

Un acercamiento teórico y experimental a la ley de Gauss

John Fredy Ricardo Marroquín

Asesora: Isabel Garzón Barragán

Trabajo de grado para optar por el título de licenciado en física

Línea de profundización: La enseñanza de la física y la relación física-matemática

Universidad Pedagógica Nacional

Facultad de ciencia y tecnología

Licenciatura en física

Bogotá

2017

1. Información General	
Tipo de documento	Trabajo de grado
Acceso al documento	Universidad Pedagógica Nacional. Biblioteca Central
Título del documento	Un acercamiento teórico y experimental a la Ley de Gauss
Autor(es)	Ricardo Marroquin, John Fredy
Director	Isabel Garzón Barragán
Publicación	Bogotá Universidad Pedagógica Nacional, 2017. 68p.
Unidad Patrocinante	Universidad Pedagógica Nacional
Palabras Claves	CAMPO ELÉCTRICO, POTENCIAL ELÉCTRICO, ELECTROMAGNETISMO, LEY DE GAUSS, SECUENCIA DE APRENDIZAJE, CARGA ELÉCTRICA, SIMETRÍA E INDICADORES DE APRENDIZAJE.

2. Descripción
<p>En este trabajo se aborda el estudio de la Ley de Gauss desde un enfoque experimental para favorecer la construcción de algunas nociones en los estudiantes de tercer semestre de la Licenciatura en Física de la Universidad Pedagógica Nacional entorno a dicha ley.</p> <p>En la revisión bibliográfica que se llevó a cabo, se encontró muy poco material que estuviera relacionado con la parte experimental de la ley de Gauss. De acuerdo con esto, es de importancia realizar un aporte que se enfoque en la parte experimental debido a la estrecha relación que hay entre experiencia, lenguaje y conocimiento (Arcá <i>et al</i> 1990)</p> <p>En relación con lo anterior, se propone una investigación que tenga en cuenta la experimentación como base para la construcción de conocimiento, en ese sentido, como pregunta de investigación se plantea: <i>¿Cómo presentar la ley de Gauss a estudiantes de Licenciatura en Física, mediante un proceso que haga evidente su necesidad para estudiar los fenómenos electromagnéticos?</i></p> <p>En intento de dar respuesta a esta pregunta de investigación, en este trabajo se abordan temáticas como el significado de una ley en física y sus características propias, se retoman algunos conceptos clave para entender la Ley de Gauss y se hace la propuesta de un trabajo experimental que permite</p>

mostrar algunos aspectos principales de la Ley de Gauss, todo esto acorde con la pregunta de investigación.

Para el desarrollo de la propuesta experimental entorno al estudio de la Ley de Gauss se hizo uso del modelo didáctico *investigación orientada*, que propone estudiar los problemas en el aula como se hace en la actividad científica. Aclarando que la actividad científica no tiene un método rígido, sino que cuenta con algunos aspectos esenciales que son de amplio consenso (Unesco, 2005)

Basados en el modelo didáctico se planteó la secuencia de aprendizaje para abordar el estudio de la ley de Gauss, teniendo en cuenta los contenidos conceptuales y procedimentales que están involucrados en la ley. Posteriormente, se implementó la secuencia para analizar los resultados a partir de un conjunto de indicadores diseñados para tal fin, obteniendo de ello resultados decisivos en la comprensión de la Ley de Gauss.

3. Fuentes

Arcá, M. (s.f.). *El desarrollo del proceso cognitivo como tarea de la educación*.

Arcá, M., Guidoni, P., & Mazalli, P. (1990). *Enseñar ciencia*. Paídos.

Asenjo, O. R. (1990). Sobre la enseñanza de la física. *Aula abierta*, 7.

Cardenas, L. M., & Ramirez Perez, D. R. (2009). Una ampliación de la experiencia en el fenómeno electrostático. Universidad Pedagógica Nacional.

Chabay, R., & Sherwood, B. (1994). *Electric and magnetic interactions*. Wiley.

Cohen, L., & Manion, L. (1989). *Métodos de investigación educativa*. Madrid: La muralla S.A.

Driver, R. (23-25 de Septiembre de 1987). Un enfoque constructivista para el desarrollo del currículo en ciencias. Valencia, España.

Duschl, R. A. (1997). *Renovar la enseñanza de las ciencias*. Nashville: Narcea ediciones.

Einstein, A., & Infeld, L. (1896). *La evolución de la física*. Barcelona: Salvat Editores.

Feynman, R. (1963). *The Feynman lectures on physics*. California: Fondo educativo iberoamericano.

Feynman, R. (1965). El carácter de la ley física. En R. Feynman, *The character of physical law*. Barcelona: Metamas.

- Gettys, E., J. Keller, F., & J. Skove, M. (1991). *Física Clasica y Moderna*. Madrid: McGraw-Hill.
- Guisasola, J., Montero, A., & Fernandez, M. (2008). La historia del concepto de fuerza electromotriz en circuitos eléctricos y la elección de indicadores de aprendizaje comprensivo. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 30(1), 1-8.
- Guisasola, J., Salinas, J., Almudí, J. M., & Velazco, S. (2003). Análisis de los procesos de aplicación de las leyes de Gauss y Amperé por estudiantes universitarios de España y Argentina. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 12.
- Guzman, A., Pouliquen, Y., & Sevilla, E. (1996). *Las metodologías participativas de investigación: Un aporte al desarrollo local endogeno*. Cordoba, Colombia: Instituto de sociología y estudios campesinos .
- Hacking, I. (1983). *Representar e Intervenir*. Cambridge: Paidós.
- Halliday, D., & Resnick, R. (1961). *Física para estudiantes de ciencias e ingeniería*. New York: John Wiley & Sons.
- Kaufman, M., & Fumagalli, L. (1999). *Enseñar ciencias naturales. Reflexiones y propuestas didácticas*. Buenos Aires: Paidós Mexicana SA.
- knight, R. D. (2000). *Physics for scientists and engineers*. California: Pearson Addison Wesley.
- Landaeta, C. (2013). Investigación acción. *Investigación de las ciencias sociales*, 6.
- Llancaqueo, A., Caballero, M. C., & Moreira, M. A. (2003). El concepto de campo en el aprendizaje de la física y en la investigación en educación en ciencias. *Revista electronica de enseñanza de las ciencias*, 27.
- Ludwigsen, D. O., & Hassold, G. N. (2006). A simple electric field probe in a Gauss's law laboratory. *Apparatus for teaching physics*, 4.
- Oficina Regional de Educación de la Unesco. (2005). *¿Cómo promover el interés por la cultura científica*. Santiago, Chile : Andros Impresores.
- Planck, M. (2012). *Autobiografía científica*. (E. d. Abreu, Trad.) Rio de Janeiro: Contraponto.
- Poincaré, H. (1904). O valor da ciência. En H. Poincaré, *La valeur de la science* (págs. 189-215). Rio de Janeiro: Contraponto Ltda.
- Purcell, E. M. (1988). *Electricidad y Magnetismo-Berkeley Physics course* (Vol. 2). Barcelona: Reverté S.A.
- Ruth W., C., & Sherwood, B. A. (2007). *Matter interactions* . New York: Wiley.
- Sears, F. W., Zemansky, M. W., & Young, H. D. (1988). *Física Universitaria*. Wilmington, Estados Unidos: Addison-Wesley Iberoamericana.

Singh, C. (30 de June de 2006). Student understanding of symetry and Gauss´s law of electricity. *Student understanding of symetry and Gauss´s law of electricity*. Pittsburgh, Pensilvania.

Universidad Pedagógica Nacional. (2014). *PedagógIca*. Obtenido de www.pedagogica.edu.co

Uribe Agudelo, A. (2014). Diseño de experimentos para laenseñanza de los conceptos de carga eléctrica y campo eléctrico. Universidad Pedagógica Nacional.

Viennot, L. (1996). *Razonar en física*. Madrid: A. Machado libros.

Wilson, J. D., Buffa, A. J., & Lou, B. (2007). *Física* (Sexta ed.). Ciudad de México, México: Pearson Educación.

Young, H. D., & Roger A. Freedman. (2009). *Física universitaria, con física moderna* (Vol. Volumen II). Ciudad de México, México: Pearson educación.

4. Contenidos

El trabajo está constituido por cuatro capítulos en los que se abordan temáticas que relacionan los contenidos conceptuales y la experimentación que subyace a la Ley de Gauss. También, se reconoce la preponderancia de la experimentación en la enseñanza de la física. En el primer capítulo se contextualiza acerca del problema que se encuentra con respecto a la enseñanza de la Ley de Gauss en el nivel universitario. En el segundo capítulo se reflexiona acerca de los conceptos necesarios para la comprensión de la Ley de Gauss. En el tercer capítulo se construye un experimento y una secuencia de aprendizaje para facilitar la apropiación de conceptos alrededor de la Ley de Gauss, esta propuesta se implementa con estudiantes de nivel universitario. Por último, en el cuarto capítulo se lleva a cabo el análisis de los resultados obtenidos en la implementación de la propuesta. Del análisis de la implementación se obtuvieron resultados satisfactorios.

5. Metodología

La metodología de investigación que es adecuada para este trabajo es la investigación descriptiva; en la que se observan individuos y grupos, en este caso estudiantes del Departamento de Física, con el fin de analizar e interpretar los diferentes procesos intelectuales que desarrollan los estudiantes en el entendimiento de la ley de Gauss. Sin embargo, “la investigación descriptiva

tiene una aplicación más amplia en educación, por ejemplo, en conexión con los estudios de Piaget sobre cambios cualitativos que se producen en el pensamiento de los niños” (Cohen & Manion, 1989, p.102)

La investigación descriptiva se relaciona principalmente con el crecimiento intelectual de un individuo, por tanto, es importante para el trabajo hacer uso de este tipo de investigación porque se puede observar el proceso intelectual que se desarrolla en el estudiante, a partir de una secuencia de actividades experimentales que permiten el estudio de la ley de Gauss. Dichas actividades están orientadas a un grupo de estudiantes que están cursando electromagnetismo. El análisis del proceso intelectual se va a llevar a cabo posteriormente de la implementación de las actividades, a partir de un conjunto de indicadores diseñados para tal fin.

6. Conclusiones

Con respecto a la secuencia de aprendizaje, es preciso enunciar que fue una propuesta con gran alcance, en términos de la construcción de conocimiento, porque permitió que los estudiantes, involucrados en la implementación, conocieran diferentes aspectos con los que no estaban relacionados en el ámbito de lo experimental y lo teórico. Por ejemplo, los estudiantes con los que fue implementada la propuesta, según lo manifestaron, no conocían ninguna manera experimental de medir el campo eléctrico. Tampoco, reconocían aspectos como la relación entre campo eléctrico y potencial eléctrico, pero, posterior a la implementación de la secuencia de aprendizaje, lograron construir sus propias ideas respecto a esta relación y con respecto a la medición experimental de un campo eléctrico.

Otro aporte trascendental que se logró con la secuencia de aprendizaje fue la construcción conceptual a la que llegaron los estudiantes con relación a la ley de Gauss porque, como se puede constatar en el análisis de resultados, la gran mayoría de las respuestas que dieron los estudiantes estaban acorde a los indicadores de aprendizaje. Todo esto muestra que la secuencia de aprendizaje fue acertada y que es válido que se tenga en cuenta para llevar a los estudiantes a que se relacionen con la parte experimental que subyace a la ley de Gauss.

Ahora, con relación a mi formación docente, fue una experiencia bastante enriquecedora debido a que la construcción todo el documento requirió de una profundización en diferentes áreas, tanto como en formación docente, como también, en la apropiación de conceptos en el ámbito de la física. En general, el proceso de investigación que se llevó a cabo fue bastante constructivo porque me permitió crecer en el ámbito académico y en el ámbito personal.

También, se concluye que la propuesta experimental fue satisfactoria porque cumplió a cabalidad con los objetivos del trabajo.

Por último, se destaca que para futuras implementaciones este trabajo debe ser implementado en un curso de electromagnetismo I, para introducir a los estudiantes en la parte experimental de la ley de gauss.

Elaborado por:	John Fredy Ricardo Marroquin
Revisado por:	Isabel Garzón Barragán

Fecha de elaboración del Resumen:	14	08	2017
--	----	----	------

Agradecimientos

Inmensamente agradecido por el apoyo incondicional que me han brindado mis padres, mi hermano, mi tía, Lady y Julián.

Toda mi gratitud con la profesora Isabel Garzón por su tiempo, por su dedicación, por sus sabias palabras y sobre todo por su vocación como maestra.

A esas personas que han contribuido de una u otra manera en este trabajo Pau, Clau, Lina, Aleja, Álvaro, Paul, Erikson y Karen.

Tabla de contenido

Introducción	1
Capítulo I: Formulación del problema	3
1.1. Justificación	3
1.2. Planteamiento del problema	5
1.2.1. Pregunta de investigación.....	7
1.3. Objetivos.....	7
1.3.1. Objetivo general.....	7
1.3.2. Objetivos específicos.	7
1.4. Antecedentes.....	8
Capitulo II: Marco teórico.....	10
2.1. ¿Qué significado tiene una ley en física?	10
2.2. Ley del inverso del cuadrado de la distancia	19
2.3. Ley de Gauss	21
2.3.1. Flujo eléctrico.	21
2.3.2. Formas de la Ley de Gauss.	27
2.4. Relación entre la ley de Gauss y la ley Coulomb	29
2.4.1. Flujo a través de una superficie debido a una partícula cargada exterior.	32
2.4.2. Flujo a través de una superficie debido a una partícula cargada interior.	33
2.4.3. Flujo a través de una superficie debido a varias partículas cargadas en interior y en el exterior	34
2.5. ¿Qué Importancia tienen las ideas previas y los contextos en los que se desarrolla la ciencia en la enseñanza de la Ley de Gauss?.....	35
Capitulo III: Marco metodológico.....	40
3.1. Metodología.....	40
3.1.1. Diseño de un experimento que le permita a los estudiantes ganar experiencia en fenómenos físicos cuyo análisis requiere el estudio de la ley de Gauss.	40
3.2. Descripción de la Población	42
3.3. Modelo didáctico: Aprendizaje como investigación e innovación orientada.....	42
3.4. Definición del conjunto de indicadores de aprendizaje	45
3.5. Diseño de la secuencia de aprendizaje.....	45
3.5.1. Secuencia de aprendizaje.	46

3.5.2. Implementación de la secuencia de actividades.....	59
IV Capítulo: Análisis de resultados.....	60
4.1. Análisis de los resultados de la implementación a partir del conjunto de indicadores de aprendizaje y de los niveles de desempeño	60
4.1.1.1. Análisis de la actividad 1.....	61
4.1.1.2. Análisis de la actividad 2.....	63
4.1.1.3. Análisis de la actividad 3.....	64
4.1.1.4. Análisis general	69
Conclusiones	70
Bibliografía.....	71
Anexos.....	73
Anexo 1: Resultados de la implementación.....	73
Anexo 2: Evidencias de la implementación.....	79

Índice de figuras del trabajo

Figura 1: Una manera de concebir el proceso cognitivo. Recuperado de Arcá, M., et al (1990)	4
Figura 2: Electrodo electrificados definen la geometría del campo eléctrico. Obtenido de: Senderospedagogicos.blogspot.com.....	13
Figura 3: Simetría de un cilindro cargado. Obtenido de: Knight, R. D. (2000).....	14
Figura 4: Simetría de las líneas de campo de un cilindro cargado. Obtenido de: Knight, R. D. (2000).	15
Figura 5: Figuras idealizadas guardan relación con objetos reales. Obtenido de: Knight, R. D. (2000).	16
Figura 6: Cubeta de Faraday, es posible evidenciar como la carga se ubica en la superficie de cualquier conductor. Obtenido del libro: Young, H. D., & Roger A. Freedman. (2009).....	17
Figura 7: Jaula de Faraday, una caja conductora sometida a un campo eléctrico E muestra que el campo eléctrico dentro de la caja es cero debido a la redistribución de cargas en el conductor. Tomado del libro: Young, H. D., & Roger A. Freedman. (2009).	18
Figura 8: Líneas de campo salientes, entrantes y a través de una caja. Recuperado de (Ruth W. & Sherwood, 2007, p.866)	22
Figura 9: Líneas de campo a través de una cara de una caja. Recuperrado de (Ruth W. & Sherwood, 2007, p.867)	22
Figura 10: Serie de superficies abiertas en las que el elemento de ángulo varía gradualmente de +1 a 0 y a valores negativos. Recuperado de (Ruth W. & Sherwood, 2007, p.869).....	23
Figura 11: Dos cajas de igual tamaño. Se sabe que la figura 11a contiene carga Q . Recuperado de (Ruth W. & Sherwood, 2007, p.869)	24
Figura 12: Dos cajas que encierran la misma carga Q . Recuperado de (Ruth W. & Sherwood, 2007, p.870).....	24
Figura 13: Forma esquemática de representar los vectores de área a través de una superficie arbitraria cerrada que es atravesada por un campo eléctrico. Obtenido de: (Purcell, 1988, p.22).	25
Figura 14: Líneas de campo eléctrico a través de superficies cerradas. Recuperado de: Wilson, Buffa, & Lou, 2007	26
Figura 15: Representación de un conjunto de líneas de fuerza de una carga eléctrica positiva. Tomado de: Einstein, A., & Infield, L. (1896).....	30

Figura 16: Flujo eléctrico a través de una superficie gaussiana en forma de bloque redondeado. Obtenido de: Wilson, Buffa, & Lou, 2007	32
Figura 17: Vectores de campo eléctrico y de área en una superficie gaussiana esférica. Obtenido de: Wilson, Buffa, & Lou, 2007	33
Figura 18: Partículas cargadas eléctricamente encerradas en una superficie gaussiana. Obtenido de: Wilson, Buffa, & Lou, 2007	34
Figura 19: Se muestra de forma esquemática el tamaño de los círculos concéntricos en el papel conductor	41
Figura 20: Se muestra de forma esquemática el medidor de voltaje diseñado con el fin de medir voltios por centímetro.....	41
Figura 21: Diagrama circular en el que se representa el porcentaje que obtuvieron las estudiantes en cada categoría	69

Índice de figuras de la secuencia de aprendizaje

Figura 1: Hoja de papel conductor con conductores concéntricos.....	47
Figura 2: Medidor de voltaje	47
Figura 3: Pines metálicos de tapicería.....	47
Figura 4: Se muestra esquemáticamente como debe conectarse el papel conductor a las terminales de la fuente de voltaje.....	48
Figura 5: La punta de prueba positiva se ubica en $r = 4\text{cm}$ y la punta de prueba negativa se ubica en $r = 7\text{cm}$	49
Figura 6: Coloque el medidor de voltaje de modo que la punta conductora, que está conectada al terminal positivo del voltímetro, quede a una distancia $r = 4\text{cm}$	51
Figura 7: Coloque el medidor de voltaje sobre el segmento d_1	52
Figura 8: Deje fija la punta que está conectada al terminal negativo del voltímetro y rote esta punta alrededor de la que queda fija.....	52
Figura 9: Coloque el medidor de voltaje de modo que la punta de prueba conectada al terminal negativo quede en $r = 5\text{cm}$	54
Figura 10: Siga el mismo procedimiento que en la actividad A, pero ahora en $r = 7\text{cm}$	55
Figura 11: Coloque la punta de prueba positiva en el punto p y la punta de prueba negativa en alguno de los puntos $r = 4\text{cm}$	56

Figura 12: Mantenga la punta de prueba positiva en el punto p y la punta de prueba negativa colóquela en los puntos $r = 6\text{cm}$57

Figura 13: Fotos de un papel conductor(izquierda) y de un corte transversal de cable coaxial(derecha)58

Figura 14: Representación esquemática de un cable coaxial58

Introducción

En este trabajo se aborda el estudio de la Ley de Gauss desde un enfoque experimental para favorecer la construcción de algunas nociones en los estudiantes de tercer semestre de la Licenciatura en Física de la Universidad Pedagógica Nacional entorno a dicha ley.

En la revisión bibliográfica que se llevó a cabo, se encontró muy poco material que estuviera relacionado con la parte experimental de la ley de Gauss. De acuerdo con esto, es de importancia realizar un aporte que se enfoque en la parte experimental debido a la estrecha relación que hay entre experiencia, lenguaje y conocimiento (Arcá *et al* 1990)

En relación con lo anterior, se propone una investigación que tenga en cuenta la experimentación como base para la construcción de conocimiento, en ese sentido, como pregunta de investigación se plantea: *¿Cómo presentar la ley de Gauss a estudiantes de Licenciatura en Física, mediante un proceso que haga evidente su necesidad para estudiar los fenómenos electromagnéticos?*

En intento de dar respuesta a esta pregunta de investigación, en este trabajo se abordan temáticas como el significado de una ley en física y sus características propias, se retoman algunos conceptos clave para entender la Ley de Gauss y se hace la propuesta de un trabajo experimental que permite mostrar algunos aspectos principales de la Ley de Gauss, todo esto acorde con la pregunta de investigación.

Para el desarrollo de la propuesta experimental entorno al estudio de la Ley de Gauss se hizo uso del modelo didáctico *investigación orientada*, que propone estudiar los problemas en el aula como se hace en la actividad científica. Aclarando que la actividad científica no tiene un método rígido, sino que cuenta con algunos aspectos esenciales que son de amplio consenso (Unesco, 2005)

Entre los aspectos principales para comprender la actividad científica están: comprender el carácter social del desarrollo científico, rechazo de la idea misma de “Método Científico”, resaltar el papel jugado en la investigación por el pensamiento divergente y el rechazo de un empirismo que concibe los conocimientos como resultado de la inferencia inductiva a partir de “datos puros”.

A propósito de las recomendaciones principales que se incluyen en la secuencia de aprendizaje para favorecer la construcción de conocimiento en los estudiantes, sobresalen las siguientes: presentar situaciones problemáticas abiertas, invitar a la reflexión sobre el posible interés de las situaciones propuestas, plantear un análisis cualitativo, significativo, que ayude a comprender y a acotar las situaciones planteadas, plantear la elaboración de estrategias incluyendo, en su caso,

diseños experimentales, plantear el análisis detallados de los resultados y potenciar la dimensión colectiva del trabajo científico organizando equipos de trabajo.

Basados en las anteriores consideraciones se planteó la secuencia de aprendizaje para abordar el estudio de la ley de Gauss, teniendo en cuenta los contenidos conceptuales y procedimentales que están involucrados en la ley. Posteriormente, se implementó la secuencia para analizar los resultados a partir de un conjunto de indicadores diseñados para tal fin, obteniendo de ello resultados decisivos en la comprensión de la Ley de Gauss.

Capítulo I: Formulación del problema

1.1. Justificación

De acuerdo a la misión de la Facultad de Ciencia y Tecnología de la Universidad Pedagógica Nacional (2014) cuyo propósito es formular, aplicar y evaluar modelos alternativos en la formación de educadores en ciencias experimentales para los diferentes niveles del sistema educativo, definiendo problemas y determinando elementos teóricos para la elaboración de estrategias y modelos para la enseñanza; es importante destacar la validez de desarrollar trabajos de investigación que tengan en cuenta la actividad experimental como método alternativo para la construcción de conocimientos.

Por lo tanto, se busca elaborar una propuesta alternativa para enseñar la ley de Gauss, a partir de experimentos, que le permitan al estudiante abordar dicha ley tanto desde la experiencia como desde la teoría. Este proyecto está dirigido a estudiantes de la Licenciatura en Física de la Universidad Pedagógica Nacional, y particularmente a los estudiantes de la asignatura de Electromagnetismo I.

Inicialmente se realiza una reflexión acerca de los modelos de enseñanza que permiten a los estudiantes construir sus propias ideas y orientan la forma en que debe ser encaminados en esta construcción de conocimiento, el cual es uno de los factores importantes en la misión de la Facultad de Ciencia y Tecnología. En este sentido, es necesario analizar los factores que determinan el proceso cognitivo de los estudiantes para la construcción de nuevos conocimientos.

Un esquema que resulta conveniente para analizar el proceso cognitivo es el planteado por Arcá, M., Guidoni, P., y Mazalli, P. (1990). En su libro *El desarrollo del proceso cognitivo como tarea de la educación*, el cual describe el proceso cognitivo como una relación completamente correspondida entre tres factores: Lenguaje, experiencia y conocimiento.

Ninguno de estos términos tiene una importancia superior a la del otro, los tres son igualmente importantes, así que no hay una jerarquización poniendo a alguno de estos en la parte superior o inferior. Se dice que entre estos tres términos Lenguaje, experiencia y conocimiento; hay una relación recíproca en la cual, uno de los términos supone al otro, de este modo, si se tiene un lenguaje, se tienen unas experiencias y como hay un lenguaje y unas experiencias se presume un conocimiento. Entonces, hay unas experiencias, hay modos de hablar, hay cosas de las que se puede hablar, y hay conocimientos (ver figura 1)

Proceso Cognitivo

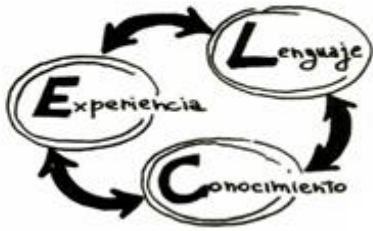


Figura 1: Una manera de concebir el proceso cognitivo. Recuperado de Arcá, M., et al (1990)

Sin embargo, lo importante consiste en cómo entender el conocimiento respecto a la experiencia y el lenguaje; si en la interacción con la realidad se adquieren experiencias, el conocimiento es aquello que viene desprendido de la realidad misma, y de manera autónoma, se reconstruye a través de un lenguaje. “A partir del nivel de la experiencia, a través de un lenguaje hecho de palabras y de representaciones, se puede, por tanto, construir y controlar algo (que llamamos conocimiento) desprendido tanto de la experiencia como del lenguaje; que no se identifica con el hecho individual ni con las palabras que lo describen” (Arcá *et al.*, 1990, p.72)

No debe olvidarse que esto es un esquema que sirve de base para cualquier intervención en el plano cognitivo, en este caso para pensar la educación en el campo de la física. A partir de esto, es posible intuir que, en cualquier clase de intervención en la construcción de conocimiento, lo importante es reforzar, y por tanto explicitar esta dinámica; comenzando a discutir el nivel de experiencia, lenguaje y conocimiento comunes. Debido a la estrecha relación entre los términos; lenguaje, experiencia y conocimiento, no basta con hacer énfasis en alguno de ellos, es necesario además de presentarle formulas al estudiante relacionarlo con la experiencia. En otras palabras, es válido afirmar que no es acertado iniciar un discurso de conocimiento específico, organizado en lenguajes específicos.

De aquí la pertinencia del proyecto debido a que, en ocasiones, los profesores presentan a sus estudiantes únicamente las ecuaciones para calcular el campo eléctrico con la ley de Gauss, es decir, se le está presentando al estudiante un lenguaje específico del que se desconoce su relación con la experiencia. Desde el punto de vista del proceso cognitivo no se está teniendo en cuenta la importancia que juega la experiencia en la construcción de conocimiento debido a la relación reciproca que existe entre lenguaje, experiencia y conocimiento.

El desarrollo de este proyecto busca ayudar a los estudiantes a construir sus propias ideas sobre la ley de Gauss. A partir del diseño de una secuencia de actividades que involucra algunos experimentos, a los estudiantes se les hará reflexionar sobre la necesidad de plantear la ley de Gauss que permita calcular campos eléctricos y servirá para reflexionar por qué es necesario introducir esta ley.

Para poder ver la necesidad de plantear dicha ley, es necesario mostrarle al estudiante una manera problemática de abordar el conocimiento. Por ejemplo, los estudiantes a los cuales va dirigida la propuesta de aula, ya han tenido un acercamiento a la ley de Coulomb, de este modo, se les puede hacer reflexionar sobre cuestiones como: ¿De qué tamaño deben ser las cargas que interactúan cuando calculamos el campo eléctrico con la ley de Coulomb? ¿Cuál debe ser la distancia máxima o mínima entre las cargas? ¿Se puede usar la ley de Coulomb para cualquier distancia entre partículas cargadas? ¿Usamos la ley de Coulomb cuando el campo eléctrico es estático y cuando el campo eléctrico es variable en el tiempo?

Así, este trabajo se propone porque muchos estudiantes presentan dificultades en la comprensión de la ley de Gauss, una de las leyes fundamentales del electromagnetismo; y es pertinente porque permite enseñar la ley de Gauss de una forma en que se tiene en cuenta el proceso cognitivo a partir de la experiencia y el lenguaje apoyándose en la hipótesis de que el problema reside en la forma de presentar la ley de Gauss. Dicha hipótesis, es reforzada con la implementación de la secuencia de aprendizaje que se propone.

1.2.Planteamiento del problema

Muchos estudiantes universitarios tienen dificultades para solucionar problemas de lápiz y papel relacionados con el electromagnetismo aun después de haber visto problemas similares en clase. En diversas investigaciones de temas relacionados con electromagnetismo es posible evidenciar que estudiantes que han recibido cursos de electromagnetismo I y II, no tienen un conocimiento claro de la teoría de campos, sino, por el contrario, desconocen sus alcances y sus restricciones. Una de las posibles hipótesis sobre esta dificultad es que los profesores suelen presentar las leyes y los conceptos de una teoría física en su forma operativa y no se suele hacer una reflexión exhaustiva acerca del significado de dichas leyes y conceptos; puede que también no se relacione al estudiante con la experiencia que subyace a estas leyes y conceptos, y tampoco el cómo se relacionan las teorías y las leyes con los instrumentos de medición. Se podría decir que se les da a los estudiantes una especie de “receta” para resolver un problema de lápiz y papel, la cual aplican desconociendo muchas veces cuál es su verdadero significado, es como si se le estuviera enseñando al estudiante unos algoritmos que siempre conllevan a los mismos pasos, esto genera un impedimento para crear una mentalidad científica en los estudiantes, y debido a que el proyecto

está orientado al departamento de física, de la Universidad Pedagógica Nacional, es indispensable que los futuros docentes en física desarrollen una mentalidad científica.

De manera específica, se hace referencia a la forma en que se enseña la ley de Gauss, una de las leyes fundamentales del electromagnetismo que describe el campo eléctrico. Para entender la dificultad de la enseñanza de la ley de Gauss es necesario ver el punto de partida de los profesores para enseñar dicha ley. Así, en ocasiones, el primer acercamiento para calcular el campo eléctrico de forma cuantitativa se hace a partir de la ley de Coulomb que sirve únicamente para calcular campos eléctricos estáticos en el tiempo como, por ejemplo, los producidos por una carga puntual. De ahí se sigue, la posterior introducción al cálculo de campos eléctricos con la ley de Gauss, que se utiliza para calcular campos eléctricos estáticos, pero también campos eléctricos variables en el tiempo. Puede que el profesor inicialmente presente ambas leyes de forma teórica y muy similar, es decir, que no relacione al estudiante con la experiencia, de este modo, se tiende a pensar que inicialmente el estatus de la ley de Coulomb y la ley de Gauss es el mismo y que en principio parecieran equivalentes, pero con formas diferentes. Y no se le hace ver al estudiante la necesidad de introducir la ley de Gauss, sino simplemente se le presenta como otra opción de cálculo del campo eléctrico. Esto podría indicar, que no se hace notar la importancia que tiene la ley de Gauss como ley general del electromagnetismo, en el sentido de que su “campo de acción” es más amplio porque puede ser aplicada a casos donde la ley de Coulomb no puede ser aplicada; en esta línea de razonamiento, el estudiante no sabe en qué caso puede utilizar la ley de Gauss y en qué otro la ley de Coulomb debido a que solamente se le presentó la ley de Gauss como otra opción más para calcular el campo eléctrico.

De acuerdo con lo anterior, se podría decir que, en algunas ocasiones, los profesores presentan a los estudiantes la ley de Gauss descontextualizada, es decir, que simplemente le presentan al estudiante la ecuación que expresa esa ley para calcular el campo eléctrico, y no se le acerca a la experiencia que subyace al planteamiento de dicha ley. De este modo, si la ley de Gauss es una ley que tiene una base experiencial y teniendo en cuenta la gran importancia que tiene esta base de experiencias para construir un significado más profundo de los conceptos y leyes del electromagnetismo, es importante que se reconsideré la enseñanza de la ley de Gauss.

Ahora, se trae a colación una cita que puede precisar un poco más estas ideas “Si queremos que los estudiantes vean la construcción de los conocimientos como un proceso dinámico, que puede comportar cambios e incluso replanteamientos globales, consideramos necesario *no presentar* los

conocimientos en su estado final en su forma operativa, sino realizar un proceso que lleve a ver su necesidad y construcción” (Guisasola, Salinas, Almudí, y Velazco, 2003).

De lo enunciado anteriormente, podemos decir, que la problemática reside en que los estudiantes tienen grandes dificultades en la interacción con el cuerpo teórico del modelo de campos y de ahí que se dificulte la comprensión de la ley de Gauss. Esto debido a que no tienen una experiencia directa, sino simplemente se le presentan ecuaciones que el docente asume que el estudiante entiende.

De acuerdo con lo mencionado, se plantea la siguiente pregunta de investigación:

1.2.1. Pregunta de investigación.

¿Cómo presentar la ley de Gauss a estudiantes de Licenciatura en Física, mediante un proceso que haga evidente su necesidad para estudiar los fenómenos electromagnéticos?

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo general.

Diseño, montaje y realización de un experimento que incentive al estudiante a conocer algunos principios de la Ley de Gauss, esto a partir de la experiencia, la observación y la interacción, con una propuesta de aula que involucra, además del experimento, el contenido conceptual, para abordar el estudio de dicha ley, mostrando su importancia para estudio del campo eléctrico.

1.3.2. Objetivos específicos.

- i. Diseñar un experimento que le permita a los estudiantes ganar experiencia en fenómenos físicos cuyo análisis requiere el estudio de la ley de Gauss
- ii. Diseño e implementación de una secuencia de actividades para abordar el estudio de la ley de Gauss, teniendo en cuenta los contenidos conceptuales y procedimentales que están involucrados.
- iii. Análisis de los resultados de la implementación a partir de un conjunto de indicadores de aprendizaje diseñados para tal fin.

1.4. Antecedentes

Inicialmente se realizó una búsqueda de las tesis y las monografías en las bases de datos de la Universidad, posteriormente se realizó una búsqueda de artículos que abordan el estudio de la ley de Gauss. Los criterios que se tuvieron en cuenta para su análisis, es que aportaran a este proyecto desde la física y desde la enseñanza de la física. Los antecedentes que se encontraron son los siguientes:

- i. Cárdenas, L. M., & Ramírez Pérez, D. R. (2009). Una ampliación de la experiencia en el fenómeno electrostático. Universidad Pedagógica Nacional.

En esta monografía se hace énfasis en la necesidad de la experiencia para estudiar los fenómenos electrostáticos. Se propone acercar al estudiante a la teoría a través del experimento. Y en el desarrollo de esta propuesta se tienen en cuenta las ideas previas de los estudiantes y establece la experiencia como parte fundamental en el aprendizaje. En ese sentido, plantea: “Utilizar practicas experimentales no como verificadoras de teorías sino como facilitadoras del entendimiento, esto hace que el estudiante sienta en particular a la física más cercana, más humana” De este modo, este trabajo aporta unas herramientas para elaborar el proyecto que aquí se plantea porque toma la experiencia como parte fundamental en el proceso cognitivo y, también, porque parte del trabajo se encarga de dar solución a lo alejada o desligado que usualmente se ve la teoría de los fenómenos, y así promover el interés de los estudiantes hacia el estudio de la física. Es de notar el siguiente comentario “La finalidad de toda actividad experimental ha de ser la de invitar al estudiante a cuestionarse, a reflexionar acerca de algún fenómeno que se esté evidenciando y a crear formas de organización propias y maneras de comunicarlas desde las cuales logre vincular la teoría con la experiencia”.

- ii. Uribe Agudelo, A. (2014). Diseño de experimentos para la enseñanza de los conceptos de carga eléctrica y campo eléctrico. Universidad Pedagógica Nacional.

En esta monografía se resalta la importancia que tiene la actividad experimental para favorecer el aprendizaje de los estudiantes, plantea: “Las prácticas experimentales favorecen la motivación y disposición de los estudiantes para el estudio de los conceptos de carga eléctrica y campo eléctrico”. Esta monografía hace hincapié en que la construcción de experimentos, el trabajo experimental y el acercamiento a partir de la experiencia le permiten al estudiante adquirir una comprensión y ampliación de conocimiento entorno al concepto de campo eléctrico y carga eléctrica.

- iii. Ludwigsen, D. O. & Hassold, Gregory N. (January 2006). A Simple Electric Field Probe in a Gauss's Law Laboratory. *The Physics Teacher*, Vol. (44), 470-472. doi: 10.1119/1.2353596

En este artículo se resalta la importancia de hacer una relación entre la parte operacional de la ley de Gauss y el fenómeno asociado; para establecer dicha relación, el autor propone un experimento que permite a los estudiantes conocer la ley de Gauss desde la experiencia. También, se hace énfasis en la dificultad que tienen los estudiantes para abstraer el vector de campo eléctrico.

- iv. Ulaby, F. T. (2010) Maxwell's Equations I: Gauss's Law for Electric Fields and Gauss's Law for Magnetic Fields. *Fundamentals of Applied Electromagnetics*. Recuperado de <http://my.ece.msstate.edu/faculty/donohoe/ece3313.html>

En este artículo se aborda un experimento para poder visualizar la ley de Gauss, para así calcular el campo eléctrico en tres dimensiones, y muestra la posibilidad de tomar medidas de los potenciales eléctricos a partir de los cuales es posible tener un mejor acercamiento a la ley de Gauss, plantea: "the surface charge distribution on a conductor and the vector electric field produced by that charge is illustrated through experimental measurements".

- v. Donohoe, J. P. (2008). A laboratory experiment to demonstrate Gauss's law for electric fields. *American Journal of physics*, 76(10):963-967. doi: 10.1119/1.2952441

El artículo propone un experimento apropiado para estudiar la ley de Gauss, a partir de la medición de campos electrostáticos de manera sencilla, y haciendo uso de un equipo que se puede construir fácilmente.

- vi. Schneider, M. B. (2004) Discovery-based Gauss's law. Grinnell College Physics Department. *American Journal of Physics*, Vol. (72):1272-1275. doi: 10.1119/1.1773174

En este artículo se analiza el paralelo matemático entre la electrostática y flujo de un fluido laminar para desarrollar un conjunto de problemas que les permitan a los estudiantes descubrir la ley de Gauss.

- vii. Yitzhak, Y. S. (2005) A Suggestion on Teaching Gauss's Law in Elementary Courses. *American journal of Physics*, 40(5), 656-659.

Para introducir la ley de gauss este artículo enfatiza en el diferente rol que juegan las partículas cargadas dentro y fuera de una superficie gaussiana.

Capítulo II: Marco teórico

Para tener un significado profundo acerca de la Ley de Gauss es conveniente, en primera instancia, reconocer el significado de una ley en física y sus implicaciones. En ese sentido, se van a estudiar las recurrencias y la simetría que son características en una ley en física, de modo que sea posible identificar las recurrencias y la simetría que son características en la ley de Gauss. También, en la labor de dar un sentido más profundo a la Ley de Gauss se va a estudiar la relación de dicha ley, con la Ley de Coulomb y la forma como se puede pasar de una a la otra. También, se estudian las diferentes formas presentar la Ley de Gauss y sus diferentes significados es cada forma de presentarla.

Por último, con el fin de reconocer algunos aspectos importantes en la enseñanza de la Ley de Gauss, se describe la importancia de las ideas previas y los contextos en los que se desarrolla la ciencia.

2.1. ¿Qué significado tiene una ley en física?

Con el ánimo de estudiar la Ley de Gauss, de conocer su importancia en el estudio del electromagnetismo y, sobre todo, ver su relevancia como ley general del electromagnetismo, es importante en primera instancia reflexionar acerca del significado de una ley en la Física. Surge entonces la cuestión ¿Qué es una ley en la Física?

Es claro que en la Física se tiene especial interés en entender y describir fenómenos naturales, en esta ardua labor se ha descubierto que los fenómenos están caracterizados por la recurrencia, este término generalmente se asocia con la repetición de comportamientos y movimientos que se observan en los fenómenos naturales.

Desde la antigüedad el ser humano, por distintas razones, se ha interesado por los objetos luminosos en el cielo y se ha dedicado a observarlos con gran atención. Fue quizás observando el cielo que los antiguos descubrieron que las regularidades permean la mayor parte de la naturaleza; eventos como la salida del Sol a diario, el ciclo mensual de la Luna, la salida de las estrellas cada noche, fueron algunos de los fenómenos que permitieron pensar que la naturaleza sigue patrones o ciclos repetitivos. Algún tiempo después, al estudio del comportamiento de estos objetos celestes se le dio el nombre de Astronomía; entonces, de cierto modo, fue la astronomía la que otorgó una de las bases para reflexionar sobre la recurrencia que gobierna el cielo y en cierta medida dio razones para creer que los demás fenómenos naturales obedecen al mismo principio de la

repetición. En este sentido vale la pena mostrar el siguiente comentario de Poincaré (1904) “Y, antes que más nada, fue la astronomía la que nos enseñó que hay leyes. Los Caldeos, los primeros que miraron el cielo con alguna atención, vieron que esa cantidad de puntos luminosos no era una multitud confusa paseando al azar, sino más bien un ejército disciplinado” (p.192).

Una manera de acercarse a estas recurrencias puede plantearse mediante la siguiente cuestión: ¿Pueden estas recurrencias ser descritas y previstas de algún modo? Si algo ocurre una y otra vez, en determinadas condiciones, puede que se logre predecir cuándo y dónde va a ocurrir nuevamente el mismo evento, lo que entra en cuestión es la exactitud de estas predicciones. Para predecir donde y cuando va a suceder algún evento natural muchas veces el lenguaje tradicional, verbal y escrito, sólo da cuenta de descripciones cualitativas y no resulta muy apropiado para prever con cierta exactitud. Es necesario hacer uso de otras herramientas apropiadas para poder prever nuevas recurrencias.

Ahora, valdría la pena preguntar: ¿Mediante cual método se podría tener alguna exactitud con dichas predicciones? Tal vez sea otro lenguaje, diferente al verbal y escrito, el que pueda tener la respuesta. Pueda que sea el razonamiento abstracto y lógico de las matemáticas el que dé la solución a la exactitud deseada para describir el mundo natural. A través de la historia las matemáticas han mostrado que son las herramientas más adecuadas para dar cuenta de las recurrencias. Son las matemáticas las que mejor describen y prevén la recurrencia de los eventos de la naturaleza con confiabilidad; y la confianza que se le da subyace en que las matemáticas no son un simple lenguaje, son más bien un lenguaje y razonamiento, son un lenguaje y lógica, son razonamiento organizado; son, en síntesis, un instrumento para razonar acerca de la descripción y previsión de fenómenos (Feynman, 1965, p.44)

Una ley en Física es una proposición que describe cierta recurrencia y es capaz de predecirla con un alto grado de exactitud. Generalmente, las leyes se escriben en forma matemática y cuentan con una base conceptual. Para que la proposición sea considerada ley debe cumplir ciertos requisitos como que sea consecuente con las observaciones, contar con cierto grado de simetría, que se enmarque en alguna teoría y también, en la medida de lo posible, ser la explicación más sencilla.

Para hacer claridad con respecto al criterio de que una ley debe tener simetría conviene abordar qué es lo que se entiende por simetría en las leyes físicas. Esta simetría es un poco parecida, pero no igual, a la simetría de la que usualmente se habla con respecto a algunas cosas; de la que se hace

referencia cuando son observadas las hojas de los árboles; de la simetría de los objetos que los artistas pintan en sus obras. La simetría a la que se quiere hacer referencia, a propósito de las leyes, es la expuesta por Hermann Weyl “Una cosa es simétrica si se le puede hacer algo tal que, una vez hecho, la cosa se vea como antes” citado en (Feynman, 1965, p.95). La simetría en las leyes físicas entonces significa hacerles cambios a las leyes físicas o a algunos de sus aspectos sin que ocurra algo que pueda alterarlas. Para que sea un poco más preciso, la simetría de las leyes físicas está relacionada con la universalidad de las mismas, con respecto al espacio y a la temporalidad, más específicamente la inalterabilidad de estas leyes independientemente del sistema de referencia o en el tiempo en el que sean analizadas. En este sentido, es importante hablar de dos clases de simetría, la simetría de traslación dimensional y la simetría de traslación temporal. La simetría de traslación dimensional es la que da cuenta de que los eventos no dependen del lugar en donde sucedan y aun así las leyes siguen siendo válidas. Por ejemplo, si se mueve el sistema solar en su totalidad a cualquier otra parte del universo, la ley que describe la fuerza de interacción entre los planetas va a seguir siendo válida, porque esta sólo depende de la distancia entre los cuerpos que interactúan y de sus masas. La simetría de traslación temporal se refiere a que los eventos son independientes del tiempo en que ocurran, es decir, que las diferencias de tiempo no tienen efecto alguno sobre las leyes. Por ejemplo, si en este momento se lanza un objeto en la tierra desde una altura determinada el resultado será el mismo si se lanza el mismo objeto mañana; es necesario aclarar que el resultado podría variar si se varían las condiciones iniciales, pero si no cambian el resultado será el mismo.

De acuerdo con lo anterior, es pertinente analizar lo que significa la simetría de traslación en la Ley de Gauss. Esta ley enuncia la relación entre el flujo del campo través de una superficie gaussiana con la carga encerrada en el interior de esta. Es de resaltar que, para simplificar los cálculos, las superficies imaginarias en las que se encierra la carga para calcular el campo eléctrico suelen ser aquellas cuyas áreas son conocidas. De este modo, si el conductor que esta electrificado

y cumple el papel de carga encerrada, es una barra cilíndrica, la superficie gaussiana que conviene usarse para calcular el campo eléctrico generado por este conductor, es una superficie cilíndrica.

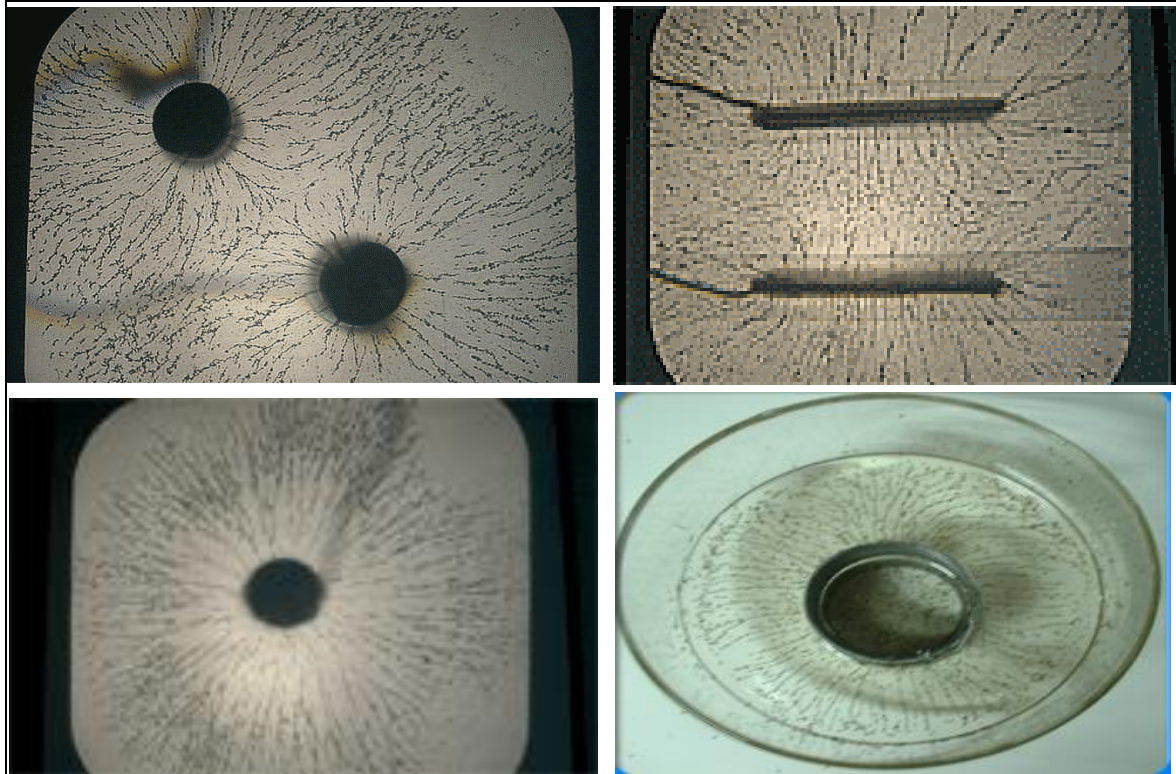


Figura 2: Electrodo electrificados definen la geometría del campo eléctrico. Obtenido de: Senderospedagogicos.blogspot.com

La simetría de traslación está relacionada con la simetría de los conductores electrificados y, a su vez, estos determinan la geometría del campo eléctrico. Los conductores electrificados suelen llamarse electrodos; estos se definen como conductores electrificados, es decir, emiten, deflectan o almacenan transportadores de carga eléctrica. En este último caso, la idea de almacenar expresa que el conductor está electrificado por haber recibido transportadores de carga eléctrica, en virtud de lo cual está electrificado. El procedimiento seguido para electrificar los electrodos es ubicándolos dentro de un circuito eléctrico. Un electrodo cargado positivamente usualmente se llama ánodo y el electrodo cargado negativamente cátodo. Entonces, según la forma de los electrodos electrificados se configura la geometría del campo eléctrico, como se muestra en la figura 2. Para aclarar esto, vamos a abordar la simetría de un cilindro, y luego se abordará la

simetría de otras formas geométricas, como esferas y planos; ya que estas suelen ser las formas de los electrodos.

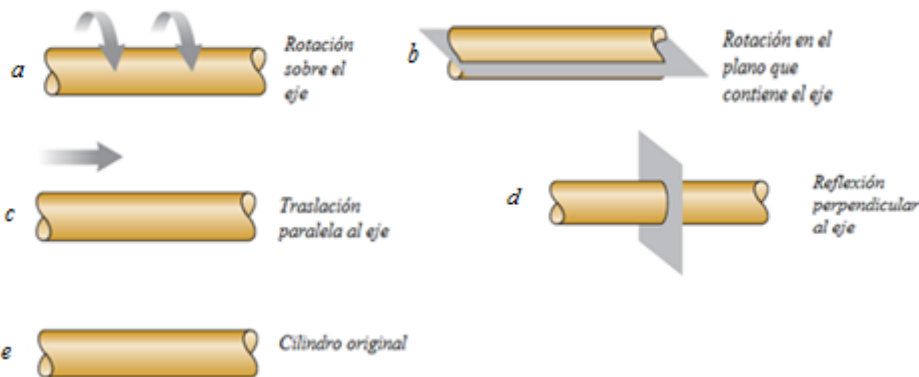


Figura 3: Simetría de un cilindro cargado. Obtenido de: Knight, R. D. (2000).

Imaginemos un mago que está en escena, quien ubica una barra en forma de cilindro dentro de una caja, enseguida rota la barra como indica la figura 3a, sin que el público pueda observar la barra; al mostrarles nuevamente la barra al público, este no puede notar ningún cambio. Ahora, imaginemos que el mago vuelve a tapar la barra y si de alguna forma fuese posible poner un espejo muy grande por la mitad de la barra, sin afectar en nada las propiedades de esta, al destapar nuevamente la caja las personas no ven ningún cambio en la barra, al ver solamente la parte superior de la barra (ver figura 3b). Valdría la pena preguntar ¿Por qué no es posible ver los cambios que realizó el mago? ¿Se tratará de algún tipo de truco o magia? No se trata de magia, mediante la simetría cilíndrica es posible dar respuesta a estos cambios que no pudieron ser evidenciados a simple vista por el público que observa al mago. El cilindro, al ser una forma geométrica con un alto grado de simetría, es posible someterlo a transformaciones, tales como las observadas en las figuras 3a, b, c, y d, y no evidenciar algún cambio. Cabe preguntar ¿Esto qué tiene que ver con la ley de Gauss? Resulta que los cilindros, al igual que las esferas y los planos, son las formas que frecuentemente tienen los electrodos, y como la simetría de estos conductores cuando están

cargados determinan la geometría del campo eléctrico generado por ellos, entonces, resulta conveniente conocer la simetría de las formas geométricas que se usan en los electrodos.

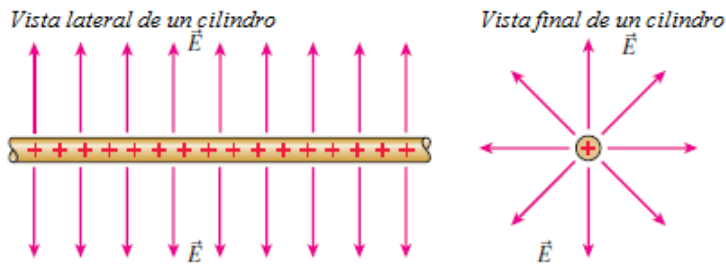


Figura 4: Simetría de las líneas de campo de un cilindro cargado. Obtenido de: Knight, R. D. (2000).

radiales al centro del cilindro.

Las líneas de campo generadas por el cilindro cuando este está cargado siguen teniendo la misma forma que se observan en la figura 4, ya sea que el cilindro se rote alrededor del eje (figura 3a), sea trasladado (figura 3c) o si se refleja con relación a un plano (figuras 3b, 3d). En general, la simetría cilíndrica cumple con los siguientes principios.

- i. Traslación paralela al eje del cilindro. Si el cilindro es infinitamente largo no habrá diferencia si se traslada mucho o poco.
- ii. Rotación alrededor del eje del cilindro. Si se hace alguna rotación del cilindro, no es posible detectar algún cambio en la observación del cilindro y tampoco se observa algún cambio en el campo eléctrico generado cuando el cilindro está cargado.
- iii. Reflexiones en cualquier plano que contiene o es perpendicular al eje del cilindro. Intercambiando la parte superior por la parte inferior, la parte de adelante por la parte de atrás, la derecha por la izquierda, no se detecta ningún cambio.

Estos principios son válidos para el caso de la simetría cilíndrica. Los planos, los cilindros y las esferas son figuras geométricas con una simetría particular. En la figura 5 se muestran las simetrías que habitualmente se estudian a propósito de las formas de los electrodos, esto no quiere decir que son las únicas, pero si las más usuales. En la primera fila de imágenes de la figura 5 se pueden observar las simetrías básicas: la plana, la cilíndrica y la esférica. En la segunda fila de imágenes se ve una serie de figuras reales, con simetrías más complejas: un capacitor de placas paralelas, un cilindro coaxial y esferas concéntricas. Estas figuras más semejantes a las reales están relacionadas con las figuras idealizadas de la primera fila.

Como se puede observar en la figura 4, la forma del campo está determinada por el cilindro cuando este está cargado, de este modo, la vista lateral del cilindro muestra líneas perpendiculares al cilindro y la vista frontal del cilindro muestra líneas

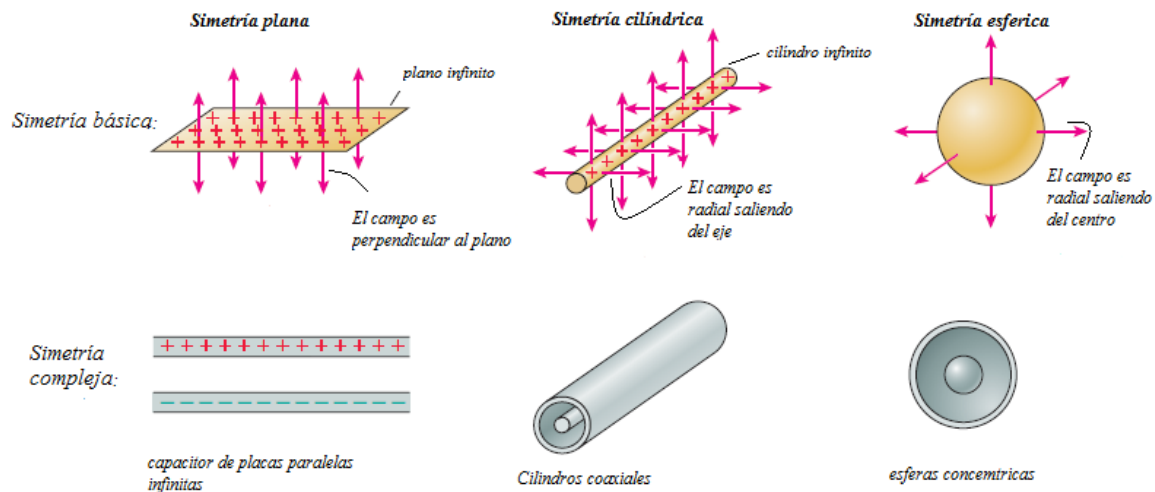


Figura 5: Figuras idealizadas guardan relación con objetos reales. Obtenido de: Knight, R. D. (2000).

En ocasiones, se suponen planos y cilindros infinitos en extensión, para simplificar los cálculos, aunque estos no tengan una existencia real, aun así, son buenos modelos para para calcular el campo eléctrico en lugares no cercanos a los bordes. Algunas esferas están cercanas a ser esferas perfectas, sin embargo, son suposiciones que se hacen con el fin de facilitar los cálculos. Algunas veces se hace uso de la condición de infinitud en los objetos reales a los que se hizo referencia como capacitor de placas paralelas y de los cilindros coaxiales, para reducir la complejidad de los problemas.

A continuación, se describen los parámetros generales que cumple la simetría plana y la simetría esférica:

- i. Para la simetría plana, la traslación paralela sobre el eje es válida, no coincidiendo de la misma manera para la simetría esférica
- ii. La rotación sobre su propio centro y en cualquier ángulo es válido para a simetría esférica, mientras que en la simetría plana solo es válida en un ángulo de 180 grados para que conserve la misma distribución de carga.
- iii. La reflexión tanto en el eje como paralela al eje es válida para ambas simetrías.

La simetría del campo eléctrico está fielmente determinada por la geometría del conductor, así, en todos los casos donde se tenga simetría esférica, cilíndrica o plana es posible determinar la dirección y la magnitud del campo eléctrico desde la simetría de estas formas. Para ello, se emplea la Ley de Gauss como herramienta para este cálculo, debido a que ésta relaciona el flujo de campo a través de una superficie gaussiana con la carga, de otro modo, si se conoce el campo eléctrico es

posible usar la ley de Gauss para establecer los detalles de la simetría del conductor que contiene la carga. Sea cual fuere el caso, siempre es acertado iniciar con la cuestión: ¿Cuál es la simetría del sistema de cargas?

En términos generales, la simetría abordada hasta aquí es a la que se hace referencia cuando se habla de la simetría en la ley de Gauss. Los detalles más específicos de esta ley serán discutidos a continuación.

Retomando el tema de las recurrencias bajo la perspectiva de la ley de Gauss surge una cuestión ¿Cuáles son recurrencias o regularidades que describe la ley de Gauss? Para resolver esto se traen algunos fenómenos que inquietaron a algunos científicos a través de la historia.

El primer fenómeno que se va a abordar fue observado por Michael Faraday en el siglo XIX y es esquemáticamente representado en la figura 6.

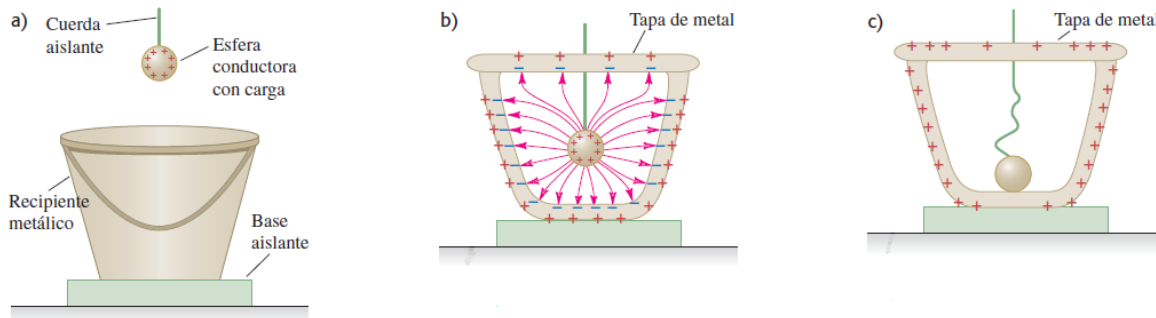


Figura 6: Cubeta de Faraday, es posible evidenciar como la carga se ubica en la superficie de cualquier conductor.

Obtenido del libro: Young, H. D., & Roger A. Freedman. (2009).

En la figura 6a se observa una esfera conductora cargada sujeta por una cuerda aislante y un recipiente metálico parecido a una cubeta, aislado del suelo por un material que es mal conductor. Para observar el fenómeno, es necesario introducir dentro de la cubeta la esfera hasta el centro del recipiente y cerrarlo con una tapa conductora que tiene un orificio en el centro, para que pase la cuerda que sostiene la esfera tal como se observa en la figura 6b. Al estar dentro del recipiente la esfera cargada induce una carga en el exterior de la cubeta de igual magnitud a la de la esfera. Posteriormente, se deja descender la esfera hasta que toque el fondo de la cubeta, de la misma forma que se observa en la figura 6c. La experiencia muestra que al sacar la esfera de la cubeta ya no tiene exceso de carga y la cubeta queda electrificada. Siempre que se pueda llevar a cabo el experimento se evidenciará el mismo resultado, la carga se ubica en el conductor exterior. Esta es una recurrencia que se presenta al llevar a cabo esta experiencia. La ley de Gauss propone una explicación a esta recurrencia del siguiente modo: se dice que el conductor cargado al hacer

contacto dentro de la cubeta pasa a ser parte del mismo sistema de conductores en contacto y, según los cálculos teóricos de la ley de Gauss, las cargas siempre se van a situar en la superficie de cualquier conductor, entonces, la superficie inmediata a todo el sistema es solo la cubeta y esto explica porque la carga se transfiere a la cubeta y porque al sacar la esfera ya no está electrificada.

La segunda experiencia también fue observada por Michael Faraday y es conocida con el nombre de jaula de Faraday. Esta presenta otro hecho importante en la explicación de las recurrencias. Cuando se somete un conductor hueco a un campo eléctrico, tal como se muestra esquemáticamente en la figura 7.

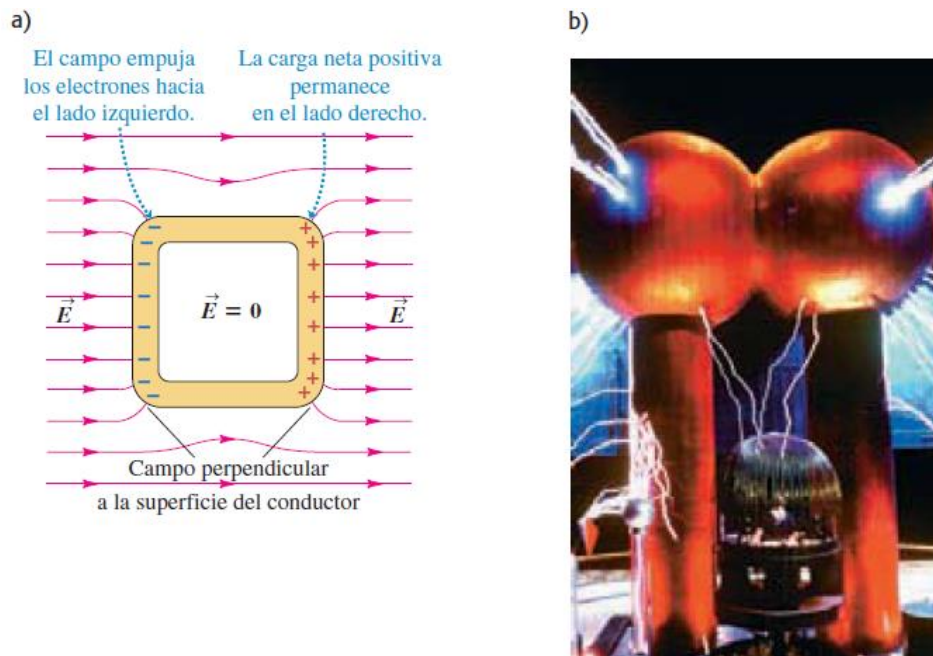


Figura 7: Jaula de Faraday, una caja conductora sometida a un campo eléctrico E muestra que el campo eléctrico dentro de la caja es cero debido a la redistribución de cargas en el conductor. Tomado del libro: Young, H. D., & Roger A. Freedman. (2009).

La experiencia muestra que, al someter un conductor con una cavidad en su interior, tal como una caja metálica o una esfera hueca, a un campo eléctrico, el conductor actúa como un aislante del campo dentro del mismo, es decir que el campo en cualquier punto dentro de la caja es cero, como muestra la figura 7. Al realizar esta experiencia en varias oportunidades se puede llegar a la conclusión que este fenómeno se repite, es decir que se trata de una recurrencia. La ley de Gauss sugiere como explicación a esta recurrencia que el conductor al estar en un campo eléctrico se inducen unas cargas que a su vez generan un campo eléctrico total en el interior de la cavidad de

tal forma que la resultante del campo en el interior del conductor es cero. Las líneas de campo se ven afectadas ante la nueva distribución de las cargas en el conductor.

En electromagnetismo, en muchas ocasiones, se recurre a experiencias diseñadas, porque son fenómenos que no resultan evidentes o simplemente no se encuentran a simple vista, a diferencia de otras recurrencias que a diario son posibles observar sin necesidad de algún arreglo experimental como, por ejemplo, la caída de cuerpos por efecto del campo gravitacional de la tierra.

Con las anteriores aclaraciones resulta un poco más claro lo que significa una ley en física y todas las implicaciones que a ella subyacen tal como las recurrencias, la simetría de las leyes y su relación con las observaciones además permite introducir al estudio más profundo de la ley de Gauss.

2.2. Ley del inverso del cuadrado de la distancia

La Ley de Coulomb fue propuesta por Charles Coulomb, después de construir un instrumento llamado la balanza de torsión que le permitió determinar la fuerza de interacción, atracción y repulsión, entre cargas eléctricas, logrando encontrar una relación simple y directa, que plasmó en una ecuación en donde la fuerza es proporcional a las cargas y disminuye con el inverso del cuadrado de la distancia. Es posible expresar esta ley mediante la siguiente ecuación vectorial

$$F_2 = K \frac{q_1 q_2 \hat{r}_{21}}{r_{21}^2} \quad (1)$$

Donde F_2 es la fuerza que actúa sobre la carga 2, q_1 y q_2 son cantidades escalares que representan el valor y el signo de las cargas que intervienen, \hat{r}_{21} es el vector unitario que indica que la fuerza es paralela a la línea que une las cargas, K es la constante de Coulomb con un valor definido y r_{21} es la distancia entre las cargas.

La ley de Coulomb puede usarse para calcular la interacción eléctrica par a par (como muestra la ecuación 1), de cualquier conjunto de partículas cargadas, esto se puede llevar a cabo gracias al principio de superposición. Este principio enuncia que se pueden combinar dos conjuntos de fuentes de campo en un sistema, adicionando una a la otra sin alterar su configuración. En general “este principio afirma que la fuerza sobre una carga colocada en un punto del sistema combinado será la suma vectorial de las fuerzas que cada conjunto de cargas, actuando por separado, ocasiona al actuar sobre la carga colocada en tal punto” (Purcell, 1988, p.7).

Suponiendo que hay una distribución de cargas q_n y, ahora, no se quiere conocer la fuerza de interacción entre las cargas, sino el efecto sobre una carga de prueba q_0 , que este en sus cercanías, es posible calcular la fuerza sobre q_0 conociendo la posición en coordenadas x, y, z . Entonces, la fuerza sobre la carga q_0 es:

$$F_0 = K \sum_{i=1}^N \frac{q_0 q_i \hat{r}_{0i}}{r_{0i}^2} \quad (2)$$

Donde \hat{r}_{0i} es el vector que va desde la carga i ésima en el sistema de cargas hasta la carga q_0 con coordenadas en x, y, z y q_0 representa la carga de prueba sobre la que actúa una fuerza. Pero, como la fuerza es proporcional a q_0 , si se divide esta ecuación en q_0 , se obtendrá una función vectorial que solo dependerá del sistema inicial de cargas q_n y de la posición x, y, z . A esta magnitud vectorial que depende de x, y, z se le conoce con el nombre de campo eléctrico originado por las q_n cargas y se representa con el vector \hat{E} . A cada una de las q_n cargas se les conoce como fuentes o manantiales del campo. La ecuación que representa el campo queda representada de la siguiente forma

$$E(x, y, z) = K \sum_{i=1}^N \frac{q_i \hat{r}_{0i}}{r_{0i}^2} \quad (3)$$

El campo eléctrico es otra manera de describir el sistema de cargas, como es mostrado por la ecuación, da como resultado la fuerza por unidad de carga, en modulo y dirección, que experimentaría una carga de prueba q_0 colocada en cualquier punto. Más adelante se aborda una descripción más profunda del campo eléctrico a partir la Ley de Gauss.

En forma precisa es posible establecer que la Ley de Coulomb fue la primera ley en dar razón acerca del campo eléctrico de un modo cuantitativo. También, que esta ley se planteó en un tiempo en donde se tenía la concepción que todos los fenómenos físicos tenían una explicación mecánica, acorde con la teoría de Newton, que para la época había mostrado ser de gran precisión para explicar los fenómenos gravitacionales, en ese sentido, es posible ver que esta ecuación guarda una cierta semejanza con la ecuación planteada por Newton que dio razón acerca de la interacción gravitacional entre masas que, semejante a la ley de Coulomb, depende del inverso del cuadrado de la distancia y de las fuentes del campo.

2.3. Ley de Gauss

En electromagnetismo clásico hay una ley que da razón acerca de la relación entre el campo eléctrico y la carga eléctrica que lo produce, con esta ley es posible tener una comprensión más profunda del campo eléctrico que la dada por la Ley de Coulomb. La Ley de Coulomb es una forma simple y directa de expresar la fuerza eléctrica, mientras que la Ley de Gauss es más sutil, más elegante y, en ocasiones, más útil (Gettys, et al., 1991, p.546). Para entender la Ley de Gauss es preciso enunciar en primera instancia una propiedad matemática de los campos vectoriales, a saber, el flujo vectorial y esto dará una base para entender el flujo eléctrico, un concepto con el que se pueden facilitar los cálculos del campo eléctrico a partir de la simetría, por lo tanto, es de gran importancia en la comprensión de la ley de Gauss.

2.3.1. Flujo eléctrico.

Para describir la ley de Gauss usando el concepto de campo, y relacionándolo con sus fuentes, en primera instancia, resulta útil definir una propiedad matemática de los campos vectoriales, se trata del flujo vectorial, el cual determina la cantidad de líneas de campo vectorial a través de una superficie cerrada. Para una superficie cerrada cualquiera, el flujo vectorial neto (saliente y entrante) está dado por el producto de la componente de la magnitud según la dirección hacia afuera, por el área de la superficie (Feynman, 1963, p.15).

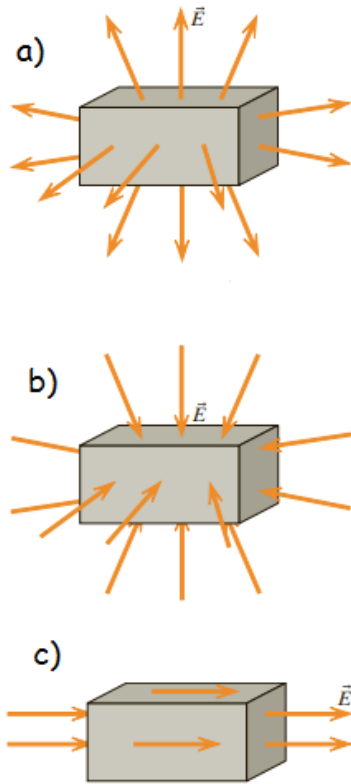


Figura 8: Líneas de campo salientes, entrantes y a través de una caja. Recuperado de (Ruth W. & Sherwood, 2007, p.866)

Ahora, se van a analizar una serie de patrones de campo eléctrico producidos por cargas encerradas en objetos en tres dimensiones tal y como muestra la figura 8. En el apartado a, b y c de esa figura es posible ver líneas de campo salientes, entrantes y a través de una caja respectivamente ¿sería posible inferir qué cargas son responsables de esos patrones de líneas de campo? En este punto es indicado señalar que la ley de Gauss relaciona los patrones de campo eléctrico en una superficie cerrada con la cantidad de carga encerrada en esa superficie. Para mostrar esto, es necesario describir lo siguiente: es posible inferir que en la figura 8a hay cierta carga positiva que produce esa distribución de líneas de campo; en la figura 8b se puede inferir que dentro hay cierta carga negativa que produce esa distribución de líneas de campo y en la figura 8c es posible inferir que no hay carga dentro de la superficie porque esa particular distribución muestra que las líneas de campo entrante son las mismas que las salientes. (Ruth W. & Sherwood, 2007, p.867)

Por otro lado, si se analiza la figura 9, donde se observa una sola cara de una caja, es posible concluir que un patrón de campo como ese puede ser producido por varias posibles configuraciones

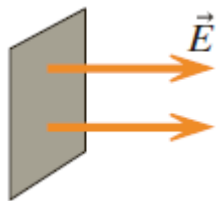


Figura 9: Líneas de campo a través de una cara de una caja. Recuperado de (Ruth W. & Sherwood, 2007, p.867)

de cargas. Se puede decir que puede ser producido por la parte izquierda de una placa cargada positivamente, también, por la parte derecha de una placa cargada negativamente o por ambas. Entonces, existe una gran diferencia entre una superficie que no encierra un espacio en 3 dimensiones o “abierta” como la figura 9 y una superficie cerrada que encierra una región en el espacio como la figura 8. Mientras que no es posible inferir la carga que produce un determinado patrón en una superficie “abierta”, en una superficie cerrada se pueden dar indicios acerca de la carga que encierra. En ese sentido, se hace explícita la conexión entre el patrón de campo eléctrico en una superficie

cerrada y la cantidad de carga encerrada en la superficie. (Ruth W. & Sherwood, 2007, p.867)

Ahora, es válido preguntar ¿Cómo establecer una relación cuantitativa entre los patrones de campo eléctrico y la carga dentro de la superficie? Para ello es necesario definir tres propiedades

relacionadas con las líneas de campo eléctrico y con la carga encerrada en la superficie que, en última instancia, son las propiedades del flujo eléctrico.

La primera propiedad esta relacionada con dirección del campo eléctrico y establece que una carga debe ser positiva donde las líneas de campo apunten hacia afuera de la caja, negativa donde las líneas de campo apunten hacia adentro de la caja y cero donde el campo eléctrico no perfora la superficie. De este modo, en la figura 8c se puede concluir que no hay carga porque para la cara derecha el flujo es +1, para la izquierda -1 y para las otras caras 0, todo esto equivale a cero y esto significa que la carga no esta dentro de la caja. (Ruth W. & Sherwood, 2007, p.869)

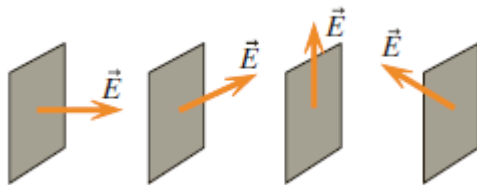


Figura 10: Serie de superficies abiertas en las que el elemento de ángulo varía gradualmente de +1 a 0 y a valores negativos. Recuperado de (Ruth W. & Sherwood, 2007, p.869)

Entonces, se dice que el signo del flujo eléctrico esta relacionado con el ángulo que las líneas de campo eléctrico hacen con la superficie. El elemento de ángulo varía entre +1, que es en dirección hacia fuera y perpendicular a la superficie, y -1, que es en dirección hacia adentro y perpendicular a la superficie, y es cero si las líneas

campo eléctrico son paralelas a la superficie. Los valores de +1, -1 y 0 son los extremos, y para expresar los diferentes grados que pueden tomar las líneas de campo respecto a la superficie en el rango de -1 a +1, es necesario parametrizar el elemento de ángulo como el coseno de un ángulo entre el vector de campo eléctrico y la normal hacia afuera de un vector unitario que es perpendicular a la superficie. En la figura 10 se evidencia una serie de superficies abiertas en las que el elemento de ángulo varía gradualmente de +1 a 0 y a valores negativos. (Ruth W. & Sherwood, 2007, p.869)

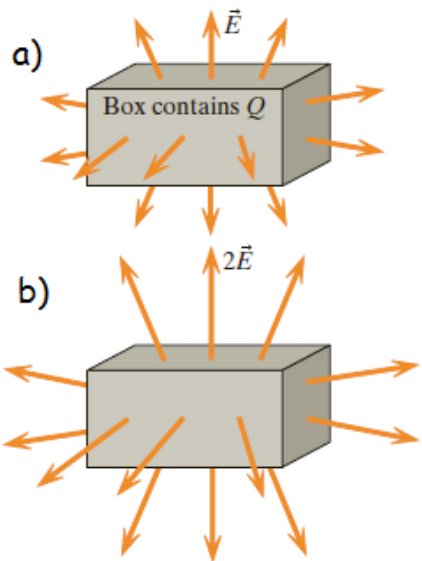


Figura 11: Dos cajas de igual tamaño. Se sabe que la figura 11a contiene carga Q . Recuperado de (Ruth W. & Sherwood, 2007, p.869)

La segunda propiedad esta relacionada con la magnitud del campo eléctrico y establece que el campo es directamente proporcional a la carga y, a su vez, son proporcionales al flujo, de este modo, si se observa la figura 11 en la que las cajas son de igual tamaño y se sabe que la figura 11a contiene carga Q ¿Qué se podría decir respecto al flujo a través de la caja de la figura 11b si el campo en esta caja es dos veces el de la caja en 11a? Como, según la definición, el flujo eléctrico tiene la propiedad de ser proporcional al campo, significa que dos veces el campo es dos veces el flujo. También, esto quiere decir que la carga encerrada en la caja 11b es dos veces la encerrada en la caja 11a. Entonces, el flujo eléctrico es proporcional al campo eléctrico E , del mismo modo que es proporcional al $\cos\theta$ y, por

lo tanto, la definición del flujo contiene el producto $E \cos\theta$. (Ruth W. & Sherwood, 2007, p.869).

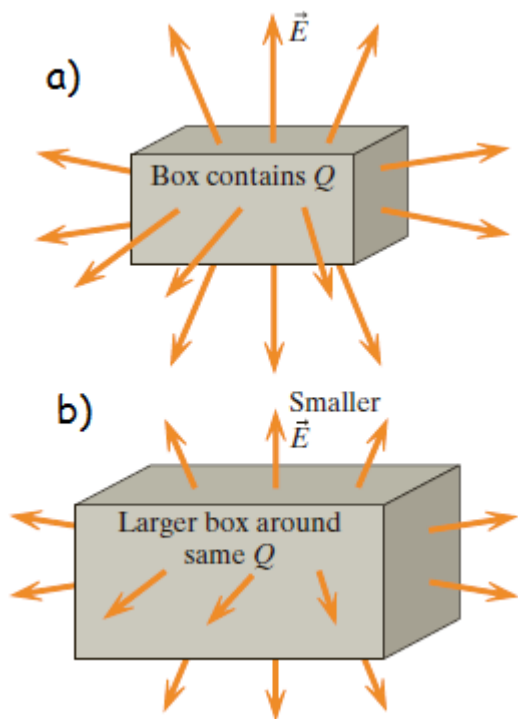


Figura 12: Dos cajas que encierran la misma carga Q . Recuperado de (Ruth W. & Sherwood, 2007, p.870)

La tercera propiedad está relacionada con el área de la superficie. En la figura 12 hay dos cajas, la 12a más pequeña que la 12b, ambas encierran la misma carga Q , pero, como se evidencia en la figura, los vectores de campo eléctrico en la superficie en 11a son más largos que los de la superficie en 11b porque las superficies tienen diferentes distancias a la carga encerrada. Sin embargo, es necesario definir que el flujo es el mismo, tanto para la caja con largas líneas de campo como para la caja con pequeñas líneas de campo, porque ambas superficies encierran la misma carga Q . Por lo tanto, esto apunta a que la definición de flujo eléctrico relaciona el área de la superficie A . Entonces, el flujo eléctrico se define como $\mathbf{E} \cdot \mathbf{n}A$. (Ruth W. & Sherwood, 2007, p.870)

La dirección y la magnitud de \mathbf{E} puede variar de un lugar a otro en una superficie grande, por lo que es necesario definir el flujo eléctrico en pequeñas áreas ΔA sobre las cuales hay poca variación del campo eléctrico. Con lo anterior, una forma útil de definir el flujo eléctrico en una pequeña superficie es $\mathbf{E} \cdot \mathbf{n}\Delta A$ y se agregan todas las contribuciones para obtener el flujo eléctrico en toda la superficie, de este modo se expresa la siguiente definición de flujo eléctrico:

$$\text{Flujo eléctrico en una superficie} = \sum_{\text{superficie}} \mathbf{E} \cdot \mathbf{n}\Delta A$$

Ahora, si se divide la superficie en un número infinito de áreas infinitesimales, esta sumatoria se expresa como una integral.

$$\text{Flujo eléctrico en una superficie} = \oint \mathbf{E} \cdot \mathbf{n}dA$$

Para reforzar lo anterior se analiza la siguiente situación.

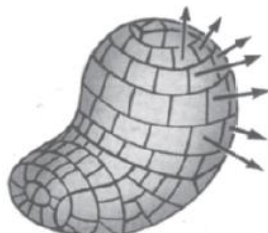
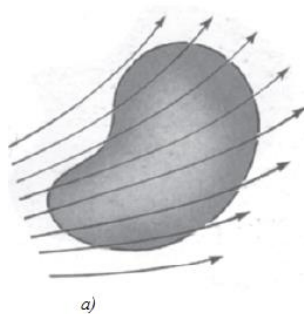


Figura 13: Forma esquemática de representar los vectores de área a través de una superficie arbitraria cerrada que es atravesada por un campo eléctrico. Obtenido de: (Purcell, 1988, p.22).

Suponga un campo eléctrico en el espacio y que una superficie cerrada arbitraria es atravesada por este, como muestra esquemáticamente la figura 13a. Si se divide la superficie en partes muy pequeñas como muestra la figura 13b, tan pequeñas que cada una de ellas parecerá plana, el vector de campo no varía apreciablemente de un lugar a otro. El área tiene un determinado valor en centímetros cuadrados, en cada pequeña parte, y la dirección y sentido lo da la normal a la superficie hacia afuera que resulta ser única para cada parte. Para representar este módulo, sentido y dirección se hará uso de un vector, para cada una de las j partes en que se dividió la superficie, existe un vector \mathbf{a}_j asociado, que da su área y orientación, figura 13c. Es de resaltar que el vector \mathbf{a}_j no depende de la forma de la parte que se haya tomado, no importa cómo se haya dividido la superficie mientras los pedazos sean lo suficientemente pequeños (Purcell, 1988, p.22).

Si el vector \mathbf{E}_j es el vector que representa el campo eléctrico en la posición de cualquier j parte, el producto entre los dos vectores $\mathbf{E}_j \cdot \mathbf{a}_j$ será un escalar que representa el flujo eléctrico a través de alguna de las superficies.

Entonces, el flujo eléctrico, en resumidas cuentas, hace referencia a la cantidad de líneas de campo que atraviesan una superficie, a esta superficie se le conoce con el nombre de superficie Gaussiana. Para operar matemáticamente con el flujo eléctrico, se usa la representación Φ . La ecuación que describe el flujo es:

$$\Phi_E = \oint \mathbf{E} \cdot \mathbf{n} dA \quad (4)$$

“Esta integral de superficie indica que la superficie en cuestión debe dividirse en elementos infinitesimales de área dA y que debe evaluarse la cantidad escalar $\mathbf{E} \cdot d\mathbf{A}$ para cada elemento y hacer la suma para toda la superficie” (Halliday & Resnick, 1961, p.36)

Entre las características del flujo, que es una propiedad de los campos vectoriales, se enuncia que, si las líneas de campo resultantes apuntan hacia afuera, el flujo neto es positivo, si las líneas de campo resultantes apuntan hacia adentro el flujo neto es negativo, y si la cantidad de líneas entrante y saliente es el mismo, el flujo eléctrico neto es cero. Para aclarar esta situación se acude a la siguiente imagen.

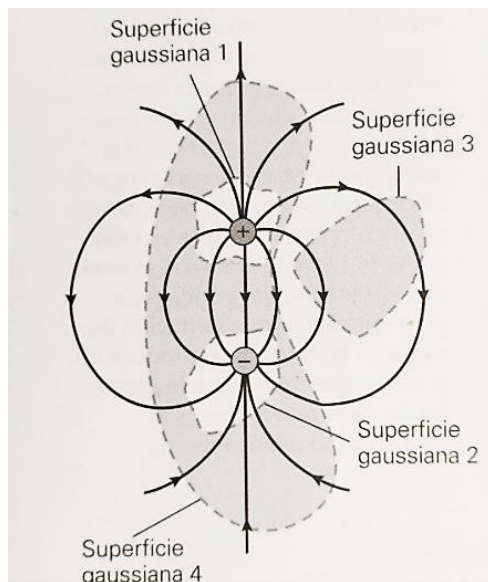


Figura 14: Líneas de campo eléctrico a través de superficies cerradas. Recuperado de: Wilson, Buffa, & Lou, 2007

En la figura 14 es posible evidenciar 4 superficies gaussianas cerradas, algunas de ellas coinciden con partículas cargadas eléctricamente y otras no. Por ejemplo, la superficie gaussiana 1 encierra una carga positiva, la superficie es atravesada por las líneas de campo saliente producidas por la partícula cargada, por lo que es preciso enunciar que hay un flujo de campo eléctrico neto hacia afuera, en otras palabras, hay un flujo positivo. También, la superficie gaussiana 2 encierra una carga negativa, la superficie es atravesada por las líneas de campo saliente producidas por la partícula cargada, por lo que es preciso enunciar que hay un flujo de campo eléctrico neto hacia adentro, en otras palabras, hay un flujo negativo. Ahora, si

se analiza la superficie gaussiana 3 es posible ver que no encierra ninguna carga eléctrica, sin embargo, la superficie es atravesada por la misma cantidad de líneas de campo entrante y saliente, por tanto, no hay flujo de campo o hay un flujo neto igual a cero. Lo interesante resulta al analizar

la superficie gaussiana 4 en la que el flujo neto es cero porque la cantidad líneas de campo entrante y saliente es el mismo.

Seguramente se pensará si ¿este flujo de líneas de campo es real? o simplemente es un “truco matemático” que se utiliza para cálculo de campos eléctricos. La respuesta a esta pregunta únicamente la puede dar la experimentación, la cual da una certeza de la existencia real del campo y su operador matemático el flujo (Feynman, 1963)

Mediante la ley de Gauss es posible establecer la relación que existe entre el flujo (Φ_E) y la carga (q) encerrada en una superficie. Esta relación indica que el flujo eléctrico a través de una superficie cerrada arbitraria es igual a la carga neta encerrada por la superficie dividida en e_0 . En forma de ecuación y de manera general se puede escribir que:

$$e_0 \Phi_E = q$$

O de manera más específica

$$e_0 \oint \mathbf{E} \cdot \mathbf{n} dA = q \quad (5)$$

Esta ley tiene una gran utilidad en casos donde hay simetría, sin embargo, también es posible aplicarla en casos donde no existe simetría, resaltando que es mucho más fácil de usar en los primeros casos. La anterior forma de enunciar la ley de Gauss es conocida como forma integral. También, es posible escribirla en las siguientes formas.

2.3.2. Formas de la Ley de Gauss.

Es posible representar la Ley de Gauss en forma diferencial e integral. A continuación, se describe como se llega a cada una de estas formas y se establece su significado en dicha forma de representar la ley.

2.3.2.1. Forma diferencial.

Teniendo en cuenta el teorema de Gauss de la divergencia

$$\oint \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} dA = \iiint \nabla \cdot \mathbf{F} dV \quad (6)$$

Donde,

F: Campo vectorial

V: Volumen

S: Superficie

ρ : Densidad volumétrica

Sabiendo que la carga se relaciona con la densidad mediante la siguiente ecuación:

$$q = \int \rho dV \quad (7)$$

Y conociendo la forma integral de la Ley de Gauss

$$\frac{q}{e_0} = \oint \mathbf{E} \cdot \mathbf{n} dA$$

Se procede a remplazar los valores conocidos

$$\int \frac{1}{e_0} \rho dV = \oint \mathbf{E} \cdot \mathbf{n} dA$$

$$\frac{1}{e_0} \int \rho dV = \int \nabla \cdot \mathbf{E} dV$$

Como ambos miembros de la ecuación tienen diferenciales volumétricas y la expresión debe ser cierta para cualquier volumen, se obtiene que:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{1}{e_0} \rho \quad (8)$$

Donde ∇ representa la divergencia y ρ es la densidad volumétrica.

¿Qué significado otorga esta forma de la Ley de Gauss?

Mediante esta forma de la Ley de Gauss es posible determinar que, debido a la definición de la divergencia, cuando la divergencia del campo eléctrico en algún punto es positiva, significa que hay fuentes de campo, es decir, hay cargas positivas encerradas en la superficie gaussiana; si la divergencia en algún punto es negativa, significa que hay sumideros, es decir, cargas negativas encerradas en la superficie gaussiana y si la divergencia en algún punto es cero, significa que no hay carga neta encerrada en la superficie gaussiana. En ese sentido, esta forma de ver la Ley de Gauss permite saber, determinando el valor de la divergencia, el signo que tiene la carga que encierra la superficie gaussiana y si está encerrando alguna carga.

2.3.2.2. Forma integral.

Conociendo la ley de Gauss en notación diferencial

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{1}{e_0} \rho$$

Se aplica el teorema de Gauss de la divergencia

$$\int \nabla \cdot \mathbf{E} dV = \oint \mathbf{E} \cdot \mathbf{n} dA$$

Remplazando

$$\begin{aligned} \int \frac{1}{\epsilon_0} \rho dV &= \oint \mathbf{E} \cdot \mathbf{n} dA \\ \frac{1}{\epsilon_0} \int \rho dV &= \oint \mathbf{E} \cdot \mathbf{n} dA \\ \frac{q}{\epsilon_0} &= \oint \mathbf{E} \cdot \mathbf{n} dA \end{aligned} \quad (9)$$

Se obtiene la ley de Gauss en forma integral

¿Qué significado otorga esta forma de la Ley de Gauss?

Esta forma de ver la Ley de Gauss indica que las contribuciones del campo eléctrico sobre una superficie cerrada dependen de la forma del contenedor de la carga eléctrica y el ángulo que formen los diferenciales de área con el campo. Otra de las implicaciones de esta forma de la ley es que el campo eléctrico es proporcional la carga encerrada por la superficie, en ese sentido, el flujo eléctrico es también proporcional a la carga encerrada en la superficie gaussiana.

Esta ley es de gran utilidad para obtener el campo eléctrico producido por una distribución de cargas que posea un alto grado de simetría. Si una distribución de carga posee simetría¹, la dirección del campo puede conseguirse mediante un sencillo reconocimiento de la forma geométrica y su simetría, sin ser necesario realizar algún cálculo. El primer importante paso es escoger la superficie gaussiana útil para que pueda ser determinado el flujo de forma inmediata (Gettys, J. Keller, & J. Skove, 1991, p.254)

2.4. Relación entre la Ley de Gauss y la Ley Coulomb

En ocasiones, se dice que la ley de Coulomb y la ley de Gauss son leyes que sirven para los mismos fines, encontrar el campo eléctrico, entonces, se tiende a creer que son equivalentes. Pero, hay que tener presente que son leyes que tienen grandes diferencias como por ejemplo: que su origen se dio en distintas épocas, en donde se tenían diferentes maneras de concebir el mundo;

¹ Las figuras geométricas con alto grado de simetría, como fue dicho anteriormente, son: la simetría cilíndrica, esférica y plana.

también, que la primera ley enunciada describe las interacciones de la electrostática y la segunda, además de interacciones electrostáticas, describe interacciones de campo eléctrico variable; otra diferencia es que la ley de Gauss es más general que la de Coulomb al ser una de las leyes del electromagnetismo clásico que describe el campo eléctrico.

La ley de Coulomb fue planteada bajo la perspectiva de un modelo de acción a distancia. En este modelo, se intentaba dar una explicación mecanicista² a las acciones físicas, en ese sentido “La fuerza entre dos cuerpos, según la ley de Newton, depende tan sólo de la distancia; el tiempo no interviene en su formulación. ¡La fuerza tiene, pues, que pasar instantáneamente de un cuerpo a otro!” (Einstein & Infeld , 1896, p.95) Por la alta eficacia que había mostrado tener la ley de Newton en la descripción de la interacción de fuerzas entre cuerpos, y según la concepción filosófica que se tenía, todas las fuerzas deberán depender únicamente de la distancia y actuar en la línea de unión de las partículas entre las que se manifiesta. Bajo esta concepción fue planteada la ley de Coulomb que, al igual de la ley de ecuación gravitación de Newton, la fuerza de interacción entre dos cargas solo depende del inverso del cuadrado de la distancia y de ningún modo interviene el tiempo. De este modo, las acciones se transmitirían a la distancia sin límite en la velocidad de trasmisión, es decir, con una velocidad infinita. Por ejemplo, bajo este modelo, si el sol fuese quitado por un gigante se podría apreciar el efecto gravitacional sobre la tierra instantáneamente, que dejaría instantáneamente su órbita, quedando a la deriva en el espacio.

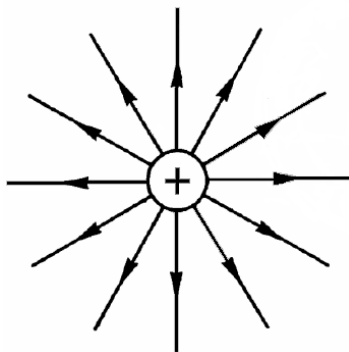


Figura 15: Representación de un conjunto de líneas de fuerza de una carga eléctrica positiva. Tomado de: Einstein, A., & Infeld, L. (1896)

La ley de Gauss se dio bajo la concepción del modelo de campo, en el cual la trasmisión de acciones físicas ya no es más instantánea, sino que se da en un tiempo finito. Se propone una representación gráfica del modelo de campo, en este caso del campo eléctrico (Figura15). Nótese en este esquema una manera de representar la dirección de la fuerza de una partícula con carga eléctrica positiva, con unas líneas, llamadas líneas de fuerza, que apuntan radialmente del centro de la partícula cargada. Estas líneas de fuerza representan la repulsión que experimentaría una carga, llamada carga de prueba, ubicada en alguna parte cerca de la partícula cargada. De este modo las líneas alrededor de la carga positiva indican la dirección de las fuerzas repulsivas

² Con mecanicista se está refiriendo a la explicación que se le quería dar en una época a los fenómenos naturales, según la cual las fuerzas dependan de la distancia como fue enunciado por Newton al describir las fuerzas gravitacionales.

correspondientes a distintas posiciones de una carga de prueba, en otras palabras, son líneas tangentes a la fuerza. Realmente la representación debería ser pensada en el espacio y no como algo plano. (Einstein & Infeld , 1896, p.94) Entonces, el conjunto total de líneas de fuerza, o, mejor dicho, el campo, muestra cómo se comportaría una carga de prueba puesta cerca de la partícula, el campo eléctrico de una carga positiva es así representado (Figura 15). De esta representación, también, es posible resaltar otros aspectos como: Las líneas de campo son siempre perpendiculares al cuerpo cargado; todas las líneas se reúnen cerca de la carga, de este modo, la densidad de líneas de fuerza es mayor entre más cerca este una carga de prueba de la partícula cargada y menor cuanto más lejos este, asimismo, como las líneas representan la fuerza, la fuerza mudara en la misma proporción de la densidad de líneas de fuerza, variando inversamente al cuadrado de la distancia. Para dar un ejemplo, si se conoce la densidad de líneas de fuerza y la fuerza, en cierto punto, y si se aumenta dos o tres veces la distancia, la densidad se hará cuatro o nueve veces menor respectivamente. En resumidas cuentas, la representación gráfica del campo, correctamente interpretada, indica, pues, la dirección de la fuerza eléctrica y su variación según la distancia.

Ahora, para hacer claridad con respecto al criterio de la velocidad de las transmisiones en el modelo de campo, se hace el siguiente planteamiento: si se coloca una carga de prueba sobre el campo de una partícula cargada ¿Con que velocidad se propaga la acción de una fuerza, sobre la carga de prueba, a través de la línea de fuerza que une las dos cargas? Si se estuviese razonando bajo el modelo de acción a distancia se diría que la velocidad de transmisión sería infinitamente grande. Pero, bajo el modelo de campo se considera que la transmisión a través de la línea de fuerza se da en un tiempo finito.

Siguiendo el ejemplo del posible desplazamiento del sol de su posición entre los planetas, al ser quitado, el sol, solo se podría ver la ausencia de luz sobre la tierra hasta pasados 8 minutos, debido a la gran distancia que hay entre la tierra y el sol, en esta manera de concebir las acciones físicas implica que toda acción tiene un tiempo transmisión que depende de las condiciones.

Para calcular los valores de un campo eléctrico estático es posible hacerlo a partir la ley de Coulomb o de la ley de Gauss. La ley de Coulomb es una representación directa y simple de expresar la fuerza eléctrica. Mientras que, la ley de Gauss es una forma más elegante y, en ocasiones, más útil que la ley de Coulomb, También, el uso de la ley de Gauss requiere un poco más de habilidad matemática, pero, da una visión más profunda del campo eléctrico, además de tener otras aplicaciones para calcular campos eléctricos variables en el tiempo.

Es posible a partir de la ley de Coulomb y el principio de superposición obtener la ley de Gauss dándole la misma base experimental:

Como resultado del experimento de la balanza de torsión de Coulomb se obtiene una expresión para el campo eléctrico. Con algunas operaciones es posible obtener el campo eléctrico producido por una carga puntual:

$$\mathbf{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{\mathbf{r}} \quad (10)$$

2.4.1. Flujo a través de una superficie debido a una partícula cargada exterior.

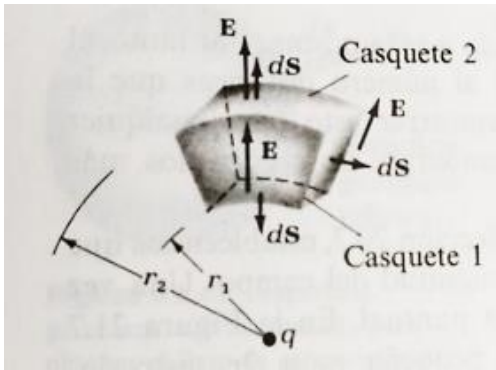


Figura 16: Flujo eléctrico a través de una superficie gaussiana en forma de bloque redondeado. Obtenido de: Wilson, Buffa, & Lou, 2007

Teniendo en cuenta la figura 16, Considere el flujo a través de la superficie gaussiana en forma de bloque redondeado. La superficie está formada por dos casquetes esféricos con centros en una partícula cargada y cuatro planos alineados lateralmente con la partícula. La carga eléctrica q , exterior al bloque, produce un campo eléctrico descrito por la ecuación 10. Así, el flujo a través de las cuatro superficies alineadas con la partícula es cero porque el campo eléctrico \mathbf{E} es perpendicular al vector $d\mathbf{S}$ en todos los puntos. El flujo por el casquete 1 Φ_{E1} es

negativo, suponiendo que q es positiva, debido a que la dirección de \mathbf{E} y $d\mathbf{S}$ son opuestas en todo el casquete:

$$\int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = - \int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S}$$

Adicional a esto, \mathbf{E} es el mismo para todos los puntos del casquete y por tanto sale de la integral:

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_1^2}$$

Entonces

$$\begin{aligned} \Phi_{E1} &= - \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_1^2} \int dS \\ \Phi_{E1} &= - \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_1^2} \Delta S_1 \end{aligned} \quad (11)$$

Donde ΔS_1 es el área del casquete 1. El flujo Φ_{E2} en el casquete 2 se calcula del mismo modo que en el caso anterior, con la diferencia que ahora es positivo porque \mathbf{E} y $d\mathbf{S}$ van en la misma dirección.

$$\Phi_{E2} = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_2^2} \Delta S_2 \quad (12)$$

Donde ΔS_2 es el área del casquete 2. Como los dos casquetes están limitados por los mismos planos radiales, la relación entre sus áreas es igual a la relación entre sus radios al cuadrado:

$$\frac{\Delta S_2}{\Delta S_1} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$$

Si se sustituye este resultado en la ecuación 12 se obtendrá

$$\begin{aligned} \Phi_{E2} &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_2^2} \frac{r_2^2}{r_1^2} \Delta S_1 \\ \Phi_{E2} &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_1^2} \Delta S_1 = -\Phi_{E1} \end{aligned}$$

Entonces, el flujo neto en toda la superficie cerrada es

$$\begin{aligned} \Phi_E &= \Phi_{E2} + \Phi_{E1} \\ \Phi_E &= -\Phi_{E1} + \Phi_{E1} = 0 \end{aligned} \quad (13)$$

El flujo neto a través de la superficie gaussiana es cero debido que el flujo a través del casquete 1 es el mismo que en el casquete 2 pero con signo contrario. También puede demostrarse que flujo es cero para cualquier superficie cerrada de forma arbitraria con una carga q afuera.

2.4.2. Flujo a través de una superficie debido a una partícula cargada interior.

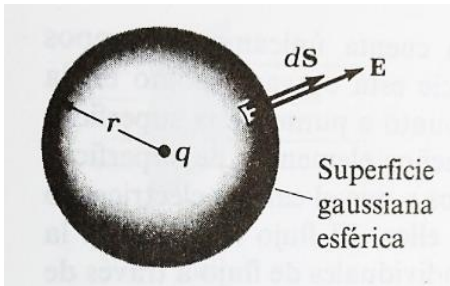


Figura 17: Vectores de campo eléctrico y de área en una superficie gaussiana esférica. Obtenido de: Wilson, Buffa, & Lou, 2007

Si se considera el flujo producido por una carga puntual q encerrada en el centro de una superficie gaussiana esférica de radio r como muestra la figura 17. En cualquier punto de la superficie el vector \mathbf{E} y $d\mathbf{S}$ apuntan en la misma dirección por tanto $\mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = E dS$ y el campo eléctrico E tiene el mismo valor en cualquier punto de la superficie gaussiana $E = q/4\pi\epsilon_0 r^2$ entonces puede sacarse de la integral

$$\Phi_E = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \oint E dS = E \oint dS \quad (14)$$

Entonces

$$\Phi_E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}$$

Es evidente que el valor de Φ_E será el mismo para una esfera de cualquier radio al no depender de r . Puede demostrarse que el flujo eléctrico a través de una superficie de forma arbitraria debido a una partícula encerrada en su interior también depende de $\frac{q}{\epsilon_0}$.

2.4.3. Flujo a través de una superficie debido a varias partículas cargadas en el interior y en el exterior.

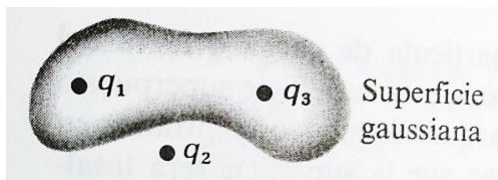


Figura 18: Partículas cargadas eléctricamente encerradas en una superficie gaussiana. Obtenido de: Wilson, Buffa, & Lou, 2007

Considerando la imagen 18, en la que se tienen dos partículas cargadas en el interior de la superficie gaussiana y una partícula externa a la superficie. El campo eléctrico resultante es posible obtenerlo a partir del principio de superposición, estará dado por la suma vectorial de contribuciones individuales de cada una de

las 3 partículas:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \mathbf{E}_3$$

Entonces el flujo será

$$\Phi_E = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \oint (\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \mathbf{E}_3) \cdot d\mathbf{S} \quad (15)$$

Por la propiedad distributiva la integración es posible escribir que

$$\Phi_E = \oint \mathbf{E}_1 \cdot d\mathbf{S} + \oint \mathbf{E}_2 \cdot d\mathbf{S} + \oint \mathbf{E}_3 \cdot d\mathbf{S}$$

Hay dos partículas dentro de la superficie gaussiana que contribuyen al flujo

$$\frac{q_1}{\epsilon_0} \text{ y } \frac{q_3}{\epsilon_0} \quad (16)$$

La otra partícula al estar fuera de la superficie gaussiana, su contribución al flujo eléctrico es cero

$$\Phi_E = \frac{q_1}{\epsilon_0} + 0 + \frac{q_3}{\epsilon_0}$$

Entonces, es posible establecer que las cargas dentro de cualquier superficie arbitraria contribuyen al flujo eléctrico de la forma

$$\frac{q}{e_0}$$

Y las partículas externas hacen una contribución igual a cero. De manera general es posible enunciar que

$$\Phi_E = \frac{\sum q_i}{e_0}$$

O más específicamente

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{\sum q_i}{e_0} \quad (17)$$

Con lo que se llega a la ley de Gauss. Como se evidencia, el campo eléctrico \mathbf{E} en la integral de flujo es el campo debido a todas las partículas en el sistema, tanto si están dentro o fuera de la superficie gaussiana, mientras que las cargas que se incluyen en la sumatoria $\sum q_i$ son solamente las cargas de las partículas que están dentro del volumen encerrado.

Al obtener la ley de Gauss a partir de la ley de Coulomb y el principio de superposición, implica que ambas son en consecuencia de que la fuerza eléctrica sea del tipo inverso del cuadrado de la distancia, también, de que dependa linealmente de la carga y de que esté dirigida a lo largo de la línea que une las partículas. En cualquier caso, la Ley de Gauss es más general que Ley de Coulomb porque es útil para el cálculo de campos eléctricos estáticos y variables en el tiempo. El campo eléctrico \mathbf{E} que se deriva de la Ley de Coulomb es debido únicamente a cargas estáticas. En cambio, la Ley de Gauss es válida para el caso donde un campo magnético variable en el tiempo produce un campo eléctrico, además de ser válida para el campo eléctrico producido por cargas estáticas. Dada su validez más amplia, la Ley de Gauss es generalmente más útil que la Ley de Coulomb (Gettys *et al.*, 1991, p.552).

2.5. ¿Qué Importancia tienen las ideas previas y los contextos en los que se desarrolla la ciencia en la enseñanza de la Ley de Gauss?

En la investigación sobre las ideas previas de los estudiantes y el análisis de cómo se modifican ha mostrado que estas juegan un papel muy importante en el proceso de aprendizaje de los estudiantes. Influyen en la forma en que las personas interpretan o analizan los nuevos saberes o conocimientos. Teniendo en cuenta la importancia de estas ideas previas y el papel que juegan en la comprensión, las ideas previas no se deben ignorar. Algunas investigaciones (Driver, 1987) muestran que los estudiantes tienden a seguir o reforzar las ideas previas después de haber asistido

a clases y muchas veces estas ideas pueden estar en contravía de lo que se considera aceptado por la ciencia. Se puede afirmar que los estudiantes vienen al aula con unos esquemas y que estos esquemas son utilizados por ellos para comprender nuevas situaciones, en este sentido, en la enseñanza no solo entra en juego la situación presentada, sino que los esquemas con que vienen los estudiantes son de gran importancia.

Es de resaltar que los estudiantes son participantes activos de su propio conocimiento al enfrentarse a situaciones para poder comprenderlas. Lo que se aprende depende de las ideas previas de los estudiantes, de las estrategias cognoscitivas de las que disponen y también de sus propios propósitos e intereses. Incluso se dice con respecto a la observación que “en las actividades prácticas las ideas previas de los estudiantes influyen las observaciones que hacen, las inferencias que construyen e incluso el camino en que estructuran un experimento” (Driver, 1987, p.111)

Estas apreciaciones son importantes, debido a que en algunas ocasiones se cree que los estudiantes son unos receptores inertes sin una participación activa y que no tienen que ver en el proceso de su propio aprendizaje; así, es importante para el presente trabajo resaltar que no se pueden ignorar las ideas previas de los estudiantes porque al hacerlo se desconoce gran parte de lo que requiere la construcción de conocimiento en un individuo.

Para favorecer la capacidad de construcción de hipótesis de los estudiantes, así como la comprensión significativa de un tema de la física tampoco se puede dejar de lado la ampliación de la experiencia del estudiante mediante la realización de actividades experimentales.

En relación con el trabajo, es importante resaltar que la secuencia de actividades que se diseña para abordar el estudio de la ley de Gauss está acorde con lo enunciado previamente. La secuencia presenta algunos experimentos que le permiten a los estudiantes ampliar su experiencia, de tal manera que en lo posible se haga uso de las ideas previas que ellos traen.

Ahora, una de las razones por la que los estudiantes tienen dificultades para poder comprender muchos factores de la ciencia es porque posiblemente no se les esté mostrando la ciencia de un modo significativo. Según lo planteado por (Duschl, 1997) en las escuelas se aborda el estudio de la ciencia, desde un contexto que define como contexto de justificación, a pesar de que son dos los contextos que, según el autor, son fundamentales en la actividad científica: El contexto de justificación y el contexto de descubrimiento. Comúnmente se les presenta a los estudiantes, el contexto de justificación que tiene que ver con la comprobación de hipótesis científicas, es decir,

aquí se les presentan criterios lógicos para llegar a algo científicamente aceptado. El otro contexto es el contexto descubrimiento, que está relacionado con el origen y evolución de las hipótesis y es en este contexto en el que se desarrolla la ciencia.

Sí además de mostrarles a los estudiantes el contexto justificación, se les diera a conocer el contexto de descubrimiento tendrían una visión más acertada de la ciencia, y posiblemente una mejor comprensión de la misma. El estudiante al estar restringido a sólo un contexto tiene una visión limitada de la ciencia y posiblemente sea uno de los factores por el cual los estudiantes no tienen interés por la ciencia; además es una de las razones por la cual los estudiantes tienen dificultades para comprender la ciencia, la física y hasta resolver problemas de lápiz y papel. Así, sí se relacionará más al estudiante con el contexto descubrimiento, antes de introducir cualquier concepto, ley o teoría; podría llevarse a reflexionar sobre las problemáticas de una teoría (relacionándolo con el contexto descubrimiento) para invitar al estudiante a reflexionar por qué la necesidad de introducir conceptos en vez de sólo mostrarle lo que ya está establecido. De aquí la importancia del experimento y la experiencia como base fundamental del trabajo porque se va a llevar al estudiante a reflexionar y proponer hipótesis sobre los fenómenos que se observen en los experimentos que son objetivo de este trabajo.

Teniendo en cuenta los contextos en el aula, y relacionándolo con el problema de investigación que se propone en este trabajo se podría indicar que resulta conveniente mostrar a los estudiantes los conceptos desde su parte experimental porque esto permite a los estudiantes evidenciar los problemas que llevan a plantear una ley.

Otra posible razón por la que los estudiantes tienen dificultades para entender los conceptos y relacionarlos con los problemas en electromagnetismo, y particularmente en la enseñanza de la ley de Gauss puede arraigar en la forma en que abordan los problemas los estudiantes y los expertos, que pueden diferir ampliamente. Esta manera de abordar los problemas puede ser la clave del éxito en la solución de los mismos.

Lo que diferencia a los expertos de los novatos a la hora de resolver problemas en la física, es el pensamiento cualitativo (se entiende como conocimiento de la teoría) que es de vital importancia porque de la forma de abordar los problemas se puede inferir el conocimiento que se tiene de la teoría, así, lo que usualmente hacen los expertos cuando resuelven un problema es relacionar este con aspectos cualitativos de las teorías, es decir, reconstruyendo el problema conceptualmente, esta manera de abordar los problemas por los expertos les permite tener éxito en la solución de estos

mismos, en conclusión “los estudios que comparan el modo de actuar de los expertos y principiantes al resolver problemas de física, muestran que los expertos en primer lugar reescriben el problema de modo cualitativo en términos de conceptos físicos antes de intentar producir una respuesta” (Driver, 1987)

Una manera incentivar un pensamiento cualitativo de la teoría es relacionar al estudiante con la experiencia, este acercamiento se podría hacer mediante el modelo planteado por Duschl (1997). En este texto se propone además de presentarle el contexto de justificación (comprobación de teorías) acercarlo también al contexto de descubrimiento en el que no se deben comprobar las teorías, sino más bien analizar las problemáticas que llevan a proponer un concepto; donde el estudiante pueda hacer las relaciones necesarias para entender de donde surgen las teorías y leyes.

Para el trabajo, se planea acercar al estudiante por medio de experimentos que son problemáticos (porque están fuera del alcance de sus explicaciones) y decisivos (porque permiten abordar los problemas que llevaron a plantear la ley de Gauss). Lo cual implica que se les va a presentar a los estudiantes la ley de Gauss desde el contexto de descubrimiento porque a partir de ciertas situaciones se está incentivando a que reflexione sobre los aspectos que llevaron a proponer la ley de Gauss. De modo que, lo que busca el presente trabajo es, además de plantear una manera alternativa de enseñar la ley de Gauss, poder volver a afianzar la relación entre lo teórico-práctico y, aun de gran importancia, resaltar el valor de la experiencia y el experimento.

Se dice, en ocasiones, que del experimento viene la teoría, pero ¿es en realidad esto cierto? En algunos casos se puede decir que sí, porque a partir de la observación y la experimentación se construyen teorías. Un ejemplo de esto son los fenómenos eléctricos, cuya primera observación y experimentación data de los griegos, mucho antes de que hubiera alguna teoría, su tratamiento científico no se empezó a dar, sino hasta el siglo XVII. Pero ¿la única manera de construir teorías es a partir de la observación y la experimentación? Es posible afirmar que no. Porque en repetidas ocasiones en la historia se presentaron casos en los que no sucedió así, casos en donde primero vino la teoría y después el experimento. Aquí se trae el ejemplo de Ampère quien insistía en una ciencia teórica y fue quien desarrolló la ley de acción electromagnética teóricamente. Y hay casos donde hay encuentros felices donde experimentos y teorías provenientes de diferentes direcciones se encuentran. Como en el caso de la teoría del Big-Bang, cuyo desarrollo teórico se dio con unos científicos en Princeton y alternamente se dio el desarrollo experimental en los Laboratorios Telefónicos Bell. De cualquier modo, es muy importante resaltar que, el experimento y la

observación juegan un papel muy importante en las construcciones científicas, así como lo enuncia Hacking “debemos ponerle más atención a la ciencia experimental. La experimentación tiene vida propia”.

Si bien, en repetidas ocasiones históricas se ha mostrado preferencia tanto a las teorías como a los teóricos sobre los experimentos como a los experimentadores. Un ejemplo de esto en el caso particular de la superconductividad fue el de los hermanos Fritz cuyos aportes fueron invaluable en el campo de la Física. Fritz London (1900-1953) fue un distinguido físico teórico que trabajo con bajas temperaturas, Heinz London (1907-1970) físico experimental de bajas temperaturas. El editor de sus biografías (Kuhn) mostró tal preferencia por la teoría cuando mando a revisión y abreviación la biografía de Heinz (científico experimental), mientras que la de Fritz (científico teórico) fue bienvenida al diccionario. Se debe rescatar que la ciencia experimental juega un papel fundamental en las construcciones científicas, aunque en ocasiones no se le dé la importancia que debe tener.

Es imprescindible el papel que juega el experimento, porque es el experimento y la observación una de las bases de construcción científica³, de este modo lo expone Hacking (1983) que quizás deja más claro estas ideas “Bartholin, Grimaldi, Hooke y Newton no eran empiristas insensatos sin ninguna idea en la cabeza. Ellos vieron lo que vieron porque eran curiosos, inquisitivos, gente reflexiva. Estaban tratando de formar teorías. Pero en todos estos casos está claro que las observaciones precedieron a cualquier formulación teórica”

Con respecto a la enseñanza de la física, el papel del experimento es fundamental debido a que el estudiante tiene la posibilidad de relacionarse directamente con la base experiencial, que implica una mayor relación entre la teoría y el mundo real. De acuerdo con esto, se plantea entonces “la enseñanza de la física debe ser, hasta donde ello sea posible, activa y experimental. La observación de un fenómeno y su explicación convincente, a partir de principios o leyes físicas aceptadas, es de mayor valor que rellenar una pizarra con fórmulas, o la cabeza con nombres y fechas que poco significan” (Asenjo, 1990, p.41).

Teniendo en cuenta todo lo anterior, este trabajo aborda el experimento como base esencial, debido a que juega un papel fundamental en la construcción de la ciencia, la enseñanza de la física y particularmente, llevándolo al trabajo de investigación, la construcción de la noción de la ley de Gauss, que es el objetivo primordial del presente trabajo.

³ Otra base de construcción científica sería la ciencia teórica

Capítulo III: Marco metodológico

3.1. Metodología

La metodología de investigación que es adecuada para este trabajo es la investigación descriptiva; en la que se observan individuos y grupos, en este caso estudiantes del Departamento de Física, con el fin de analizar e interpretar los diferentes procesos intelectuales que desarrollan los estudiantes en el entendimiento de la ley de Gauss. Sin embargo, “la investigación descriptiva tiene una aplicación más amplia en educación, por ejemplo, en conexión con los estudios de Piaget sobre cambios cualitativos que se producen en el pensamiento de los niños” (Cohen & Manion, 1989, p.102)

La investigación descriptiva se relaciona principalmente con el crecimiento intelectual de un individuo, por tanto, es importante para el trabajo hacer uso de este tipo de investigación porque se puede observar el proceso intelectual que se desarrolla en el estudiante, a partir de una secuencia de actividades experimentales que permiten el estudio de la ley de Gauss. Dichas actividades están orientadas a un grupo de estudiantes que están cursando electromagnetismo. El análisis del proceso intelectual se va a llevar a cabo posteriormente de la implementación de las actividades, a partir de un conjunto de indicadores diseñados para tal fin.

Existen varios tipos de investigación descriptiva⁴, sin embargo el tipo de investigación descriptiva que se va a realizar es el estudio de grupos. Este tipo de investigación descriptiva permite al investigador una mayor oportunidad para observar las tendencias y distinguir los cambios reales del crecimiento intelectual. También, los estudios de grupo son adecuados cuando el investigador intenta establecer relaciones causales, pues esta tarea identifica los cambios que en ciertas características producen cambios en otras.

3.1.1. Diseño de un experimento que le permita a los estudiantes ganar experiencia en fenómenos físicos cuyo análisis requiere el estudio de la ley de Gauss.

Con el fin de presentar la Ley de Gauss a estudiantes de la UPN, abordándola desde su base experiencial, se propone la construcción de un experimento que se considera adecuado para reflexionar sobre los aspectos principales de dicha ley. A continuación, se hace una descripción del montaje experimental.

⁴ Los otros tipos de investigación descriptiva planteados por (Cohen & Manion, 1989) son: Investigación longitudinal, investigación transversal, tendencias o predicciones, entre otros.

3.1.1.1. Fase de diseño.

Al experimento se le dio el nombre de rebanada de cable coaxial. Con esta experiencia es posible estudiar la ley de Gauss a partir del concepto de flujo. Con un papel conductor que tiene dos electrodos circulares concéntricos de plata, este experimento permite a los estudiantes concebir el flujo eléctrico en cierta región del papel, además, los lleva a determinar la dirección del campo eléctrico en la región entre los conductores. Este experimento es también una herramienta para familiarizarlos con el concepto de potencial eléctrico. El experimento se recuperó de un artículo publicado en The Physics Teacher (Ludwigsen 2006).

3.1.1.2 Fase de construcción.

En esta fase se describen los procedimientos necesarios para la construcción del montaje experimental planteado.

Rebanada de cable coaxial

Los materiales necesarios para la construcción son:

Papel conductor que tiene una resistividad eléctrica de $1k\ \Omega\ cm$, pintura conductora de plata, 4 metros alambre de cobre, un bloque de madera de $6x3x3cm$, dos puntillas, un multímetro, marcador negro permanente y regla.

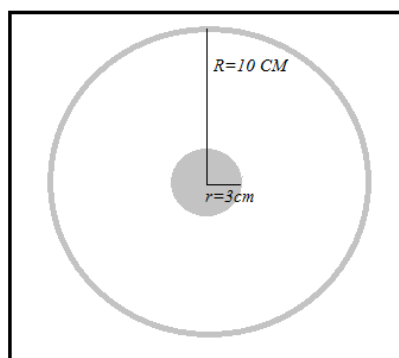


Figura 19: Se muestra de forma esquemática el tamaño de los círculos concéntricos en el papel conductor

Ahora, se colocan las dos puntillas en el cubo de madera separadas un centímetro, a su vez, estas puntillas se conectan cada una a un trozo de alambre de cobre de 20 cm (ver figura 20). Los extremos que quedaron libres, del alambre de cobre, se deben conectar al multímetro.

Con la pintura de plata, en el centro del papel conductor se hace un círculo relleno con un radio de 3 centímetros. Con esta misma pintura, se hace un anillo exterior de radio 10 centímetros, concéntrico con el inicial (ver figura 19).

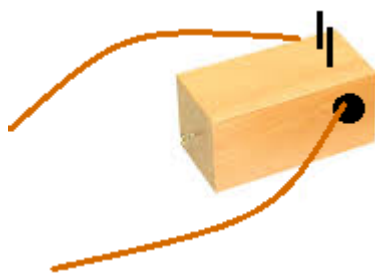


Figura 20: Se muestra de forma esquemática el medidor de voltaje diseñado con el fin de medir voltios por centímetro.

Para llevar a cabo la actividad experimental es necesario contar con algunos materiales adicionales como: dos pines metálicos, una fuente de voltaje, dos cables caimán-caimán y cinta. Esto para hacer las conexiones necesarias en el experimento

La actividad que se lleva a cabo consiste en determinar la dirección y la magnitud del campo eléctrico. Posterior a esto, se deberá suponer que los círculos pintados se extienden en tres dimensiones, es decir, formando un cilindro, para calcular el flujo eléctrico a través de varias superficies en las que se hizo la medición, de este modo, se le lleva al estudiante a pensar sobre el flujo eléctrico y sobre una manera de determinar la dirección del campo eléctrico entre dos conductores concéntricos.

3.2. Descripción de la Población

Debido a la temática trabajada en el presente proyecto, lo ideal es llevar la secuencia de actividades a los estudiantes de un curso de electromagnetismo introductorio. Esto, por la importancia que tiene la ley de Gauss en la comprensión general del electromagnetismo clásico.

Este trabajo está dirigido inicialmente a estudiantes de Licenciatura en Física porque es indispensable que los futuros docentes tengan un claro y completo conocimiento del concepto de campo y los operadores de campo que forman parte de las ecuaciones de Maxwell. También, porque los futuros docentes van a salir a formar ciudadanos, los cuales se verán permeados por los conocimientos del docente, y si el docente no tiene claridad en los conceptos, difícilmente el estudiante se lleve una visión acertada de la Física.

Debido a diferentes inconvenientes en la implementación de la propuesta en el curso de electromagnetismo, que es el de interés, fue necesario recurrir a otros estudiantes del Departamento de Física. La implementación se llevó a cabo con dos estudiantes que se encuentran cursando octavo semestre y han cursado todo el ciclo de fundamentación en el Departamento de Física de la Universidad Pedagógica Nacional.

3.3. Modelo didáctico: Aprendizaje como investigación e innovación orientada

Se hace una descripción del modelo didáctico que orienta el diseño de las actividades que se proponen con el trabajo. Lo primero que se debe reconocer es ¿Qué es un modelo didáctico? Un modelo didáctico se puede definir como una herramienta de creación intelectual que se usa para describir, explicar e investigar los problemas actuales de la enseñanza-aprendizaje, la utilidad de

un modelo didáctico depende de su capacidad para plantear líneas de investigación relacionadas con dichos problemas (Kaufman & Fumagalli, 1999). Para contextualizarlo al trabajo que se lleva a cabo, se plantea que la herramienta debe dar la capacidad para el estudio de la Ley de Gauss tomando como eje principal el trabajo experimental que subyace a esta Ley. La utilidad de la herramienta se refleja en los logros obtenidos en la implementación.

Se resalta que la importancia de este trabajo subyace en el papel que juegan los estudiantes como centro del proceso educativo al ser ellos quienes construyen sus propios conocimientos científicos, ya que esto permite un aprendizaje significativo y duradero como lo afirmó Gil-Pérez (se citó en Oficina Regional de la Unesco, 2005). En ese sentido, se quiere describir un modelo didáctico, investigación orientada, el cual está acorde con las necesidades del trabajo y, también, con tratar de dar a los profesores en formación una visión más acertada de la actividad científica. La investigación orientada plantea una serie de sugerencias para tener en cuenta para favorecer la construcción de conocimiento científico en los estudiantes y, a su vez, para relacionarlos con la actividad científica. (Unesco, 2005)

- Presentar situaciones problemáticas abiertas, para que los estudiantes tengan la oportunidad de especificarlas y familiarizarse así, con lo que supone la formulación de problemas concretos
- Discutir acerca del posible interés de las situaciones propuestas para que de sentido a la investigación
- Potenciar las actitudes positivas y que el trabajo se lleve a cabo en una organización próxima a lo que es una investigación colectiva, en donde todas las opiniones y sugerencias cuentan.
- Plantear análisis cualitativos, significativos, que ayuden a comprender y a limitar las situaciones planteadas (a la luz de los conocimientos disponibles, del interés del problema, etc.) y a formular preguntas operativas sobre lo que se busca.
- Planteamiento de emisión de hipótesis fundamentadas en los conocimientos disponibles, susceptibles de orientar el tratamiento de las situaciones y de hacer explícitas, funcionalmente, las preconcepciones.
- Planteamiento de estrategias, incluidos diseños experimentales y analizar los resultados obtenidos.

- Planteamiento del análisis detallado de los resultados (su interpretación física, fiabilidad, etc.) a la luz del cuerpo de conocimientos disponible, de las hipótesis manejadas.
- Petición de algún trabajo de construcción de síntesis, mapas conceptuales, etc., que ponga en relación conocimientos diversos.
- Atención a la comunicación como aspecto esencial de la actividad científica.
- Planteamiento de la elaboración de memorias científicas del trabajo realizado.
- Potenciar la dimensión colectiva del trabajo científico organizando equipos de trabajo y facilitando la interacción entre los equipos y la comunidad científica (representada en la clase por el resto de los equipos, el cuerpo de conocimientos ya construido, los textos, el profesor como experto)

En conclusión, se propone partir de situaciones problemáticas abiertas (de forma similar a como ocurre en la actividad científica), discutiendo su posible interés y relevancia, procediendo a aproximaciones cualitativas y a la construcción de soluciones tentativas, hipotéticas, destinadas a ser puestas a prueba y a integrarse, en su caso, en el cuerpo de conocimientos de que se parte, transformándolo, etc., supone actuar como científicos. Y ello, a su vez, exige un ambiente adecuado, en el que el profesor impulse y oriente esta actividad de los estudiantes, que de simples receptores pasan a jugar el papel de investigadores noveles, que cuentan con el apoyo del profesor como experto Gil-Pérez et al., (se citó en Unesco, 2005)

Dado que en este tipo de modelo didáctico los estudiantes toman el papel de investigadores noveles, ellos han de vivir una etapa inicial en la que lo fundamental no es construir respuestas, sino formular preguntas y tomar decisiones acerca de qué investigar y las razones por que hacerlo. Otro aspecto importante es que, para iniciar el estudio de un tema en particular, es necesario tener en cuenta que “la idea central de que todo conocimiento es la respuesta a una cuestión, a un problema” Bachelard (se citó en Unesco, 2005) Todo esto con el fin de hacer que los estudiantes interactúen con la construcción de su propio conocimiento, mostrando un trabajo contextualizado, aproximando su trabajo a la propia riqueza y creatividad del trabajo científico.

Con respecto al trabajo para llevar al aula, cabe mencionar que las actividades están encaminadas hacia la construcción de conceptos implicados en la Ley de Gauss, relacionando las interpretaciones que se dan a la actividad experimental como base de comunicación entre la teoría y el conocimiento.

3.4. Definición del conjunto de indicadores de aprendizaje

Con el fin de reconocer el alcance de la propuesta del trabajo, se construye un conjunto de indicadores de aprendizaje que está relacionado con las actividades propuestas. Estas actividades constan de un experimento y una secuencia de actividades que se presentan con el fin de que los estudiantes construyan algunas nociones acerca de la Ley de Gauss. Los indicadores de aprendizaje tratan sobre las ideas que son potencialmente relevantes para llegar a comprender un concepto (Guisasola, 2008) en este caso, la temática de los indicadores de aprendizaje es sobre algunos conceptos claves en la comprensión de la Ley de Gauss que son abordados en la secuencia de aprendizaje. Se definen así:

1. El estudiante reconoce que el medidor de voltaje es un instrumento que sirve para medir el campo eléctrico entre dos puntos separados a un centímetro de distancia, por tanto, las lecturas hechas con este instrumento tienen unidades de V/cm .
2. El estudiante comprende que la dirección del campo eléctrico entre dos electrodos concéntricos cargados es radial y va del electrodo cargado positivamente al electrodo cargado negativamente.
3. El estudiante interpreta que el flujo eléctrico a través de una superficie gaussiana es proporcional a la carga encerrada en dicha superficie.
4. El estudiante advierte que la elección de la superficie gaussiana para calcular el flujo eléctrico *depende de la configuración de las cargas o de la geometría del objeto cargado*. De este modo, el estudiante da cuenta que, si el objeto cargado tiene una geometría cilíndrica, la superficie gaussiana apropiada es la de un cilindro. Esta elección de la superficie gaussiana es una herramienta de ayuda para simplificar los cálculos, las tres superficies gaussianas más usuales, por su alto grado de simetría, son la cilíndrica, la esférica y la plana.

Dentro de este conjunto de indicadores de aprendizaje se encuentran algunas nociones preponderantes en la Ley de Gauss. En ese sentido, con respecto a estos indicadores se analizan los resultados obtenidos en la implementación.

3.5. Diseño de la secuencia de aprendizaje

La didáctica se plantea preguntas como ¿Cuál es la mejor forma de presentar los contenidos curriculares a los estudiantes? ¿Cuál es la mejor forma de organizar estos contenidos? y, para el

caso que compete en este trabajo, ¿cuál es la mejor forma de organizar las actividades experimentales para que los estudiantes construyan sus propios conceptos entorno a la Ley de Gauss?

En el intento de dar razón acerca de estas cuestiones se propone una secuencia de actividades con enfoque experimental, con las que se pretende que los estudiantes construyan algunos conceptos entorno al estudio de la Ley de Gauss.

Esta secuencia presenta una actividad experimental que los estudiantes desarrollan con ayuda de actividades diseñadas en el marco del modelo didáctico *Aprendizaje como investigación e innovación orientada*, que pone al estudiante como centro del proceso educativo al ser ellos quienes construyen sus propios conocimientos científicos. Este énfasis es de gran importancia para las actividades propuestas ya que permiten un aprendizaje significativo y duradero que, en términos generales, se podría decir que es el fin principal de este trabajo.

La importancia que se le da a la actividad experimental en este trabajo es a causa de la relación estrecha que existe entre experiencia y conocimiento, de este modo lo expone (Bohm, 1992) quien resalta que la experiencia y el conocimiento son un solo proceso, en ese sentido, no se puede separar una de la otra y más bien se debe explicitar esta dinámica.

3.5.1. Secuencia de aprendizaje.

A continuación, se muestra la secuencia de aprendizaje que se construyó con el fin de que los estudiantes construyan algunos conceptos entorno a la Ley de Gauss.

¿Experimentalmente cómo se podría determinar la dirección del campo eléctrico y cómo calcular el flujo eléctrico generado por dos electrodos concéntricos?

Proponga, con base en sus experiencias, una actividad que permita calcular la dirección de un campo eléctrico generado por electrodos concéntricos. Enuncie las razones por las que usted considera que podría funcionar.

A. ¿Cómo determinar la dirección del campo eléctrico generado por dos electrodos concéntricos?

A continuación, se propone un experimento con el cual es posible determinar la dirección de campo eléctrico entre dos conductores concéntricos, uno en forma de disco y otro en forma de anillo, hechos con pintura de plata sobre papel conductor.


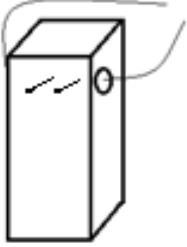

Materiales	
Multímetro digital	
Fuente de bajo voltaje [0 V-10 V].	
Dos cables caimán-caimán.	
Lamina de icopor de 35 x 25 x 1.5 cm (LxAxA).	
Una hoja de papel conductor con dos electrodos concéntricos, cuya forma es un disco y un anillo. Estos electrodos fueron hechos con pintura conductora (Ver figura 1).	
Instrumento para medir voltaje. Se trata de una pieza de madera a la que se le han adherido dos puntas conductoras separadas un centímetro. Cada una de estas puntas está conectadas a un alambre de cobre; a su vez, los alambres se conectarán al multímetro (Ver figura 2).	
Dos pines de tapicería. Son dos piezas metálicas que van a cumplir la función de asegurar la conexión entre la fuente de voltaje y el papel conductor (Ver figura 3).	

Figura 21: Hoja de papel conductor con conductores concéntricos.

Figura 22: Medidor de voltaje

Figura 23: Pines metálicos de tapicería

Montaje

Coloque el papel conductor sobre la lámina de icopor, esta servirá de soporte. Tome uno de los pines metálicos y clávelo totalmente en el electrodo central hasta que la cabeza del pin haga contacto con el papel. Tome el otro pin metálico y clávelo totalmente en el electrodo exterior hasta que la cabeza del pin haga contacto con el papel. Por debajo del icopor quedan las puntas de los pines, estas puntas se conectan a los cables caimán-caimán del siguiente modo: El pin que

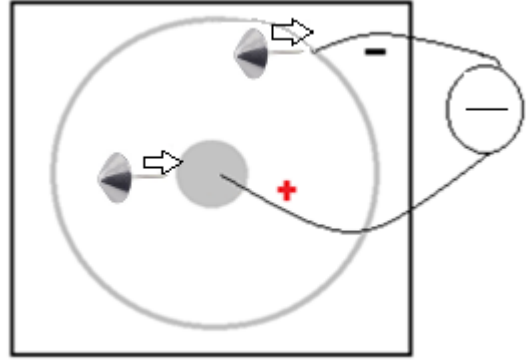


Figura 24: Se muestra esquemáticamente como debe conectarse el papel conductor a las terminales de la fuente de voltaje

se clava en el electrodo central se conectarse al cable caimán-caimán y este, a su vez, se conecta al terminal positivo de la fuente. El pin que se clavó en el electrodo exterior se conecta al otro cable caimán-caimán y este, a su vez, se conecta al terminal negativo de la fuente (ver figura 4).

Situación hipotética

Antes de iniciar el experimento analice la siguiente situación:

Camila y Juan han observado el montaje que se ha presentado aquí. El profesor les pregunta ¿en el momento en que se prende la fuente de voltaje se genera un campo eléctrico en la región que separa los dos electrodos hechos de pintura metálica?

La respuesta de Juan es que no habría campo eléctrico en la región que separa los dos electrodos ya que el papel conductor cumple la función de unir los dos electrodos, como en un cable, por lo tanto, se tendría un flujo de electrones, es decir, una corriente que va del electrodo central al electrodo exterior con forma de anillo.

La respuesta de Camila es que sí habría campo eléctrico en la región que separa los dos electrodos ya que el electrodo central tendría una carga positiva y produciría un campo y el electrodo exterior tendría una carga negativa y produciría un campo que se superpone con el campo que produce el electrodo positivo. En ese sentido, en la región que está dentro de los conductores habría un campo eléctrico neto producido por ambos electrodos.

1. Si lo que afirma Juan es correcto enuncie argumentos que apoyan lo que él dice
2. Si lo que afirma Camila es correcto enuncie argumentos que apoyan lo que ella dice. Y, además sugiera ¿cómo se podría medir este campo?

Actividad 1

A. Usando el multímetro

Ahora, continúe trabajando con el montaje.

El multímetro se va a usar como voltímetro, por lo tanto, haga uso de la escala en voltios, en el rango de 0 V a 20 V. El voltímetro es un instrumento que se usa para medir diferencias de potencial eléctrico entre dos puntos. Este instrumento tiene dos puntas de prueba que se colocan en las posiciones entre las que se quiere medir la diferencia de potencial. Una de las puntas se coloca en una de las posiciones en consideración, y se suele asumir como el potencial de referencia, por lo general con el valor cero; la otra punta se coloca en la otra posición en consideración. Cualquiera de las dos puntas de prueba puede usarse como referente, aunque usualmente la punta de prueba negativa es el referente.

Prenda la fuente y ubique la perilla de voltaje en 10 voltios. Tome la punta de prueba positiva del voltímetro (punta roja) y colóquela sobre el papel conductor en $r = 4\text{cm}$; la punta de prueba negativa (punta negra) colóquela en $r = 7\text{cm}$ (ver figura 5). Observe el valor que muestra el voltímetro y consígnelo en la tabla 1.

Luego, deje la punta de prueba positiva del voltímetro sobre el papel conductor en $r = 4\text{cm}$, como en el caso anterior; coloque la punta de prueba negativa en $r = 6\text{cm}$, observe el valor que muestra el voltímetro y consígnelo en la tabla 1.

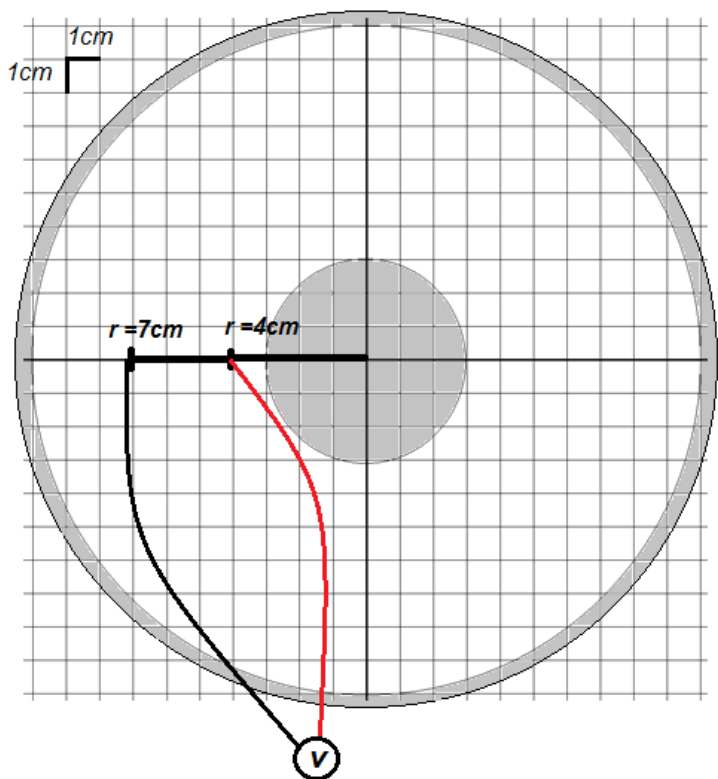


Figura 25: La punta de prueba positiva se ubica en $r = 4\text{cm}$ y la punta de prueba negativa se ubica en $r = 7\text{cm}$

Lecturas con las puntas de prueba	Valores que muestra el voltímetro	Cociente; valor medido por el voltímetro-distancia de separación de las puntas	Significado físico del resultado del cociente
Con la punta de prueba negativa en $r = 7cm$		$\frac{V}{3cm} =$	
Con la punta de prueba negativa en $r = 6cm$		$\frac{V}{2cm} =$	

Tabla 1

Teniendo en cuenta que, cuando hizo la medición con la punta de prueba negativa en $r = 7cm$ había una separación de $3cm$ entre las dos puntas de prueba, calcule el cociente entre la diferencia de potencial medido por el voltímetro y la distancia de separación de las puntas, consigne el valor que obtiene en la tabla 1. Haga lo mismo para el caso en el que la punta de prueba estaba en $r = 6cm$, pero esta vez tenga en cuenta que la separación de las puntas es de $2cm$, consigne este valor en la tabla 1.

Ahora, piense sobre la siguiente pregunta ¿cuál es el significado físico de cada uno de estos cocientes? De respuesta a esta cuestión en la columna indicada en la tabla 1, para ambos cocientes.

B. Usando el medidor de voltaje.

A continuación, conecte los alambres de cobre del medidor de voltaje al voltímetro.

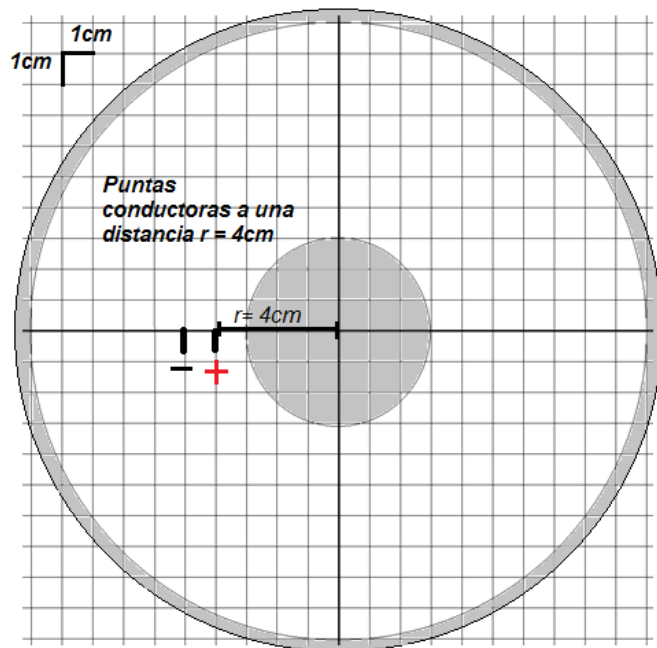


Figura 26: Coloque el medidor de voltaje de modo que la punta conductora, que está conectada al terminal positivo del voltímetro, quede a una distancia $r = 4\text{cm}$

voltímetro y consígnelo en la tabla 2.

Lectura con medidor de voltaje en $r = 4\text{cm}$

Tabla 2

Ahora, resuelva las siguientes preguntas que relaciona las mediciones del voltímetro y del medidor de voltaje:

1. Como se puede apreciar, los valores obtenidos en la columna tres de la tabla 1 tienen unidades de V/cm , igual que las unidades del valor obtenido en la tabla 2. ¿Cuál es el significado físico de estos valores?
2. ¿Físicamente qué relación se puede establecer entre los valores de ambas tablas?

La separación entre las puntas del medidor de voltaje es de 1cm , de esta forma, al hacer alguna medición sobre el papel conductor con este instrumento conectado al voltímetro el valor que mide el voltímetro tiene unidades de voltios por centímetro V/cm .

Coloque la punta conductora del medidor de voltaje que está conectada al terminal positivo del voltímetro a una distancia $r = 4\text{cm}$ sobre el papel conductor (ver figura 6); la punta conductora conectada al terminal negativo se ubica sobre la misma línea en la cuadrícula. Fíjese que las puntas del medidor de voltaje estén haciendo buen contacto con el papel. Observe el valor que muestra el

Actividad 2

A. Coloque las puntas conductoras del medidor de voltaje en algún lugar sobre el segmento d_1 (ver figura 7). Mida la distancia r_1 que hay del punto p (centro del electrodo) al lugar donde ubicó la punta conductora más cercana a este punto p .

Ahora, deje fija la punta que está conectada al terminal negativo del voltímetro y rote la otra punta alrededor de la que queda fija (ver figura 8).

Mientras se da este giro, observe la lectura que muestra el voltímetro, en el momento que el voltímetro muestre el número negativo de mayor valor detenga el giro y haga lo siguiente:

- Registre el valor mostrado por el voltímetro en la tabla 3.
- En la hoja que es copia de la configuración que está en el papel conductor, señale el lugar en el que quedó cada una de las puntas conductoras de forma que se pueda diferenciar dónde quedó la punta de prueba negativa y donde la positiva.

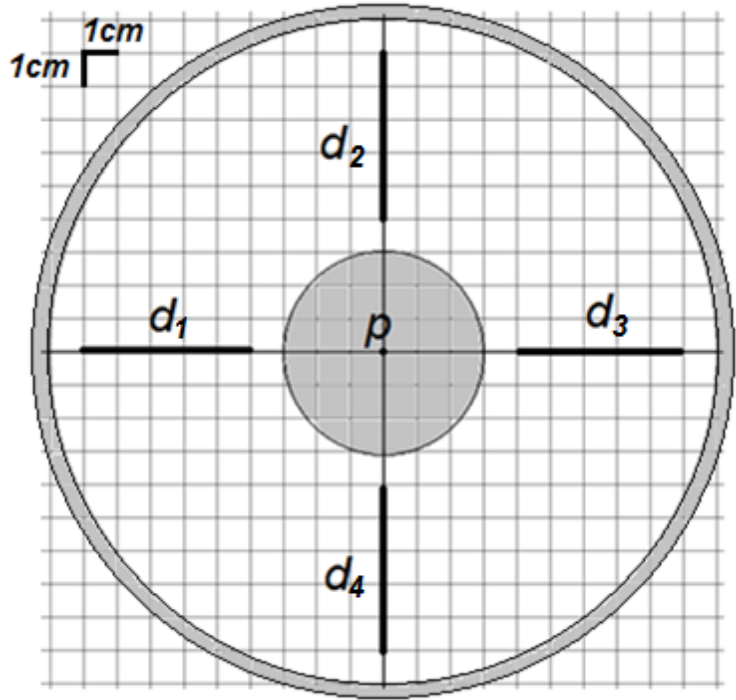


Figura 27: Coloque el medidor de voltaje sobre el segmento d_1

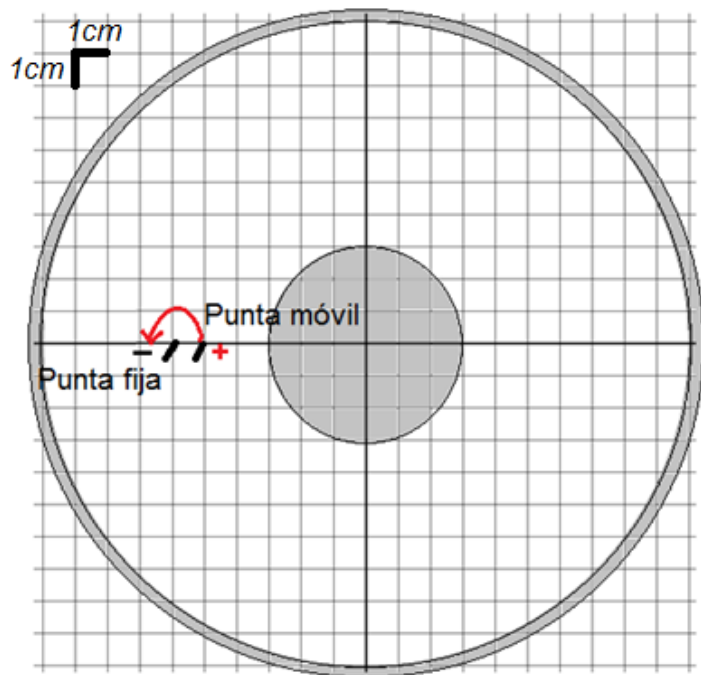


Figura 28: Deje fija la punta que está conectada al terminal negativo del voltímetro y rote esta punta alrededor de la que queda fija.

- B.** Sobre el mismo segmento d_1 , haga el mismo procedimiento que en A, pero esta vez ubique el medidor de voltaje en un lugar diferente al anterior, es decir, mida un r_2 . Consigne el valor registrado por el voltímetro en la tabla 3 y, en la hoja que es copia de la configuración que está en el papel conductor, señale el lugar en el que quedó cada una de las puntas conductoras de forma que se pueda diferenciar dónde quedó la punta de prueba negativa y donde la positiva.
- C.** Haga el mismo procedimiento que en A para los segmentos d_2, d_3 y d_4 que se muestran en la figura 7, empleando el mismo valor de la distancia r_1 al punto p . Registre los valores medidos por el voltímetro en la tabla 3.
- D.** Haga el mismo procedimiento que en B para los segmentos d_2, d_3 y d_4 que se muestran en la figura 7, empleando el mismo valor de la distancia r_2 al punto p . Registre los valores medidos por el voltímetro en la tabla 3.

Segmentos	Distancia del punto p a la punta conductora	Lectura del medidor en $\frac{V}{cm}$
d_1	$r_1 =$	$\frac{V}{cm}$
	$r_2 =$	$\frac{V}{cm}$
d_2	$r_1 =$	$\frac{V}{cm}$
	$r_2 =$	$\frac{V}{cm}$
d_3	$r_1 =$	$\frac{V}{cm}$
	$r_2 =$	$\frac{V}{cm}$
d_4	$r_1 =$	$\frac{V}{cm}$
	$r_2 =$	$\frac{V}{cm}$

Tabla 3

A continuación, conteste las siguientes preguntas

1. A partir de un análisis de unidades ¿en la columna 3 qué magnitud física fue medida?
2. ¿Cuál es el significado físico del signo menos obtenido en las mediciones de la columna 3?

Ahora, en la hoja que es copia de la configuración del papel conductor una cada pareja de puntos que marco en cada medición con una flecha que va del punto negativo hasta el punto positivo.

3. ¿Qué significado físico tienen las 8 flechas obtenidas?

Actividad 3

¿Experimentalmente cómo se puede mostrar que el flujo eléctrico es proporcional a la carga encerrada en una superficie gaussiana?

Marco metodológico

- A. Coloque la punta metálica del medidor de voltaje que está conectada al terminal negativo del voltímetro a una distancia $r = 5 \text{ cm}$ del centro del electrodo que tiene forma de disco (ver figura 9), de modo que la punta que está conectada al terminal positivo del voltímetro queda ubicada a una distancia $r = 6 \text{ cm}$, sobre el mismo segmento. Anote el valor que registra el voltímetro en la tabla 4.

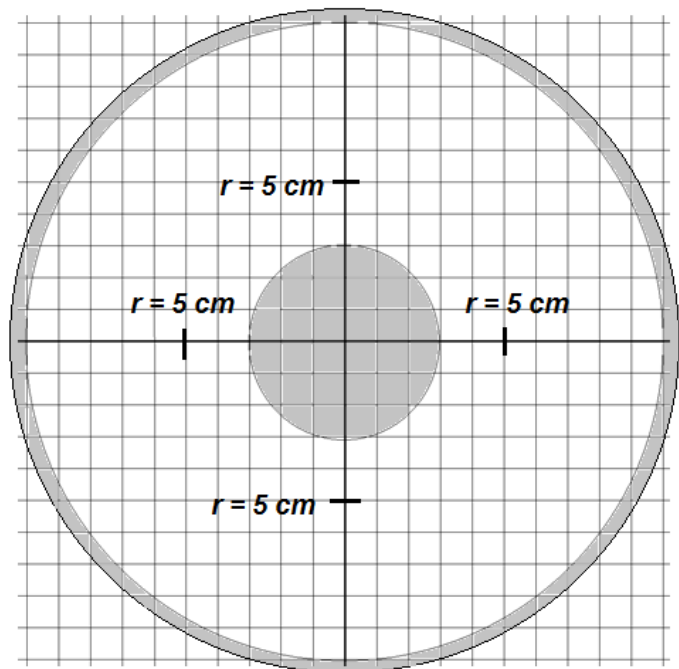


Figura 29: Coloque el medidor de voltaje de modo que la punta de prueba conectada al terminal negativo quede en $r = 5 \text{ cm}$

Realice el mismo procedimiento para los otros 3 puntos indicados en la figura 9.

$r_1(\text{cm})$	Valor del campo eléctrico registrado por el voltímetro en $\frac{V}{\text{cm}}$	Conversión de unidades de $\frac{V}{\text{cm}}$ a $\frac{N}{C}$

$r = 5 \text{ cm}$		
$r = 5 \text{ cm}$		
$r = 5 \text{ cm}$		
$r = 5 \text{ cm}$		

Tabla 4

Ahora, complete la columna 3 de la tabla 4 haciendo la conversión de unidades de V/cm a N/C .

- De acuerdo con la columna 2 de la tabla 4 ¿qué magnitud fue medida?
- ¿Qué significado físico se desprende del hecho de que los valores de la columna 2 sean semejantes?

Siga el mismo procedimiento llevado a cabo en la anterior actividad, pero ahora en $r = 7 \text{ cm}$ (ver figura 10); y completa la tabla.

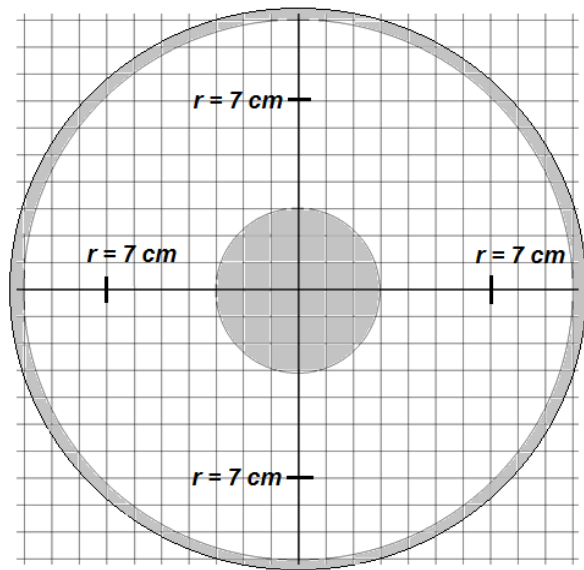


Figura 30: Siga el mismo procedimiento que en la actividad A, pero ahora en $r = 7 \text{ cm}$

Tabla 5

$r_2(\text{cm})$	Valor del campo eléctrico registrado por el voltímetro en $\frac{V}{\text{cm}}$	Conversión de unidades de $\frac{V}{\text{cm}}$ a $\frac{N}{C}$
$r = 7 \text{ cm}$		
$r = 7 \text{ cm}$		
$r = 7 \text{ cm}$		
$r = 7 \text{ cm}$		

Para analizar los datos obtenidos en las tablas 4 y 5, primero vamos a reflexionar acerca del significado de superficies equipotenciales y flujo eléctrico en la región comprendida entre dos conductores concéntricos.

Superficies equipotenciales

Desconecte el medidor de voltaje del voltímetro y realice el siguiente procedimiento: coloque la punta de prueba positiva en el punto p y la punta de prueba negativa en alguno de los puntos $r = 4\text{cm}$ (ver figura 11). Tome el valor de la medición y consígnelo en la tabla 6.

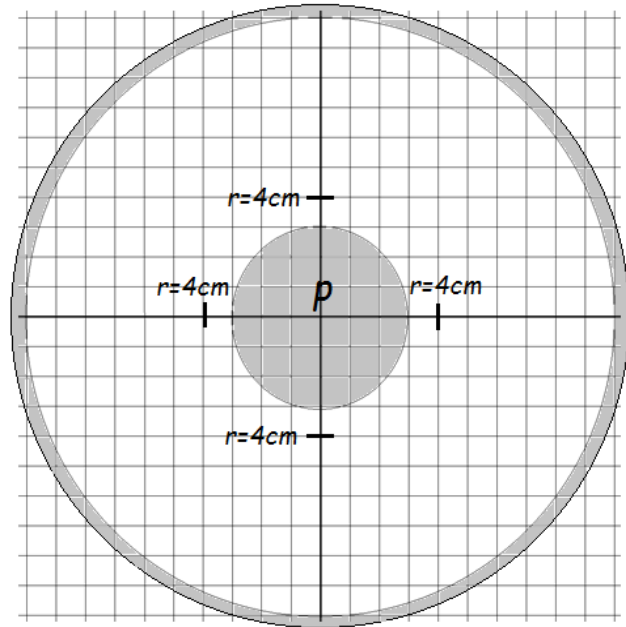


Figura 131: Coloque la punta de prueba positiva en el punto p y la punta de prueba negativa en alguno de los puntos $r=4\text{cm}$

Realice el mismo procedimiento para los otros 3 puntos indicados en la figura 11.

$r(\text{cm})$	Valor registrado por el voltímetro
$r = 4 \text{ cm}$	
$r = 6 \text{ cm}$	

Tabla 6

Ahora, mantenga la punta de prueba positiva en el punto p y la punta de prueba negativa colóquela en alguno de los puntos $r = 6cm$ (ver figura 12). Tome el valor de la medición y consígnelo en la tabla 6.

Realice el mismo procedimiento para los otros 3 puntos indicados en la figura 12.

Teniendo en cuenta los valores de las mediciones obtenidas en la columna 2 de la tabla 6, conteste las siguientes preguntas:

1. Los valores de la diferencia de potencial eléctrico obtenidos para $r = 4cm$, ¿cómo se pueden interpretar físicamente?
2. ¿Será que para cualquier $r = 4cm$, el valor de la diferencia es similar? Justifique su respuesta
3. Los valores de la diferencia de potencial eléctrico obtenidos para $r = 6cm$, ¿cómo se pueden interpretar físicamente?
4. ¿Será que para cualquier $r = 6cm$, el valor de la diferencia es similar? Justifique su respuesta

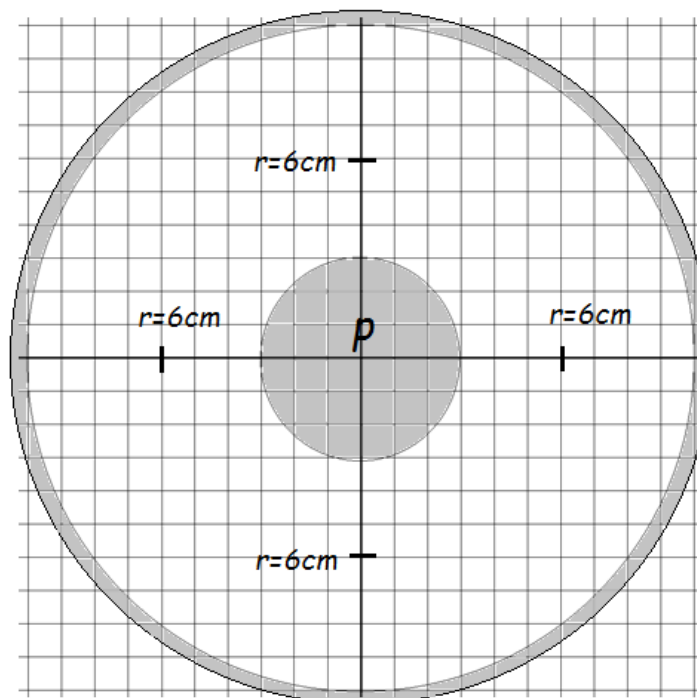


Figura 32: Mantenga la punta de prueba positiva en el punto p y la punta de prueba negativa colóquela en los puntos $r = 6cm$

Flujo eléctrico

De acuerdo con la imagen 13, la foto de la derecha corresponde a un papel conductor con dos conductores concéntricos hechos con pintura de plata y la foto de la izquierda corresponde a un corte transversal de cable coaxial, ¿describa qué similitudes observa entre las dos fotos?



Figura 33: Fotos de un papel conductor(izquierda) y de un corte transversal de cable coaxial(derecha)

Ahora, observe la siguiente representación esquemática de un cable coaxial, suponga que el cilindro interno tiene una carga q , un radio r y una longitud infinita. Si se quiere calcular el flujo eléctrico a través de una superficie gaussiana que encierra el cilindro interno ¿qué características debe tener esta superficie?

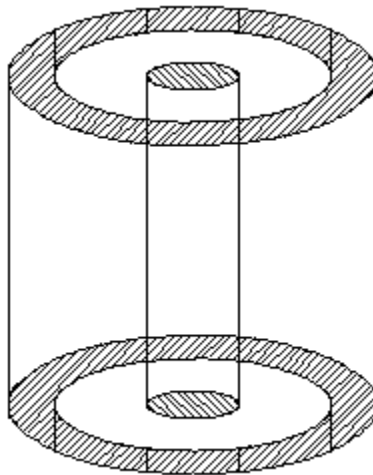


Figura 34: Representación esquemática de un cable coaxial

A. Calculo analítico del flujo eléctrico

Ahora, calcule el flujo eléctrico a través de la superficie gaussiana que ha definido.

B. Calculo numérico del flujo eléctrico

Ahora, teniendo en cuenta lo obtenido, realice el siguiente cálculo:

Con los valores obtenidos en las tablas 4 y 5 para el campo eléctrico en unidades de N/C (columna 3 en ambas tablas) correspondientes a r_1 y r_2 , en la región comprendida entre los conductores concéntricos sobre el papel conductor, calcule los valores del flujo Φ_1 y Φ_2 a través de las superficies gaussianas semejantes a la empleada en el cálculo anterior. Consigne los valores que obtenga en la tabla 7.

Valores del radio de la superficie equipotencial	Valores del flujo eléctrico
$r_1 =$	$\Phi_1 =$
$r_2 =$	$\Phi_2 =$

Tabla 7

Con base en los resultados obtenidos conteste las siguientes preguntas:

1. Haciendo un análisis de los resultados obtenidos en la columna 2 de la tabla 7 ¿Cómo interpreta físicamente los valores obtenidos para Φ_1 y Φ_2 ?
2. Si se hiciera otra medición del campo eléctrico, diferente a las anteriores, en la región dentro de los conductores concéntricos, por ejemplo, en $r = 8 \text{ cm}$; y luego se hiciera el procedimiento para calcular el flujo eléctrico a través de la superficie gaussiana apropiada ¿Qué valor se esperaría obtener y por qué?

3.5.2. Implementación de la secuencia de actividades

La secuencia de actividades que se desarrollan a lo largo del trabajo basadas en el modelo didáctico aprendizaje como investigación orientada se implementa con dos estudiantes de octavo semestre de la Universidad Pedagógica Nacional. Entre las características del grupo, se resalta que las estudiantes han tomado todos los cursos del ciclo de fundamentación del departamento de física.

IV Capítulo: Análisis de resultados

En este capítulo se reconoce la construcción conceptual a la que llegaron los estudiantes con la secuencia de aprendizaje entorno a la Ley de Gauss, para ello, es necesario tener en cuenta los indicadores de aprendizaje que fueron diseñados con el fin de reconocer los alcances de la propuesta. Algo importante por señalar es que estos indicadores son transversales a todas las actividades plateadas en la secuencia de aprendizaje.

También, es importante definir los niveles de desempeño para llegar a consensos sobre el nivel de comprensión al que llegaron los estudiantes. Resulta importante aclarar que esto se hace con el fin de facilitar el análisis de los resultados y evaluar la efectividad de la secuencia de aprendizaje, no pretendiendo con esto encasillar las maneras de razonar de los estudiantes en simples categorías. A continuación, se definen tres niveles de desempeño, a cada uno de estos se le asigna una categoría

Niveles de desempeño	Categoría
Se llegó a una comprensión satisfactoria del concepto	A
Se llegó a una comprensión media del concepto	B
Se llegó a una comprensión baja del concepto	C

Tabla 8: Niveles de desempeño

4.1. Análisis de los resultados de la implementación a partir del conjunto de indicadores de aprendizaje y de los niveles de desempeño

Con base en las respuestas dadas a las preguntas hechas en la secuencia de aprendizaje se van a analizar los alcances del trabajo.

Las dos primeras preguntas están relacionadas con la recolección de las ideas previas de los estudiantes, por tal motivo, no se ciernen bajo los parámetros de los indicadores de aprendizaje y no se categorizan.

La secuencia de aprendizaje inicia con la pregunta: ¿Cómo determinar la dirección de campo eléctrico generado por dos electrodos concéntricos? Las estudiantes contestaron

- Podemos asegurar que existe una relación teórica y matemática para determinar la dirección de un campo, mas no está en nuestra experiencia un análisis experimental.

Análisis: Esta pregunta resulta importante para reconocer si están familiarizados con la medición de la dirección de un campo eléctrico en una región entre dos conductores concéntricos. Es claro

que las estudiantes no reconocen ninguna forma de medir la dirección de un campo eléctrico, de ahí la importancia de la secuencia de aprendizaje.

Luego, se propone una situación hipotética en la que dos personajes imaginarios, Camila y Juan, discuten acerca de la posibilidad de un campo eléctrico en una región en el papel conductor (ver sección 3.5.1). Frente a esto, las estudiantes tomaron la siguiente posición:

- Se cree que la razón la tiene Camila porque al mirar la distancia que existe entre los dos electrodos podemos analizar que existe una diferencia de potencial que genera campo eléctrico.

Análisis: es notorio que las estudiantes están familiarizadas con los conceptos de potencial eléctrico y campo eléctrico y la relación entre estos conceptos. En ese sentido, es importante señalar que esto un valor agregado en cuanto a la fluidez con la que van a moverse a través de la secuencia de aprendizaje.

4.1.1.1. Análisis de la actividad 1.

Para llevar a cabo el análisis de la actividad 1 se hace uso del indicador de aprendizaje 1, en el que se enuncia lo siguiente:

El estudiante reconoce que el medidor de voltaje es un instrumento que sirve para medir diferencias de potencial entre dos puntos separados a un centímetro de distancia por tanto las lecturas hechas con este instrumento tienen unidades de V/cm , lo cual implica que el medidor de voltaje mide el campo eléctrico en la región entre los dos puntos.

A. Usando el multímetro

Se les solicitó a las estudiantes hacer algunas mediciones con el voltímetro sobre el papel conductor en la región entre los conductores concéntricos (ver sección 3.5.1) de lo que obtuvieron la siguiente tabla (Tabla 1)

Actividad 1. Subo voltaje 20 voltios

Tabla 1

Lecturas	Valores	Cociente	Significado
Punta Negativa $r = 7\text{cm}$	0.33 V	$\frac{V}{3\text{cm}}$	0.11 $\frac{V}{\text{cm}}$
Punta Negativa $r = 6\text{cm}$	0.26 V	$\frac{V}{2\text{cm}}$	0.13 $\frac{V}{\text{cm}}$

Se les propuso la siguiente cuestión ¿Cuál es el significado físico de los cocientes de la columna cuatro de la Tabla 1? A la que las estudiantes respondieron:

- El significado físico para cada uno de estos valores es que se mide voltaje sobre centímetros.

Análisis: Teniendo en cuenta lo acertada que fue la respuesta con respecto al indicador de aprendizaje número 1, esta respuesta corresponde a la *categoría A*.

B. Usando el medidor de voltaje

En la siguiente actividad se les pidió usar el medidor de voltaje sobre el papel conductor, de esto obtuvieron la tabla 2

B. Tabla 2

Lectura con medidor de voltaje en $r = 4 \text{ cm}$
0.4 V

A continuación, se les planteó la siguiente situación: Como se puede apreciar, los valores obtenidos en la columna 3 de la tabla 1 tienen unidades de V/cm , igual que las unidades del valor obtenido en la tabla 2. ¿Cuál es el significado físico de estos valores? Las estudiantes contestaron

- Se toma la cantidad de voltios sobre centímetros

Análisis: teniendo en cuenta que en el indicador de aprendizaje se plantea explícitamente que el medidor es un instrumento que mide en unidades de V/cm y que esto significa una lectura del campo eléctrico en esa región, la respuesta de las estudiantes se acerca medianamente al indicador de aprendizaje por tal razón se clasifica en la *categoría B*.

Posterior a esto se les preguntó ¿físicamente que relación se puede establecer entre ambas tablas? Las estudiantes contestaron

- El objetivo de las tablas es determinar la cantidad de voltios sobre centímetro. A mayor distancia, mayor voltaje

Análisis: como es posible evidenciar en la respuesta, las estudiantes dan razón del objetivo de las tablas y no acerca de la relación de las tablas. Si bien la respuesta de las estudiantes es correcta, no es por lo que se está preguntando específicamente. Por tal argumento se le asigna una *categoría C*.

4.1.1.2. Análisis de la actividad 2.

Inicialmente, se les pide que hagan mediciones sobre el papel en cuatro puntos equidistantes, luego que hagan otras mediciones en otros cuatro puntos equidistantes diferentes a los anteriores (ver sección 3.5.1.). Los resultados obtenidos fueron consignados en la siguiente tabla.

Actividad 2.

segmentos	Distancia	Lectura
d_1	$r_1 = 6\text{ cm}$	$-2.51 \frac{\text{V}}{\text{cm}}$
	$r_2 = 7\text{ cm}$	$-1.16 \frac{\text{V}}{\text{cm}}$
d_2	$r_1 = 6\text{ cm}$	$-0.34 \frac{\text{V}}{\text{cm}}$
	$r_2 = 7\text{ cm}$	$-0.29 \frac{\text{V}}{\text{cm}}$
d_3	$r_1 = 6\text{ cm}$	$-0.19 \frac{\text{V}}{\text{cm}}$
	$r_2 = 7\text{ cm}$	$-0.12 \frac{\text{V}}{\text{cm}}$
d_4	$r_1 = 6\text{ cm}$	$-0.32 \frac{\text{V}}{\text{cm}}$
	$r_2 = 7\text{ cm}$	$-0.18 \frac{\text{V}}{\text{cm}}$

Con base a los resultados obtenidos en la tabla se les pide que analicen lo siguiente: a partir de un análisis de unidades ¿en la columna 3 que magnitud fue medida? Las estudiantes contestaron:

- La magnitud física que fue medida es directamente relacionada con el campo eléctrico

Análisis: teniendo en cuenta que están midiendo una diferencia de potencial entre dos puntos separados un centímetro, pero esto es el mismo campo eléctrico en esa región, y las estudiantes contestaron que hay una relación directa entre la medición hecha y el campo eléctrico, se le asigna la *categoría B*.

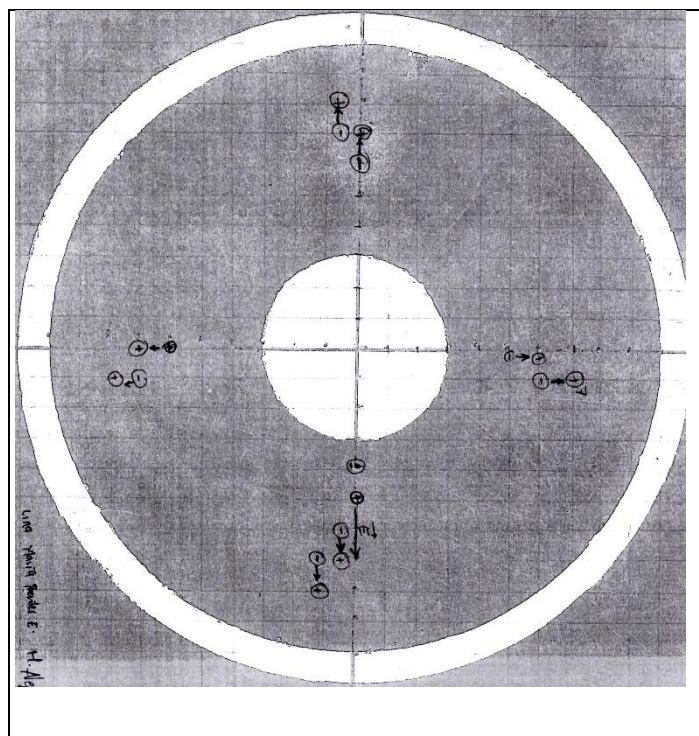
A continuación, se les planteó la pregunta ¿Cuál es el significado físico del signo menos obtenido en las mediciones de la columna 3? Las estudiantes contestaron

- El signo menos obtenido en las mediciones representa la dirección de dicho campo.

Análisis: Si se tiene en cuenta que el signo menos está indicando la dirección del campo eléctrico, la respuesta es totalmente satisfactoria lo cual significa una *categoría A*.

Seguidamente, se les pide a los estudiantes que usen el papel que es copia del papel conductor y que señalen el lugar en el que ubicaron las puntas conductoras de forma que se pueda diferenciar donde quedo cada punta. Luego se les pide que a cada una de las parejas señaladas las unan con

una flecha que vaya del punto negativo al punto positivo. Las estudiantes obtuvieron la siguiente representación.



Teniendo en cuenta el anterior diagrama se les pregunto a las estudiantes ¿qué significado físico tienen las 8 flechas obtenidas? Las estudiantes respondieron

- La dirección del campo eléctrico

Análisis: es evidente que las estudiantes tuvieron una comprensión adecuada del significado de cada una de las mediciones y del significado de las flechas. Se les asigna la *categoría A*.

4.1.1.3. Análisis de la actividad 3.

Para esta actividad se les pidió hacer cuatro mediciones, con el medidor de voltaje, en cuatro puntos equidistantes alrededor del electrodo central. De las mediciones que hicieron en V/cm se les solicitó que hicieran la conversión a N/C . Los valores que obtuvieron se evidencian en la siguiente tabla.

Actividad 3.

• Tabla 4.

r_1 (cm)	Valor del campo	Conversión de Unidades
$r = 5 \text{ cm}$	-0.52 V/c	-52 N/c
$r = 5 \text{ cm}$	-0.50 V/c	-50 N/c
$r = 5 \text{ cm}$	-0.30 V/c	-30 N/c
$r = 5 \text{ cm}$	-0.41 V/c	-41 N/c

A continuación, se les propuso la siguiente situación: de acuerdo con la columna 2 de la tabla 4 ¿Qué magnitud física fue medida? Las estudiantes respondieron

- La magnitud física que fue medida es el campo eléctrico.

Análisis: es evidente el nivel de comprensión al que han llegado al responder exactamente que es el campo eléctrico ya que, en preguntas anteriores, que estaban relacionadas, no lograban establecer tal relación. Se le asigna la *categoría A*.

Posteriormente, se les pregunto ¿Qué significado físico se desprende del hecho de que los valores de la columna 2 sean semejantes? Las estudiantes contestaron

- Los valores son semejantes porque las distancias son las mismas.

Análisis: las estudiantes relacionan que la distancia del electrodo central al punto en que se hace medición es determinante en el valor del campo eléctrico. Se le asigna la *categoría A*

Seguidamente, se les pidió que hicieran el mismo procedimiento que el caso anterior, pero ahora variando el radio. De este procedimiento obtuvieron la siguiente tabla

- Tabla 5.

r_2 (cm)	Valor del campo	Conversión de Unidades
$r = 7 \text{ cm}$	-0.23 V/c	-23 N/c
$r = 7 \text{ cm}$	-0.19 V/c	-19 N/c
$r = 7 \text{ cm}$	-0.10 V/c	-10 N/c
$r = 7 \text{ cm}$	-0.22 V/c	-22 N/c

Para analizar los datos de las tablas 4 y 5, primero se les invito a reflexionar acerca del significado de las superficies equipotenciales y el flujo eléctrico en la región comprendida entre los dos conductores concéntricos.

Para ello, se requirió que hicieran otra medición en dos superficies equipotenciales diferentes en $r = 4\text{cm}$ y $r = 6\text{cm}$, de esto obtuvieron la siguiente tabla

- Tabla 6.

r (cm)	Valor registrado
	5.17
$r = 4\text{cm}$	4.50
	4.80
	4.64
	12.90
$r = 6\text{cm}$	9.69
	9.11
	11.20

Con respecto a los datos obtenidos en la tabla 6, se les planteo la siguiente situación: los valores de la diferencia de potencial eléctrico obtenidos para $r = 4\text{cm}$ ¿cómo se pueden interpretar físicamente? Las estudiantes respondieron

- Los valores nos representan el campo eléctrico dado en la región $r = 4\text{cm}$

Análisis: es considerable que las estudiantes ya se apropiaron del significado de cada uno de los valores que se está midiendo, sin embargo, en la pregunta se hace referencia al significado físico de las cuatro mediciones hechas, lo cual no es resuelto por la respuesta de las estudiantes. Se les asigna la *categoría C*.

Seguidamente, se les preguntó ¿será que para cualquier $r = 4\text{cm}$, el valor de la diferencia es similar? Las estudiantes contestaron

- Son similares los valores alrededor de la región $r = 4\text{cm}$ lo cual no cambiara significativamente los valores ya que no se variando la distancia.

Análisis: las estudiantes mencionan que en cualquier medición alrededor del electrodo central se van a obtener valores semejantes, lo cual significa que se están apropiando del concepto de superficie equipotencial. Se les asigna la *categoría A*

A continuación, se les pregunto ¿Cómo se pueden interpretar físicamente los valores de la diferencia de potencial eléctrico obtenidos para $r = 6\text{cm}$? Las estudiantes respondieron

- Los valores nos representan el campo eléctrico dado en la región $r = 6\text{cm}$

Análisis: es considerable que las estudiantes ya se apropiaron del significado de cada uno de los valores que se está midiendo, sin embargo, en la pregunta se hace referencia al significado físico de las cuatro mediciones hechas, lo cual no es resuelto por la respuesta de las estudiantes. Se les asigna la *categoría C*.

Posteriormente, se les pregunto ¿será que para cualquier $r = 6\text{cm}$, el valor de la diferencia es similar? Las estudiantes contestaron

- Son similares los valores alrededor de la región $r = 6\text{cm}$ lo cual no cambiara significativamente los valores ya que no se variando la distancia.

Análisis: las estudiantes mencionan que en cualquier medición alrededor del electrodo central se van a obtener valores semejantes, lo cual significa que se están apropiando del concepto de superficie equipotencial. Se les asigna la *categoría A*

Flujo eléctrico

En esta sección de la secuencia de aprendizaje, se les pidió observar la siguiente imagen y contestaran: ¿describa qué similitudes observa entre las dos fotos?



Las estudiantes respondieron:

- Las imágenes nos representan como están ubicados el electrodo central y el exterior análogamente

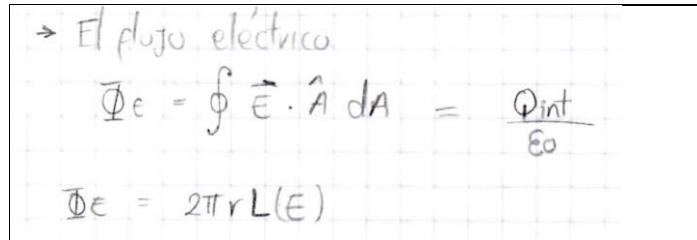
Análisis: las estudiantes hicieron referencia a la similitud entre las imágenes lo cual es la finalidad de mostrarlas. Se les asigna la *categoría A*.

Seguidamente, se les pidió que describieran una superficie gaussiana que fuese apropiada para calcular el flujo eléctrico sobre el cilindro interno de un cable coaxial que se muestra esquemáticamente. Las estudiantes contestaron:

➤ La superficie gaussiana debe que cubrir el electrodo central debe ser un cilindro.

Análisis: Es claro que las estudiantes eligieron la simetría cilíndrica para calcular el flujo a través del cilindro interno, esto muestra el nivel de comprensión de las estudiantes entorno a la elección de la superficie al calcular el flujo eléctrico. Se les asigna la *categoría A*.

Después, se les solicito realizar el cálculo analítico a través de la superficie gaussiana que habían definido en la anterior situación. Las estudiantes llegaron a lo siguiente:



→ El flujo eléctrico.

$$\Phi_e = \oint \vec{E} \cdot \hat{A} dA = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$$

$$\Phi_e = 2\pi r L(E)$$

Análisis: Por el correcto cálculo analítico del flujo eléctrico a través del cilindro interno de un cable coaxial, se les asigna la *categoría A*

A continuación, se les pidió que con los valores obtenidos en las tablas 4 y 5 para el campo eléctrico en unidades de N/C , correspondientes a r_1 y r_2 , en la región comprendida entre los conductores concéntricos sobre el papel conductor, calcularan los valores del flujo Φ_1 y Φ_2 a través de las superficies gaussianas semejantes a la empleada en el cálculo analítico. Las estudiantes consignaron lo obtenido en la siguiente tabla.

Valores del radio	valores del flujo
$r_1 = 0.05 \text{ m}$	-13.58738823
$r_2 = 0.07 \text{ m}$	-8.137724973

Después, se les plantea la siguiente situación: haciendo un análisis de los resultados obtenidos en la columna dos de la tabla 7 ¿Cómo interpreta físicamente los valores obtenidos para Φ_1 y Φ_2 ? Las estudiantes respondieron

➤ El flujo es proporcional a la carga eléctrica encerrada en la superficie gaussiana

Análisis: es indiscutible que las estudiantes llegaron a la relación que hay entre el flujo eléctrico a través de una superficie gaussiana y la carga eléctrica. Se les asigna la *categoría A*.

Por último, se les pregunto: Si se hiciera otra medición del campo eléctrico, diferente a las anteriores, en la región dentro de los conductores concéntricos, por ejemplo, en $r = 8 \text{ cm}$; y luego

se hiciera el procedimiento para calcular el flujo eléctrico a través de la superficie gaussiana apropiada ¿Qué valor se esperaba obtener y por qué? Las estudiantes contestaron

- Obtendríamos valores similares ya que nuestra carga puntual está ubicada en el electrodo central.

Análisis: las estudiantes llegaron a un nivel de comprensión deseado ya que cumplen a conformidad con el indicador de aprendizaje 3. *Se asigna la categoría A.*

4.1.1.4. Análisis general

Hasta aquí se realizó un análisis individual de cada una de las respuestas y se le asignó una categoría dependiendo de su nivel de desempeño. Ahora, con las categorías obtenidas en cada respuesta, se va a realizar un análisis para tener una imagen global sobre los alcances de la propuesta. A continuación, se representan en un diagrama circular los porcentajes que obtuvieron las estudiantes en cada una de las categorías, teniendo en cuenta que alcanzaron 12 repuestas clasificadas en la categoría A, 2 respuestas en la categoría B y 3 respuestas en la categoría C.

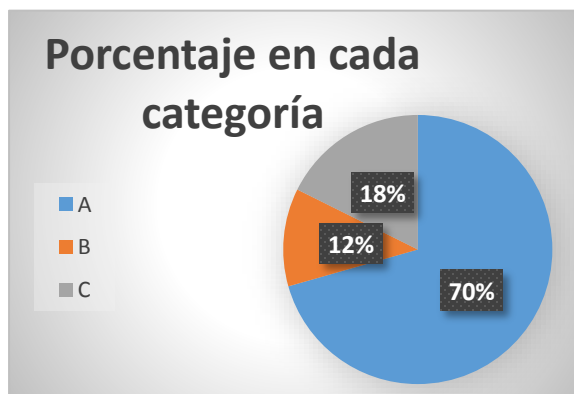


Figura 36: Diagrama circular en el que se representa el porcentaje que obtuvieron las estudiantes en cada categoría

De este modo, se observa en el diagrama que las estudiantes obtuvieron 70% en la categoría A, que representa la comprensión total del concepto; obtuvieron 12% en la categoría B, que representa una comprensión media del concepto; y obtuvieron 18% en la categoría C, que representa una comprensión baja del concepto. Así, es posible afirmar que se obtuvieron resultados concluyentes porque la mayoría de preguntas fueron contestadas con una comprensión satisfactoria del concepto.

Esto quiere decir que la construcción conceptual a la que llegaron los estudiantes fue favorable ya que estaban en armonía con los indicadores de aprendizaje. Esto da indicios acerca de lo pertinente que fue la propuesta ya que se muestra un adecuado nivel en la comprensión de la ley Gauss.

Conclusiones

Con respecto a la secuencia de aprendizaje, es preciso enunciar que fue una propuesta con gran alcance, en términos de la construcción de conocimiento, porque permitió que los estudiantes, involucrados en la implementación, conocieran diferentes aspectos con los que no estaban relacionados en el ámbito de lo experimental y lo teórico. Por ejemplo, los estudiantes con los que fue implementada la propuesta, según lo manifestaron, no conocían ninguna manera experimental de medir el campo eléctrico. Tampoco, reconocían aspectos como la relación entre campo eléctrico y potencial eléctrico, pero, posterior a la implementación de la secuencia de aprendizaje, lograron construir sus propias ideas respecto a esta relación y con respecto a la medición experimental de un campo eléctrico.

Otro aporte trascendental que se logró con la secuencia de aprendizaje fue la construcción conceptual a la que llegaron los estudiantes con relación a la ley de Gauss porque, como se puede constatar en el análisis de resultados, la gran mayoría de las respuestas que dieron los estudiantes estaban acorde a los indicadores de aprendizaje. Todo esto muestra que la secuencia de aprendizaje fue acertada y que es válido que se tenga en cuenta para llevar a los estudiantes a que se relacionen con la parte experimental que subyace a la ley de Gauss.

Ahora, con relación a mi formación docente, fue una experiencia bastante enriquecedora debido a que la construcción todo el documento requirió de una profundización en diferentes áreas, tanto como en formación docente, como también, en la apropiación de conceptos en el ámbito de la física. En general, el proceso de investigación que se llevó a cabo fue bastante constructivo porque me permitió crecer en el ámbito académico y en el ámbito personal.

También, se concluye que la propuesta experimental fue satisfactoria porque cumplió a cabalidad con los objetivos del trabajo.

Por último, se destaca que para futuras implementaciones este trabajo debe ser implementado en un curso de electromagnetismo I, para introducir a los estudiantes en la parte experimental de la ley de gauss.

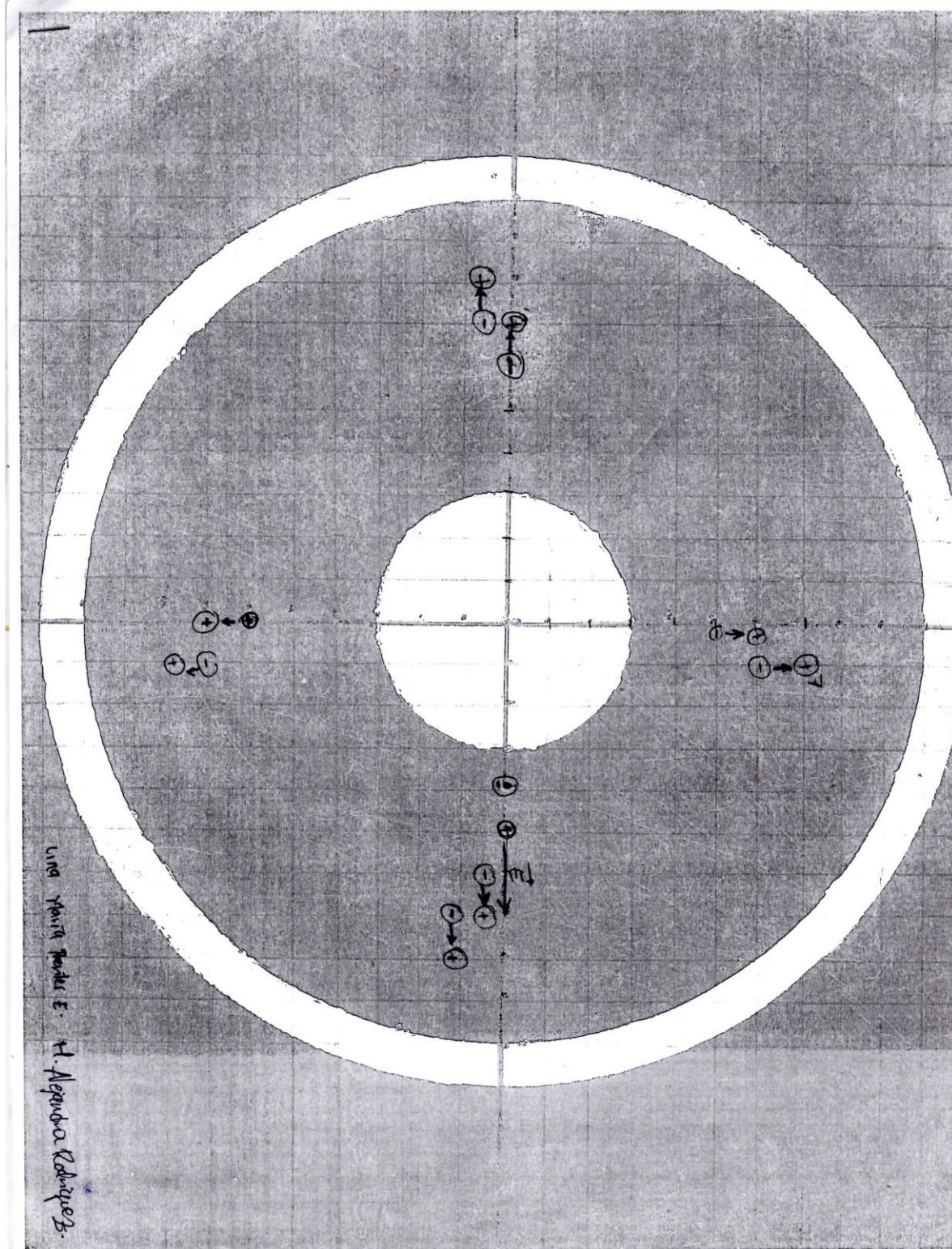
Bibliografía

- Arcá, M. (s.f.). *El desarrollo del proceso cognitivo como tarea de la educación*.
- Arcá, M., Guidoni, P., & Mazalli, P. (1990). *Enseñar ciencia*. Paídos.
- Asenjo, O. R. (1990). Sobre la enseñanza de la física. *Aula abierta*, 7.
- Cardenas, L. M., & Ramirez Perez, D. R. (2009). Una ampliación de la experiencia en el fenómeno electrostático. Univesidad Pedagógica Nacional.
- Chabay, R., & Sherwood, B. (1994). *Electric and magnetic interactions*. Wiley.
- Cohen, L., & Manion, L. (1989). *Métodos de investigación educativa*. Madrid: La muralla S.A.
- Driver, R. (23-25 de Septiembre de 1987). Un enfoque constructivista para el desarrollo del currículo en ciencias. Valencia, España.
- Duschl, R. A. (1997). *Renovar la enseñanza de las ciencias*. Nashville: Narcea ediciones.
- Einstein, A., & Infeld, L. (1896). *La evolución de la física*. Barcelona: Salvat Editores.
- Feynman, R. (1963). *The Feynman lectures on physics*. California: Fondo educativo iberoamericano.
- Feynman, R. (1965). El carácter de la ley física. En R. Feynman, *The character of physical law*. Barcelona: Metamas.
- Gettys, E., Keller, F., & Skove, M. (1991). *Física Clásica y Moderna*. Madrid: McGraw-Hill.
- Guisasola, J., Montero, A., & Fernandez, M. (2008). La historia del concepto de fuerza electromotriz en circuitos eléctricos y la elección de indicadores de aprendizaje comprensivo. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 30(1), 1-8.
- Guisasola, J., Salinas, J., Almudí, J. M., & Velazco, S. (2003). Análisis de los procesos de aplicación de las leyes de Gauss y Amperé por estudiantes universitarios de España y Argentina. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 12.
- Guzman, A., Pouliquen, Y., & Sevilla, E. (1996). Las metodologías participativas de investigación: Un aporte al desarrollo local endógeno. Córdoba, Colombia: Instituto de sociología y estudios campesinos.
- Hacking, I. (1983). *Representar e Intervenir*. Cambridge: Paídos.
- Halliday, D., & Resnick, R. (1961). *Física para estudiantes de ciencias e ingeniería*. New York: John Wiley & Sons.
- Kaufman, M., & Fumagalli, L. (1999). *Enseñar ciencias naturales. Reflexiones y propuestas didácticas*. Buenos Aires: Paidós Mexicana SA.
- knight, R. D. (2000). *Physics for scientists and engineers*. California: Pearson Addison Wesley.
- Landaeta, C. (2013). Investigación acción. *Investigación de las ciencias sociales*, 6.

- Llancaqueo, A., Caballero, M. C., & Moreira, M. A. (2003). El concepto de campo en el aprendizaje de la física y en la investigación en educación en ciencias. *Revista electronica de enseñanza de las ciencias*, 27.
- Ludwigsen, D. O., & Hassold, G. N. (2006). A simple electric field probe in a Gauss's law laboratory. *Apparatus for teaching physics*, 4.
- Oficina Regional de Educación de la UNESCO. (2005). *¿Cómo promover el interés por la cultura científica*. Santiago, Chile : Andros Impresores.
- Planck, M. (2012). *Autobiografía científica*. (E. d. Abreu, Trad.) Rio de Janeiro: Contraponto.
- Poincaré, H. (1904). O valor da ciência. En H. Poincaré, *La valeur de la science* (págs. 189-215). Rio de Janeiro: Contraponto LTDA.
- Purcell, E. M. (1988). *Electricidad y Magnetismo-Berkeley Physics course* (Vol. 2). Barcelona: Reverté S.A.
- Ruth W., C., & Sherwood, B. A. (2007). *Matter interactions*. New York: Wiley.
- Sears, F. W., Zemansky, M. W., & Young, H. D. (1988). *Física Universitaria*. Wilmington, Estados Unidos: Addison-Wesley Iberoamericana.
- Singh, C. (30 de June de 2006). Student understanding of symmetry and Gauss's law of electricity. *Student understanding of symmetry and Gauss's law of electricity*. Pittsburgh, Pensilvania.
- Universidad Pedagógica Nacional. (2014). *Pedagógica*. Obtenido de www.pedagogica.edu.co
- Uribe Agudelo, A. (2014). Diseño de experimentos para la enseñanza de los conceptos de carga eléctrica y campo eléctrico. Universidad Pedagógica Nacional.
- Viennot, L. (1996). *Razonar en física*. Madrid: A. Machado libros.
- Wilson, J. D., Buffa, A. J., & Lou, B. (2007). *Física* (Sexta ed.). Ciudad de México, México: Pearson Educación.
- Young, H. D., & Roger A. Freedman. (2009). *Física universitaria, con física moderna* (Vol. Volumen II). Ciudad de México, México: Pearson educación.

Anexos

Anexo 1: Resultados de la implementación



Nombres: M. Alejandra Rodríguez Cuéllar
Lina María Puentes Espejo.

A. ¿Cómo determinar la dirección del campo eléctrico generado por dos electrodos concéntricos?

Rta: Podemos asegurar que existe una relación teórica y matemática, para determinar la dirección de un campo, más no esta en nuestra experiencia en análisis experimental.

Situación Hipotética

- Se cree que la razón la tiene cambia porque al mirar la distancia que existe, en los dos electrodos podemos analizar que existe una diferencia de potencial que genera un campo eléctrico.

Actividad 1. Subo voltaje 30 voltios

Tabla 1

Lecturas	Valores	Cociente	Significado
Punta Negativa $r=7\text{cm}$	0.33 V	$\frac{V}{3\text{cm}}$	0.11 $\frac{V}{\text{cm}}$
Punta Negativa $r=6\text{cm}$	0.26 V	$\frac{V}{2\text{cm}}$	0.13 $\frac{V}{\text{cm}}$

El significado físico para cada uno de los valores se mide voltaje sobre centímetros

B. Tabla 2

Lectura con medidor de voltaje en $r=4\text{cm}$
0.4 V

1. Se hace la cantidad de Voltios sobre centímetros
- 2) El objetivo de las tablas es determinar la cantidad de voltios sobre centímetros. A mayor distancia, mayor voltaje.

Actividad 2.

Segmentos	Distancia	Lectura
d_1	$r_1 = 6\text{cm}$	$-2.51 \frac{\text{V}}{\text{cm}}$
	$r_2 = 7\text{cm}$	$-1.16 \frac{\text{V}}{\text{cm}}$
d_2	$r_1 = 6\text{cm}$	$-0.34 \frac{\text{V}}{\text{cm}}$
	$r_2 = 7\text{cm}$	$-0.29 \frac{\text{V}}{\text{cm}}$
d_3	$r_1 = 6\text{cm}$	$-0.19 \frac{\text{V}}{\text{cm}}$
	$r_2 = 7\text{cm}$	$-0.12 \frac{\text{V}}{\text{cm}}$
d_4	$r_1 = 6\text{cm}$	$-0.32 \frac{\text{V}}{\text{cm}}$
	$r_2 = 7\text{cm}$	$-0.18 \frac{\text{V}}{\text{cm}}$

1. La magnitud física que se mide es directamente relacionada con el campo eléctrico.
2. El signo menos obtenido en las mediciones representa la dirección de dicho campo.
3. Dirección del campo eléctrico.

Actividad 3.

• Tabla 4.

r_1 (cm)	Valor del campo	Conversión de Unidades
$r = 5 \text{ cm}$	-0.52 V/c	-52 N/c
$r = 5 \text{ cm}$	-0.50 V/c	-50 N/c
$r = 5 \text{ cm}$	-0.30 V/c	-30 N/c
$r = 5 \text{ cm}$	-0.41 V/c	-41 N/c

- Los valores son semejantes porque las distancias son las mismas. -45.25
- La magnitud que se mide es el campo eléctrico.

- Tabla 5.

r_2 (cm)	Valor del campo	Conversión de Unidades
$r = 7 \text{ cm}$	-0.23 V/c	-23 N/c
$r = 7 \text{ cm}$	-0.19 V/c	-19 N/c
$r = 7 \text{ cm}$	-0.10 V/c	-10 N/c
$r = 7 \text{ cm}$	-0.22 V/c	-22 N/c

-18.5

Norma

- Tabla 6.

r (cm)	Valor registrado
$r = 4$ cm	5.17
	4.50
	4.80
	4.64
$r = 6$ cm	12.90
	9.69
	9.11
	11.20

- Los valores nos representan el campo eléctrico dado en la región $r = 4$ cm
- Son similares los valores alrededor de la región $r = 4$ cm - lo cual no cambiará significativamente los valores ya que no se está variando la distancia.
- Los valores no representan el campo eléctrico dado en la región $r = 6$ cm
- Son similares los valores alrededor de la región $r = 6$ cm, lo cual no cambiará significativamente los valores ya que no se están variando la distancia.

Flujo Eléctrico.

1. Similitudes.

Las imágenes nos representan como están ubicados el electrodo central y el exterior análogamente.

2) La superficie gaussiana debe cubrir el electrodo central debe ser un cilindro

• calculo de flujo eléctrico.

→ El flujo eléctrico

$$\Phi_e = \oint \vec{E} \cdot \hat{A} dA = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$$

$$\Phi_e = 2\pi r L(E)$$

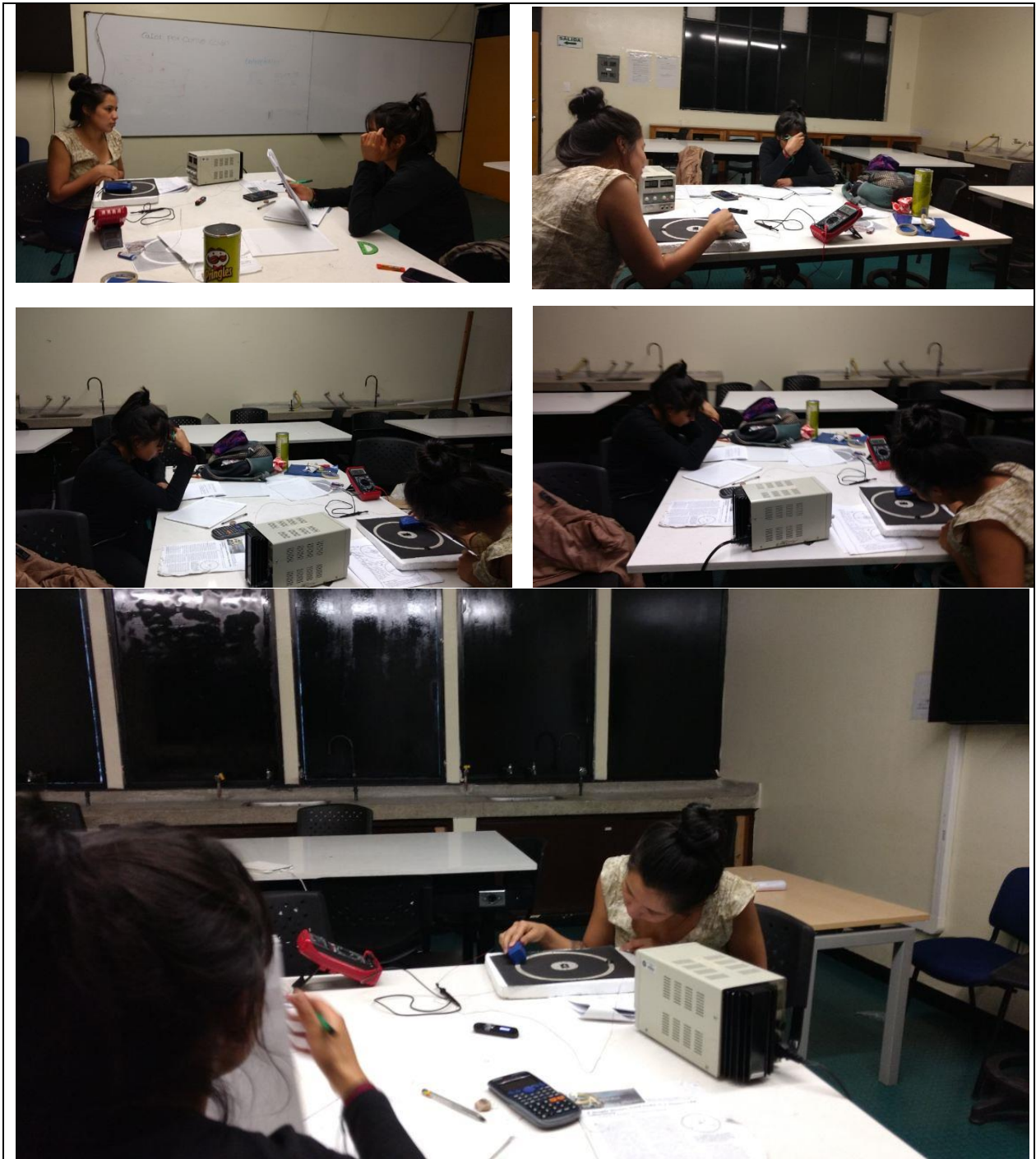
B. Calculo numerico del flujo eléctrico.

valores del radio	valores del flujo
$r_1 = 0.05 \text{ m}$	-13.58738823
$r_2 = 0.07 \text{ m}$	-8.137724973

1. El flujo es proporcional a la carga eléctrica encerrada en la superficie gaussiana
2. Obtenemos valores similares ya que nuestra carga puntual esta ubicada en el electrodo central.

Anexo 2: Evidencias de la implementación





Anexo 3: Videos

<https://youtu.be/yswQLRozohw>

<https://youtu.be/HdDNWV6nMn0>