

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

Herramienta Teórico-Didáctica Apoyada en Tecnología Digital para Identificar Niveles de Interpretación de las Medidas de Tendencia Central en Datos Agrupados

Angie Mabel Vallejo Monroy

Kely Yureimy Fernández Zambrano

24 de noviembre de 2025

Nota del autor

Angie Mabel Vallejo Monroy y Kely Yureimy Fernández Zambrano, Departamento de Matemáticas, Universidad Pedagógica Nacional – Bogotá.

Trabajo realizado para optar al título de Magister en Docencia de la Matemática de la Universidad Pedagógica Nacional. Cuenta con la asesoría de la profesora Ingrith Álvarez Alfonso, docente de planta del Departamento de Matemáticas.

Cualquier mensaje con respecto a este trabajo debe ser enviado al Departamento de Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá, Colombia, o al correo

dma@pedagogica.edu.co

Resumen

En el estudio de las Medidas de Tendencia Central en Datos Agrupados [MTC-DA] Vallejo y Fernández (2022) evidencian diversas interpretaciones en estudiantes de 14 a 16 años; empero, no es posible categorizarlas de acuerdo con los modelos estadísticos propuestos por autores como Garfield y Ben-Zvi (2008), Curcio (1987) o Gal (2002), debido a que aún no se han establecido niveles que permitan clasificar dichas interpretaciones y brindarles un tratamiento académico adecuado.

Marulanda (2019) y Zacarías (2015) enfatizan en que el abordaje de la Estadística es enriquecedor si se hace con Tecnología Digital [TD], ya que esta permite agrupar en intervalos información cuantitativa, y favorecer procesos como razonar e interpretar, restando atención a cálculos rutinarios. Por ello, el propósito de esta investigación se centra en proponer niveles para categorizar la interpretación de las MTC-DA y diseñar una tarea mediada por TD que ayude a identificar la interpretación de los estudiantes en relación con estas medidas. Para ello se toma como referencia: *i)* la taxonomía *Structure of Observed Learning Outcome* [SOLO], *ii)* el Modelo de Tareas Tecno-Pedagógicas [MTTP], y *iii)* el criterio de expertos.

Al terminar la investigación se propone como productos, una herramienta teórico-didáctica compuesta de niveles para categorizar la interpretación (teoría) y una tarea tecno-pedagógica (didáctica) para identificar los niveles de interpretación de las MTC-DA. Esta herramienta es valorada por expertos en Educación Estadística, quienes determinan su validez y coherencia, y reportan sugerencias y recomendaciones para su gestión en el aula de Estadística.

Palabras clave: Medidas de Tendencia Central, Tareas tecno-pedagógicas, Interpretación, Tecnología educacional, Taxonomía SOLO, Criterios de Expertos.

Contenido

	pág.
Introducción	1
Aspectos Generales.....	5
Descripción del problema.....	5
Antecedentes.....	9
Justificación.....	10
Objetivos.....	17
Objetivo general	17
Objetivos específicos.....	17
Marco de Referencia.....	18
Medidas de Tendencia Central	18
Media aritmética	19
Mediana.....	20
Moda	21
Propiedades de las MTC-DA	22
Representaciones de las MTC-DA.....	24
Errores y dificultades en el estudio de las MTC-DA.....	36
‘Interpretación’ en Educación Estadística	38
Tareas Estadísticas.....	41
Tareas tecno-pedagógicas [TTP]	43
Modelo de Tareas Tecno-Pedagógicas [MTTP]	45
Taxonomía SOLO	46
Aspectos Metodológicos.....	48
Criterio y Valoración de Expertos.....	49
Fase 1. Diseño de productos a validar por los expertos	49
Fase 2. Método Delphi.....	50
Fase 3. Selección de expertos	52
Fase 4. Valoración de la herramienta.....	53
Fase 5. Informe	55
Desarrollo de la Propuesta	56
Fase 1. Diseño de productos a validar por los expertos	56
Fase 2. Método Delphi	66

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA	
Fase 3. Selección de expertos	66
Fase 4. Valoración de la herramienta	71
Valoración cuantitativa de los niveles de interpretación de las MTC-DA	71
Valoración cualitativa de los niveles de interpretación de las MTC-DA	74
Valoración cuantitativa de la tarea tecno-pedagógica.....	80
Valoración cualitativa de la tarea tecno-pedagógica.....	84
Fase 5. Informe	91
Conclusiones	98
Referencias	104
Anexos	117

Tablas

	pág.
Tabla 1. Propiedades de la media, mediana y moda agrupadas.....	22
Tabla 2. Representaciones simbólicas de las MTC	25
Tabla 3. Tabla de frecuencia sobre las ventas que tuvieron 1000 empresas en 2020.....	28
Tabla 4. Definición, cálculo y representaciones de las MTC-DA.....	35
Tabla 5. Errores y dificultades asociados a las MTC	36
Tabla 6. Habilidades asociadas al componente ‘Interpretación’	39
Tabla 7. Niveles de la Taxonomía SOLO.....	46
Tabla 8. Fuentes de argumentación para valorar la competencia de expertos.....	51
Tabla 9. Puntuación para el criterio de Google Scholar	52
Tabla 10. Niveles y características de la Interpretación para las MTC-DA	57
Tabla 11. Características para las tareas tecno-pedagógicas en el ámbito estadístico.....	59
Tabla 12. Descripción y características de la tarea tecno-pedagógica.....	61
Tabla 13. Valoración de los niveles por el Método Comparación por Pares	74
Tabla 14. Réplicas y consideraciones para las falencias y recomendaciones de los niveles.....	91
Tabla 15. Réplicas y consideraciones para las falencias y recomendaciones de la tarea	94
Tabla 16. Ajustes realizados a la tarea tecno-pedagógica	96

Figuras

	pág.
Figura 1. Histograma en material didáctico.....	5
Figura 2. Representación pictórica de las MTC	25
Figura 3. Representaciones algebraicas de las MTC-DA para estadísticos.....	27
Figura 4. Representaciones algebraicas de las MTC-DA para parámetros	27
Figura 5. Histograma de frecuencias: distribución de la población según su edad	29
Figura 6. Histograma como intervalos de diferente amplitud	30
Figura 7. Polígono de frecuencias: Salario en 1460 empresas en 2020.....	31
Figura 8. Ojiva: peso neto de 1500 productos exportados en abril de 2023.....	32
Figura 9. Diagrama de Pareto: Salarios en el 2020 de 1460 empresas	33
Figura 10. Curvas de distribución de frecuencia en términos de asimetría	33
Figura 11. Distribución asimétrica positiva: Edad de 100 mujeres	34
Figura 12. Fases del criterio y valoración de expertos en el marco de la investigación.....	55
Figura 13. Formación académica y cargo que desempeñan los expertos seleccionados.....	67
Figura 14. Nacionalidad, país e institución donde laboran los expertos	68
Figura 15. Información profesional y laboral de los expertos seleccionados.....	68
Figura 16. Promedios puntuaciones en indicadores bibliométricos de Google Scholar.....	69
Figura 17. Influencia de las fuentes de argumentación en el grupo de expertos	70
Figura 18. Evaluación en Escala de Likert de los Niveles de interpretación	71
Figura 19. Estadísticos sobre las valoraciones de los niveles de interpretación.....	73
Figura 20. Evaluación en Escala de Likert de la tarea tecno-pedagógica	81
Figura 21. Estadísticos sobre las valoraciones de la tarea tecno-pedagógica.....	82
Figura 22. Valoración de la tarea tecno-pedagógica por el Método Comparación por Pares	83

Anexos

	pág.
Anexo A. Taller “Estudiando las calificaciones del Área de Matemáticas”	117
Anexo B. Criterios para generar los niveles de interpretación de las MTC-DA	120
Anexo C. Tarea para identificar la interpretación de las MTC-DA	121
Anexo D. Preselección de expertos	126
Anexo E. Apartados para enviar a expertos.....	136
Anexo F. Puntuación total para los expertos que evaluaron la herramienta teórico-didáctica...	163
Anexo G. Características contempladas en la tarea.....	165
Anexo H. Cálculos cuantitativos de la valoración de los niveles de interpretación	166
Anexo I. Cálculos cuantitativos de la valoración de la tarea tecno-pedagógica.....	170
Anexo J. Versión Final de Herramienta teórico-didáctica.....	174

Introducción

La Tecnología Digital [TD] entendida como el conjunto de herramientas, dispositivos y recursos informáticos destinados a crear, gestionar, analizar y comunicar información, de acuerdo con Area-Moreira (2010) y Selwyn (2012), ha generado transformaciones significativas en el ámbito educativo al proporcionar a los estudiantes acceso a diversas herramientas y recursos digitales (v. g. bases de datos y encuestas) para interpretar información estadística. Esta mediación tecnológica les permite desarrollar competencias para otorgar sentido a los datos que circulan en diversas fuentes de comunicación. Un aspecto relevante en este proceso es la interpretación de las Medidas de Tendencia Central en Datos Agrupados [MTC-DA], ya que la TD permite representar datos en intervalos¹, automatizar cálculos complejos y reducir errores; con el fin de centrar la atención en aspectos conceptuales y significados para generar interpretaciones de estas medidas en contextos reales.

Esta investigación parte de las interpretaciones identificadas por Vallejo y Fernández (2022) en estudiantes de 14 a 16 años frente a las MTC-DA y la ausencia de modelos en la literatura para caracterizar tales interpretaciones dificulta su análisis. Por ello, el propósito de esta investigación es proponer una herramienta teórico-didáctica que involucre niveles para categorizar la interpretación (teoría) de las MTC-DA y una tarea tecno-pedagógica (didáctica) que ayude a identificar el nivel de interpretación de un individuo frente a dicho objeto.

El documento inicia con la descripción de la situación problema, mostrando distintas expresiones de estudiantes al trabajar con las MTC-DA. Se presentan aportes teóricos de autores

¹ Se debe tener en cuenta que la literatura disciplinar reconoce intervalo y clase como sinónimos, al igual que sucede con punto medio del intervalo y marca de clase de una clase. A pesar de que varios autores utilizan de manera indistinta estos conceptos, en este trabajo, con el fin de unificar el lenguaje, se usarán las expresiones intervalo y marca de clase (de un intervalo).

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA que proponen niveles en el estudio de temas estadísticos, errores y dificultades en relación con las Medidas de Tendencia Central [MTC], su significado y comprensión, lo que sustenta la propuesta de un instrumento que permita categorizar la interpretación de las MTC-DA.

Luego se exponen antecedentes que involucran el estudio de las MTC y MTC-DA usando herramientas tecnológicas que se enfocan más en el cálculo que en interpretar resultados en contextos reales. Por último, se presenta un antecedente relacionado a la taxonomía *Structure of Observed Learning Outcome* [SOLO], como fuente de orientación para la investigación a desarrollar. En la justificación se expone la importancia de proponer niveles para categorizar las interpretaciones de los estudiantes respecto a las MTC-DA, el impacto y la favorabilidad que tiene la TD en el diseño de tareas para generar interpretaciones de estas medidas en distintos contextos, la relevancia del estudio de las MTC y la importancia de trabajar con datos agrupados.

En la segunda parte del documento se exhibe el marco de referencia desde tres perspectivas. *i)* La descripción de las MTC-DA a partir de su definición, cálculo, significado, y distintas representaciones estadísticas, aspectos que contribuyen al proceso de interpretación de tales medidas; *ii)* errores y dificultades asociadas a las MTC-DA; y *iii)* los asuntos relacionados con la ‘interpretación’ en el campo de la Educación Estadística, vista como un componente de la cultura estadística y como habilidad percibida desde el enfoque teórico de Alfabetización, Razonamiento y Pensamiento Estadístico [ARPE]. Luego, se presenta un apartado relacionado con el enfoque de abstracción situada y el Modelo de Tareas Tecno-Pedagógicas [MTTP].

En la tercera parte del documento, se presentan los aspectos metodológicos que contribuyen al diseño y validación de la herramienta teórico–didáctica (niveles y tarea). Para ello, primero se describen asuntos relacionados con la investigación cualitativa, la aproximación interpretativa y la estrategia investigativa de diseño para establecer un plan de ejecución

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA relacionado con el registro de información y el criterio de expertos para validar la coherencia y pertinencia de los niveles y la tarea. Se establecen las fases: *i)* diseño de productos a validar por los expertos: cinco niveles y una tarea tecno-pedagógica que permite categorizar e identificar las interpretaciones de las MTC-DA; *ii)* criterios para seleccionar a los expertos: Método Delphi (información profesional de cada experto), reconocimiento en *Google Scholar*, y Evaluación Experticia; *iii)* selección de expertos con puntuaciones mayores o iguales a 80 puntos; *iv)* valoración de los niveles para categorizar la interpretación de las MTC-DA y de la tarea tecno-pedagógica, y *v)* elaboración de un informe descriptivo de las observaciones proporcionadas por los expertos frente a la herramienta teórico-didáctica.

En el apartado Desarrollo de la Propuesta, se presenta el desenlace de implementar el criterio de expertos; es decir, se dan a conocer los productos diseñados para ser evaluados, se exponen las características del grupo de expertos seleccionados junto a su puntaje. Además, se presentan las valoraciones de la herramienta teórico-didáctica, lo cuantitativo mediante la Escala de Likert, el Coeficiente de Kendall y el Método Comparación por Pares, y lo cualitativo a partir de la herramienta de inteligencia artificial *Julius IA*, como apoyo en el procesamiento de los comentarios y recomendaciones formuladas por los expertos para cada indicador, con el propósito de identificar ideas comunes, errores o imprecisiones de carácter disciplinar o didáctico que hayan sido señalados por los expertos.

Bajo dicho análisis, se evidencia que la herramienta teórico-didáctica² ofrece una estructura sólida y fundamentada para identificar y categorizar la interpretación de las MTC-DA.

² Esta herramienta no se diseña para un grado escolar ni edad específico, sino para cualquier ciudadano que disponga de prerequisites conceptuales: nociones fundamentales de estadística (v.g. variables, tipos de representaciones, MTC-DA), así como competencias matemáticas básicas asociadas al manejo de números racionales y operaciones necesarias para el uso de fórmulas estadísticas.

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

No obstante, se resalta que este instrumento tiene un carácter teórico, centrado exclusivamente en la identificación y clasificación del nivel de interpretación alcanzado por los estudiantes. Por ello, no incorpora consideraciones relativas al contexto educativo específico, tales como la edad de los estudiantes o las condiciones particulares de aplicación de las pruebas, ya que estos aspectos recaen en el juicio profesional del docente, quien debe determinar su pertinencia y adecuación según las características propias del grupo escolar. Los niveles consideran propiedades y representaciones de las MTC-DA, y errores y dificultades en su cálculo e interpretación, permitiendo evaluar progresivamente el desarrollo del pensamiento aleatorio de estudiantes. La tarea tecno-pedagógica que acompaña esta propuesta se sustenta en el uso de datos reales, temperatura³ promedio diaria en diversas ciudades colombianas, e incorpora el uso de la herramienta digital Common Online Data Analysis Platform [CODAP], lo que favorece la exploración activa, la manipulación de datos y su interpretación.

Así mismo, los expertos valoran positivamente la herramienta teórico-didáctica por su coherencia interna y aplicabilidad. Resaltan la adecuada integración de tecnología, el uso de contextos significativos y el desarrollo de habilidades como el pensamiento crítico y las competencias digitales. También destacan que la propuesta brinda una guía clara para analizar el desempeño cognitivo y apoyar la toma de decisiones pedagógicas. Los expertos reconocen el valor educativo de la propuesta, pero sugieren incluir ejemplos prácticos para cada uno de los niveles. También recomiendan considerar el tiempo de resolución que requiere la tarea, el conocimiento previo acerca de las MTC-DA y la habilidad en el manejo de CODAP, para asegurar que estos factores no obstaculicen el logro de los objetivos de la herramienta.

³ Es un valor que representa el comportamiento térmico general de la jornada de 24 horas, y se obtiene promediando la temperatura más alta y la más baja registradas durante el día.

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

Aspectos Generales

En este apartado se exponen las evidencias empíricas y teóricas que sustentan el problema que orienta la presente investigación, en conjunto con los antecedentes, la justificación, la pregunta de investigación y los objetivos que guían su desarrollo.

Descripción del problema

Vallejo y Fernández (2022) implementan un taller (Anexo A) con estudiantes de edades entre los 14 y 16 años. El taller consta de cuatro apartados que buscan que los estudiantes interpreten las MTC-DA a partir de un contexto específico (calificaciones de evaluaciones de Matemáticas). Cuentan con material didáctico manipulable: histograma en madera, tuercas que representan los datos del conjunto (calificaciones) y cuerdas con etiquetas de la media aritmética, la mediana y la moda, como se muestra en la Figura 1.

Figura 1.

Histograma en material didáctico



Nota. Tomado de Alternativa Metodológica para la Interpretación de las Medidas de Tendencia Central en Datos Agrupados utilizando Material Didáctico (p. 55), por A. Vallejo y K. Fernández, 2022, <http://hdl.handle.net/20.500.12209/18156>

En el taller, los estudiantes modifican el conjunto de datos, identifican los valores de las MTC-DA y elaboran interpretaciones (expresiones subrayadas). Para el apartado A, ubican las

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

tuercas en el histograma de acuerdo con los intervalos definidos. En el B, el investigador (personaje de la situación) determina los valores de las MTC y los estudiantes los ubican en el histograma. Frente a ello, se plantea la pregunta: ¿Qué conclusiones podría dar el investigador de acuerdo con los valores dados de las MTC-DA? Como ejemplo, algunos estudiantes responden: *“en conclusión la media de las clasificaciones dadas en el histograma es (31,81) para sacar esta medida de tendencia se suman todas las notas y se dividen en la cantidad de calificaciones”*, lo cual evidencia que presentan una conclusión centrada únicamente en la fórmula algebraica de la media sin agrupar, explicando el procedimiento sin reconocer que en la tarea los datos se encuentran organizados en intervalos. Otros estudiantes plantean respuestas como: *“la moda de calificación es 32,54; el promedio de calificación es 31,81”*, lo que indica que su interpretación se limita a la transcripción de los valores presentados -en forma tabular en el taller- sin generar un significado más profundo para estas medidas de tendencia. En el Apartado D, los estudiantes eliminan ciertas calificaciones e incorporando datos atípicos en el intervalo correspondiente. Luego reubican, mediante cuerdas, los nuevos valores de las MTC-DA. La media aritmética varía de 31,81 a 33,04, por lo que se genera la pregunta ¿por qué el valor de la media aritmética aumenta? Unos estudiantes señalan *“aumenta debido a que un estudiante repitió los exámenes y sacó una mejor nota”*. En el Apartado E, los estudiantes deben eliminar una calificación del conjunto de datos. Al hacerlo, el conjunto presenta dos intervalos modales, por lo que se plantea la pregunta ¿qué ocurre con los intervalos modales? Un par de estudiantes responden: *“sí se ven afectadas, ya que una calificación del intervalo 35-38 quedó con la misma cantidad de datos que el intervalo 29-32 habiendo dos intervalos modales”*.

Frente a estos escenarios y al indagar teorías bajo las cuales se puedan analizar las respuestas de los estudiantes, se encuentran diversos autores que plantean niveles para distintos

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA temas estadísticos. Por ejemplo, Bertin (1967, citado en Camargo y Jiménez 2020), Curcio (1989, citado en Arteaga et al., 2017), Arteaga et al., (2017) proponen niveles para la lectura gráficos estadísticos (v. g. extracción de datos, de tendencias; análisis de estructura de datos, de lectura de datos, dentro de los datos, más allá de los datos, detrás de los datos; extracción de tendencias en una única distribución, extracción de estructura); niveles para la interpretación de gráficos propuesto por Aoyama (2007, citado en Insunza, 2015): idiosincrático, lectura básica de gráficas, relacional, crítico e hipotetizador). Para el estudio de datos estadísticos, Mooney (2002) plantea niveles para la interpretación de datos estadísticos y Jiménez y Inzunza (2011) han presentado niveles para la prueba de hipótesis. Empero, ninguno de estos autores u otros han formulado niveles para caracterizar las interpretaciones de las MTC-DA.

Al realizar la búsqueda detallada en relación con las MTC se encuentran distintos autores como Batanero (2000), Silva (2010), Cubides y Rosada (2011) y Arias y Silva (2012) quienes exponen errores y dificultades en el estudio de las MTC. A este respecto, para la media aritmética se encuentra: olvidar la frecuencia de los intervalos para su cálculo, confundir algoritmos de suma y multiplicación para encontrar el valor en datos agrupados o sumar los valores de la variable sin tener en cuenta las veces que se repite y dividir entre la suma de las frecuencias. En cuanto a la mediana: no se tienen en cuenta las frecuencias de los valores de la variable para calcularla, confunden el algoritmo de la mediana con el de la moda. Para la moda, los estudiantes toman esta medida como mejor estimador que la media aritmética o la mediana, olvidan que puede existir más de un intervalo modal, señalan a la mayor frecuencia absoluta como la moda, en lugar del intervalo con mayor frecuencia. A pesar de ello, los errores y dificultades presentados se asocian al cálculo o algoritmo de las MTC, pero estos autores no dan a conocer las dificultades al generar interpretaciones para los valores MTC-DA.

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

A partir de esta búsqueda se identifican niveles para la lectura e interpretación de gráficos y datos estadísticos, y niveles para categorizar la cultura estadística. En cuanto a las MTC se hallan dificultades en el aprendizaje y comprensión de las MTC. Además, existe un tratamiento amplio para las MTC desde diversas perspectivas, pero no centrado en datos agrupados [DA]. Sin embargo, aún no se logra hallar algún autor, teoría o referente que asocie niveles o categorías para clasificar interpretaciones de las MTC-DA.

El taller (Anexo A) desarrollado con estudiantes de 14 a 16 años resultó innovador para ellos, ya que la enseñanza de la Estadística se ha centrado principalmente en la aplicación de algoritmos y procedimientos para obtener el valor de cada MTC, lo cual contrasta con la propuesta del taller, orientada hacia la interpretación y el análisis conceptual. No obstante, pese a este carácter novedoso, la propuesta se enmarca en una perspectiva tradicional de enseñanza. Siguiendo lo descrito por Zapata (2016), el profesor define los conceptos, determina el significado de los términos o procedimientos, los comunica directamente a los estudiantes, presenta un ejercicio modelo y luego propone ejercicios rutinarios que no difieren del inicial. Por su parte, los estudiantes se limitan a realizar lo que el docente les pide hacer, así que se restringe el desarrollo del saber; es decir, no se proponen preguntas en relación con el significado de las MTC-DA. Tal metodología ocasiona que los estudiantes no reconozcan la información estadística, el origen de los datos ni su contexto para darle significado adecuado a los valores de las MTC-DA. Respecto al uso del material didáctico manipulable, este permite observar con claridad el intervalo en donde se encuentra cada medida y realizar exploraciones particulares sobre un conjunto de datos específico. No obstante, el histograma, construido con material concreto, limita al estudiante a realizar exploraciones únicamente con el conjunto de datos propuesto, sin posibilitar un análisis general del histograma como representación estadística (v.g.

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

variar la amplitud de los intervalos); además, los valores obtenidos de las MTC-DA no se pueden ubicar con exactitud, ya que el gráfico está elaborado con valores enteros y los valores de las MTC-DA se encuentran en el conjunto de los números racionales; tampoco permite analizar conjuntos de datos con una cantidad considerable de estos, ni modificar el conjunto, lo que impide que los estudiantes generen interpretaciones acerca de las MTC-DA.

En consecuencia, se plantea como síntesis del problema la no existencia de criterios para caracterizar el nivel de interpretación de los estudiantes respecto a las MTC-DA ni tareas apropiadas que ayuden a identificar elementos inmersos en la interpretación de las MTC-DA. Por ello se formula como pregunta de investigación: *¿Qué características ha de cumplir una herramienta teórico-didáctica para identificar niveles de interpretación de las MTC-DA?*

Antecedentes

En este apartado se presentan tres investigaciones centradas en la enseñanza y el aprendizaje de las MTC y MTC-DA mediante el uso de tecnología digital y un antecedente enmarcado en la categorización del razonamiento y pensamiento estadístico utilizando la Taxonomía SOLO (*Structure of Observed Learning Outcomes*).

Como primer antecedente se encuentra el trabajo de Rodríguez (2018) quien diseña e implementa unidades didácticas en una página web, con propósito de fortalecer el pensamiento aleatorio en torno a las MTC y MTC-DA en estudiantes de 11 a 13 años. Estas unidades se organizaron en cuatro fases: *i)* planificación, una prueba diagnóstica evidencia dificultades en la interpretación de gráficos y uso de medidas estadísticas; *ii)* acción, se utilizan representaciones estadísticas y calculan MTC y MTC-DA en Excel; *iii)* observación, se registran avances y condiciones del proceso en un diario de campo; *iv)* reflexión, se destaca el uso de TIC favorece el aprendizaje al vincular las actividades con el contexto de los estudiantes. Como conclusión, la

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

autora señala que las unidades didácticas apoyadas en la web fortalecen el pensamiento aleatorio y transforman positivamente las prácticas y concepciones sobre la Estadística. Este antecedente resalta el uso de artefactos tecnológicos que favorecen la interacción de los estudiantes en el desarrollo de actividades sobre MTC y MTC-DA tanto en datos agrupados como desagrupados. Sin embargo, utiliza Excel para que los estudiantes calculen los valores de cada medida y no para explorar, analizar e interpretar distintos aspectos de las MTC.

El segundo antecedente corresponde a Almanza et al., (2022) quienes desarrollaron un proyecto con el propósito de fortalecer el pensamiento aleatorio en estudiantes de 10 a 12 años mediante la resolución de problemas apoyada en las TIC. Este proyecto se ejecuta en tres fases. En la planificación, se diseñaron actividades didácticas, pedagógicas y curriculares; en la fase de acción, se implementaron con el uso de diversas herramientas tecnológicas para recolectar datos, construir tablas de frecuencias, elaborar diagramas de barras utilizando Excel y la aplicación App Estadística; y en la reflexión, se presentaron las conclusiones e interpretaciones. Este antecedente se caracteriza por el uso de TD en el estudio de las MTC, al involucrar a los estudiantes en situaciones donde representan conjuntos de datos en gráficas estadísticas y las interpretan, además de emplear aplicaciones móviles para calcular dichas medidas. No obstante, se advierte que el énfasis recae en el algoritmo de cálculo, sin propiciar el desarrollo de habilidades interpretativas que permitan una comprensión más significativa y crítica de las MTC.

Como último antecedente, se presenta el estudio desarrollado por Vidal-Szabó y Estrella (2021), quienes analizaron el conocimiento y los niveles de interpretación de 192 profesores chilenos acerca de los conceptos de variable estadística, dato, información estadística y contexto de los datos. Para ello, diseñaron un cuestionario en línea con el propósito de caracterizar el nivel de pensamiento estadístico de los docentes, instrumento que fue sometido a validación por

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA criterio de expertos, garantizando así su pertinencia conceptual y su adecuación metodológica. Los resultados evidencian que únicamente el 36% de las respuestas alcanzaron los niveles superiores de la Taxonomía SOLO (Relacional o Abstracción Expandida), lo cual pone de manifiesto dificultades relevantes en la interpretación conceptual de nociones estadísticas fundamentales por parte de los docentes participantes.

De este antecedente se destaca el uso de la Taxonomía SOLO como herramienta de categorización y análisis del conocimiento estadístico docente, así como la validación experta del instrumento, aspectos que aportan rigurosidad y replicabilidad a la investigación. Sin embargo, se reconoce como limitación que el estudio no aborda conceptos asociados a las MTC-DA, lo cual evidencia un vacío de investigación en torno a la comprensión e interpretación de este tipo específico de objetos estadísticos.

Justificación

En este apartado se muestran razones que justifican esta investigación, en especial, la importancia sobre la caracterización de niveles de interpretación para las MTC-DA, el valor pedagógico del uso de TD en la Educación Estadística, la relevancia curricular de abordar las MTC y la importancia de agrupar datos estadísticos.

Respecto a la caracterización de niveles, Cervantes et al., (2018) señalan que diseñar y emplear herramientas que permitan medir los procesos cognitivos de los estudiantes cuando trabajan con datos estadísticos, ayuda a determinar el nivel de pensamiento estadístico que poseen y a establecer dificultades que presentan cuando interpretan o razonan estadísticamente. Además, Insunza (2015) indica que se definen dos enfoques para analizar la forma en que las personas interpretan información estadística: *i)* el enfoque local donde se involucran preguntas relacionadas con la lectura de información estadística y un primer nivel de razonamiento, y *ii)* el

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA enfoque global, que considera asuntos de mayor nivel de abstracción en el que se espera que el individuo identifique relaciones complejas entre las variables y generar el máximo potencial al momento de interpretar datos estadísticos y generalizar a partir de estos. Por otra parte, Su y Marchant (2021) mencionan que la categorización del pensamiento estadístico permite identificar el desarrollo cognitivo de los estudiantes a partir de sus respuestas en tareas de Estadística, las cuales evidencian cambios en su razonamiento, actuación y motivación (pp. 213-214). Por ello, se considera importante construir instrumentos que no solo permitan medir el conocimiento de los estudiantes frente a las MTC-DA, sino que también ayuden a identificar dificultades que presentan al momento de interpretar estos valores. Es conveniente proponer tareas para caracterizar el pensamiento estadístico desde un enfoque local, empezar con tareas que involucren un primer nivel de razonamiento, hasta que los estudiantes logren mayor exigencia conceptual, de razonamiento y de abstracción.

Con respecto a las tareas, Kieran et al., (2015) señalan que estas deben promover el estudio de situaciones en las que se destaca el punto de vista de los estudiantes más que el de las estructuras matemáticas, es decir, las tareas deben ayudar a identificar situaciones que fomenten el descubrimiento por parte de los estudiantes. Moreno y Ramírez (2016) indican que las tareas favorecen la elaboración de significados y se les atribuye sentido, por parte de los estudiantes, cuando estas se rodean de comunicación y de contextos particulares. Además, señalan que las tareas tienen como propósitos: motivar el aprendizaje de los estudiantes y relacionar el contenido con el contexto de la realidad; permitir conocer los aprendizajes previos de los estudiantes; favorecer y fomentar la posibilidad de que el estudiantado se plantee preguntas acerca del tema de estudio; promover la elaboración y construcción de significados; favorecer la capacidad de aplicar conceptos y procedimientos en distintas situaciones y, ayudar a sintetizar e integrar el

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA conocimiento sobre el objeto matemático (p. 195). En correspondencia con estos autores, se reflexiona sobre la importancia de las tareas en el campo de la Educación. Estas deben poner en juego los conocimientos previos de las MTC-DA, promover acciones de descubrimiento por parte de los estudiantes para generar significados y atribuir sentidos a las estructuras matemáticas, en este caso, que las tareas ayuden a los estudiantes a descubrir escenarios de las MTC-DA para construir significado en diversos contextos y poder comunicarlos.

En relación con el uso de TD, Marulanda (2019) menciona que los diseños de tareas que impliquen el uso de herramientas tecnológicas permiten la exploración de variantes e invariantes estadísticos que ayudan a promover la comprensión, la interpretación y el razonamiento estadístico en los estudiantes. Ruiz et al., (2015) señalan que la producción de ambientes exploratorios para las distintas representaciones estadísticas con el uso de TD, generan en los estudiantes habilidades en el razonamiento estadístico. En otras palabras, la TD ayuda a los estudiantes a mejorar sus interpretaciones al abordar simultáneamente y de manera coordinada diferentes representaciones y complementar la información estadística que presenta cada una de ellas. Estos autores afirman que el uso adecuado de la TD permite en los estudiantes, pasar de una interpretación particular a una interpretación global ya que el cálculo de medidas descriptivas se reduce y tiene mayor atención el identificar patrones y tendencias en los conjuntos de datos.

Belfiori (2014) sostiene que la TD contribuye al aprendizaje estadístico de forma didáctica y dinámica, comparada con la enseñanza tradicional. Su uso permite trabajar con datos del último censo o con cualquier información del momento actual (p. 4). Además, favorece el procesamiento de información, ahorrando tiempo en la realización de cálculos. Este tiempo se puede usar para “analizar, interpretar y razonar el significado de los resultados obtenidos,

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA pudiendo también realizar simulaciones variando algún parámetro” (p. 4). Por su parte, Torres-Gordillo (2025) mencionan que la integración de herramientas con Inteligencia Artificial [IA] mejora la interpretación conceptual, fortalece la capacidad de interpretación de datos, optimiza el aprendizaje mediante retroalimentación inmediata y promueve una mayor retención y transferencia del conocimiento estadístico (p.15). Así, la TD fortalece el pensamiento estadístico, al interpretar y reflexionar sobre sucesos y comprobar si validez.

Respecto al estudio de las MTC en el ámbito escolar, Mayén (2009) señala que estas son fundamentales para el aprendizaje de conceptos; por ejemplo, para variable estadística y su distribución, ya que estas se caracterizan por las medidas de posición central y de dispersión; conocer y comprender las propiedades de la media es un requisito para el estudio de las distribuciones de probabilidad; en la teoría de muestreo se usa la media por las propiedades de ser un estimador insesgado eficiente, consistente y suficiente de la media poblacional; los teoremas del límite consideran la distribución muestral para la media aritmética y la mediana (pp. 15-16). Casallas (2016) señala que estudiar las MTC favorece el desarrollo del pensamiento estadístico en los estudiantes y fomenta el análisis de datos en diversos contextos, caracterizando el uso de cada una de las MTC a partir de la variable involucrada en el conjunto. Así mismo, el Ministerio de Educación Nacional [MEN] (2006) señala que la información estadística presentada en diversas fuentes de información permite desarrollar el pensamiento estadístico a través de la interpretación, el análisis y la utilización de estadísticos como las MTC. Además, es importante el desarrollo de habilidades interpretativas para extraer información con el fin de predecir acontecimientos, criticar información y tomar decisiones (pp. 65 - 66). Por ello el MEN (2006) propone diversos estándares, que orientan el desarrollo del pensamiento estadístico a partir del estudio de las MTC. Por ejemplo en Colombia, al finalizar grado tercero los estudiantes

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

deben identificar tendencias de un conjunto de datos; al terminar grado quinto, deben usar e interpretar la media aritmética y la mediana; al culminar grado séptimo deben utilizar las MTC para interpretar, justificar y predecir comportamientos de un conjunto de datos; al concluir grado noveno, los estudiantes deben utilizar, reconocer e interpretar tendencias que representan a un conjunto; y, al finalizar el grado undécimo deben describir, comparar e interpretar tendencias y conjuntos de datos provenientes de diversas fuentes de comunicación (pp. 80 - 89).

En concordancia con estos autores, el estudio de las MTC es importante para abordar diversos temas en estadística y explorar, entender e interpretar comportamientos y la variabilidad presente en las MTC. Además, el aprendizaje de las MTC desde grados inferiores permite desarrollar y fortalecer la habilidad de análisis e interpretación de datos provenientes de diversos medios de comunicación y en distintos contextos, con el fin de formar personas estadísticamente críticas.

Respecto a los datos agrupados, Posada (2016) señala que cuando se acude a bases de datos para obtener información, se dificulta la interpretación por la cantidad de datos, por ello es conveniente agruparlos y construir representaciones estadísticas que faciliten su interpretación (p. 34). Asimismo, Montero (2007) señala que cuando la variable estadística (cuantitativa) presenta un elevado número de valores, se aconseja agrupar dichos valores en intervalos con el fin de favorecer su representación gráfica, manejar el conjunto y facilitar cálculos. Sin embargo, al agrupar los datos, se tiende a perder información del conjunto, por lo que se requiere involucrar estadísticos como las MTC-DA para poder generar interpretaciones a la hora de caracterizar el conjunto (p. 9). En general, estos autores validan la importancia que se da al trabajo con datos agrupados, ya que ello facilita el proceso estadístico cuando el conjunto de datos presenta un número elevado de unidades; permite la representación de información en

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA
diversos gráficos estadísticos los cuales ayudan a condensar, interpretar y comunicar la información del conjunto de forma clara y concreta. Además, la agrupación de datos involucra a las MTC en un escenario que requiere mayor grado de razonamiento, análisis e interpretación, para identificar, caracterizar y resumir tendencias de conjuntos de datos, elevando el nivel del pensamiento aleatorio.

Con base en las perspectivas de los autores citados, se contempla la pertinencia de esta investigación desde el diseño de una tarea mediada por TD. Tarea que permita la exploración de conjuntos de datos agrupados, representaciones estadísticas, observación de la variabilidad de los valores de las MTC-DA cuando se modifican las agrupaciones del conjunto de datos. La tarea debe ayudar a identificar el nivel de interpretación de los estudiantes respecto a las MTC-DA y a determinar las dificultades que presentan frente a los constructos estadísticos. Además, se aporta a la comunidad de educadores estadísticos y al campo de la Educación Estadística niveles para categorizar su interpretación cuando se trabaja con las MTC-DA.

Objetivos

Con el fin de dar respuesta a la pregunta de investigación, se formula un objetivo general para orientar el desarrollo de esta, el cual se apoya en tres objetivos específicos.

Objetivo general

Proponer una herramienta teórico-didáctica que permita identificar los niveles de interpretación de las Medidas de Tendencia Central en Datos Agrupados.

Objetivos específicos

1. Consolidar una herramienta teórica que sustente la categorización de los niveles de interpretación de las Medidas de Tendencia Central en Datos Agrupados.
2. Estructurar una tarea tecno-pedagógica que permita identificar interpretaciones de las Medidas de Tendencia Central en Datos Agrupados.
3. Evaluar la pertinencia, potencial y eficacia de los niveles y de la tarea asociados a la interpretación de las Medidas de Tendencia Central en Datos Agrupados.

Marco de Referencia

En este capítulo se presentan aspectos teóricos en relación con la definición, cálculo, características, ventajas y desventajas de cada una de las Medidas de Tendencia Central para Datos Agrupados [MTC-DA]; así como sus propiedades y sus múltiples representaciones estadísticas. Se muestran asuntos didácticos como errores y dificultades que presentan los estudiantes al estudiar las MTC-DA; la concepción de ‘Interpretación’ en el ámbito de la Educación Estadística desde la perspectiva de la Cultura Estadística y desde el enfoque teórico de Alfabetización, Razonamiento y Pensamiento Estadístico [ARPE]; características de tareas para desarrollar la ‘Interpretación’ de MTC-DA; así como una perspectiva de las tareas tecnopedagógicas desde el Modelo de Tareas Tecno-Pedagógicas [MTTP] y su relación con el enfoque de abstracción situada. Por último, se exhibe la Taxonomía SOLO (*Structure of Observed Learning Outcome*) como referente para los niveles de interpretación de MTC-DA.

Medidas de Tendencia Central

A continuación, se contextualizan las MTC-DA, específicamente la media aritmética, mediana y moda, sus definiciones, cálculo, características, ventajas y desventajas en el proceso de análisis de datos. Luego, se exponen las propiedades numéricas, algebraicas y estadísticas de estas y diversos tipos de representaciones para tales medidas en datos agrupados.

Sarmiento y Fernández (2012) señalan que las MTC son medidas de localización en donde se presenta un conjunto de “estadígrafos que buscan identificar un valor que resuma, represente o caracterice una posición o tendencia particular de un conjunto de datos” (p. 87). En relación con el tipo de variables estadísticas, autores como Salazar y Del Castillo (2018), Morales et al., (2022) y Posada (2016) indican que la media aritmética y la mediana se calculan para variables cuantitativas, es decir, aquellas que se les asigna un valor numérico o que

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

corresponden a aspectos que son medibles, estas se dividen en discretas (toman valores enteros) o continuas (asumen valores comprendidos entre dos números reales). Por su parte, la moda es la única medida que se determina tanto para variables cuantitativas (discretas o continuas) como variables cualitativas (aquellas que representan categorías o atributos). Teniendo en cuenta que esta investigación se centra en el estudio en interpretar los valores de las MTC-DA, se establece que las variables a utilizar sean cuantitativas ya que los datos permiten ser agrupados en intervalos dada la naturaleza de las variables.

Triola (2018) indica que un intervalo de clase es un rango continuo de valores que se utiliza para agrupar datos cuantitativos dentro de una distribución de frecuencias. Cada intervalo posee un límite inferior y un límite superior, y su amplitud determina el tamaño del rango que abarca (p. 67). Así mismo, los intervalos permiten organizar grandes conjuntos de datos de forma resumida, facilitando la construcción de tablas de frecuencia, histogramas y otras representaciones estadísticas, aunque implican una pérdida de precisión respecto a los valores individuales, por lo que es necesario el uso de las MTC para caracterizar y resumir información del conjunto. A continuación, se presenta la media aritmética, mediana y moda detallando su cálculo, características, ventajas y desventajas en conjuntos de datos agrupados.

Media aritmética

Walpole et al., (2012) señalan que la media aritmética es el valor que representa el punto de equilibrio o centro de gravedad de un conjunto de datos, dado que es el único valor para el cual la suma de las desviaciones respecto a él es igual a cero y se calcula para variables cuantitativas (p. 44). Esta medida presenta propiedades que facilitan un tratamiento sencillo de su fórmula algebraica. El cálculo de la media aritmética en datos agrupados está dado por la

fórmula algebraica es: $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k x_i \cdot f_i}{n}$, donde x_i hace referencia a la marca de clase de cada

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

intervalo, el cual se calcula mediante la suma del límite inferior más el superior dividido entre dos; f_i es la frecuencia absoluta asociada a cada intervalo; n es el total de datos y k es la cantidad de intervalos en los que se organiza el conjunto.

Lind et al., (2012) señalan que la media se puede calcular en cualquier conjunto de variables cuantitativas; es única para el conjunto; y en su cálculo intervienen todos los datos del conjunto. Respecto a las ventajas, estos mismos autores señalan que el valor de la media aritmética es el más fácil de calcular (respecto a la mediana y la moda) y es intuitivamente claro; tiene mayor representatividad cuando los datos se muestran menos dispersos entre ellos y es útil para comparar conjuntos de datos. No obstante, esta medida se ve afectada por valores atípicos del conjunto lo que genera que su representatividad sea distorsionada para este tipo de conjuntos, su valor es aproximado y oscila en función de la cantidad y amplitud de los intervalos, es decir, cuando menos intervalos haya, más información se perderá, por el contrario, cuando hay mayor cantidad de intervalos el valor de esta medida será más aproximado a su valor real (p. 110).

Mediana

Walpole et al., (2012) mencionan que la mediana es el valor de la variable que ocupa la posición central cuando los datos cuantitativos se ordenan de menor a mayor; por lo tanto, divide la distribución en dos partes con igual número de observaciones (p. 46); es decir, el 50% de los datos es menor o igual a ella y el otro 50% es mayor o igual. Cobo (2003) señala que cuando los datos se encuentran agrupados en intervalos, el valor de la mediana es aproximado. Para determinar este valor en datos agrupados, primero se identifica el intervalo en el cual se sitúa la mediana, es decir, se ubica el intervalo cuya frecuencia absoluta acumulada contenga la posición $\frac{n}{2}$, o se ubica el intervalo que contenga el 50% de los datos (utilizando la frecuencia porcentual

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

acumulada). Luego, se utiliza la fórmula algebraica: $m_e \approx L_i + \frac{\frac{n}{2} - F_{i-1}}{f_i} \cdot a_i$, donde, L_i es el límite inferior del intervalo donde se encuentra la mediana; n es la cantidad total de datos; f_i refiere la frecuencia absoluta del intervalo que contiene a la mediana; F_{i-1} representa la frecuencia acumulada del intervalo anterior al que contiene la mediana y, a_i es la amplitud del intervalo.

Lind et al., (2012) señalan que en todo conjunto de datos se tiene una sola mediana; es útil para comparar distintos conjuntos de datos; en su cálculo no intervienen todos los datos del conjunto (p. 118). Respecto a las ventajas Morales et al., (2022) y Martínez (2012) señalan que la mediana es invariante frente a valores atípicos y es representativa en distribuciones asimétricas; sin embargo, su valor puede modificarse cuando los cambios en los datos afectan la posición central o el ordenamiento de las observaciones. Cobo (2003) señala como desventaja, que su valor oscila según la cantidad de intervalos, es decir, cuando hay menos intervalos su valor es menos exacto, y cuando hay mayor cantidad de intervalos, tiende a su valor real.

Moda

Cobo (2003) señala a la moda como el valor de la variable estadística que presenta mayor frecuencia absoluta. Por su parte, Lind et al., (2012) señalan que, para datos agrupados en intervalos, el valor de la moda se encuentra en el intervalo que tiene mayor frecuencia absoluta, por lo que se hace referencia a intervalo modal. Para calcular el valor de la(s) moda(s) de un conjunto de datos agrupados, primero se ubica el(los) intervalo(s) con mayor frecuencia absoluta y luego se aplica la fórmula algebraica: $m_o \approx L_i + \frac{f_M - f_1}{2f_M - f_1 - f_2} \cdot a$, donde L_i es el límite inferior del intervalo modal (intervalo con mayor frecuencia absoluta), f_M es la frecuencia absoluta del intervalo modal, f_1 es la frecuencia absoluta del intervalo anterior al intervalo modal, f_2 es la frecuencia absoluta del intervalo siguiente al intervalo modal y a es la amplitud del intervalo

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA modal. Si el conjunto de datos presenta más de un intervalo modal, se aplica la fórmula algebraica a cada uno de estos intervalos para obtener tantas modas como intervalos modales tenga el conjunto. Saavedra (2021) señala que la moda puede no ser única en un conjunto, por lo que genera poca fiabilidad y representatividad para caracterizar al conjunto; en su cálculo no intervienen todos los datos; no es afectado por datos extremos (atípicos); y que en la frecuencia de la fórmula algebraica puede ser absoluta, relativa o porcentual, y en todos los casos la moda es la misma.

Propiedades de las MTC-DA

Cobo (2003) expone que las MTC se pueden contemplar desde diversos puntos de vista. Por ejemplo, como el valor obtenido al aplicar cada una de las fórmulas algebraicas asociadas a las MTC; como el desarrollo de los diferentes algoritmos y procedimientos inmersos en las fórmulas algebraicas para cada medida; y como resumen estadístico que caracteriza la distribución de los datos (p. 59). Sin embargo, las propiedades presentadas por esta autora son establecidas para MTC; por ello para las propiedades de las MTC-DA se complementan y comparan estas ideas con lo que exponen otros autores. En la Tabla 1, se presentan las propiedades numéricas, algebraicas y estadísticas de las MTC-DA descritas por autores como Lind et al., (2012), Martínez (2012), Morales et al., (2022), Montero (2007), Mayén (2009), Salazar y Del Castillo (2018) y Saavedra (2021).

Tabla 1.

Propiedades de la media, mediana y moda agrupadas

Propiedades	Media aritmética	Autores
Numéricas	En el cálculo de la media aritmética, se deben tener en cuenta los valores nulos del conjunto de datos.	Morales et al., (2022)
	El valor de la media aritmética es influenciado por cada uno de los datos del conjunto.	

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

	El valor de la media aritmética siempre se encuentra en el rango de los valores de la variable de estudio.	
	Todos los datos del conjunto se encuentran contemplados en el cálculo de la media aritmética.	Lind et al., (2012)
	El valor de la media aritmética no tiene que coincidir con alguno de los valores de los datos, incluso puede ser un valor perteneciente a un conjunto numérico más amplio que el dado.	Mayén (2009)
Algebraicas	Todo conjunto de datos posee una media aritmética.	Lind et al., (2012)
	El valor de la media aritmética es único para un conjunto de datos.	
	La suma de las desviaciones de los valores de la variable de un conjunto de datos respecto a su media aritmética es igual a cero.	
	Si a todos los valores de la variable x_i de un conjunto de datos $(x_i; n_i)$ se les suma una constante b , perteneciente a los Reales y distinta de cero, la media aritmética de ese nuevo conjunto $(y_i; n_i)$ queda aumentada en dicha constante ($y_i = x_i + b$). Es decir, la media aritmética se ve afectada por cambios en el origen.	Montero (2007)
	La media aritmética del cuadrado de las desviaciones de los valores de la variable respecto a una constante k cualquiera, se hace mínima cuando dicha constante es igual a la media aritmética (Teorema de König).	
Si a todos los valores de la variable x_i de un conjunto de datos $(x_i; n_i)$ se le multiplica por una constante a , perteneciente a los Reales y distinta de cero, la media aritmética del nuevo conjunto $(y_i; n_i)$ queda multiplicada por a ($y_i = ax_i, a \neq 0$). Es decir, a la media aritmética le afectan los cambios de escala.		
Estadísticas	La media aritmética es muy sensible a conjuntos de datos con valores extremos.	Lind et al., (2012)
	Se puede determinar solo para variables estadísticas de tipo cuantitativo.	Morales et al., (2022)
	El valor de la media aritmética puede cambiar ante cualquier modificación de los datos, pero los valores atípicos pueden alterarla de forma considerable.	Mayén (2009)
Mediana		
Numéricas	En el cálculo de la mediana no intervienen el valor de todos los datos del conjunto.	Morales et al., (2022)
	Al modificar uno o varios datos del conjunto sin alterar la cantidad total de datos, ni afectar aquellos valores que determinan la posición central en el ordenamiento de datos, el valor de la mediana permanece invariable.	
	El valor de la mediana no tiene que coincidir con alguno de los valores de los datos, incluso puede ser un valor perteneciente a un conjunto numérico con mayor extensión que el dado.	Mayén (2009)
Algebraicas	El valor de la mediana es único para un conjunto de datos.	Salazar y Del Castillo (2018)
	Si a todos los valores de la variable x_i de un conjunto de datos $(x_i; n_i)$ se les suma o multiplica por una constante a , perteneciente a los Reales y distinta de cero, la mediana del nuevo conjunto $(y_i; n_i)$ queda aumentada ($x = x_i + a$) o multiplicada ($y_i = x_i a, a \neq 0$) por esa constante. Es decir, la mediana es afectada por los cambios de origen y escala.	Morales et al., (2022)
	La mediana (considerada como operación algebraica) no tiene elemento neutro ni simétrico.	Mayén (2009)
Estadísticas	Se puede determinar solo para variables estadísticas de tipo cuantitativo.	Lind et al., (2012)
	No se ve afectada por valores extremadamente grandes o pequeños del conjunto de datos.	
	En datos agrupados, la mediana se puede calcular en conjuntos de datos que presenten el primer o el último intervalo con un límite (inferior o superior) indefinido.	Salazar y Del Castillo (2018)

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

Moda		
Numéricas	No se ve afectada por valores del conjunto extremadamente grandes o pequeños.	Salazar y Del Castillo (2018)
	En el cálculo de la moda se identifica el (los) intervalo(s) con mayor frecuencia, sin necesidad de analizar cada valor individual, puesto que el cálculo se realiza a partir de las frecuencias y no de cada dato en forma aislada.	Saavedra (2021)
	El valor de la moda no tiene que coincidir con alguno de los datos del conjunto.	
Algebraicas	La moda puede no existir (v. g. todos los intervalos tienen la misma frecuencia absoluta) o, no ser única para un conjunto de datos (v. g. conjunto bimodal o multimodal).	Mayén (2009)
Estadísticas	Se puede determinar para cualquier tipo de variable estadística (cualitativas y cuantitativas).	Salazar y Del Castillo (2018)
	El valor de la moda es sensible y puede variar cuando se cambian datos del conjunto.	Saavedra (2021)

Representaciones de las MTC-DA

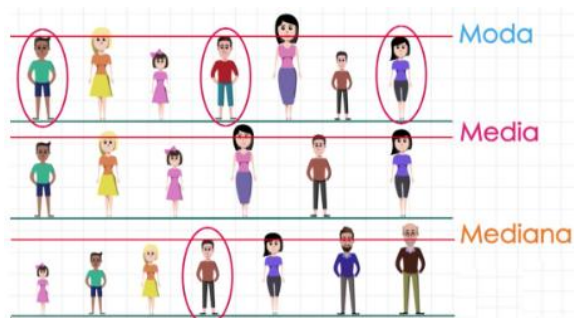
Kaput (1992, citado en Gómez 2000) señala que las representaciones son un sistema de reglas para identificar o crear caracteres, operar entre ellos y determinar las relaciones que existen entre los mismos (p. 4). Castro et al. (2000) sostienen que las representaciones constituyen un elemento esencial en el aprendizaje de las matemáticas, al servir como herramientas que facilitan la interacción con el conocimiento matemático (p. 1). Estos autores distinguen dos tipos de representaciones: las representaciones externas y las representaciones internas. Duval (1993, citado en Castro et al., (2000) manifiesta que las representaciones internas son una interiorización de las representaciones externas, que, a partir de la diversidad de representaciones de un mismo objeto, permite aumentar la capacidad de pensamiento sobre el objeto o concepto. En cuanto a las representaciones externas, este mismo autor señala que son “el medio por el que los individuos exterioriza sus imágenes y representaciones mentales haciéndolas accesible a los demás” (p. 7). Por ello, se destacan las representaciones pictóricas, simbólicas, numéricas, verbales, algebraicas, y gráficas para las MTC-DA. A continuación, se presenta cada una de ellas para cada medida, en el marco del trabajo con datos agrupados.

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

Las representaciones **pictóricas** Cañadas y Figueiras (2011, citados en Merino et al., 2021) señalan que se “utilizan únicamente recursos visuales, sin ninguna notación que pueda considerarse de carácter simbólico” (p. 27). La Figura 2 muestra la ubicación de las MTC sobre la estatura de seis individuos en una representación.

Figura 2.

Representación pictórica de las MTC



Nota. Tomado de ¿Cómo cambia la media aritmética? [Imagen], por Secretaría de Educación Pública, 2022, <https://acortar.link/GdnIQV>

Las representaciones **simbólicas** refieren a los símbolos utilizados para mostrar algébricamente las MTC, según las convenciones y reglas del sistema estadístico, es decir, para estadísticos (muestra) o como parámetro (población). La Tabla 2 resume las representaciones simbólicas de las MTC, ya sea para una muestra o una población.

Tabla 2.

Representaciones simbólicas de las MTC

MTC	Estadístico (muestra)	Parámetro (población)
Media aritmética	\bar{x}	μ
Mediana	m_e o \tilde{x}	M_e o $\tilde{\mu}$
Moda	m_o o \hat{x}	M_o

Las representaciones **numéricas**, hacen referencia al valor obtenido del cálculo de cada una de las medidas. Las siguientes noticias ejemplifican este tipo de representación. Cabe

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA resaltar, que se subrayan los valores de las MTC encontrados. En la primera noticia⁴, se ejemplifica la representación numérica de la media aritmética, puesto que presenta el promedio de hijos por mujer en Perú y en las regiones de Tacna y Loreto: ***Mujeres en el Perú tienen 2.6 hijos en promedio***. *La Tasa Global de Fecundidad (TGF) en el Perú es de 2.6 hijos por mujer, siendo la región Tacna la que registra menor tasa con 1.8 y Loreto la de mayor tasa con 4.6 hijos por mujer (...)*. Otro ejemplo lo establece el Instituto Nacional de Estadística en España⁵ donde se menciona: *El dato de 25165 euros es la media. Pero si analizamos el salario mediano, aquel que se sitúa justo en la mitad del conjunto ordenado de salarios, fue de 20920 €, sensiblemente más bajo. Es más, el salario más frecuente (el salario modal) fue de 18490 €.*

Las representaciones **verbales o del lenguaje natural**, corresponden a la existencia de palabras que un sujeto o una comunidad emite para expresar el valor de las MTC-DA. Por ejemplo, para la media aritmética se destaca (ver palabras subrayadas): “*Tasa de mortalidad en Colombia es 5,44 veces mayor que el promedio mundial*”⁶; para la moda: “*La televisión y los periódicos fueron elegidos por una mayoría de encuestados como fuentes de información muy fiables, con un 26,2 % y un 25,7 % respectivamente.*”⁷; para la mediana: “*El análisis de los ensayos clínicos reveló que más de la mitad de los participantes lograron al menos una mejora de 50% con respecto al valor inicial en el índice total de puntuación del área de vitiligo a las 52*

⁴ Tomada del Ministerio de Salud (3 de agosto de 2012). Mujeres en el Perú tienen 2.6 hijos en promedio. *Plataforma digital única del Estado Peruano*. <https://www.gob.pe/institucion/minsa/noticias/35005-mujeres-en-el-peru-tienen-2-6-hijos-en-promedio>

⁵ Tomado de Díaz (7 de diciembre de 2022). *Cómo interpretar los datos sin hacer un lío: media, mediana y moda*. The conversation. <https://n9.cl/xjkgi>

⁶ Tomado de El Tiempo (14 de febrero de 2022). Tasa de mortalidad en de 5.44 veces mayor que el promedio mundial. *El Tiempo*. <https://n9.cl/ynd0ky>

⁷ Tomado de Nippon.com (26 de diciembre de 2019). El periódico, la fuente más fiable de información para los nativos digitales en Japón. *Nippon.com. Una ventana a Japón*. <https://www.nippon.com/es/japan-data/h00577/>

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

semanas".⁸ Así para la moda se usan palabras como: principalmente o la mayoría; para la media aritmética: promedio; para la mediana: más de la mitad o menos de la mitad.

De otra parte, las representaciones **algebraicas** son el conjunto de letras y números que se conjugan con los signos de las operaciones aritméticas para formar una regla general para el cálculo de un objeto matemático. A partir de ello, se presentan las fórmulas algebraicas para las MTC-DA cuando se trabaja con una muestra (estadístico) (Figura 3) o con una población (parámetro) (Figura 4). Cabe resaltar que para la media aritmética y la mediana se identifica N como la cantidad de datos del conjunto y que difiere para estadísticos donde se representa con n .

Figura 3.

Representaciones algebraicas de las MTC-DA para estadísticos

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k x_i \cdot f_i}{n} \quad m_e = L_i + \frac{\frac{n}{2} - F_{i-1}}{f_i} \cdot a_i \quad m_o = L_i + \frac{f_M - f_1}{2f_M - f_1 - f_2} \cdot a$$

Representación algebraica
Representación algebraica
Representación algebraica

Figura 4.

Representaciones algebraicas de las MTC-DA para parámetros

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^k x_i \cdot f_i}{N} \quad \tilde{\mu} = L_i + \frac{\frac{N}{2} - F_{i-1}}{f_i} \cdot a_i \quad M_o = L_i + \frac{f_M - f_1}{2f_M - f_1 - f_2} \cdot a$$

Representación algebraica
Representación algebraica
Representación algebraica

Respecto a las **tablas de frecuencias**, se presentan los intervalos y se cuenta la cantidad de datos que le corresponde a cada uno (frecuencia absoluta), con base en ella, se calculan las demás frecuencias (relativa, porcentual y las acumuladas de cada una). Esta representación

⁸ Tomado de Medscape (1 de agosto de 2023). Comparación de las respuestas a ruxolitinib en adolescentes y adultos con vitiligo. *Medscape*. <https://espanol.medscape.com/verarticulo/5911224?form=fpf>

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

tabular permite identificar el intervalo mediano (resaltado en azul en la Tabla 3) se reconoce a partir de la frecuencia absoluta acumulada, mostrando la acumulación que supera a más de la mitad de los datos (resaltado en verde), o utilizando la frecuencia porcentual acumulada, identificando el porcentaje que supera el 50% de los datos (resaltado en fucsia). Para el intervalo modal (resaltado en amarillo en la Tabla 3), se observa la frecuencia absoluta y se toma el intervalo con mayor frecuencia (resaltado en gris en la Tabla 3). Para calcular el valor de la mediana y la moda se hace uso de la representación algebraica de cada medida. Para el caso de la media aritmética, la tabla de frecuencia no facilita la visualización del intervalo donde se encuentra su valor, es decir que, se debe hacer uso de otras representaciones como la algebraica. La Tabla 3 expone las ventas de empresas en Colombia en 2020 (en millones de pesos).

Tabla 3.

Tabla de frecuencia sobre las ventas que tuvieron 1000 empresas en 2020

Intervalos de ventas en pesos colombianos (x)	Marca de clase (x_i)	Frec. Absoluta (f_i)	Frec. Absoluta acumulada (F_i)	Frec. Relativa (f_r)	Frec. Relativa acumulada (F_r)	Frec. Porcentual (%)	Frec. Porcentual acumulada
[1.878 -93.436)	47.657	101	101	0.101	0.101	10.1%	10.1%
[93.436 -184.993)	139.215	79	180	0.079	0.18	7.9%	18%
[184.993 - 276.551)	230.772	114	294	0.114	0.294	11.4%	29.4%
[276.551 - 368.109)	322.330	78	372	0.078	0.372	7.8%	37.2%
[368.109 - 459.667)	413.888	99	471	0.099	0.471	9.9%	47.1%
[459.667 - 551.224)	505.445	71	542	0.071	0.542	7.1%	54.2%
[551.224 - 642.782)	597.003	88	630	0.088	0.63	8.8%	63%
[642.782 - 734.340)	688.561	100	730	0.1	0.73	10%	73%
[734.340 - 825.897)	780.119	82	812	0.082	0.812	8.2%	81.2%
[825.897 - 917.455)	871.676	116	928	0.116	0.928	11.6%	92.8%
[917.455 - 1.009.013)	963.234	72	1.000	0.072	1	7.2%	100%
	Total	1.000		1		100%	

Nota. Tomado y adaptado de *Encuesta Anual de Comercio – EAC-2020* [Base de datos], por Departamento Administrativo Nacional de Estadística, 2021, <https://acortar.link/5C0mOi>.

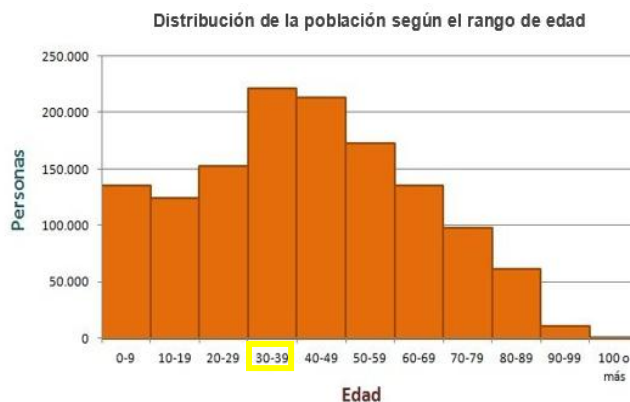
En lo que refiere a las representaciones **gráficas**, las MTC-DA se exhiben mediante histogramas, polígonos de frecuencias, ojivas y la curva de distribución de un conjunto de datos.

Así, el **histograma de frecuencias** (Figura 4), este refiere a un gráfico de barras contiguas

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA (adosadas). En uno de los ejes (en el ejemplo, en el horizontal) se señalan los intervalos (que han de ser de igual amplitud) y en el otro eje (ejemplo, el vertical) la altura de cada barra es proporcional a la frecuencia de datos de cada intervalo. Un histograma puede construirse a partir de las frecuencias absolutas, las acumuladas o las relativas. La Figura 5 muestra la cantidad de habitantes censados, de una ciudad, según su edad. De esta representación se logra identificar, el intervalo modal (recuadro amarillo); sin embargo, para determinar su valor, es necesario integrar al proceso la representación algebraica. Para la media y la mediana, los histogramas de frecuencias no permiten identificar el intervalo donde ubicar estas medidas, por lo que requiere de los procesos algebraicos de cada una.

Figura 5.

Histograma de frecuencias: distribución de la población según su edad



Nota. Adaptada de *Histograma*, por Universo Formulas, 2017, <https://acortar.link/BjxLwr>

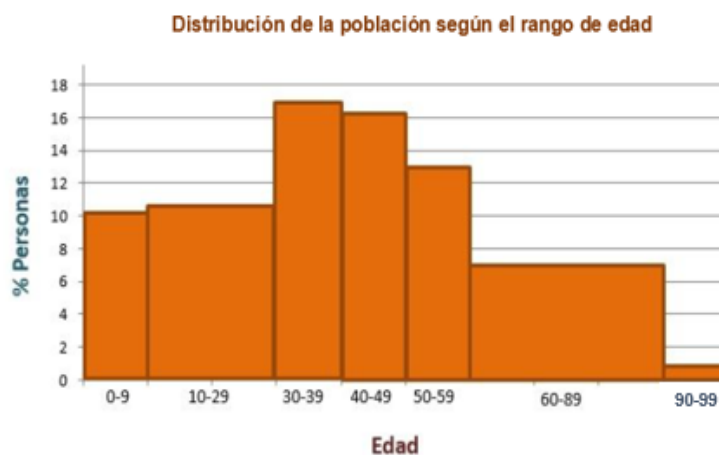
Como caso particular, cuando los intervalos del histograma no tienen igual amplitud (Figura 6), la altura de las barras no representa necesariamente la frecuencia, por lo que requiere de la fórmula $A_b = \frac{f_i}{a_i} * a_{min}$ para encontrar el área de cada barra (densidad de frecuencia), donde A_b es la altura del intervalo, f_i es la frecuencia de cada intervalo, a_i es la amplitud de cada intervalo y a_{min} es la amplitud mínima de todos los intervalos. En este tipo de gráficos, la

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

identificación visual de las MTC-DA resulta difícil, pues requiere calcular la densidad de frecuencia para determinar la distribución porcentual de los datos por intervalo. Este tipo de gráficas no se considera en la investigación, dado que su falta de claridad dificulta la interpretación de las MTC-DA y requiere apoyarse en otras representaciones, como tablas o gráficos complementarios. La Figura 6 evidencia una mayor concentración de personas entre 60 a 89 años (294.379), lo que representa el 7% de una población total de 1.324.861.

Figura 6.

Histograma como intervalos de diferente amplitud



Nota. Adaptado de *Histograma*, por Universo Formulas, 2017, <https://acortar.link/BjxLwr>

Los **polígonos de frecuencias** (línea color morado en la Figura 7) son un tipo de gráfico de líneas, las cuales son trazadas sobre un histograma a partir de cada marca de clase de los intervalos. La Figura 7 muestra un ejemplo sobre el salario administrativo de 1460 empresas colombianas en 2020, el cual permite identificar el intervalo modal (recuadro amarillo), mientras que la media y la mediana deben determinarse mediante procedimientos algebraicos.

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

Figura 7.

Polígono de frecuencias: Salario en 1460 empresas en 2020



Nota. Adaptada de *Encuesta Anual de Microfactura – EAM -2020* [Base de datos], por Departamento Administrativo Nacional de Estadística, 2021, <https://acortar.link/qs7cwW>.

La **ojiva** es un gráfico estadístico que se utiliza para el análisis y representación de variables continuas. Para su construcción se utilizan las frecuencias acumuladas, obteniendo una representación gráfica en forma de línea creciente. Las ojivas son adecuadas cuando se tiene interés en saber cuántas observaciones se acumulan hasta diferentes valores de la variable, esto es, cuántas observaciones se encuentran por encima o por debajo de ciertos valores. Mediante la ojiva se puede identificar a simple vista el intervalo donde se encuentra la mediana (recuadro en amarillo), es decir, la posición del valor medio del peso de los productos importados se ubica en este intervalo. En este ejemplo, 796 productos importados en abril de 2023 llevan un peso acumulado de 8.468 kg. No obstante, para encontrar el valor exacto de esta medida es pertinente hacer uso de la representación algebraica. En cuanto a la moda y media aritmética, esta representación no es adecuada para identificar la ubicación de estas medidas, por lo que se requiere el uso de la fórmula algebraica. La Figura 8 representa a modo de ejemplo una ojiva sobre el peso en kilogramos (kg) de 1500 artículos exportados en abril de 2023.

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

Figura 8.

Ojiva: peso neto de 1500 productos exportados en abril de 2023



Nota. Adaptada de *Estadísticas de exportaciones – EXPO – 2011 a 2023* [Base de datos], por Departamento Administrativo Nacional de Estadística, 2021, <https://acortar.link/skXte4>.

El **diagrama de Pareto** permite comparar variables cuantitativas y cualitativas a partir de la organización descendente (de izquierda a derecha) de las categorías o valores que toma la variable con respecto a sus frecuencias. Este diagrama permite determinar, en estadística, si existe un problema con muchas causas, es decir, conocer que 20% de las causas originan 80% del problema o viceversa. En esta representación se puede visualizar el intervalo modal (recuadro amarillo en la Figura 9). Para este ejemplo, la mayoría de las empresas pagan a sus empleados anualmente un valor entre 9.808.553 y 12.128.437 pesos colombianos por cuestión de salarios. Respecto a la mediana, no es posible ubicar el intervalo, pues este no organiza las categorías de la variable a partir de relaciones de orden (v. g. de menor a mayor). Además, no permite ubicar el valor de la media aritmética a simple vista, ya que se requiere calcular la marca de clase de cada intervalo y luego aplicar la fórmula correspondiente para esta medida.

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

Figura 9.

Diagrama de Pareto: Salarios en el 2020 de 1460 empresas

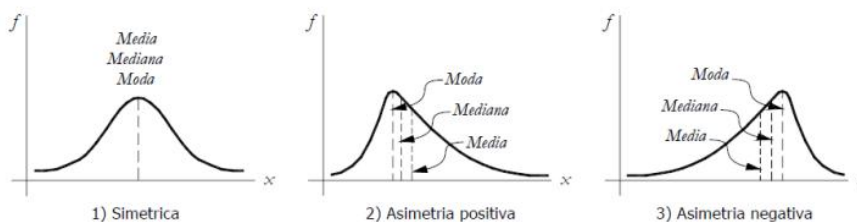


Nota. Adaptada de *Encuesta Anual de Microfactura – EAM -2020* [Base de datos], por Departamento Administrativo Nacional de Estadística, 2021, <https://acortar.link/qs7cwW>.

Las **curvas de distribución de frecuencias** establecen la distribución de los datos en términos de asimetría y muestran las relaciones entre las MTC: *i)* en un conjunto unimodal simétrico, el valor de las MTC tienden a coincidir, lo que significa que las MTC son representativas; *ii)* en un conjunto asimétrico positivo, se cumple la relación $\bar{x} > Me > Mo$, lo que significa que hay datos separados de la media aritmética a la derecha; *iii)* en un conjunto asimétrico negativo, se cumple la relación $\bar{x} < Me < Mo$, lo que significa que hay datos separados de la media aritmética a la izquierda. La Figura 10 muestra las tres relaciones entre las MTC.

Figura 10.

Curvas de distribución de frecuencia en términos de asimetría



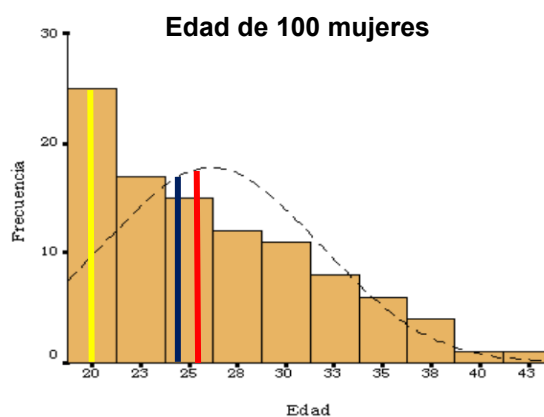
Nota. Adaptado de *Curvas de frecuencia* (p. 18), por Academia de Matemáticas, 2015, <https://acortar.link/bfG0Pl>

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

La Figura 11 expone un ejemplo de una distribución asimétrica positiva, donde se muestra la edad de 100 personas, por lo que la moda (línea amarilla) es menor que la mediana (línea azul) y la media aritmética (línea roja) es mayor que la mediana. Esto implica que la mayoría de los individuos están ubicados, por su edad, hacia la izquierda de la curva, por lo que la MTC-DA que representa de mejor manera el conjunto de datos es la mediana.

Figura 11.

Distribución asimétrica positiva: Edad de 100 mujeres



Nota. Tomado de *La distribución normal* (p. 11), por S. Pértegas y S. Pita, 2001, <https://acortar.link/XEo7OB>

En síntesis, se puede observar la utilidad o no de distintas representaciones para las diferentes MTC-DA. Se tiene que las representaciones gráficas estadísticas abordadas permiten visualizar por lo menos una de las MTC, lo que brinda herramientas para que los ciudadanos emitan interpretaciones haciendo uso de estas medidas, ya que las representaciones externas facilitan la conexión entre la forma de pensar (representaciones internas), comunicar y calcular las MTC-DA. Otro aspecto para recalcar es la variedad de representaciones gráficas para datos agrupados en intervalos ya que desde esa diversidad se pueden comparar interpretaciones e identificar cuando una medida es más representativa que otra dependiendo de la homogeneidad de los datos y las intenciones que se tengan al emitir conclusiones. Por otra parte, es importante

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

destacar las conexiones entre las representaciones estudiadas ya que, por ejemplo, para la ubicación de los intervalos modal y mediano son útiles los gráficos estadísticos, en cambio, la media aritmética requiere de la tabla de frecuencias y luego utilizar la representación algebraica para determinar los valores exactos a partir de su cálculo aritmético.

La Tabla 4 resume información sobre las MTC-DA, esto es su definición, cálculo y diversas representaciones para cada una de estas medidas.

Tabla 4.

Definición, cálculo y representaciones de las MTC-DA

MTC-DA	Definición	Representaciones
Media aritmética	Es el valor central del conjunto de datos que deja en equilibrio el conjunto.	<ul style="list-style-type: none"> • Simbólica: \bar{x} como estadístico y μ como parámetro • Numérica (valores subrayados): <i>Mujeres en el Perú tienen <u>2.6</u> hijos en promedio</i> • Verbal: promedio • Gráfica: Aunque no se pueda identificar visualmente la media aritmética sin hacer uso de su fórmula algebraica, las tablas de frecuencia exponen los elementos necesarios para calcular su valor mediante la marca de clase y la frecuencia absoluta. • Algebraica (cálculo): $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k x_i f_i}{n}$
Mediana	Se define como aquel valor que divide al conjunto de datos de forma tal que la cantidad de datos que queda a su izquierda es igual a la cantidad de los que quedan a la derecha.	<ul style="list-style-type: none"> • Simbólica: m_e o \tilde{x} como estadístico y M_e o $\tilde{\mu}$ como parámetro. • Numérica (valores subrayados): <i>la mediana se ubica en <u>49.842,50</u> para contagiados</i> • Verbal: más de la mitad, menos de la mitad • Gráfica: tablas de frecuencia (frecuencia porcentual acumulada, identificando el porcentaje que supera el 50% de los datos o frecuencia absoluta acumulada, mostrando donde está la mitad o más de la mitad de los datos) y ojivas, identificando el intervalo donde se encuentra la mediana; curvas de distribución de frecuencias de los datos para identificar la representatividad de la mediana. • Algebraica (cálculo): $me = L_i + \frac{\frac{n}{2} - F_{i-1}}{f_i} \cdot a_i$
Moda	Es el valor de la variable con mayor frecuencia absoluta.	<ul style="list-style-type: none"> • Simbólica: m_o o \hat{x} como estadístico y M_o como parámetro. • Numérica (valores subrayados): <i>para el caso de la moda, se ubica en <u>1</u> para los contagiados.</i> • Verbal: principalmente, la mayoría • Gráfica: tablas de frecuencia, histogramas, polígonos, diagrama de Pareto y curvas de distribución de frecuencias de los datos, identificando intervalos con mayor frecuencia absoluta. • Algebraica (cálculo): $m_o = L_i + \frac{f_M - f_1}{2f_M - f_1 - f_2} \cdot a$

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

Errores y dificultades en el estudio de las MTC-DA

Socas (2007) señala que los errores no tienen un carácter accidental, sino que surgen de estrategias y reglas personales empleadas por los estudiantes al momento de resolver un problema; algunos de ellos se deben a causa de experiencias matemáticas. Adicionalmente, indica que los errores son un esquema cognitivo inadecuado como consecuencia de la falta de conocimiento, que están relacionados con concepciones inapropiadas sobre los objetos matemáticos. En este sentido, Del Puerto et al., (2006) indican que los errores son el resultado de un fracasado intento por adaptar conocimientos adquiridos, a una nueva situación (p. 1).

Respecto a las dificultades, Socas (2007) indica que se originan en el sistema educativo (estudiante, objeto de estudio, docente e institución). Además, afirma que “las dificultades se conectan y refuerzan en redes complejas que se concretan en la práctica en forma de obstáculos y se manifiestan en los alumnos en forma de errores” (p. 31). Asimismo, se reconoce que las dificultades en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas pueden originarse en la complejidad de los objetos matemáticos, los procesos cognitivos y de enseñanza, así como en factores afectivos y emocionales hacia la disciplina (p. 32). Con base en estas perspectivas, en la Tabla 5 se caracterizan errores y dificultades reportadas por distintos autores respecto a las MTC y se relacionan con las distintas representaciones de las MTC-DA expuestas anteriormente.

Tabla 5.

Errores y dificultades asociados a las MTC

MTC	Errores (representación asociada)	Dificultades (representación asociada y tipo de error)
Media aritmética	Izquierdo (2021) señala: <ul style="list-style-type: none"> • Tomar la media aritmética y representarla como la mediana (Representación simbólica). • Elegir la media aritmética como la medida más representativa, sin considerar los datos atípicos que 	Izquierdo (2021) señala: <ul style="list-style-type: none"> • No comprender el uso del algoritmo y resolver ejercicios aplicando la prueba del ensayo y error (Representación

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

	<p>pueden existir en el conjunto (Representación numérica y verbal).</p> <p>Mevarech (1983, citado en Batanero 2000) señala:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Pensar que la media aritmética cumple con la propiedad asociativa (Representación algebraica). • No tener en cuenta el dato (los valores) cero y excluirlo del cálculo de la media aritmética (Representación algebraica). <p>Batanero (2000) expone:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Olvidar la frecuencia de cada intervalo. No la tienen en cuenta para realizar el algoritmo (Representación algebraica). • Confundir los algoritmos de la suma con la multiplicación para hallar la media de un conjunto de datos agrupados (Representación algebraica). 	<p>algebraica – Proceso de desarrollo cognitivo de los estudiantes)</p> <p>Batanero (2000) indica:</p> <ul style="list-style-type: none"> • No utilizar correctamente el algoritmo para calcular la media aritmética, ya que no tienen en cuenta la forma en que se presentan los datos (agrupados o desagrupados) (Representación algebraica – Complejidad de los objetos matemáticos). <p>Mevarech (1983, citado en Batanero 2000) señala:</p> <ul style="list-style-type: none"> • No determinar un conjunto de datos a partir de un valor establecido para la media aritmética (representación algebraica- procesos de pensamiento matemático). • Cuando los datos se presentan en una tabla de frecuencia o en un gráfico estadístico, a los estudiantes se les dificulta realizar una interpretación de las MTC acorde al contexto (Representación gráfica – complejidad de los objetos matemáticos y procesos del pensamiento matemático).
Mediana	<p>Izquierdo (2021) informa:</p> <ul style="list-style-type: none"> • No diferenciar las fórmulas algebraicas de mediana y media aritmética (Representación simbólica y algebraica). • No comprender las características de la mediana y confundirlas con las de la media aritmética (Representación algebraica). • No considerar si los datos son homogéneos o heterogéneos, para determinar si la mediana es la MTC más representativa para el conjunto de datos (Representación numérica y verbal). <p>Cubides (2011) y Rodríguez (2004, citado en Silva, 2010), reportan:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Tomar en cuenta los valores de la variable dejando de lado sus frecuencias e intervalos para determinar la ubicación del intervalo mediano (Representación algebraica y numérica). <p>Según Silva (2010):</p> <ul style="list-style-type: none"> • Calcular la moda en vez de la mediana (Representación algebraica). • No tener en cuenta el tipo de variable estadística inmersa en el estudio para determinar la fórmula algebraica (Representación simbólica y numérica). 	<p>Cobo (2003):</p> <ul style="list-style-type: none"> • No distinguen entre media aritmética, mediana y moda o entre estos y otros conceptos que se le plantean en una situación (Representación simbólica, numérica, gráfica, verbales y algebraicas – Procesos de pensamiento matemático) • Aplicar o seleccionar un procedimiento inadecuado para una situación (Representación algebraica y simbólica – Complejidad de los objetos matemáticos) <p>Becerril et al., (2019)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Obtienen correctamente los valores de las MTC, pero no le dan significado (Representación numérica – Proceso de desarrollo cognitivo de los estudiantes) • No identifican las propiedades de las MTC (Representación algebraica – Complejidad de los objetos matemáticos).
Moda	<p>Cubides y Rosada (2011) indican:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Tomar la mayor frecuencia absoluta como la moda, en lugar del valor de la variable con mayor frecuencia (Representación algebraica). • Confundir la fórmula algebraica de la mediana con la de la moda (Representación algebraica). • Identificar correctamente el intervalo modal, pero al momento de calcular su valor cometen errores de cálculo (Representación algebraica). 	

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

En concordancia con los errores y dificultades presentadas, se concluye que en su gran mayoría estos hacen alusión a las MTC sin agrupar, por lo que es evidente el reducido estudio de las MTC-DA. Sin embargo, los errores y las dificultades presentadas se centran, por un lado, en los errores de cálculo (uso de la representación algebraica) que evidencian los estudiantes al querer encontrar los valores de las MTC, y, por otro lado, a dificultades que presentan para utilizar correctamente las propiedades (numéricas, algebraica y estadísticas) de estas medidas; lo que genera que las interpretaciones no sean adecuadas al contexto de los datos.

‘Interpretación’ en Educación Estadística

En esta sesión se expone el proceso de ‘Interpretación’ visto como un componente de la Cultura Estadística de acuerdo con Contreras y Molina-Portillo, 2019 y las habilidades asociadas a este mencionadas por Areiza y Cáceres (2020). También se estudia su significado desde la perspectiva de Alfabetización, Razonamiento y Pensamiento Estadístico [ARPE] con autores como Zamora et al., (2022), Ben-Zvi y Garfield (2004, citados en Fernández et al., 2021).

Contreras y Molina-Portillo (2019) afirman que la ‘Interpretación’, dentro de la Cultura Estadística, promueve en los ciudadanos la capacidad de comprender datos presentados en distintos medios mediante diversas representaciones estadísticas. Con ello se busca, identificar tendencias y variabilidad y generar conjeturas y conclusiones sobre situaciones de la vida cotidiana (pp. 3-4). Así mismo, en la Tabla 6 se presentan las habilidades asociadas a la ‘Interpretación’, enunciadas estas por Arteaga (2011); Arteaga et ál., (2011); Gal (1994); Gal (2002); Gal y Garfield (1997), y Watson (1997), citadas todas ellas en Areiza y Cáceres (2020).

Tabla 6.*Habilidades asociadas al componente ‘Interpretación’*

Habilidad/Descripción de la habilidad
Identificación de la información estadística: <i>i)</i> Reconocer datos o fenómenos estocásticos que las personas pueden encontrar en diversos contextos, incluyendo medios de comunicación, pero no limitándose a ellos. <i>ii)</i> Leer información presente en los datos y ligarla a un contexto.
Comprensión del lenguaje y conceptos estadísticos en contexto: <i>i)</i> Conocer definiciones de conceptos estadísticos, de modo que se logre leer e interpretar informes escritos en lugar de centrarse en realizar cálculos. <i>ii)</i> Utilizar de manera adecuada el lenguaje cotidiano para explicar y expresar eventos fortuitos, además de hacer declaraciones sobre probabilidades donde se relacionan conceptos de esta con contextos cotidianos. <i>iii)</i> Aplicar conceptos básicos de estadística y probabilidad para interpretar y contextualizar información estadística.
Actitud de cuestionamiento: <i>i)</i> Aplicar conceptos sofisticados para contradecir afirmaciones hechas sin fundamento estadístico. <i>ii)</i> Cuestionar y desafiar la información estadística presente en los medios de comunicación. <i>iii)</i> Interpretar resultados estadísticos y ser conscientes de los posibles sesgos o limitaciones en las generalizaciones que se pueden extraer de los datos. <i>iv)</i> Cuestionar el muestreo, la distribución de datos sin procesar, el uso inapropiado de estadísticos, gráficos, declaraciones causales y declaraciones probabilísticas.
Extracción de tendencias: Percibir relaciones entre dos subconjuntos de datos que pueden ser definidos visualmente en un gráfico estadístico. (v. g. determinar visualmente la moda de una distribución en un histograma, clasificar los datos en subconjuntos -que tienen un mismo valor para la variable- y comparar entre estos subconjuntos cuál tiene mayor frecuencia).
Análisis de la información estadística: <i>i)</i> Cuestionar la fuente de la que provienen los datos estadísticos, reconociendo que las maneras en que se informa sobre un estudio, en los medios de comunicación, puede distorsionar fácilmente la información. <i>ii)</i> Realizar una reflexión crítica sobre los mensajes estadísticos para comprender las implicaciones de estos en contextos sociales, analizando los elementos de buena redacción periodística, precisión en la presentación de informes, o suministro de información de fondo para orientar a los lectores en el contexto de la historia.

Nota. Tomado de *Desarrollo de la cultura estadística a partir de la comprensión, interpretación y argumentación de información estadística* (p. 23), por D. Areiza y J. Cáceres, 2020, <https://acortar.link/hr8qFL>

Ahora bien, con respecto a la ‘Interpretación’ en el ámbito de la Alfabetización, Razonamiento y Pensamiento Estadístico [ARPE], es preciso dar primero un panorama acerca de lo que es ARPE. Zamora et al., (2022) señalan que: la alfabetización estadística involucra el conocimiento de las ideas fundamentales de la Estadística; el razonamiento es la capacidad de un sujeto para justificar resultados que se derivan del estudio de los datos; y, el pensamiento constituye la habilidad para decidir el momento y la forma en que debe aplicarse el conocimiento y los procedimientos estadísticos (p. 6).

A continuación, se describe cada componente de la ARPE, identificando cómo se desarrolla la habilidad de ‘Interpretación’ en cada uno de estos. Zamora et al., (2022) indican que

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

la Alfabetización Estadística hace referencia a la capacidad que tienen los ciudadanos de interpretar y evaluar críticamente información estadística encontrada en diversos contextos (v. g. prácticas diarias, medios de comunicación, sitios de internet, encuestas o elecciones) y a la habilidad de comunicar esas interpretaciones u opiniones sobre las implicaciones estadísticas (p. 5). Ben-Zvi y Garfield (2004, citado en Fernández et al., 2021) mencionan que la Alfabetización Estadística incluye habilidades básicas de comprender e interpretación información estadística (organizar datos, construir y mostrar tablas y gráficos estadísticos). Además, incluye la interpretación de conceptos, vocabulario y símbolos estadísticos (p. 11). En relación con el Razonamiento Estadístico, Martínez (2019) menciona que este componente implica realizar interpretaciones teniendo en cuenta conjuntos de bases de datos o resúmenes y gráficas estadísticas en los que el sujeto hace uso de sus ideas acerca de los datos, de conceptos estadísticos y uso de herramientas para realizar predicciones, obtener resúmenes de los datos y tomar decisiones adecuadas (p. 12). El Razonamiento Estadístico, como lo señalan Zamora et al., (2022), se refleja en la comprensión adecuada de los datos, resultados y procesos estadísticos para ser capaz de explicar e interpretar una situación específica (p. 5). Adicionalmente, Riascos (2014, citado en Martínez 2019) menciona que el Razonamiento Estadístico permite desarrollar la habilidad de interpretación de un sujeto, a partir de hechos, evidencia de datos, ayudados por técnicas y teorías estadísticas disponibles en el contexto de su conocimiento. En cuanto al Pensamiento Estadístico Moore (1997, citado en Martínez 2019) afirma que es la forma de razonar sobre aspectos estadísticos como el dato, su variación y el cambio, es decir, comprender y reconocer la necesidad y la importancia de la producción de datos, la presencia de la variabilidad y su modelación. Sin embargo, para Cobb (1998, citado en Martínez 2019) la interpretación estadística es el punto clave en el pensamiento estadístico, ya que esta incluye: “i)

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA la valoración de juicios; ii) la puesta en escena de diversas formas de pensamiento (lógico-deductivo, algorítmico-computacional, visual y verbal), y iii) el reconocimiento de diversas características presentes en los datos” (p. 17).

Teniendo en cuenta las perspectivas mencionadas, para este trabajo la ‘Interpretación’ se determina como la capacidad que tiene un sujeto para identificar tendencias, resúmenes y variabilidad en conjuntos de datos, con el fin de evaluar y comunicar críticamente la información estadística que está inmersa en diversas representaciones y que provienen de medios de comunicación o del contexto del sujeto. Además, la ‘Interpretación’ y el Pensamiento Estadístico están ligados estrechamente, ya que en la ‘Interpretación’ se evidencian las formas de pensamiento que utiliza un sujeto y la manera en que expresa o critica información estadística.

Tareas Estadísticas

En este apartado se presenta la definición de tarea enunciada por Pochulu et al., (2016); algunos propósitos de las tareas señalados por Gómez et al., (2018) y Leung (2011) y elementos constitutivos de las tareas mencionados por Gómez et al., (2018) y Cervantes-Barraza y Delgado (2022). Luego se exhiben características propias de las tareas centradas en el desarrollo del pensamiento estadístico desde la mirada de diversos autores.

Así, Pochulu et al., (2016) definen tareas como las situaciones, problemas, investigaciones, ejercicios que el profesor propone a los alumnos, en donde se produce como resultado su aprendizaje. Gómez et al., (2018) señalan que las tareas se expresan con la intención de brindar oportunidades para que los estudiantes logren aprendizaje y superen las limitaciones que se han conjeturado. Del mismo modo, Barreiro et al. (2027, citados en Cervantes-Barraza y Delgado 2022) resaltan la importancia de revisar los elementos de una tarea, ya que ello permite

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

asegurar una tarea con potencial matemático, que requiere de exploración e interpretación por parte de los estudiantes (p. 53).

Gómez et al., (2018) proponen que toda tarea que busque aportar a la formación de hábitos, habilidades, competencias, debe considerar las siguientes características: *i)* ser abierta, es decir, admitir más de un camino posible de solución; *ii)* posibilitar la justificación de las elecciones que realizan los alumnos; y *iii)* permitir el uso de nuevos recursos para resolver la tarea. Ahora bien, adicional a las características genéricas de toda tarea, autores como Pochulu et al., (2016), Gómez et al., (2018), Bargagliotti et al., (2020) y Engel (2019) mencionan características de las tareas que favorecen el desarrollo del pensamiento estadístico, algunas de estas enfocadas en el proceso de 'Interpretación'. Así las tareas deben: *i)* involucrar acciones que permitan predecir gráficos a partir de la descripción verbal de variables conocidas; *ii)* promover lectura de gráficos asociados a temáticas de la vida diaria y no limitados al contexto escolar; *iii)* analizar bases de datos sobre problemas globales, altibajos económicos, informes científicos, entre otros; *iv)* permitir la justificación de las elecciones y procesos que realizan los alumnos, así como también las que se rechazan; *v)* proponer el estudio de contextos reales, procurando que sean significativos y relevantes para el estudiante; *vi)* permitir la caracterización de ventajas y desventajas de gráficos estadísticos, a partir de su construcción; *vii)* generar preguntas adicionales en relación con el conjunto de datos; *viii)* posibilitar la comunicación de forma clara y precisa a partir de información estadística; *ix)* incitar a la toma de decisiones; *x)* promover la interpretación de fenómenos multivariados, dinámicos (cambian rápidamente) en contextos sociales significativos y la comprensión de textos ricos en visualizaciones.

En concordancia con dichos autores, para esta investigación se considera Tarea como aquella situación propuesta por el docente con la finalidad de identificar el nivel de

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

interpretación que tienen los estudiantes cuando se involucran las MTC-DA en el análisis de una situación del contexto real y social de los alumnos. En la tarea se han de tener en cuenta los elementos mencionados por Gómez et al., (2018) como lo son: formulación, requisitos y metas, temporalidad y uso de recursos. Además, se ha de considerar que la tarea involucre gráficos estadísticos con situaciones en contextos reales, bases de datos, fenómenos multivariados y dinámicos, el uso de *software*, y que generen comunicación clara de información estadística para favorecer la competencia de ‘Interpretación’.

Tareas tecno-pedagógicas [TTP]

Leung (2011) define las tareas tecno-pedagógicas como aquellas que se centran en procesos pedagógicos ricos en tecnología digital para dar significado a los conceptos estadísticos en un ambiente de aprendizaje dinámico e interactivo, con posibilidades para explorar, construir y explicar dichos conceptos (p. 123). Este autor señala que el objetivo de las TTP es involucrar a los estudiantes en acciones que transformen la forma en que ven y hacen Estadística. Mason y Johnston-Wilder (2006, citados en Leung 2011) aluden que estas tareas se proponen con el fin de que los estudiantes comprendan fenómenos estadísticos, ejerciten sus capacidades y habilidades y transformen aquello que perciben y son capaces de realizar (p. 326).

De otra parte, Ainley et al., (2006, citados en Leung 2011) mencionan que las TTP deben estar relacionadas con los estudiantes, esto es, los estudiantes deben tener experiencias previas con los objetos estadísticos; involucrar el contexto y ser comprensibles para ellos; ser de orientación, es decir, guiar al estudiante desde el conocimiento informal al conocimiento formal, mediante la comprensión contextual y la abstracta-conceptual; estar contextualizadas, lo que refiere a los significados y relaciones que tienen las TTP con las situaciones del mundo real que permiten a los estudiantes familiarizarse con el conocimiento a ser adquirido; involucrar el uso de

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

herramientas tecnológicas, ya que la interacción con la tecnología permite construir significados amplios sobre los conceptos estadísticos; y presentar utilidad, las TTP se centran en la construcción de significados de los procedimientos y resultados estadísticos (pp. 326 - 327).

De acuerdo con las características de las TTP se hace necesario asumir, desde la mirada de la tecnología en la educación, el enfoque de abstracción situada el cual relaciona este tipo de tareas con la Tecnología Digital [TD]. Hoyles y Noss (2009) consideran la abstracción situada como la interacción entre el sujeto y el medio (herramienta tecnológica) que permite el desarrollo de significados estadísticos (p. 131). Carranza et al., (2019) ratifican esta definición al indicar que la perspectiva de la abstracción situada se centra en señalar la influencia de las tecnologías digitales en los significados que construyen los estudiantes sobre los objetos de estudio (p. 4). Se destaca la relación que tiene el sujeto con el medio, ya que el medio proporciona recursos representacionales bajo los que se comunican ideas abstractas y desde donde el sujeto empieza a interpretar, en este caso, las MTC-DA. No obstante, Noss y Hoyles (1996, citados en Carranza, et ál., 2019) indican que la abstracción es situada cuando el medio funciona como un dominio de abstracción, es decir, los recursos tecnológicos permiten “explorar ideas en ámbitos particulares concretos y manipulables que contienen la semilla de lo general, lo abstracto y lo virtual” (p. 5).

En síntesis, la TTP a través de la cual se busca identificar los niveles de interpretación de las MTC-DA, deben guiar al estudiante para que construya significados estadísticos mediante herramientas tecnológicas que le permiten abstraer información. El medio tecnológico permite visualizar conceptos estadísticos y representaciones externas (v. g. gráficas, numéricas, simbólicas) para que el sujeto relacione propiedades de las MTC-DA y las transforme en representaciones internas para generar significados e interpretaciones sobre estas medidas.

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

Modelo de Tareas Tecno-Pedagógicas [MTTP]

Leung (2011) indica que el MTTP es un proceso pedagógico por medio de cual los estudiantes adquieren habilidades para explorar, construir o reconstruir y explicar conceptos matemáticos utilizando herramientas tecnológicas. Este mismo autor señala que el propósito del MTTP es permitir que los estudiantes transiten por ciertos modos, que les permita observar y explorar variantes e invariantes de los objetos y así generar conocimiento matemático sobre el mismo (p. 327). A continuación, se describen los modos sugeridos por Leung (2011) dentro del modelo en cuestión: *i)* Modo de establecimiento de prácticas, indica que las TTP deben incluir la exploración de las herramientas que hacen parte del medio tecnológico, con el fin de que los estudiantes puedan determinar cómo usar cada herramienta para resolver la tarea; *ii)* Modo de discernimiento crítico, bajo el cual la tarea debe llevar a que los estudiantes “representen patrones descubiertos a través de la construcción u otro medio situado, y visualizar el proceso de la correspondiente formación de patrones” (Leung 2011, p. 328). Es decir, las TTP deben permitir a los estudiantes construir significados estadísticos a partir de las herramientas tecnológicas con las que se trabaja. Por último, el *iii)* Modo de establecimiento de discurso situado, en cual las tareas tecno-pedagógicas deben involucrar actividades donde los estudiantes desarrollan razonamientos inductivos que lleven a deducir y comunicar características y propiedades del objeto matemático, así como lo menciona Romero (2018). Este modo epistémico hace referencia explícita al proceso de interpretación de las MTC-DA.

En la relación MTTP, tecnología digital e interpretación de las MTC-DA se destaca que, en el primer modo, establecimiento de prácticas, la TD facilita cálculos rápidos y correctos, y ofrece herramientas para generar diversas representaciones estadísticas de un mismo conjunto de datos, favoreciendo la exploración e interpretación en el marco de las MTC-DA. Para el segundo

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA modo, discernimiento crítico, la TD beneficia la automatización de cálculos, lo que permite que los estudiantes se enfoquen en los significados de los valores de las MTC-DA, dejando a un lado las fórmulas algebraicas para el cálculo de cada medida. Además, la TD permite representar visualmente los valores de las MTC-DA en los gráficos, lo cual favorece que los estudiantes se centren en interpretar estos valores. El último modo, establecimiento del discurso situado, la TD permite realizar exploraciones y simulaciones con conjuntos de datos para que los estudiantes puedan modificarlos y generar conclusiones e interpretaciones acerca del conjunto. Es decir, el MTTP permite explorar las características de cada MTC-DA cuando se modifica el conjunto de datos, identificar las variantes e invariantes del conjunto y de las medidas, y poder generar interpretaciones de las situaciones contextuales a partir de estas medidas. Cabe resaltar que, para el diseño de la tarea, el segundo y tercer modo entablan una relación con la abstracción situada ya que bajo ellos se refleja la interacción que tiene el sujeto con el medio para generar interpretaciones sobre las MTC-DA.

Taxonomía SOLO

Cervantes, et ál. (2018) señalan que la Taxonomía SOLO (*Structure of Observed Learning Outcome* en español Estructura del Resultado de Aprendizaje Observado) fue diseñada por Biggs y Collins en 1982, con el objetivo de contar con un instrumento que facilite la forma de determinar el nivel de desarrollo cognitivo en estudiantes. En la Tabla 7 se expone la estructurada de la Taxonomía en forma jerárquica bajo cinco niveles.

Tabla 7.

Niveles de la Taxonomía SOLO

NIVEL/DESCRIPCIÓN
Nivel Prestructural: Las respuestas que se proporcionan son erróneas o inexistentes. Respuestas centradas en aspectos irrelevantes de la situación, con contestaciones evasivas o tautológicas del enunciado.

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

<p>Nivel Uniestructural: Aunque la respuesta es cierta, se centra en un determinado aspecto que no tiene por qué ser relevante. Respuestas que contienen datos informativos, los cuales han sido extraídos directamente del enunciado.</p>
<p>Nivel Multiestructural: El sujeto es capaz de enumerar una serie de aspectos correctos, pero no va más allá. Respuestas que requieren utilización de dos o más informaciones de la situación, las cuales, son obtenidas directamente de la pregunta y son analizadas separadamente, no de forma interrelacionada.</p>
<p>Nivel Relacional: El sujeto no sólo identifica varios aspectos correctos, sino que también es capaz de relacionarlos entre sí. Respuestas extraídas tras el análisis de la situación, integrando la información en un todo comprensivo. Los resultados se organizan formando una estructura.</p>
<p>Nivel Abstracción expandida: El sujeto cumple con el criterio anterior y, además, es capaz de ir más allá de lo preguntado para relacionarlo con otros sistemas ajenos a la tarea en sí, pero que, de algún modo, enriquecen la respuesta. Respuestas que manifiestan la utilización de un principio general y abstracto que puede ser inferido a partir del análisis sustantivo de los datos en la situación y que es generalizable a otros contextos.</p>

Nota. Tomado de *Uso de la taxonomía SOLO en situaciones de muestreo: un ejemplo de aplicación* (p. 107), por W. Rodríguez y F. Fernández, 2018, <https://acortar.link/TdkCn9>

Esta investigación, basada en la Taxonomía SOLO, propone niveles de interpretación para las MTC-DA, con el fin de caracterizar el pensamiento cognitivo de los estudiantes respecto a esta habilidad, cuando estas se presentan en diversos contextos y bajo distintas representaciones. Estos niveles se fundamentan en el enfoque teórico centrado en la complejidad del pensamiento (Piaget (1936, citado en Ramírez (2021) o Van Hiele (1986, citado en Vargas y Gamboa (2013))), más que en la edad de los estudiantes⁹. Además, en la investigación se pretende diseñar una tarea tecno-pedagógica que permita llevar al estudiante a que explore conjuntos de datos agrupados e identifique y comprenda variantes e invariantes de las MTC-DA, con el fin de categorizar la interpretación de un sujeto cuando estudia estas medidas.

⁹ Por ejemplo, un estudiante de 12 años puede alcanzar un nivel avanzado, mientras que una persona de 40 años puede ubicarse en el nivel inicial.

Aspectos Metodológicos

En esta sección se exhiben los aspectos metodológicos que orientan el desarrollo de la investigación y el diseño de la herramienta teórico-didáctica (niveles y tarea). En la primera parte se presentan asuntos relacionados con el enfoque empírico-analítico, la aproximación interpretativa y la estrategia investigativa de diseño. Luego se da a conocer lo referido al criterio y valoración de expertos como metodología para validar los niveles y la tarea.

Camargo (2021), menciona que para el desarrollo de una investigación en el campo de la Educación Matemática se requiere la estructuración de un sistema que se compone de un enfoque, una aproximación y una estrategia investigativa. Para esta investigación se asume un enfoque empírico-analítico el cual se basa en el “empleo, verificación empírica, deducción y formulación de leyes de los hechos asociados a la indagación sistemática, asumiendo una realidad universal y controlable” (Camargo, 2019, p. 15). Es decir que, se propone una herramienta teórico-didáctica y desde el enfoque se busca, mediante el criterio de expertos, validar los niveles de interpretación y la tarea que ayude a categorizar la interpretación de los estudiantes respecto a las MTC-DA. En consonancia con el enfoque, se establece una aproximación de índole interpretativa ya que Camargo (2019) señala que esta se centra en rastrear los significados inmersos en las acciones, interacciones y discursos de las personas, considerados como conjuntos de signos sobre los objetos (p. 17); esto es, desde los propósitos de esta investigación, interpretar las calificaciones y sugerencias que emiten los expertos al valorar la coherencia y la oportunidad de los niveles y la tarea para categorizar la interpretación de las MTC-DA. En cuanto a la estrategia investigativa, se implementa la estrategia de diseño, ya que por medio de ella se establecen las etapas para determinar la coherencia y pertinencia de la herramienta tecno-pedagógica propuesta, con el fin de evidenciar si cumplen con el objetivo de

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA categorizar e identificar la interpretación de las MTC-DA. Así, se utiliza el Método Delphi para evaluar el nivel de competitividad de los expertos; en cuanto a la valoración de los niveles y la tarea, se hace uso de: *i)* la Escala de Likert para establecer la valoración promedio de los indicadores, *ii)* el coeficiente de Kendall para establecer el grado de concordancia entre las respuestas de los expertos, y *iii)* el Método de Comparación por pares para determinar los indicadores que deben corregirse. De otra parte, para analizar las respuestas cualitativas de los expertos se utiliza *Julius IA* como apoyo en el procesamiento de las bondades, falencias y recomendaciones establecidas por los expertos para la herramienta teórico-didáctica.

Valoración de Expertos y sus criterios

Sirecy y Fulkener-Bond (2014, citados en Díaz y Mínguez, 2020) señalan que el criterio de expertos se basa en la opinión fundamentada de personas con trayectoria destacada en el campo de estudio, en este caso en Educación Estadística; reconocidos por sus pares como expertos y que pueden hacer una valoración criteriosa sobre el tema, su coherencia y lo oportuno del mismo. A continuación, se describen cinco fases que permiten implementar esta metodología.

Fase 1. Diseño de productos a validar por los expertos

En esta fase se diseña la herramienta teórico-didáctica a validar por expertos en Educación Estadística, de ser posible expertos en el tema de MTC. Esta herramienta, consta de: niveles de interpretación para las MTC-DA teniendo como referente la Taxonomía SOLO; y una tarea que permita identificar los niveles de interpretación de las MTC-DA, diseñada bajo el MTTP. Es importante resaltar que los niveles y la tarea son creados teniendo en cuenta categorías, entendidas estas como características que han de cumplir tales productos, las cuales surgen del Marco de Referencia y que son descritas en el siguiente capítulo.

Fase 2. Método Delphi

Se utiliza el Método Delphi para establecer la puntuación total que se le otorga a cada profesional para considerarlo como experto, lo cual se hace mediante tres criterios: *a)* Información profesional y laboral de los candidatos a expertos; ellos deben ser profesionales que trabajan en el campo de la Educación Estadística o Educación Matemática, lo cual se verifica a partir de la información descrita en el sitio web de la RELIEE¹⁰, mediante el rastreo de información a través de sus publicaciones (v. g. artículos, ponencias, investigaciones) o en el perfil de *Google Scholar*. Además, se considera la experiencia profesional en el campo de Educación Estadística, la cual es informada por el candidato antes de evaluar la herramienta teórico-didáctica. *b)* Contar con un perfil en *Google Scholar* para reconocer sus publicaciones y el grado de publicación global y puntual en los últimos cinco años de acuerdo con este buscador. A partir del perfil de *Google Scholar* se consideran aspectos como: *i)* ‘citas totales’, que refleja la suma total de las citas que han tenido todas las publicaciones del autor; *ii)* ‘Desde 2020’, lo que muestra el número de veces que han sido citados los productos del autor en los últimos 5 años; *iii)* ‘Índice h’, el que hace referencia a la productividad, la calidad y el impacto de las publicaciones; mediante este índice, se muestra que h publicaciones han sido citadas al menos h veces (v. g. un índice h de 5 significa que el autor tiene 5 artículos que han sido citados al menos 5 veces); *iv)* ‘Índice h desde 2020’, el cual indica que h publicaciones han sido citadas al menos h veces en los últimos 5 años; *v)* ‘Índice i10’, destaca las publicaciones que han tenido un impacto, al revelar las publicaciones que se han citado al menos 10 veces (v. g. si un autor tiene 50 publicaciones y 30 de ellas han sido citadas 10 o más veces, su índice que i10 es de 30); *vi)* ‘Índice i10 desde 2020’, son las publicaciones que se han citado al menos 10 veces en los

¹⁰ RELIEE (Red Latinoamericana de Investigación en Educación Estadística).

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

últimos 5 años. Como caso particular, si el candidato a experto no cuenta con perfil en *Google Scholar*, su puntuación para este criterio será nula. c) Evaluación de experticia, la cual se determina a partir del nivel de estudios alcanzados, el grado de competencia (K) establecido por el nivel de conocimiento disciplinar y didáctico de las MTC-DA, y las fuentes de argumentación (Tabla 8).

Tabla 8.

Fuentes de argumentación para valorar la competencia de expertos

Fuentes de argumentación	Grado de influencia de cada una de las fuentes en sus criterios		
	Alto (A)	Medio (M)	Bajo (B)
1. Investigaciones teóricas y/o experimentadas relacionadas con las Medias de Tendencia Central en Datos Agrupados [MTC-DA].	0,3	0,2	0,1
2. Experiencia obtenida en la actividad profesional (docencia) en el campo de la Educación Estadística.	0,4	0,3	0,2
3. Análisis de literatura especializada con respecto a la interpretación de las MTC-DA.	0,15	0,1	0,08
4. Conocimientos del estado actual de la interpretación de las MTC-DA en algunos contextos locales, nacionales o internacionales.	0,1	0,05	0,025
5. Intuición.	0,05	0,04	0,03
Total	1	0,69	0,43

De acuerdo con los resultados que se obtienen al aplicar la rúbrica (Tabla 8) se determina el grado de competencia (K) de cada experto mediante la fórmula: $K = \frac{K_c + (K_a)}{2}$, donde K_a es el resultado de la suma total de valores presentados en la fuente de argumentación y K_c es la media aritmética del nivel de conocimiento disciplinar y didáctico en una escala de 0 (conocimiento nulo) a 10 (total conocimiento) multiplicado por 0,1, bajo el que se autoevalúa el experto en relación con su conocimiento frente a las MTC-DA. Así mismo, si $0,7 \leq K \leq 1$, el grado de competencia del experto es alta; si $0,5 \leq K < 0,7$ el grado de competencia es media; si $K < 0,5$ su grado de competencia es baja respecto a las fuentes de argumentación.

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

Fase 3. Selección de expertos

En esta fase, se consideran los criterios definidos en la Fase 2, otorgando puntajes que permiten seleccionar un mínimo de 30 expertos que hayan obtenido una puntuación igual o mayor a 80 puntos. Para el cumplimiento del primer criterio, ‘Información profesional y laboral de expertos’ (45 puntos), se valora con 25 puntos a los candidatos que laboran en el campo de Educación Estadística, empero, a los expertos que trabajan en Educación Matemática se les asigna 20 puntos. Asimismo, los expertos que registren experiencia laboral mayor o igual a 10 años se les concede una puntuación de 20 puntos, de lo contrario, se les asigna 15 puntos. Para el segundo criterio, *Google Scholar*, se presenta la Tabla 9, la cual muestra los puntajes correspondientes a cada uno de los indicadores bibliométricos de esta herramienta.

Tabla 9.

Puntuación para el criterio de Google Scholar

Total de citas (1 punto)	Mayor a 1 cita, 1 punto. No cuenta con citas, 0 puntos.	Índice h desde 2020 (2 puntos)	Si $h = 0$ obtiene 0 puntos. Si $1 \leq h \leq 9$ obtiene 1 punto. Si $h \geq 10$ obtiene 2 puntos.
Citas desde 2020 (2 puntos)	Mayor a 20 citas, 2 puntos. Menor a 20 citas, 1 punto. No cuenta con citas, 0 puntos.	Índice i10 (4 puntos)	Si $i10 = 0$ obtiene 0 puntos. Si $1 \leq i10 \leq 9$ obtiene 1 punto. Si $10 \leq i10 \leq 19$ obtiene 2 puntos. Si $20 \leq i10 \leq 29$ obtiene 3 puntos. Si $i10 \geq 30$ obtiene 4 puntos.
Índice h total (4 puntos)	Si $h = 0$ obtiene 0 puntos. Si $1 \leq h \leq 9$ obtiene 1 punto. Si $10 \leq h \leq 19$ obtiene 2 puntos. $20 \leq h \leq 29$ obtiene 3 puntos. Si $h \geq 30$ obtiene 4 puntos.	El Índice i10 desde 2020 (2 puntos)	Si $i10 = 0$ obtiene 0 puntos. Si $1 \leq i10 \leq 9$ obtiene 1 punto. Si $i10 \geq 10$ obtiene 2 puntos.

Para el criterio ‘Evaluación de experticia’ se asignan hasta 40 puntos: *i*) nivel de estudios 20 puntos: maestría 15 puntos, doctorado 18 puntos y postdoctorados 20 puntos; *ii*) grado de competencia (*K*) 20 puntos: Alto 20, Medio 18 y Bajo 15 puntos.

De esta manera, se espera que los expertos obtengan una puntuación máxima de 100 puntos y se seleccionan como mínimo a 30 expertos con puntuaciones iguales o mayores a 80

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA puntos, ya que con ello se está asegurando que los evaluadores cuentan con formación académica en Educación Estadística o Matemática, experiencia relacionada con temas estadísticos, especialmente disciplinares y didácticos de las MTC-DA, lo que reduce el riesgo de recibir opiniones poco fundamentadas o inconsistentes.

Fase 4. Valoración de la herramienta

Una vez el experto acepte la invitación a evaluar la herramienta teórico-didáctica y responda la Evaluación Experticia en el formulario (<https://forms.gle/bWr2fdzbsvyRSvgQ7>), se genera, en el mismo formulario, la valoración de la herramienta mediante dos etapas. La primera refiere a valorar los niveles de interpretación: para ello se adjunta un documento llamado ‘Propuesta de niveles’ (Anexo E, Parte IV) en el que se presenta un resumen del objetivo general de la investigación, aspectos relevantes del marco de referencia, características que deben tener los niveles y la propuesta de los niveles para categorizar la interpretación de las MTC-DA. Seguidamente, se presenta la rúbrica evaluativa de los niveles de interpretación (Anexo E, Parte V). Luego, se activa la segunda etapa referida a la tarea tecno-pedagógica; es decir, se presenta la valoración de está junto con un documento denominado ‘Propuesta de tarea tecno-pedagógica’ (Anexo E, Parte VI) en el que se exponen aspectos teóricos y características que ha de tener la tarea tecno-pedagógica, la descripción de esta para identificar la interpretación de las MTC-DA y la tarea misma; luego, se da a conocer la rúbrica evaluativa para la tarea tecno-pedagógica (Anexo E, Parte VII). Ambas rubricas evaluativas contienen indicadores que permiten valorar la coherencia, viabilidad, relevancia y aplicabilidad de la herramienta mediante los índices de valoración: Muy Adecuado (MA), Bastante Adecuado (BA), Adecuado (A), Poco de Adecuado (PA) y Muy Inadecuado (MI). Además, se establece que cada indicador es aprobado cuando su promedio en la Escala de Likert es mayor o igual a 4.0 y cuando los puntos de corte (Método de

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

Comparación por Pares¹¹) de cada indicador estén ubicados en las unidades de medición Muy Adecuado o Bastante Adecuado; en caso contrario, si el promedio es inferior a 4.0 o los puntos de corte están ubicados en otras mediciones, los indicadores no son aprobados por el grupo de expertos, por lo que serán corregidos de acuerdo con las recomendaciones sugeridas por ellos. Aunque la herramienta sea aprobada mediante la Escala de Likert y el Método de Comparación por Pares, se realizan ajustes para mejorar su calidad, en aspectos relacionados con la redacción, coherencia y claridad de los productos, garantizando así mayor calidad de la propuesta.

Se presenta el coeficiente de concordancia de Kendall (W) para identificar el grado de acuerdo (consenso) alcanzado en las evaluaciones para la herramienta teórico-didáctica: un valor de $W = 1$ señala una concordancia perfecta (todos están completamente de acuerdo con la valoración que dieron a la herramienta), si $0 < W < 1$ hay cierto grado de acuerdo, siendo mayor cuanto más cerca de 1, y si $W = 0$ no hay concordancia (los evaluadores difieren totalmente en su valoración). Así mismo, se utiliza *Julius IA* para analizar las respuestas cualitativas (bondades, deficiencias y recomendaciones) proporcionadas por los expertos; además, se toma como referente a Camargo (2021), quien menciona que el análisis puede presentarse por medio de la producción de resúmenes (p. 106). A *Julius IA* se le solicita realizar un análisis temático, examinando y categorizando las respuestas entregadas. De este modo, se identifican las virtudes de la herramienta, se exponen sus deficiencias y recomendaciones dadas por los expertos para perfeccionar la herramienta.

¹¹ Permite que los expertos evalúen los indicadores asignando un nivel de adecuación según un criterio definido (Muy Adecuado, Bastante Adecuado, Acuerdo, Poco de Acuerdo y Muy Inadecuado). Estas valoraciones se registran en una matriz y, al concluir, se determina si los indicadores son o no aprobados.

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

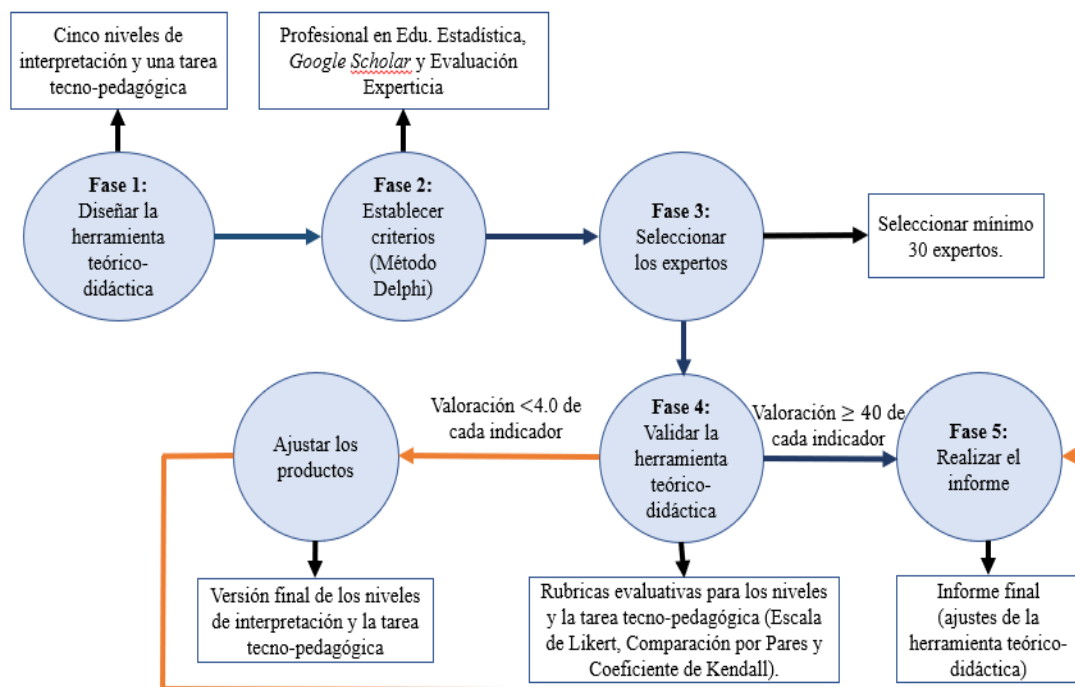
Fase 5. Informe

Se elabora un informe descriptivo a partir de valoración de la herramienta teórico-didáctica, mostrando así, los resultados cuantitativos y cualitativos de la evaluación realizada por los expertos, sobre los niveles y la tarea de interpretación para las MTC-DA. Además, se muestran los ajustes efectuados en redacción, coherencia, complementariedad y claridad, con el propósito de presentar la versión final de la herramienta teórico-didáctica (Anexo H).

En la Figura 12 se muestra un resumen de las fases (círculos) adaptadas a la investigación, junto con los productos (rectángulos) asociados a cada una.

Figura 12.

Fases del criterio y valoración de expertos en el marco de la investigación



Desarrollo de la Propuesta

En este capítulo se presenta la primera versión de los productos (niveles de interpretación y tarea tecno-pedagógica, Anexo E, Parte IV y Parte VI) y sus características, identificadas estas a partir de los referentes teóricos, versión que es compartida con los expertos para su respectiva valoración. Luego se exhibe la implementación del Método Delphi con el puntaje de los criterios (profesionales en Educación Estadística, *Google Scholar* y Evaluación Experticia), además, se presenta la valoración de los niveles de interpretación y de la tarea teco-pedagógica. Enseguida, se exponen las observaciones y recomendaciones dadas por los expertos y los ajustes realizados según sus valoraciones, con el objetivo de generar la nueva versión final de la herramienta teórico-didáctica (Anexo H). Por último, se elabora el informe descriptivo destacando los ajustes realizados para presentar la versión definitiva de la herramienta.

Fase 1. Diseño de productos a validar por los expertos

En la Tabla 10 se encuentra la primera versión de los niveles de interpretación de las MTC-DA, contruidos a partir de la Taxonomía SOLO y de los criterios acopiados en el Anexo B, a la luz de los referentes teóricos. En la primera columna de la tabla se expone el nivel redactado de manera general de acuerdo con las características presentadas en las demás columnas (características que estructuran cada nivel); la segunda columna contiene asuntos disciplinares de las MTC-DA; la tercera columna hace referencia a las diversas representaciones para las MTC-DA; la última columna exhibe asuntos asociados a la 'Interpretación' vista como una habilidad y componente de la Cultura Estadística. Adicionalmente, a lo largo de las tres últimas columnas se incluyen Errores (E) y Dificultades (D) relacionadas con las MTC-DA, exceptuando el nivel de Abstracción Expandida, que corresponde al más alto nivel de interpretación por lo que en este no se evidencia error o dificultad alguna.

Tabla 10.*Niveles y características de la Interpretación para las MTC-DA*

Nivel (Taxonomía SOLO)	Asuntos disciplinares de las MTC-DA	Representaciones de las MTC-DA	Interpretación de las MTC-DA
<p>Preestructural El estudiante identifica las representaciones numéricas de las MTC-DA, reconoce los valores de las medidas y su contexto, pero no genera conclusiones con base en estas porque desconoce sus nombres, definiciones y algoritmos; para resolver problemas se limita a transcribir valores de los enunciados, sin dar respuesta a las preguntas que se le formulan.</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Desconoce los nombres asignados a cada una de las MTC-DA (D). 2. Omite los algoritmos que permiten calcular cada MTC-DA (E) 3. Pasa por alto las definiciones de las MTC-DA (E). 4. Ignora las propiedades de las MTC-DA (E). 5. Desconoce que las MTC-DA pueden variar dentro de un mismo conjunto de datos (E). 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Reconoce los valores de las MTC-DA, pero se le dificulta ubicarlos o identificarlos en gráficos estadísticos (D). 2. Identifica las representaciones numéricas de las MTC-DA. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Las preguntas que se le formulan acerca de las MTC-DA no son contestadas (D). 2. Transcribe valores del enunciado como valores de las MTC-DA, sin tener en cuenta los datos para hallar tales medidas (E). 3. Reconoce los valores de las MTC-DA y su contexto, pero no genera conclusiones con base en estas medidas (D). 4. Omite la procedencia de los datos para encontrar las MTC-DA (D).
<p>Uniestructural El estudiante sabe que existen definiciones de las MTC-DA, algoritmos para calcularlas y algunas propiedades, no obstante, confunde tales características. Sabe que la moda no necesariamente es única, atiende a los valores nulos para determinar la media aritmética y que las MTC-DA no tiene que coincidir con los valores de los datos. Identifica en qué situaciones están inmersas las MTC-DA, pero genera conclusiones incompletas, puesto que omite el contexto en que se presentan los datos.</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Conoce algunas propiedades de las MTC-DA, pero no hace uso de ellas (E). 2. Reconoce los nombres de las MTC-DA, pero no su utilidad (E). 3. Desconoce que las MTC-DA pueden variar en un conjunto de datos (E). 4. Sabe que existen algoritmos para calcular cada MTC-DA, pero no los asocia con su correspondiente medida (E). 5. Sabe que existen definiciones para las MTC-DA, pero no logra diferenciarlas entre sí (E). 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Identifica las MTC-DA en representaciones numéricas, simbólicas y verbales, pero no comprende su utilidad (D). 2. Distingue los datos que le permite encontrar valores de las MTC-DA, no obstante, no los relaciona entre sí (D). 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Identifica los valores de las MTC-DA como provenientes de cálculos estadísticos. 2. Genera conclusiones a partir de los valores de las MTC-DA; pese a ello, omite el contexto en que se presentan tales valores (D). 3. Comprende que las MTC-DA están presentes en situaciones cotidianas; no obstante, se le dificulta generar significados (D).
<p>Multiestructural El estudiante diferencia y aplica los algoritmos para calcular las MTC-DA y las reconoce a partir de sus expresiones algebraicas; distingue las definiciones, representaciones y</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Sabe cuál es el algoritmo que permite calcular cada MTC-DA, sin embargo, olvida las frecuencias de cada uno de los intervalos cuando aplica dichos algoritmos. (E) 2. Identifica algunas propiedades de las MTC- 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Reconoce las representaciones numéricas, simbólicas, verbales y algebraicas de las MTC-DA, dejando de lado la representación 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Utiliza expresiones verbales bajo las cuales se evidencia que identifica las MTC-DA; a pesar de ello, no establece significados de estas medidas (D). 2. Reconoce los valores de las MTC-DA y el

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

<p>algunas propiedades como la variabilidad de las MTC-DA y comprende la procedencia de los datos. Sin embargo, no establece significados y conclusiones sobre los valores de tales medidas en diversos contextos ni verifica la información obtenida.</p>	<p>DA, pero no las relacionan entre sí (D).</p> <ol style="list-style-type: none"> 3. Distingue las definiciones de las MTC-DA, pero no las relaciona con el nombre de cada medida (D). 4. Identifica la variación de las MTC-DA al modificar datos del conjunto, pero no comprende las razones de tal variación (D). 	<p>de estas medidas en gráficos estadísticos.</p> <ol style="list-style-type: none"> 2. Percibe la utilidad de las representaciones numéricas, simbólicas, verbales y algebraicas de las MTC-DA, pero no comprende la utilidad de cada una (D). 	<p>contexto en que se presentan, pero no genera conclusiones que relacionen las medidas con el contexto (D).</p> <ol style="list-style-type: none"> 3. Comprende que los datos estadísticos provienen de diversas situaciones y diferentes fuentes, pero no verifica si la información es verídica (D).
<p>Relacional El estudiante reconoce y relaciona las definiciones y algoritmos de cada una de las MTC-DA e identifica algunas de sus propiedades y representaciones. Aunque comprende la variación de las medidas, no logra identificarlas en una situación específica y relacionar la variación de sus valores con el conjunto de datos, por lo que las conclusiones son básicas en lenguaje y sin llegar al nivel de predicciones sobre los valores de estas medidas.</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Establece algunas propiedades de las MTC-DA y logra asociarlas entre sí. 2. Reconoce las MTC-DA por su nombre y las relaciona con su definición, pero no las aplica en una situación particular (E). 3. Conoce los algoritmos de las MTC-DA, pero no los aplica correctamente (E). 4. Comprende la variación de cada medida, pero no la relaciona con la variación del conjunto de datos del que proviene (E). 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Ubica las MTC-DA en las representaciones numéricas, simbólicas, verbales y algebraicas, mas no las identifica en gráficos estadísticos (D). 2. Comprende de forma disyunta la utilidad de las MTC-DA en algunas de sus representaciones (D). 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Reconoce que las MTC-DA están inmersas en diversos contextos y representaciones. 2. Corrobora la fuente de donde provienen los datos; a pesar de ello, no cuestiona los valores de las MTC-DA de acuerdo con el contexto en que se presentan (E). 3. Omite el lenguaje académico para presentar conclusiones usando las MTC-DA (D). 4. Vincula las MTC-DA con el contexto en que estas se presentan; aun así, no generan conclusiones de acuerdo con el contexto (D). 5. Se le dificulta realizar predicciones sobre el valor de las MTC-DA (D).
<p>Abstracción expandida El estudiante identifica, comprende y analiza la variabilidad de los valores de las MTC-DA reconociendo cuál de ellas es más representativa en un determinado conjunto de datos. Relaciona diferentes representaciones estadísticas con el valor de cada medida y sus propiedades para brindar interpretaciones de acuerdo con el contexto,</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Comprende la variación de las MTC-DA e identifica la representatividad de cada medida para resumir adecuadamente conjuntos de datos. 2. Entiende los cambios que tienen los valores de las MTC-DA cuando se modifica el conjunto de datos. 3. Aplica las definiciones de cada una de las MTC-DA para resolver situaciones que involucran el uso de estas medidas. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Ubica las MTC-DA en diversos gráficos estadísticos y las relaciona con las demás representaciones estadísticas (numérica, algebraica, simbólica, verbal). 2. Comprende la utilidad de las MTC-DA en todas sus representaciones 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Corrobora la fuente de donde provienen los datos y la validez de los valores de las MTC-DA de acuerdo con el contexto. 2. Realiza predicciones y cuestionamientos de la situación presentada y de otras similares a partir de las MTC-DA. 3. Utiliza lenguaje académico para presentar análisis a partir de las MTC-DA. 4. Genera conclusiones e interpretaciones sobre las MTC-DA teniendo en

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

cuestionando la procedencia de los datos y presentando interpretaciones que evidencian lenguaje académico.	4. Reconoce el nombre de las MTC-DA y los identifica en cualquier contexto. 5. Utiliza correctamente los algoritmos para calcular cada una de las MTC-DA.	y las relaciona entre sí.	cuenta el contexto en que se presentan.
--	--	---------------------------	---

En la Tabla 11 se exponen las características que debe reunir la tarea como herramienta didáctica para identificar los niveles de interpretación de las MTC-DA. Esto incluye las particularidades propias de las Tareas Estadísticas [TE], el Modelo de Tareas Tecno-Pedagógicas [MTTP], el enfoque de Abstracción Situada [AS] que permite la interacción entre el sujeto y el medio (herramienta tecnológica) para el desarrollo de significados estadísticos, así como las características del Nivel de Abstracción Expandida [NAE], con el objetivo de integrar y relacionar la categorización de niveles con la tarea tecno-pedagógica.

Tabla 11.*Características para las tareas tecno-pedagógicas en el ámbito estadístico*

Desde Tareas Estadísticas [TE]	Desde el Modelo de Tareas Tecno-Pedagógicas [MTTP]	Desde la Abstracción situada [AS]	Desde el Nivel Abstracción Expandida [NAE]
<p>TE1. Involucra situaciones problema, investigaciones o ejercicios en contextos reales.</p> <p>TE2. Analiza bases de datos sobre problemas globales, económicos, científicos, etc.</p> <p>TE3. Justifica elecciones y procesos estadísticos.</p> <p>TE4. Incita a la toma de decisiones a partir de información estadística.</p> <p>TE5. Posibilita el estudio de las MTC-DA desde el uso de gráficos estadísticos.</p> <p>TE6. Genera cuestiones adicionales sobre las MTC-DA y el contexto en que se presentan.</p> <p>TE7. Fomenta en el sujeto la comunicación clara y precisa</p>	<p>TTP1. Usa herramientas tecnológicas para manipular objetos estadísticos.</p> <p>TTP2. Posibilita la observación y exploración de variantes e invariantes de las MTC-DA.</p> <p>TTP3. Fomenta la exploración del medio tecnológico mediante sub tareas que permitan manipular objetos estadísticos (modo 1).</p> <p>TTP4. Construye significados estadísticos a partir del uso de la tecnología digital (modo 2).</p>	<p>AS1. Permite la interacción entre el sujeto y el medio tecnológico.</p> <p>AS2. Promueve la construcción de significados a partir del medio tecnológico.</p> <p>AS3. Proporciona recursos representacionales para abstraer y comunicar ideas.</p>	<p>NAE1. Identifica, comprende y analiza la variabilidad de las MTC-DA.</p> <p>NAE2. Reconoce la representatividad de cada medida en un conjunto de datos.</p> <p>NAE3. Relaciona diferentes representaciones estadísticas con las MTC-DA.</p> <p>NAE4. Reconoce las propiedades de las MTC-DA para brindar interpretaciones de acuerdo con el contexto.</p> <p>NAE5. Realiza predicciones y cuestionamientos acerca de las situaciones que se describen a partir del conjunto de datos.</p> <p>NAE6. Genera conclusiones e interpretaciones sobre las MTC-DA teniendo en cuenta</p>

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

cuando se estudian las MTC-DA. TE8. Favorece la interpretación de fenómenos multivariados y dinámicos.	TTP5. Desarrolla y comunica razonamientos inductivos a partir del medio tecnológico (modo 3).		el contexto en que estas se presentan.
--	--	--	--

De acuerdo con las características mencionadas, la tarea tecno-pedagógica ha de involucrar situaciones problema en contextos reales (temperaturas de Medellín, Barranquilla y Cali desde enero de 2020 a diciembre de 2023), como objeto social de estudio (problemática global). Se escoge este contexto dado que la temperatura es una variable cuantitativa continua y permite realizar predicciones para los próximos años, puesto que el clima requiere de atención debido al aumento de las emisiones de gases en un 50% desde la década de los 90, por lo que se requiere evitar catástrofes monetarias, geofísicas y fallecimientos, así como lo menciona el Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo (PNUD, 2024). Además, permite sensibilizar a la población estudiantil para combatir el cambio climático ya que según los Objetivos de Desarrollo Sostenible (PNUD, 2024) en el año 2030 se requiere limitar el calentamiento global a 1,5°C.

La tarea tecno-pedagógica (Anexo C) parte de representaciones estadísticas que se pueden elaborar en CODAP [software gratuito en línea para el análisis, visualización e interpretación de datos estadísticos] y consta de diferentes enunciados a partir de los cuales el estudiante puede construir y explorar representaciones gráficas de las MTC-DA para formar conclusiones e interpretaciones sobre estas medidas en el contexto de la situación planteada. En la Tabla 12 se presenta la relación entre la tarea tecno-pedagógica y sus características (Tabla 11), al igual que se expone la correspondencia entre los enunciados, el propósito de estos, considerando las características de las tareas tecno-pedagógicas en el ámbito estadístico, y una posible respuesta de acuerdo con el Nivel de Abstracción Expandida (mayor nivel propuesto para categorizar la interpretación de las MTC-DA).

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

Tabla 12.*Descripción y características de la tarea tecno-pedagógica*

Enunciado	Descripción del enunciado	Propósitos de cada enunciado [Código]	Posible respuesta acorde al nivel de Abstracción Expandida
<p>Enunciado 0: De acuerdo con la información, explore el aplicativo CODAP considerando las indicaciones.</p>	<p>En este momento el estudiante ha de seguir una serie de indicaciones para explorar y afianzar sus habilidades en el uso del aplicativo CODAP. Es decir, el estudiante debe utilizar herramientas del menú para representar gráficamente las temperaturas de Medellín, Cali y Barranquilla; además explorar herramientas para ocultar datos, presentar en pantalla la ubicación y los valores de las MTC-DA, y crear y modificar intervalos.</p>	<p>Conocer y explorar [TTP3] algunas herramientas de CODAP [AS1] para manipular objetos estadísticos [TTP1] a través de representaciones gráficas [TE5].</p>	<p>No aplica</p>
<p>Enunciado 1: Teniendo en cuenta las temperaturas de <i>Medellín</i>, indique qué significa el valor de la mediana respecto al conjunto de datos.</p>	<p>El estudiante debe observar los histogramas que representan temperaturas de tres ciudades. Identificar el gráfico con las temperaturas de Medellín e identificar en él, el valor de la mediana; con lo que debe presentar una respuesta acerca del significado de esta medida.</p>	<p>A partir de un histograma [TE5], identificar la representación numérica de la mediana [AS3, NAE3] y generar conclusiones o interpretaciones [TTP5, TE7] sobre lo que significa [TTP4, NAE4, AS2] este valor en el conjunto de datos [NAE6, TE1].</p>	<p>El valor de la mediana es 22°C, lo que significa que existen 730 temperaturas menores a 22°C y 730 mayores a 22°C, para el caso de la ciudad de Medellín entre los años 2020 y 2023.</p>
<p>Enunciado 2: En el gráfico que representa las temperaturas de <i>Cali</i>, el valor de la media es 23.2°C. ¿Qué significa este valor y qué representatividad tiene en el conjunto de datos?</p>	<p>Haciendo uso del histograma que representa las temperaturas de Cali, el estudiante debe identificar que el valor de la media aritmética es de 23.2°C y observar el comportamiento del conjunto de datos; es decir, si son homogéneos o si el conjunto presenta temperaturas extremas (datos atípicos). Con ello,</p>	<p>Identificar la representación numérica y gráfica de la media aritmética [NAE3, AS3] en histogramas [TE5], generar significados [AS2, TTP4] y cuestionar [TE6] sobre dicho valor y su representatividad [NAE2] en el conjunto, considerando la información del enunciado [TE2] y el histograma presentado [TTP1].</p>	<p>El valor de la media aritmética indica que las otras temperaturas oscilan alrededor de los 23.2°C para la ciudad de Cali. Observando el gráfico de Cali, se puede afirmar que el conjunto de datos es homogéneo, por lo que no presenta temperaturas atípicas, lo cual genera que la media aritmética sea la medida que mejor representa las temperaturas del conjunto.</p>

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

	presentar una respuesta sobre el significado de la media aritmética y si esta medida es representativa o no para dicho conjunto.		
Enunciado 3: Se considera que la temperatura con mayor frecuencia en <i>Barranquilla</i> , de enero de 2020 hasta diciembre de 2023, está entre 30°C y 35°C. ¿Está de acuerdo con esta afirmación? ¿A qué medida de tendencia central se está haciendo referencia?	El estudiante debe ubicar el histograma que representa las temperaturas de Barranquilla. Allí, observar el intervalo 30°C a 35°C y verificar que efectivamente es el intervalo con mayor frecuencia, por lo que ha de presentar su respuesta indicando que el intervalo con mayor frecuencia hace referencia al intervalo modal.	A partir de una representación gráfica [TTP1], reconocer, identificar y verificar [TE3, TE6] propiedades [NAE4] de la MTC-DA a la que se hace referencia en el contexto de estudio.	Si estoy de acuerdo con la información, ya que el intervalo entre 30°C y 35°C contiene alrededor de 450 temperaturas y es el de mayor frecuencia, por lo que hace referencia al intervalo modal, para el caso de las temperaturas de Barranquilla.
Enunciado 4: Teniendo en cuenta la representación gráfica de Medellín, realice la siguiente exploración.	El estudiante debe ubicar el histograma que representa las temperaturas de Medellín, localizar el cursor en el intervalo 10°C a 15°C, y luego cambiar de representación gráfica utilizando la herramienta <i>Puntos</i> , activar la visualización de la media y la mediana, y mover el ratón de derecha a izquierda y viceversa para observar la variabilidad de las MTC-DA.	Teniendo en cuenta el uso de las herramientas tecnológicas [TTP1, AS1] para el cambio de representación gráfica [TTP3, TE5], observar e identificar la variabilidad [NAE1, TTP2] de las MTC-DA.	No aplica
Enunciado 4. a: ¿Por qué el valor de la media aritmética varía?	A partir de la exploración solicitada en el anterior enunciado, el estudiante ha de observar, a medida que arrastra con el ratón los datos seleccionados, el valor de la media aritmética y presentar una respuesta sobre la variación (o no) de esta medida.	Identificar propiedades de la media aritmética [NAE4] para comunicar [NAE6, TTP5, TE7] por qué su valor varía [NAE1, TTP2] cuando se presentan datos extremos (atípicos) en el conjunto estudiado.	El valor de la media aritmética varía, ya que a medida que los datos se arrastran hacia la derecha o la izquierda, se van convirtiendo en datos extremos (atípicos) para el conjunto, lo cual afecta al valor de esta medida. Es decir, las temperaturas de 10°C a 15°C pasan a ser temperaturas negativas o superiores a los 40°C, lo cual no es tradicional en dicha ciudad.
Enunciado 4. b: ¿Qué ocurre con los datos del conjunto? Para ello, observe el comportamiento	El estudiante debe activar la herramienta <i>Curva normal</i> , realizar el arrastre de los datos seleccionados	Partiendo de los datos atípicos [TE8], observar y determinar la transformación (de homogéneo a heterogéneo) [TTP1, TTP3] del	Al realizar el arrastre de los valores seleccionados, el conjunto de datos pasa de ser homogéneo a heterogéneo, con

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

de la distribución de frecuencias.	y observar en pantalla cómo la distribución de datos va cambiando.	conjunto para identificar la representatividad de las MTC-DA [NAE2].	temperaturas extremas (negativas y superiores a 50°C).
Enunciado 4. c: ¿Es la mediana el mejor indicador de tendencia para representar las temperaturas de Medellín? Argumente su respuesta	De acuerdo con la exploración vivida a partir del enunciado 4, el estudiante debe observar los valores que toman las MTC-DA en el histograma que representa las temperaturas de Medellín, además, debe dar una respuesta indicando por qué la mediana es el mejor indicador para representar las temperaturas.	Argumentar [NAE6, TE3, TTP4] por qué la mediana es la medida que mejor representa [NAE2, NAE4] un conjunto de datos [TE6, AS2] cuando este tiene algunos datos atípicos [TTP2].	Para esta situación la mediana se convierte en la medida que mejor representa las temperaturas de Medellín, pues esta es el mejor indicador cuando en el conjunto existen datos atípicos. Además, en distribuciones de frecuencias asimétricas positivas o negativas, la MTC-DA que mejor representa al conjunto es la mediana.
Enunciado 5: Se presenta una noticia sobre la temporada de huracanes en los meses de octubre y noviembre en la región Caribe de Colombia y se exponen las temperaturas reales para dichos meses para ser agregadas, de acuerdo con los ítems siguientes.	A partir de la información presentada, el estudiante ha de observar y analizar las temperaturas de los meses de octubre y noviembre para la ciudad de Barranquilla.	A partir de una situación que involucra datos reales [TE1, TE2], ingresar [TTP1, AS1] nuevos datos al conjunto [TE8], para determinar cambios (o no) [TTP2, NAE1] en los valores de las MTC-DA [AS3]. Además, de acuerdo con la representación gráfica [TE5] y la exploración [AS1, TE8], identificar y comunicar [TTP5, TE7] si los valores de las MTC-DA [NAE3] presentan alguna variación [TTP2, NAE1] cuando se agregan nuevos valores [TTP1, TTP4] al conjunto de datos.	No aplica
Enunciado 5.a: Las temperaturas más altas de cada mes. Reporte los valores de las MTC-DA.	Para los literales a y b (del enunciado 5), el estudiante debe identificar las temperaturas más altas y bajas en los meses correspondientes, agregar dichos valores en la representación tabular y reportar los valores de las MTC-DA.		
Enunciado 5.b: Las temperaturas más bajas de cada. Reporte los valores de las MTC-DA.			
Enunciado 5.c: Las temperaturas promedio de cada mes. Reporte los valores de las MTC-DA	Para el literal c (del enunciado 5), en la representación tabular, el estudiante debe agregar un nuevo atributo, digitar las temperaturas de octubre, luego generar un gráfico y determinar el valor de la media aritmética. Realizar el mismo proceso para determinar el valor de		Para los ítems a, b y c el valor de la media aritmética es de 29.9°C, de la mediana es de 30.6°C, y la moda se encuentra entre el intervalo 30°C a 35°C.

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

	la media aritmética del mes de noviembre para la ciudad de Barranquilla. Después agregar los valores promedios de los dos meses en la representación tabular correspondiente al atributo de Barranquilla. Reportar los nuevos valores de las MTC-DA.		
Enunciado 5.d: Las temperaturas correspondientes a los meses de octubre y noviembre. Reporte los valores de las MTC-DA.	El estudiante ha de agregar todas las temperaturas correspondientes a los meses de octubre y noviembre al atributo de la ciudad de Barranquilla y reportar los nuevos valores que toman las MTC-DA para dicha ciudad.		Para esta situación, el valor promedio de temperaturas es de 29.8°C, la mediana es 30°C y la moda está en el intervalo 30°C a 35°C. Además, las MTC-DA parecen coincidir (omitiendo sus aproximaciones), por lo que el conjunto de datos es simétrico y significa que las temperaturas que representan los valores de la media aritmética, la mediana y la moda, son temperaturas que representan al conjunto de datos.
Enunciado 5. e: ¿Qué ocurre con los valores de las MTC-DA en los cuatro casos? ¿Qué significa esta variación? (Recuerde que sin los meses de octubre y noviembre el promedio era de 29,9°C y la mediana de 30,6°C).	El estudiante debe observar y analizar los valores que toman las MTC-DA para los cuatro casos y ha de reportar la variación (si es identificada) de las medidas y explicar a qué se debe dicha variación.	Identificar [NAE1, TE8] y reportar [NAE6, TE3] escenarios en los cuales las MTC-DA varían su valor [NAE1, TTP2], teniendo en cuenta el aumento de la cantidad de datos en el conjunto [NAE4], y comunicar lo que significa [AS2, TTP5] esta variación para el conjunto de datos [TE4].	Cuando se agregan dos temperaturas al conjunto de datos, las MTC-DA no cambian su valor. De otra parte, cuando se agrega una cantidad considerable de temperaturas (en este caso 61 datos), los valores de las MTC-DA presentan los siguientes cambios: la mediana disminuye su valor 0,6°C ya que esta medida varía cuando al conjunto se modifica la cantidad de datos. Respecto a la media aritmética y al intervalo modal, este se mantiene igual a pesar de los cambios en los datos ya que estos son homogéneos (no extremos) para el conjunto.
Enunciado 6: Considere la siguiente afirmación “Se prevé que las temperaturas para fin de siglo (2090-2099), respecto a 1980-1999, aumentarán entre 1,8°C y 4°C, según los escenarios (0,1°C cada	Para los ítems a y b de este enunciado, el estudiante debe crear un nuevo atributo en la tabla ‘Temperaturas: Medellín – Barranquilla – Cali’ y allí, utilizar la herramienta <i>Editar Fórmula</i> (CODAP) para tomar los datos de una ciudad y aumentarle el promedio	Teniendo en cuenta una situación real [TE1, TE2], representar gráficamente [TTP1] las MTC-DA [NAE3] para realizar predicciones y cuestionamientos [NAE5, TE4] sobre sus valores.	No aplica

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

década, al menos)” (Gobierno de Aragón, 2025). Utilice CODAP (cree un nuevo atributo y utilice la herramienta <i>Editar fórmula</i>) para predecir las siguientes situaciones.	entre 1,8°C y 4°C. Realizar el mismo proceso para las ciudades restantes. Luego realizar tres histogramas (uno para cada ciudad) y determinar los valores de las MTC-DA. De esta manera podrá predecir los valores de las temperaturas para el año 2090.		
Enunciado 6.a: ¿Cuál será la temperatura promedio en las tres ciudades para el año 2090?		A partir de la exploración de los datos [AS1, TTP1], identificar [NAE3] las representaciones numéricas y gráficas de las MTC-DA y predecir [NAE5, TE4] sus valores de acuerdo con el contexto de estudio.	La temperatura promedio para Cali ha de ser de 26.1°C, para Medellín 23.7°C y para Barranquilla de 32.7°C.
Enunciado 6.b: ¿Cuáles serán las temperaturas más repetitivas en el año 2090?			Las temperaturas con mayor frecuencia para Cali estarán entre 30°C y 35 °C, para Medellín están entre 25°C y 30°C y Barranquilla están entre 35°C y 40°C.
Enunciado 6.c: ¿Cree que para el año 2090 el cambio climático llegará a su fin? Justifique su respuesta.	Presentar una respuesta donde se debe justificar si el cambio climático para el año 2090 ha finalizado o no.	Comparar representaciones numéricas y gráficas de las MTC-DA [NAE3, TE5] para realizar predicciones [NAE5, TE3, TE6] sobre la situación que se presenta.	No, el cambio climático para el año 2090 no llegará a su fin. Al contrario, las temperaturas aumentarán en aproximadamente 3°C, por lo que el cambio climático para 2090, posiblemente, tendrá mayores consecuencias.

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

Fase 2. Método Delphi

Al tener definidos y ponderados los criterios para seleccionar los expertos, se construye el Anexo D con la preselección de 151 posibles candidatos que cumplen con el primer criterio, y de ser posible con el segundo criterio. Se contactan, mediante correo electrónico (Anexo E, Parte I), 151 expertos para invitarlos a validar la herramienta teórico-didáctica. Los expertos que aceptan, ingresan al formulario reportado en el enlace <https://forms.gle/bWr2fdzbsvyRSvgQ7>. En dicho formulario, se solicita aceptar o no el tratamiento de datos (Anexo E, Parte II), y dependiendo de su respuesta, han de responder la Evaluación Experticia (Anexo E, Parte III) iniciando con la autoevaluación para determinar la ponderación de dicho criterio. De esta manera, se resumen en el Anexo F las puntuaciones de los tres criterios para los expertos que aceptaron validar la herramienta teórico-didáctica.

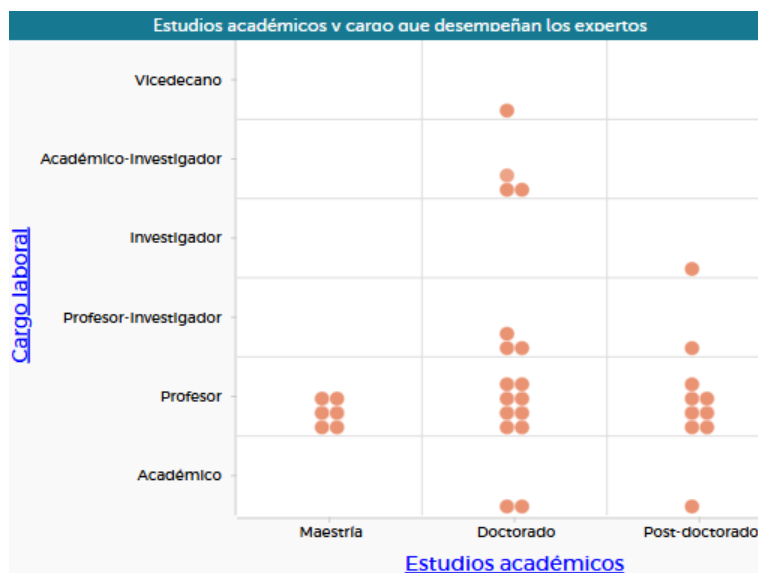
Fase 3. Selección de expertos

En esta fase se seleccionan a los expertos que cumplen con el puntaje requerido (mayor o igual que 80 puntos). Así, se tiene que, de los 151 expertos invitados, 40 evaluaron la herramienta teórico-didáctica y 33 alcanzaron el puntaje para ser considerados como expertos. La Figura 13 muestra información sobre su formación académica y el cargo que desempeñan en las instituciones donde laboran. Se observa que, 21 expertos son profesores, de ellos siete cuentan con estudios de postdoctorado, ocho con doctorado y seis con maestría; tres ejercen labores de académico-investigador y cuentan con estudios de doctorado; cuatro son profesores-investigadores, de los cuales tres son doctores y uno tiene postdoctorado; tres realizan la función de académicos, uno de ellos cuenta con postdoctorado y dos con doctorado; uno es investigador con estudios de postdoctorado y otro es vicedecano con estudios de doctorado.

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

Figura 13.

Formación académica y cargo que desempeñan los expertos seleccionados

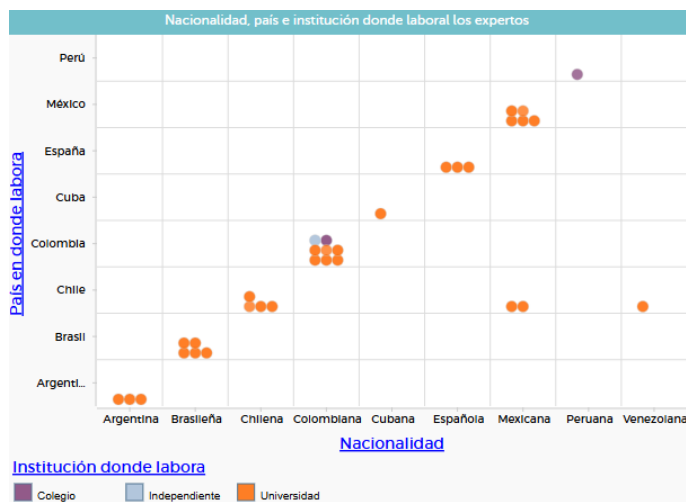


Por otra parte, en la Figura 14 se evidencia que, de los 33 expertos seleccionados, 30 laboran en instituciones de educación superior (universidades), dos en instituciones de educación básica (colegios) y uno se desempeña de manera independiente. Esto significa que el 90% de los expertos trabaja en educación superior, y con ello se supone que poseen conocimiento actualizado de resultados de investigaciones y teorías vigentes, lo que permite una valoración de la herramienta orientada al uso como modelo para identificar y categorizar la interpretación de las MTC-DA, más que como un recurso didáctico para gestionar actividades de aula. Asimismo, se destaca el carácter internacional del grupo, dado que 25 expertos residen y trabajan fuera de Colombia, mientras que ocho coinciden en tener nacionalidad y lugar de trabajo en Colombia. Estos datos permiten afirmar que el grupo de expertos cuenta con alta experiencia laboral en educación superior y una significativa diversidad geográfica. La participación de expertos internacionales no solo aporta una visión amplia y enriquecida del contexto educativo, sino que también permite contrastar la herramienta teórico-didáctica desde diversos contextos educativos, fortaleciendo así su pertinencia, aplicabilidad y validez a nivel local y global.

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

Figura 14.

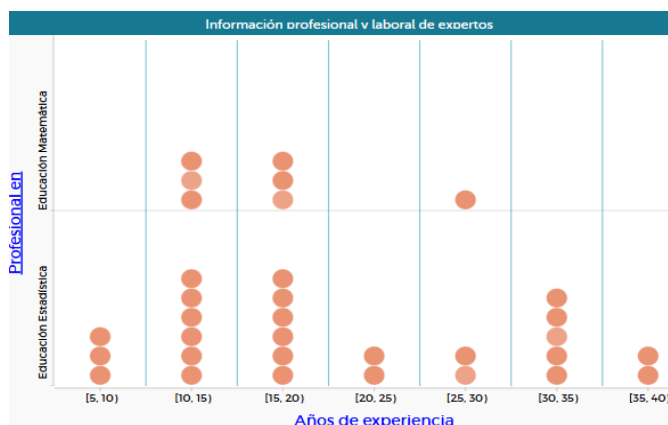
Nacionalidad, país e institución donde laboran los expertos



Por otro lado, en la Figura 15 se evidencia, el cumplimiento del primer criterio ‘Información profesional y laboral’. En este sentido, de los 33 expertos seleccionados, 26 son profesionales en Educación Estadística y 7 en Educación Matemática. Además, se destaca que 30 de estos expertos cuentan con más de 10 años de experiencia laboral en sus respectivas áreas. Estos aspectos garantizan que las valoraciones y opiniones recolectadas provienen de profesionales con una trayectoria consolidada y amplio conocimiento en Educación Estadística, lo cual aporta credibilidad y rigor a los resultados obtenidos.

Figura 15.

Información profesional y laboral de los expertos seleccionados

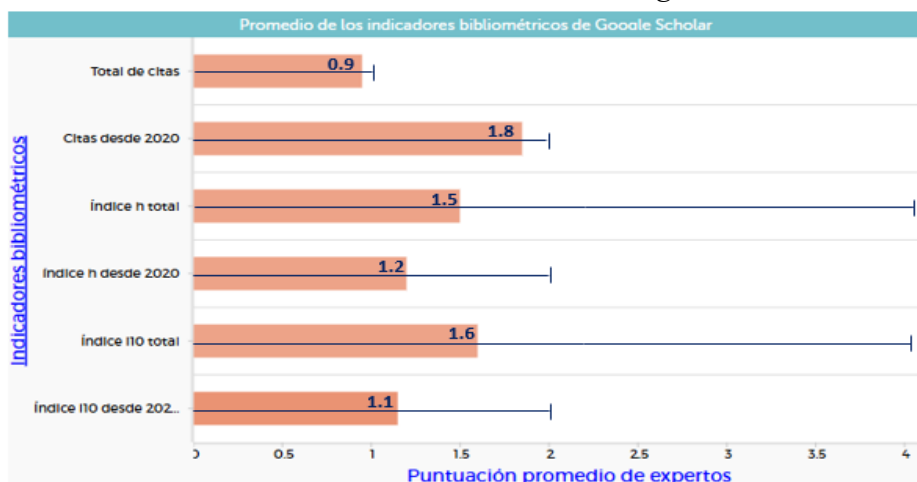


Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

Para el criterio de contar con *Google Scholar*, se evidencia en la Figura 16 la puntuación promedio obtenida para cada indicador bibliométrico de citación de los 33 expertos seleccionados. Los resultados muestran que los promedios más altos se presentan en los indicadores de ‘Total de citas’ obteniendo como media 0.95 de 1 punto posible y ‘Citas desde 2020’ obteniendo 1.85 puntos de 2 posibles, esto evidencia la vigencia de actividad académica y de producción científica y relevante en los últimos años, lo que respalda su capacidad para valorar la herramienta teórico-didáctica. Respecto al indicador h total se obtienen en promedio 1.5 de 4 puntos posible, mientras que el índice i10 total logran como media 1.6 puntos de 4 posibles; estos promedios reflejan que los expertos no solo cuentan con publicaciones citadas, sino que además poseen artículos que han superado interesantes umbrales (h e i10) de citación. Por su parte, los indicadores correspondientes a las citaciones desde los últimos cinco años, ‘Índice h desde 2020’ consigue en promedio 1.2 puntos de 2 posibles, y el ‘Índice i10 desde 2020’ alcanza 1.15 de un máximo de 2 puntos. Con esto se evidencia que los expertos han sostenido su impacto académico durante los últimos años, lo que asegura que su criterio para la evaluación de la herramienta está fundamentado en una producción actualizada y pertinente.

Figura 16.

Promedios puntuaciones en indicadores bibliométricos de Google Scholar



Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

De esta manera, se corrobora que el grupo de expertos seleccionado posee experiencia investigativa, y visibilidad académica con trayectoria y actividad vigente. Además, el equilibrio entre los promedios de citación total, citación reciente e índices cualitativos (h e i10) confirman que los expertos tienen un desempeño académico estable y reconocido tanto en el acumulado histórico como en la producción científica reciente.

Respecto a la evaluación experticia (fuentes de argumentación), se presenta en la Figura 17, que las fuentes más influyentes son: la experiencia obtenida en el campo de la Educación Estadística y el análisis de literatura sobre las MTC-DA, valoradas ambas en el nivel Alto por 29 expertos, lo que refleja su peso determinante en la toma de decisiones. Respecto a las investigaciones teóricas de las MTC-DA y la intuición, 21 expertos asignan un grado de influencia Alto para estas fuentes, lo que resalta la importancia que los profesionales otorgan a los fundamentos teóricos. Por su parte, el conocimiento de las MTC-DA presenta una valoración equilibrada, ubicándose entre los niveles Alto (17 expertos) y Medio (14 expertos). El grado de influencia Bajo es poco frecuente en todas las fuentes, lo que indica que el grupo presenta fuentes de argumentación adecuadas para valorar la herramienta teórico-didáctica.

Figura 17.

Influencia de las fuentes de argumentación en el grupo de expertos



Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

Fase 4. Valoración de la herramienta

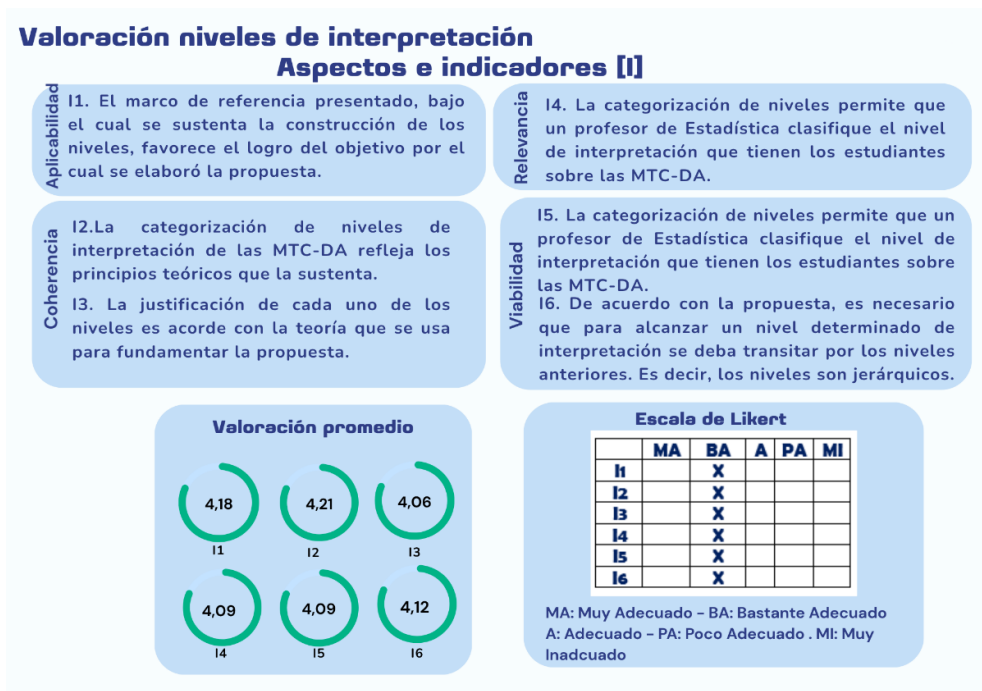
A partir de la evaluación de la herramienta teórico-didáctica emitida por parte de los expertos, se presenta el análisis de las valoraciones cuantitativas para determinar la aprobación de la herramienta teórico-didáctica, y el análisis cualitativo para establecer las bondades, falencias y recomendaciones de la herramienta.

Valoración cuantitativa de los niveles de interpretación de las MTC-DA¹²

En cuanto a los niveles de interpretación de las MTC-DA, en la Figura 18 se muestra la valoración de los expertos a partir de Escala de Likert para cada uno de los aspectos puestos a consideración. Se presenta el promedio obtenido para cada indicador y de acuerdo con este puntaje, se relaciona el correspondiente nivel de la escala.

Figura 18.

Evaluación en Escala de Likert de los Niveles de interpretación



¹² En el Anexo H se presentan las valoraciones obtenidas para cada indicador de los niveles y los cálculos realizados para determinar el promedio en la Escala de Likert, el Coeficiente de Concordancia de Kendall y el Método Comparación por Pares.

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

Las valoraciones realizadas por los 33 expertos reflejan que los indicadores y los aspectos asociados a los niveles de interpretación presentan una valoración promedio mayor a 4, lo que indica que son aprobados al estar ubicados todos en la Escala de Likert de Bastante Adecuados.

En cuanto al aspecto de aplicabilidad, se destaca que el marco de referencia teórico ha sido percibido por los expertos como pertinente y alineado con los objetivos de la propuesta, lo que sugiere una sólida fundamentación conceptual que facilita su implementación en contextos educativos reales. Respecto al aspecto de coherencia, respaldada por los indicadores I2 e I3, se obtiene una valoración positiva; en particular, se resalta que los expertos determinan que los niveles se mantienen en una estructura lógica y fundamentada, y reflejan adecuadamente la teoría que los sustenta. Para el aspecto de relevancia (I4), los expertos consideran útil la categorización para clasificar los niveles de interpretación de estudiantes, lo que ratifica el potencial práctico del modelo en el proceso de evaluación. Finalmente, para el aspecto de viabilidad, los expertos establecen que los niveles son jerárquicos y progresivos, lo cual permite su aplicación en el aula escolar. De esta manera, al ser evaluados y aprobados los aspectos y los indicadores que valoran los niveles de interpretación, se puede afirmar que los expertos consideran oportuna su categorización y aplicación para apoyar los procesos de interpretación de las MTC-DA.

De otra parte, se aplica el Coeficiente de Concordancia de Kendall con el fin de determinar el grado de acuerdo entre los evaluadores en relación con los indicadores establecidos. El análisis arroja un coeficiente de 0.43, lo cual corresponde a un nivel de concordancia moderado; es decir, aunque no hubo concordancia absoluta ($W=1$), se logra un acuerdo aceptable en las valoraciones realizadas sobre los indicadores de los niveles de interpretación, aunque esta concordancia no es decisoria ni unánime. Adicionalmente, se determinan estadísticos descriptivos (Figura 19) correspondientes a los seis indicadores bajo los

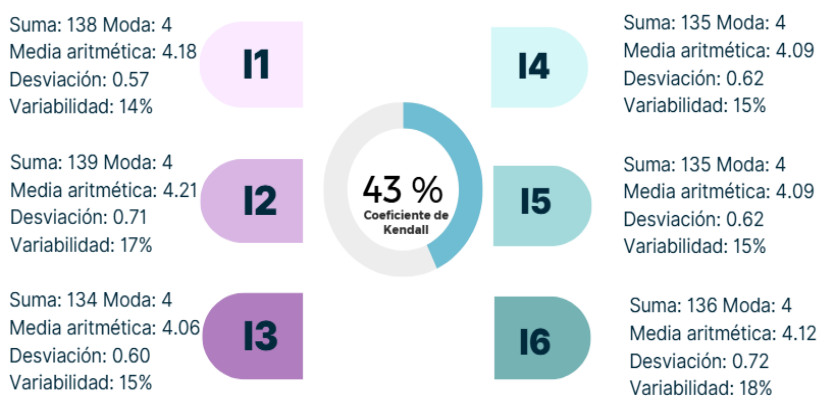
Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

que se valoran los niveles de la propuesta. Los resultados arrojan una valoración positiva para los indicadores, con promedios que oscilan entre 4.06 y 4.21. La moda fue constante en todos los casos con un valor de 4, reflejando un acuerdo mayoritario en la unidad de medida Bastante Adecuado. Asimismo, las desviaciones estándar, comprendidas entre 0.57 y 0.72, junto con los porcentajes de variabilidad que oscilan entre el 14 % y el 18 %, evidencian una dispersión reducida en las calificaciones dadas a cada indicador, lo que refleja una homogeneidad en los juicios emitidos por los expertos para la valoración individual de los indicadores.

Figura 19.

Estadísticos sobre las valoraciones de los niveles de interpretación

ESTADÍSTICOS SOBRE LOS NIVELES DE INTERPRETACIÓN



Los resultados del Método de Comparación por Pares (Tabla 13) evidencian una apreciación favorable, según los puntos de corte establecidos, de la totalidad de los indicadores que componen los niveles de interpretación, ya que son valorados como Muy Adecuados. A diferencia de la Escala de Likert, que permite conocer el grado de aceptación individual de cada indicador, este método, el de comparación, aporta una dimensión jerárquica, ya que obliga a priorizar entre opciones, y en este caso, demuestra que no existen indicadores débiles en la valoración de los indicadores de los niveles.

Tabla 13.*Valoración de los niveles por el Método Comparación por Pares*

Valoración de cada indicador según los expertos					
Indicadores	Muy Adecuado	Bastante Adecuado	Adecuado	Poco Adecuado	Muy Inadecuado
I1	XXX				
I2	XXX				
I3	XXX				
I4	XXX				
I5	XXX				
I6	XXX				
Puntos de corte	-0.4184	0.7699	1.7888	2.3266	>2.3266

Valoración cualitativa de los niveles de interpretación de las MTC-DA

A continuación, se expone el análisis cualitativo respecto a las respuestas brindadas por los expertos; se muestra el análisis de las fortalezas y bondades, falencias y deficientes, y recomendaciones para los niveles de interpretación de las MTC-DA. Para ello, se utiliza *Julius AI* con el propósito de identificar, mediante esta herramienta, categorías que permitan organizar las respuestas más recurrentes dadas por los expertos.

En cuanto a las fortalezas y bondades presentadas por los expertos en relación con los niveles de interpretación de las MTC-DA, la IA arroja las categorías: estructura basada en la Taxonomía SOLO; enfoque multidimensional; identificación de errores y dificultades; e interpretación contextualizada de las MTC-DA.

Para la primera categoría (**estructura basada en la Taxonomía SOLO**), los expertos [E] encuentran como fortaleza que la Taxonomía SOLO es una herramienta que permite categorizar la interpretación de las MTC-DA, ya que por ejemplo, el E2 menciona que “*la estructuración de los niveles de Taxonomía (SOLO) son pertinentes y evidencian una clara progresión, es bastante acorde y útil para clasificar los distintos niveles de interpretación de las MTC-DA*”; además,

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA para el E4, la taxonomía *“permite evaluar el desarrollo cognitivo de los estudiantes desde un nivel básico (pre-estructural) hasta uno avanzado (abstracción expandida)”*. En este sentido se ratifica lo mencionado por Cervantes, et ál., (2018) en relación con que la Taxonomía SOLO es diseñada con el fin de generar un instrumento para categorizar el desarrollo cognitivo de los estudiantes. Además, para el E16, la Taxonomía SOLO representa un marco innovador para medir la interpretación de las MTC-DA, ya que este experto considera que *“es una herramienta que será de gran utilidad tanto para la docencia como para la investigación”*.

Los expertos destacan que los niveles adoptan un **enfoque multidimensional** al articular de manera integrada las dimensiones disciplinar, representacional e interpretativa. Para el E19, esto *“enriquece el análisis de los niveles cognitivos”*. Por su parte el E2 resalta que los niveles se caracterizan por el *“uso de definiciones, propiedades y múltiples representaciones de las MTC-DA (simbólica, numérica, verbal, algebraica y gráfica)”*, con el objetivo de generar, de acuerdo con Duval (1993, citado en Castro et al., 2000), representaciones internas (interpretaciones) para ser categorizadas dentro de alguno de los niveles propuestos, permitiendo así *“una evaluación más completa de la interpretación de los estudiantes”*, como lo afirma el E2.

Según los expertos, la propuesta se distingue positivamente por incorporar en cada nivel de interpretación, de manera explícita, los **errores y dificultades**, aspecto que, según E2, constituye una fortaleza al *“identificar los puntos débiles de los estudiantes y ofrecer una guía para la intervención pedagógica”* y E21, *“permite orientar intervenciones pedagógicas más precisas y diferenciadas”*. A partir de estas expresiones se puede afirmar que los niveles favorecen la toma de decisiones pedagógicas oportunas y diferenciadas. En la misma línea, E19 destaca que esta inclusión facilita la *“detección de problemas específicos en el aprendizaje de las MTC-DA”*. Estas apreciaciones muestran que no solo los niveles permiten categorizar la

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

interpretación de las MTC-DA, sino que, ayudan a establecer los errores y dificultades presentadas al momento de interpretar estas medidas, por lo que siguiendo a Socas (2007) esto permite a los docentes anticipar e intervenir en el proceso pedagógico con el fin de orientar a los estudiantes hacia su corrección y mejora.

Los expertos destacan que la propuesta sobresale por vincular **la interpretación contextualizada de las MTC-DA** en situaciones reales. Frente a esto, el E4 menciona: *“la propuesta enfatiza la importancia de la interpretación de las MTC-DA en contextos reales”*; adicionalmente, el E19 afirma como bondad el *“vincular las MTC-DA con contextos reales y promover habilidades críticas, como verificar fuentes y realizar predicciones”*, por lo que se resalta que los niveles buscan evaluar las habilidades asociadas a la interpretación, descritas por Arteaga (2011); Arteaga et ál., (2011); Gal (1994); Gal (2002); Gal y Garfield (1997), y Watson (1997), citadas todas ellas en Areiza y Cáceres (2020). Además, el E5 menciona que los niveles evalúan *“la capacidad crítica y el análisis de datos dentro de contextos reales”*, lo cual se relaciona con lo descrito por Zamora et al., (2022) quienes aluden que interpretar es la capacidad de evaluar críticamente información estadística encontrada en diversos contextos (p. 5). Así mismo, los niveles propuestos tienen en cuenta el enfoque de la Cultura Estadística y el modelo de Alfabetización, Razonamiento y Pensamiento Estadístico [ARPE], ya que buscan generar interpretaciones a partir de diferentes contextos; expertos como E29 y E33 ratifican esta información al mencionar que *“la consideración del contexto [es] fundamental para enriquecer las discusiones en el aula”* y *“el instrumento valora progresivamente la capacidad de interpretar las MTC-DA en contexto, aspecto fundamental en la alfabetización estadística”*.

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

En cuanto a las falencias y deficiencias de los niveles de interpretación de las MTC-DA, *Julius AI* categoriza las respuestas en cuatro grupos: claridad conceptual y terminología; carencia de ejemplos concretos; diversidad estudiantil; y representación de datos agrupados.

Para la categoría **claridad conceptual y terminología**, los expertos mencionan que en los niveles existen falencias en expresiones que alteran el significado del nivel. Por ejemplo, el E7 menciona *“en algunos momentos llaman a los niveles contruidos como niveles de interpretación de las MTC-DA, pero en otras partes del documento los mencionan niveles de comprensión”*, lo cual genera que la interpretación y la comprensión tengan el mismo significado. Por otra parte, existen enunciados ambiguos; por ejemplo, en la expresión ‘algunas propiedades’ el E6 cuestiona *“¿Cómo valorar cuando son "algunas" propiedades?”*. Así mismo, el E31 menciona que existe abuso en el término ‘no’ ya que es muy reiterativo entre los niveles; además, este mismo experto menciona que expresiones como ‘pasa por alto’ son *“frases demasiado informales”* lo cual genera poca solidez en la redacción académica de los niveles.

De otra parte, los expertos reportan la **carencia de ejemplos concretos** en la descripción de los niveles de interpretación. Por ejemplo, E2 menciona que *“no se incluyen ejemplos concretos de tareas o situaciones que permitan visualizar cómo se aplicarían estos niveles en la práctica escolar”*; asimismo el E15 señala que *“no se presentan ejemplos concretos de tareas, situaciones o respuestas estudiantiles*. Igualmente, los E17 y E19 advierten que la falta de ejemplos concretos compromete la validez práctica de la propuesta en distintos contextos educativos. Esta ausencia de ejemplificación al parecer no solo dificulta la operacionalización de los niveles en el aula, sino que también genera incertidumbre en los docentes al momento de implementar estrategias pedagógicas, reduciendo así el potencial de la propuesta como herramienta didáctica. Adicionalmente, la no presentación de resultados de una potencial gestión

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA en aulas escolares genera ambigüedad en la forma de ejemplificar cómo un estudiante puede transitar entre niveles, por ello, el E17 manifiesta que *“al no ejecutar prueba piloto (...) no se especifica claramente cómo un estudiante supera un nivel o qué evidencia concreta lo demuestra”*. El E2 corrobora esta falencia al indicar que *“sería útil incluir estrategias pedagógicas o actividades que ayuden a los estudiantes a avanzar de un nivel a otro”*.

En relación con la categoría de **diversidad estudiantil**, los expertos advierten que la propuesta presenta limitaciones al no contemplar de manera explícita las particularidades de cada estudiante. Tal como lo señala el E2, los niveles de interpretación *“no consideran las diferencias individuales entre estudiantes”*, lo que restringe la aplicabilidad de los niveles en aulas heterogéneas. De la misma manera, para el E4 los niveles omiten los *“estilos de aprendizaje, ritmos de aprendizaje o necesidades educativas especiales. Esto podría limitar su aplicabilidad en contextos escolares diversos”*. Para el E7, los niveles *“no ofrecen orientaciones claras para atender la heterogeneidad del estudiantado, pues dejan de lado factores como las trayectorias educativas, los intereses personales y las capacidades específicas de cada estudiante”*.

Respecto a la categoría **representación de datos agrupados** para la interpretación de las MTC-DA, el E2 señala que los niveles propuestos *“podrían aplicarse en la interpretación de las MTC en general, ya sea para datos agrupados o a granel”*. De la misma manera, el E28 y E33 ratifican esta falencia al mencionar respectivamente que *“utilizando un lenguaje de programación como Rstudio o Python, no se necesita la teoría de los datos agrupados, porque pueden calcular las medidas de tendencia central de una muestra o población en un intervalo muy corto de tiempo”* y *“los estudiantes pueden calcular las medidas de tendencia central sin necesidad de diferenciar si los datos están agrupados o no, porque el procedimiento siempre será el mismo en el software”*.

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

Por último, *Julius IA* determina categorías para las recomendaciones que hacen los expertos respecto a los niveles de interpretación, entre estas están: fundamentación teórica y terminología conceptual; ejecución de pruebas piloto; e incorporación de ejemplos prácticos.

Respecto a la primera categoría, **fundamentación teórica y terminología conceptual**, el grupo de expertos recomienda la necesidad de revisar la fuente empleada para la construcción de la Taxonomía SOLO. En particular, el E11 señala que *“Cervantes no es una fuente primaria de la taxonomía, aun cuando [...] su trabajo este apoyado en SOLO”*. Así mismo, el E5 sugiere *“leer a Biggs y Collis, ya que son los autores que propusieron la taxonomía SOLO en 1982”*. Otro aspecto, se relaciona con la inclusión de referencias teóricas vinculadas con la tecnología y con elementos propios de la estadística descriptiva, tales como la desviación estándar. El E17 subraya que *“esto reforzaría su correspondencia con estándares internacionales de alfabetización estadística”*, mientras que el E3 enfatiza que dicha incorporación *“facilitaría la interpretación y visualización de las MTC-DA”*. Por otra parte, los expertos E29, E30 y E26 destacan la importancia de revisar y sustituir los verbos empleados en la Taxonomía SOLO para los niveles de interpretación de las MTC-DA, ya que términos como ‘comprende, percibe, pasa’ resultan *“sumamente complejos de evaluar”*, tal como lo señala el E29.

Para la categoría de **pruebas piloto**, los expertos sugieren que los niveles sean gestionados directamente con estudiantes, ya que según el E5 *“permite evidenciar si los enunciados (...) son comprensibles para los estudiantes o requieren mayor ajuste pedagógico”*. El E22 enfatiza en la necesidad de *“contemplar variantes que permitan realmente evaluar cuestiones asociadas a los asuntos disciplinares, la representación y la interpretación”*; el E18 corrobora esta idea al señalar que *“las pruebas piloto brindan la oportunidad de recoger información cualitativa de las respuestas de los estudiantes, lo cual ayuda a afinar los niveles en*

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

función de su lenguaje y comprensión". Así mismo, para el E13 la aplicación de pruebas piloto con estudiantes permite *"observar qué ajustes serían necesarios para permitir que la categorización pueda establecerse también en función de las edades de los estudiantes"* con el fin de mejorar los niveles de interpretación de acuerdo con el contexto escolar.

Otro aspecto relevante dentro de las recomendaciones de los expertos se centra en la incorporación de **ejemplos prácticos** para cada uno de los niveles propuestos. En este sentido, el E15 y E9 afirman que ejemplificar los niveles mediante pruebas, tareas, proyectos o problemas reales permite *"asegurar que cada nivel tenga características diferenciadoras concretas a los otros niveles"* y *"reconocer de manera más clara qué se espera en cada caso y cómo avanzar de un nivel a otro"*. Para el E20 los ejemplos deben relacionarse con contextos reales de los estudiantes, ya que esto permite *"potencializar la motivación y facilitar la comprensión de los niveles propuestos"*. De igual manera, el E2 subraya que la inclusión de instrumentos evaluativos no solo *"permiten medir el progreso de los estudiantes"*, sino que también ayuda a *"los docentes a entender mejor cómo implementar la propuesta"* en el aula.

Valoración cuantitativa de la tarea tecno-pedagógica¹³

A continuación, se presentan los resultados cuantitativos, para la valoración de la tarea tecno-pedagógica; es decir, se exponen las valoraciones obtenidas a partir de la Escala de Likert, el Coeficiente de Kendall y el Método Comparación por Pares.

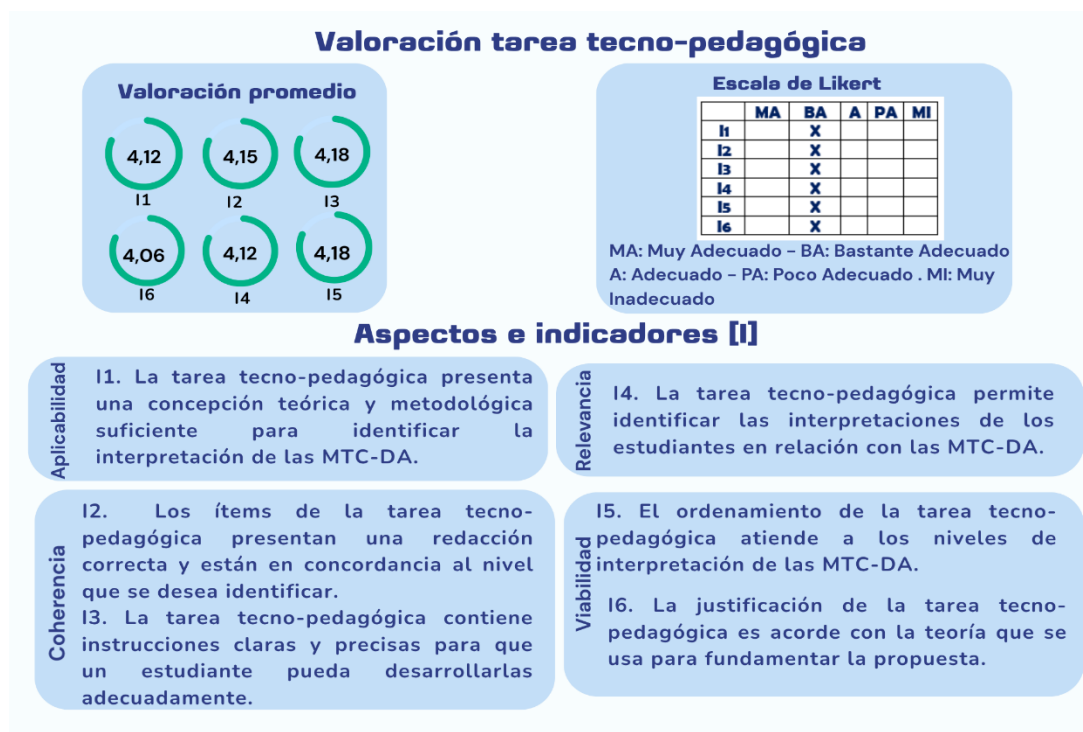
Para el aspecto de aplicabilidad, los expertos reconocen que la tarea presenta un marco teórico y metodológico pertinente lo que asegura que las interpretaciones de las MTC-DA no se

¹³ En el Anexo I se presentan las valoraciones obtenidas para cada indicador de la tarea tecno-pedagógica y los cálculos realizados para determinar el promedio en la Escala de Likert, el coeficiente de concordancia de Kendall y el Método Comparación por Pares.

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA limiten a un ejercicio meramente procedimental. Para el aspecto de coherencia, la tarea tecnopedagógica presenta una redacción adecuada de los ítems y la claridad de las instrucciones permiten una implementación fluida y autónoma por parte de los estudiantes. Respecto a la relevancia, la tarea presenta un valor positivo, dado que busca estimular en los estudiantes procesos de interpretación relacionados con las MTC-DA. Finalmente, la valoración de la viabilidad muestra que la propuesta es factible y académicamente sustentada, dado que atiende a los niveles de interpretación propuestos y se fundamenta en un marco teórico coherente. De esta manera, la valoración de los expertos refleja que la tarea es ‘Bastante Adecuada’ y busca que el estudiante interprete las MTC-DA. Estos hallazgos permiten concluir que la tarea tecnopedagógica presenta condiciones sólidas de aplicabilidad, coherencia, relevancia y viabilidad, convirtiéndose en una herramienta que busca que el estudiante interprete las MTC-DA en contextos educativos mediados por tecnología. La Figura 20 muestra los resultados obtenidos para cada indicador respecto a su promedio y la Escala de Likert.

Figura 20.

Evaluación en Escala de Likert de la tarea tecno-pedagógica

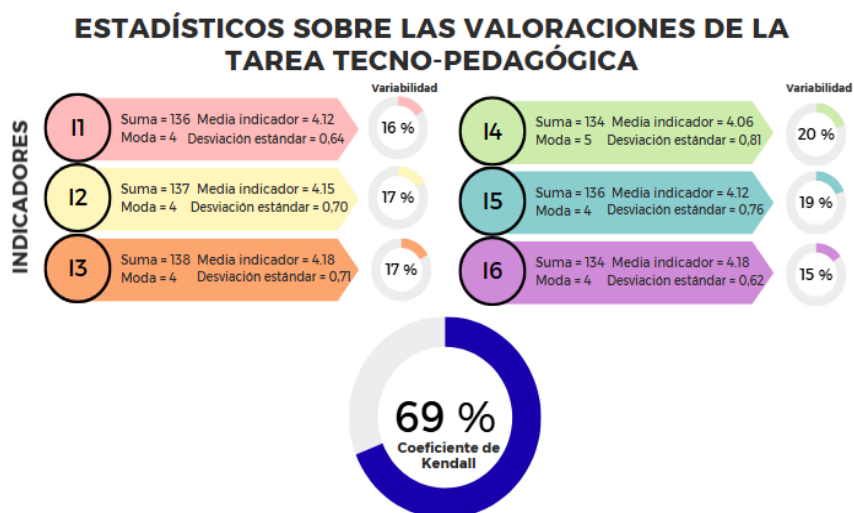


Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

De otra parte, al aplicar el Coeficiente de Concordancia de Kendall (W) con el propósito de determinar el grado de acuerdo entre los evaluadores respecto a los indicadores de la tarea tecno-pedagógica, se obtuvo un valor de 0,69, el cual se interpreta como un nivel moderado de concordancia. La Figura 21 muestra que todos los indicadores de la tarea fueron valorados positivamente, con promedios que oscilan entre 4,06 y 4,18, ubicándose dentro de la escala “Bastante Adecuado”, lo que refleja una percepción global favorable respecto a la aplicabilidad, coherencia, relevancia y viabilidad de la tarea. Sin embargo, al observar los indicadores individualmente, se evidencia que I4, relacionado con la capacidad de la tarea para identificar las interpretaciones de los estudiantes, presenta la mayor desviación estándar (0,81) y porcentaje de variabilidad (20 %), lo que muestra, para este indicador, una mayor dispersión de las valoraciones y un menor grado de consenso entre los evaluadores. En contraste, el indicador I6, referente a la justificación teórica de la tarea, alcanza el promedio más alto (4,18), y presenta los valores más bajos de dispersión (desviación estándar de 0,62 y variabilidad del 15 %), lo que evidencia un alto nivel de acuerdo entre las valoraciones de este indicador.

Figura 21.

Estadísticos sobre las valoraciones de la tarea tecno-pedagógica

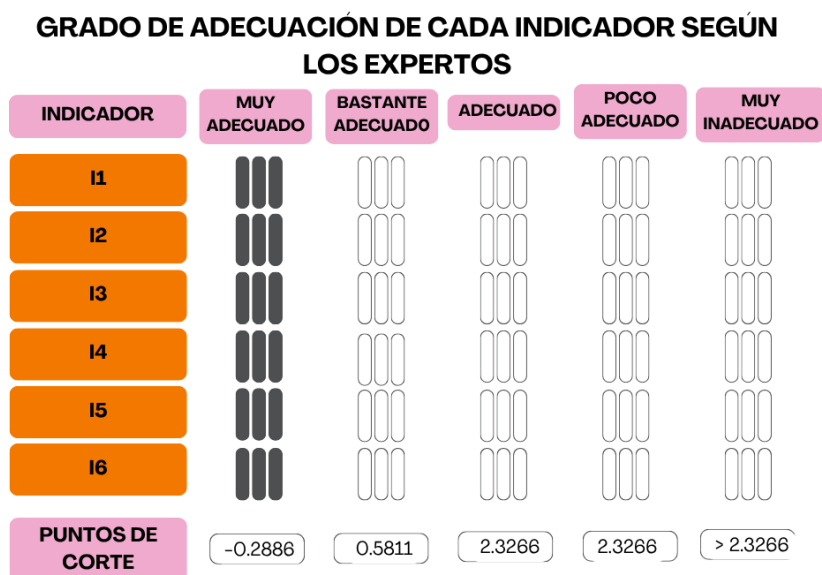


Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

La valoración realizada mediante el Método de Comparación por Pares muestra que los seis indicadores de la tarea tecno-pedagógica fueron clasificados por los expertos en la categoría de “Muy Adecuado”, de acuerdo con los puntos de corte establecidos, los cuales representan los rangos estadísticos que permiten determinar el nivel de adecuación. Este resultado evidencia una clara y reiterada preferencia por cada indicador, al ser comparados de manera sistemática en pares, es decir, comparando dos indicadores a la vez. A diferencia de la Escala de Likert, que permite identificar un alto grado de aceptación individual de los indicadores, el Método de Comparación por Pares aporta una valoración relacional y jerárquica. Es decir, este método no solo evidencia que los indicadores son considerados adecuados, sino que, al comparar los indicadores entre ellos, permite identificar cuáles resultan más consistentes. Así, se fortalece el análisis cuantitativo y se constituye en un complemento pertinente a la Escala de Likert, aportando una validación más integral y robusta de la herramienta teórico-didáctica (Figura 22).

Figura 22.

Valoración de la tarea tecno-pedagógica por el Método Comparación por Pares



Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

Valoración cualitativa de la tarea tecno-pedagógica

De acuerdo con el análisis de *Julius IA*, las repuestas de los expertos en relación con las fortalezas (valoración cualitativa) de la tarea tecno-pedagógica se agrupan en: el uso de tecnología digital; la contextualización de datos reales; la fundamentación teórica sólida; la claridad, organización y progresión de la tarea; y la interpretación de las MTC-DA.

Para la categoría, **uso de tecnología digital**, los expertos mencionan como fortaleza el implemento de herramientas tecnológicas para identificar particularidades, características y propiedades de las MTC-DA. Según el E2 *“el uso de una herramienta tecnológica (CODAP) [...] es adecuado para fomentar habilidades digitales y estadísticas en los estudiantes. Esto permite una interacción dinámica con los datos y facilita la visualización de las MTC-DA”*. Esto es respaldado por el E30 quien menciona que *“la tarea utiliza eficazmente las capacidades de visualización, manipulación y transformación de datos usando las herramientas digitales, favoreciendo el descubrimiento de patrones y propiedades”*. Estas observaciones guardan relación con lo planteado por Leung (2011) y Johnston-Wilder (2006, citados en Leung, 2011), ya que afirman que el uso de tecnología digital permite generar significados a conceptos estadísticos (MTC-DA) mediante la exploración y construcción de los mismo. De manera complementaria, el E31 señala que la implementación de recursos digitales ayuda a *“potenciar el trabajo intelectual de los estudiantes”* y a *“desarrollar el razonamiento estadístico”* con el propósito de generar interpretaciones de las MTC-DA; es decir, la tecnología digital influye en la construcción de significados estadísticos, pues es el medio que proporciona recursos representacionales para que el estudiante comunique ideas abstractas, tal como lo plantean Carranza et al., (2019) y Noss y Hoyles (1996, citados en Carranza, et ál., 2019).

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

Respecto a la categoría, **contextualización de datos reales**, el grupo de expertos señala que utilizar datos reales en contexto del cambio climático (temperaturas), es una de las fortalezas que presenta la tarea tecno-pedagógica. Por ejemplo, para el E2 este tipo de situaciones *“permite a los estudiantes relacionar los conceptos estadísticos con problemas del mundo real. Esto fomenta la relevancia y aplicabilidad de los aprendizajes”*, para el E26 el uso de datos reales *“conecta los conceptos estadísticos con situaciones relevantes para el alumnado, promoviendo un aprendizaje auténtico”*. Estas afirmaciones concuerdan con la postura de autores como Pochulu et al., (2016), Gómez et al., (2018), Bargagliotti et al., (2020) y Engel (2019), quienes mencionan que para promover la interpretación estadística, las tareas deben proponer el estudio de problemas globales y contextos reales que sean significativos y relevantes para el estudiante. De otra parte, para el E7, el contexto de temperaturas resultó ser interesante para utilizar las MTC, pues para este experto *“el abordaje de estas situaciones ofrece la oportunidad de profundizar en conceptos que, por lo general, no se exploran en escenarios habituales”*. Asimismo, para el experto E26 la vinculación de asuntos socialmente relevantes *“muestra cómo la estadística puede usarse para analizar y predecir fenómenos de importancia social y ambiental”*, además *“promueve la interpretación crítica de los datos en escenarios concretos (cambio climático, tendencias de temperatura)”*, como lo afirma el E3.

Respecto a la **fundamentación teórica** los expertos reconocen que la tarea tecno-pedagógica cuenta con respaldos pertinentes en el marco de la Educación Estadística. El E17 destaca que *“la tarea contempla [presenta] explícitamente múltiples dimensiones del conocimiento estadístico: aspectos disciplinares, representaciones y procesos interpretativos, lo que permite una evaluación integral del pensamiento estadístico del estudiante”*. Así mismo, el E24 señala que utilizar diferentes representaciones (tablas, histogramas, gráficos de puntos)

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

“fortalece la comprensión conceptual de las MTC-DA”. De manera complementaria, el E25 resalta que la tarea tecno-pedagógica es *“coherente desde cuatro marcos teóricos complementarios, creando un fundamento conceptual sólido que respalda cada aspecto de la tarea”*. Estas valoraciones coinciden con lo planteado por Pochulu et al., (2016), Gómez et al., (2018), Bargagliotti et al., (2020) y Engel (2019) quienes enfatizan que, para favorecer el desarrollo del pensamiento estadístico, las tareas deben integrar de manera articulada tanto representaciones estadísticas de los objetos en cuestión (MTC-DA) como sus características conceptuales, con el fin de posibilitar una evaluación más completa de la interpretación sobre estas medidas.

Los expertos señalan que, en la categoría **claridad, organización y progresión de la tarea**, presenta una estructura clara, progresiva y adecuada para su desarrollo. En este sentido, el E29 destaca que dicha organización *“permite que los participantes movilicen sus habilidades en diferentes niveles”*. De manera complementaria, el E2 subraya que la tarea tecno-pedagógica está conformada por subtareas *“diseñadas con una progresión lógica, desde la exploración básica de datos hasta la predicción y análisis de escenarios futuros. Esto permite a los estudiantes avanzar gradualmente en la interpretación de las MTC-DA”*. Así mismo, el E33 resalta que este diseño *“refleja una correcta comprensión de cómo se desarrolla la interpretación estadística, desde significados básicos hasta análisis complejos de representatividad y variabilidad”*.

Adicionalmente, el E19 enfatiza que la inclusión de diversos tipos de preguntas favorece la posibilidad de *“cubrir varias formas de evaluar la interpretación de las medidas de tendencia central”*. Estas fortalezas permiten relacionar la tarea con lo descrito por Barreiro et al. (2027, citados en Cervantes-Barraza y Delgado 2022) quienes resaltan la importancia de revisar la estructura de una tarea, ya que permite generar una tarea con potencial, que promueva la

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

exploración e interpretación de los estudiantes. De la misma manera, la propuesta se ajusta a los criterios planteados por Pochulu et al., (2016), Gómez et al., (2018), Bargagliotti et al., (2020) y Engel (2019), pues esta contiene diferentes tipos de preguntas sobre los conjuntos de datos, promueven la exploración de las MTC-DA en representaciones gráficas, busca identificar representatividad y variabilidad de las MTC-DA, entre otras. Además, la tarea integra diferentes tipos de preguntas sobre los conjuntos de datos, fomenta la exploración de las MTC-DA mediante diversas representaciones gráficas y orienta al reconocimiento de aspectos clave como la representatividad y la variabilidad con el fin de generar interpretaciones contextualizadas.

Respecto a la última categoría, **interpretación de las MTC-DA**, los expertos coinciden en que la tarea tecno-pedagógica posibilita reconocer los distintos niveles de interpretación propuestos. Por ejemplo, el E23 señala que *“la tarea atiende al nivel que se desea desarrollar. Permite que los estudiantes lean los datos, entre los datos y más allá de los datos”*. De manera complementaria, el E33 afirma que *“la tarea permite identificar desde interpretaciones básicas hasta razonamientos más sofisticados sobre variabilidad y representatividad”*; además, este mismo experto añade que la propuesta *“permitiría recoger evidencia sobre los niveles de interpretación de las MTC-DA en estudiantes”*. En concordancia con estas apreciaciones, el E2 destaca que la tarea no solo favorece la interpretación, sino que también *“desarrolla habilidades de análisis crítico y toma de decisiones basadas en datos. Además, se fomenta la capacidad de argumentación y justificación de conclusiones”*. Con base en estas apreciaciones, se corrobora que la tarea cumple con el objetivo previsto, puesto que es elaborada con el propósito de identificar las interpretaciones asociadas con el último nivel propuesto -Abstracción Expandida-, cuyas características orientan la interpretación más compleja de las MTC-DA. De esta manera,

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

es posible establecer criterios para categorizar los demás niveles de interpretación, pues la tarea permite el análisis progresivo de los niveles y no se limita a un único nivel.

En relación con las falencias y deficiencias de la tarea tecno-pedagógica, *Julius IA* organiza en tres categorías las respuestas de los expertos: limitación técnica, referida a las dificultades derivadas del uso de la herramienta tecnológica; diversidad estudiantil, que alude a la falta de consideración de las particularidades y necesidades de los estudiantes; y lenguaje técnico poco accesible, asociado al uso de enunciados con textos rígidos.

Respecto a la primera categoría, **limitación técnica**, los expertos advierten que la herramienta tecnológica seleccionada no resulta del todo adecuada. Tal como lo señala el E2 *“CODAP puede presentar una barrera técnica para estudiantes que no están familiarizados con herramientas digitales avanzadas. Esto podría dificultar la participación de algunos estudiantes, especialmente en contextos con limitaciones de acceso a tecnología”*. Además, este mismo experto indica que el uso de CODAP podría generar confusión en los estudiantes al momento de resolver la tarea, ya que *“no se incluye una guía paso a paso o tutoriales visuales que faciliten la exploración de la herramienta”*. Así mismo, el E25 menciona que *“CODAP es muy limitado (...) sería de mucho mayor provecho para los estudiantes utilizar R o Excel (u Hoja de cálculo de Google) pues será su herramienta para la vida”*.

Respecto a la segunda categoría, **diversidad estudiantil**, los expertos advierten que la tarea propuesta no contempla de manera suficiente la heterogeneidad presente en las aulas. En palabras del E2 *“la tarea no considera las diferencias individuales en términos de ritmos de aprendizaje, estilos de aprendizaje o necesidades educativas especiales”*. De manera concordante, el E14 señala que *“no queda claro si la propuesta contempla diferentes estilos de aprendizaje de los estudiantes”*. Asimismo, el E20 menciona *“no ofrece la capacidad de*

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

personalizar las evaluaciones según las necesidades individuales de los estudiantes, lo que puede dificultar el aprendizaje para aquellos que necesiten un enfoque más adaptativo”.

Como última categoría, se aborda el **lenguaje técnico poco accesible**, ya que los expertos advierten que algunos enunciados de la tarea pueden obstaculizar el proceso de razonamiento de los estudiantes. En este sentido, el E27 establece que *“algunos enunciados son demasiado estructurados y limitan la creatividad del estudiante”*; además para el E6 esta falencia *“genera confusión en los estudiantes y limita la comprensión de la tarea”*. De manera similar, el E11 señala que *“las instrucciones rígidas restringen la flexibilidad de la tarea y dificultan que los estudiantes exploren caminos alternativos para la solución de los problemas”*. Para el E21, la tarea presenta en algunos enunciados *“excesivas explicaciones en una misma instrucción, lo que dificulta que los estudiantes distingan lo esencial de lo secundario”*.

De otra parte, *Julius IA* identifica las siguientes categorías para las recomendaciones planteadas por el grupo de expertos respecto a la tarea: diseñar propuestas didácticas para el uso de CODAP; retroalimentación formativa; y claridad y formulación de la tarea.

Respecto a la primera categoría, **diseñar propuestas didácticas para el uso de CODAP**, los expertos resaltan la necesidad de acompañar el proceso con materiales de apoyo. Por ejemplo, el E15 recomienda *“incluir tutoriales sobre el uso de CODAP”*. Para el E2, *“esto facilitaría la exploración de la plataforma y reduciría la barrera técnica para los estudiantes”*. Esta sugerencia es respaldada por el E22, quien enfatiza que *“se debe garantizar el conocimiento de la aplicación CODAP”*, con el fin de que los estudiantes puedan concentrarse más en los aspectos interpretativos que en los técnicos de la tarea. En la misma línea, el E23 plantea que los tutoriales no deben estar dirigidos únicamente a los estudiantes, sino que también deben

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

contemplar a los docentes, de modo que los *“docentes puedan conocer y usar la herramienta de manera efectiva para resolver las inquietudes que puedan surgir en el aula de clase”*.

Para la categoría **retroalimentación formativa**, los expertos recomiendan adaptar la tarea para realizar, explicaciones, retroalimentaciones u orientaciones sobre las MTC-DA. Por ejemplo, para el E2 es importante *“integrar momentos de retroalimentación durante la realización de la tarea, donde los estudiantes puedan recibir orientación sobre sus avances y corregir errores”*. Asimismo, para el E14 la retroalimentación durante el desarrollo de la tarea *“fortalece la confianza del estudiante en su proceso de aprendizaje [...] al valorar avances y aclarar dudas específicas”*; además para el E10 la retroalimentación *“permiten a los estudiantes corregir sus interpretaciones de manera oportuna y evitar errores conceptuales acumulados”*.

Respecto a la última categoría, **claridad y formulación de la tarea**, los expertos coinciden en que la tarea tecno-pedagógica debe ser ajustada para fortalecer la interpretación de las MTC-DA. Por ejemplo, el E2 recomienda incluir preguntas como *“¿Qué aprendiste sobre las MTC-DA?, ¿Cómo podrías aplicar estos conceptos en tu vida diaria?”*. Asimismo, el E3 sugiere incorporar interrogantes como *“¿Cómo impactarían los datos atípicos en la tendencia general? ¿Qué factores externos podrían explicar las diferencias entre las ciudades?”*, ya que estas promueven que los estudiantes establezcan relaciones más complejas en torno a las MTC-DA. De igual forma, el E12 recomienda que la tarea contemple la posibilidad de que los estudiantes formulen preguntas o elaboren informes sobre el análisis realizado, con el propósito de *“leer a los estudiantes y la reflexión metacognitiva”*. Finalmente, el E14 recomiendan la importancia de incluir preguntas abiertas en las que los estudiantes justifiquen y argumenten sus respuestas, con el fin de *“fomentar el pensamiento crítico”* e *“identificar algunas cosas relativas a la interpretación”*, tal como lo señala el E23.

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

Fase 5. Informe

A continuación, se presenta el informe elaborado a partir de las valoraciones del grupo de expertos sobre la herramienta teórico-didáctica. En él se expone, las réplicas, la consideración de correcciones y los ajustes realizados a la herramienta en función de las falencias identificadas y las recomendaciones aportadas por el grupo de expertos. En relación con los niveles de interpretación, la Tabla 14 presenta las réplicas y consideraciones para las categorías evidenciadas de las falencias y recomendaciones para los niveles de interpretación.

Tabla 14.

Réplicas y consideraciones para las falencias y recomendaciones de los niveles

Categoría	Réplica	Consideración
Falencias y deficiencias		
Claridad conceptual y terminología	Se reconocen las falencias mencionadas por los expertos con el propósito de mejorar y fortalecer la claridad conceptual y evitar el uso de términos repetitivos o ambiguos presentes en la primera descripción de los niveles de interpretación, favoreciendo una mayor precisión y coherencia en su definición y aplicación.	Para la versión final de los niveles, se tienen en cuenta estas falencias con el fin de mejorar la descripción de la categorización de los niveles. De esta manera, se busca fortalecer la precisión en los términos utilizados, unificar los conceptos empleados y evitar expresiones ambiguas o informales, garantizando así una mayor claridad de la categorización de niveles
Carencia de ejemplos concretos	Es pertinente señalar que posteriormente a la presentación de los niveles (aspecto teórico de la propuesta) se incorpora una tarea de carácter tecno-pedagógico que funciona como complemento didáctico para la aplicación de los niveles propuestos. En dicha tarea se logra evidenciar de manera clara la posible transición entre niveles, aportando elementos prácticos para su comprensión e implementación.	Cabe resaltar que las falencias identificadas por el grupo de expertos para esta categoría, fueron señaladas con anterioridad a la valoración de la tarea, lo cual explica la ausencia inicial de ejemplos y por ello no se tienen en cuenta.
Diversidad estudiantil	De acuerdo consideraciones mencionadas por los expertos para esta categoría, los niveles resultan ser poco flexibles para su adaptación a contextos referidos a la diversidad escolar, la cual adquiere cada vez mayor relevancia en el aula. Sin embargo, es importante aclarar que las falencias expuestas por los expertos, surge de forma natural de los niveles, ya que se propone una herramienta teórica cuyo propósito principal es categorizar la interpretación de las MTC-DA de manera general en cualquier aula escolar.	Estas falencias no se tienen en cuenta para la versión final de los niveles, ya que corresponde al docente adaptar los niveles, ajustándolos a las necesidades, ritmos y estilos de aprendizaje de sus estudiantes, de manera que la propuesta mantenga su pertinencia y aplicabilidad en diversos contextos educativos.

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

Representación de datos agrupados	A partir de las sugerencias mencionadas, se reflexiona sobre el agrupamiento de datos, pues este constituye un recurso didáctico tradicional y su necesidad se ve relativizada en contextos actuales mediados por la tecnología. En consecuencia, se plantea la inquietud sobre hasta qué punto resulta indispensable mantener este enfoque en los niveles de interpretación, o si, por el contrario, es necesario actualizarlo para responder a las dinámicas actuales en la Enseñanza y el Aprendizaje de la Estadística con uso de herramientas digitales para el procesamiento de datos en bruto, sin agrupar ni procesar.	Estos comentarios por parte de los expertos resultan provechosos para la investigación, pues este trabajo de grado surge de la necesidad de evidenciar interpretaciones sobre las MTC-DA a partir de material didáctico manipulativo. Al integrar el uso de tecnologías digitales, se hace evidente que la agrupación de datos ocupa un lugar secundario, ya que estas herramientas facilitan centrar la atención directamente en la interpretación de las medidas. Aunque las observaciones señaladas no se consideran en la modificación de los niveles, sí contribuyen a abrir una perspectiva enriquecedora: en aulas de enseñanza mediados por tecnología digital, más que insistir en el aprendizaje de algoritmos de cálculo, se presenta la oportunidad de potenciar habilidades que fortalezcan el pensamiento estadístico, especialmente la capacidad de interpretación, como un aspecto fundamental en la formación de los estudiantes.
Recomendaciones		
Fundamentación teórica y terminología conceptual	A partir de lo mencionado por los expertos para esta categoría, se evidencia la importancia de recurrir a fuentes primarias como base de referencia, garantizando que los niveles propuestos se sustenten en un marco teórico riguroso. Además, se muestra la necesidad de revisar y sustituir los verbos empleados en la primera versión de los niveles, ya que como están redactados en la primera versión, resulta ser complejos de medir por lo que influye en la categorización de la interpretación del estudiante.	De esta manera, en la versión final de los niveles, se decide incorporar los aportes de Biggs y Collis no solo porque fortalecen la validez teórica de los niveles, sino que también evitan interpretaciones sesgadas que podrían surgir al apoyarse únicamente en fuentes secundarias. Asimismo, se redactan los niveles con verbos operativos que remitan a acciones observables y medibles, con el fin de establecer criterios claros de valoración y faciliten la aplicación práctica de la taxonomía en contextos educativos.
Pruebas piloto	Cabe señalar que los niveles han sido validados mediante el criterio de expertos, cuya trayectoria académica y profesional en el campo de la Educación Estadística otorga un respaldo sólido y especializado al proceso. La valoración emitida por estos expertos permite no solo identificar fortalezas y aspectos susceptibles de mejora, sino también formular recomendaciones precisas sustentadas en su experiencia investigativa. De este modo, la validación adquiere un carácter riguroso, puesto que las apreciaciones provienen de profesionales con amplio conocimiento en didáctica de la estadística, capaces de evaluar la coherencia, pertinencia y aplicabilidad de los niveles de interpretación. Es importante destacar que, respecto a la edad o el grado escolar de los estudiantes, los niveles propuestos constituyen una herramienta fundamentalmente teórica, cuyo propósito es	Ante la recomendación de realizar pruebas piloto con estudiantes -sugerida por los mismos expertos-, estas no se llevan a cabo, dado que el propósito de la investigación se centra en el diseño de una herramienta teórica para la categorización de la interpretación de las MTC-DA, y no en la implementación de un modelo para su puesta en marcha en el aula, ni en la realización de ensayos empíricos que permitan ajustar la propuesta a partir de su gestión práctica. En coherencia con ello, la validez de los niveles se establece mediante el criterio de expertos. Del mismo modo, aspectos como la edad de los estudiantes o el grado escolar tampoco son considerados dentro del alcance de los niveles, puesto que su finalidad es ofrecer un marco teórico-conceptual que permita identificar y categorizar el nivel interpretativo asociado a las MTC-DA. La

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

	categorizar la interpretación de las MTC-DA; por ello, no contemplan decisiones propias del contexto educativo -como la edad, el nivel escolar o la adecuación curricular-, las cuales corresponden al criterio y juicio pedagógico del docente al momento de implementar o adaptar la herramienta.	determinación de variables contextuales - como edad, grado o adecuaciones pedagógicas pertinentes- corresponde al juicio profesional del docente, quien deberá decidir estos elementos con base en las características y evidencias del contexto educativo; ellos sin dejar de lado los procesos de desarrollo cognitivo, propuestos por autores como Piaget (1936, citado en Ramírez (2021)) o Van Hiele (1986, citado en Vargas y Gamboa (2013)), entre otros.
Ejemplos prácticos	Esta investigación propone una tarea situada en el nivel más alto de categorización - Abstracción Expandida-, con el propósito de integrar en ella todos los niveles interpretativos (Preestructural, Uniestructural, Mutliestructural, Relacional y Abstracción Expandida) y, de esta manera, evitar que la propuesta limite el potencial de los estudiantes para transitar entre niveles superiores.	Esta investigación no se acoge a dicha recomendación, dado que la implementación de una tarea específica para cada nivel de interpretación (Preestructural, Uniestructural, Mutliestructural, Relacional y Abstracción Expandida) podría generar ciertas limitaciones en el proceso interpretativo del estudiante. Por ejemplo, al aplicar una tarea diseñada exclusivamente para el nivel Preestructural, se estaría restringiendo el pensamiento y las interpretaciones únicamente a ese nivel, sin contemplar la posibilidad de que la interpretación del estudiante se ubique en niveles superiores.

De acuerdo con lo mencionado en la Tabla 14 se realizan los siguientes ajustes a los niveles con el fin de presentar su versión final (Anexo J. Parte I): *i)* se cambia la fuente de Cervantes, et ál., (2018) por Biggs y Collis (1982) quienes son los creadores de la Taxonomía SOLO, *ii)* se unifican las expresiones ‘niveles de comprensión’ bajo la denominación ‘niveles de interpretación’, con el fin de mantener coherencia terminológica; *iii)* se sustituyen expresiones como ‘pasa por alto’ y ‘no’ por términos como excluye, omite, presenta dificultad, carece, entre otros, con el propósito de otorgar mayor solidez académica. Asimismo, se reemplazan algunos verbos poco precisos (v.g. comprender, percibir, pasar) por verbos medibles y observables en el desempeño estudiantil, tales como reconocer, identificar, describir y explicar, entre otros. *iv)* Además, con el fin de superar la expresión ambigua ‘algunas propiedades’, se describen de

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

manera explícita las propiedades de las MTC-DA correspondientes a cada nivel, las cuales se incluyen en la columna Asuntos disciplinares de las MTC-DA, de esta forma:

- Nivel Uniestructural: se consideran propiedades como la unicidad de la media y la mediana, el uso de todos los datos del conjunto en el cálculo de la media, la influencia de los valores atípicos en la media y la resistencia de la mediana frente a datos extremos.
- Nivel Multiestructural: se incluyen propiedades como la sensibilidad de la media frente a transformaciones lineales y su condición de equilibrio, la capacidad de la mediana para minimizar la suma de desviaciones absolutas y su estabilidad frente a valores extremos, así como la relación entre media, mediana y moda en distribuciones simétricas y asimétricas.
- Nivel Relacional: se destacan propiedades como: la invarianza bajo transformaciones lineales, el equilibrio de la media y la mediana, la relación media, mediana moda en función de la forma de la distribución, y los criterios de pertinencia de cada medida de acuerdo con el tipo de variable, la dispersión de los datos y la presencia de valores atípicos.

En relación con la tarea tecno-pedagógica, la Tabla 15 presenta las réplicas y consideraciones correspondientes a cada una de las categorías, a partir de las falencias y recomendaciones señaladas por los expertos.

Tabla 15.

Réplicas y consideraciones para las falencias y recomendaciones de la tarea

Categoría	Replica	Consideraciones
Falencias y deficiencias		
Limitación técnica	Es importante precisar que CODAP se selecciona como medio tecnológico porque, además de ser libre y en línea, permite una exploración interactiva en representaciones estadísticas. En particular, su funcionalidad de arrastre dinámico, ya que ofrece la posibilidad de analizar de manera visual y manipulativa la variabilidad de las MTC-DA, lo cual no es posible realizar en Excel o R. Asimismo, aunque la propuesta no	De esta manera, las falencias identificadas por los expertos para esta categoría, no se tendrán en cuenta en la versión final de la tarea tecno-pedagógica, ya que se considera que CODAP es una herramienta estadística pertinente y adecuada para realizar exploraciones en representaciones estadísticas, pues permite visualizar de manera clara la variabilidad de las MTC-

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

	<p>incluye tutoriales del uso total de CODAP, sí contempla una secuencia instruccional paso a paso sobre el uso de las herramientas necesarias para la exploración de los datos, con el fin de reducir posibles dificultades técnicas y favorecer la autonomía de los estudiantes en el manejo del software.</p>	<p>DA. Además, CODAP está tomando cada vez más fuerza en la Estadística Educativa, pues ofrece funcionalidades únicas que no están disponibles en otros programas tradicionales, convirtiéndose así en un recurso innovador que potencia el aprendizaje y la interpretación de estadísticos.</p>
Diversidad estudiantil	<p>Estas apreciaciones evidencian que, aunque la tarea busca evaluar la interpretación de las MTC-DA, aún presenta limitaciones para responder a la diversidad e inclusión escolar, lo cual constituye un reto fundamental en contextos educativos actuales donde se reconoce la necesidad de diseñar propuestas flexibles, inclusivas y adaptativas que favorezcan el aprendizaje equitativo. Empero, es importante precisar que la tarea tecno-pedagógica fue diseñada de manera general, dirigida a aulas regulares con estudiantes sin necesidades educativas especiales, por lo que no contempla cualidades o características propias de una comunidad escolar en particular.</p>	<p>Esta limitación no será tomada en cuenta dentro del alcance de la presente investigación (ajustes a la tarea), dado que el propósito central del trabajo se orienta a diseñar una tarea tecno-pedagógica que permita identificar la interpretación de las MTC-DA, sin considerar un contexto específico de aula o una población particular. Sin embargo, cabe señalar que la tarea puede ser adaptada por el docente, de acuerdo con las particularidades de sus estudiantes, garantizando así que cumpla con los estándares y requerimientos propios de la diversidad estudiantil.</p>
Lenguaje técnico poco accesible	<p>Se evidencia que el uso de un lenguaje rígido o técnico, así como el diseño instruccional puede restringir tanto la autonomía como la creatividad de los estudiantes, lo cual limita la posibilidad de que desarrollen estrategias de resolución alternas a la inicialmente prevista desde el diseño mismo.</p>	<p>Resulta necesario ajustar en la tarea la redacción de algunos enunciados, empleando un lenguaje más accesible, flexible y orientado a promover la exploración y la construcción de significados propios en torno a las MTC-DA.</p>
Recomendaciones		
Diseñar propuestas didácticas para el uso de CODAP	<p>En la tarea propuesta se incluye el Enunciado 0 en el cual se solicita al estudiante identificar algunas de las herramientas de CODAP que serán utilizadas a lo largo del desarrollo de la actividad. En este apartado, el estudiante realiza gráficos de puntos, barras e histogramas a partir de la exploración en la plataforma. Esta fase de indagación se articula con el primer modo del Modelo de Tareas Tecno-Pedagógicas, en la medida en que se fomenta la exploración del medio tecnológico para generar y manipular objetos estadísticos. De manera complementaria, en el Enunciado 4 el estudiante observa la variación de los valores de las MTC-DA cuando se emplean las herramientas de CODAP; allí se le ofrece un paso a paso que le permite establecer dichas variaciones de manera guiada.</p>	<p>Se establece que estas recomendaciones no serán consideradas en la versión final de la tarea tecno-pedagógica, dado que la propia tarea ya contempla orientaciones explícitas sobre el uso de las herramientas necesarias para construir gráficos estadísticos, modificar conjuntos de datos y explorar la variación de las MTC-DA. De otra parte, si el docente considera pertinente que los estudiantes profundicen en otras funcionalidades de CODAP o prefiere generar saberes previos sobre el recurso didáctico, deberá destinar sesiones de clase específicas para fortalecer dicho conocimiento antes de la aplicación de la tarea.</p>
Retroalimentación formativa	<p>Es necesario mencionar que, realizar retroalimentaciones, dar orientaciones o corregir errores durante el desarrollo de la tarea tecno-pedagógica puede intervenir directamente en el proceso interpretativo del estudiante, alterando el nivel de interpretación que se busca identificar. La herramienta teórico-didáctica (niveles y tarea) está diseñada para reconocer y categorizar el nivel de interpretación de los estudiantes frente a las MTC-DA, y por ello, cualquier intervención</p>	<p>Estas recomendaciones planteadas por los expertos en esta categoría, no se incorporan en la tarea tecno-pedagógica, ya que se considera que la intervención del docente en pleno desarrollo de la tarea afecta la validez del proceso de categorización. Sin embargo, al terminar la tarea y establecer el nivel interpretativo, se puede realizar retroalimentaciones para dar a conocer los avances logrados, los errores identificados, los aspectos por mejorar y</p>

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

	docente durante el desarrollo de la tarea podría modificar los resultados.	ante todo los aprendizajes en torno a la Estadística.
Claridad y formulación de la tarea	En este sentido, las recomendaciones brindadas por los expertos constituyen aportes valiosos para mejorar la tarea tecno-pedagógica, ya que permiten fomentar en mayor medida la interpretación de los estudiantes durante la exploración de las MTC-DA.	Estas sugerencias son incorporadas en la versión final de la tarea, con el propósito de consolidar una herramienta didáctica más completa, que no solo facilite la identificación de los niveles de interpretación de las MTC-DA, sino que también promueva el pensamiento crítico, la reflexión metacognitiva y la capacidad de los estudiantes para establecer relaciones más complejas con los datos.

A partir de las falencias y recomendaciones presentadas en la Tabla 15, y estableciendo aquellas que son consideradas pertinentes para optimizar la tarea tecno-pedagógica, se definen los ajustes que permiten fortalecer su diseño y aplicación. Estos ajustes fueron incorporados en la versión final de la tarea (Anexo J. Parte II), con el propósito de garantizar mayor claridad en los enunciados y accesibilidad en el lenguaje de la tarea. Por ello, se realizan ajustes en la redacción de los enunciados de la tarea tecno-pedagógica, con el propósito de favorecer la interpretación de los estudiantes. En particular, se reemplazan expresiones de carácter técnico por formulaciones más claras y concisas, cercanas al lenguaje de los estudiantes, de manera que la tarea no se limite a un ejercicio de aplicación mecánica de conceptos, sino que promueva un proceso de razonamiento accesible. Así, preguntas inicialmente redactadas con un alto grado de formalismo estadístico fueron transformadas en enunciados que invitan al estudiante a explicar, comparar y reflexionar sobre los datos explorados en CODAP, facilitando la interpretación de las MTC-DA y la relación de estas con fenómenos reales. Estos ajustes se reflejan en la Tabla 16.

Tabla 16.*Ajustes realizados a la tarea tecno-pedagógica*

Tarea presentada	Tarea con ajustes
Enunciado 1: Teniendo en cuenta las temperaturas de Medellín, indique qué significa el valor de la mediana respecto al conjunto de datos.	Enunciado 1: Con las temperaturas de Medellín, ¿cómo se puede entender el valor de la mediana? ¿Qué significa este valor en el conjunto de datos?
Enunciado 2: En el gráfico que representa las temperaturas de Cali, el valor de la media es 23.2°C. ¿Qué significa este valor y qué representatividad tiene en el conjunto de datos?	Enunciado 2: En el gráfico que representa las temperaturas de Cali, el valor de la media aritmética es 23.2°C. ¿Qué significa este valor y qué tanto permite este valor describir las temperaturas del conjunto de datos?

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

Enunciado 4 a: ¿Por qué el valor de la media aritmética varía?	Enunciado 4 a: Cuando se selecciona un solo intervalo y se arrastra, ¿por qué cree que el valor de la media aritmética cambia?
Enunciado 4 b: ¿Qué ocurre con los datos del conjunto? Para ello, observe el comportamiento de la distribución de frecuencias	Enunciado 4 b: ¿Qué pasa con la distribución de datos cuando se realizan estos movimientos?
Enunciado 4 c: ¿Es la mediana el mejor indicador de tendencia para representar las temperaturas de Medellín? Argumente su respuesta	Enunciado 4 c: Según lo que se observa en pantalla, ¿cree que la mediana es la mejor medida para describir las temperaturas de Medellín? Argumente su respuesta
Enunciado 5 a: Las temperaturas más altas de cada mes. Reporte los valores de las MTC-DA	Enunciado 5 a: ¿Cuáles son las temperaturas más altas de cada mes? Reporte los valores de las MTC-DA
Enunciado 5 b: Las temperaturas más bajas de cada. Reporte los valores de las MTC-DA	Enunciado 5 b: ¿Cuáles son las temperaturas más bajas de cada mes? ¿Qué muestran estas medidas?
Enunciado 5 c: La temperatura promedio de cada mes. Reporte los valores de las MTC-DA	Enunciado 5 c: ¿Cuál es la temperatura promedio de cada mes?
Enunciado 6 a: ¿Cuál será la temperatura promedio en las tres ciudades para el año 2029?	Enunciado 6 a: Si las temperaturas aumentan como se muestra en el estudio, ¿cuál será la temperatura promedio en las tres ciudades para el año 2029?
Enunciado 6 b: ¿Cuáles serán las temperaturas más repetitivas en el año 2029?	Enunciado 6 b: ¿Qué temperaturas serían las más frecuentes en ese año?

Conclusiones

A continuación, se presentan las conclusiones derivadas de la investigación. En primer lugar, se da respuesta a la pregunta que orientó el estudio; posteriormente, se expone el grado de cumplimiento de los objetivos propuestos. Seguidamente, se detallan los aportes y alcances de la herramienta teórico-didáctica desarrollada, enfatizando en su pertinencia y proyección en el ámbito educativo. Finalmente, se formulan recomendaciones que permiten orientar futuras investigaciones y mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje relacionados con la Estadística y el uso de recursos tecnológicos en el aula.

De acuerdo con la pregunta de investigación planteada *¿Qué características ha de cumplir una herramienta teórico-didáctica para identificar los niveles de interpretación de las MTC-DA?*, el desarrollo de esta investigación se evidencia que dicha herramienta está constituida en cinco niveles de interpretación y una tarea tecno-pedagógica. En relación con los niveles de interpretación, estos se diseñaron tomando como base los asuntos disciplinares propios de las MTC-DA (conceptos, propiedades y procedimientos), las diferentes formas de representación de los valores de las medidas y los aspectos vinculados con la interpretación estadística, dentro de los cuales se considera la Cultura Estadística y el componente ARPE. A partir de estos referentes, se estructuraron cinco niveles progresivos: Preestructural, Uniestructural, Multiestructural, Relacional y Abstracción Expandida, cada uno con características diferenciadoras y asociadas a los elementos disciplinares, representacionales e interpretativos. Respecto a la tarea tecno-pedagógica, esta se encuentra guiada por el uso de CODAP, lo que permite trabajar asuntos relacionados con las MTC-DA, tales como la construcción y análisis de gráficos estadísticos, la exploración de los valores de las MTC-DA, así como el evidenciar su variabilidad y representatividad. Además, la tarea se sitúa en un contexto

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

cercano al estudiante -temperaturas en distintas ciudades-, lo que favorece que los estudiantes no solo comprendan los conceptos trabajados, sino que también sean capaces de realizar predicciones a partir de datos contextualizados. Además, la tarea es diseñada a partir del nivel de Abstracción Expandida, el cual constituye el nivel más alto de la categorización planteada, con el fin de que la propuesta no se limite a un solo nivel, sino que logre articular de manera progresiva y coherente los distintos niveles de interpretación, de modo que los estudiantes puedan transitar entre ellos sin rupturas y llegar a su umbral.

En relación con el primer objetivo, orientado a proponer niveles de interpretación de las MTC-DA, la investigación logra construir una estructura teórica sólida y progresiva que distingue de manera explícita entre el cálculo y la interpretación. La interpretación promueve un análisis contextual y significativo de los datos; análisis que se apoya en el uso de tecnología digital -CODAP- como mediadora en el desarrollo del pensamiento estadístico. Tales niveles son validados por un grupo de expertos, quienes reconocen su pertinencia, flexibilidad y viabilidad para funcionar como un modelo teórico que permite caracterizar y medir la interpretación de las MTC-DA. Dicha validación no solo respalda la robustez del modelo propuesto, sino que además aporta a la comunidad investigativa una herramienta novedosa e inexistente hasta ahora, susceptible de ser implementada en diversos escenarios educativos para examinar cómo se interpretan las medidas de tendencia central cuando se calculan en datos agrupados.

El segundo objetivo planteado se orienta al diseño de una tarea tecno-pedagógica que permite identificar las interpretaciones de las MTC-DA. En la construcción de la tarea, se garantiza la coherencia con los niveles de interpretación propuestos y su articulación con referentes conceptuales, teóricos y tecnológicos, de manera que promueva la exploración activa y la visualización de las MTC-DA en distintas representaciones, posibilitando reconocer

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

interpretaciones presentes en las respuestas de los estudiantes y clasificarlas dentro de alguno de los niveles establecidos. Es fundamental precisar que la tarea no tiene como propósito ser una actividad para la enseñanza de las MTC-DA, sino que tiene un carácter evaluativo, orientada esta a identificar la interpretación de tales medidas. Asimismo, la tarea se entiende como un componente integral de la herramienta teórica desarrollada y no como un recurso didáctico o pedagógico para el aula, dado que su intención no contempla variables como edades, grados escolares o decisiones propias de la gestión docente.

Finalmente, respecto al tercer objetivo, se evalúa la pertinencia, potencial y eficacia tanto de los niveles como de la tarea tecno-pedagógica. A partir del juicio de expertos, se identificaron fortalezas, falencias y recomendaciones que permitieron refinar la propuesta y asegurar su coherencia conceptual y aplicabilidad en contextos educativos. Las valoraciones evidencian que los niveles de interpretación resultan pertinentes para categorizar las respuestas de los estudiantes y que la tarea diseñada constituye un instrumento eficaz para promover y evaluar la interpretación de las MTC-DA, favoreciendo además el desarrollo de la cultura estadística.

De esta manera, los niveles de interpretación y la tarea tecno-pedagógica evidencian un alto grado de pertinencia para identificar y categorizar la interpretación de las MTC-DA en situaciones con datos reales, lo que fortalece su potencial como instrumento de evaluación formativa. A partir del proceso de validación con expertos, se consolida la propuesta como un modelo teórico de caracterización de la interpretación de las MTC-DA que destaca por su flexibilidad y adaptabilidad. Es importante enfatizar que la herramienta no establece ni sugiere edades o grados específicos para su aplicación, pues dicha decisión corresponde al juicio profesional del docente y a las etapas de desarrollo cognitivo que identifique el profesional en el contexto educativo de sus estudiantes. Algunos requisitos que se han de considerar para la

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

implementación de la herramienta teórico-didáctica se relacionan con el conocimiento que deben tener el estudiantado referido a, por ejemplo, nociones fundamentales de estadística -variables estadísticas, tipos de variables y de representaciones y MTC-DA- y competencias matemáticas vinculadas al manejo de números racionales y operaciones requeridas para aplicar fórmulas estadísticas. En este sentido, el trabajo desarrollado ofrece a la comunidad académica un modelo innovador, dinámico y ajustable, alineado con principios de diseño educativo centrados en el aprendizaje y susceptible de ser implementado en diversos escenarios formativos.

De otra parte, es fundamental el papel de la tecnología digital, particularmente el uso de la plataforma CODAP, ya que esta facilita el análisis simultáneo de diferentes representaciones de los datos y promueve un entorno de aprendizaje interactivo y exploratorio. Lejos de limitarse a ser una herramienta de cálculo, CODAP actúa como un mediador del pensamiento estadístico al permitir a los estudiantes vincular datos, visualizaciones y significados de forma integrada. Además, la plataforma posibilita modificar el conjunto de datos, observar las variaciones de las MTC-DA mediante el arrastre de los valores de las variables para que adopten nuevos valores, y explorar cómo estos cambios se reflejan en las representaciones. Su fácil acceso y el hecho de que no requiere programación previa para su uso la convierten en una herramienta altamente accesible y funcional para el análisis estadístico dinámico. El uso del software también reveló que ciertos elementos del conocimiento matemático tradicional, como las fórmulas algebraicas de las MTC-DA y los procedimientos manuales (v. g., puntos medios, productos, sumas, frecuencias acumuladas, sustitución en fórmulas, entre otras), tienden a desdibujarse o a perder protagonismo. Esta situación genera preguntas sobre el lugar que ocupan estos saberes en la enseñanza actual y sobre el equilibrio necesario entre la interpretación conceptual y la mecanización tecnológica. Además, esta investigación permite constatar una diferencia crucial

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA entre los datos con los que operan los estudiantes en el software (datos brutos) y aquellos que constituyen la base de las MTC-DA (datos agrupados). Esta distinción es esencial, ya que el uso directo del software, sin una tabla de frecuencias previa, impide obtener una verdadera agrupación de datos. Así, se reafirma que el valor pedagógico de trabajar con datos agrupados radica no solo en el tipo de cálculo, sino en el proceso de organización y estructuración de la información. La automatización del procedimiento no puede sustituir el ejercicio de interpretación que se construye desde el análisis consciente de las frecuencias y distribuciones. Así mismo, el análisis de datos tiene que ver con la propia naturaleza de la interpretación estadística. Si bien, las MTC-DA difieren de las MTC tradicionales en términos de cálculo, esta diferencia no altera los conceptos o propiedades que poseen las MTC una vez que han sido obtenidas. Esta constatación lleva a cuestionar la pertinencia de la pregunta de investigación inicial, en la medida en que se hizo evidente que el tipo de datos utilizados no define por sí solo la calidad de la interpretación. Lo verdaderamente relevante es el significado que el estudiante le atribuye al valor representativo, en función del contexto en el que se sitúa y de su interpretación del fenómeno analizado. Esta reflexión conduce a una reorientación didáctica -desde los referentes curriculares- en la enseñanza de la estadística, que privilegie el desarrollo de competencias interpretativas por encima de la ejecución algorítmica.

En cuanto a las recomendaciones, se sugiere que los niveles de interpretación desarrollados en esta investigación no se limiten exclusivamente al análisis de datos agrupados, sino que puedan ser aplicados también a situaciones que involucren MTC con datos no agrupados, realizando las modificaciones pertinentes sin que ello altere la jerarquía establecida entre los niveles. Respecto a la tarea tecno-pedagógica, resulta recomendable que futuras investigaciones profundicen en su diseño o adaptación, de modo que contemple los distintos

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

ritmos y estilos de aprendizaje presentes en el aula. Asimismo, es pertinente explorar su ajuste a comunidades con características específicas o necesidades educativas especiales, garantizando con ello una mayor flexibilidad, inclusividad y pertinencia de la propuesta en diversos contextos escolares. De igual manera, se recomienda realizar pruebas piloto con estudiantes, lo que permitiría identificar aspectos que los expertos no evidenciaron, tales como la duración real de la tarea, la gestión de imprevistos tecnológicos o las dinámicas emergentes (v. g., trabajo individual, colectivo, pausas, pregunta-pregunta) en el desarrollo de la actividad. Además, la gestión de dichas pruebas piloto aportaría información para determinar las edades que se podrían llegar a asociar a cada uno de los niveles propuestos e identificar tipos de respuestas propias de cada rango de edad para clasificarlas con mayor precisión dentro del nivel correspondiente, asegurando así la pertinencia pedagógica y cognitiva del diseño.

Referencias

- Academia de Matemáticas. (2015). Estadística Descriptiva. En *Estadística y Principios de Probabilidad* (pp. 1-38). Universidad Autónoma de Aguascalientes.
<https://www.uaa.mx/centros/cem/dmf/wp-content/uploads/2015/apuntes/4.%20Estadistica%20y%20Principios%20de%20Probabilidad/Apuntes%20Estadistica.pdf>
- Almanza, Y., Reyes, E. y Ortiz, V. (2022). *Uso de las TIC para el desarrollo del pensamiento aleatorio en los estudiantes de grado sexto (6°) con dificultades en la competencia resolución de problemas en tiempos de pandemia de las Instituciones Educativas Cuarta Poza de Manga y Felipe Santiago Escobar del Municipio de Turbaco –Bolívar*. [Tesis de maestría, Universidad de Cartagena]. <http://dx.doi.org/10.57799/11227/11412>
- Area-Moreira, M. (2010). *La alfabetización digital y las nuevas tecnologías de la información y la comunicación*. Revista Iberoamericana de Educación, 53(1), 1–17.
<https://tecnoeducativas.wordpress.com/wp-content/uploads/2013/03/area-moreira-alfabetizacion.pdf>
- Areiza, D. y Cáceres, J. (2020). *Desarrollo de la cultura estadística a partir de la comprensión, interpretación y argumentación de información estadística*. [Tesis de pregrado, Universidad Pedagógica Nacional]. <http://hdl.handle.net/20.500.12209/12972>
- Arias, O. y Silva, M. (2012). *Errores presentados por estudiantes de grado octavo en torno a problemas que requieren el uso de la media aritmética* [Tesis de especialización, Universidad Pedagógica Nacional]. <http://hdl.handle.net/20.500.12209/155>
- Arteaga, P., Vigo, J. y Batanero, C. (2017). Niveles de lectura de gráficos estadísticos en estudiantes de Formación Profesional. En *Investigación en Educación Matemática XX*.

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

En M. Muñoz-Escolano, A. Arnal-Bailera, P. Beltrán-Pellicer, M.L. Callejo y J. Carrillo (Eds.), pp. 129-136). SEIEM. <https://core.ac.uk/download/pdf/158573294.pdf>

Bargagliotti, A., Franklin, C., Arnold, P., Gould, R., Jhonson, S., Perez, L. y Splanger, D. (2020).

Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education II. American Statistical Association. https://www.amstat.org/asa/files/pdfs/GAISE/GAISEIIPreK-12_Full.pdf

Batanero, C. (2000). Significado y comprensión de las medidas de posición central. *Revista de didáctica de las matemáticas*, 25, 41-58.

Becerril, J., Martínez, G. y Romero, M. (2019). Dificultades en la construcción de las nociones de media, mediana y moda en alumnos de segundo grado de secundaria. *Memoria del Congreso Nacional de Investigación sobre Educación Normal*, 3, 1-11.

<https://www.antiguo.conisen.mx/memorias2019/memorias/2/P300.pdf>

Belfiori, L. (2014). *Enseñanza de estadística con recursos TIC* [Conferencia]. Congreso Iberoamericano de ciencia, tecnología, innovación y educación., 1-14.

https://www.researchgate.net/publication/321214003_Ensenanza_de_estadistica_con_recursos_TIC

Camargo, L. (2021). Enfoque, aproximaciones, metodologías, estrategias y recursos en L.

Camargo (Ed.), *Estrategias cualitativas de investigación en Educación Matemática* (pp. 14-24). Universidad de Antioquia.

Camargo, L. y Jiménez, A. (2020). Niveles de interpretación de gráficos estadísticos. *Revista boletín REDIPE*, 13, 312-319.

<https://revista.redipe.org/index.php/1/article/view/1184/1081>

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

Carranza, E., Sua, C. y Camargo, L. (2019). *Propuesta de énfasis Tecnología Digital y*

Educación Matemática. [Manuscrito no publicado]. Departamento de Matemáticas.

Universidad Pedagógica Nacional.

Casallas, L. (2016). *Comprensión de las medidas de tendencia central a partir de una propuesta*

pedagógica basada en Estadística con proyectos [Tesis de maestría, Universidad de la

Sabana]. <http://hdl.handle.net/10818/28014>

Castro, E., Rico, L. y Romero, I. (2000). Sistemas de representación y aprendizaje de estructuras

numéricas. En E. Castro, L. Rico, I. Romero (Eds.), *Intervención psicopedagógica y*

currículum escolar (pp. 153-182). Pirámide. [funes.uniandes.edu.co/wp-](http://funes.uniandes.edu.co/wp-content/uploads/tainacan-items/32454/1212186/RicoL00-39.pdf)

[content/uploads/tainacan-items/32454/1212186/RicoL00-39.pdf](http://funes.uniandes.edu.co/wp-content/uploads/tainacan-items/32454/1212186/RicoL00-39.pdf)

Cervantes, M., Paredes, K., Parra, Y. y Olivares, P. (2018). Medición de los niveles de lectura e

interpretación de tablas y gráficos estadísticos en los estudiantes de tercero medio en un

establecimiento educacional de la región Metropolitana. *Comité Latinoamericano de*

Matemática Educativa, 31(1), 1117- 1131

<http://funes.uniandes.edu.co/13629/1/Cervantes2018Medicion.pdf>

Cervantes-Barraza, J. y Delgado, L. (2022). Concepciones de futuros profesores de matemáticas

en el diseño de tareas argumentativas. *Encuentros*, 20(02), 347-395

<https://doi.org/10.15665/encuen.v20i02-Julio-dic..2899>

Chiner, E. (2014). Introducción a la estadística descriptiva. En E. Chiner (Ed.), *Estadística y*

probabilidad (pp. 24 - 54). [https://rua.ua.es/dspace/bitstream/10045/19380/3/Tema%203-](https://rua.ua.es/dspace/bitstream/10045/19380/3/Tema%203-Estad%C3%ADstica.pdf)

[Estad%C3%ADstica.pdf](https://rua.ua.es/dspace/bitstream/10045/19380/3/Tema%203-Estad%C3%ADstica.pdf)

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

Cobo, B. (2003). *Significados de las medidas de posición central para los estudiantes de secundaria* [Tesis doctoral, Universidad de Granada].

<https://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/tesiscobo.pdf>

Contreras, J. y Molina-Portillo, E. (2019). Elementos clave de la cultura estadística en el análisis de la información basada en datos. En J. Contreras, M. Gea, M. López-Martín y E.

Molina-Portillo (Eds.), *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística* (pp. 1-12). <https://www.ugr.es/~fqm126/civeest/ponencias/contreras.pdf>

Cubides, K. y Rosada, L. (2011). *Dificultades que presentan los estudiantes de educación básica en la obtención e interpretación de las medidas de tendencia central* [Tesis de maestría, Universidad del Valle].

<http://funes.uniandes.edu.co/11254/1/Cubides2011Dificultades.pdf>

Curcio, F. (1987). *Comprehension of mathematical relationships expressed in graphs*. *Journal for Research in Mathematics Education*, 18(5), 382–393.

<https://www.jstor.org/stable/749086>

Del Puerto, S., Minnaard, C. y Seminara, S. (2006). Análisis de los errores: Una valiosa fuente de información acerca del aprendizaje de las Matemáticas. *Revista Iberoamericana de Educación*, 38(4), 1-13. <https://doi.org/10.35362/rie3842646>

Díaz, M. y Mínguez, R. (2020). *Acreditación institucional en Chile bajo la Ley N° 20.129: Repercusión en la mejora de la calidad de las áreas de gestión institucional y docencia de pregrado de la Universidad Finis Terrae (2006 –2016)*. [Tesis doctoral, Universidad de Murcia].

https://www.researchgate.net/publication/344782287_Acreditacion_institucional_en_Chile_bajo_la_Ley_N_20129_Repercusion_en_la_mejora_de_la_calidad_de_las_areas_de_g

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

estion_institucional_y_docencia_de_pregrado_de_la_Universidad_Finis_Terrae_2006_-
2016

Engel, J. (2019). Cultura estadística y sociedad: ¿Qué es la estadística cívica? En M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín y E. Molina-Portillo (Eds.), *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística* (pp. 2 - 12).

https://digibug.ugr.es/bitstream/handle/10481/55028/engel_esp.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Fernández, E., Araya, J. y Oviedo, H. (2021). Alfabetización, razonamiento y pensamiento estadísticos: Competencias específicas que requieren promoverse en el aula. *IE Revista de Investigación Educativa de la REDIECH*, 12(1118), 1-17.

https://doi.org/10.33010/ie_rie_rediech.v12i0.1118

Fernández, S., Cordero, J. y Córdoba, A. (2002). Medidas de posición. En S. Fernández, J. Cordero, A. Córdoba (Eds.) *Estadística descriptiva* (pp. 189 - 234). ESIC Editorial.

https://books.google.es/books?hl=es&lr=&id=31d5cGxXUnEC&oi=fnd&pg=PA9&dq=intervalos+estadística+descriptiva&ots=gDhOHpL-hS&sig=JV0JTU_QslBH3w71oOKIK9_cQKU#v=onepage&q&f=false

Gal, I. (2002). Adult statistical literacy: Meanings, components, responsibilities. *International Statistical Review*, 70(1), 1–25. <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/j.1751-5823.2002.tb00336.x>

Garfield, J. y Ben-Zvi, D. (2008). *Developing students' statistical reasoning: Connecting research and teaching practice*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-1-4020-8383-9>

Gómez, P. (2000). Los organizadores del currículo en matemáticas. *Revista EMA* 5(3), 267-277. <http://hdl.handle.net/1992/32322>

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

Gómez, P., Mora, M. y Velasco, C. (2018). Formación de profesores de matemáticas y práctica de aula: Conceptos y técnicas curriculares. En P. Gómez (Ed.), *Diseño, implementación y evaluación de unidades didácticas de matemáticas Universidad de los Andes* (pp. 197 - 268). <http://funes.uniandes.edu.co/11906/1/Gomez2018AnalisisInstruccion.pdf>

Gutiérrez, J. (2013). *Significados de las medidas de tendencia central. Un estudio con alumnos universitarios de carreras de humanidades* [Pontificia Universidad Católica del Perú, Tesis doctoral].

Hoyle, C. y Noss, R. (2009). The Technological Mediation of Mathematics and Its Learning. *Revista Human Development - HUM DEVELOP*, 52, 129-147.
<https://doi.org/10.1159/000202730>

Insunza. (2015). Niveles de interpretación que muestran estudiantes sobre gráficas para comunicar información de contextos económicos y sociodemográficos. *Revista Mexicana de Investigación Educativa* 20(65), 529-555.
<https://www.scielo.org.mx/pdf/rmie/v20n65/v20n65a10.pdf>

Izquierdo, O. (2021). *Las medidas de tendencia central, una mirada a su significado* [Tesis de maestría, Universidad Externado de Colombia].
<https://doi.org/10.57998/bdigital.handle.001.4519>

Jiménez, J. y Inzunza, S. (2011). Caracterización del razonamiento y pensamiento estadístico en estudiantes universitarios: El caso de pruebas de hipótesis. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 16(2), 179-211. <https://redcimates.org/wp-content/uploads/2022/07/Memoria-EIME-XIV.pdf#page=436>

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

- Kieran, C., Doorman, M. y Ohtani, M. (2015). Frameworks and Principles for Task Design. En *Task desing in mathematics education* (pp. 19-81). Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-09629-2>
- Leung, A. (2011). An epistemic model of task design in dynamic geometry environment. *The International Journal on Mathematics Education*. 43(3), 325-336.
https://www.researchgate.net/publication/225193279_An_epistemic_model_of_task_desi gn_in_dynamic_geometry_environment
- Lind, D., Marchal, W. y Wathen, S. (2012). Descripción de datos: tablas de frecuencias, distribuciones de frecuencias y su representación gráfica. En D. Lind, W. Marchal, S. Wathen (Ed.), *Estadística aplicada a los Negocios y la Economía* (pp. 24-67).
<https://cape.fcfm.buap.mx/jdzf/cursos/est1/libros/book1e1.pdf>
- Levin, R. y Rubin, D. (2010). Agrupación y presentación de datos para expresar significados: Tablas y gráficas. En R. Levin, D. Rubin (Eds.), *Estadística para Administración y Economía*. Séptima edición. (pp. 7-56)
https://escuelaesam.pe/biblioteca/assets/uploads/libro_689e8639a7089.pdf
- Martínez, C. (2012). Elaboración de tablas o cuadros. En C. Martínez (Ed.), *Estadística básica aplicada*, (pp. 33-38). Ecoe Ediciones. <https://www.ecoediciones.mx/wp-content/uploads/2015/08/Estad%C3%ADstica-b%C3%A1sica-aplicada-Vista-preliminar-del-libro.pdf>
- Martínez, G. (2019). Alfabetización, razonamiento y pensamiento estadístico: Una breve revisión. En *Perspectivas en la enseñanza de la estadística a nivel universitario* (Primera Edición, pp. 7-26). Universidad Católica de Colombia.
<https://hdl.handle.net/10983/26431>

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

Marulanda, V. (2019). *Características y concepciones acerca de la noción de distribución en el razonamiento sobre la comparación de conjuntos de datos* [Tesis de maestría,

Universidad Pedagógica Nacional]. <http://hdl.handle.net/20.500.12209/11531>

Mayén, S. (2009). *Comprensión de las medidas de tendencia central en estudiantes Mexicanos de Educación secundaria y bachillerato* [Tesis doctoral, Universidad de Granada].

<http://hdl.handle.net/10481/2418>

Merino, E., Cañadas, M. y Molina, M. (2021). Uso de representaciones y patrones por alumnos de quinto de educación primaria en una tarea de generalización. *Educación Matemática en la Infancia*, 2(1), 24-40. <https://doi.org/10.24197/edmain.1.2013.24-40>

Ministerio de Educación Nacional (Ed.). (2006). *Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas: Guía sobre lo que los estudiantes deben saber y saber hacer con lo que aprenden*. Ministerio de Educación Nacional.

https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf

Montero, J. (2007). Conceptos generales. En J. Montero (Ed.), *Estadística descriptiva* (pp. 3-25).

<https://books.google.es/books?hl=es&lr=&id=D6sj2d0xTgUC&oi=fnd&pg=PR4&dq=libros+de+estadistica+descriptiva&ots=4pJeOIlBvM&sig=Zcr-4WqiPlGUkdy-nHBdNPxCXg0#v=onepage&q=agrupar&f=false>

Mooney, E. (2002). A Framework for Characterizing Middle School Students' Statistical Thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, 4, 23-63.

https://doi.org/10.1207/S15327833MTL0401_2

Morales, L., Mego, C., Maldonado, D., Flores, F., Vargas, I. y Huamán, V. (2022). Propiedades de las medidas de tendencia central. En L. Morales, C. Mego, D. Maldonado, F. Flores, I.

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

Morales, P. (2011). Representación de los datos. En P. Morales [Ed.], *Estadística aplicada a las ciencias sociales* (pp. 27-41). Universidad Pontificia Comillas.

https://www.intecca.uned.es/upload/noticias/20130614114556u_CURSO0DEESTADISTICAAPLICADA.pdf

Moreno, A. y Ramírez, R. (2016). Variables y funciones de las tareas matemáticas escolares. En L. Rico y A. Moreno (Eds.), *Elementos de didáctica de la matemática para el profesor de Secundaria* (pp. 243-258). Pirámide Prepint.

https://digibug.ugr.es/bitstream/handle/10481/64701/2016_Variables_ELEMENTOS.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Oviedo, K. (2016). *Análisis de recursos de Internet para la educación secundaria en el tema de medidas de tendencia central* [Tesis de maestría, Universidad de Granada].

<http://hdl.handle.net/10481/45295>

Pértegas, S. y Pita, S. (2001). La distribución normal. *Unidad de Epidemiología Clínica y Bioestadística.*, 8, 268-274.

http://cedinfor.lamolina.edu.pe/Separatas%20FCF/Estadistica%20Forestal/2006i/LaDistribuci_nNormal.pdf

Pochulu, M., Font, V. y Rodríguez, M. (2016). Desarrollo de la competencia de análisis didáctico de formadores de futuros profesores de matemáticas a través del diseño de tareas. *Revista Latinoamericana de Investigación en Educación Matemática* 19(1), 71-98.

<https://doi.org/10.12802/relime.13.1913>

Posada, G. (2016). Gráficas o diagramas. En G. Posada (Ed.), *Elementos básicos de estadística descriptiva para el análisis de datos* (pp. 53 - 63). Fundación Universitaria Luis Amigó.

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

<http://repository.ucatolicaluisamigo.edu.co/server/api/core/bitstreams/97d8fa30-28a3-4ea0-851f-b8ee861c4966/content>

Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo. (2024, noviembre 19). *Objetivo 13: Acción por el clima | Objetivos de Desarrollo Sostenible*. UNDP.

<https://www.undp.org/es/sustainable-development-goals/accion-por-el-clima>

Ramírez, D. (2021). Teoría del desarrollo cognitivo. *Uno Sapiens Boletín Científico de da Escuela Preparatoria*, 4(7), 18–20.

<https://repository.uaeh.edu.mx/revistas/index.php/prepa1/article/view/7287>

Rodríguez, N. (2018). *Unidades didácticas, apoyadas en el uso de las TIC como estrategia para fortalecer el pensamiento aleatorio aplicado a medidas de tendencia central en el grado séptimo de la Institución Educativa Colegio San Luis Gonzaga* [Tesis de maestría, Universidad Autónoma de Bucaramanga]. <http://hdl.handle.net/20.500.12749/2627>

Rodríguez, W. y Fernández, F. (2018). Uso de la taxonomía SOLO en situaciones de muestreo: Un ejemplo de aplicación. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 98, 105-116. <https://funes.uniandes.edu.co/wp-content/uploads/tainacan-items/32454/1150079/Rodriguez2018Uso.pdf>

Ruiz, B., Inzunza, S., Huerta, A., Domínguez, J., Hernández, S. y Zacarías, J. (2015). *La investigación sobre el uso de la tecnología en la enseñanza y aprendizaje de la probabilidad y estadística en México* [Memoria]. Memoria de la XVII Escuela de Invierno en Matemática Educativa (pp. 399-410). <https://funes.uniandes.edu.co/funes-documentos/uso-de-la-tecnologia-en-la-ensenanza-de-la-probabilidad-y-estadistica/>

Saavedra, E. (2021). Acerca de la Moda. *Revista de Educación Matemática*, 36(1), 75 - 90, <https://doi.org/10.33044/revem.28231>

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

Salazar, C. y Del Castillo, S. (2018). Análisis y descripción de datos. En C. Salazar y S. Del Castillo (Eds.), *Fundamentos básicos de la Estadística* (pp. 49 - 79).

<http://librodigital.sangregorio.edu.ec/librosusgp/B0009.pdf>

Sarmiento, B. y Fernández, F. (2012). Medidas de localización y centralización. En B. Sarmiento y F. Fernández (Eds.), *Curso básico de Estadística descriptiva. Introducción al análisis de datos* (pp. 47 - 82). Ediciones de la U.

<https://es.scribd.com/document/476397892/Estadistica-Descriptiva-Sarmiento-Fernandez-pdf>

Selwyn, N. (2012). *Education and technology: Key issues and debates*. Bloomsbury Academic.

https://www.researchgate.net/publication/364165885_Neil_Selwyn_Education_and_technology_Key_issues_and_debates

Silva, M. (2010). *Propuesta didáctica para la superación de algunos errores comunes en la conceptualización de las medidas de tendencia central* [Universidad Pedagógica Nacional]. Manuscrito no publicado.

Socas, M. (2007). Dificultades y errores en el aprendizaje de las matemáticas. Análisis desde el enfoque lógico semiótico. *Investigación en educación matemática* 2(2), 19-52.

https://funes.uniandes.edu.co/wp-content/uploads/tainacan-items/32454/1148852/Socas2008Dificultades_SEIEM_19.pdf

Su, C. y Marchant, C. (2021). Nivel de razonamiento estadístico de los estudiantes chilenos de Pedagogía en Matemática sobre pruebas de hipótesis estadísticas. *Acta Scientiae*, 23, 209-236. <https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.5772>

Suárez, C. (2016). *Propuesta Didáctica para mejorar el aprendizaje del componente aleatorio de la estadística Descriptiva (medidas de tendencia central) de los grados décimos del*

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

Colegio Integrado Madre de la Esperanza Sabana de Torres mediante la herramienta tecnológica digital GeoGebra. [Tesis de maestría, Universidad Autónoma de Bucaramanga]. <http://hdl.handle.net/20.500.12749/2436>

Torres-Gordillo, V. (2025). Inteligencia Artificial y Aprendizaje Automático en la Educación Estadística. *Revista de Educación Estadística*, 4, 1–21. <https://doi.org/10.29035/redes.4.1.7>

Triola, M. (2018). Elementary Statistics. En M. Triola (Ed.) *Exploring Data with Tables and Graphs – Frequency Distributions for Organizing and Summarizing Data* (pp.47 - 106). Pearson. https://api.pageplace.de/preview/DT0400.9781292055787_A24586321/preview-9781292055787_A24586321.pdf?

Vallejo, A. y Fernández, K. (2022). *Alternativa Metodológica para la Interpretación de las Medidas de Tendencia Central en Datos Agrupados utilizando Material Didáctico* [Tesis de pregrado, Universidad Pedagógica Nacional]. <http://hdl.handle.net/20.500.12209/18156>

Vargas, G. y Gamboa, R. (2013). El modelo de van hiele y la enseñanza de la geometría. *Revista Uniciencia*, 7(1), 74-94. www.redalyc.org/pdf/4759/475947762005.pdf

Vargas, V. Huamán (Eds.), *Medidas de Tendencia Central* (pp. 3-35). Fepol Fondo. <https://editorialfondo.com/index.php/ProfessionalsOnLine/catalog/view/9/12/39>

Vidal-Szabó, P. y Estrella, S. (2021). *Conocimiento estadístico especializado en profesores de educación básica, basado en la taxonomía SOLO.* *Revista Chilena de Educación Matemática*, 13(4), 134–148. <https://doi.org/10.46219/rechiem.v13i4.81>

Walpole, R., Myers, R., Myers, S. y Ye, K. (2012). Introduction to Statistics and Data Analysis En R. Walpole, R. Myers, S. Myers, K. Ye (Eds.) *Probability and Statistics for Engineers*

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

and Scientists (pp. 27-88). Pearson. <https://www.pearson.com/en-us/subject-catalog/p/probability--statistics-for-engineers--scientists/P200000007119/9780137273546>

Zacarias, J. (2015). *La feria de los datos, una muestra de propuesta de actividades interactivas para un ambiente virtual de aprendizaje* [Congreso]. Memoria de la XVII Escuela de Invierno en Matemática Educativa, Oaxaca, México. <https://funes.uniandes.edu.co/funes-documentos/uso-de-la-tecnologia-en-la-ensenanza-de-la-probabilidad-y-estadistica/>

Zamora, J., Aguilar, E. y Guillén, H. (2022). Educación Estadística: Tendencias para su enseñanza y aprendizaje en educación secundaria y terciaria. *Revista Educación*, 46(1), 518-537. <https://doi.org/10.15517/revedu.v46i1.43494>

Zapata, L. (2016). ¿Estamos promoviendo el pensamiento estadístico en la enseñanza? En I. Álvarez y C. Sua (Eds.), *Memorias del II Encuentro Colombiano de Educación Estocástica* (pp.73-79). <http://funes.uniandes.edu.co/9278/1/Zapata2016Estamos.pdf>

Zapata, L. (2014). Alcance de las tareas propuestas por los profesores de estadística. *Unipluriversidad*, 14(1). <https://doi.org/10.17533/udea.unipluri.19815>

Anexos

Anexo A. Taller “Estudiando las calificaciones del Área de Matemáticas”

Historia

El Departamento de Matemáticas de la Institución Educativa San Alberto Magno ha evidenciado que las calificaciones correspondientes a evaluaciones de Matemáticas del primer periodo académico son poco satisfactorias. Es por esto que deciden contratar un investigador en Estadística para estudiar estos datos.

¡USTEDES SERÁN LOS ASISTENTES!

Parte A. Construyendo histograma

1. Con ayuda del material (histograma) responde:
 - a. ¿Qué tipo de variable estadística se está trabajando? _____
 - b. ¿Cuál es la calificación menor y la calificación mayor? _____
 - c. ¿Cuántas calificaciones son menores a 35? _____
 - d. ¿Cuántas calificaciones son mayores o iguales a 35? _____
2. ¿Están de acuerdo que las calificaciones presentadas son “poco satisfactorias”?

3. ¿Cuáles serían algunas conclusiones que podría dar el investigador al departamento de Matemáticas?

Parte B. Conociendo los datos

En el desarrollo de la investigación, el investigador determina los valores centrales de las calificaciones. Es decir, determinan la media aritmética, la mediana y la moda:

Medidas de Tendencia Central	
Media aritmética	$\bar{x} = 31,81$
Mediana	$Me = 32,23$
Moda	$Mo = 35,54$

Herramienta Teórico-Didáctica para la interpretación de las MTC-DA

Ustedes deben ubicar en el histograma cada una de las medidas con el valor correspondiente. Para ello, utilicen las cuerdas con las etiquetas nombradas con cada medida (media, mediana y moda) y ubíquenlas aproximadamente al valor encontrado por el investigador.

1. Teniendo en cuenta los valores de las medidas de tendencia central ¿Cuáles serían algunas conclusiones que podría dar el investigador?

Parte C. Interpretando el significado de las MTC-DA

El investigador tiene diferentes veredictos al momento de interpretar la media aritmética, la mediana y la moda. A continuación, se presentan tres interpretaciones de cada medida. Ustedes deben ayudarlo a seleccionar la que mejor explique la situación.



Interpretaciones de la media aritmética

- Los estudiantes de sexto grado, en promedio obtienen la calificación de 31,81 en las evaluaciones.
- Los estudiantes de sexto grado obtienen con mayor frecuencia la calificación de 31,81 en las evaluaciones.
- Los estudiantes de sexto grado, en promedio obtienen la calificación de 35,54 en las evaluaciones

Interpretaciones de la mediana

- El intervalo donde se encuentra el valor que divide la mitad de los intervalos es $[29 - 32)$ porque hay tres intervalos a la izquierda y tres a la derecha de este intervalo.
- El valor de la mediana es 31,81 y significa que es el punto medio del total de datos y está ubicada en el intervalo $[29 - 32)$.
- El punto medio de los datos es 32,23; es decir, la mitad de los datos es menor o igual a 32,23 y la otra mitad es mayor o igual a 32,23. La mediana está ubicada en el intervalo $[32 - 35)$.

Interpretaciones de la moda

- El intervalo modal (mayor frecuencia) es $[35 - 38)$ y la calificación que mayor frecuencia tiene es de 35,54.
- El intervalo modal (menor frecuencia) es $[20 - 23)$ y la calificación que menos frecuencia tiene es 20.
- La calificación que se presenta mayor frecuencia en las tres asignaturas es 35,54 y está ubicado en el intervalo $[32 - 35)$.

Parte D.

Datos atípicos. En el transcurso de la investigación el investigador se da cuenta que un estudiante realizó recuperaciones de tres de las evaluaciones realizadas. Las nuevas calificaciones se ven reflejadas de la siguiente manera:

Calificaciones anteriores	Calificaciones actuales
20	49
21	50
22	49

1. ¿Qué debería hacer el investigador en este caso?

El investigador determina nuevamente los valores de la media aritmética, la mediana y la moda.

Usen el histograma para representar los nuevos valores y concluyan

Medidas de Tendencia Central	
Media aritmética	$\bar{x} = 33,04$
Mediana	$Me = 32,85$
Moda	$Mo = 35,54$

2. ¿Por qué el valor de la media aritmética aumento?

3. ¿Qué sucedió con el valor de a mediana?

4. ¿Por qué el valor de la moda es el mismo?

Parte E. Eliminando un dato

El investigador encuentra que hay irregularidades en algunas calificaciones. Por ejemplo, un estudiante que tenía asignada nota de 36 en una evaluación no asistió a clase el día en que la prueba se realizó; sin embargo, la calificación está registrada.

1. ¿Qué debería hacer el investigador en este caso?

2. ¿Creen que el valor de la media aritmética se ve afectada al eliminar ese dato?

3. ¿Creen que el valor de la mediana se mantiene al eliminar ese dato?

4. ¿Qué ocurre con los intervalos modales?

Anexo B. Criterios para generar los niveles de interpretación de las MTC-DA

Criterios para los niveles de interpretación				
<p>Generalidades y propiedades de las MTC:</p> <ul style="list-style-type: none"> Definiciones de las MTC-DA. Unicidad de la media aritmética y la mediana. Las MTC-DA no tienen por qué coincidir con los datos del conjunto. Media aritmética: mayor representatividad cuando los datos están menos dispersos. En su cálculo se debe tener en cuenta los valores nulos del conjunto. Es sensible a datos extremos. Mediana: Es invariante. Tiene mayor representatividad cuando los datos son heterogéneos. Moda: No es única. No es afectada por valores extremos. No es representativa en un conjunto. 	<p>Representaciones de las MTC-DA:</p> <ul style="list-style-type: none"> Simbólicas: símbolos para identificar las MTC-DA. Númerica: valor obtenido del cálculo de las MTC-DA. Verbal: comunicación oral o escrita para expresar las MTC-DA. Algebraica: reglas establecidas para el cálculo matemático de las MTC-DA. Gráficas: permiten identificar la ubicación de las MTC-DA en un intervalo, pero no el valor exacto. Tablas de frecuencia: intervalo mediano y modal. Histograma de frecuencias: intervalo modal. Polígono de frecuencias: intervalo modal. Ojiva: intervalo mediano. Pareto: intervalo modal. Curvas de distribución: relación entre las MTC-DA. 	<p>Errores de las MTC:</p> <ul style="list-style-type: none"> Confundir media aritmética con mediana. Usar incorrectamente la fórmula algebraica para el cálculo de cada medida. Tomar la media aritmética y representarla como la mediana. Elegir la media aritmética como medida más representativa sin considerar los datos. No tienen en cuenta los valores cero del conjunto para calcular la media aritmética. Olvidan la frecuencia de los intervalos para cálculo de las MTC-DA. No diferencian las fórmulas algebraicas para cada medida. Confunden las características entre las MTC-DA. Olvidan considerar si los datos son homogéneos o heterogéneos para determinar si la mediana es más representativa. No tienen en cuenta las frecuencias de las variables para determinar su ubicación. No tienen en cuenta el tipo de variable estadística para determinar su fórmula algebraica. Toman la mayor frecuencia absoluta de la moda en vez del valor del intervalo. 	<p>Dificultades de las MTC:</p> <ul style="list-style-type: none"> Se les dificulta comprender el uso del algoritmo de cada MTC-DA. Usan incorrectamente el algoritmo de las MTC-DA. Se les dificulta realizar interpretaciones de las MTC sobre el contexto cuando los datos se presentan en una representación gráfica. No identifican un conjunto de datos a partir de un valor establecido para la media aritmética. No diferencian las definiciones de cada una de las MTC-DA. No les dan significado a los valores de las MTC. No identifican las propiedades de las MTC-DA. 	<p>Interpretación:</p> <ul style="list-style-type: none"> Leer datos propuestos en medios de comunicación. Leer datos diversas representaciones. Comprender los datos. Identificar tendencias. Identificar variabilidad. Generar conjeturas y conclusiones. Identificación de la información estadística. Comprensión del lenguaje. Comprensión de conceptos estadísticos en contexto. Actitud de cuestionamiento. Extracción de tendencias. Análisis de información estadística. Interpretación de conceptos. Interpretación de vocabulario. Interpretación de símbolos estadísticos. Interpretación de datos estadísticos a partir de técnicas y teorías estadísticas disponibles en el contexto de su conocimiento. Valoración de juicios. Reconocer características de los datos.

Anexo C. Tarea para identificar la interpretación de las MTC-DA

CODAP (*Common Online Data Analysis Platform* por sus siglas en inglés) es una aplicación web gratuita diseñada para interactuar con datos estadísticos con el objetivo de resumir, visualizar e interpretar datos, mejorando habilidades en su análisis y utilizarlos como evidencias para argumentar conclusiones e interpretaciones¹⁴. En CODAP se encuentra el archivo *Temperaturas Colombia* (<https://codap.concord.org/app/static/dg/en/cert/index.html#shared=https%3A%2F%2Fcfm-shared.concord.org%2FKN5LEd7736FCcWophguc%2Ffile.json>) en el cual se reportan, de manera tabular, las temperaturas, desde enero de 2020 hasta diciembre de 2023¹⁵, de tres ciudades de Colombia: Barranquilla¹⁶, Cali¹⁷ y Medellín¹⁸. Explore este aplicativo considerando las siguientes indicaciones:

Utilice la herramienta ‘Gráfico’ ubicada en la parte superior, arrastre desde la tabla (hasta la nueva pestaña) el atributo Medellín (°C). A la representación gráfica que se genera llámela ‘Medellín’.




¹⁴ Información tomada de: Asturias 4 STEAM. (8 de septiembre de 2022). *Explorar, visualizar y analizar datos con CODAP*. Asturias 4 STEAM. [https://asturias4steam.eu/explorar-visualizar-y-analizar-datos-con-codap/#:~:text=CODAP%20\(acr%C3%B3nimo%20en%20ingl%C3%A9s%20de,como%20evidencias%20para%20argumentar%20conclusiones](https://asturias4steam.eu/explorar-visualizar-y-analizar-datos-con-codap/#:~:text=CODAP%20(acr%C3%B3nimo%20en%20ingl%C3%A9s%20de,como%20evidencias%20para%20argumentar%20conclusiones)

¹⁵ Nota: Las temperaturas de las tres ciudades de enero a diciembre de 2023 son tomadas de El Tiempo3.com (2024). El clima en Colombia. *ElTiempo3.com*. <https://www.tiempo3.com/south-america/colombia>

¹⁶ Información tomada de TuTiempo.net (2024). Clima Barranquilla. *Tiempo Network, S.L.* <https://www.tutiempo.net/clima/ws-800280.html>

¹⁷ Información tomada de TuTiempo.net (2024). Clima Cali. *Tiempo Network, S.L.* <https://www.tutiempo.net/clima/ws-802590.html>

¹⁸ Información tomada de TuTiempo.net (2024). Clima Medellín. *Tiempo Network, S.L.* <https://www.tutiempo.net/clima/2022/ws-801100.html>

Ahora, en la gráfica 'Medellín', explore las herramientas que esta pestaña ofrece, es decir, seleccione uno o varios datos del conjunto para ocultarlos con la herramienta ; utilice la herramienta  para mostrar la cantidad de datos (*conteo*), las etiquetas de las Medidas de Tendencia Central, observar diagramas de caja, de curva normal, entre otras. La herramienta  permite pasar de un gráfico de puntos a un histograma, para ello primero elija la opción *Agrupar en bins* y luego *Fusionar puntos en barras*, donde podrá modificar la amplitud de los intervalos (*Ancho bin*). Con las herramientas mencionadas, explore y modifique la representación gráfica tantas veces considere. Al final de esta exploración, grafique un histograma donde presente los valores del promedio y la mediana. Realice el mismo proceso con los atributos Cali (°C) y Barranquilla (°C) y nómbralos según corresponda. En pantalla se debe presentar la tabulación de los datos y tres histogramas (*Medellín, Cali y Barranquilla*), cada uno con los valores del promedio y la mediana.

Con base en la exploración realizada, junto con los valores mostrados para cada MTC trabaje en los siguientes enunciados:

1. Teniendo en cuenta las temperaturas de *Medellín*, indique qué significa el valor de la mediana respecto al conjunto de datos.

2. En el gráfico que representa las temperaturas de *Cali*, el valor de la media aritmética es 23.2°C. ¿Qué significa este valor y qué representatividad tiene en el conjunto de datos?

3. Se considera que la temperatura con mayor frecuencia en *Barranquilla* de enero de 2020 hasta diciembre de 2023 está entre 30°C y 35°C . ¿Está de acuerdo con esta afirmación? ¿A qué medida de tendencia central se está haciendo referencia?
-
-

4. Teniendo en cuenta la representación gráfica de *Medellín*, realice la siguiente exploración:

i) Con el cursor, seleccione, con doble clic, el intervalo 10-15 del gráfico.

ii) Cambie la representación gráfica a Puntos.

iii) Active el Promedio y Mediana y muestre sus etiquetas.

iv) Mueva el cursor hacia la derecha y luego hacia la izquierda.

v) Observe los valores de las medidas representadas y responda.

a. ¿Por qué el valor de la media aritmética varía?

b. ¿Qué ocurre con los datos del conjunto? Para ello, observe el comportamiento de la distribución de frecuencias

c. ¿Es la mediana el mejor indicador de tendencia para representar las temperaturas de *Medellín*? Argumente su respuesta

5. La directora del IDEAM [Instituto de Hidrología, Meteorología y Estudios Ambientales], Ghislaine Echeverry Prieto, informó en El Espectador que la temporada de huracanes en los meses de octubre y noviembre de 2024 serán de los más fuertes en la historia, por lo que sí o sí van a causar lluvias y eventos extremos, como las bajas temperaturas y tormentas en la Costa Caribe (Redacción Ciencia, 2024)¹⁹. A partir de esta información se obtiene las temperaturas de Barranquilla para los meses²⁰ mencionados.

Temperaturas octubre														
24.5	25.1	25.0	26.0	24.0	24.1	24.3	24.9	24.5	26.0	25.1	26.0	27.1	26.1	25.4
26.1	26.3	27.3	26.0	26.3	25.4	25.3	26.9	26.9	28.4	28.0	27.0	25.0	24.6	27.0
24.3														

Temperaturas noviembre														
24.3	24.0	24.0	23.5	23.7	25.5	27.5	24.3	26.4	24.5	25.4	27.4	26.5	27.0	28.4
28.3	28.0	29.4	27.5	27.4	28.3	26.4	28.5	29.4	28.6	27.8	28.4	27.9	28.4	27.5

Ante esta situación y teniendo en cuenta lo mencionado por Echeverry, explore los siguientes escenarios en CODAP.

Agregue en la tabla *Temperaturas: Medellín - Barranquilla - Cali*, específicamente en el atributo Barranquilla °C, los siguientes datos:

- a. Las temperaturas más altas de cada mes. Reporte los valores de las MTC-DA

- b. Las temperaturas más bajas de cada. Reporte los valores de las MTC-DA

¹⁹ Información tomada de Redacción Ciencia. (29 de mayo de 2024). IDEAM entrega más detalles sobre la temporada de huracanes 2024. *El Espectador*. <https://www.elespectador.com/ambiente/ideam-entrega-mas-detalles-sobre-la-temporada-de-huracanes-2024/>

²⁰ Información tomada de AccuWeather (2025). Clima Barranquilla. *AccuWeather*. <https://www.accuweather.com/es/co/barranquilla/107123/november-weather/107123?year=2024>

-
- c. La temperatura promedio de cada mes. Reporte los valores de las MTC-DA
-
- d. Las temperaturas correspondientes a los meses de octubre y noviembre. Reporte los valores de las MTC-DA
-
- e. ¿Qué ocurre con los valores de las MTC-DA en los cuatro casos? ¿Qué significa esta variación? (Recuerde que sin los meses de octubre y noviembre el promedio era de $29,9^\circ$ y la mediana de $30,6^\circ$).
-
-

6. Considere la siguiente afirmación “Se prevé que las temperaturas para fin de siglo (2090-2099), respecto a 1980-1999, aumentarán entre $1,8^\circ\text{C}$ y 4°C , según los escenarios ($0,1^\circ\text{C}$ cada década, al menos)” (Gobierno de Aragón, 2025)²¹. Utilice CODAP (cree un nuevo atributo y utilice la herramienta *Editar fórmula*) para predecir las siguientes situaciones.
- a. ¿Cuál será la temperatura promedio en las tres ciudades para el año 2029?
-
- b. ¿Cuáles serán las temperaturas más repetitivas en el año 2029?
-
- c. ¿Cree que para el año 2090 el cambio climático llegará a su fin? Justifique su respuesta
-
-

²¹ Información tomada de Gobierno de Aragón (02 de enero de 2025). *El cambio climático: orígenes y consecuencias*. El cambio climático <https://goo.su/GoF33m>

Anexo D. Preselección de expertos

Código Potencial experto	Nombres y Apellidos	Profesional en	Correo	Universidad	País
PE1	Carmen Batanero	Educación Estadística	batanero@ugr.es	Universidad de Granada	España
PE2	Ángel Alsina	Educación Matemática	angel.alsina@udg.edu	Universidad de Girona	España
PE3	Carmen Diaz Batanero	Educación Estadística	carmen.diaz@dpsi.uhu.es	Universidad de Huelva	España
PE4	José Miguel Contreras	Educación Estadística	jmcontreras@ugr.es	Universidad de Granada	España
PE5	Elena Molina Portillo	Educación Estadística /Estadística	elemo@ugr.es	Universidad de Granada	España
PE6	Claudia Vásquez Ortiz	Educación Matemática	cavasque@uc.cl	Pontificia Universidad Católica de Chile	Chile
PE7	Danilo Díaz-Levicoy	Educación Estadística	dddiaz01@hotmail.com	Universidad Católica del Maule	Chile
PE8	Amable Moreno	Educación Estadística	amable.moreno@frm.utn.edu.ar	Universidad Nacional de Cuyo	Argentina
PE9	María Teresa Castellanos Sánchez	Educación Matemática	mcastellanos@unillanos.edu.co	Universidad de los Llanos	Colombia
PE10	Irene Mauricio Cazorla	Educación Estadística	icazorla@uesc.br	Universidad Estatal de Santa Cruz	Brasil
PE11	Alicia Bruno Castañeda	Educación Matemática	abruno@ull.edu.es	Universidad de La Laguna	España
PE12	Soledad Estrella	Educación Estadística	soledad.estrella@pucv.cl	Pontificia Universidad Católica de Valparaíso	Chile
PE13	Alberto Rodríguez Rodríguez	Educación Matemática	alberto.rodriguez@unesum.edu.ec	Universidad Estatal del Sur de Manabí	Ecuador
PE14	Pedro Luis do Nascimento Silva	Estadística	pedronsilva@gmail.com	Escola Nacional de Ciências Estatísticas	Brasil

PE15	Carlos Eduardo Ferreira Monteiro	Educación Estadística	carlos.fmonteiro@ufpe.br	Universidade Federal de Pernambuco	Brasil
PE16	Gilda Guimaraes	Educación Estadística	gilda.lguimaraes@gmail.com	Universidad Federal de Pernambuco	Brasil
PE17	Celso Ribeiro Campos	Educación Estadística	crcampos@pucsp.br	Pontificia Universidade Católica de São Paulo	Brasil
PE18	Cileda de Queiroz e Silva Coutinho	Educación Estadística	cileda@pucsp.br	Pontificia Universidade Católica de São Paulo	Brasil
PE19	Viviana Giampaoli	Educación Estadística	vivig@ime.usp.br	Universidade de São Paulo	Brasil
PE20	Roberto Behar Gutiérrez	Educación Estadística	roberto.behar@correounivalle.edu.co	Universidad del Valle	Colombia
PE21	Santiago Inzunza Cazares	Educación Estadística	sinzunza@uas.edu.mx	Universidad Pedagógica del estado de Sinaloa	México
PE22	Jesús E. Pinto Sosa	Educación Estadística	psosa@correo.uady.mx	Universidad Autónoma de Yucatán	México
PE23	Henry de Jesús Gallardo Pérez	Estadística	henrygallardo@ufps.edu.co	Universidad Francisco de Paula Santander	Colombia
PE24	Liliana Tauber	Educación Estadística	estadisticamatematicafhuc@gmail.com	Universidad Nacional del Litoral	Argentina
PE25	Nicolás Sánchez Acevedo	Educación Estadística	nicolasalonso.fernandez@alumnos.ulagos.cl	Universidad Alberto Hurtado	Chile
PE26	Audy Salcedo	Educación Estadística	audy.salcedo@gmx.com	Universidad Autónoma de Chile	Chile
PE27	Jaime I. García-García	Educación Estadística	jaime.garcia@ulagos.cl	Universidad de Los Lagos	Chile
PE28	Everton José Goldoni Estevam	Educación Estadística	evertonjgestevam@gmail.com	Universidade Estadual do Paraná	Brasil
PE29	Blanca Ruiz Hernández	Educación Estadística	bruiz@tec.mx	Tecnológico de Monterrey	México
PE30	Ailton Paulo de Oliveira Júnior	Educación Estadística	ailton.junior@ufabc.edu.br	Universidade Federal do ABC	Brasil

PE31	Mauren Porciúncula Moreira da Silva	Educación Estadística	mauren@furg.br	Universidade Federal do Rio Grande	Brasil
PE32	Manuel Martínez B.	Educación Estadística	martine@uc.edu.ve	Universidad de Carabobo	Venezuela
PE33	Cássio Cristiano Giordano	Educación Estadística	ccgiordano@gmail.com	Universidade Federal do Rio Grande	Brasil
PE34	Difariney González	Educación Estadística	difariney.gonzalez@udea.edu.co	Universidad de Antioquia	Colombia
PE35	Leandro de Oliveira Souza	Educación Estadística	leandrosouza@ufu.br	Universidade Federal de Uberlândia	Brasil
PE36	Cristiane de Arimatéa Rocha	Educación Estadística	tiane_rocha@yahoo.com.br	Universidade Federal de Pernambuco	Brasil
PE37	José Armando Albert Huerta	Educación Estadística	albert@itesm.mx	Tecnológico de Monterrey	México
PE38	José Ivanildo Felisberto de Carvalho	Educación Estadística	ivanildo.carvalho@ufpe.br	Universidade Federal de Pernambuco	Brasil
PE39	Jesús Guadalupe Lugo-Armenta	Educación Estadística	jesus.lugo@ulagos.cl	Universidad de Los Lagos	Chile
PE40	Leandro do Nascimento Diniz	Educación Estadística	leandro@ufrb.edu.br	Universidade Federal do Recôncavo da Bahia	Brasil
PE41	Jaqueline Aparecida Foratto Lixandrão Santos	Educación Matemática	jaqueline.lixandrao@ufpe.br	Universidade Federal de Pernambuco	Brasil
PE42	María Cristina Sánchez-Figueroa	Estadística	csanchez@cee.uned.es	Universidad Nacional de Educación a Distancia (UNED)	España
PE43	Elda Beatriz Micheli	Educación Estadística	elda@uncoma.edu.ar	Universidad Nacional del Comahue	Argentina
PE44	Mario Orlando Suárez Ibijés	Estadística	mariosuarezibujes@gmail.com	Universidad de Investigación e Innovación	México
PE45	Jesús Humberto Cuevas Acosta	Educación Estadística	jesus.ca@chihuahua2.tecnm.mx	Instituto Tecnológico de Chihuahua	México
PE46	Mónica Guitart	Educación Estadística	mguitart@fing.uncu.edu.ar	Universidad Nacional de Cuyo	Argentina

PE47	Wilmer Ríos Cuesta	Educación Matemática	wilmer.rios@correounivalle.edu.co	Universidad de Antioquia	Colombia
PE48	José Ronaldo Alves Araújo	Educación Estadística	jronaldoaraujo@gmail.com	Instituto Federal de Educación en Ciencia y Tecnología del Sudeste de Minas Gerais	Brasil
PE49	Matilde Ríos Fachal	Educación Estadística	matilderios@edu.xunta.es	Universidad Nacional de Educación a Distancia	España
PE50	María Cristina Kanobel	Educación Estadística	mkanobel@fra.utn.edu.ar	Universidad Tecnológica Nacional	Argentina
PE51	Maritza Méndez	Educación Estadística	maritza.mendez.r@mail.pucv.cl	Pontificia Universidad Católica de Valparaíso	Chile
PE52	Nicolás Alonso Fernández Coronado	Educación Estadística	nicolasalonso.fernandez@alumnos.ulagos.cl	Universidad de Los Lagos	Chile
PE53	Teresa Sofía Oviedo Millones	Educación Estadística / Educación Matemática	sofia.oviedo@pucp.edu.pe	Pontificia Universidad Católica del Perú	Perú
PE54	Stiven Rafael Vidal Henry	Educación Estadística	stvnrvh1993@hotmail.com	Institución Educativa No.13	Colombia
PE55	Felipe Andrés Ruz Ángel	Educación Estadística	felipe.ruz.a@pucv.cl	Universidad de Granada	España
PE56	Gabriela Buendía Ábalos	Educación Matemática	buendiag@hotmail.com	Red Cimates	México
PE57	Catalina Navarro Sandoval	Educación Matemática	catalinas@uagro.mx	Universidad Autónoma Guerrero	México
PE58	Lizzet Morales-García	Educación Estadística	lmgarcia@uagro.mx	Universidad Autónoma de Puebla	México
PE59	Paulo César Oliveira	Educación Estadística	paulooliveira@ufscar.br	Universidade Federal de São	Brasil
PE60	Manuel Francisco Romero Ospina	Educación Estadística	mfromeroo@libertadores.edu.co	Fundación Universitaria Los Libertadores	Colombia

PE61	Leidy Nataly Mateus Aguilera	Educación Estadística	nathalma@gmail.com	Escuela Tecnológica Instituto Técnico Central	Colombia
PE62	Roger Tovar-Falón	Educación Estadística	rjtovar@correo.unicordoba.edu.co	Universidad de Córdoba	Colombia
PE63	Luán Costa de Luna	Educación Estadística	luancluna@gmail.com	Universidad Federal de Pernambuco	Brasil
PE64	Fátima Aparecida Kian	Educación Estadística	escritores6@gmail.com	Universidad Federal del ABC	Brasil
PE65	Ronald Andrés Grueso	Educación Matemática	ronald.grueso@correounivalle.edu.co	Universidad Del Valle	Colombia
PE66	Lida Rubiela Fonseca Gómez	Educación Estadística	lidafonseca@usta.edu.co	Universidad Santo Tomás.	Colombia
PE67	Jaime Andrés Gaviria Bedoya	Educación Estadística	jaime.gaviria@udea.edu.co	Universidad de Antioquia	Colombia
PE68	Jaime David Grisales Dávila	Educación Matemática	david.grisales@utp.edu.co	Universidad Tecnológica de Pereira	Colombia
PE69	Gerlan Silva da Silva	Educación Estadística	gerlanmatfis@gmail.com	Universidade Federal de São Carlos	Brasil
PE70	Pedro Gerardo Rocha Salamanca	Educación Estadística	pgrocha@udistrital.edu.co	Universidad Distrital Francisco José de Caldas	Colombia
PE71	Augusta Rosa Osorio Gonzales	Educación Estadística	arosorio@pucp.edu.pe	Pontificia Universidad Católica del Perú	Perú
PE72	Pedro Campos	Estadística	pcampos@fep.up.pt	Universidad de Porto	Portugal
PE73	Juan D. Godino	Educación Estadística	jgodino@ugr.es	Universidad de Granada	España
PE74	Luis Fernando Ramos Vargas	Educación Estadística	lramosv@ucsm.edu.pe	Universidad Católica de Santamaria	Perú
PE75	Israel García Alonso	Educación Estadística	igarcial@ull.edu.es	Universidad de la Laguna	España
PE76	Wilber Ortiz Aguilar	Educación Matemática	ortizwilber74@gmail.com	Universidad Bolivariana del Ecuador	Ecuador
PE77	Wilmer Ortega Chaves	Educación Estadística	wortega1978@gmail.com	Universidad Nacional Intercultural de la Amazonia	Perú

PE78	José Andrey Zamora Araya	Educación Estadística	jzamo@una.ac.cr / joseandrey.zamora@ucr.ac.cr	Universidad Nacional de Costa Rica	Costa Rica
PE79	Laura Muñiz Rodríguez	Educación Matemática /Educación Estadística	munizlaura@uniovi.es	Universidad de Oviedo	España
PE80	Luis J. Rodríguez Muñoz	Educación Matemática	luisj@uniovi.es	Universidad de Oviedo	España
PE81	Estefanía Espina de la Cruz	Educación Estadística	estefania.espina@uva.es	Universidad de Valladolid	España
PE82	María Luisa Novo Martín	Educación Matemática	marialuisa.novo@uva.es	Universidad de Valladolid	España
PE83	Geovane Carlos Barbosa	Educación Estadística	geovaneb@gmail.com	Instituto Federal do Espírito Santo	Brasil
PE84	Priscila Bernardo Martins	Educación Matemática /Educación Estadística	priscila.bmartins11@gmail.com	Universidade Cruzeiro do Sul	Brasil
PE85	Pedro Vidal-Szabó	Educación Estadística	pfvidal@udd.cl	Universidad del Desarrollo	Chile
PE86	José David Zaldivar Rojas	Educación Matemática	david.zaldivar@uadec.edu.mx	Universidad Autónoma de Coahuila	México
PE87	Gisela Montiel Espinosa	Educación Matemática	gmontiele@cinvestav.mx	Centro de Investigación y de Estudios Avanzados	México
PE88	Ainhoa Berciano Alcaraz	Educación Matemática	ainhoa.berciano@ehu.eus	Universidad del País Vasco	España
PE89	Miguel Ángel Verástegui Gutiérrez	Educación Matemática	mavg.1604@hotmail.com	Universidad Autónoma de Zacatecas	México
PE90	José Iván López-Flores	Educación Matemática	jilopez@cinvestav.mx	Universidad Autónoma de Zacatecas	México
PE91	Rocío Álvarez-Arroyo	Educación Estadística	rocioaarroyo@ugr.es	Universidad de Granada	España
PE92	Pablo Beltrán-Pellicer	Educación Matemática	pbeltran@unizar.es	Universidad de Zaragoza	España

PE93	Pablo Carranza	Educación Estadística	pfcarranza@gmail.com	Universidad Nacional de Río Negro	Brasil
PE94	Liliana García Barco	Educación Estadística	lgarciab@unicolmayor.edu.co	Universidad Colegio Mayor de Cundinamarca	Colombia
PE95	Ana Luisa Gómez Blancarte	Educación Estadística	algomezbl@ipn.mx	Instituto Politécnico Nacional	México
PE96	Emilse Gómez Torres	Educación Estadística	egomez@unal.edu.co	Universidad Nacional de Colombia	Colombia
PE97	Ana Henriques	Educación Matemática	achenriques@ie.ul.pt	Universidade de Lisboa	Portugal
PE98	Mario Miguel Ojeda Ramírez	Educación Estadística	mojeda@uv.mx	Universidad Veracruzana	México
PE99	José Antonio Orta Amaro	Educación Matemática	jaortaa@gmail.com	Escuela Nacional para Maestras de Jardines de Niños	México
PE100	Eduardo León Bologna	Educación Matemática	ebologna@gmail.com	Universidad Nacional de Córdoba	Argentina
PE101	Hernán Rivas Catricheo	Educación Matemática	hrivasa@uc.cl	Pontificia Universidad Católica de Chile	Chile
PE102	Augusta Osorio	Educación Estadística	arosorio@pucp.edu.pe	Pontificia Universidad Católica del Perú	Perú
PE103	Andrea Pavan Perin	Educación Matemática	andreapavanperin@gmail.com	Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho	Brasil
PE104	Beatriz Adriana Rodríguez González	Educación Matemática	brodriguez@upz.edu.mx	Universidad Autónoma de Zacatecas	México
PE105	Roseli Rosalino Angelino	Educación Estadística	roselirds@hotmail.com	Universidade Anhanguera de São Paulo	Brasil
PE106	Mario Sánchez Aguilar	Educación Matemática	mosanchez@ipn.mx	Instituto Politécnico Nacional, México	México

PE107	Ana Serrado Bayes	Educación Matemática	aserradob@lasalleandalucia.net	Colegio "La Salle-Buen Consejo"	España
PE108	Saray Serrano Enciso	Educación Matemática	sarayserrano.face@uas.edu.mx	Universidad Autónoma de Sinaloa	México
PE109	Regina Celia Grando	Educación Matemática	regrando@yahoo.com.br	Universidad Federal de Santa Catarina	Brasil
PE110	María Luisa Bossolasco	Educación Matemática	mlbossolasco@gmail.com	Universidad Nacional de Tucumán	Argentina
PE111	María Magdalena Gea Serrano	Educación Matemática	mmgea@ugr.es	Universidad de Granada	España
PE112	Marcos Nascimento Magalhaes	Educación Estadística	marcos@ime.usp.br	Universidade de São Paulo	Brasil
PE113	Saleha Naghmi Habibullah	Educación Estadística	salehahabibullah@gmail.com	Kinnaird College For Women University	Pakistán
PE114	Oscar Guerrero Contreras	Educación Matemática	oguerreroc@gmail.com	Universidad Arturo Prat	Chile
PE115	Julio Leyva Haza	Educación Matemática	haza@uclv.cu	Universidad Central Marta Abreu de Las Villas	Cuba
PE116	Malcus Cassiano Kuhn	Educación Matemática	malcuskuhn@ifsul.edu.br	Instituto Federal Sul-rio-grandense	Brasil
PE117	Jocelyn D. Pallauta	Educación Estadística	jocelyn.diaz@ulagos.cl	Universidad de Granada	España
PE118	Leonardo Vargas-Delgado	Educación Estadística	ljvargas@mail.uniatlantico.edu.co	Universidad del Atlántico	Colombia
PE119	David Molina-Muñoz	Educación Matemática	dmolinam@ugr.es	Universidad de Granada	España
PE120	Jorge Eliécer Villarreal-Fernández	Educación Matemática	jorgevf2005@gmail.com	Secretaría de Educación de Medellín	Colombia
PE121	Luis Miguel Marín Trechera	Educación Estadística	luis.marin@uca.es	Universidad de Cádiz	España

PE122	Maria M. Da Silva Nascimento	Educación Estadística	margaridam@utad.pt	Centro Universitario de Tecnología y Arte Digital	España
PE123	José Rafael Tovar Cuevas	Educación Estadística	jose.r.tovar@correounivalle.edu.co	Universidad del Valle	Colombia
PE124	Giovanni Sanabria Brenes	Educación Estadística	gsanabria@itcr.ac.cr	Universidad de Costa Rica	Costa Rica
PE125	Elizabeth Milagro Advíncula Clemente	Educación Matemática	eadvincula@pucp.edu.pe	Pontificia Universidad Católica del Perú	Perú
PE126	Pablo Juan Verdoy	Educación Estadística	juan@mat.uji.es	Universitat Jaume I	España
PE127	Juan Carlos Rubriche Cárdenas	Educación Estadística	jcrubrichec@libertadores.edu.co	Universidad Santo Tomás	Colombia
PE128	Sébastien Lozano Forero	Educación Estadística	sebastienlozanoforero@lambtoncollege.ca	Lambton College	Canadá
PE129	Heivar Yesid Rodríguez Pinzón	Educación Matemática	hyrodriguezp@libertadores.edu.co	Fundación Universitaria Los Libertadores	Colombia
PE130	Catalina Navarro Sandoval	Educación Matemática	nasacamx@yahoo.com.mx	Universidad Autónoma de Guerrero	México
PE131	Gabriela Cabrera	Educación Matemática	gcabrera@unvm.edu.ar	Universidad Nacional Villa María	Argentina
PE132	Cristian Paredes Cancino	Educación Estadística	cristian.paredes@cinvestav.mx	Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN	México
PE133	Ernesto Alonso Sánchez	Educación Matemática	esanchez@cinvestav.mx	Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN	México
PE134	Yusimi Guerra Véliz	Educación Matemática	yusimig@uclv.cu	Universidad central "Marta Abreu" de Las Villas	Cuba
PE135	Teresa Boca	Estadística	tereboca@gmail.com	Universidad de Buenos Aires	Argentina
PE136	Mabel Alicia Rodríguez	Educación Matemática	mrodri@campus.ungs.edu.ar	Universidad Nacional de General Sarmiento	Argentina

PE137	Valentina Giaconi	Educación Matemática	valentina.giaconi@uoh.cl	Universidad de O'Higgins	Chile
PE138	Rodrigo Enrique Panes Chavarría	Educación Matemática	rpanes@ubiobio.cl	Universidad del Bío-Bío	Chile
PE139	Miguel Andrés Díaz Osorio	Educación Estadística	miguel.diaz@unimilitar.edu.co	Universidad Antonio Nariño	Colombia
PE140	Yilton Ovirne Riascos Forero	Educación Estadística	yirifo@unicauca.edu.co	Universidad del Cauca	Colombia
PE141	Jorge Alejandro Obando Bastidas	Educación Estadística	jorge.obandob@campusucc.edu.co	Universidad Cooperativa de Colombia	Colombia
PE142	Jenny Patricia Acevedo Rincón	Educación Matemática	jepaceri@uis.edu.co	Universidad Industrial de Santander	Colombia
PE143	Francisco Andrés Ballesteros Torres	Estadística	andres_0491@hotmail.com	Universidad Técnica Luis Vargas Torres de Esmeraldas	Ecuador
PE144	Damián Alejandro Clemente Olague	Educación Matemática	damian.alex03@gmail.com	Centro de Estudios Tecnológicos industrial y de servicios	México
PE145	Augusta Rosa Osorio Gonzales	Educación Estadística	arosorio@pucp.edu.pe	Pontificia Universidad Católica del Perú	Perú
PE146	Cintya Sherley Gonzales Hernández	Educación Matemática	cintya.gonzales@pucp.pe	Pontificia Universidad Católica del Perú	Perú
PE147	Luis Miguel Maraví Zavaleta	Educación Estadística	luis.maravi2012@gmail.com	Sindicato Unitario de Trabajadores en Educación del Perú	Perú
PE148	Víctor Hugo Meriño Córdoba	Educación Matemática	victor0463@gmail.com	Centro de Investigaciones Internacionales	Venezuela
PE149	Julio Cesar Quispe Mamani	Estadística	jcesarqm@yahoo.es	Universidad Nacional del Altiplano	Perú
PE150	Eugenio Lizarde Flores	Educación Matemática	life_genio@yahoo.com.mx	Escuela Normal Rural Gral. Matías Ramos Santos	México
PE151	Adrián Alonso Arboleda	Educación Estadística	aalonso@uniquindio.edu.co	Universidad del Quindío	Colombia

Anexo E. Apartados para enviar a expertos

Parte I. Correo electrónico

Apreciado investigador:

Es grato comunicarnos con usted para expresarle un saludo cordial y contarle que en el marco de la Maestría Docencia de las Matemáticas del Departamento de Matemáticas de la Facultad de Ciencia y Tecnología de la Universidad Pedagógica Nacional (Colombia) se viene desarrollando el trabajo de grado titulado *Herramienta Teórico-Didáctica para Identificar Niveles de Interpretación de las Medidas de Tendencia Central en Datos Agrupados*, asesorado este por la profesora Ingrith Álvarez Alfonso. El trabajo tiene como objetivo diseñar y validar una herramienta teórico-didáctica que permita identificar la interpretación de las Medidas de Tendencia Central en Datos Agrupados [MTC-DA]. Dicha herramienta involucra niveles para categorizar la interpretación (herramienta teórica) de las MTC-DA y una tarea tecno-pedagógica (herramienta didáctica) que ayude a identificar el nivel de interpretación de un individuo frente a dicho objeto estadístico.

Bajo este panorama, se le invita a validar, mediante el juicio de expertos, la herramienta teórico-didáctica, a través de dos etapas. En la primera, se socializan los cinco niveles para categorizar la interpretación de las MTC-DA a partir de la Taxonomía SOLO; y en la segunda etapa, se comparte la tarea tecno-pedagógica prevista para identificar la interpretación en estas medidas.

Acudimos a usted como experto para poder contar con sus evaluaciones sobre la herramienta. Si decide aceptar esta invitación por favor ingrese al siguiente enlace <https://forms.gle/bWr2fdzbsvyRSvgQ7> y complete la información solicitada en el formulario.

Parte II. Tratamiento de datos

De conformidad con lo dispuesto en la Ley²² 1581 de 2012 “*por la cual se dictan las disposiciones generales para la protección de datos personales*” y el Decreto 1377 de 2013, le facilitamos información básica sobre el tratamiento que se dará a sus datos en el marco de la investigación desarrollada bajo el trabajo de grado titulado “Herramienta Teórico-Didáctica para Identificar Niveles de Interpretación de las Medidas de Tendencia Central en Datos Agrupados”. En este sentido, le informamos:

Las responsables de los datos personales que se obtengan de su participación en la evaluación de expertos serán tratados por las investigadoras Angie Mabel Vallejo Monroy con dirección electrónica amvallejom@upn.edu.co, Kely Yureimy Fernández Zambrano con dirección electrónica kyfernandez@upn.edu.co y la asesora del trabajo Ingrith Álvarez Alfonso con dirección electrónica ialvarez@pedagogica.edu.co, adscritas al Departamento de Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional, con NIT 899.999.124-4 y dirección en Calle 72 No. 11-86 en Bogotá, Colombia.

Los datos personales que se obtengan de su participación serán utilizados únicamente con fines de investigación en lo que refiere al trabajo de grado de Maestría en Docencia de las Matemáticas por parte de las investigadoras y su directora de tesis, y producciones académicas asociadas a los resultados del trabajo investigativo como lo son artículos, memorias, ponencias, talleres, entre otros. Las investigadoras garantizan que se adoptan todas las medidas de seguridad pertinentes para la protección de los datos personales y únicamente se recogerán aquellos que

²² Disposiciones colombianas

sean estrictamente necesarios para la finalidad señalada, además, declaran que la información personal no será publicada, ni se individualizara los resultados de sus valoraciones con el objetivo de cuidar la identidad de cada experto.

La legitimación para el tratamiento de sus datos personales obtenidos a través de la cumplimentación del cuestionario está basada en el consentimiento libre, específico, explícito e inequívoco. No se cederán a terceros, salvo para el cumplimiento de una obligación legal o para fines de formación e investigación científica.

De acuerdo con la normatividad citada y las condiciones expuestas, seleccione

- Acepto la utilización de los datos personales para fines investigativos y académicos.
- No acepto la utilización y tratamiento de los datos personales.

Parte III. Autoevaluación de experticia

Agradecemos su participación como evaluador de la herramienta teórico-didáctica. Por favor diligencie la siguiente información.

A. Información sobre el experto

1. Nombres:
2. Apellidos:
3. Sexo:
4. Edad:
5. Último nivel de estudios alcanzado:

- Magister

2. Marque el nivel de conocimiento **didáctico** que considera tiene y acerca de las MTC-DA.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

A. Fuentes de argumentación

Realice una evaluación del **grado de influencia** de cada una de las fuentes que se presentan a continuación, teniendo en cuenta su conocimiento frente a la interpretación de las MTC-DA. Para ello, marque según corresponda: Alto (A), Medio (M) o Bajo (B).

Fuentes de argumentación	Grado de influencia de cada una de las fuentes en sus criterios		
	Alto (A)	Medio (M)	Bajo (B)
1. Investigaciones relacionadas con las Medias de Tendencia Central en Datos Agrupados [MTC-DA]	0,3	0,2	0,1
2. Experiencia obtenida en la actividad profesional (docencia) en el campo de la Educación Estadística.	0,5	0,4	0,2
3. Análisis de literatura especializada con respecto a la interpretación de las MTC-DA	0,1	0,1	0,1
4. Conocimientos del estado actual de la interpretación de las MTC-DA en algunos contextos locales, nacionales o internacionales.	0,05	0,05	0,05
5. Intuición.	0,05	0,05	0,05
Total	1	0,8	0,5

Parte IV. Propuesta de niveles de interpretación de las MTC-DA



Facultad de Ciencia y Tecnología
 Departamento de Matemáticas
 Maestría en Docencia de las Matemáticas
 Kely Yureimy Fernández Zambrano
 Angie Mabel Vallejo Monroy

A continuación, se presenta la primera versión de los niveles para categorizar la interpretación de las MTC-DA los cuales han de ser valorados por usted como experto en el tema. Así, se proponen cinco niveles para categorizar la interpretación de sujetos cuando abordan las Medidas de Tendencia Central en Datos Agrupados [MTC-DA].

Esta propuesta surge a partir de diversas interpretaciones sobre las MTC-DA reportadas en la literatura. Al indagar sobre cómo categorizar tales interpretaciones se encuentran, por ejemplo, niveles para la lectura e interpretación de gráficos estadísticos establecidos por Curcio (1989, citado en Arteaga et al., 2017), Arteaga et al., (2017); niveles para la interpretación de datos estadísticos por Mooney (2002). Sin embargo, ninguno de estos autores ha propuesto niveles para caracterizar las interpretaciones de las MTC-DA, ni tareas para identificar los niveles de interpretación de tales medidas.

Bajo dicha problemática, se plantea como objetivo de investigación diseñar y validar una herramienta teórico-didáctica (niveles y tarea) que permita identificar la interpretación de las MTC-DA. Para dar cumplimiento a este objetivo se tienen en cuenta características importantes de la media aritmética, la mediana y la moda en datos agrupados, como lo son: sus definiciones, cálculos, características, ventajas y desventajas; sus propiedades (numéricas, algebraicas y estadísticas) y múltiples representaciones (simbólica, numérica, verbal, algebraica y gráfica). Además, se asume la postura de ‘Interpretación’ en el ámbito de la Educación Estadística, desde la perspectiva de la Cultura Estadística y desde el enfoque teórico de Alfabetización,

Razonamiento y Pensamiento Estadístico [ARPE], la cual hace referencia a que la ‘Interpretación’ es la capacidad que tiene un sujeto de identificar tendencias, resúmenes y variabilidad de conjuntos de datos, con el fin de evaluar y criticar información estadística mediante representaciones estadísticas y en diversos contextos. Para los niveles de interpretación de las MTC-DA, se toma como referente la Taxonomía *Structure of Observed Learning Outcome* [SOLO] descrita por Cervantes, et ál. (2018), con el objetivo de contar con un instrumento que facilite la forma de identificar el nivel de desarrollo cognitivo de los estudiantes.

Considerando los aspectos de las MTC-DA identificados se encuentra la primera versión (Tabla 1) de los niveles de interpretación de las MTC-DA, contruidos a partir de la Taxonomía SOLO. En la primera columna de la tabla se expone el nivel redactado de manera general de acuerdo con las características presentadas en las demás columnas (características que estructuran cada nivel); la segunda columna contiene asuntos disciplinares relacionados con las MTC-DA (definiciones, propiedades numéricas, algebraicas y estadísticas, ventajas y desventajas); la tercera columna hace referencia a las diversas representaciones para las MTC-DA (simbólica, numérica, verbal, algebraica y gráfica); la última columna exhibe asuntos relacionados con la ‘Interpretación’. Adicionalmente, a lo largo de las tres últimas columnas se incluyen Errores (E) y Dificultades (D) relacionadas con las MTC-DA, exceptuando el nivel de abstracción expandida, que corresponde al más alto nivel de interpretación por lo que en este no se evidencia error o dificultad alguna.

Tabla 1.*Niveles y características de interpretación para las MTC-DA*

Nivel (Taxonomía SOLO)	Asuntos disciplinares de las MTC-DA	Representaciones de las MTC-DA	Interpretación de las MTC-DA
<p>Preestructural El estudiante identifica las representaciones numéricas de las MTC-DA, reconoce los valores de las medidas y su contexto, pero no genera conclusiones con base en estas porque desconoce sus nombres, definiciones y algoritmos; para resolver problemas se limita a transcribir valores de los enunciados, sin dar respuesta a las preguntas que se le formulan.</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Desconoce los nombres asignados a cada una de las MTC-DA (D). 2. Omite los algoritmos que permiten calcular cada MTC-DA (E) 3. Pasa por alto las definiciones de las MTC-DA (E). 4. Ignora las propiedades de las MTC-DA (E). 5. Desconoce que las MTC-DA pueden variar dentro de un mismo conjunto de datos (E). 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Reconoce los valores de las MTC-DA, pero se le dificulta ubicarlos o identificarlos en gráficos estadísticos (D). 2. Identifica las representaciones numéricas de las MTC-DA. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Las preguntas que se le formulan acerca de las MTC-DA no son contestadas (D). 2. Transcribe valores del enunciado como valores de las MTC-DA, sin tener en cuenta los datos para hallar tales medidas (E). 3. Reconoce los valores de las MTC-DA y su contexto, pero no genera conclusiones con base en estas medidas (D). 4. Omite la procedencia de los datos para encontrar las MTC-DA (D).
<p>Uniestructural El estudiante sabe que existen definiciones de las MTC-DA, algoritmos para calcularlas y algunas propiedades, no obstante, confunde tales características. Sabe que la moda no necesariamente es única, atiende a los valores nulos para determinar la media aritmética y que las MTC-DA no tiene que coincidir con los valores de los datos. Identifica en qué situaciones están inmersas las MTC-DA, pero genera conclusiones incompletas, puesto que omite el contexto en que se presentan los datos.</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Conoce algunas propiedades de las MTC-DA, pero no hace uso de ellas (E). 2. Reconoce los nombres de las MTC-DA, pero no su utilidad (E). 3. Desconoce que las MTC-DA pueden variar en un conjunto de datos (E). 4. Sabe que existen algoritmos para calcular cada MTC-DA, pero no los asocia con su correspondiente medida (E). 5. Sabe que existen definiciones para las MTC-DA, pero no logra diferenciarlas entre sí (E). 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Identifica las MTC-DA en representaciones numéricas, simbólicas y verbales, pero no comprende su utilidad (D). 2. Distingue los datos que le permite encontrar valores de las MTC-DA, no obstante, no los relaciona entre sí (D). 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Identifica los valores de las MTC-DA como provenientes de cálculos estadísticos. 2. Genera conclusiones a partir de los valores de las MTC-DA; pese a ello, omite el contexto en que se presentan tales valores (D). 3. Comprende que las MTC-DA están presentes en situaciones cotidianas; no obstante, se le dificulta generar significados (D).
<p>Multiestructural El estudiante diferencia y aplica los algoritmos para calcular las MTC-DA y las reconoce a partir de sus expresiones algebraicas; distingue las</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Sabe cuál es el algoritmo que permite calcular cada MTC-DA, sin embargo, olvida las frecuencias de cada uno de los intervalos 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Reconoce las representaciones numéricas, simbólicas, verbales y algebraicas de 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Utiliza expresiones verbales bajo las cuales se evidencia que identifica las MTC-DA; a pesar de ello, no establece significados de estas medidas (D).

<p>definiciones, representaciones y algunas propiedades como la variabilidad de las MTC-DA y comprende la procedencia de los datos. Sin embargo, no establece significados y conclusiones sobre los valores de tales medidas en diversos contextos ni verifica la información obtenida.</p>	<p>cuando aplica dichos algoritmos. (E)</p> <ol style="list-style-type: none"> Identifica algunas propiedades de las MTC-DA, pero no las relacionan entre sí (D). Distingue las definiciones de las MTC-DA, pero no las relaciona con el nombre de cada medida (D). Identifica la variación de las MTC-DA al modificar datos del conjunto, pero no comprende las razones de tal variación (D). 	<p>las MTC-DA, dejando de lado la representación de estas medidas en gráficos estadísticos.</p> <ol style="list-style-type: none"> Percibe la utilidad de las representaciones numéricas, simbólicas, verbales y algebraicas de las MTC-DA, pero no comprende la utilidad de cada una (D). 	<ol style="list-style-type: none"> Reconoce los valores de las MTC-DA y el contexto en que se presentan, pero no genera conclusiones que relacionen las medidas con el contexto (D). Comprende que los datos estadísticos provienen de diversas situaciones y diferentes fuentes, pero no verifica si la información es verídica (D).
<p>Relacional El estudiante reconoce y relaciona las definiciones y algoritmos de cada una de las MTC-DA e identifica algunas de sus propiedades y representaciones. Aunque comprende la variación de las medidas, no logra identificarlas en una situación específica y relacionar la variación de sus valores con el conjunto de datos, por lo que las conclusiones son básicas en lenguaje y sin llegar al nivel de predicciones sobre los valores de estas medidas.</p>	<ol style="list-style-type: none"> Establece algunas propiedades de las MTC-DA y logra asociarlas entre sí. Reconoce las MTC-DA por su nombre y las relaciona con su definición, pero no las aplica en una situación particular (E). Conoce los algoritmos de las MTC-DA, pero no los aplica correctamente (E). Comprende la variación de cada medida, pero no la relaciona con la variación del conjunto de datos del que proviene (E). 	<ol style="list-style-type: none"> Ubica las MTC-DA en las representaciones numéricas, simbólicas, verbales y algebraicas, mas no las identifica en gráficos estadísticos (D). Comprende de forma disyunta la utilidad de las MTC-DA en algunas de sus representaciones (D). 	<ol style="list-style-type: none"> Reconoce que las MTC-DA están inmersas en diversos contextos y representaciones. Corrobora la fuente de donde provienen los datos; a pesar de ello, no cuestiona los valores de las MTC-DA de acuerdo con el contexto en que se presentan (E). Omite el lenguaje académico para presentar conclusiones usando las MTC-DA (D). Vincula las MTC-DA con el contexto en que estas se presentan; aun así, no generan conclusiones de acuerdo con el contexto (D). Se le dificulta realizar predicciones sobre el valor de las MTC-DA (D).
<p>Abstracción expandida El estudiante identifica, comprende y analiza la variabilidad de los valores de las MTC-DA reconociendo cuál de ellas es más representativa en un determinado conjunto de datos. Relaciona diferentes representaciones estadísticas con el valor de cada medida y sus propiedades para brindar interpretaciones de acuerdo con el contexto,</p>	<ol style="list-style-type: none"> Comprende la variación de las MTC-DA e identifica la representatividad de cada medida para resumir adecuadamente conjuntos de datos. Entiende los cambios que tienen los valores de las MTC-DA cuando se modifica el conjunto de datos. Aplica las definiciones de cada una de las MTC-DA para resolver situaciones que involucran el uso de estas medidas. 	<ol style="list-style-type: none"> Ubica las MTC-DA en diversos gráficos estadísticos y las relaciona con las demás representaciones estadísticas (numérica, algebraica, simbólica, verbal). Comprende la utilidad de las MTC-DA en todas sus representaciones 	<ol style="list-style-type: none"> Corrobora la fuente de donde provienen los datos y la validez de los valores de las MTC-DA de acuerdo con el contexto. Realiza predicciones y cuestionamientos de la situación presentada y de otras similares a partir de las MTC-DA. Utiliza lenguaje académico para presentar análisis a partir de las MTC-DA. Genera conclusiones e interpretaciones sobre las MTC-DA teniendo en cuenta

cuestionando la procedencia de los datos y presentando interpretaciones que evidencian lenguaje académico.	4. Reconoce el nombre de las MTC-DA y los identifica en cualquier contexto. 5. Utiliza correctamente los algoritmos para calcular cada una de las MTC-DA.	y las relaciona entre sí.	el contexto en que se presentan.
--	--	---------------------------	----------------------------------

Referencias

- Arteaga, P., Vigo, J. y Batanero, C. (2017). Niveles de lectura de gráficos estadísticos en estudiantes de Formación Profesional. En *Investigación en Educación Matemática XX*. En M. Muñoz-Escolano, A. Arnal-Bailera, P. Beltrán-Pellicer, M.L. Callejo y J. Carrillo (Eds.), pp. 129-136). SEIEM. <https://core.ac.uk/download/pdf/158573294.pdf>
- Cervantes, M., Paredes, K., Parra, Y. y Olivares, P. (2018). Medición de los niveles de lectura e interpretación de tablas y gráficos estadísticos en los estudiantes de tercero medio en un establecimiento educacional de la región Metropolitana. *Comité Latinoamericano de Matemática Educativa*, 31(1), 1117- 1131
<http://funes.uniandes.edu.co/13629/1/Cervantes2018Medicion.pdf>
- Mooney, E. (2002). A Framework for Characterizing Middle School Students' Statistical Thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, 4, 23-63.
https://doi.org/10.1207/S15327833MTL0401_2

Parte V. Valoración de niveles para categorizar la interpretación de las MTC-DA

Apreciado experto, a continuación, se le presenta una lista de indicadores con las respectivas unidades de medición, con el propósito de valorar la categorización de niveles para la interpretación de las Medidas de Tendencia Central en Datos Agrupados [MTC-DA]. Para ello,

tenga en cuenta el archivo [Propuesta de niveles](#) y seleccione la opción que corresponda con la evaluación que usted le otorga a cada ítem.

Unidades de medición: Muy adecuado (MA), Bastante adecuado (BA), Adecuado (A), Poco adecuado (PA), Muy inadecuado (MI).

Nº	Aspectos	Indicadores	Valoración				
			MA	BA	A	PA	MI
1	Aplicabilidad	El marco de referencia presentado, bajo el cual se sustenta la construcción de los niveles, favorece el logro del objetivo por el cual se elaboró la propuesta.					
2	Coherencia	La categorización de niveles de interpretación de las MTC-DA refleja los principios teóricos que la sustenta.					
		La justificación de cada uno de los niveles es acorde con la teoría que se usa para fundamentar la propuesta.					
3	Relevancia	La categorización de niveles permite que un profesor de Estadística clasifique el nivel de interpretación que tienen los estudiantes sobre las MTC-DA.					
4	Viabilidad	El número de niveles propuestos es acorde con la complejidad del objeto de estudio (interpretación de las MTC-DA).					
		De acuerdo con la propuesta, es necesario que para alcanzar un nivel determinado de interpretación se deba transitar por los niveles anteriores. Es decir, los niveles son jerárquicos.					

Con el fin de poder generar un perfeccionamiento de la categorización expuesta, por favor plasme sus ideas y comentarios sobre las bondades, deficiencias e insuficiencias que presentan los niveles para la interpretación de las MTC-DA en su concepción teórica y que se pudieran presentar al ser aplicados en la práctica. Para sus recomendaciones, tenga en cuenta los indicadores que valoró como: Adecuados (A), Poco adecuados (PA), Muy inadecuados (MI).

Fortalezas/Bondades	
Falencias/Deficiencias	
Recomendaciones	

Parte VI. Propuesta de tarea para identificar la interpretación de las MTC-DA



Facultad de Ciencia y Tecnología
 Departamento de Matemáticas
 Maestría en Docencia de las Matemáticas
 Kely Yureimy Fernández Zambrano
 Angie Mabel Vallejo Monroy

A continuación, se presenta la primera versión de la tarea tecno-pedagógica, la cual ha de ser valorada por usted como experto en el tema. Así, se propone una tarea en Tecnología Digital [TD] que permita identificar la interpretación de los estudiantes cuando abordan las Medidas de Tendencia Central en Datos Agrupados [MTC-DA].

Esta propuesta surge al implementar un taller diseñado por Vallejo y Fernández (2022)²³

²³ Vallejo, A. y Fernández, K. (2022). Alternativa Metodológica para la Interpretación de las Medidas de Tendencia Central en Datos Agrupados utilizando Material Didáctico [Tesis de pregrado, Universidad Pedagógica

en estudiantes de edades entre los 14 y 16 años. El taller parte de un contexto específico (calificaciones de evaluaciones de Matemáticas). Cuentan con material didáctico manipulable (histograma en madera, tuercas que representan las calificaciones (datos) y cuerdas con etiquetas de las MTC-DA). Con este material, los estudiantes observan con claridad el intervalo en donde se encuentra cada medida y realizan exploraciones particulares sobre un conjunto de datos específico. No obstante, este histograma limita al estudiante a realizar exploraciones únicamente con el conjunto de datos propuesto, además, los valores obtenidos de las MTC-DA no se pueden ubicar con exactitud, ya que el histograma está elaborado con valores enteros y los valores de las MTC-DA se encuentran en el conjunto de los números racionales; tampoco permite analizar conjuntos de datos con una cantidad considerable de estos, ni modificar el conjunto de datos, lo que impide que los estudiantes generen significados e interpretaciones generales acerca de las MTC-DA.

De otra parte, el taller está enmarcado en una mirada tradicional, puesto que abarca una temática sugerida, el profesor define el concepto, presenta un ejercicio modelo y luego propone ejercicios rutinarios los cuales no difieren del ejercicio modelo. Por su parte, los estudiantes se restringen a realizar lo que el docente les pide hacer, así que se limita el desarrollo del saber, ya que por ejemplo no se proponen preguntas en relación con el significado de las MTC-DA.

Bajo dicha problemática, se plantea como objetivo de investigación diseñar y validar una herramienta teórico-didáctica (niveles y tarea) que permita identificar la interpretación de las MTC-DA. Para dar cumplimiento con el diseño de la tarea, se tienen en cuenta las características

Nacional].

<http://repository.pedagogica.edu.co/bitstream/handle/20.500.12209/18156/Alternativa%20metodo%20didactico%20para%20la%20interpretaci%C3%B3n%20de%20las%20medidas%20de%20tendencia%20central%20en%20datos%20agrupados%20utilizando%20material%20did%C3%A1ctico.pdf?sequence=1>

que debe reunir la tarea como herramienta didáctica para identificar los niveles de interpretación de las MTC-DA. Esto incluye las particularidades vinculadas a las Tareas Estadísticas [TE], el Modelo de Tareas Tecno-Pedagógicas [MTTP], el enfoque de Abstracción Situada [AS] ya que como lo consideran Hoyles y Noss (2009)²⁴, permite la interacción entre el sujeto y el medio (herramienta tecnológica) para el desarrollo de significados estadísticos, así como las características del Nivel de Abstracción Expandida [NAE], con el objetivo de integrar y relacionar la categorización de niveles en la tarea tecno-pedagógica. La Tabla 1 presenta las particularidades que debe cumplir la tarea como herramienta didáctica que permita identificar los niveles de interpretación de las MTC-DA.

Tabla 1.

Características para las tareas tecno-pedagógicas en el ámbito estadístico

Desde Tareas Estadísticas [TE]	Desde el Modelo de Tareas Tecno-Pedagógicas [MTTP]	Desde la Abstracción situada [AS]	Desde el Nivel Abstracción Expandida [NAE]
<p>TE1. Involucra situaciones problema, investigaciones o ejercicios en contextos reales.</p> <p>TE2. Analiza bases de datos sobre problemas globales, económicos, científicos, etc.</p> <p>TE3. Justifica elecciones y procesos estadísticos.</p> <p>TE4. Incita a la toma de decisiones a partir de información estadística.</p> <p>TE5. Posibilita el estudio de las MTC-DA desde el uso de gráficos estadísticos.</p> <p>TE6. Genera cuestiones adicionales sobre las MTC-DA y el contexto en que se presentan.</p> <p>TE7. Fomenta en el sujeto la comunicación clara y precisa cuando se estudian las MTC-DA.</p>	<p>TTP1. Usa herramientas tecnológicas para manipular objetos estadísticos.</p> <p>TTP2. Posibilita la observación y exploración de variantes e invariantes de las MTC-DA.</p> <p>TTP3. Fomenta la exploración del medio tecnológico mediante sub tareas que permitan manipular objetos estadísticos (modo 1).</p> <p>TTP4. Construye significados estadísticos a partir del uso de la tecnología digital (modo 2).</p> <p>TTP5. Desarrolla y comunica razonamientos</p>	<p>AS1. Permite la interacción entre el sujeto y el medio tecnológico.</p> <p>AS2. Promueve la construcción de significados a partir del medio tecnológico.</p> <p>AS3. Proporciona recursos representacional es para abstraer y comunicar ideas.</p>	<p>NAE1. Identifica, comprende y analiza la variabilidad de las MTC-DA.</p> <p>NAE2. Reconoce la representatividad de cada medida en un conjunto de datos.</p> <p>NAE3. Relaciona diferentes representaciones estadísticas con las MTC-DA.</p> <p>NAE4. Reconoce las propiedades de las MTC-DA para brindar interpretaciones de acuerdo con el contexto.</p> <p>NAE5. Realiza predicciones y cuestionamientos acerca de las situaciones que se describen con el conjunto de datos.</p> <p>NAE6. Genera conclusiones e interpretaciones sobre las</p>

²⁴ Hoyles, C. y Noss, R. (2009). The Technological Mediation of Mathematics and Its Learning. Revista Human Development - HUM DEVELOP, 52, 129-147. <https://doi.org/10.1159/000202730>

TE8. Favorece la interpretación de fenómenos multivariados y dinámicos.	inductivos a partir del medio tecnológico (modo 3).		MTC-DA teniendo en cuenta el contexto en que estas se presentan.
--	---	--	--

De acuerdo con las características mencionadas la tarea tecno-pedagógica (Anexo A) parte de representaciones estadísticas que se pueden construir en CODAP y consta de diferentes subtareas o enunciados a partir de los cuales el estudiante debe explorar representaciones gráficas de las MTC-DA para generar conclusiones e interpretaciones sobre estas medidas de acuerdo con la situación planteada. En la Tabla 2 se presenta la relación entre la tarea tecno-pedagógica y las características mencionadas en la Tabla 1, al igual que se expone la correspondencia entre cada uno de los enunciados y el propósito de estos, considerando las características de las tareas tecno-pedagógicas en el ámbito estadístico y una posible respuesta de acuerdo con el Nivel de Abstracción Expandida (mayor nivel propuesto para categorizar la interpretación de la MTC-DA).

Tabla 2

Descripción y características de la tarea tecno-pedagógica

Enunciado	Descripción del enunciado	Propósitos de cada enunciado [Código]	Posible respuesta acorde al nivel de Abstracción Expandida
Enunciado 0: De acuerdo con la información, explore el aplicativo CODAP considerando las indicaciones.	En este momento el estudiante ha de seguir una serie de indicaciones para explorar y afianzar sus habilidades en el uso del aplicativo CODAP. Es decir, el estudiante debe utilizar herramientas del menú para representar gráficamente temperaturas de Medellín, Cali y Barranquilla; además explorar herramientas para ocultar datos, presentar en pantalla la ubicación y los valores de las MTC-DA,	Conocer y explorar [TTP3] algunas herramientas de CODAP [AS1] para manipular objetos estadísticos [TTP1] a través de representaciones gráficas [TE5].	No aplica

	y crear y modificar intervalos.		
Enunciado 1: Teniendo en cuenta las temperaturas de <i>Medellín</i> , indique qué significa el valor de la mediana respecto al conjunto de datos.	El estudiante debe observar los histogramas que representan temperaturas de tres ciudades. Identificar el gráfico con las temperaturas de Medellín e identificar en él, el valor de la mediana; con lo que debe presentar una respuesta acerca del significado de esta medida.	A partir de un histograma [TE5], identificar la representación numérica de la mediana [AS3, NAE3] y generar conclusiones o interpretaciones [TTP5, TE7] sobre lo que significa [TTP4, NAE4, AS2] este valor en el conjunto de datos [NAE6, TE1].	El valor de la mediana es 22°C, lo que significa que existen 730 temperaturas menores a 22°C y 730 temperaturas mayores a 22°C, para el caso de la ciudad de Medellín entre los años 2020 y 2024.
Enunciado 2: En el gráfico que representa las temperaturas de <i>Cali</i> , el valor de la media es 23.2°C. ¿Qué significa este valor y qué representatividad tiene en el conjunto de datos?	Haciendo uso del histograma que representa las temperaturas de Cali, el estudiante debe identificar que el valor de la media aritmética es de 23.2°C y observar el comportamiento del conjunto de datos; es decir, si son homogéneos o si el conjunto presenta temperaturas extremas (datos atípicos). Con ello, presentar una respuesta sobre el significado de la media aritmética y si esta medida es representativa o no para dicho conjunto.	Identificar la representación numérica y gráfica de la media aritmética [NAE3, AS3] en histogramas [TE5], generar significados [AS2, TTP4] y cuestionar [TE6] sobre dicho valor y su representatividad [NAE2] en el conjunto, considerando la información del enunciado [TE2] y el histograma presentado [TTP1].	El valor de la media aritmética indica que las otras temperaturas oscilan alrededor de los 23.2°C para la ciudad de Cali. Observando el gráfico de Cali, se puede afirmar que el conjunto de datos es homogéneo, por lo que no presenta temperaturas atípicas, lo cual genera que la media aritmética sea la medida que mejor representa las temperaturas del conjunto.
Enunciado 3: Se considera que la temperatura con mayor frecuencia en <i>Barranquilla</i> , de enero de 2020 hasta diciembre de 2023, está entre 30°C y 35°C. ¿Está de acuerdo con esta afirmación? ¿A qué medida de tendencia central se está haciendo referencia?	El estudiante debe ubicar el histograma que representa las temperaturas de Barranquilla. Allí, observar el intervalo 30°C a 35°C y verificar que efectivamente es el intervalo con mayor frecuencia, por lo que ha de presentar su respuesta indicando que el intervalo con mayor frecuencia hace referencia al intervalo modal.	A partir de una representación gráfica [TTP1], reconocer, identificar y verificar [TE3, TE6] propiedades [NAE4] de la MTC-DA a la que se hace referencia en el contexto de estudio.	Sí estoy de acuerdo con la información, ya que el intervalo entre 30°C y 35°C contiene alrededor de 450 temperaturas y es el de mayor frecuencia, por lo que hace referencia al intervalo modal, para el caso de las temperaturas de Barranquilla.
Enunciado 4: Teniendo en cuenta la representación gráfica de Medellín, realice la siguiente exploración.	El estudiante debe ubicar el histograma que representa las temperaturas de Medellín, localizar el cursor en el intervalo 10°C a 15°C, y luego cambiar de representación gráfica	Teniendo en cuenta el uso de las herramientas tecnológicas [TTP1, AS1] para el cambio de representación gráfica [TTP3, TE5], observar e identificar la variabilidad	No aplica

	utilizando la herramienta <i>Puntos</i> , activar la visualización de la media y la mediana, y mover el ratón de derecha a izquierda y viceversa para observar la variabilidad de las MTC-DA.	[NAE1, TTP2] de las MTC-DA.	
Enunciado 4. a: ¿Por qué el valor de la media aritmética varía?	A partir de la exploración solicitada en el anterior enunciado, el estudiante ha de observar, a medida que arrastra con el ratón los datos seleccionados, el valor de la media aritmética y presentar una respuesta sobre la variación (o no) de esta medida.	Identificar propiedades de la media aritmética [NAE4] para comunicar [NAE6, TTP5, TE7] por qué su valor varía [NAE1, TTP2] cuando se presentan datos extremos (atípicos) en el conjunto estudiado.	El valor de la media aritmética varía, ya que a medida que los datos se arrastran hacia la derecha o la izquierda, se van convirtiendo en datos extremos (atípicos) para el conjunto, lo cual afecta al valor de la media aritmética. Es decir, las temperaturas de 10°C a 15°C pasan a ser temperaturas negativas o superiores a los 40°C, lo cual no es tradicional en dicha ciudad.
Enunciado 4. b: ¿Qué ocurre con los datos del conjunto? Para ello, observe el comportamiento de la distribución de frecuencias.	El estudiante debe activar la herramienta <i>Curva normal</i> , realizar el arrastre de los datos seleccionados y observar en pantalla cómo la distribución de datos va cambiando.	Partiendo de los datos atípicos [TE8], observar y determinar la transformación (de homogéneo a heterogéneo) [TTP1, TTP3] del conjunto para identificar la representatividad de las MTC-DA [NAE2].	Al realizar el arrastre de los valores seleccionados, el conjunto de datos pasa de ser homogéneo a heterogéneo, con temperaturas extremas (negativas y superiores a 50°C).
Enunciado 4. c: ¿Es la mediana el mejor indicador de tendencia para representar las temperaturas de Medellín? Argumente su respuesta	De acuerdo con la exploración vivida a partir del enunciado 4, el estudiante debe observar los valores que toman las MTC-DA en el histograma que representa las temperaturas de Medellín, además, debe dar una respuesta indicando por qué la mediana es el mejor indicador para representar las temperaturas.	Argumentar [NAE6, TE3, TTP4] por qué la mediana es la medida que mejor representa [NAE2, NAE4] un conjunto de datos [TE6, AS2] cuando este tiene algunos datos atípicos [TTP2].	Para esta situación la mediana se convierte en la medida que mejor representa las temperaturas de Medellín, pues esta es el mejor indicador cuando en el conjunto existen datos heterogéneos. Además, en distribuciones de frecuencias asimétricas positivas o negativas, la MTC-DA que mejor representa al conjunto es la mediana.
Enunciado 5: Se presenta una noticia sobre la temporada de huracanes en los meses de octubre y noviembre en la región Caribe de Colombia y se exponen las	A partir de la información presentada, el estudiante ha de observar y analizar las temperaturas de los meses de octubre y noviembre para la ciudad de Barranquilla.	A partir de una situación que involucra datos reales [TE1, TE2], ingresar [TTP1, AS1] nuevos datos al conjunto [TE8], para determinar cambios (o no) [TTP2, NAE1] en los valores de las MTC-DA [AS3]. Además, de acuerdo con la	No aplica

temperaturas reales para dichos meses para ser agregadas, de acuerdo con los ítems siguientes.		representación gráfica [TE5] y la exploración [AS1, TE8], identificar y comunicar [TTP5, TE7] si los valores de las MTC-	
Enunciado 5.a: Las temperaturas más altas de cada mes. Reporte los valores de las MTC-DA.	Para los literales a y b (del enunciado 5), el estudiante debe identificar las temperaturas más altas y bajas en los meses correspondientes, agregar dichos valores en la representación tabular y reportar los valores de las MTC-DA.	DA [NAE3] presentan alguna variación [TTP2, NAE1] cuando se agregan nuevos valores [TTP1, TTP4] al conjunto de datos.	
Enunciado 5.b: Las temperaturas más bajas de cada. Reporte los valores de las MTC-DA.			
Enunciado 5.c: Las temperaturas promedio de cada mes. Reporte los valores de las MTC-DA	Para el literal c (del enunciado 5), en la representación tabular, el estudiante debe agregar un nuevo atributo, digitar las temperaturas de octubre, luego generar un gráfico y determinar el valor de la media aritmética. Realizar el mismo proceso para determinar el valor de la media aritmética del mes de noviembre para la ciudad de Barranquilla. Después agregar los valores promedios de los dos meses en la representación tabular correspondiente al atributo de Barranquilla. Reportar los nuevos valores de las MTC-DA.		Para los ítems a, b y c el valor de la media aritmética es de 29.9°C, de la mediana es de 30.6°C, y la moda se encuentra entre el intervalo 30°C a 35°C.
Enunciado 5.d: Las temperaturas correspondientes a los meses de octubre y noviembre. Reporte los valores de las MTC-DA.	El estudiante ha de agregar todas las temperaturas correspondientes a los meses de octubre y noviembre al atributo de la ciudad de Barranquilla y reportar los nuevos valores que toman las MTC-DA para dicha ciudad.		Para esta situación, el valor promedio de temperaturas es de 29.8°C, la mediana es 30°C y la moda está en el intervalo 30°C a 35°C. Además, las MTC-DA parecen coincidir (omitiendo sus aproximaciones), por lo que el conjunto de datos es simétrico y significa que las temperaturas que representan los valores de la media aritmética, la mediana y la moda, son temperaturas que representan al conjunto de datos.

<p>Enunciado 5. e: ¿Qué ocurre con los valores de las MTC-DA en los cuatro casos? ¿Qué significa esta variación? (Recuerde que sin los meses de octubre y noviembre el promedio era de 29,9°C y la mediana de 30,6°C).</p>	<p>El estudiante debe observar y analizar los valores que toman las MTC-DA para los cuatro casos y ha de reportar la variación (si es identificada) de las medidas y explicar a qué se debe dicha variación.</p>	<p>Identificar [NAE1, TE8] y reportar [NAE6, TE3] escenarios en los cuales las MTC-DA varían su valor [NAE1, TTP2], teniendo en cuenta el aumento de la cantidad de datos en el conjunto [NAE4], y comunicar lo que significa [AS2, TTP5] esta variación para el conjunto [TE4].</p>	<p>Cuando se agregan dos temperaturas al conjunto de datos, las MTC-DA no cambian su valor. De otra parte, cuando se agrega una cantidad considerable de temperaturas (en este caso 61 datos), los valores de las MTC-DA presentan los siguientes cambios: la mediana disminuye su valor 0,6°C ya que esta medida varía cuando al conjunto se modifica la cantidad de datos. Respecto a la media aritmética y al intervalo modal, este se mantiene igual a pesar de los cambios en los datos ya que estos son homogéneos (no extremos) para el conjunto.</p>
<p>Enunciado 6: Considere la siguiente afirmación “Se prevé que las temperaturas para fin de siglo (2090-2099), respecto a 1980-1999, aumentarán entre 1,8°C y 4°C, según los escenarios (0,1°C cada década, al menos)” (Gobierno de Aragón, 2025). Utilice CODAP (Cree un nuevo atributo y utilice la herramienta <i>Editar fórmula</i>) para predecir las siguientes situaciones.</p>	<p>Para los ítems a y b de este enunciado, el estudiante debe crear un nuevo atributo en la tabla ‘Temperaturas: Medellín – Barranquilla – Cali’ y allí, utilizar la herramienta <i>Editar Fórmula</i> (CODAP) para tomar los datos de una ciudad y aumentarle el promedio entre 1,8°C y 4°C. Realizar el mismo proceso para las ciudades restantes. Luego realizar tres histogramas (uno para cada ciudad) y determinar los valores de las MTC-DA. De esta manera podrá predecir los valores de las temperaturas para el año 2090.</p>	<p>Teniendo en cuenta una situación real [TE1, TE2], representar gráficamente [TTP1] las MTC-DA [NAE3] para realizar predicciones y cuestionamientos [NAE5, TE4] sobre sus valores.</p>	<p>No aplica</p>
<p>Enunciado 6.a: ¿Cuál será la temperatura promedio en las tres ciudades para el año 2090?</p>		<p>A partir de la exploración de los datos [AS1, TTP1], identificar [NAE3] las representaciones</p>	<p>La temperatura promedio para Cali ha de ser de 26.1°C, para Medellín 23.7°C y para Barranquilla de 32.7°C.</p>
<p>Enunciado 6.b: ¿Cuáles serán las temperaturas más repetitivas en el año 2090?</p>		<p>numéricas y gráficas de las MTC-DA y predecir [NAE5, TE4] sus valores de acuerdo con el contexto de estudio.</p>	<p>Las temperaturas con mayor frecuencia para Cali estarán entre 30°C y 35 °C, para Medellín están entre 25°C y 30°C y Barranquilla están entre 35°C y 40°C.</p>
<p>Enunciado 6.c: ¿Cree que para el año 2090 el cambio climático llegará a su</p>	<p>Presentar una respuesta donde se debe justificar si el cambio climático para el año 2090 ha finalizado o no.</p>	<p>Comparar representaciones numéricas y gráficas de las MTC-DA [NAE3, TE5] para realizar predicciones [NAE5, TE3, TE6] sobre</p>	<p>No, el cambio climático para el año 2090 no llegará a su fin. Al contrario, las temperaturas aumentarán en aproximadamente 3°C, por lo</p>

fin? Justifique su respuesta.		la situación que se presenta.	que el cambio climático para 2090, posiblemente, tendrá mayores consecuencias.
-------------------------------	--	-------------------------------	--

Tarea para identificar la interpretación de las MTC-DA

CODAP (*Common Online Data Analysis Platform* por sus siglas en inglés) es una aplicación web gratuita diseñada para interactuar con datos estadísticos con el objetivo de resumir, visualizar e interpretar datos, mejorando habilidades en su análisis y utilizarlos como evidencias para argumentar conclusiones e interpretaciones²⁵. En CODAP se encuentra el archivo *Temperaturas Colombia* (<https://codap.concord.org/app/static/dg/en/cert/index.html#shared=https%3A%2F%2Fcfm-shared.concord.org%2FKN5LEd7736FCcWophguc%2Ffile.json>) en el cual se reportan, de manera tabular, las temperaturas, desde enero de 2020 hasta diciembre de 2023²⁶, de tres ciudades de Colombia: Barranquilla²⁷, Cali²⁸ y Medellín²⁹. Explore este aplicativo considerando las siguientes indicaciones:

²⁵ Información tomada de: Asturias 4 STEAM. (8 de septiembre de 2022). *Explorar, visualizar y analizar datos con CODAP*. Asturias 4 STEAM. [https://asturias4steam.eu/explorar-visualizar-y-analizar-datos-con-codap/#:~:text=CODAP%20\(acr%C3%B3nimo%20en%20ingl%C3%A9s%20de,como%20evidencias%20para%20argumentar%20conclusiones](https://asturias4steam.eu/explorar-visualizar-y-analizar-datos-con-codap/#:~:text=CODAP%20(acr%C3%B3nimo%20en%20ingl%C3%A9s%20de,como%20evidencias%20para%20argumentar%20conclusiones)




²⁶ Nota: Las temperaturas de las tres ciudades de enero a diciembre de 2023 son tomadas de El Tiempo3.com (2024). El clima en Colombia. *ElTiempo3.com*. <https://www.tiempo3.com/south-america/colombia>

²⁷ Información tomada de TuTiempo.net (2024). Clima Barranquilla. *Tiempo Network, S.L.* <https://www.tutiempo.net/clima/ws-800280.html> 2024

²⁸ Información tomada de TuTiempo.net (2024). Clima Cali. *Tiempo Network, S.L.* <https://www.tutiempo.net/clima/ws-802590.html>

²⁹ Información tomada de TuTiempo.net (2024). Clima Medellín. *Tiempo Network, S.L.* <https://www.tutiempo.net/clima/2022/ws-801100.html>

Utilice la herramienta ‘Gráfico’ ubicada en la parte superior, arrastre desde la tabla (hasta la nueva pestaña) el atributo Medellín (°C). A la representación gráfica que se genera llámela ‘*Medellín*’.

Ahora, en la gráfica ‘*Medellín*’, explore las herramientas que esta pestaña ofrece, es decir, seleccione uno o varios datos del conjunto para ocultarlos con la herramienta ; utilice la herramienta  para mostrar la cantidad de datos (*conteo*), las etiquetas de las Medidas de Tendencia Central, observar diagramas de caja, de curva normal, entre otras. La herramienta  permite pasar de un gráfico de puntos a un histograma, para ello primero elija la opción *Agrupar en bins* y luego *Fusionar puntos en barras*, donde podrá modificar la amplitud de los intervalos (*Ancho bin*). Con las herramientas mencionadas, explore y modifique la representación gráfica tantas veces considere. Al final de esta exploración, grafique un histograma donde presente los valores del promedio y la mediana. Realice el mismo proceso con los atributos Cali (°C) y Barranquilla (°C) y nómbralos según corresponda. En pantalla se debe presentar la tabulación de los datos y tres histogramas (*Medellín, Cali y Barranquilla*), cada uno con los valores del promedio y la mediana.

Con base en la exploración realizada, junto con los valores mostrados para cada MTC trabaje en los siguientes enunciados:

1. Teniendo en cuenta las temperaturas de *Medellín*, indique qué significa el valor de la mediana respecto al conjunto de datos.

2. En el gráfico que representa las temperaturas de *Cali*, el valor de la media aritmética es 23.2°C. ¿Qué significa este valor y qué representatividad tiene en el conjunto de datos?

-
-
3. Se considera que la temperatura con mayor frecuencia en *Barranquilla* de enero de 2020 hasta diciembre de 2023 está entre 30°C y 35°C . ¿Está de acuerdo con esta afirmación?
¿A qué medida de tendencia central se está haciendo referencia?
-
-

4. Teniendo en cuenta la representación gráfica de *Medellín*, realice la siguiente exploración:

vi) Con el cursor, seleccione, con doble clic, el intervalo 10-15 del gráfico.

vii) Cambie la representación gráfica a Puntos.

viii) Active el Promedio y Mediana y muestre sus etiquetas.

ix) Mueva el cursor hacia la derecha y luego hacia la izquierda.

x) Observe los valores de las medidas representadas y responda.

a. ¿Por qué el valor de la media aritmética varía?

b. ¿Qué ocurre con los datos del conjunto? Para ello, observe el comportamiento de la distribución de frecuencias

- c. ¿Es la mediana el mejor indicador de tendencia para representar las temperaturas de *Medellín*? Argumente su respuesta
-
-

5. La directora del IDEAM [Instituto de Hidrología, Meteorología y Estudios Ambientales], Ghislaine Echeverry Prieto, informó en *El Espectador* que la temporada de huracanes en los meses de octubre y noviembre de 2024 serán de los más fuertes en la historia, por lo que sí o sí van a causar lluvias y eventos extremos, como las bajas temperaturas y tormentas en la Costa Caribe (Redacción Ciencia, 2024)³⁰. A partir de esta información se obtiene las temperaturas de Barranquilla para los meses³¹ mencionados.

Temperaturas octubre														
24.5	25.1	25.0	26.0	24.0	24.1	24.3	24.9	24.5	26.0	25.1	26.0	27.1	26.1	25.4
26.1	26.3	27.3	26.0	26.3	25.4	25.3	26.9	26.9	28.4	28.0	27.0	25.0	24.6	27.0
24.3														

Temperaturas noviembre														
24.3	24.0	24.0	23.5	23.7	25.5	27.5	24.3	26.4	24.5	25.4	27.4	26.5	27.0	28.4
28.3	28.0	29.4	27.5	27.4	28.3	26.4	28.5	29.4	28.6	27.8	28.4	27.9	28.4	27.5

Ante esta situación y teniendo en cuenta lo mencionado por Echeverry, explore los siguientes escenarios en CODAP.

³⁰ Información tomada de Redacción Ciencia. (29 de mayo de 2024). IDEAM entrega más detalles sobre la temporada de huracanes 2024. *El Espectador*. <https://www.elespectador.com/ambiente/ideam-entrega-mas-detalles-sobre-la-temporada-de-huracanes-2024/>

³¹ Información tomada de AccuWeather (2025). Clima Barranquilla. *AccuWeather*. <https://www.accuweather.com/es/co/barranquilla/107123/november-weather/107123?year=2024>

Agregue en la tabla *Temperaturas: Medellín - Barranquilla - Cali*, específicamente en el atributo Barranquilla °C, los siguientes datos:

a. Las temperaturas más altas de cada mes. Reporte los valores de las MTC-DA

b. Las temperaturas más bajas de cada. Reporte los valores de las MTC-DA

c. La temperatura promedio de cada mes. Reporte los valores de las MTC-DA

d. Las temperaturas correspondientes a los meses de octubre y noviembre. Reporte los valores de las MTC-DA

e. ¿Qué ocurre con los valores de las MTC-DA en los cuatro casos? ¿Qué significa esta variación? (Recuerde que sin los meses de octubre y noviembre el promedio era de 29,9° y la mediana de 30,6°).

6. Considere la siguiente afirmación “Se prevé que las temperaturas para fin de siglo (2090-2099), respecto a 1980-1999, aumentarán entre 1,8°C y 4°C, según los escenarios (0,1°C cada década, al menos)” (Gobierno de Aragón, 2025)³². Utilice CODAP (cree un nuevo atributo y utilice la herramienta *Editar fórmula*) para predecir las siguientes situaciones.

a. ¿Cuál será la temperatura promedio en las tres ciudades para el año 2029?

³² Información tomada de Gobierno de Aragón (02 de enero de 2025). *El cambio climático: orígenes y consecuencias*. El cambio climático <https://goo.su/GoF33m>

b. ¿Cuáles serán las temperaturas más repetitivas en el año 2029?

c. ¿Cree que para el año 2090 el cambio climático llegará a su fin? Justifique su respuesta

Parte VII. Valoración de tarea tecno-pedagógica para identificar interpretación de MTC-DA

A continuación, se presenta una lista de indicadores con las respectivas unidades de medición, con el propósito de valorar la tarea tecno-pedagógica que permite identificar la interpretación de las Medidas de Tendencia Central en Datos Agrupados [MTC-DA]. Para ello, tenga en cuenta el archivo [Propuesta de tarea tecno-pedagógica](#) y seleccione la opción que corresponda con la evaluación que usted le otorga a cada ítem.

Unidades de medición: Muy adecuado (MA), Bastante adecuado (BA), Adecuado (A), Poco adecuado (PA), Muy inadecuado (MI).

Nº	Aspectos	Indicadores	Valoración				
			MA	BA	A	PA	MI
1	Coherencia	La tarea tecno-pedagógica presenta una concepción teórica y metodológica suficiente para identificar la interpretación de las MTC-DA.					
		Los ítems de la tarea tecno-pedagógica presentan una redacción correcta y están en concordancia al nivel que se desea identificar.					
2	Aplicabilidad	La tarea tecno-pedagógica contiene instrucciones claras y precisas para que un estudiante pueda desarrollarlas adecuadamente.					

		La tarea tecno-pedagógica permite identificar las interpretaciones de los estudiantes en relación con las MTC-DA.					
3	Relevancia	El ordenamiento de la tarea tecno-pedagógica atiende a los niveles de interpretación de las MTC-DA.					
4	Viabilidad	La justificación de la tarea tecno-pedagógica es acorde con la teoría que se usa para fundamentar la propuesta.					

Con el fin de poder generar un perfeccionamiento de la tarea tecno-pedagógica, por favor plasme sus ideas y comentarios sobre las bondades, deficiencias e insuficiencias que presentan estas en su concepción teórica y que pudiera presentar al ser aplicada en el aula escolar. Para sus recomendaciones, tenga en cuenta los indicadores que valoró como: Adecuados (A), Poco adecuados (PA), Muy inadecuados (MI).

Fortalezas/Bondades	
Falencias/Deficiencias	
Recomendaciones	

Le agradecemos por anticipado su valiosa colaboración y estamos seguros de que sus sugerencias y señalamientos contribuirán a perfeccionar estos productos, tanto en su concepción teórica como en su futura gestión en la práctica escolar. Muchas gracias por su cooperación.

Anexo F. Puntuación total para los expertos que evaluaron la herramienta teórico-didáctica

#	1º criterio: Información profesional y laboral de expertos (45 pts.)			2º criterio: Google Scholar (15 pts.)							3º criterio: Evaluación Experticia (40 pts.)			Puntuación Total (100 pts.)
	Edu. Estadística (25 pts.) Edu. Matemática (20 pts.)	Experiencia laboral (20 o 15 pts.)	Total (45 pts.)	Tener citas (1 pts.)	Citas desde 2020 (2 pts.)	Índice h total (4 pts.)	Índice h desde 2020 (2 pts.)	Índice i10 total (4 pts.)	Índice i10 desde 2025 (2 pts.)	Total (15 pts.)	Nivel de estudios (20 pts.)	Grado de competencia K (20 pts.)	Total (40 pts.)	
1	25	20	45	1	2	4	2	4	2	15	18	20	38	98
2	25	20	45	1	2	3	2	4	2	14	18	20	38	97
3	25	20	45	1	2	2	2	2	2	11	20	20	40	96
4	25	20	45	1	2	2	2	3	2	12	18	20	38	95
5	25	20	45	1	2	2	2	2	2	11	18	20	38	94
6	25	20	45	1	2	2	2	2	2	11	18	20	38	94
7	25	20	45	1	1	2	1	2	1	8	20	20	40	93
8	25	20	45	1	2	2	1	3	1	10	18	20	38	93
9	25	20	45	1	2	2	1	2	1	9	18	20	38	92
10	25	20	45	1	2	1	1	1	1	7	20	20	40	92
11	25	20	45	1	2	1	1	1	1	7	20	20	40	92
12	20	20	40	1	2	3	2	4	2	14	18	20	38	92
13	20	20	40	1	2	3	2	3	2	13	18	20	38	91
14	25	20	45	1	1	1	1	1	1	6	20	20	40	91
15	25	20	45	1	2	1	1	1	1	7	18	20	38	90
16	25	20	45	1	2	1	1	1	1	7	18	20	38	90
17	25	20	45	1	2	1	1	1	1	7	18	20	38	90
18	25	20	45	1	2	1	1	1	1	7	20	18	38	90
19	25	20	45	1	2	1	1	1	1	7	18	20	38	90
20	20	20	40	1	2	2	1	3	1	10	18	20	38	88
21	25	15	40	1	2	1	1	1	1	7	20	20	40	87

22	20	20	40	1	2	1	1	1	1	7	20	20	40	87
23	20	20	40	1	2	1	1	1	1	7	20	20	40	87
24	25	20	45	1	2	1	1	1	1	7	15	20	35	87
25	25	20	45	1	2	1	1	1	1	7	15	20	35	87
26	25	15	40	1	2	1	1	1	1	7	20	20	40	87
27	25	20	45	1	2	1	1	1	1	7	15	20	35	87
28	20	20	40	1	2	1	1	1	1	7	18	20	38	85
29	20	20	40	1	2	1	1	1	1	7	18	20	38	85
30	25	20	45	1	2	1	1	1	1	7	18	15	33	85
31	25	20	45	1	1	1	1	0	0	4	15	20	35	84
32	25	20	45	0	0	0	0	0	0	0	15	20	35	80
33	25	15	40	1	1	1	1	1	0	4	15	20	35	80
34	20	20	40	0	0	0	0	0	0	0	18	20	38	78
35	25	15	40	0	0	0	0	0	0	0	18	20	38	78
36	20	20	40	0	0	0	0	0	0	0	15	20	35	75
37	0	20	20	1	2	2	1	3	1	10	15	20	35	65
38	0	20	20	1	1	1	1	1	1	6	18	20	38	64
39	0	20	20	1	2	1	1	1	1	7	15	20	35	62
40	0	15	15	1	1	1	1	1	1	6	15	20	35	56

Anexo G. Características contempladas en la tarea

Enunciado de la tarea Características inherentes	E0	E1	E2	E3	E4	E4a	E4b	E4c	E5	E5a	E5b	E5c	E5d	E5e	E6	E6a	E6b	E6c	Frecuencia de la característica en la tarea (en sus enunciados)
TE1		X							X	X	X	X	X		X				7
TE2			X						X	X	X	X	X		X				7
TE3				X				X						X				X	4
TE4														X	X	X	X		4
TE5	X	X	X		X				X	X	X	X	X					X	10
TE6			X	X				X										X	4
TE7		X				X			X	X	X	X	X						7
TE8									X	X	X	X	X	X					6
TTP1	X		X	X	X		X		X	X	X	X	X		X	X	X		13
TTP2					X	X		X	X	X	X	X	X	X					9
TTP3	X				X	X	X												3
TTP4		X	X			X		X	X	X	X	X	X						9
TTP5		X				X				X	X	X	X	X					7
AS1	X				X	X	X		X	X	X	X	X			X	X		11
AS2		X	X					X						X					4
AS3		X	X			X			X	X	X	X	X	X					9
NAE1					X	X			X	X	X	X	X	X					8
NAE2			X				X	X											4
NAE3		X	X						X	X	X	X	X		X	X	X	X	11
NAE4		X		X				X						X					4
NAE5															X	X	X	X	4
NA6		X				X		X						X					4
Total de características por enunciado	4	10	9	4	6	9	4	8	12	13	13	13	13	10	6	5	5	5	149

Anexo H. Cálculos cuantitativos de la valoración de los niveles de interpretación

Escala de Likert

Valoración de los niveles de interpretación						
Aspectos	Aplicabilidad	Coherencia		Relevancia	Viabilidad	
Indicadores/ Número experto	I1. Marco de referencia	I2. Principios teóricos	I3. Justificación teórica	I4. Clasificación de interpretación	I5. Cantidad de niveles	I6. Jerarquía de niveles
1	4	2	4	2	3	4
2	4	4	4	4	4	4
3	4	4	4	4	4	5
4	5	5	5	5	4	5
5	4	4	4	4	4	4
6	5	4	4	5	4	5
7	4	4	4	4	3	3
8	4	4	4	4	5	4
9	5	5	5	5	5	5
10	4	4	4	3	3	4
11	3	3	3	4	4	4
12	4	4	4	4	4	4
13	4	4	4	3	3	4
14	4	4	3	4	4	3
15	4	4	4	4	3	5
16	4	5	4	5	5	4
17	4	4	4	4	5	4
18	4	4	4	4	4	3
19	5	5	5	5	5	5
20	4	4	4	4	4	4
21	4	5	4	4	4	4
22	4	4	4	4	4	4
23	4	5	5	5	5	5
24	5	5	5	5	5	5
25	5	5	4	4	4	5
26	5	5	4	4	4	2
27	4	4	3	4	4	3
28	3	3	3	4	4	4
29	5	5	4	4	4	4
30	5	5	4	4	4	4
31	3	3	3	4	4	4
32	4	5	5	4	5	5
33	4	4	5	4	4	4
Suma	138	139	134	135	135	136
Promedio	4,1818	4,2121	4,0606	4,0909	4,0909	4,1212
Desviación	0,5750	0,7285	0,6000	0,6210	0,6210	0,7285
Variabilidad	14%	17%	15%	15%	15%	18%
Moda	4	4	4	4	4	4

Coeficiente de Kendall

Cálculos para determinar el coeficiente de concordancia de Kendall								
Aspectos	Aplicabilidad	Coherencia		Relevancia	Viabilidad		Suma de rangos	Diferencia de cuadrados
Indicadores/ Número Experto	I1	I2	I3	I4	I5	I6		
1	14	1	16	1	3	14,5	49,5	2756,25
2	14	13	16	15	15,5	14,5	88	196
3	14	13	16	15	15,5	28,5	102	0
4	29	27,5	30	30	15,5	28,5	160,5	3422,25
5	14	13	16	15	15,5	14,5	88	196
6	29	13	16	30	15,5	28,5	132	900
7	14	13	16	15	3	3,5	64,5	1406,25
8	14	13	16	15	29,5	14,5	102	0
9	29	27,5	30	30	29,5	28,5	174,5	5256,25
10	14	13	16	2,5	3	14,5	63	1521
11	2	3	3	15	15,5	14,5	53	2401
12	14	13	16	15	15,5	14,5	88	196
13	14	13	16	2,5	3	14,5	63	1521
14	14	13	3	15	15,5	3,5	64	1444
15	14	13	16	15	3	28,5	89,5	156,25
16	14	27,5	16	30	29,5	14,5	131,5	870,25
17	14	13	16	15	29,5	14,5	102	0
18	14	13	16	15	15,5	3,5	77	625
19	29	27,5	30	30	29,5	28,5	174,5	5256,25
20	14	13	16	15	15,5	14,5	88	196
21	14	27,5	16	15	15,5	14,5	102,5	0,25
22	14	13	16	15	15,5	14,5	88	196
23	14	27,5	30	30	29,5	28,5	159,5	3306,25
24	29	27,5	30	30	29,5	28,5	174,5	5256,25
25	29	27,5	16	15	15,5	28,5	131,5	870,25
26	29	27,5	16	15	15,5	1	104	4
27	14	13	3	15	15,5	3,5	64	1444
28	2	3	3	15	15,5	14,5	53	2401
29	29	27,5	16	15	15,5	14,5	117,5	240,25
30	29	27,5	16	15	15,5	14,5	117,5	240,25
31	2	3	3	15	15,5	14,5	53	2401
32	14	27,5	30	15	29,5	28,5	144,5	1806,25
33	14	13	30	15	15,5	14,5	102	0
Suma							3366	46485,5
Promedio							102	1408,651
Coeficiente de Kendall							0,431572	

Método Comparación por Pares

Tabulación de las valoraciones de cada uno de los indicadores						
Indicadores	Muy Adecuado	Bastante Adecuado	Adecuado	Poco Adecuado	Muy Inadecuado	Total
1	9	21	3	0	0	33
2	12	17	3	1	0	33
3	7	21	5	0	0	33
4	7	23	2	1	0	33
5	8	20	5	0	0	33
6	10	18	4	1	0	33

Frecuencia acumulada de cada indicador					
Indicadores	I1	I1-I2	I1-I2-I3	I1-I2-I3-I4	I1-I2-I3-I4-I5
1	9	30	33	33	33
2	12	29	32	33	33
3	7	28	33	33	33
4	7	30	32	33	33
5	8	28	33	33	33
6	10	28	32	33	33

Frecuencia relativa de los cuatro primeros indicadores								
Indicadores	I1	I1-I2	I1-I2-I3	I1-I2-I3-I4	Distribución Estándar Inversa C1	Distribución Estándar Inversa C2	Distribución Estándar Inversa C3	Distribución Estándar Inversa C4
1	0,2727	0,9091	0,9998	0,9998	-0,6046	1,3352	3,4900	3,4900
2	0,3636	0,8788	0,9697	0,9998	-0,3488	1,1689	1,8764	3,4900
3	0,2121	0,8485	0,9998	0,9998	-0,7991	1,0300	3,4900	3,4900
4	0,2121	0,9091	0,9697	0,9998	-0,7991	1,3352	1,8764	3,4900
5	0,2424	0,8485	0,9998	0,9998	-0,6985	1,0300	3,4900	3,4900
6	0,3030	0,8485	0,9697	0,9998	-0,5157	1,0300	1,8764	3,4900

Desviación normal estándar inversa					Sumas	Promedio (P)	N-P
Indicadores	I1	I1-I2	I1-I2-I3	I1-I2-I3-I4			
1	-0,6046	1,3352	3,4900	3,4900	7,7105	1,9276	-1,7787
2	-0,3488	1,1689	1,8764	3,4900	6,1865	1,5466	-1,3977
3	-0,7991	1,0300	3,4900	3,4900	7,2108	1,8027	-1,6538
4	-0,7991	1,3352	1,8764	3,4900	5,9024	1,4756	-1,3267
5	-0,6985	1,0300	3,4900	3,4900	7,3113	1,8278	-1,6789
6	-0,5157	1,0300	1,8764	3,4900	5,8806	1,4701	-1,3212
Puntos de corte	-0,4184	0,7699	1,7888	2,3266	4,4669		
				N=	0,1489		

Grado de adecuación de cada indicador según los expertos					
Indicadores	Muy Adecuado	Bastante Adecuado	Adecuado	Poco Adecuado	Muy Inadecuado
1	XXX				
2	XXX				
3	XXX				
4	XXX				
5	XXX				
6	XXX				

Anexo I. Cálculos cuantitativos de la valoración de la tarea tecno-pedagógica

Escala de Likert

Valoración de los niveles de interpretación						
Aspectos	Aplicabilidad	Coherencia		Relevancia	Viabilidad	
Indicadores/ Número Experto	I1. Marco de referencia y metodología	I2. Redacción y concordancia	I3. Instrucciones claras y precisas	I4. Identificación de interpretación	I5. Ordenamiento de tarea	I6. Principios teóricos
1	3	3	3	3	3	3
2	5	5	5	5	5	5
3	4	4	4	4	4	4
4	3	3	3	3	3	3
5	4	4	4	4	4	4
6	4	4	4	4	4	4
7	4	3	3	3	3	4
8	4	4	4	5	4	4
9	5	5	5	5	5	5
10	4	4	3	3	4	4
11	3	4	5	3	3	4
12	5	5	5	5	5	5
13	4	4	4	4	4	4
14	4	4	4	3	3	4
15	5	5	5	5	5	5
16	4	4	4	4	4	5
17	5	5	5	5	5	5
18	4	4	4	3	4	4
19	4	4	5	5	5	4
20	5	5	5	5	5	5
21	4	4	4	4	4	4
22	4	4	4	3	3	4
23	5	5	5	5	5	5
24	5	5	5	5	5	5
25	4	4	4	4	4	4
26	5	5	5	5	5	5
27	4	5	5	4	5	4
28	3	3	4	3	3	4
29	4	3	3	4	4	3
30	4	4	4	5	5	4
31	3	3	3	3	3	3
32	4	4	4	4	4	4
33	4	5	4	4	4	4
Suma	136	137	138	134	136	138
Promedio	4,1212	4,1515	4,1818	4,0606	4,1212	4,1818
Desviación	0,6400	0,7016	0,7158	0,8142	0,7690	0,6254
Variabilidad	16%	17%	17%	20%	19%	15%
Moda	4	4	4	5	4	4

Coeficiente de Kendall

Cálculos para determinar el coeficiente de concordancia de Kendall								
Aspectos	Aplicabilidad	Coherencia		Relevancia	Viabilidad		Suma de rangos	Diferencia de cuadrados
Indicadores/ Número Experto	I1	I2	I3	I4	I5	I6		
1	3	3,5	3,5	5,5	4,5	2,5	22,5	6320,25
2	29	28	27,5	27,5	27,5	28,5	168	4356
3	15	14,5	14	16	15	14	88,5	182,25
4	3	3,5	3,5	5,5	4,5	2,5	22,5	6320,25
5	15	14,5	14	16	15	14	88,5	182,25
6	15	14,5	14	16	15	14	88,5	182,25
7	15	3,5	3,5	5,5	4,5	14	46	3136
8	15	14,5	14	27,5	15	14	100	4
9	29	28	27,5	27,5	27,5	28,5	168	4356
10	15	14,5	3,5	5,5	15	14	67,5	1190,25
11	3	14,5	27,5	5,5	4,5	14	69	1089
12	29	28	27,5	27,5	27,5	28,5	168	4356
13	15	14,5	14	16	15	14	88,5	182,25
14	15	14,5	14	5,5	4,5	14	67,5	1190,25
15	29	28	27,5	27,5	27,5	28,5	168	4356
16	15	14,5	14	16	15	28,5	103	1
17	29	28	27,5	27,5	27,5	28,5	168	4356
18	15	14,5	14	5,5	15	14	78	576
19	15	14,5	27,5	27,5	27,5	14	126	576
20	29	28	27,5	27,5	27,5	28,5	168	4356
21	15	14,5	14	16	15	14	88,5	182,25
22	15	14,5	14	5,5	4,5	14	67,5	1190,25
23	29	28	27,5	27,5	27,5	28,5	168	4356
24	29	28	27,5	27,5	27,5	28,5	168	4356
25	15	14,5	14	16	15	14	88,5	182,25
26	29	28	27,5	27,5	27,5	28,5	168	4356
27	15	28	27,5	16	27,5	14	128	676
28	3	3,5	14	5,5	4,5	14	44,5	3306,25
29	15	3,5	3,5	16	15	2,5	55,5	2162,25
30	15	14,5	14	27,5	27,5	14	112,5	110,25
31	3	3,5	3,5	5,5	4,5	2,5	22,5	6320,25
32	15	14,5	14	16	15	14	88,5	182,25
33	15	28	14	16	15	14	102	0
Suma							3366	74648
Promedio							102	2262,0606
Coe. de Kendall							0,69303327	

Método Comparación por Pares

Tabulación de las valoraciones de cada uno de los indicadores						
Indicadores	Muy Adecuado	Bastante Adecuado	Adecuado	Poco Adecuado	Muy Inadecuado	Total
1	9	19	5	0	0	33
2	11	16	6	0	0	33
3	12	15	6	0	0	33
4	12	11	10	0	0	33
5	12	13	8	0	0	33
6	10	19	4	0	0	33

Frecuencia acumulada de cada indicador					
Indicadores	I1	I1-I2	I1-I2-I3	I1-I2-I3-I4	I1-I2-I3-I4-I5
1	9	28	33	33	33
2	11	27	33	33	33
3	12	27	33	33	33
4	12	23	33	33	33
5	12	25	33	33	33
6	10	29	33	33	33

Frecuencia relativa de los cuatro primeros indicadores								
Indicadores	I1	I1-I2	I1-I2-I3	I1-I2-I3-I4	Distribución Estándar Inversa C1	Distribución Estándar Inversa C2	Distribución Estándar Inversa C3	Distribución Estándar Inversa C4
1	0,2727	0,8485	0,9998	0,9998	-0,6046	1,0300	3,4900	3,4900
2	0,3333	0,8182	0,9998	0,9998	-0,4307	0,9085	3,4900	3,4900
3	0,3636	0,8182	0,9998	0,9998	-0,3488	0,9085	3,4900	3,4900
4	0,3636	0,6970	0,9998	0,9998	-0,3488	0,5157	3,4900	3,4900
5	0,3636	0,7576	0,9998	0,9998	-0,3488	0,6985	3,4900	3,4900
6	0,3030	0,8788	0,9998	0,9998	-0,5157	1,1689	3,4900	3,4900

Desviación normal estándar inversa					Sumas	Promedio (P)	N-P
Indicadores	I1	I1-I2	I1-I2-I3	I1-I2-I3-I4			
1	-0,6046	1,0300	3,4900	3,4900	7,4053	1,8513	-1,6865
2	-0,4307	0,9085	3,4900	3,4900	7,4576	1,8644	-1,6995
3	-0,3488	0,9085	3,4900	3,4900	7,5396	1,8849	-1,7200
4	-0,3488	0,5157	3,4900	3,4900	7,1468	1,7867	-1,6219
5	-0,3488	0,6985	3,4900	3,4900	7,3297	1,8324	-1,6676
6	-0,5157	1,1689	3,4900	3,4900	7,6331	1,9083	-1,7434
Puntos de corte	-0,2886	0,5811	2,3266	2,3266	4,9458		
				N=	0,1649		

Grado de adecuación de cada indicador según los expertos					
Indicadores	Muy Adecuado	Bastante Adecuado	Adecuado	Poco Adecuado	Muy Inadecuado
1	XXX				
2	XXX				
3	XXX				
4	XXX				
5	XXX				
6	XXX				

Anexo J. Versión Final de Herramienta teórico-didáctica

Parte I. Niveles de interpretación de las MTC-DA



Facultad de Ciencia y Tecnología
 Departamento de Matemáticas
 Maestría en Docencia de las Matemáticas
 Kely Yureimy Fernández Zambrano
 Angie Mabel Vallejo Monroy

A continuación, se presenta la versión final de los niveles para categorizar la interpretación de las Medidas de Tendencia Central en Datos Agrupados [MTC-DA] los cuales han sido ajustados de acuerdo con las falencias y recomendaciones determinadas por los expertos. Así, se proponen cinco niveles para categorizar la interpretación de las MTC-DA.

Esta propuesta surge a partir de diversas interpretaciones sobre las MTC-DA reportadas en la literatura. Al indagar sobre cómo categorizar tales interpretaciones se encuentran, por ejemplo, niveles para la lectura e interpretación de gráficos estadísticos establecidos por Curcio (1989, citado en Arteaga et al., 2017), Arteaga et al., (2017); niveles para la interpretación de datos estadísticos por Mooney (2002). Sin embargo, ninguno de estos autores ha propuesto niveles para caracterizar las interpretaciones de las MTC-DA, ni tareas para identificar los niveles de interpretación de tales medidas.

Bajo dicha problemática, se plantea como objetivo de investigación diseñar y validar una herramienta teórico-didáctica (niveles y tarea) que permita identificar la interpretación de las MTC-DA. Para dar cumplimiento a este objetivo se tienen en cuenta características importantes de la media aritmética, la mediana y la moda en datos agrupados, como lo son: sus definiciones, cálculos, características, ventajas y desventajas; sus propiedades (numéricas, algebraicas y estadísticas) y múltiples representaciones (simbólica, numérica, verbal, algebraica y gráfica). Además, se asume la postura de ‘Interpretación’ en el ámbito de la Educación Estadística, desde

la perspectiva de la Cultura Estadística y desde el enfoque teórico de Alfabetización, Razonamiento y Pensamiento Estadístico [ARPE], la cual hace referencia a que la ‘Interpretación’ es la capacidad que tiene un sujeto de identificar tendencias, resúmenes y variabilidad de conjuntos de datos, con el fin de evaluar y criticar información estadística mediante representaciones estadísticas y en diversos contextos. Para los niveles de interpretación de las MTC-DA, se toma como referente la Taxonomía *Structure of Observed Learning Outcome* [SOLO] descrita por Biggs y Collis (1982), con el objetivo de contar con un instrumento que facilite la forma de identificar el nivel de desarrollo cognitivo de los estudiantes.

Considerando los aspectos de las MTC-DA identificados se encuentra la versión ajustada (Tabla 1, Anexo J) de los niveles de interpretación de las MTC-DA, contruidos a partir de la Taxonomía SOLO. En la primera columna de la tabla se expone el nivel redactado de manera general de acuerdo con las características presentadas en las demás columnas (características que estructuran cada nivel); la segunda columna contiene asuntos disciplinares relacionados con las MTC-DA (definiciones, propiedades numéricas, algebraicas y estadísticas, ventajas y desventajas); la tercera columna hace referencia a las diversas representaciones para las MTC-DA (simbólica, numérica, verbal, algebraica y gráfica); la última columna exhibe asuntos relacionados con la ‘Interpretación’. Adicionalmente, a lo largo de las tres últimas columnas se incluyen Errores (E) y Dificultades (D) relacionadas con las MTC-DA, exceptuando el nivel de abstracción expandida, que corresponde al más alto nivel de interpretación por lo que en este no se evidencia error o dificultad alguna.

Tabla 1.

Niveles y características de interpretación para las MTC-DA

Nivel (Taxonomía SOLO)	Asuntos disciplinares de las MTC-DA	Representaciones de las MTC-DA	Interpretación de las MTC- DA
<p>Pre-estructural El estudiante identifica las representaciones numéricas de las MTC-DA, reconoce los valores de las medidas y su contexto, pero no genera conclusiones con base en estas porque desconoce sus nombres, definiciones y algoritmos; para resolver problemas se limita a transcribir valores de los enunciados, sin dar respuesta a las preguntas que se le formulan.</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Desconoce los nombres asignados a cada una de las MTC-DA (D). 2. Omite los algoritmos que permiten calcular cada MTC-DA (E) 3. Excluye las definiciones de las MTC-DA (E). 4. Ignora las propiedades de las MTC-DA (E). 5. Desconoce que las MTC-DA pueden variar dentro de un mismo conjunto de datos (E). 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Reconoce los valores de las MTC-DA, pero se le dificulta ubicarlos o identificarlos en gráficos estadísticos (D). 2. Identifica las representaciones numéricas de las MTC-DA. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Se le dificulta responder las preguntas que se le formulan acerca de las MTC-DA (D). 2. Transcribe valores del enunciado como valores de las MTC-DA, sin tener en cuenta los datos para hallar tales medidas (E). 3. Reconoce los valores de las MTC-DA y su contexto, pero no genera conclusiones con base en estas medidas (D). 4. Omite la procedencia de los datos para encontrar las MTC-DA (D).
<p>Uniestructural El estudiante sabe que existen definiciones de las MTC-DA, algoritmos para calcularlas y algunas propiedades; sin embargo, confunde tales características. Sabe que la moda no necesariamente es única, atiende a los valores nulos para determinar la media aritmética y distingue que las MTC-DA pueden diferir de los valores del conjunto de datos. Identifica en qué situaciones están inmersas las MTC-DA, pero genera conclusiones incompletas, puesto que omite el contexto en que se presentan los datos.</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Conoce algunas propiedades de las MTC-DA (v.g. unicidad de la media y mediana, uso de todos los datos del conjunto, influencia de los valores atípicos en la media, resistencia de la mediana frente a datos extremos), aunque evita hacer uso de ellas (E). 2. Reconoce los nombres de las MTC-DA, aunque desconoce su utilidad (E). 3. Desconoce que las MTC-DA pueden variar en un conjunto de datos (E). 4. Sabe que existen algoritmos para calcular cada MTC-DA, aunque los desvincula de su correspondiente medida (E). 5. Sabe que existen definiciones para las MTC-DA, pero no logra diferenciarlas entre sí (E). 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Identifica las MTC-DA en representaciones numéricas, simbólicas y verbales, mostrando dificultad para reconocer su utilidad (D). 2. Distingue los datos que le permite encontrar valores de las MTC-DA, sin establecer relación entre sí (D). 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Identifica los valores de las MTC-DA como provenientes de cálculos estadísticos. 2. Genera conclusiones a partir de los valores de las MTC-DA; pese a ello, omite el contexto en que se presentan tales valores (D). 3. Reconoce que las MTC-DA están presentes en situaciones cotidianas; no obstante, se le dificulta generar significados (D).
<p>Multiestructural El estudiante diferencia y aplica los algoritmos para calcular las MTC-DA y las reconoce a partir de sus expresiones algebraicas; distingue las definiciones, representaciones y</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Sabe cuál es el algoritmo que permite calcular cada MTC-DA, sin embargo, olvida las frecuencias de cada uno de los intervalos cuando aplica dichos algoritmos. (E) 2. Identifica propiedades de las MTC-DA, como: la 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Reconoce las representaciones numéricas, simbólicas, verbales y algebraicas de las MTC-DA, dejando de lado la representación 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Utiliza expresiones verbales bajo las cuales se evidencia que identifica las MTC-DA; sin embargo, presenta dificultad para establecer sus significados. 2. Reconoce los valores de las MTC-DA y el contexto en que se presentan, aunque aún

<p>algunas propiedades como la variabilidad de las MTC-DA e identifica la procedencia de los datos. Sin embargo, se le dificulta establecer significados y conclusiones sobre los valores de tales medidas en diversos contextos ni verifica la información obtenida.</p>	<p>sensibilidad de la media frente a transformaciones lineales y el equilibrio de la media; la capacidad de la mediana para minimizar la suma de desviaciones absolutas y su estabilidad ante valores extremos, así como la relación entre media, mediana y moda en distribuciones simétricas y asimétricas. Sin embargo, aún no logra establecer conexiones entre estas propiedades ni fundamentar su utilidad en contextos específicos (D).</p> <p>3. Distingue las definiciones de las MTC-DA, sin relacionarlas con el nombre de cada medida (D).</p> <p>4. Identifica la variación de las MTC-DA al modificar datos del conjunto, pero carece de interpretación sobre las razones de dicha variación (D).</p>	<p>de estas medidas en gráficos estadísticos.</p> <p>2. Determina la utilidad de las representaciones numéricas, simbólicas, verbales y algebraicas de las MTC-DA, aunque presenta dificultad para diferenciar la utilidad de cada una (D).</p>	<p>carece de conclusiones que vinculen las medidas con dicho contexto (D).</p> <p>3. Identifica que los datos estadísticos provienen de diversas situaciones y diferentes fuentes, a pesar de ello, acepta la información sin comprobar su veracidad (D).</p>
<p>Relacional</p> <p>El estudiante reconoce y relaciona las definiciones y algoritmos de cada una de las MTC-DA e identifica algunas de sus propiedades y representaciones. Aunque reconoce la variación de las medidas, se le dificulta identificarlas en una situación específica y relacionar la variación de sus valores con el conjunto de datos, por lo que las conclusiones son básicas en lenguaje y sin llegar al nivel de predicciones sobre los valores de estas medidas.</p>	<p>1. Establece algunas propiedades de las MTC-DA (v.g. invarianza bajo transformaciones lineales, equilibrio de la media y la mediana, relación entre media–mediana–moda según la forma de la distribución, y criterios de pertinencia según el tipo de variable y presencia de atípicos.) y logra asociarlas entre sí.</p> <p>2. Reconoce las MTC-DA por su nombre y las relaciona con su definición, sin llegar a aplicarlas en una situación particular (E).</p> <p>3. Conoce los algoritmos de las MTC-DA, pero los aplica de manera incompleta o con errores (E).</p> <p>4. Identifica la variación de cada medida, pero no la relaciona con la variación del conjunto de datos del que proviene (E).</p>	<p>1. Ubica las MTC-DA en las representaciones numéricas, simbólicas, verbales y algebraicas, mas no las identifica en gráficos estadísticos (D).</p> <p>2. Clasifica de forma disyunta la utilidad de las MTC-DA en algunas de sus representaciones (D).</p>	<p>1. Reconoce que las MTC-DA están inmersas en diversos contextos y representaciones.</p> <p>2. Corroborar la fuente de donde provienen los datos; a pesar de ello, no cuestiona los valores de las MTC-DA de acuerdo con el contexto en que se presentan (E).</p> <p>3. Omite el lenguaje académico para presentar conclusiones usando las MTC-DA (D).</p> <p>4. Vincula las MTC-DA con el contexto en que estas se presentan; empero, sus conclusiones resultan limitadas frente al contexto (D).</p> <p>5. Se le dificulta realizar predicciones sobre el valor de las MTC-DA (D).</p>

<p>Abstracción expandida El estudiante identifica, analiza y explica la variabilidad de los valores de las MTC-DA reconociendo cuál de ellas es más representativa en un determinado conjunto de datos. Relaciona diferentes representaciones estadísticas con el valor de cada medida y sus propiedades para brindar interpretaciones de acuerdo con el contexto, cuestionando la procedencia de los datos y presentando interpretaciones que evidencian lenguaje académico.</p>	<ol style="list-style-type: none"> Describe la variación de las MTC-DA e identifica la representatividad de cada medida para resumir adecuadamente conjuntos de datos. Entiende los cambios que tienen los valores de las MTC-DA cuando se modifica el conjunto de datos. Aplica las definiciones de cada una de las MTC-DA para resolver situaciones que involucran el uso de estas medidas. Reconoce el nombre de las MTC-DA y los identifica en cualquier contexto. Utiliza correctamente los algoritmos para calcular cada una de las MTC-DA. 	<ol style="list-style-type: none"> Ubica las MTC-DA en diversos gráficos estadísticos y las relaciona con las demás representaciones estadísticas (numérica, algebraica, simbólica, verbal). Identifica la utilidad de las MTC-DA en todas sus representaciones y las relaciona entre sí. 	<ol style="list-style-type: none"> Corroborar la fuente de donde provienen los datos y la validez de los valores de las MTC-DA de acuerdo con el contexto. Realiza predicciones y cuestionamientos de la situación presentada y de otras similares a partir de las MTC-DA. Utiliza lenguaje académico para presentar análisis a partir de las MTC-DA. Genera conclusiones e interpretaciones sobre las MTC-DA teniendo en cuenta el contexto en que se presentan.
--	--	---	---

Referencias

- Arteaga, P., Vigo, J. y Batanero, C. (2017). Niveles de lectura de gráficos estadísticos en estudiantes de Formación Profesional. En *Investigación en Educación Matemática XX*. En M. Muñoz-Escolano, A. Arnal-Bailera, P. Beltrán-Pellicer, M.L. Callejo y J. Carrillo (Eds.), pp. 129-136). SEIEM. <https://core.ac.uk/download/pdf/158573294.pdf>
- Biggs, J. y Collis, K. (1982). Origin and description of the SOLO Taxonomy. En J. Biggs y K. Collis (Eds.), *Evaluating the quality of learning: The SOLO taxonomy (Structure of the Observed Learning Outcome)*. Academic press. <https://resolutionresources.com.au/wp-content/uploads/2022/02/Biggs-Collis-1982.pdf>
- Mooney, E. (2002). A Framework for Characterizing Middle School Students' Statistical Thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, 4, 23-63. https://doi.org/10.1207/S15327833MTL0401_2

Parte VI. Propuesta de tarea para identificar la interpretación de las MTC-DA



Facultad de Ciencia y Tecnología
Departamento de Matemáticas
Maestría en Docencia de las Matemáticas
Kely Yureimy Fernández Zambrano
Angie Mabel Vallejo Monroy

Esta propuesta surge al implementar un taller diseñado por Vallejo y Fernández (2022)³³ en estudiantes de edades entre los 14 y 16 años. El taller parte de un contexto específico (calificaciones de evaluaciones de Matemáticas). Cuentan con material didáctico manipulable (histograma en madera, tuercas que representan las calificaciones (datos) y cuerdas con etiquetas de las MTC-DA). Con este material, los estudiantes observan con claridad el intervalo en donde se encuentra cada medida y realizan exploraciones particulares sobre un conjunto de datos específico. No obstante, este histograma limita al estudiante a realizar exploraciones únicamente con el conjunto de datos propuesto, además, los valores obtenidos de las MTC-DA no se pueden ubicar con exactitud, ya que el histograma está elaborado con valores enteros y los valores de las MTC-DA se encuentran en el conjunto de los números racionales; tampoco permite analizar conjuntos de datos con una cantidad considerable de estos, ni modificar el conjunto de datos, lo

³³ Vallejo, A. y Fernández, K. (2022). Alternativa Metodológica para la Interpretación de las Medidas de Tendencia Central en Datos Agrupados utilizando Material Didáctico [Tesis de pregrado, Universidad Pedagógica Nacional].
<http://repository.pedagogica.edu.co/bitstream/handle/20.500.12209/18156/Alternativa%20metodol%C3%B3gica%20para%20la%20interpretaci%C3%B3n%20de%20las%20medidas%20de%20tendencia%20central%20en%20datos%20agrupados%20utilizando%20material%20did%C3%A1ctico.pdf?sequence=1>

que impide que los estudiantes generen significados e interpretaciones generales acerca de las MTC-DA.

De otra parte, el taller está enmarcado en una mirada tradicional, puesto que abarca una temática sugerida, el profesor muestra la definición (decide qué significa un término, fórmula o procedimiento y se los dice a los estudiantes, sin que ellos participen en construirlo, deducirlo o cuestionarlo), presenta un ejercicio modelo y luego propone ejercicios rutinarios los cuales no difieren del ejercicio modelo. Por su parte, los estudiantes se restringen a realizar lo que el docente les pide hacer, así que se limita el desarrollo del saber, ya que por ejemplo no se proponen preguntas en relación con el significado de las MTC-DA.

Bajo dicha problemática, se plantea como objetivo de investigación diseñar y validar una herramienta teórico-didáctica (niveles y tarea) que permita identificar la interpretación de las MTC-DA. Para dar cumplimiento al diseño de la tarea, se tienen en cuenta las características que debe reunir la tarea como herramienta didáctica para identificar los niveles de interpretación de las MTC-DA. Esto incluye las particularidades vinculadas a las Tareas Estadísticas [TE], el Modelo de Tareas Tecno-Pedagógicas [MTTP], el enfoque de Abstracción Situada [AS] ya que como lo consideran Hoyles y Noss (2009)³⁴, permite la interacción entre el sujeto y el medio (herramienta tecnológica) para el desarrollo de significados estadísticos, así como las características del Nivel de Abstracción Expandida [NAE], con el objetivo de integrar y relacionar la categorización de niveles en la tarea tecno-pedagógica. La Tabla 1 presenta las

³⁴ Hoyles, C. y Noss, R. (2009). The Technological Mediation of Mathematics and Its Learning. Revista Human Development - HUM DEVELOP, 52, 129-147. <https://doi.org/10.1159/000202730>

particularidades que debe cumplir la tarea como herramienta didáctica que permita identificar los niveles de interpretación de las MTC-DA.

Tabla 1.

Características para las tareas tecno-pedagógicas en el ámbito estadístico

Desde Tareas Estadísticas [TE]	Desde el Modelo de Tareas Tecno-Pedagógicas [MTTP]	Desde la Abstracción situada [AS]	Desde el Nivel Abstracción Expandida [NAE]
<p>TE1. Involucra situaciones problema, investigaciones o ejercicios en contextos reales.</p> <p>TE2. Analiza bases de datos sobre problemas globales, económicos, científicos, etc.</p> <p>TE3. Justifica elecciones y procesos estadísticos.</p> <p>TE4. Incita a la toma de decisiones a partir de información estadística.</p> <p>TE5. Posibilita el estudio de las MTC-DA desde el uso de gráficos estadísticos.</p> <p>TE6. Genera cuestiones adicionales sobre las MTC-DA y el contexto en que se presentan.</p> <p>TE7. Fomenta en el sujeto la comunicación clara y precisa cuando se estudian las MTC-DA.</p> <p>TE8. Favorece la interpretación de fenómenos multivariados y dinámicos.</p>	<p>TTP1. Usa herramientas digitales para manipular objetos estadísticos.</p> <p>TTP2. Posibilita la observación y exploración de variantes e invariantes de las MTC-DA.</p> <p>TTP3. Fomenta la exploración del medio tecnológico mediante subtareas que permitan manipular objetos estadísticos (modo 1).</p> <p>TTP4. Construye significados estadísticos a partir del uso de la tecnología digital (modo 2).</p> <p>TTP5. Desarrolla y comunica razonamientos inductivos a partir del medio tecnológico (modo 3).</p>	<p>AS1. Permite la interacción entre el sujeto y el medio tecnológico.</p> <p>AS2. Promueve la construcción de significados a partir del medio tecnológico.</p> <p>AS3. Proporciona recursos representacionales para abstraer y comunicar ideas.</p>	<p>NAE1. Identifica, comprende y analiza la variabilidad de las MTC-DA.</p> <p>NAE2. Reconoce la representatividad de cada medida en un conjunto de datos.</p> <p>NAE3. Relaciona diferentes representaciones estadísticas (simbólica, verbal, numérica, algebraica, gráfica) con las MTC-DA.</p> <p>NAE4. Reconoce las propiedades de las MTC-DA para brindar interpretaciones de acuerdo con el contexto.</p> <p>NAE5. Realiza predicciones y cuestionamientos acerca de las situaciones que se describen con el conjunto de datos.</p> <p>NAE6. Genera conclusiones e interpretaciones sobre las MTC-DA teniendo en cuenta el contexto en que estas se presentan.</p>

De acuerdo con las características mencionadas, la tarea tecno-pedagógica (Anexo A)

parte de representaciones estadísticas que se pueden construir en CODAP y consta de diferentes subtareas o enunciados a partir de los cuales el estudiante debe explorar representaciones gráficas de las MTC-DA para generar conclusiones e interpretaciones sobre estas medidas de acuerdo con la situación planteada. En la Tabla 2 se presenta la relación entre la tarea tecno-pedagógica y las características mencionadas en la Tabla 1, al igual que se expone la correspondencia entre cada uno de los enunciados y el propósito de estos, considerando las

características de las tareas tecno-pedagógicas en el ámbito estadístico y una posible respuesta de acuerdo con el Nivel de Abstracción Expandida (mayor nivel propuesto para categorizar la interpretación de la MTC-DA).

Tabla 2

Descripción y características de la tarea tecno-pedagógica

Enunciado	Descripción del enunciado	Propósitos de cada enunciado [Código]	Posible respuesta acorde al nivel de Abstracción Expandida
<p>Enunciado 0: De acuerdo con la información, explore el aplicativo CODAP considerando las indicaciones.</p>	<p>En este momento el estudiante ha de seguir una serie de indicaciones para explorar y afianzar sus habilidades en el uso del aplicativo CODAP. Es decir, el estudiante debe utilizar herramientas del menú para representar gráficamente temperaturas promedio de cada día de Medellín, Cali y Barranquilla; además explorar herramientas para ocultar datos, presentar en pantalla la ubicación y los valores de las MTC-DA, y crear y modificar intervalos.</p>	<p>Conocer y explorar [TTP3] algunas herramientas de CODAP [AS1] para manipular objetos estadísticos [TTP1] a través de representaciones gráficas [TE5].</p>	<p>No aplica</p>
<p>Enunciado 1: Con las temperaturas promedio de cada día de Medellín, ¿cómo se puede entender el valor de la mediana? ¿Qué significa este valor en el conjunto de datos?</p>	<p>El estudiante debe observar los histogramas que representan temperaturas promedio de cada día de tres ciudades e identifica el gráfico con las temperaturas de Medellín y en él, reconoce el valor de la mediana; con lo que debe presentar una respuesta acerca del significado de esta medida.</p>	<p>A partir de un histograma [TE5], identificar la representación numérica de la mediana [AS3, NAE3] y generar conclusiones o interpretaciones [TTP5, TE7] sobre lo que significa [TTP4, NAE4, AS2] este valor en el conjunto de datos [NAE6, TE1].</p>	<p>El valor de la mediana es 22°C, lo que significa que existen 730 días en los que las temperaturas promedio son menores a 22°C y 730 días en los que las temperaturas promedio son mayores</p>
<p>Enunciado 2: En el gráfico que se representan los datos de temperaturas promedio de cada día de Cali, el valor de la</p>	<p>Haciendo uso del histograma que representa las temperaturas promedio de cada día de Cali, el estudiante debe identificar que el valor de</p>	<p>Identificar la representación numérica y gráfica de la media aritmética [NAE3, AS3] en histogramas [TE5], generar significados [AS2,</p>	<p>El valor de la media aritmética indica que las otras temperaturas oscilan por día, alrededor de los 23.2°C para la ciudad de Cali. A partir del gráfico correspondiente a</p>

<p>media aritmética es 23.2°C. ¿Qué significa este valor y qué tanto permite este valor describir las temperaturas de cada día del conjunto de datos?</p>	<p>la media aritmética es de 23.2°C y observar el comportamiento del conjunto de datos; es decir, si son homogéneos o si el conjunto presenta temperaturas extremas (datos atípicos). Con ello, presentar una respuesta sobre el significado de la media aritmética y si esta medida es representativa o no para dicho conjunto.</p>	<p>TTP4] y cuestionar [TE6] sobre dicho valor y su representatividad [NAE2] en el conjunto, considerando la información del enunciado [TE2] y el histograma presentado [TTP1].</p>	<p>Cali, se observa que el conjunto de datos es homogéneo y no presenta temperaturas promedio diarias atípicas. En consecuencia, la media aritmética se constituye en la medida que mejor representa el comportamiento general de las temperaturas registradas.</p>
<p>Enunciado 3: Se considera que el dato de temperatura promedio de cada día, con mayor frecuencia en la ciudad de <i>Barranquilla</i>, de enero de 2020 hasta diciembre de 2023, está entre 30°C y 35°C. ¿Está de acuerdo con esta afirmación? ¿A qué medida de tendencia central se está haciendo referencia?</p>	<p>El estudiante debe ubicar el histograma que representa las temperaturas promedio de cada día de Barranquilla. Allí, observar el intervalo 30°C a 35°C y verificar que efectivamente es el intervalo con mayor frecuencia, por lo que ha de presentar su respuesta indicando que el intervalo con mayor frecuencia hace referencia al intervalo modal.</p>	<p>A partir de una representación gráfica [TTP1], reconocer, identificar y verificar [TE3, TE6] propiedades [NAE4] de la MTC-DA a la que se hace referencia en el contexto de estudio.</p>	<p>Sí estoy de acuerdo con la información, ya que el intervalo entre 30°C y 35°C contiene alrededor de 450 días con estas temperaturas promedio y es el intervalo de mayor frecuencia, por lo que hace referencia al intervalo modal, para el caso de las temperaturas de Barranquilla.</p>
<p>Enunciado 4: Teniendo en cuenta la representación gráfica de los datos de temperatura promedio de cada día de Medellín, realice la siguiente exploración.</p>	<p>El estudiante debe ubicar el histograma que representa las temperaturas promedio de cada día de Medellín, localizar el cursor en el intervalo 10°C a 15°C, y luego cambiar de representación gráfica utilizando la herramienta <i>Puntos</i>, activar la visualización de la media y la mediana, y mover el ratón de derecha a izquierda y viceversa para observar la variabilidad de las MTC-DA.</p>	<p>Teniendo en cuenta el uso de las herramientas tecnológicas [TTP1, AS1] para el cambio de representación gráfica [TTP3, TE5], observar e identificar la variabilidad [NAE1, TTP2] de las MTC-DA.</p>	<p>No aplica</p>
<p>Enunciado 4. a: Cuando se selecciona un solo intervalo y se mueve, ¿por qué cree que el valor de la media aritmética cambia?</p>	<p>A partir de la exploración solicitada en el anterior enunciado, el estudiante ha de observar, a medida que arrastra con el ratón los datos seleccionados, el valor de la media aritmética y presentar una respuesta sobre la</p>	<p>Identificar propiedades de la media aritmética [NAE4] para comunicar [NAE6, TTP5, TE7] por qué su valor varía [NAE1, TTP2] cuando se presentan datos extremos (atípicos) en el conjunto estudiado.</p>	<p>El valor de la media aritmética varía, ya que a medida que los datos se arrastran hacia la derecha o la izquierda, se van convirtiendo en datos extremos (atípicos) para el conjunto, lo cual afecta al valor de la media aritmética. Es decir, las temperaturas diarias de 10°C</p>

	variación (o no) de esta medida.		a 15°C pasan a ser temperaturas negativas o superiores a los 40°C, lo cual no es tradicional en dicha ciudad.
Enunciado 4. b: ¿Qué pasa con la distribución de datos cuando se realizan estos movimientos?	El estudiante debe activar la herramienta <i>Curva normal</i> , realizar el arrastre de los datos seleccionados y observar en pantalla cómo la distribución de datos va cambiando.	Partiendo de los datos atípicos [TE8], observar y determinar la transformación (de homogéneo a heterogéneo) [TTP1, TTP3] del conjunto para identificar la representatividad de las MTC-DA [NAE2].	Al realizar el arrastre de los valores seleccionados, el conjunto de datos pasa de ser homogéneo a heterogéneo, con temperaturas diarias extremas (negativas y superiores a 50°C).
Enunciado 4. c: Según lo que se observa en pantalla, ¿cree que la mediana es la mejor medida para describir las temperaturas promedio de cada día de Medellín? Argumente su respuesta	De acuerdo con la exploración vivida a partir del enunciado 4, el estudiante debe observar los valores que toman las MTC-DA en el histograma que representa las temperaturas promedio de cada día de Medellín, además, debe dar una respuesta indicando por qué la mediana es el mejor indicador para representar las temperaturas.	Argumentar [NAE6, TE3, TTP4] por qué la mediana es la medida que mejor representa [NAE2, NAE4] un conjunto de datos [TE6, AS2] cuando este tiene algunos datos atípicos [TTP2].	Para esta situación la mediana se convierte en la medida que mejor representa las temperaturas promedio de cada día de Medellín, pues este es el mejor indicador cuando en el conjunto existen datos atípicos. Además, en distribuciones de frecuencias asimétricas positivas o negativas, la MTC-DA que mejor representa al conjunto es la mediana, ya que el conjunto de datos es heterogéneo y la media aritmética se desplaza hacia el lado donde hay valores extremos
Enunciado 5: Se presenta una noticia sobre la temporada de huracanes en los meses de octubre y noviembre en la región Caribe de Colombia y se exponen las temperaturas reales para dichos meses para ser agregadas, de acuerdo con los ítems siguientes.	A partir de la información presentada, el estudiante ha de observar las temperaturas de los meses de octubre y noviembre para la ciudad de Barranquilla.	A partir de una situación que involucra datos reales [TE1, TE2], ingresar [TTP1, AS1] nuevos datos al conjunto [TE8], para determinar cambios (o no) [TTP2, NAE1] en los valores de las MTC-DA [AS3]. Además, de acuerdo con la representación gráfica [TE5] y la exploración [AS1, TE8], identificar y comunicar [TTP5, TE7] si los valores de las MTC-DA [NAE3] presentan alguna variación [TTP2, NAE1] cuando se agregan nuevos valores [TTP1, TTP4] al conjunto de datos.	No aplica
Enunciado 5.a: ¿Cuáles son las temperaturas más altas de cada mes? Reporte los valores de las MTC-DA.	Para los literales a y b (del enunciado 5), el estudiante debe identificar las temperaturas más altas y bajas en los meses correspondientes, agregar dichos valores en la representación tabular y		Para los ítems a, b y c el valor de la media aritmética de las temperaturas de los meses de octubre y noviembre es de 29.9°C, de la mediana para octubre y noviembre es de 30.6°C por día, y la moda para los meses de octubre y
Enunciado 5.b: ¿Cuáles son las temperaturas más			

bajas de cada mes? ¿Qué muestran estas medidas?	reportar los valores de las MTC-DA.		noviembre se encuentra entre el intervalo 30°C a 35°C.
Enunciado 5.c: ¿Cuál es la temperatura promedio de cada mes?	Para el literal c (del enunciado 5), en la representación tabular, el estudiante debe agregar un nuevo atributo, digitar las temperaturas de octubre, luego generar un gráfico y determinar el valor de la media aritmética. Realizar el mismo proceso para determinar el valor de la media aritmética del mes de noviembre para la ciudad de Barranquilla. Después agregar los valores promedios de los dos meses (octubre y noviembre) en la representación tabular correspondiente al atributo de Barranquilla. Reportar los nuevos valores de las MTC-DA.		
Enunciado 5.d: Las temperaturas correspondientes a los meses de octubre y noviembre. Reporte los valores de las MTC-DA.	El estudiante ha de agregar todas las temperaturas correspondientes a los meses de octubre y noviembre al atributo de la ciudad de Barranquilla y reportar los nuevos valores que toman las MTC-DA para dicha ciudad.		Para esta situación, el valor de la media aritmética de temperaturas es de 29.8°C respecto a los meses de octubre y noviembre, la mediana para ambos meses es 30°C y la moda está en el intervalo 30°C a 35°C. Además, las MTC-DA parecen coincidir (omitiendo sus aproximaciones), por lo que el conjunto de datos es simétrico y significa que las temperaturas que representan los valores de la media aritmética, la mediana y la moda, son temperaturas que representan al conjunto de datos.
Enunciado 5. e: ¿Qué ocurre con los valores de las MTC-DA en los cuatro casos? ¿Qué significa esta variación? (Recuerde que sin los meses de octubre y noviembre el promedio era de	El estudiante debe observar y analizar los valores que toman las MTC-DA para los cuatro casos y ha de reportar la variación (si es identificada) de las medidas y explicar a qué se debe dicha variación.	Identificar [NAE1, TE8] y reportar [NAE6, TE3] escenarios en los cuales las MTC-DA varían su valor [NAE1, TTP2], teniendo en cuenta el aumento de la cantidad de datos en el conjunto [NAE4], y comunicar lo que significa [AS2, TTP5] esta	Cuando se agregan dos temperaturas diarias al conjunto de datos, las MTC-DA no cambian su valor. De otra parte, cuando se agrega una cantidad considerable de temperaturas (en este caso 61 datos), los valores de las MTC-DA presentan los siguientes cambios: la

29,9°C y la mediana de 30,6°C).		variación para el conjunto [TE4].	mediana disminuye 0,6°C de temperatura por día ya que esta medida varía cuando al conjunto se modifica la cantidad de datos. Respecto a la media aritmética y al intervalo modal, este se mantiene igual a pesar de los cambios en los datos ya que estos son homogéneos (no extremos) para el conjunto.
Enunciado 6: Considere la siguiente afirmación “Se prevé que las temperaturas para fin de siglo (2090-2099), respecto a 1980-1999, aumentarán entre 1,8°C y 4°C, según los escenarios (0,1°C cada década, al menos)” (Gobierno de Aragón, 2025). Utilice CODAP (cree un nuevo atributo y utilice la herramienta <i>Editar fórmula</i>) para predecir las siguientes situaciones.	Para los ítems a y b de este enunciado, el estudiante debe crear un nuevo atributo en la tabla ‘Temperaturas: Medellín – Barranquilla – Cali’ y allí, utilizar la herramienta <i>Editar Fórmula</i> (CODAP) para tomar los datos de una ciudad y aumentarle el promedio entre 1,8°C y 4°C. Realizar el mismo proceso para las ciudades restantes. Luego realizar tres histogramas (uno para cada ciudad) y determinar los valores de las MTC-DA. De esta manera podrá predecir los valores de las temperaturas para el año 2090.	Teniendo en cuenta una situación real [TE1, TE2], representar gráficamente [TTP1] las MTC-DA [NAE3] para realizar predicciones y cuestionamientos [NAE5, TE4] sobre sus valores.	No aplica
Enunciado 6.a: Si las temperaturas aumentan como se muestra en el estudio, ¿Cuál será la temperatura promedio en las tres ciudades para el año 2090?		A partir de la exploración de los datos [AS1, TTP1], identificar [NAE3] las representaciones numéricas y gráficas de las MTC-DA y predecir [NAE5, TE4] sus valores de acuerdo con el contexto de estudio.	La temperatura promedio diaria para Cali ha de ser de 26.1°C, para Medellín 23.7°C y para Barranquilla de 32.7°C.
Enunciado 6.b: ¿Qué temperaturas serían las más frecuentes en ese año?			Las temperaturas con mayor frecuencia para Cali estarán entre 30°C y 35 °C, para Medellín están entre 25°C y 30°C y Barranquilla están entre 35°C y 40°C.
Enunciado 6.c: ¿Cree que para el año 2090 el cambio climático llegará a su fin? Justifique su respuesta.	Presentar una respuesta donde se debe justificar si el cambio climático para el año 2090 ha finalizado o no.	Comparar representaciones numéricas y gráficas de las MTC-DA [NAE3, TE5] para realizar predicciones [NAE5, TE3, TE6] sobre la situación que se presenta.	No, el cambio climático para el año 2090 no llegará a su fin. Al contrario, las temperaturas aumentarán en aproximadamente 3°C, por lo que el cambio climático para 2090, posiblemente, tendrá mayores consecuencias.

Parte II. Tarea para identificar la interpretación de las MTC-DA

CODAP (*Common Online Data Analysis Platform* por sus siglas en inglés) es una aplicación web gratuita diseñada para interactuar con datos estadísticos con el objetivo de resumir, visualizar e interpretar datos, mejorando habilidades en su análisis y utilizarlos como evidencias para argumentar conclusiones e interpretaciones³⁵. En CODAP se encuentra el archivo *Temperaturas Colombia* (<https://codap.concord.org/app/static/dg/en/cert/index.html#shared=https%3A%2F%2Fcfm-shared.concord.org%2FKN5LEd7736FCcWophguc%2Ffile.json>) en el cual se reportan, de manera tabular, las temperaturas³⁶ promedio de cada día, desde enero de 2020 hasta diciembre de 2023³⁷, de tres ciudades de Colombia: Barranquilla³⁸, Cali³⁹ y Medellín⁴⁰. Explore este aplicativo considerando las siguientes indicaciones:

³⁵ Información tomada de: Asturias 4 STEAM. (8 de septiembre de 2022). *Explorar, visualizar y analizar datos con CODAP*. Asturias 4 STEAM. [https://asturias4steam.eu/explorar-visualizar-y-analizar-datos-con-codap/#:~:text=CODAP%20\(acr%C3%B3nimo%20en%20ingl%C3%A9s%20de,como%20evidencias%20para%20argumentar%20conclusiones](https://asturias4steam.eu/explorar-visualizar-y-analizar-datos-con-codap/#:~:text=CODAP%20(acr%C3%B3nimo%20en%20ingl%C3%A9s%20de,como%20evidencias%20para%20argumentar%20conclusiones)

³⁶ Es un valor que representa el comportamiento térmico general de la jornada de 24 horas, y se obtiene promediando la temperatura más alta y la más baja registradas durante el día.




³⁷ Nota: Las temperaturas de las tres ciudades de enero a diciembre de 2023 son tomadas de El Tiempo3.com (2024). El clima en Colombia. *ElTiempo3.com*. <https://www.tiempo3.com/south-america/colombia>

³⁸ Información tomada de TuTiempo.net (2024). Clima Barranquilla. *Tiempo Network, S.L.* <https://www.tutiempo.net/clima/ws-800280.html> 2024

³⁹ Información tomada de TuTiempo.net (2024). Clima Cali. *Tiempo Network, S.L.* <https://www.tutiempo.net/clima/ws-802590.html>

⁴⁰ Información tomada de TuTiempo.net (2024). Clima Medellín. *Tiempo Network, S.L.* <https://www.tutiempo.net/clima/2022/ws-801100.html>

Utilice la herramienta ‘Gráfico’ ubicada en la parte superior, arrastre desde la tabla (hasta la nueva pestaña) el atributo Medellín (°C). A la representación gráfica que se genera llámela ‘*Medellín*’.

Ahora, en la gráfica ‘*Medellín*’, explore las herramientas que esta pestaña ofrece, es decir, seleccione uno o varios datos del conjunto para ocultarlos con la herramienta ; utilice la herramienta  para mostrar la cantidad de datos (*conteo*), las etiquetas de las Medidas de Tendencia Central, observar diagramas de caja, de curva normal, entre otras. La herramienta  permite pasar de un gráfico de puntos a un histograma, para ello primero elija la opción *Agrupar en bins* y luego *Fusionar puntos en barras*, donde podrá modificar la amplitud de los intervalos (*Ancho bin*). Con las herramientas mencionadas, explore y modifique la representación gráfica tantas veces considere. Al final de esta exploración, grafique un histograma donde presente los valores del promedio y la mediana. Realice el mismo proceso con los atributos Cali (°C) y Barranquilla (°C) y nómbralos según corresponda. En pantalla se debe presentar la tabulación de los datos y tres histogramas (*Medellín, Cali y Barranquilla*), cada uno con los valores del promedio y la mediana.

Con base en la exploración realizada, junto con los valores mostrados para cada MTC trabaje en los siguientes enunciados:

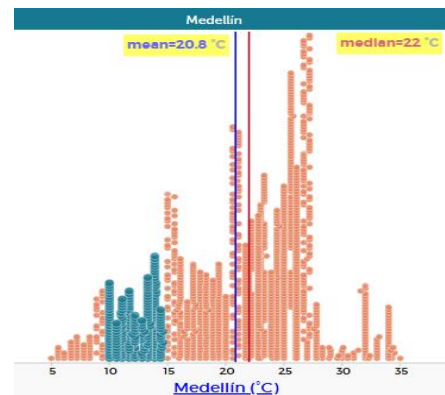
1. Con las temperaturas promedio de cada día de *Medellín*, ¿cómo se puede entender el valor de la mediana? ¿Qué significa este valor en el conjunto de datos?

2. En el gráfico que representa las temperaturas promedio de cada día de *Cali*, el valor de la media aritmética es 23.2°C . ¿Qué significa este valor y qué tanto permite este valor describir las temperaturas de cada día del conjunto de datos?
-
-

3. Se considera que la temperatura promedio de cada día con mayor frecuencia en *Barranquilla* de enero de 2020 hasta diciembre de 2023 está entre 30°C y 35°C . ¿Está de acuerdo con esta afirmación? ¿A qué medida de tendencia central se está haciendo referencia?
-
-

4. Teniendo en cuenta la representación gráfica de *Medellín*, realice la siguiente exploración:

- i) Con el cursor, seleccione, con doble clic, el intervalo 10-15 del gráfico.
- ii) Cambie la representación gráfica a Puntos.
- iii) Active el Promedio y Mediana y muestre sus etiquetas.
- iv) Mueva el cursor hacia la derecha y luego hacia la izquierda.
- v) Observe los valores de las medidas representadas y responda.



- a. Cuando se selecciona un solo intervalo y se arrastra, ¿por qué cree que el valor de la media aritmética cambia?
-
-

b. ¿Qué pasa con la distribución de datos cuando se realizan estos movimientos?

c. Según lo que se observa en pantalla, ¿cree que la mediana es la mejor medida para describir las temperaturas promedio de cada día de *Medellín*? Argumente su respuesta

5. La directora del IDEAM [Instituto de Hidrología, Meteorología y Estudios Ambientales], Ghislaine Echeverry Prieto, informó en *El Espectador* que la temporada de huracanes en los meses de octubre y noviembre de 2024 serán de los más fuertes en la historia, por lo que sí o sí van a causar lluvias y eventos extremos, como las bajas temperaturas y tormentas en la Costa Caribe (Redacción Ciencia, 2024)⁴¹. A partir de esta información se obtiene las temperaturas de Barranquilla para los meses⁴² mencionados.

Temperaturas octubre														
24.5	25.1	25.0	26.0	24.0	24.1	24.3	24.9	24.5	26.0	25.1	26.0	27.1	26.1	25.4
26.1	26.3	27.3	26.0	26.3	25.4	25.3	26.9	26.9	28.4	28.0	27.0	25.0	24.6	27.0
24.3														

Temperaturas noviembre														
24.3	24.0	24.0	23.5	23.7	25.5	27.5	24.3	26.4	24.5	25.4	27.4	26.5	27.0	28.4
28.3	28.0	29.4	27.5	27.4	28.3	26.4	28.5	29.4	28.6	27.8	28.4	27.9	28.4	27.5

⁴¹ Información tomada de Redacción Ciencia. (29 de mayo de 2024). IDEAM entrega más detalles sobre la temporada de huracanes 2024. *El Espectador*. <https://www.elespectador.com/ambiente/ideam-entrega-mas-detalles-sobre-la-temporada-de-huracanes-2024/>

⁴² Información tomada de AccuWeather (2025). Clima Barranquilla. *AccuWeather*. <https://www.accuweather.com/es/co/barranquilla/107123/november-weather/107123?year=2024>

Ante esta situación y teniendo en cuenta lo mencionado por Echeverry, explore los siguientes escenarios en CODAP.

Agregue en la tabla *Temperaturas: Medellín - Barranquilla - Cali*, específicamente en el atributo Barranquilla °C, los siguientes datos:

a. ¿Cuáles son las temperaturas más altas de cada mes? Reporte los valores de las MTC-DA.

b. ¿Cuáles son las temperaturas más bajas de cada mes? ¿Qué muestran estas medidas?

c. ¿Cuál es la temperatura promedio de cada mes?

d. Las temperaturas correspondientes a los meses de octubre y noviembre. Reporte los valores de las MTC-DA.

e. ¿Qué ocurre con los valores de las MTC-DA en los cuatro casos? ¿Qué significa esta variación? (Recuerde que sin los meses de octubre y noviembre el promedio era de 29,9° y la mediana de 30,6°).

6. Considere la siguiente afirmación “Se prevé que las temperaturas para fin de siglo (2090-2099), respecto a 1980-1999, aumentarán entre 1,8°C y 4°C, según los escenarios (0,1°C

cada década, al menos)” (Gobierno de Aragón, 2025)⁴³. Utilice CODAP (cree un nuevo atributo y utilice la herramienta *Editar fórmula*) para predecir las siguientes situaciones.

a. Si las temperaturas aumentan como se muestra en el estudio, ¿cuál será la temperatura promedio en las tres ciudades para el año 2029?

b. ¿Qué temperaturas serían las más frecuentes en ese año?

c. ¿Cree que para el año 2090 el cambio climático llegará a su fin? Justifique su respuesta

⁴³ Información tomada de Gobierno de Aragón (02 de enero de 2025). *El cambio climático: orígenes y consecuencias*. El cambio climático <https://goo.su/GoF33m>