La *yupana*, material didáctico para la enseñanza de las matemáticas en estudiantes de Educación Básica Primaria. Revisión documental

Claudia Anzola Mahecha

María Jenny Calderón Rodríguez

Asesora

Mag. Lyda Constanza Mora Mendieta

Universidad Pedagógica Nacional

Facultad de Educación

Departamento de Psicopedagogía

Licenciatura en Educación Básica Primaria

7 de mayo de 2024

Dedicatorias

Este trabajo de investigación está dedicado a Dios por darme la vida y la oportunidad de crecer como persona. A mi hijo Julián David, por ser mi fuente de motivación e inspiración para poder superarme cada día más y que de esta manera se hiciese posible este sueño tan anhelado.

Claudia Anzola M.

Dedico este trabajo de grado principalmente a Dios, por ser mi guía y por brindarme la sabiduría necesaria para llevar a cabo esta investigación. Esta dedicatoria es un profundo homenaje a mis amados hijos: Jhohan Felipe, Tatiana y Daniel Matías. Ustedes son el motor que impulsa mi vida, la razón de cada esfuerzo y la motivación que me alienta a seguir adelante día tras día. Este logro académico tan soñado y anhelado no es solo mío, es también de ustedes, pues cada sacrificio, cada noche de desvelo y cada reto superado han sido por ustedes y para ustedes.

Jenny Calderón R.

Agradecimientos

Quiero agradecer……

A Dios, por brindarme el coraje, la sensatez y la sabiduría para lograr este sueño y crecer en mi formación como docente.

A mi hijo Julián David, por ser el motor de mi existir, porque el verte crecer y que te convirtieras en un hombre ejemplar es el mayor orgullo y por entender lo importante que era terminar este proyecto.

A mi familia, porque en los momentos más difíciles y de angustia estuvieron ahí, buscando siempre la manera de apoyarme y fortalecerme con cada palabra para que no desfalleciera y finalizara este sueño.

A nuestra asesora, la docente Lyda Constanza Mora, por la paciencia, aporte, enseñanza y paciencia, elemento fundamental para culminar este proyecto de investigación.

Jenny, gracias por su colaboración y paciencia, por soportar y permitir que el ambiente de trabajo fuera simplemente perfecto. Gracias por apoyarme a lograr esta meta.

A los docentes por sus enseñanzas y consejos a lo largo de la carrera, sus conocimientos han fortalecido el amor por esta hermosa profesión.

A mi amiga Sandra Guerrero, por su apoyo y ayuda en mi proceso cuando más lo necesité.

Claudia Anzola M.

Agradecimientos

En primer lugar, quiero agradecer a Dios por brindarme la fortaleza, el entendimiento y la sabiduría para culminar esta etapa de mi vida.

A mi familia, por su apoyo incondicional durante todo mi proceso ya lo largo de mi carrera. Gracias por creer en mí y animarme a seguir adelante.

A mi hijo Daniel Matías, por su paciencia, comprensión y apoyo en cada día de este recorrido. Gracias por tus desvelos junto a mí, por tu respaldo y por entender el esfuerzo que conlleva esta meta.

A mi profesora de matemáticas y asesora en mi trabajo de grado, Lyda Mora, gracias por sus invaluables enseñanzas, su paciencia y motivación constante. Gracias por el tiempo dedicado a orientarnos y guiarnos en este arduo camino.

A mi compañera Claudia, por cada una de esas noches, días y meses que trabajamos incansablemente para sacar adelante este proyecto. Gracias por tus conocimientos, tu fortaleza, tu paciencia y tu dedicación, no solo a este trabajo de grado, sino también en tu profesión.

Finalmente, quiero agradecer a todas aquellas personas que, de una u otra manera, me apoyaron y me alentaron a alcanzar esta hermosa meta. Su respaldo ha sido invaluable en este camino.

Jenny Calderón R.

Resumen

Este trabajo de grado corresponde a una revisión documental que explora la *yupana* como material didáctico en el contexto Latinoamericano, entre los años 2017 y 2023 y que ha generado un interés creciente en el campo del conocimiento por su potencial en la enseñanza de las matemáticas.

En la recopilación del material bibliográfico se hallaron tres artículos, nueve trabajos de pregrado y cinco investigaciones de postgrado para un total de diecisiete documentos, los cuales fueron encontrados a través de los repositorios digitales de universidades latinoamericanas, Funes, Dialnet, Concytec y el buscador Google académico.

La metodología implementada se enmarca en la revisión documental, en la cual se delimitó el objeto de estudio, se realizó la recopilación de la información, así como la organización sistemática de los datos recolectados y un ejercicio de análisis e interpretación de estos, en relación con las interpretaciones de la *yupana* y otros asuntos de tipo pedagógico y contextual.

El análisis documental se hizo sobre tres artículos académicos, nueve trabajos de pregrado y cinco investigaciones de posgrado, implementadas en Perú, Ecuador y Colombia, siendo Perú el país con el mayor número de estudios realizados acerca del uso de la *yupana* como material didáctico en la enseñanza de las matemáticas en Básica Primaria, en relación con nociones básicas de número, resolución de problemas, operaciones con números naturales, estimación y cálculo. Las interpretaciones utilizadas fueron las de Burns (1981) y Radicati (1951) que evidencian logros en los procesos generales de pensamiento matemático y sentido numérico en los estudiantes participantes de las investigaciones.

Palabras clave: *yupana*, material didáctico, pensamiento matemático, etnomatemática.

Abstract

This degree thesis is a documentary review that explores the *yupana* as a teaching material in the Latin American context, between the years 2017 and 2023 and that has generated growing interest in the field of knowledge due to its potential in teaching mathematics.

In the compilation of bibliographic material, three articles, nine undergraduate works and five postgraduate research were found for seventeen documents, which were found through the digital, Dialnet, Concytec and the Google search engine academic.

The methodology implemented is supported in the documentary review, in which the object of study was delimited, the information was collected, as well as the systematic organization of the collected data to do an exercise of analysis and interpretation of the *yupana* and pedagogical and contextual issues.

The documentary review was done on three academic articles, nine undergraduate works and five postgraduate investigations implemented in Perú, Ecuador and Colombia, with Perú being the country with the largest number of studies carried out on the use of the *yupana* as teaching material in the teaching of mathematics in Primary School, in relation to basic notions of number, problem solving, operations with natural numbers, estimation and calculation. The interpretations used were those of Burns (1981) and Radicati (1951), evidencing achievements in the general processes of mathematical thinking and number sense.

Keywords: yupana, teaching materials, Mathematical Thinking, ethnomathematics.

Tabla de contenido

Introducción ... 1
Capítulo 1. Preliminares ... 4
Justificación ... 4
Objetivos ... 6
Objetivo general ... 6
Objetivos específicos ... 6
Antecedentes ... 6
Capítulo 2. Marco de referencia ... 16
Yupana ... 16
Características de la yupana ... 20
Interpretaciones de la yupana ... 21
Interpretación de Henry Wassén (1931). ... 22
Interpretación de Carlos Radicati Di Primeglio (1951). ... 23
Interpretación de William Burns Glynn (1981). ... 25
Interpretación de Diego Pareja (1986). ... 27
La yupana como material didáctico ... 29
El saber matemático en el contexto colombiano ... 32
Pensamiento numérico y sistemas numéricos. ... 33
Sentido numérico ... 35
Capítulo 3. Metodología ... 39
Consolidación del objeto de indagación ... 39
Recolección, organización y clasificación de la información ... 40
Capítulo 4. Análisis y resultados ... 48
Aspectos generales ... 48
Componente matemático y entorno escolar ... 61
En relación con el contexto. ... 65
Capítulo 5. Conclusiones y recomendaciones ... 67
Conclusiones ... 67
Recomendaciones ... 69
Referencias ... 70
Anexos ... 81
Anexo *A.* ... 81

Anexo *B* 83
Anexo *C* 108

Índice de tablas y figuras

Índice de tablas

Tabla 1 Contenidos asociados al pensamiento matemático 34

Tabla 2 Componentes del sentido numérico 37

Tabla 3 Bases de datos consultadas sobre el objeto de estudio yupana 40

Tabla 4 Esquema general para la organización de los documentos seleccionados 41

Tabla 5 Documentos encontrados y seleccionados para la revisión documental 42

Tabla 6 Esquema para la revisión documental 44

Tabla 7 Documento No. 1 46

Tabla 8 Pensamiento numérico y sistemas numéricos 61

Índice de figuras

Ilustración 1 Dibujo de los tableros con escaques expuestos por Radicati. 17

Ilustración 2 Yupanas Arqueológicas y Etnológicas encontradas en Ecuador y Perú. 19

Ilustración 3 Tablero de la yupana adaptado al original de Guamán Poma de Ayala. 21

Ilustración 4 Representación de la yupana junto al kipukamayuq. 22

Ilustración 5 Interpretación de Henry Wassén 22

Ilustración 6 Interpretación yupana según Carlos Radicati (1951) 25

Ilustración 7 Representación de la memoria según la interpretación de William Burns Glynn (1981) 26

Ilustración 8 Interpretación de William Burns Glynn (1981) 27

Ilustración 9 Ilustración 8 Interpretación de William Burns Glynn (1981) 28

Ilustración 10 Bases de datos consultadas.....48

Ilustración 11 Año de publicación 49

Ilustración 12 Tipo de documento.....50

Ilustración 13 Espacio geográfico 51

Ilustración 14 Población.....53

Ilustración 15 Propósito del estudio 54

Ilustración 16 Metodología 55

Ilustración 17 Ilustración 17 Conclusiones 57

Ilustración 18 Presentación de la yupana según material de elaboración .....**¡Error! Marcador no definido.**

Ilustración 19 Interpretación de la yupana según su disposición 59

Ilustración 20 Interpretación del autor 60

Ilustración 21 Conocimientos específicos: sentido numérico 63

Lista de anexos

Anexo A. Relación documentos y unidades de análisis.....81

Anexo B. Matrices con la información de la revisión documental.....83

Anexo C. Imágenes y enlaces de yupanas (comerciales y digitales).....108

Introducción

El presente ejercicio de revisión documental centra su interés en *la yupana* como material didáctico en la enseñanza de las matemáticas en la Educación Básica Primaria, un tema que en la actualidad ha tomado fuerza debido a sus aportes en el campo de la educación matemática en diferentes entornos educativos. En concordancia con lo anterior, Apaza-Luque (2017) define este instrumento incaico como una herramienta que enriquece el quehacer pedagógico y genera beneficios en los procesos de enseñanza y aprendizaje de los estudiantes desde los primeros años de escolaridad.

Este documento presenta la recopilación de diecisiete (17) tesis de grado y artículos científicos publicados en Latinoamérica en los últimos siete años, encontrados a través de las bases de datos Funes y Dialnet, así como del buscador Google Académico, la plataforma del Consejo Nacional de Ciencia, Tecnología e Innovación Tecnológica (CONCYTEC) y de los Repositorios Latinoamericanos: UNT (Biblioteca de Educación y Ciencias de la Comunicación); Repositorio Autónoma de Manizales; Repositorio UNIA (Universidad Nacional Intercultural de la Amazonia); Repositorio Digital Unach (Universidad Nacional de Chimborazo); Repositorio Institucional UCH (Universidad Cayetano Heredia), los cuales consideran a la *yupana* como material didáctico para la enseñanza de las operaciones básicas entre números naturales, la resolución de problemas y sentido numérico con estudiantes de los diferentes grados de Educación Básica Primaria. El trabajo consta de cinco capítulos enunciados a continuación.

Capítulo 1. Este apartado corresponde a los preliminares, presenta la justificación, los objetivos y los antecedentes que lo orientaron.

Capítulo 2. Presenta el marco de referencia en el que se exponen los fundamentos teóricos que sustentan las categorías abordadas a lo largo del proceso de indagación del objeto de estudio que retoma los conceptos más relevantes acerca de la *yupana*, su historia, las interpretaciones desde diversos autores, así como un acercamiento a la *yupana* como material didáctico, seguido del abordaje conceptual del componente pedagógico enmarcado en los Lineamientos Curriculares (MEN, 1998) y los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2006), y el sentido numérico como ejes que direccionan los procesos educativos.

Capítulo 3. Este apartado expone la metodología, en la que se enuncia de manera detallada la forma como se llevó a cabo la revisión documental, las estrategias utilizadas para la búsqueda de los documentos y las decisiones que se tomaron finalmente respecto a las bases de datos consultadas, así como la organización de la información general, elementos relacionados con la *yupana*, componentes pedagógicos y de contexto, evidenciados en las investigaciones retomadas y sintetizadas en las matrices utilizadas como instrumento para la consolidación de los datos, insumo importante en los procesos de interpretación, análisis y presentación de los resultados de la revisión documental.

Capítulo 4. Esta sección hace referencia al análisis e interpretación de la información. Allí se muestran los gráficos y las elaboraciones realizadas por las tesistas como resultado del ejercicio de comprensión e interrelación de los datos consolidados en relación con cada una de las categorías y subcategorías considerados en la revisión documental.

Capítulo 5. Corresponde a las conclusiones y recomendaciones, producto del análisis llevado a cabo en cada una de las etapas de la revisión documental y que busca generar espacios de reflexión y motivación para otros ejercicios investigativos que permitan implementar en la

práctica estrategias pedagógicas mediante el uso de la *yupana* como material didáctico en el desarrollo de procesos del sentido numérico en los entornos escolares.

Capítulo 1. Preliminares

En este capítulo se presenta la justificación que orienta esta revisión documental, así como, los antecedentes y los objetivos que se plantearon. De la misma manera, se enuncian dos preguntas que son el punto de partida para el desarrollo de la investigación.

¿Cuáles son los aportes que ha hecho la *yupana* en la enseñanza de las matemáticas a través de una revisión documental?

¿De qué manera ha sido utilizada la *yupana* como material didáctico para la enseñanza de las matemáticas en la educación básica primaria en distintas investigaciones en Latinoamérica a través de la revisión documental?

Justificación

El interés por indagar acerca de la *yupana* y sus aportes en los procesos educativos de las matemáticas, surge de la motivación frente a los temas abordados en los espacios académicos de la Licenciatura en Educación Básica Primaria en relación con los materiales didácticos y su incidencia en el desarrollo del pensamiento matemático. Por otro lado, en el marco del proceso de la Licenciatura se ofertó un curso titulado I Taller Internacional Taptana Cañari brindado por el grupo de Investigación en Educación Matemática de la Universidad Nacional de Educación de Javier de Loyola Ecuador, en el cual tuvo la oportunidad de participar una de las tesistas, en el que abordó este instrumento matemático prehispánico utilizado para la enseñanza y aprendizaje de las operaciones matemáticas básicas en los antiguos pueblos del actual territorio del Ecuador (Alquinga-Chango, 2021).

Al entrar en contacto con este material manipulativo y reconocer sus bondades y el uso real de este instrumento en los procesos de aprendizaje, se genera la inquietud de continuar con la

indagación de diversos materiales didácticos de otras culturas ancestrales, recorrido en el cual se visibiliza la *yupana*, instrumento de cálculo originario de la cultura Inca, llamativo por su trascender histórico, usos en el campo de la arquitectura, como instrumento de contabilidad y en taptanas o tableros de juegos de azar, como el phiskay (Vilca-Apaza, Sosa et al., 2023).

Estas características posicionan la *yupana* como objeto de estudio del presente trabajo de indagación que pretende realizar una revisión documental y el análisis de aquellos ejercicios de investigación relacionados con la *yupana* como material didáctico, sus aportes y limitaciones en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en la educación básica primaria.

Al tener en cuenta que, las culturas prehispánicas desarrollaron por siglos sistemas numéricos y técnicas para el desarrollo del pensamiento matemático que han sido objeto de constante indagación en el campo del saber, la exploración documental será un insumo para generar marcos de comprensión que permitan apreciar la *yupana* como material manipulativo útil en la enseñanza de las matemáticas y la posibilidad de establecer relaciones entre los beneficios que se generan en los procesos educativos y los fundamentos expuestos en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticos (MEN, 2006) y los Lineamientos Curriculares (MEN, 1998), en particular con el pensamiento numérico y los sistemas numéricos en la educación básica primaria, así como lo concerniente al sentido numérico.

Al culminar el proceso de análisis e interpretación de resultados se espera generar un ejercicio reflexivo que motive a los estudiantes a utilizar la *yupana* como material manipulativo para fortalecer el conocimiento matemático, además de reconocer y valorar los saberes ancestrales como elementos a incluir en la educación matemática y preservar nuestras raíces.

Para tal fin se plantean los interrogantes que orientan el proceso investigativo y los elementos relacionados con el objeto de estudio.

Objetivos

Objetivo general

Analizar los aportes realizados, al utilizar la *yupana* en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en la educación básica primaria en el contexto latinoamericano, entre los años 2017 y 2023, a partir de un ejercicio de indagación y recopilación de información en investigaciones educativas.

Objetivos específicos

1. Realizar un ejercicio de indagación y recopilación de información en investigaciones relacionadas con el uso de la *yupana* como material didáctico en la enseñanza de las matemáticas en la educación básica primaria durante los últimos siete años en Latinoamérica.

2. Reconocer los fundamentos conceptuales, pedagógicos y metodológicos de los documentos revisados alrededor de investigaciones en las que se haya utilizado la *yupana* en la educación primaria, así como los elementos concluyentes para el ejercicio de análisis e interpretación de resultados.

3. Analizar los hallazgos «en términos investigativos» de los estudios recopilados, que aborden el uso de la *yupana* como material didáctico en la construcción de conceptos y el desarrollo de los procesos del pensamiento matemático.

Antecedentes

A continuación, se presentan los documentos hallados en relación con el uso de la *yupana* en el contexto escolar como recurso didáctico en los procesos educativos y orientados a la

enseñanza de las matemáticas. De igual manera, se comparten estados del arte, que permitieron explorar la forma como los autores han abordado el tema de manera específica.

En relación con la primera categoría, se exponen cinco documentos que abordan investigaciones relacionadas con la *yupana*. Estos escritos ofrecen perspectivas valiosas y análisis detallados sobre la importancia y el funcionamiento de esta herramienta educativa.

- Vilca-Apaza, Mamani, Maraza y Bizarro (2023), en su artículo titulado «*Yupana* o ábaco inca, a 100 años (1912-2022)», adoptaron un enfoque cualitativo, centrándose en la técnica de revisión de literatura para explorar investigaciones y experiencias relacionadas con los efectos de la *yupana* en la educación matemática por más de cien años en América Latina, con un enfoque específico en Perú, Ecuador, Bolivia, Chile y Colombia.

De acuerdo con los autores, la utilidad integral de la *yupana* aún no ha sido plenamente explorada y se ha limitado a la interpretación y comprensión de su funcionamiento y uso. “Hasta el 2022, el 60,00% de los estudios ha enfocado su interés en los efectos de la *yupana*, como material educativo, en el aprendizaje de la aritmética básica, especialmente en niños de educación primaria,” (Vilca-Apaza et al., 2023), estudios que plantean nuevos interrogantes en relación con las interpretaciones teóricas, experiencias, prácticas y modelos innovadores desarrollados en diversas regiones de Latinoamérica en las cuales se amplió el uso de este material didáctico a la enseñanza de temas más complejos a nivel curricular.

- Paragua-Morales, Paragua-Macuri y Paragua-Macuri (2021), en su artículo titulado « Relación entre la *Yupana* y el aprendizaje de la multiplicación de números enteros» enmarcaron la naturaleza de la investigación en un enfoque explicativo con un análisis descriptivo, adoptan un diseño cuasi experimental, incorporan pruebas de entrada de índole

diagnóstica, pruebas de proceso y pruebas finales, las cuales fueron implementadas con el propósito de verificar el nivel de aprendizaje en la multiplicación de números enteros mediante la aplicación de la *yupana* como recurso didáctico.

Como resultado de la investigación, se puso en evidencia la efectividad de la *yupana* después de la aplicación e intervención con estudiantes, que registra un impacto positivo en el aprendizaje de la multiplicación con números enteros.

- Espitia (2018), en su tesis de maestría titulada «Aportes de la *yupana* a la interpretación de la multiplicación», presentó una reflexión acerca de las prácticas pedagógicas y la implementación de este instrumento en la construcción de algoritmos de las operaciones básicas y el fortalecimiento de las habilidades para la resolución de situaciones problema aplicadas en contexto.

En la sistematización de la experiencia pedagógica se detallan los instrumentos utilizados para la recolección de información, tales como diarios de campo, rúbricas de evaluación, observaciones y producciones de los estudiantes. Además, se proporciona una descripción detallada de los diferentes momentos de la intervención y que incluyen las reflexiones del docente.

La implementación de la *yupana* se reveló como una valiosa herramienta didáctica en la construcción de significado en lo relacionado con el concepto de las reagrupaciones, el proceso de la multiplicación y su aplicación en la solución de situaciones, elemento a considerar y destacar en este trabajo. Esta estrategia pedagógica demostró su eficacia al abordar la problemática identificada en cuanto a la interpretación del valor posicional de los números naturales y la apropiación del algoritmo de la multiplicación. Durante los diversos momentos de

la intervención, se observó que los estudiantes, al realizar cálculos matemáticos para resolver multiplicaciones con el respaldo de la *yupana* y al explicar los cambios de unidades de manera procedimental, lograron una comprensión más sólida de este concepto.

- Apaza-Luque (2017), en su tesis doctoral «La *Yupana*, material manipulativo para la educación matemática. Justicia social y el cambio educativo en niños de las comunidades Quechuas alto andinos del Perú», abordó la investigación desde un enfoque cualitativo centrándose en una revisión teórica de las bases que fundamentan la práctica en la educación intercultural y en pro de la justicia social, utilizan de manera práctica el material de la *yupana* para enriquecer los marcos de comprensión frente al proceso pedagógico y la didáctica de las matemáticas.

Este trabajo pretende fundamentar los aportes de la *yupana* como material didáctico de apoyo en el desarrollo del conocimiento matemático con un enfoque intercultural aplicado al trabajo de campo en instituciones educativas con docentes y estudiantes, proyectado a las comunidades de contexto quechua en la región de Cusco Perú.

Esta investigación se desarrolla con un enfoque cualitativo y emplea la técnica de revisión de documentos para comprender las bases teóricas e interpretar las prácticas que se generan en el proceso educativo para posibilitar el uso pedagógico de la *yupana* y otros materiales didácticos.

En conclusión, en el trabajo se evidenció la importancia de incorporar material didáctico cercano a los contextos culturales como la *yupana*, entre otros recursos concretos, para el fortalecimiento de la educación matemática en las comunidades rurales con el fin de aplicar conceptos matemáticos en el abordaje de situaciones ligadas a prácticas sociales y culturales, la estructura interna, la organización de las comunidades, así como los valores culturales arraigados,

el trabajo colaborativo y el respeto por las normas y tradiciones ancestrales desde un ámbito intercultural, en consonancia con los propósitos del presente trabajo de grado.

- Apaza-Luque y Atrio (2016), en el artículo titulado «Las cantidades en la *Yupana* desde una perspectiva cultural andina: una experiencia en aulas de primer y segundo grado de primaria» enmarcaron el trabajo en una investigación cualitativa de estudio de casos, orientada a comprender e interpretar el comportamiento humano, con un enfoque en datos observados en su contexto natural. Las observaciones se llevaron a cabo en aulas de primer y segundo grado de primaria en la Institución Educativa N° 56116 de Surimana, perteneciente a la provincia de Canas, región Cusco, Perú. Esta institución formó parte de las diez escuelas involucradas en el proyecto «Educación Matemática Cultural Andino» (EMCA), y se seleccionó en el primer grupo del nivel primario (primero y segundo grado) para el estudio.

La investigación se desarrolló a partir de la observación directa en el contexto natural con la participación de docentes y la comunidad, generaron espacios de acercamiento a las prácticas pedagógicas y culturales para una comprensión más profunda de la educación matemática intercultural.

Este enfoque no solo enriquece la enseñanza de las matemáticas, sino que también contribuye a ampliar la perspectiva de los estudiantes sobre la diversidad de representaciones numéricas al tiempo que fortalece su conexión con la rica herencia cultural de las regiones alto andina del Perú.

Cabe anotar que todos los documentos abordados en este primer apartado corresponden a investigaciones realizadas en contextos escolares y con propósitos cercanos a establecer el impacto de la *yupana* en los procesos educativos de las matemáticas en diferentes grupos y

grados escolares lo que muestra un interés de la comunidad de educadores matemáticos por el uso y estudio de este instrumento incaico para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. A continuación, se socializan documentos investigativos en la misma línea, pero enfocados en el estudio de material didáctico y su pertinencia en los procesos de enseñanza.

En cuanto al material didáctico se destacan en el proceso de indagación cuatro documentos que abordan estudios relacionadas con material didáctico. A través de esta revisión se busca resaltar los aportes que estas investigaciones ofrecen al campo educativo, así como la forma en que los materiales del contexto pueden ser aprovechados de manera efectiva para mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

- Carvajal (2023), en su trabajo de grado titulado «El ábaco en el aprendizaje de las operaciones básicas de la asignatura de matemáticas en los estudiantes de 2do año de educación general básica de la unidad educativa “Quisapincha” del cantón Ambato», adoptó como metodología de investigación un enfoque mixto, al combinar elementos cualitativos y cuantitativos para abordar de manera integral la complejidad del problema en estudio. En el componente cualitativo se prioriza la consulta a fuentes confiables que brindaran información relevante para la investigación; en el campo cuantitativo, el trabajo centra su atención en la sistematización de los datos referentes al pensamiento numérico y la presentación concreta de los resultados.

En conclusión, tras analizar la fundamentación teórica y científica del ábaco como recurso didáctico para el aprendizaje de operaciones básicas en matemáticas, se establece su importancia en el desarrollo del cálculo aritmético. El ábaco emerge como una herramienta que facilita la identificación de números y la comprensión de operaciones fundamentales, como la adición y la sustracción. El aprendizaje, entendido como un conjunto de conocimientos orientados hacia la

instrucción escolar, reconoce los aportes del ábaco como un recurso didáctico, que estimula los procesos de pensamiento en los niños y fortalece la construcción y apropiación de saberes.

En consonancia con otros ejercicios de investigación mencionados, las ventajas derivadas del uso del ábaco para aprender operaciones básicas son diversas, se destaca la agilidad mental, el estímulo de la creatividad, la mejora de la memoria y la concentración. Además, contribuye a la formación de conceptos y a la resolución efectiva de problemas matemáticos.

- Rodríguez (2022), en su tesis de maestría titulada «El ábaco como recurso didáctico en la enseñanza de operaciones aditivas para segundo grado de educación general básica de la Unidad Educativa Dr. Otto Arosemena Gómez», orientó la investigación hacia la comprensión, el sentido y el significado que los docentes atribuyen al uso de recursos didácticos en las aulas de clase y qué impacto tiene el uso de los mismos para desarrollar y fortalecer el pensamiento numérico y la habilidad en la solución de situaciones aditivas.

El enfoque adoptado se caracteriza por ser exploratorio y descriptivo. Se evidenció que el uso del ábaco como recurso didáctico elemental en las clases de Matemáticas fomenta la interacción constante entre docentes y estudiantes, además que facilita el proceso de enseñanza y aprendizaje al vincularlo con la realidad del educando y promover así su participación activa.

Se describieron los beneficios obtenidos, como la mejora en la memoria, concentración, análisis y reflexión, al emplear el ábaco para enseñar operaciones aditivas, que amplían el desarrollo de habilidades y destrezas en los estudiantes.

- Allaico (2020), en su proyecto de investigación titulado «Material didáctico en el área de matemáticas de los niños de primer grado de educación básica paralelo "a" de la unidad

educativa "Dr. German Abdo Touma" Riobamba periodo 2017-2018» sustentó su investigación en una revisión bibliográfica que abarcó libros, revistas electrónicas y artículos científicos que proporcionaron fundamentos teóricos desde diferentes perspectivas académicas para el estudio. La metodología adoptada se caracterizó por un diseño no experimental, dado que no se manipularon variables. La investigación se clasificó como de campo, realizada *in situ*, y de tipo descriptiva, al observar y describir el comportamiento de los sujetos sin ejercer influencia. La población objetivo fueron niños de primer año de educación básica, con una muestra no probabilística e intencional que incluyó a la totalidad de 32 estudiantes. La técnica empleada fue la observación, respaldada por la ficha de observación como instrumento, que permitieron la obtención de datos reales sobre la importancia de implementar material didáctico en la enseñanza de las matemáticas en el grado primero de educación básica primaria.

Las conclusiones derivadas de este estudio indican que los materiales didácticos desempeñan un papel importante en el aprendizaje de las matemáticas, especialmente en esta etapa de desarrollo cognitivo de los estudiantes. Se evidenció en la revisión del documento que el uso de material concreto, visual y gráfico fortalece de manera significativa la comprensión y asimilación de los conceptos matemáticos, que exaltó la pertinencia de integrar diversidad de estrategias pedagógicas en la enseñanza de esta disciplina.

- Flores y Ventura (2017), en su tesis titulada «Uso del ábaco de diez cuentas y su influencia en el aprendizaje de la matemática en el segundo grado de primaria, en el plantel Guamán Poma de Ayala» propusieron un enfoque cuantitativo, que se fundamentó en el análisis de los datos y la prueba de hipótesis con base en estadística descriptiva e inferencial con un tipo de investigación aplicada en relación con el uso de este instrumento matemático en el desarrollo de habilidades de pensamiento.

Las conclusiones que se generan a partir de esta investigación indican que el uso del ábaco de diez cuentas puede facilitar la enseñanza de los conceptos matemáticos y proporcionan a los estudiantes una herramienta tangible para explorar, practicar, verificar y corregir de manera eficaz operaciones matemáticas básicas, lo que a su vez contribuye en los procesos de retención, interpretación, comprensión y aplicación de los contenidos, así como la estimulación cognitiva para el planteamiento de soluciones a situaciones problema y sus diversas alternativas de abordaje.

De igual manera, para lograr una mejora continua en el ámbito educativo, es esencial fomentar la implementación y aprovechamiento de materiales educativos dentro del aula, en la búsqueda constante por transformar y fortalecer la calidad en la educación. Los materiales didácticos emergen como elementos importantes y, en realidad, se consideran indispensables en el entorno educativo, los cuales desempeñan un papel fundamental al posibilitar que los estudiantes desarrollen habilidades y destrezas específicas en el procesamiento, articulación de saberes y aproximación a la construcción y apropiación de nuevos conocimientos que favorezcan las competencias de los educandos y su desempeño en el entorno inmediato.

En síntesis, estos antecedentes pusieron en evidencia la diversidad de elementos que promueve el uso de la *yupana*, como la visibilidad de la riqueza cultural de las comunidades prehispánicas que generan apropiación por las raíces latinas por parte de los estudiantes, el fortalecimiento del pensamiento numérico como la comprensión del sistema de numeración decimal (composición y descomposición de números), la comprensión de conceptos aritméticos como el significado de las operaciones entre números naturales y enteros entre otros. De igual forma, es importante señalar el fortalecimiento de habilidades como la creatividad, la capacidad

de concentración, la agilidad en el planteamiento y resolución de situaciones problema, el cálculo mental, entre otros.

En el recorrido de indagación documental, se logra establecer como constante en los estudios de investigación los beneficios de la *yupana* para la comprensión de conceptos matemáticos básicos, desarrollo de las operaciones aritméticas, la composición y descomposición numérica, la numeración decimal entre otros, así como el fortalecimiento de los valores culturales, el trabajo colaborativo y el respeto por las prácticas ancestrales, que demuestran, de acuerdo con lo expuesto, la coherencia entre el valor de la cultura y las herramientas didácticas creadas por las comunidades para acercar a los más jóvenes al conocimiento.

Además, la indagación documental puso en evidencia que existe un interés importante por estudiar y reconocer el valor de los materiales didácticos en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en los diferentes contextos educativos.

Capítulo 2. Marco de referencia

En este capítulo se presentan los referentes considerados para el proceso de indagación documental, con el fin de ampliar los marcos de comprensión en lo relacionado con la *yupana*, su devenir histórico, usos, características y pertinencia pedagógica como material didáctico en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, además de los elementos que constituyen el saber matemático en el contexto escolar, para lo cual se tomó como base los aspectos referidos al pensamiento numérico y los sistemas numéricos, y los procesos generales desde la propuesta de dos de los documentos normativos colombianos (Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2006) y los Lineamientos Curriculares (MEN, 1998)). Además, se consideró otro aspecto conceptual, el sentido numérico, por ser este más general (globalizado) que el pensamiento numérico (más local).

Yupana

La *yupana* es una herramienta de cálculo utilizada en el imperio de los Incas, que fundamenta su importancia histórica y su función dentro de la sociedad suramericana, ya que permitió generar avances significativos en los sistemas contables, la arquitectura, los juegos de azar, las actividades relacionadas con la agronomía, la administración y la organización del calendario.

Desde los primeros hallazgos del ábaco inca por Guamán Poma de Ayala en 1908 y su publicación gráfica en 1912, la *yupana* ha recibido varios nombres: quipu de granos de maíz (Acosta, 1954), ábaco peruano, pizarra inca, computador incaico, tabla inca y calculadora prehispánica (Vilca-Apaza, Sosa et al., 2023).

La *yupana* está relacionada con el término «*yupay*» que significa «contar» o «lo que sirve para contar» o «hacer cuentas» (Burns, 1981). Así mismo, la palabra *yupana* que significa "lo que sirve para contar" o "calculadora" (Saldívar et al., 2019) y provendría del vocablo *Yupanqui*, traducido como "contarás" o "aficionado a calcular" que podría estar relacionado también con el uso de la *yupana* como instrumento de cálculo (Chirinos, 2010).

La información sobre la *yupana* se encuentra principalmente en dos fuentes históricas. Según Radicati di Primeglio (1951), la primera titulada «Nueva Corónica i Buen Gobierno», de Felipe Guamán Poma de Ayala (1912) describe a la *yupana* como un tipo de «tablero con escaques» dividido en compartimientos con casilleros (Figura 1) (Radicati, 1951, p. 270). La segunda fuente es la «Historia del Reino de Quito de la América Meridional» (1841) escrita por el padre Juan de Velasco, quien describe este instrumento de conteo como,

> …ciertos archivos o depósitos hechos de madera, de piedra o de barro, con diversas separaciones en las cuales colocaban piedrecillas de distintos tamaños, colores y figuras angulares, porque eran excelentes lapidarios. Con las diversas combinaciones de ellas, perpetúan sus hechos, y formaban sus cuentas de todo. (De Velasco, 1841, p. 7).

Figura 1

Dibujo de los tableros con escaques expuestos por Radicati.

Nota. La figura muestra los tableros con escaques dividido en compartimentos con casilleros. Fuente: Radicati (1980, p. 271).

De acuerdo con Vilca Apaza y Sosa et al. (2023), el conocimiento que se tiene hoy día acerca de esta herramienta de la cultura incaica se le atribuye a los cronistas de la colonia y los hallazgos arqueológicos derivados de las investigaciones realizadas en relación con su proceso histórico (ver figura 2) y la desaparición de la mayoría de los *quipus*[1] y *yupanas* que fueron quemados en aquella época por ser considerados material demoníaco.

Fue en Ecuador y Perú donde se encontraron los primeros restos arqueológicos de este instrumento incaico se inició la exploración teórica que ha dado paso a múltiples estudios acerca de la *yupana*, su importancia y legado en el ámbito sociocultural y pedagógico. Estos hallazgos corresponden en primer lugar, a la *yupana* arqueológica descrita por Guamán Poma de Ayala como tableros de madera, piedra o barro con escaques o depósitos donde se supone se colocaban las semillas. Otro artefacto fue la *yupana* etnológica representada por tableros que muestran casilleros dibujados por líneas (Pacheco, 1999).

[1] Instrumento central de archivo y control de información, tanto numérica como estadística, en el imperio inca. Formado por una cuerda horizontal de la cual pendían otras de diverso grosor y coloración (Pareja, 1986).

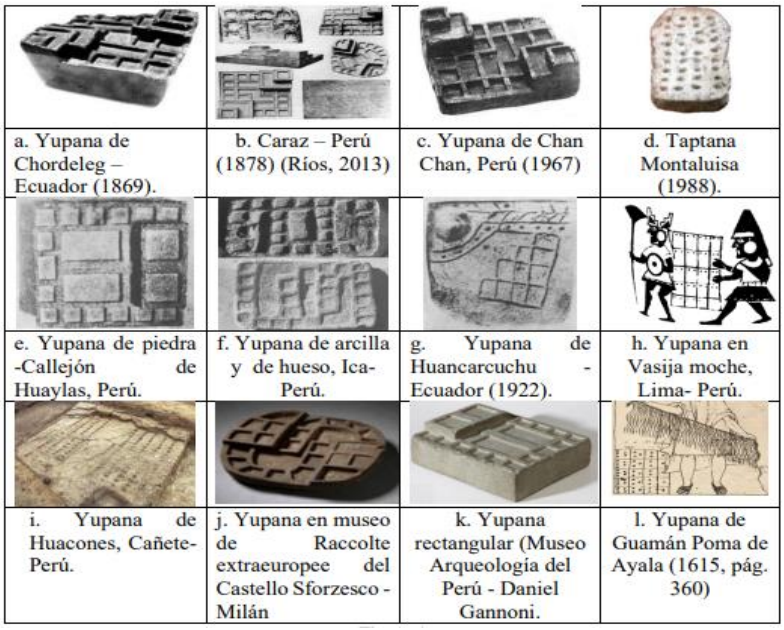
La primera *yupana* arqueológica de madera de Chordeleg fue encontrada en Chordeleg en la Provincia de Azuay en el año de 1869, el uso probable de este instrumento fue para establecer impuestos en la sociedad inca (Radicati, 1951) (Figura 2a). De igual forma, se hallaron la «taptana o el ajedrez de Atahuallpa» (figura 2d) expuesta en 1988 por Olaf Holm (Radicati, 1951); la *yupana* de Chan Chan, la *yupana* de piedra con rayas de Huancarcuchu por Max Uhle en 1922 (Micelli y Crespo, 2012) y la de diez casilleros dibujados y escalonados (Figura 2g).

En Perú, en el año de 1878, Wiener halló las *yupanas* de piedra en Caraz (Figura 2b); la *yupana* de planta ovalada en Pallasca, los tableros decorados con figuras, la *yupana* de madera del complejo arqueológico de Chan Chan, similar a la de Chordeleg (Figura 2c); la *yupana* de piedra del callejón de Huaylas (Figura 2e); las *yupanas* de arcilla y de hueso de Cachalote de Ica[2] (Figura 2f); la *yupana* en la vasija Moche, con casilleros de 5 × 4 presentada por Engl (1967) y atribuida erróneamente a los Incas (Miselly y Crespo, 2012) (Figura 2h); la *yupana* plataforma de barro fijada al suelo del complejo arqueológico de Huacones-Cañete, que consta de 20 cuadrículas de ocho hoyos cada una (Figura 2i); la *yupana* del museo de Raccolte extraeuropee del Castello Sforzesco-Millán (Figura 2j); la *yupana* de casilleros cuadrados y rectangulares, distribuidos al eje (Figura 2k) y la *yupana* incaica de Guamán Poma de Ayala que tiene puntos negros y blancos en su interior (Figura 2l).

Figura 2

Yupanas Arqueológicas y Etnológicas encontradas en Ecuador y Perú.

[2] Región ubicada en la costa sur central del litoral peruano. Allí encontraron el cráneo de una especie de cachalote, material utilizado para elaborar la *yupana* arqueológica.



Nota. La figura muestra las *yupanas* arqueológicas y etnológicas encontradas en Ecuador y Perú. Fuente: Vilca-Apaza, Sosa et al. (2023).

Este recurso incaico cargado de un significado histórico, social y cultural y que se ha explorado desde diversos campos del saber, se ha constituido en el campo de la enseñanza de las matemáticas y procesos de pensamiento en una herramienta fundamental en el ámbito educativo, ya que beneficia tanto social como cognitivamente a los estudiantes a través de la manipulación y la práctica de experiencias innovadoras (Arpi y Rivera, 2023) convirtiéndose así en un material didáctico.

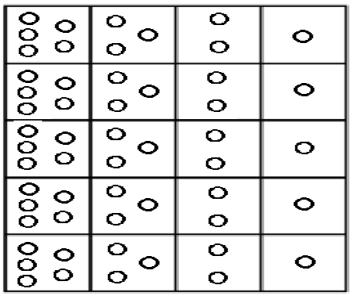
Características de la yupana

Los arqueólogos describen las *yupanas* como tableros hechos de barro, piedra, madera tallada, hueso o, simplemente, trazados en la tierra, divididos en cuatro columnas y cinco filas (Figura 3) acorde con la ubicación de la *yupana* de Guamán Poma de Ayala (1615) en el gráfico expuesto en su obra Nueva Corónica y Buen Gobierno (Apaza-Luque, et al., 2017), “formando, así, casillas donde se colocaban piedrecitas, granos de maíz o quinua que adquirían un valor numérico en función de su posición” (Ramos, 2011, párr. 10). Las columnas indican los grupos

de 1, 2, 3 y 5 de derecha a izquierda, mientras las filas obedecen a niveles o bases, que pueden ser binario, ternario, quinario, decimal, etc.; para el caso de la educación básica primaria se utiliza el orden decimal.

Figura 3

Tablero de la yupana adaptado al original de Guamán Poma de Ayala.



Nota. Adaptación de la *yupana* basada en el dibujo original de Guamán Poma de Ayala. Fuente: elaboración propia (2024).

A continuación, se presentan las interpretaciones más relevantes del uso de la *yupana* a partir del gráfico presentado por Felipe Guamán Poma de Ayala en su obra «Nueva Corónica i Buen Gobierno» (1615).

Interpretaciones de la yupana

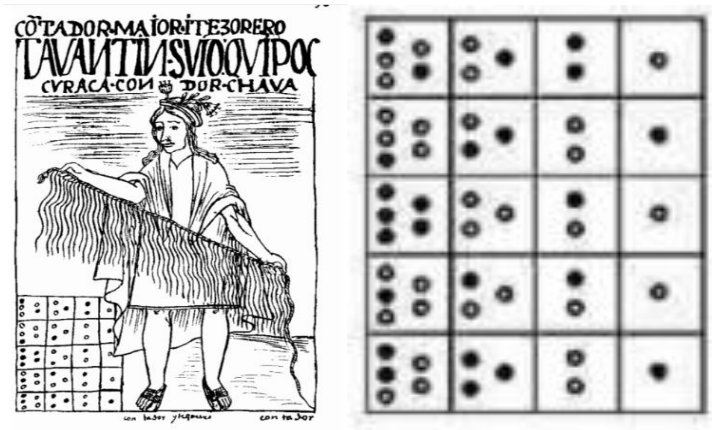
Estas interpelaciones evidencian la sagacidad mental y la rigurosidad matemática del pueblo inca. Vilca-Apaza, Sosa et al. (2023) exponen el acercamiento realizado por Wassén (1931), Radicati (1951), Burns (1981), Pasquale (2001), entre otros teóricos, a la representación de esta herramienta incaica y sus métodos de operación, desde diferentes ejercicios de interpretación y comprensión, basados en la representación gráfica de la *yupana* propuesta por Felipe Guamán Poma de Ayala (1615) (Figura 4) en la que se muestra al *kipukamayuq* [3] *que*

[3] Persona que llevaba la contabilidad y de manipular el quipu en el imperio inca (Pareja, 1986).

sostene un quipu. Adicional, se presenta la imagen de la *yupana* original que generó las diversas interpretaciones y que se exponen a continuación.

Figura 4

Representación de la yupana junto al kipukamayuq.



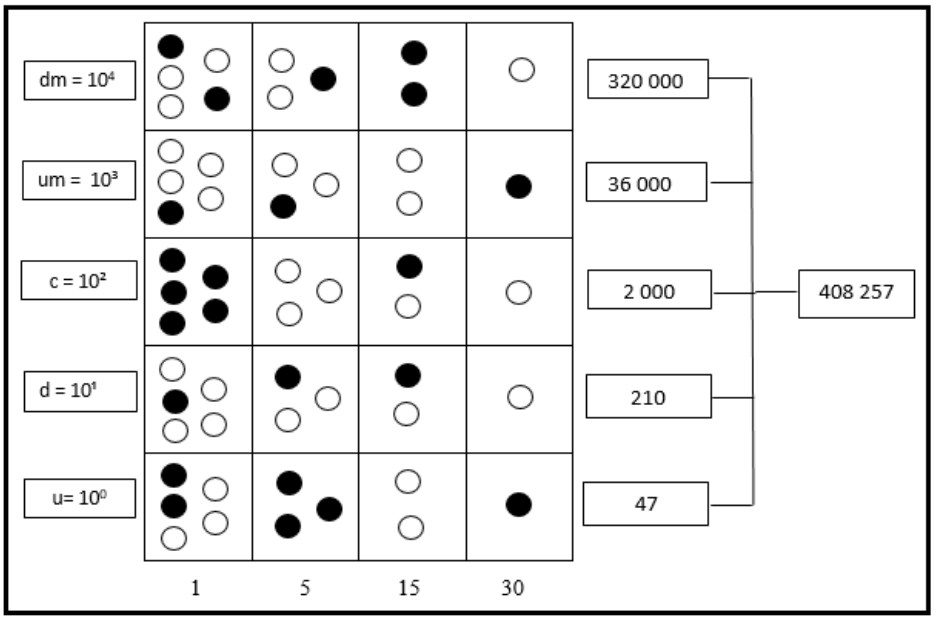
Nota. La figura muestra a la *yupana* al lado del *kipukamayuq* en un dibujo de Guamán Poma. Fuente: De Ayala, F. G. P., & GY, F. P. (1615, p. 360).

Interpretación de Henry Wassén (1931). Wassén hace su interpretación a partir de la ilustración y del modelo original, que se conoce como modelo vertical de Guamán Poma de Ayala. Los círculos blancos representan los huecos de la *yupana* en los que se colocarán las semillas o piedrecillas y los círculos negros de la imagen corresponden a los huecos donde ya se han colocado las semillas, que para el caso están ocupados y representan alguna cantidad.

Las filas leídas de abajo hacia arriba corresponden a las unidades ($u = 10^o$), decenas ($d = 10^1$), centenas ($c = 10^2$), unidades de mil ($um = 10^3$) y decenas de mil ($dm = 10^4$) respectivamente. Así mismo, a las semillas en cada columna de izquierda a derecha se les asigna el valor de: 1 a la primera columna; a la segunda, 5; a la tercera, 15 y a la cuarta, 30, como se puede observar en el ejemplo de la Figura 5.

Figura 5

Interpretación de Henry Wassén



Nota. La imagen muestra la interpretación de la *yupana* propuesta por Henry Wassén (1931). Fuente: Elaboración propia (2024).

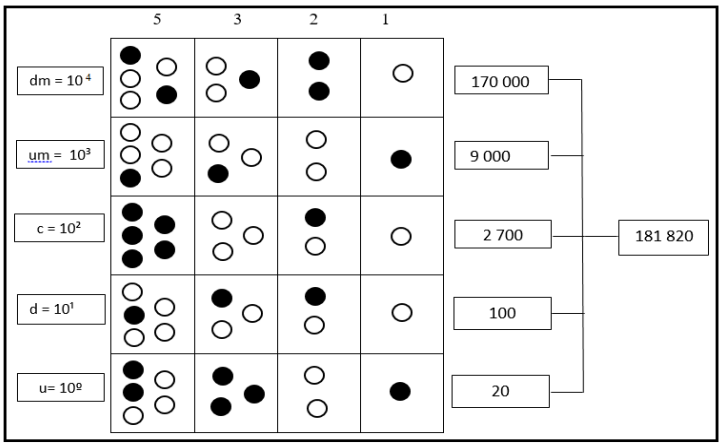
Interpretación de Carlos Radicati Di Primeglio (1951). Radicati hace una interpretación de la *yupana* diferente a la de Wassén, en la que cada casilla adquiere un valor distinto de acuerdo con su posición. Los círculos negros representan cantidad de semillas y asumen el valor de acuerdo con la columna en la que se encuentren. En el tablero ubica los valores 5, 3, 2, 1, de "izquierda a derecha" para cada columna respectivamente, el número de fichas negras se multiplica por el valor de la columna y este resultado se multiplica por una potencia en base diez. Se inicia de abajo hacia arriba. En la primera fila ubica las unidades que se representan como $u = 10^0$; la segunda fila representa las decenas, $d = 10^1$; la tercera fila las centenas, $c = 10^2$; en la cuarta fila las unidades de mil, $um = 10^3$ y finalmente las decenas de mil, $dm = 10^4$.

Cada semilla adquiere un valor que depende de la casilla en la que se ubique. La figura 6 muestra el número 181 820, que se expresa de la siguiente manera:

En la primera fila (de abajo hacia arriba): (5 × 2) × 1 + (3 × 3) × 1 + (1 × 1) = **20**; en la segunda: (5 × 10) + (3 × 10) + (2 × 10) = **100**; en la tercera: (5 × 5) × 100 + (2 × 100) = **2 700**; en la cuarta: (5 × 1 000) + (3 × 1 000) + (1 × 1 000) = **9 000** y en la quinta: (5 × 2) × 10 000 + (3× 10 000) + (2 × 2) × 10.000 = **170 000**. Finalmente se adicionan los valores que resultan en cada fila así 170 000 + 9 000 + 2 700 + 100 + 20 = **181 820.**

Figura 6

Interpretación yupana según Carlos Radicati (1951)



Nota. La imagen presenta la interpretación de Carlos Radicati Di Primeglio (1951). Fuente: Elaboración propia (2024).

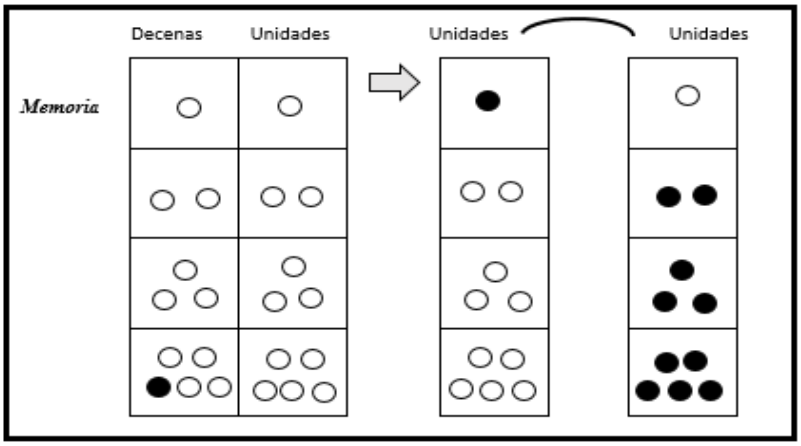
Interpretación de William Burns Glynn (1981). Burns coloca la *yupana* de manera horizontal, en la que permanece la imagen y el modelo original de Guamán de la Poma de Ayala (1615) pero no la disposición, ya que esta era vertical. Cada círculo tiene un valor de uno adquiere otros valores que dependen de la columna en que se encuentre. Las columnas (de derecha a izquierda) asumen una notación decimal, así la primera columna representa u = 10^0; la segunda columna representa las decenas, d = 10^1; la tercera columna las centenas, c = 10^2; la cuarta columna las unidades de mil, um = 10^3 y finalmente las decenas de mil, dm = 10^4. Los círculos de la primera fila (de arriba hacia abajo) representan la memoria, tienen valor de 10 y esta misma función de memoria la cumplen los primeros círculos de las unidades, decenas, centenas y unidades de mil.

Para realizar cálculos, se emplean los diez agujeros hasta la tercera fila. El agujero superior cumple la función de «memoria» y tiene un valor de diez. Cuando se llenan los agujeros

de una columna con piedras o granos, se pueden cambiar con uno de la parte superior, es decir, diez fichas colocadas en cada agujero se pueden cambiar por una ficha en el espacio de la «memoria» como se observa en la figura 7. Luego, esta ficha de la «memoria» se desplaza al siguiente nivel o columna de las decenas.

Figura 7

Representación de la memoria según la interpretación de William Burns Glynn (1981)



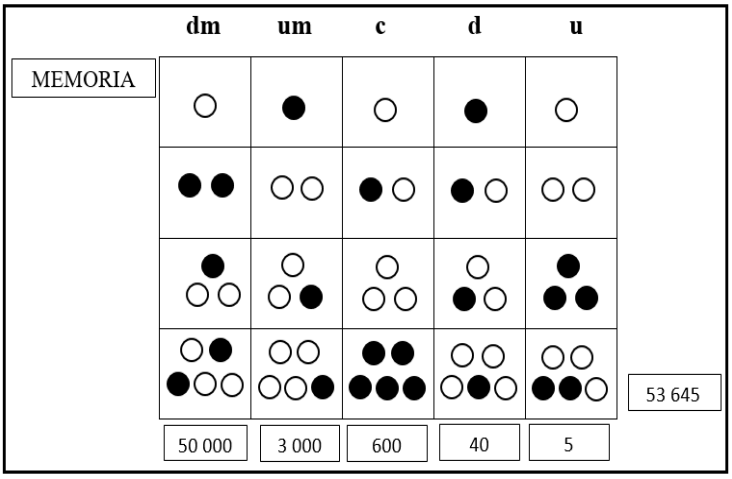
Nota. Representación de la memoria según la interpretación de William Burns Glynn (1981). Fuente: Elaboración propia (2024).

El orden de los agujeros se conserva, cada ficha vale uno, independientemente del espacio en el que se encuentre. En la primera fila (de abajo hacia arriba) tiene cinco espacios o agujeros, en la siguiente fila contiene tres, en la tercera dos agujeros y la última uno, como se muestra en la figura 7. Además, se puede evidenciar el manejo que se da del sistema de numeración decimal representado de derecha a izquierda, se ubican las unidades, decenas, centenas, unidades de mil y decenas de mil respectivamente. A partir de esta interpretación se proponen los métodos para representar las operaciones aritméticas.

En la figura 8 se presenta la representación del número 53 645. En la primera columna se encuentran cinco fichas negras representadas como 5 × 1 = 5 y equivalen a cinco unidades; en la segunda aparecen tres fichas y una en la memoria que se representa 4 ×10 = 40; en la tercera se observan seis fichas negras que representan 6 × 100 = 600; en la cuarta dos fichas negras y una en la memoria, determinadas como 2 × 1000 + 1000 = 3000 y en la última o quinta columna cinco fichas negras con equivalencia 5 × 10 000 = 50 000; así se obtiene la cantidad 53 645, al sumar los totales.

Figura 8

Interpretación de William Burns Glynn (1981)



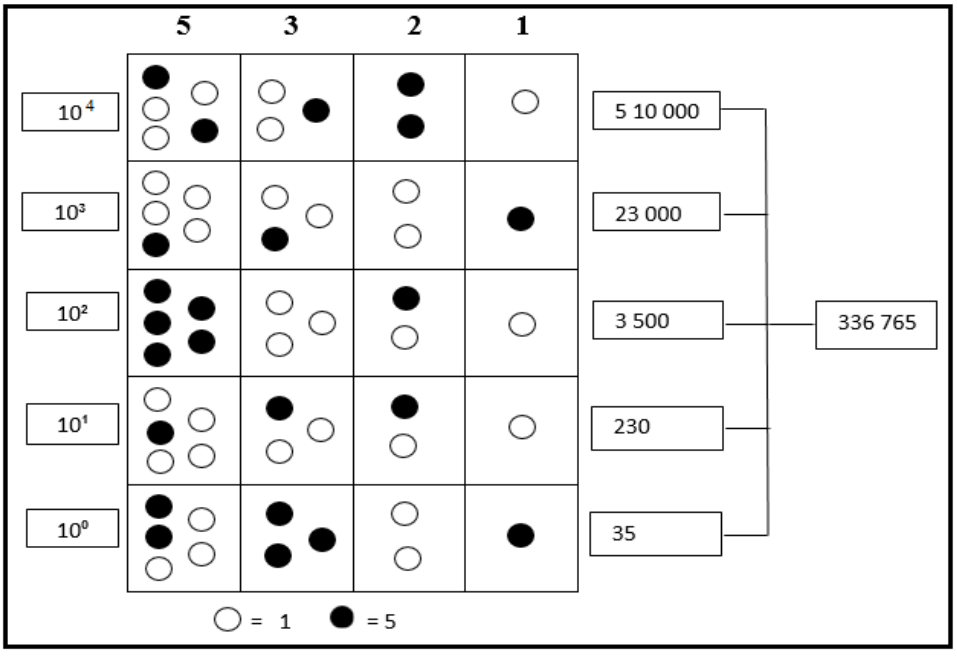
Nota. Modelo presentado por William Burns Glynn (1981). Fuente: Elaboración propia (2024).

Interpretación de Diego Pareja (1986). Pareja hace su interpretación a partir de la ilustración y del modelo original vertical de Guamán Poma de Ayala. Utiliza dos símbolos para denotar valor, el círculo blanco representa «uno» (1) y el círculo negro representa «cinco» (5). Cada casilla o recuadro en la *yupana* tenía un número diferente de agujeros (1, 2, 3 y 5) respectivamente para indicar el valor posicional. De este modo, los incas utilizaban piedras o semillas de dos colores, blancas y negras, para realizar sus cálculos. En la figura 9 se puede

observar la representación del número 336 765, para interpretar se inicia de derecha izquierda y se ubican los números unos en la primera columna; en la segunda, el dos; en la tercera, el tres y en la cuarta, el cinco. Como en la primera fila (de abajo hacia arriba) se visualizan dos fichas negros y tres fichas blancas, se representa [(6 × 5) + (5 × 1)] × 1 = 30 + 5 = 35; en la segunda se ven tres círculos negros y ocho blancos que representan [(3 × 5) + (8 × 1)] × 10 = 230; en la tercera aparecen seis círculos negros y cinco blancos que representan la cantidad [(6 × 5) + (5 × 1)] × 100 = 3 500; en la cuarta fila tres círculos negros y ocho blancos y representan [(3 × 5) + (8 × 1)] × 1000 = 23 000; la quinta fila representa [(5 × 5) + (6 × 1)] × 10 000 = 310 000. Se obtiene la cantidad mediante la adición de los totales en cada fila: 310 000 + 23 000 + 3 500 + 230 + 35 = 336 765.

Figura 9

Interpretación de William Burns Glynn (1981)



Nota. La imagen muestra el modelo de *yupana* presentado por Diego Pareja (1986). Fuente: Elaboración propia (2024).

La *yupana* como material didáctico

Los elementos de apoyo escolar utilizados en los procesos de enseñanza y aprendizaje en diferentes áreas del conocimiento y que han denominado en general como material didáctico son uno de los temas que suscita interés y demanda en los contextos educativos por la motivación que genera en los estudiantes y la pertinencia en la apropiación del saber. Ogalde Careaga (1991) define el material didáctico como:

> (...) Todos aquellos medios y recursos que facilitan el proceso de enseñanza aprendizaje, dentro de un contexto educativo global y sistemático y estimula la función de los sentidos para acceder más fácilmente a la información, adquisición de habilidades y destrezas, y a la formación de actitudes y valores. (p. 19)

En consecuencia, el material didáctico en los procesos educativos cumple un papel de gran incidencia en la medida en que dinamizan la apropiación del conocimiento. Autores como Álvarez (1996) y Alsina et al. (1988) citados por Navarrete (2017) lo definen como cualquier objeto manipulativo que puede mediar para la comprensión de un saber, Cedeño (2004) citado por Torres y Casallas (2021) afirman que el material didáctico apoya al niño física, intelectual, social y emocionalmente, ya que movilizan el aprendizaje y estimulan la capacidad creativa.

En relación con la importancia del material didáctico, la exploración de diversos materiales, así como la interacción que permite con los estudiantes, posibilita nuevas experiencias que median en los procesos de pensamiento para el alcance de los logros, el fortalecimiento de la observación, experimentación y reflexión en las diferentes etapas en que es indispensable su

utilización. De acuerdo con Ogalde Careaga (1991) citado por Torres y Casallas (2021), los materiales didácticos se pueden clasificar en:

Estructurados: Material creado previamente con fines pedagógicos (*yupana*, bloques lógicos, regletas, etc.)

No estructurados: Aquellos elementos que no han sido elaborados con fines didácticos y son creados con material recuperable presente dentro del contexto o la comunidad.

Así mismo, Cruz y Morales (2022) categorizan los materiales didácticos en *físicos* y *virtuales*. Los primeros, constituidos por material manipulativo, impreso, guías, libros, esquemas, juegos, maquetas, terrarios, acuarios, bloques lógicos y murales. Los virtuales corresponden a software, juegos interactivos, diapositivas, videos, podcast, entre otros medios digitales.

En relación con lo anterior, la *yupana* como material didáctico estructurado, que puede ser tanto manipulativo como impreso y digital, de fácil elaboración y acceso en los contextos educativos abordados se posiciona como una herramienta pertinente en la implementación de estrategias pedagógicas en los procesos de enseñanza aprendizaje de las matemáticas.

Apaza-Luque (2017) plantea las ventajas de la *yupana* en el aprendizaje y la noción de cantidades, el sistema de conteo, así como los campos conceptuales y espaciales representados en filas y columnas que permiten el afianzamiento del pensamiento espacial; de igual forma, los procesos comprensivos del valor posicional en el sistema de numeración decimal y otros sistemas, además de afianzar la habilidad para construir sucesiones con números naturales, manejo de operaciones básicas (adición, sustracción, multiplicación y división) y de otras

operaciones como la potenciación y radicación que hacen uso de las interpretaciones de diversos autores como las de Wassén (1931), Burns (1981), Radicati (1951) y Chirinos (2010).

En el ámbito pedagógico, la *yupana* ha sido de gran utilidad en el desarrollo de los procesos educativos. Este material didáctico también puede ser utilizado para realizar cálculos con números decimales, operar fracciones en la *yupana* arqueológica; así mismo, Luque, Mora y Valero (1999) desarrollaron un método para representar números en el sistema binario, quinario y decimal, y que utilizan las filas de la *yupana* de manera selectiva.

Apaza-Luque (2017) sintetiza la presencia de valores que configuran el pensamiento matemático a través del uso de la *yupana* y los componentes culturales como fuente de conocimiento y saberes que potencian su uso pedagógico. Cruz y Morales (2022) reconocen la pertinencia de la *yupana* como material didáctico tanto en primaria como en secundaria y destacan su uso pedagógico, no sin antes plantear la necesidad de capacitar a los docentes de tal manera que se motive a las prácticas pedagógicas innovadoras dentro del aula, logrando que los estudiantes aprendan de manera lúdica y creativa a elaborar y manipular el material, de tal forma que se desarrollen varios campos del aprendizaje a través de esta práctica.

En síntesis, la implementación de la *yupana* como material didáctico abarca el aprendizaje y potenciación de habilidades y destrezas que contribuyen en los procesos generales y conocimientos básicos del pensamiento y el sentido numérico, componentes que desde la primera infancia deben cimentar las bases del saber matemático en el contexto escolar.

En Colombia existen lugares donde se pueden adquirir *yupanas* comerciales elaboradas con diferentes materiales, tamaños y estilos para dinamizar las actividades en el aula. Se pueden

adquirir en línea o en establecimientos comerciales. Además, en internet se pueden consultar páginas, canales o códigos que enseñan a construir *yupanas* con material de fácil acceso. (Ver anexo C).

El saber matemático en el contexto colombiano

Ofrecer una educación para todos los niños, niñas y jóvenes basada en la equidad y la calidad, que implique a su vez la integración social en y a través de la educación matemática como una comunidad de aprendizaje donde se construyen y validan conocimientos que fomenten la formación en valores democráticos, ha sido uno de los grandes retos en las políticas públicas educativas de las últimas décadas, como lo enuncian los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2006) y los Lineamientos Curriculares (MEN, 1998).

Para tal fin, es necesario implementar procesos a partir de los cuales se reconozca según los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (EBCM) (MEN, 2006) que

> (…) el conocimiento informal de los estudiantes en relación con las actividades prácticas de su entorno y admitir que el aprendizaje de las matemáticas no es una cuestión relacionada únicamente con aspectos cognitivos, sino que involucra factores de orden afectivo y social, vinculados con contextos de aprendizaje particulares. (p. 2)

Así mismo, se requiere comprender la importancia del conocimiento matemático en la formación de todo ciudadano "para desempeñarse en forma activa y crítica en su vida social y política y para interpretar la información necesaria en la toma de decisiones" (EBCM, 2006, p. 2).

Bajo estas ideas, las estrategias pedagógicas que se implementan en el aula, deben acercar cada vez más al estudiante al fortalecimiento de sus habilidades y destrezas, las cuales se empiezan a madurar desde los primeros años de escolaridad y deben responder al desarrollo de

los cinco (5) procesos generales contemplados en los Lineamientos Curriculares (MEN, 1998): "formular y resolver problemas; modelar procesos y fenómenos de la realidad; comunicar; razonar, y formular comparar y ejecutar procedimientos y algoritmos" (MEN, 2006), desafíos a nivel educativo que han generado desde diversas perspectivas académicas planteamientos que buscan motivar el desarrollo de las competencias y habilidades del pensamiento.

En este sentido, los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2006) y los Lineamientos Curriculares (MEN, 1998) definen para el desarrollo eficaz de la enseñanza de la disciplina, los cinco conocimientos básicos a mencionar: pensamiento numérico y sistemas numéricos, pensamiento espacial y sistemas geométricos, pensamiento métrico y los sistemas métricos o de medidas, pensamiento aleatorio y los sistemas de datos y pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos (MEN, 1998), los cuales se integran con los procesos generales y de contexto descritos en los EBCM (MEN, 2006).

Para el presente ejercicio de indagación, se retoman los procesos de pensamiento numérico y los sistemas numéricos asociados a los componentes conceptuales cercanos a los aportes que genera la *yupana* en los grados de educación básica primaria.

Pensamiento numérico y sistemas numéricos

En relación con el desarrollo del pensamiento numérico, los Estándares Básicos por Competencias (MEN, 2006) enmarcan algunos aspectos fundamentales que lo constituyen, como el uso significativo de los números y el sentido numérico, que refieren una comprensión profunda del sistema de numeración decimal, no solo para tener una idea de cantidad, de orden, de magnitud, de aproximación, de estimación, de las relaciones entre ellos, sino además para desarrollar estrategias propias en la resolución de problemas.

Otro aspecto fundamental, al referirnos a los elementos del pensamiento numérico es la comprensión de los diferentes significados y aplicaciones de las operaciones en diversos universos numéricos, así como, la apropiación de su modelación, las propiedades, relaciones, efectos y la relación entre las diferentes operaciones, apoyados de los sistemas matemáticos más allá de los numéricos.

A continuación, se presentan los contenidos relacionados con el pensamiento numérico y los sistemas numéricos en los grados de educación básica primaria de acuerdo con los Estándares Básicos de Competencias (MEN, 2006) y que se encuentran en consonancia con los procesos analizados en el presente estudio de indagación. Ver Tabla 1.

Tabla 1

Contenidos asociados al pensamiento matemático

Pensamiento numérico y sistemas numéricos de 1° a 3°	**Pensamiento Numérico y sistemas numéricos de 4° y 5°**
• Significados del número (natural) en diferentes contextos (medición, conteo, comparación, codificación, localización entre otros). • Descripción, comparación y cuantificación de situaciones con números (naturales), en diferentes contextos y con diversas representaciones. • Representaciones concretas y pictóricas para explicar el valor de posición de los números naturales en el sistema de numeración decimal. • Representaciones concretas y pictóricas para realizar equivalencias de un número (natural) en las diferentes unidades del sistema decimal. • Paridad de los números naturales: ser par, ser impar. • Relaciones entre los números: ser mayor que, ser menor que, ser múltiplo de, ser divisible por, etc. • Resolución y formulación de problemas en situaciones aditivas. • Resolución y formulación de problemas en situaciones de variación proporcional. • Estrategias de cálculo (especialmente cálculo mental) y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas. • Identificar, si a la luz de los datos de un problema, los resultados obtenidos son o no razonables. • Regularidades y propiedades de los números (naturales) utilizando diferentes instrumentos de cálculo (calculadoras, ábacos, bloques multibase, etc.).	• Uso de medidas relativas en distintos contextos. • Valor de posición en el sistema de numeración decimal en relación con el conteo recurrente de unidades. • Resolución y formulación de problemas cuya estrategia de solución requiera de las relaciones y propiedades de los números naturales y sus operaciones. • Resolución y formulación de problemas en situaciones aditivas. • Resolución y formulación de problemas multiplicativos (en situaciones de proporcionalidad directa, inversa y producto de medidas). • Situaciones de dependencia mediante la proporcionalidad directa e inversa. • Estrategias de cálculo y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas. • Identificación en el contexto de una situación, la necesidad de un cálculo exacto o aproximado y lo razonable de los resultados obtenidos. • Regularidades y propiedades de los números (naturales), sus relaciones y operaciones.

Nota. Datos adaptados de los Estándares Básicos de Competencia en Matemáticas (MEN, 2006). Fuente: Tomado de EBCM (MEN, 2006). Elaboración Propia (2024).

Cabe anotar que, al abordar el pensamiento numérico y sistemas numéricos, sin perder de vista los demás procesos de pensamiento y su constante interacción, se realiza un acercamiento progresivo al concepto y noción de número, que favorece el fortalecimiento de habilidades y destrezas para el desarrollo de operaciones aritméticas, capacidades para realizar comparaciones, estimaciones y aproximaciones, además de dotar de significado los números y generar procesos comunicativos de interpretación, análisis de información y aplicación de conceptos matemáticos en diferentes contextos (Obando et al., 2006).

Castro y Palacios (2018) definen el pensamiento numérico como los aspectos fundamentales constituidos por el uso significativo de los números apoyados de los diferentes sistemas matemáticos. Así mismo, los Lineamientos Curriculares (MEN, 1998) puntualizan el concepto de sentido numérico como:

> (…) una comprensión profunda del sistema de numeración decimal, no solo para tener una idea de cantidad, de orden, de magnitud, de aproximación, de estimación, de las relaciones entre ellos, sino además de las estrategias propias de la resolución de problemas". (p. 17).

Este componente se aborda a continuación por su pertinencia en el trabajo investigativo.

Sentido numérico

El sentido numérico o significado numérico se caracteriza por el desarrollo de un "sentido intuitivo" o una "actividad sensorial" (Mcintosh et al., 1992) para los números, los usos e interpretaciones de los mismos, en relación con la capacidad para manejar diversos niveles de precisión e identificación de errores aritméticos, realizar estimaciones razonables, así como para

elegir procedimientos de cálculo, resolver situaciones o reconocer diferentes modelos numéricos. El sentido numérico se refiere entonces según Mcintosh et al. (1992):

> (…) a la comprensión general que una persona tiene de los números y las operaciones, junto con la capacidad y la inclinación a utilizar esta comprensión de forma flexible para hacer juicios matemáticos y desarrollar estrategias útiles para manejar los números y las operaciones. Refleja una inclinación y una capacidad para utilizar los números y los métodos cuantitativos como medio de comunicar, procesar e interpretar la información. (p. 3)

El sentido numérico se manifiesta de manera progresiva a la par que el estudiante se involucra en el pensamiento matemático y empieza, según Mcintosh et al. (1992) a elegir, desarrollar y utilizar métodos de cálculo (escrito, mental, digital o de estimación) en la generación de estrategias de solución o abordaje de procesos de comprensión que requieren de elaboraciones propias para la aplicación de algoritmos aprendidos en la descomposición, recomposición y análisis de las propiedades de los números.

Mcintosh et al. (1992) afirman que la adquisición y desarrollo del sentido numérico es un proceso gradual y evolutivo que se inicia desde la primera infancia a partir del dominio y manejo de los números, la comprensión de la información de las operaciones y la aplicación flexible de los conocimientos con los números y las operaciones, componentes enunciados por el autor (Ver tabla 2) e interrelacionados por Castro y Palacios (2018), quienes definen el sentido numérico como una habilidad o conjunto de capacidades que las personas pueden desarrollar o potenciar a partir de procesos académicos, la práctica y el entrenamiento en la vida cotidiana en contextos

sociales específicos en los cuales la persona aprende a reconocer números, contar, ordenar, realizar cálculos o estimaciones de maneras flexible entre otras.

Tabla 2

Componentes del sentido numérico

1. Conocimiento y facilidad con los números	
Ejes temáticos	Temas específicos
1.1 Sentido de orden de los números.	1.1.1 Valor posicional 1.1.2 Relación entre tipos de números 1.1.3 Ordenar números del mismo o diferente tipo.
1.2 Múltiples representaciones de los números	1.2.1 Gráfica/Simbólica 1.2.2 Equivalencia numérica (Composición y descomposición) 1.2.3 Comparar con puntos de referencia
1.3 Sentido del valor relativo y absoluto de los números.	1.3.1 Comparar con referentes físicos 1.3.2 Comparar con referentes matemáticos
1.4 Sistemas o puntos de referencia	1.4.1 Matemáticos 1.4.2 Personales
2. Conocimiento y facilidad con las operaciones	
Ejes temáticos	Temas específicos
2.1 Comprensión del efecto de las operaciones	2.1.1 Operar con número enteros 2.1.2 Operar con fracciones / decimales
2.2 Comprensión de las propiedades de las operaciones.	2.2.1 Conmutativa 2.2.2 Asociativa 2.2.3 Distributiva 2.2.4 Identidad 2.2.5 Inversa
2.3 Comprensión de la relación entre operaciones	2.3.1 Adición/Multiplicación 2.3.2 Sustracción/División 2.3.3 Adición/Sustracción 2.3.4 Multiplicación/División
3. Aplicación del conocimiento y facilidad con los números y operaciones en contexto de cálculo.	
Ejes temáticos	Temas específicos
3.1 Comprensión de la relación entre el contexto del problema y el cálculo necesario.	3.1.1 Reconocer datos exactos o aproximados 3.1.2 Conocimiento de que las soluciones pueden ser exactas o aproximadas
3.2 Conocimiento de la existencia de múltiples estrategias.	3.2.1 Habilidad para crear y/o inventar estrategias 3.2.2 Habilidad para aplicar diferentes estrategias 3.2.3 Habilidad para elegir una estrategia eficiente
3.3 Inclinación para usar una representación o método eficiente.	3.3.1 Facilidad con varios métodos (mental, calculadora, papel y lápiz) 3.3.2 Facilidad para elegir números eficientes
3.4 Inclinación para revisar los datos y resultados.	3.4.1 Reconocer la razonabilidad de los datos 3.4.2 Reconocer la razonabilidad de los cálculos

Nota. Datos tomados de los componentes del sentido numérico Mcintosh et al. (1992). Fuente: Elaboración propia (2024).

Culminado el recorrido por los referentes teóricos que nutren conceptualmente la revisión documental realizada y los elementos que constituyen el objeto de estudio, así como, el

componente pedagógico del ejercicio investigativo, se presenta a continuación el recorrido metodológico que da cuenta del proceso llevado a cabo y las elaboraciones propuestas por las tesistas.

Capítulo 3. Metodología

El ejercicio de investigación es de tipo cualitativo en la recolección de la información, pero utilizó técnicas cuantitativas para el análisis de la información. Se desarrolló con base en la metodología de la investigación documental, definida por Hoyos (2000) como un ejercicio teórico, epistemológico y de constitución de sentido, que permite a través de un proceso secuencial, analizar la evolución histórica, avances, limitaciones, dificultades y aspectos inexplorados del fenómeno u objeto en estudio.

A continuación, se menciona de forma detallada el proceso llevado a cabo en la delimitación del objeto de estudio, la recopilación documental, la organización, análisis e interpretación de los datos recolectados.

Consolidación del objeto de indagación

En esta etapa de la investigación se determinó como objeto de indagación la *yupana* como material didáctico en la enseñanza de las matemáticas en la Educación Básica Primaria a la luz de las investigaciones llevadas a cabo en este nivel educativo en el contexto latinoamericano, entre los años 2017 y 2023.

Si bien, durante el proceso de exploración literaria se tomaron en cuenta referentes bibliográficos, artículos y trabajos de investigación previos al año 2017, al considerar que “es innegable que el avance del conocimiento se apoya en investigaciones anteriores” al período mencionado (Oyola et al., 2014), se delimitó el tiempo durante el cual se desarrollaron los ejercicios de intervención a 7 años por considerarse un lapso de tiempo que permitiera mayor

actualización en los datos recopilados y en consecuencia permitieran evidenciar procesos de innovación en el ámbito educativo que favorecieran el estudio.

Recolección, organización y clasificación de la información

El proceso de indagación documental se inicia con el rastreo general en el buscador genérico Google académico de documentos relacionados con aportes de la *yupana* a los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, en el que no se halló un número representativo de textos (dos), razón por la cual se amplió la búsqueda a los repositorios digitales especializados, «Funes» y «Dialnet», y se obtienen «pocos» resultados (cinco), por tanto, se procede a consultar la plataforma del Consejo Nacional de Ciencia, Tecnología e Innovación Tecnológica (CONCYTEC), en la cual se hallaron registros de siete documentos para el análisis.

Posteriormente se consultaron algunos repositorios latinoamericanos, en los que se obtiene una cantidad importante de documentos (cinco) relacionados con el objeto de estudio, así se llega a un total de diecisiete (17) documentos, como se evidencia en la Tabla 3, en la que se especifica la cantidad de hallazgos y la fuente respectiva.

Tabla 3

Bases de datos consultadas sobre el objeto de estudio yupana

Nombre Base de datos	Cantidad documentos hallados sobre la *yupana*
CONCYTEC	5
Repositorio UPN	0
Dialnet	1
Google Académico	2
Funes	4

Nombre Base de datos	Cantidad documentos hallados sobre la *yupana*
Repositorios Latinoamericanos: UNT; Repositorio Autónoma de Manizales; Repositorio UNIA; Repositorio Digital Unach; Repositorio Institucional UCH.	5
TOTAL	17

Nota. Nombre de las bases de datos consultadas por los autores. Fuente: Elaboración propia (2024).

Posteriormente, se propone el esquema que se presenta en la tabla 4, en el que se menciona la información de los documentos hallados en investigaciones de pregrado y posgrado, así como artículos en los cuales se haya realizado procesos de intervención con la *yupana* que satisficiera las condiciones del objeto de indagación.

Tabla 4

Esquema general para la organización de los documentos seleccionados

No.	Año de publicación	Nombre del documento	Autores	Espacio geográfico	Base de datos

Nota. Esta tabla presenta el esquema general que resume la información de los documentos hallados y que fueron seleccionados para la revisión del objeto de estudio. Fuente: Elaboración propia (2024).

La tabla 5 diligenciada con datos de los trabajos consultados, se constituye en la matriz general que sirve de insumo para organizar la información básica de manera cronológica, se especifica el nombre de los documentos con el fin de continuar con la exploración a profundidad expuesta por los autores y que sirvió como soporte para establecer categorías y subcategorías de análisis.

Tabla 5

Documentos encontrados y seleccionados para la revisión documental

No.	Año de publicación	Nombre del documento	Autores	Espacio geográfico	Base de datos
1	2023	Uso de la *yupana* para mejorar el aprendizaje de la adición de mil primeros números naturales en el segundo grado de educación primaria de la I.E. N 36120 Pantachi Sur, Distrito Yauli, Provincia y Región Huancavelica – 2021.	Boza Chumbes Gaudencia	Cerro de Pasco, Perú	Funes
2	2023	Recurso etnomatemático como estrategia didáctica en el proceso de enseñanza- aprendizaje de adición y sustracción en el tercero de EGB	Arpi Maldonado Stalyn Sebastián y Rivera Tapia María Elena	Azogues, Ecuador	Dialnet
3	2022	*Yupana* y quipu para desarrollar estrategias de estimación y cálculo en Matemática en una Institución Educativa, Trujillo - 2019	Cruz Zavaleta, Jeny Raque. Morales Pichen, Olga Melisa.	Trujillo, Perú	CONCYTEC UNT (Biblioteca de Educación y Ciencias de la Comunicación)
4	2021	La eficacia de la *yupana* para la resolución de problemas aditivos en niños del segundo grado de las escuelas rurales de la región Puno, Perú 2020.	Huanca Larico Alex Junior Mamani Quispe Milagros Elizabeth	Puno, Perú	CONCYTEC
5	2021	La *yupana* en la resolución de situaciones problema con estructuras aditivas de los números naturales.	Belalcázar Montilla Danilo Renato y Pérez Segura Milena	Manizales, Colombia	Repositorio Autónoma de Manizales
6	2020	Aplicación del material didáctico "*YUPANA*" para el desarrollo de capacidades matemáticas en niños y niñas de cinco años de la Institución Educativa Inicial N° 628 Villa Primavera, Ucayali 2019	Yon Delgado Julia Cecilia Muena Valles Lita Angela	Uyacaly, Perú	Repositorios Latinoamericanos
7	2020	Técnicas etnomatemáticas para el desarrollo del cálculo mental de los estudiantes de segundo año de EGB de la unidad educativa "Carlos María de la Condamine", Pallatanga- Chimborazo.	Carrillo Baldeón, Verónica Patricia	Riobamba, Ecuador	Repositorio Digital Unach
8	2019	La *Yupana* en el aprendizaje de la matemática	Zevallos Mamani, Rossmary Juana Silvina	Lima, Perú	CONCYTEC UNA Universidad Nacional Enrique Guzmán y Valle

No.	Año de publicación	Nombre del documento	Autores	Espacio geográfico	Base de datos
9	2019	El uso de estrategias y procedimientos de estimación y cálculo en la resolución de problemas de cantidad con el material didáctico *yupana* en niños y niñas del 3er grado de nivel primaria.	Zeballos Quea, Rosalia	Lima, Perú	CONCYTEC
10	2018	Aplicación de la *yupana* como estrategia Etnomatemática para la construcción del número en niños del primer y segundo grado de la institución educativa Nº 54163 del distrito de San Jerónimo – 2017	Pardo Gómez José	Puno, Perú	Funes, Repositorio institucional de la Universidad Nacional del Altiplano.
11	2018	Aportes de la *yupana* a la interpretación de la multiplicación	Espitia Pinilla Sonia Esperanza	Bogotá, Colombia	Google académico
12	2018	La *yupana*: un instrumento histórico como alternativa didáctica para el desarrollo de competencias matemáticas en el aprendizaje de las cuatro operaciones básicas.	Cabrera Navarrete Belén	Apurímac, Perú	Repositorios Latinoamericanos.
13	2018	La aplicación de la *yupana* y la taptana para favorecer la resolución de problemas de adicción y sustracción en los estudiantes del 3er grado de educación primaria de la I.E.D. "comunidad Shipiba" del distrito del Rímac durante el año 2016.	Guzmán Quiquia, Luz Estefani Huamani Carbajal, Viviana Moya Espinoza, Nathaly Gloria	Lima, Perú	Funes Repositorio Institucional UCH
14	2017	La *yupana* como operador matemático	Olivares Pineda, Edith Darssi,	Chosica, Perú	CONCYTEC UNA
15	2017	Las cantidades en la *yupana* en un contexto de educación Matemática intercultural y justicia social.	Apaza Luque Herbert Jhon– Bruno Gustavo Nicolás–Atrio Cerezo Santiago	Cañas Cusco, Perú	Funes
16	2017	"El uso de la *yupana* en el aprendizaje de las cuatro operaciones básicas en los alumnos de 3° grado de educación primaria de la I.E. 80 0006 "Nuevo Perú" Urbanización Palermo – Trujillo – 2015"	Obeso Macassi, Rosa María	Trujillo, Perú	CONCYTEC
17	2017	La *Yupana*: Material manipulativo para la educación matemática. Justicia social y el cambio educativo en niños de las comunidades quechuas de los Altos Andinos del Perú.	Apaza Luque Herbert Jhon	Canas, Perú	Google Académico

Nota. Datos de los documentos seleccionados para la revisión documental. Fuente: Elaboración propia (2024).

Posteriormente, se procede a identificar y extraer los conceptos más relevantes y reiterativos en los diferentes trabajos indagados como se presenta en la tabla 9 del anexo A.

A continuación, se estructura el esquema de la matriz en que se organizó la información general, las categorías y subcategorías que hicieron parte de la lectura y el análisis de cada uno de los documentos seleccionados en la revisión de la literatura como se muestra en la tabla 6.

Tabla 6

Esquema para la revisión documental

Información General	Año de publicación	
	Nombre del documento	
	Autor(es)	
	Tipo de documento	
	Espacio geográfico	
	Grado en que fue aplicada	
	Base de datos	
	Propósito del estudio	
	Metodología	
	Conclusiones	
En relación con la *yupana*	Material didáctico	Manipulativo Gráfico (adaptado del manipulativo, impreso, dibujado en el cuaderno o en hojas o en el tablero) Digital
	Interpretación de la *yupana*	Disposición (Vertical u horizontal) Interpretación según autor.

Conocimiento matemático y contexto escolar	Pensamiento numérico y sistemas numéricos	Contenidos en relación con el pensamiento numérico y sistemas numéricos.
	Conocimientos específicos: Sentido numérico	De acuerdo con los componentes según el desarrollo de las habilidades. .
	Procesos generales	Razonamiento. Comunicación Resolución y planteamiento de problemas. Modelación. Elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos
En relación con el contexto	Asuntos emergentes	Etnoeducación Etnomatemática Interculturalidad Saberes ancestrales Justicia social

Nota. Esquema que presenta la información específica de los documentos necesarios para el análisis documental. Fuente: Elaboración propia (2024).

Una vez se listan los documentos hallados, se diligenciaron cronológicamente y se tienen en cuenta los datos generales de cada investigación.

De esta manera, se diligenciaron diecisiete tablas o matrices, una por documento, con la información de cada documento de acuerdo con la tabla 6.

En esta parte de la investigación se hace el registro organizado de cada documento hallado con su respectiva información, la cual es presentada del más reciente al más antiguo, se inicia con los documentos publicados en el 2023 y finaliza con los del 2017. Enseguida se presenta «como ejemplo» una de las matrices diligenciadas. La totalidad de las matrices se encuentran en el Anexo B anexo B.

Tabla 7

Documento No. 1

Información general	Año de publicación	2023
	Nombre del documento	Uso de la *yupana* para mejorar el aprendizaje de la adición de mil primeros números naturales en el segundo grado de educación primaria de la I.E. N 36120 Pantachi Sur, Distrito Yauli, Provincia y Región Huancavelica – 202.
	Autor(es)	Boza Chumbes Gaudencia
	Tipo de documento	Tesis pregrado
	Espacio geográfico	Cerro de Pasco, Perú
	Grado en que fue aplicada	Segundo grado de educación primaria
	Base de datos	Funes
	Propósito del estudio	Explicar la influencia del uso de la *yupana* en el aprendizaje de la adición de mil primeros números naturales en el segundo grado de educación primaria de la I.E. N 36120 Pantachi Sur, distrito Yauli, provincia y región Huancavelica – 2021 (p. 8)
	Metodología	Experimental
	Conclusiones	El uso de la *yupana*: • Influyó significativamente en el aprendizaje de la adición en los mil primeros números naturales. • Favoreció el aprendizaje de la adición de los primeros mil números naturales. • Amplió el dominio del material didáctico en la adición de números naturales. • Mejoró el rendimiento académico.
En relación con la *yupana*	Material didáctico	Material manipulativo Gráfico (impreso)
	Interpretación de la *yupana*	Disposición horizontal Interpretación de William Burns, sin memoria
Conocimiento matemático y contexto escolar	Pensamiento Numérico y sistemas numéricos	Resolución y formulación de problemas en situaciones aditivas de composición y transformación. Representaciones concretas y pictóricas para explicar el valor de posición de los números naturales en el sistema de numeración decimal. Descripción comparación y cuantificación de situaciones con números (naturales), en diferentes contextos y con diversas representaciones. Representaciones concretas y pictóricas para realizar equivalencias de un número en las diferentes unidades del sistema decimal. Operación entre números y estimaciones.

	Conocimientos específicos Sentido numérico	2. Conocimiento y facilidad con las operaciones 3. Aplicación del conocimiento y facilidad con los números y operaciones en contexto de cálculo
	Procesos generales	Razonamiento Comunicación Resolución y planteamiento de problemas Elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos
En relación con el contexto	Asuntos emergentes	Diálogo intercultural Saberes ancestrales

Nota. La tabla presenta la información general, las categorías, subcategorías y asuntos emergentes los documentos que leyeron y analizar para realizar la revisión documental. Fuente: Elaboración propia (2024).

Una vez recopilada la información en las matrices correspondientes a cada documento hallado, se hicieron tablas de frecuencia en Excel, con base en las cuales elaboraron gráficos estadísticos para, con ello, plantear el análisis descriptivo que se presenta en el siguiente capítulo. Se procede a realizar la interpretación de los datos con el fin de ampliar los marcos de comprensión en relación con el uso de la *yupana* en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en la educación básica primaria en el contexto latinoamericano entre los años 2017 y 2024, como se evidencia en el siguiente capítulo.

Capítulo 4. Análisis y resultados

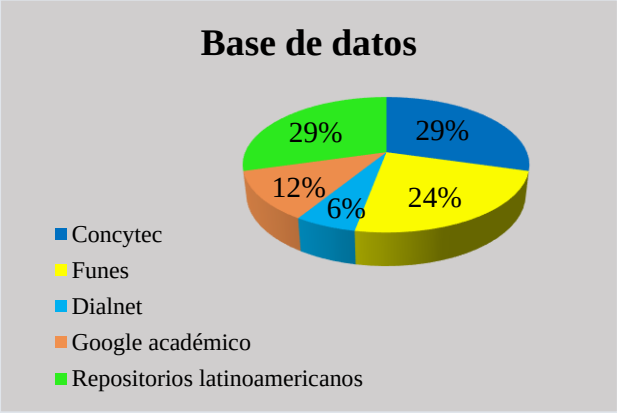
Recopilar, organizar, sistematizar y generar procesos de análisis documental en relación con la *yupana* como material didáctico favorable en la enseñanza de las matemáticas permite a las tesistas presentar en este capítulo los hallazgos obtenidos en concordancia con lo expuesto en el desarrollo metodológico del ejercicio de indagación.

Aspectos generales

El primer aspecto que se aborda a la luz de los hallazgos obtenidos integra la información general de los estudios seleccionados y los cuales enuncian el año de publicación, tipo de documento, espacio geográfico, curso o grado que fue intervenido, base de datos, objetivo general, metodología y conclusiones.

Figura 10

Bases de datos consultadas



Nota. La figura muestra las bases de datos consultadas para la revisión documental. Fuente: Elaboración propia (2024).

Las bases de datos consultadas brindaron al ejercicio de indagación el acceso a variedad de documentos de diversas fuentes, contextos y objetivos académicos, al ser CONCYTEC la que consolida el mayor número de investigaciones referidas al objeto de estudio de este trabajo (29%),

al igual que los repositorios de las Universidades Latinoamericanas (29%), seguido del repositorio digital FUNES (24%) y otras plataformas como Google Académico (12%) y Dialnet (6%).

La ausencia de resultados en el repositorio de la Universidad Pedagógica Nacional (UPN) al revisar los criterios de búsqueda establecidos para la revisión documental, evidencia la necesidad de sistematizar las experiencias que se implementan en los entornos escolares como parte del proceso formativo en la Licenciatura de Educación Básica Primaria, así como realizar investigaciones sobre la *yupana* y «seguramente» otros recursos didácticos de origen ancestral para la enseñanza de las matemáticas, que favorezcan el desarrollo de estrategias metodológicas enriquecedoras para las prácticas pedagógicas y el proceso de enseñanza y aprendizaje en la educación básica primaria en los contextos educativos de Colombia.

Figura 11

Año de publicación

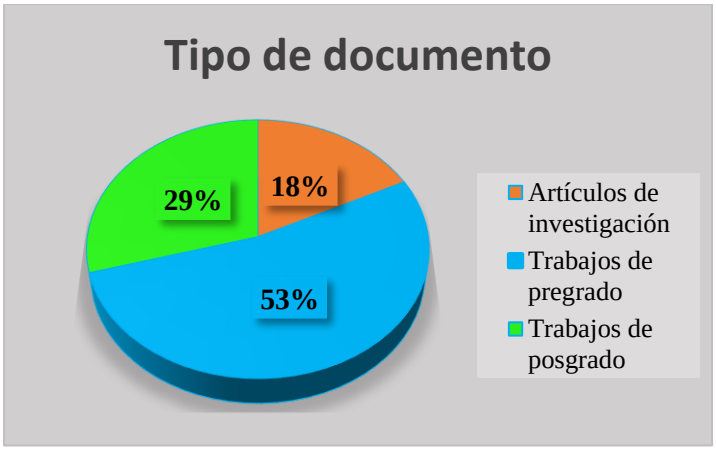
Nota. La figura presenta los porcentajes de los documentos hallados en cada año consultado. Fuente: Elaboración propia (2024).

Se observa que el 23 % de los documentos hallados corresponde a los años 2017 y 2018, años en los cuales se llevan a cabo el mayor número de publicaciones acerca del uso de la *yupana* en el contexto escolar. A partir de estos años los trabajos de intervención han disminuido a un 12 % para el 2019, 2020, 2021 y 2023, así como, solo un 6% de los documentos indagados se han llevado a cabo en el 2022. Es posible que uno de los factores más relevantes en este descenso a nivel investigativo esté relacionado con el fenómeno de la pandemia ocasionado por el Coronavirus, a partir del cual se desencadenó el confinamiento y aislamiento social, factores que impidieron el desarrollo de intervenciones directas en diferentes grupos poblacionales y que aún en la pos-pandemia (2022 - 2023) evidenció consecuencias en el campo académico.

Otro factor de análisis a esta disminución en la investigación lo constituye el desconocimiento de esta herramienta y la poca promoción y difusión que se hace desde contextos de formación profesional que motive a los estudiantes de pregrado y posgrado a iniciar ejercicios de intervención y sistematización de experiencias investigativas con elementos ancestrales de conocimiento.

Figura 12

Tipo de documento



Nota. La figura muestra el tipo de documento hallado en los buscadores digitales. Fuente: Elaboración propia (2024)

En relación con el tipo de documentos en los que se han divulgado investigaciones educativas alrededor de la *yupana* como material para la enseñanza de las matemáticas en primaria, se pudo evidenciar que, en el ámbito académico de la educación hay un interés creciente por realizar investigaciones relacionadas con la *yupana*, se nota el más alto porcentaje (53%) en carreras de pregrado donde casi se duplican los trabajos en comparación con los estudios desarrollados en la formación posgradual (29%) y en un número reducido casi a la tercera parte en la escritura de artículos de investigación cualitativa (18%) que abordan de igual manera el objeto de estudio desde el componente pedagógico e intercultural que abarca uno de los criterios de selección en la presente indagación.

Al revisar las tesis de pregrado y posgrado se evidencia la intención de los profesionales en formación y en maestría por explorar nuevas estrategias metodológicas que involucren materiales didácticos manipulativos, dinámicos y que despierten el agrado e interés de los estudiantes además de motivarlos a apropiarse del conocimiento matemático. Cabe resaltar que el trabajo de doctorado de Apaza-Luque (2017) se constituyó en una fuente de consulta y conocimiento importante para la ampliación de conceptos en relación con el componente histórico, intercultural y pedagógico de *la yupana*.

Figura 13

Espacio geográfico

Nota. La figura presenta los países latinoamericanos en que se han llevado a cabo investigaciones acerca del material didáctico *yupana* en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Fuente: Elaboración propia (2024).

Ubicar ejercicios investigativos con temas tan específicos como la *yupana* en el contexto latinoamericano, posibilitó el hallazgo de documentos que muestran a Perú (76%) con el mayor campo de abordaje del tema en cuestión, seguido de Ecuador (12%) y Colombia (12%), con dos documentos desarrollados respectivamente en cada país.

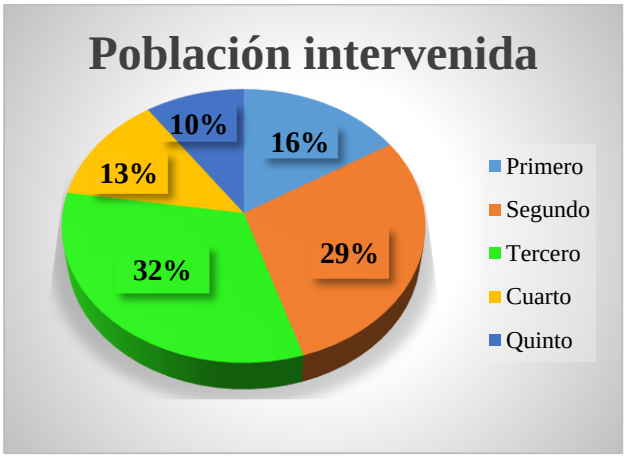
Los contextos en los cuales se desarrollaron los ejercicios de intervención con estudiantes evidencian que en el sector rural se implementan investigaciones que confirman la pertinencia de la *yupana* y la construcción del material didáctico con elementos del entorno como estrategias que aportan al desarrollo de las habilidades de los estudiantes (Huanca & Mamani, 2020; Guzmán et al., 2018; Apaza Luque, 2017). En contextos urbanos, el material manipulativo impreso o elaborado con elementos más comerciales demuestra el interés de los investigadores por acercar el conocimiento de este material didáctico a los niños y niñas de diferentes entornos escolares y de diversas culturas.

Es Perú el epicentro de la cultura incaica que dio origen a esta herramienta de conocimiento, es evidente el interés de estudiosos acerca de la *yupana*, no solo sus antecedentes históricos, usos, interpretaciones y aplicaciones, sino que se manifiesta la intención de continuar el rescate de sus bondades como material didáctico en el aprendizaje de las matemáticas y como riqueza de los saberes ancestrales que debe mantenerse vigente.

Queda la inquietud en las tesistas del presente ejercicio de revisión documental acerca del porqué en otros países latinoamericanos cercanos a diversas culturas prehispánicas no se evidencia un número significativo en la ventana de tiempo seleccionada, tal vez en otro período de tiempo el número de experiencias sistematizadas en relación con instrumentos de cálculo ancestral explorados o aplicados en los contextos educativos a pesar de los arraigos culturales de las comunidades y aportes de los mismos en los procesos de pensamiento.

Figura 14

Población



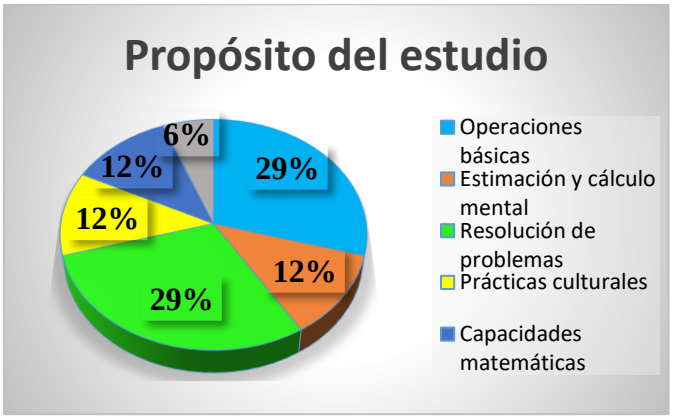
Nota. La figura muestra los grados de básica primaria en que se llevaron a cabo las intervenciones realizadas por los investigadores de los documentos analizados. Fuente: Elaboración propia (2024).

Los grupos de estudiantes en que se focalizaron las investigaciones muestran una tendencia más elevada en la intervención con el grado tercero de básica primaria (32%), curso en el que se potencia la aplicación del conocimiento y la facilidad con los números y operaciones en contexto de cálculo como componente básico del sentido numérico (Mcintosh et al., 1992), seguido de grado segundo (29%). Así mismo, se observa en los grados primero (16%), cuarto (13%) y quinto (10%), una intervención menor en los entornos educativos.

La revisión de la literatura permitió vislumbrar en los grados con mayor intervención el interés de los investigadores por consolidar los conocimientos matemáticos básicos y fortalecer el desarrollo de competencias matemáticas en cada grado escolar intervenido, al ser estos los dos grados donde se fundamentan las nociones numéricas, el valor posicional, composición y descomposición de números y el procedimiento en las operaciones básicas.

Figura 15

Propósito del estudio



Nota. La figura presenta los temas clave de los propósitos del estudio planteados por los investigadores de los documentos analizados. Fuente: Elaboración propia (2024).

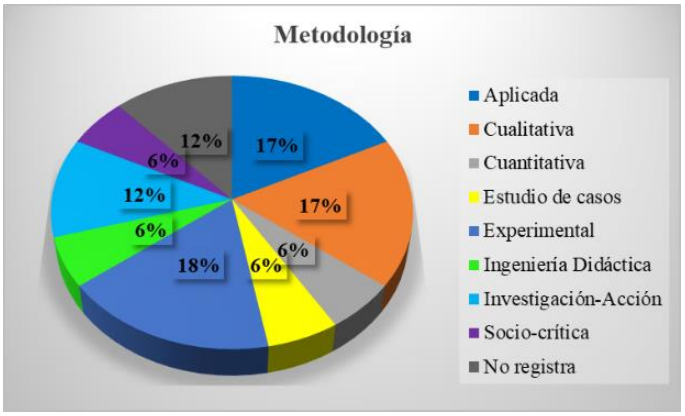
Los documentos explorados plantearon objetivos orientados en un alto porcentaje, a la implementación de actividades que facilitaran el aprendizaje de las operaciones básicas (29%), en su mayoría de adición y sustracción de números naturales. De igual manera, los autores de los ejercicios investigativos manifestaron la intención de potenciar la capacidad en la resolución de problemas (29%) asociados a las operaciones básicas y a situaciones de la cotidianidad.

Así mismo, se evidenciaron otros propósitos, como potenciar la habilidad para generar estimaciones y procesos de cálculo mental (12%), el fortalecimiento de las capacidades matemáticas (12%) y el acercamiento de la *yupana* a las prácticas culturales y los saberes ancestrales (12%), elementos asociados al desarrollo del pensamiento matemático y el sentido numérico en relación con los contextos escolares y los grupos sociales. Por último, se evidencia en los objetivos propuestos, la noción de número y cantidad (6%) asociada a las tesis de los primeros grados de básica primaria; abordajes realizados con material manipulativo y con *yupanas* de fácil construcción.

Si bien, los objetivos propuestos se alcanzaron con el desarrollo de las actividades implementadas, vale reconocer que algunos de los autores como Belalcázar y Pérez (2021) exponen dificultades en la aplicación de la *yupana* para el análisis de los datos en una situación problema y el planteamiento de alternativas de solución, así como la falta de implementación de técnicas que permitan desarrollar y potenciar el cálculo mental con el uso de este instrumento (Carrillo, 2020).

Figura 16

Metodología



Nota. La figura muestra la metodología utilizada por los investigadores de los documentos analizados. Fuente: Elaboración propia (2024).

Las investigaciones exploradas se desarrollaron con la aplicación de diversos métodos y técnicas en los procesos metodológicos. Sin embargo, una de las falencias encontradas fue que en varios de los documentos no se enunciaba la metodología utilizada, de forma explícita. Solo el 17% de los documentos aluden al uso de metodologías de tipo cualitativo y el 6%, al cuantitativo, enfoques que si bien se pueden deducir en los demás trabajos a través de su lectura, fruto de los procesos de interpretación y análisis de resultados, se decidió no hacerlo por evitar interpretaciones erradas.

En relación con las técnicas implementadas, se vislumbra que las experimentales (18%) y aplicadas (17%) fueron las más empleadas en la práctica de actividades con material manipulativo, lo que permitió a los investigadores generar hallazgos más cercanos a los contextos y las necesidades de los estudiantes en la medida en que las experiencias se desarrollaron de manera directa en los entornos escolares.

Los ejercicios investigativos enmarcados en los estudios de caso (6%) e ingeniería didáctica[4] (6%) una metodología propia de la investigación en educación matemática, si bien se estructuraron de manera organizada y se evidencian resultados acordes con los objetivos planteados, dejan expuestas inquietudes en relación con otras formas de implementar el uso de los materiales didácticos que generen mayor impacto en los procesos de conocimiento.

Un aspecto para resaltar lo constituyen los trabajos indagados (6%) que no registran o mencionan el componente metodológico de las investigaciones que referencian, lo cual constituye un obstáculo al comprender muchas de las directrices que orientaron los procesos investigativos.

[4] Como metodología de investigación, se caracteriza por un esquema experimental basado en las “realizaciones didácticas” en clase, es decir sobre la concepción, realización, observación y análisis de secuencias de enseñanza.

Figura 17

Conclusiones

Nota. La figura presenta las conclusiones derivadas de las investigaciones analizados. Fuente: Elaboración propia (2024).

La implementación de la y*upana* como material didáctico, más que un concepto operativo se caracteriza por el abordaje de las competencias matemáticas puestas en práctica en los contextos sociales.

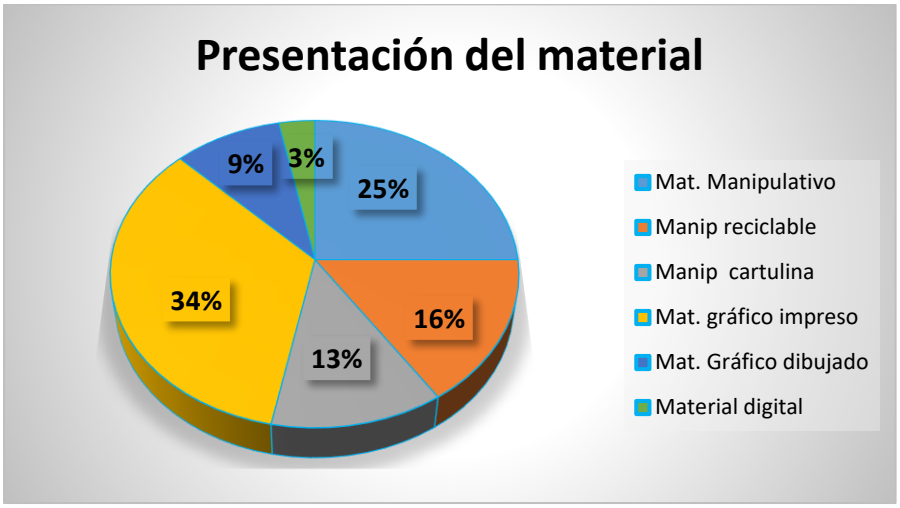
Muestra de ello son los aportes de este material didáctico en el aprendizaje de las operaciones (15%), la resolución de problemas (13%) el desarrollo de habilidades para la estimación y el cálculo (13%), así como la facilidad para comprender y aplicar las operaciones aritméticas (13%) al utilizar el material manipulativo elaborado con diferentes elementos y de acuerdo con las interpretaciones aplicadas por los autores en los procesos investigativos.

Los autores de los diferentes estudios indagados coinciden en afirmar que la *yupana* es un instrumento de cálculo eficaz en cualquier contexto en el que se requiera su implementación. Así mismo, aunque en menor medida se evidenció su aporte en la construcción del concepto de

número (5%), el pensamiento lógico matemático (5%), la concentración, la memoria (2%) y la consolidación de aprendizajes significativos (3%).

Figura 18

Presentación de la yupana según material de elaboración



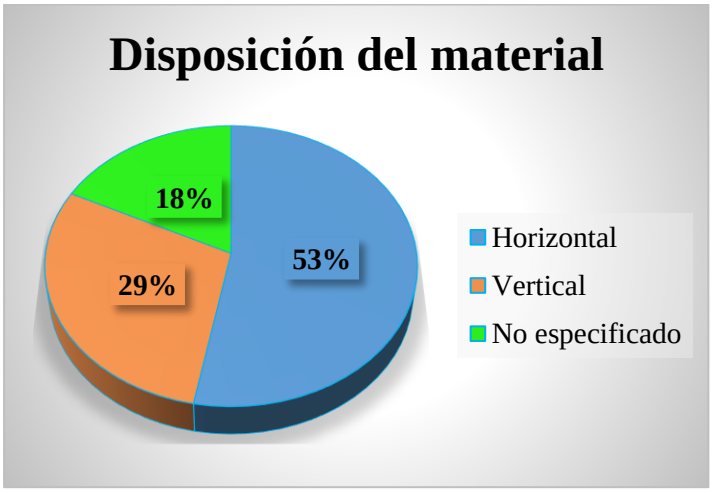
Nota. La figura muestra la forma como se presenta a los estudiantes la *yupana* en las investigaciones analizadas se tiene en cuenta el material en que fue elaborada. Fuente: Elaboración propia (2024).

En relación con la presentación del material, en los trabajos se observa el uso de elementos presentes en los entornos educativos. Así, como el uso de material gráfico impreso (guías de estudio, plantillas de trabajo, piezas comunicativas, plegados y armables) es el más utilizado (34%), seguido del material manipulativo (25%) adquirido de manera comercial o elaborado en aula. En relación con la facilidad en su adquisición, en un porcentaje menor (9%), el material gráfico dibujado se presenta como una alternativa viable al igual que *las yupanas* elaboradas en cartulina y papel de diferentes tipos (13%) y las adquiridas o construidas con material reciclable (16%) que permiten el fortalecimiento de otras habilidades y destrezas motrices, de pensamiento espacial, métrico y matemático, importante en los procesos escolares.

Para culminar, se expone la necesidad de continuar la exploración e implementación del uso de material digital (3%) con iniciativas como la presentada por Belalcázar y Pérez (2021) con la creación de la herramienta digital "*La Yupana"* que busca acercar a los estudiantes a las Tecnologías de la Información y la Comunicación, que en la actualidad son de gran interés para los niños y niñas, un aspecto a favor si se logra insertar en las estrategias de enseñanza dentro y fuera del aula.

Figura 19

Interpretación de la yupana según su disposición



Nota. La figura presenta la disposición de la *yupana* presentada por los investigadores a los estudiantes. Fuente: Elaboración propia (2024).

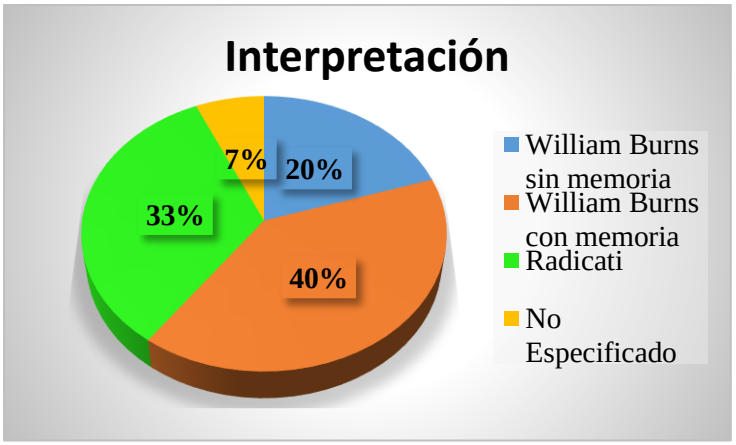
En relación con la disposición del material, se presentaron dificultades para señalar la orientación de *la yupana* en varios documentos al no hacerla explicita a lo largo del texto ni colocar evidencias gráficas o fotográficas aún en los anexos, que facilitaran el ejercicio de reconocimiento.

Sin embargo, en los documentos en los que aparece la evidencia en algún punto del texto, se logra visibilizar una tendencia en el uso de la disposición horizontal (53%) correspondiente a la interpretación original de Felipe Guamán Poma de Ayala (1908), adaptada por Burns (1981)

con o sin memoria. Así mismo, el 29% de las actividades prácticas se implementaron de acuerdo con la disposición vertical adaptada e interpretada por Radicati (1951), que dependen de los procesos de pensamiento o los conocimientos específicos que se desearon fortalecer en temas como el valor posicional, los procesos de cálculo con las operaciones básicas y las nociones de número.

Figura 20

Interpretación del autor



Nota. La figura muestra la interpretación de la *yupana* utilizada por los investigadores para presentarla a los estudiantes. Fuente: Elaboración propia (2024).

A pesar de las diversas interpretaciones sobre el uso de la *yupana*, los documentos indagados se acercan en sus prácticas a los planteamientos de Burns (1981) y su adaptación horizontal del material manipulativo. En algunas investigaciones, la adaptación se hace sin memoria (20%), lo cual facilita la manipulación del material y la comprensión de los procesos.

De igual manera hay tesis que ponen en evidencia los avances experimentados por los niños en los casos en que se utiliza la herramienta horizontal con memoria (40%) en el fortalecimiento del cálculo mental, el pensamiento lógico y su relación con el aprendizaje de las operaciones básicas. En un porcentaje importante (33%), la interpretación de Radicati (1951) es

utilizada en diferentes investigaciones que hacen uso de la disposición vertical y en un número mucho menor (7%) los documentos no registran evidencias ni material anexo que permita la identificación de la interpretación utilizada.

Componente matemático y entorno escolar

El proceso de análisis del componente pedagógico a lo largo de la revisión documental motivó el abordaje de los Lineamientos Curriculares (MEN, 1998) y los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2006) en Colombia, con el fin de establecer interrelaciones entre los conceptos expuestos en dichos documentos y los aportes de la *yupana* en cada uno de las investigaciones revisadas, en relación con la enseñanza de las operaciones básicas y el fortalecimiento de las habilidades y competencias matemáticas de los niños y niñas en básica Primaria en el contexto latinoamericano. En este sentido, se presentan las construcciones planteadas acerca del pensamiento numérico y los sistemas numéricos, el sentido numérico y los procesos generales.

Tabla 8

Pensamiento numérico y sistemas numéricos

Pensamiento numérico y sentido numéricos	Significados del número	9
	Cuantificación	6
	Valor posicional	6
	Equivalencias	4
	Paridad	7
	Relaciones entre números	6
	Problemas adición y multiplicativos	12
	Variaciones y Proporciones	2
	Estrategias de cálculo	13
	Resultados	5
	Medidas relativas	1
	Sistema decimal	7
	Planteamiento y resolución de problemas	15

Nota. La figura presenta los conocimientos básicos planteados por los Estándares Básicos de Competencia (MEN, 2006) en interacción con los documentos abordados. Fuente: Elaboración propia (2024).

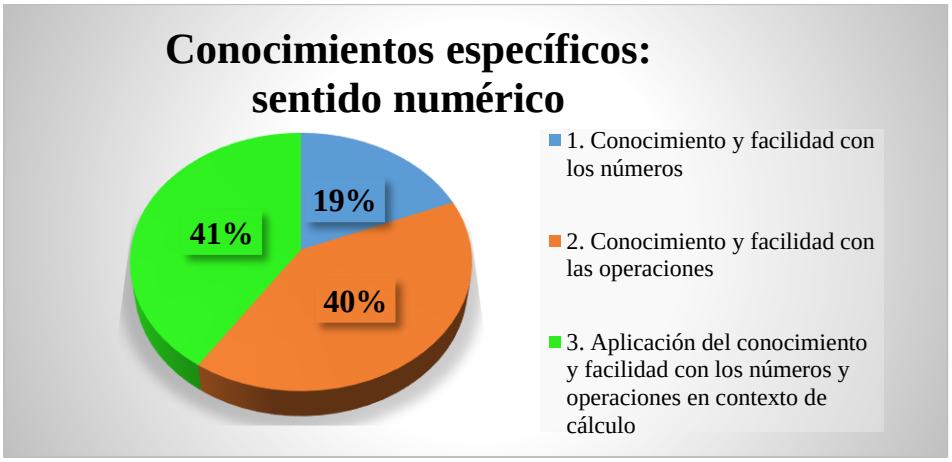
Los aportes de la *yupana* en el fortalecimiento de las competencias matemáticas, se refleja en el desarrollo de los conocimientos básicos retomados en relación con el pensamiento numérico y los sistemas numéricos, que evidencian logros significativos en la resolución y formulación de problemas (15%), así como en las estrategias de cálculo mental (13%) y problemas específicos de adición (12%), al tener en cuenta que los grupos en que se observaron estos elementos fueron los grados de primero a tercero en su mayoría. Así mismo se vislumbraron en los primeros grados de Básica primaria avances significativos en la adquisición de significado de número (9%), paridad (7%) y comprensión del sistema decimal (7%).

De igual forma, la comprensión del concepto de cuantificación (6%), valor posicional (6%) y la relación entre números (6%) denotó avances importantes en los estudiantes y sus procesos de pensamiento y en menor escala se hicieron evidentes los resultados en operaciones con números naturales (5%), equivalencias (4%), variaciones y proporciones (2%) y establecimiento de medidas relativas (1%).

En consonancia con los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2006) y los Lineamientos Curriculares (MEN, 1998), los estudios abordados brindan insumos suficientes para afirmar que la *yupana* como material didáctico contribuye en la enseñanza de las matemáticas y en consecuencia se constituye en una oportunidad para generar alternativas para el manejo de los conocimientos básicos y su aplicación en la cotidianidad.

Figura 21

Conocimientos específicos: sentido numérico



Nota. La figura presenta los componentes del sentido numérico abordados por los investigadores. Fuente: Elaboración propia (2024).

La revisión documental en este apartado permitió poner en evidencia los procesos de comprensión general en relación con los números y las operaciones, así como el desarrollo de la capacidad para hacer juicios matemáticos y generar estrategias útiles para resolver situaciones de acuerdo con Mcintosh (1992).

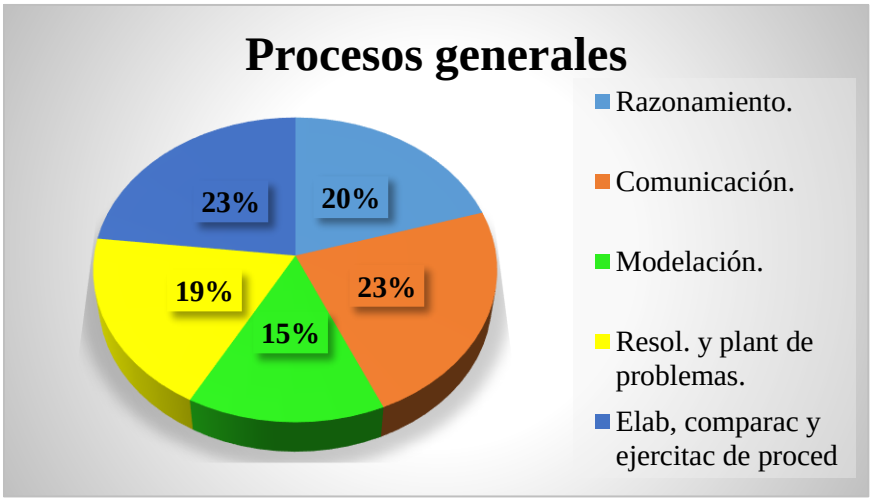
El componente correspondiente a la aplicación del conocimiento y facilidad con los números y operaciones en contexto de cálculo es el aspecto con mayor incidencia (41%) en el desarrollo de las actividades implementadas en los ejercicios de investigación en los cuales se trabajaron las operaciones con números naturales, que establecen relaciones entre ellas y generan procesos de estimación y cálculo mental para la resolución de estas.

De igual manera, en un segundo plano, se evidenció una tendencia muy similar al conocimiento y facilidad con las operaciones aritméticas, en los trabajos de indagación (40%), aspectos que permitieron observar la comprensión del efecto de las operaciones, las propiedades y la relación entre las operaciones aritméticas, así como su uso en la vida cotidiana.

El componente menos abordado en las investigaciones lo constituyó el conocimiento y facilidad con los números (19%) en la medida en que los grados intervenidos ya desarrollan procesos con las operaciones aritméticas y logran consolidar con anterioridad procesos de comprensión básica con los números naturales.

Figura 22

Procesos generales



Nota. La figura muestra los procesos generales desarrollados por los estudiantes al hacer uso de la *yupana*. Fuente: Elaboración propia (2024).

En toda actividad matemática se explicitan los cinco procesos generales que se deben desarrollar para ser matemáticamente competente (MEN, 2006). De acuerdo con los resultados expuestos, los estudios abordados muestran, que al utilizar la *yupana* como material didáctico en las clases de matemáticas, se ve fortalecido el razonamiento (19%), la comunicación (19%), la modelación (19%), comparación y ejercitación de procedimientos (18%) dimensiones cognitivas y procedimentales que se ven estimuladas de acuerdo con las intervenciones realizadas al manipular material concreto, en un primer momento en la construcción del aprendizaje, para ampliar el razonamiento, generar posibilidades en el desarrollo de las competencias comunicativas en la expresión oral, la argumentación, la interacción con pares escolares y a

través de ejercicios matemáticos donde se fortalece la resolución y planteamiento de situaciones de la cotidianidad (15%), así como la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos en operaciones con números naturales.

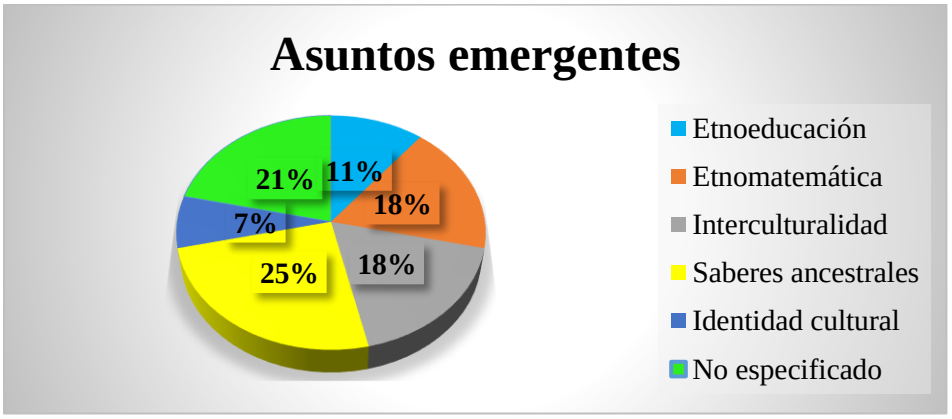
Los documentos indagados en general, muestran la implementación de actividades de intervención con los estudiantes, enfocadas al desarrollo del conocimiento matemático y de los procesos generales a través de material manipulativo e impreso acorde con los grupos escolares, los contextos educativos y los propósitos particulares de cada investigación. Vale mencionar que estos procesos generales son elementos que se encuentran inmersos de manera alterna en el aprendizaje.

En relación con el contexto

En la revisión documental emergieron asuntos importantes de mencionar en vista de la regularidad con la cual se presentaron en varias de las investigaciones.

Figura 23

Asuntos emergentes



Nota. La figura muestra los términos que emergen de la exploración documental relacionados con las prácticas educativas y la cultura incaica. Fuente: Elaboración propia (2024).

El tema de los saberes ancestrales (25%) ocupó un espacio importante en la contextualización de un alto número de los estudios que reconocen la importancia del saber ancestral y la pertinencia de retomarlo para el fortalecimiento de los procesos formativos dentro de los entornos escolares (Boza-Chumbes, 2022; Zevallos, 2019; Guzmán et al., 2018; Olivares, 2017; Apaza-Luque, 2017).

De igual manera, algunos autores abordan la interculturalidad (18%) y la etnomatemática (18%), (Apaza- Luque, 2017; Arpi y Rivera, 2023; Pardo 2018; Zevallos, 2019; Zeballos, 2019; Carrillo, 2020; Cabrera, 2018; Guzmán et al., 2018) como elementos de contexto fundamentales en el desarrollo de sus procesos investigativos. Se tiene en cuenta el marco de la educación bilingüe intercultural y otras iniciativas pedagógicas que le apuntan al desarrollo del conocimiento en los contextos educativos en los cuales emergen estudiantes de diversos territorios con rasgos culturales diversos y enriquecedores que se deben aprovechar en la escuela, para preservar el sentido de pertenencia e identidad cultural. El componente de la etnoeducación es un aspecto que se encuentra inmerso en menor medida (7%) pero que busca, de acuerdo con los estudios abordados, fortalecer los procesos de aprendizajes individuales y colectivos en los entornos educativos. (Arpi y Rivera, 2023).

Es indiscutible el impacto que tiene a nivel académico, social y cultural el abordaje de la *yupana* como material didáctico en el desarrollo del pensamiento matemático, además del potencial como instrumento histórico en los procesos de reivindicación social y cultural de aquellas herramientas y saberes ancestrales que hacen parte del patrimonio de los pueblos prehispánicos y que deben ser retomados en beneficio de los estudiantes para su formación integral.

Capítulo 5. Conclusiones y recomendaciones

Conclusiones

- La revisión documental resalta el interés creciente de los investigadores de diferentes programas de formación profesional y posgradual frente al estudio de la *yupana* como material didáctico y sus aportes en la enseñanza de las matemáticas en estudiantes de Educación Básica Primaria en el contexto latinoamericano.

- Las bases de datos, repositorios digitales y demás referentes bibliográficos que sirvieron de insumo para adelantar el ejercicio de recopilación de la información, constituyeron un valioso soporte documental y fuente de conocimiento que permitieron ampliar los marcos de compresión en relación con el objeto de estudio.

- La *yupana*, instrumento de cálculo originario de la cultura incaica, presente a lo largo del oeste de Latinoamérica y retomada por investigadores de diferentes áreas del conocimiento, es considerada un recurso importante en el campo de las matemáticas por su contribución al desarrollo del pensamiento y el fortalecimiento de las competencias y conocimientos para aplicar el aprendizaje en la vida cotidiana.

- Las interpretaciones de la *yupana* que han surgido a partir de la elaboración propuesta por Guamán Poma de Ayala (1615) presentan alternativas pedagógicas para el abordaje de los conocimientos básicos y sus respectivos sistemas, los procesos generales “formular y resolver problemas; modelar procesos y fenómenos de la realidad; comunicar; razonar, y formular comparar y ejecutar procedimientos y algoritmos” (MEN, 2006) y el desarrollo del sentido numérico de acuerdo con el conocimiento y facilidad con los números, las operaciones, así como la aplicación del conocimiento en contextos de cálculo (Mcintosh, 1992).

- Los aportes de la *yupana* como material didáctico en el ámbito educativo son evidentes por la motivación que despierta en los estudiantes la interacción con la herramienta, la facilidad en la adquisición de los elementos del entorno (semillas, piedrecillas, madera, arcilla, cartulina, papel, etc.) para la elaboración, ya sea manipulativa, impresa o digital, así como la pertinencia en la ampliación de los procesos de comprensión para su uso emergente.
- Según las interpretaciones expuestas por Burns (1981) y Radicati (1951), implementadas en los trabajos indagados, hay tesis que ponen en evidencia los avances experimentados por los niños en los casos en que se utiliza la herramienta horizontal con memoria (40%) en el fortalecimiento del cálculo mental, el pensamiento lógico y su relación con el aprendizaje de las operaciones básicas.
- La *yupana* contribuye en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes para lograr diversas formas de representación numérica, comprender la composición y descomposición de cantidades y la numeración decimal, así como, la agilidad que desarrollaron en el planteamiento y solución de situaciones cercanas a la cotidianidad. Por tal razón, el trabajo sugiere que la educación matemática contemple y valore estas diversas formas de representación, que promuevan así una comprensión más holística y culturalmente contextualizada de los conceptos numéricos. la diversidad de representaciones numéricas al tiempo que fortalece su conexión con la rica herencia cultural de las regiones Alto andina del Perú.
- La formación docente en relación con estrategias y materiales didácticos de origen cultural y ancestral que favorezcan los ambientes de aprendizaje debe ser permanente y garantizada en el marco de las políticas públicas que deben tener en cuenta la diversidad poblacional en los territorios y los constructos generacionales que han sido transmitidos y que en la actualidad tienden a desaparecer.

- Se identificaron y analizaron los fundamentos conceptuales, pedagógicos y metodológicos presentes en los documentos revisados, al proporcionar una base sólida para el análisis e interpretación de resultados.

Recomendaciones

✓ Incorporar el uso de la *yupana* y otras herramientas de cálculo ancestrales como recurso didáctico en los planes de estudio y programas de matemáticas de Educación Básica Primaria, que fortalezcan el desarrollo de las competencias matemáticas y el rescate de elementos propios de las culturas latinoamericanas.

✓ Implementar programas de capacitación y actualización para docentes sobre el uso pedagógico de la *yupana* y otros materiales didácticos en la enseñanza de las matemáticas.

✓ Fomentar el desarrollo de competencias didácticas y metodológicas en los docentes para integrar la *yupana* de manera efectiva en sus prácticas de aula.

✓ Articular el uso de la *yupana* con los contenidos y competencias matemáticas establecidos en los currículos nacionales.

✓ Desarrollar y distribuir materiales didácticos que faciliten la implementación de la *yupana* en las aulas de clase.

✓ Diseñar guías y recursos pedagógicos que orienten a los docentes en el uso adecuado de la *yupana*.

✓ Promover estudios que analicen el impacto del uso de la *yupana* en el aprendizaje y desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes.

Referencias

Allaico, M. (2020). *Material didáctico en el área de matemáticas de los niños de primer grado de educación básica paralelo "a" de la unidad educativa "Dr. German Abdo Touma" Riobamba periodo 2017-2018*. [Tesis de pregrado, Universidad Nacional del Chimborazo. Repositorio Digital Universidad Nacional del Chimborazo]. Archivo digital. http://dspace.unach.edu.ec/bitstream/51000/6323/1/UNACH-EC-FCEHT-TG-E.BASICA-2020-000001.pdf

Alquinga-Chango, M. (2020). La Taptana o contador indígena como estrategia de aprendizaje en operaciones matemáticas básicas. *Revista Cátedra, 3*(3), 65-87. https://doi.org/10.29166/catedra.v3i3.2428

Apaza-Luque, H. (2017). *La Yupana, material manipulativo para la educación matemática. Justicia social y el cambio educativo en niños de las comunidades quechuas alto andinos del Perú* [Tesis doctoral, Universidad Autónoma de Madrid] Archivo digital. http://hdl.handle.net/10486/680462

Apaza-Luque, H. & Atrio Cerezo, S. (2016). Las cantidades en la Yupana desde una perspectiva cultural andina: una experiencia en aulas de primer y segundo grado de primaria. Revista *Edma 0-6: Educación Matemática En La Infancia*, *5*(2), 36–49. https://doi.org/10.24197/edmain.2.2016.36-49

Apaza-Luque, H., Atrio Cerezo, S. y Bruno, G. (2017). Las cantidades en la *yupana* en un contexto de educación matemática intercultural y justicia social. [Congreso] En *VIII*

Congreso Iberoamericano de Educación Matemática (pp. 317-325). http://hdl.handle.net/10486/680462

Arpi Maldonado, S. y Rivera Tapia, M. (2023). *Recurso Etnomatemático como estrategia didáctica en el proceso de enseñanza-aprendizaje de adición y sustracción en el tercero de EGB. Universidad Nacional de Educación.* [Tesis de pregrado, Universidad Nacional de Educación. Repositorio Digital Universidad Nacional de Educación] Archivo digital. http://repositorio.unae.edu.ec/handle/56000/2943

Belalcázar, Montilla, D y Pérez Segura, M. (2021). *La yupana en la resolución de situaciones problema con estructuras aditivas de los números naturales*. [Tesis de maestría, Universidad Autónoma de Manizales, Colombia] Archivo digital. https://repositorio.autonoma.edu.co/bitstream/11182/1209/1/Yupana_resoluci%C3%B3n_situaciones_problema_estructuras_aditivas_n%C3%BAmeros_naturales.pdf

Boza Chumbes, G. (2023). *Uso de la yupana para mejorar el aprendizaje de la adición de mil primeros números naturales en el segundo grado de educación primaria de la I.E. N 36120 Pantachi Sur, Distrito Yauli, Provincia y Región Huancavelica – 2021*. [Tesis de maestría, Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión, Cerro de Pasco Perú] Archivo digital. http://repositorio.undac.edu.pe/bitstream/undac/3409/1/T026_23265941_M.pdf

Burns, W. (1981). La Tabla de Cálculo de los Incas. Revista *Boletín de Lima, III (11)*, 15. http://www.boletindelima.com/1981-11.htm

Cabrera, B. (2018). La yupana: un instrumento histórico como didáctica alternativa para el desarrollo de competencias matemáticas en el aprendizaje de las cuatro operaciones

básicas. Revista *Acta Latinoamericana de Matemática educativa*, *31*(1), 392-396. *Funes.* *https://funes.uniandes.edu.co/funes-documentos/la-yupana-un-instrumento-historico-como-alternativa-didactica-para-el-desarrollo-de-competencias-matematicas-en-el-aprendizaje-de-las-cuatro-operaciones-basicas/*

Carrillo Baldeón, V. (2020). *Técnicas etnomatemáticas para el desarrollo del cálculo mental de los estudiantes de segundo año de EGB de la unidad educativa "Carlos María de la Condamine", Pallatanga Chimborazo.* [Tesis de Maestría, Universidad Nacional de Chimborazo, Riobamba Ecuador] Archivo digital http://dspace.unach.edu.ec/handle/51000/6839

Carvajal S, E. (2023). *El ábaco en el aprendizaje de las operaciones básicas de la asignatura de matemáticas en los estudiantes de 2do año de educación general básica de la unidad educativa "Quisapincha" del cantón Ambato.* [Tesis de pregrado, Universidad técnica de Ambato, Ecuador] Archivo digital. https://repositorio.uta.edu.ec/jspui/handle/123456789/38941

Castro Córdoba, MA, & Palacios Díaz, F. (2018). *Desarrollo del sentido numérico en estudiantes de grado sexto. Una mirada desde las tareas matemáticas*. [Tesis maestría, Universidad de la Amazonía, Florencia Colombia] Funes. https://funes.uniandes.edu.co/funes-documentos/desarrollo-del-sentido-numerico-en-estudiantes-de-grado-sexto-una-mirada-desde-las-tareas-matematicas/

Chirinos, A. (2010). *Quipus del Tahuantinsuyo. Curacas, Incas y su saber matemático en el siglo XVI.* Commentarios SAC. Editorial Commentarios S.A.S.

https://www.buscalibre.com.co/libro-quipus-del-tahantinsuyo-con-cd/9789972947070/p/51417642

Cedeño, M; Osorio, M; Tolentino, A. (2004). *El docente preescolar y la importancia de optimizar los materiales didácticos de reuso.* Universidad Pedagógica Nacional. México. http://hdl.handle.net/123456789/2111

Centro de Escritura Javeriano. (2020). Normas APA, séptima edición. Pontificia Universidad Javeriana, seccional Cali. https://www2.javerianacali.edu.co/centro-escritura/recursos/manualde-normas-apa-septima-edicion#gsc.tab=0%C2%A0

Cruz Zavaleta, JR y Morales Pichén, OM (2022). *Yupana y quipu para desarrollar estrategias de estimación y cálculo en matemáticas en una institución educativa, Trujillo 2019.* [Tesis de pregrado, Universidad Nacional de Trujillo, Trujillo Perú] Archivo digital. https://repositorioslatinoamericanos.uchile.cl/handle/2250/4741421

De Acosta, J. (1954). *Historia Natural y moral de las Indias.* Editorial Atlas Madrid. https://www.cervantesvirtual.com/nd/ark:/59851/bmc571b4

De Ayala, FGP y GY, FP (1980). *Nueva Corónica y Buen Gobierno (Vol. 1).* Fundación Biblioteca Ayacucho. Fuente: Fundación Biblioteca Ayacucho. https://books.google.com.co/books/about/Nueva_cor%C3%B3nica_y_buen_gobierno.html?id=PPy78ZxOo28C&redir_esc=y

De Ayala, FGP y GY, FP (1980). *Nueva corónica y buen gobierno (Vol. 2 y 3).* Fondo de C Económica. Fuente: Fundación Biblioteca Ayacucho.

https://www.google.com.co/books/edition/Nueva_coronica_y_buen_gobierno/xaGOrgEACAAJ?hl=es

De Velasco, J. (1841). *Historia del reino de Quito en la América meridional* (Vol. 2). Imprenta del gobierno. https://biblioteca.clacso.edu.ar/clacso/se/20191121024016/Historia_del_reino_de_Quito.pdf

Di Primeglio, CR (1980). El sistema contable de los incas: yupana y quipu. Estudio de Librería. Fuente: Librería Studium.

Española, R.A. (2014). Diccionario de la Lengua Española. https://dpej.rae.es/lema/costumbre-ancestral

Espitia Pinilla, S. (2018). *Aportes de la Yupana a la interpretación de la multiplicación*. [Tesis de maestría, Universidad Externado de Colombia. Biblioteca Digital de Bogotá] Archivo digital. https://www.bibliotecadigitaldebogota.gov.co/resources/3237962/

Flores Romani, T. & Ventura Llacsa, Y. (2017). *Uso del ábaco de diez cuentas y su influencia en el aprendizaje de la matemática en el segundo grado de primaria, en el plantel Guamán Poma de Ayala.* [Tesis de Pregrado, Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga, Ayacucho Perú] Archivo digital. http://repositorio.unsch.edu.pe/handle/UNSCH/3143

Guzmán Quiquia, L., Huamaní Carbajal, V. & Moya Espinoza, N. (2018), *La aplicación de la yupana y la taptana para favorecer la resolución de problemas de adición y sustracción en los estudiantes del 3er grado de educación primaria de la I.E.B. "comunidad shipiba"*

del distrito del Rímac durante el año 2016. [Tesis de pregrado, Universidad de Ciencias y Humanidades, Los Olivos, Lima Perú]. Archivo digital. https://dx.doi.org/10.22258/uch.thesis/209

Hoyos Botero, C. (2000). *Un modelo para investigación documental: guía teórico-práctica sobre construcción de Estados del Arte con importantes reflexiones sobre la investigación*. Señal editora. https://www.lostiempos.com/tendencias/bienestar/20110116/yupana-podria-acelerar-progreso-cientifico.

Huanca Larico, A y Mamani Quispe, M. (2021). *La eficacia de la yupana para la resolución de problemas aditivos en niños del segundo grado de las escuelas rurales de la región Puno.* [Tesis de pregrado, Universidad Nacional del Altiplano, Puno Perú] Archivo digital. http://repositorio.unap.edu.pe/handle/20.500.14082/17419

Luque, C., Mora, L. & Valero, N. (1999). La *yupana* como herramienta pedagógica. [Encuentro] Memorias X encuentro de Geometría y sus aplicaciones. Universidad Distrital, Universidad Pedagógica Nacional y Grupo Vialtopo. Bogotá. 1999. https://cmapspublic2.ihmc.us/rid=1J2NH8QTM-2912G6-PZ5/yupana_como_herramienta_pedagogica.pdf

Mancera-Ortiz, G., Camelo-Bustos, F. y Loiola-Araújo, J. (2023). Paradigma crítico de investigación y modelación matemática: transformaciones que desafiaban condiciones de vulnerabilidad social. *Revista Colombiana de Educación*, (87), 1-30. https://doi.org/10.17227/rce.num87-12393" \t "_blank

McIntosh, A., Reys, BJ y Reys, RE (1992). Un marco propuesto para examinar el sentido numérico básico. *Para el aprendizaje de las matemáicas, 12* (3), 2-8. https://drive.google.com/file/d/1e3EA3ZuH1h7RdBuNJ0_dLhdADVwCewll/view

Micelli, M. & Crespo Crespo, C. (2012). Ábacos de América Prehispánica. *Revista Latinoamericana De Etnomatemática Perspectivas Socioculturales De La Educación Matemática, 5*(1), 159-190. https://www.revista.etnomatematica.org/index.php/RevLatEm/article/view/41

Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares básicos de competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas.* Editorial Ministerio de Educación Nacional. Bogotá: MEN, Colombia. https://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-340021_recurso_1.pdf

Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos curriculares Área de Matemáticas.* Serie lineamientos curriculares Matemáticas. Bogotá: MEN, Colombia. https://www.mineducacion.gov.co/1780/articles-339975_matematicas.pdf

Navarrete-Rodríguez, P. (2017). *Importancia de los materiales didácticos en el aprendizaje de las matemáticas.* [Tesis de pregrado, Universidad de Jaén] Archivo digital. https://crea.ujaen.es/bitstream/10953.1/5752/1/Navarrete_Rodrguez_PedroJos_TFG_Educacin_Primaria.pdf

Obando, G., Vanegas, M. y Vásquez, N. (2006). *Pensamiento numérico y sistemas numéricos. Módulo I.* Editorial Artes y Letras Ltda. https://www.researchgate.net/profile/Gilberto-

Obando/publication/280233601_Pensamiento_Numerico_y_Sistemas_Numericos/links/55ae4c7208aee0799220a8ee/Pensamiento-Numerico-y-Sistemas-Numericos.pdf

Obeso Macassi, R. (2017). *El uso de la yupana en el aprendizaje de las cuatro operaciones básicas en los alumnos del 3° grado de Educación Primaria de la IE 80 006 "Nuevo Perú" urbanización Palermo-Trujillo–2015.* [Tesis de pregrado, Universidad Nacional de Trujillo, Trujillo Perú] Archivo digital. file:///C:\\Users\\Admin\\Documents\\un%20pedagogica%20nacional\\proyecto%20de%20grado\\repositorios\\2017_obeso%20macassi.pdf

Ogalde, I. & Bardavid, N. (2007). *Los materiales didácticos. Medios y recursos de apoyo a la docencia.* Trillas. https://doku.pub/documents/materiales-didacticos-ogalde-isabelpdf-oq1zyy7xw802#google_vignette

Olivares Pineda, E., (2017). *La yupana como operador matemático.* [Tesis de pregrado, Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle, Lima, Perú] Archivo digital. http://repositorio.une.edu.pe/handle/20.500.14039/2442

Oyola García, A, Soto Cabezas, M. & Quispe Ilanzo, M. (2014). La antigüedad de las referencias bibliográficas en publicaciones científicas. *Anales de la Facultad de Medicina*, *75*(4), 381-382. https://dx.doi.org/10.15381/anales.v75i4.10863

Pacheco, Ríos O. (1999). Del Quipu Incaico a la *Yupana*. El computador Ancestral. https://www.andesacd.org/wp-content/uploads/2019/02/Del-Quipu-Incaico-a-la-Yupana.pdf

Paragua Morales, M., Paragua Macuri, M. G., & Paragua Macuri, C. A. (2021). Relación entre la Yupana y el aprendizaje de la multiplicación de números enteros. *Revista Meta: Avaliacao*, *13*(38), 81-100. https://doi.org/10.22347/2175-2753V13I38.2956

Pardo Gómez, J. (2018). *Aplicación de la Yupana como estrategia Etnomatemática para la construcción del número en niños del primer y segundo grado de la Institución Educativa Nº. 54163 del distrito de San Jerónimo – 2017.* [Tesis de maestría, Universidad Nacional del Altiplano de Puno Perú] Archivo digital. https://repositorioslatinoamericanos.uchile.cl/handle/2250/3278291?show=full

Pareja, D. (1986). Instrumentos prehispánicos de cálculo: el quipu y la *yupana*. *Revista integración*, *4*(1), 37-56. https://revistas.uis.edu.co/index.php/revistaintegracion/article/view/1205

Ramos, L. (2011). La *yupana*: podría acelerar el progreso científico. *Los Tiempos.16/01/2011.* https://www.lostiempos.com/tendencias/bienestar/20110116/yupana-podria-acelerar-progreso-cientifico

Real Académica Española (2001). *Diccionario de la lengua española.* 22º edición. http://buscon.rae.es/draeI/SrvltConsulta?TIPO_BUS=3&LEMA=%E1baco

Rodríguez Suárez, Tatiana Isabel (2022). *El ábaco como recurso didáctico en la enseñanza de operaciones aditivas para segundo grado de educación general básica de la unidad educativa Dr. Otto Arosemena Gómez periodo lectivo 2021-2022.* [Tesis de pregrado, Universidad Estatal Península de Santa Elena de La Libertad, Ecuador]. Archivo digital. https://repositorio.upse.edu.ec/handle/46000/7430

Saldívar, C. (2020). P'awaq Yupana – Neoábaco de lógica híbrida. [Congreso] II Congreso Internacional de Ingeniería de Sistemas. Innovando la Educación en Tecnología. 278-279. https://doi.org/10.26439/ciis2019.5531

Torres Puentes, E., y Casallas Rodriguez, L. A. (2021). Materiales, recursos y juego: una distinción y relación necesaria en el aula de matemáticas. *Infancias Imágenes*, *20*(2), 206–215. https://doi.org/10.14483/16579089.17590

Vilca-Apaza, H.-M., Mamani Apaza, WW, Maraza Vilcanqui, B., & Bizarro Flores, WH, (2023). Yupana o ábaco inca, a 100 años (1912-2022): experiencias y posibilidades de educación matemática en América Latina. *Revista De Investigación En Comunicación Y Desarrollo, Comuni@cción*, *14*(1), 86-102. 14(1), 86-102. https://doi.org/10.33595/2226-1478.14.1.804

Vilca-Apaza, H.-M., Sosa Gutiérrez, F., & Mamani Apaza, W.W., (2023). La Yupana o ábaco peruano y el aprendizaje de la matemática: de lo concreto a lo abstracto, de la escuela a la universidad. *Docencia e investigación en educación superior*. Editorial Idicap Pacífico, 64 –98. https://doi.org/10.53595/eip.010.2023.ch.5

Yon Delgado J. y Muena V, L. (2020). Aplicación del material didáctico “YUPANA” para el desarrollo de capacidades matemáticas en niños y niñas de cinco años de la Institución Educativa Inicial N° 628 Villa Primavera, Ucayali 2019. *Revista científica Innova Shimnambo. II (2), 2(2),* 50–60. http://revista.unia.edu.pe/index.php/EDUCACION

Zeballos Quea, R. (2019). *El uso de estrategias y procedimientos de estimación y cálculo en la resolución de problemas de cantidad con el material didáctico Yupana en niños y niñas*

del 3er grado de nivel primaria. [Tesis de Pregrado, Universidad Peruana Pedro de Heredia de Lima Perú] Archivo digital. https://hdl.handle.net/20.500.12866/10156.

Zevallos Mamani, R. (2019). *La Yupana en el aprendizaje de la matemática*. [Tesis De pregrado, Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle, Lima Perú] Archivo digital. http://repositorio.une.edu.pe/handle/20.500.14039/4038

Anexos

Anexo *A*. Relación documentos y unidades de análisis

En este anexo se presenta la tabla que reúne el listado de autores de los documentos consultados para la revisión documental y que permitieron realizar la matriz de consulta para la identificación de categorías y subcategorías.

Listado de autores correspondiente a los documentos que permiten leer la tabla del anexo A.

1. Boza Chumbes Gaudencia
2. Arpi Maldonado Stanley Sebastian y Rivera Maria Elena
3. Cruz Zavaleta, Jeny Raque.Morales Pichen, Olga Melisa.
4. Cano Guerrero Milseria Juana
5. Huanca Larico Alex Junior y Mamani Quispe Milagros Elizabeth
6. Yon Delgado Julia Cecilia y Muena Valle Lita Angela
7. Carrillo Baldeon Verónica Patricia
8. Zevallos Mamani, Rossmary Juana Silvina
9. Zeballos Quea, Rosalia
10. Pardo Gómez José
11. Espitia Pinilla Sonia Esperanza
12. Cabrera Navarrete Belen
13. Guzmán Quiquia, Luz Estefani Huamani Carbajal,
14. Olivares Pineda, Edith Darssi y Viviana Moya Espinoza, Nathaly Gloria.
15. Apaza Luque Herbert Jhon–Bruno Gustavo Nicolas–Atrio Cerezo Santiago.
16. Obeso Macassi, Rosa María
17. Apaza Luque Herbert Jhon

Tabla 9

Conceptos más relevantes en los diferentes trabajos indagados

Categorías y subcategorías	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.
PENSAMIENTO MATEMÁTICO	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**
1.Sentido numérico			**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**		**X**		
2.Pensamiento numérico	**X**		X		**X**			**X**			**X**	**X**	**X**	**X**		**X**	**X**
COMPONENTE PEDAGÓGICO	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**
1. Currículo o desarrollo curricular	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**		**X**	**X**
2.Etnoeducación		**X**				**X**				**X**					**X**		**X**
YUPANA	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**
1. Material didáctico	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**	**X**
2. Identidad cultural		**X**				**X**		**X**		**X**				**X**	**X**		**X**

Nota: Esta tabla contiene los conceptos clave que determinaron las categorías y subcategorías de análisis. Los números de la tabla corresponden al nombre de los autores enunciados en la parte superior. Fuente: Elaboración propia (2024).

Anexo *B*. Matrices con la información de la revisión documental

En este apartado se presentan las matrices que contienen la información general y la descripción de las categorías y subcategorías de cada una de las investigaciones abordadas.

Tabla 10

Documento No. 1

Información general	Año de publicación	2023
	Nombre del documento	Uso de la *yupana* para mejorar el aprendizaje de la adición de mil primeros números naturales en el segundo grado de educación primaria de la I.E. N 36120 Pantachi Sur, Distrito Yauli, Provincia y Región Huancavelica – 202.
	Autor(es)	Boza Chumbes Gaudencia
	Tipo de documento	Tesis pregrado
	Espacio geográfico	Cerro de Pasco, Perú
	Grado en que fue aplicada	Segundo grado de educación primaria
	Base de datos	Funes
	Propósito del estudio	Explicar la influencia del uso de la *yupana* en el aprendizaje de la adición de mil primeros números naturales en el segundo grado de educación primaria de la I.E. N 36120 Pantachi Sur, distrito Yauli, provincia y región Huancavelica – 2021 (p. 8)
	Metodología	Experimental
	Conclusiones	El uso de la *yupana*: • Influyó significativamente en el aprendizaje de la adición en los mil primeros números naturales. • Favoreció el aprendizaje de la adición de los primeros mil números naturales. • Amplió el dominio del material didáctico en la adición de números naturales. • Mejoró el rendimiento académico.
En relación co	Material didáctico	Material manipulativo Gráfico (impreso)

	Interpretación de la *yupana*	Disposición horizontal Interpretación de William Burns, sin memoria
Conocimiento matemático y contexto escolar	Pensamiento Numérico y sistemas numéricos	Resolución y formulación de problemas en situaciones aditivas de composición y transformación. Representaciones concretas y pictóricas para explicar el valor de posición de los números naturales en el sistema de numeración decimal. Descripción comparación y cuantificación de situaciones con números (naturales), en diferentes contextos y con diversas representaciones. Representaciones concretas y pictóricas para realizar equivalencias de un número en las diferentes unidades del sistema decimal. Operación entre números y estimaciones.
	Conocimientos específicos Sentido numérico	2. Conocimiento y facilidad con las operaciones 3. Aplicación del conocimiento y facilidad con los números y operaciones en contexto de cálculo
	Procesos generales	Razonamiento Comunicación Resolución y planteamiento de problemas Elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos
En relación con el contexto	Asuntos emergentes	Diálogo intercultural Saberes ancestrales

Tabla 11
Documento No. 2

Información general	Año de publicación	2023
	Nombre del documento	Recurso Etnomatemático como estrategia didáctica en el proceso de enseñanza- aprendizaje de adición y sustracción en el tercero de EGB
	Autor(es)	Arpi Maldonado Stalyn Sebastián Rivera Tapia María Elena
	Tipo de documento	Tesis de pregrado: Trabajo de intervención curricular
	Espacio geográfico	Azogues - Ecuador Marzo, 2023
	Grado en que fue aplicada	Tercero de EGB
	Base de datos	Dialnet
	Propósito del estudio	Promover el uso de un recurso Etnomatemático como estrategia didáctica que fortalezca el proceso de enseñanza-aprendizaje de las operaciones básicas adición y sustracción, en estudiantes de tercer grado de EGB de la Unidad Educativa "Ricardo Muñoz Chávez". (p. 17)
	Metodología	Cualitativa
	Conclusiones	La *yupana*: • Recurso didáctico que otorgó beneficios tanto educativos como sociales. • Apoyó en la enseñanza de las matemáticas. • Como material manipulativo, desarrolló destrezas individuales y colectivas. • Mejoró los procesos de adquisición del conocimiento y aplicación de la adición y sustracción. • Los recursos etnomatemáticos llevados a la práctica favorecieron los procesos de enseñanza y aprendizaje.
En relación con la *yupana*	Material didáctico	Material manipulativo Material gráfico (impreso)
	Interpretación de la *yupana*	Horizontal con memoria William Burns
Conocimiento matemático y contexto escolar	Pensamiento numérico y sistemas numéricos	Representaciones concretas y pictóricas para explicar el valor de posición de los números naturales en el sistema de numeración decimal. Resolución y formulación de problemas en situaciones aditivas y de sustracción. Identificar, si a la luz de los datos de un problema, los resultados obtenidos son o no razonables.
	Sentido numérico	1. Conocimiento y facilidad con los números 2. Conocimiento y facilidad con las operaciones 3. Aplicación del conocimiento y facilidad con los números y operaciones en contexto de cálculo
	Procesos generales	Razonamiento Comunicación Resolución y planteamiento de problemas Modelación Elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos

En relación con el contexto	Asuntos emergentes	Etnomatemática Etnoeducación

Tabla 12

Documento No. 3

Información general	Año de publicación	2022
	Nombre del documento	*Yupana* y quipu para desarrollar estrategias de estimación y cálculo en Matemática en una Institución Educativa, Trujillo 2019
	Autor(es)	Cruz Zavaleta Jeny Raquel y Morales Pichen Olga Melisa
	Tipo de documento	Tesis pregrado
	Espacio geográfico	Trujillo Perú
	Grado en que fue aplicada	1° de primaria
	Base de datos	CONCYTEC: Repositorio UNT (Biblioteca de Educación y Ciencias de la Comunicación)
	Propósito del estudio	Determinar la influencia que tiene el uso de la *yupana* y el quipu en el desarrollo de la capacidad, el uso de estrategias y estimación y cálculo en el área de matemáticas en los estudiantes de primer grado de Educación Primaria del centro educativo experimental "Rafael Narváez Cadenillas", Trujillo - 2019 (p.26).
	Metodología	Aplicada.
	Conclusiones	El uso de la *yupana*: • Favoreció el desarrollo de las habilidades de cálculo mental • Contribuyó en los procesos de estimación y cálculo • Permitió alcanzar niveles satisfactorios en pruebas aplicadas • Posibilitó el desarrollo de estrategias de estimación en sumas y restas • Aportó en el fortalecimiento de las destrezas para establecer comparaciones
En relación con la *yupana*	Material didáctico	Material manipulativo: *Yupana* elaborada con material reciclado Material Gráfico (impreso)
	Interpretación de la *yupana*	Horizontal sin memoria William Burns

Conocimiento matemático y contexto escolar	Pensamiento numérico y sistemas numéricos	Significados del número (natural) en diferentes contextos (medición, conteo, comparación, codificación, localización entre otros). Descripción, comparación y cuantificación de situaciones con números (naturales), en diferentes contextos y con diversas representaciones. Representaciones concretas y pictóricas para explicar el valor de posición de los números naturales en el sistema de numeración decimal. Representaciones concretas y pictóricas para realizar equivalencias de un número (natural) en las diferentes unidades del sistema decimal. Resolución y formulación de problemas en situaciones aditivas. Resolución y formulación de problemas en situaciones de variación proporcional. Estrategias de cálculo (especialmente cálculo mental) y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas. Identificar, si a la luz de los datos de un problema, los resultados obtenidos son o no razonables. Regularidades y propiedades de los números (naturales) utilizando diferentes instrumentos de cálculo (calculadoras, ábacos, bloques multibase, etc.).
	Conocimientos específicos: Sentido numérico	1. Conocimiento y facilidad con los números
	Procesos Generales	Comunicación Razonamiento Elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos
En relación con el contexto	Asuntos emergentes	No se hallaron asuntos emergentes.

Tabla 13
Documento No. 4

Información general	Año de publicación	2021
	Nombre del documento	La eficacia de la *yupana* para la resolución de problemas aditivos en niños del segundo grado de las escuelas rurales de la región Puno, Perú 2020
	Autor(es)	Huanca Larico Alex Junior Mamani Quispe Milagros Elizabeth
	Tipo de documento	Tesis de pregrado
	Espacio geográfico	Puno – Perú
	Grado en que fue aplicada	Segundo grado
	Base de datos	CONCYTEC: repositorio UNAP (Universidad Nacional Del Altiplano)
	Propósito del estudio	Determinar la eficacia de la *Yupana* como material didáctico para la resolución de problemas aditivos en Instituciones Educativas Rurales de la región de Puno (p. 18).
	Metodología	Experimental
	Conclusiones	• La aplicación de la *yupana* como material didáctico fue eficaz para la resolución de problemas aditivos. • Como material didáctico fue eficaz en la resolución de problemas de adición y sustracción hasta de tres cifras y necesitan realizar canje.
En relación con la *yupana*	Material didáctico	Material Gráfica (impresa) Material manipulativo: Elaborada en material reciclable, de escritorio y decorativo
	Interpretación de la *yupana*	Horizontal sin memoria William Burns
Conocimiento matemático y contexto escolar	Pensamiento numérico y sistemas numéricos	Representaciones concretas y pictóricas para realizar equivalencias de un número (natural) en las diferentes unidades del sistema decimal. Descripción, comparación y cuantificación de situaciones con números (naturales), en diferentes contextos y con diversas representaciones. Resolución y formulación de problemas en situaciones aditivas y de sustracción. Estrategias de cálculo (especialmente cálculo mental) y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y de sustracción.
	Conocimientos específicos: Sentido numérico	2. Conocimiento y facilidad con las operaciones 3. Aplicación del conocimiento y facilidad con los números y operaciones en contexto de cálculo
	Proceso generales	Razonamiento Comunicación Resolución y planteamiento de problemas Elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos

En relación con el contexto	Asuntos emergentes	No se hallaron asuntos emergentes.

Tabla 14

Documento No. 5

Información general	Año de publicación	2021
	Nombre del documento	La *yupana* en la resolución de situaciones problema con estructuras aditivas de los números naturales
	Autor(es)	Belalcázar Montilla Danilo Renato y Pérez Segura Milena
	Tipo de documento	Proyecto de grado para Magister
	Espacio geográfico	Manizales Colombia
	Grado en que fue aplicada	Grado tercero
	Base de datos	Repositorio Autónoma (Universidad Autónoma de Manizales)
	Propósito del estudio	Caracterizar los niveles de desempeño y las estrategias de resolución de problemas presentes en los estudiantes de grado tercero, al abordar situaciones de estructuras aditivas en los números naturales en miras a proponer una herramienta de intervención a través de la *Yupana* (p.26)
	Metodología	Cualitativa
	Conclusiones	La *yupana:* • Permitió determinar estrategias de tipo operativo en la resolución de problemas. • Tiene una limitación de recursos necesarios para crear significado en la aplicación de estrategias que permitan la generación de alternativas de abordaje de situaciones. • Se evidenció que los estudiantes identifican alguna información innecesaria al momento de resolver la situación problema, algunas veces por transcribir la información que se les presenta. • La *yupana* es una herramienta de mediación didáctica, que permitió la resolución de problemas aditivos.
En relación con la *yupana*	Material didáctico	Material manipulativo con material reciclable Material Digital
	Interpretación de la *yupana*	Horizontal con memoria William Burns
Conocimiento	Pensamiento numérico y sistemas numéricos	Descripción, comparación y cuantificación de situaciones con números (naturales), en diferentes contextos y con diversas representaciones. Resolución y formulación de problemas con operaciones básicas.

		Significados del número (natural) en diferentes contextos medición, conteo, comparación, codificación, localización entre otros). Estrategias de cálculo (especialmente cálculo mental) y de estimación para resolver problemas en situaciones con todas las operaciones.
	Conocimientos específicos: Sentido numérico	2. Conocimiento y facilidad con las operaciones 3. Aplicación del conocimiento y facilidad con los números y operaciones en contexto de cálculo
	Procesos generales	Razonamiento Comunicación Modelación Resolución y planteamiento de problemas Elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos
En relación con el contexto	Asuntos emergentes	No se hallaron asuntos emergentes.

Tabla 15
Documento No. 6

Información general	Año de publicación	2020
	Nombre del documento	Aplicación del material didáctico “YUPANA” para el desarrollo de capacidades matemáticas en niños y niñas de cinco años de la Institución Educativa Inicial N° 628 Villa Primavera, Ucayali 2019
	Autor(es)	Yon Delgado Julia Cecilia, Muena Valles Lita Angela
	Tipo de documento	Artículo
	Espacio geográfico	Uyacaly, Perú
	Grado en que fue aplicada	Niños de 5 años
	Base de datos	Repositorio UNIA (Universidad Nacional Intercultural de la Amazonia)
	Propósito del estudio	Determinar la efectividad que tiene la aplicación del material didáctico “YUPANA” 628 Villa para el desarrollo de capacidades matemáticas en niños y niñas de cinco años de la Institución Educativa Inicial N° 628 Villa Primavera, Ucayali 2019 (p. 3).
	Metodología	Aplicada
	Conclusiones	La aplicación de la *yupana:* • Los niños y niñas dominaron el manejo del material didáctico. • Permitió el desarrollo de las capacidades matemáticas. • Posibilitó la comunicación y comprensión de los números.

		• Contribuyó en la interpretación de las operaciones básicas y sus propiedades. • Aportó al desarrollo de estrategias y procedimientos de estimación y escritura numérica. • Potenció los procesos de cálculo mental.
En relación con la *yupana*	Material didáctico	Material impreso Material manipulativo
	Interpretación de la *yupana*	No especificado
Conocimiento matemático y el contexto escolar	Pensamiento numérico y sistemas numéricos	Resolución y formulación de problemas en situaciones de variación proporcional. Significados del número (natural) en diferentes contextos medición, conteo, comparación, codificación, localización entre otros). Descripción, comparación y cuantificación de situaciones con números (naturales), en diferentes contextos y con diversas representaciones.
	Conocimientos específicos: Sentido numérico	1. Conocimiento y facilidad con los números
	Procesos generales	Razonamiento Comunicación Elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos
En relación con el contexto	Asuntos emergentes	No se hallaron asuntos emergentes.

Tabla 16
Documento No. 7

Información general	Año de publicación	2020
	Nombre del documento	Técnicas etnomatemáticas para el desarrollo del cálculo mental de los estudiantes de segundo año de EGB de la unidad educativa “Carlos María de la Condamine”, Pallatanga- Chimborazo
	Autor(es)	Carrillo Baldeón Verónica Patricia.
	Tipo de documento	Tesis de Magister
	Espacio geográfico	Riobamba Ecuador
	Grado en que fue aplicada	Niños de Segundo año
	Base de datos	Repositorio Digital Unach (Universidad Nacional de Chimborazo)

	Propósito del estudio	Proponer una guía de técnicas etnomatemáticas “Yo Aprendo como mis Ancestros”, desarrollada mediante el análisis de conceptos y de datos derivados de una ficha de observación y encuesta, para fortalecer el desarrollo de cálculo mental de los estudiantes de segundo año de EGB de la Unidad Educativa “Carlos María de la Condamine”, Pallatanga-Chimborazo (p. 7).
	Metodología	Cuantitativa
	Conclusiones	Se evidenciaron dificultades en el cálculo mental. Se determinaron como técnicas etnomatemáticas indicadas para el desarrollo del cálculo mental, la taptana y la *yupana*. No se cuenta con técnicas etnomatemáticas apropiadas que fortalezcan los procesos de cálculo mental.
En relación con la *yupana*	Material didáctico	Material impreso Material manipulativo
	Interpretación de la *yupana*	No especificado
Conocimiento matemático y el contexto escolar	Pensamiento numérico y sistemas numéricos	Estrategias de cálculo (especialmente cálculo mental) y de estimación para resolver problemas en situaciones de cálculo.
	Conocimientos específicos: Sentido numérico	1. Conocimiento y facilidad con los números 2. Conocimiento y facilidad con las operaciones
	procesos generales	Razonamiento Comunicación Modelación Resolución y planteamiento de problemas Elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos
En relación con el contexto	Aspectos emergentes	Etnomatemática

Tabla 17
Documento No. 8

Información general	Año de publicación	2019
	Nombre del documento	La *Yupana* en el aprendizaje de la matemática
	Autor(es)	Zevallos Mamani, Rossmary Juana Silvina.
	Tipo de documento	Monografía. Tesis de Pregrado
	Espacio geográfico	Universidad Nacional Enrique Guzmán y Valle
	Grado en que fue aplicada	2° primaria
	Base de datos	CONCYTEC: repositorio UNA (Universidad Nacional del Altiplano)
	Propósito del estudio	Dar a conocer la importancia de aplicar la *yupana* como un material o medio para lograr el aprendizaje de las cuatro operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división), en este caso, en el Área Curricular de Matemática en los educandos de Educación Primaria (p. 118).
	Metodología	No registra información
	Conclusiones	La *yupana* como material didáctico: • Contribuyó a la comprensión del valor posicional, • Facilitó la resolución de operaciones aritméticas al ubicar los números de manera concreta. • Resignificó la identidad cultural. • Estimuló el desarrollo de las competencias matemáticas en el aprendizaje de las operaciones aritméticas. • Permitió que el estudiante construya su propio conocimiento. • Permitió diferenciar el entender (proceso intelectual) y el comprender (proceso vivencial).
En relación de la *yupana*	Material didáctico	Material impreso Material manipulativo
	Interpretación de la *yupana*	Vertical Radicati
Conocimiento matemático y el contexto escolar	Pensamiento Numérico y Sistemas Numéricos	Resolución y formulación de problemas en situaciones aditivas. Estrategias de cálculo (especialmente cálculo mental) y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas. Regularidades y propiedades de los números (naturales) utilizando diferentes instrumentos de cálculo (calculadoras, ábacos, bloques multibase, etc.).
	Conocimientos específicos: Sentido numérico	2. Conocimiento y facilidad con las operaciones 3. Aplicación del conocimiento y facilidad con los números y operaciones en contexto de cálculo
	Conocimientos específicos: Sentido numérico	Comprensión del efecto de las operaciones Operar con números enteros Conteo y Cálculo mental Comprensión de la relación entre operaciones Adición-multiplicación

		Adición y sustracción Sustracción - división Multiplicación- división Resolución de problemas
	Procesos generales	Razonamiento Comunicación Resolución y planteamiento de problemas Elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos.
En relación con el contexto	Asuntos emergentes	Identidad cultural

Tabla 18
Documento No. 9

Información general	Año de publicación	2019
	Nombre del documento	El uso de estrategias y procedimientos de estimación y cálculo en la resolución de problemas de cantidad con el material didáctico *yupana* en niños y niñas del 3er grado de nivel primaria
	Autor(es)	Zeballos Quea Rosalia
	Tipo de documento	Tesis de pregrado
	Espacio geográfico	Lima Perú
	Grado en que fue aplicada	3° primaria
	Base de datos	CONCYTEC: repositorio UPCH (Universidad Peruana Cayetano Heredia)
	Propósito del estudio	Mejorar en los niños y niñas el uso de sus estrategias y procedimientos de estimación y cálculo en la resolución de problemas de cantidad a través del empleo de la *Yupana* (p. 48)
	Metodología	Investigación-acción

	Conclusiones	El uso de la *yupana:* • Contribuyó en un 80% a mejorar en los estudiantes el uso de estrategias y procedimientos de estimación (redondeo) y cálculo (mental) al resolver problemas. • Incrementó el "apego hacia la matemática" (p. 140) • Aportó a la comprensión y resolución de problemas aditivos y multiplicativos. • Aportó a la seguridad-confianza de los estudiantes al resolver problemas, los veían «fáciles». • Ayudó a mejorar la capacidad de abstracción de los estudiantes (cambio de representaciones: manipulativo, gráfico y luego al simbólico-numérico, incluso a resolver problemas mentalmente). • Contribuyó al planteamiento de problemas (cotidianos) por parte de los estudiantes (ampliación del vocabulario, la escritura y la comprensión). • Aumentó la participación de los estudiantes (90%). • Posibilitó aprendizajes significativos. • Mejoró procesos tales como: liderazgo ("pequeños yachaq" (p. 142)) motivación/deseo de aprender, concentración, atención, creatividad y autonomía en el aprendizaje. • La *yupana* es un instrumento facilitador en el análisis y resolución de problemas, a partir del juego.
En relación con la *yupana*	Material didáctico	Material manipulativo de tipo recursivo construido por la profesora y los estudiantes (Súper *yupana*, *yupanas* personales en cartulina y tapas o piedras) Material gráfico (adaptado del manipulativo, dibujado en hojas y en el tablero)
	Interpretación de la *yupana*	Horizontal sin memoria William Burns
Conocimiento matemático y contexto escolar	Pensamiento numérico y sistemas numéricos	Estrategias de cálculo y de estimación para. Estrategias de cálculo y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas. Resolución y formulación de problemas en situaciones aditivas. Resolución y formulación de problemas multiplicativos. Identificación en el contexto de una situación, la necesidad de un cálculo exacto o aproximado y lo razonable de los resultados obtenidos.
	Conocimientos específicos: Sentido numérico	2. Conocimiento y facilidad con las operaciones 3. Aplicación del conocimiento y facilidad con los números y operaciones en contexto de cálculo
	Procesos generales	Resolución y planteamiento de problemas Elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos
En relación con el contexto	Asuntos emergentes	Etnoeducación Etnomatemática Interculturalidad Saberes ancestrales (uso de la lengua quechua)

Tabla 19
Documento No. 10

Información general	Año de publicación	2018
	Nombre del documento	Aplicación de la *yupana* como estrategia Etnomatemática para la construcción del número en niños del primer y segundo grado de la institución educativa Nº 54163 del distrito de San Jerónimo – 2017.
	Autor(es)	Pardo Gómez José.
	Tipo de documento	Tesis de maestría
	Espacio geográfico	Puno, Perú
	Grado en que fue aplicada	Primer y segundo grado
	Base de datos	Funes
	Propósito del estudio	Aplicar la *Yupana* como estrategia etnomatemática en la construcción de números en los niños del primer y segundo grado de la Institución Educativa Nº 54163 del distrito de San Jerónimo – 2017 (p. 8).
	Metodología	Experimental
	Conclusiones	La aplicación de la y*upana*: • Contribuyó en el desarrollo de la construcción de números. • Permitió el desarrollo de capacidades de seriación, ordinalidad, cardinalidad, correspondencia biunívoca y conservación. • Incrementó la capacidad de formar series. • Posibilitó la comparación entre los elementos de un conjunto. • Permitió ordenar los elementos de un conjunto de acuerdo a sus diferencias. • Ayudó a mejorar el desarrollo de la capacidad de ordinalidad de números. • Posibilitó incrementar la capacidad de cardinalidad. • Propició la capacidad de correspondencia biunívoca de seriación. • Permitió avances en la propiedad de conservación de la cantidad.
En relación con la *yupana*	Material didáctico	Material manipulativo de tipo recursivo construido por la profesora y los estudiantes (Súper *yupana*, *yupanas* personales en cartulina y tapas o piedras). Material gráfico (adaptado del manipulativo dibujado en cartulina).
	Interpretación de la *yupana*	Horizontal sin memoria William Burns
Conocimiento matemático y	Pensamiento numérico y sistemas numéricos	Significados del número (natural) en diferentes contextos medición, conteo, comparación, codificación, localización entre otros). Resolución y formulación de problemas en situaciones aditivas. Descripción, comparación y cuantificación de situaciones con números (naturales), en diferentes contextos y con diversas representaciones.

	Conocimientos específicos: Sentido numérico	1. Conocimiento y facilidad con los números 2. Conocimiento y facilidad con las operaciones 3. Aplicación del conocimiento y facilidad con los números y operaciones en contexto de cálculo
	Procesos generales	Razonamiento. Comunicación Elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos.
En relación con el contexto	Asuntos emergentes	Etnomatemática

Tabla 20
Documento No. 11

Información general	Año de publicación	2018
	Nombre del documento	Aportes de la *yupana* a la interpretación de la multiplicación
	Autor(es)	Espitia Pinilla Sonia Esperanza
	Tipo de documento	Tesis de grado: Magister
	Espacio geográfico	Bogotá, Colombia, 2018
	Grado en que fue aplicada	Tercero de primaria
	Base de datos	Google académico
	Propósito del estudio	Fortalecer la interpretación de la multiplicación y el valor posicional de las cifras en su algoritmo a través del uso de la *Yupana* y de los diferentes tipos de problemas multiplicativos. Reconocer mediante el uso de la *Yupana* el significado de la multiplicación para resolver problemas en los que se haga uso de su algoritmo en los estudiantes del curso 302 JT" (p. 33)
	Metodología	Socio-crítico
	Conclusiones	La *yupana* • Motivó un cambio en la manera de pensar, cuestionar, analizar, sintetizar, producir, crear e interactuar. • Como material didáctico permitió entender las prácticas pedagógicas y dinamizar el aprendizaje en las aulas. • Se convirtió en una buena didáctica para dar significado al concepto de las reagrupaciones. • Contribuyó a disminuir la problemática del valor posicional en relación con la multiplicación • Disminuyó las dificultades en la realización de cálculos mentales y los cambios de unidades. • Favoreció gradualmente en el aprendizaje del algoritmo de la multiplicación y la apropiación de las nociones relacionadas con el algoritmo. • Posibilitó el uso de estrategias autónomas previas al algoritmo. • Facilitó el aprendizaje de las secuencias didácticas y el trabajo colaborativo.

		• Motivó la adquisición de habilidades y la comunicación en el planteamiento y la resolución de problemas. • Contribuyó en la solución de problemas de su contexto, atendiendo a la argumentación y expresión de ideas. • Permitió el desarrollo del pensamiento lógico en relación con la estimación y el cálculo.
En relación con la *yupana*	Material didáctico	Material manipulativo (*yupanas* personales en cartulina) Material gráfico (impreso adaptado del manipulativo)
	Interpretación de la *yupana*	Horizontal sin memoria William Burns
Conocimiento matemático y contexto escolar	Pensamiento Numérico y Sistemas numéricos	Resolución y formulación de problemas en situaciones aditivas. Estrategias de cálculo (especialmente cálculo mental) y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas. Identificar, si a la luz de los datos de un problema, los resultados obtenidos son o no razonables. Regularidades y propiedades de los números (naturales) utilizando diferentes instrumentos de cálculo (calculadoras, ábacos, bloques multibase, etc.).
	Conocimientos específicos: Sentido numérico	3. Aplicación del conocimiento y facilidad con los números y operaciones en contexto de cálculo
	Procesos Generales	Razonamiento Comunicación Modelación Resolución y planteamiento de problemas Elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos
En relación con el contexto	Asuntos emergentes	No se hallaron asuntos emergentes.

Tabla 21
Documento No. 12

Información general	Año de publicación	2018
	Nombre del documento	La *yupana*: un instrumento histórico como alternativa didáctica para el desarrollo de competencias matemáticas en el aprendizaje de las cuatro operaciones básicas
	Autor(es)	Cabrera Navarrete Belén
	Tipo de documento	Artículo
	Espacio geográfico	Apurímac, Perú

	Grado en que fue aplicada	Estudiantes de Educación Inicial Intercultural Bilingüe
	Base de datos	Funes
	Propósito del estudio	Proponer una estrategia que permita el desarrollo de las capacidades matemáticas en el marco de la competencia actúa y piensa matemáticamente utilizando la *Yupana* (p.391)
	Metodología	Ingeniería Didáctica
	Conclusiones	El uso de la *yupana*: • Permitió identificar y desarrollar las capacidades matemáticas relacionadas con el cálculo y la resolución de problemas en contexto. • Estimuló el pensamiento matemático, la lógica, el cálculo y la comprensión de los algoritmos básicos. • Fortaleció el desarrollo de las habilidades y competencias en los procesos de autoevaluación y representaciones concretas y simbólicas. • Permitió expresar y representar problemas en términos matemáticos. • Contribuyó al uso y elaboración de estrategias matemáticas para la resolución de problemas. • Se evidenció un cambio positivo en el desarrollo de habilidades y manejo del cálculo tradicional. • Facilitó la autoevaluación con respecto al desempeño y competencias matemáticas. • Posibilitó el desarrollo de habilidades y destrezas matemáticas. • Permitió resaltar los procedimientos de cálculo mental • Mejoró la concentración, la memoria y la velocidad en el cálculo • Estimuló la creatividad, la motricidad fina y la toma de decisiones.
En relación con la *yupana*	Material didáctico	Material manipulativo (usando elementos del contexto, granos de maíz)
	Interpretación de la *yupana*	No reporta información
Conocimiento matemático y contexto escolar.	Pensamiento Numérico y sistemas numéricos	Desarrollo de habilidades de razonamiento lógico y resolución de problemas. Cálculos con las cuatro operaciones básicas en la educación primaria. Desarrollo y reconocimiento de competencias y capacidades matemáticas. Análisis de los procedimientos de cálculo de las cuatro operaciones básicas por parte de los estudiantes. Resolución y formulación de problemas cuya estrategia de solución requiera de las relaciones y propiedades de los números naturales y sus operaciones. Resolución y formulación de problemas en situaciones aditivas. Representaciones concretas y pictóricas para realizar equivalencias de un número (natural) en las diferentes unidades del sistema decimal. Estrategias de cálculo y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas.
	Conocimientos específicos: Sentido numérico	2. Conocimiento y facilidad con las operaciones 3. Aplicación del conocimiento y facilidad con los números y operaciones en contexto de cálculo

	Procesos generales	Comunicación Razonamiento Modelación Resolución y planteamiento de problemas Elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos
En relación con el contexto	Asuntos emergentes	Etnomatemática

Tabla 22
Documento No. 13

Información general	Año de publicación	2018
	Nombre del documento	La aplicación de la *yupana* y la taptana para favorecer la resolución de problemas de adicción y sustracción en los estudiantes del 3er grado de educación primaria de la I.E.D. “comunidad Shipiba” del distrito del Rímac durante el año 2016
	Autor(es)	Guzmán Quiquia, Luz Estefani Huamani Carbajal, Viviana Moya Espinoza, Nathaly Gloria.
	Tipo de documento	Tesis de pregrado
	Espacio geográfico	Lima Perú
	Grado en que fue aplicada	3° Educación Primaria
	Base de datos	CONCYTEC: repositorio Internacional UCH (Universidad de Ciencias y Humanidades)
	Propósito del estudio	Aplicar la *Yupana* y la Taptana para favorecer la resolución de problemas de adición y sustracción de los estudiantes del 3er grado de educación primaria de la I.E.B. “Comunidad Shipiba” del distrito del Rímac durante el año 2016. (p. 29)
	Metodología	Investigación-acción
	Conclusiones	La aplicación de la *yupana:* • Generó que el aprendizaje sea más auténtico, realista y significativo. • Estimuló la capacidad de aprendizaje a partir de los intereses particulares • Permitió aprender a partir de la manipulación. • Aportó al desarrollo de estrategias de cálculo y de estimación para resolver problemas en situaciones de adición y sustracción. • Estimuló el aprendizaje y la aplicación de estrategias a partir de la manipulación a partir del análisis y el procesamiento para llegar a la solución. • Favoreció los procesos de resolución de problemas de adicción y sustracción de manera creativa y divertida. • Fortalece las habilidades de pensamiento y procesamiento de información matemática. • Despertó la imaginación por experimentar y descubrir nuevos retos.

		• Fomentó el aprendizaje a través de la experimentación y la manipulación de materiales concretos. • Ayudó con la habilidad de comunicar ideas y procesos matemáticos. • Despertó la imaginación, el interés por descubrir y experimentar nuevos retos. • Estimuló la participación activa y motivó la comprensión y expresión oral produciendo en ellos emociones que harán que el aprendizaje sea enriquecedor y permanente. (P.83).
En relación con la *yupana*	Material didáctico	Material gráfico (adaptado del manipulativo, dibujado en hojas y papelotes) Material manipulativo: los estudiantes elaboran su propia *Yupana* (*yupana* gigante" de manera colectiva en el patio - *yupanas* individuales elaboradas en Cartón A4 - Tiras de cartulina de colores. - Goma - Semillas Plumón - Hoja de color y lápiz)
	Interpretación de la *yupana*	Horizontal sin memoria William Burns
Conocimiento matemático y contexto escolar	Pensamiento numérico y sistemas numéricos	Resolución y formulación de problemas cuya estrategia de solución requiera de las relaciones y propiedades de los números naturales y sus operaciones Resolución y formulación de problemas en situaciones aditivas Estrategias de cálculo y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas Identificación en el contexto de una situación, la necesidad de un cálculo exacto o aproximado y lo razonable de los resultados obtenidos
	Conocimientos específicos: Sentido numérico	3. Aplicación del conocimiento y facilidad con los números y operaciones en contexto de cálculo
	Procesos generales	Razonamiento Comunicación Modelación Resolución y planteamiento de problemas Elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos
En relación con el contexto	Asuntos emergentes	Saberes ancestrales Etnomatemática Interculturalidad

Tabla 23
Documento No. 14

Información general	Año de publicación	2017
	Nombre del documento	La *yupana* como operador matemático
	Autor(es)	Olivares Pineda Edith Darssi
	Tipo de documento	Monografía: Pregrado
	Espacio geográfico	Chosica, Perú
	Grado en que fue aplicada	2° primaria
	Base de datos	CONCYTEC: repositorio institucional UNA (Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle)
	Propósito del estudio	Dar a conocer la importancia de aplicar la *yupana* como un material concreto para consolidar el aprendizaje de las operaciones básicas en el Área Curricular de matemática en los educandos de Educación Primaria, así mismo; brindar orientaciones generales para su aplicación en el aula, como un material didáctico innovador y altamente creativo que contribuirá a desarrollar el pensamiento lógico de nuestros educandos. (p. 10)
	Metodología	No registra información
	Conclusiones	La *yupana* • Permitió el aprendizaje de las operaciones aritméticas y la ubicación concreta de los números • Revaloró nuestra identidad cultural, en la actualidad se le da un insuficiente uso pedagógico, ya que es un instrumento con el que se pueden trabajar muchas capacidades del área de matemática, de una manera más ágil, creativa y sobre todo concreta. • Tiene un gran valor pedagógico, para aprender las operaciones básicas, es mucho más divertido, lúdico y eficaz, se le puede elaborar de diversas formas y con diferentes tipos de materiales como el cartón, la madera, etc. • Contribuyó a que el alumno construya su aprendizaje de la matemática desde el nivel concreto, simbólico-gráfico y abstracto de manera lúdica.
En relación con la *yupana*	Material didáctico	Material impreso Material manipulativo
	Interpretación de la *yupana*	Horizontal No se registra información del autor
Conocimiento matemático y el contexto escolar	Pensamiento numérico y sistemas numéricos	• Resolución y formulación de problemas en situaciones aditivas. • Estrategias de cálculo (especialmente cálculo mental) y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas. • Regularidades y propiedades de los números (naturales) utilizando diferentes instrumentos de cálculo (calculadoras, ábacos, bloques multibase, etc.).
	Conocimientos específicos: Sentido numérico	2. Conocimiento y facilidad con las operaciones

	Procesos generales	Razonamiento. Comunicación Modelación Resolución y planteamiento de problemas. Elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos
En relación con el contexto	Asuntos emergentes	Identidad cultural Saberes ancestrales

Tabla 24
Documento No. 15

Información general	Año de publicación	2017
	Nombre del documento	Las cantidades en la *yupana* en un contexto de educación Matemática intercultural y justicia social
	Autor(es)	Apaza Luque Herbert Jhon– Bruno Gustavo Nicolas–Atrio Cerezo Santiago
	Tipo de documento	Artículo
	Espacio geográfico	Cañas Cusco Perú
	Grado en que fue aplicada	Estudiantes de educación primaria de los grados Tercero y Cuarto
	Base de datos	Funes
	Propósito del estudio	Comprender las bases teóricas de una educación matemática para la Justicia social, cuya revisión de las distintas fuentes nos permite proponer el uso pedagógico de la *Yupana* para las actividades de cantidad y los cálculos aritméticos en estudiantes de educación primaria (p. 29)
	Metodología	Estudio de casos
	Conclusiones	La *yupana*: • Como material estructurado permitió el fortalecimiento de las prácticas e identidades a un nivel más elevado. • Contribuyó en la identificación de conceptos, procedimientos y valores en la actividad productiva y comunitaria realizada por pobladores de Canas. Estas actividades son fuente del conjunto de conocimientos y saberes que deberían ser estudiadas y sistematizadas para su uso. • Motivó algunos conceptos, procedimientos y actitudes en nociones de cantidad. • Potenció valores culturales que están insertos como: la reciprocidad, el trabajo colaborativo y organizado por todos los participantes, el respeto por las normas de conducta y las prácticas ancestrales. • Permitió varias formas de representación de cantidades. • Generó una serie de procesos mentales, que son justificados y validados por ellos mismos o por el grupo.

En relación con la *yupana*	Material didáctico	Material impreso Material manipulativo
	Interpretación de la *yupana*	Horizontal No registra información del autor
Conocimiento matemático y el contexto escolar	Pensamiento numérico y sistemas numéricos	Descripción, comparación y cuantificación de situaciones con números (naturales), en diferentes contextos y con diversas representaciones
	Conocimientos específicos: Sentido numérico	1. Conocimiento y facilidad con los números 2. Conocimiento y facilidad con las operaciones 3. Aplicación del conocimiento y facilidad con los números y operaciones en contexto de cálculo
	Procesos generales	Comunicación. Modelación. Elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos.
En relación con el contexto	Asuntos emergentes	Saberes ancestrales

Tabla 25
Documento No. 16

Información general	Año de publicación	2017
	Nombre del documento	El uso de la *yupana* en el aprendizaje de las cuatro operaciones básicas en los alumnos de 3° grado de educación primaria de la I.E. 80 0006 “Nuevo Perú” Urbanización Palermo – Trujillo – 2015”
	Autor(es)	Obeso Macassi, Rosa María
	Tipo de documento	Tesis de Pregrado
	Espacio geográfico	Trujillo, Perú
	Grado en que fue aplicada	3° grado de Educación Primaria
	Base de datos	CONCYTEC: repositorio UNITRU (Universidad Nacional de Trujillo)
	Propósito del estudio	Aplicar experiencias de aprendizaje basadas en el uso de la *Yupana* para mejorar el aprendizaje de las cuatro operaciones básicas en los alumnos de tercer grado de básica primaria de la I:E: 80.006 “ Nuevo Perú” Urbanización Palermo-Trujillo (p. 9).
	Metodología	Aplicada

	Conclusiones	La *Yupana* permitió: • Mejorar significativamente el aprendizaje de las cuatro operaciones básicas. • Avanzar en el aprendizaje de las cuatro operaciones básicas y la resolución de situaciones problema en los alumnos del 3º grado de educación primaria.
En relación con la *yupana*	Material didáctico	Material impreso (Guìas de trabajo, cuadernos, cartuchera Material manipulativo (Material de escritorio: cartulina, papel contac y semillas)
	Interpretación de la *yupana*	Horizontal No se registra información del autor
Conocimiento matemático y contexto escolar	Pensamiento numérico y sistemas numéricos	Cálculos con las cuatro operaciones básicas en la educación primaria. Desarrollo y reconocimiento de competencias y capacidades matemáticas. Análisis de los procedimientos de cálculo de las cuatro operaciones básicas por parte de los estudiantes. Resolución y formulación de problemas cuya estrategia de solución requiera de las relaciones y propiedades de los números naturales y sus operaciones. Resolución y formulación de problemas en situaciones aditivas.
	Conocimientos específicos: Sentido numérico	2. Conocimiento y facilidad con las operaciones 3. Aplicación del conocimiento y facilidad con los números y operaciones en contexto de cálculo
Componente pedagógico	Procesos generales	Razonamiento Comunicación Modelación Elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos
En relación con el contexto	Aspectos emergentes	No se hallaron asuntos emergentes.

Tabla 26

Documento No. 17

Información general	Año de publicación	2017
	Nombre del documento	La *Yupana*: Material manipulativo para la educación matemática. Justicia social y el cambio educativo en niños de las comunidades quechuas de los Altos Andinos del Perú
	Autor(es)	Apaza Luque Herbert Jhon
	Tipo de documento	Tesis Doctoral
	Espacio geográfico	Canas Perú

En relación con la *yupana*	Grado en que fue aplicada	Educación Primaria
	Base de datos	Dialnet
	Propósito del estudio	Comprender las bases teóricas de una educación matemática para la justicia social. Para concretar la acción pedagógica se describen los elementos que componen una metodología constructivista con enfoque de educación matemática cultural y justicia social (p. 20).
	Metodología	Cualitativa
	Conclusiones	La *Yupana*: • Generó avances en los procesos de enseñanza gracias a su eficacia para el caso de la representación simbólica de las cantidades y su constructo conceptual. • Aportó a la comprensión de los algoritmos de la adición, sustracción, multiplicación y división utilizando diferentes tipos de tablas. • Aportó significativamente a la educación matemática de las comunidades quechuas alto andinas del Perú. • Demostró ser una estrategia eficaz para promover la justicia social y el cambio educativo. • Es un instrumento ancestral que en los salones de clase, logró conectar a los estudiantes con su rica herencia cultural. • Contribuyó como herramientas matemáticas necesarias para desenvolverse en el mundo moderno. • Incrementó significativamente en el rendimiento académico de los niños, acompañado de un mayor entusiasmo y participación en las lecciones de matemáticas. • Como un puente que facilita el diálogo intercultural, permitiendo a los estudiantes valorar su identidad indígena mientras aprenden de una manera más significativa y relevante para su contexto.
	Material didáctico	Material manipulativo Material impreso
	Interpretación de la *yupana*	Vertical No se registra información del autor
Conocimiento matemático y el contexto escolar	Pensamiento numérico y sistemas numéricos	Paridad de los números naturales: ser par, ser impar. Uso de medidas relativas en distintos contextos. Valor de posición en el sistema de numeración decimal en relación con el conteo recurrente de unidades. Representaciones concretas y pictóricas para explicar el valor de posición de los números naturales en el sistema de numeración decimal. Estrategias de cálculo (especialmente cálculo mental) y de estimación para resolver problemas con las operaciones básicas.
	Conocimientos específicos: Sentido numérico	2. Conocimiento y facilidad con las operaciones 3. Aplicación del conocimiento y facilidad con los números y operaciones en contexto de cálculo
	Procesos generales	Razonamiento

		Comunicación Modelación Resolución y planteamiento de problemas Elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos
En relación con el contexto	Asuntos emergentes	Etnomatemática Interculturalidad Saberes ancestrales Etnoeducación

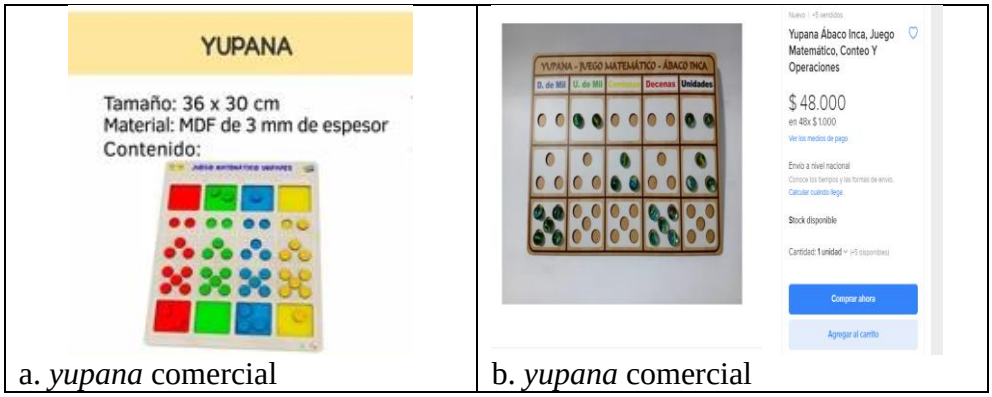
Anexo *C*. Imágenes y enlaces de *yupanas* (comerciales y digitales)

En este anexo se relacionan los enlaces e imágenes correspondientes a *yupanas* disponibles en el mercado.

En el siguiente enlace se puede consultar el material manipulativo que está disponible al público: https://www.sysdidacticos.com/copia-de-leng?pgid=ls3j5pgz-ea9bc60c-adc2-4d46-8bf1-27a7c1fa35b2

Yupanas comerciales año 2024

Figura 24



a. *yupana* comercial

b. *yupana* comercial

Nota. La figura muestra *yupanas* que se consiguen en el mercado y que son utilizadas para la enseñanza y aprendizaje de noción de número, resolución de problemas y manejo de operaciones básicas en matemáticas. Fuente: Elaboración propia (2024).

Enlace que presenta un video de la construcción de una *yupana* con materiales de fácil acceso: y

Además se pueden encontrar enlaces que presentan tutoriales que enseñan cómo resolver problemas utilizando la *yupana*:

Enlace para trabajar con una plantilla de la *yupana*:

Se puede descargar plantilla en el siguiente enlace:

https://drive.google.com/file/d/1O6NBwNSfQNVuTMRGeYkFABOyntQVsfRW/view

Enlaces que presenta el video en el que se muestra como operar la *yupana* de manera sencilla:

https://www.youtube.com/watch?v=Pxfsg2KgP-w

Yupana, la calculadora Inca en versión interactiva o digital con la ayuda del programa Scratch:
https://www.youtube.com/watch?v=ZF8JIvQ-XW4

Incluso hay un artículo de 2014, lo habíamos visto, con ejemplos de *yupanas* virtuales: