

CREACIÓN DE UN SOFTWARE, PARA GRADO SÉPTIMO, BASADO EN EL
JUEGO DE VIDA DE JOHN HORTON CONWAY, COMO GENERADOR DE
ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO DEDUCTIVO

ORLANDO HEREDIA
Cód. 1994140013
C.C. 79'786.176 de Bogotá

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
BOGOTÁ, D.C.

2016

CREACIÓN DE UN SOFTWARE, PARA GRADO SÉPTIMO, BASADO EN EL JUEGO
DE VIDA DE JOHN HORTON CONWAY, COMO GENERADOR DE ACTIVIDADES DE
RAZONAMIENTO DEDUCTIVO

Trabajo de grado asociado al interés profesional del estudiante

Para optar por el título de
Licenciado en Matemáticas

Orlando Heredia
Cód. 1994140013

Asesor de Tesis
William Alfredo Jiménez Gómez
Profesor Ocasional Departamento de Matemáticas

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
BOGOTÁ, D.C.

2016

Nota de Aceptación

Presidente del Jurado

Jurado

Jurado

Bogotá, D. C., 29 de agosto de 2016

A Dios, por guiarme y darme entendimiento.

A la señora Doris Heredia, por ser ejemplo de fortaleza, bondad, lucha, dedicación, compromiso, amor, dignidad, sentido social, entrega genuina y sincera... Ser su hijo es el más preciado regalo que Dios me ha concedido...George Cantor no podría idear un número cardinal que dé cuenta de cuán grandes han sido tanto el amor que ella me ha dado como todos sus sacrificios.

A mi amada Nancy Stella Orozco, por inspirarme y darle más vida a mi vida... Su presencia me da calma y al mismo tiempo una intensa emoción.

A mis profesores, por el contenido de sus enseñanzas y por su ejemplo.

A la Universidad Pedagógica Nacional, “Educativa de educadores”... Me enorgullece y emociona poder decir que soy uno de sus egresados.

A todas las personas que, comprometidas con aportar para que el mundo sea mejor para todos, se desempeñan en sus quehaceres, tareas, oficios o profesiones con amor, con entrega, y dan mucho más de lo que se espera de ellas.

A todos los que aún mantienen la maravillosa costumbre de soñar... Y a todos los que inspiran a otros para que luchen por hacer realidad sus sueños.

Orlando Heredia

Expreso mis más profundos agradecimientos...

A Dios... Siempre me da infinitos motivos para agradecerle. La vida –mi vida tal como ha sido, segundo a segundo- es uno de ellos. Otro, invaluable, lo constituyen las personas que quiero y me aprecian.

A mi madre, por sus cariño, colaboración, preocupaciones y enseñanzas... A Nancy, por su amor, apoyo y paciencia.

A la profesora Luz Marina Casallas Gómez por su amistad, por su interés y por informarme sobre esta oportunidad de grado.

Al profesor William Alfredo Jiménez Gómez, como asesor del presente trabajo de grado, por su buena disposición y sus pertinentes sugerencias y observaciones.

Al profesor Edwin Alfredo Carranza Vargas por su amistad y por disponer parte de su tiempo para leer este documento y darme a conocer sus observaciones.

A mis profesores. Los recuerdo y, entonces, tomo conciencia de cuánto tengo que aprender.

Al Departamento de Matemáticas (DMA) de la Universidad Pedagógica Nacional por permitirme trabajar en sus instalaciones durante el receso intersemestral, dados los inconvenientes que tuve con mi computador. Muy especialmente expreso mi gratitud a Paola Galindo, por su gentileza y confianza.

A todas las personas que participaron en la propuesta, elaboración, reglamentación y puesta en marcha del proyecto de amnistía académica por motivo de los sesenta años de la Universidad Pedagógica Nacional. Fue una gran oportunidad.

RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN – RAE

1. Información General	
Tipo de documento	Trabajo de grado
Acceso al documento	Universidad Pedagógica Nacional. Biblioteca Central
Título del documento	Creación de un software, para grado séptimo, basado en el Juego de Vida de John Horton Conway, como generador de actividades de razonamiento deductivo.
Autor(es)	Heredia, Orlando.
Director	Profesor William Jiménez
Publicación	Bogotá. Universidad Pedagógica Nacional, 2016. 98 p.
Unidad Patrocinante	Universidad Pedagógica Nacional.
Palabras Claves	JUEGO DE VIDA, JOHN HORTON CONWAY, RAZONAMIENTO, RAZONAMIENTO DEDUCTIVO, PATRONES, DEDUCCIÓN, SOFTWARE EDUCATIVO, AUTÓMATAS CELULARES.

2. Descripción
Trabajo de grado en el que se exponen las características, fundamentos generales y posibilidades de variantes del Juego de Vida, un autómata celular bidimensional creado por el matemático inglés John Horton Conway. El producto fundamental es un software

en el que se tratan estos aspectos, se puede explorar e interactuar con el juego original y más de 600 patrones estudiados por matemáticos profesionales y aficionados. En el aplicativo también se expone acerca de la historia del juego y su autor, y se proponen actividades de razonamiento deductivo que permiten verificar la comprensión del juego original y del efecto de la modificación de algunas de las reglas.

3. Fuentes

Las siguientes son algunas de las Fuentes consultadas:

Conway Life. Portal web dedicado al Juego de Vida. Recuperado de http://www.conwaylife.com/wiki/Main_Page

De Camino, T. (2000). Un lenguaje para la especificación de autómatas celulares con aplicaciones en biología (Tesis de maestría). Instituto Tecnológico de Costa Rica, Cartago, Costa Rica. Disponible en:

http://univirtual.unicauca.edu.co/moodle/pluginfile.php/23927/mod_resource/content/0/Automatas/Dissertation_Tomas.pdf

Demongeot, J., Golès, E, y Tchente, M. (1985). Dynamical systems and cellular automata. Londres, Inglaterra: Academic Press Inc.

Duval, R. (2004). Semiosis y pensamiento humano. Universidad del Valle, Instituto de Educación y Pedagogía. Cali, Colombia.

Gardner, Martin. (1985). Ruedas, vida y otras diversiones matemáticas. Barcelona: Editorial Labor.

Giménez, J. (1997) Evaluación en matemáticas: una integración de perspectivas. Madrid, España: Ed. Síntesis S.A.

Romero, M. EL JUEGO DE LA VIDA. [en línea]. Universidad Carlos III de Madrid. Disponible en: <http://www.it.uc3m.es/villena/irc/practicas/09-10/04mem.pdf>

Samper, C., Camargo, L. y Leguizamón, C. (2003). Cómo promover el razonamiento en el aula por medio de la geometría. Bogotá, Colombia: Universidad Pedagógica Nacional.

Schleicher, D. (2011). Entrevista con John Horton Conway. [en línea]. Disponible en:

<http://www.ams.org/notices/201305/rnoti-p567.pdf>

Silva, J. (2005). Breakfast with John Horton Conway. En Newsletter of the European Mathematical Society, p. 32-34. Disponible en: <https://www.ems-ph.org/journals/newsletter/pdf/2005-09-57.pdf>

Wolfram, S. (2002). A new kind of science. Wolfram Media Inc. Canada.

4. Contenidos

El documento está dividido en tres partes principales:

Marco teórico. En él se recopila información básica sobre el origen, características y posibles variantes del Juego de Vida, y una breve reseña sobre la vida y obra de su creador, John Horton Conway. También trata acerca del razonamiento en general y, en particular, el deductivo. Finaliza con algunas consideraciones sobre el software educativo en general, que fundamentan el que acá se propuso.

Descripción general del aplicativo creado. En esta sección se especifican los requerimientos técnicos de la aplicación, características de la interfaz, las diferentes secciones y forma de navegación.

Descripción de las actividades. Capítulo que trata sobre el tipo de actividades planteadas, la forma en que los estudiantes las abordarán y las habilidades que de ellos demandan.

5. Metodología

Durante la exploración de posibles trabajos de grado, y una vez revisados los fundamentos del Juego de Vida, se reconoció su atractivo como ejemplo de las posibilidades creativas y recreativas que hay en la matemática, así como la viabilidad de utilizarlo para plantear actividades de razonamiento deductivo. Consecuentemente, se hizo necesario crear un software nuevo que integrara información, exploración, interactividad y las actividades deseadas.

El primer paso consistió en lograr que el juego funcionara y que se pudiera interactuar con

algunas variantes. A partir de ahí, se tuvo confianza en lograr la funcionalidad de las actividades y características finales de la aplicación.

Al avanzar en la revisión de información sobre el juego y su autor, se vieron más posibilidades en cuanto al contenido y las actividades, y sobre el justo y necesario reconocimiento que se debía hacer a John Horton Conway por su obra, su actitud hacia las matemáticas y la docencia, y por su particular personalidad.

Gran parte del tiempo -quizá la mayoría- se dedicó a hacer pruebas acerca de la funcionalidad y elementos que se deseaba incluir. También a descubrir y corregir errores.

El establecimiento y revisión del marco teórico que sustenta el trabajo permitió ajustar y delimitar la propuesta, reconocer su potencial y limitaciones, y establecer posibles líneas de investigación futuras.

6. Conclusiones

Sobre el Juego de Vida

El Juego de Vida de John Horton Conway es una muestra de cómo la matemática da cabida a la creatividad, la recreación y la belleza. Son de interés los patrones que pueden presentarse, la forma de programarlo y mostrarlo a otros, y su estudio respecto al problema original que lo inspiró: una forma más sencilla de autómata universal que la planteada por John von Neumann.

Sobre posibles trabajos basados en la obra de John Horton Conway

Son muchos los trabajos que podrían desarrollarse con base en la obra de Conway. Entre ellos, los siguientes:

Los números surreales. Simplemente por ser una nueva forma de introducir los números reales, junto con otras clases de números.

Los juegos. Conway, junto con otros colegas, ha creado varios y ha estudiado su fundamento

matemático. En los juegos hay un gran potencial para que los estudiantes utilicen diferentes habilidades de pensamiento, no solo durante su práctica, sino también a través de dar respuesta a preguntas e investigaciones estructuradas que el docente puede preparar y proponer.

Alrededor de extensiones del presente trabajo

Hay libros de divulgación en los que se hacen o sugieren estudios sobre juegos de estrategia y su carácter matemático. Lo que podría hacerse ahora es usarlos de forma intencional y estructurada como herramienta para la puesta en práctica o el desarrollo del razonamiento deductivo en particular, y, de forma más general, para el desarrollo de diversas habilidades de pensamiento.

Una opción más de investigación futura consiste en un estudio más pormenorizado de los autómatas celulares, en cuanto a sus patrones y aplicaciones..

Elaborado por:	Orlando Heredia
Revisado por:	Profesor William Alfredo Jiménez Gómez

Fecha de elaboración del Resumen:	29	08	2016
--------------------------------------	----	----	------

CONTENIDO

	Pág.
LISTA DE ILUSTRACIONES	XIV
LISTA DE ESQUEMAS	XVI
LISTA DE TABLAS	XVI
LISTA DE ANEXOS.....	XVII
INTRODUCCIÓN.....	18
1. JUSTIFICACIÓN.....	20
2. OBJETIVOS	22
2.1. <i>Objetivo General.....</i>	22
2.2. <i>Objetivos Específicos.....</i>	22
3. MARCO TEÓRICO.....	23
3.1. <i>John Horton Conway.....</i>	23
3.1.1. <i>Breve biografía.....</i>	23
3.1.2. <i>Algunas de sus contribuciones</i>	25
3.2. <i>El Juego de Vida.....</i>	26
3.2.1. <i>¿Por qué esas reglas y no otras?</i>	30
3.2.2. <i>¿Cómo se comportan las poblaciones en el Juego de Vida?</i>	32
3.2.3. <i>Clasificación de los principales patrones en el Juego de Vida</i>	32
3.3. <i>Variantes del Juego de Vida</i>	40
3.3.1. <i>Espacio celular.</i>	40
3.3.2. <i>La definición de vecindad.</i>	41
3.3.3. <i>El comportamiento en la frontera.</i>	41
3.3.4. <i>Las reglas de transición.</i>	43
3.3.5. <i>El número de estados.....</i>	44
3.4. <i>¿Qué es un autómata celular?</i>	44
3.4.1. <i>Visión más formal del Juego de Vida.</i>	46
3.4.2. <i>Clases de autómatas celulares, de acuerdo con su comportamiento.....</i>	47
3.5. <i>Origen del Juego de Vida.....</i>	48
3.6. <i>¿Qué es el razonamiento?.....</i>	49

3.6.1.	¿Qué significa razonar dentro del contexto del Juego de Vida de Conway?	52
3.6.2.	La investigación como forma de poner en práctica el razonamiento	53
3.6.3.	El razonamiento deductivo	55
3.6.4.	Relación entre la lógica y el razonamiento.....	56
3.7.	<i>Sobre el software educativo</i>	58
4.	EL APLICATIVO CREADO	61
4.1.	<i>Requerimientos técnicos</i>	61
4.1.1.	Para acceder al programa	61
4.1.2.	Para interactividad.....	62
4.2.	<i>Interfaz</i>	62
4.2.1.	Disposición de los elementos	63
4.2.2.	Diferentes paneles	63
4.3.	<i>Secciones y navegación</i>	63
4.3.1.	Ingreso.....	64
4.3.2.	Introducción	65
4.3.3.	Exploración	65
4.3.4.	Patrones	67
4.3.5.	Actividad Próxima Generación	69
4.3.6.	Variantes	70
4.4.	<i>Lenguaje utilizado</i>	71
4.5.	<i>La interactividad</i>	71
4.6.	<i>La accesibilidad</i>	72
4.7.	<i>Proceso de creación</i>	73
5.	LAS ACTIVIDADES.....	75
5.1.	<i>Tipos de actividades</i>	77
5.1.1.	De exploración	77
5.1.2.	De comprensión básica del juego original.....	77
5.1.3.	Propositivas	77
5.2.	<i>Tipo de habilidades demandadas en las actividades</i>	79
5.3.	<i>La investigación en las actividades propuestas</i>	81
	Comentario de cierre	82
6.	CONCLUSIONES	83

6.1.	<i>Sobre el Juego de Vida</i>	83
6.2.	<i>Acerca del aplicativo y el documento escrito</i>	83
6.3.	<i>Sobre posibles trabajos basados en la obra de John Horton Conway</i>	85
6.4.	<i>Alrededor de extensiones del presente trabajo</i>	85
7.	REFLEXIONES FINALES	88
7.1.	<i>Pasión por la matemática y la educación</i>	88
7.2.	<i>Sobre la actividad investigativa en general</i>	88
	BIBLIOGRAFÍA	90
	ANEXOS	93
	<i>Anexo A. Consideraciones acerca del software finalmente realizado y el propuesto inicialmente</i>	93
	<i>Anexo B. Patrones recomendados</i>	96
	<i>Anexo C. Libros de John Horton Conway</i>	98

LISTA DE ILUSTRACIONES

	Pág.
Ilustración 1. Imágenes de John Horton Conway.....	24
Ilustración 2. Definición de vecindad en el Juego de Vida	27
Ilustración 3. Las reglas de transición vistas como una función	29
Ilustración 4. S2/N1 como ejemplo de regla que produce crecimiento ilimitado	31
Ilustración 5. Ejemplos de Naturalezas muertas.....	33
Ilustración 6. Ejemplos de osciladores cuyo nombre se relaciona con su período.....	33
Ilustración 7. Otros ejemplos de osciladores	34
Ilustración 8. Algunas naves espaciales	35
Ilustración 9. Deslizador (glider). 1ª nave descubierta y la más común. ($v=c/4$).....	35
Ilustración 10. Ejemplo de rake. Hasta la generación 18 ha lanzado exactamente dos deslizadores	36
Ilustración 11. Ejemplo de Cañón lanza deslizadores	37
Ilustración 12. Ejemplo de mecha	37
Ilustración 13. Ejemplos de devoradores.....	38
Ilustración 14. Ejemplo de interacción de un devorador con un deslizador.....	39
Ilustración 15. Ejemplos de jardines del Edén	39
Ilustración 16. Ejemplo de adaptación de la vecindad en un reticulado rectangular para actuar como si fuera hexagonal	40

Ilustración 17. Ejemplo de otra definición de vecindad muy común en autómatas bidimensionales: la vVecindad de von Neumann.....	41
Ilustración 18. Ejemplos de algunas variantes en el comportamiento de la frontera.	43
Ilustración 19. Ejemplos de autómatas celulares en diferentes dimensiones	46
Ilustración 20. El Juego de Vida como autómatas celular en \mathbb{Z}^2	47
Ilustración 21. Muestra de menú de navegación entre secciones, y botones de explicaciones	64
Ilustración 22. Pantalla de ingreso.....	64
Ilustración 23. Pantalla de introducción	65
Ilustración 24. Sección de Exploración	66
Ilustración 25. Muestra de giro del tablero.....	66
Ilustración 26. Sección de patrones	67
Ilustración 27. Activación del panel Descripción de patrones	68
Ilustración 28. Código original de patrón, en formato CELLS	68
Ilustración 29. Código de patrón adaptado a formato XML	69
Ilustración 30. Sección “Próxima Generación.”	69
Ilustración 31. Interacción con variante del Juego de Vida.....	70

LISTA DE ESQUEMAS

	Pág.
Esquema 1. Componentes visual y analítico en la práctica matemática	76
Esquema 2. Actividades correspondientes a cada rango de habilidad	80

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Interacción estudiante-software (perspectivas conductista y constructivista).....	59
Tabla 2. Relación entre características proyectadas y las realmente logradas en el aplicativo	94
Tabla 3. Paralelo entre funciones propuestas y las realmente habilitadas en la aplicación..	95

LISTA DE ANEXOS

	Pág.
Anexo A. Consideraciones acerca del software finalmente realizado y el propuesto inicialmente	93
Anexo B. Patrones recomendados	96
Anexo C. Libros de John Horton Conway	98

INTRODUCCIÓN

La matemática guarda dentro de sí una belleza a veces no contemplada, y mucho menos comprendida, por quienes no se dedican a su estudio. Incluso están aquellos que, estudiándola y usándola con frecuencia, ven en ella una herramienta indiscutiblemente potente y útil, pero considerarían extraño calificarla como bella.

La belleza de las matemáticas se observa muchas veces en la sencillez de razonamientos que llevan a resultados de gran alcance, en la sutileza de una idea que cambia la visión sobre un concepto o toda una teoría, en la forma compacta y sólida de enunciar y desarrollar sus planteamientos, en el grado de abstracción alcanzado, en la simbología utilizada y el modo de exponer una teoría, en la forma de modelar el mundo, en fin.

En la presente propuesta, la belleza matemática se observa en un juego gobernado por un pequeño y sencillo conjunto de reglas que, sin embargo, entrañan potentes conceptos informáticos. Se trata del Juego de Vida, del matemático John Horton Conway. En este divertimento se pueden ver y estudiar interesantes patrones y comportamientos.

Se exponen aquí las características fundamentales del Juego de Vida. Además, se propone un aplicativo que lo implementa y utiliza como fuente de preguntas en las que principalmente se exige el razonamiento deductivo. Se puede acceder al mismo a través del siguiente enlace: life-oheredia.webcindario.com

La división del trabajo es la siguiente:

- El marco teórico recoge información general sobre John Conway, el Juego de Vida y los conceptos fundamentales que lo sustentan. Además, como referente al tipo de

preguntas que debe resolver el estudiante dentro de la aplicación, se hace una exposición general sobre el razonamiento, con énfasis en el deductivo.

- El primer capítulo consiste en la exposición de las características y utilización del software creado. El segundo se centra en las actividades que la persona debe realizar.
- Finalmente, se plantean las conclusiones, que principalmente se refieren al Juego de Vida y al aplicativo, pero que también consideran, entre otros, algunos de los trabajos de John Horton Conway y el estudio de juegos en general –quizá principalmente los de estrategia- como fuente de actividades de razonamiento.

1. JUSTIFICACIÓN

Es frecuente que nuestros estudiantes pregunten «¿y eso para qué sirve?». Sin embargo, no todo lo digno de ser explorado o estudiado requiere que haya de antemano una utilidad práctica relacionada. Muchas personas en todo el mundo se han visto atraídas por el Juego de Vida, y han dedicado mucho tiempo a su estudio. Esa atracción inicial en muchos casos no se ha debido a su utilidad, sino, entre otras posibles razones, a la belleza intrínseca del juego, al reto de programarlo de forma eficiente y brindando al usuario diferentes grados de interactividad y personalización de la aplicación, y a la posibilidad de descubrir y experimentar con diferentes patrones.

En este trabajo se propone un aplicativo que implementa el Juego de Vida, y con el que se pretende alimentar la curiosidad de cualquier usuario, al experimentar con algunas de sus variantes y al contemplar la complejidad y el comportamiento de las configuraciones propias y las que otros han descubierto.

Hay acá una bonita oportunidad de jugar con las matemáticas; de disfrutar de algo por su intrínseca naturaleza novedosa, atractiva y estética, y por el simple deseo de disfrutarlo. Es también un ejemplo de cómo un cambio de visión, sobre un objeto o actividad valorado comúnmente por su carácter lúdico o recreativo, puede generar nuevos espacios productivos dentro del aula. Particularmente en este caso, se aprovecha el Juego de Vida como fuente de preguntas y actividades que exigen del estudiante la puesta en práctica de importantes habilidades mentales.

Dado esto, el software creado tiene principalmente un carácter lúdico, informativo y exploratorio. En principio no se pretende evaluar, en el sentido tradicional del término, sino dar indicios sobre qué tanto se ha comprendido el juego y, también, propiciar la reflexión sobre él y algunas de sus variantes.

En Internet se puede encontrar multitud de aplicaciones y sitios sobre el Juego de Vida. En ellos es común que se permita la exploración y se presente un estudio acerca del autómata creado por Conway. En esta propuesta la libre exploración es un aspecto fundamental, pero no representa algo nuevo dentro de la oferta que se puede encontrar en la red. La novedad no está en el análisis que se presenta del juego, sino en las preguntas y actividades que llevan a que el estudiante haga su propio análisis. Y, he ahí otro punto y enfoque central del aplicativo: está pensado, no para un usuario cualquiera, que navega por Internet, sino para un estudiante. Hay un notorio carácter pedagógico en cuanto a la forma de presentar la información y las actividades de exploración y reflexión propuestas.

En resumen, lo nuevo aquí es el tratamiento del Juego de Vida de John Horton Conway, no solo como objeto de estudio, sino además como una herramienta, semilla y pretexto para poner en práctica habilidades de pensamiento.

2. OBJETIVOS

2.1. Objetivo General

Crear un aplicativo en el que se expongan las características generales, patrones y algunas variantes del Juego de Vida de John Horton Conway, y sea usado como fuente de preguntas de razonamiento deductivo alrededor de ese juego.

2.2. Objetivos Específicos

1. Crear un software en el que se pueda practicar el Juego de Vida y conocer información básica sobre el mismo y su autor, John Horton Conway.
2. Explorar algunas variantes del Juego de Vida relacionadas con las reglas de transición y la definición de vecindad.
3. Proponer un modelo ampliable de preguntas de razonamiento deductivo a partir del Juego de Vida de Conway.
4. Condensar en un solo documento los conceptos e ideas subyacentes al Juego de Vida de Conway.

3. MARCO TEÓRICO

Aquí se recopila información básica sobre el Juego de Vida y una breve reseña sobre la vida y obra de su creador, John Horton Conway. También trata acerca del razonamiento, en particular el deductivo, y de algunas consideraciones sobre el software educativo en general, que fundamentan el que acá se propone.

Antes de comenzar la discusión sobre el Juego de Vida, es pertinente hacer mención de su autor y de algunas de sus contribuciones a la matemática

3.1. John Horton Conway

3.1.1. Breve biografía

John Conway es un matemático inglés de la Universidad de Cambridge. Nació en Lioverpool, el 26 de diciembre de 1937, dos años antes del inicio de la Segunda Guerra Mundial. Precisamente, fueron tiempos difíciles los de su niñez, en tiempos de guerra, debido a la escasez (Seife, 1994). Recibió su Ph.D en 1967 en Cambridge University. Entre otras distinciones, sus importantes y variadas contribuciones a la matemática le merecieron un lugar como miembro de la Royal Society of London for Improving Natural Knowledge, la sociedad científica más antigua del mundo (Roberts, 2015).



a. John Horton Conway. Imagen tomada de Silva, J. (2005).

b. Imagen tomada del documento que recoge la entrevista de Schleicher (2011) a Conway.

Ilustración 1. Imágenes de John Horton Conway.

Dejó Cambridge en 1986 para tomar la designación a la Cátedra von Neumann de Matemáticas en la Universidad de Princeton (Nueva Jersey, Estados Unidos).

Conway es uno de los preeminentes teóricos en el estudio de grupos finitos y uno de los expertos en teoría de nudos más importantes del mundo. Ha escrito o co-escrito más de diez libros y más de ciento treinta artículos (en publicaciones periódicas) sobre una amplia variedad de temas matemáticos (Schleicher, D., 2011).

La nominación de John Conway como miembro de la Royal Society, declara:

“A versatile mathematician who combines a deep combinatorial insight with algebraic virtuosity, particularly in the construction and manipulation of ‘off-beat’ algebraic structures which illuminate a wide variety of problems in completely unexpected ways. He has made distinguished contributions to the theory of finite groups, to the theory of knots, to mathematical logic (both set theory and automata theory) and to the theory of games (as also to its practice)”.(Ioan, 2014).

Una traducción aproximada es la siguiente:

“Un matemático versátil, que combina una profunda perspicacia combinatoria con virtuosidad algebraica, particularmente en la construcción de estructuras algebraicas que iluminan una amplia

variedad de problemas de formas completamente inesperadas. Ha hecho distinguidas contribuciones a la teoría de grupos finitos, la teoría de nudos, a la lógica matemática (tanto en teoría de conjuntos como en teoría de autómatas) y a la teoría de juegos (como también a su práctica)”.

3.1.2. Algunas de sus contribuciones

- En 1967 descubrió un nuevo grupo, que algunos han llamado constelación de Conway. Este grupo contiene todos, excepto dos, de los grupos esporádicos entonces conocidos. Se llaman “esporádicos” porque no encajan en ningún esquema de clasificación. (Gardner, 1985)
- Junto con Simon Kochen, uno de sus colegas de Princeton, planteó y demostró el Teorema de Libre Albedrío, cuyo enunciado se puede simplificar de la siguiente manera: Si el ser humano tiene aunque sea un mínimo de libre albedrío, entonces las partículas elementales también, en el sentido de que algunas de sus acciones no son predeterminadas por toda la historia pasada del universo (Schleicher, 2011)
- Descubrió (o inventó) los números surreales. Conway notó que, cuando estaba a punto de terminar, un juego podía ser visto como la suma de pequeños juegos. Así, algunos juegos podían ser vistos como números. A partir de esta observación plantea una teoría axiomática que da origen al sistema de los números surreales, un campo ordenado que contiene a los números reales, los transfinitos (mayores que cualquier real positivo) y los infinitesimales (mayores que cero, pero menores que cualquier real positivo). (Ioan, 2014)
- Conway es un gran calculista que puede enunciar de memoria (y en orden) más de mil cifras de pi, y ha inventado diversos algoritmos, entre los cuales se tiene: uno para calcular, en segundos, el día de la semana para cualquier fecha (algoritmo Doomsday); para determinar la fase de la luna, también en cualquier fecha; para saber el número de escalones, mientras se asciende por ellos, pero sin tener que contar. (Roberts, 2015)

Habiendo conocido algo de la vida y obra de su autor, se pasa a tratar el tema en que se basa el presente trabajo.

3.2. El Juego de Vida

Fue dado a conocer al público en octubre de 1970, dentro de la sección de pasatiempos matemáticos de la revista *Scientific American*. El artículo llevaba por título "*The fantastic combinations of John Conway's new solitaire game life*" (Las fantásticas combinaciones del nuevo juego solitario Vida, de John Conway).

El término “juego” se aplica aquí de forma diferente a la habitual, pues solo se necesita la intervención de un participante para dar la configuración inicial. Después de ello, el juego avanza solo. Por eso, podría clasificarse como un juego de cero personas y, en el mejor de los casos, de tipo unipersonal.

En teoría, el juego se desarrolla en una cuadrícula infinita. En la práctica, la rejilla es generalmente finita, ya sea debido a las limitaciones naturales de espacio físico, por las restricciones al programarlo en una computadora o porque simplemente los requerimientos de turno hacen que sea suficiente la utilización de un espacio limitado. Las unidades que constituyen la rejilla son llamadas celdas o células. También se hará referencia a ellas como “casillas”, puesto que se piensa que las acciones se realizan sobre un tablero.

Dado que se considera que la cuadrícula se extiende en todas direcciones hacia el infinito, cada celda tiene ocho celdas contiguas. En el Juego de Vida esas ocho celdas constituyen la vecindad de la celda referenciada. Esta es la llamada vecindad de Moore. Variantes del juego pueden utilizar otras vecindades, al considerar un número diferente de celdas vecinas, no necesariamente adyacentes a la celda dada.

Cada casilla puede, además, estar viva o muerta (activa o inactiva). Son dos posibles estados que varían cada vez de acuerdo a cuántas células vivas haya en la vecindad de la celda. La convención utilizada es que las celdas vivas estarán coloreadas; las demás, no. Teniendo en cuenta esos dos posibles estados, también se utiliza el término “organismo”

para nombrar cada celda viva, y “población”, para designar el conjunto de todas las celdas en ese estado.

En algunas partes de este documento se especificarán los estados de una celda dada y los de sus vecinas por medio de símbolos q_i ($i=0, 1, 2, \dots, 9$), como se observa en la Ilustración 2. Siempre q_0 será el estado de la celda de referencia, es decir, aquella cuyo estado actual o posterior sea de interés.

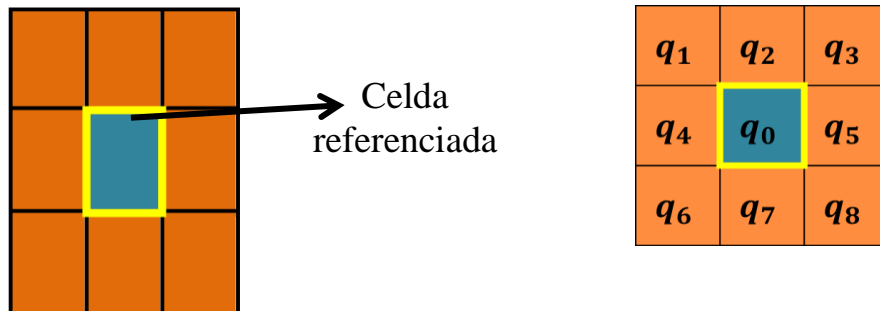


Ilustración 2. Definición de vecindad en el Juego de Vida

En este juego el tiempo no es continuo, sino que transcurre a pasos discretos, uno después del otro. De modo que para cada instante existe un inmediato sucesor.

En lo que sigue, se usarán indistintamente los términos “configuración”, “disposición de celdas”, “conglomerado”, para hacer referencia al conjunto de celdas activas en cada paso del tiempo. Por otro lado, se utilizará el vocablo “patrón” para denotar la sucesión de configuraciones que se pueden obtener a partir de una específica, a medida que transcurre el tiempo. También se debe tener en mente que hay un momento cero (momento inicial), momento uno, momento dos... y la configuración correspondiente será la generación 0, generación 1, etc.

En cada paso del tiempo, una celda puede mantener o cambiar su estado, de acuerdo con las siguientes **reglas** o **funciones de transición**:

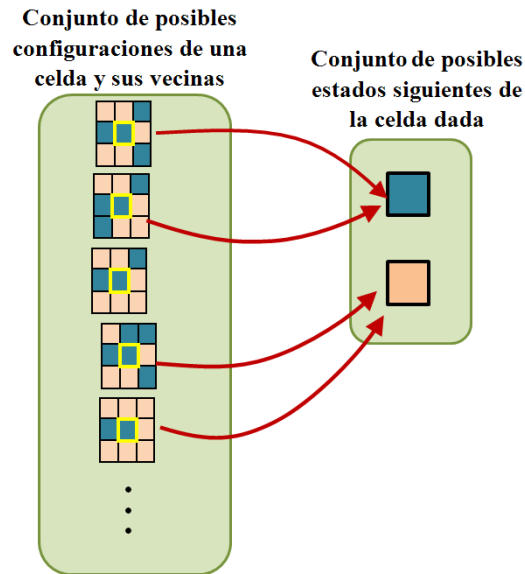
1. Una celda viva sobrevivirá a la siguiente generación solo si tiene exactamente 2 ó 3 vecinas vivas.

2. Una célula inactiva se activará solo si exactamente 3 de sus vecinas están vivas.
3. En cualquier otro caso, la célula estará muerta en el siguiente estadio.

Al hacer una analogía entre el conjunto de células y una población de organismos, las reglas se plantean de la siguiente manera (Gardner, 1985):

1. **Supervivencia.** Cada organismo (ficha) sobrevivirá en la siguiente generación si y solo si tiene exactamente dos o tres vecinos vivos.
2. **Fallecimiento.** Cada organismo que tenga más de tres vecinos vivos fallecerá en la siguiente generación debido a la sobrepoblación. También morirá si tienen menos de dos, por aislamiento o soledad.
3. **Nacimiento.** Cada casilla vacía, con exactamente tres vecinas vivas cobrará vida en el siguiente paso del tiempo.

Dado que una función es una correspondencia que a cada elemento de un conjunto le asigna un único elemento de otro conjunto, hablamos de **funciones de transición** porque a cada vecindad de Moore se le asigna un estado (viva o muerta) para su celda central, dependiendo del estado de tal celda y el de sus ocho vecinas.



En esta ilustración se observa cómo las reglas de transición corresponden a una función. También se podrían definir dos funciones. Por ejemplo una que se encargue de asignar el estado “inactivo” y, otra, el estado “activo”.

Ilustración 3. Las reglas de transición vistas como una función

Se ha establecido una notación compacta para resumir estas reglas, indicando el número de celdas vecinas vivas necesarias para supervivencia (S) y para nacimientos (N): **S23/N3**. Esto suele abreviarse aún más simplemente como **23/3**.

Para que después sea más fácil relacionar Vida (forma también utilizada para referirse al juego) con el modelo matemático general al que pertenece (autómatas celulares), sus características se resumen en el siguiente cuadro:

Características del Juego de Vida

1. Se desarrolla en una **rejilla 2-dimensional** (bidimensional).
2. Cada celda puede adoptar, en cada paso (generación) uno de dos estados posibles (viva/muerta o activa/inactiva).
3. Cada casilla tiene definida como vecindad las ocho celdas contiguas

(vecindad de Moore).

4. Tiene unas reglas o funciones de transición que permiten conocer el siguiente estado de cada célula, a partir de su estado actual y de los estados de las celdas en su vecindad: **S23/N3 ó 23/3**.
5. Siempre hay un estado inicial del juego, consistente en la asignación de un estado, para cada celda, en el momento cero.

3.2.1. ¿Por qué esas reglas y no otras?

Gardner (1985) expone cuáles fueron las motivaciones de Conway para seleccionar precisamente esas reglas. Pretendía que se cumplieran tres requerimientos:

1. No ha de haber ninguna configuración inicial para la que sea fácilmente demostrable que crecerá ilimitadamente.
2. Debe haber configuraciones que aparentemente crecerán sin límite.
3. Deben existir configuraciones iniciales sencillas que crezcan y cambien durante períodos considerables antes de extinguirse completamente, adoptar una configuración estable o entrar en fase oscilatoria.

Las reglas habían de ser tales que la conducta de la población resulte tanto interesante como impredecible.

En la siguiente ilustración se ve cómo por ejemplo la regla S2/N1 (exactamente dos celdas vecinas activas para sobrevivir y una para nacer) produciría un evidente crecimiento sin límite de una configuración inicial. Así, se estaría incumpliendo el primer requerimiento formulado por Conway para sus reglas. Nótese que se parte de una sola celda viva.

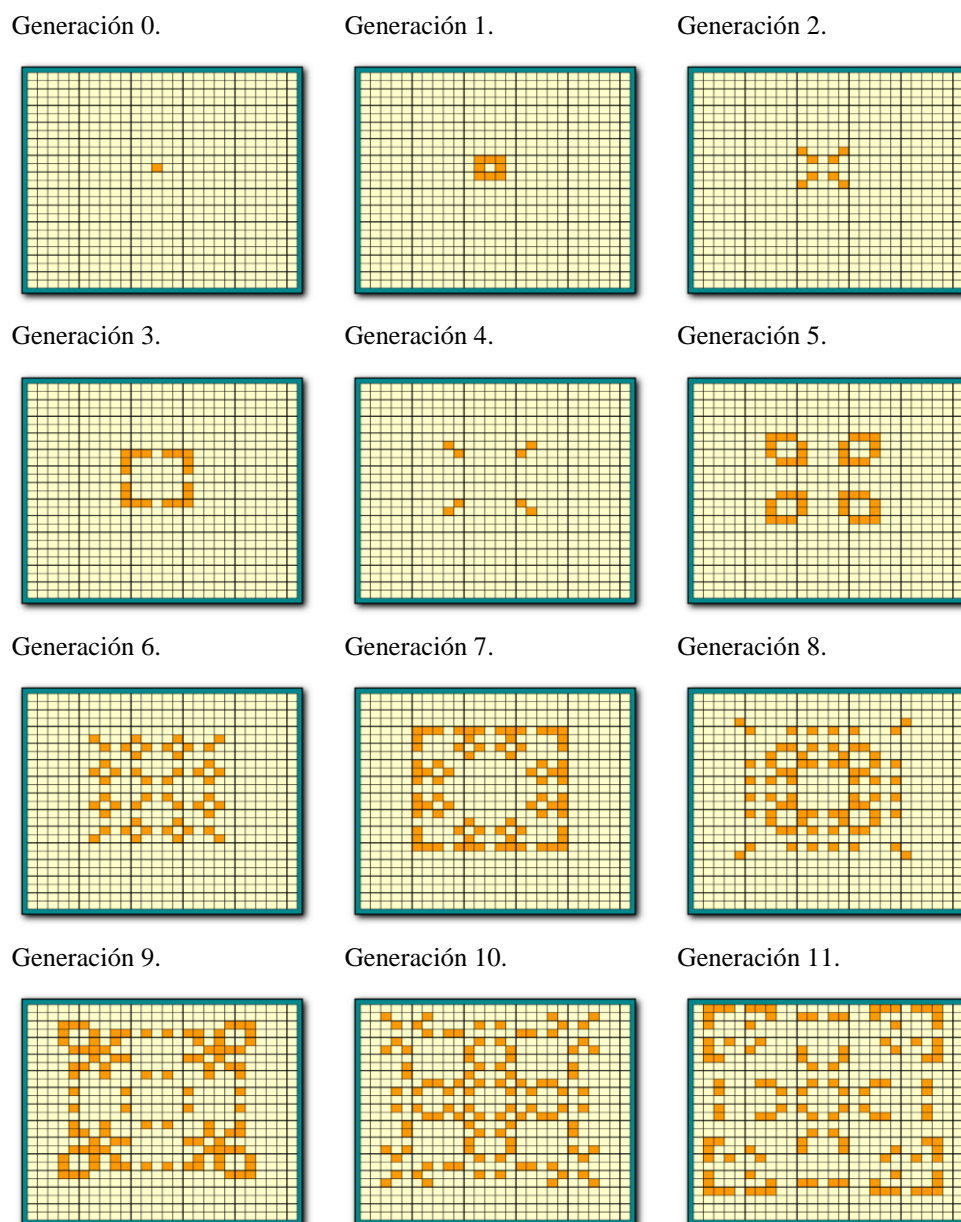


Ilustración 4. S2/N1 como ejemplo de regla que produce crecimiento ilimitado

Precisamente, el carácter no predecible del comportamiento de los patrones limita el tipo de actividades que es razonable plantear, pero al mismo tiempo las enriquece, al exigir respuestas razonadas. También es causa del asombro al observar diferentes patrones y de la necesidad de acudir a computadoras a medida que aumenta la complejidad de los mismos, sea esta tanto por el número de celdas, como por su disposición y comportamiento.

3.2.2. ¿Cómo se comportan las poblaciones en el Juego de Vida?

A partir de las reglas de transición y, dado un conjunto inicial de celdas activas (escogido arbitrariamente), dentro de él y en sus vecindades se observan celdas que comienzan a activarse o desactivarse. En este proceso de activación y desactivación de celdas, esto es, de nacimientos, muertes y supervivencia, se presentan diversos comportamientos:

- Grupos de células inmortales. Algunos de forma condicional, solo si no interactúan con celdas vecinas; otros, aún después de ciertas interacciones.
- Patrones que se desplazan por el tablero.
- Patrones que crecen indefinidamente.
- Conglomerados que, a modo de pistolas, se comportan como generadores o lanzadores de ciertos patrones de células.
- Distribuciones que oscilan entre un número finito de configuraciones.
- Configuraciones que se extinguen, pero solo después de transcurridas un gran número de generaciones.

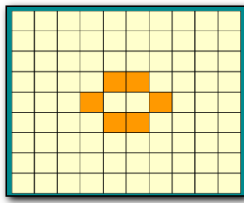
A continuación se especifica más acerca de esos patrones y los nombres que han recibido.

3.2.3. Clasificación de los principales patrones en el Juego de Vida

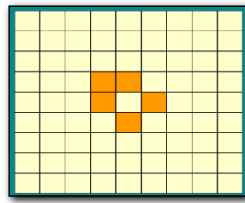
La siguiente clasificación ha sido tomada principalmente del portal Conway Life, de Internet, así como de lo expuesto por Gardner (1985). Las ilustraciones se tomaron del aplicativo creado por el autor del presente trabajo.

3.2.3.1. Naturaleza muerta (still life).

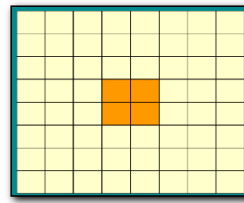
Cualquier configuración que no cambia de una generación a otra



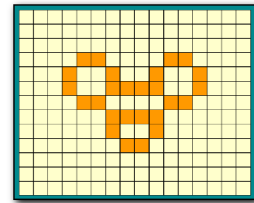
a. Beehive (colmena)



b Boat (bote)



c Bloque (block)

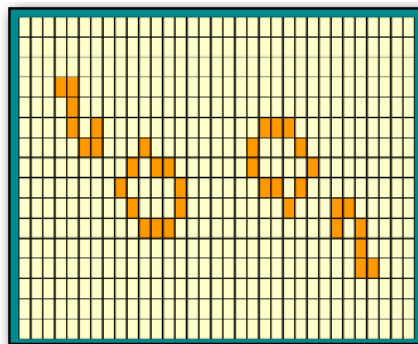


d. Mickey Mouse

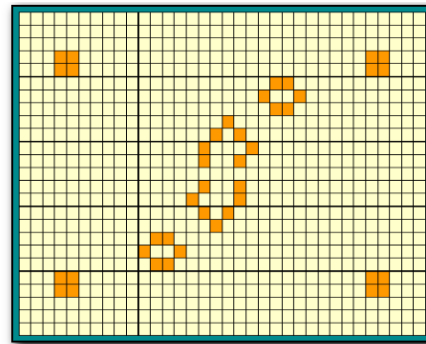
Ilustración 5. Ejemplos de Naturalezas muertas

3.2.3.2. Oscilador (oscillator).

Un patrón que se repite a sí mismo después de un número fijo de generaciones. El número mínimo de generaciones necesarias para que el patrón inicial se repita se denomina período, y se indica con la letra p. Muchos osciladores tienen nombre que indican su período e, incluso, su número de celdas. Así, por ejemplo, 36p22 es un oscilador cuyo patrón inicial consta de 36 celdas y tiene período 22, y Achim's p 144 es un oscilador de período 144, descubierto en 1994.



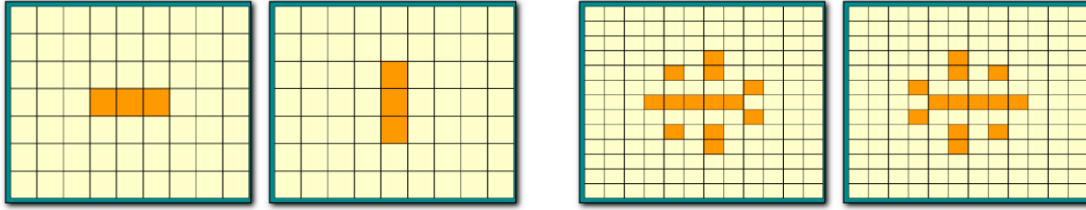
a. Oscilador 36p22



b. Oscilador Achim's p144

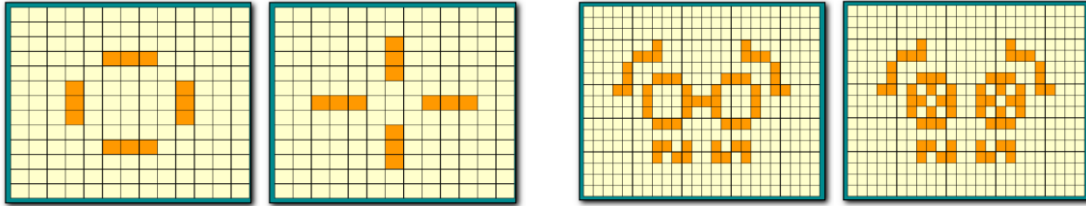
Ilustración 6. Ejemplos de osciladores cuyo nombre se relaciona con su período

Los siguientes son otros ejemplos de osciladores:



a. Parpadeador (blinker). El más sencillo y común de los osciladores.

b. By floops (período 2)



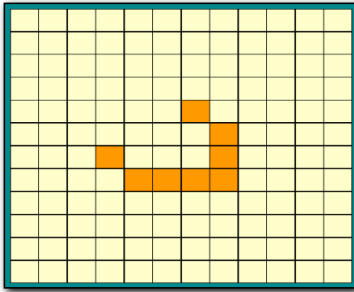
c. Traffic light. Común formación de 4 parpadeadores (período 2)

d. Glasses (período 2)

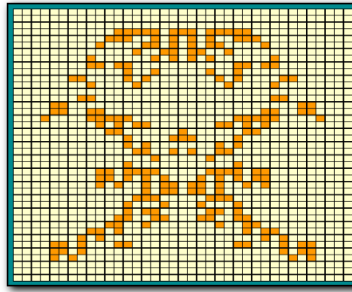
Ilustración 7. Otros ejemplos de osciladores

3.2.3.3. Nave espacial (spaceship).

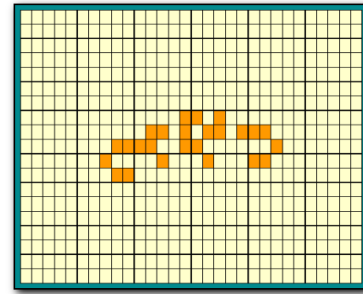
Patrón finito que se mueve a través de la retícula de celdas. En general se trata de osciladores que tienen la propiedad adicional de moverse por el tablero. La velocidad máxima de una nave espacial es de una celda por generación, y se denota como c . Si se necesitan k generaciones para que la configuración (la nave) avance una sola celda, se dice que su velocidad (v) es c/k . Es común, entonces, al describir una nave espacial indicar tanto su período (por ser un oscilador) como su velocidad.



a. Astronave ligera



b. Nave 233p3h1v0. Nave no monótona.



c. Nave 25P3H1V0.2. ($v=c/3$)

Ilustración 8. Algunas naves espaciales

Dentro de las naves espaciales a continuación se verán tres que tienen un comportamiento especial o algún significado importante dentro del Juego de Vida: eldeslizador, las locomotoras y los rakes.

3.2.3.4. Deslizador.

Es el tipo de nave espacial más pequeña y que aparece de forma natural durante la evolución de diferentes configuraciones. Fue la primera nave espacial descubierta. El hallazgo fue hecho por Richard Guy, del equipo de trabajo de John Horton Conway.

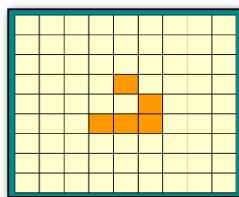


Ilustración 9. Deslizador (glider). 1ª nave descubierta y la más común. ($v=c/4$)

3.2.3.5. Locomotora (puffer o puffer train).

Nave espacial que deja escombros a medida que se desplaza por el tablero.

3.2.3.6. Rake.

Locomotora cuyos escombros son naves espaciales.

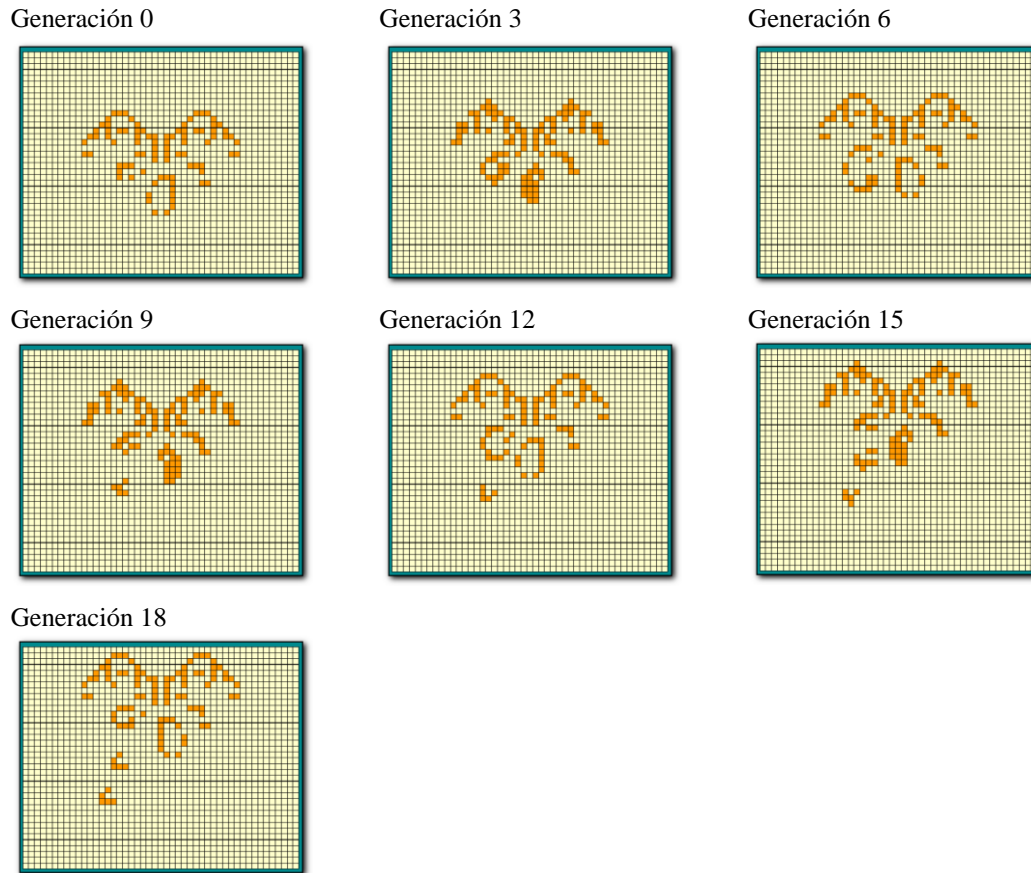
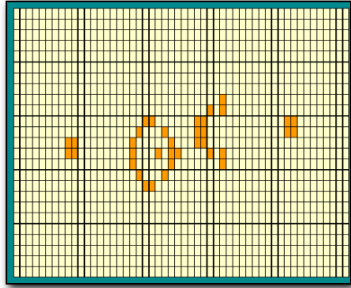


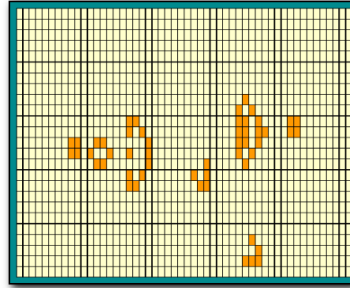
Ilustración 10. Ejemplo de rake. Hasta la generación 18 ha lanzado exactamente dos deslizadores

3.2.3.7. Cañón opistola (gun).

Patrón estacionario que emite repetidamente naves espaciales. Hay patrones que en algún momento emiten deslizadores, pero no de forma periódica, o solo un número finito de aquellos; por eso no se clasifican como cañones.



a. Cañón Gosper Glider Gun

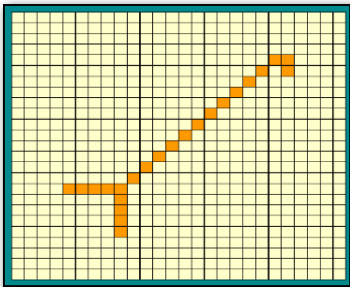


b. Cañón y dos de los deslizadores lanzados

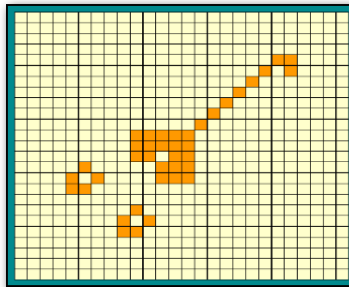
Ilustración 11. Ejemplo de Cañón lanza deslizadores

3.2.3.8. Mecha (fuse).

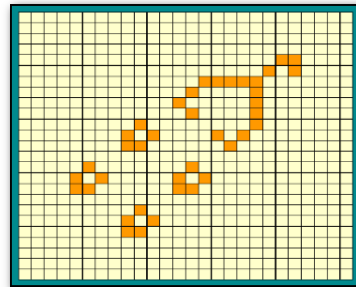
Configuración que, como la mecha de un cartucho de dinamita, comienza a extinguirse comenzando en uno de sus extremos y terminando en el otro. Durante este proceso deja algún tipo de producto (osciladores, naturalezas muertas).



a. Generación 0 de la mecha
Boat Maker



b. Generación 5

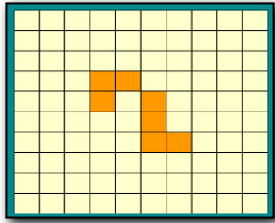


c. Generación 10

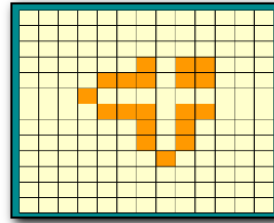
Ilustración 12. Ejemplo de mecha

3.2.3.9. Devorador (eater).

Tipo particular de naturaleza muerta con la capacidad de mantener o recuperar su forma después de interactuar con otros patrones. Durante esa interacción, los otros patrones desaparecen (son devorados). Es común la presencia de devoradores en ciertas configuraciones, para evitar que estas se desborden.



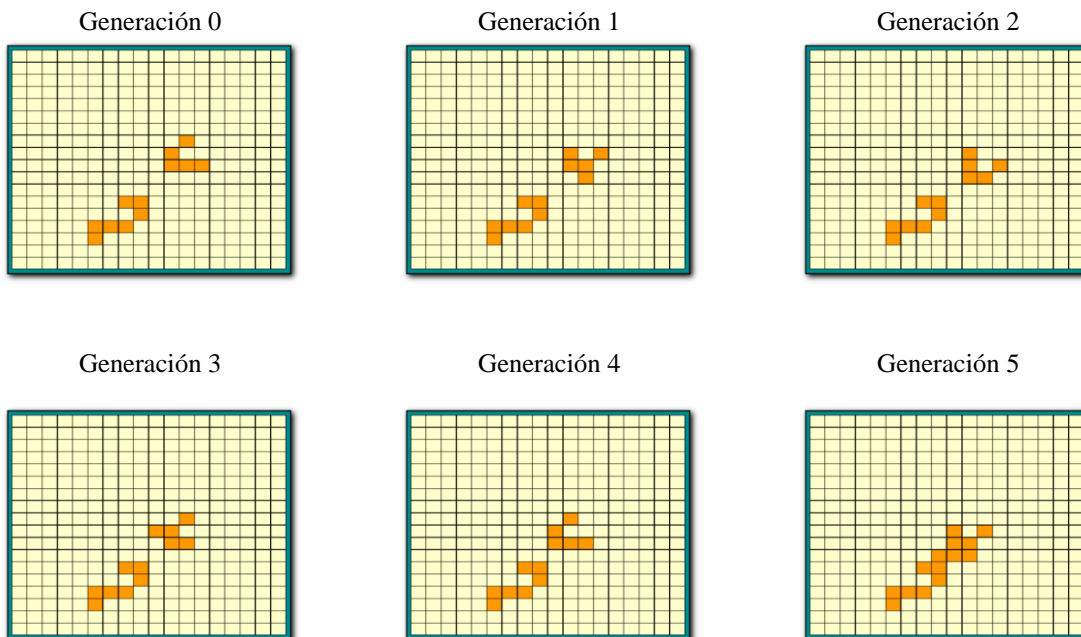
a. Primer devorador descubierto. Muy frecuente en diferentes configuraciones.

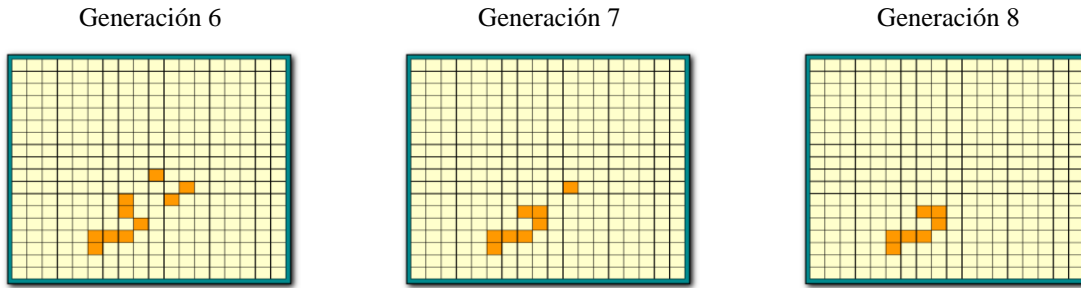


b. Otro ejemplo de devorador.

Ilustración 13. Ejemplos de devoradores

A continuación se muestra un ejemplo de interacción con un devorador. En este caso, se trata de un deslizador que encuentra en su camino a un devorador.



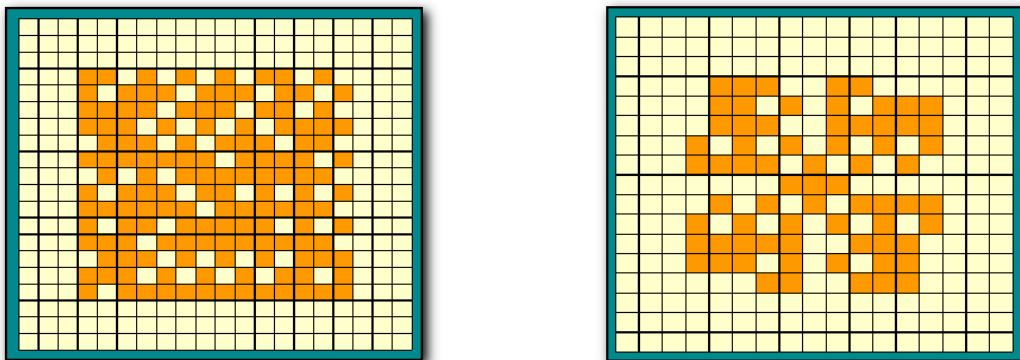


En este caso se ve la interacción de un devorador con un deslizador. El deslizador se desintegra después de “chocar” con el devorador.

Ilustración 14. Ejemplo de interacción de un devorador con un deslizador

3.2.3.10. Jardín del Edén (Garden of Eden).

Configuración para la cual no existe otra que la genere.



a. Garden of Eden 2.

b. Garden of Eden 5.

Ilustración 15. Ejemplos de jardines del Edén

3.2.3.11. Matusalem.

Configuración que evoluciona durante un gran número de generaciones (cientos o miles miles) antes de estabilizarse o extinguirse.

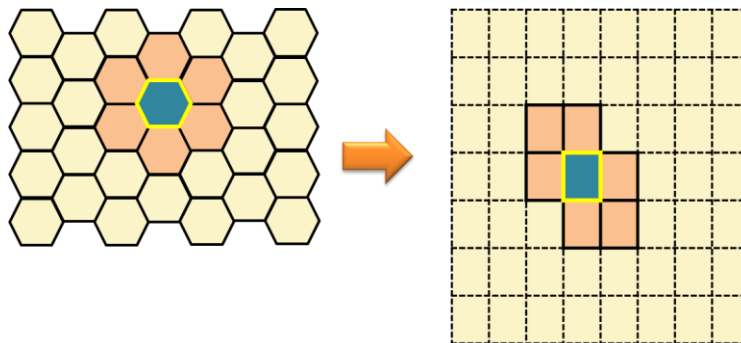
Ya se han presentado las características generales básicas del Juego de Vida. Ahora es momento de ubicarlo dentro de una teoría más general (autómatas celulares) y también ver posibles cambios en la definición del juego. Esos cambios son base de la formulación de ciertas preguntas en la aplicación creada.

3.3. Variantes del Juego de Vida

Después de alcanzar cierta familiaridad con el Juego, vale la pena preguntarse qué variantes se pueden introducir. El siguiente es un recuento no exhaustivo de cuáles aspectos pueden ser modificados y de qué forma.

3.3.1. Espacio celular.

En este aspecto puede variarse la dimensión del reticulado y la forma de las células que lo conforman. En el caso de una autómatas bidimensional, por ejemplo, en lugar de celdas rectangulares, se podrían usar las formas hexagonal o triangular, sin embargo, este no sería un cambio significativo, pues se ha demostrado que todo lo que se haga cambiando la forma de las células, también puede hacerse en un reticulado rectangular, si se define convenientemente cuál será la vecindad (Gardner, 1985). También se puede establecer que el espacio se extienda indefinidamente en todas las direcciones o que sea finito.

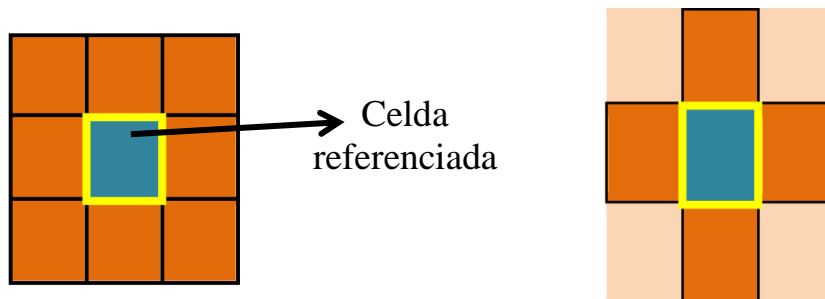


Para emular el comportamiento de las celdas de una malla hexagonal, conviene que en el reticulado rectangular se establezca que la vecindad está constituida por seis celdas.

Ilustración 16. Ejemplo de adaptación de la vecindad en un reticulado rectangular para actuar como si fuera hexagonal

3.3.2. La definición de vecindad.

El Juego de Vida utiliza la vecindad de Moore, compuesta por las ocho celdas adyacentes a la celda dada. En el mismo caso bidimensional y con celdas rectangulares, se pueden usar otras vecindades. Tal es el caso de la conocida como vecindad de von Neumann, en la que solo las celdas ortogonalmente adyacentes a la dada conforman su vecindad, es decir, solo hay cuatro vecinas para cada celda. Dentro de la vecindad también podrían incluirse celdas no adyacentes a la celda referenciada.



Solo las celdas ortogonalmente adyacentes a la celda de referencia hacen parte de la vecindad de von Neumann.

Ilustración 17. Ejemplo de otra definición de vecindad muy común en autómatas bidimensionales: la vecindad de von Neumann

3.3.3. El comportamiento en la frontera.

Este aspecto aplica para espacios con un número finito de celdas, que por lo general es lo que se da en la práctica, al implementar el juego en un tablero físico o en un computador. ¿Cómo deberían, entonces, comportarse las celdas que se encuentran en los límites del tablero?

De acuerdo con los requerimientos del momento y los gustos personales, el programador podría implementar, entre otras, alguna de las siguientes variantes en el comportamiento de frontera:

3.3.3.1. Frontera Abierta.

Se considera que todas las células fuera del espacio del autómata toman un valor fijo. Es la opción que se tomó en la implementación del software propuesto. En él, cada celda más allá de las visibles está inactiva/muerta, y se mantiene así en cada generación del juego.

3.3.3.2. Frontera Reflectora.

Las células fuera del espacio del autómata toman los valores que están dentro, como si se tratara de un espejo.

3.3.3.3. Frontera Periódica o Circular.

Las células que están en la frontera interactúan con sus vecinos inmediatos y con las células que están en el extremo opuesto del arreglo, como si dobláramos el plano a manera de cilindro y, luego, se unieran las bases de este para formar un toro. En el caso bidimensional, sucede, entonces, que izquierda se une con derecha y el borde superior con el inferior.

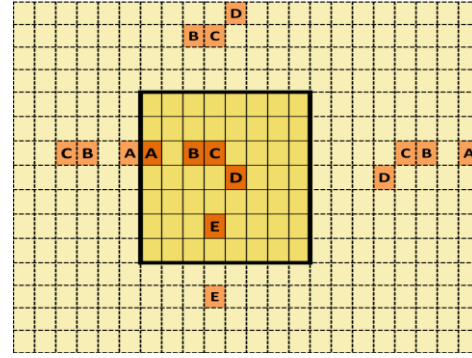
3.3.3.4. Sin Frontera.

La representación de autómata no tiene límites, es infinito. En ese caso el tablero se desplaza para ver cómo evoluciona el autómata.

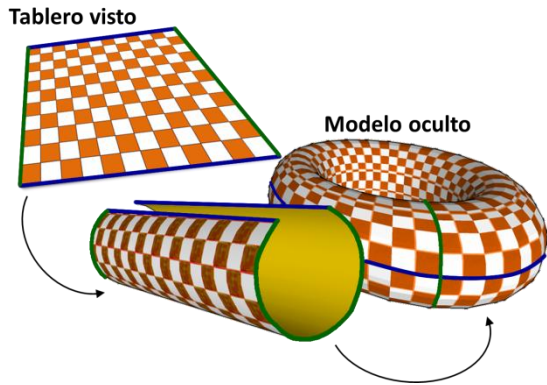
En la siguiente figura se dan ejemplos de estos comportamientos en la frontera. Además de colores se han usado los números 0 y 1 para indicar el estado inactivo (célula muerta) y activo (célula viva), respectivamente. Se considera que el tablero está constituido únicamente por las celdas dentro de la línea continua gruesa.

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

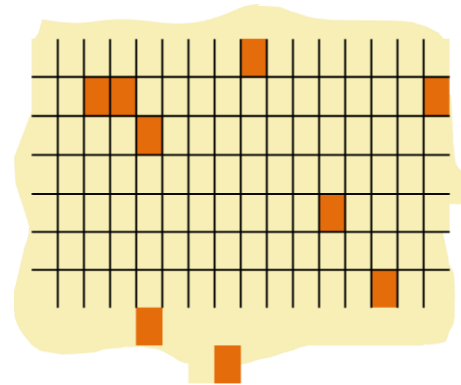
a. **Frontera abierta.** Es el modelo que se adoptado para el software propuesto, con todas las celdas fuera del tablero consideradas muertas. Alternativamente, se pudo haber optado por considerarlas vivas.



b. **Frontera reflectora.** En esta imagen, las letras solo tienen fines didácticos, para relacionar las celdas del tablero con sus reflejos fuera del mismo.



c. **Frontera periódica o circular.** Aunque el tablero se vea plano, se comporta como si fuera un toro geométrico. Imagen inspirada en otra mostrada por de Camino, T. (2000).



d. **Sin frontera.**

Ilustración 18. Ejemplos de algunas variantes en el comportamiento de la frontera.

3.3.4. Las reglas de transición.

Siguiendo el modelo de Conway, puede cambiarse el número de vecinas necesarias para supervivencias y nacimientos. También las reglas podrían no ser fijas, y quizá depender de cómo evoluciona el juego. Así, por ejemplo, se podría tener un comportamiento cuando la generación es par, y otro cuando sea impar, o, de un modo más general, según se cumpla para la generación k que $k \equiv w \pmod n$, para un n dado.

Otra posibilidad es que las reglas de transición, en lugar de ser **deterministas**, estén definidas mediante una matriz de probabilidades.

3.3.5. El número de estados.

En lugar de dos estados, es posible trabajar con cualquier otro número finito de ellos.

Ahora bien, tanto el Juego de Vida como sus variantes son casos particulares de autómatas celulares. En el aplicativo se podrá interactuar con algunas de ellas a través de la modificación de la definición de vecindad y de las reglas para nacimientos y supervivencia.

3.4. ¿Qué es un autómata celular?

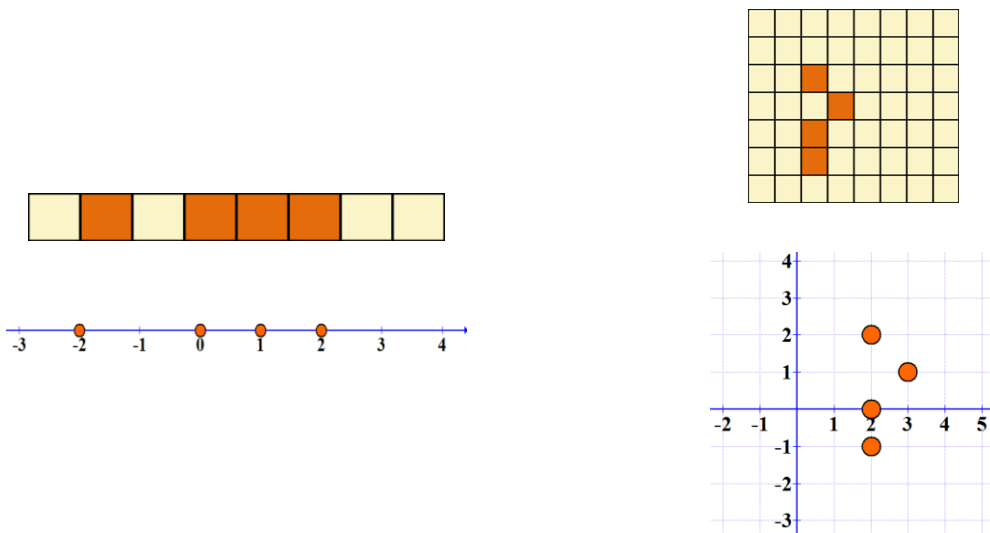
Un autómata celular es un sistemas asociado a un transcurrir discreto del tiempo, a partir de un momento inicial (instante cero), y constituido, además, por cinco elementos fundamentales, a saber:

1. Una retícula o malla n-dimensional infinitamente extendida y regularmente distribuida. Cada una de las divisiones de la retícula se denomina celda o célula. Formalmente, el espacio celular n-dimensional es o se puede interpretar como \mathbb{Z}^n , siendo \mathbb{Z} el conjunto de los números enteros.
2. Un conjunto finito Q de posibles estados para cada celda del espacio. Cada celda adopta exactamente uno de ellos en cada tic (paso del tiempo). El conjunto de estados de todas las celdas en una generación dada es llamado una configuración del autómata celular. Si $m \in \mathbb{Z}^+$ es el número de posibles estados, entonces, independientemente de cómo se los quiera representar (con colores, letras, algún adjetivo, etc.), se puede definir $Q = \{0, 1, 2, 3, \dots, m-1\}$
3. Una definición de vecindad. Para cada célula se define un conjunto de celdas vecinas, generalmente dependiendo de la proximidad y/o la posición relativa

respecto a la celda dada. El autómata será uniforme si la vecindad se define del mismo modo para todas las celdas.

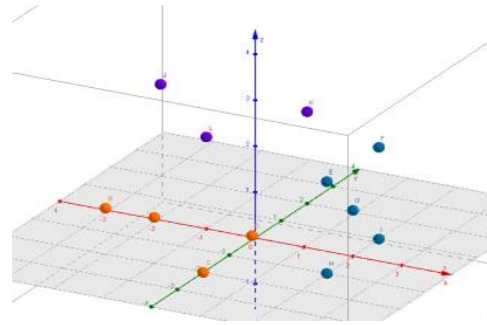
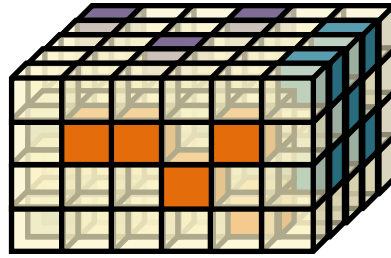
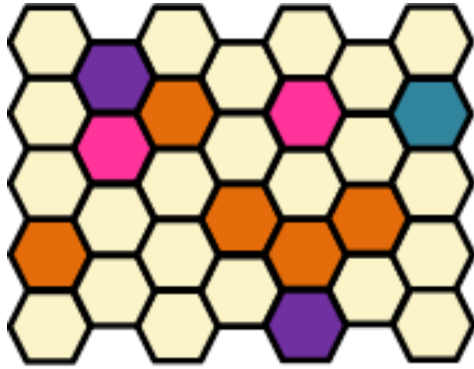
4. Unas reglas o funciones de transición que indican cuál será el estado siguiente de cada célula, dependiendo exclusivamente del estado actual de ella y sus vecinas.
5. Una configuración inicial del autómata celular, correspondiente a la asignación de estados a todas las celdas en el momento inicial.

La siguiente figura muestra algunos ejemplos de reticulados en diferentes dimensiones.



a. Autómata unidimensional en forma de rejilla y como conjunto de puntos de \mathbb{Z}

b. Autómata bidimensional y su representación en \mathbb{Z}^2



c. Autómata bidimensional, con retícula hexagonal. Además, los diferentes colores muestran que hay más de tres estados posibles para cada celda.

d. Autómata tridimensional con más de tres estados, y su representación en \mathbb{Z}^3 .

Ilustración 19. Ejemplos de autómatas celulares en diferentes dimensiones

Teniendo como marco de referencia los autómatas celulares, se puede formalizar un poco más qué es el juego de vida:

3.4.1. Visión más formal del Juego de Vida.

El Juego de Vida es un autómata celular cuyo espacio es $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$, es decir, \mathbb{Z}^2 . Cada celda $x = x_1, x_2 \in \mathbb{Z}^2$ está directamente conectada a su vecindad, que se define de la siguiente manera (Demongeot, Golès y Tchunte, 1985):

$$\{ x_1 + v_1, x_2 + v_2 \in \mathbb{Z}^2 : \text{Max} \{ v_1, v_2 \} \leq 1 \}$$

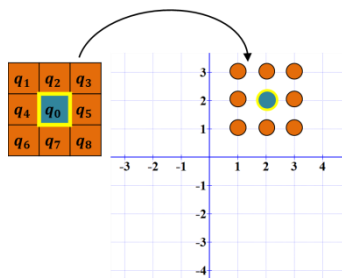
Vecindad de Moore de la celda x_1, x_2

Cualquier celda puede asumir un estado q tomado del conjunto $Q = \{0, 1\}$ y la función de transición está definida por la siguiente fórmula (Demongeot, Golès y Tchunte, 1985):

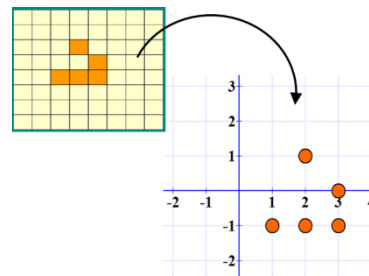
$$\delta_{q_0, q_1, \dots, q_8} = \begin{cases} 1, & \text{si } q_0 = 0 \text{ y } \prod_{j=1}^8 q_j = 3 \\ & q_0 = 1 \text{ y } 2 \leq \prod_{j=1}^8 q_j \leq 3 \\ 0, & \text{en cualquier otro caso} \end{cases}$$

Función de transición en el Juego de Vida

Donde, como se mencionó antes, q_0 es el estado de la celda considerada.



a. Muestra de una celda y su vecindad en $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$, para el Juego de Vida



b. Un deslizador visto en $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$

Ilustración 20. El Juego de Vida como autómatas celular en \mathbb{Z}^2

3.4.2. Clases de autómatas celulares, de acuerdo con su comportamiento

Wolfram (2002) dedica más de 1.000 páginas a una detallada exposición acerca de los autómatas celulares y sus aplicaciones. Los clasifica dentro de cuatro tipos. Entre mayor el número que identifica la clase, mayor la complejidad de la misma. A continuación una breve descripción de las clases, de acuerdo con lo expuesto por él:

- Clase 1. El comportamiento de las configuraciones es muy simple, y casi todas llevan al mismo estado final. Por ejemplo, finalmente casi todas las configuraciones iniciales evolucionarán de modo que todas las celdas del reticulado quedarán vivas; o todas muertas; o se concluirá con una hilera de celdas vivas, mientras que las demás quedarán inactivas.

- Clase 2. Presenta muchos estados finales posibles, pero todos consisten en un cierto conjunto de estructuras simples que, pueden ser naturalezas muertas u osciladores.
- Clase 3. Presenta un comportamiento complejo y que, en muchos aspectos, parece aleatorio.
- Clase 4. Combina orden y aleatoriedad. Se producen estructuras que en sí mismas son relativamente simples, pero que se mueven e interactúan con otras de formas muy complicadas.

Ya se han enunciado las reglas del Juego de Vida y los criterios para seleccionarlas, pero se ha postergado la discusión de un aspecto importante: ¿cuál fue la idea de crear este juego?

3.5. Origen del Juego de Vida

De lo expuesto por Gardner (1985) y Schleicher (2011), se tiene que, en primer lugar, no se trataba de crear algún tipo de pasatiempo. No fue precisamente un interés lúdico el que dio origen al Juego de Vida. Conway quería crear un autómata celular que fuera universal, esto es, teóricamente capaz de realizar cualquier cómputo que un computador seleccionado al azar pueda hacer.

En los años 50, el matemático estadounidense John von Neumann había planteado un autómata celular universal con la capacidad adicional de autorreplicarse. Con una definición diferente de vecindad (conocida ahora como vecindad de von Neumann), el autómata tenía complejas reglas de transición, aplicadas a celdas con 29 posibles estados. Requería, además, unas 200.000 celdas para lograr una configuración que permitía la universalidad y la autorreplicación. Todos estos elementos hacían difícil el estudio del comportamiento del autómata. Conway suponía que no era necesaria tanta complejidad para lograr la universalidad. Pretendió lograrla no de forma directa, sino planteando unas reglas que llevaran a un comportamiento imprevisible y a determinado grado de complejidad del autómata celular. Sospechaba que, una vez garantizado ese grado de

complejidad, el estudio cuidadoso del autómatas permitiría programarlo de tal manera que se lograra la universalidad (Schleicher, 2011).

Conway y un equipo de estudiantes de posgrado hicieron muchas pruebas con diversos autómatas celulares sobre tableros de Go –al comienzo no experimentaron con computadores- hasta obtener el Juego de Vida.

Para lograr construir un computador universal por medio del automata encontrado, habían pensado en naves que seguirían ciertas trayectorias, a modo de pulsos eléctricos viajando por cables. El descubrimiento del deslizador (glider) por uno de los miembros del equipo (Richard Guy) fue, entonces, todo un suceso para el grupo de trabajo.

En 1971, y por separado, William Gosper, del M.I.T. (Massachusetts Institute of Technology) y Conway, en Cambridge (Gran Bretaña) mostraron cómo podían usarse deslizadores para lograr la universalidad.

Es oportuno notar que el Juego de Vida pertenece a la clase 4 de la ya mencionada clasificación de los autómatas celulares dada por Wolfram (2002), quien considera que todos los autómatas de este tipo serían universales.

Puesto que se desea que el presente trabajo se sintetice en un aplicativo sobre el Juego de Vida, en el que se constituyan en elemento fundamental algunas actividades o preguntas de razonamiento deductivo, a continuación se formalizan algunos conceptos relacionados.

3.6. ¿Qué es el razonamiento?

Acerca del término “razonamiento” se extrae y adopta para este trabajo el siguiente planteamiento de Duval (2004): “De manera general, todo discurso que tenga como propósito probar la verdad de un enunciado o hacer que un interlocutor admita <<lo bien fundamentada>> que está una proposición o su rechazo, se reconoce como <<razonamiento>>”. (p. 192)

Como consecuencia de esto, el mismo autor enuncia dos características de todo razonamiento:

- Estar orientado hacia un enunciado-objeto, es decir, hacia una proposición que se quiere justificar.
- Estar centrado en el valor, lógico o epistemológico, de una proposición y no en su contenido (Duval, 2004, p. 192).

D'Amore (2006) se refiere a los elementos que Duval encuentra en el razonamiento:

Duval distingue y estudia con muchos detalles los dos tipos de pasajes que distinguen el funcionamiento de un proceso de razonamiento:

- la inferencia, es decir cada paso de razonamiento; el pasaje de proposiciones dadas como premisas o como hipótesis (proposiciones de entrada) a una proposición dada como conclusión (proposición de salida); esta inferencia debe darse con base a una regla (que puede ser implícita o explícita);
- la concatenación, es decir la transición que lleva de un paso de razonamiento al siguiente, dado que su naturaleza es extremadamente diferente.

El pasaje “inferencia” depende o de una teoría local (axiomas, teoremas, definiciones) o de la estructura de una lengua (oposiciones semánticas, negaciones, vínculos debidos a conectores...).(p. 359)

Se tiene concatenación cuando dos pasos deductivos se toman uno después del otro; para que la concatenación sea aceptable, se necesita que la conclusión del primer paso sea considerada condición para poder aplicar una regla de inferencia aplicada en el segundo. En palabras más simples: la conclusión de un paso es el punto de partida del sucesivo. (p. 360)

Por otro lado, Samper, Camargo y Leguizamón (2003, p. 24) recogen varias definiciones de razonamiento:

“Es la capacidad de establecer nuevas relaciones entre conceptos. Estas relaciones se expresan en argumentos; un razonamiento es todo argumento suficientemente fundado que dé razón o justifique una propiedad” (Rico, 1995).

“El razonamiento es una red que hace parte de los actos de comprensión, a su vez, cada uno de los actos de comprensión está acompañado del razonamiento” (Sierpiska, 1994).

“El razonamiento está asociado a la adquisición del significado de conceptos y procedimientos matemáticos que se desarrollan a través de espacios donde la explicación, la justificación y la conjetura son las herramientas que posibilitan su desarrollo” (NCTM¹,1991).

“El razonamiento está asociado a la comunicación y resolución de problemas. Se entiende como actos en los cuales el estudiante justifica, conjetura y predice” (MEN², 1998).

“Cualquier proceso que permita sacar nueva información de información dada se considera un razonamiento. Está referido a los procesos discursivos internos o externos para nombrar, discurrir o argumentar y a la organización deductiva de proposiciones, definiciones, etc., a partir de una teoría” (Duval, 1998).

En la misma dirección de lo expresado en los párrafos recién citados, Montenegro (2003), indica algunas de las actividades matemáticas que implican razonar:

- Explicar por qué
- Explicar cómo
- Encontrar ejemplos
- Encontrar relaciones
- Formular hipótesis
- Hacer predicciones

¹ National Council of Teachers of Mathematics

² Ministerio de Educación Nacional (Colombia)

En el juego propuesto en general el estudiante llevará a cabo estas acciones de forma interna, para sí mismo, y podrá verificar la validez de sus propuestas al interactuar con el aplicativo.

Sobre el razonamiento, Castillo, (2011) afirma:

Las investigaciones actuales consideran que el razonamiento humano tiene una naturaleza pragmática. Es decir, hay una serie de variables como son el contenido de los enunciados, su relación con el mundo empírico, el conocimiento que dicho contenido evoca en el sistema de creencias de los sujetos, el contexto, etc., que parecen modular la interpretación de las premisas y la inferencia generada. Estas variables pueden influir sobre el razonamiento facilitando o no la ejecución correcta. (p. 39).

Se hace referencia a este planteamiento porque el autor del presente trabajo considera que la forma en que es presentado el Juego de Vida, como analogía a una población de organismos, facilita la comprensión del juego y el consecuente desarrollo de las actividades propuestas. El contenido de los enunciados facilitará dar respuesta a las preguntas que demandan razonamiento deductivo, sobre el que más adelante se harán algunas observaciones.

3.6.1. ¿Qué significa razonar dentro del contexto del Juego de Vida de Conway?

Adaptando³ al tema que motiva este texto lo expuesto por Samper, Camargo y Leguizamón (2003, p. 25) sobre el significado de razonar en geometría, a continuación se muestra qué se entenderá acá acerca de razonar dentro del contexto del Juego de Vida:

- Poder establecer relaciones entre conceptos del juego (celda, vecindad, reglas para nacimientos, etc.) e información conocida sobre el mismo.

³ Se toman textualmente los planteamientos de las autoras, pero se cambian por *Juego de Vida* o *juego* las referencias a *geometría* o conceptos o términos relacionados con ella.

- Argumentar con razones fundadas acerca de una propiedad, relación o situación del juego.
- Entender los distintos elementos que conforman una teoría o disertación sobre el Juego de Vida.
- Dar significado a los conceptos y procedimientos sobre el juego.
- Comunicar, de forma convincente, los resultados de indagaciones acerca del Juego de Vida.

3.6.2. La investigación como forma de poner en práctica el razonamiento

Para poner en práctica el razonamiento a través del Juego de Vida de Conway, acá se considera importante retomar y adaptar lo planteado por Samper, Camargo y Leguizamón (2003) sobre la investigación en geometría:

Investigación: Se refiere a actividades en donde se indaga acerca de relaciones entre objetos geométricos y sus propiedades, con miras a dotar de significado los conocimientos geométricos a partir del establecimiento y justificación de conjeturas. (p. 26)

Acá la investigación se referirá al conjunto de actividades en las que se indaga acerca de las relaciones entre elementos del Juego de Vida y la evolución y propiedades de diferentes configuraciones, con el objetivo de afianzar el conocimiento del juego y sus variantes a partir del análisis de sus reglas.

3.6.2.1. Tipos de actividades que favorecen la investigación

Samper, Camargo y Leguizamón (2003) expresan:

Claramente algunos alumnos asumieron una actitud investigativa, pero ¿cómo lograr que todos lo hagan? ¿Cómo investigan los estudiantes? ¿Qué diferencias existen en las formas de proceder? ¿Qué tipos de situaciones invitan a la investigación?

A este respecto, Balcheff (2000) caracteriza dos tipos de trabajo: *situaciones de decisión* o actividades, en las cuales se invita a la construcción de conjeturas con el fin de diseñar una estrategia a seguir en la resolución de una situación problema y *situación de validación* o actividades en las cuales el alumno socializa sus explicaciones acerca de una afirmación, un paso en el camino a lo que es la demostración.

En las *situaciones de decisión* no se exige una prueba explícita de por qué funciona la estrategia elegida, pero hay razonamiento hipotético deductivo. Los procesos lógicos y semánticos son herramientas para la producción de proposiciones, pero no para la producción de pruebas de proposiciones.(p. 94-95)

Más adelante, Samper, Camargo y Leguizamón (2003) continúan:

Por su parte, las *situaciones de validación* exigen procesos de prueba que no son equivalentes a los procesos de producción de demostraciones, como tradicionalmente se han entendido, ya que no necesariamente exigen una secuencia de afirmaciones construidas dentro de un sistema axiomático deductivo, (...). Los procesos de prueba no se dan en toda actividad matemática de los estudiantes y no toda situación didáctica propuesta a los alumnos exige tales procesos. Los procesos de validación exigen la toma de decisión y la construcción de una prueba explícita, entendida en el sentido propuesto por Duval. (p. 96)

3.6.2.2. Formas de abordar la investigación

Samper, Camargo y Leguizamón (2003) explican:

Balacheff (2000) distingue dos tipos de proceder al investigar: en forma *pragmática o intelectual*. En el primer caso, los estudiantes recurren a la acción u ostensión sobre una figura para establecer o justificar conjeturas. Se fundamentan en observaciones y construyen razones personales o grupales para tener confianza en ellas. Este proceso tiene un carácter singular, pues los estudiantes se centran en casos particulares, suministrando elementos contingentes que pueden ser precisos e imperfectos.(...) En el segundo caso, los estudiantes se apoyan en propiedades y relaciones geométricas [acá serán las reglas del juego]. El proceso se fundamenta en la toma de conciencia del carácter genérico de las situaciones consideradas. Los estudiantes se alejan de acciones específicas que dan solución a casos particulares y del proceso de solución, para convertir el conocimiento en objeto de reflexión y discusión. Para ello hacen uso del lenguaje formal. (p. 97)

3.6.2.3. Tipos de razonamiento en la actividad de investigación

Samper, Camargo y Leguizamón (2003) se refieren a este aspecto:

Dentro de las formas de proceder, al abordar una investigación, Balacheff (2000) distingue diferencias que lo llevan a hacer una clasificación más fina del razonamiento utilizado, en los siguientes tipos: empirismo ingenuo, experiencia crucial, ejemplo genérico y experiencia mental. (p. 99)

De acuerdo con lo expuesto por Samper, Camargo y Leguizamón (2003), el *empirismo ingenuo* se basa en el establecimiento de conjeturas a partir de ciertos casos particulares. En la *experiencia crucial* “se consolida una conjetura porque se escoge un caso, con características extremas, en el cual se verifica que ésta se cumple” (Samper et al., 2003, p. 100). Mediante el *ejemplo genérico* “se produce una conjetura y se llega a la validez de ésta después de estudiar un caso que se supone representativo de la clase.” (Samper et al., 2003, p. 101). Finalmente, en la *experiencia mental*, “se produce una conjetura y se afirma la validez de ésta interiorizando la acción, separándola de las ejecutorias sobre un representante particular.” (Samper et al., 2003, p. 104). Las mismas autoras continúan su disertación sobre esta última forma de razonamiento:

Las operaciones y relaciones con las cuales se inicia la prueba, no se derivan de la experiencia práctica sobre un objeto, sino del conocimiento de las definiciones, postulados y teoremas; se sustituye la observación por la razón para fundamentar la verdad y el conocimiento. (Samper, Camargo y Leguizamón, 2003, p. 104)

Se pasa ahora a considerar el tipo particular de razonamiento en el que se basa este trabajo.

3.6.3. El razonamiento deductivo

Juárez (1995, p. 16) indica sobre el razonamiento deductivo:

“Es un proceso mediante el cual, a partir de consideraciones o premisas generales o universales, se obtiene como conclusión proposiciones menos generales o particulares, por ejemplo: los humanos razonan, los niños son humanos, por lo tanto, los niños razonan (...) La conclusión *los niños razonan* se infiere a partir de proposiciones aparentemente verdaderas (Evans, 1982 y 1989) y comprende la información explícita de las premisas, por lo que en ningún caso la conclusión es más general que las premisas”.

Samper, Camargo, Leguizamón, C. (2003), plantean la siguiente observación acerca del razonamiento deductivo:

Dentro de las metas de la matemática escolar, siempre se ha contemplado el desarrollo del pensamiento deductivo, con miras a alcanzar niveles de razonamiento que permitan, a los niños y jóvenes, interpretar fenómenos de la vida cotidiana y de las ciencias, resolver problemas, construir justificaciones coherentes y socialmente válidas, generar cultura de la argumentación y, eventualmente, realizar demostraciones formales en el campo de la matemática. (p. 14)

3.6.4. Relación entre la lógica y el razonamiento

Puesto que en el software se plantean actividades tendientes a poner en práctica el razonamiento deductivo, el presente trabajo se apoya en las argumentaciones de Gilbert Harman, citado por varios autores:

Engel (2006) plantea:

Harman concluye que la lógica, como una teoría de la validez, no juega un rol especial para explicar el razonamiento. Es meramente “un cuerpo de verdades”, una ciencia, como física o química (Harman [1984], 109). Como tal, no es normativa, no nos dice algo acerca de lo que podríamos o deberíamos creer. (p. 222)

Por otro lado, Schechter expone lo siguiente:

El razonamiento deductivo debe ser distinguido de la lógica. El razonamiento deductivo es un proceso psicológico. En contraste, la lógica no describe un proceso psicológico. La lógica es la teoría abstracta de la relación que especifica qué sigue de qué [qué se puede inferir de qué].

Mientras que la lógica no provee una teoría descriptiva del razonamiento, es ampliamente aceptado que hay una conexión normativa entre lógica y razonamiento. No obstante, ha sido difícil articular con precisión esta conexión. Sobre una simple proposición, los pensadores [razonadores] deberían inferir las consecuencias lógicas de sus opiniones y no deberían sostener [tener cabida, tener, retener, mantener] opiniones lógicamente inconsistentes. Sin embargo, Gilbert Harman y otros han mostrado muchos argumentos contra esta proposición. (p.2)

Lo anterior es congruente con lo expuesto por Duval(2004, p. 188):

En primer lugar, la validez de un razonamiento depende del respeto de las reglas que rigen la organización de las proposiciones entre sí, y no del contenido de las proposiciones. Ahora bien, se ha comprobado que el conocimiento de estas reglas sensibiliza muy poco para el reconocimiento del carácter válido o no de un razonamiento, de la misma manera como el conocimiento de las reglas gramaticales no ayuda a que la mayoría de los alumnos escriban correctamente o que tengan menos fallas de ortografía. Un razonamiento no válido no prueba nada, sin embargo, puede convencer; al mismo tiempo, y con frecuencia, ¡un razonamiento válido no convence!.

En las aproximaciones psicológicas los trabajos de investigación chocan con la aparente oposición entre un funcionamiento “natural” del razonamiento, comandado por las representaciones de los sujetos, y un funcionamiento “lógico”, comandado por las reglas de validez. Sea que traten uno u otro de los modos de funcionamiento, las investigaciones no han logrado poner en evidencia procesos cognitivos comunes entre ellos.

Después de unas cuantas líneas, Duval (2004, p. 189) se refiere “a un error teórico común de entrada: asumir como idénticos el funcionamiento cognitivo de un razonamiento, así como la comprensión de su validez, y la aplicación ‘espontánea’ de leyes lógicas canónicas particulares a una forma con un contenido arbitrario”.

Más adelante Duval (2004, p. 189) expresa:

La aparente oposición entre un funcionamiento “natural” del razonamiento que estaría comandado por las representaciones del sujeto, y un funcionamiento “lógico” comandado por las reglas de validez, parece pues encerrar en un dilema toda investigación sobre el funcionamiento y el aprendizaje del razonamiento: estudiar lo uno no conduce más que a constatar la no pertinencia de lo otro.

Se parte de estas consideraciones solo para aclarar que en este trabajo no se considera el razonamiento deductivo como sinónimo de conocimiento o aplicación estricta de reglas de inferencia de la lógica formal. Respecto al software que se propone, son el contenido de los enunciados, el limitado número de conceptos tratados y su similitud con entes y situaciones familiares los que hacen suponer que los estudiantes podrán abordar las cuestiones planteadas.

Siendo un software el producto final principal propuesto en este trabajo, las siguientes observaciones son necesarias.

3.7. Sobre el software educativo

Se han tomado ciertas decisiones acerca del tipo de interactividad permitido por el software y se ha optado por reducir la confirmación que da el mismo acerca de si las respuestas del estudiante son o no correctas. También se tiene ciertas expectativas en cuanto a los procesos que se generen con el uso del aplicativo, Se exponen ahora algunas consideraciones que sustentan tales decisiones y expectativas, tomadas de Squires y McDougall (1997, p. 99).

Algunos supuestos tipos de software educativo, que presentan las pantallas más interesantes y estimulantes cuando se da una respuesta incorrecta, ponen de manifiesto la falta de conocimientos sobre los orígenes teóricos del enfoque conductista que inconscientemente adoptan. Con tales programas, se corre el riesgo de que el niño propenso al error reciba poca o ninguna ayuda para solucionar el problema y llegue a asociar la sucesión de acontecimientos más interesante de por sí con determinadas respuestas erróneas, situación completamente en desacuerdo con la formulación original del condicionamiento operante. (Citando a Sewell, 1990, pág 99)

La siguiente tabla muestra las consideraciones acerca de la interacción del estudiante con el software desde las perspectivas conductista y constructivista (Squires y McDougall, 1997, p. 101).

	Conductismo	Constructivismo
Control del aprendizaje	Poco o ningún control; se considera a los aprendices como consumidores pasivos.	Niveles significativos de control, considerándose a los aprendices como participantes activos con un objetivo.
Complejidad Referida a los contenidos y a los procesos	Material muy estructurado, presentado en formatos sencillos y en pequeñas fases, para maximizar la oportunidad de devolver información de contenido positivo sobre los contenidos.	Material típicamente complejo, que permite diversidad de contenidos que hay que tener en cuenta y un conjunto de procesos para poner en práctica.
Desafío	Recompensas artificiales, en forma de premios extrínsecos, como la presentación de ilustraciones atractivas o la utilización de sonidos.	Recompensas intrínsecas obtenidas por la finalización satisfactoria de tareas complejas.

Tabla 1. Interacción estudiante-software (perspectivas conductista y constructivista)

En la misma fuente se advierte que el conductismo y constructivismo puros son dos extremos radicales entre los cuales hay todo un conjunto de teorías y visiones del aprendizaje. De este modo, en general será erróneo clasificar un software como conductista o constructivista, pues en general se tomarán elementos de ambas teorías del aprendizaje. Asimismo, la clasificación dentro de una u otra teoría no es mala o buena por sí misma, sino que depende de los objetivos de aprendizaje que se pretenda alcanzar.

Por otro lado, además del aprendizaje particular del tema planteado (el Juego de Vida), son de interés las dinámicas de discusión e interacción (entre pares y de estos con el profesor) suscitadas por el software. Sobre este aspecto, se retoman algunas citas que aparecen en la misma fuente (Squires y McDougall, 1997, p. 86, 88 y 89):

Los profesores que utilizan el ordenador como medio que los estudiantes pueden manipular individualmente o en pequeños grupos descubren que sus estudiantes participan de manera más activa en el aprendizaje y piensan más que durante las clases magistrales tradicionales. Esos

profesores utilizan los ordenadores para dar más responsabilidad a sus alumnos respecto a su propio aprendizaje. Los estudiantes pueden trabajar a su propio ritmo y se expresan mejor. (Ota, 1988, pág. 91-92)

En general, estoy impresionado por la forma en que abordaban los problemas, a menudo de manera lógica. Permanecían trabajando sobre su tarea aunque nadie los vigilase. Aunque se encontraran con problemas frustrantes, mantenían su entusiasmo. Cooperaban entre ellos y su enfoque de la tarea era “abierto”, en la medida en que utilizaban las indicaciones de los demás y estaban dispuestos a cuestionar las explicaciones de otros, pidiéndoles aclaraciones. (Marchant, 1988, pág. 247-248)

Las clases orientadas al aprendizaje asistido por ordenador provocan (o se traducen en) mayor trabajo individual y de grupo, mayor libertad para que el profesor dialogue en vez de instruir, mayor seriedad en las peticiones y en las preguntas abiertas, más diálogo relativo a la tarea entre los estudiantes, más enunciados, desarrollo y comprobación de hipótesis. (Reid, 1985, pág. 188)

El diálogo entre alumnos que se desarrolla cuando un pequeño grupo de estudiantes utiliza una unidad de aprendizaje asistido por ordenador, no se limita al tiempo pasado ante el teclado, sino también en la fase de “preparación de los datos” y durante el análisis de los resultados. Este tipo de diálogo se considera especialmente beneficioso cuando se estimula a los alumnos para que elaboren y pongan a prueba sus hipótesis y cuando se les anima a “explicar” sus ideas a los demás. El “habla del alumno” constituye solo una pequeñísima parte de la clase “normal” y su incremento puede suponer un cambio importante, desde el punto de vista educativo, en la estructura de la clase. (Chatterton, 1985, pág. 92-93)

Hasta acá el marco teórico que sustenta lo propuesto en este documento. En lo que sigue, se describirá la propuesta.

4. EL APLICATIVO CREADO

Dada la sencillez de las reglas del juego, y al mismo tiempo la riqueza, complejidad e imprevisibilidad que en general presentan las configuraciones que plantea el jugador, así como la amplia, variada y original producción matemática de su autor, John Horton Conway, se propone un software en que el usuario puede:

- Explorar e interactuar con el juego original y con más de 600 patrones ya estudiados.
- Conocer cuatro variantes particulares del juego y experimentar con muchas otras, al cambiar, a su predilección, las reglas de transición y la definición de vecindad.
- Contar con datos históricos generales sobre el Juego de Vida y su autor.
- Realizar actividades de razonamiento deductivo que permiten verificar su comprensión del juego original y del efecto de la modificación de algunas de las reglas.

En lo que sigue se describen con más detalle las características del software.

4.1. Requerimientos técnicos

4.1.1. Para acceder al programa

Hay dos alternativas para utilizar el aplicativo: a través de Internet (modo recomendado), visitando life-oheredia.webcindario.com, o almacenándolo en el computador donde se vaya a utilizar. En ambos casos se requiere disponer, como mínimo, de un computador con

procesador Pentium 4, de 2,8 GHz y memoria RAM de 2 GB. En el segundo, no se requiere instalación alguna, sino correr el ejecutable, y, además, contar con 200 MB de capacidad de almacenamiento y unidad de CD o entrada USB para trasladar al equipo los archivos del software.

Se recomienda hacer uso de la aplicación a través de Internet, porque de este modo hay dos ventajas:

- Acceso a la versión más actualizada de la misma, si acaso se realizara alguna modificación.
- Las funciones de guardado y recuperación de patrones permitirían ver todos los que se hayan almacenado en el computador utilizado, pues se guardarían siempre en la misma ubicación del mismo. Por el contrario, cuando el software se graba en el equipo, y se cambia su nombre o ubicación, se deja de tener acceso a los patrones grabados previamente, pues también cambiaría el lugar (ruta de memoria) en que son guardados. Ese lugar está predeterminado por Flash cuando se usan objetos compartidos (Shared Objects), que fueron los utilizados para guardar los patrones, de modo que no fuera necesario acudir a bases de datos.

4.1.2. Para interactividad

Se requiere contar con parlantes, y ratón (mouse) para interactuar con el programa.

El software será correctamente visualizado en pantallas de por lo menos 800x600 pixeles.

4.2. Interfaz

Se confía en que su uso sea intuitivo. En general es así, una vez se conocen las reglas del juego.

Las siguientes son algunas características generales de la interfaz.

4.2.1. Disposición de los elementos

Se procuró que haya uniformidad en la organización de los elementos del aplicativo, en orden de facilitar la navegación y la familiarización del usuario con el software.

4.2.2. Diferentes páneles

Dependiendo de la sección, se pueden activar ciertos paneles que permiten suministrar o acceder a información, modificar la situación del tablero de juego, o algún otro tipo particular de función.

4.3. Secciones y navegación

Hay seis secciones principales dentro de la aplicación, a saber

- Ingreso
- Introducción
- Exploración
- Patrones
- Actividad Próxima Generación
- Variantes

Se navega a través de ellas por medio del menú ubicado hacia la esquina superior derecha. En el costado derecho de cada sección hay botones que permiten acceder a explicaciones sobre el funcionamiento de la misma y acerca del tema tratado en ella.



Ilustración 21. Muestra de menú de navegación entre secciones, y botones de explicaciones

A continuación se describen más detalladamente las diferentes secciones.

4.3.1. Ingreso

Se accede a esta sección una sola vez, en cada puesta en marcha de la aplicación. No se puede volver a ella a menos que se cierre y se vuelva a ejecutar el programa. Tiene por objeto recoger los datos de *nombres* y *apellidos* del estudiante, para que no sea necesario volverlos a digitar cada vez que se guarde un patrón.



Ilustración 22. Pantalla de ingreso

4.3.2. Introducción

En esta parte se explica la navegación y manejo general del aplicativo. Sin embargo, en cada sección aparece una explicación adicional, de acuerdo con su contenido y funcionamiento particular.



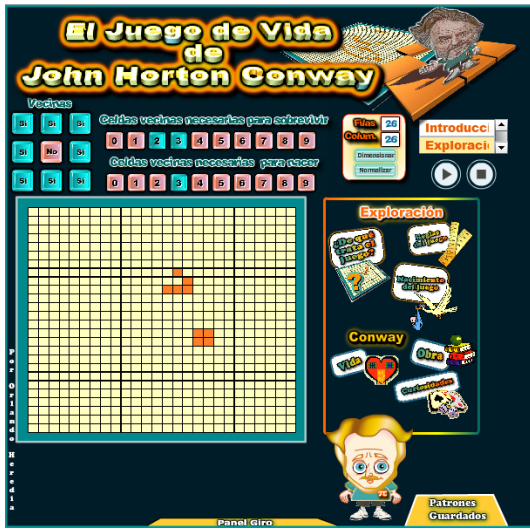
Ilustración 23. Pantalla de introducción

4.3.3. Exploración

En esta sección el estudiante puede ejecutar el juego –con las reglas originales dadas por Conway-, además de apreciar información sobre el mismo y la vida y obra de su autor. Puede, también, modificar las dimensiones del tablero, guardar los patrones creados y apreciar los que se hayan sido guardados previamente en la misma computadora.



Ilustración 24. Sección de Exploración



a. Tablero normal



b. Tablero girado

Ilustración 25. Muestra de giro del tablero

4.3.4. Patrones

En esta sección se pueden ver más de 600 patrones creados (o descubiertos) desde que el juego fue dado a conocer en 1970. Debido a su complejidad, buena parte de ellos no surgen de manera natural durante la evolución de una configuración dada al zar, y han requerido de un estudio especializado para ser descubiertos. Evidencian, además, la riqueza del juego y hasta qué punto ha despertado el interés de las personas.

Hay un botón deslizante que permite cambiar el tamaño de cada patrón. El panel *Descripción patrón* contiene información sobre su autor y una caracterización breve.

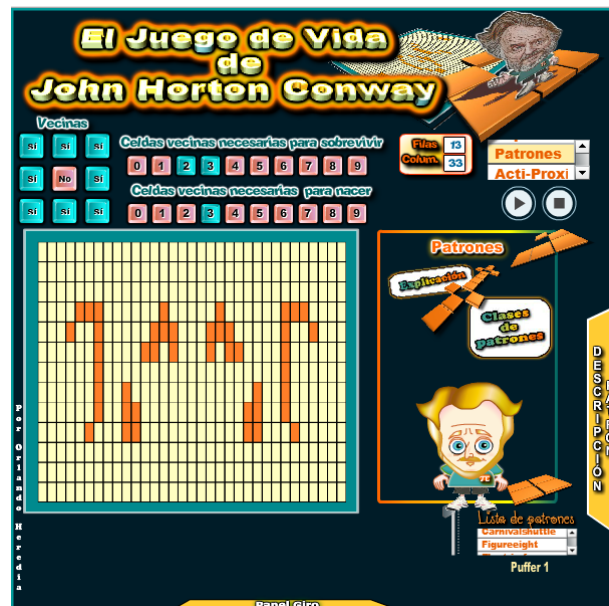


Ilustración 26. Sección de patrones

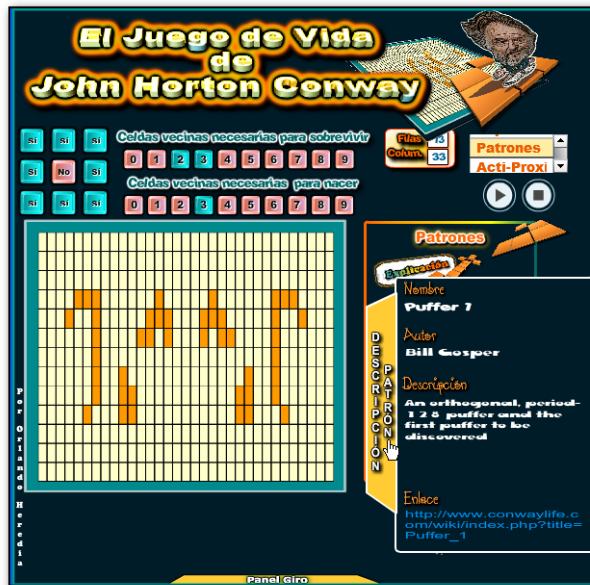


Ilustración 27. Activación del panel Descripción de patrones

Los patrones fueron tomados del portal Conway Life. Se encontraron tres formatos de codificación que facilitan su implementación. Se escogió como punto de partida el formato *CELLS*, en el que las celdas activas se representan con O mayúscula y las inactivas, con puntos. En la siguiente figura se ve un ejemplo, con el archivo correspondiente al deslizador (glider).

```

1 !Name: Glider
2 !Author: Richard K. Guy
3 !The smallest, most common, and first
  discovered spaceship.
4 !www.conwaylife.com/wiki/index.php?title=Gli
  der
5 .O
6 ..O
7 OOO
8

```

Ilustración 28. Código original de patrón, en formato CELLS

Se comenzó con el archivo *CELL* de cada uno de los patrones seleccionados y luego se pasó a formato *XML*. La estructura *XML* y las macros de Word para modificar el documento *CELL* fueron invención del autor del presente trabajo.

```

1 <patron>
2
3
4 <nombre> Glider</nombre>
5 <autor> Richard K. Guy</autor>
6 <descripcion tipo="" micomentario="">The
  smallest, most common, and first
  discovered spaceship.</descripcion>
7 <enlace>www.conwaylife.com/wiki/index.php?t
  itle=Glider</enlace>
8 <lineas>
9 <linea>.0</linea>
10 <linea>..0</linea>
11 <linea>000</linea>
12
13 </lineas>
14 </patron>

```

Ilustración 29. Código de patrón adaptado a formato XML

Es propicio comentar que ActionScript 3.0 hace totalmente amable el manejo de documentos XML, comparado con su antecesor, ActionScript 2.0.

4.3.5. Actividad Próxima Generación.

En ella se debe determinar cuál será la próxima generación de una configuración dada al azar por el sistema.

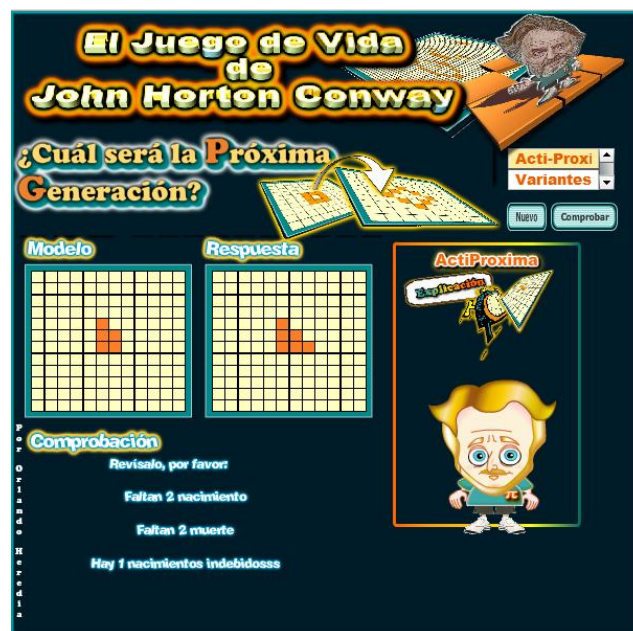


Ilustración 30. Sección “Próxima Generación.”

4.3.6. Variantes

Sección en la que el usuario puede interactuar con el juego, con la posibilidad adicional de modificar la definición de vecindad y las reglas de transición, en cuanto al número de celdas vecinas vivas necesarias para nacimientos y supervivencia. Se puede realizar una exploración libre al respecto, pero también se sugieren cuatro variantes particulares, seleccionadas entre otras ya conocidas y estudiadas tanto por matemáticos aficionados como profesionales, debido a que presentan algún aspecto específico no observable en el Juego de Vida, que puede resultar llamativo o interesante. Es, con todo, una selección basada en criterios subjetivos, y restringida por la necesidad de limitar la extensión del trabajo.



Ilustración 31. Interacción con variante del Juego de Vida.

En la sección “Variantes” aparece el botón “Reto-Vida”, que conduce a un pequeño conjunto de preguntas sobre el Juego de Vida. Tales preguntas, junto con las explicaciones disponibles en todo el aplicativo, son las que principalmente le dan su carácter de recurso educativo, y representan la mayor novedad de la propuesta frente a otras implementaciones del juego que se pueden encontrar en Internet.

4.4. Lenguaje utilizado

Entendiendo el lenguaje como cualquier forma de expresión, se pueden destacar en la aplicación tres medios para transmitir la información: a través de audio, texto e imágenes.

Como características generales del lenguajes utilizado, cabe destacar:

- Se evita el uso de expresiones rebuscadas y se procura explicar todos los términos técnicos.
- Los textos están segmentados en unidades cortas, para que su lectura no resulte fatigosa.
- Las imágenes tienen varias funciones: aclarar la información textual, ayudar a descansar la vista, enriquecer la estética de la interfaz, romper la monotonía visual y hacer más atractivo el contenido.
- En general, toda la información se presenta tanto de forma textual como auditiva, y se acompaña de ciertas imágenes, con la intención de reforzar los mensajes a través de diferentes canales de comunicación, y apoyar a las personas en situación de discapacidad auditiva o visual.
- Se recurrió a las rimas para algunos apartes de las explicaciones sobre el Juego de Vida y la biografía de Conway. Esto, para hacer hacer más atractiva la información, también como estrategia mnemotécnica y por el gusto de tener un producto final que no solo cumpla con los objetivos propuestos en el trabajo, sino que también refleje parte de la personalidad y creatividad del que aquí escribe.
- Con las modificaciones de voz de los audios se pretende romper la monotonía que podría suponer escuchar todo el tiempo la voz de un misma persona.

4.5. La interactividad

Como aspecto diferenciador entre el software educativo en general y otros medios de instrucción, es un elemento que se ha cuidado mucho en la aplicación.

La interactividad se ve presente en los siguientes aspectos:

- La posibilidad de girar, desplazar, acercar y alejar el tablero, a gusto del usuario.
- La navegación libre por las diferentes secciones. Esto guarda dentro de sí una visión del aprendizaje en la que se da importancia a la exploración, la motivaciones y tiempos particulares del aprendiz. Sin embargo, las explicaciones mismas evidencian que se cree en la necesaria presencia física o virtual de una fuente experta que oriente el aprendizaje.
- El usuario puede seleccionar qué patrones ver y si revisa o no información sobre ellos.
- Reproducción y detención de las explicaciones, en el momento que se considere necesario.
- Modificación de la definición de vecindad, de las dimensiones del tablero y de las reglas para nacimientos y supervivencia.
- Establecer la población inicial del juego. Además, para observar la próxima generación es necesario que se pulse cada vez el botón PLAY correspondiente, a diferencia de otras implementaciones del juego en que se puede activar su evolución automática.

4.6. La accesibilidad

Es un aspecto que desde el comienzo se consideró muy importante. Dado que el atractivo del juego se percibe principalmente a través de la visión, son muchas las dudas del autor de este trabajo acerca de cuánto interés podría despertar el Juego de Vida en personas en condición de discapacidad visual. Sin embargo, es muy probable que, si bien podrían no disfrutar plenamente de los patrones que se pueden observar, sí puedan abordar las cuestiones propuestas en las actividades, una vez se familiaricen con las reglas de juego, dado que, más que el análisis de imágenes, las preguntas requieren el análisis de las reglas de transición y la definición de vecindad.

Con todo, como ya se anotó líneas antes, se procuró que las explicaciones e información se dieran por lo menos por tres canales: textual, auditivo y mediante imágenes.

Se deben establecer mejoras en la tabulación, para que el uso del software sea más cómodo para las personas que puedan presentar inconvenientes en el manejo del mouse.

4.7. Proceso de creación

Como herramienta de desarrollo del aplicativo se decidió utilizar Adobe Flash, y su lenguaje de programación ActionScript 3.0, por permitir gran interactividad, riqueza y atractivo visual, incorporación de diversos recursos, comunicación con archivos externos y productos finales livianos que, además, pueden incorporarse a una página web.

Como solo se tenía experiencia con el lenguaje de programación ActionScript 2.0 de Adobe Flash, antes de plantear el anteproyecto se hicieron pruebas para ver si se podría trabajar con la versión 3.0, que ofrece la posibilidad de transformaciones 3D, mayor facilidad de manipulación de documentos XML y un mejor rendimiento, entre otros aspectos. Por la misma inexperiencia con el nuevo modelo de programación, durante todo el proceso de desarrollo del software fue frecuente la consulta de varios manuales e información en Internet sobre ActionScript 3.0 y cómo conseguir ciertas funcionalidades.

El primer paso en el desarrollo del aplicativo consistió en lograr que el juego funcionara, esto es, que se pudiera dar una configuración inicial y ver su evolución. Después se trabajó en la interacción con algunas variantes, mediante la modificación de las definiciones de vecindad y de las reglas de transición. Una vez se consiguieron estos objetivos, se tuvo confianza en lograr la funcionalidad de las actividades y características finales de la aplicación.

Al avanzar en la revisión de información sobre el juego y su autor, se vieron más posibilidades en cuanto al contenido y las actividades, y sobre el justo y necesario reconocimiento que se debía hacer a John Horton Conway por su obra, su actitud hacia las matemáticas y la docencia, y por su particular personalidad.

Gran parte del tiempo -quizá la mayoría- se dedicó a hacer pruebas acerca de la funcionalidad y elementos que se deseaba incluir. También a descubrir y corregir errores.

El establecimiento y revisión del marco teórico que sustenta el trabajo permitió ajustar y delimitar la propuesta, reconocer su potencial y limitaciones, y establecer posibles líneas de investigación futuras.

Algunos fallos con el computador del autor de este trabajo, y las dificultades que tuvo para instalar Flash CS6 en otra máquina, hicieron necesario terminar algunas de las explicaciones de la aplicación usando una versión más antigua de Flash, lo que obligó a retomar ActionScript 2.0 y leer manuales al respecto.

5. LAS ACTIVIDADES

Como se mencionó en la justificación, la presente propuesta tiene por objeto un enfoque diferente en el estudio del Juego de Vida, centrado en la forma como un estudiante comprende y analiza el juego y los términos asociados (vecindad, reglas, patrón, etc.).

Es necesario tener en cuenta que, en general, en cada actividad y pregunta propuesta en el aplicativo es necesario que el usuario realice dos procesos:

- Un proceso analítico sobre cada celda de cierta configuración, consistente en la identificación de vecindades, de los estados de sus celdas y en la recordación y aplicación de las reglas del juego.
- Un proceso de visualización ⁴en el que se crea una imagen de lo que sucederá en la próxima generación con la configuración analizada, vista como un todo.

Esto se puede relacionar con cierto planteamiento de Godino, Cajaraville, Fernández y Gonzato (2011) que se reproduce textualmente a continuación, junto con el esquema que tales autores proponen:

En consecuencia, la configuración de objetos y procesos asociados a una práctica matemática estará formada usualmente por dos componentes, uno visual y otro analítico, los cuales se apoyan sinérgicamente en la solución de la tarea correspondiente (figura 6).

⁴ Cabe notar que como definición de visualización acá se retoma la siguiente:

"La visualización es la habilidad, el proceso y el producto de la creación, interpretación, uso y reflexión sobre retratos, imágenes, diagramas, en nuestras mentes, en el papel o con herramientas tecnológicas, con el propósito de representar y comunicar información, pensar y desarrollar ideas previamente desconocidas y comprensiones avanzadas". Arcavi (2003, p. 217, citado por Godino, Cajaraville, Fernández y Gonzato, 2011).

El componente visual puede desempeñar un papel clave en la comprensión de la naturaleza de la tarea y en el momento de formulación de conjeturas, mientras que el componente analítico lo será en el momento de generalización y justificación de las soluciones. El grado de visualización puesto en juego en la solución de una tarea dependerá del carácter visual o no de la tarea y también de los estilos cognitivos particulares del sujeto que la resuelve, como han puesto de manifiesto diversas investigaciones (Krutestkii, 1976; Presmeg, 1986; Pitta-Pantazi y Christou, 2009).



Sinergia entre configuraciones visuales y analíticas

(Godino, Cajaraville, Fernández y Gonzato, 2011, p. 18)

Esquema 1. Componentes visual y analítico en la práctica matemática

Como se ha expuesto, en el Juego de Vida se observan diferentes patrones (osciladores, naves, etc.), constituidos por conjuntos de celdas que parecen conformar una figura única, que, en general, evoluciona en el tiempo. Sin embargo, las reglas se aplican a celdas individuales, no al patrón como unidad. En general, no se puede predecir o caracterizar el comportamiento de una configuración viéndola como un todo, sino aplicando las reglas a cada una de las células que la conforman –una por una–.

De lo anterior resulta que, entre los procesos analítico y de visualización involucrados en el desarrollo de cada actividad, sea el primero el que cobre mayor importancia. Es el que principalmente se aplica en las actividades y sobre el que se hace énfasis a lo largo del trabajo, a veces implícita, otras, explícitamente. En él se basan las preguntas planteadas en el software. Tales preguntas son el centro fundamental de la presente propuesta.

Con lo que se acaba de exponer, y dado también el interés particular en hacer énfasis en el razonamiento deductivo, la visualización no es abordada como parte del estudio, pero

podría ser considerada en uno posterior, como se sugiere en las conclusiones, en el apartado correspondiente a posibles formas de extender este trabajo.

Aclarado lo anterior, a continuación se analizan las tareas propuestas en el software.

5.1. Tipos de actividades

Las preguntas planteadas son de cuatro tipos:

5.1.1. De exploración

Se dividen en dos clases:

- Libre o autónoma
- Guiada

Se explora el Juego de Vida, varios de los más representativos patrones que se pueden presentar dentro de él, variantes del juego e información sobre estos aspectos y la vida y contribuciones de John Horton Conway.

5.1.2. De comprensión básica del juego original

Se trata de la ya mencionada actividad “Próxima Generación”, en la que se propone una configuración sencilla, que en general no constará de más de seis celdas. Se debe mostrar cuál será la población en el siguiente tic de tiempo.

5.1.3. Propositivas

En estas el estudiante debe proponer reglas, configuraciones o un procedimiento para llegar a determinado resultado.

Se han dividido en cuatro tipos, a saber:

- **Tipo E RTP.** Encontrar Reglas para Toda Población, de modo que cualquier configuración presente cierto comportamiento.
- **Tipo ERDP.** Encontrar Reglas para Determinada Población, de forma que ella, pero no cualquier otra configuración, se comporte de cierta manera.
- **AQ.** Añadir o Quitar celdas, para que una configuración adopte cierto comportamiento.
- **EP.** Encontrar una Población que, bajo ciertas reglas, se comporte de una determinada manera.

No hay retroalimentación. Simplemente el estudiante podrá comprobar por sí mismo si los resultados coinciden con lo que planteó.

Por otro lado, son pocas las preguntas planteadas, pero evidencian la forma como el Juego de Vida puede ser utilizado para generar preguntas de razonamiento deductivo. En ese sentido, se espera que el docente o el estudiante que utilice el software cree sus propias preguntas.

Las siguientes son algunas de las preguntas que el usuario podría plantear para ir más allá de las propuestas en el aplicativo:

- ¿Qué comportamiento se espera con la regla **/N0123456789**?
- ¿Qué comportamiento se espera con la regla **S1/N0**, si solo se considera vecina la misma celda?
- ¿Qué comportamiento se espera con la regla **S123456789**?
- A partir de las reglas de transición y la definición de vecindad mostrada, ¿cuál será la próxima generación?
- ¿Cuál pudo ser una configuración anterior a la mostrada?

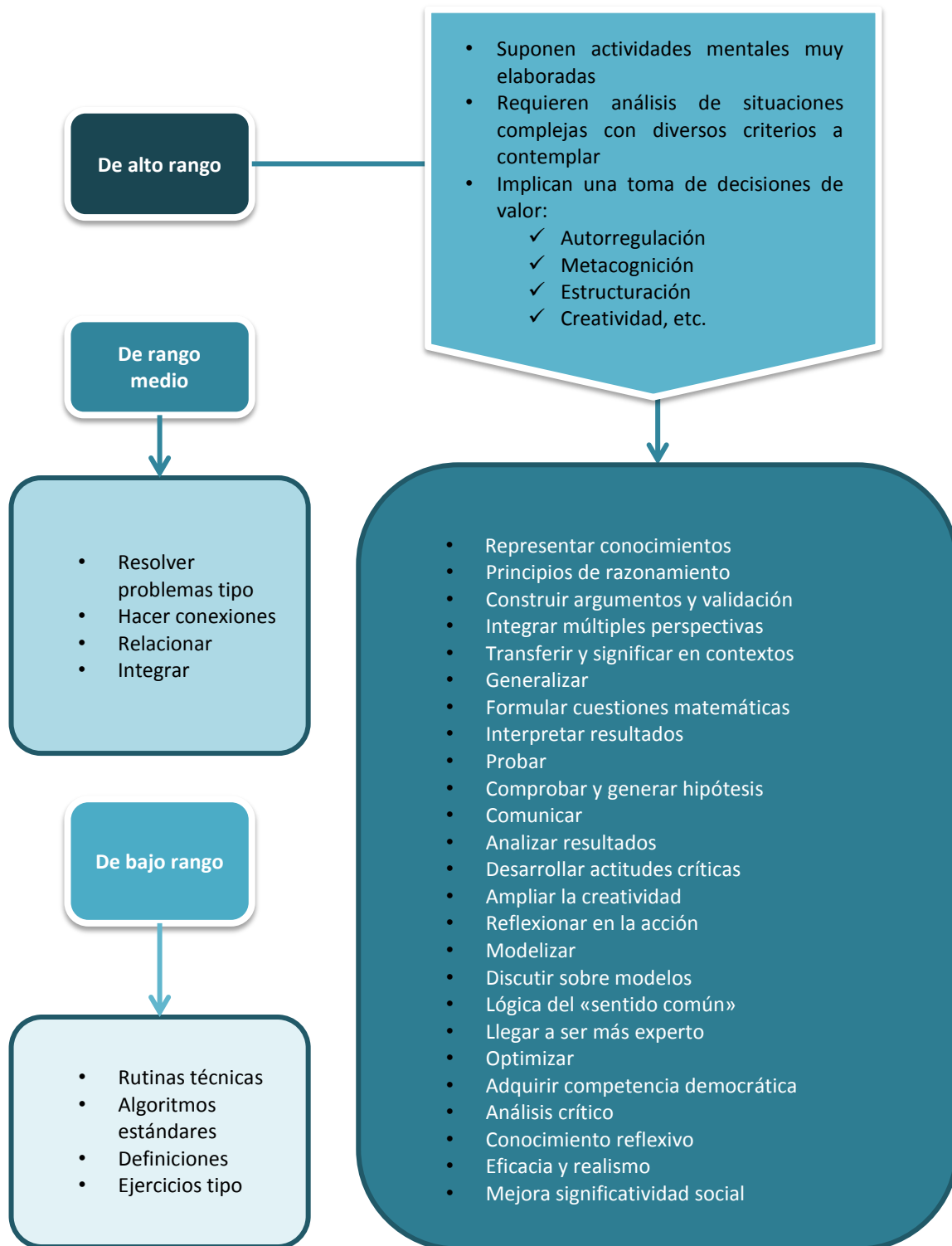
Descritas en forma general las actividades incluidas en la aplicación, resulta pertinente analizar el tipo de habilidades que demandan.

5.2. Tipo de habilidades demandadas en las actividades

De Giménez (1997, pág. 67) se extrae la siguiente definición de habilidad, en la que se cita a Suwarsono:

Habilidad es aquel constructo hipotético que se introduce con el objeto de explicar cómo unos individuos realizan ciertos tipos de tareas mejor que otros
(Suwarsono, 1982, pág. 38).

Dentro de las actividades planteadas en el software se exigen principalmente habilidades de alto rango. Entre otras, se tienen: comprobar y generar hipótesis, principios de razonamiento, generalizar, probar, comunicar y el conocimiento reflexivo. También hay otras de rango bajo y medio (aplicar rutinas técnicas, por ejemplo), como se puede verificar en el siguiente esquema, que sintetiza el listado de actividades generales –no solo en el aplicativo sino en general en cualquier contexto- correspondientes a cada rango de habilidades.



Esquema 2. Actividades correspondientes a cada rango de habilidad

5.3. La investigación en las actividades propuestas

Las actividades planteadas en el aplicativo demandan el trabajo sobre las reglas del juego, más que sobre las configuraciones mismas. No hay forma de predecir el comportamiento de un conglomerado de celdas como un todo; es necesario el análisis de las reglas aplicadas a cada una de las celdas que lo conforman. De este modo, y dado lo expuesto en los apartes (3.5.2.1) a (3.5.2.3) del marco teórico, se pueden caracterizar las actividades propuestas de la siguiente manera:

- Se trata en general de actividades de decisión –no de validación–, dado que se debe evidenciar un resultado pero no se exige una prueba explícita de por qué el resultado funciona. Sin embargo, el mismo software permite que el estudiante compruebe por sí mismo la validez de su respuesta.
- Las investigaciones se abordarán de forma intelectual, pues se debe, en todos los casos, analizar las reglas del juego original o de la variante estipulada, así como la definición de vecindad. Hay un abordaje pragmático al tomar configuraciones particulares de celdas para corroborar el análisis, pero solo se llega a las respuestas después de analizar las reglas del juego.
- El tipo de razonamiento requerido corresponde a la *experiencia mental*, debido a las razones recién expuestas en el párrafo anterior. Si bien en las actividades y durante las explicaciones del aplicativo no se habla en ningún momento de axiomas o teoremas, todo el tiempo se toman como base las reglas del juego.

Así se termina esta exposición general sobre el Juego de Vida y el software sobre razonamiento deductivo basado en ese divertimento. Se exponen ahora las conclusiones que se pueden extraer sobre los temas tratados y la experiencia de desarrollar el presente trabajo.

Comentario de cierre

En el anteproyecto se habían planteado varias preguntas que podrían conducir la disertación sobre el Juego de Vida de Conway. No se dio respuesta explícita a todas, ni en el cuerpo de este documento ni en la aplicación, y las exhibidas son, en general, breves. Hay tres razones primordiales: una radica en el deseo de que la profundidad no lleve a ofrecer un producto (el software y este documento) que, por extenso, resulte abrumador y pesado. Otra, en que se considera que lo expuesto cuenta con la suficiente riqueza para dar una visión general sobre el juego y despertar la curiosidad para que, quien lo desee, profundice en otra fuentes sobre las cuestiones no abordadas acá. Por último, El tratar de abordar la totalidad de las preguntas, aun refiriéndose todas al Juego de Vida, rompería de alguna manera con la línea temática y la dirección seguida, con la posibilidad, además, de caer en una complejidad innecesaria. Será el estudiante quien dé respuesta a algunos interrogantes mediante el análisis de las reglas del juego.

6. CONCLUSIONES

6.1. Sobre el Juego de Vida

El Juego de Vida de John Horton Conway es una muestra de cómo la matemática da cabida a la creatividad, la recreación y la belleza. Son de interés los patrones que pueden presentarse, la forma de programarlo y mostrarlo a otros, y su estudio respecto al problema original que lo inspiró: una forma más sencilla de autómeta universal que la planteada por John von Neumann.

6.2. Acerca del aplicativo y el documento escrito

Aunque el Juego de Vida de John Horton Conway es el objeto de estudio explícito del aplicativo, realmente, más que el fin en sí mismo, se convierte en un medio - semilla y pretexto- de introducción en el estudio más general de los autómatas celulares – particularmente los bidimensionales-, aunque no sean mencionados ampliamente.

Las preguntas planteadas en el aplicativo tratan en su mayoría sobre variantes del juego ideado por Conway, pero, al abordar esas variantes, lo que sucede es que se está abandonando el juego originalmente planteado para trabajar con otros autómatas celulares. Similares o no al Juego de Vida de John Horton Conway, ya no se trata del mismo objeto de estudio, sino de autómatas celulares diferentes.

Sobre el software cabe mencionar que presenta un tratamiento holístico de la información, dando importancia no solo al objeto de interés (el Juego de Vida), sino también a las circunstancias o problemas que influyeron en su origen, a la persona que lo creó y a su

obra en general. Hay creatividad en la forma de presentar el contenido y una clara intención de crear un ambiente de aprendizaje cálido y ameno.

Un aspecto que debió ser más cuidado es la accesibilidad. Lamentablemente, se presentaron algunos inconvenientes que, al final, restaron tiempo para ajustar adecuadamente ese aspecto. Es convicción de quien escribe estas líneas que la sociedad debe ofrecer oportunidades de comunicación, participación, superación, realización y desarrollo para todos, en cualquier campo, si pretende llamarse justa y desarrollada, y consolidarse como tal. En consecuencia, se pretendía que el software tuviera características que lo hicieran accesible para toda persona, pero hay ciertos detalles que riñen con ese deseo, por ejemplo, la no correcta habilitación de la navegación mediante la tecla de tabulación. Sin embargo, se procuró que las explicaciones se encontraran en varios medios (textual, auditivo y mediante imágenes), pero es necesario realizar varios ajustes para que la aplicación sea realmente accesible.

Relacionado con lo anterior, se concluye este apartado reconociendo que, para crear un aplicativo de calidad, es necesario un conocimiento profundo de la materia tratada, del tipo de usuario final, de reglas y estándares sobre accesibilidad e integración de medios, de las herramientas de desarrollo que se utilizarán, así como una definición clara de los objetivos. Es un proyecto interesante y enriquecedor para una sola persona, pero demanda mucho tiempo y experiencia. En general será necesario y deseable un equipo multidisciplinario (personal experto en la materia, diseñadores, programadores, pedagogos, comunicadores, entre otros) para lograr resultados óptimos y el aporte de diferentes puntos de vista. Algunos de los aspectos que evidenciarían la optimización de resultados son la claridad de los objetivos, la profundidad y estructuración de los contenidos, presentados de forma agradable y ajustada al público objetivo; la correcta integración multimedia, riqueza narrativa y adecuada interactividad.

6.3. Sobre posibles trabajos basados en la obra de John Horton Conway

Él ha estudiado gran variedad de temas de matemáticas puras y recreativas. En los anexos aparece una lista de sus libros⁵. Seguramente toda esa obra puede dar lugar a muchos trabajos, tanto a nivel de pregrado como de posgrado, dada la reconocida relevancia y profundidad de su producción. Teoría de grupos, teoría de números y juegos de estrategia son solo algunos posibles campos de investigación que pueden seguirse a partir de las contribuciones de Conway. Sin embargo, y de forma arbitraria, acá se resaltan dos:

- Los números surreales. Simplemente por ser una nueva forma de introducir los números reales, junto con otras clases de números. Este seguramente habría sido el tema de trabajo de grado, de haberlo conocido antes que al Juego de Vida.
- Los juegos. Conway, junto con otros colegas, ha creado varios y ha estudiado su fundamento matemático. Como se menciona unas líneas más abajo, en los juegos hay un gran potencial para que los estudiantes utilicen diferentes habilidades de pensamiento, no solo durante su práctica, sino también a través de dar respuesta a preguntas e investigaciones estructuradas que el docente puede preparar y proponer.

6.4. Alrededor de extensiones del presente trabajo

Se planteó el uso del Juego de Vida de John Horton Conway como fuente de actividades para poner en práctica el razonamiento. Una línea alternativa y más exigente de investigación consistiría en pasar de *poner en práctica* a *desarrollar* el razonamiento deductivo. De ese modo, sería necesario un estudio más detallado de las posibilidades del juego a nivel educativo, y una mayor estructuración y diversidad de las actividades. Se requeriría, también, una revisión más minuciosa de qué significa desarrollar el

⁵ Se incluye en el formato en que fue encontrada y sin revisión de la misma, solo con carácter informativo. Por ser más de 130, no se tuvieron en cuenta los artículos.

razonamiento deductivo, de si hay límites al respecto y, particularmente cuáles al usar el Juego de Vida.

Por otra parte, dado el carácter visual del Juego de Vida, podría investigarse qué habilidades de visualización son necesarias o pueden ser desarrolladas al estudiarlo y al enfrentarse a actividades basadas en él. Una u otra habilidad cobrará mayor importancia según se considere el patrón de turno como un todo o las células que lo conforman como entidades independientes. Este fue un enfoque que se intentó, antes de establecer la estructura y orientación definitiva del presente trabajo. Se observó que no todas las habilidades citadas por Gutiérrez (1991) son relevantes en el Juego de Vida, pero es algo que puede estudiarse con mayor detenimiento.

Otra extensión natural y más general de la presente propuesta tiene sustento en el hecho de que, en las actividades planteadas en el software, el estudiante tiene que razonar acerca de reglas generales –las del juego y algunas de sus variantes- y sus implicaciones. Es el estar trabajando sobre reglas, más que sobre objetos o sus representaciones, lo que da al Juego de Vida el potencial para generar preguntas de razonamiento deductivo. Ese es un aspecto también presente en general en todos los juegos de estrategia, y ahí hay todo un posible campo de estudio. Hay libros de divulgación en los que se hacen o sugieren estudios sobre juegos y su carácter matemático. Lo que podría hacerse ahora es usarlos de forma intencional y estructurada como herramienta para la puesta en práctica o el desarrollo del razonamiento deductivo en particular, y, de forma más general, para el desarrollo de diversas habilidades de pensamiento.

Una cuarta forma de continuar lo expuesto en este trabajo se basa en el problema que dio origen al Juego de Vida: conseguir un autómata celular que sea universal. Se profundizaría en el significado de la universalidad de un autómata y los antecedentes correspondientes. También se mostraría en detalle qué son y cómo se articulan en general las compuertas lógicas (Y, O, etc.) para procesar información. Posteriormente, se podría mostrar la forma particular de implementarlas en el autómata creado por Conway.

Otro modo de investigación futura consiste en un estudio más pormenorizado de los autómatas celulares. La recopilación y exposición organizada de los patrones observables

en una, dos e incluso tres dimensiones, ya valdría la pena. Sin embargo, las variadas aplicaciones tendrían una importancia mayor. Stephen Wolfram, creador del software *Mathematica*, los estudia ampliamente y plantea que constituyen una nueva ciencia (Wolfram, 2002). Puede ser interesante, además, revisar sus planteamientos acerca de la relación existente entre autómatas celulares y el universo, los cuales encuentran oposición en Conway (Schleicher, 2011).

7. REFLEXIONES FINALES

7.1. Pasión por la matemática y la educación

Además de sus aportaciones teóricas, hay un aspecto más de John Horton Conway que merece mención. Se refiere a su actitud hacia las matemáticas y la enseñanza: las disfruta al máximo, y se divierte al practicarlas. Su obra hace evidente que en la matemática hay espacio para crear y divertirse. Entre otras cosas, ha estudiado la forma particular como esta disciplina se halla en algo que él y muchas personas disfrutaban (los juegos), y a partir de ese estudio la ha enriquecido. De forma similar, vale la pena investigar con profundidad cómo las matemáticas fundamentan o están estrechamente ligadas a otras actividades asociadas con experiencias gratas y positivas para las personas, tanto para enriquecer y quizá perfeccionar la práctica de tales actividades, como para aumentar la difusión de la matemática.

Por otro lado, así como algunos acostumbran renovar sus votos matrimoniales, ¿por qué no hacerlo con los vocacionales?! Es el amor y pasión por lo que hacemos lo que nos lleva a ser real mente virtuosos en ello, y a convertirnos en dignos instrumentos de servicio para los demás.

7.2. Sobre la actividad investigativa en general

Al realizar consultas para la redacción del marco teórico, resultó motivador, apasionante e inspirador observar cómo tantas personas, en diferentes campos, se han dedicado al estudio profundo y riguroso de un tema de su predilección. ¡Cuánta lectura, conversaciones, experimentos, discusiones, asistencia a conferencias, viajes y demás serán necesarios para estructurar y consolidar sus teorías y planteamientos! Es claro que la labor del investigador

es exigente, pero tiene sus frutos en el legado que deja a la humanidad, por el contenido particular de su obra, pero también porque da ejemplo del valor y lugar privilegiado que se les debe conceder a la cultura y al conocimiento

BIBLIOGRAFÍA

Adobe Systems Incorporated [en línea]. Programación con ActionScript™ 3.0. (2007).

Disponible en: www.adobe.com/es

Alexandru Ioan Cuza University of Iași. (2014). Laudatio (In honor of John Horton Conway, John von Neumann Professor, Emeritus, Princeton University).

Disponible en: <http://www.uaic.ro/wp-content/uploads/2013/12/LAUDATIO-John-Horton-Conway-FINAL-FINAL.pdf>

Castillo, N. (2011). Desarrollo de habilidades de razonamiento deductivo: Las inferencias de tercer nivel. Bogotá, D.C., Colombia: Editorial Bonaventuriana (Universidad de San Buenaventura).

Conway Life. Portal web dedicado al Juego de Vida. Recuperado de

http://www.conwaylife.com/wiki/Main_Page

de Camino, T. (2000). Un Lenguaje para la especificación de autómatas celulares con aplicaciones en biología (Tesis de maestría). Instituto Tecnológico de Costa Rica, Cartago, Costa Rica. Disponible en:

http://univirtual.unicauca.edu.co/moodle/pluginfile.php/23927/mod_resource/content/0/Automatas/Dissertation_Tomas.pdf

D'Amore, B. (2006). Didáctica de la matemática. Bogotá, Colombia: Cooperativa Editorial Magisterio.

Demongeot, J., Golès, E, y Tchuente, M. (1985). Dynamical systems and cellular automata. Londres, Inglaterra: Academic Press Inc.

Duval, R. (2004). Semiosis y pensamiento humano. Universidad del Valle, Instituto de Educación y Pedagogía. Cali, Colombia.

- Gardner, Martin. (1985). Ruedas, vida y otras diversiones matemáticas. Barcelona: Editorial Labor. Capítulos disponibles en (versión en inglés): http://www.maa.org/sites/default/files/pdf/pubs/focus/Gardner_GameofLife10-1970.pdf
- Giménez, J. (1997) Evaluación en matemáticas: una integración de perspectivas. Madrid, España: Ed. Síntesis S.A.
- Godino, J., Cajaraville, J., Fernández, T., y Gonzato, M. (2011). Una aproximación ontosemiótica a la visualización en educación matemática. Disponible en: https://ddd.uab.cat/pub/edlc/edlc_a2012m6v30n2/edlc_a2012m6v30n2p109.pdf
- Gutiérrez, A. (1991). Procesos y habilidades en visualización espacial. [en línea] Memorias del III Congreso Internacional sobre Investigación en Educación Matemática: Geometría, (pp. 44-59) Extraído de <http://www.sectormatematica.cl/articulos/visualizacion.pdf>
- Juárez, C. (1995). Los senderos que se bifurcan: razonamiento lógico en niños y adolescentes. (Colección Textos. Número 5). Universidad Pedagógica Nacional. Distrito Federal, México. Disponible en: <http://campus.ajusco.upn.mx:8080/upn/bitstream/handle/11195/254/Clotilde%20Ju%C3%A1rez%20Hern%C3%A1ndez.pdf?sequence=1>
- Montenegro, I. (2003). Evaluemos competencias matemáticas: 7º, 8º, 9º. Bogotá, Colombia: Cooperativa Editorial MAGISTERIO
- Roberts, S. (2015). John Horton Conway: the world's most charismatic mathematician. En The Guardian. Disponible en: <https://www.theguardian.com/science/2015/jul/23/john-horton-conway-the-most-charismatic-mathematician-in-the-world>
- Romero, M. EL JUEGO DE LA VIDA. [en línea]. Universidad Carlos III de Madrid. Disponible en: <http://www.it.uc3m.es/jvillena/irc/practicass/09-10/04mem.pdf>

- Samper, C., Camargo, L. y Leguizamón, C. (2003). Cómo promover el razonamiento en el aula por medio de la geometría. Bogotá, Colombia: Universidad Pedagógica Nacional.
- Schleicher, D. (2011). Entrevista con John Horton Conway. [en línea]. Disponible en: <http://www.ams.org/notices/201305/rnoti-p567.pdf>
- Seife, C. (1994). Impresiones de Conway (documento web). The Sciences.
- Silva, J. (2005). Breakfast with John Horton Conway. En Newsletter of the European Mathematical Society, p. 32-34. Disponible en: <https://www.ems-ph.org/journals/newsletter/pdf/2005-09-57.pdf>
- Squires, D. y McDougall, A. (1997). Cómo elegir y utilizar software educativo. España: Ediciones Morata, S.L.
- Wolfram, S. (2002). A new kind of science. Wolfram Media Inc. Canada.

ANEXOS

Anexo A. Consideraciones acerca del software finalmente realizado y el propuesto inicialmente

A continuación se hace un paralelo entre las características citadas en el anteproyecto y las obtenidas finalmente.

CARACTERÍSTICAS DEL SOFTWARE PROPUESTO EN EL ANTEPROYECTO	GRADO DE CUMPLIMIENTO DE LA CARACTERÍSTICA EN EL SOFTWARE FINAL
<p>Carácter exploratorio. Permitirá la exploración y experimentación libre e informal del usuario acerca del comportamiento del juego, así como de algunas de sus variantes.</p>	<p>Se cumplió cabalmente.</p>
<p>Carácter didáctico. Estará habilitado para guiar al aprendiz en la exploración de los interrogantes mencionados y para evaluar, entre otros, su comprensión del Juego de Vida de Conway, de algunas de sus modificaciones y de los patrones que pueden observarse. La guía la hará un personaje animado.</p>	<p>Salvo que se aborda una mínima parte de las preguntas planteadas en la justificación del anteproyecto, se cumple con los demás elementos: se brinda información sobre el uso del aplicativo; sobre el Juego de Vida, sus patrones y variantes, y acerca de su creador, John Horton Conway y parte de su obra.</p> <p>Se deseaba una mayor presencia y protagonismo del personaje animado, pero solo hace una breve presentación de cada sección cuando el estudiante hace clic sobre él.</p>
<p>Carácter informativo. Brindará información relevante sobre los orígenes del juego, problemas planteados alrededor del mismo y sobre su relación con la solución de problemas abordables por una computadora. Antes de explicar las reglas del juego, se mostrarán ejemplos de evolución del mismo, y sobre ellos se</p>	<p>Sí se provee información sobre los orígenes del juego, pero no se profundiza en ello.</p> <p>También se consideró que no es tarea sencilla deducir las reglas del juego a partir del conocimiento de la evolución de algunos patrones, de modo que se abandonó</p>

formularán preguntas tendientes a que el estudiante las descubra.	cualquier tipo de intento al respecto.
---	--

Tabla 2. Relación entre características proyectadas y las realmente logradas en el aplicativo

ACCIONES QUE SE PROYECTARON EL USUARIO PODRÍA EJECUTAR	GRADO DE CUMPLIMIENTO EN EL APLICATIVO FINAL
Modificar las reglas del juego, en cuanto a número de celdas vecinas necesarias para que una sobreviva o para que una celda cobre vida, e interactuar con el juego resultante.	Se cumplió con esta característica. Incluso, el estudiante puede cambiar la definición de vecindad.
Navegar por información sobre los orígenes del juego, sus reglas, relación con la computación, patrones que pueden presentarse, variantes y configuraciones clásicas de interés.	Se satisfizo perfectamente.
Interactuar con variaciones del tablero de juego consistentes en celdas no cuadradas o modificaciones del comportamiento en la frontera.	Dado que no resulta significativo el cambio de la forma de las celdas (ver sección 3.3.1), no se abordó esto, pero sí se muestra cómo podría definirse la vecindad en una retícula rectangular para imitar el de una hexagonal.
Resolver, entre otros, problemas del siguiente tipo: 1. ¿Cuál será la configuración de celdas en los próximos n estados? (siendo n un número natural).	Después de realizar el trabajo y redactar el marco teórico, se evidenció que algunas de las preguntas no eran del todo apropiadas. La pregunta 1 se puede resolver en general, pero cada vez hallando la generación

<p>2. ¿Cuál pudo ser la configuración anterior a la actual?</p>	<p>siguiente; no saltándose alguna.</p>
<p>3. ¿Cuál de las siguientes configuraciones se comportará “de esta o tal manera”?</p>	<p>La pregunta 2 es abordable para configuraciones muy sencillas, con pocas celdas; pero resulta ser una cuestión difícil para una población escogida al azar. Lo que sí es cierto es que, en general, la respuesta no es única.</p>
<p>4. Activa/desactiva 2 (u otro número) celdas para que el conjunto resultante sea...</p>	<p>Dada la imprevisibilidad del comportamiento de las configuraciones, la pregunta 3 no es conveniente, salvo casos triviales de configuraciones sencillas de las que ya se tenga conocimiento.</p>
<p>5. Muestra una disposición que se comporte así...</p>	<p>En el aplicativo sí aparecen preguntas como la 4 y 5.</p>
<p>6. ¿Con cuáles de las siguientes reglas resultaría que...?</p>	<p>No se incluyó una pregunta como la 6, puesto que, en general, no resulta fácil de abordar.</p>

Tabla 3. Paralelo entre funciones propuestas y las realmente habilitadas en la aplicación

Los elementos y características no incluidos se compensan, por mucho, con otras, a saber:

- La posibilidad de guardar los patrones creados en la sección “Exploración”.
- La posibilidad de cambiar el número de filas y columnas del tablero de juego, en las secciones “Exploración” y “Variantes”.
- El poder cambiar el tamaño de las celdas al cargar configuraciones en la sección “Patrones”.
- La forma de explicar y presentar el contenido, y la riqueza del mismo.

Anexo B. Patrones recomendados

La siguiente es una selección subjetiva de los patrones que más llamaron la atención del autor del presente documento. Son 161 dentro de más de 600 disponibles. La invitación es a verlos dentro de la sección “Patrones” del aplicativo y verificar si también son del agrado de quien lee.

101	43p18	92p331	Beacon
104p177	46p22	94p271	Beaconmaker
112p51	4812diamond	98p25	Beehiveandlonghooke atingtub
124p21	48p22	Achimsp11	Beehivefuse
124p37	48p31	Achimsp144	Biclock
132p37	49p88	Achimsp16	Biloaf3
134p25	50p35	Aforall	Blinkership1
168p22.1	56p27	Airforce	Butterfly
22p36	56p6h1v0	Ak47reaction	Byflops
233p3h1v0	58p5h1v1	Almosymmetric	Canadagoose
24p10	60p3h1v0.3	Ants	Cap
258p3onachimsp11	64p2h1v0	Average	Caterer
26p40	65p131	B29	Catereron34p13
28p7.2	67p5h1v1	B52bomber	Catereron36p22
28p71	69p48	Backrake1	Catereron44p7.2
2fumaroles	70p5h2v0	Backrake2	Catereronfigureeight
34p13	77p6h1v1	Baker	Cauldron
35p52	78p70	Bakersdozen	Centinal
36p22	86p5h1v1	Barge2spaceship	Chemist
38p111	88p28	Bargespaceship	Cheptomino

Chickenwire	Gourmet	Revolver	Vacuumgun
Clock	Hectic	Ringoffire	Washerwoman
Clock2	Hivenudger	Rloaf	Washingmachine
Coeship	House	Roteightor	Waveguide1
Coesp8	Koksgalaxy	Rpentomino	Weekender
Confusedeaters	Lightspeedoscillator 2	Rumblingriver1	Whynot
Cross	Max	Sailboat	
Cross2	Mirage	Shipinabottle	
Dart	Octagon2	Sidecar	
Diamondring	Onepergeneration	Sixtynine	
Dinnertable	P42glidershuttle	Skewedquad	
Diuresis	P50glidershuttle	Slowpuffer2	
Electricfence	P54shuttle	Spacefiller1	
Eureka	Phoenix1	Spacerake	
Fastforwardforcefield	Pinwheel	Star	
Figureeight	Piportraitor	Teardrop	
Figureeightonpentadecathlon	Piston	Thunderbird	
Fly	Prepulsar	Triplecaterer	
Fox	Prepulsarhassler55	Trueperiod22gun	
Fumarole	Prepulsarshuttle26	Tumbler	
Fumaroleonachimp11	Prepulsarshuttle29	Tumblingtetson	
Gabrielsp138	Prepulsarshuttle29v 2	Turningtoads	
Gardenofeden5	Pulsar	Twinbeesshuttle	
Glidersbythedozen	Queenbeeshuttle	Twoprelhasslers	
	Rectifier	Twopulsarquadrants	
		Unix	

Anexo C. Libros de John Horton Conway

1. Regular Algebra and Finite Machines, Chapman and Hall, Ltd. London, 1971.
2. All Numbers Great and Small, Research Paper No. 149, Calgary, Alberta, Canada: The University of Calgary, Dept. of Mathematics and Statistics, 1972.
3. All Games Bright and Beautiful, Research Paper No. 295, Calgary, Alberta, Canada: The University of Calgary, Dept. of Mathematics and Statistics, 1975.
4. On Numbers and Games, London Mathematical Society Monographs, No. 6, Academic Press, London-New-San Francisco, 1976.
5. (with E.R. Berlekamp and R.K. Guy), Winning Ways, for Your Mathematical Plays, Vol. 1: Games in General, Vol. 2: Games in Particular, New York-London: Academic Press, 1982, ISBN: 0120911027, Paperback (August, 1982), Academic Press, ISBN 0120911027.
6. (with R.T. Curtis, S.P. Norton, R.A. Parker and R.A. Wilson), Atlas of Finite Groups: Maximal Subgroups and Ordinary Characters for Simple Groups, Oxford, Clarendon Press, New York, Oxford University Press, 1985.
7. (with N.J.A. Sloane), Sphere Packings, Lattices, and Groups, (with additional contributions by E. Bannai, J. Leech, S.P. Norton, A.M. Odlyzko, R.A. Parker, L. Queen and B.B. Venkov), Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften, 209, Springer-Verlag, New York, 1988, ISBN 0-387-96617-X, Russian Translation: Mir, Moscow, 1990, 2nd edition 1993, ISBN 0-387-97912-3, 3rd edition 1998, ISBN 0-387-98585-9.
8. (with R.K. Guy), The Book of Numbers, Copernicus. An Imprint of Springer-Verlag, New York, 1996, ISBN 0-387-97993-X, Review by Ian Stewart. Review by Susan Stefney, Corrected 2nd printing, 1998.
9. (with Francis Y.C. Fung), The Sensual (Quadratic) Form, MAA (Series: Carus Mathematical Monographs), Printed in the U.S.A., 1997, ISBN 0-88385-030-3.
10. (with N.J.A. Sloane), The Geometry of Low-Dimensional Groups and Lattices, (in preparation).
11. (with D. Smith), "Quaternions, Octonions, and Geometry," AK Peters, Publishers, January 2003. preparation).