PROPUESTA DE UNA SECUENCIA DIDÁCTICA PARA LA CONVERSIÓN DE EXPRESIONES FRACCIONARIAS A EXPRESIONES DECIMALES Y VICEVERSA EN EL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS RACIONALES

FRANCISCO ALEJANDRO SÁNCHEZ ACERO
COD 1999140001

JOHN ALEXANDER RUEDA PINZÓN
COD 1999240034

MONOGRAFÍA

FELIPE FERNÁNDEZ
ASESOR DE LA PROPUESTA

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
BOGOTÁ D.C.
2006

Nota de aceptación

Firma del Presidente del Jurado

Firma del Jurado

Firma del Jurado

… a nuestros padres Ana Victoria Acero, Esperanza Pinzón, Luís Carlos Sánchez y Alexander Rueda San Juan que con su apoyo y paciencia se culminó esta etapa de nuestra vida,

Mamá y Papá mil veces gracias por su dedicación.

… agradecemos a todos los docentes involucrados en nuestro proceso esperando que los conocimientos compartidos se vean reflejados en el presente trabajo,
Millones de gracias por todo lo compartido en la perspectiva académica y mucho más en la humana

TABLA DE CONTENIDO

1. PRESENTACIÓN

Este trabajo presenta, en el contexto de las matemáticas escolares, una revisión de la conceptualización de lo que es un número decimal y de los procesos implicados en la conversión de expresiones fraccionarias a expresiones decimales y viceversa. La metodología de trabajo se basó en la realización de un análisis didáctico, en el que se consideró, entre otros asuntos: el estudio de la noción de número decimal, el análisis de una muestra de textos escolares y algunas de las posibilidades de representación gráfica de los números decimales. Entre las principales conclusiones que se obtuvieron como resultado del trabajo, se destaca la necesidad de que la enseñanza escolar de los decimales considere una conceptualización más profunda de estos números en la que los procedimientos de conversión de expresiones decimales a expresiones fraccionarias y viceversa, trascienda la comprensión de dichos procesos como un problema de cambio entre dos tipos de representación (la decimal y la fraccionaria), a un problema en el que es necesario distinguir el objeto matemático "número decimal" de sus posibilidades de representación.

El trabajo está dividido en seis partes, incluyendo esta presentación. En la parte llamada "Descripción de la propuesta" se exponen los objetivos propuestos y los lineamientos metodológicos seguidos en este trabajo; en seguida, en el "Marco conceptual", se reportan los análisis de contenido, enseñanza y aprendizaje; después, en la cuarta parte se encuentra la propuesta realizada, es decir, las actividades para la conversión, teniendo en cuenta los diferentes análisis realizados en el capítulo anterior; en la quinta parte, se presentan las referencias bibliográficas, tanto las que se citan en el marco conceptual, como las que corresponden a los textos escolares analizados y las páginas Web consultadas; y finalmente, en la última parte se incluyen a manera de anexos, un manual para el usuario de los talleres propuestos junto con un CD ROM.

Palabras claves: número decimal, fracción decimal, expresión decimal, número racional, conversión de expresiones decimales a fracciones.

2. DESCRIPCIÓN DE LA PROPUESTA

2. 1. INTRODUCCIÓN

Como consecuencia de algunas de las actividades que desarrollamos al enfrentar tareas propuestas por los docentes en el marco de asignaturas como los Seminarios de práctica I y II y del curso Didáctica de las matemáticas, y también como resultado de algunas experiencias en el marco de las Práctica I y II, evidenciamos problemáticas particulares en los procesos de enseñanza-aprendizaje de temas asociados a la comprensión de los números racionales. Una problemática que en particular ha sido de nuestro interés y que quisimos estudiar de una manera más reflexiva y sistemática, es la que se refiere a la enseñanza y aprendizaje de procesos y conceptos involucrados en la conversión de expresiones fraccionarias a decimales y viceversa.

Asimismo como producto de las acciones pedagógicas que nos ha dejado la práctica docente elaboramos algunas propuestas de tareas y actividades que abordaron el tema en cuestión y que, como resultado de su implementación, generaron conocimiento de tipo didáctico y práctico. Por ello, consideramos que el anterior es un tópico propicio para la elaboración de una monografía como uno de los requisitos para acceder al título de la licenciatura en matemáticas.

Por otra parte, como estudiantes de Licenciatura en Matemáticas con énfasis en programación, desarrollamos una aplicación o Mecanismo Educativo Computacional[1] (MEC) que enriquece esta propuesta y nos ayudó a potenciar nuestra competencia profesional en el desarrollo y/o aplicación de tecnologías computacionales en el aula.

1. La sigla MEC significa Material Educativo Computacional, y aparece sugerida en Álvaro Galvis (1992) en su libro Ingeniería de Software educativo.

2. 2. Objetivo general

Como objetivo general se planteó la realización de un estudio didáctico en torno a la enseñanza aprendizaje de conceptos y procesos relacionados con la conversión de expresiones fraccionarias a expresiones decimales y viceversa, para aportar elementos que sirvieran como marco de referencia para la proposición de una secuencia de actividades para la enseñanza de este tema.

2. 3. Objetivos especificos

Los objetivos específicos que se propusieron para este trabajo fueron:

- Determinar elementos conceptuales, que desde el punto de vista matemático y curricular, conformen la noción de número racional teniendo como foco principal la conversión de números fraccionarios a decimales y viceversa.
- Identificar algunos de los errores y dificultades más frecuentes, en torno al concepto de número racional en relación con la conversión de una expresión decimal a una expresión fraccionaria y viceversa.
- Indagar acerca de metodologías de enseñanza respecto a la conversión de expresiones racionales.
- Determinar contextos matemáticos, en donde esté involucrada la conversión de expresiones racionales.
- Elaborar una secuencia de actividades consonante con los análisis realizados, que aborde la conversión de expresiones fraccionarias a expresiones decimales y viceversa.
- Complementar y apoyar la secuencia de actividades con la elaboración de un MEC.

2. 4. APROXIMACIÓN METODOLÓGICA

Básicamente se platearon cinco tipos de acciones para abordar el logro de los objetivos planteados. Estas acciones fueron:

- Estudio del concepto de número decimal y de su conexión con los números racionales.
- Análisis de aprendizaje del concepto de número racional y de sus representaciones.
- Revisión de la enseñanza del concepto de número racional en torno al concepto de número decimal.
- Determinación de posibles contextos en los cuales sea aplicable el trabajo de la conversión entre representaciones de los decimales.
- Elaboración de una secuencia didáctica para la enseñanza del tema en cuestión.

Para cada una de las acciones se plantearon una serie de tareas las cuales de detallan a continuación. En primer lugar, para el análisis del concepto de número decimal y de su conexión con los números racionales se propuso:

- Estudio del concepto en cuestión en la literatura que estuviera a nuestro alcance, y la elaboración de un mapa conceptual que sintetizara la comprensión de lo estudiado.
- Determinación de diferentes conocimientos de tipo procedimental subyacentes al trabajo de conversión.

El estudio de los aspectos relacionados con el aprendizaje del concepto de número racional y sus representaciones se llevó a cabo con base en:

- Búsqueda en textos y literatura disponible, en cuanto a los posibles errores que pueden presentar los estudiantes en torno al concepto.
- Indagación a maestros, sobre las dificultades más frecuentes en la conversión.

Para el análisis de la enseñanza del concepto de número racional y de sus representaciones se propuso la búsqueda en diversos documentos y textos, sobre las diversas metodologías de enseñanza del concepto.

La determinación de posibles contextos en los cuales fuera aplicable el trabajo de la conversión se plateó a través de la indagación sobre posibles estudios relacionados con el tópico. Finalmente, para la elaboración de la secuencia didáctica se planteó:

- Ubicar el tema de la “Conversión de fraccionarios a decimales y viceversa” en el currículo escolar.
- Justificar el tratamiento escolar de este tema.
- Establecer de las capacidades que deberían desarrollar los estudiantes y los contenidos e instrumentos necesarios para dicho desarrollo.
- Buscar posibles estrategias metodológicas para llevar a cabo el proceso de enseñanza – aprendizaje.
- Plantear una serie de actividades acorde al proceso planteado.
- Adecuación de los materiales elaborados para ser utilizados y/o consultados por docentes y estudiantes con base en la construcción de una página WEB, con los resultados del trabajo.

3. MARCO CONCEPTUAL

3.1. ANÁLISIS DE CONTENIDO

Para abordar la elaboración de una propuesta en la que esté implicada la conversión de expresiones decimales a fraccionarios y viceversa, es necesario revisar el conocimiento matemático implicado en la comprensión de la noción de número racional y de número decimal. Para ello, en este apartado se abordarán asuntos como:

- Una aproximación a la construcción de los números racionales a partir de la medida.
- Una aproximación a la construcción de los números racionales a partir de relaciones de equivalencia.
- Una construcción de los números decimales.

El propósito de esta sección es el de lograr una clarificación de la diferencia entre la comprensión de lo que es un número como objeto matemático con respecto a las diferentes representaciones que pueden tener los números, y en particular, en lo que se refiere a los llamados números decimales. Como resultado de la revisión anterior, se explicitaran diferencias y aspectos en común entre lo que se va considerar como número decimal, fracción decimal, expresión decimal, fracción, número racional y otros conceptos relacionados con el tema.

3.1.1. Construcción de los racionales a partir de la medida

En tanto conocimiento para enseñar, Centeno (1988) explica como se pueden construir los números racionales a partir de la noción de medida y hace ver que este conjunto de números surge de la insuficiencia de los números enteros para medir magnitudes continuas; en lo que sigue tomaremos algunos de los planteamientos de esta autora.

En general, cualquiera que sea la naturaleza de una magnitud, se supone que puede medirse con instrumentos de medida adecuados, una vez que se haya fijado una unidad. Si bien es cierto que en el campo de la medición de magnitudes se observa que la medida de una cantidad respecto de la unidad de la misma especie puede darse por un número natural, también puede ocurrir, y ocurre con mucha frecuencia, que la medida esté comprendida entre dos números naturales.

Para iniciar la descripción de este tipo de construcción, primero se asume que se da una magnitud M cuya medida se denotará como [M] y una unidad de medida «*u*» de la misma especie que M; además, supongamos que no existe un número entero p tal que p veces «*u*» sea igual a [M]. Entonces, se tendrá que la medida de M, es decir [M], será igual a p veces «*u*» mas un resto que es menor que «*u*». Esto se escribirá de esta forma: ……. [M] = «*u*» · p + «*r*», donde «*r*» corresponde a la medida de la magnitud del resto r que hace falta para completar la medida de la magnitud M.

Ahora bien, si se considera la unidad «*u*» dividida en un número n de partes iguales, cada una de ellas será la enésima parte de «*u*» y se representará como «*u/n*». Por lo tanto, supongamos ahora que existe un número q tal que q veces «*u/n*» es igual a la medida de la magnitud del resto r.

La situación descrita anteriormente, se escribirá como [M] = $p \cdot n \cdot$«*u/n*» + $q \cdot$«*u/n*». Si ahora se observa que lo anterior es equivalente a [M] = ($p \cdot n$ + q) ·«*u/n*» y se hace que ($p \cdot n$ + q) = m, diremos que la medida de M con respecto a la unidad «*u/n*» es el número ($p \cdot n+q$). Por otro lado, si se supone que la unidad «*u*» se puede subdividir indefinidamente y que la medida de M contiene m de esas partes, entonces [M] = ($p \cdot n/n$) · «u» + (q/n) · «u» = m/n · «*u*». Así, la cantidad m/n sería la medida de M con la unidad «*u*» y se designa con el símbolo m/n**.** A este símbolo que representa la medida de M se le llama razón o fracción y se le considera número. Desde el punto de vista algebraico sólo queda definir operaciones apropiadas para que se puedan realizar operaciones con estos números.

Es fácil verificar que se podría operar con estos números si las operaciones de adición y multiplicación se definen para todo a, b, c y d de la siguiente manera:

- $a/b + c/d = (ad + bc) / bd$ para b y d distintos de 0
- $a/b \cdot c/d = ac / bd$

Además, es conveniente definir que

- $a/a = 1$ para todo a distinto de 0
- $a/b = c/d$ si y solo si $ad = bc$

Igualmente, las operaciones de sustracción y división se obtienen como las operaciones inversas de la adición y multiplicación respectivamente.

Con esta forma de construir los números racionales se proporciona una definición que hace posible la existencia de números "obtenidos de medidas". No obstante, esta definición se apoya en la geometría y en la intuición geométrica de la posibilidad de hacer indefinidamente las subdivisiones de la unidad.

En realidad, desde el punto de vista estrictamente matemático, a este tipo de construcción se le puede criticar de no ser una verdadera construcción de número racional. Sin embargo, desde el punto de vista histórico vale la pena señalar que la noción de número racional de los griegos que prevaleció en la antigüedad procedía de la intuición geométrica que proporciona la medida.

3.1.2 Construcción de racionales a partir de relaciones de equivalencia

En la sección anterior se presentó una manera de generar números racionales desde una perspectiva geométrica basada en la medida de magnitudes. Ahora se presentará una construcción de tipo algebraico.

Para empezar, se debe observar que en los números naturales (N) la sustracción no siempre es posible. Para superar esta dificultad se construyen los números enteros (Z) como conjunto numérico que amplía a los naturales y en el que todas las ecuaciones que tengan la forma [$a + x = b$] con a y b como elementos de N, tengan solución.

Del mismo modo, en los números enteros (Z) la división no es siempre posible, basta observar que las ecuaciones de la forma [$b \cdot x = a$] con a y b elementos de (Z) y b

distinto de 0, sólo tienen solución cuando a es múltiplo de b. Para eliminar este defecto se construye un conjunto más amplio que el de los enteros en el que la división sea siempre posible con la condición de que b sea siempre distinto de 0. De la misma forma que la sustracción se define en términos de la adición —la ecuación [$a + x = b$] es equivalente a [$x = b - a$] — también podemos definir la división en términos de multiplicación — la ecuación [$b \cdot x = a$] es equivalente a [$x = a \div b$]. Por ejemplo, en la ecuación [$2 \cdot x = 3$], x es el número que multiplicado por 2 da 3 y por tanto x es cociente de 3 por 2 y podemos representarla por el símbolo 3/2, que llamaremos fracción.

El cociente a/b es solución de la ecuación [$b \cdot x = a$] y cada fracción representa un número en el nuevo conjunto. Sin embargo, los números de este conjunto no son simples fracciones, sino familias de fracciones, puesto que muchas fracciones pueden representar el mismo número. De esta manera se puede asociar cada fracción con una familia de fracciones de acuerdo con la siguiente regla: las fracciones asociadas a la fracción a/b con b distinto de 0, están formadas por todas las fracciones de la forma v/u con u distinto de 0, tales que $a/b = v/u$ y será denotada como [a/b].

Así pues, [a/b] es una familia de fracciones a la que se le llama **número racional**; en otras palabras, la clase de las fracciones equivalentes a 5/3 denotada como [5/3] es la que define a un número racional. Entonces se debe entender que 5/3, no es en sí mismo un número racional sino un representante de la clase [5/3], la cual define propiamente al número racional. Por otra parte, cabe aclarar que como el par de números que conforman la fracción 5/3 son primos relativos, a este representante se le llama **fracción irreducible**. Generalmente la fracción irreducible es el representante más utilizado para referenciar a una clase, sin embargo es bueno enfatizar que éste no es el único representante de la misma.

Para hacer operativo a esta familia de clases de equivalencia, es decir, al conjunto de los racionales denominado con la letra **Q**, las operaciones de adición y multiplicación se pueden definir así:

- [a/b] + [c/d] = [$(ad + cb)/bd$]
- [a/b] * [c/d] = [ac/bd]

En resumen, al observar que los enteros eran insuficientes, para resolver cierto tipo de ecuaciones, mediante la construcción presentada, se ha obtenido un conjunto en el que la división es posible, y por tanto, todas las ecuaciones de la forma [$b \quad x = a$] tienen solución en Q porque el cociente a/b es un número.

3.1.3. Construcción de los decimales

Las construcciones presentadas anteriormente abonan el terreno para presentar una construcción de los números decimales. Sin embargo, antes de abordar el tema de la construcción de los números decimales es pertinente presentar algunas notas de carácter histórico relacionadas con esta noción.

Para comenzar, en el "Tratado de aritmética" de Al-Huwaritzmi se pueden encontrar números que se escriben por primera vez en base 10. Sin embargo, no se encuentran referencias del tratamiento de decimales. En realidad, es en el año 952 D.C. en el que el matemático árabe Al-Uglidisi, emplea una notación muy cercana a la actual para separar una parte entera de la parte decimal, por ejemplo escribe: 3'45 donde se leía 3 unidades y 45 de cien. Al-Kashi en su tratado "La llave de la matemática" introduce los decimales basándose en los números sexagesimales, hace los decimales a partir de un décimo de potencias sucesivas de 10 y utiliza los decimales para realizar cálculos; además, establece tablas para pasar de una fracción sexagesimal a una decimal y viceversa. Las expresiones y cálculos con decimales los propuso el matemático Belga Simón Stevin en "La Disme" (1585). En 1620 John Napier propuso la notación actual que sustituyó a la de Stevin.

Actualmente existen distintas formas de construir los decimales. Algunas de ellas son las siguientes:

- Construcción basada en una extensión de los números naturales.
- Construcción pasando por la construcción de los racionales.

En los siguientes apartados daremos algunos detalles relativos a estas construcciones.

3.1.3.1. Construcción de decimales como extensión de los naturales

Una forma de construir los números decimales consiste en encontrar las soluciones de la ecuación [$10^n \cdot x = a$], siendo a un número entero y n un número natural. La clase del par (a, n) se escribe [$a/10^n$], y es el conjunto de todas las fracciones equivalentes a la fracción $a/10^n$, a las que se le llamará número decimal. Por ejemplo, una solución para la ecuación "$100 \cdot x = 6$" es 6/100, que lleva a la clase del par (6, 2) que pertenece a la clase de equivalencia [$6/10^2$].

Entonces, se tiene que el conjunto de los números decimales, que se denominará con la letra **D**, es el conjunto de las familias de clases de equivalencia determinada en el conjunto Z x N por los representantes de la forma $\frac{a}{10^n}$.

Centeno (1988, pág. 65), hace notar que bajo la clase de equivalencia R definida por: $(a, n)\ R\ (b, p)$ si sólo si $a \cdot 10^p = b \cdot 10^n$ donde a y b son enteros y n y p naturales, las operaciones definidas como $(a, n) + (b, p) = (a \cdot 10^n + b \cdot 10^p\ ,\ n + p)$ para la adición y como $(a, \mathrm{n}) \cdot (b, m) = (a \cdot b, n \cdot m)$ para la multiplicación, junto con el orden definido como $(a, n) = (b, p)$ si sólo si $a \cdot 10^p = b \cdot 10^n$ prolongan las de el conjunto de los naturales, y hacen posible verificar que D tiene una estructura de anillo conmutativo, unitario, integro y totalmente ordenado.

3.1.3.2. Construcción de los decimales pasando por la construcción de Q

La idea en este caso es la de la de realizar la construcción por restricción. Es decir, una vez definida la estructura general de los racionales, basta con limitarse a tomar solo una parte de sus elementos, para este caso los decimales son los racionales que pueden escribirse en la forma de fracción decimal.

3.1.4. Número decimal, fracción y otros conceptos relacionados

A partir de la construcción algebraica de los racionales hemos visto que la noción de fracción surge de la necesidad de darle solución a la ecuación $b \bullet x = a$ para todo a y b elementos de **Z**, y a distinto de 0. Como la ecuación anterior es equivalente a la ecuación $x = a \div b$, la solución la podemos representar, como ya se dijo en una sección anterior, con el símbolo $\frac{a}{b}$ que llamaremos **fracción**, donde a "*a*" se le llama numerador y a "*b*" denominador.

Por otra parte, se puede generar una clasificación de las fracciones la cual depende del valor de su denominador. Si el denominador es una potencia de 10, la llamaremos **fracción decimal**, sino, serán llamadas **fracciones no decimales**.

En realidad hay que advertir que la expresión "número decimal" es ambigua por que la palabra "número" exige un adjetivo que se refiera a su naturaleza intrínseca; por ejemplo, los adjetivos natural, racional, real, nos permiten identificar la naturaleza de los números de los que hablamos.

La palabra "decimal" que posee la palabra diez hace referencia a la base de numeración más extendida llamada también numeración decimal. Para resumir, tenemos que un **número decimal** es un número racional que posee al menos una escritura en forma de fracción decimal es decir n es un número decimal si $n = \frac{a}{10^p}$, siendo a y p números enteros.

Es importante anotar que ninguna fracción irreducible cuyo denominador tenga factores distintos de 2 y de 5 puede venir representada por una fracción decimal y a éstos les llamaremos **números no decimales.**

Con algunos ejemplos adicionales se puede clarificar la situación. Por ejemplo, $\frac{1}{4}$ no es una **fracción decimal** por que su denominador no es una potencia de 10 pero si es un **número decimal** ya que $\frac{1}{4}$ es equivalente a $\frac{25}{100}$, y por tanto se posee una representación como fracción decimal. Por otra parte, para el caso de la fracción $\frac{4}{3}$ no existe una fracción decimal equivalente, por lo tanto $\frac{4}{3}$ es un **número no decimal.**

Obsérvese que la definición de fracción no decimal no liga inmediatamente a los números no decimales, ya que existen algunas fracciones no decimales que son números decimales como lo muestra el ejemplo anterior. Veamos otros ejemplos:

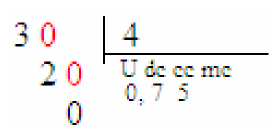
- $\frac{1}{3}$ es una fracción no decimal "su denominador no es potencia de 10"
- $\frac{1}{3}$ es una fracción irreducible y su denominador posee un factor diferente de 2 y de 5, por lo tanto es un número no decimal.
- $\frac{1}{2}$ es una fracción no decimal "su denominador no es potencia de 10"
- $\frac{1}{2}$ es una fracción equivalente a $\frac{5}{10}$ por lo tanto es un número decimal.

Nótese que la definición de número decimal no está relacionada con su escritura, ya que la escritura decimal puede extenderse para los números no decimales. Por ejemplo, en Luque y Mora (2001, 2006) se presentan algunos ejemplos de aproximaciones para trabajar con otras bases distintas a diez, denominadas por ellos como números *n-males*.

Para llegar a la escritura decimal de una fracción, que no es otra cosa que una extensión de la escritura en base 10, en el caso de los números decimales, existen dos formas. La primera consiste en ubicar el numerador de la fracción decimal en la posición que el denominador indica, por ejemplo $\frac{3}{4}=\frac{75}{100}$ donde se ubica 75 en la posición $\frac{1}{100}$ llamada centésimas. También se puede descomponer $\frac{75}{100}$ en $\frac{7}{10}+\frac{5}{100}$ es decir, 7 décimas más 5 centésimas, y ubicarlas respectivamente.

D	**U**	**,**	**dc**	**cc**
10	1	,	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$
	0	,	7	5

Por tanto $\frac{75}{100}$ = 0,75 luego $\frac{3}{4}$ = 0,75. La otra forma consiste en considerar el algoritmo de la división tomando el numerador como el dividendo y el denominador como el divisor, en el caso de la fracción $\frac{3}{4}$ se debe realizar la división de 3 entre 4. Este procedimiento está basado en el sistema de numeración en base 10, recordemos que cuando el divisor es mayor que el dividendo o residuo, al dividendo se le agrega un cero que indica una subdivisión de este en 10 partes y se agrega una coma al cociente indicando el paso a los submúltiplos del sistema posicional.

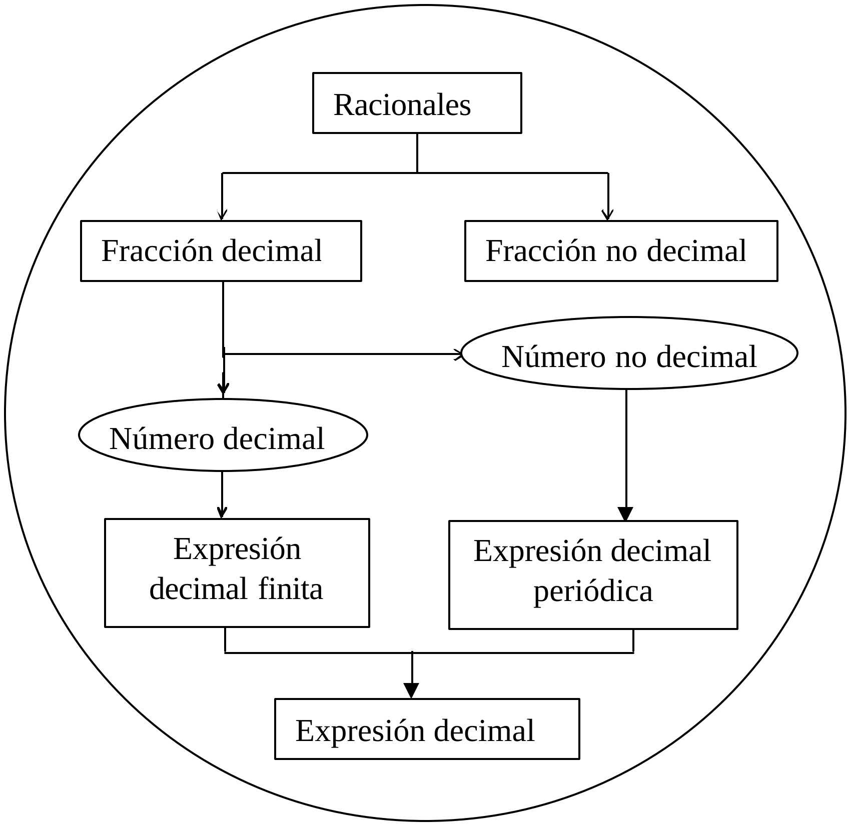


Al realizar este algoritmo en un número decimal se obtiene una escritura finita. Sin embargo, si intentamos el procedimiento anterior con $\frac{1}{3}$ nos encontramos con una división de residuo infinito cuyo cociente es 0,33333… Afortunadamente ya sabemos que $\frac{1}{3}$ es un número no decimal pero permanece la pregunta de ¿qué significa la escritura 0,33333…? Si tomamos 0,3 como el valor de $\frac{1}{3}$ nos quedaría faltando 0,033333… entonces le podríamos sumar a este número 0,03 y nos quedaría 0,33 que es un valor mas aproximado al que se quiere, y si repite este procedimiento con 0,00333 y con 0,000333 y así sucesivamente se obtendrá que: 0,3333333… = 0,3 +0,03 +0,003+ 0,0003+… donde esta expresión sería la suma de una sucesión infinita de números decimales los cuales los podemos expresar como: 0,33333333… = $3\left[\frac{1}{10}+\frac{1}{10^2}+\frac{1}{10^3}+\ldots+\frac{1}{10^n}+\ldots\right]$ donde, aplicando la teoría del cálculo de suma de series infinitas, reconocemos en ésta a una serie geométrica que converge a $\frac{1}{9}$.

En suma, se llega a que 0,333333333… = $3\left[\frac{1}{9}\right]=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$ y entonces, se acepta que la representación simbólica 0,33333333… es la escritura decimal de $\frac{1}{3}$.

Como conclusión general, hemos visto que tanto un número decimal como un número no decimal lo podemos representar con una escritura decimal, a la cual llamaremos **expresión decimal**.

Para resumir todo lo anterior, primero se ha hecho notar que todos los números racionales tienen representaciones en forma de fracciones. Se ha mencionado que los números racionales se pueden clasificar en números decimales o no decimales por medio de las llamadas fracciones decimales. También se ha señalado que por medio del algoritmo de la división se puede llegar a una expresión decimal. Y finalmente, se ha observado que todo número decimal viene representado por una expresión decimal finita y un número no decimal por una expresión decimal periódica infinita. A manera de síntesis de la discusión presentada se resume la conceptualización de un número racional así:



3.1.5 Representaciones de los números

En general, según Segovia y Rico (2002), las "representaciones" son las notaciones simbólicas o gráficas, específicas de cada noción, mediante las que se expresan los conceptos y procedimientos matemáticos así como sus características y propiedades más relevantes.

Las matemáticas, es quizás una de las áreas del conocimiento en donde de manera más indiscutible existe la necesidad de trabajar con representaciones en al menos dos sentidos. Por un lado, dado algún tipo de representación de un objeto matemático, por ejemplo, una escritura decimal, es necesario tener claridad conceptual y destreza procedimental para transformar esta representación en algún otro tipo de representación, como por ejemplo a una escritura en forma de fracción. Y por otro lado, dado un tipo de representación, por ejemplo de un número dado en una forma de escritura decimal, tener conocimiento para transformar o para reconocer que dicha escritura tiene otra escritura decimal equivalente.

3.1.5.1 Representaciones de números decimales

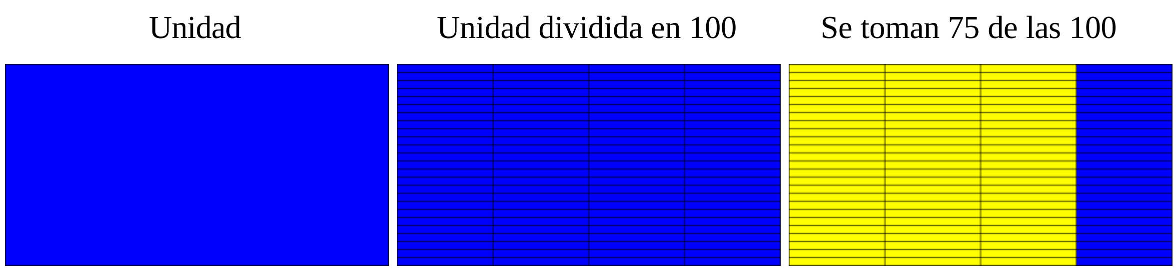
Los decimales como objetos matemáticos se pueden encontrar en distintas escrituras o representaciones; se denominan como "escrituras equivalentes" a aquellas que representan al mismo número. En ejemplos anteriores se ha visto que el número decimal 3/4 es equivalente a 0,75. Sin embargo, no sólo existe esta representación para este número decimal, también podemos encontrar las siguientes.

Fraccionario	Fracción decimal	Escritura distribuida	Tabla Sistema decimal 100	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$	Expresión decimal
$\frac{3}{4}$	$\frac{75}{100}$	$\frac{7}{10}+\frac{5}{100}$				7	5		0,75
$\frac{47}{20}$	$\frac{235}{100}$	$2+\frac{3}{10}+\frac{5}{100}$			2	3	5		2,35
$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{2}{10}$				2			0,2

Un número decimal posee dos expresiones decimales infinitas e infinitas expresiones finitas. Por ejemplo, $\frac{3}{4}$ se puede indicar como 0,75000000… o 0,74999…, que serían las expresiones infinitas y como 0,750 o 0,7500 o 0,75000 o 0,750000… y así sucesivamente las cuales serían un sin fin de expresiones finitas.

Existe también representaciones gráficas de los números decimales las cuales hacen ver aspectos conceptuales particulares de una fracción, como en el caso de la relación "parte de un todo". Por ejemplo si se tiene la fracción $\frac{3}{4}$, el 4 (denominador) indica las partes en que se divide la “unidad”[2] y el 3 (numerador) las partes que se toman. Su representación sería como se indica en la gráfica, donde la parte que se colorea en rojo indica la fracción $\frac{3}{4}$.

Si utilizamos la expresión decimal 0,75 o la fracción decimal $\frac{75}{100}$ obtenemos una representación gráfica en la que podemos observar que el área amarilla es la misma, teniendo en cuenta que las unidades seleccionadas son iguales:



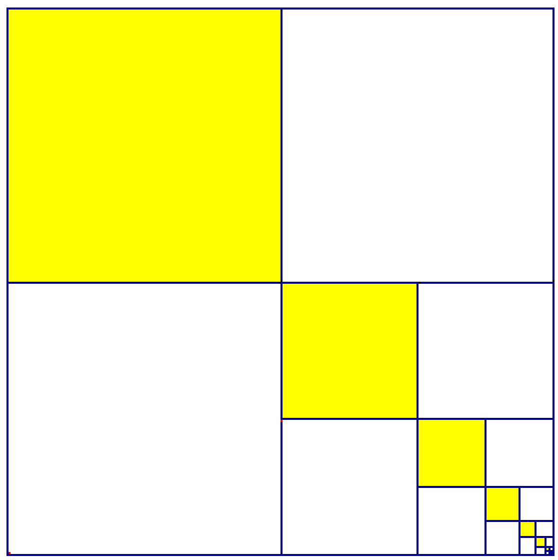
3.1.5.2. Representaciones de números no decimales

Para esta clase de números la expresión decimal se realiza por medio del algoritmo de la división donde existe sólo una representación la cual es infinita y periódica. Para ésta representación se realizan dos convenios acerca de su notación, en el primero se repite el periodo un par de veces y se utilizan tres puntos sucesivos que indican que este se repite

2. Se le llama unidad a la parte total del gráfico.

infinitamente. Por ejemplo, si se toma 0,33333… el segundo convenio consiste en colocar una línea sobre el periodo $1,\overline{3}$ en este caso cada notación indica que se repite el 3.

En el caso de las representaciones gráficas existe un mayor grado de dificultad con la expresión decimal de un número no decimal, debido a su notación infinita. Sin embargo, existen algunos procesos matemáticos infinitos que aproximan a la concepción de número decimal e involucran representaciones gráficas asociadas a las series geométricas. Por ejemplo, observemos el siguiente fractal con el que se quiere representar la fracción $\frac{1}{3}$:



El proceso consta en tomar un cuadrado de lado 1 dividirlo en cuatro y tomar $\frac{1}{4}$, luego dividimos $\frac{1}{4}$ en 4 y se toma un cuarto de un cuarto es decir un dieciseisavo, repitiendo este proceso infinitas veces. En términos numéricos se puede demostrar que ésta es una representación valida para $\frac{1}{3}$ ya que la suma de las áreas amarillas está dada por la serie

$$\frac{1}{4}+\frac{1}{16}+\frac{1}{64}+\ldots+\frac{1}{4^n}+\ldots=\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{4}\right)^n$$

Para que ésta se vea como una serie geométrica se le suma 1 donde queda

$$1+\frac{1}{4}+\frac{1}{16}+\frac{1}{64}+\ldots+\frac{1}{4^n}+\ldots=1+\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{4}\right)^n=\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{1}{4}\right)^n$$

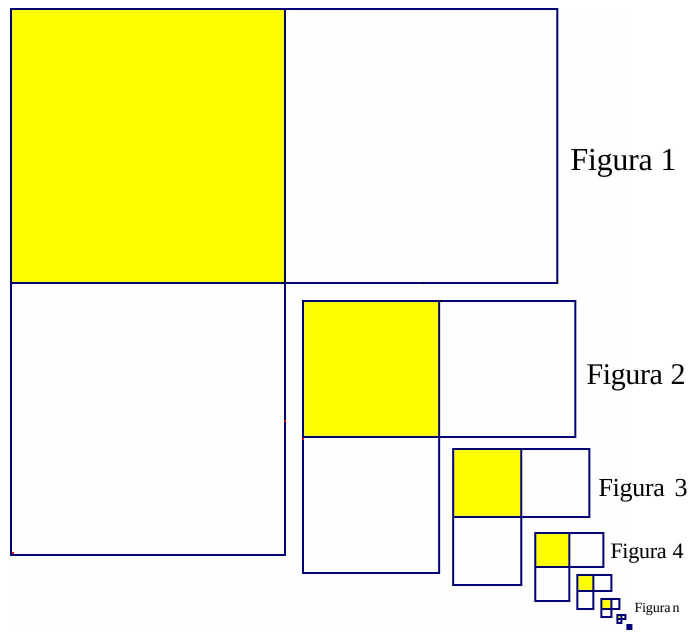
Como se sabe, $\sum_{n=0}^{\infty} r^n = \frac{1}{1-r}$, tomamos a r como $\frac{1}{4}$ donde se llega a:

$$\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{1}{4}\right)^n=\frac{1}{1-\frac{1}{4}}=\frac{1}{\frac{3}{4}}=\frac{4}{3}$$

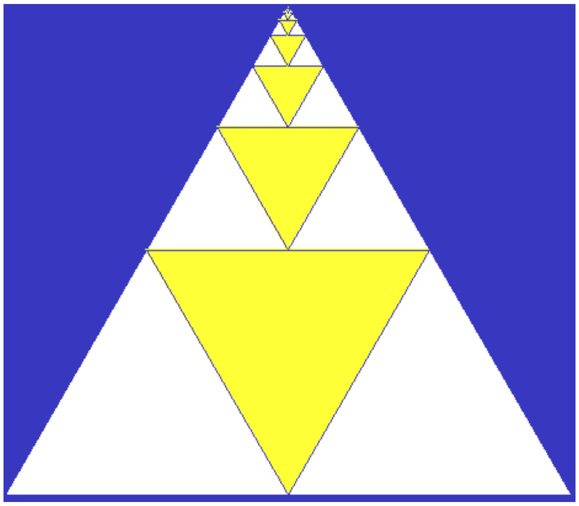
Y entonces, como a la serie inicial se le sumó 1, ahora se le debe restar 1, para obtener la inicial

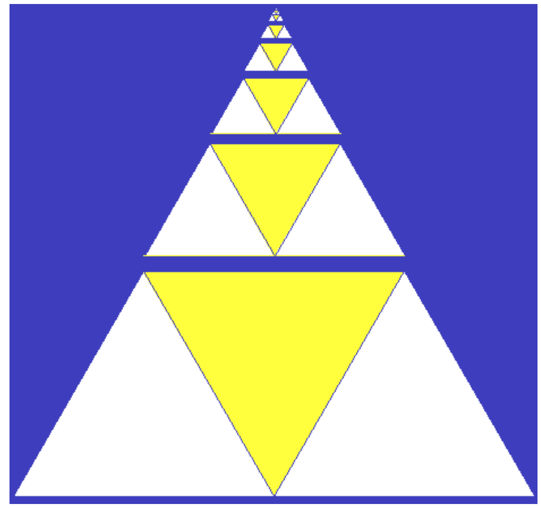
$$\frac{1}{4}+\frac{1}{16}+\frac{1}{64}+\ldots+\frac{1}{4^n}+\ldots=\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{1}{4}\right)^n=\frac{1}{3}$$

Ahora bien, si se observa el siguiente gráfico, puede decirse que la figura 1 representa $\frac{1}{3}$ del cuadrado inicial, al igual que la figura 2 y así sucesivamente, si se unen la figura 1 y la figura 2, la región amarilla sigue representando $\frac{1}{3}$ de la nueva área. Si se repite este proceso, finitas o infinitas veces, la región amarilla siempre representará $\frac{1}{3}$.



También se pueden encontrar otras representaciones como la que se presenta a continuación.

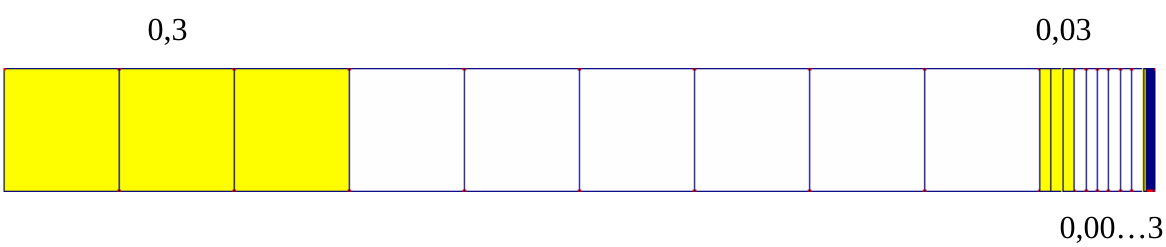




Sin embargo, esta representación gráfica no muestra una conexión explícita con la expresión decimal 0,333… para esto se ha diseñado otra forma de representación en la cual se muestre la relación entre 0,333… y $\frac{1}{3}$ gráficamente.

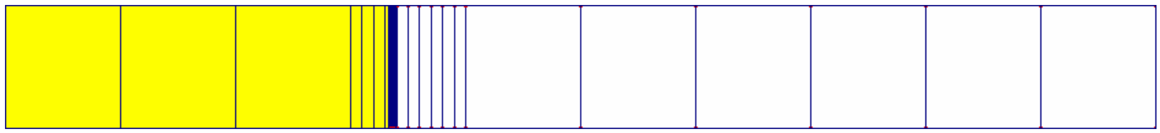
Tomemos la siguiente unidad

Se divide en 10 partes y se toman 3, luego tomamos $\frac{1}{10}$ y repetimos el proceso sucesivamente.



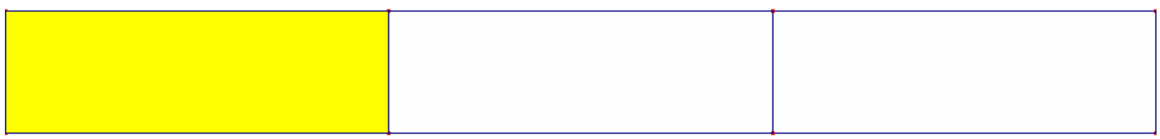
Al realizar la suma de 0,3 + 0,03 +… + 0,00…3+… se obtiene la siguiente representación:

0,333…

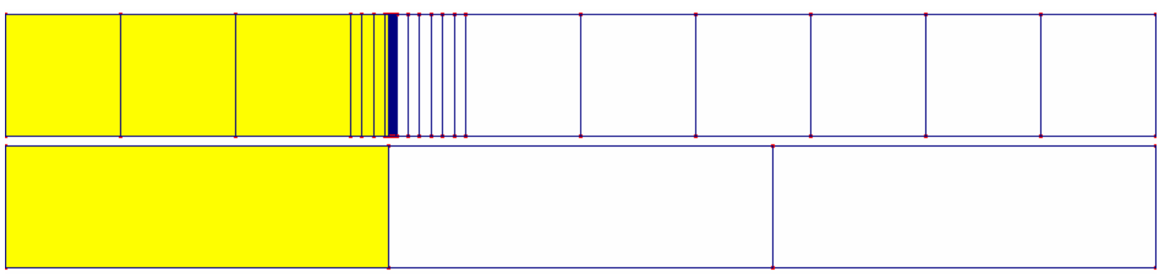


Dando una aproximación gráfica a la expresión decimal del número no decimal $\frac{1}{3}$, al igual esta se puede representar tomando la unidad y dividiendo esta en 3 partes iguales, queriendo representar la fracción no decimal $\frac{1}{3}$.

$\frac{1}{3}$



Si colocamos las dos últimas gráficas realizadas, una sobre puesta a la otra, se concluye que tienen la misma representación gráfica 0,333… y $\frac{1}{3}$.



3.1.6. Números n-males

En nuestro lenguaje cotidiano conocemos los números "deci-males" es decir los números en base diez. En Luque y Mora (2001) se presenta una propuesta de enseñanza basada en el estudio de los números *n*-males los cuales se definen como los números en base *n*, anteriormente se definieron los decimales como el conjunto de números que solucionaban la ecuación [$10^n \cdot x = a$], los números n-males se definen como el conjunto de números que solucionan la ecuación [$n^m \cdot x = a$] siendo n la base numérica en la que se quiere trabajar, a un número entero y m un número natural.

Estos números cumplen todas las propiedades de los decimales ya que los decimales se constituyen en un caso particular de los n-males, es decir su comportamiento es similar al de los Racionales. En este apartado la intención no es la de describir los detalles de la propuesta presentada por estos autores. Sin embargo, hay un aspecto que vale la pena mencionar con respecto al comportamiento de los números n-males relacionado con la representación de los mismos.

Un tercio es un número no decimal, sin embargo $\frac{1}{3}$ es un número 9-mal debido a que $\frac{1}{3}$ en base 9, es equivalente a $3/10_{(9)}$ donde su denominador se puede expresar en potencias de 9, (recuerde que en base 9 el $9 = 10_{(9)}$)

3.2. ANÁLISIS DEL APRENDIZAJE

Desde la perspectiva del aprendizaje hay dos asuntos particulares de los que se dará cuenta en este trabajo. Por un lado, se presenta, a manera de análisis de prerrequisitos, una revisión acerca de los conocimientos previos que se consideran como necesarios para abordar los asuntos de conversión relacionados con los números decimales, y por otro lado, se presentan algunos de los errores y dificultades, que se han identificado con más frecuencia, en los diferentes contextos de enseñanza que hemos enfrentado. Respecto de este último aspecto cabe señalar que si bien Centeno (1988) desarrolla un capítulo acerca del tema de errores y obstáculos de aprendizaje, en su presentación no se identifican reflexiones acerca de errores y dificultades directamente relacionadas con el tema que nos ocupa. En consecuencia, esta sección se basa esencialmente en nuestra experiencia docente sobre el tópico.

3.2.1. Conocimientos necesarios para realizar procesos de conversión

Para la implementación de procesos de enseñanza en torno a la conversión de expresiones decimales a fracciones o viceversa es necesario que el estudiante reconozca las diferentes representaciones de los números racionales y posea una aceptable destreza en el manejo de sus operaciones y propiedades; entre ellas, la relativa a la suma de fraccionarios.

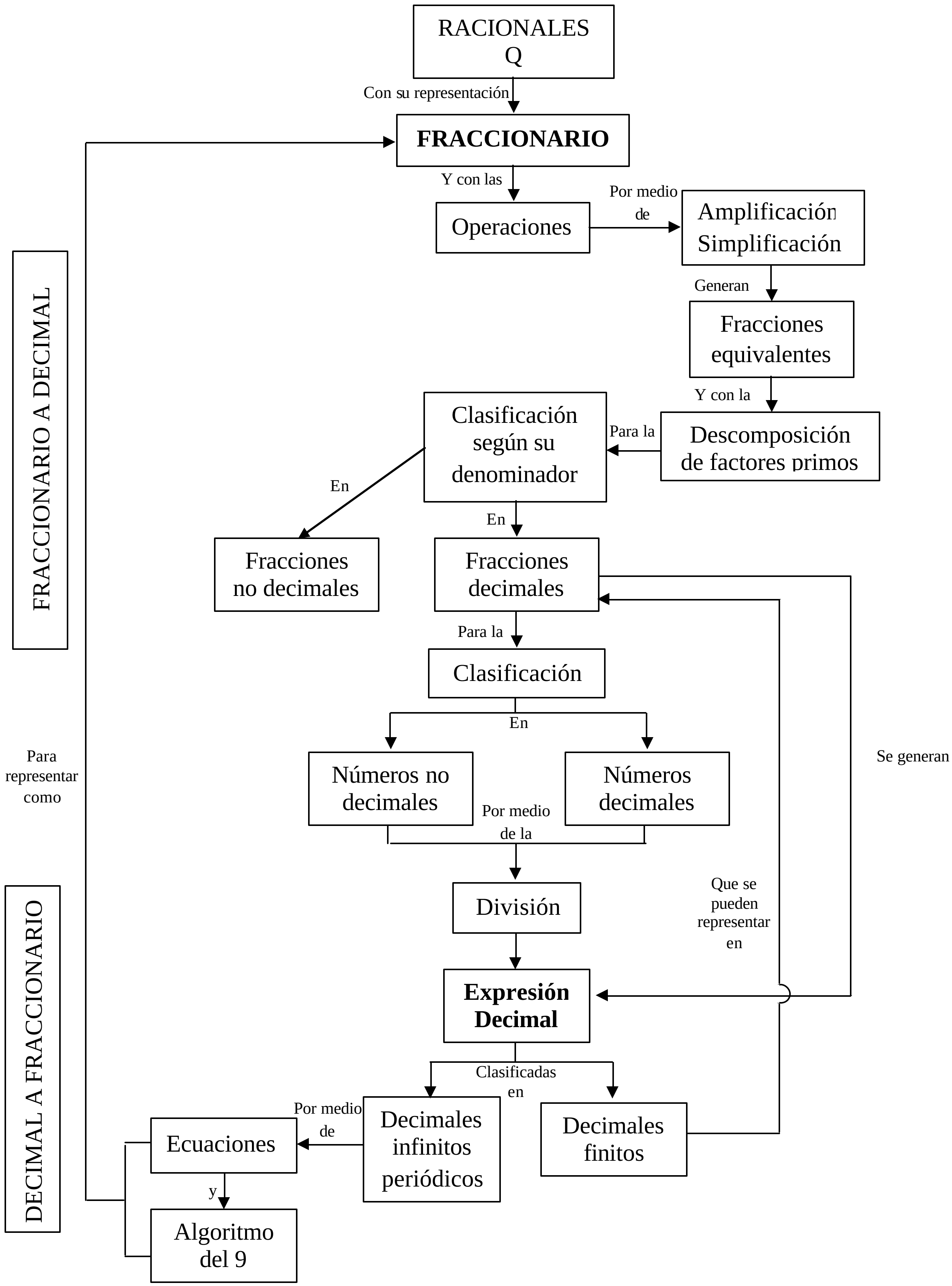
Asimismo, se requiere una buena comprensión asociada al manejo de las fracciones equivalentes, en la que los procedimientos de amplificación y simplificación son fundamentales. En particular, se requiere que los estudiantes puedan identificar fracciones que posean equivalencias con fracciones decimales.

Como ya se señaló en el análisis de contenido, las fracciones decimales son aquellos en las que su denominador se puede expresar como una potencia de 10. Así pues, el reconocimiento de este tipo de fracciones implica la utilización de la descomposición en factores primos del denominador para verificar si es posible llegar a una potencia de 10, con el cual se puede expresar en forma de expresión decimal. En el caso donde el denominador no se puede expresar como una potencia de 10, la opción que queda es la de utilizar la división para convertirlo en expresión decimal; en este caso es necesario que el estudiante sepa identificar el periodo resultante de esta operación. De los números no decimales siempre se obtiene un decimal infinito periódico, a diferencia de los números decimales donde se generan expresiones decimales finitas. Y así se completa el proceso de convertir un fraccionario en decimal.

Para la conversión de expresión decimal a fraccionario se considera que es importante tener claridad con respecto a la clasificación de los decimales en finitos e infinitos periódicos. Para los decimales finitos, será necesario encontrar la fracción decimal con el proceso inverso de las fracciones decimales teniendo en cuenta la simplificación de la fracción decimal encontrada. En cuanto a los decimales infinitos periódicos se requiere que el estudiante pueda realizar la conversión por medio de sistemas de ecuaciones de primer grado, en las cuales deben identificar la incógnita como la fracción desconocida y eliminar el periodo en la parte decimal para obtener una ecuación de la forma $a \cdot x = b$.

En este proceso surge la posibilidad de utilizar un algoritmo el cual permite realizar esta conversión por simple inspección llamado el algoritmo del nueve[3]. Así completamos el proceso para la conversión de decimal a fraccionario y viceversa. En la página siguiente se presenta, a manera de resumen, un esquema conceptual donde se encuentran los conocimientos requeridos asociados a los procesos de conversión de expresiones decimales a fraccionarias y viceversa.

[3] Este algoritmo es mostrado por diferentes textos en el análisis de aprendizaje, pg 63


RACIONALES Q
Con su representación
FRACCIONARIO
Y con las
Operaciones
Por medio de
Amplificación Simplificación
Generan
Fracciones equivalentes
Y con la
Descomposición de factores primos
Para la
Clasificación según su denominador
En
Fracciones no decimales
En
Fracciones decimales
Para la
Clasificación
En
Números no decimales
Números decimales
Por medio de la
División
Expresión Decimal
Clasificadas en
Decimales infinitos periódicos
Decimales finitos
Por medio de
Ecuaciones
y
Algoritmo del 9
Que se pueden representar en
Se generan
Para representar como
FRACCIONARIO A DECIMAL
DECIMAL A FRACCIONARIO

3.2.2. Errores y dificultades asociados a los procesos de conversión

En este apartado se dará cuenta de algunos de los errores que se han identificado en la realización de la conversión de fraccionaros no decimales a expresiones decimales. Asimismo en algunos de los casos presentados se esbozan, a manera de hipótesis, algunas de las dificultades que pueden estar relacionadas con dichos errores.

Errores

Al utilizar el algoritmo de la división se tienen dos ejemplos de errores típicos. Un primer error es cuando el estudiante no establece la relación de orden entre dividendo y divisor, en este caso se omite que el 7 es mayor que el 2 colocando 0 al cociente y efectúan el algoritmo de manera errónea.

Primer ejemplo:

$$\begin{array}{cc|ccc} 7 & & 2 & & \\ \cline{3-5} 1 & 0 & 0, & 3 & 5 \\ & 0 & & & \end{array}$$

Otro error puede suceder cuando el estudiante no identifica el periodo al escribe el decimal equivalente a la fracción dada, en este caso cree que el periodo es el último número en el cociente.

Segundo ejemplo:

$$\begin{array}{cccc|ccc} 1 & 2 & 4 & & 9 & 9 & \\ \cline{5-7} & 2 & 5 & 0 & 1, & 2 & \bar{5} \\ & & 5 & 2 & 0 & & \\ & & & 2 & 5 & & \\ & & & & 2 & 5 & \\ & & & & & 2 & 5 \\ & & & & & & \ldots \end{array}$$

En el proceso de conversión de decimales infinitos periódicos se podrían presentar los siguientes errores. En primer lugar, en la realización de algunos ejercicios es posible detectar un error al no encontrar una ecuación equivalente en la que el número que representa el periodo en los dos miembros de la derecha sea el mismo.

Tercer ejemplo:

$$\begin{array}{r} 10x = 1{,}2121212\ldots \\ -\ x = 0{,}121212\ldots \\ \hline 9x = 1{,}000\ldots \\ 9x = 1 \\ x = \dfrac{1}{9} \end{array} \qquad \frac{1}{9} = 0{,}\bar{1} \quad \text{y} \quad 0{,}\bar{1} \neq 0{,}\overline{12}.$$

En la realización de estos ejercicios es posible observar errores en el algoritmo de la resta entre números no decimales, ya que no ubican la coma debajo de la coma.

Cuarto ejemplo:

$$\begin{array}{r} 100x = 116{,}161616\ldots \\ -\ x = 1{,}161616\ldots \\ \hline 99x = 000\ldots \\ 9x = 0 \\ x = \dfrac{0}{9} \end{array} \qquad \frac{0}{9} = 0 \quad \text{y} \quad 0 \neq 1{,}\overline{16}.$$

Dificultades

En la conversión de fracciones decimales se podría presentar algunas dificultades en el reconocimiento de algunas fracciones decimales como en los siguientes casos.

Quinto ejemplo:

$$\frac{3}{4} = \frac{3x25}{4x25} = \frac{75}{100} = 0{,}75 \qquad \frac{11}{25} = \frac{11x4}{25x4} = \frac{44}{100} = 0{,}44$$

También se encuentran dificultades en la conversión de decimales infinitos periódicos a expresiones fraccionarias, en los casos en donde el periodo no se encuentra después de la coma y se hace necesario conseguir una segunda ecuación equivalente, la cual tenga el periodo después de la coma para poder desarrollar el proceso que ya se ha descrito. Obsérvense los siguientes casos.

Sexto ejemplo:

$$\begin{array}{r} 1000x = 15264{,}646464\ldots \\ -\,x = \quad 15{,}2646464\ldots \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 100x = 1526{,}46464\ldots \\ -\,x = \quad 15{,}2646464\ldots \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 10x = 152{,}646464\ldots \\ -\,x = 15{,}2646464\ldots \\ \hline \end{array}$$

3.3. ANÁLISIS DE ENSEÑANZA

Para abordar un análisis desde la perspectiva de la enseñanza donde esté implicada la conversión de expresiones decimales a expresiones fraccionarias y viceversa, es necesario considerar diferentes asuntos. En primer lugar, en esta sección se esbozarán algunas de las aproximaciones metodológicas para la enseñanza de los números decimales; en particular, se comentarán brevemente las propuestas de Centeno (1998) y Luque (2001). En segundo lugar, daremos cuenta de algunas reflexiones relativas al análisis de contenido de una colección de textos en los que se identificó el tratamiento de la conversión de expresiones decimales a expresiones fraccionarias y viceversa. En tercer lugar, se identifica la ubicación de la enseñanza de los decimales y de los asuntos de conversión entre expresiones decimales y fraccionarias en los currículos escolares. Y finalmente, en cuarto lugar, se presentan los resultados de una revisión de lo encontrado en la red de Internet con respecto a recursos tecnológicos para enseñanza del tema en cuestión.

3.3.1. Aproximaciones metodológicas a la enseñanza de los decimales

En cuanto a lo expuesto por Centeno (1988, pp. 83-93), se destacan tres aproximaciones para la introducción de los números decimales. Si bien se reconoce que estas aproximaciones no abordan los procesos de la conversión, foco de este trabajo, de todas maneras se considera que permiten un acercamiento a la noción de número decimal. A continuación esbozamos las ideas que propone esta autora.

3.3.1.1. Como extensión natural del sistema de numeración decimal

Esta aproximación se basa en ejemplos donde se busca una interpretación acerca de los números en el sistema de valor posicional en base diez, la noción del valor posicional se asume como un conocimiento previo que debe tener el estudiante acerca de los números. A continuación se esbozan un par de ejemplos con este tipo de procedimientos..

El sistema de numeración decimal permite la escritura de números tan grandes como se quiera, teniendo en cuenta el valor posicional en que se encuentre cada digito. Por ejemplo, si se tiene un número como 3548, se puede descomponer teniendo en cuenta el sistema de numeración de la siguiente forma:

El 3 como 3 x 1000 = 3000 ya que está ubicado en la casilla de miles.
El 5 como 5 x 100 = 500 ya que está ubicado en la casilla de centenas.
El 4 como 4 x 10 = 40 ya que está ubicado en la casilla de las decenas.
El 8 como 8 x 1 = 8 ya que está ubicado en la casilla de las unidades.

La forma anterior se debe interpretar como: tres miles, cinco cientos, cuatro dieses y ocho unidades, es decir, y se debe leer como tres mil quinientos cuarenta y ocho.

El sistema decimal también es útil para la escritura de números tan pequeños como se quiera. Por ejemplo, el número 0,4769 se debe interpretar como cuatro décimas, siete centésimas, seis milésimas y nueve diezmilésimas, y se puede leer como cuatro mil setecientos sesenta y nueve diezmilésimas.

Por otra parte, el procedimiento anterior se puede escribir con base en expresiones fraccionarias decimales, si se involucran las representaciones que tienen los mismos. Por ejemplo, el número 0,4769 se puede representar como:

4 x 1/10 + 7 x 1/100 + 6 x 1/1000 + 9 x 1/10000 = 4769/1000 y su lectura e interpretación se realiza igual que en el caso anterior.

Con respectos a este tipo de procedimientos, Centeno concluye que “si no se combina esta introducción con otras que permitan descubrir que estas escrituras representan números nuevos, […] tendremos el peligro de reducir el aprendizaje de los números al de algunas de sus formas de escribirlos”.

3.3.1.2. A partir de la medida

Esta aproximación, como herramienta para la introducción de los números decimales, se interpreta como una forma de codificar la medida. El proceso implicado asigna un código que permite convertir a una expresión decimal en una medida dada[4].

Para la enseñaza de los números decimales, Centeno sugiere tres presentaciones: la primera se basa en la utilización del sistema métrico, la segunda en un cambio de unidad y la tercera en una presentación sin cambiar la unidad, reconociendo las posibilidades y limitaciones de cada una de ellas.

En la presentación de los decimales a través del sistema métrico, se propone convertir una expresión decimal en un número entero con un cambio de unidad; en esta aproximación es subutilizada la notación decimal, y usualmente se puede generar un conflicto en la interpretación del número decimal.

En la presentación de los decimales a partir de un cambio de unidad, se le asigna una unidad de medida a una longitud dada creando una correspondencia entre la medida y un número entero. Sin embargo, como no todas las longitudes tienen una correspondencia proponen cambiar la unidad para que la nueva longitud pueda ser medida. Este proceso no es cómodo, ya que cada vez que aparezca una longitud inconmensurable se hace necesario cambiar la unidad.

Finalmente, en la presentación de los decimales sin cambiar la unidad, se propone asignar un número entero a una longitud con una unidad de medida fija. En este caso, sin embargo, existen algunas longitudes a las cuales no es posible asignarle un entero, por esto se hace necesario cambiar la unidad de medida en un submúltiplo de ésta, asunto que se puede convertir en un proceso sin fin.

3.3.1.3. A partir de las funciones

Para utilizar este procedimiento se hace necesario la conceptualización previa de las funciones que se definen de los naturales en los naturales, funciones como $f(n)= n+ a$ o

[4] La explicación de estos procesos está reseñada en la primera sección de este Capítulo.

$f(n) = n - a$ o $f(n) = n \cdot a$ poseen imágenes para todos los n del dominio a diferencia de la función $f(n) = n \div a$ que sólo tiene imagen para los valores que son múltiplos de a, es por esto que para que esta función quede bien definida, las imágenes de los n que no son múltiplos de a, se motivan en términos de la representación n/a. A partir de está función se definen los decimales como las imágenes de las funciones $f(x) = x \div 10^n$.

Esta aproximación requiere un conocimiento básico acerca de las funciones el cual se presenta en grado noveno, por lo cual no es tan viable realizar este tipo de construcción en grado séptimo con los estándares actuales, (Anexo 2).

3.3.2. Revisión de Textos

La tarea de revisar textos de enseñanza se realiza con el propósito de conocer como se aborda el tópico de la conversión de expresiones decimales a fraccionarias y viceversa. Además, sirve para revisar los conceptos relacionados con este tema, y puede proporcionar algunas ideas sobre como trabajar el tema en cuestión al confrontar las propuestas de textos diferentes.

Teniendo como referente los estándares curriculares MEN (2003) para ubicar los grados en que se propone algún tipo de trabajo con los números decimales[5] se realiza la revisión de textos escolares pertenecientes a grado séptimo. Para la organización de la exposición de los análisis realizados a cada texto se han tenido en cuenta la siguiente estructura de presentación: primero, se da un ficha bibliográfica de identificación del libro, en la que se explicita el nombre del texto, la editorial, los autores y el año de publicación; luego, se identifica en cada texto la parte o el título bajo el cual se desarrolla el tratamiento de los asuntos de conversión relacionados con los números decimales; en tercer lugar, se muestra la forma como se introduce el tema y como se conceptualiza, y para terminar se citan algunos ejemplos utilizados para la enseñanza del tópico y se comenta como se

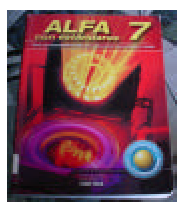
[5] Ver anexo 2 Estándares grado 6 y 7

concluye el asunto. Por otra parte, se realizan comentarios que reflejan las coincidencias o desacuerdos con la propuesta dada.

La selección de los textos se realizó con criterios como la experiencia de los autores en el aula, la frecuencia de consulta en las diferentes bibliotecas de instituciones como el 'Colegio Nuestra Señora del Rosario de Bogotá' y el 'Gimnasio Inglés Campestre' y también las sugerencias de diferentes docentes del área de matemáticas de estos colegios. Los textos seleccionados fueron: Alfa con Estándares 7, Pitágoras 7, Matemáticas para el Futuro 7 y Procesos Matemáticos 7.

En lo que sigue de este capítulo se presentan los análisis de los textos escolares.

Texto Nº 1: Alfa con Estándares 7



Editorial: Norma, Año: 2003

Autores: Leonor Camargo Uribe – Gloria García de García – Cecilia Leguizamón de Bernal – Carmen Samper de Caicedo – Celly Serrano de Plazas

Ubicación del tópico en el índice del libro.

Unidad 3

Números racionales

Al observar los contenidos propuestos en este texto para el tema de números racionales, se puede ver que se enfatiza en las operaciones entre números racionales y en el tratamiento de sus propiedades.

Ahora veamos como se introduce el tema:

Estándar

Pensamiento Numérico

Lección 7

Representación decimal de los racionales

Si un avión se desplaza de *A* hasta *B* en 8 minutos, un velero lo hace en 80 minutos y una moto en 800 minutos, entonces la velocidad del velero es $\frac{1}{10}$ (un décimo) de la velocidad del avión y la velocidad de la moto es $\frac{1}{100}$ (un centésimo) de la velocidad del avión.

Fig. 3.35

En este caso el autor inicia a partir de un ejemplo en el que se utilizan razones que resultan ser fracciones decimales y define su lectura, trata de enlazar la lectura de los decimales con su significado y hacerlo visible en una situación real. basándose en la construcción de los decimales como extensión natural del sistema de numeración decimal.(Capítulo 3.3.1.1)

Observe:

$\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$ son racionales cuyos denominadores son potencias de diez, que también pueden expresarse como **0.1** y **0.01**, respectivamente. Estos números reciben el nombre de **racionales decimales**. Son ejemplos de racionales decimales los siguientes: $\frac{7}{1000}$ (siete milésimos), $-\frac{914}{100}$ (menos novecientos catorce centésimos).

Trasformando estos números en decimales obtenemos:

$$\frac{7}{1000} = 0.007 \qquad -\frac{914}{100} = -9.14$$

Recordemos que el *punto* separa la parte entera de la parte decimal.

Cualquier número racional puede expresarse en forma decimal, dividiendo el numerador entre el denominador.

En este texto se le llama Racionales Decimales a lo que en esta propuesta se define como **Fracción Decimal** (capítulo 3.1.).

Por otra parte el concepto de número racional está ligado a una expresión decimal mediante el algoritmo de la división., como se muestra a continuación:

Ejemplo 13

Expresemos los números racionales $\frac{7}{4}$ y $-\frac{5}{8}$ como decimales.

$\frac{7}{4}$ es igual a

$$\begin{array}{r|l} 7 & 4 \\ \cline{2-2} 30 & 1.75 \\ 20 & \\ 0 & \end{array}$$

Luego $\frac{7}{4} = 1.75$

$-\frac{5}{8}$ es igual a

$$\begin{array}{r|l} -50 & 8 \\ \cline{2-2} 20 & -0.625 \\ 40 & \\ 0 & \end{array}$$

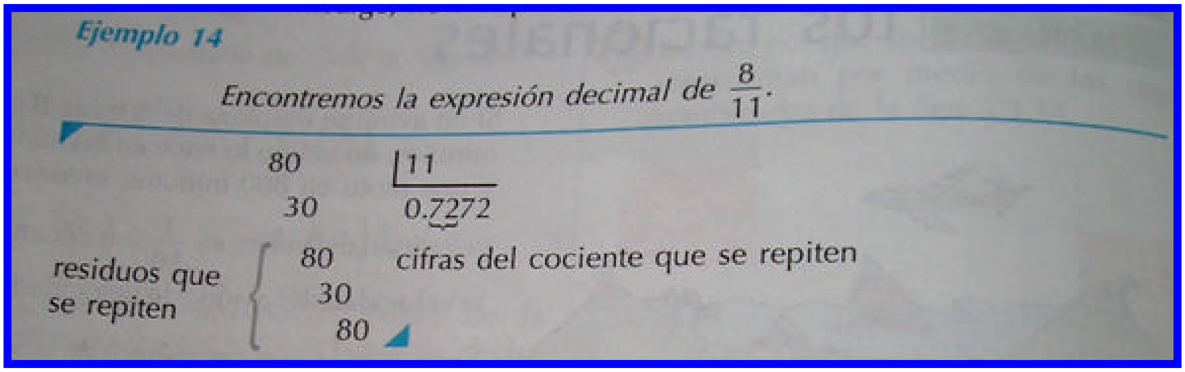
Luego $-\frac{5}{8} = -0.625$

En estos ejemplos se convierten fracciones no decimales por medio del algoritmo de la división a expresiones decimales, es de notar que hasta esta parte los ejemplos son expresiones decimales finitas. Además el texto no muestra otro método de conversión sólo se basa en la división para realizar este proceso.

Ahora se considera el siguiente fragmento:

En los racionales anteriores la división del numerador entre el denominador da como residuo cero; estos decimales se llaman **decimales exactos o finitos.** Sin embargo, no siempre se da esta situación.

En esta cuadro se define una expresión decimal finita por medio de la división con residuo 0. Desde nuestra propia perspectiva hace falta una forma de identificar cuando sucede esto antes de realizar la división. (Capítulo 3.1.4.)



Ejemplo 14

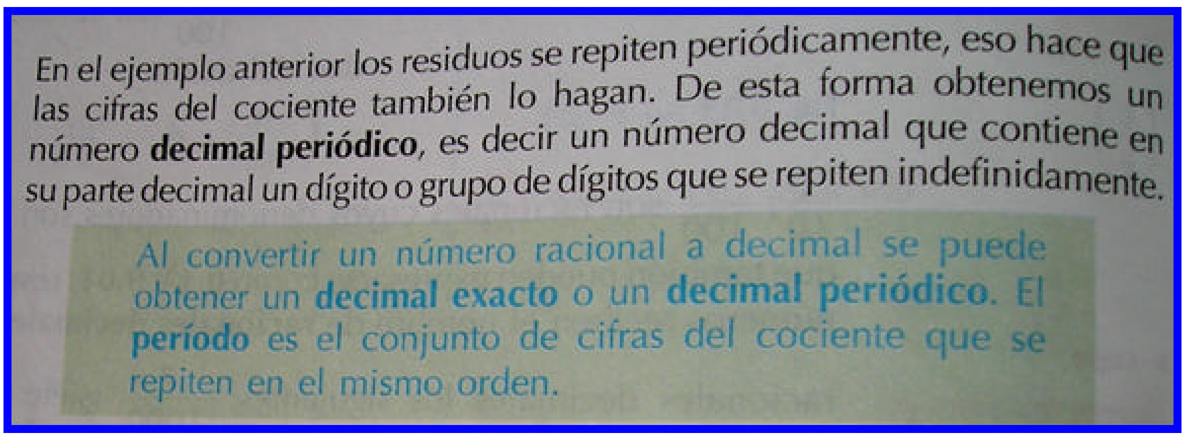
Encontremos la expresión decimal de $\frac{8}{11}$.

$$\begin{array}{l|l} 80 & 11 \\ \hline \;\;30 & 0.\underbrace{72}72 \\ \;\;\;80 & \\ \;\;\;\;30 & \\ \;\;\;\;\;80 & \end{array}$$

residuos que se repiten

cifras del cociente que se repiten

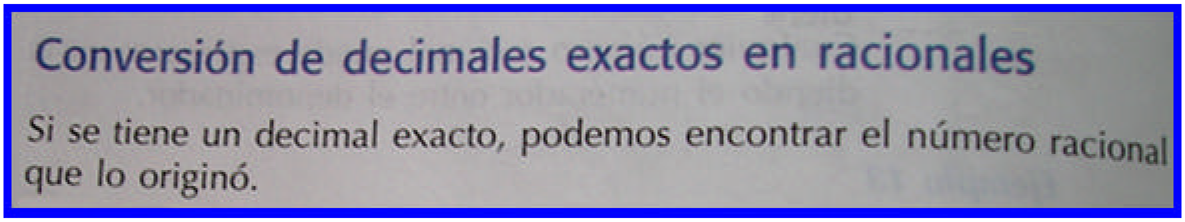
En este ejemplo se muestra la regularidad del periodo en el algoritmo de la división pero falta las diferentes notaciones y su relación con la división. (Capítulo 3.1.5.2.)



En el ejemplo anterior los residuos se repiten periódicamente, eso hace que las cifras del cociente también lo hagan. De esta forma obtenemos un número **decimal periódico**, es decir un número decimal que contiene en su parte decimal un dígito o grupo de dígitos que se repiten indefinidamente.

Al convertir un número racional a decimal se puede obtener un **decimal exacto** o un **decimal periódico**. El **período** es el conjunto de cifras del cociente que se repiten en el mismo orden.

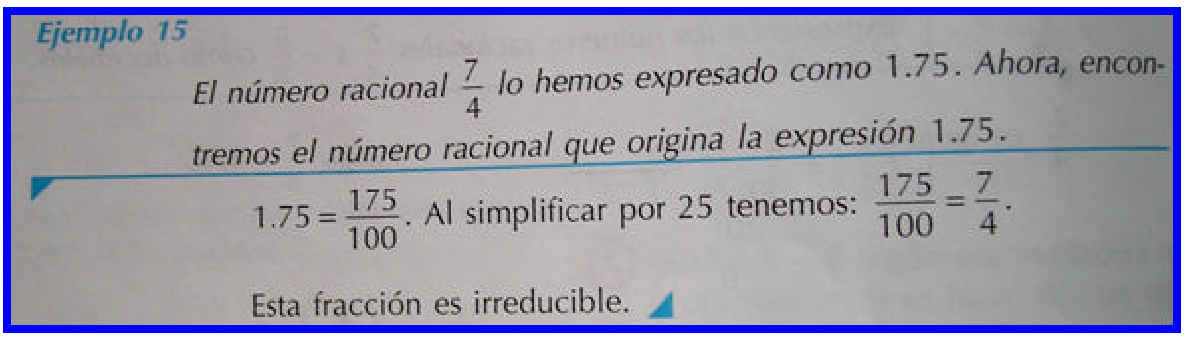
Se definen las expresiones racionales periódicas como *"números decimales periódicos"* si se observa detenidamente esto no concuerda con la definición dada de número en el capítulo 3.1. Ahora veamos como se introducen asuntos relacionados con la conversión de decimales.



Conversión de decimales exactos en racionales

Si se tiene un decimal exacto, podemos encontrar el número racional que lo originó.

En esta parte, el libro presenta el concepto de decimal exacto el cual hace referencia a la expresión decimal de un número decimal. y a continuación realiza la conversión de estos números.



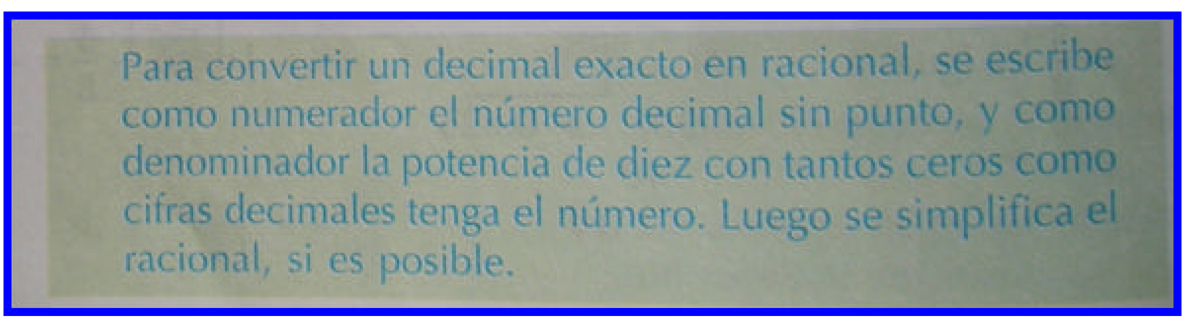
Ejemplo 15

El número racional $\frac{7}{4}$ lo hemos expresado como 1.75. Ahora, encontremos el número racional que origina la expresión 1.75.

$1.75 = \frac{175}{100}$. Al simplificar por 25 tenemos: $\frac{175}{100} = \frac{7}{4}$.

Esta fracción es irreducible.

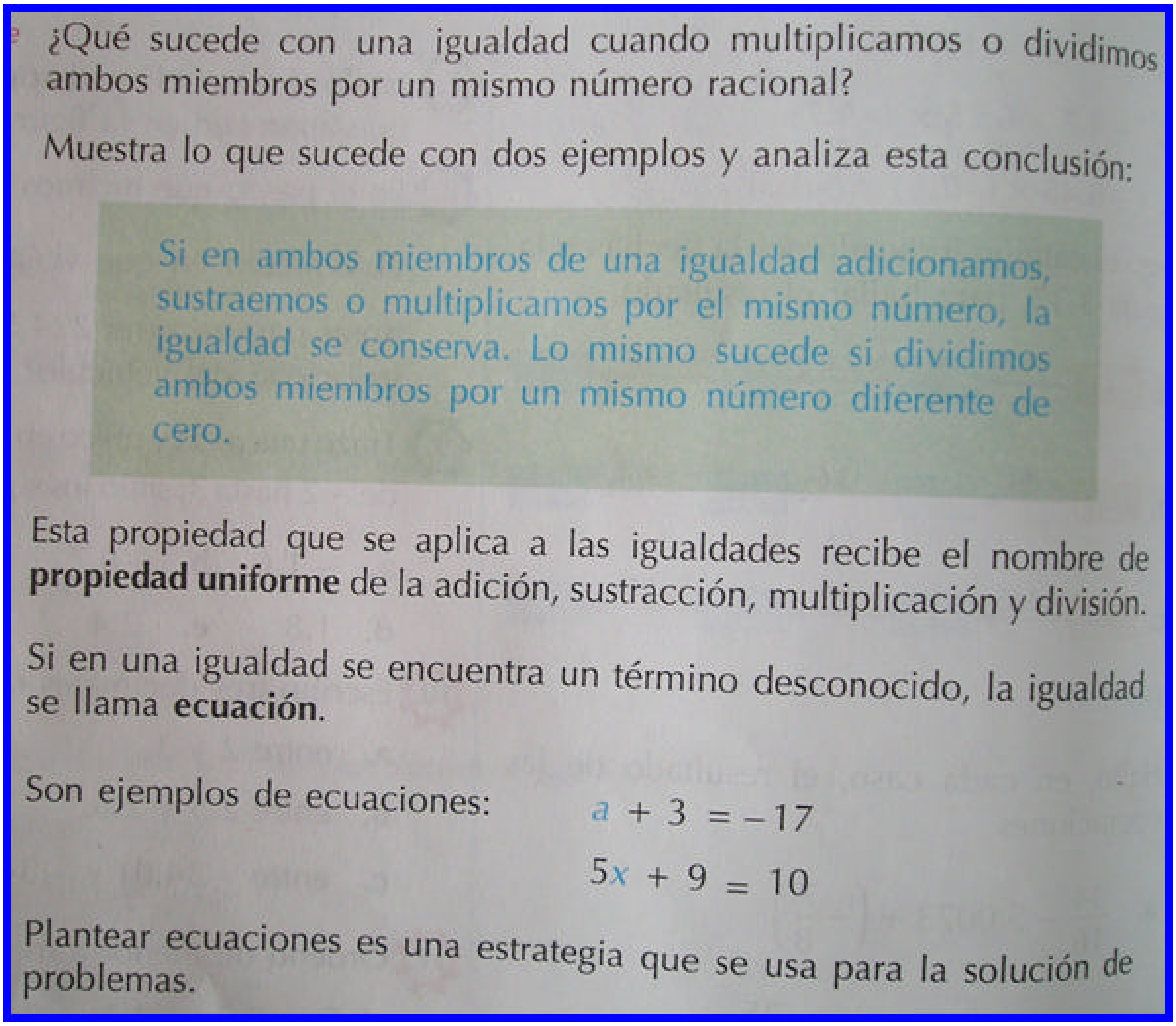
El algoritmo utilizado en este ejemplo es el usual, proviene del sistema de numeración en base 10, sólo muestra el procedimiento pero no se proporciona una explicación del porque de esta conversión. Finalmente, considérese el siguiente extracto:



Para convertir un decimal exacto en racional, se escribe como numerador el número decimal sin punto, y como denominador la potencia de diez con tantos ceros como cifras decimales tenga el número. Luego se simplifica el racional, si es posible.

Teniendo en cuenta el ejemplo anterior definen el procedimiento para poder convertir expresiones decimales en fracciones, específicamente en Decimales exactos. Aquí dan por terminado en tema.

Como se puede notar en el índice de temas, el siguiente tópico que aborda el libro lleva por título “Ecuaciones”. En ese apartado se encuentra una introducción hacia las ecuaciones en particular la propiedad uniforme, sin embargo, falta profundización para poder llegar a manejar ecuaciones con números racionales. Como se observa en el capitulo 3.2.2. de Errores y dificultades asociados a los procesos de conversión, el estudiante debe tratar varios ejemplos para tener un buen manejo en la conversión.



¿Qué sucede con una igualdad cuando multiplicamos o dividimos ambos miembros por un mismo número racional?

Muestra lo que sucede con dos ejemplos y analiza esta conclusión:

Si en ambos miembros de una igualdad adicionamos, sustraemos o multiplicamos por el mismo número, la igualdad se conserva. Lo mismo sucede si dividimos ambos miembros por un mismo número diferente de cero.

Esta propiedad que se aplica a las igualdades recibe el nombre de **propiedad uniforme** de la adición, sustracción, multiplicación y división.

Si en una igualdad se encuentra un término desconocido, la igualdad se llama **ecuación**.

Son ejemplos de ecuaciones: $a + 3 = -17$

$5x + 9 = 10$

Plantear ecuaciones es una estrategia que se usa para la solución de problemas.

Ejemplo 22

Encontremos la fracción que genera la expresión decimal $0.\overline{8}$.

- Llamamos ***a*** a la expresión $0.\overline{8}$.

  $\boldsymbol{a} = 0.\overline{8}$ (1)

- Multiplicamos la expresión por 10.

  $10 \cdot \boldsymbol{a} = 0.\overline{8} \cdot 10$

  $10 \cdot \boldsymbol{a} = 8.\overline{8}$ (2) ¿Por qué?

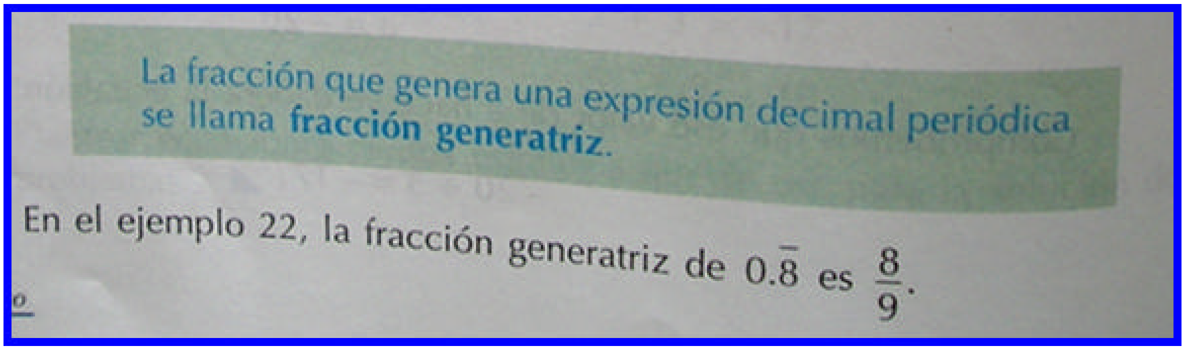
- Sustraemos de la igualdad (2) la igualdad (1).

$$\begin{array}{r} 10 \cdot \boldsymbol{a} = 8.\overline{8} \\ - \quad \boldsymbol{a} = 0.\overline{8} \\ \hline 9 \cdot \boldsymbol{a} = 8 \end{array}$$

- Despejando el valor de ***a*** obtenemos:

  $\boldsymbol{a} = \dfrac{8}{9}$

Anteriormente solamente se habla de las ecuaciones nombrando sus propiedades. En esta parte el texto, a manera de ejemplo, presenta un algoritmo que permite generar fracciones a partir de decimales periódicos. Además se puede observar una deficiencia en el manejo de las expresiones decimales particularmente cuando multiplica $0,\overline{8} \times 10 = 8,\overline{8}$ y al igual cuando suma las dos ecuaciones.



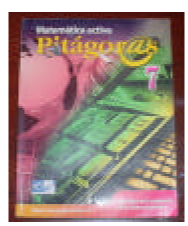
La fracción que genera una expresión decimal periódica se llama **fracción generatriz**.

En el ejemplo 22, la fracción generatriz de $0.\overline{8}$ es $\frac{8}{9}$.

Nótese que se define la fracción generatriz pero no se muestran todas las combinaciones que este proceso requiere. Los autores introducen el concepto de Decimal Periódico desligando este del concepto de infinito.

Comparando los conceptos definidos por los autores se evidencia que toman como base las Expresiones Decimales para la conceptualización de expresiones racionales, A diferencia de lo propuesto en el capítulo 3.1.3. en el cual se toman las expresiones fraccionarias, como fundamento para esta construcción.

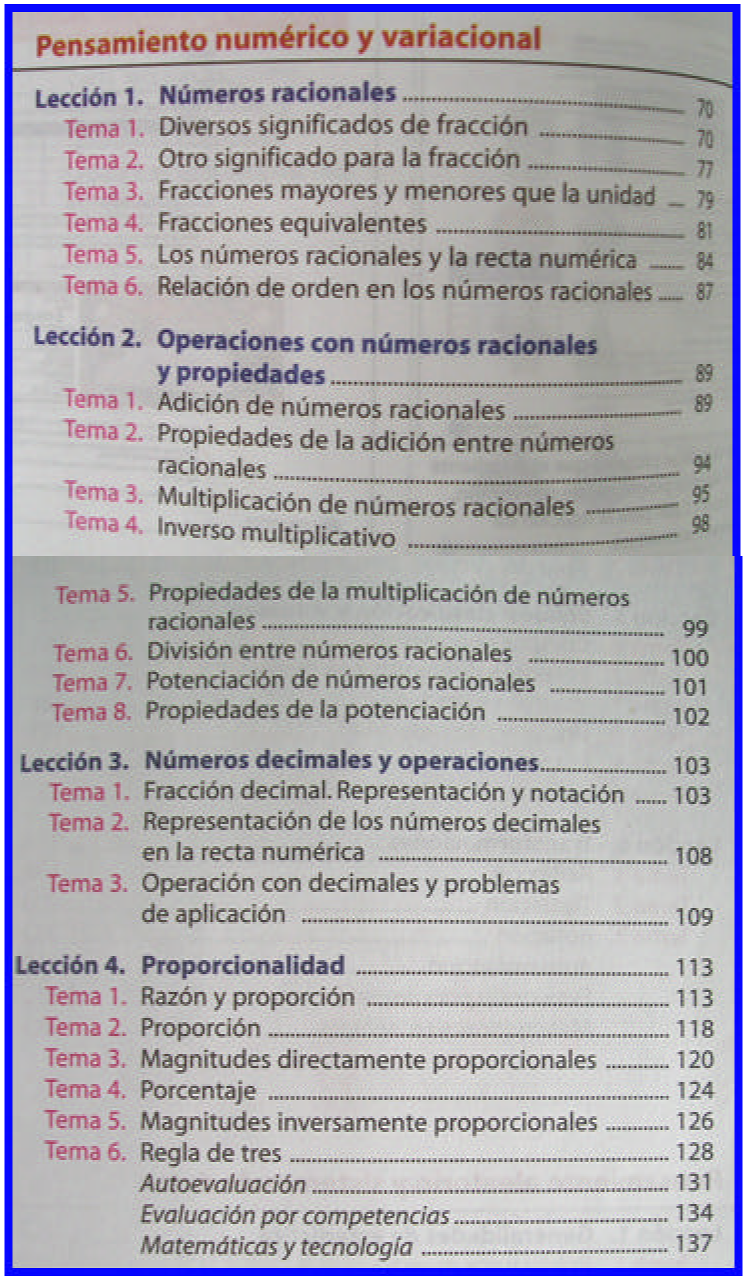
Texto Nº 2 Pitágor@s 7



Editorial: Editores PEI Ltda., Año: 2005

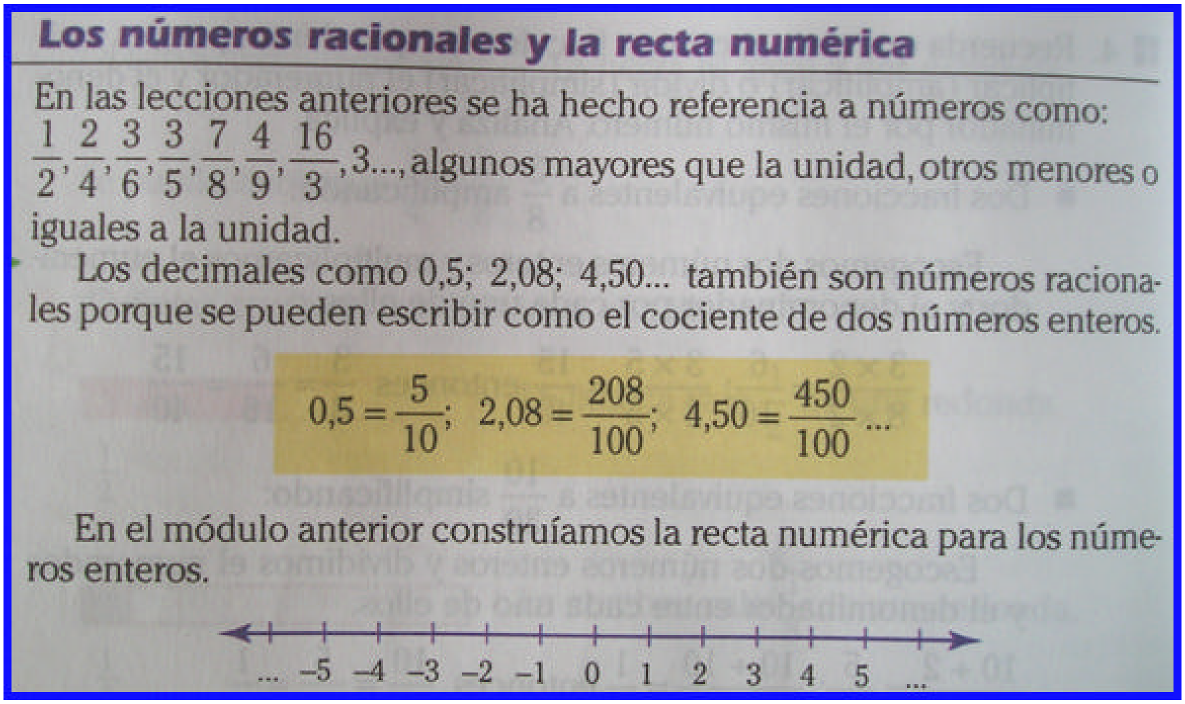
Autores: Bermúdez Huertas Maria Teresa

En la siguiente imagen se presenta una parte de la tabla de contenido del texto.



Pensamiento numérico y variacional

En este libro primero se realiza un trabajo enfatizado en el manejo de fraccionarios donde se presentan las expresiones fraccionarias como una parte de los racionales y los decimales como representaciones de los racionales, desembocando en el tema de proporcionalidad. Sólo se analizará la parte tratada con los decimales y sus representaciones.



Los números racionales y la recta numérica

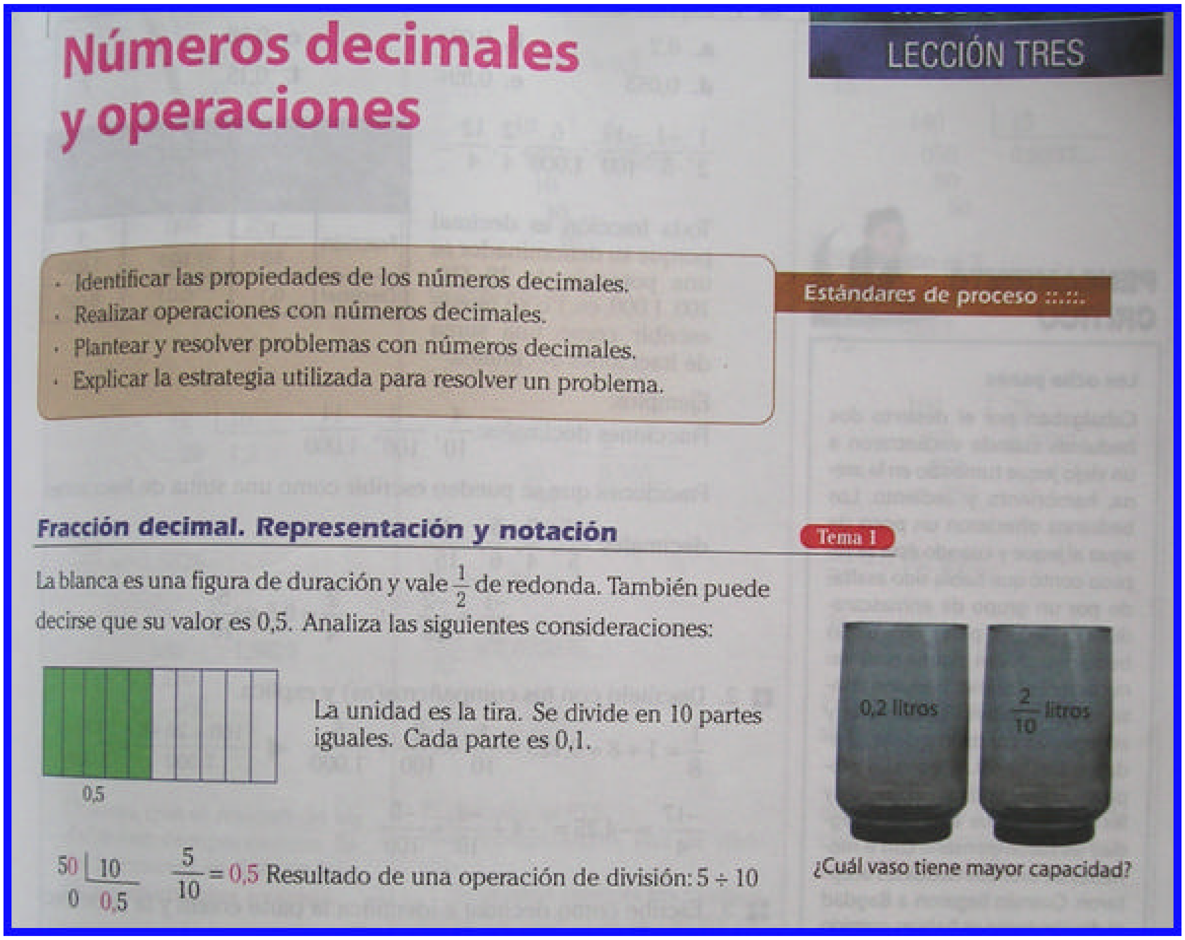
En las lecciones anteriores se ha hecho referencia a números como: $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{3}{5}, \frac{7}{8}, \frac{4}{9}, \frac{16}{3}, 3...$, algunos mayores que la unidad, otros menores o iguales a la unidad.

Los decimales como 0,5; 2,08; 4,50... también son números racionales porque se pueden escribir como el cociente de dos números enteros.

$$0{,}5 = \frac{5}{10};\quad 2{,}08 = \frac{208}{100};\quad 4{,}50 = \frac{450}{100}\ ...$$

En el módulo anterior construíamos la recta numérica para los números enteros.

En este libro se presenta un algoritmo para la conversión de expresiones decimales finitas a fraccionarias teniendo en cuenta la base de numeración y se da una definición de los racionales como el cociente de dos números enteros, teniendo en cuenta que en las secciones anteriores al texto se ha trabajado solo con racionales.



LECCIÓN TRES

Números decimales y operaciones

Estándares de proceso ::.::.

- Identificar las propiedades de los números decimales.
- Realizar operaciones con números decimales.
- Plantear y resolver problemas con números decimales.
- Explicar la estrategia utilizada para resolver un problema.

Fracción decimal. Representación y notación

Tema 1

La blanca es una figura de duración y vale $\frac{1}{2}$ de redonda. También puede decirse que su valor es 0,5. Analiza las siguientes consideraciones:

0,5

La unidad es la tira. Se divide en 10 partes iguales. Cada parte es 0,1.

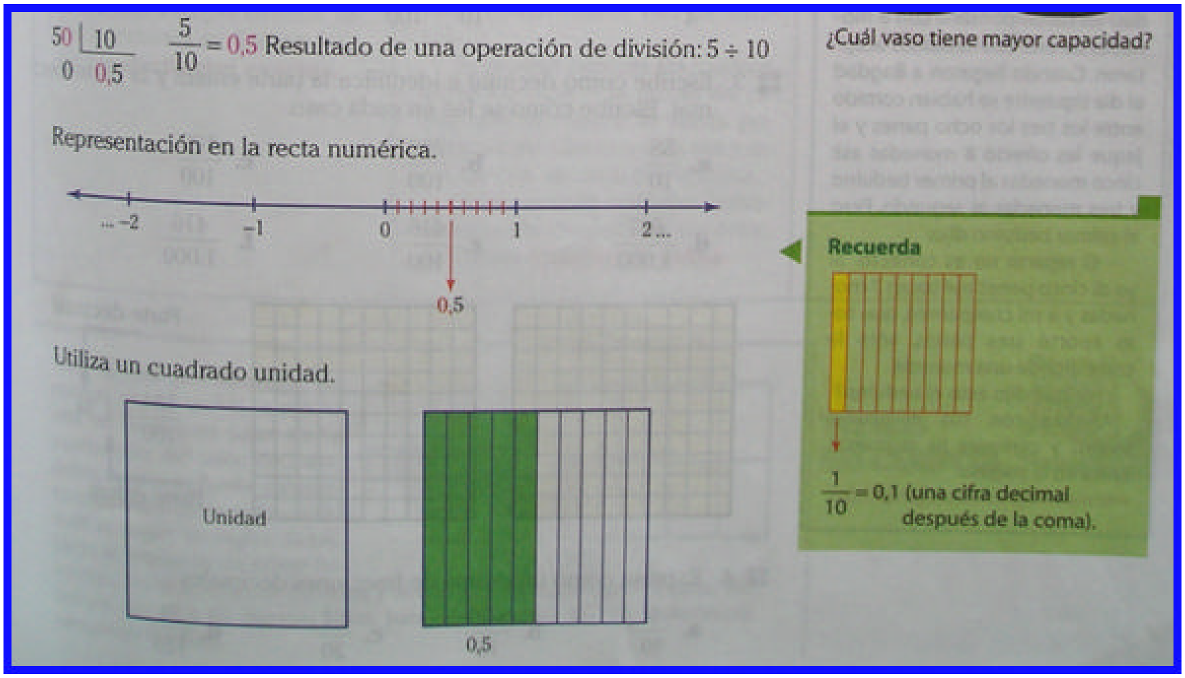
$$50 \,\underline{|\,10}\quad 0\quad 0{,}5 \qquad \frac{5}{10} = 0{,}5$$ Resultado de una operación de división: $5 \div 10$

0,2 litros

$\frac{2}{10}$ litros

¿Cuál vaso tiene mayor capacidad?

Introducen el tema a partir de diferentes representaciones gráficas de los decimales siempre haciendo alusión a la base de numeración 10 y se presenta la noción de fracción decimal con la relación que se tiene a la expresión decimal.



En esta parte se presenta la representación gráfica y la ubicación en la recta numérica de las fracciones decimales.

En el ejemplo que se muestra en la siguiente imagen, se inicia con un ejercicio en el cual el estudiante debe mostrar diferentes representaciones de un decimal teniendo en cuenta los conceptos dados anteriormente, en el ejemplo se encuentran inconsistencias conceptuales ya que las fracciones $\frac{-1}{5}, \frac{2}{4} y \frac{-12}{15}$ no son fracciones que se deban escribir como suma de fracciones, por que son equivalentes a las fracciones decimales $\frac{-2}{10}, \frac{5}{10} y \frac{-8}{10}$, a diferencia de la fracción $\frac{5}{6}$ la cual si es una fracción que se debe escribir como $\frac{8}{10} + \frac{3}{10^2} + \frac{3}{10^3} + ... + \frac{3}{10^n} + ...$

1. Explica de tres formas diferentes cada decimal.

a. 0,2 b. 0,02 c. 0,38

d. 0,053 e. 0,89 f. 0,15

$\frac{1}{2}, \frac{-1}{5}, \frac{-14}{100}, \frac{6}{1.000}, \frac{2}{4}, \frac{12}{4} \ldots$

	Décima Primer lugar	Centésima Segundo lugar	Milésima Tercer lugar
Fracción	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1.000}$
Decimal	0,1	0,01	0,001

Toda fracción es decimal porque su denominador es una potencia de 10 (10, 100, 1.000, etc) o se puede escribir como una suma de fracciones decimales.

Ejemplos:

Fracciones decimales: $\frac{4}{10}, \frac{-3}{100}, \frac{11}{1.000}$

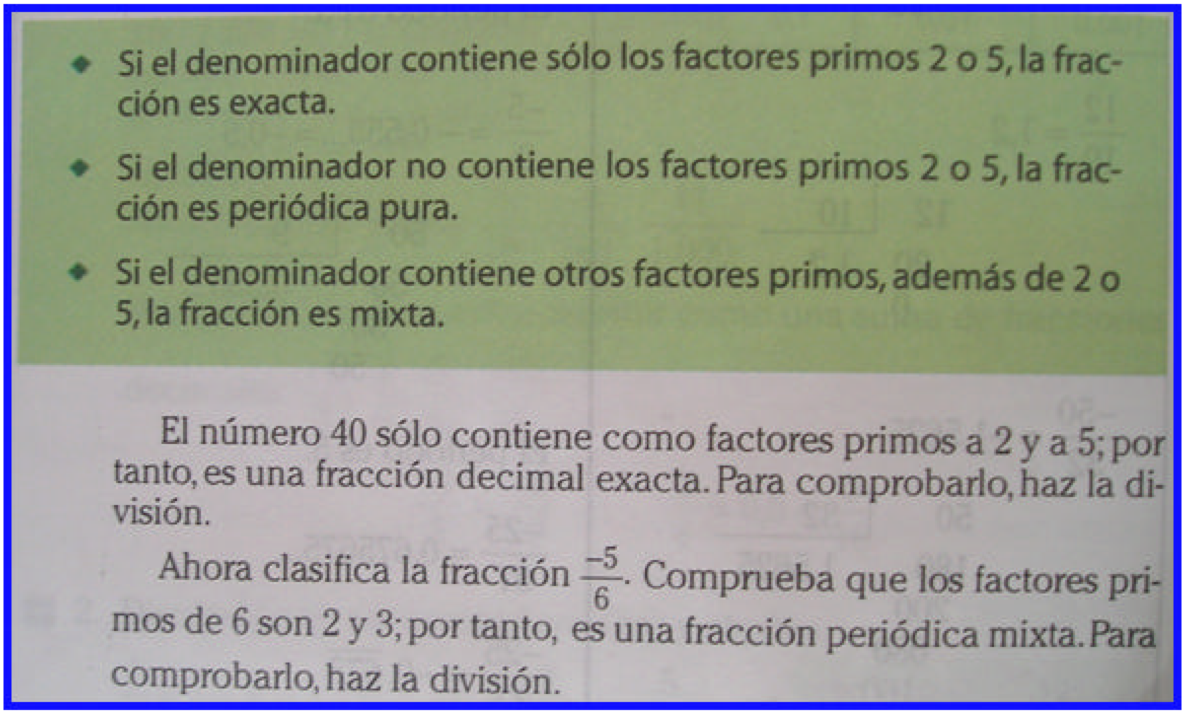
Fracciones que se pueden escribir como una suma de fracciones decimales: $\frac{-1}{5}, \frac{2}{4}, \frac{5}{6}, \frac{-12}{15}$

Ahora se considera

6. ¿La fracción decimal $\frac{7}{40}$ es una fracción decimal exacta?

Para determinar qué clase de fracción es, se descompone el denominador de la fracción en sus factores primos.

$$\begin{array}{r|l} 40 & 2 \\ 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$



- Si el denominador contiene sólo los factores primos 2 o 5, la fracción es exacta.
- Si el denominador no contiene los factores primos 2 o 5, la fracción es periódica pura.
- Si el denominador contiene otros factores primos, además de 2 o 5, la fracción es mixta.

El número 40 sólo contiene como factores primos a 2 y a 5; por tanto, es una fracción decimal exacta. Para comprobarlo, haz la división.

Ahora clasifica la fracción $\frac{-5}{6}$. Comprueba que los factores primos de 6 son 2 y 3; por tanto, es una fracción periódica mixta. Para comprobarlo, haz la división.

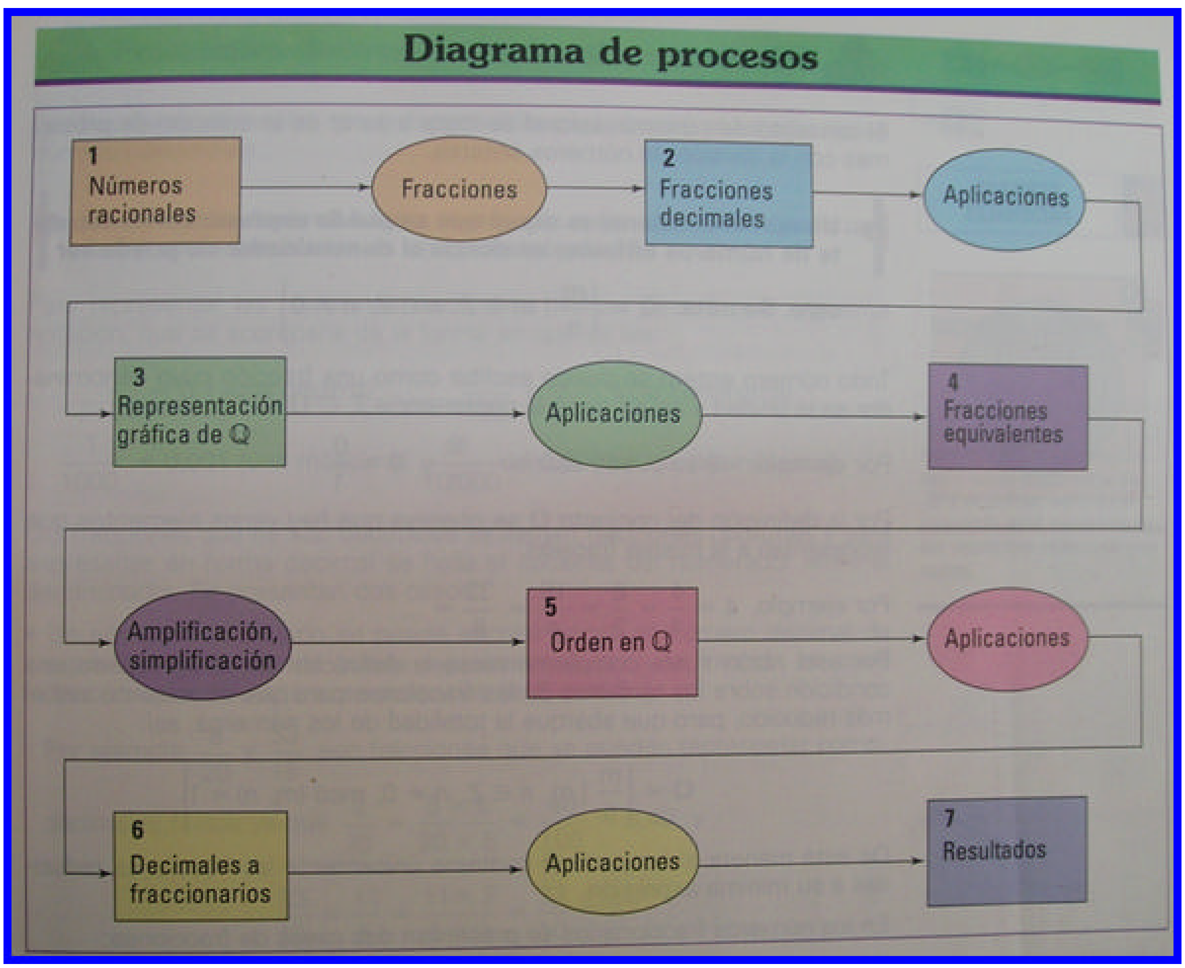
Aquí falta una aclaración indicando,, que para hacer esta clasificación es necesario que la fracción sea irreducible, ya que existen casos como $\frac{-12}{15}$ donde al descomponer el denominador en factores primos aparece un 3, pero si se simplifica primero $\frac{-12}{15}=\frac{-4}{5}$ se observa que esta fracción ya no posee factores distintos de 2 o de 5, por lo tanto, si es posible encontrar una fracción decimal equivalente $\frac{-12}{15}=\frac{-8}{10}$.

Texto Nº 3

Procesos Matemáticos 7

Editorial: Santillana, Año: 1995

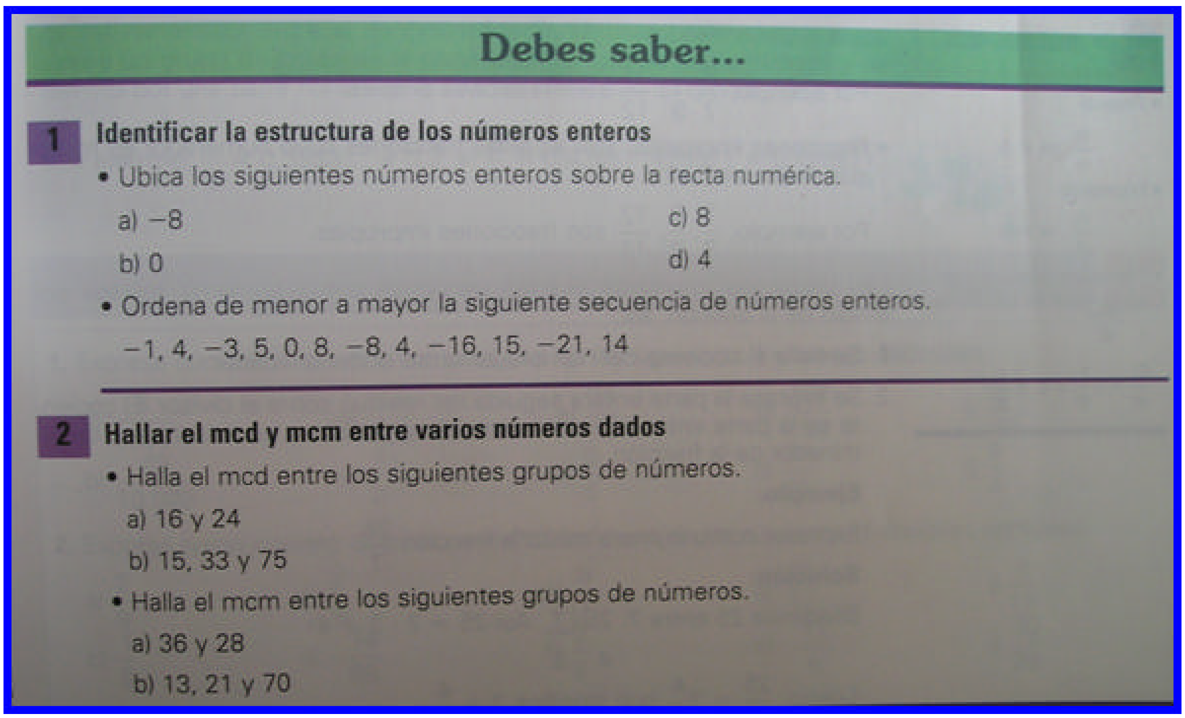
Autores: María Lilia Perilla Perilla. – .María Consuelo Cortes Díaz



En esta parte el texto, se introduce al estudiante en el tema indicándole cada uno de los conceptos que debe manejar.

En cada uno de los diagramas de los procesos se presentan los preconceptos que se requieren para el desarrollo de cada unidad, proponiéndole al estudiante unos ejercicios a manera de repaso para poder introducirlo al tema.

En la siguiente imagen se muestra una valoración la cual tiene como objetivo revisar los preconceptos necesarios para el tema en cuestión



Debes saber...

1 Identificar la estructura de los números enteros

- Ubica los siguientes números enteros sobre la recta numérica.

a) −8 c) 8

b) 0 d) 4

- Ordena de menor a mayor la siguiente secuencia de números enteros.

−1, 4, −3, 5, 0, 8, −8, 4, −16, 15, −21, 14

2 Hallar el mcd y mcm entre varios números dados

- Halla el mcd entre los siguientes grupos de números.

a) 16 y 24

b) 15, 33 y 75

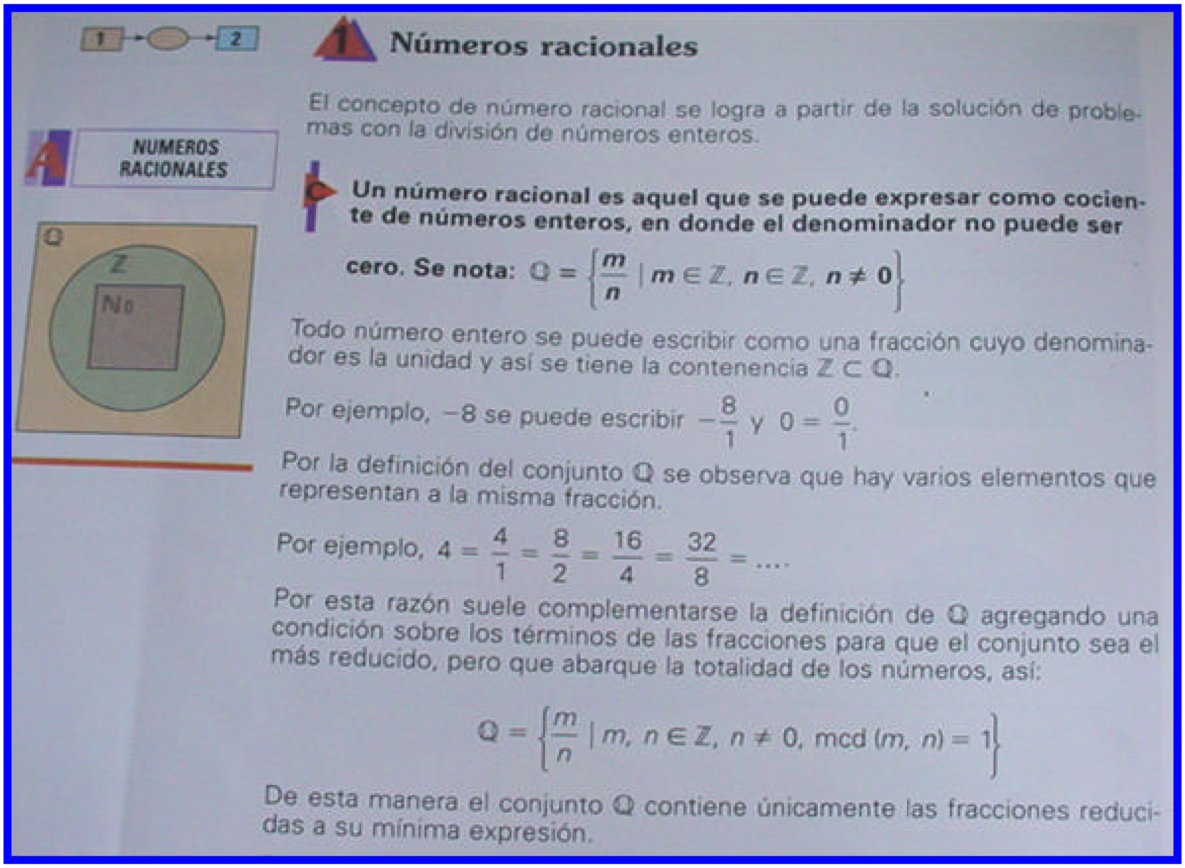
- Halla el mcm entre los siguientes grupos de números.

a) 36 y 28

b) 13, 21 y 70

En el desarrollo de esta propuesta se plantean los preconceptos que el estudiante debe poseer para abordar este tópico donde se hace alusión a muchos más tópicos involucrados en la conversión.

En la siguiente imagen se evidencia que el texto parte de la necesidad de los números racionales para la solución de algunos problemas, la definición de los números racionales se presenta de forma conjuntista, haciendo la representación gráfica con los demás conjuntos numéricos como los naturales y los enteros. La última condición excluye las fracciones no reducibles e incluso las expresiones decimales, notando la dependencia de la escritura fraccionaria.



1 → 2

1 Números racionales

A NUMEROS RACIONALES

El concepto de número racional se logra a partir de la solución de problemas con la división de números enteros.

Un número racional es aquel que se puede expresar como cociente de números enteros, en donde el denominador no puede ser cero. Se nota: $\mathbb{Q} = \left\{\frac{m}{n} \mid m \in \mathbb{Z},\ n \in \mathbb{Z},\ n \neq 0\right\}$

Todo número entero se puede escribir como una fracción cuyo denominador es la unidad y así se tiene la contenencia $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$.

Por ejemplo, -8 se puede escribir $-\frac{8}{1}$ y $0 = \frac{0}{1}$.

Por la definición del conjunto $\mathbb{Q}$ se observa que hay varios elementos que representan a la misma fracción.

Por ejemplo, $4 = \frac{4}{1} = \frac{8}{2} = \frac{16}{4} = \frac{32}{8} = \ldots$

Por esta razón suele complementarse la definición de $\mathbb{Q}$ agregando una condición sobre los términos de las fracciones para que el conjunto sea el más reducido, pero que abarque la totalidad de los números, así:

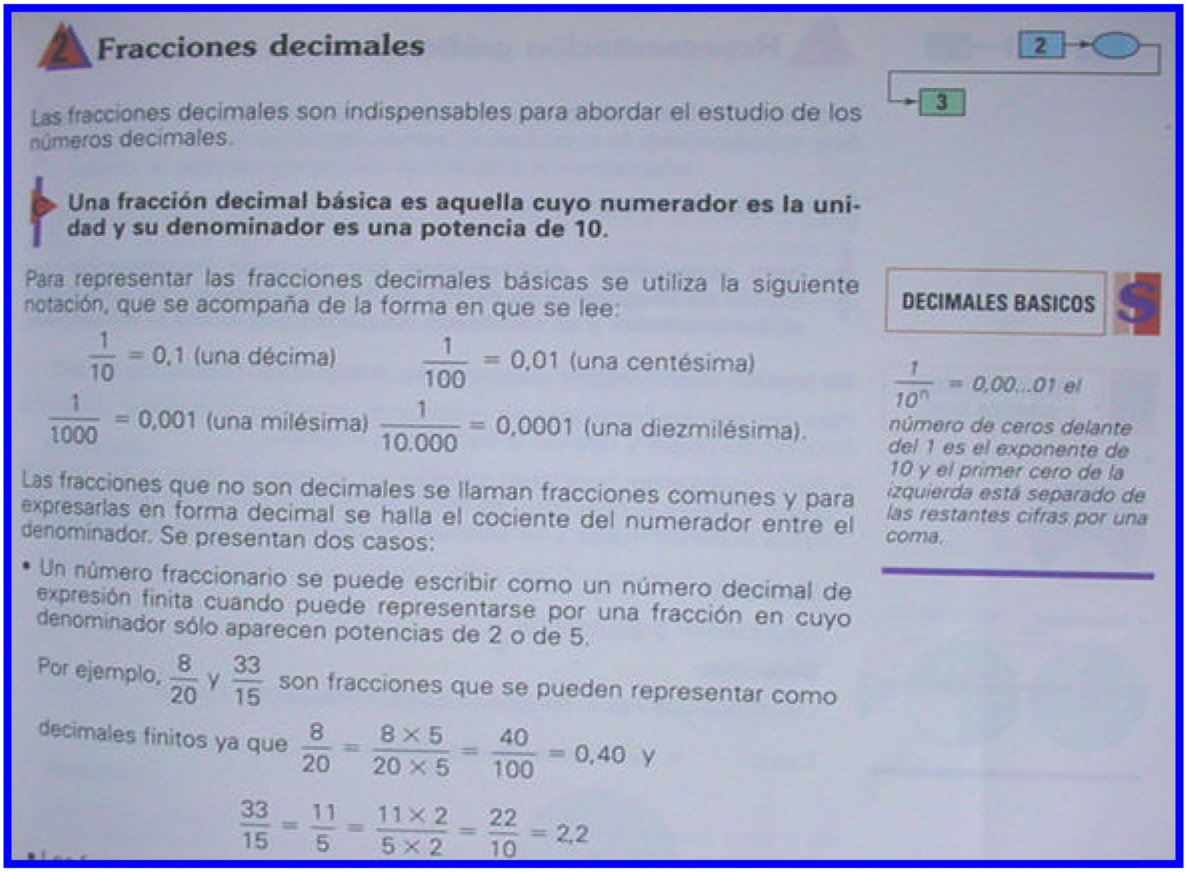
$$\mathbb{Q} = \left\{\frac{m}{n} \mid m,\ n \in \mathbb{Z},\ n \neq 0,\ \text{mcd}\,(m,\ n) = 1\right\}$$

De esta manera el conjunto $\mathbb{Q}$ contiene únicamente las fracciones reducidas a su mínima expresión.

En la siguiente ilustración, titulada “Fracciones Decimales”, se definen estas realizando algunos ejemplos.

El texto en la parte superior derecha le indica al estudiante el proceso que desarrollará en esta sección, luego el texto define las fracciones decimales basándose en el sistema de numeración decimal para introducir a la escritura y lectura de estas expresiones,, además hace alusión alas fracciones que no son decimales (capítulo 3.1.4.) clasificando éstas por medio de su denominador.

Las fracciones decimales las se presentan por medio de la descomposición del denominador y la manera de identificarlas para la conversión.



2 Fracciones decimales

Las fracciones decimales son indispensables para abordar el estudio de los números decimales.

Una fracción decimal básica es aquella cuyo numerador es la unidad y su denominador es una potencia de 10.

Para representar las fracciones decimales básicas se utiliza la siguiente notación, que se acompaña de la forma en que se lee:

$\frac{1}{10} = 0{,}1$ (una décima) $\quad \frac{1}{100} = 0{,}01$ (una centésima)

$\frac{1}{1000} = 0{,}001$ (una milésima) $\quad \frac{1}{10.000} = 0{,}0001$ (una diezmilésima).

Las fracciones que no son decimales se llaman fracciones comunes y para expresarlas en forma decimal se halla el cociente del numerador entre el denominador. Se presentan dos casos:

- Un número fraccionario se puede escribir como un número decimal de expresión finita cuando puede representarse por una fracción en cuyo denominador sólo aparecen potencias de 2 o de 5.

Por ejemplo, $\frac{8}{20}$ y $\frac{33}{15}$ son fracciones que se pueden representar como decimales finitos ya que $\frac{8}{20} = \frac{8 \times 5}{20 \times 5} = \frac{40}{100} = 0{,}40$ y

$$\frac{33}{15} = \frac{11}{5} = \frac{11 \times 2}{5 \times 2} = \frac{22}{10} = 2{,}2$$

DECIMALES BASICOS

$\frac{1}{10^n} = 0{,}00...01$ el número de ceros delante del 1 es el exponente de 10 y el primer cero de la izquierda está separado de las restantes cifras por una coma.

En la imagen que se muestra en la siguiente página se presenta una propuesta de ejercicios en la que ocurre un error, ya que en la sección anterior la expresión $\frac{1}{2}$ se definía como una fracción común, y en el enunciado se pide tratarla como una fracción decimal. Se podría hacer una aclaración si se manejara el concepto de número decimal conforme lo hemos sugerido en el análisis de contenido del marco conceptual capítulo 3.1.

Por otra parte, nótese que no se especifica el proceso de la amplificación de las fracciones como método para dicha conversión, lo que deja abierto el algoritmo de la división, aunque no aparezca el objetivo en el texto.

- Los fraccionarios comunes generan números decimales al hallar el cociente del numerador entre el denominador. En algunas ocasiones se repite una o un grupo de cifras de la parte decimal que se llama período y se denota por una barra horizontal sobre las cifras que se repiten.

Por ejemplo, $\frac{1}{3} = 0{,}3333... = 0{,}\overline{3}$ y $\frac{3}{7} = 0{,}428571428571 = 0{,}\overline{428571}$.

EJERCICIOS

1. Expresa como número decimal cada una de las siguientes fracciones decimales.

a) $\frac{3}{1000}$ c) $\frac{12}{100}$ e) $\frac{25}{10}$ g) $\frac{482}{100}$ i) $\frac{351}{10}$

b) $\frac{49}{10.000}$ d) $\frac{1}{2}$ f) $\frac{3}{5}$ h) $\frac{14}{25}$ j) $\frac{9}{4}$

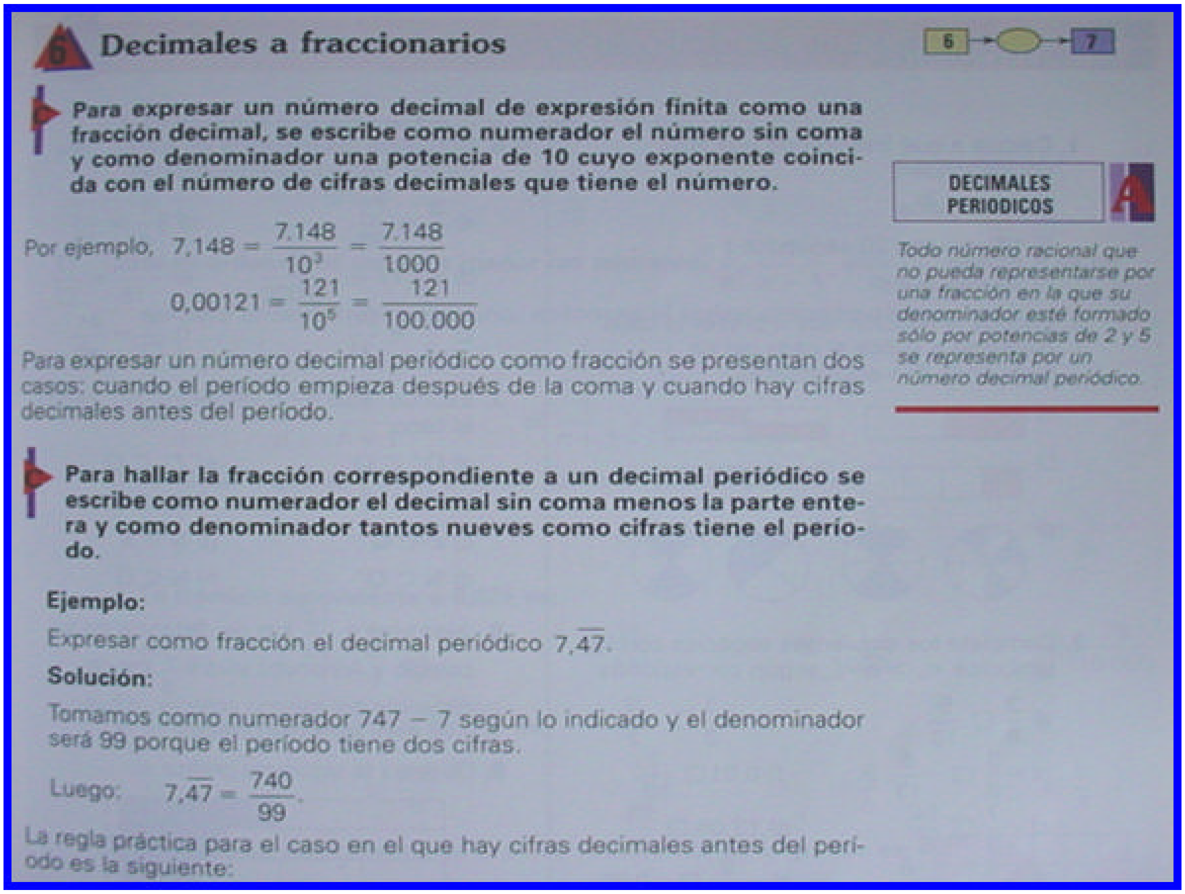
2. Expresa como número decimal periódico cada una de las siguientes fracciones comunes.

a) $\frac{7}{9}$ c) $\frac{2}{3}$ e) $\frac{9}{7}$ g) $\frac{23}{11}$ i) $\frac{9}{17}$

b) $\frac{1}{9}$ d) $-\frac{74}{99}$ f) $\frac{2}{3}$ h) $-\frac{17}{6}$ j) $\frac{70}{33}$

57

Ahora considere la siguiente ilustración:



6 Decimales a fraccionarios

6 → 7

Para expresar un número decimal de expresión finita como una fracción decimal, se escribe como numerador el número sin coma y como denominador una potencia de 10 cuyo exponente coincida con el número de cifras decimales que tiene el número.

Por ejemplo, $7{,}148 = \frac{7.148}{10^3} = \frac{7.148}{1000}$

$0{,}00121 = \frac{121}{10^5} = \frac{121}{100.000}$

Para expresar un número decimal periódico como fracción se presentan dos casos: cuando el período empieza después de la coma y cuando hay cifras decimales antes del período.

Para hallar la fracción correspondiente a un decimal periódico se escribe como numerador el decimal sin coma menos la parte entera y como denominador tantos nueves como cifras tiene el período.

Ejemplo:

Expresar como fracción el decimal periódico $7{,}\overline{47}$.

Solución:

Tomamos como numerador 747 − 7 según lo indicado y el denominador será 99 porque el período tiene dos cifras.

Luego: $7{,}\overline{47} = \frac{740}{99}$.

La regla práctica para el caso en el que hay cifras decimales antes del período es la siguiente:

DECIMALES PERIODICOS A

Todo número racional que no pueda representarse por una fracción en la que su denominador esté formado sólo por potencias de 2 y 5 se representa por un número decimal periódico.

Para el proceso inverso de conversión se presenta dos partes: en la primera se muestra el algoritmo de conversión de una expresión decimal finita en su fracción decimal correspondiente, en este caso se enfatiza que el número de cifras decimales debe coincidir con el exponente del denominador con base 10, a diferencia de los otros textos analizados en los que propone que este número de cifras debe coincidir con el número de ceros del denominador trabajando así con la potencia decimal desarrollada.

En la segunda parte, para el proceso de conversión de una expresión decimal periódica se presenta un algoritmo muy práctico el cual reduce el tiempo de dicho proceso a diferencia del algoritmo de las ecuaciones.

Este algoritmo sin el paso previo de ecuaciones, no muestra efectividad debido a que no desarrolla un proceso cognitivo sino una memorización por parte del estudiante y es posible generar ciertos conflictos en el proceso de aprendizaje que se quiere.

Para hallar la fracción correspondiente a un decimal periódico se escribe como numerador el decimal sin coma menos el número formado por la parte entera seguida de la no periódica y como denominador, tantos nueves como cifras tiene el período seguido de tantos ceros como cifras tiene la parte no periódica.

Ejemplo:

Expresar como fracción el decimal periódico $13{,}23\overline{74}$.

Solución:

Tomamos como numerador $132.374 - 1.323 = 131.051$.

El denominador es con dos nueves (ya que el período tiene dos cifras) seguidos de dos ceros (ya que hay dos cifras decimales antes del período).

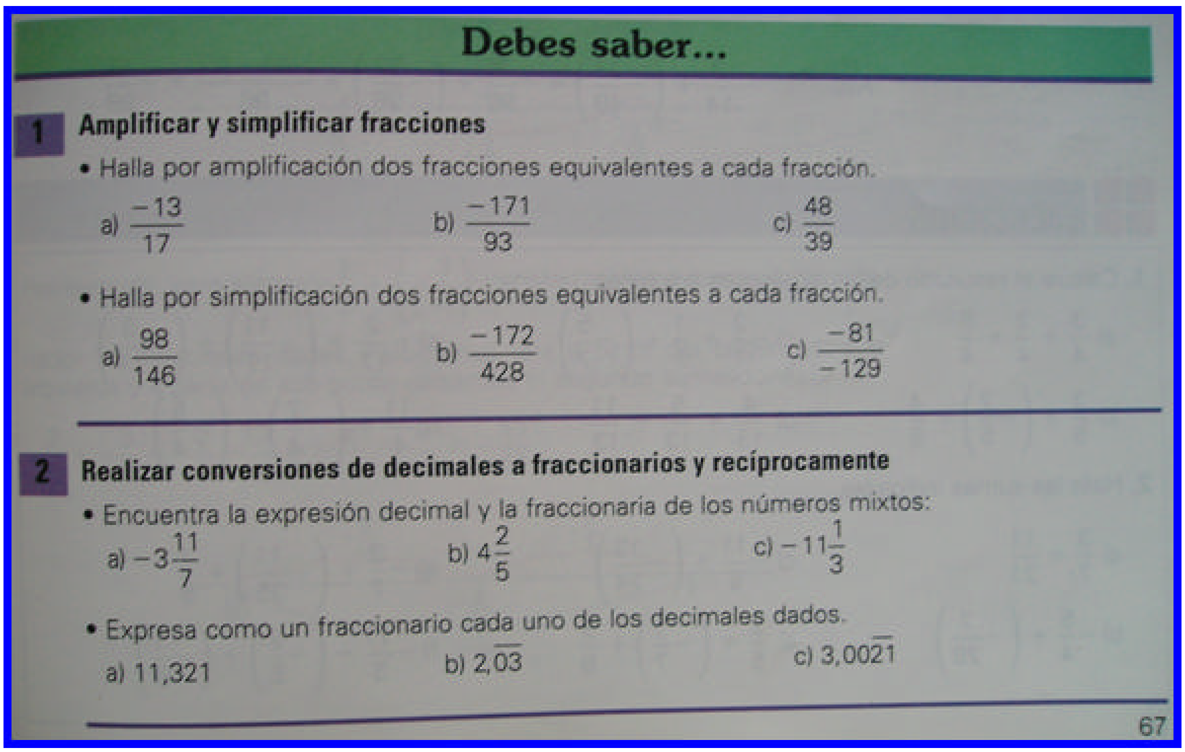
Luego: $13{,}23\overline{74} = \dfrac{131.051}{9.900}$.

Como puede observarse la regla práctica tiene gran similitud con la que se utiliza para los decimales que tienen la parte periódica después de la coma y es de utilidad en la práctica con números decimales.

En esta parte se muestra el proceso del algoritmo para los casos en donde aparece una parte no periódica en la parte decimal, aunque el algoritmo es muy similar. Esta separación aclara mucho este algoritmo evitando así posibles confusiones.

A continuación el libro presenta los tópicos que el estudiante debe conocer para el último proceso de conversión, en la presentación de dichos procesos es de notar que el libro presenta un paralelo entre cada operación en cada una de las expresiones tratando así de mostrar la relación de estas expresiones. Por ejemplo, se presenta la suma de fraccionarios y después la suma de decimales. Algo con lo que esta propuesta no está de acuerdo es el hecho de llamar a las fracciones como “números racionales” y a las expresiones decimales como “números decimales” ya que al nombrarlas de esta manera vuelve a separarlas. Sin embargo esta propuesta es la que mas se acerca a la dada en el marco conceptual de este trabajo.

En la siguiente imagen se muestra una valoración la cual tiene como objetivo revisar la amplificación y simplicación de fracciones, preconceptos necesarios para el tema en cuestión.



Debes saber...

1 Amplificar y simplificar fracciones

- Halla por amplificación dos fracciones equivalentes a cada fracción.

a) $\frac{-13}{17}$ b) $\frac{-171}{93}$ c) $\frac{48}{39}$

- Halla por simplificación dos fracciones equivalentes a cada fracción.

a) $\frac{98}{146}$ b) $\frac{-172}{428}$ c) $\frac{-81}{-129}$

2 Realizar conversiones de decimales a fraccionarios y recíprocamente

- Encuentra la expresión decimal y la fraccionaria de los números mixtos:

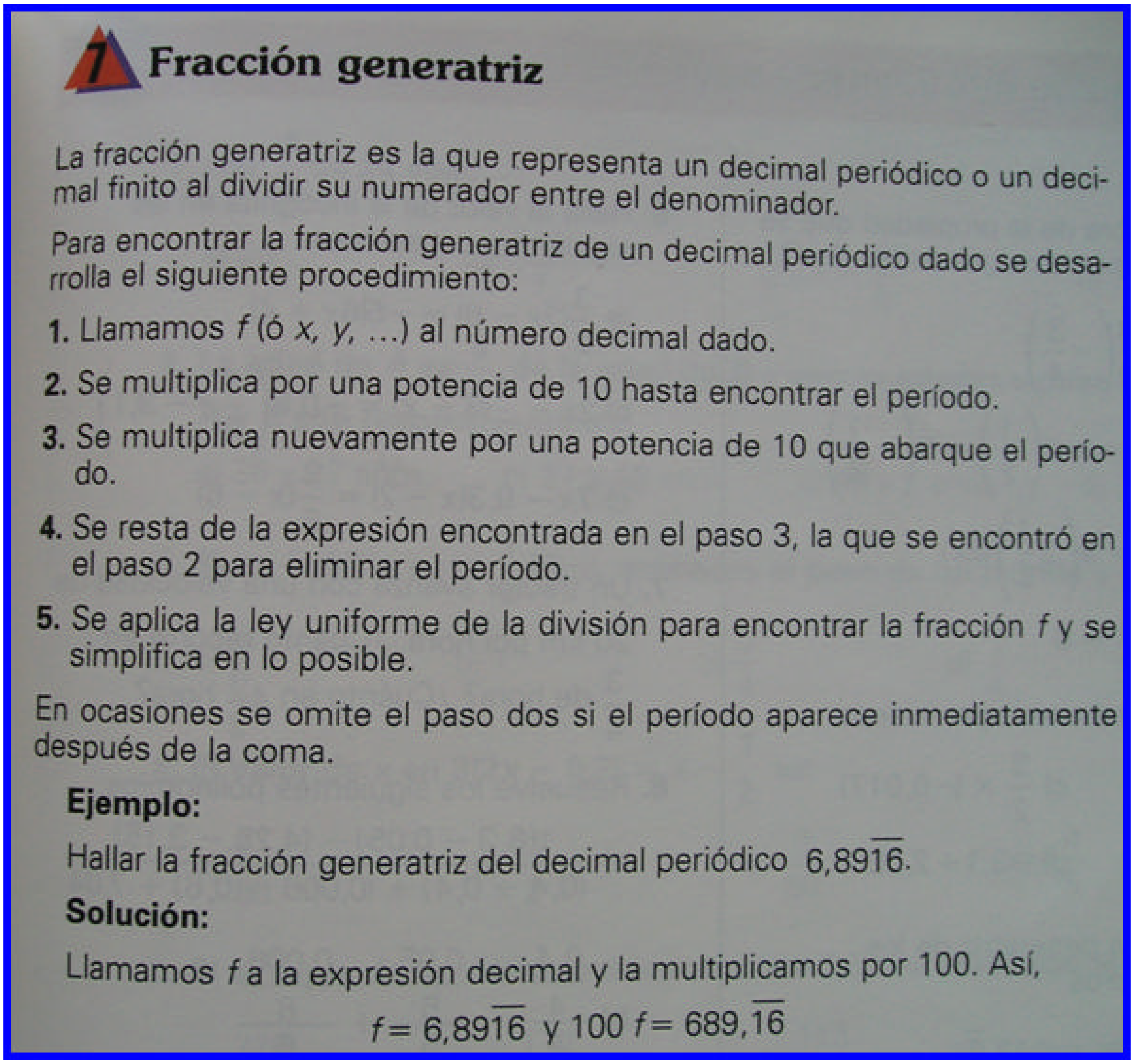
a) $-3\frac{11}{7}$ b) $4\frac{2}{5}$ c) $-11\frac{1}{3}$

- Expresa como un fraccionario cada uno de los decimales dados.

a) 11,321 b) $2,\overline{03}$ c) $3,00\overline{21}$

67

Se dan dos tópicos fundamentales para desarrollar el siguiente apartado los cuales son la simplificación y amplificación junto con la conversión de fracciones mixtas a fraccionarios impropios, al igual como ya se realizó la explicación del algoritmo del nueve se propone unos ejercicios.



7 Fracción generatriz

La fracción generatriz es la que representa un decimal periódico o un decimal finito al dividir su numerador entre el denominador.

Para encontrar la fracción generatriz de un decimal periódico dado se desarrolla el siguiente procedimiento:

1. Llamamos f (ó x, y, ...) al número decimal dado.
2. Se multiplica por una potencia de 10 hasta encontrar el período.
3. Se multiplica nuevamente por una potencia de 10 que abarque el período.
4. Se resta de la expresión encontrada en el paso 3, la que se encontró en el paso 2 para eliminar el período.
5. Se aplica la ley uniforme de la división para encontrar la fracción f y se simplifica en lo posible.

En ocasiones se omite el paso dos si el período aparece inmediatamente después de la coma.

Ejemplo:

Hallar la fracción generatriz del decimal periódico $6{,}89\overline{16}$.

Solución:

Llamamos f a la expresión decimal y la multiplicamos por 100. Así,

$$f = 6{,}89\overline{16} \quad \text{y} \quad 100\,f = 689{,}\overline{16}$$

Para esta parte ya se debe tener los conocimientos básicos para despejar ecuaciones, además de la propiedad uniforme de las igualdades. Como ya se había comentado este proceso se presenta para entender mejor el algoritmo del nueve.

La metodología que utiliza el texto para tratar la conversión es conveniente para que se desarrolle un aprendizaje de este tópico, se observa que guía al estudiante y se detiene en algunos apartados para conceptualizar los temas antes vistos por medio de ejercicios propuestos.

$a = b \Rightarrow a \cdot c = b \cdot c$

• *Cociente:* $c \neq 0$

$a = b \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{c}$

Llamamos f a la expresión decimal y la multiplicamos por 100. Así,

$$f = 6{,}89\overline{16} \quad \text{y} \quad 100\,f = 689{,}\overline{16}$$

Multiplicamos por 100 para abarcar el período $\overline{16}$, por lo que se tiene

$$10.000\,f = 68.916{,}\overline{16}$$

Restamos las cantidades obtenidas para eliminar el período:

$$\begin{array}{r} 10.000\,f = 689{,}\overline{16} \\ -\ 100\,f = 68.916{,}\overline{16} \\ \hline 9.900\,f = 68.227 \end{array}$$

Dividimos los dos miembros entre 9.900 para encontrar el valor de f.

Luego: la fracción generatriz es $f = \dfrac{68.227}{9.900}$.

Si la expresión decimal es finita simplemente se multiplica y se divide por la potencia de 10 que abarque las cifras decimales.

EJERCICIOS

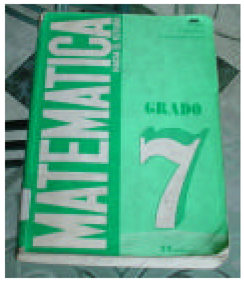
1. Encuentra las fracciones generatrices correspondientes a los siguientes decimales finitos.
   a) $x = -0{,}131$ b) $x = 4{,}3284$ c) $y = 111{,}38$ d) $z = 0{,}75$
2. Encuentra las fracciones generatrices correspondientes a los siguientes decimales periódicos.
   a) $f = -3{,}\overline{72}$ c) $h = 33{,}\overline{5847}$ e) $y = 347{,}00\overline{13}$
   b) $g = 321{,}\overline{123}$ d) $x = 11{,}4\overline{25}$ f) $z = 104{,}1432\overline{571}$
3. Con base en la práctica de los ejercicios anteriores enuncia una regla práctica que sintetice el procedimiento para hallar fracciones generatrices.

En el desarrollo de estos ejercicios, en el tercer punto se propone realizar la construcción de un algoritmo que en realidad ya fue presentado anteriormente tal vez esto muestra que este algoritmo debería presentarse después del concepto de fracción generatriz.

Como conclusión general el texto guía al estudiante y le brinda todas las posibilidades para su realizar la conversión.

Texto Nº 4

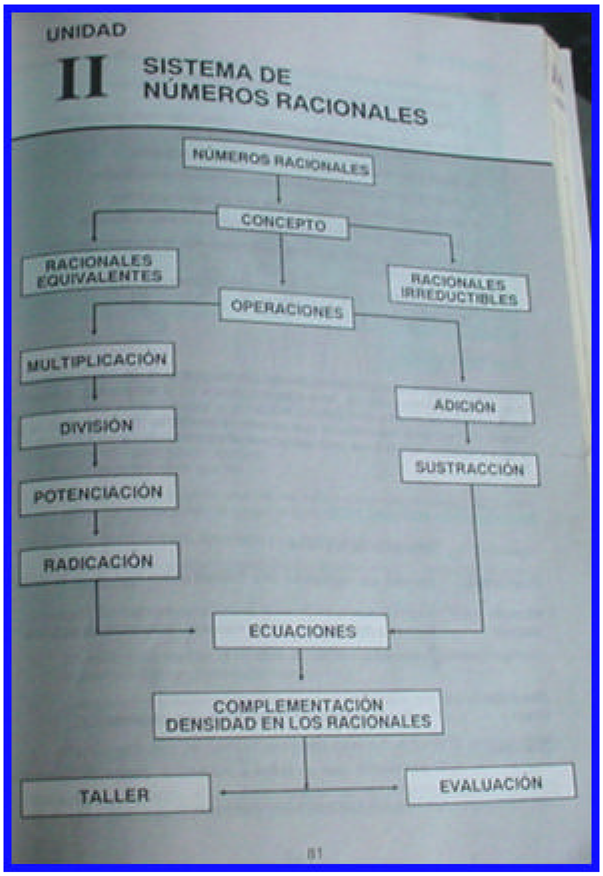
Matemáticas hacia el futuro 7

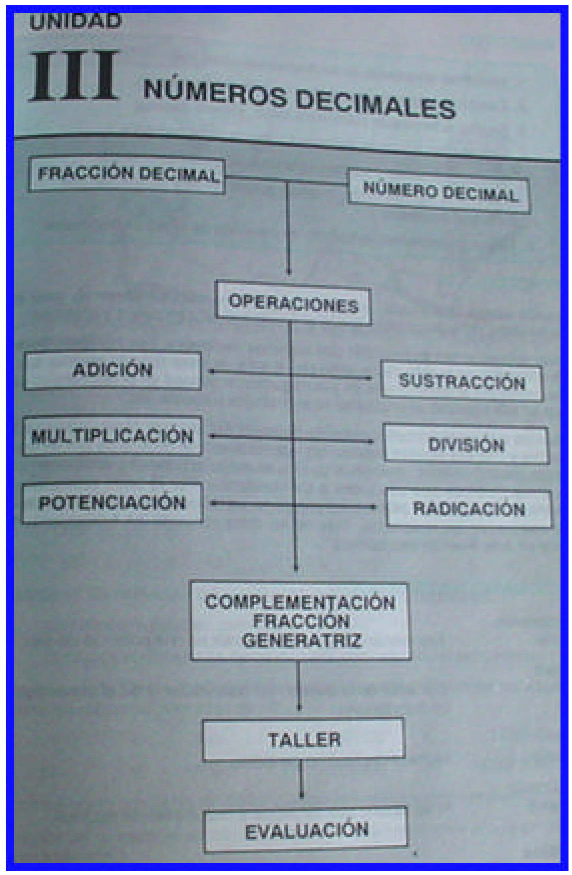


Editorial: Migema ediciones Ltda., Año: 1992

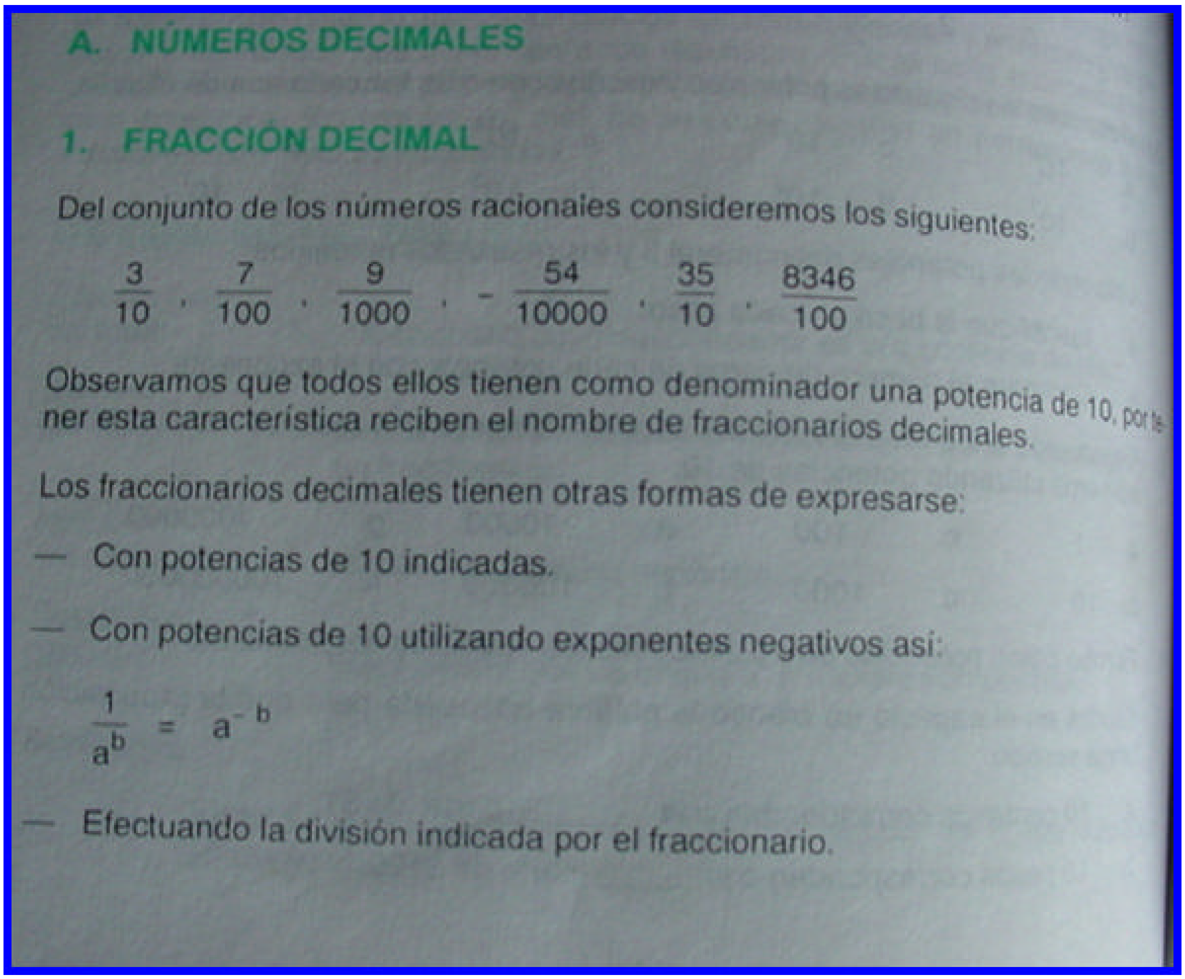
Autores: Maria Teresa Duran de Pérez. – Luisa Maria Hilaron de la Cruz –.
Marta Gilma Ortiz Vásquez

Ubicación del tópico en el índice del libro





En este libro se presentan los temas relacionados con el tópico de la conversión como unidades separadas: el sistema de los números racionales y los números decimales. Como en los otros textos el libro se refiere a las fracciones como los números racionales, excluyendo las expresiones decimales como equivalencias como representaciones equivalentes.



A. NÚMEROS DECIMALES

1. FRACCIÓN DECIMAL

Del conjunto de los números racionales consideremos los siguientes:

$$\frac{3}{10}, \frac{7}{100}, \frac{9}{1000}, -\frac{54}{10000}, \frac{35}{10}, \frac{8346}{100}$$

Observamos que todos ellos tienen como denominador una potencia de 10, por tener esta característica reciben el nombre de fraccionarios decimales.

Los fraccionarios decimales tienen otras formas de expresarse:

— Con potencias de 10 indicadas.

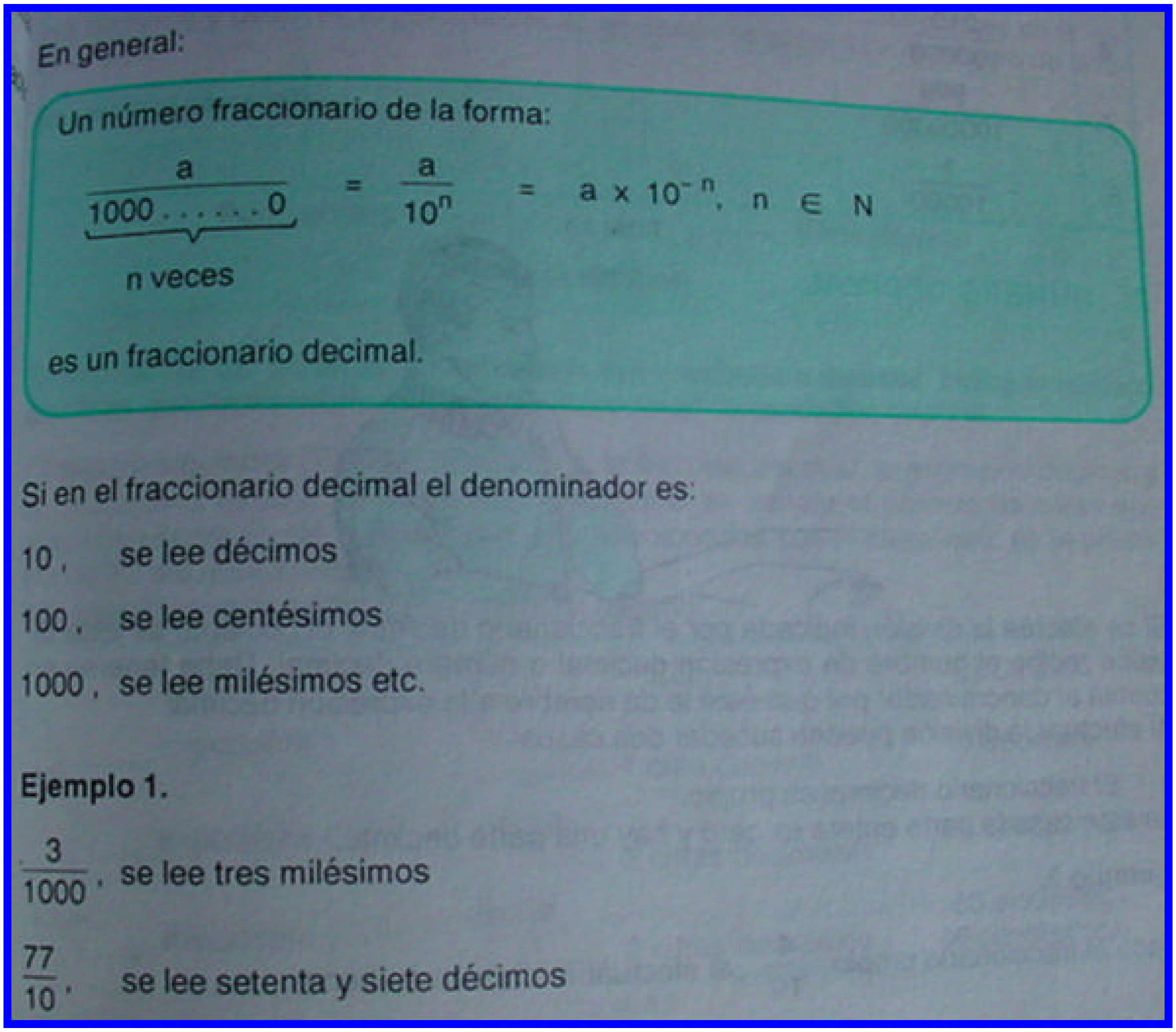
— Con potencias de 10 utilizando exponentes negativos así:

$$\frac{1}{a^b} = a^{-b}$$

— Efectuando la división indicada por el fraccionario.

Bajo el título “Números decimales” en esta parte del texto se comienza definiendo fracción decimal por medio de ejemplos, se hace notar las potencias de 10 pero no se hace referencia a su base de numeración. Cabe anotar que en este texto se resalta una de las propiedades de los racionales (cuando un número esta elevado a un exponente negativo)

Como se puede observar en la siguiente ilustración se ve, que al igual en los demás textos analizados en este caso se utiliza la misma metodología para la escritura y lectura de decimales.



En general:

Un número fraccionario de la forma:

$$\frac{a}{\underbrace{1000\ldots\ldots0}_{n \text{ veces}}} = \frac{a}{10^n} = a \times 10^{-n}, \quad n \in N$$

es un fraccionario decimal.

Si en el fraccionario decimal el denominador es:

10, se lee décimos

100, se lee centésimos

1000, se lee milésimos etc.

Ejemplo 1.

$\frac{3}{1000}$, se lee tres milésimos

$\frac{77}{10}$, se lee setenta y siete décimos

En la ilustración que sigue de esta parte el texto se realiza la conversión de fraccionarios por medio de la división, aunque divide este en dos casos, el primero donde el residuo es 0, el segundo en donde el residuo es periódico.

4. EXPRESIÓN DECIMAL DE UN NÚMERO FRACCIONARIO

Dado un número fraccionario, al efectuar la división del numerador entre el denominador, pueden suceder dos casos:

a. El residuo es cero (0).

Ejemplo 4.

Hallar la expresión decimal del fraccionario $\frac{8}{2}$

$\frac{8}{2} = 4$; o tambien $\frac{8}{2} = 4{,}0$

parte entera: 4

parte decimal: 0

Cabe notar que a diferencia de los otros textos analizados, el libro presenta los dos casos al mismo tiempo dando la posibilidad al estudiante de revisar todas posibilidades para la conversión a expresiones decimales.

En esta parte final del texto se muestran diferentes ejemplos en los cuales se generaliza la notación de un cociente infinito por medio de una línea superior en cada uno de los dígitos que se repite. Este convenio se trabajo en el capitulo 3.1.5.2.

Ejemplo 6.

Hallar la expresión decimal correspondiente a $\frac{4}{3}$

$$\begin{array}{l|l} 4 & 3 \\ \hline 10 & 1,3333\ldots \\ 10 & \\ 10 & \end{array}$$

residuo repetido

parte entera: 1
parte decimal: 333. . .
ó: $\overline{3}$

$$\frac{4}{3} = 1,3333\ldots = 1,\overline{3}$$

Ejemplo 7.

Hallar la expresión decimal correspondiente a $\frac{11611}{495}$

$$\begin{array}{l|l} 11611 & 495 \\ \hline 1711 & 23,45656 \\ 2260 & \\ 2800 & \\ 3250 & \\ 2800 & \\ 3250 & \\ 280 & \end{array}$$

residuo repetido

parte entera: 23
parte decimal: 45656. . .
ó: $4\overline{56}$

$$\frac{11611}{495} = 23,4565656\ldots = 23,4\overline{56}$$

La expresión decimal con esta propiedad recibe el nombe de periódica o infinita.

3.3.3. LA TECNOLOGÍA COMO HERRAMIENTA DIDÁCTICA PARA LA ENSEÑANZA

En este apartado se aborda la importancia que tienen los computadores en los procesos de enseñanza y aprendizaje. En los siguientes apartados se presentan los lineamientos de la elaboración de un MECs (Material Educativo Computacional)[6] que es aplicable en el tópico de la conversión, en el cual se hace necesario tener unos antecedentes acerca de este tipo de materiales educativos. Se van a considerar las siguientes ideas:

- Factores que favorecen el uso de los computadores en la educación
- Formas sistemáticas para crear ambientes de aprendizaje
- Tipos de MECs
- Tipo de MEC utilizado en el desarrollo del tópico de la conversión

3.3.3.1. Factores que favorecen el uso de los computadores en la educación

Entre ellos podemos citar los siguientes:

- La facilidad en la adquisición de información un ejemplo muy claro es el uso del Internet, cualquier persona puede tener acceso a ésta red de información.
- La existencia de software que permiten optimizar el tiempo en los procesos de enseñanza aprendizaje.
- La interacción que puede tener un usuario con el software para motivarlo a utilizar esta herramienta en el aprendizaje.
- El movimiento de objetos, las animaciones pueden hacer ver diferentes problemas que sería difícil su representación en un tablero de clase.
- La posibilidad de compartir la información con muchas personas. (Intercambiar diferentes metodológicas entre docentes o soluciones a problemas entre estudiantes)

[6] Galvis (1992)

3.3.3.2. Formas sistemáticas para crear ambientes de aprendizaje

Se encuentran dos formas sistemáticas para la creación de ambientes de aprendizaje estos son: algorítmico y heurístico. Como su nombre lo sugiere, el enfoque algorítmico se orienta hacia la definición y realización de secuencias predeterminadas de actividades, que cuando se acierta en los supuestos sobre el nivel de entrada y las expectativas de los destinatarios y cuando se llevan a cabo las actividades en la forma esperada, conducen a lograr metas mensurables también predeterminadas.

Pedagógicamente esta forma sistemática sería la metodología usada para la clase, donde a lo que se le llama nivel de entrada será los preconceptos existentes en los estudiantes; las expectativas de los destinatarios serán los indicadores utilizados: las actividades son las herramientas que permiten el aprendizaje y las metas son los logros.

El estudiante bajo este enfoque, tiene como misión asimilar al máximo las enseñanzas de su maestro, convirtiéndose en el depositario de sus conocimientos y modelos de pensamiento, en estos modelos la forma de pensar y la información que sustenta, son el objeto del conocimiento que el docente trata de transmitir a través de los diversos medios y materiales de enseñanza. Puede decirse que bajo este enfoque se da una educación controlada por el diseñador, en este caso el docente (cabe indicar que todo MEC debe ser creado o al menos dirigido por una persona con bases en educación no debe ser un programador). Él decide qué y para qué enseñar, diagnostica o lanza una hipótesis donde establece el cómo y hasta donde debe enseñar. El estudiante debe tratar de aprehender al máximo lo que enseña el docente, siendo el profesor y los materiales fuente de su conocimiento.

En el enfoque heurístico, el aprendizaje se produce por discernimiento repentino a partir de situaciones experienciales y conjetúrales, por descubrimiento de aquello que interesa aprender, no mediante transmisión de conocimientos. El Docente sirve de guía para el descubrimiento del conocimiento. No se trata que no enseñe, sólo que el conocimiento no lo proporciona directamente al estudiante, este debe llegar al conocimiento interactuando conjeturablemente con el objeto de conocimiento o con un ambiente de aprendizaje que permita llegar al concepto.

En este sentido dice *Dwyer (DWY74, p. 140, citado en Galvis (1992))* que a fin de lograr una “educación controlada por el estudiante”, en la que el estudiante use el computador para desarrollar y probar sus propios modelos de pensamiento, es necesario que el profesor utilice una serie de estrategias heurísticas basadas en la sicología cognitiva, promueva el desarrollo de la capacidad de autogestión del acto de aprendizaje, estas incluyen:

1. Aprehender a lidiar con los fracasos
2. Distinguir entre trasmitir la experiencia acumulada y los modelos de dicha experiencia
3. Esperar lo inesperado sobre autogestión educativa
4. Usar ambientes educativos ricos, placenteros, con claros propósitos y buena guía.

3.3.3.3. Tipos de Materiales Educativos Computarizados (MECs)

Una gran Clasificación de los MECs es la propuesta de Thomas Dwyer, que está ligada a los enfoques educativos Algorítmico o Heurístico los cuales ya se plantearon anteriormente.

Otro tipo de clasificación de MECs es según las funciones educativas que asumen, saber.

ENFOQUE EDUCATIVO	Tipo de material educativo según la función que asume
Algorítmico	Sistema Tutoríal Sistema de ejercitación y practica
Heurístico	Simulador Juego educativo Micromundo exploratorio Lenguaje sintónico Sistema experto
Algorítmico o Heurístico	Sistema inteligente de enseñanza aprendizaje

3.3.3.4. Tipo de MEC utilizado en el desarrollo del tópico de la conversión

Para el tópico de la conversión de fraccionarios a decimales y viceversa se utilizará un MEC de tipo Algorítmico en función de un Sistema Tutoríal,
Este sistema Tutoríal deben incluir cuatro fases *Galvis (1992),* pg 20.

Introductoria, Orientación, Aplicación y Retroalimentación

Con base en lo anterior, se realiza la propuesta de una página Web en la cual se encuentra todo el desarrollo del tópico, basándose en las actividades planteadas para el proceso de enseñanza aprendizaje de éste, además está incluida la fundamentación pertinente tanto para el docente como el estudiante que ingrese a la página, la estructuración de esta página la puede encontrar en el siguiente capítulo.

4. SECUENCIA DE ACTIVIDADES PARA LA CONVERSIÓN

En el capítulo anterior se presentaron las principales ideas conceptuales que fundamentan un análisis didáctico del tema que se eligió trabajar. La realización del análisis de contenido permitió establecer con más precisión objetos matemáticos como número racional y número decimal y distinguir la definición de los objetos mismos de sus posibles formas de representación; en particular, se señaló que un número no decimal se puede representar en una notación decimal y viceversa. El análisis de aprendizaje permitió una aproximación a los elementos de conocimiento previo que requieren los estudiantes y a los errores y dificultades más comunes que identificamos en los contextos de nuestra propia práctica docente. Y finalmente, con base en el análisis de enseñanza, basados en el análisis de una pequeña muestra de textos escolares, se identificaron algunas de las formas en que se propone introducir el tema en cuestión.

Entonces, y habiéndose ya desarrollado el marco conceptual, en este capítulo se presenta un conjunto de diez talleres con base en los cuales se introduce el tema de la conversión entre expresiones decimales y fraccionarias de un número y también se abordan algunos temas afines al trabajo escolar con números decimales.

Por otra parte, además de las actividades planteadas se presenta una sección que pretende proporcionar algunos de los elementos necesarios para que el maestro pueda orientar e implementar de manera más asertiva el desarrollo de los talleres de la propuesta. Asimismo, para un mayor alcance de socialización de esta propuesta se construyó una página Web en la cual se presenta gran parte del estudio realizado (véase el anexo 1)

4.1. DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES:

Continuación se muestra cada uno de los talleres propuestos realizando una descripción general y dando a conocer los objetivos de cada uno de ellos.

Es de notar que estos talleres inician con ejercicios de exploración buscando que el estudiante llegue al conocimiento que se desea promedio de preguntas sin una previa orientación del docente.

Sugerencias metodológicas

Taller 1. FRACCIÓN DECIMAL

El objetivo principal de este taller es el de conceptualizar las fracciones decimales ya que estás son un paso importante para otros concepto inmersos en la conversión de expresiones racionales que más adelante se necesitarán, la presentación se hace por medio de unos ejemplos en los cuales se muestra la ventaja para realizar el paso a la expresión decimal.

Con base en estos ejemplos se realizan unas preguntas tratando así de dirigir al estudiante al objetivo del taller.

Finalmente se conceptualizan las fracciones decimales

Taller 2. CONVERSIÓN DE FRACCIÓNES DECIMALES A EXPRESIONES DECIMALES

El objetivo principal de este taller es el de desarrollar un algoritmo practico y ligar las dos expresiones por medio de las fracciones decimales, por medio de ejemplos donde se realizan varias divisiones se muestra la similitud entre las fracciones decimales y su expresión decimal.

Además se busca que el estudiante sea el que proponga dicho método para afianzar este mismo, y finalmente se presenta dicho algoritmo de manera general.

Taller 3. CONVERSIÓN DE EXPRESIONES DECIMALES FINITAS A FRACCIÓNES DECIMALES

El objetivo principal de este taller es el de desarrollar un algoritmo para el proceso inverso de conversión es decir de expresión decimal finita a fracción decimal. La idea es recordar la similitud de estas dos expresiones y que se generalice un algoritmo para realizar dicha conversión.

Como en los anteriores talleres primero se realizan varios ejemplos, se pide que propongan ellos el algoritmo y finalmente que lo apliquen.

Finalmente se define el algoritmo de conversión.

Taller 4. AMPLIFICACIÓN EN BUSCA DE FRACCIONES DECIMALES

El objetivo principal de este taller es el de poder desarrollar un algoritmo practico para algunas fracciones cuya expresión decimal es finita, encontrando una fracción decimal equivalente, para así realizar el algoritmo ya trabajado.

Primero se muestra que al descomponer una potencia de 10 sus factores primos siempre son cincos y dos, y que si al descomponer un denominador existe la opción de completar las parejas de factores con el fin de amplificar dicha fracción y obtener una fracción decimal equivalente.

Para este taller es necesaria la colaboración del docente para dirigir dichos ejemplos para lograr el objetivo.

En este taller solo se muestran algunos ejemplos y se pide aplicar dicho proceso. Finalmente se describe el algoritmo de amplificación.

Taller 5. NÚMEROS DECIMALES

El objetivo principal de este taller es el introducir el concepto de **número decimal y número no decimal** desde la representación fraccionaria. Para esto se presentan dos ejemplos uno de cada caso y se realiza una pregunta buscando dicha clasificación.

Enseguida se pide que clasifique un grupo de fracciones con el concepto que se trabajo.

Finalmente se presenta la definición de estos números.

Taller 6. CONVERSIÓN DE NÚMEROS NO DECIMALES DE FRACCION A DECIMAL PERIODICO INFINITO

Es bueno separar el conjunto de los racionales desde las fracciones para mostrar la relación de sus representaciones por tanto el objetivo principal de este taller es el de reforzar la notación de la expresión decimal periódica infinita. Para esto se utiliza el algoritmo de la división con el fin de encontrar expresiones decimales infinitas periódicas, se le pregunta al estudiante acerca de si ve alguna singularidad para encontrar el periodo, luego se le da ha realizar algunos ejercicios con el fin de escribir una expresión decimal que se sea periódica logrando identificar el periodo en cada uno de ellos y finalmente se conceptualiza el tema.

Taller 7. CONVERSIÓN DE NÚMEROS NO DECIMALES DE DECIMAL PERIODICO INFINITO A FRACCION (ECUACIONES)

El objetivo de este taller es el de convertir expresiones decimales infinitas periódicas en expresiones fraccionarias por medio de las ecuaciones.

Para poder desarrollar el taller se realiza primero una explicación breve acerca de la asignación de una incógnita a una expresión decimal, luego se trabajan diferentes propiedades en las ecuaciones para poder llegar a una expresión fraccionaria, es necesario hacer la aclaración que en esta actividad se requiere de un continuo acompañamiento del docente en la realización. Donde pueden surgir inquietudes acerca de la resolución de las ecuaciones, finalmente se le da a realizar al estudiante una serie de ejercicios con los cuales se espera poder afianzar este procedimiento, por ultimo se conceptualiza lo realizado en esta actividad.

Taller 8. CONVERSIÓN DE NÚMEROS NO DECIMALESDE DECIMAL PERIODICO INFINITO A FRACCION (ECUACIONES)

Para la conversión de expresión decimal a fraccionario se trabajaran dos métodos, se recomienda trabajarlos en el orden en que aquí se presenta y que el docente realice todas las aclaraciones y dudas necesarias en el manejo de las ecuaciones, además de que realice muchos mas ejemplos de los trabajados en este taller para clarificar los conceptos.

Taller 9. CONVERSIÓN DE NÚMEROS NO DECIMALES DE DECIMAL PERIODICO INFINITO A FRACCION (ALGORITMO DEL 9)

En este taller se presenta un algoritmo muy práctico para la conversión de expresiones decimales periódicos a fraccionarias. Se realizan unos ejemplos en los que se muestran las distintas regularidades de los números no decimales en los que se busca llegar a este algoritmo el cual agilice la conversión de una expresión decimal periódica infinita a una expresión fraccionaria.

Taller 10. APLICACIONES DE LA CONVERSIÓN DE EXPRESIONES DE LOS RACIONALES

La idea principal de este taller es ver l importancia de dicha conversión, aunque en este caso se ve más relevante la utilización de la fracción en la resolución de dichas operaciones, se recomienda al docente buscar más ejercicios en los que se pueda ver la necesidad de esta conversión.

TALLER1

FRACCIÓN DECIMAL

Indicador

- Identificar una fracción decimal

Observe:

$$\frac{2}{10} \rightarrow \begin{array}{r|l} 20 & 10 \\ \cline{2-2} 0 & 0,2 \end{array} \rightarrow \frac{2}{10} = 0,2$$

$$\frac{2}{10} = 0,2$$

$$\frac{53}{4} \rightarrow \begin{array}{r|l} 53 & 4 \\ \cline{2-2} 13 & 13,5 \\ 10 & \\ 20 & \\ 0 & \end{array} \rightarrow \frac{53}{4} = 13,5$$

$$\frac{53}{4} = 13,5$$

$$\frac{524}{100} \rightarrow \begin{array}{r|l} 524 & 100 \\ \cline{2-2} 240 & 5,24 \\ 400 & \\ 0 & \end{array} \rightarrow \frac{524}{100} = 5,24$$

$$\frac{524}{100} = 5,24$$

$$\frac{3}{4} \rightarrow \begin{array}{r|l} 30 & 4 \\ \cline{2-2} 20 & 0,75 \\ 0 & \end{array} \rightarrow \frac{3}{4} = 0,75$$

$$\frac{3}{4} = 0,75$$

$\frac{4}{10}$ $\frac{13}{100}$ $\frac{2}{10}$ $\frac{23}{10000}$ $\frac{524}{100}$	$\frac{53}{4}$ $\frac{13}{20}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{16}{25}$ $\frac{45}{20}$

De los ejemplos anteriores dos fracciones se podrían escribir como expresión decimal sin realizar la división. ¿Cuáles cree que son? ____________________

Proponga un método para convertir a expresión decimal sin realizar la división

____

____

De las siguientes fracciones encierre con un círculo cuales se pueden pasar a expresión decimal sin efectuar la división:

$$\frac{23}{1000} \quad \frac{12}{21} \quad \frac{3}{13} \quad \frac{10}{3} \quad \frac{24}{55} \quad \frac{2343}{10}$$

$$\frac{1}{100} \quad \frac{12}{10000000}$$

Se llama ***Fracción Decimal*** *a toda fracción cuyo denominador es una potencia de 10*

Ejemplos:

$$\frac{15}{1000}, \frac{23}{10}, \frac{123}{100}, \frac{67}{100000}$$

TALLER 2

CONVERSIÓN DE FRACCIÓNES DECIMALES A

EXPRESIONES DECIMALES

Indicador

- Convierte una fracción decimal a expresión decimal

Observe:

$$\frac{21}{10} \rightarrow \begin{array}{r|l} 21 & 10 \\ \cline{2-2} 10 & 2{,}1 \\ 0 & \end{array}$$

$$\frac{21}{10} = 2{,}1$$

$$\frac{21}{100} \rightarrow \begin{array}{r|l} 210 & 100 \\ \cline{2-2} 100 & 0{,}21 \\ 0 & \end{array}$$

$$\frac{21}{100} = 0{,}21$$

$$\frac{21}{1000} \rightarrow \begin{array}{r|l} 2100 & 1000 \\ \cline{2-2} 1000 & 0{,}021 \\ 0 & \end{array}$$

$$\frac{21}{1000} = 0{,}021$$

$$\frac{21}{10000} = 0{,}0021$$

Proponga un método para convertir a expresión decimal sin realizar la división

____

____

Convierta las siguientes fracciones decimales en expresión decimal sin efectuar la división:

a) $\dfrac{23}{1000} =$ *b*) $\dfrac{12}{10} =$ *c*) $\dfrac{213}{10} =$

d) $\dfrac{213}{1000} =$ *e*) $\dfrac{2343}{10} =$ *f*) $\dfrac{12}{10000000} =$

Para convertir una ***fracción decimal*** *a expresión decimal colocamos la coma en el numerador contando tantas cifras decimales como ceros en el denominador, ejemplo:*

$$\frac{15}{1000} = 0{,}015$$

TALLER 3

CONVERSIÓN DE EXPRESIONES DECIMALES FINITAS

A FRACCIÓNES DECIMALES

Indicador

- Convierta una expresión decimal finita a fracción decimal

Observe:

$$\frac{6}{100} = 0{,}06 \rightarrow 0{,}06 = \frac{6}{100}$$

$$\rightarrow 0{,}28 = \frac{28}{100}$$

$$\rightarrow 14{,}3 = \frac{143}{10}$$

$$\rightarrow 5{,}28 = \frac{528}{100}$$

Proponga un método para convertir de expresión decimal finito a fracción decimal

Convierta las siguientes expresiones decimales a fracción decimal

a) 12,3=　　*b*) 1,25=　　*c*) 0,007=

d) 35,05=　　*e*) 50,05=　　*f*) 0,000012=

Para convertir una ***expresión decimal finita*** *en* ***fracción decimal*** *colocamos el número sin la coma en el numerador y como denominador la potencia de diez con igual cantidad de ceros como cifras decimales, Ejemplo:*

$$1{,}28 = \frac{128}{100}$$

TALLER 4

AMPLIFICACIÓN EN BUSCA DE

FRACCIONES DECIMALES

Indicador

- Encuentra una fracción decimal equivalente a una dada

Observe:

$$\begin{array}{r|l} 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \qquad \frac{1}{2}=\frac{1\times5}{2\times5}=\frac{5}{10} \qquad \begin{array}{r|l} 100 & 2 \\ 50 & 2 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \qquad \frac{5}{4}=\frac{5\quad\times5\times5}{2\times2\times5\times5}=\frac{125}{100}$$

$$\begin{array}{r|l} 10000 & 2 \\ 5000 & 2 \\ 2500 & 2 \\ 1250 & 2 \\ 625 & 5 \\ 125 & 5 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \frac{9}{20}=\frac{9\quad\times5}{2\times2\times5\times5}=\frac{45}{100} \qquad \begin{array}{r|l} 1000 & 2 \\ 500 & 2 \\ 250 & 2 \\ 125 & 5 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 125 & 5 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \frac{6}{125}=\frac{6\quad\times2\times2\times2}{5\times5\times5\times2\times2\times2}=\frac{48}{1000}$$

Transforme las siguientes fracciones en fracciones con denominadores de potencias de 10

a) $\frac{7}{5}$ *b*) $\frac{23}{50}$ *c*) $\frac{3}{8}$

d) $\frac{8}{25}$ *e*) $\frac{17}{20}$ *f*) $\frac{5}{2}$

Para algunas fracciones es posible encontrar una fracción decimal por medio de la amplificación de fracciones. Si al descomponer su denominador sus factores primos son dos o cincos, basta con completar las parejas, debe haber un 2 por cada 5 así:

$$\frac{3}{20} = \frac{3}{2 \times 2 \times 5} \frac{\times 5}{\times 5} = \frac{15}{100}$$

TALLER 5

NÚMEROS DECIMALES

Indicador

- Identificar un número decimal
- Identificar un número no decimal

Observe:

$$\begin{array}{r|l} 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \qquad \frac{5}{4}=\frac{5\times5\times5}{2\times2\times5\times5}=\frac{125}{100}$$

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \rightarrow ? \\ 1 & \end{array} \qquad \frac{11}{12}=\frac{11}{2\times2\times3}\rightarrow ?$$

¿Será posible encontrar un número que multiplicado por 12 de cómo resultado una potencia de 10? Justifique su respuesta

____

____

Encierre en un círculo cuales fracciones que pueden ser expresadas como fracciones decimales:

a) $\frac{6}{5}$ *b*) $\frac{23}{30}$ *c*) $\frac{9}{35}$

d) $\frac{25}{14}$ *e*) $\frac{13}{20}$ *f*) $\frac{100}{9}$

Todo numero que posea una representación como fracción decimal, se denominara ***Numero Decimal****. De lo contrario se denominara* ***número no decimal****.*

$$\frac{3}{4}=\frac{75}{100} \text{ Es un número decimal}$$

$$1{,}23=\frac{123}{100} \text{ Es un número decimal}$$

$$\frac{1}{7} \text{ Es un número no decimal}$$

$$0{,}33...=0{,}\overline{3} \text{ Es un número no decimal}$$

TALLER 6

CONVERSIÓN DE NÚMEROS NO DECIMALES

DE FRACCION A DECIMAL PERIODICO INFINITO

Indicador

- Utiliza el algoritmo de la división en la conversión de fraccionario a expresión decimal
- Identifica las partes de una expresión decimal periódica infinita

----

Observe:

$$\frac{11}{12} \rightarrow \begin{array}{l|l} 110 & 12 \\ \hline \;\;20 & 0{,}91666\ldots \\ \;\;\;\;80 & \\ \;\;\;\;\;\;80 & \\ \;\;\;\;\;\;\;\;80 & \\ \;\;\;\;\;\;\;\;\;\;8 & \end{array} \rightarrow \frac{11}{12} = 0{,}91666\ldots = 0{,}91\overline{6}$$

$$\frac{2221}{3333} \rightarrow \begin{array}{l|l} 22210 & 3333 \\ \hline \;\;22120 & 0{,}66636 \\ \;\;\;\;21220 & \\ \;\;\;\;\;\;12220 & \\ \;\;\;\;\;\;\;\;22210 & \end{array} \rightarrow \frac{2221}{3333} = 0{,}\overline{6663}$$

¿Cómo podría identificar el periodo al realizar la división?__________________________

____

Convierta a expresión decimal:

$a)\ \frac{1}{3}$ $\qquad$ $b)\ \frac{5}{6}$

$d)\ \frac{25}{14}$ $\qquad$ $e)\ \frac{20}{11}$

Todo numero no decimal posee una expresión decimal periódica infinita la cual se identifica con el residuo cuando este se repite al efectuar la división.

$$\frac{4}{11} \rightarrow \begin{array}{l|l} 40 & 11 \\ \cline{2-2} 60 & 0,363 \\ 50 & \\ 4 & \end{array} \rightarrow \frac{4}{11} = 0,\overline{36}$$

TALLER 7

CONVERSIÓN DE NÚMEROS NO DECIMALES DE DECIMAL PERIODICO INFINITO A FRACCION (ECUACIONES)

Indicador

- Utiliza ecuaciones para la conversión de expresiones decimales infinitas a fraccionarias

---

Observe:

¿Cuál sera la fraccion correspondiente al decimal 0,3333…?

- Recuerde que $$0{,}33\ldots = 0{,}\overline{3}$$

- Se llamara a la fracción correspondiente a la expresión decimal correspondiente con la incógnita x, es decir: $$x = 0{,}\overline{3}$$

- Se genera una ecuación equivalente multiplicando la primera ecuación por una potencia de 10 obteniendo una ecuación equivalente con un periodo igual a la inicial $$x = 0{,}\overline{3} \rightarrow 10x = 3{,}\overline{3}$$

Otro ejemplo: $$a = 1{,}0\overline{72} \rightarrow 1000a = 1072{,}\overline{72}$$

1. Encuentre una ecuación equivalente con el mismo periodo:

$a)\ x = 0,\overline{7}$ $b)\ a = 0,\overline{13}$ $c)\ m = 1,3\overline{45}$

$d)\ 10x = 12,\overline{014}$ $e)\ b = 1,01\overline{4}$ $f)\ n = 0,\overline{123}$

- Retomando el ejercicio planteado, se tiene dos ecuaciones con el mismo periodo las cuales se restan entre sí, para eliminar el periodo

$$\begin{array}{rr} 10x = & 3,3\cancel{3}\ldots \\ -x = & -0,\cancel{3}3\ldots \\ \hline 9x = & 3,00\ldots \end{array}$$

- Finalmente se obtiene una ecuación con términos enteros la cual se despeja y simplifica

$$9x = 3 \rightarrow x = \frac{3}{9} \rightarrow x = \frac{1}{3}$$

$$0,\overline{3} = x = \frac{1}{3}$$

Observe otro ejemplo:

$$1,\overline{42} \rightarrow p = 1,\overline{42}$$

$$p = 1,\overline{42} \rightarrow 100p = 142,\overline{42}$$

$$\begin{array}{rr} 100p = & 142,\overline{4\cancel{2}} \\ -p = & -1,\overline{\cancel{4}2} \\ \hline 99p = & 141 \end{array}$$

$$p = \frac{141}{99} = \frac{67}{33} \rightarrow 1,\overline{42} = \frac{67}{33}$$

Para verificar se realiza la división

2. Convierta a fracción las siguientes expresiones decimales infinitas periódicas:

a) $0,\overline{8}$

b) $12,\overline{41}$

c) $0,\overline{123}$

d) $0,1\overline{5}$

- En el ejercicio anterior del numeral d), existe una complicación al no poder efectuar la diferencia de $x = 0,1\overline{5}$ y $100x = 15,\overline{5}$ para estos casos en los que aparecen mas cifras entre la coma y el periodo, se realiza un paso inicial donde se busca una ecuación que tenga el periodo inmediatamente después de la coma y luego se realizan los pasos ya estudiados. Ejemplo:

$$x = 0,1\overline{5} \rightarrow 10x = 1,\overline{5}$$

$$10x = 1,\overline{5} \rightarrow 100x = 15,\overline{5}$$

$$\begin{aligned} 100x &= 15,\cancel{\overline{5}} \\ -10x &= -1,\cancel{\overline{5}} \\ \hline 90x &= 14 \end{aligned}$$

$$x = \frac{14}{90} = \frac{7}{45} \rightarrow 0,1\overline{5} = \frac{7}{45}$$

Veamos otro ejemplo: $1,23\overline{6}$

$$x = 1,23\overline{6} \rightarrow 100x = 123,\overline{6} \rightarrow 1000x = 1236,\overline{6}$$

$$\begin{aligned} 1000x &= 1236,\cancel{\overline{6}} \\ -100x &= -123,\cancel{\overline{6}} \\ \hline 900x &= 1113 \end{aligned}$$

$$x = \frac{1113}{900} = \frac{371}{300} \rightarrow 1,23\overline{6} = \frac{371}{300}$$

Convierta a expresión fraccionaria:

a) $0,\overline{4}$

b) $2,\overline{4}$

c) $3,\overline{13}$

d) $2,\overline{431}$

e) $2,1\overline{4}$

f) $12,3\overline{1}$

g) $8{,}12\overline{3}$

h) $25{,}6\overline{51}$

i) $0{,}00\overline{8}$

j) $2{,}25\overline{417}$

Toda expresión decimal periódica infinita puede representarse como una fracción e enteros por medio de un sistema de ecuaciones que permiten eliminar el periodo.

TALLER 8

CONVERSIÓN DE NÚMEROS NO DECIMALES

DE DECIMAL PERIODICO INFINITO

A FRACCION (ECUACIONES)

Indicador

- Utiliza ecuaciones para la conversión de expresiones decimales infinitas a fraccionarias

----

Observe:

¿Cuál sera la fraccion correspondiente al decimal 0,3333…?

- Recuerde que $$0{,}33\ldots = 0{,}\overline{3}$$

- Se llamara a la fracción correspondiente a la expresión decimal correspondiente con la incógnita x, es decir: $$x = 0{,}\overline{3}$$

- Se genera una ecuación equivalente multiplicando la primera ecuación por una potencia de 10 obteniendo una ecuación equivalente con un periodo igual a la inicial $$x = 0{,}\overline{3} \rightarrow 10x = 3{,}\overline{3}$$

Otro ejemplo: $$a = 1{,}0\overline{72} \rightarrow 1000a = 1072{,}\overline{72}$$

3. Encuentre una ecuación equivalente con el mismo periodo:

$a)\quad x = 0,\overline{7}$ $\qquad b)\quad a = 0,\overline{13}$ $\qquad c)\quad m = 1,3\overline{45}$

$d)\quad 10x = 12,\overline{014}$ $\qquad e)\quad b = 1,01\overline{4}$ $\qquad f)\quad n = 0,\overline{123}$

- Retomando el ejercicio planteado, se tiene dos ecuaciones con el mismo periodo las cuales se restan entre sí, para eliminar el periodo

$$\begin{array}{rl} 10x = & 3,3\cancel{3}\ldots \\ -x = & -0,\cancel{3}3\ldots \\ \hline 9x = & 3,00\ldots \end{array}$$

- Finalmente se obtiene una ecuación con términos enteros la cual se despeja y simplifica

$$9x = 3 \rightarrow x = \frac{3}{9} \rightarrow x = \frac{1}{3}$$

$$0,\overline{3} = x = \frac{1}{3}$$

Observe otro ejemplo:

$$1,\overline{42} \rightarrow p = 1,\overline{42}$$

$$p = 1,\overline{42} \rightarrow 100p = 142,\overline{42}$$

$$\begin{array}{rr} 100p = & 142,\overline{42} \\ -p = & -1,\overline{42} \\ \hline 99p = & 141 \end{array}$$

$$p = \frac{141}{99} = \frac{67}{33} \rightarrow 1,\overline{42} = \frac{67}{33}$$

Para verificar se realiza la división

4. Convierta a fracción las siguientes expresiones decimales infinitas periódicas:

a) $0,\overline{8}$

b) $12,\overline{41}$

c) $0,\overline{123}$

d) $0,1\overline{5}$

- En el ejercicio anterior del numeral d), existe una complicación al no poder efectuar la diferencia de $x = 0,1\overline{5}$ y $100x = 15,\overline{5}$ para estos casos en los que aparecen mas cifras entre la coma y el periodo, se realiza un paso inicial donde se busca una ecuación que tenga el periodo inmediatamente después de la coma y luego se realizan los pasos ya estudiados. Ejemplo:

$$x = 0,1\overline{5} \rightarrow 10x = 1,\overline{5}$$

$$10x = 1,\overline{5} \rightarrow 100x = 15,\overline{5}$$

$$\begin{array}{rl} 100x = & 15\cancel{,\overline{5}} \\ -10x = & -1\cancel{,\overline{5}} \\ \hline 90x = & 14 \end{array}$$

$$x = \frac{14}{90} = \frac{7}{45} \rightarrow 0,1\overline{5} = \frac{7}{45}$$

Veamos otro ejemplo: $1,23\overline{6}$

$$x = 1,23\overline{6} \rightarrow 100x = 123,\overline{6} \rightarrow 1000x = 1236,\overline{6}$$

$$\begin{array}{rl} 1000x = & 1236\cancel{,\overline{6}} \\ -100x = & -123\cancel{,\overline{6}} \\ \hline 900x = & 1113 \end{array}$$

$$x = \frac{1113}{900} = \frac{371}{300} \rightarrow 1,23\overline{6} = \frac{371}{300}$$

Convierte a expresión fraccionaria:

a) $0,\overline{4}$ *b*) $2,\overline{4}$

c) $3,\overline{13}$

d) $2,\overline{431}$

e) $2,1\overline{4}$

f) $12,3\overline{1}$

g) $8,12\overline{3}$

h) $25,6\overline{51}$

i) $0,00\overline{8}$

j) $2,25\overline{417}$

TALLER 9

CONVERSIÓN DE NÚMEROS NO DECIMALES DE DECIMAL PERIODICO INFINITO A FRACCION (ALGORITMO DEL 9)

Indicador

- Utiliza el algoritmo del 9 para la conversión de expresiones decimales infinitas a fraccionarias

----

Observe:

Observe las siguientes conversiones:

$$0,\overline{4}=\frac{4}{9} \qquad 0,\overline{43}=\frac{43}{99} \qquad 0,\overline{436}=\frac{436}{999}$$

$$1,\overline{4}=\frac{13}{9} \qquad 1,\overline{43}=\frac{142}{99} \qquad 1,\overline{436}=\frac{1435}{999}$$

$$2,\overline{4}=\frac{22}{9} \qquad 2,\overline{43}=\frac{241}{99} \qquad 2,\overline{436}=\frac{2434}{999}$$

Al observar las conversiones por filas, ¿Qué ocurre en la fila 1?______________________

____

¿Sucede algo similar en las otras dos filas? ____

____

Al observar las conversiones por columnas, ¿Qué tienen en común?__________________

____

¿Qué tiene diferente? ____

____

Cuales serian los denominadores de las siguientes conversiones:

$0,\overline{7} = \frac{}{[\ ]}$ $\qquad 12,\overline{321} = \frac{}{[\ ]}$ $\qquad 124,\overline{31} = \frac{}{[\ ]}$

$3,\overline{56} = \frac{}{[\ ]}$ $\qquad 6,\overline{572} = \frac{}{[\ ]}$ $\qquad 5,\overline{5} = \frac{}{[\ ]}$

Observe:

$$1,\overline{36} = \frac{135}{99}$$

$$1,\overline{36} = \frac{136-1}{99} = \frac{135}{99}$$

Cuales serian los numeradores de las siguientes conversiones:

$3,\overline{24} = \frac{}{99}$ $\qquad 12,\overline{5} = \frac{}{9}$ $\qquad 1,\overline{023} = \frac{}{999}$

$512,\overline{7} = \frac{}{9}$ $\qquad 2,\overline{8} = \frac{}{9}$ $\qquad 0,\overline{45} = \frac{}{99}$

Proponga un método para convertir una expresión decimal infinita periódica en fracción con solo observarla: ____

____

____

____

Convierta las siguientes expresiones decimales infinitas periódicas en fracciones y verifíquelas con la división:

a) $12,\overline{8} =$

b) $3,\overline{41} =$

c) $0,\overline{032} =$

d) $14,\overline{21} =$

e) $3,\overline{120} =$

f) $1,\overline{32} =$

Observe los denominadores de las siguientes conversiones:

$$524,\overline{3} = \frac{4719}{9} \qquad 52,4\overline{3} = \frac{4719}{90} \qquad 5,24\overline{3} = \frac{4719}{900}$$

$$1,2\overline{4} = \frac{112}{90} \qquad 1,2\overline{43} = \frac{1231}{990} \qquad 1,2\overline{436} = \frac{12424}{9990}$$

Al observar la primera fila, que pude concluir ________________________________

____

____

Al observar la segunda fila, que pude concluir ________________________________

____

____

Cuales serian los denominadores de las siguientes conversiones:

$$0{,}54\overline{7} = \frac{\quad}{[\quad]} \qquad 12{,}2\overline{321} = \frac{\quad}{[\quad]} \qquad 124{,}01\overline{31} = \frac{\quad}{[\quad]}$$

$$3{,}1\overline{56} = \frac{\quad}{[\quad]} \qquad 6{,}321\overline{572} = \frac{\quad}{[\quad]} \qquad 5{,}12\overline{5} = \frac{\quad}{[\quad]}$$

Recuerde que:

$$3{,}2\overline{35} = \frac{3235-32}{990}$$

Convierta las siguientes expresiones decimales infinitos periódicos en fracciones y verifíquelas con la división:

a) $12,\overline{8} =$ *b*) $3,\overline{41} =$

c) $0,\overline{032} =$ *d*) $14,\overline{21} =$

e) $3,\overline{120} =$ *f*) $1,\overline{32} =$

Todo expresión decimal periódica infinita puede representarse como un fracción de enteros en donde el denominador posee un nueve por cada cifra en el periodo seguido de un 0 por cada cifra entre ella coma y el periodo, y el numerador es la diferencia del numero incluyendo el periodo una vez y el numero sin el periodo.

$$1{,}23\overline{456} = \frac{123456-123}{99900}$$

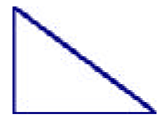
TALLER 10
APLICACIONES DE LA CONVERSIÓN DE EXPRESIONES DE LOS RACIONALES

Indicador

- Utiliza la conversión de expresiones de los racionales para la solución de problemas

---

Hallar la altura del triangulo rectángulo cuya base mide $1,\overline{3}$ y su hipotenusa mide $1,\overline{6}$



Complete la frecuencia relativa acumulada

Dato	*f*	*fa*	*fr*	*fra*
10	9	9	0,3	
11	10	19	$0,\overline{3}$	
12	5	24	$0,1\overline{6}$	
13	4	28	$0,1\overline{3}$	
14	1	29	$0,0\overline{3}$	
15	1	30	$0,0\overline{3}$	1
	30	30	1	1

Halla los siguientes logaritmos con o sin calculadora:

$\log_5 0{,}008 =$ $\log_3 0,\overline{3} =$ $\log_2 0{,}125 =$ $\log_3 0,\overline{037} =$

---

5. REFERENCIAS

5.1. Referencias bibliográficas

SEGOVIA, I. y RICO, L. (2001). Unidades Didácticas .Organizadores. En E.Castro (Ed.) *Didáctica de las matemáticas en la educación primaria*, pp. 83-104.Madrid: Editorial Síntesis.

CENTERO, J. (1988). *Números decimales. ¿Por qué? ¿Para qué?*. Madrid: Editorial Síntesis.

GALVIS, A. (1992). *Ingeniería De Software Educativo.* Santa fe De Bogota: Ediciones Uniandes.

LUQUE, I. Y MORA, L. (2001). *Una Aproximación A Los Números Racionales Positivos*, Bogota DC: U. Pedagógica Nacional

MEN (2003). / *Estándares Básicos De Calidad En Matemáticas*. Bogota DC Ministerio de Educación Nacional ISSN.

5.2. Referencias de textos analizados

DURAN M, HEILBRON L y ORTIZ M. (1992).Matemática Hacia el Futuro 7. Santafé de Bogota: Editorial Imprime Andes S.A.

BERMUDEZ M. (2005). Pitágor@s 7.Bogota: Ediciones PEI.

PERILLA M y CORTES M. (1995).*Procesos Matemáticos 7*.Santafe de Bogota: Editorial Santillana.

CAMARGO L, GARCIA G, SAMPER C y SERRANO C. (2003). *Alfa con Estándares 7*. Bogota: Editorial Norma.

5.3. Referencias WEB

HTTP://WWW20.BRINKSTER.COM/FMARTINEZ/ARITMETICA5.HTM

HTTP://WWW.SHODOR.ORG/INTERACTIVATE/ACTIVITIES/CONVERSIONS/INDEX.HTML

HTTP://DESCARTES.CNICE.MECD.ES/3_ESO/FRACCIONES_DECIMALES_PORCENTAJES/

6. ANEXOS

Anexo 1: Manual del Usuario

Anexo 2: Estándares en Matemáticas Grados 6 y 7

Anexo 3: CD-ROM Software CONVERSION DE FRACCIONARIOS A DECIMALES Y VICEVERSA.

ANEXO 1

MANUAL DEL USUARIO

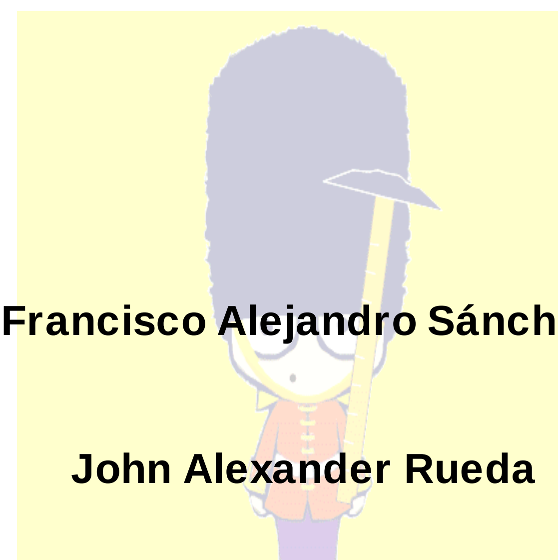
SOFTWARE

CONVERSION DE FRACIONARIOS A DECIMALES Y VICEVERSA

CONVERSIÓN DE FRACCIONARIOS A DECIMALES

Pg Web

MANUAL DEL USUARIO



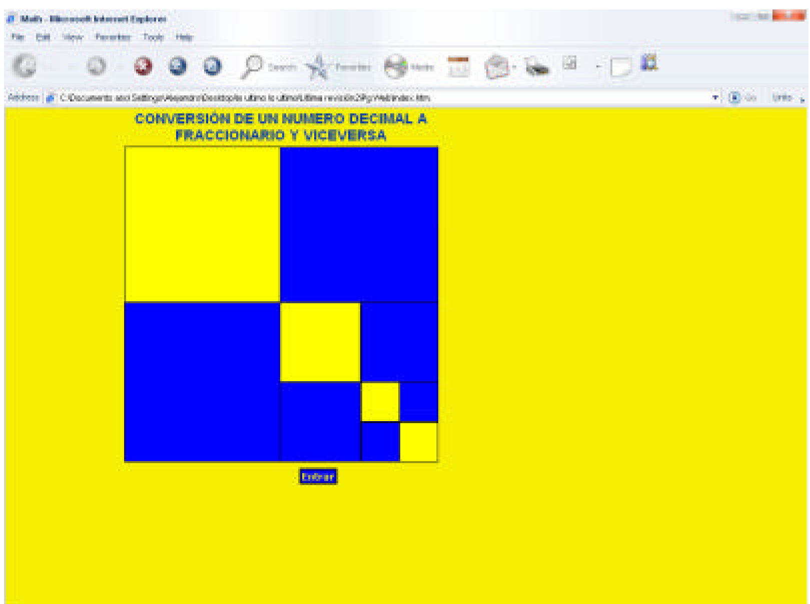
Francisco Alejandro Sánchez

John Alexander Rueda

MANUAL DEL USUARIO

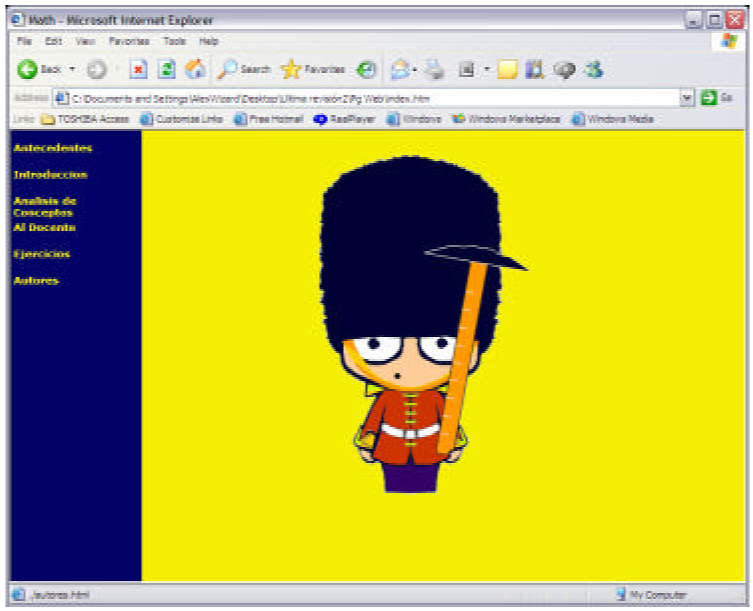
Este manual está diseñado para que los usuarios de esta página tengan la posibilidad de una mejor navegación dentro de este software. En la página inicial se ha querido mostrar una representación de un número no decimal. Haga clic en entrar para ingresar al programa.

BIENVENIDO



A continuación encontrara 1 frame donde podrá encontrar la tabla de navegación de la página, en el segundo esta la parte donde se desarrolla cada uno de los ítems mencionados en la tabla.

Se utilizara el logo del programa durante toda la sección mediante diferentes gifs ubicados en cada uno de las visualizaciones.



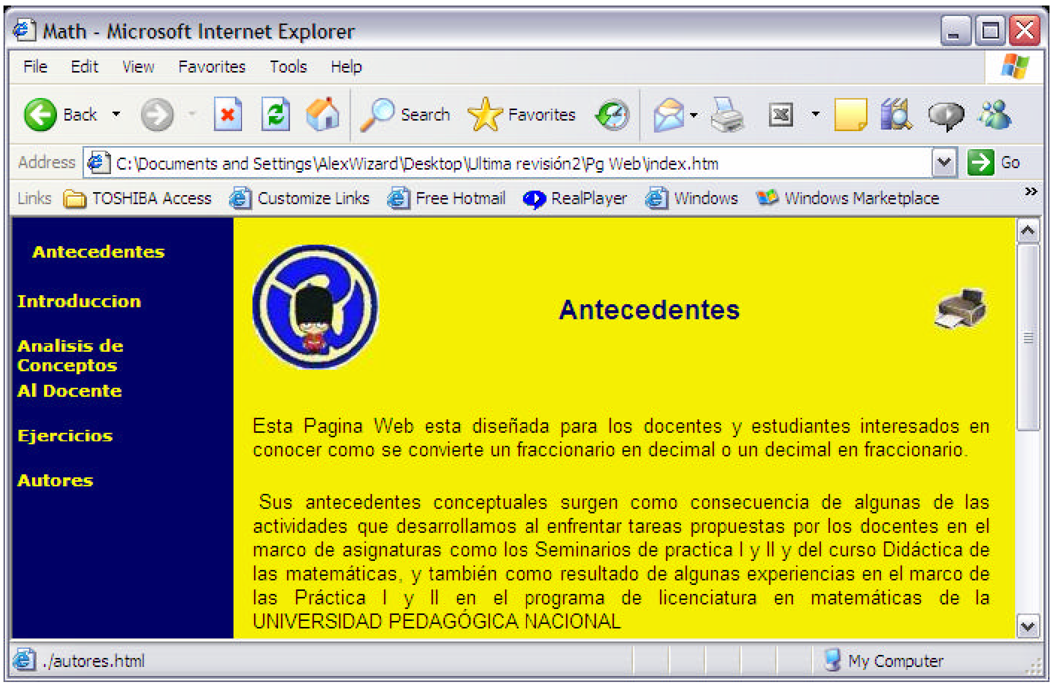
El primer frame lo puede ubicar por medio de la franja azul, la cual presenta un menú de opciones en el que aparece:

Antecedentes, Introducción, Análisis de conceptos, Al docente, Ejercicios y Autores. En el segundo frame es la zona amarilla en donde carga las opciones seleccionadas por el usuario.

A continuación se describirán cada uno de los contenidos encontrados en el frame 1.

Antecedentes

En los antecedentes podemos encontrar una pequeña justificación del por que y en base a que se realizo esta pagina Web.

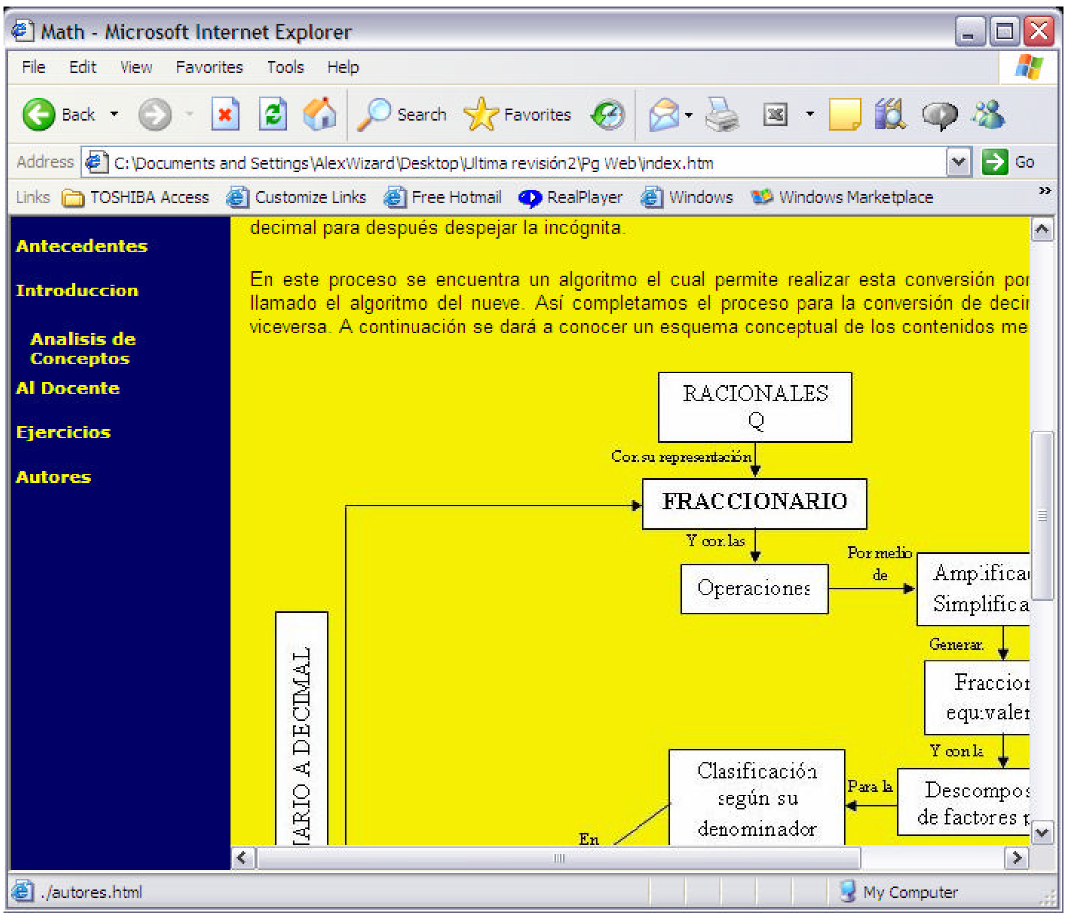


Introducción

En esta sección se sustenta la importancia de la enseñanza del tópico de la conversión de las expresiones de los racionales.

Análisis de conceptos

Aquí se presentan los conceptos relacionados con la conversión de expresiones racionales, además de un cuadro conceptual el cual muestra como están relacionados los conceptos ya mencionados.

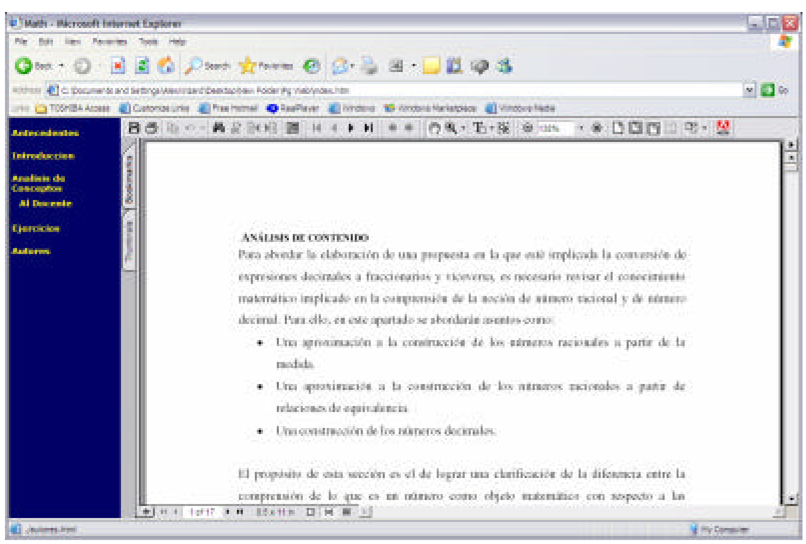


Al docente

En esta sección se muestra un análisis completo en cuanto lo relacionado con los conceptos, el aprendizaje y la enseñanza. Además aparece un link al correo CONVERSIONDEFRACCIONARIOSADECIMALES@HOTMAIL.COM, en el que se esperan los comentarios y sugerencias de las visitas a la página, de los diferentes docentes de matemáticas.

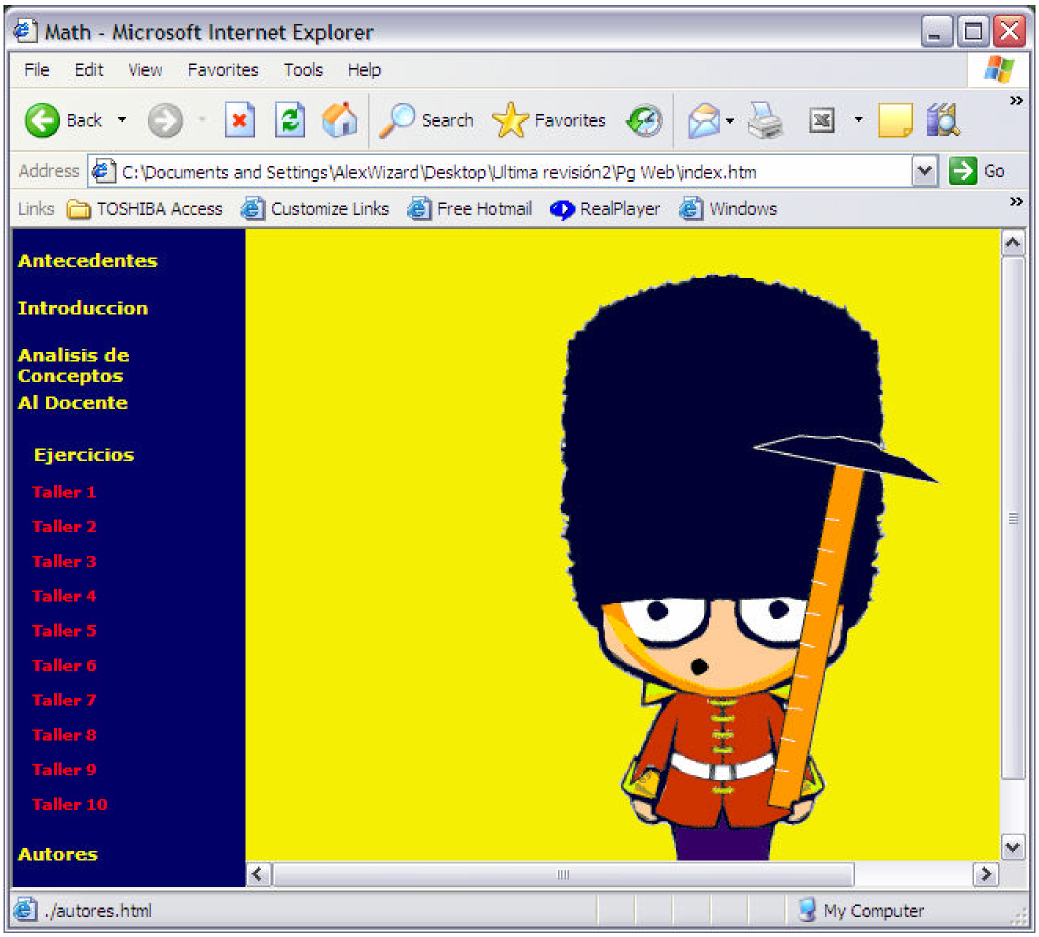
Cuando el docente o el usuario selecciona algunas de las tres opciones que se presentan aparece un cuadro de dialogo, el cual le da la opción de guardar o abrir dicho documento.

Si el usuario decide abrir el archivo desde su origen, este se cargara en el frame amarillo sobre una base de PDF el cual solo tiene habilitadas las opciones comentarios, controlador de cambios y resaltador.



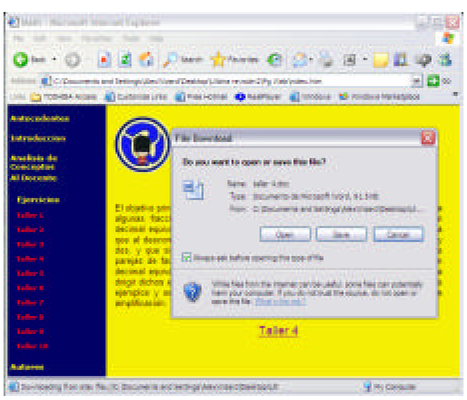
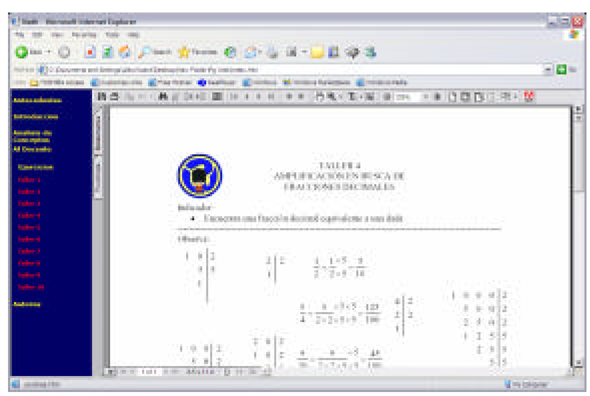
Ejercicios

Al seleccionar la opción de ejercicios se despliega una lista de 10 talleres sobre el frame azul.



Al seleccionar uno de los talleres se presenta una breve explicación de este y un link para acceder al taller.pdf

Al igual que en el caso de la sección dedicada al docente se despliega el cuadro de dialogo con las opciones abrir o guardar

Esto con el fin de que el docente que desee aplicar esta serie de talleres pueda descargarlos desde el sitio Web.

Autores

En esta última sección se realizo unos agradecimientos a las personas que nos colaboraron y a las que nos acompañaron en la realización de esta propuesta.

ANEXO 2

ESTANDARES MATEMATICAS

GRADOS 6 Y 7

Pensar con los números

Utilizo números en sus diferentes representaciones (fracciones, decimales, razones, porcentajes) para resolver problemas.

Descompongo un número teniendo en cuenta las propiedades del sistema decimal (352 = 3x100 + 5x10 + 2x1).

Encuentro la expresión general (fórmula) para expresar propiedades de los números naturales (par, impar, primo) y relaciones entre dos de ellos (múltiplo de..., divisor de...).

Resuelvo y formulo problemas aplicando propiedades de los números y de sus operaciones.

Explico por qué una misma operación se puede hacer de diferentes maneras.

Resuelvo y formulo problemas con radicación y potenciación.

Explico con gráficas situaciones de proporcionalidad directa e inversa.

Digo cuándo y por qué es conveniente utilizar aproximaciones o cálculos exactos en una situación.

Pensar con la geometría

Represento objetos tridimensionales en diferentes posiciones y desde distintos puntos de vista, es decir, manejo la perspectiva.

Descompongo sólidos haciendo cortes rectos o transversales y analizo el resultado.

Clasifico polígonos según sus propiedades (número de lados, número de ángulos, longitud de los lados...).

Aplico transformaciones (rotación, traslación, reflexión) sobre figuras planas y digo qué les sucedió; esto lo puedo aplicar en mis proyectos de arte.

Utilizo gráficas para resolver y formular problemas que involucren congruencia y semejanza de figuras.

Localizo puntos y figuras en un plano cartesiano y utilizo esto para ubicar lugares geográficos.

Pensar con las medidas

Construyo figuras planas y sólidos con medidas establecidas y me ayudo con diferentes técnicas, herramientas o lo que tenga a la mano.

Diseño maquetas y mapas a escala.

Calculo áreas y volúmenes por medio de la composición y descomposición de figuras planas y sólidos.

Identifico relaciones entre unidades para medir diferentes magnitudes (un litro equivale a 1.000 centímetros cúbicos).

Me las arreglo para encontrar resultados sin hacer cálculos exactos.

Pensar con la organización y clasificación de datos

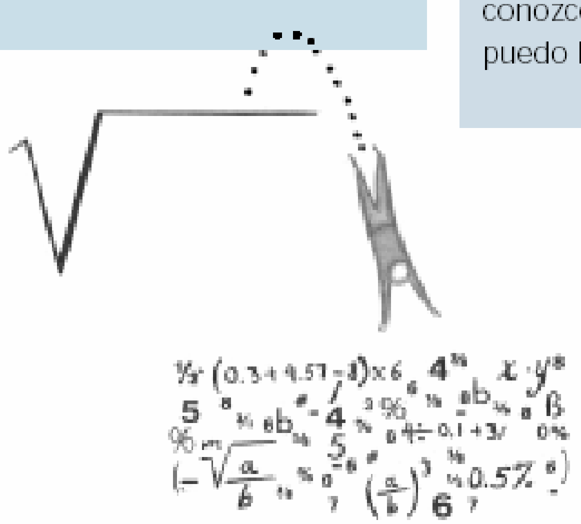
Comparo e interpreto información que obtengo de diferentes fuentes (revistas, televisión, entrevistas, experimentos y otros).

Utilizo diferentes representaciones gráficas para mostrar un conjunto de datos y resolver problemas; además, si tengo la gráfica, puedo sacar los datos.

Utilizo medidas de tendencia central (media, mediana y moda) para interpretar cómo se comporta un conjunto de datos.

Predigo la frecuencia y la posibilidad de que algo ocurra ayudándome de herramientas como tablas, listas, diagramas de árbol y otros que se me vengan a la cabeza.

Hago conjeturas acerca de los posibles resultados de un experimento.



Pensar con variaciones y con álgebra

Describo y represento situaciones de variación por medio de diagramas, expresiones verbales y tablas.

Descubro los valores que puede tomar una variable en una situación concreta de cambio (si hay que dividir por 5 y el resultado tiene que ser un número entero, los valores de la variable tienen que ser múltiplos de 5).

Analizo si una variación es lineal o inversa en situaciones aritméticas y geométricas (recuerdo todo lo que sé sobre proporcionalidad).

Utilizo todas las estrategias que se me ocurran para resolver ecuaciones.

Identifico las características de las gráficas cartesianas (de puntos, de segmentos, curva), y si conozco lo que representan, puedo hacer una.