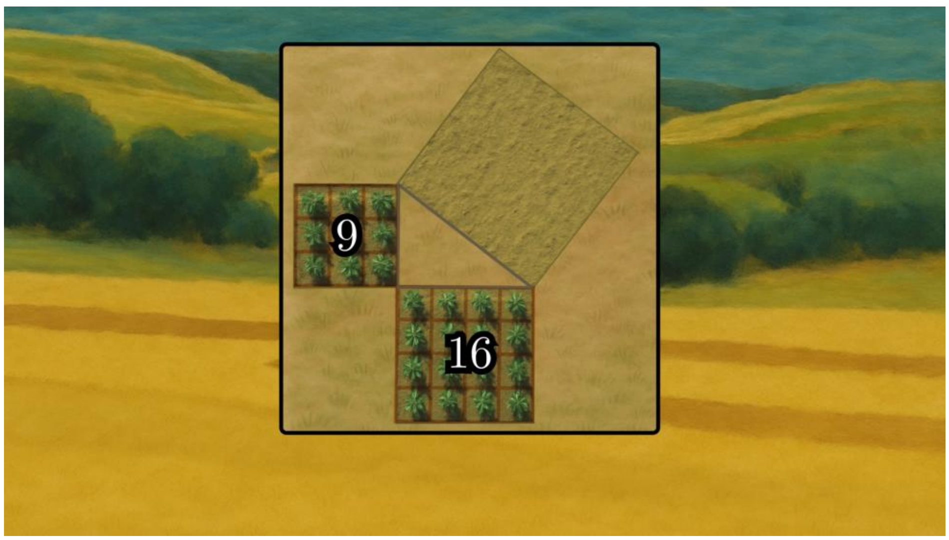


Nota: Elaboración propia.

3. Ya que los estudiantes no recordaban el problema inicial se agregó una escena después de presentar el $T.P$ donde se retoma este problema y se explicita su respuesta de manera visual y simbólica. Esta escena se construyó utilizando el siguiente guion:

- Mientras el narrador dice "Volviendo al problema inicial nos damos cuenta de que, si en un terreno hay nueve plantas y en el otro hay dieciséis plantas, al moverlas al nuevo terreno" aparece la misma imagen del problema inicial pero además aparecen sobre los cuadrados la cantidad de plantas que hay. Estos números se ubican sobre los cuadrados de los catetos y se desplazan a la parte inferior de la pantalla de la forma "$9 + 16 =$".

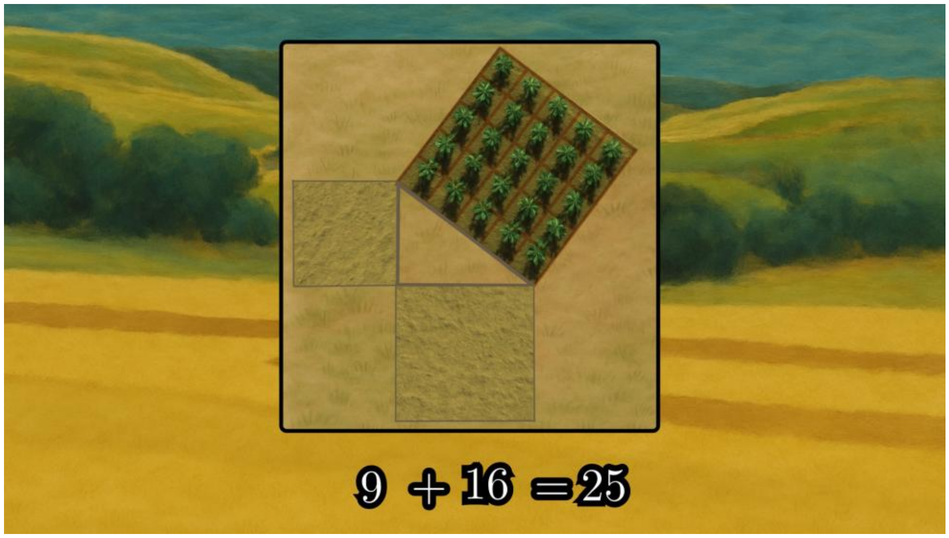
Figura 3-32. Quinta añadidura al video.



Nota: Elaboración propia.

- Luego, el narrador dice "si caben las veinticinco plantas" y aparece el veinticinco sobre el cuadrado de la hipotenusa y se desplaza hacia la parte inferior de la pantalla ubicándose al lado del igual de la siguiente forma: $9 + 16 = 25$.

Figura 3-33. Sexta añadidura al video.



Nota: Elaboración propia.

La versión final del video se puede encontrar en el siguiente enlace: https://www.youtube.com/watch?v=CUt-5QqF5dU

3.5.2 Ajustes a la tarea

Se realizaron las modificaciones necesarias de la tarea según nuestras observaciones en su implementación. El primer punto fue el único que requirió una modificación donde ya no se debe colorear el perímetro de los cuadrados sino las áreas de los cuadrados en los primeros dos ítems, y se especificó qué ángulo se debe colorear en el tercer ítem.

Inicialmente se planteó este punto con el objetivo de que los estudiantes recordaran cuáles son los catetos y cuál es la hipotenusa, por consiguiente, identificar los cuadrados construidos sobre los catetos y sobre la hipotenusa, para poder diferenciarlos. Este punto estaba cumpliendo su función, pero como se muestra en la Figura 3-24, un grupo particular de estudiantes plantearon la relación de los cuadrados en términos de los lados.

Inferimos que, aunque se esté aludiendo a áreas, la acción colorear lados los puede confundir, ya que genera cierta ambigüedad manejar un discurso en términos de áreas y de pronto hablar de lados; Esto pudo haberlos inducido a pensar en propiedades de los lados como se observa en la Figura 3-24. Por lo tanto, en la tarea se solicita colorear de la siguiente manera: "Azul: Los cuadrados construidos sobre los catetos. Rojo: El cuadrado construido sobre la hipotenusa.".

El segundo cambio consiste en especificar a qué figura pertenece el ángulo verde del triángulo rectángulo. Por lo tanto, se sugiere colorear de la siguiente manera: “Verde: el indicativo del triángulo rectángulo.”. Estos cambios se verán reflejados en el Anexo 5 – Tarea del video corregida.

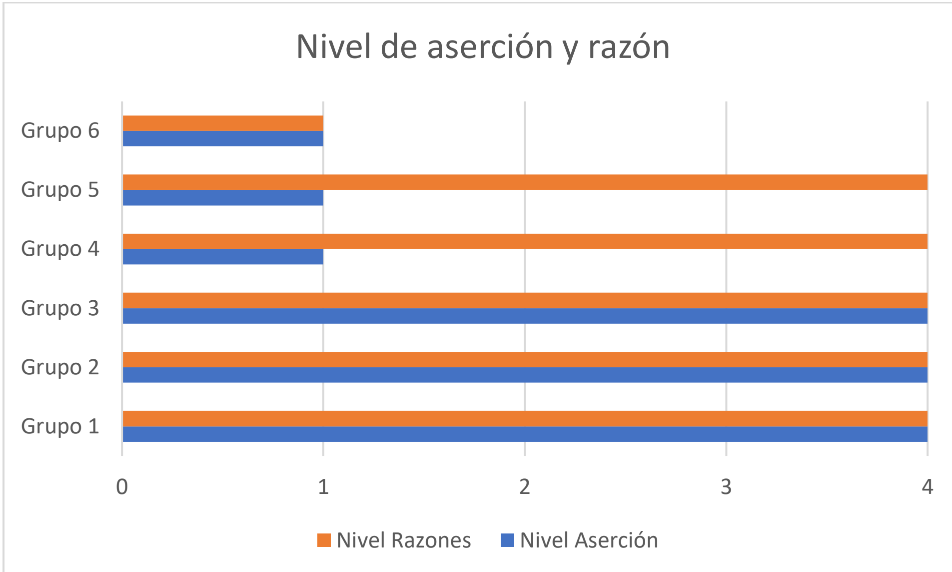
3.6 Fase 6: Resultados y análisis

Se esperaba un uso del lenguaje matemático poco especializado, ya que es la primera vez que los estudiantes se enfrentan a un argumento, por lo que se evidencia carencias en el lenguaje matemático utilizado, ya que presentan confusiones en los términos, así como el bajo nivel de redacción al expresar sus argumentos, ya que expresan ideas incompletas y en algunos casos no son claras, incluso fue necesario pedirle a un grupo que explicara mejor su idea para posteriormente poder reconstruir el argumento.

Solo tres grupos (la mitad) reportaron la aserción esperada (nivel 4); de los tres grupos que sí hicieron bien la aserción, dos pensaron en la comprobación para justificarla (nivel 4). Solo un grupo fue capaz de encontrar la aserción esperada y de usar la tarea y el video para sustentar su afirmación (nivel 4). Los tres grupos que no hicieron bien la aserción (nivel 1) se centraron en la tarea y no leyeron con atención el enunciado, pues este indicaba claramente “qué relación encuentras entre las áreas”, pero ellos se enfocaron en las figuras; sin embargo, dos grupos justificaron de manera adecuada con un nivel 4 su aserción.

En la Figura 3-34 podemos evidenciar que la mayoría de los grupos justificó con un buen nivel su aserción, pero solo la mitad de los grupos reportó la aserción esperada.

Figura 3-34. Gráfico de los niveles de aserción y razones de los resultados de la tarea.



Nota: Elaboración propia.

Se observa potencial en la tarea, ya que, emulando los movimientos observados en el video, todos los estudiantes fueron capaces de completar la tarea hasta el punto tres; lo que nos indica una buena comprensión del video, y una idoneidad adecuada del mismo. Sin embargo, para lograr un desarrollo adecuado del punto cuatro es necesario:

a. La aserción se requiere una intervención docente para que los estudiantes reorienten su atención hacia la relación de áreas, en lugar de quedarse en la observación de figuras aisladas.

b. Para las razones es necesario que los estudiantes conozcan qué es un argumento y qué implica una justificación, de modo que no se basen únicamente en lo empírico, sino que logren asociar el argumento que construyen en la tarea (apoyados en el video) con la justificación de su aserción.

A pesar de las expectativas en cuento al poco uso de lenguaje especializado y la inexperiencia de los estudiantes en tareas de argumentación, el objetivo de diseñar un video y una tarea que evidencien la producción de argumentos del Teorema de Pitágoras fue plenamente cumplido. La aplicación del instrumento resultó ser altamente efectiva para diagnosticar con precisión la capacidad argumentativa inicial, revelando que la mitad de los grupos logró la Aserción esperada (Nivel 4), mientras que el 83% de los grupos alcanzó un Nivel 4 en la Justificación, lo que valida la potencia del diseño instruccional para facilitar la producción de argumentos. Los hallazgos confirmaron la necesidad de una intervención focalizada, ya que los errores se concentraron en la comprensión del foco conceptual del enunciado (áreas vs. figuras) y en la integración de la Garantía, demostrando que la herramienta es un mecanismo robusto para la recolección de datos cualitativos sobre el argumento.

Capítulo 4. Conclusiones

Las conclusiones están escritas en términos de los siguientes cuatro aspectos: *i)* el nivel de desarrollo de los objetivos planteados en el trabajo de grado, *ii)* el cumplimiento de la conjetura planteada *iii)* las consideraciones finales en relación con el diseño del video a partir de los resultados obtenidos, *iv)* las consideraciones finales en relación con la producción de argumentos, *v)* por último, los aportes que nos dejó la elaboración de este documento a nuestra formación profesional.

4.1 Relativas a los objetivos

A continuación, en la Tabla 16 presentamos el nivel de desarrollo del objetivo general y los objetivos específicos.

Tabla 16. Nivel de desarrollo de los objetivos propuestos

Objetivo general	
Diseñar e implementar un video educativo idóneo a partir de los criterios de Idoneidad Didáctica, que promuevan la producción de argumentos del $T.P$ en estudiantes de grado octavo.	Se consolidó un marco teórico que aportó herramientas para el diseño e implementación del video educativo teniendo en cuenta cuatro principales aspectos: Video Educativo (Anaya,1997; Ríos, 2023), Idoneidad Didáctica (Godino, 2013; Breda et al., 2018) Argumento/argumentación (Molina et al., 2024; Perry et al., 2025) y Teorema de Pitágoras (Torres, 2017; Suárez y Zubieta, 2022)
Objetivos específicos	
1. Adaptar los criterios de Idoneidad Didáctica, en específico en sus facetas Epistémica, Cognitiva y Mediacional, para el diseño de videos educativos.	En la sección 3.2.1 se adaptaron y codificaron los indicadores de Idoneidad Didáctica (Godino, 2013) en sus facetas Epistémica, Cognitiva y Mediacional al $T.P$, para la creación del video educativo.
2. Diseñar un video y una tarea que permitan evidenciar la producción de argumentos del T.P.	Usando los Criterios de Idoneidad Didáctica y los principios de Ríos (2023) se diseñó un video idóneo. Siguiendo la propuesta de Perry et al. (2025) se diseñó una tarea de argumentación que permitiera evidenciar la posible producción de argumentos a partir de la interacción de los estudiantes con el video.
3. Analizar los argumentos producidos por los estudiantes de grado octavo, luego de la aplicación del video educativo y la tarea asociada.	En la fase 3 se describe la aplicación del video y la tarea asociada, los resultados de la aplicación de la tarea fueron analizados en la Fase 4, donde se adaptó una rúbrica y bajo esta, se analizaron los posibles argumentos de $T.P.$
4. Adecuar el video y la tarea propuesta de acuerdo con los resultados obtenidos para mejorar su Idoneidad Didáctica.	A partir de la aplicación en la Fase 3 y su respectivo análisis en la Fase 4 se comentaron los cambios realizados al video educativo y a la tarea en la Fase 5, para que este y su implementación fueran idóneos.

Nota: Elaboración propia

De lo anterior podemos afirmar que los objetivos se lograron de forma satisfactoria, esto porque se logró diseñar e implementar un Video Educativo Idóneo, siguiendo la propuesta de Godino (2013), logrando este fomentar la producción de posibles argumentos plausibles del $T.P$ en los estudiantes de grado octavo.

4.2 Relativas a la conjetura

Nosotros planteamos la conjetura "La implementación de un Video Educativo diseñado a partir de los criterios de Idoneidad Didáctica genera condiciones favorables para que estudiantes de grado octavo produzcan argumentos geométricos del T.P, estos desde la perspectiva del Æ·G sobre argumento" la cuál se cumplió ya que diseñamos el video con base en los criterios de Idoneidad Didáctica los cuales favorecieron la producción de argumentos, entendiendo por argumento la definición propuesta por el grupo Æ·G. El análisis sobre la producción de argumentos el presentado en la sección 4.4 donde presentamos las conclusiones sobre los argumentos.

4.3 Relativas al diseño del video

El diseño e implementación del video educativo constituyó el eje central de este trabajo de grado, tanto por su valor como recurso didáctico, como por su papel como objeto de análisis desde el marco de la Idoneidad Didáctica. A la luz de los resultados obtenidos durante la fase de implementación, se pueden establecer conclusiones relevantes sobre su pertinencia, impacto, limitaciones y posibilidades de mejora.

Desde la *faceta epistémica*, el video logró comunicar con claridad la concepción del $T.P$ como relación entre áreas, apoyándose en un argumento por descomposición y composición de figuras; se hizo un uso adecuado de representaciones visuales estáticas y dinámicas, se utilizó lenguaje verbal accesible, y se articuló un discurso matemático comprensible para el nivel de los estudiantes. No obstante, se evidenció una limitada representatividad de los argumentos del $T.P$, pues se abordó una única concepción de este constructo; esto limitó la posibilidad de que los estudiantes exploraran otras formas de argumentar el teorema, como los argumentos por transformaciones o demostraciones geométrico-algebraicas.

En cuanto a la *faceta cognitiva*, el diseño del video fue adecuado a las capacidades y conocimientos previos de los estudiantes de grado octavo, el uso de recursos visuales, el ritmo pausado de la narración y la contextualización del problema facilitaron la comprensión del contenido; sin embargo, la aplicación reveló dificultades en el uso de términos como "catetos" o "hipotenusa" y la representación simbólica de las áreas como a^2, b^2 y c^2.

Desde la *faceta mediacional*, se reconoce que el video fue un recurso valioso en términos de motivación, acceso al contenido y visualización del objeto matemático, el uso de animaciones, colores diferenciadores, y la introducción del argumento a través de material concreto, favoreció la atención y el interés de los estudiantes; sin embargo, la experiencia también evidenció limitaciones en el contexto de uso, como la necesidad de dispositivos electrónicos y de conexión a internet en el aula, las restricciones de tiempo derivadas del horario escolar y el tener que dar cumplimiento a la malla curricular institucional, lo que limita la posibilidad de profundizar en otros tipos de argumentos del $T.P$.

4.4 Relativas a la producción de argumentos

Una de las principales metas de este trabajo de grado fue promover y evidenciar la producción de argumentos del $T.P$ por parte de estudiantes de grado octavo, objetivo que se abordó a través de la implementación del video educativo y la tarea asociada. Los resultados obtenidos a partir de la implementación y del análisis de las producciones escritas de los estudiantes permiten afirmar que esta meta fue alcanzada parcialmente, identificándose tanto fortalezas como limitaciones importantes.

Desde una perspectiva general, se pudo evidenciar que la mayoría de los estudiantes lograron formular plausibles argumentos del $T.P$, mediados por la visualización del video y la manipulación de material concreto. Estos argumentos tuvieron razones aceptables, pero sin el direccionamiento del docente, pueden concluir aserciones que no son adecuadas.

Algunos de los plausibles argumentos producidos fueron construidos desde una perspectiva visual y manipulativa, es decir, los estudiantes se apoyaron en elementos concretos —como el rompecabezas del cuadrado sobre la hipotenusa— para justificar que el área total se conserva al reacomodar las piezas provenientes de los cuadrados construidos sobre los catetos. Esta acción promovió el uso del razonamiento geométrico y permitió a los estudiantes involucrarse activamente en la construcción del argumento. Otros grupos construyeron su argumento con base en la comprobación, en la debían calcular el valor de las áreas para verificar que se cumplía el atributo.

No obstante, el análisis de las producciones escritas también evidenció importantes limitaciones en cuanto a la completitud, coherencia y precisión formal de los argumentos. Por un lado, la mayoría de los estudiantes no lograron explicitar con claridad la aserción o la garantía, pues tocaba interpretarlas o dialogar con los grupos para poder entender a qué se referían. Por otro lado, se observó un uso impreciso del lenguaje matemático, con expresiones ambiguas o incorrectas como "los triángulos encajan" o "las figuras son iguales", sin desarrollar las propiedades que sustentan dichas afirmaciones (como la congruencia, la conservación del área o la descomposición en polígonos semejantes).

Adicionalmente, se identificaron dificultades en el seguimiento y comprensión de la situación problema, lo que influyó en la calidad de los plausibles argumentos. Algunos estudiantes perdieron de vista la intención del problema planteado al inicio del video, centrando su atención únicamente en la manipulación de las figuras sin establecer una conexión explícita entre esta acción y la validez general del $T.P$.

Otro hallazgo importante fue que al abordar el $T.P$ únicamente desde la concepción por áreas condicionó la forma en que los estudiantes argumentaron, al no abordar ambas concepciones ni otros tipos de argumentos en el video, se redujo la posibilidad de diversificar las formas de razonamiento. Esto resalta la importancia de incorporar diferentes tipos de representaciones, lenguajes y estrategias argumentativas en futuras versiones del video y la tarea, a fin de fortalecer la representatividad epistémica y ampliar las oportunidades de aprendizaje.

4.5 Relativas a la formación profesional

A lo largo del proceso de escritura de este documento, hemos transitado por un camino que exigió rigurosidad en la apropiación de diferentes referentes teóricos permitiéndonos el desarrollo de competencias para el diseño, implementación y análisis de recursos didácticos mediados por tecnologías digitales.

Uno de los aprendizajes adquiridos en el proceso fue comprender que la enseñanza de las matemáticas no puede limitarse a la transmisión de contenidos, sino que debe centrarse en la construcción de significados matemáticos por parte del estudiante. La teoría de la Idoneidad Didáctica nos permitió identificar los múltiples factores que inciden en esta construcción, desde los objetos matemáticos y su representación, hasta las condiciones de mediación, la organización del aula y la trayectoria cognitiva de los estudiantes.

Además, este trabajo fortaleció nuestra capacidad de análisis crítico de los materiales educativos, al asumir el rol de diseñadores, no solo elaboramos un Video Educativo, sino que fuimos conscientes de las implicaciones pedagógicas de cada elección: el tipo de argumento a representar, el lenguaje y representaciones a emplear, las proposiciones a enunciar, etc.

Asimismo, pudimos reconocer los desafíos que conlleva incorporar videos educativos en contextos escolares reales, esto nos permitió reflexionar sobre el papel del video como mediador del aprendizaje, entendiendo que su eficacia no reside únicamente en su calidad técnica, sino en su articulación coherente con los objetivos pedagógicos, las tareas propuestas y las condiciones reales del aula. En este sentido, aprendimos que la innovación no se limita a incorporar herramientas digitales, sino que requiere transformar las prácticas pedagógicas, rediseñar las formas de interacción y favorecer ambientes que promuevan procesos matemáticos como la argumentación.

Sumado a los aprendizajes teóricos y metodológicos vinculados a la educación matemática, este trabajo de grado nos permitió fortalecer y desarrollar habilidades técnicas específicas, una de las más significativas fue el aprendizaje autónomo y colaborativo de herramientas de programación y edición digital, necesarias para la elaboración del video educativo; en particular, tuvimos que aprender a manejar software de edición de video, herramientas de animación y diseño gráfico que nos permitieran representar, de manera clara y dinámica, los conceptos geométricos relacionados con el $T.P.$

4.6 Relativas a nuestro aporte y sus limitaciones

Finalmente, este estudio contribuye al campo de la Educación Matemática mediante el diseño de un Video Educativo y una tarea asociada específicamente diseñados para fomentar la argumentación geométrica $T.P.$ para estudiantes de grado octavo. La principal contribución radica en la aplicación de los criterios de Idoneidad Didáctica (Epistémica, Cognitiva y Mediacional) como un marco de diseño robusto para el diseño (y no para la evaluación, como es común usarlos). Los resultados no solo validan la hipótesis de que dicho material genera condiciones favorables para la producción de argumentos (obteniendo un 83% de los grupos en Nivel 4 de justificación), sino que también ofrecen una herramienta instruccional concreta y evaluable que puede ser replicada o adaptada por otros docentes e investigadores para diagnosticar y potenciar la producción de argumentos en geometría.

No obstante, el trabajo puede presentar limitaciones significativas que deben considerarse. Las principales restricciones son de índole Mediacional, Cognitivo y Epistémico. La efectividad del experimento de enseñanza dependió críticamente de la disponibilidad de recursos tecnológicos específicos (proyector, portátil, cable HDMI y un parlante). En el contexto colombiano, caracterizado por la escasez de recursos en muchas instituciones educativas, esta dependencia tecnológica limita la generalización e implementación masiva e inmediata de la propuesta; Informes recientes del Ministerio de Educación Nacional indican que el 40% de los colegios en Colombia no tienen conexión a Internet y el 10% ni siquiera cuenta con electricidad, esta brecha se acentúa en zonas rurales (El Tiempo, 2025). En cuanto a las limitaciones Epistémicas y Cognitivas inherentes a la población, se identificó una carencia notable en la rigurosidad del lenguaje matemático y en las nociones de justificación formal de los estudiantes. Esto se debe a que en la institución no hay un buen nivel matemático y por lo tanto su léxico era muy reducido; así mismo, en las justificaciones se evidenciaba, aunque tuvieran buena puntuación, que no podían expresar de manera clara su justificación y tampoco tenían una estructura elaborada.

Referencias

Anaya García, G. (1997). O medio vídeo. *Eduga: revista galega do ensino.* (17), 155-166.

Ávila, C., & Varela, C. (2024). Especialización de argumentos inductivos de estudiantes de grado décimo al usar GeoGebra en tareas de razones trigonométricas. *Universidad Pedagógica Nacional.*

Beltrán-Pellicer, P. (2022). El teorema de Pitágoras a través de la resolución de problemas. *La Gaceta de la RSME, 25*(1), 149-169.

Beltrán-Pellicier, P., Giacomone, B., & Burgos, M. (2018). Online educational videos according to specifi didactics: the case of mathematics. *Cultura y Educación, 30*(4), 633-662.

Breda, A., Font, V., & Pino-Fan, L. (2018). Criterios valorativos y normativos en la Didáctica de las Matemáticas: el caso del constructo idoneidad didáctica. *Bolema: boletim de educação matemática, 32*, 255-278.

Calle, E., Breda, A., & Font, V. (2023). Significados parciales del teorema de Pitágoras usados por docentes en la creación de tareas en el marco de un programa de formación continua. *Uniciencia, 37*(1), 1-23.

Camargo, L. (2021). *Estrategias cualitativas de investigación en educación matemática.* Universidad de Antioquia.

Eculides. (1996). *Los Elementos.* (M. L. Puertas, ed. y trad). España: Editorial Gredos S.A. (p. 42).

ElTiempo. (8 de abril de 2025). *El 40% de los colegios de Colombia no tiene conexión a Internet y el 10% ni siquiera tiene electricidad: informe.* Infoabe: https://www.eltiempo.com/vida/educacion/el-40-de-los-colegios-de-colombia-no-tiene-conexion-a-internet-y-el-10

Godino, J. (2013). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática, 8*(11), 111-132.

Gonzalez, P. (2008). El teorema llamado de Pitágoras. *Sigma. Revista de Matemáticas*, 103-130.

Loomis, E. (1968). *The Pythagorean Proposition* . Washington, D.C.: National Council of Teachers of Mathematics.

Malvasi, V., & Hueso, J. (2023). Análisis y evaluación de videos educativos de YouTube como recurso para la asignatura de Matemáticas en Secundaria. *PAPELES, 15*(30).

Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas* (Primera ed.).

Ministerio de Educación Nacional. (2016). *Derechos Básicos de Aprendizaje: Matemáticas* (Vol. II).

Molina, Ó. (2023). Algunas acepciones a manera de resumen de Argumentación/Argumento. *Seminario Doctoral: Argumentación en Educación Matemática.* Bogotá D.C.: Doctorado Interinstitucional en Educación - Universidad Pedagógica Nacional.

Molina, Ó., Camargo, L., Vargas, C., Samper, C., & Perry, P. (2024). Una propuesta para la formación de profesores de matemáticas: El caso de la argumentación matemática. *RIME: Revista de Investigación en Matemática y su Enseñanza, 1*(1), 151-185.

Muñiz-Rodríguez, L., Castaño, M., & Rodríguez, L. (2021). Análisis de la idoneidad didáctica de vídeos educativos sobre probabilidad elaborados por estudiantes para maestro. *Investigación en Educación Matemática XXIV* (págs. 449-456). Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.

Navarrete, E. N. (2025). A closer look into recent video-based learning research: A comprehensive review of video characteristics, tools, technologies, and learning effectiveness. *International Journal of Artificial Intelligence in Education, 35*(4), 1631-1694.

Perry, P., Molina, Ó., Camargo, L., Samper, C., & Vargas, C. (2025). Aprender sobre argumento: ideas para profesores de matemáticas. Bogotá DC.: Universidad Pedagógica Nacional.

Ríos, A. (2023). *El vídeo didáctico en el área de matemáticas en secundaria.* Tesis Doctoral. Sevilla, España: Universidad de Sevilla.

Rosas Mendoza, A., & Amador Téllez, L. K. (2022). Conocimientos antecedentes al Teorema de Pitágoras: ¿qué saben los alumnos? *Latin-American Journal of Physics Education, 16*(3).

Santamaría, D. (2022). *Análisis de la idoneidad epistémica de videos de YouTube relacionados con semejanza de triángulos.* Bogotá DC.: Universidad Pedagógica Nacional.

Suárez, A., & Zubieta, C. (2022). *Análisis de Idoneidad Epistémica de videos de YouTube relacionados con el Teorema de Pitágoras.* Bogotá DC. Colombia: Universidad Pedagógica Nacional.

Teorema de Pitágoras Montessori: Cómo se usa. (2020). mumuchu.com: https://www.mumuchu.com/blog/teorema-pitagoras-montessori/

Torres, G. (2017). *El Teorema de Pitágoras en la formación inicial del profesor de Educación Secundaria.* Universidad de Granada.

Anexos

Anexo 1 - Argumento a partir de la división de unidades de medida

```
from manim import *

class UnidadesDeMedida(Scene):

def construct(self):


# Cargar imagen de fondo

fondo = ImageMobject("fondo.jpg")

fondo.scale(1)

self.add(fondo)


# Crear las tres líneas del triángulo

CoordenadasT = [(0, 0, 0), (2, 0, 0), (0, 1.5, 0)] #Triángulo

Coordenadas = [(0, 0, 0), (0.2, 0, 0), (0.2, 0.2, 0), (0, 0.2, 0)] #AnguloRecto

Triangulo = Polygon(*CoordenadasT, color=BLACK)

AnguloRecto = Polygon(*Coordenadas, color=BLACK)


# Animaciones para dibujar el triángulo

self.play(Create(Triangulo))

self.play(Create(AnguloRecto))

self.wait(1)


# Crear los cuadrados sobre los lados del triángulo
```

```
square_a = Square(side_length=1.5, color=BLACK).move_to([-0.75, 0.75, 0])
square_b = Square(side_length=2, color=BLACK).move_to([1, -1, 0])

A = np.array([0, 1.5, 0])  # Vértice A
B = np.array([2, 0, 0])  # Vértice B
C = np.array([3.5, 2, 0])  # Vértice C ajustado
D = np.array([1.5, 3.5, 0])  # Vértice D ajustado
square_c = Polygon(A, B, C, D, color=BLACK)

# Animaciones para dibujar los cuadrados
self.play(Create(square_a), Create(square_b), Create(square_c))
self.wait(1)

# Crea los cuadrados pequeños de los catetos
p1 = Polygon([-1.5, 1.5, 0], [-1, 1.5, 0], [-1, 1, 0], [-1.5, 1, 0], color=DARK_BROWN).set_fill(DARK_BROWN, opacity=0.5)
p2 = Polygon([-1, 1.5, 0], [-0.5, 1.5, 0], [-0.5, 1, 0], [-1, 1, 0], color=DARK_BROWN).set_fill(DARK_BROWN, opacity=0.5)
p3 = Polygon([-0.5, 1.5, 0], [0, 1.5, 0], [0, 1, 0], [-0.5, 1, 0], color=DARK_BROWN).set_fill(DARK_BROWN, opacity=0.5)
p4 = Polygon([-1.5, 1, 0], [-1, 1, 0], [-1, 0.5, 0], [-1.5, 0.5, 0], color=DARK_BROWN).set_fill(DARK_BROWN, opacity=0.5)
p5 = Polygon([-1, 1, 0], [-0.5, 1, 0], [-0.5, 0.5, 0], [-1, 0.5, 0], color=DARK_BROWN).set_fill(DARK_BROWN, opacity=0.5)
p6 = Polygon([-0.5, 1, 0], [0, 1, 0], [0, 0.5, 0], [-0.5, 0.5, 0], color=DARK_BROWN).set_fill(DARK_BROWN, opacity=0.5)
```

p7 = Polygon([-1.5, 0.5, 0], [-1, 0.5, 0], [-1, 0, 0], [-1.5, 0, 0], color=DARK_BROWN).set_fill(DARK_BROWN, opacity=0.5)

p8 = Polygon([-1, 0.5, 0], [-0.5, 0.5, 0], [-0.5, 0, 0], [-1, 0, 0], color=DARK_BROWN).set_fill(DARK_BROWN, opacity=0.5)

p9 = Polygon([-0.5, 0.5, 0], [-0, 0.5, 0], [-0, 0, 0], [-0.5, 0, 0], color=DARK_BROWN).set_fill(DARK_BROWN, opacity=0.5)

p10 = Polygon([0, 0, 0], [0.5, 0, 0], [0.5, -0.5, 0], [0, -0.5, 0], color=GOLD).set_fill(GOLD, opacity=0.5)

p11 = Polygon([0.5, 0, 0], [1, 0, 0], [1, -0.5, 0], [0.5, -0.5, 0], color=GOLD).set_fill(GOLD, opacity=0.5)

p12 = Polygon([1, 0, 0], [1.5, 0, 0], [1.5, -0.5, 0], [1, -0.5, 0], color=GOLD).set_fill(GOLD, opacity=0.5)

p13 = Polygon([1.5, 0, 0], [2, 0, 0], [2, -0.5, 0], [1.5, -0.5, 0], color=GOLD).set_fill(GOLD, opacity=0.5)

p14 = Polygon([0, -0.5, 0], [0.5, -0.5, 0], [0.5, -1, 0], [0, -1, 0], color=GOLD).set_fill(GOLD, opacity=0.5)

p15 = Polygon([0.5, -0.5, 0], [1, -0.5, 0], [1, -1, 0], [0.5, -1, 0], color=GOLD).set_fill(GOLD, opacity=0.5)

p16 = Polygon([1, -0.5, 0], [1.5, -0.5, 0], [1.5, -1, 0], [1, -1, 0], color=GOLD).set_fill(GOLD, opacity=0.5)

p17 = Polygon([1.5, -0.5, 0], [2, -0.5, 0], [2, -1, 0], [1.5, -1, 0], color=GOLD).set_fill(GOLD, opacity=0.5)

p18 = Polygon([0, -1, 0], [0.5, -1, 0], [0.5, -1.5, 0], [0, -1.5, 0], color=GOLD).set_fill(GOLD, opacity=0.5)

p19 = Polygon([0.5, -1, 0], [1, -1, 0], [1, -1.5, 0], [0.5, -1.5, 0], color=GOLD).set_fill(GOLD, opacity=0.5)

p20 = Polygon([1, -1, 0], [1.5, -1, 0], [1.5, -1.5, 0], [1, -1.5, 0], color=GOLD).set_fill(GOLD, opacity=0.5)

p21 = Polygon([1.5, -1, 0], [2, -1, 0], [2, -1.5, 0], [1.5, -1.5, 0], color=GOLD).set_fill(GOLD, opacity=0.5)

p22 = Polygon([0, -1.5, 0], [0.5, -1.5, 0], [0.5, -2, 0], [0, -2, 0], color=GOLD).set_fill(GOLD, opacity=0.5)

p23 = Polygon([0.5, -1.5, 0], [1, -1.5, 0], [1, -2, 0], [0.5, -2, 0], color=GOLD).set_fill(GOLD, opacity=0.5)

p24 = Polygon([1, -1.5, 0], [1.5, -1.5, 0], [1.5, -2, 0], [1, -2, 0], color=GOLD).set_fill(GOLD, opacity=0.5)

p25 = Polygon([1.5, -1.5, 0], [2, -1.5, 0], [2, -2, 0], [1.5, -2, 0], color=GOLD).set_fill(GOLD, opacity=0.5)

Muestra los cuadrados pequeños de los catetos

self.play(Create(p1), Create(p2), Create(p3), Create(p4), Create(p5), Create(p6), Create(p7), Create(p8), Create(p9))

self.wait(1)

self.play(Create(p10), Create(p11), Create(p12), Create(p13), Create(p14), Create(p15), Create(p16), Create(p17), Create(p18), Create(p19), Create(p20), Create(p21), Create(p22), Create(p23), Create(p24), Create(p25))

self.wait(1)

Primera transformación de los cuadrados

P1F1 = [[1.5, 3.5, 0], [1.9, 3.2, 0], [1.6, 2.8, 0], [1.2, 3.1, 0], [1.5, 3.5, 0]]

P2F1 = [[1.9, 3.2, 0], [2.3, 2.9, 0], [2, 2.5, 0], [1.6, 2.8, 0], [1.9, 3.2, 0]]

P3F1 = [[2.3, 2.9, 0], [2.7, 2.6, 0], [2.4, 2.2, 0], [2, 2.5, 0], [2.3, 2.9, 0]]

P4F1 = [[2.7, 2.6, 0], [3.1, 2.3, 0], [2.8, 1.9, 0], [2.4, 2.2, 0], [2.7, 2.6, 0]]

P5F1 = [[3.1, 2.3, 0], [3.5, 2, 0], [3.2, 1.6, 0], [2.8, 1.9, 0], [3.1, 2.3, 0]]

```
P6F1 = [ [1.2, 3.1, 0], [1.6, 2.8, 0], [1.3, 2.4, 0], [0.9, 2.7, 0], [1.2, 3.1, 0]]
P7F1 = [ [1.6, 2.8, 0], [2, 2.5, 0], [1.7, 2.1, 0], [1.3, 2.4, 0], [1.6, 2.8, 0]]
P8F1 = [ [2, 2.5, 0], [2.4, 2.2, 0], [2.1, 1.8, 0], [1.7, 2.1, 0], [2, 2.5, 0]]
P9F1 = [ [2.4, 2.2, 0], [2.8, 1.9, 0], [2.5, 1.5, 0], [2.1, 1.8, 0], [2.4, 2.2, 0]]
P10F1 = [ [2.8, 1.9, 0], [3.2, 1.6, 0], [2.9, 1.2, 0], [2.5, 1.5, 0], [2.8, 1.9, 0]]
P11F1 = [ [0.9, 2.7, 0], [1.3, 2.4, 0], [1, 2, 0], [0.6, 2.3, 0], [0.9, 2.7, 0]]
P12F1 = [ [1.3, 2.4, 0], [1.7, 2.1, 0], [1.4, 1.7, 0], [1, 2, 0], [1.3, 2.4, 0]]
P13F1 = [ [1.7, 2.1, 0], [2.1, 1.8, 0], [1.8, 1.4, 0], [1.4, 1.7, 0], [1.7, 2.1, 0]]
P14F1 = [ [2.1, 1.8, 0], [2.5, 1.5, 0], [2.2, 1.1, 0], [1.8, 1.4, 0], [2.1, 1.8, 0]]
P15F1 = [ [2.5, 1.5, 0], [2.9, 1.2, 0], [2.6, 0.8, 0], [2.2, 1.1, 0], [2.5, 1.5, 0]]
P16F1 = [ [0.6, 2.3, 0], [1, 2, 0], [0.7, 1.6, 0], [0.3, 1.9, 0], [0.6, 2.3, 0]]
P17F1 = [ [1, 2, 0], [1.4, 1.7, 0], [1.1, 1.3, 0], [0.7, 1.6, 0], [1, 2, 0]]
P18F1 = [ [1.4, 1.7, 0], [1.8, 1.4, 0], [1.5, 1, 0], [1.1, 1.3, 0], [1.4, 1.7, 0]]
P19F1 = [ [1.8, 1.4, 0], [2.2, 1.1, 0], [1.9, 0.7, 0], [1.5, 1, 0], [1.8, 1.4, 0]]
P20F1 = [ [2.2, 1.1, 0], [2.6, 0.8, 0], [2.3, 0.4, 0], [1.9, 0.7, 0], [2.2, 1.1, 0]]
P21F1 = [ [0.3, 1.9, 0], [0.7, 1.6, 0], [0.4, 1.2, 0], [0, 1.5, 0], [0.3, 1.9, 0]]
P22F1 = [ [0.7, 1.6, 0], [1.1, 1.3, 0], [0.8, 0.9, 0], [0.4, 1.2, 0], [0.7, 1.6, 0]]
P23F1 = [ [1.1, 1.3, 0], [1.5, 1, 0], [1.2, 0.6, 0], [0.8, 0.9, 0], [1.1, 1.3, 0]]
P24F1 = [ [1.5, 1, 0], [1.9, 0.7, 0], [1.6, 0.3, 0], [1.2, 0.6, 0], [1.5, 1, 0]]
P25F1 = [ [1.9, 0.7, 0], [2.3, 0.4, 0], [2, 0, 0], [1.6, 0.3, 0], [1.9, 0.7, 0]]

# Primera transformación de los cuadrados
self.play(
p1.animate.set_points_as_corners(P1F1),
p2.animate.set_points_as_corners(P2F1),
```

```
p3.animate.set_points_as_corners(P3F1),
p4.animate.set_points_as_corners(P4F1),
p5.animate.set_points_as_corners(P5F1),
p6.animate.set_points_as_corners(P6F1),
p7.animate.set_points_as_corners(P7F1),
p8.animate.set_points_as_corners(P8F1),
p9.animate.set_points_as_corners(P9F1))
self.wait(1)

self.play(
p10.animate.set_points_as_corners(P10F1),
p11.animate.set_points_as_corners(P11F1),
p12.animate.set_points_as_corners(P12F1),
p13.animate.set_points_as_corners(P13F1),
p14.animate.set_points_as_corners(P14F1),
p15.animate.set_points_as_corners(P15F1),
p16.animate.set_points_as_corners(P16F1),
p17.animate.set_points_as_corners(P17F1),
p18.animate.set_points_as_corners(P18F1),
p19.animate.set_points_as_corners(P19F1),
p20.animate.set_points_as_corners(P20F1),
p21.animate.set_points_as_corners(P21F1),
p22.animate.set_points_as_corners(P22F1),
p23.animate.set_points_as_corners(P23F1),
p24.animate.set_points_as_corners(P24F1),
```

```
p25.animate.set_points_as_corners(P25F1))
self.wait(3)
```

Anexo 2 - Argumento a partir de transformaciones

```
from manim import *

class Transformación(Scene):

def construct(self):


# Carga imagen de fondo

fondo = ImageMobject("fondo.jpg")

fondo.scale(1)

self.add(fondo)


# Coordenadas de los vértices del triángulo

A = np.array([0, 0, 0])

B = np.array([2, 0, 0])

C = np.array([0, 1.5, 0])

# Crear las tres líneas del triángulo

linea_AB = Line(A, B, color=BLACK)

linea_BC = Line(B, C, color=BLACK)

linea_CA = Line(C, A, color=BLACK)


# Crear los cuadrados sobre los catetos del triángulo

square_a = Square(side_length=1.5, color=GREEN).move_to([-0.75, 0.75, 0])

square_b = Square(side_length=2, color=GREEN).move_to([1, -1, 0])
```

```
# Coordenadas para el cuadrado sobre la hipotenusa
A = np.array([0, 1.5, 0])
B = np.array([2, 0, 0])
C = np.array([3.5, 2, 0])
D = np.array([1.5, 3.5, 0])
square_c = Polygon(A, B, C, D, color=DARK_BROWN)

# Mostrar las líneas del triángulo
self.play(Create(linea_AB), Create(linea_BC), Create(linea_CA))

# Animaciones para dibujar los cuadrados
self.play(Create(square_a), Create(square_b), Create(square_c))
self.wait(2)
self.play(FadeOut(square_a), FadeOut(square_b), FadeOut(square_c))
self.wait(0.5)

#Transición Ángulo más grande
triangulo_pequeño = VGroup(linea_AB, linea_BC, linea_CA)
A2 = np.array([-1, -1, 0])
B2 = np.array([3, -1, 0])
C2 = np.array([-1, 2, 0])

linea_AB2 = Line(A2, B2, color=BLACK)
linea_BC2 = Line(B2, C2, color=BLACK)
linea_CA2 = Line(C2, A2, color=BLACK)
```

```
triangulo_grande = VGroup(linea_AB2, linea_BC2, linea_CA2)

# Mostrar transición del triángulo pequeño al grande
self.play(Transform(triangulo_pequeño, triangulo_grande))
self.wait(0.5)

#Mostrar flechas
inicio1 = [-1.27, -1, 0] #Debería ser (0,0,0)
inicio2 = [-1, -1.27, 0] #Debería ser (0,0,0)
fin1 = [1, -1, 0]
fin2 = [-1, 1, 0]
flecha1 = Arrow(start=inicio1, end=fin1, color=RED)
flecha2 = Arrow(start=inicio2, end=fin2, color=RED)
self.play(Create(flecha1), Create(flecha2))
self.wait(1)
self.play(FadeOut(flecha1), FadeOut(flecha2))

# Ángulo recto
Coordenadas = [(-1, -1, 0), (-0.7, -1, 0), (-0.7, -0.7, 0), (-1, -0.7, 0)] #AnguloRecto
AnguloRecto = Polygon(*Coordenadas, color=BLACK)

# Texto "mide 90°" sobre el ángulo recto
texto_mide = MathTex("mide", font_size=38, color=BLACK)
texto_90 = MathTex("90^\\circ", font_size=38, color=BLACK).shift(RIGHT * 0.1)
```

texto_angulo = VGroup(texto_mide, texto_90).arrange(DOWN, aligned_edge=LEFT, buff=0.05)

texto_90.shift(RIGHT * 0.1)

Ubicación final del grupo

texto_angulo.next_to(AnguloRecto, UP + RIGHT, buff=0.1)

self.play(Write(AnguloRecto))

self.play(Write(texto_angulo))

self.wait(1)

Etiquetas para los lados del triángulo

label_a = MathTex("cateto", color=BLACK).next_to(linea_CA, LEFT, buff=0.15).scale(1)

label_b = MathTex("cateto", color=BLACK).next_to(linea_AB, DOWN, buff=0.15).scale(1)

label_c = MathTex("hipotenusa", color=BLACK).next_to(linea_BC, UP, buff=0.15).shift(1.8 * DOWN).shift(1.4 * RIGHT).scale(1)

#Cambio de color en las líneas

linea_AB2 = Line(A2, B2, color=DARK_BROWN)

linea_BC2 = Line(B2, C2, color=DARK_BROWN)

linea_CA2 = Line(C2, A2, color=DARK_BROWN)

Fin de la escena

self.play(FadeOut(texto_angulo))

self.play(FadeIn(linea_BC2))

```
self.wait(4)
self.play(Write(label_c))
self.wait(2)

self.play(FadeIn(linea_AB2), FadeIn(linea_CA2))
self.play(Write(label_a), Write(label_b))
self.wait(2)
```

Anexo 3 - Argumento de Perigal a partir de la división de composición y descomposición de partes

Se presenta solo uno de los tres argumentos ya que los otros dos son análogos a este.

```
from manim import *
class Perigal(Scene):
def construct(self):

# Cargar imagen de fondo
fondo = ImageMobject("fondo.jpg")
fondo.scale(1)
self.add(fondo)

# Coordenadas de los vértices del triángulo
A = np.array([0, 0, 0])
B = np.array([2, 0, 0])
C = np.array([0, 1.5, 0])

#Coordenadas AnguloRecto
Coordenadas = [(0, 0, 0), (0.2, 0, 0), (0.2, 0.2, 0), (0, 0.2, 0)]

# Crear las tres líneas del triángulo
linea_AB = Line(A, B, color=BLACK)
linea_BC = Line(B, C, color=BLACK)
```

```
linea_CA = Line(C, A, color=BLACK)
AnguloRecto = Polygon(*Coordenadas, color=BLACK)

# Mostrar las líneas del triángulo
self.play(Create(linea_AB), Create(linea_BC), Create(linea_CA))
self.play(Create(AnguloRecto))

# Crear los cuadrados sobre los lados del triángulo
square_a = Square(side_length=1.5, color=BLACK).move_to([-0.75, 0.75, 0])
square_b = Square(side_length=2, color=BLACK).move_to([1, -1, 0])

A = np.array([0, 1.5, 0])  # Vértice A
B = np.array([2, 0, 0])  # Vértice B
C = np.array([3.5, 2, 0])  # Vértice C ajustado
D = np.array([1.5, 3.5, 0])  # Vértice D ajustado
square_c = Polygon(A, B, C, D, color=BLACK)

# Animaciones para dibujar los cuadrados
self.play(Create(square_a), Create(square_b), Create(square_c))
self.wait(1)

# Coordenadas de los vértices
Coord1 = [(0, 0, 0), (-1.5, 0, 0), (-1.5, 1.5, 0), (0, 1.5, 0)]
Coord2 = [(2, 0, 0), (1.75, 0, 0), (1, -1, 0), (2, -1.75, 0)]
Coord3 = [(1.75, 0, 0), (0, 0, 0), (0, -0.25, 0), (1, -1, 0)]
```

```
Coord4 = [(1, -1, 0), (0, -0.25, 0), (0, -2, 0), (0.25, -2, 0)]
Coord5 = [(2, -1.75, 0), (1, -1, 0), (0.25, -2, 0), (2, -2, 0)]

#Coordenadas de los colores
from manim.utils.color import rgb_to_color
BROWN = rgb_to_color((0.36, 0.25, 0.20))
MORADO_SUAVE = rgb_to_color((0.45, 0.35, 0.55))
TERRACOTA = rgb_to_color((0.75, 0.40, 0.30))
ROSA_SUAVE = rgb_to_color((0.75, 0.60, 0.65))

# Crear el polígono usando las coordenadas
P1 = Polygon(*Coord1, color=ROSA_SUAVE).set_fill(ROSA_SUAVE, opacity=0.5)
P2 = Polygon(*Coord2, color=BROWN).set_fill(BROWN, opacity=0.5)
P3 = Polygon(*Coord3, color=TERRACOTA).set_fill(TERRACOTA, opacity=0.5)
P4 = Polygon(*Coord4, color=GOLD_D).set_fill(GOLD_D, opacity=0.5)
P5 = Polygon(*Coord5, color=MORADO_SUAVE).set_fill(MORADO_SUAVE, opacity=0.5)

# Mostrar el polígono
self.play(Create(P1))
self.play(Create(P2))
self.play(Create(P3))
self.play(Create(P4))
self.play(Create(P5))
```

```
self.wait(12)

# Trasladar al cuadrado de la hipotenusa
self.play(P1.animate.shift(UP * 1 + RIGHT * 2.5))
self.wait(3)
self.play(P2.animate.shift(UP * 2.5 + RIGHT * -1))
self.wait(3)
self.play(P3.animate.shift(UP * 1 + RIGHT * 1))
self.wait(3)
self.play(P4.animate.shift(UP * 3 + RIGHT * 2.5 ))
self.wait(3)
self.play(P5.animate.shift(UP * 4.5 + RIGHT * 0.5 ))
self.wait(5)
```

Anexo 4 – Tarea del video

1. Observa la figura y colorea de la siguiente manera:
   - ✓ Azul: El borde los cuadrados construidos sobre los catetos.
   - ✓ Rojo: El borde del cuadrado construido sobre la hipotenusa.
   - ✓ Verde: El símbolo que indica el ángulo recto.
2. Observa las líneas punteadas que aparecen sobre los cuadrados de los catetos
3. Recorta los cuadrados de los catetos y en cada uno de ellos recorta sobre las líneas punteadas que aparecen.
4. Reorganiza las piezas recortadas y pégalas sobre el cuadrado de la hipotenusa buscando que coincidan con el área de este cuadrado.
5. Cuando hayas terminado de pegar responde las siguientes preguntas:

   a. ¿Coinciden exactamente las piezas con el área del cuadrado de la hipotenusa? Explica tu respuesta:

   b. ¿Qué relación observas entre las áreas de los cuadrados construidos sobre los catetos y el área del cuadrado construido sobre la hipotenusa?

   c. ¿Qué dirías o mostrarías para convencer a un compañero de que tu respuesta es correcta?

Figura 1

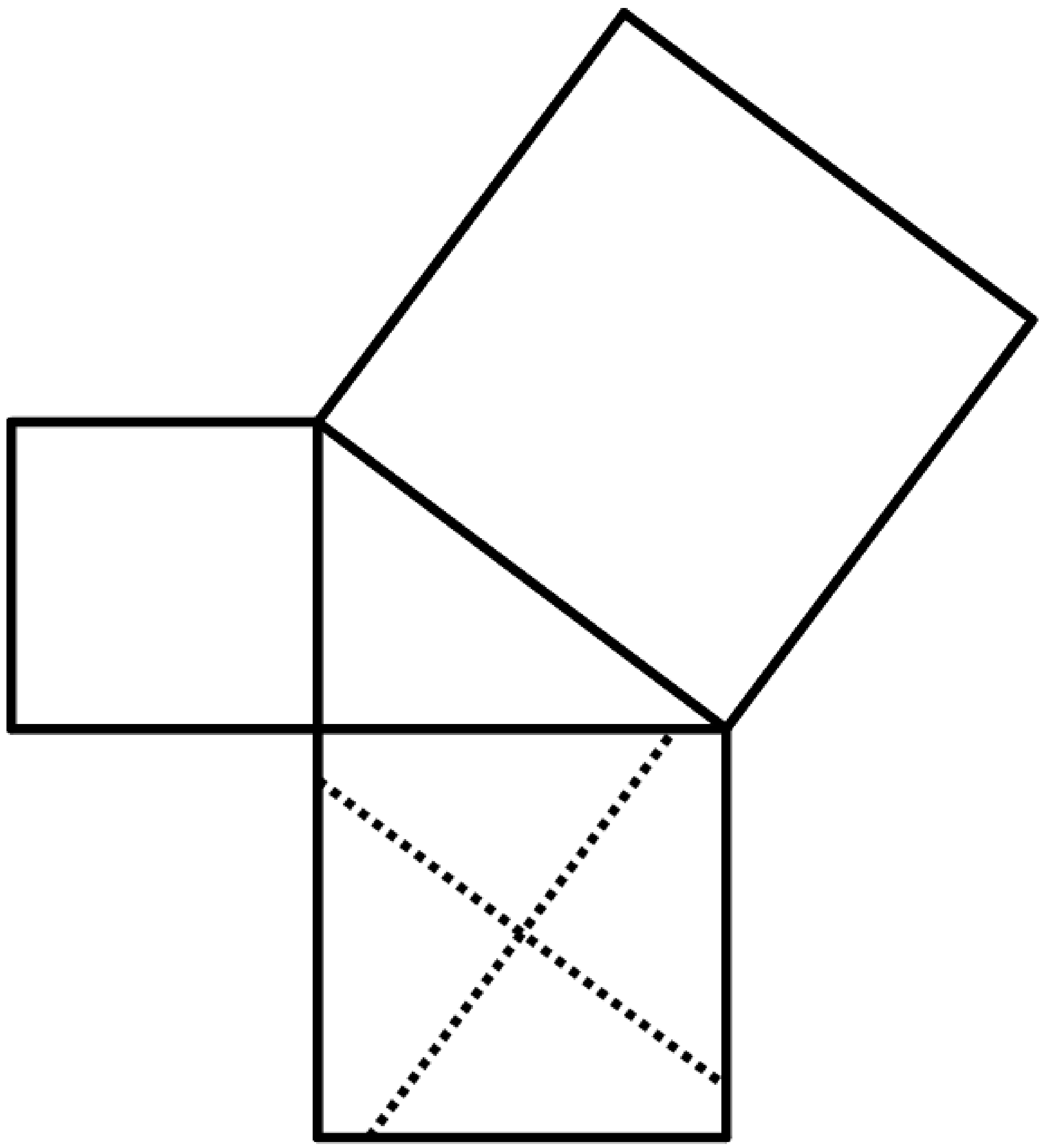


Figura 2

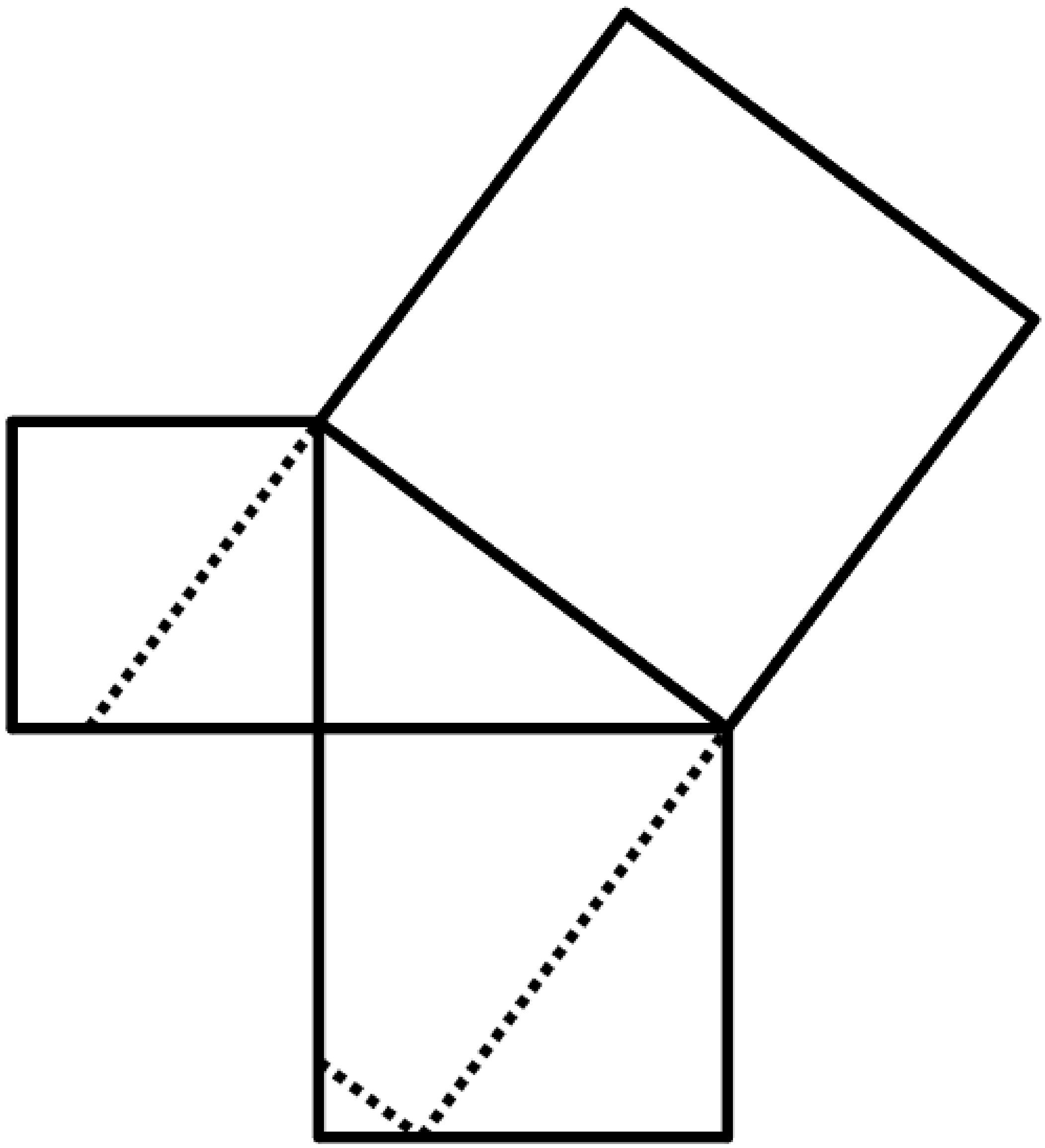
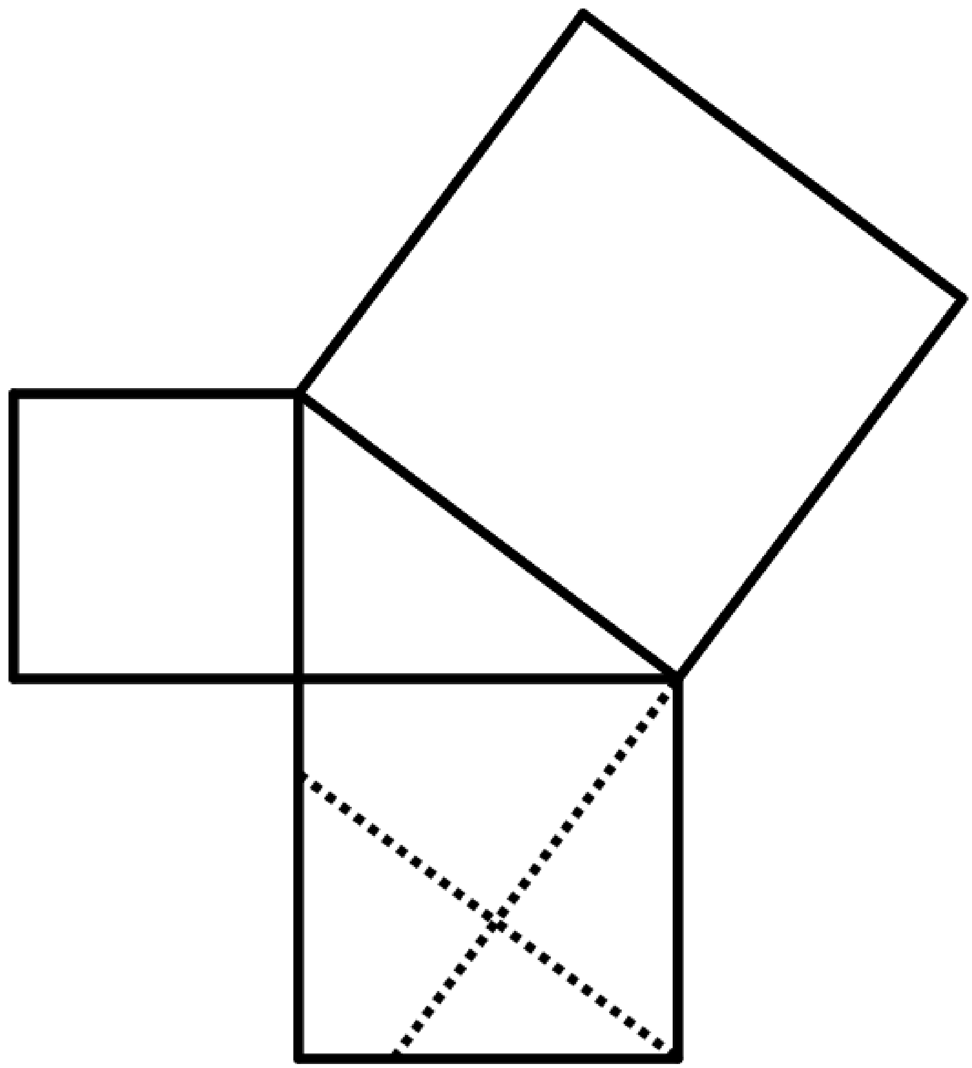


Figura 3



Anexo 5 – Tarea del video corregida

1. Observa la figura y colorea de la siguiente manera:
   - ✓ Azul: Los cuadrados construidos sobre los catetos.
   - ✓ Rojo: El cuadrado construido sobre la hipotenusa.
   - ✓ Verde: El símbolo que indica el ángulo recto del triángulo.
2. Recorta los cuadrados de los catetos y recorta sobre las líneas punteadas que aparecen.
3. Reorganiza las piezas recortadas y pégalas sobre el cuadrado de la hipotenusa buscando que coincidan con el área de este cuadrado.
4. Cuando hayas terminado de pegar responde las siguientes preguntas:

a. ¿Coinciden exactamente las piezas con el área del cuadrado de la hipotenusa? Explica tu respuesta:

____

____

____

b. ¿Qué relación observas entre las áreas de los cuadrados construidos sobre los catetos y el área del cuadrado construido sobre la hipotenusa?

____

____

____

____

____

c. ¿Qué dirías o mostrarías para convencer a un compañero de que tu respuesta es correcta?

____

____

____

____

____