LA ARGUMENTACIÓN COMO UN CAMINO PARA AFRONTAR LA BRECHA CURRICULAR ENTRE LA EDUCACIÓN RURAL Y URBANA EN LA GEOMETRÍA ESCOLAR

AURA MARIA MARIÑO RODRIGUEZ
JHOJAN STIVEN ALDANA VIZCAINO

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
BOGOTÁ, 2026

La Argumentación Como Un Camino Para Afrontar La Brecha Curricular Entre La Educación Rural Y Urbana En La Geometría Escolar

Trabajo de grado tipo monografía para optar por el título de Licenciada(o) en Matemáticas

AUTORES:

AURA MARIA MARIÑO RODRIGUEZ

JHOJAN STIVEN ALDANA VIZCAINO

ASESOR:

Mg. John Alejandro Mendoza Rodríguez

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
BOGOTÁ, 2026

DEDICATORIAS

A ti, padre mío, raíz firme de mi existencia, faro que ha iluminado mis pasos en los senderos más oscuros. Cada página de esta tesis lleva el eco de tus palabras, la calidez de tu abrazo y la fortaleza que heredé de tu ejemplo. A ti te debo no solo este logro, sino todo lo que soy. A los lazos que tejí en el transcurso de esta travesía, a las manos que sostuvieron la mía cuando el camino se tornó áspero, a las voces que susurraron aliento cuando la fatiga quiso vencerme. Sobrevivir en este mar de incertidumbre solo fue posible gracias a la ternura compartida, a esa red de afectos que, entre el caos y la hostilidad, supo ser refugio, hogar y esperanza.

Que este trabajo sea un testimonio de amor, resistencia y gratitud.

Aura Maria Mariño

Mamá, tú que fuiste refugio incansable de mis días, fuerza silenciosa que sostiene mis pasos. En cada logró está tu sacrificio, en cada línea escrita, tu apoyo incondicional.

Gracias por ser abrigo en la tormenta, luz en los momentos de sombra y

El amor más firme que he conocido.

A mi Abuelita, memoria viva de nuestras raíces,

Manos que han sembrado ternura y sabiduría en mi camino.

Tu mirada siempre sabe cuándo animar, cuándo corregir y cuándo simplemente estar.

Este trabajo también es fruto de tu constancia y tu fe en mí.

Y mis amigos, compañeros de batallas, de risas y silencios compartidos.

Gracias por la presencia incondicional, por ser escucha, impulso y

Descanso en medio del caos.

Stiven Aldana Vizcaino

AGRADECIMIENTOS

Llevar a cabo un proyecto como este ha sido un camino desafiante, lleno de esfuerzo, dedicación y aprendizajes. Esta investigación no solo es fruto del trabajo y la perseverancia, sino también del apoyo invaluable de quienes, de distintas maneras, contribuyeron a su construcción. En especial, queremos expresar nuestro agradecimiento a nuestro asesor, el profesor Alejandro, por su dedicación inquebrantable, no solo en la orientación académica de esta tesis, sino también en el cuidado de nuestra estabilidad emocional. Su compromiso, paciencia y humanidad han sido un faro en este proceso, y su labor es un ejemplo de vocación y generosidad. Gracias por guiarnos con tanta atención y empatía.

También agradecemos a la Institución Educativa Técnica Nuestra Señora de la Asunción, al profesor Camilo por su disposición y apoyo en la implementación, y a nuestras familias por su amor, comprensión y paciencia incondicional.

CONTENIDO

ÍNDICE DE FIGURAS

ÍNDICE DE TABLAS

1. INTRODUCCIÓN

La educación matemática en Colombia se desarrolla en contextos diversos que configuran de manera significativa las prácticas de enseñanza y aprendizaje. Aunque existen orientaciones curriculares nacionales que buscan establecer referentes comunes, su ejecución no ocurre de manera homogénea en los diversos contextos que se encuentran en el aula. Particularmente en el contexto rural, las condiciones sociales, culturales e institucionales influyen en la forma en que los estudiantes se relacionan con el conocimiento matemático, lo que plantea la necesidad de pensar la educación más allá de perspectivas urbanocentrada[1].

En este sentido, distintas políticas públicas nacionales, que serán mencionadas más adelante, han señalado la existencia de brechas entre la educación rural y urbana, asociadas comúnmente a factores como el acceso a recursos, la infraestructura, accesibilidad y permanencia. Sin embargo, esta investigación supone que dichas diferencias no se limitan a estos aspectos, sino que también pueden manifestarse en el plano curricular. Es decir, en los contenidos que se enseñan, en las formas en que se abordan y en las oportunidades de aprendizaje que se generan para los estudiantes. Desde esta perspectiva, se supone la existencia de una brecha curricular entre la educación rural y la urbana en matemáticas, entendida la diferencia entre enfoques, contenidos y estrategias pedagógicas que puede derivar en desigualdades en las oportunidades y resultados de aprendizaje.

---

[1] En esta investigación, el término urbanocentrada se utiliza como una categoría construida por los autores a partir de discusiones presentes en la literatura sobre educación rural. Con este término se hace referencia a perspectivas, políticas o narrativas educativas que sitúan las dinámicas, experiencias y formas de organización propias de los contextos y entornos urbanos como referente principal, predominante o superior para la enseñanza y el aprendizaje. Desde esta mirada, las realidades rurales suelen ser invisibilizadas o subordinadas, lo que puede limitar el reconocimiento de sus particularidades sociales, culturales y territoriales en la construcción de propuestas educativas.

En relación con estas oportunidades de aprendizaje, se propone que el desarrollo de competencias puede ser un camino afortunado para afrontar dicha brecha curricular, pues se cree que ello favorece la equidad e igualdad a las diferentes poblaciones que habitan Colombia Entre estas, se escoge la promoción de la argumentación ya que no solo fortalece la comprensión de los contenidos matemáticos, sino que también contribuye a la formación de sujetos críticos, capaces de cuestionar, interpretar, opinar y comunicar ideas en distintos contextos.

En este marco, la geometría se reconoce como un campo particularmente rico para el desarrollo de la argumentación, dado que involucra la exploración de propiedades, la formulación de conjeturas y la validación de relaciones entre objetos matemáticos. De manera específica, el estudio de las cónicas (circunferencia, parábola y elipse) ofrece posibilidades para articular el trabajo geométrico con situaciones particulares que pueden vincularse con contextos cercanos a los estudiantes.

A partir de estas consideraciones, la presente investigación se desarrolla en la Institución Educativa Técnica Nuestra Señora de la Asunción en Fresno, Tolima y se centra en el diseño, implementación y análisis de una secuencia de tareas en geometría para promover la argumentación en estudiantes de noveno grado. Dicha secuencia toma como contexto la construcción de invernaderos, lo que permite relacionar las cónicas con una situación cercana al entorno de los estudiantes. Esta secuencia busca generar espacios en los que la actividad matemática no se limite a la aplicación de procedimientos, sino que se genera un escenario diseñado para que los estudiantes vivan dinámicas particulares dentro del aula de matemáticas que contribuyan a promover la argumentación.

Asimismo, la investigación incorpora un análisis de distintos referentes curriculares, nacionales, rurales e internacionales presentes en Colombia, con el propósito de identificar las concepciones de argumento y argumentación, los objetos geométricos y los objetivos de enseñanza. Este análisis permite reconocer elementos que contribuyen al diseño de la secuencia de tareas y aporta a la discusión sobre la posible existencia de una brecha curricular entre contextos rurales y urbanos.

Metodológicamente, el estudio se enmarca en un experimento de enseñanza, definido por Camargo (2021) como una estrategia que articula el diseño, la implementación y el análisis de una secuencia de tareas a partir de una conjetura sobre el aprendizaje. En este caso, se plantea que el diseño e implementación de una secuencia de tareas en geometría, centrada en el estudio de las cónicas mediante la construcción de invernaderos y contextualizada en un colegio rural, puede propiciar condiciones para que los estudiantes de noveno grado argumenten. A partir de la implementación, se analizan las producciones escritas y las interacciones en el aula, con el fin de caracterizar la forma en que la argumentación se manifiesta en este contexto.

Finalmente, el documento presenta la justificación del estudio, los objetivos que lo orientan, los antecedentes y el marco conceptual que sustentan la investigación, así como el diseño de la secuencia de tareas y el análisis de su implementación. Con ello, se busca aportar a la reflexión sobre la enseñanza de la geometría en contextos rurales, la promoción de la argumentación mediante tareas en geometría y a la promoción de la argumentación como una apuesta por contribuir a desarrollar competencias útiles fuera y dentro del aula, sin importar el contexto.

2. JUSTIFICACIÓN Y PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

La formación en la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional se asume como una formación con alcance nacional. Sin embargo, en la experiencia vivida a lo largo de la carrera, se reconoce que la mayoría de los referentes, ejemplos y escenarios de práctica están pensados desde perspectivas y narrativas urbanocentradas. Esta situación genera una inquietud: si una parte de la población colombiana habita en zonas rurales, entonces ¿la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas puede seguir pensándose únicamente desde dinámicas urbanas? Según las proyecciones de población 1950-2050 elaboradas por el Departamento Administrativo Nacional de Estadística (DANE) (DANE, 2025), cerca del 25 % de la población colombiana vive en zonas rurales. Reconocer esta realidad implica asumir que la educación matemática también se configura allí y que requiere ser pensada desde sus propias particularidades.

En diversos documentos de política educativa colombiana[2] se plantea de manera reiterada la existencia de una brecha entre la educación rural y la urbana. Esta preocupación se refleja en planes nacionales, sectoriales y programas orientados al mejoramiento de la calidad educativa y al desarrollo de estrategias específicas para los contextos rurales, con el propósito de garantizar mayores oportunidades educativas y contribuir a mitigar la brecha educativa. En continuidad con

[2] Entre ellos se encuentra el Plan Nacional de Desarrollo "Prosperidad para Todos" (2010-2014), que plantea como uno de sus objetivos la superación de la inequidad y el cierre de brechas, relacionadas con las condiciones de vida de las comunidades que habitan zonas rurales y la educación como un eje central. Asimismo, el Plan Sectorial de Educación 2010-2014 "Educación de Calidad, el Camino para la Prosperidad" establece como prioridad el mejoramiento de la calidad educativa y el cierre de brechas educativas entre las zonas rurales y urbanas. En el marco de estas políticas también se desarrolló el Programa de Fortalecimiento de la Cobertura con Calidad para el Sector Educativo Rural (PER Fase I y II), orientado a mitigar los problemas que afectan la calidad y cobertura educativa en las zonas rurales y a contribuir a la superar la brecha existente entre la educación rural y urbana.

estas apuestas, el actual Plan Nacional de Desarrollo 2022-2026 "Colombia Potencia Mundial de la Vida" reconoce la educación de calidad como un eje fundamental para la reducción de las desigualdades educativas, sociales y territoriales, y propone transformaciones curriculares orientadas al reconocimiento de los contextos, las diversidades y las realidades de las comunidades, particularmente la incorporación curricular de la educación CRESE (ciudadana, para la reconciliación, antirracista, socioemocional y para el cambio climático), lo que evidencia que la discusión sobre la brecha educativa continúa siendo una preocupación vigente en el país.

No obstante, surge una pregunta que va más allá de estas dimensiones: si existe una brecha educativa, ¿puede hablarse también de una brecha curricular en matemáticas? Es decir, ¿hay diferencias en lo que se enseña, en cómo se enseña y en las oportunidades de aprendizaje que se ofrecen en contextos rurales y urbanos? Esta inquietud lleva la discusión hacia el corazón del aula y hacia las decisiones curriculares que allí se concretan, por tanto, se supone la existencia de una brecha curricular entre la educación rural y la urbana en Colombia.

Si bien esta brecha no puede comprenderse únicamente desde los contenidos que se abordan en la escuela, también es necesario considerar las oportunidades o escenarios, diseñados por el profesor, que tienen los estudiantes para desarrollar competencias matemáticas. En este sentido, una manera de contribuir a cerrar la brecha curricular podría estar asociada con la promoción de competencias que permitan a los estudiantes participar activamente en la actividad matemática, interpretar situaciones, justificar y comunicar sus ideas. Entre estas, la argumentación ocupa un lugar central, ya que constituye un elemento clave para la construcción y validación del conocimiento matemático dentro del aula. No obstante, su relevancia trasciende el ámbito disciplinar, desarrollar la competencia de argumentar también permite a los estudiantes adoptar una postura crítica frente a la información que reciben, cuestionar procedimientos, sustentar sus puntos de vista y participar de manera más consciente en los procesos educativos de los que hacen parte; creemos que este es el camino para empezar a cerrar la brecha.

Como lo plantea Crespo (2005):

> Los distintos tipos de argumentación en la clase de matemáticas permiten que los alumnos adquieran el dominio de formas de razonamiento que, si bien pueden aplicarlas inicialmente a un dominio formal, posteriormente les permitan enriquecer su manera de razonar ante problemáticas de diverso origen. (p. 29)

En este sentido, promover la argumentación no solo contribuye a fortalecer la actividad matemática escolar, sino que también favorece la formación de sujetos capaces de reflexionar sobre su entorno y su propio aprendizaje. En este escenario, la geometría puede constituirse un espacio particularmente afortunado para el desarrollo de esta competencia, en la medida en que invita a formular conjeturas, comparar representaciones y justificar relaciones entre objetos matemáticos.

Por lo anterior, la investigación se justifica en la necesidad de documentar el diseño, implementación y análisis de una secuencia de tareas en geometría dirigida a promover la argumentación en estudiantes de noveno grado en un colegio rural, ámbito que ha sido poco documentado en el país, como se verá en los Antecedentes. Además, se busca aportar a la discusión sobre la brecha curricular y caracterizar las posibles diferencias curriculares, no únicamente desde un análisis comparativo de documentos, sino a partir de una experiencia concreta de aula que se articule con las particularidades del entorno. Finalmente se reconoce la importancia de promover la argumentación en la educación matemática escolar.

Por lo anterior, resulta necesario analizar y comparar las orientaciones curriculares nacionales para la educación rural y urbana; se analiza el plan curricular de los programas diseñados específicamente para la educación rural, tales como las Secuencias Didácticas en Matemáticas para Educación Básica Secundaria del Programa fortalecimiento de la cobertura con calidad para el sector educativo rural PER II (MEN, 2013); asimismo, es relevante abordar los documentos orientadores del currículo nacional colombiano, que incluye los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (EBCM) (MEN, 2006), los Lineamientos Curriculares en Matemáticas (LCM) (MEN,1998) y los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA) (MEN, 2016). Esta revisión se confronta con el currículo del International Baccalaureate (IB), implementado principalmente en colegios privados en contexto urbano; de esta propuesta curricular sólo se realiza la revisión detallada del Programa de los Años Intermedios (PAI), ya que la población de interés de esta investigación son los estudiantes de secundaria, específicamente el grado noveno. El interés de este análisis no radica en establecer jerarquías entre propuestas curriculares, sino en reconocer los contenidos que cada currículo busca desarrollar en relación con la enseñanza de la geometría, así como la forma en que se aborda el concepto de argumentación; esto con la intención de aprovechar las estrategias, materiales, situaciones y formas de trabajo sugeridas en las orientaciones curriculares para la elaboración de la secuencia de tareas.

A partir de este recorrido, se diseña una propuesta centrada en el estudio de las cónicas (elipse, parábola y circunferencia) mediante la construcción de invernaderos, tomando en cuenta el contexto rural del municipio de Fresno, Tolima. Esta elección permite articular objetos geométricos con una situación cercana al entorno de los estudiantes y, al mismo tiempo, propicia espacios en los que se hace necesario argumentar y comparar modelos.

Con base en lo anterior, esta investigación se desarrolla bajo la siguiente pregunta: ¿Cómo incide el diseño e implementación de una secuencia de tareas en geometría, centrada en el estudio de las cónicas a partir de la construcción de invernaderos, en las producciones argumentativas de estudiantes de noveno grado de un colegio rural ubicado en Fresno, Tolima?

3. OBJETIVOS

3.1. Objetivo General

Diseñar, implementar y analizar los resultados de una secuencia de tareas mediante la construcción de invernaderos como contexto para abordar algunas cónicas (elipse, circunferencia y parábola), con el fin de promover y caracterizar argumentos de estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Técnica Nuestra Señora de la Asunción en Fresno, Tolima.

3.2. Objetivos Específicos

- Analizar y comparar los DBA, LCM, EBCM, el PER y la Guía PAI del IB, con el propósito de caracterizar los objetivos de enseñanza, los objetos de la geometría escolar y los elementos asociados a la discusión sobre la brecha curricular entre la educación rural y urbana.
- Caracterizar, a partir de los referentes curriculares analizados, las concepciones implícitas o explicitas sobre qué significa argumentar en matemáticas y las tareas en geometría utilizadas para promover la argumentación.
- Diseñar una secuencia de tareas en geometría enfocada en promover la argumentación en estudiantes de noveno grado de un colegio rural, a partir del estudio de las cónicas mediante la construcción de invernaderos.
- Implementar la secuencia de tareas diseñadas y documentar las producciones argumentativas de los estudiantes durante su desarrollo.
- Identificar y analizar los argumentos presentes en las intervenciones y producciones de los estudiantes durante la implementación de la secuencia.

4. ANTECEDENTES

En este apartado se presentan algunas investigaciones relacionadas con el desarrollo de la argumentación en estudiantes de colegios rurales colombianos en el campo de la geometría escolar. Para esto, se dividen las propuestas encontradas en dos categorías: algunas propuestas que permitan promover la argumentación en estudiantes de secundaria en el marco de la geometría en Colombia; y, la educación geométrica en estudiantes de secundaria en la ruralidad.

4.1. Algunas Propuestas Para Promover La Argumentación En Estudiantes De Secundaria En El Marco De La Geometría En Colombia.

Un primer trabajo corresponde a la tesis de maestría de Arévalo (2016), quien realizó la propuesta titulada: La actividad argumentativa que emerge en estudiantes de grado noveno en torno a la demostración en geometría. En este estudio se propone el uso de situaciones problema para promover la argumentación en el aula de matemáticas, entendiendo que estas permiten evidenciar los procesos de razonamiento de los estudiantes. Para ello, se analizó un grupo de estudiantes de grado noveno de un colegio en Chía, Cundinamarca, con el propósito de identificar y caracterizar los esquemas argumentativos que emergen al abordar actividades demostrativas. Finalmente, la sistematización de los datos se organizó en tres grupos de argumentos, los cuales fueron analizados desde la perspectiva de Toulmin para reconocer los elementos que los constituyen.

Siguiendo esta misma idea, se estudia el artículo realizado por Samper y Toro (2017), en el cual se reportan los resultados de la argumentación de nueve estudiantes de grado octavo de un colegio en Medellín, cuando resolvían problemas con el apoyo del programa de geometría dinámica Cabri. (p. 367). Al igual que en el trabajo de Arévalo, los argumentos de los estudiantes se caracterizaron a partir del modelo de Toulmin y se plantearon algunas orientaciones sobre las acciones del profesor para favorecer la actividad argumentativa.

Estos dos trabajos presentados se relacionan con la presente investigación, ya que permiten identificar las estrategias utilizadas para caracterizar los argumentos dados por los estudiantes, los elementos de los argumentos, las tareas que según los resultados de cada trabajo favorecen la producción de argumentos y las acciones del profesor para que lo anterior suceda. Las tareas presentadas en estos trabajos fueron en torno al uso de situaciones problema y geometría dinámica. Sin embargo, la dificultad al acceso de recursos tecnológicos en instituciones rurales requiere de una propuesta que, además de propiciar la argumentación en geometría, presente una herramienta 'diferente' para lograrlo.

La tesis de maestría de Alba y Velandia (2019), titulada Doblando papel para desdoblar argumentos, constituye un referente relevante en el estudio de la Geometría del Doblado de Papel como mediadora en el desarrollo de la argumentación en educación matemática. En esta investigación, las autoras diseñan una secuencia de tareas de descubrimiento y profundización que les permite caracterizar los argumentos de los estudiantes a partir de aspectos como la relación entre los elementos, la completitud y el tipo de garantían.

Este trabajo resulta significativo no solo por evidenciar el potencial del doblado de papel en la construcción de argumentos, sino también por la manera en que organiza y estructura las tareas para promover procesos de exploración, justificación y comunicación matemática. En este sentido, su propuesta aporta elementos metodológicos que orientan el diseño de secuencias de tareas en investigaciones posteriores.

En el contexto colombiano, se reconocen además otros estudios que han incorporado el plegado de papel con fines similares, como los de Mateus et al. (2009), Cardona et al. (2015), Beltrán et al. (2016), y Leal et al. (2010). En conjunto, estas investigaciones permiten evidenciar el valor del doblado de papel como recurso didáctico para favorecer el desarrollo de habilidades argumentativas en geometría.

Hasta el momento las propuestas en torno al desarrollo de la argumentación en geometría presentan diferentes estrategias para promoverla, como el uso de geometría dinámica, situaciones problema, las demostraciones y la papiroflexia; pero el recurso para caracterizar y analizar los argumentos es el mismo, ya que emplean el modelo de Toulmin para distinguir los argumentos que exponen los estudiantes.

Por lo anterior, resulta importante presentar el trabajo de Giraldo (2016), quien realizó la tesis titulada: Argumentos que usan el maestro, la "maestra en formación" y sus estudiantes durante la enseñanza y el aprendizaje en geometría. Esta investigación se realiza con treinta y cinco estudiantes en un colegio en Medellín, bajo un enfoque interpretativo, ya que su objetivo es analizar los argumentos que realizan los maestros y sus estudiantes durante el proceso de enseñanza y aprendizaje en geometría. En relación con la herramienta utilizada para promover la argumentación, la autora usó preguntas orientadoras para generar discusiones que se veían enriquecidas por argumentos o contraargumentos por parte de los estudiantes. Con respecto a la caracterización de los argumentos, la autora considera que la argumentación es una actividad social, verbal y racional. Por ende, al usar el modelo de Toulmin para caracterizar los argumentos dados por sus estudiantes, las garantías que deben tener los argumentos para considerarse un argumento pueden ser de carácter no verbal, gestual, refutadores, experiencias vividas. Este trabajo es especialmente valioso porque los argumentos reportados tienen garantías gestuales, algo que en los trabajos anteriormente mencionados no se había documentado.

Estos trabajos presentan algunas propuestas de tareas para promover la argumentación en geometría en algunos lugares específicos de Colombia, así como caracterizar los argumentos y las acciones que realizó o dejó de hacer el profesor, cuya intención es favorecer en sus estudiantes la producción de argumentos. Sin embargo, se puede notar que estas propuestas se presentan alrededor de la educación geométrica en un contexto urbano. El enfoque de la presente investigación es la educación geométrica en un contexto rural, por ello, resulta necesario el siguiente apartado que pone en evidencia algunos trabajos en torno a la educación geométrica en la ruralidad.

4.2. La Educación Geométrica En La Ruralidad.

Se presenta este apartado con la intención de exponer estrategias didácticas, tareas y herramientas digitales que se han propuesto para la educación geométrica dentro de un contexto rural. A pesar de encontrar varios documentos que pretenden desarrollar el pensamiento geométrico en los estudiantes, ninguno de estos presenta un interés especifico por promover la argumentación; sin embargo, al final de este apartado se expondrán los únicos dos trabajos encontrados, que mediante su propuesta de tareas los autores lograron reconocer argumentos.

Inicialmente se menciona la tesis de maestría realizada por Cardona (2017), quien propone una estrategia didáctica utilizando elementos de la geometría fractal para el desarrollo del pensamiento geométrico en estudiantes de grado decimo en Risaralda. La propuesta pretende integrar la enseñanza fractal en el plan de estudios, dicha propuesta se estructura por medio de la presentación de una metodología y un material didáctico dirigido por el profesor a través del cual se desarrollan los conceptos básicos de la Geometría Fractal.

Otro tipo de estrategia para el desarrollo del pensamiento geométrico en contextos rurales se evidencia en el artículo de Barbosa y León (2019). En este trabajo, además de ejemplificar el razonamiento diagramático, los autores plantean algunas hipótesis para el diseño de tareas orientadas a trayectorias de enseñanza-aprendizaje de la geometría que articulen las prácticas rurales con la Educación Matemática. Para ello, proponen el razonamiento diagramático y algunos problemas de agrimensura como elementos que pueden favorecer procesos de enseñanza de la geometría escolar.

A pesar de las diferentes dificultades al acceso de las TIC en colegios rurales, Mendoza y Ojeda (2023) diseñan e implementan la estrategia didáctica "Explorando ando perímetros y áreas", mediada por la herramienta de realidad aumentada (Metaverse) en estudiantes de grado sexto y séptimo en la Institución Educativa Técnica Jairo Albarracín Barrera sede el Oso del municipio de Socotá-Boyacá, comunidad de vereda lejana donde no hay internet.

Otra propuesta que implementa una herramienta de geometría dinámica es el artículo de Moreno (2024), cuyo objetivo es enfocarse en el diseño y la implementación de una estrategia didáctica basada en GeoGebra para mejorar el aprendizaje de la geometría escolar; esta propuesta se desarrolló en la zona rural del Catatumbo con estudiantes de grado noveno. Los resultados de esta investigación muestran que esta estrategia didáctica basada en GeoGebra tuvo un impacto positivo en el aprendizaje de la geometría en el entorno rural.

Hasta el momento se puede notar que GeoGebra resulta una herramienta de geometría dinámica afortunada para el desarrollo del pensamiento geométrico, en este sentido se presenta la tesis de Durango y López (2023) quienes implementaron el "software GeoGebra como estrategia pedagógica para el fortalecimiento de la comprensión de los conceptos básicos de la geometría en el grado sexto del centro Educativo Rural Obispo Emilio Botero González". La estrategia de esta propuesta gira en torno a la implementación de una secuencia didáctica, donde dichas tareas permiten partir de conceptos básicos de la geometría y avanzar gradualmente hacia situaciones más complejas.

Otra propuesta relacionada con la educación matemática en contextos rurales es la tesis de maestría de Sierra (2025), se desarrolló con estudiantes de segundo, tercero y quinto grado de la Institución Educativa Técnica Los Andes, ubicada en zona rural del municipio de Planadas, Tolima, bajo un enfoque cualitativo-descriptivo y una metodología de investigación-acción. El propósito principal fue diseñar una estrategia de gamificación para fortalecer habilidades lógico-matemáticas, reconociendo las dificultades presentes en la educación rural, como la falta de recursos tecnológicos, las barreras geográficas y la escasez de metodologías contextualizadas. Entre los resultados más relevantes, la autora destaca que las actividades gamificadas favorecieron la motivación, la participación y el aprendizaje significativo de los estudiantes, además de evidenciar la importancia de diseñar propuestas didácticas situadas que respondan a las condiciones sociales y culturales de la ruralidad. Este trabajo aporta a la presente investigación elementos importantes sobre el diseño de tareas contextualizadas y el papel del contexto rural en la construcción de experiencias significativas de aprendizaje.

Asimismo, resulta relevante la tesis de maestría de Perea y Restrepo (2022), se desarrolló con estudiantes de grado quinto de dos instituciones educativas rurales de Antioquia, bajo un enfoque cualitativo y una metodología de investigación-acción-participación. El objetivo principal fue describir la argumentación de los estudiantes mediante la resolución de problemas matemáticos contextualizados. Para ello, los autores diseñaron situaciones de aprendizaje relacionadas con fracciones, sistemas de medida, áreas y perímetros, tomando como referencia problemáticas y experiencias cercanas al entorno rural de los estudiantes. Entre los principales resultados, los investigadores identificaron que las tareas contextualizadas favorecen la producción de argumentos, la participación y el análisis de situaciones problema, además de reconocer avances progresivos en la manera en que los estudiantes justificaban sus respuestas y comunicaban sus ideas matemáticas. Este trabajo resulta especialmente significativo para la presente investigación, ya que, aunque no se centra específicamente en la geometría ni en estudiantes de secundaria, sí aborda de manera explícita la argumentación matemática en contextos rurales colombianos, evidenciando la importancia del contexto y de las situaciones de aprendizaje en la producción de argumentos por parte de los estudiantes.

De las propuestas presentadas, se destacan varias cosas: a pesar de las dificultades con conectividad que se pueden presentar en las zonas rurales, es viable y tiene resultados bastante significativos el uso de geometría dinámica para el desarrollo del pensamiento geométrico de estudiantes situados en diferentes zonas rurales del país. Por otro lado, se prioriza el uso del contexto social y cultural de las zonas, ya que proporciona un ambiente de aprendizaje significativo para los estudiantes.

A pesar de los esfuerzos por recopilar la mayor cantidad de investigaciones en torno a la educación geométrica en zonas rurales de Colombia y reconocer sus estrategias didácticas, se notó un bajo desarrollo investigativo con este enfoque. En ese sentido, el encontrar una propuesta que pretenda exponer una estrategia didáctica para promover la argumentación en geometría resultó en una tarea casi imposible, excepto por las dos siguientes investigaciones, en las cuales se puede detectar algo relacionado con tareas en el marco de la geometría que promueven la argumentación.

El primer trabajo es la tesis doctoral de Barbosa (2023), quien expone la experiencia educativa desarrollada en instituciones etnoeducativas rurales de los municipios de Maicao y Albania del departamento de la Guajira; esta propuesta pretende incorporar la agrimensura en el diseño curricular vinculando a los miembros de la comunidad Wayúu para enriquecer significativamente la estrategia didáctica resaltando aspectos esenciales de la etnia en el aprendizaje de la geometría. Uno de los resultados más destacados por el investigador fue notar la producción de argumentos, sin embargo, ya que su objetivo no era promover la argumentación en geometría, el autor no presenta mayor profundidad en dichas producciones argumentativas, pero sí en las tareas en torno a las cuales se produjeron. Por ejemplo, el autor menciona que la "agrimensura favorece el razonamiento y la argumentación en geometría, en vista de que se constituye en un garante para validar que un paralelogramo sobre el terreno es rectángulo, si se comprueba que todos sus ángulos miden 90 grados" (Barbosa y López, 2023, p. 13).

El segundo trabajo es el informe de pasantía 'viva la escuela' realizado por Ramos (2024), titulado "Reduciendo la brecha educativa a través de la educación matemática en un territorio rural de Colombia"; en este informe se exponen las tareas realizadas por estudiantes de tercero y quinto a través del software de geometría dinámica DG-PAD.

Ramos generó ambientes de aprendizaje mediante la interacción con el software para "implementar la estrategia del hilvanado para construir los conceptos de mediatriz de un segmento, equidistancia de los puntos sobre la circunferencia al centro del círculo" (p.39). Ahora, con respecto a la argumentación, Ramos menciona que durante su intervención "se ha podido avanzar en el trabajo en equipo y la capacidad para argumentar y expresar las ideas en público" (p.24), y obtuvo como resultados principales que los estudiantes en su mayoría "presentan una mejoría en su actitud para resolver las situaciones problema, tienen un mejor desarrollo en su pensamiento lógico, logran realizar una mejor modelización de problemas y expresan de una mejor forma sus argumentos" (p.36).

Por lo anterior, se evidencia en ambos trabajos, propuestas de tareas para el desarrollo de la educación geométrica, en donde se obtuvo producciones argumentativas por parte de los estudiantes; sin embargo, ya que el objetivo principal de estos trabajos no era promover la argumentación, no se sabe cómo identificaron los autores que los estudiantes argumentaban, qué entendían por argumento o los elementos de este.

De acuerdo con las investigaciones revisadas, se puede evidenciar que en el contexto colombiano se han desarrollado diversas propuestas orientadas tanto al fortalecimiento del pensamiento geométrico como en la argumentación en estudiantes de secundaria. No obstante, la mayoría de estos estudios se han llevado a cabo en contextos urbanos o no presentan una articulación de la geometría con el proceso de argumentación en entornos rurales de Colombia.

En relación con la educación geométrica en la ruralidad, se identifican algunas propuestas didácticas que incorporan herramientas tecnológicas y elementos del contexto sociocultural; sin embargo, estas no se centran en fomentar la argumentación en los estudiantes. Asimismo, en los pocos trabajos encontrando donde se evidencia producciones argumentativas, no se profundiza en su caracterización ni en las tareas y evidencias que las favorecen.

Por lo anterior, se reconoce un vacío en la investigación en torno al diseño e implementación de propuestas que, en contextos rurales, integren de manera intencionada la enseñanza de la geometría y el desarrollo de habilidades argumentativas. En este sentido, este trabajo busca aportar en esta línea, particularmente desde la argumentación en geometría en contextos rurales de Colombia.

5. ESTRATEGIA INVESTIGATIVA

La estrategia investigativa seleccionada es un experimento de enseñanza tal como se expone en Camargo (2021). Esta estrategia se centra en el diseño, implementación y análisis de una secuencia de tareas construida a partir de una conjetura inicial sobre el aprendizaje. Su interés no radica únicamente en comprobar resultados, sino en comprender los procesos que emergen cuando los estudiantes interactúan con una propuesta intencionalmente diseñada. En este caso, el interés se orienta hacia las producciones argumentativas que se generan en el desarrollo de tareas de geometría por partes de algunos estudiantes de un colegio rural en Fresno, Tolima.

Más que limitarse a aplicar una intervención, esta estrategia permite documentar de manera sistemática las producciones de los estudiantes, las discusiones que se generan y los ajustes que deben realizarse durante la implementación.

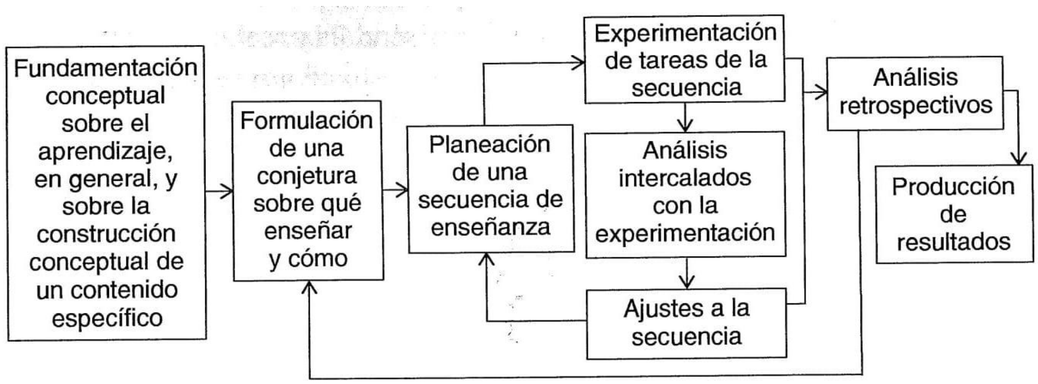


Figura 1: *Plan de ejecución para la estrategia experimento de enseñanza*
Fuente: Tomado de *Estrategias cualitativas de investigación en educación matemática: recursos para la captura de información y el análisis* (p.89), por Camargo, 2021.

El proceso del experimento de enseñanza, como se muestra en la Figura 1, inicia con una fundamentación conceptual del objeto matemático y del marco teórico que orienta la investigación. En este caso, dicha fundamentación se centra en la argumentación en la educación matemática escolar y en el estudio de las cónicas como contenido de la geometría escolar. A partir de esta base se formula una conjetura inicial que orienta el diseño de la secuencia de tareas.

La conjetura que guía esta investigación plantea que el diseño e implementación de una secuencia de tareas en geometría, centrada en el estudio de las cónicas mediante la construcción de invernaderos y contextualizada en un colegio rural, puede propiciar condiciones para que los estudiantes de noveno grado argumenten.

Con base en esta conjetura se diseña la secuencia de tareas, considerando las orientaciones curriculares revisadas, la estructura de tareas en geometría que fomentan la argumentación y las particularidades del contexto institucional (pretest, etc.). Posteriormente, se realiza su implementación en el aula y se recolecta información a partir de las producciones escritas de los estudiantes, los intercambios discursivos que se tuvieron con ellos y las observaciones del proceso.

Aunque el esquema del experimento de enseñanza contempla ciclos sucesivos de ajuste, en esta investigación se desarrolla un primer ciclo de diseño e implementación. El análisis retrospectivo se centra en examinar las producciones de los estudiantes, clasificándolas en tres tipos: producciones en las que se identifica un argumento simple con garantía explícita o implícita, producciones en las que se identifica un argumento simple incompleto y producciones en las que se observa un intento de justificación que no llega a configurarse como argumento. Esta categorización permite caracterizar la forma en que la argumentación se manifiesta en el desarrollo de la secuencia y reconocer tanto los avances como las dificultades presentes en el proceso. De este modo, más que presentar una versión refinada tras múltiples iteraciones, la investigación ofrece una caracterización fundamentada de la experiencia y señala posibles ajustes para desarrollos posteriores.

6. MARCO CONCEPTUAL

Este capítulo se plantea como una herramienta conceptual que orienta el proceso de investigación y se permite establecer consensos terminológicos en torno a los elementos centrales del estudio. En este sentido, se presenta las nociones de argumentación y argumento, así como los criterios teóricos que permiten su identificación y análisis.

Adicionalmente, se abordan los tipos de tareas que favorecen la construcción de argumentos en el aula de matemáticas, reconocimiento aquellas características que posibilitan la formulación de afirmaciones, el uso de datos y la construcción de justificaciones.

Finalmente, se presenta la definición matemática de las cónicas (circunferencia, parábola y elipse), junto con sus formas de construcción y una propiedad especifica de cada una de ellas, las cuales constituyen el contenido matemático sobre el que se desarrollan las tareas propuestas en la investigación.

6.1 Argumentación

En este apartado se presenta el marco conceptual que orienta la investigación en torno a la argumentación en educación matemática. En primer lugar, se explicita la noción de argumento y argumentación adoptada, así como los criterios que permiten analizar las producciones de los estudiantes. Posteriormente, se aborda la importancia de promover esta competencia, no solo en el ámbito académico, sino también en la formación de sujetos capaces de participar de manera crítica en distintos contextos. Finalmente, se revisan aportes de la literatura sobre las características de las tareas en geometría que favorecen la argumentación, identificando elementos que sirven como referente para el diseño de la secuencia de tareas propuesta en este trabajo y su articulación con el contexto educativo en el que se desarrolla.

6.1.1 ¿Qué es argumento y argumentación?

En la educación matemática, el término argumentación ha sido abordado desde diversas perspectivas teóricas. A lo largo del tiempo, distintos autores han propuesto definiciones que enfatizan aspectos particulares de la argumentación, tales como la estructura lógica de los razonamientos, la función comunicativa de las explicaciones o el papel social de la validación del conocimiento. Debido a esta diversidad conceptual, resulta necesario explicitar el significado de argumentación que orienta la presente investigación.

En este trabajo se adopta la perspectiva propuesta por Camargo et al. (2024), quienes realizan una revisión histórica de diferentes acepciones del concepto de argumento en matemáticas y proponen una caracterización que permite distinguir entre distintos tipos de producciones argumentativas en el aula. A partir de dicha revisión, los autores definen un argumento como "una expresión discursiva expositiva, conforme a normas compartidas, que presenta una aserción y razones que la sustentan" (Camargo et al., 2024, p. 317). Desde esta perspectiva, un argumento no se limita únicamente a la afirmación de un resultado, sino que implica la explicitación, o al menos la presencia implícita, de las razones que permiten sostenerlo.

En coherencia con esta definición general, los autores distinguen diferentes formas que puede adoptar un argumento. En particular, se reconoce la existencia de argumentos simples y argumentos simples incompletos, entendidos como "un argumento conformado por tres elementos (dato, aserción, garantía) relacionados. En caso de que falte la garantía, hablamos de argumento simple incompleto" (Camargo et al., 2024, p. 318). Esta distinción resulta especialmente útil ya que permite distinguir y analizar las producciones argumentativas de los estudiantes.

En este marco, la argumentación "es un proceso discursivo y sociocultural en el que surgen argumentos." (Camargo et al., 2024, p. 318). Se diferencia de la justificación, entendida como "un conjunto de razones para soportar la veracidad o la aceptabilidad de la aserción. Con esta conceptualización, una justificación no es un argumento porque no incluye la aserción." (Camargo et al., 2024, p. 138).

La adopción de estas definiciones responde a varias razones relacionadas con los propósitos y la metodología de la investigación. En primer lugar, esta perspectiva ofrece una caracterización clara de los elementos que conforman un argumento, lo cual permite establecer criterios de análisis precisos para examinar las producciones de los estudiantes durante la implementación de la secuencia de tareas. Dado que uno de los intereses de la investigación consiste en identificar y analizar los argumentos presentes en las intervenciones y producciones de los estudiantes durante la implementación de la secuencia, contar con una definición que delimite los componentes de un argumento facilita la clasificación y el análisis de dichas producciones.

En segundo lugar, en contextos escolares es frecuente encontrar producciones en las que los estudiantes presentan afirmaciones acompañadas de explicaciones parciales o implícitas; por ello, una perspectiva que admita la existencia de argumentos incompletos permite analizar estas producciones sin reducir el análisis únicamente a la presencia de argumentos estrictamente estructurados.

Una tercera razón para adoptar esta definición radica en que los autores reconocen que la argumentación no se limita exclusivamente a lo que los estudiantes expresan de forma escrita o verbal. En el contexto de la actividad matemática escolar, las acciones, representaciones gráficas, diagramas y procedimientos también pueden cumplir funciones argumentativas al constituirse como datos o garantías dentro de un argumento. Esta consideración resulta particularmente valiosa, ya que las tareas propuestas involucran actividades geométricas en las que los estudiantes construyen representaciones, elaboran dibujos y manipulan distintos registros de representación. En estos casos, parte de la argumentación puede manifestarse a través de dichas acciones y no únicamente mediante expresiones discursivas o escritas.

En cuarto lugar, esta perspectiva permite articular el análisis de la argumentación con el tipo de tareas matemáticas propuestas en la secuencia didáctica. Como se discutirá en apartados posteriores, las tareas diseñadas buscan generar situaciones en las que los estudiantes deban comparar soluciones, justificar decisiones y explicar relaciones geométricas. En este contexto, el significado de argumento adoptado permite identificar cómo estas producciones emergen durante el desarrollo de las tareas y de qué manera los estudiantes movilizan diferentes tipos de datos y garantías para sostener sus argumentos.

Finalmente, el uso de estas definiciones se relaciona directamente con la estrategia metodológica de la investigación. En el análisis retrospectivo de la implementación de la secuencia de tareas, las producciones de los estudiantes se clasifican en tres categorías: producciones en las que se identifica un argumento simple con garantía explícita o implícita, producciones en las que se identifica un argumento simple incompleto y producciones en las que se observa un intento de justificación que no llega a configurarse como argumento. Esta clasificación incorpora un análisis de las producciones de los estudiantes a partir de la estructura funcional del argumento propuesta por Stephen Toulmin (Toulmin, 2007), con el propósito de establecer una distinción clara entre los elementos de un argumento: dato, aserción y garantía. En este sentido, las producciones de los estudiantes, resultado de la implementación de la secuencia de tareas, se presentarán siguiendo la Figura 2 y, posteriormente, se indicará la categoría en la que se clasifica cada argumento, de acuerdo con las categorías previamente descritas.

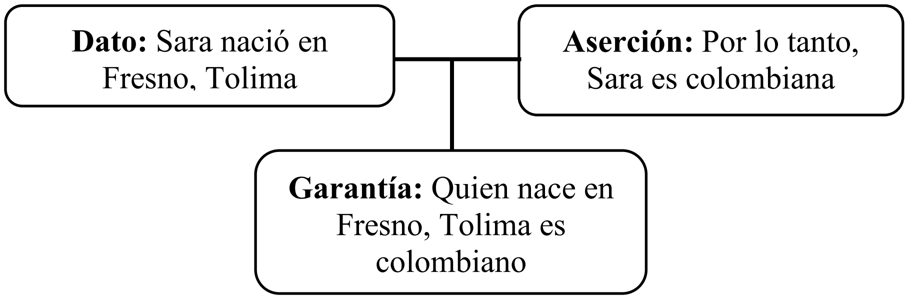


***Figura 2**: Ejemplo de argumento simple bajo la estructura de Toulmin*

6.1.2 ¿Qué tipo de tareas en geometría fomentan la argumentación?

Diversas investigaciones en educación matemática han analizado las características de las tareas de geometría que favorecen el desarrollo de la argumentación en el aula. En general, estos estudios coinciden en que la argumentación emerge con mayor frecuencia cuando los estudiantes se enfrentan a situaciones que les exigen formular conjeturas, justificar procedimientos y discutir la validez de sus ideas (Arévalo, 2016; Samper y Toro, 2017; Alba y Velandia, 2019; Giraldo, 2016).

Uno de los rasgos más destacados en estas investigaciones es el uso de situaciones problema que requieren que los estudiantes expliquen o justifiquen sus decisiones a partir de propiedades geométricas. Este tipo de tareas favorece que los estudiantes no se limiten a obtener un resultado, sino que construyan argumentos que respalden sus afirmaciones. En contextos de resolución de problemas, los estudiantes suelen establecer relaciones entre objetos geométricos, movilizar propiedades matemáticas y debatir la validez de diferentes soluciones (Arévalo, 2016).

Otro elemento recurrente es la presencia de actividad demostrativa, entendida como un proceso en el que los estudiantes formulan conjeturas, exploran relaciones geométricas y elaboran progresivamente justificaciones más estructuradas. En este tipo de situaciones, la argumentación suele aparecer inicialmente en formas empíricas o intuitivas, pero a través de la discusión y la reflexión colectiva puede evolucionar hacia razonamientos apoyados en propiedades matemáticas (Samper y Toro, 2017; Alba y Velandia, 2019).

Asimismo, diferentes investigaciones destacan el papel de los entornos de exploración, como la geometría dinámica o el uso de materiales manipulativos. Estas herramientas permiten experimentar con configuraciones geométricas, observar regularidades y formular conjeturas que posteriormente deben ser justificadas. En ambientes de geometría dinámica, por ejemplo, los estudiantes pueden manipular construcciones y analizar invariantes, mientras que materiales como el doblado de papel facilitan la exploración directa de propiedades geométricas (Samper y Toro, 2017; Alba y Velandia, 2019).

Otro aspecto clave identificado en la literatura es el rol del docente como mediador del proceso argumentativo. En lugar de proporcionar respuestas directas, el docente promueve la discusión mediante preguntas orientadoras que invitan a los estudiantes a explicar, justificar o revisar sus razonamientos. Este tipo de intervenciones favorece la construcción colectiva del conocimiento y fortalece la argumentación matemática en el aula (Arévalo, 2016; Giraldo, 2016).

De igual manera, diversos estudios señalan la importancia de la interacción entre estudiantes en el desarrollo de la argumentación. El trabajo colaborativo y el debate entre pares generan oportunidades para confrontar ideas, reformular explicaciones y fortalecer los razonamientos matemáticos. En estos espacios de discusión, los estudiantes no solo defienden sus propias afirmaciones, sino que también analizan y cuestionan las de otros (Samper y Toro, 2017; Giraldo, 2016).

Finalmente, la literatura también resalta la relevancia de considerar múltiples formas de representación y comunicación en la construcción de argumentos geométricos. Los estudiantes pueden apoyar sus explicaciones mediante diagramas, construcciones geométricas, manipulaciones de objetos, gestos o representaciones gráficas, lo que amplía las posibilidades de expresar y justificar sus ideas matemáticas (Giraldo, 2016).

A partir de la revisión de estas investigaciones se identificaron varios elementos recurrentes en las tareas que promueven la argumentación en geometría: la formulación de situaciones problema significativas, la promoción de la actividad demostrativa, el uso de entornos de exploración, la mediación del docente mediante preguntas orientadoras, la interacción entre estudiantes y el uso de diversas representaciones para comunicar ideas matemáticas. Estos elementos constituyeron referentes para la construcción de la secuencia de tareas presentada en el Capítulo 9, en el cual se describe el diseño de tareas contextualizadas, el uso de materiales y representaciones geométricas, así como la incorporación de preguntas orientadoras y espacios de discusión que buscan favorecer la argumentación.

6.2 Cónicas

Para cerrar el marco conceptual, se presenta una aproximación a las cónicas que orienta el trabajo matemático desarrollado en la secuencia de tareas. Es importante precisar que las definiciones y relaciones que se introducen no pretenden constituir un tratamiento exhaustivo ni formal del objeto geométrico en sentido disciplinar, sino que corresponden a una selección intencionada de elementos que resultan pertinentes para el diseño de las tareas y para el tipo de actividad argumentativa que se busca promover en el aula. En este sentido, se privilegian definiciones que hacen visibles relaciones que pueden ser objeto de explicación, justificación y validación por parte de los estudiantes.

En coherencia con lo anterior, se adoptan las definiciones de cónicas presentadas por Stewart et al. (2016), en tanto permiten comprender estos objetos como lugares geométricos definidos a partir de condiciones de distancia. Esta elección favorece un trabajo en el aula en el que los estudiantes pueden explorar dichas condiciones a partir de construcciones con material concreto y, a partir de ellas, formular y sostener argumentos.

La circunferencia se define como el conjunto de todos los puntos que se encuentran a una distancia fija (radio) de un punto dado, denominado centro (Stewart et al, 2016, p. 117).

Esta definición establece una condición geométrica que determina completamente el objeto geométrico: la invariancia de la distancia respecto a un punto fijo. Dicha condición puede ser explorada mediante una construcción con regla y compás, en la Figura 28 se evidencia cómo se les pidió a los estudiantes construir la circunferencia.

La elipse se define como el conjunto de puntos del plano cuya suma de distancias desde dos puntos fijos, llamados focos, es constante (Stewart et al, 2016, p. 761). Pero antes de llevar la construcción al aula, resulta importante mencionar algunas características definidas por estos autores, estas son: Ecuación: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$; Eje mayor: Horizontal, longitud $2a$; Eje Menor: Vertical, longitud $2b$; Focos: $F_1(-c,0), F_2(c,0), c^2=a^2-b^2$. (Stewart et al, 2016, p. 763). Sin embargo, debido a que los estudiantes no han tenido un acercamiento a estos objetos en la clase de matemáticas, se hicieron adaptaciones de estas características para que durante la construcción de la elipse los estudiantes pudieran reconocerlas (véase Figura 33).

Finalmente, "una parábola es el conjunto de puntos del plano que son equidistantes con un punto fijo F (llamado foco) y una recta fija l (llamada directriz)". (Stewart et al, 2016, p. 753). En este caso, la condición geométrica involucra una relación de equidistancia entre un punto y una recta. Esta relación se abordada mediante una construcción (véase Figura 38) que permiten comparar distancias entre puntos y rectas, identificando aquellos puntos que satisfacen la condición establecida.

7. LA IMPORTANCIA DE ARGUMENTAR Y EL LUGAR DE LA ARGUMENTACIÓN EN ORIENTACIONES CURRICULARES

En este capítulo se abordan dos aspectos fundamentales. En primer lugar, se presenta una reflexión en torno a la importancia de la argumentación en el contexto educativo, particularmente en la enseñanza de las matemáticas, reconociendo su papel en la construcción del pensamiento crítico en los estudiantes.

En un segundo lugar, se realiza un análisis de la Guía PAI del IB, las orientaciones curriculares para la educación rural (PER) y las orientaciones curriculares nacionales (LCM, DBA y EBCM), con relación al objetivo de enseñanza, qué entienden por argumentación, argumento y las tareas que proponen para promover la argumentación; este análisis concluye con un comparativo entre las orientaciones curriculares para la caracterización de la brecha curricular, desde lo documental.

7.1 ¿Por qué es importante que los estudiantes argumenten?

La argumentación constituye una competencia fundamental en la formación de los estudiantes, ya que les permite explicar, justificar y discutir ideas en distintos contextos. Argumentar no se limita únicamente a exponer una respuesta o afirmar un resultado; implica ofrecer razones que sustenten una postura, evaluar la validez de diferentes afirmaciones y participar en procesos de discusión en los que las ideas pueden ser confrontadas y revisadas. En este sentido, la argumentación se vincula con la posibilidad de construir conocimiento y de participar activamente en escenarios donde las decisiones requieren ser sustentadas.

Diversos autores han señalado que argumentar cumple una función central en los procesos de comunicación y construcción de conocimiento. En palabras de Cervantes y Cabañas (2018), “la argumentación […] es el medio para socializar procedimientos, respuestas y puntos de vista” (p. 165). Desde esta perspectiva, la argumentación no solo permite compartir resultados, sino también hacer visibles los procesos de razonamiento que conducen a ellos. Al explicitar las razones que sustentan una afirmación, los estudiantes pueden someter sus ideas a discusión, contrastarlas con las de otros.

La relevancia de la argumentación, sin embargo, trasciende el ámbito estrictamente académico. En la vida cotidiana, las personas se enfrentan constantemente a situaciones en las que deben tomar decisiones, evaluar información, justificar elecciones o participar en discusiones sobre distintos temas. En todos estos escenarios, la capacidad de argumentar resulta fundamental, ya que permite analizar diferentes puntos de vista, sustentar una postura y valorar críticamente las razones presentadas por otros. De esta manera, el desarrollo de la argumentación contribuye a la formación de sujetos capaces de participar de manera reflexiva y crítica en la sociedad, lo cual, se considera que puede ayudar a que las personas identifiquen la brecha curricular y tomen acciones para cerrarla.

En el contexto escolar, promover el desarrollo de esta competencia implica generar espacios en los que los estudiantes no se limiten a reproducir procedimientos o respuestas previamente establecidas, sino que tengan la oportunidad de explicar cómo piensan, justificar sus decisiones y discutir diferentes estrategias de resolución. Cuando estas oportunidades se incorporan en las dinámicas de aula, el aprendizaje deja de centrarse exclusivamente en la obtención de resultados correctos y comienza a orientarse hacia la comprensión de los procesos que permiten construirlos.

Desde esta perspectiva, el desarrollo de la argumentación puede entenderse también como una forma de ampliar las oportunidades de aprendizaje de los estudiantes. Si en el aula se promueven situaciones en las que los estudiantes deben explicar sus ideas, comparar soluciones y justificar sus razonamientos, se favorece una participación más activa en la actividad matemática y se fortalecen procesos para el desarrollo de esta competencia. En contraste, cuando las dinámicas de enseñanza se centran en la repetición de procedimientos, las posibilidades de que los estudiantes desarrollen esta competencia se reducen considerablemente.

En relación con lo anterior, la promoción de la argumentación adquiere especial relevancia en contextos educativos en los que históricamente se han identificado desigualdades en las oportunidades de aprendizaje. En el caso de la educación rural, donde diferentes estudios y políticas educativas han señalado la existencia de brechas educativas frente a contextos urbanos, fortalecer competencias como la argumentación puede contribuir a ampliar las formas en que los estudiantes participan en la actividad matemática escolar y en sus entornos sociales. En este sentido, generar escenarios en los que los estudiantes puedan formular conjeturas, justificar procedimientos y discutir diferentes soluciones constituye una estrategia que puede favorecer el desarrollo de argumentos más robusto y, potencialmente, aportar a la disminución de dichas brechas.

Finalmente, promover la argumentación no se concibe únicamente como un objetivo asociado al aprendizaje de contenidos matemáticos, sino como una apuesta por generar experiencias educativas que permitan a los estudiantes desarrollar formas de razonamiento que resultan valiosas tanto en el ámbito académico como en su vida cotidiana.

7.2 Concepciones de argumento y argumentación en los currículos

Gracias al Marco Conceptual y el apartado anterior se caracteriza argumento y argumentación, su importancia y cómo generar producciones argumentativas mediante tareas en geometría; sin embargo, con relación a la discusión de la brecha curricular resulta necesario identificar qué concepciones tienen las orientaciones curriculares acerca de la argumentación, en concreto, se quiere saber qué se entiende por argumentación y cuáles tareas se proponen para promover la argumentación.

7.2.1 Lineamientos Curriculares en Matemáticas (LCM)

A partir de los LCM, es posible inferir una concepción de argumento y argumentación que, aunque no se define de manera explícita, se construye a través de los usos, ejemplos y procesos asociados al razonamiento matemático. En primer lugar, la argumentación aparece vinculada a 'procesos de alto nivel', particularmente en relación con el razonamiento, la formulación de conjeturas y la generalización. En este sentido, se afirma que la geometría constituye "un ámbito por excelencia para desarrollar [...] procesos de nivel superior y, en particular formas diversas de argumentación" (MEN, 1998, p. 17), lo cual sitúa la argumentación como una práctica fundamental en la actividad matemática escolar, especialmente en contextos donde se interpretan y modelan situaciones espaciales.

Sin embargo, emerge una tensión relevante en la manera en que los LCM sitúan la argumentación como un "proceso de nivel superior". Esta caracterización puede resultar problemática en la medida en que sugiere una jerarquización de los procesos matemáticos, en la que argumentar aparece como una actividad reservada para niveles avanzados de escolaridad. Esto se ve reforzado por el hecho de que, en los grados 10° y 11°, la argumentación se plantea explícitamente como evidencia de aprendizaje, por ejemplo, cuando se espera que el estudiante "detecta y aplica distintas formas de razonamiento y métodos de argumentación en la vida cotidiana" (MEN, 1998, p.67). Esta ubicación tardía podría interpretarse como si la argumentación no fuera propia de niveles anteriores o incluso como si este proceso no se evidenciara en estudiantes desde edades tempranas.

A pesar de esta tensión, es importante destacar que los LCM reconocen el carácter transversal de la argumentación, no solo en el ámbito matemático escolar, sino también en la vida cotidiana. Esto amplía su alcance y refuerza su relevancia como una práctica formativa que trasciende el aula. En este sentido, la visión de los LCM converge con la perspectiva de la importancia de la argumentación adoptada en este trabajo, al reconocer que la argumentación no se limita a la validación formal de resultados, sino que implica la capacidad de sostener, comunicar y evaluar ideas en diversos contextos.

En coherencia con esto, los LCM sugieren que un argumento no se restringe a una estructura exclusivamente verbal o formal, sino que puede expresarse mediante múltiples registros semióticos. Esto se evidencia cuando se plantea que en geometría se trata de "actuar y argumentar sobre el espacio ayudándose con modelos y figuras, con palabras del lenguaje ordinario, con gestos y movimientos corporales" (MEN, 1998, p.37). Así, el argumento se configura como una producción que articula diferentes formas de representación y acción, lo cual resulta consistente con la definición adoptada en este trabajo, en la que la aserción en el argumento se puede presentar "como una acción física realizada con la que se expresa una idea o una postura" (Camargo et al., 2024, p. 317). Aunque los LCM no explicitan componentes como dato, aserción o garantía, sí reconocen que argumentar implica sostener afirmaciones a partir de razones, incluso cuando estas no se formalizan completamente.

Esta idea se refuerza en el tratamiento del razonamiento geométrico, particularmente en la referencia a los niveles de Van Hiele. Allí se señala que los estudiantes pueden "dar argumentos informales para justificar sus clasificaciones", como en el caso de considerar un cuadrado como un rombo con propiedades adicionales (MEN, 1998, p.39). Este ejemplo permite identificar que un argumento, en este contexto, consiste en una afirmación (el cuadrado es un rombo) acompañada de una razón que la sustenta (cumple las propiedades del rombo y añade otras). Se trata, por tanto, de argumentos que pueden ser incompletos o informales, pero que cumplen la función de justificar y dar sentido a una afirmación, lo cual se alinea con la noción de argumentos simples o incompletos propuesta por Camargo et al. (2024).

Por su parte, la argumentación se presenta como un proceso más amplio en el que se producen, articulan y evalúan estos argumentos. En los LCM (1998) se indica que la formulación de conjeturas implica "proponer sistemáticamente afirmaciones que parecen ser razonables, someterlas a prueba y estructurar argumentos sobre su validez" (p. 53), mientras que la argumentación consiste en "explicar el porqué, estructurar argumentos para sustentar generalización, someter a prueba, explorar nuevos caminos" (MEN, 1998, p. 53). De este modo, la argumentación se entiende como un proceso que involucra la producción de argumentos en torno a una conjetura o afirmación, lo cual tiene relación con la perspectiva adoptada en esta investigación, pues es un proceso donde surgen argumentos, donde la argumentación se concibe como un "proceso discursivo y sociocultural en el que surgen argumentos" (Camargo et al., 2024, p. 318).

Adicionalmente, los LCM hacen referencia a distintos tipos de argumentos: lógicos, informales, formales y cotidianos; sin ofrecer una definición precisa de cada uno. No obstante, todos ellos parecen compartir la función de validar o cuestionar afirmaciones, hipótesis o conjeturas. Esto refuerza la idea de que, más que una estructura fija, el argumento se entiende en función de su papel dentro del razonamiento matemático: servir como medio para sustentar o refutar una idea. En este punto, la concepción de los LCM resulta poco especifica en cuanto a las características estructurales de un argumento.

Aunque los LCM no ofrecen definiciones explícitas de argumento y argumentación, sí permiten inferir una concepción en la que el argumento es entendido como una producción que sustenta afirmaciones mediante razones, en diversos registros, y la argumentación como el proceso mediante el cual estos argumentos se construyen, articulan y ponen a prueba; aunque presenta vacíos y tensiones que hacen necesario un marco teórico más preciso para su análisis en el contexto educativo.

En relación con la evaluación de la argumentación, los LCM introducen el análisis de la "argumentación inválida", particularmente al abordar errores lógicos asociados al uso inadecuado de enunciados condicionales. En este sentido, se advierte que negar el antecedente de una proposición no permite concluir automáticamente la falsedad del consecuente, lo cual constituye una forma de razonamiento incorrecto. Este tipo de ejemplos pone de manifiesto que la argumentación no solo implica construir razones para sostener una afirmación, sino también desarrollar la capacidad de analizar críticamente la validez de los razonamientos, identificar falacias y reconocer contraejemplos. Así, la evaluación de la argumentación se orienta hacia la formación de un pensamiento lógico más riguroso, en el que los estudiantes puedan examinar tanto sus propios argumentos como los de otros.

Finalmente, los LCM evidencian que la argumentación ha sido históricamente reconocida como un componente fundamental del pensamiento matemático. No obstante, también permiten evidenciar que, a pesar de este reconocimiento, su desarrollo en la práctica educativa no siempre ha ocupado un lugar central. Esto sugiere la existencia de una brecha entre lo propuesto a nivel curricular y su implementación en el aula, lo cual plantea desafíos importantes para la enseñanza. En consecuencia, aunque la argumentación se presenta como un proceso clave para la formación matemática y para la vida cotidiana, su integración efectiva en los procesos de enseñanza y aprendizaje continúa siendo una tarea pendiente que requiere mayor atención en el diseño curricular y en las prácticas pedagógicas.

Tipo de tareas que proponen los LCM para promover la argumentación

En los Lineamientos Curriculares se identifican distintos tipos de tareas orientadas a promover la argumentación, las cuales permiten evidenciar cómo se concibe y se pone en juego este proceso en el aula. Un primer tipo de tarea corresponde a aquellas en las que se presenta una argumentación junto con una conclusión, y se solicita al estudiante analizar su validez.

Tesis: $2 = 1$

Argumentación:

1) Sean a, b números, con $a = b$ (Hipótesis)
2) $a^2 = a \cdot b$
3) $a^2 - b^2 = a \cdot b - b^2$
4) $(a - b)(a + b) = (a - b)b$
5) $a + b = b$
6) $b + b = b$
7) $2b = b$
8) $2 = 1$

La conclusión es falsa y la argumentación, aunque parece correcta, tiene un error que usted debe encontrar.

Figura 3: *Ejemplo del primer tipo de tarea propuesta para promover la argumentación*
Fuente: *Tomado de Lineamientos Curriculares en Matemáticas (p.68), por Ministerio de Educación Nacional de Colombia, 1998.*

En este caso, el énfasis está en identificar errores en los argumentos expuestos, como ocurre en el ejemplo donde, a partir de una serie de igualdades algebraicas, se concluye erróneamente que “2 = 1”. Aquí, el estudiante debe reconocer que, aunque la secuencia de argumentos parece coherente, existe una falla lógica en el procedimiento (véase Figura 3). Este tipo de tarea se articula con la idea de “argumentación inválida”, en la medida en que promueve el análisis crítico de razonamientos aparentemente correctos.

Un segundo tipo de tarea (véase Figura 4) es aquel en el que se proporciona una argumentación sin la conclusión, de modo que el estudiante debe inferirla a partir de los argumentos dados.

Vale la pena también ejercitarse en sacar conclusiones o completar argumentos como:

(1) Si dos ángulos son rectos, son congruentes
(2) $\angle$A no es congruente con $\angle$B
(3) Por tanto:

Figura 4: *Ejemplo del segundo tipo de tarea propuesta para promover la argumentación*
Fuente: *Tomado de los Lineamientos Curriculares en Matemáticas (p.73), por Ministerio de Educación Nacional de Colombia, 1998.*

En estas situaciones, se espera que el estudiante reconstruya el sentido global del razonamiento y establezca una conclusión coherente con las afirmaciones presentadas. Finalmente, un tercer tipo de tarea corresponde a aquellas en las que, a partir de una hipótesis o situación inicial, se solicita al estudiante construir una secuencia de argumentos que conduzcan a una conclusión, es decir, elaborar la argumentación completa (véanse Figura 5). Este tipo de tarea pone el acento en la producción de razonamientos y en la organización lógica de las ideas.

Desarrollar un argumento lógico para convencer a alguien que la distancia más corta entre el punto P y una recta l es la longitud de PQ donde Q está sobre l y l es perpendicular a PQ

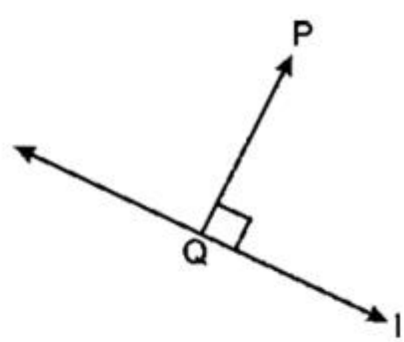


Figura 5: *Ejemplo del tercer tipo de tarea propuesta para promover la argumentación*
Fuente: Tomado de Lineamientos Curriculares en Matemáticas (p.72), por Ministerio de Educación Nacional de Colombia, 1998.

Ahora bien, en estos ejemplos el argumento se presenta como una sucesión de enunciados, frecuentemente igualdades o proposiciones, que se encadenan linealmente para llegar a una conclusión. Cada paso (argumento) del procedimiento se asume como válido en sí mismo y funciona como parte de un razonamiento progresivo, donde el énfasis está en la transformación simbólica y en la coherencia interna de la secuencia.

Desde la perspectiva adoptada en este trabajo, esta forma de entender el argumento presenta una limitación. Si bien guarda relación con la idea de sostener afirmaciones mediante razones, en estos casos cada enunciado o paso no constituye, por sí mismo, un argumento en el sentido propuesto por Camargo et al. (2024), ya que no siempre se explicitan las razones que lo justifican. En efecto, muchas de estas afirmaciones corresponden únicamente a datos o aserciones dentro de una cadena de razonamiento, pero no configuran argumentos completos al no hacer visible la garantía que conecta las razones con la conclusión. En este sentido, aunque las tareas promueven procesos cercanos a la argumentación, la estructura no siempre permite identificar argumentos en sentido pleno, sino más bien secuencias de afirmaciones que requieren ser interpretadas y justificadas.

7.2.2 Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (EBCM)

Los EBCM retoman los LCM y buscan establecer referentes comunes que orienten la formación matemática en términos de conocimientos, habilidades y valores necesarios para el desempeño ciudadano. En este marco, aunque no presentan una definición explícita de argumento o argumentación, sí ofrecen múltiples indicios sobre cómo se conciben estos procesos dentro de la actividad matemática escolar.

Un primer acercamiento aparece en la distinción entre conocimiento conceptual y procedimental, donde se señala que este último "se relaciona con […] las habilidades y destrezas para elaborar, comparar y ejercitar algoritmos y para argumentar convincentemente" (MEN, 2006, p. 50). Aunque en este punto no se precisa qué significa argumentar, se sugiere que se trata de una habilidad vinculada a la acción, a la transformación de representaciones y al uso de estrategias, lo cual sitúa la argumentación en el ámbito del hacer matemático.

Esta idea se amplía cuando los EBCM describen los procesos generales en la actividad matemática que expresan lo que significa ser 'matemáticamente competente'. Allí se plantea que resolver problemas implica "formular argumentos que justifiquen los análisis y procedimientos realizados y la validez de las soluciones propuestas" (MEN, 2006, p. 51), así como "usar la argumentación […] como medio de validar y rechazar conjeturas, y avanzar en el camino hacia la demostración" (MEN, 2006, p. 51). En este sentido, la argumentación se entiende como un medio para justificar, validar y refutar, estrechamente ligado al razonamiento matemático y al tránsito hacia formas más formales de demostración.

Asimismo, en el proceso de razonamiento se destaca el desarrollo de competencias argumentativas que implican "saber dar y pedir razones, probar y refutar, y ojalá avanzar hacia la demostración formal" (MEN, 2006, p. 56). Esta formulación refuerza la idea de que argumentar no se reduce a exponer resultados, sino que involucra la construcción de razones y la participación en dinámicas de validación del conocimiento. De manera particular, se reconoce que la geometría constituye un espacio privilegiado para este desarrollo, al señalar que la argumentación "se desarrolla más naturalmente con el aprendizaje de la geometría euclidiana y de las no euclidianas" (MEN, 2006, p. 57).

En conjunto, estos planteamientos permiten inferir que, en los EBCM, la argumentación se concibe como una competencia orientada a justificar y validar afirmaciones matemáticas mediante razones, aunque sin una caracterización estructural explícita del argumento. No obstante, algunos estándares específicos permiten identificar de manera más concreta cómo se espera que esta competencia se manifieste. Por ejemplo, cuando se plantea que el estudiante "argumento relaciones entre el perímetro y el área de figuras diferentes, cuando se fija una de estas medidas" (MEN, 2006, p. 83), se sugiere una estructura en la que, a partir de una condición dada, el estudiante debe establecer relaciones y justificarlas.

Desde la perspectiva adoptada en este trabajo, este tipo de formulaciones puede interpretarse en términos de la estructura propuesta por Camargo et al. (2024). En efecto, la condición inicial puede entenderse como un dato, la relación establecida como una aserción, y el proceso de "argumentar" como la explicitación de las razones o garantías que sustentan dicha relación. En este sentido, aunque los EBCM no formalizan una definición de argumento, sí promueven prácticas que pueden ser analizadas bajo esta estructura, lo cual permite articular sus planteamientos con el enfoque teórico adoptado en esta investigación.

7.2.3 Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA)

Los DBA, aunque no constituyen una propuesta curricular en sentido estricto, se articulan con los LCM y los EBCM, en tanto orientan la progresión de los aprendizajes que se espera que los estudiantes alcancen a lo largo de su escolaridad. En este sentido, su relevancia radica en ofrecer referentes concretos para la planificación de la enseñanza, especialmente en relación con los desempeños esperados en cada grado.

En los DBA, los términos argumento y argumentación no son definidos de manera explícita; sin embargo, su uso recurrente permite inferir una concepción implícita asociada principalmente al acto de justificar, explicar o validar procedimientos. En diferentes grados, la palabra "argumenta" aparece vinculada a acciones como analizar relaciones, sustentar respuestas, verificar conjeturas o explicar procedimientos, lo cual sugiere que la argumentación se entiende como una actividad transversal al quehacer matemático.

Esta concepción se evidencia en tareas donde se solicita al estudiante, por ejemplo, "argumentar las razones" de un procedimiento (Grado 1°), "argumentar si una afirmación es correcta" (Grado 7°), o analizar relaciones y justificar conclusiones en contextos algebraicos o geométricos (Grado 8°). En estos casos, la acción de argumentar se asocia con diferentes tipos de actividad matemática, sin que se delimite con claridad qué se espera específicamente del estudiante en términos de producción argumentativa.

A partir de una colección de objetos cotidianos de diferentes tamaños y pesos[1], que sean comparables respecto a algún atributo, como una piña, un carro de juguete, una uva, un lápiz, una hoja de papel, una manzana, entre otros, los ordena respecto a su tamaño y su peso y discute sobre las condiciones de ubicación entre ellos. Establece diversos ordenamientos de acuerdo con alguna magnitud, por ejemplo, se toman cajas de diferentes tamaños y se llenan con materiales como plastilina, arroz y algodón de modo que en la caja más pequeña quede el mayor peso y argumenta las razones para dicho ordenamiento.

Figura 6: *Ejemplo de tarea donde el estudiante debe argumentar (grado 1°, DBA4)*

Fuente: Tomado de Estándares básicos de competencias en matemáticas (p.10), por Ministerio de Educación Nacional de Colombia, 2016.

Si en la siguiente representación, el triángulo y el cuadrado representan números cualesquiera:

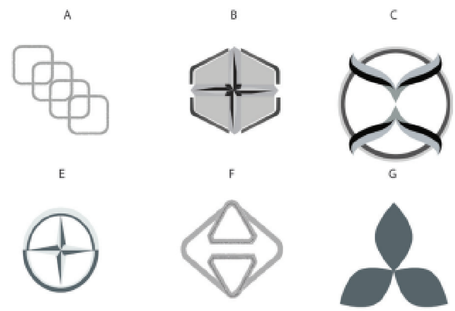
$$\sqrt{\triangle + \square} = \sqrt{\triangle} + \sqrt{\square}$$

Asigna valores en las casillas $\triangle$ y $\square$ y utiliza la calculadora para establecer la existencia de números que hagan verdadera la igualdad. Argumenta este hecho y escribe una consecuencia que pueda inferirse a partir de esta exploración. Construye otras representaciones con productos, cocientes y potencias y analiza lo que sucede en cada caso.

Figura 7: *Ejemplo de tarea donde la estudiante debe argumentar (grado 8°, DBA 2)*

Fuente: Tomado de Estándares básicos de competencias en matemáticas (p.59), por Ministerio de Educación Nacional de Colombia, 2016.

Las grandes empresas invierten en el diseño de la imagen corporativa que los representa. Por ejemplo, en sus logotipos o iconos que los diferencian en el mercado. Las empresas buscan que los símbolos además de sencillos sean inconfundibles, para que las personas siempre los distingan entre las demás marcas. En muchos de los logotipos de las grandes marcas priman las regularidades geométricas como se muestra a continuación:



Identifica las figuras congruentes que hay en cada uno de los logotipos. Argumenta las congruencias encontradas en cada logotipo.

Figura 8: *Ejemplo de tarea donde el estudiante debe argumentar (Grado 8°, DBA 6)*
Fuente: Tomado de Estándares básicos de competencias en matemáticas (p.62), por Ministerio de Educación Nacional de Colombia, 2016.

Encuentra valores para b, c, d, e, etc., que satisfagan las ecuaciones propuestas y argumenta cómo cambian las respuestas obtenidas si se cambia el valor de a por 6 o por 8.

$$a = 4$$
$$a + 2b = 10$$
$$a + 2b + 3c = 28$$
$$a + 2b + 3c + 4d = 68$$
$$a + 2b + 3c + 4d + 5e = 93$$
$$a + 2b + 3c + 4d + 5e + 6f = 123$$
$$a + 2b + 3c + 4d + 5e + 6f + 7g = 200$$

Describe los procedimientos para obtener valores numéricos que satisfagan las ecuaciones segunda y tercera, si se desconoce el valor de a.

Figura 9: *Ejemplo de tarea donde el estudiante debe argumentar (Grado 8°, DBA 9)*
Fuente: Tomado de Estándares básicos de competencias en matemáticas (p.63), por Ministerio de Educación Nacional de Colombia, 2016.

A partir de estos ejemplos, se observa que las tareas propuestas por los DBA efectivamente incorporan la argumentación desde los primeros grados y a lo largo de toda la escolaridad, lo cual resulta relevante en términos de intencionalidad formativa. No obstante, esta inclusión se da a través de un uso amplio y poco diferenciado del término, que engloba múltiples acciones sin precisar su naturaleza. En consecuencia, “argumentar” puede referirse indistintamente a explicar, justificar, validar o proponer, lo que dificulta establecer criterios claros sobre qué constituye una producción argumentativa.

Esta ambigüedad plantea una dificultad importante desde el punto de vista didáctico: aunque se espera que los estudiantes argumenten, no se ofrecen orientaciones sobre cómo promover esta competencia, cómo reconocerla en las producciones de los estudiantes o cómo evaluarla. De este modo, la responsabilidad de interpretar qué significa argumentar recae en el docente, lo que puede generar prácticas heterogéneas y, en algunos casos, limitar el desarrollo efectivo de esta competencia en el aula.

Desde la perspectiva adoptada en esta investigación, basada en la propuesta de Camargo et al. (2024), esta situación resulta especialmente relevante. Mientras que los DBA utilizan el término “argumenta” como una acción general del quehacer matemático, en este trabajo se asume que un argumento es una expresión que articula una aserción con razones que la sustentan (datos y garantías). En este sentido, muchas de las tareas propuestas por los DBA podrían dar lugar a la construcción de argumentos; sin embargo, al no explicitar esta estructura, no es posible asegurar que dichas producciones se configuren efectivamente como argumentos en sentido estricto. Más bien, se promueve un conjunto amplio de acciones que pueden o no derivar en producciones argumentativas estructuradas.

Finalmente, se identifican dos tensiones principales. Por un lado, existe una intención clara de que los estudiantes argumenten desde los primeros grados, lo cual resulta coherente con una visión amplia de la formación matemática. Por otro lado, esta intención no se acompaña de orientaciones didácticas ni conceptuales que permitan materializarla en el aula. En consecuencia, la argumentación aparece como una exigencia presente en el currículo, pero con escasos elementos para su desarrollo sistemático, lo que constituye un desafío tanto para la enseñanza y el aprendizaje como para su análisis en contextos educativos.

7.2.4 Educación rural

La educación rural en Colombia se inscribe dentro del sistema de educación formal definido por la Ley General de Educación, la cual establece que esta “se imparte en establecimientos educativos aprobados, en una secuencia regular de ciclos lectivos, con sujeción a pautas curriculares progresivas, y conducente a grados y títulos” (Ley 115, 1994, p. 5). En este marco, la educación rural no constituye un sistema paralelo, sino una modalidad de la educación formal que responde a condiciones territoriales, sociales y culturales particulares.

Históricamente, la educación rural en Colombia ha estado marcada por profundas desigualdades frente a la educación urbana. Estas diferencias se relacionan con factores como la dispersión geográfica de la población, el difícil acceso a las instituciones educativas, la limitación de recursos físicos y tecnológicos, y las condiciones socioeconómicas de las comunidades campesinas. Durante décadas, estas características derivaron en menores oportunidades de acceso, permanencia y calidad educativa en las zonas rurales, configurando lo que diversos documentos oficiales han denominado una brecha entre lo rural y lo urbano.

En respuesta a esta situación, el Ministerio de Educación Nacional ha desarrollado diferentes estrategias orientadas a fortalecer la educación rural. Una de las más relevantes fue el Programa de Fortalecimiento de la Cobertura con Calidad para el Sector Educativo Rural (PER), implementado en varias fases desde inicios del siglo XXI. Este programa tiene como propósito ampliar la cobertura educativa y mejorar la calidad de la educación en zonas rurales mediante la implementación de modelos educativos flexibles, el fortalecimiento de la gestión institucional y la producción de materiales pedagógicos contextualizados. Dentro de estos modelos se destacan propuestas como Escuela Nueva, la Postprimaria Rural y la Media Rural, diseñadas para responder a dinámicas como la multigradualidad, la heterogeneidad de edades y los ritmos de aprendizaje propios de estos contextos.

En el marco de estas políticas públicas, por parte del PER en su segunda versión, se viene implementando una estrategia de desarrollo profesional situado en docentes, con la cual se busca un mejoramiento de las prácticas de aula de los docentes rurales, de la utilización del tiempo de enseñanza y de la gestión académica que se adelanta en sedes rurales; además "fortalecer en la ruralidad la atención integral a la primera infancia y las condiciones para que niños, niñas, adolescentes, jóvenes y adultos cumplan trayectorias educativas con calidad y pertinencia bajo una perspectiva de integralidad" (MEN, p. 7). Por lo tanto, el Ministerio, pone a disposición de los docentes un conjunto de instrumentos para que guíen el proceso de mejoramiento de la educación en zonas rurales. Particularmente se escoge el instrumento llamado Secuencias Didácticas en Matemáticas Educación Básica Secundaria (2013); ya que la población de interés de esta investigación son los estudiantes de secundaria de un colegio rural; estas "tienen el propósito de ayudar al docente en la planeación y ejecución de varias sesiones de clase, y están desarrolladas desde la perspectiva del aprendizaje basado en la resolución de problemas y la indagación" (p. 9). Estas secuencias sirven como orientador curricular en el marco del análisis que se ha venido haciendo en este trabajo, por lo tanto, se expondrá qué se entiende por argumentación y argumentos según las secuencias, orientaciones curriculares PER para la ruralidad en secundaria.

Esta caracterización resulta fundamental para la presente investigación, ya que permite situar el problema de estudio en un contexto en el que las oportunidades de aprendizaje han sido históricamente desiguales. En particular, la brecha entre la educación rural y urbana no solo se manifiesta en el acceso, calidad, permanencia o los recursos disponibles, sino también en las prácticas de enseñanza y en el tipo de competencias que se promueven en el aula. En este sentido, analizar cómo las orientaciones curriculares para la ruralidad abordan procesos como la argumentación, y diseñar tareas que favorezcan su desarrollo, se configura como una vía para contribuir, desde el ámbito didáctico, a la reducción de dichas brechas.

Orientación curricular para la ruralidad

En las Secuencias Didácticas De Matemáticas Para La Educación Básica Secundaria. (2013) no se presenta una definición explícita de argumento o argumentación; sin embargo, a partir de los usos del lenguaje y de las demandas que plantean las tareas, es posible inferir una concepción implícita de estos procesos. En este sentido, el argumento aparece asociado a las explicaciones que los estudiantes elaboran para sustentar sus respuestas, decisiones o procedimientos matemáticos. No se trata únicamente de afirmar un resultado, sino de acompañarlo con razones que le otorgan sentido dentro de la actividad matemática. Así, el argumento se configura como una producción que articula una afirmación con elementos explicativos que buscan hacerla comprensible y aceptable en el contexto de la clase.

Por su parte, la argumentación se entiende como un proceso que trasciende la producción individual de explicaciones y se sitúa en dinámicas particulares dentro del aula. En las secuencias analizadas, argumentar implica que los estudiantes exploren relaciones matemáticas, identifiquen regularidades, formulen generalizaciones y, fundamentalmente, pongan en juego sus ideas en interacción con otros. Este proceso no se limita a la comunicación de resultados, sino que involucra la confrontación de puntos de vista, la revisión de procedimientos y la construcción progresiva de significados compartidos. En este sentido, la argumentación se configura como una práctica discursiva que se desarrolla en escenarios de intercambio, donde el diálogo y la retroalimentación cumplen un papel central.

No obstante, esta concepción presenta ciertas imprecisiones cuando se analiza desde la perspectiva teórica adoptada en esta investigación. Aunque en las secuencias se promueve que los estudiantes expliquen y justifiquen sus ideas, no se explicitan los componentes que estructuran un argumento, lo que dificulta identificar con claridad cuándo una producción puede considerarse argumentativa en sentido estricto. En efecto, muchas de las explicaciones que se solicitan pueden corresponder a descripciones de procedimientos o a justificaciones parciales que no necesariamente articulan de manera explícita una aserción con las razones que la sustentan. Desde la perspectiva de Camargo et al. (2024), esto sugiere que, si bien las tareas pueden dar lugar a la emergencia de argumentos, no garantizan por sí mismas la construcción de argumentos completos, en la medida en que no se hace visible la relación entre dato, aserción y garantía.

En consecuencia, las secuencias didácticas evidencian una intención clara de promover procesos cercanos a la argumentación, especialmente a través del énfasis en la explicación, la discusión y el trabajo colaborativo. Sin embargo, esta intención no se acompaña de una delimitación conceptual precisa que permita orientar tanto la producción como el análisis de los argumentos en el aula. Esto genera una tensión similar a la identificada en otros documentos curriculares: la argumentación se reconoce como un proceso relevante dentro de la actividad matemática escolar, pero su tratamiento permanece en un nivel general, lo que deja en manos del docente la interpretación de qué significa argumentar y cómo favorecer su desarrollo de manera sistemática.

Tipo de tareas que proponen enfocadas a promover la argumentación

En las Secuencias Didácticas De Matemáticas Para La Educación Básica Secundaria. (2013) se identifican propuestas de tareas que, a diferencia de otros documentos curriculares analizados, no solo enuncian la importancia de la argumentación, sino que ofrecen orientaciones concretas para su promoción en el aula. Estas tareas se estructuran, en gran medida, a partir de preguntas orientadoras que buscan movilizar las razones de los estudiantes frente a una situación matemática. En este sentido, no se trata únicamente de solicitar una respuesta, sino de propiciar que los estudiantes expliciten los fundamentos de sus afirmaciones. Un rasgo particularmente relevante es que estas preguntas no aparecen de manera aislada, sino acompañadas de posibles respuestas, razonamientos y argumentos esperados, lo cual permite anticipar formas de pensamiento de los estudiantes y orientar la intervención docente. Esto se evidencia en orientaciones como la siguiente:

"Realice la pregunta ¿Cuándo la medida la hace un compañero y luego otro compañero también la hace, ese número es el mismo o cambia? Es posible que algunas respuestas de los niños oscilen entre 'es lo mismo porque esta no cambia', es decir, su argumento se relaciona con la conservación de la magnitud de la longitud, y es coherente con la construcción de esta medida. Otra conclusión sería 'es distinta' porque no todos los estudiantes tienen la mano igual de grande", por consiguiente, su argumento se relaciona con la unidad de medida que se emplea. Aunque ambos argumentos son válidos, es necesario que los dos grupos observen que las distancias solicitadas al comparar se conservan y que su medida depende del instrumento que uno utilice para hallarla" (MEN, 2013, p. 38).

Ante la pregunta sobre la variación o conservación de una medida cuando es realizada por distintos compañeros, se reconocen diferentes tipos de respuestas que remiten a ideas como la conservación de la magnitud o la dependencia del instrumento de medida. Este tipo de orientación no solo legitima la diversidad de posibles argumentos, sino que también posiciona al docente en un rol activo de interpretación, al ofrecerle criterios para reconocer las ideas matemáticas que subyacen a las respuestas de los estudiantes y conducir el proceso argumentativo.

Adicionalmente, las secuencias incorporan tareas específicas orientadas a la evaluación de la argumentación, lo cual constituye un elemento distintivo frente a otros currículos. En particular, se propone una actividad recurrente en la que los estudiantes formulan preguntas, elaboran respuestas y construyen refutaciones en torno a un eje temático trabajado previamente. Esta dinámica introduce una dimensión dialógica en la evaluación, en la medida en que las producciones no permanecen individuales, sino que circulan entre los estudiantes, quienes deben posicionarse frente a las ideas de sus compañeros (véase Figura 10).

Actividad 1

En qué consiste: Los estudiantes elaboran preguntas y respuestas para solicitar aclaraciones.

Materiales:
- Papel y hojas.
- Lápiz y papel.

Desarrollo Propuesto:
Los estudiantes revisan sus apuntes de las respuestas dadas a las preguntas de cada una de las semanas y de las actividades desarrolladas en las ocho semanas. Indíqueles que cada uno va escribir en la hoja dos preguntas, una por cada cara, de las dudas o aclaraciones que piensa que necesita. Se recogen y distribúyalas para que otro estudiante la conteste. Luego, recoja nuevamente y devuelva las hojas a los niños para que complementen la respuesta dada por su compañero anterior y manifiesten si están o no de acuerdo con la respuesta en las propias hojas. Paralelamente, usted recoge evidencias de las preguntas que le hacen los estudiantes para mejorar sus comprensiones junto con las formas de escribir sus argumentos. Luego, permita que los estudiantes compartan la pregunta más difícil y la respuesta que mejor se entendió.

Figura 10: *Ejemplo de tarea propuesta para fomentar la argumentación*
Fuente: Tomado de Secuencias Didácticas en Matemáticas para Educación Básica Secundaria. (p.83), por Ministerio de Educación Nacional de Colombia, 2013

La actividad permite evidenciar distintos niveles de producción argumentativa, desde respuestas que intentan justificar una idea hasta refutaciones que cuestionan la validez de un argumento previo, lo que amplía las posibilidades de análisis por parte del docente. Este énfasis en la interacción entre pares resulta coherente con los planteamientos teóricos que destacan el carácter social de la argumentación, en la medida en que la confrontación de puntos de vista obliga a los estudiantes a explicitar, revisar y sostener sus razones.

Finalmente, es importante destacar que estas secuencias constituyen uno de los pocos referentes curriculares en los que se ofrecen herramientas concretas para observar y analizar las producciones argumentativas. No solo se sugieren preguntas orientadoras, sino que también se anticipan posibles respuestas y se diseñan tareas específicas para recoger evidencias escritas de la argumentación. Este nivel de detalle reduce la ambigüedad sobre qué significa argumentar en el aula y proporciona insumos para su seguimiento. No obstante, persiste la ausencia de una conceptualización explícita sobre la estructura del argumento, lo que limita la posibilidad de realizar un análisis más preciso de las producciones estudiantiles desde categorías como dato, aserción y garantía.

7.2.5 Bachillerato Internacional (IB)

El Programa del IB es un currículo internacional que busca transformar la comprensión y promover la construcción colaborativa del conocimiento. Este programa se divide en tres secciones: el Programa de la Escuela Primaria (PEP), el Programa de los Años Intermedios (PAI) y el Programa del Diploma (PD). En este caso, se realiza un análisis la guía PAI del IB, diseñado para estudiantes de entre 11 y 16 años.

El currículo del PAI tiene como objetivo principal ayudar a los estudiantes a desarrollar el conocimiento de sí mismos y las habilidades necesarias para mantener una actitud de aprendizaje a lo largo de toda la vida (Organización del Bachillerato Internacional, 2014, p. 24) Para lograrlo, el programa se estructura en torno a cinco categorías de habilidades de enfoques de aprendizaje: comunicación, habilidades sociales, autogestión, investigación y pensamiento. Estas habilidades no solo contribuyen al desarrollo académico, sino que también fortalecen la seguridad y autoconfianza de los estudiantes en sus conocimientos y capacidades.

Además, estas habilidades permiten a los docentes guiar de manera efectiva el proceso de aprendizaje, asegurando que los estudiantes cumplan con los requisitos establecidos por el IB. Más allá del ámbito académico, el currículo busca formar individuos capaces de interactuar con su entorno de manera crítica y reflexiva, promoviendo una educación integral que prepara a los estudiantes para los retos del mundo real.

¿Qué se entiende por argumentación?

En el caso del PAI del Bachillerato Internacional, se analizan dos documentos con propósitos distintos: por un lado, PAI Guía de Matemáticas (2014), que establece la estructura curricular, los objetivos y los criterios de evaluación; y por otro, el documento Guía de Matemáticas: Análisis y Enfoques (2019) que busca orientar al profesor y a la institución a cerca de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas dentro del currículo IB, que ofrece lineamientos más específicos sobre el desarrollo del pensamiento matemático en el aula. Esta distinción resulta relevante, ya que, ambos documentos se complementan como currículo en matemáticas.

De manera general, se observa una ausencia explícita de los términos argumento y argumentación en ambos documentos. A diferencia de los LCM, los EBCM y los DBA, en el PAI no se encuentra una conceptualización directa, ni una intención explícita de promoverlas como competencia específica. Sin embargo, esto no implica que dichas prácticas estén ausentes, sino que aparecen integradas bajo otras categorías, principalmente el razonamiento y la comunicación.

En la guía del PAI, se define la lógica como un método de razonamiento y un sistema de principios utilizados para elaborar y extraer conclusiones (Organización del Bachillerato Internacional, 2014, p. 70). Por otra parte, se plantea que el razonamiento implica “elaborar argumentos matemáticos mediante el uso de enunciados precisos, deducciones lógicas e inferencia, y mediante la manipulación de expresiones matemáticas” (Organización del Bachillerato Internacional, 2019, p. 28). Estas afirmaciones permiten inferir que el argumento es concebido como un producto del razonamiento lógico, construido a partir de inferencias y deducciones, lo cual lo aproxima a una visión del razonamiento matemático.

No obstante, esta concepción no se desarrolla ni se problematiza dentro del currículo, lo que genera una ambigüedad en torno a cómo se entiende un argumento en la práctica de aula. A diferencia de la perspectiva adoptada en esta investigación, basada en Camargo et al. (2024), en el PAI no se explicitan los componentes del argumento ni se ofrecen herramientas para identificar sus diferentes formas. En este sentido, aunque se reconoce la relación entre razonamiento y argumentación, no se proporciona un marco conceptual que permita analizar las producciones de los estudiantes como argumentos.

Por otro lado, la argumentación parece desplazarse hacia el ámbito de la comunicación. En la guía del PAI se afirma que “las matemáticas constituyen un lenguaje universal” y se espera que los estudiantes “utilicen lenguaje matemático apropiado y diferentes formas de representación al comunicar las ideas, los razonamientos y los hallazgos, tanto de forma oral como escrita” (p. 19). En este contexto, uno de los criterios de evaluación establece que los estudiantes deben “comunicar líneas de razonamiento matemático completas, coherentes y concisas" (p. 19), lo que sugiere que la argumentación se manifiesta a través de la capacidad de expresar de manera organizada un proceso de razonamiento.

Esta idea se refuerza al considerar la progresión de los niveles del PAI. Mientras que en los primeros años se espera que las líneas de razonamiento sean claras o parcialmente comprensibles, al finalizar el programa se exige que sean complejas, coherentes y concisas. Sin embargo, el currículo no especifica qué se entiende por una "línea de razonamiento", ni cómo esta se diferencia de un argumento, ni qué criterios permiten evaluar su calidad más allá de su claridad o coherencia discursiva.

A partir de lo anterior, se puede plantear que, en el PAI, la argumentación no se aborda como un proceso discursivo y sociocultural en el que emergen argumentos, como lo propone Camargo et al. (2024), sino que se disipa en un conjunto de prácticas asociadas al razonamiento lógico y a la comunicación matemática. Esto genera una dificultad para el docente, quien no cuenta con orientaciones claras para promover, identificar o evaluar producciones argumentativas en el aula.

Sin embargo, resulta interesante que, a pesar de esta ausencia conceptual, el PAI propone constantemente tareas en contextos reales, históricos, sociales, económicos o culturales, en las que se solicita a los estudiantes explicar, analizar, evaluar o justificar enunciados donde se deba indagar situaciones. Estas acciones, que en otros documentos curriculares se asocian directamente con la argumentación, aquí se presentan como parte del quehacer matemático sin ser nombradas como tal. Esto sugiere que el currículo sí promueve prácticas cercanas a la argumentación, pero sin ofrecer un lenguaje teórico que permita reconocerlas y desarrollarlas de manera intencionada.

En este sentido, se evidencia una tensión: por un lado, el PAI busca formar estudiantes capaces de razonar, comunicar y aplicar las matemáticas en diversos contextos; por otro, no explicita la argumentación como una competencia clave para lograr esto, ni proporciona herramientas para su desarrollo y evaluación; en este punto cabe la inquietud de ¿no es 'importante' para el IB fomentar la argumentación? Esta situación contrasta con la importancia que se le atribuye a la formación de ciudadanos capaces de participar en contextos globales, donde la capacidad de argumentar, tomar decisiones y sustentar ideas resulta fundamental.

En consecuencia, aunque el PAI incorpora prácticas que pueden favorecer la argumentación, su tratamiento implícito limita las posibilidades de que esta competencia sea desarrollada de manera consciente o sistemática en el aula. En este sentido, la ausencia de una conceptualización explícita de la argumentación y de orientaciones claras para su desarrollo puede contribuir a que su enseñanza dependa en gran medida de las decisiones del docente y del contexto institucional, lo que podría profundizar las diferencias en las oportunidades de aprendizaje entre distintos entornos educativos.

7.3 Resultados del análisis de cada orientación curricular

En el siguiente apartado se presentan los resultados del análisis realizado a lo largo de la revisión de las orientaciones curriculares, para esto, se presentan: la noción de argumento y argumentación, las tareas que pretenden promover la argumentación en los estudiantes y los objetos geométricos abordados en cada orientación curricular.

7.3.1 Noción de argumento y argumentación

A partir del análisis realizado a las diferentes orientaciones curriculares, se identifican diversas maneras de comprender el argumento y la argumentación dentro de la actividad matemática escolar. Aunque en la mayoría de los documentos no se presentan definiciones explícitas, es posible inferir concepciones implícitas a partir del uso del lenguaje, los procesos que se privilegian y las demandas que se formulan a los estudiantes. La Tabla 1 tabla sintetiza, de manera comparativa, estas concepciones, destacando los elementos centrales que configuran cada perspectiva.

Tabla 1*: Cómo los LCM, los DBA, los EBCM, el PER y la guía PAI del IB conciben qué es un argumento y argumentación.*

Orientación curricular	Concepción de argumento	Concepción de argumentación
LCM	No se define; Se evidencia como una producción que sustenta afirmaciones mediante razones, en múltiples registros (verbal, gráfico, corporal), aunque sin estructura explícita.	Proceso de construcción, articulación y validación de argumentos en torno a conjeturas; asociado a razonamiento, generalización y validación.
EBCM	No se define explícitamente; se infiere como una justificación de relaciones o procedimientos a partir de condiciones dadas.	Competencia orientada a justificar, validar y refutar afirmaciones; vinculada al razonamiento y a la resolución de problemas.
DBA	No se define; se asocia de manera amplia a explicar, justificar, validar o analizar.	Acción transversal del quehacer matemático, utilizada en múltiples contextos sin delimitación conceptual clara.
PER	Explicación que acompaña una afirmación o procedimiento, articulando razones que le dan sentido.	Proceso discursivo y social que implica explorar, discutir, confrontar y construir significados en interacción con otros.
PAI	Producto del razonamiento lógico construido mediante inferencias y deducciones, aunque no explicitado como tal.	Implícita en prácticas de razonamiento y comunicación; se manifiesta en la construcción y expresión de líneas de razonamiento coherentes.

7.3.2 ¿Cómo se promueve la argumentación en cada currículo?

En relación con las tareas propuestas para promover la argumentación, se evidencian diferencias importantes entre las orientaciones curriculares. Mientras algunos documentos presentan estructuras claras de actividades orientadas al análisis y construcción de razonamientos, otros se limitan a enunciar la importancia de argumentar sin ofrecer orientaciones concretas para su desarrollo. La Tabla 2 recoge, de manera sintética, los tipos de tareas identificados en cada orientación, así como sus alcances y limitaciones.

Tabla 2: *Cómo los LCM, los DBA, los EBCM, el PER y la guía PAI del IB estructuran las tareas para promover la argumentación.*

Orientación curricular	Estructura de tareas que promuevan la argumentación
LCM	Propone específicamente tareas en geometría para promover la argumentación, con los siguientes tres elementos 1. Hipótesis (enunciado condicional, afirmación, esquema gráfico) 2. Argumento (afirmaciones, igualdades, proposiciones) 3. Conclusión (afirmación) Dependiendo del razonamiento que se busca que el estudiante utilice, se pide al estudiante que con dos de los elementos llegue al tercero, por ejemplo: darle al estudiante 1 y 2 y preguntarle por la conclusión o darle 1, 2 y 3 y que el estudiante determine si la conclusión es correcta o falsa
DBA	Propone tareas donde se solicita "argumentar", pero sin especificar qué implica; uso amplio y ambiguo del término.
EBCM	Aunque afirman que la mejor forma de desarrollar la argumentación es mediante la geometría no propone tareas específicas; la argumentación se enuncia como parte de procesos generales como comunicación, resolver problemas y justificar.
PER	Tareas, sin importar el objeto matemático, con preguntas orientadoras, anticipación de respuestas y argumentos esperados; incluyen discusión, contraste de ideas y refutación.
PAI	No explicita tareas centradas en la argumentación; propone tareas de explicación, análisis y justificación en situaciones de indagación, sin nombrar la argumentación como tal, pero si promoviendo un que hacer cercano a esta.

7.3.3 Objetos geométricos abordados en cada orientación curricular

La enseñanza de la geometría en la educación secundaria en Colombia se orienta a partir de distintos enfoques curriculares, cada uno con una manera particular de concebir el desarrollo del pensamiento geométrico. En este sentido, el análisis realizado se centra en identificar los objetos geométricos que se abordan en cada orientación curricular, así como las relaciones que se establecen entre ellos. Esto permite reconocer una progresión en el aprendizaje geométrico que inicia con el reconocimiento y la descripción de figuras planas y cuerpos tridimensionales en los primeros niveles, y avanza hacia el estudio de relaciones más complejas, el uso de sistemas de referencia y el modelado de situaciones en los grados superiores.

De manera general, los LCM, los EBCM y los DBA enfatizan la comprensión de propiedades, el cálculo de medidas y el establecimiento de relaciones entre objetos geométricos. Por su parte, la Guía del PAI del Bachillerato Internacional propone un abordaje más analítico, en el que los objetos geométricos se articulan con procesos de razonamiento, modelación y uso de diferentes representaciones. En contraste, las Secuencias Didácticas para la Educación Básica Secundaria, en el marco de la educación rural, sitúan estos mismos objetos en contextos propios del entorno, promoviendo su uso en la resolución de problemas vinculados a la vida cotidiana de los estudiantes.

El análisis de los objetos geométricos presentes en cada una de estas orientaciones permite establecer un primer elemento clave para la investigación. En términos de contenido, no se identifican diferencias sustanciales entre los currículos analizados, ya que todos abordan, con distintos niveles de profundidad, un conjunto común de conceptos y relaciones geométricas. No obstante, esta aparente similitud contrasta con las diferencias en las estrategias de enseñanza, los contextos de aplicación, los recursos disponibles y las orientaciones para el trabajo en el aula. Es precisamente en estos aspectos donde comienza a configurarse la brecha curricular, entendida no como una ausencia de contenidos, sino como una diferencia en las oportunidades que tienen los estudiantes para interactuar con dichos contenidos de manera significativa.

En este sentido, los objetos geométricos identificados a lo largo de las orientaciones curriculares analizadas incluyen:

- El teorema de Pitágoras y su recíproco.
- Punto medio de un segmento de recta y distancia entre dos puntos en el plano cartesiano.
- Conceptos geométricos: punto, recta, plano y ángulo.
- Medición de ángulos en grados; rumbos.
- Teorema de la suma de los ángulos de un triángulo.
- Razones trigonométricas en un triángulo rectángulo, incluidas las aplicaciones sencillas para la resolución de triángulos.
- Transformaciones geométricas sencillas: traslación, simetría, rotación y homotecia.
- El círculo: centro, radio, área y circunferencia. Los términos diámetro, arco, sector circular, cuerda, tangente y segmento circular.
- Perímetro y área de figuras planas. Propiedades de triángulos y cuadriláteros, incluidos los paralelogramos, rombos, rectángulos, cuadrados, cometas y trapezoides; figuras compuestas o combinadas.
- Familiarización con las figuras tridimensionales (prismas, pirámides, esferas, cilindros y conos).
- Volumen y área de la superficie de ortoedros, prismas, cilindros y figuras tridimensionales compuestas.

7.4 Análisis comparativo entre las orientaciones curriculares nacionales y el PER con la guía PAI del IB

Para establecer la comparación, se asume la brecha curricular como la diferencia entre enfoques, contenidos y estrategias pedagógicas que puede derivar en desigualdades en las oportunidades y resultados de aprendizaje. Desde esta perspectiva, el análisis no se limita a identificar diferencias, sino a reconocer en qué medida estas configuran o no condiciones desiguales curricularmente para el desarrollo de competencias. En este sentido, se presentan dos comparaciones: por un lado, entre las orientaciones curriculares nacionales (LCM, EBCM, DBA) y la guía PAI del IB; y por otro, entre las orientaciones para la ruralidad (PER) y la guía PAI.

En la comparación entre las orientaciones curriculares nacionales y la guía PAI del IB, se evidencian diferencias relevantes en los enfoques pedagógicos, en el tratamiento de la argumentación y en las estrategias que orientan su desarrollo en el aula. En los documentos nacionales, la argumentación es reconocida como un proceso importante dentro del pensamiento matemático; sin embargo, su conceptualización permanece implícita y, en la mayoría de los casos, ambigua. Como se identificó en el análisis, los LCM la sitúan como un proceso de "nivel superior", los EBCM la vinculan a la validación y justificación dentro de la resolución de problemas y la comunicación, y los DBA la incorporan como una acción transversal sin delimitación conceptual. Esta ausencia de precisión se traduce en una delegación significativa al docente, quien debe interpretar qué significa argumentar, cómo promoverlo y cómo evaluarlo, sin contar con orientaciones claras ni herramientas estructuradas para ello.

En contraste, aunque la guía PAI del IB tampoco presenta una definición explícita de argumento o argumentación, sí ofrece un marco más estructurado en términos de las prácticas que las involucran, particularmente a través del razonamiento y la comunicación matemática. En este currículo, la exigencia de construir y comunicar líneas de razonamiento coherentes, junto con el énfasis en la indagación y el uso de contextos diversos, configura condiciones más favorables para el desarrollo de procesos cercanos a la argumentación. A esto se suma la integración de recursos y herramientas, incluidas las tecnológicas, que amplían las formas de representación y análisis, lo cual incide en las oportunidades que tienen los estudiantes para explorar, justificar y comunicar ideas matemáticas.

En relación con los contenidos, aunque ambos enfoques abordan objetos matemáticos similares, las diferencias radican en las dinámicas y contextos en los que estos se desarrollan. Mientras el currículo nacional tiende a organizar el aprendizaje en progresiones estructuradas por competencias y desempeños, el PAI privilegia la exploración conceptual en contextos variados, muchas veces vinculados a problemáticas globales. Esta diferencia no constituye en sí misma una brecha, pero sí marca una distinción en las oportunidades de aprendizaje: en el currículo nacional, estas pueden verse limitadas por la ausencia de orientaciones claras para promover competencias, como la argumentación, mientras que en el PAI se favorecen a través de prácticas más integradas, aunque no necesariamente explícitas.

En este sentido, la brecha curricular no se configura tanto por la presencia o ausencia de la argumentación como contenido, sino por las condiciones que cada currículo ofrece para su desarrollo. En las orientaciones nacionales, la falta de claridad conceptual y didáctica puede generar desigualdades en la manera en que los estudiantes acceden a experiencias para el desarrollo de competencias, como la argumentación, dependiendo en gran medida de las decisiones del docente. Por su parte, el PAI, ofrece un entorno más estructurado en términos de prácticas, recursos, finalidades del aprendizaje, orientación para el profesor, para la institución, estudiantes y padres de familia, lo que puede traducirse en mayores oportunidades para el desarrollo de competencias.

Por otro lado, en la comparación entre las orientaciones curriculares para la ruralidad (PER) y la guía PAI del IB, se observa una relación distinta, en la que más que una brecha, se identifican enfoques complementarios que responden a propósitos formativos y contextos específicos. En ambos casos, se reconoce una intención clara de situar el aprendizaje en contextos significativos, promover la participación de los estudiantes y favorecer procesos de razonamiento, explicación y discusión.

En el caso del PER, como se evidenció en el análisis, existe una apuesta explícita por el desarrollo de la argumentación a través de tareas concretas. Las secuencias didácticas no solo proponen tareas contextualizadas, sino que incluyen preguntas orientadoras, anticipación de respuestas y ejemplos de argumentos, lo que brinda al docente herramientas para promover y analizar la argumentación en el aula. Este nivel de especificidad reduce la ambigüedad presente en otros documentos curriculares y fortalece las oportunidades de aprendizaje, especialmente en contextos donde las condiciones educativas han sido históricamente desiguales. Además, el PER incorpora de manera directa las particularidades socioculturales del contexto rural, lo que permite que los estudiantes construyan conocimiento matemático a partir de su experiencia y su entorno.

Por su parte, el PAI comparte con el PER el énfasis en contextos significativos, la resolución de problemas; sin embargo, su orientación responde a la formación de un ciudadano en un contexto global. Esto se traduce en el uso de escenarios diversos, la integración de herramientas tecnológicas y la promoción de habilidades como la autonomía, la reflexión y la comunicación en múltiples registros. Aunque, como se mencionó, no explicita la argumentación como un proceso diferenciado, sí genera condiciones para su desarrollo a través de prácticas de razonamiento y comunicación.

Por lo anterior se evidencia una diferencia en las estrategias pedagógicas, tanto el PAI como el PER promueven metodologías activas en las que los estudiantes participan en la construcción de su conocimiento. En el PAI, el aprendizaje se desarrolla mediante actividades de exploración, formulación de preguntas y resolución de problemas que fomentan la autonomía. En el PER, las estrategias pedagógicas están diseñadas para fortalecer el aprendizaje colaborativo en comunidades rurales, utilizando materiales concretos y problemas cercanos a la cotidianidad de los estudiantes

En este caso, las diferencias identificadas no configuran una brecha curricular en términos de desigualdad de oportunidades, sino que responden a las finalidades propias de cada propuesta. Mientras el PER amplía las oportunidades de aprendizaje al situar la enseñanza en el contexto sociocultural del campesinado y ofrecer orientaciones didácticas concretas, el PAI lo hace al preparar a los estudiantes para interactuar en escenarios globales, integrando herramientas, lenguajes y formas de pensamiento diversas. Ambas orientaciones, desde sus particularidades, ofrecen condiciones favorables para el desarrollo del pensamiento matemático y de procesos cercanos a la argumentación.

No obstante, resulta importante señalar que esta complementariedad contrasta con la situación del currículo nacional, el cual, al estar pensado para una población 'generalizada', no incorpora de manera explícita las particularidades de la educación en contextos diversos como la ruralidad. Esta omisión puede limitar la integralidad de la formación en estos contextos y contribuir a la persistencia de desigualdades. En este sentido, el PER no solo representa una adaptación, sino una ampliación de las oportunidades de aprendizaje, al reconocer y atender las condiciones específicas de la ruralidad.

Caracterización de la brecha curricular entre la educación rural y urbana en Colombia

A partir del análisis desarrollado, es posible afirmar que el supuesto inicial de esta investigación se confirma parcialmente, en la medida en que la brecha curricular no se manifiesta de manera homogénea entre todas las orientaciones analizadas, sino que emerge de forma diferenciada según los enfoques, las estrategias pedagógicas y las condiciones y oportunidades que cada currículo ofrece para el desarrollo de competencias, como la argumentación.

En primer lugar, al contrastar las orientaciones curriculares para la ruralidad con la guía PAI del IB, no se configura una brecha curricular en los términos definidos en este trabajo. Aunque existen diferencias en los contextos, finalidades formativas y recursos disponibles, ambas propuestas comparten una intención clara de promover el aprendizaje a partir de situaciones significativas, el desarrollo del pensamiento matemático y la participación de los estudiantes. Más aún, en el caso del PER, se identifican elementos que fortalecen de manera particular las oportunidades de aprendizaje, como la inclusión explícita del contexto sociocultural, para el desarrollo de competencias matemáticas mediante la resolución de problemas contextualizados. Por su parte, el PAI amplía estas oportunidades desde una perspectiva global, incorporando diversidad de contextos, herramientas tecnológicas y énfasis en la comunicación y el razonamiento. En este sentido, las diferencias entre ambos no derivan en desigualdades, sino que responden a propósitos formativos situados, lo que permite afirmar que no hay una brecha curricular, sino enfoques diferenciados que atienden a poblaciones y objetivos distintos.

Sin embargo, la situación es distinta al comparar las orientaciones curriculares nacionales (LCM, EBCM y DBA) con la guía PAI del IB. En este caso, la brecha curricular se materializa en las oportunidades diferenciales que tienen los estudiantes para participar en prácticas matemáticas significativas, más que en la presencia o ausencia de ciertos contenidos.

Esta brecha se ve evidencia por la ausencia de un reconocimiento explícito de la diversidad de contextos en el currículo nacional. A diferencia del PER, que sitúa el aprendizaje en las particularidades de la ruralidad, los LCM, EBCM y DBA responden a una lógica de estandarización que no incorpora de manera suficiente las condiciones socioculturales de distintas poblaciones. Esto implica que, para ciertos contextos, especialmente rurales, las oportunidades de aprendizaje no solo dependen de la interpretación del docente, sino también de su capacidad para contextualizar un currículo que no fue diseñado considerando dichas realidades.

En este sentido, la brecha curricular identificada no puede entenderse únicamente como una diferencia entre documentos, sino como una manifestación de desigualdades en las posibilidades de acceso a prácticas matemáticas ricas, contextualizadas y reflexivas. No obstante, es importante señalar que esta brecha no agota la explicación de las desigualdades educativas. Incluso en ausencia de una brecha curricular entre propuestas como el PER y el PAI, persisten diferencias significativas en términos de recursos, acceso a tecnología, formación docente y condiciones institucionales. Esto sugiere que, si bien el currículo constituye un elemento clave en la configuración de oportunidades de aprendizaje, no es el único factor que incide en la equidad educativa.

De este modo, la caracterización de la brecha curricular en este trabajo no solo permite confirmar el supuesto inicial, sino también complejizarlo, al mostrar que las desigualdades no se producen únicamente por lo que los currículos enuncian, sino por las condiciones que generan 'o limitan' para que ciertas competencias, como la argumentación, puedan desarrollarse de manera efectiva en el aula.

8. INSTRUMENTOS PARA LA RECOLECCIÓN DE DATOS ANTES DE LA IMPLEMENTACIÓN

Este apartado presenta la entrevista realizada al profesor Camilo de la Institución Educativa Técnica Nuestra Señora de la Asunción, profesor a cargo de los dos cursos a los cuales se implementa la propuesta de tareas. Además, se presenta el pretest implementado con los estudiantes de los dos cursos de noveno y su respectivo análisis.

8.1 Entrevista

Para el diseño de la propuesta de tareas, se recopila información a través de una entrevista semiestructurada con el profesor Camilo, quien labora en la Institución Educativa Técnica Nuestra Señora de la Asunción y está a cargo del grado noveno, donde se implementa la propuesta. La entrevista semiestructurada, según Hernández et al. (2014), combina preguntas abiertas y cerradas, permitiendo profundizar en temas clave mientras se mantiene cierta flexibilidad en el diálogo.

A continuación, se presentan los resultados de la entrevista realizada al profesor Camilo, docente de la Institución educativa rural, con el propósito de reconocer aspectos relacionados con el contexto sociocultural de la institución, las condiciones institucionales, el conocimiento geométrico de los estudiantes y sus experiencias previas de enseñanza y aprendizaje. Asimismo, se recopilan datos sobre la experiencia del docente en entornos rurales y su trabajo específico con este curso. Cabe señalar que las preguntas que se le realizaron al profesor se estructuraron en tres categorías: experiencia del profesor en entornos rurales y con el curso, caracterización de los estudiantes (aspectos generales, conocimiento geométrico de los estudiantes), contexto institucional. Las preguntas realizadas en cada categorías se encuentran en Apéndice A. Entrevista.

Resultados de la entrevista

Durante la entrevista realizada al profesor Camilo se encontraron respuestas relevantes. Teniendo en cuenta que la entrevista cuenta con una estructura previamente definida, los resultados se presentan siguiendo dicha secuencia. Cabe señalar que esta se llevó a cabo por la plataforma de Teams, debido a la distancia, ya que en el momento de su realización el docente se encontraba en el corregimiento donde trabaja.

En este contexto, el profesor Camilo cuenta con aproximadamente tres años de experiencia en la institución rural en la que actualmente trabaja. El docente manifiesta que, gracias a experiencias personales, ya había tenido contacto con zonas rurales y con habitantes de estos contextos en Colombia. Por lo cual su llegada al corregimiento no representó una situación inesperada.

En cuanto a los desafíos identificados en el ámbito educativo, el profesor Camilo, señala que la mayoría de los estudiantes, al finalizar o incluso sin culminar su formación escolar, se vinculan a actividades laborales propias de la región. Esto se debe, en gran medida, a las limitadas posibilidades de acceso a la educación superior, ya que las opciones más cercanas se encuentran en ciudades como Ibagué y Manizales, lo que implica dificultades tanto de desplazamiento como de sostenimiento económico. En consecuencia, gran parte de los estudiantes optan por continuar con las labores del campo, generalmente asociadas a las actividades productivas de sus familias.

Esta situación permite reconocer como las condiciones económicas y geográficas del contexto rural influye directamente en las trayectorias educativas de los estudiantes. Las dificultades de acceso a la educación generan que, en muchos casos, la continuidad de los estudios no se percibida como una posibilidad cercana, favoreciendo sí la permanencia en actividades laborales vinculadas al entorno familiar y agrícola.

En un segundo momento de la entrevista, al indagar sobre la diferencia de la educación rural y la urbana, el profesor reconoce la existencia de una brecha educativa. Esta se manifiesta principalmente en la disponibilidad de recursos, ya que en contextos urbanos se cuenta con mayores herramientas y posibilidades para proyectar una formación que motive a los estudiantes a continuar con estudios superiores. Por el contrario, en el contexto rural estas oportunidades son limitadas.

Lo anterior permite reconocer que las dinámicas de la educación rural presentan características particulares en relación con los recursos disponibles y las posibilidades de desarrollo de algunas actividades académicas dentro del contexto institucional. Asimismo, las condiciones del entono influyen en las experiencias educativas que se desarrollan en el aula.

En particular, se evidencian dificultades relacionadas con el acceso a herramientas tecnológicas, dado que la institución no dispone de recursos suficientes que permitan implementar diferentes estrategias de enseñanza más allá del uso del tablero. Asimismo, se identifican limitaciones en la estructura, ya que el establecimiento no cuenta con condiciones adecuadas para el desarrollo óptimo de las clases, como la disponibilidad de escritorios suficientes ni espacios completamente adecuados para los estudiantes

Dicha situación permite reconocer como las condiciones materiales y tecnológicas presenten en el contexto influyen en las estrategias de enseñanza que pueden desarrollarse dentro del aula. En este sentido. El uso de algunos recursos didácticos y tecnológicos dependen de las posibilidades institucionales disponibles.

En lo que respecta al trabajo en geometría, se reconoce que los estudiantes evidencian habilidades en el uso del compás, el transportador, la regla y el lápiz, mostrando un dominio adecuado de estos recursos. Por otra parte, en relación con el uso de software, se observa que en el aula es un poco limitado, lo que se refleja en una menor utilización por parte de los estudiantes. Esta situación puede ser asociada a las condiciones institucionales y a la disponibilidad de recursos tecnológicos para el desarrollo en este tipo de herramientas.

Asimismo, se observa que la geometría se aborda como parte del área de matemáticas, sin contar necesariamente con espacio de tiempo exclusivo para su enseñanza. En este sentido. El nivel de profundización en estos contenidos puede variar según la organización del tiempo académico.

Lo anterior permite reconocer que la enseñanza de la geometría puede verse relacionada con la distribución curricular y el tiempo destinado al área de matemáticas. Esto influye en la manera en que algunos contenidos geométricos son abordados dentro del aula.

Por otra parte, se evidenció que la institución no cuenta actualmente con programas específicos orientados a la formación técnica de los estudiantes, aun cuando en el contexto local se evidencia una alta participación de la población en actividades de agricultura específicamente en la siembra y cosecha del café. De igual manera, la participación de los acudientes en el proceso educativo se caracteriza por ser activa y comprometida, ya que asisten a diversas reuniones tanto para contribuir al mejoramiento institucional como para informarse sobre el rendimiento académico de sus hijos.

Esta situación permite reconocer las características propias del contexto ene l que se encuentra la institución y como esta se relacionan con las dinámicas sociales y productivas de la región. Asimismo, la partición de las familias evidencia acompañamiento e interés por los procesos educativos por los estudiantes.

Adicionalmente, se observa que la mayoría de los estudiantes no disponen de los recursos necesarios en sus hogares para el desarrollo de sus actividades académicas. En algunos casos, carecen de herramientas tecnológicas, como computadores, tabletas u otro dispositivo similar. De igual manera, el acceso a internet resulta limitado, debido a que se trata de una zona alejada del área urbana, lo que dificultad la conectividad.

Se selecciona las cónicas como objeto de estudio geométrico para diseñar la secuencia de tareas, ya que el profesor manifiesta que no se ha estudiado previamente en el curso de matemáticas, lo que permite reconocerlas como un objeto de estudio pertinente para promover la exploración, la construcción de ideas y la generación de argumentos.

En este sentido, la elección de las cónicas adquiere relevancia no solo por tratarse de objeto de estudio que no ha sido trabajado previamente con los estudiantes, sino también porque posibilita la construcción de nuevas experiencias de exploración geomática dentro del aula. Asimismo, este objeto matemático permite diseñar tareas orientadas al fortalecimiento de procesos de argumentación, visualización y construcción de relaciones geométricas con la características del contexto identificado.

8.2 Pretest

La entrevista realizada permite identificar características clave de los estudiantes a los que se tiene pensado implementar la propuesta de enseñanza. Por ello, es fundamental analizar cómo los estudiantes abordan preguntas que requieran una producción escrita o dibujada, que les permita plasmar ideas o razonamientos con respecto al porqué de algunas situaciones.

En el Apéndice B. Pretest se encuentra el pretest implementado a los estudiantes y a continuación, se exponen los análisis realizados a algunas respuestas de este.

Respuestas y análisis del pretest

Al tener dos cursos de noveno, y en total tener 37 estudiantes, resulta una tarea ardua el análisis de todas las respuestas al pretest, el análisis del progreso de cada estudiante a lo largo de la propuesta de tareas y de las producciones argumentativas de cada estudiante; por lo tanto, se escogen algunos estudiantes para analizar las respuestas de este. El pretest se realizó con la intención de evidenciar el estado inicial de los estudiantes en producciones argumentativas, además que ellos expresaran su interés en una de las tres propuestas: diseño y construcción de un reservorio de agua, diseño y construcción de un reflector para una lámpara, diseño y construcción de un invernadero; y reconocer cómo conciben la forma de las cónicas. Este pretest fue enviado al profesor de la institución, quien posteriormente compartió las respuestas para su respectivo análisis, permitiendo identificar cómo argumentaban los estudiantes. Adicionalmente, a partir de este instrumento, se eligió el contexto de los invernaderos, teniendo en cuenta la votación realizada por los estudiantes. Estos estudiantes son seleccionados gracias a realizar un análisis a las respuestas del pretest, hay estudiantes escogidos que en sus respuestas se logra observar una estructura de argumentación y otros estudiantes que en sus respuestas no hay una intención por argumentar, justificar, explicar o ejemplificar.

Análisis a las respuestas del pretest

Se evidencia en la Respuesta estudiante 1 una producción argumentativa al abordar la siguiente situación y responder la pregunta: imagina que lanzas agua desde una manguera ¿cómo crees que se vería la trayectoria del agua si la apuntas hacia arriba?

Figura 11: *Respuesta estudiante 1*

Resulta evidente reconocer las 3 partes del argumento como se organizó en la Figura *12*

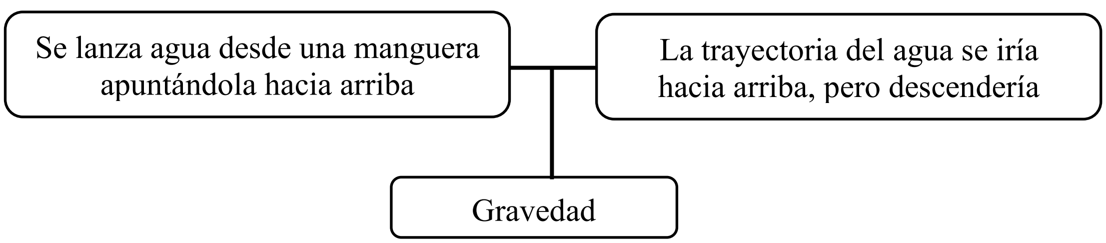


Figura 12: *Argumento Estudiante 1 bajo la estructura de Toulmin*

Sin embargo, en las demás respuestas tanto de este estudiante como en la de los demás no se encontró otro argumento. Resulta importante destacar que no es que no haya un intento por parte de los estudiantes para justificar, explicar o argumentar las situaciones y preguntas planteadas en el pretest, solo que no se evidencian las tres partes de un argumento, los estudiantes exponían solo los datos y la aserción, un ejemplo de esto son las respuestas de los estudiantes 1,2,3 y 4 a las preguntas: ¿Qué forma tiene la farola de una moto? ¿por qué crees que tiene esa forma? ¿qué ventaja tiene en cuanto a la proyección de luz?

2.1 Depende el tipo de moto

• la moto tiene diferente tipo de uso que selecta de
peso si es circular se enfocaría en un solo punto
pero si es cuadrada enfocaría varios metros a la redonda

Figura 13: *Respuesta estudiante 1*

• Circular = Alumbra Arto, Alumbraría. todo el espacio por donde va.
• Alumbra el centro el espacio por donde va.
• Recta = Alumbra un espacio. pequeño no más enfrente. el frente.

Figura 14: *Respuesta estudiante 2*

• la farola de un moto es redonda.
• Porque al momento de reflejarse puede proyectarse mejor en la carretera. y tener mejor visibilidad.

Figura 15: *Respuesta estudiante 3*

Esto varia dependiendo del tipo de moto cilindrado marca etc
entonces supongamos que hablamos de una NKD 125 la farola
seria redonda

Chay muchas motos en que no tiene nada de bueno la lampara
ya que la adaptan por simple estetica pero teniendo en
cuenta que voy a describir una moto en especifico
la forma redonda ayuda a aumentar el rango de alcance de la
luz el caso del reflejo de la luz dependería si se
utiliza luz Blanca a amarilla

Figura 16: *Respuesta estudiante 4*

Es evidente que los estudiantes intentan describir la forma y la proyección de la luz de la farola de la moto. Sin embargo, aunque cuente con datos y una aserción, en todos los casos falta la garantía: es decir, una explicación que justifique por qué ocurre este fenómeno o por qué la luz se comporta de esa manera con ese tipo de farola.

Finalmente, dentro del curso se encuentran estudiantes que fueron poco descriptivos en sus respuestas, se limitaron a contestar con una oración, como es el caso de la Respuesta estudiante 5; esto genera que el análisis de sus producciones escritas o la capacidad de expresar de forma escrita lo que piensan no se logre realizar y complica caracterizar el grupo para construir la propuesta de tareas a partir de este pretest.

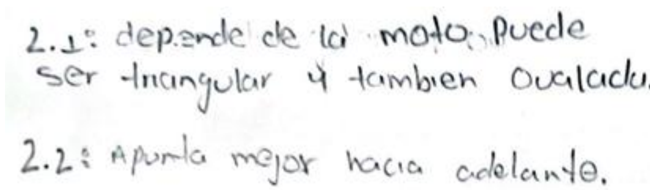

2.1: depende de la moto, puede ser triangular y tambien ovalada.
2.2: Apunta mejor hacia adelante.

Figura 17: *Respuesta estudiante 5*

Con este pretest se evidencian respuestas que atienden a un reconocimiento por parte de los estudiantes al cuidado y resguardo por su entorno, como se puede evidenciar a continuación

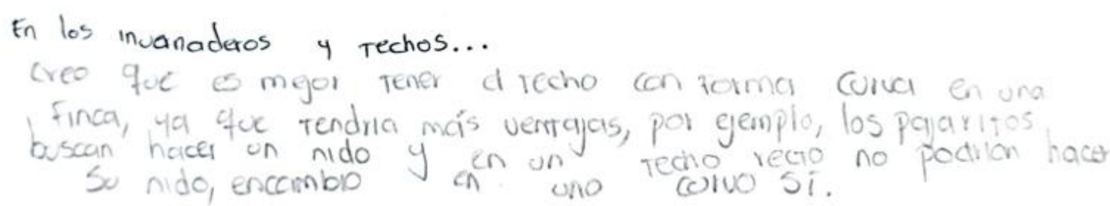

En los invernaderos y techos...
Creo que es mejor tener el techo con forma curva en una finca, ya que tendria más ventajas, por ejemplo, los pajaritos buscan hacer un nido y en un techo recto no podrian hacer su nido, encambio en uno curvo sí.

Figura 18: *Caso particular de respuesta*

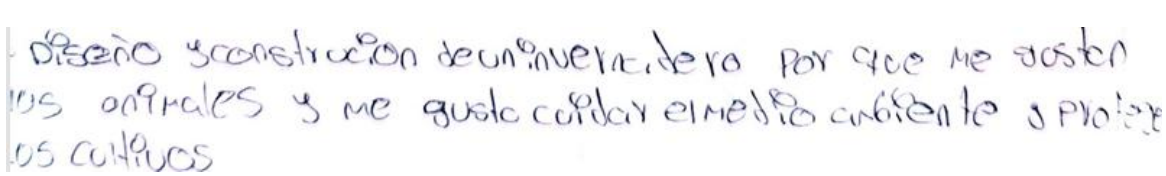

Diseño y construcion de un invernadero por que me gustan los animales y me gusta cuidar el medio ambiente y proteger los cultivos

Figura 19: *Caso particular de respuesta*

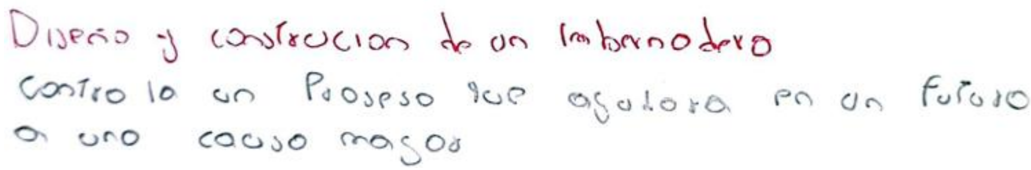

Diseño y construcion de un Imbernadero
Contro lo un Proseso que ayudara en un Futuro
a uno causo mayor

Figura 20*: Caso particular de respuesta*

En el siguiente caso se identifica una justificación por parte del estudiante, la cual puede estar influenciada por su contexto, en el que el uso de la moto es muy común. En su respuesta, el estudiante menciona que las motos tienen distintos tipos de farolas según la marca, atribuyendo a estas diferencias en el diseño. Asimismo, establece que el tamaño de la farola influye en la cantidad de luz que produce o se refleja. Estas ideas corresponden a razones que el estudiante expone; sin embargo, no se articulan con una aserción clara ni con una garantía, por lo que no se concluye que existe un argumento

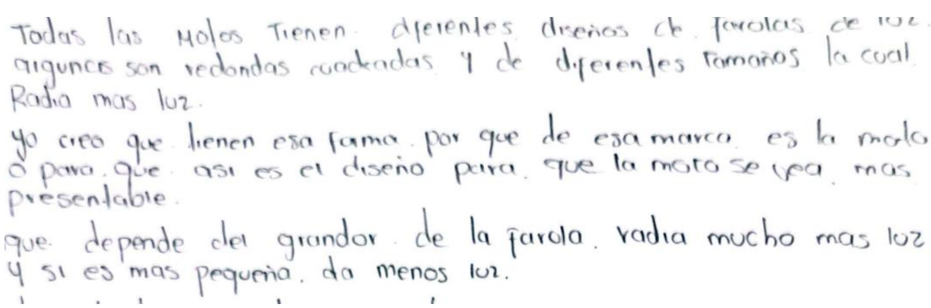

Todas las Motos Tienen diferentes diseños de farolas de luz. algunas son redondas cuadradas y de diferentes tamaños la cual Radia mas luz.
yo creo que tienen esa fama por que de esa marca es la moto o para que asi es el diseño para que la moto se vea mas presentable.
que depende del grandor de la farola radia mucho mas luz y si es mas pequeña da menos luz.

Figura 21: *justificación usando marcas de motos*

En otro, donde se puede evidenciar la presencia de un argumento simple, es en la siguiente imagen donde el estudiante justifica porque le interesa realizar el trabajo con invernaderos:

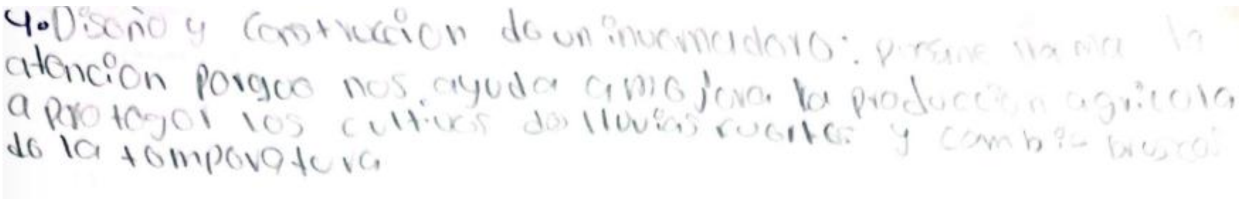


Figura 22: *Ejemplo de argumento simple*

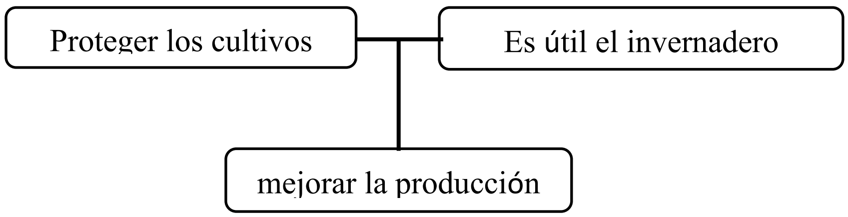


Figura 23: *Ejemplo de argumento simple bajo la estructura de Toulmin*

A partir de los casos analizados, se evidencia que algunos estudiantes logran construir argumentos simples y en otros casos, argumentos simples incompletos, como se evidencia anteriormente. Se identifican elementos como las afirmaciones acompañadas de razones que lo sustentan, aunque en varios casos dichas razones no se presentan de manera explícita. Estas respuestas se configuran, en su mayoría en contextos cercano de los estudiantes, lo cual favorece la formulación de sus ideas.

Sin embargo, no todas las producciones corresponden a argumentos simples o argumentos simples incompletos. Por ellos se presentan algunos casos en los que se identifica únicamente justificaciones alejadas, en las cuales no es posible reconocer una estructura argumentativa.

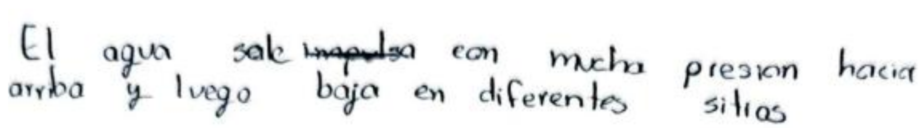


Figura 24: *Ejemplo justificación*


no entiendo. este. punto.

Figura 25: *Ejemplo justificación*

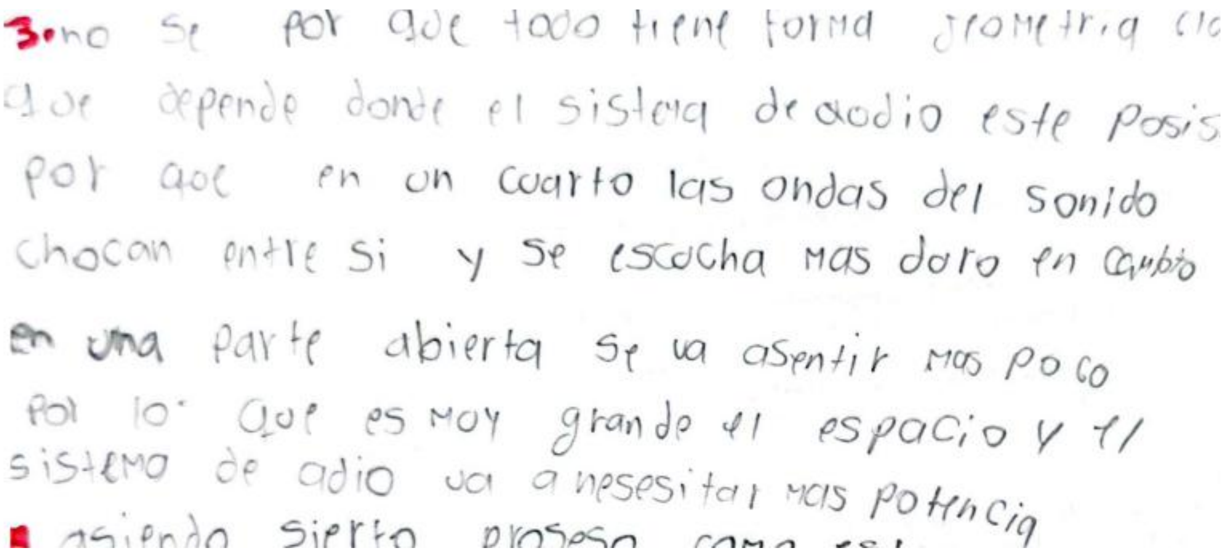

3. no se por que todo tiene forma geometria clo
que depende donde el sistema de aodio este posis
por que en un cuarto las ondas del sonido
chocan entre si y se escocha mas duro en cambio
en una parte abierta se va asentir mas poco
por lo que es muy grande el espacio y el
sistema de adio va a nesesitar mas potencia
asiendo sierto proseso como es

Figura 26: *Ejemplo de justificación*

En los casos en los que no se, identifica argumentos simples ni argumentos simples incompletos, se presentan diferentes situaciones. Por un lado, se encuentran respuestas que corresponden únicamente a afirmaciones sin ningún tipo de justificación, lo que impide reconocer una argumentación. Por otro lado, se evidencian respuestas en las que los estudiantes manifiestan no saber cómo responder. Lo cual refleja dificultades tanto en la compresión de la pregunta como en la construcción de ideas. Asimismo, se identifica un caso particular en el que la respuesta no guarda relación con lo solicitado, abordando un aspecto diferente al planteado en la pregunta. En términos generales, se observa que la mayoría de los estudiantes no construyen argumentos, si no que se limitan a emitir afirmaciones, sin justificación.

9. DISEÑO DE TAREAS DE GEOMETRÍA QUE FAVORECEN LA ARGUMENTACIÓN EN COLEGIOS RURALES.

Este apartado está dedicado a la presentación de las tareas, situaciones y preguntas que fueron implementadas y abordadas por los estudiantes. Estas intentan retomar los planteamientos expuestos en todo el Marco teórico conceptual , procurando involucrar a los estudiantes en la comunicación de ideas de forma escrita y oral.

Esta selección de tareas no pretende abordar todo el contenido formal de las cónicas, sino dar un ejemplo o servir de inspiración para abordar una situación con los estudiantes en la cual se pueda construir la noción de cónica y algunas propiedades de la circunferencia, elipse y parábola. En las tareas, situaciones y preguntas se ha revisado el lenguaje para adecuarlo al nivel escolar y se ha reconocido un potencial en estas para favorecer el pensamiento geométrico. Buscan favorecer la producción de producciones argumentativas informales, a la vez que impulsan el aprendizaje de relaciones geométricas básicas en las cónicas.

Las tareas están previstas para ser trabajadas en su totalidad, en todo caso, se invita a los profesores a favorecer la visualización, la representación, la conjeturación y la justificación en todas ellas, promoviendo con su orientación el avance de las producciones argumentativas en sus diferentes categorías (argumento simple, argumento simple incompleto y justificar). Paralelamente se espera que se gestionen en las clases la evolución de significados personales de las cónicas hacia los significados que incluyen propiedades o características constitutivas.

Todas las tareas, situaciones y preguntas que se proponen están en un contexto de la vida cotidiana e involucran hacer o explorar una forma concreta, una representación o una figura construida. Se considera que el contexto de construcción de invernaderos es suficientemente rico para estimular la actividad geométrica y promover la argumentación o la intención de empezar a involucrar en la clase de matemáticas la pregunta ¿por qué?

Se diseñan dos tareas, la primera basada en el diseño y construcción de cuatro invernaderos de diferente tipo: elíptico, parabólico, domo y túnel; la segunda es la exploración de la forma y figura de las cónicas, el reconocimiento de una propiedad de cada cónica y determinar la eficiencia de los invernaderos. Es importante recalcar que se debe determinar un tiempo de dos a tres semanas entre cada tarea, para que la segunda tarea tenga sentido.

El diseño de cada tarea incluye lo siguiente: descripción de la tarea, aprendizajes esperados, conceptos, relaciones o propiedades geométricas involucrados, orientaciones para favorecer la argumentación, orientaciones para los profesores.

9.1 Tarea 1: Diseño y construcción de los invernaderos

Esta tarea se desarrolla en dos momentos. El primero está centrado en el diseño del invernadero; para ello, se sugiere que los profesores organicen a los estudiantes en grupos de tres integrantes. Cada grupo será responsable de diseñar un modelo específico de invernadero. El segundo momento corresponde a la etapa de construcción, en la cual se recomienda que los docentes proporcionen todos los materiales necesarios para llevar a cabo la elaboración de cada estructura.

En los apéndices del C al J se encuentran las guías para el diseño y la construcción de cada tipo de invernadero. No obstante, con el fin de ofrecer una visión más clara y una justificación de los elementos que componen estas guías, a continuación, se presenta la estructura general que tienen las cuatro guías de diseño y las cuatro guías de construcción.

9.1.1 Guía de diseño invernadero tipo Domo

Las guías están estructuradas con el propósito de que los estudiantes asuman el rol de "ingenieros" en el proceso de diseño de su invernadero. Por esta razón, las cuatro guías de diseño inician con una **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** común, que busca situarlos en ese rol.

Nombres de los ingenieros: ___________________________

DISEÑO DE UN INVERNADERO TIPO DOMO

INTRODUCIÓN

¡Bienvenidos, ingenieros! En este proyecto, ustedes serán los encargados de diseñar y construir un **invernadero** para optimizar el crecimiento de cultivos en su comunidad. Cada grupo tendrá el desafío de construir un invernadero con una forma geométrica distinta: **tipo domo, elíptica, de túnel y parabólica**. Su misión es analizar qué forma es la más eficiente en términos de luz, temperatura y humedad.

A lo largo de la semana, además de construir su invernadero, registrarán datos sobre el crecimiento de sus germinados y compararán los resultados con los invernaderos construidos por los demás ingenieros.

Todo ingeniero necesita diseñar su construcción antes de hacerla, por eso esta primera fase se divide en tres etapas, además responde las preguntas a medida que las etapas terminan.

Figura 27: *Introducción*

La decisión de que los estudiantes asuman el rol de ingenieros en estas tareas responde a una intención didáctica estratégica: situar el conocimiento matemático en un contexto auténtico, funcional y significativo. Esta elección busca favorecer el trabajo colaborativo y el desarrollo de habilidades argumentativas.

Como se expuso en apartados anteriores, tanto las secuencias didácticas del modelo PER como la guía PAI del IB fortalecen la conexión entre el saber escolar y los desafíos del mundo real. Estas propuestas didácticas vinculan los objetos matemáticos con contextos cercanos a los estudiantes, lo cual incrementa su sentido y aplicabilidad. Además, fomentan la autonomía, pues están diseñadas con instrucciones claras, breves y precisas, permitiendo que los estudiantes avancen sin depender constantemente de la aprobación del docente.

En coherencia con este enfoque, se propuso que cada grupo escogiera libremente el tipo de invernadero que deseaba diseñar y construir; además de una secuencia de instrucciones que le permite al estudiante no 'necesitar' una supervisión constante por parte del profesor. En el pretest se evidenció una motivación genuina por parte de los estudiantes hacia esta tarea, lo cual reafirma el valor de ofrecerles cierta libertad y protagonismo en su proceso de aprendizaje.

Por otro lado, en las tareas analizadas previamente que promueven la argumentación, se identificó como un rasgo clave la necesidad de generar escenarios de trabajo colaborativo. Este tipo de dinámica no solo enriquece las interacciones entre pares, sino que también amplía las posibilidades de construir respuestas más elaboradas, producto de discusiones y acuerdos colectivos, en lugar de respuestas breves o aisladas. Teniendo en cuenta esta necesidad, por eso se sugiere que se implementen estas tareas en grupos de 3 estudiantes.

Siguiendo con la estructura de la guía del invernadero tipo domo, a continuación, se presentan las tres etapas necesarias para el diseño del invernadero que se encuentran en las guías, acompañadas de una justificación a lo propuesto.

En la **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**, se pretende que los estudiantes diseñen la base del invernadero. En el caso del invernadero tipo domo, la cónica a trabajar es la circunferencia. Tal como se evidenció en el pretest, todos los estudiantes, excepto uno, no lograron reconocer la forma de las cónicas, lo que resalta la necesidad de iniciar con un acercamiento visual a estas figuras. Por tanto, en esta primera etapa se busca que los estudiantes identifiquen la cónica que van a trabajar, pero sin pretender aún que reconozcan sus propiedades o relaciones geométricas; el objetivo es únicamente que realicen un reconocimiento visual de su forma.

Fase 1: Diseño del modelo del invernadero con una forma tipo domo
Materiales: Hoja blanca, lapiz, regla y compás.
Etapa 1: Dibujar la base del invernadero domo
Instrucciones
1. En el centro de la hoja, marca un punto central con un lápiz. 2. Usando un compás y la regla abre una medida de 10 centimetros para el radio de su invernadero y luego traza un círculo completo.

Figura 28: *Etapa uno del diseño del invernadero tipo domo*

Esta etapa incluye dos preguntas clave que tienen como propósito acercar a los estudiantes a la justificación de relaciones entre objetos geométricos, específicamente la relación entre el radio y el área de la circunferencia. Asimismo, se invita a los estudiantes a poner en juego habilidades del pensamiento espacial, proyectando mentalmente una visión tridimensional del objeto que van a construir. En este caso, se trata de estimar el espacio que ocupará el invernadero, posiblemente utilizando fórmulas o relaciones geométricas que ya conocen.

Contesta la siguiente pregunta encerrando en un circulo la palabra que consideres y completa la respuesta escribiendo el por qué.

- ¿Cómo afecta el tamaño del radio en el área total del invernadero?

El tamaño del radio _afecta/no afecta_ el área total del invernadero, porque ___________________________
____

- ¿Cómo podríamos calcular cuánto espacio ocupará este invernadero?

Se puede calcular usando ____

Figura 29: *Preguntas con marcos de lenguaje para sus respuestas*

Como se observa en la Figura 29*¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.***,** además de estas preguntas, se proporciona un apoyo para la comunicación mediante la inclusión de marcos de lenguaje (Ross et al. 2009). Esta estrategia se justifica al considerar que, tal como se evidenció en el pretest, la mayoría de los estudiantes tienen dificultades para expresar por escrito un argumento completo. A esto se suma lo señalado en la entrevista con su profesor, quien afirmó que los estudiantes no están acostumbrados ni tienen el hábito de argumentar o justificar sus ideas matemáticas. Por ello, y tal como señalan los autores mencionados, “como otras habilidades y estrategias, a los estudiantes se les tiene que enseñar cómo participar en una argumentación” (Ross et al. 2009, p.1) En ese sentido, la inclusión sistemática de marcos de lenguaje en todas las guías busca apoyar al estudiante en la construcción de respuestas más claras, estructuradas y coherentes.

En la ¡Error! No se encuentra el origen de la referencia., el propósito es que los estudiantes dibujen la vista lateral del invernadero, es decir, una representación desde uno de sus lados. Esta etapa forma parte de una guía secuencial e instruccional, en la que cada indicación ha sido diseñada para ser breve, clara y precisa, con el fin de minimizar ambigüedades y evitar posibles errores de interpretación por parte de los estudiantes. Esta etapa se encuentra presente en todas las guías de diseño, pero atendiendo a las diferentes formas de los invernaderos.

Etapa 2: Dibujar la estructura vertical del invernadero
3. Al reverso de la hoja, de forma horizontal, traza un segmento con la regla que tenga la logitud del **díametro** de la circunferencia realizada anteriormente. 4. Con la regla marca el punto medio del segmento. 5. Usando el compas traza semicircunferencia con centro en el punto que hiciste y radio uno de los extremos del segmento. Este será el techo del invernadero.
Contesta la siguiente pregunta: • ¿Cómo crees que influye la altura del invernadero en la temperatura dentro de él? La altura del invernadero ______________ en la temperatura porque ____________________________ ____

Figura 30: *Etapa dos del diseño del invernadero tipo domo*

Como se puede observar en la Figura 30, esta etapa incluye una pregunta orientadora que invita a los estudiantes a formular una conjetura sobre la relación entre la altura del invernadero y la temperatura interna que este puede alcanzar. Al igual que en la etapa anterior, se considera fundamental proporcionar un marco de lenguaje que facilite la expresión de conjeturas, reconociendo que muchos estudiantes aún se encuentran en proceso de desarrollar habilidades argumentativas sólidas.

La Etapa 3 se encuentra presente en todas las guías de diseño, sin importar la forma del invernadero.

Etapa 3: Dibujar la entrada y ventilación del invernadero
6. Dibuja a un lado del invernadero un pequeño rectangulo, recuerda que debes tener en cuenta que debe tener un tamaño adecuado para que pueda salir y entrar una mano. 7. Para la ventilación, debes realizar pequeñas aperturas en la parte superior del invernadero para permitir la circulación adecuada del aire. Dibuja pequeños agujeros.
Contesta las siguientes preguntas: • ¿Por qué crees que es importante tener ventilación en el invernadero? Es importante tener ventilación en el invernadero porque ____ ____ • ¿Cómo podemos distribuir de foma adecuada las ventilaciones, para evitar que el aire caliente se acumule demasiado? Para evitar que el aire caliente se acumule, la ventilación se ____ ____

Figura 31 : *Etapa tres del diseño de los invernaderos*

Como se muestra en la Figura 31, la etapa 3 tiene como objetivo que los estudiantes dibujen la entrada y el sistema de ventilación de su invernadero. Al igual que en las etapas anteriores, esta parte de la guía presenta instrucciones secuenciales, claras y suficientes para que los estudiantes puedan avanzar de forma autónoma. Además, incluye dos preguntas y su marco de lenguaje que invitan a los estudiantes a conjeturar sobre la utilidad de la ventilación y su distribución adecuada para evitar la acumulación de aire caliente en el interior del invernadero.

Finalmente, la guía concluye con un apartado llamado 'conjeturas', expuesto en la Figura 32*,* cuyo objetivo es que los estudiantes reconozcan qué es una conjetura y formulen sus propias conjeturas a partir de dos preguntas propuestas. En este caso, no se incluyen marcos de lenguaje, ya que se espera que, a lo largo de la guía, la exposición repetida a estos marcos haya tenido cierta influencia en la forma en que los estudiantes expresan sus ideas, permitiéndoles intentar redactar conjeturas con mayor claridad y autonomía.

Conjeturas
Una conjetura es una suposición u hipotesis que se genera a partir de acontecimientos que se observan. Por ejemplo, el invernadero tipo domo es mejor para las plantas debido a la concentración de calor. Responde las siguientes preguntas teniendo en cuenta el diseño de tu invernadero domo, para que puedas escribir tus conjeturas. • ¿Cómo creees que influye la forma circular en la eficiencia del invernadero? ______________________________ ______________________________ • ¿Qué ventaja tiene este tipo de diseño en un invernadero? ______________________________ ______________________________
Antes de pasar a construir el invernadero domo, debes saber que hay diferentes formas geometricas que permiten construir este tipo de invernadero, como se observa a continuación.  Si te imaginas otro diseño para la construcción de tu invernadero porfavor comunícalo a los profesores y dibuja cómo lo estás pensando.

Figura 32 *: última parte de la guía de diseño del invernadero tipo Domo*

Luego de haber presentado un análisis detallado de la estructura de las guías de diseño utilizando como ejemplo la guía del invernadero tipo domo, a continuación, se exponen las guías correspondientes a los demás tipos de invernadero. Dado que la justificación de cada una de las etapas ya fue abordada previamente, solo se resaltarán aspectos específicos y diferenciadores de cada diseño, según las particularidades de cada tipo de invernadero.

9.1.2 Guía de diseño invernadero tipo Elíptico

La introducción de la guía ya se presentó anteriormente en la Figura 27. A continuación, se presentan las tres etapas y el apartado final con relación a las conjeturas.

Etapa 1: Dibujar la base del invernadero tipo elíptico
Instrucciones

Objetivo: realizar un reconocimiento visual de la forma de la elipse.

Dibujar los ejes guía

- En el centro de la hoja, con una regla traza un segmento horizontal de **14 cm** de largo. Este será el **eje mayor de la elipse**.
- Usando la regla encuentra el punto medio del segmento y márcalo.
- Sobre este punto traza un segmento perpendicular de **8 cm,** procurando que la mitad de este nuevo segmento coincida con el punto anteriormente marcado. Este será el **eje menor de la elipse**.
- Ahora tienes dos segmentos que se cruzan en el centro formando una cruz.

Ubicar los focos de la elipse

- Usa la siguiente fórmula para encontrar la distancia de los **focos** (puntos internos de la elipse) desde el centro. Reemplaza los valores y opera:

  Nota: un semieje es la mitad de un eje.

$$distancia\ de\ los\ focos = \sqrt[2]{(semieje\ mayor)^2 - (semieje\ menor)^2}$$
$$distancia\ de\ los\ focos = \sqrt[2]{(\_\_\_\_)^2 - (\_\_\_\_\_)^2}$$

$$distancia\ de\ los\ focos = \_\_\_\_\_cm$$

- Con la regla, mide el valor que te dio anteriormente, desde el centro hacia el 'lado derecho' del eje mayor y marca un punto con nombre F1, repite el proceso hacia al 'lado izquierdo' y marca este punto como F2
- Ahí estarán los **dos focos de la elipse** (F1 y F2).

Colocar el hilo y los chinches

- Corta un hilo de **25 cm**.
- Ata cada extremo del hilo a un chinche diferente.
- Ten en cuenta que al atar el hilo se reduce el hilo entre cada chinche, procura que el hilo que queda entre cada chinche después de hacer los nudos, su longitud no es menor a 20 cm.
- Clava los chinches en los puntos **F1 y F2** sobre la hoja.

Dibujar la elipse

- Coloca la punta del lápiz dentro del bucle del hilo, estirándolo hasta que quede tenso.
- Desliza el lápiz alrededor de los focos, manteniendo el hilo tenso en todo momento.
- Poco a poco se irá formando la elipse.

Instrucciones cortas y secuenciales para dibujar la elipse. Se incluyen términos nuevos para los estudiantes como focos y ejes.

Figura 33: *Etapa 1 del invernadero tipo elíptico*

sugiere que los estudiantes tengan los siguientes conocimientos previos: relación entre objetos geométricos, como el paralelismo; distancia entre puntos. Esto con el objetivo de que los únicos términos nuevos que aborden los estudiantes en esta guía sean los ejes y focos.

Las preguntas que acompañan esta primera etapa son las presentadas en la Figura 29, como se logra evidenciar tienen la misma estructura y sentido que las anteriormente detalladas en la guía tipo Domo, sólo que, atendiendo a la elipse.

Contesta las siguientes preguntas:

- ¿Cómo influye la ubicación de los focos en la forma de la elipse?
- ¿Qué sucedería si los focos estuvieran más cerca o más lejos del centro?

Contesta la siguiente pregunta encerrando en un circulo la palabra que consideres y completa la respuesta escribiendo el por qué.

- ¿Cómo afecta el tamaño de los ejes en el área total del invernadero?
  El tamaño de los ejes _afecta/no afecta_el área total del invernadero porque __________________
  ____.
- ¿Cómo podríamos calcular cuánto espacio ocupará este invernadero?
  Se puede calcular usando ____
  ____

Figura 34: *Preguntas de la etapa 1 del invernadero elíptico*

La **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** incluye una imagen guía, debido a que la forma de la elipse es algo nuevo para los estudiantes y con la intención de evitar ambigüedades en la representación tridimensional de la estructura se ofrece esta herramienta visual. Además, para esta segunda etapa se mantiene la pregunta en torno a la relación entre la altura del invernadero y la temperatura dentro de él, con su respectivo marco de lenguaje.

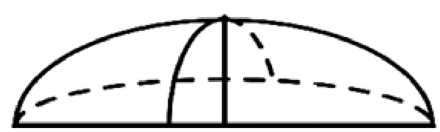
<table>
<tr><th colspan="2">Etapa 2: Dibujar la estructura horizontal del invernadero</th></tr>
<tr><td>1. Al reverso de la hoja, de forma horizontal, traza un segmento con la regla que tenga la misma logitud del eje mayor de la elipse.
2. Usando la regla traza un segmento perpendicular al eje mayor de 8 cm, con uno de los extremos del segmento en el punto medio del eje mayor.
3. Dibuja lineas curvas ascendentes que van a simular la curvatura de tu invernadero en el dibujo. Puedes incluir líneas punteadas que simulan la forma que tendrá tu construcción.</td><td>Imagen guía.
</td></tr>
<tr><td colspan="2">¿Cómo crees que influye la altura del invernadero en la temperatura dentro de él?
La altura del invernadero _____________ en la temperatura porque _______________________________
____</td></tr>
</table>

Figura 35: *Etapa 2 del invernadero tipo elíptico*

La Etapa tres es exactamente la misma presentada en la Figura 31**¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**. Finalmente, la última parte de la guía es la misma a la anteriormente expuesta, atendiendo al invernadero tipo elíptico.

Conjeturas
Una conjetura es una suposición u hipotesis que se genera a partir de acontecimientos que se observan. Por ejemplo, el invernadero tipo elíptico es mejor para las plantas debido a la concentración de calor. Responde las siguientes preguntas teniendo en cuenta el diseño de tu invernadero tipo elíptico, para que puedas escribir tus conjeturas. • ¿Cómo creees que influye la forma elíptica en la eficiencia del invernadero? ____ ____ • ¿Qué ventaja tiene este tipo de diseño en un invernadero? ____ ____
Antes de pasar a construir el invernadero tipo elíptico, debes saber que hay diferentes formas geometricas que permiten construir este tipo de invernadero, como se observa a continuación.  Si te imaginas otro diseño para la construcción de tu invernadero porfavor comunícalo a los profesores y dibuja cómo lo estás pensando.

Figura 36: *Última parte de la guía de diseño del invernadero tipo elíptico*

9.1.3 Guía de diseño invernadero tipo Parabólico

La introducción de la guía ya se presentó anteriormente en la Figura 27. A continuación, se presentan las tres etapas y el apartado final con relación a las conjeturas.

A diferencia de los invernaderos anteriores la cónica era visible en la base del invernadero, para este tipo de invernadero se construye la cónica hasta la Etapa 2. Por lo tanto, la **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** sólo se enfoca en el dibujo de la base rectangular del invernadero y una pregunta que invita a los estudiantes a determinar la relación entre el tamaño de la base con la estabilidad de este.

Etapa 1: Dibujar la base del invernadero Parabólico
Instrucciones
1. Definir las dimensiones adecuadas del largo y ancho de la base del invernadero. 2. En la hoja realiza un rectangulo que represente la base del invernadero.
¿Cómo creen que influye el tamaño de la base en la con la estabilidad del invernadero? ____ ________________________________

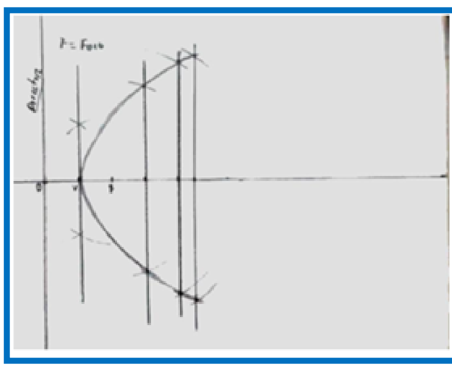
Figura 37*: Etapa 1 del invernadero tipo Parabólico*

Para la **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** se sugiere que los estudiantes tengan los siguientes conocimientos previos: relación entre objetos geométricos, como el paralelismo y la perpendicularidad. Además de haber desarrollado habilidades de motricidad fina para un correcto uso del compás. Esta etapa incluye una pregunta que pretende invitar al estudiante a reconocer una relación entre la curvatura del invernadero y la distribución de la luz y el calor.

Etapa 2: Dibujar la estructura lateral y el techo del invernadero

3. En el reverso de la hoja, de forma horizontal, traza un segmento con la regla que tenga la misma medida del ancho de la base.
4. Dibuja un segmento paralelo al segmento de la base, asegurándote de que esté a una distancia de 12 centímetros.
5. Encuentra el punto medio del segmento que trazas en el paso 2.
6. Desde el punto medio que encuentras en el paso anterior, traza una línea perpendicular al segmento del paso 2.
7. Sobre la línea perpendicular que trazas en el paso 4, mide 4 centímetros desde el punto de intersección con el segmento base y marca un punto, que se llamará foco.
8. Encuentra el punto medio del segmento de 4 centímetros que marcas en el paso 5.
9. Con el compás, coloca la punta en el punto medio que hallas en el paso 6 y el lápiz en la intersección de los dos segmentos. Traza dos marcas a la misma altura del punto medio.
10. Repite el proceso del paso anterior, pero ahora coloca la punta del compás en la intersección de la línea perpendicular y la base, y el lápiz en el punto del paso 6. Asegúrate de que las marcas trazadas en este paso se crucen con las del paso anterior.
11. Identifica los puntos de intersección obtenidos en los pasos anteriores y traza un segmento que los une.
12. Sobre la línea perpendicular que trazas en el paso 4, mide ahora 6 centímetros en lugar de 4 y marca el nuevo punto.
13. Con el compás, mide la distancia desde el punto de intersección hasta el punto que marcas en el paso 10.
14. Usando la medida obtenida en el paso anterior, coloca la punta del compás en el foco y traza marcas alineadas con el segmento del paso 10.
15. Traza un segmento que pase por el punto marcado en el paso 10 y las marcas que realizas en el paso 12.
16. Repite el proceso desde el paso 10 hasta el paso 13, pero ahora con una medida de 8 centímetros en lugar de 6.
17. Repite el proceso desde el paso 10 hasta el paso 13, pero ahora con una medida de 9 centímetros.
18. Une los puntos que obtienes para formar la parábola.
19. Asegúrate de que la parábola interseca el segmento base que trazas en el paso 2, ya que este representa la base del invernadero.

A continuación tienes la imágen guía de como te debe quedar la parabola:



Contesta la siguientes pregunta encerrando en un circulo la palabra que consideres y completa la respuesta escribiendo el por qué.

¿Cómo afecta la curvatura del invernadero en la distribución de luz y calor?
La curvatura _afecta/ no afecta_ la distribución de la luz y el calor, porque___________________________

Objetivo: realizar un reconocimiento visual de la forma de la parábola.

Instrucciones cortas y secuenciales para dibujar la parábola.

Representación gráfica de los pasos de construcción de la parábola, para minimizar ambigüedades y evitar posibles errores de interpretación por parte de los estudiantes.

Pregunta con su respectivo marco de lenguaje.

Figura 38: *Etapa 2 del invernadero tipo Parabólico*

La Etapa tres es exactamente la misma presentada en la Figura 31**¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**. Finalmente, la última parte de la guía es la misma a la anteriormente expuesta, atendiendo al invernadero tipo Parabólico.

Conjeturas

Una conjetura es una suposición u hipotesis que se genera a partir de acontecimientos que se observan.
Por ejemplo, el invernadero tipo domo es mejor para las plantas debido a la concentración de calor.

Responde las siguientes preguntas teniendo en cuenta el diseño de tu invernadero parabólico para que puedas escribir tus conjeturas.

- ¿Cómo creees que influye la forma tipo parabólico en la eficiencia del invernadero?

___

- ¿Qué ventaja tiene este tipo de diseño en un invernadero?

___

Antes de pasar a construir el invernadero parabólico, debes saber que hay diferentes formas de construirlo, a continuación te dejamos, difentes formas y perspectivas de un invernadero tipo parabólico.

Si te imaginas otro diseño para la construcción de tu invernadero porfavor comunicalo a los profesores y dibuja cómo lo estás pensando.

Figura 39: *Última parte de la guía de diseño del invernadero tipo Parabólico*

9.1.4 Guía de diseño invernadero tipo Túnel

La introducción de la guía ya se presentó anteriormente en la Figura 27**¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**. A continuación, se presentan las tres etapas y el apartado final con relación a las conjeturas.

A diferencia de los invernaderos anteriores este no incluye una cónica, sin embargo, este tipo de invernadero es el más utilizado en los cultivos agrícolas, por eso resulta necesario su diseño y construcción para que el contexto fomentado tenga sentido.

Por lo tanto, la **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** sólo se enfoca en el dibujo de la base rectangular del invernadero y una pregunta que invita a los estudiantes a determinar la relación entre el tamaño de la base con la estabilidad de este.

Etapa 1: Dibujar la base del invernadero tunel
Instrucciones
1. Definir las dimensiones adecuadas del largo y ancho de la base del invernadero. 2. En la hoja realiza un rectangulo que represente la base del invernadero, teniendo en cuenta las medidas que establecieron en el punto anterior.
¿Cómo creen que influye el tamaño de la base con la estabilidad del invernadero? ____ ____

Figura 40: *Etapa 1 del invernadero tipo Túnel*

Para la **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** se sugiere que los estudiantes tengan los siguientes conocimientos previos: relación entre objetos geométricos, como el paralelismo y la perpendicularidad

Etapa 2: Dibujar la estructura lateral y el techo del invernadero
3. Al reverso de la hoja, de forma horizontal, traza un segmento con la regla que tenga la misma medida del ancho de la base. 4. Por medio de un segmento traza la altura que quieres que tenga la pared del invernadero, ese segmento debe iniciar en el extremo del segmento realizado en el paso anterior; realiza el mismo procedimiento en el otro extremo del segmento. Así tendrás las dos paredes del invernadero. 5. Une los extremos de las paredes con un segmento, formando un rectángulo. 6. Con la regla marca el punto medio del segmento realizada en el paso anterior. 7. Para dibujar el techo del invernadero, construye una semicircunferencia con centro en el punto marcado en el paso anterior y radio el vertice de una de las paredes.
¿Cómo afecta la altura del invernadero a la temperatura dentro de este? La altura del invernadero _____________ en la temperatura porque____________________ ____

Instrucciones cortas y secuenciales para dibujar la estructura del invernadero tipo Túnel

Pregunta con su respectivo marco de lenguaje.

Figura 41: *Etapa 2 del invernadero tipo Túnel*

La Etapa tres es exactamente la misma presentada en la Figura 31**¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**. Finalmente, la última parte de la guía es la misma a la anteriormente expuesta, atendiendo al invernadero tipo Túnel.

Conjeturas

Una conjetura es una suposición u hipotesis que se genera a partir de acontecimientos que se observan.
Por ejemplo, el invernadero tipo domo es mejor para las plantas debido a la concentración de calor.

Responde las siguientes preguntas teniendo en cuenta el diseño de tu invernadero tunel, para que puedas escribir tus conjeturas.

- ¿Cómo creees que influye la forma tipo túnel (techo semicircular) en la eficiencia del invernadero?

- ¿Qué ventaja tiene este tipo de diseño en un invernadero?

Antes de pasar a construir el invernadero tunel, debes saber que hay diferentes formas de construirlo, a continuación, te dejamos, difentes formas y perspectivas de un invernadero tipo túnel.

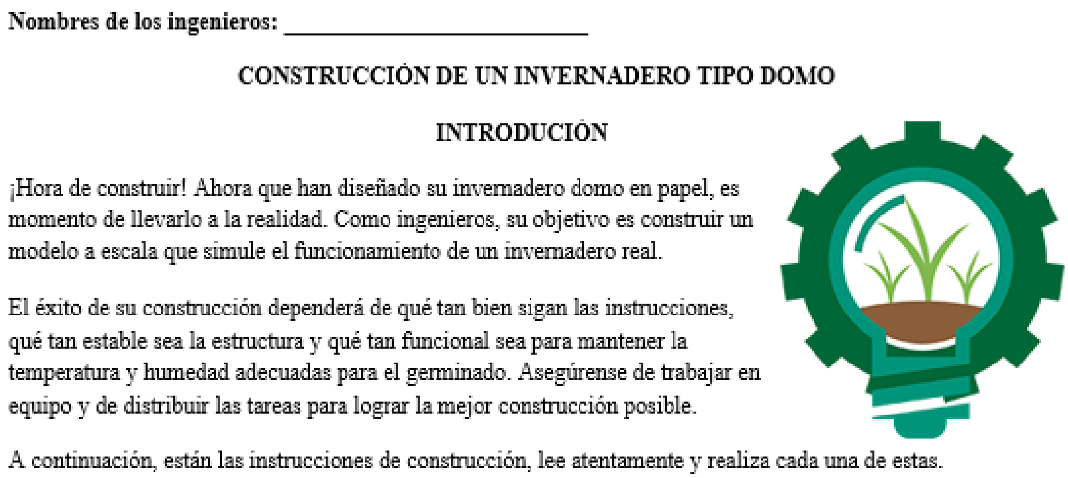
Si te imaginas otro diseño para la construcción de tu invernadero porfavor comunícalo a los profesores y dibuja cómo lo estás pensando.

Figura 42: *Última parte de la guía de diseño del invernadero tipo Túnel*

Una vez los estudiantes finalizan la guía de diseño, el profesor les entrega la guía de construcción junto con los materiales necesarios. A continuación, se presenta la estructura de las guías de construcción correspondientes a los cuatro tipos de invernadero.

9.1.5 Guía de construcción invernadero tipo Domo

Manteniendo el rol de ingenieros por parte de los estudiantes la **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** es la misma sin importar el tipo de invernadero.



Nombres de los ingenieros: ________________________

CONSTRUCCIÓN DE UN INVERNADERO TIPO DOMO

INTRODUCIÓN

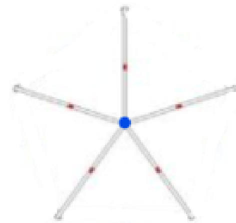
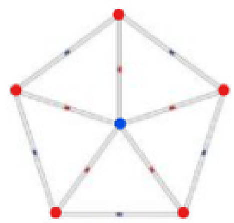
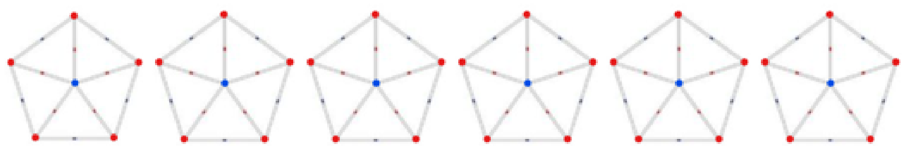
¡Hora de construir! Ahora que han diseñado su invernadero domo en papel, es momento de llevarlo a la realidad. Como ingenieros, su objetivo es construir un modelo a escala que simule el funcionamiento de un invernadero real.

El éxito de su construcción dependerá de qué tan bien sigan las instrucciones, qué tan estable sea la estructura y qué tan funcional sea para mantener la temperatura y humedad adecuadas para el germinado. Asegúrense de trabajar en equipo y de distribuir las tareas para lograr la mejor construcción posible.

A continuación, están las instrucciones de construcción, lee atentamente y realiza cada una de estas.

Figura 43: *Introducción de las 4 guías de construcción de los invernadores*

Para la construcción del invernadero, la guía se divide en dos partes. La primera parte tiene como objetivo construir seis pentágonos utilizando palos de pincho cortados en dos tamaños específicos y unidos con plastilina de dos colores diferentes. Se recomienda que el profesor proporcione a los estudiantes todos los materiales necesarios para esta actividad: los palos ya cortados y marcados, y la cantidad necesaria de plastilina. No obstante, es importante mencionar que, en caso de contar con otro tipo de material más resistente para unir los palos, su uso sería preferible, ya que permitiría garantizar mayor estabilidad y durabilidad en la estructura del invernadero.

Instrucción	Imagen de guía
Haz una bolita de plastilina azul y une 5 palitos marcados con rojo, como se ve en la imagen.	
Haz 5 bolitas de plastilina roja y une 5 palitos marcados con azul con la estructura realizada en el paso anterior. Finalmente tendrás un pentágono.	
Repite el paso anterior y construye 6 pentágonos 	

El uso de imágenes guía es indispensable, ya que permite instrucciones más cortas y claras, fomentando la autonomía del estudiante sin requerir aprobación constante del profesor

Figura 44: *Primera parte de la construcción del invernadero tipo Domo*

Esta primera parte incluye dos preguntas expuestas en la Figura 45, orientadas a que los estudiantes reflexionen sobre la diferencia de tamaños entre los palitos. La intención es que comprendan cómo el uso de palitos más cortos en el interior del pentágono genera una estructura con altura, similar a una pirámide, y no un pentágono completamente plano. Este aspecto es clave, ya que permite que el invernadero tenga una forma más aerodinámica y ofrezca mayor resistencia frente a condiciones climáticas adversas. Además, esta reflexión contribuye al desarrollo del pensamiento espacial, pues exige a los estudiantes visualizar y comprender cómo las modificaciones en una figura plana pueden generar un objeto tridimensional con propiedades funcionales. Por ello, se invita a los profesores a enfatizar y exigir que los pentágonos no queden totalmente planos, con el fin de garantizar mejores resultados en la construcción del invernadero.

Responde la siguiente pregunta

- ¿Por qué crees que los palitos marcados en azul son más pequeños que los palitos marcados en rojo?
- Si los palitos rojos y azules fuesen del mismo tamaño ¿crees que al unirlos y formar el pentágono quedan igual a los construidos anteriormente? ¿en qué cambia el pentágono? ¿por qué?

Figura 45: *Preguntas de la primera parte de la construcción del invernadero tipo Domo*

La segunda parte tiene como objetivo que los estudiantes utilicen los seis pentágonos construidos previamente para armar la estructura del domo. Además, deben responder una pregunta que mantiene la misma intención que las anteriores. Finalmente, se propone un momento de autonomía en el que los estudiantes, a partir del diseño elaborado en la guía anterior, construyen la base del invernadero con cartón. También se les debe proporcionar el plástico que recubrirá la estructura, en el cual deben incluir la ventilación y la puerta planificadas durante el diseño. En la Figura 46 se evidencia lo descrito anteriormente.

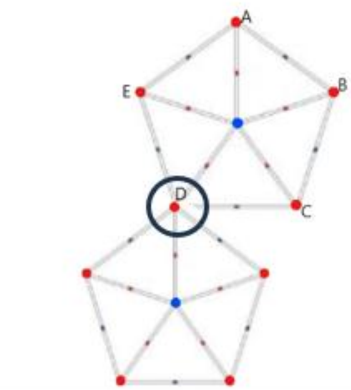
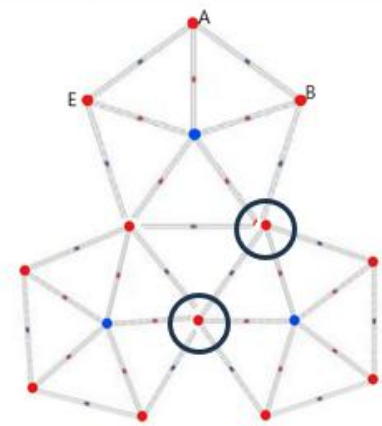
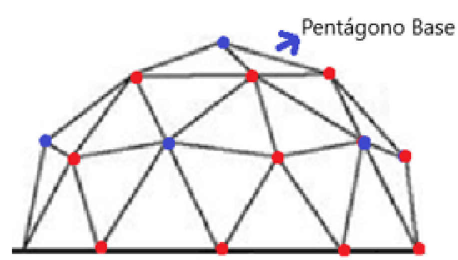
Toma un pentágono base. En la imagen, en este pentágono están marcados sus vértices con A, B, C, D, E. Une un pentágono con el pentágono base, uniendo uno de sus vértices. Utiliza más plastilina si lo consideras necesario. En un círculo está marcada la unión que debes hacer.	
Une el segundo pentágono con el pentágono base, mediante uno de sus vértices. Asegúrate de unir los vértices del pentágono anterior y el que estas uniendo en este momento. En un círculo están marcadas las uniones que debes hacer.	
Repite este proceso y une al pentágono base, un pentágono por cada vertice. Te debe quedar de la siguiente forma. 	
Responde la siguiente pregunta ¿Por qué consideras que la diferencia de tamaños en los palitos influye en la forma del domo?	
El origen de la palabra INGENIERO es **ingenio**, es decir un ingeniero debe tener el talento para crear e idear. Por lo tanto su misión en este momento es: a la estructura que acacban de construir agregar la base en cartón usando el diseño creado en la guía anterior, además agregarle puerta teniendo en cuenta que debe entrar y salir su mano y finalmente usando el plástico transparente recubre la superficie de la construcción.	

Figura 46: *Segunda parte de la construcción del invernadero tipo Domo*

9.1.6 Guía de construcción invernadero tipo Elíptico

La estructura de la guía está en cuatro partes:

1. Introducción presentada anteriormente en la Figura 43.
2. Secuencia de instrucciones para construir la estructura del invernadero acompañadas de imágenes guía. Por la extensión de las instrucciones, no es necesario mostrarlas ya que no requieren un análisis particular. Sin embargo, en el Apéndice H. Guía de construcción invernadero tipo Elíptico, se pueden evidenciar estas instrucciones.
3. Espacio de autonomía, presentado en la Figura 47, para que los estudiantes puedan recubrir la estructura del invernadero con plásticos y agregar la ventilación y la puerta.

> El origen de la palabra INGENIERO es **ingenio**, es decir un ingeniero debe tener el talento para crear e idear. Por lo tanto su misión en este momento es: a la estructura que acacban de construir agregar la puerta teniendo en cuenta que debe entrar y salir su mano y finalmente usando el plástico transparente recubre la superficie de la construcción, no se te olvide la ventilación.

Figura 47*: Espacio de autonomía por parte de los estudiantes en las 4 guías de construcción.*

4. Preguntas que invitan al estudiante a reflexionar sobre sus decisiones en caso de no contar con los materiales proporcionados por el profesor. Por ejemplo: ¿cómo habrían medido los arcos del invernadero?, ¿qué herramientas habrían utilizado si los arcos fueran circunferencias o elipses?, y en el caso del arco mayor, que corresponde a media elipse, ¿cuáles serían sus ejes y focos? Estas preguntas permiten identificar las habilidades de pensamiento espacial de los estudiantes y valorar su capacidad para proponer rutas propias hacia la construcción del invernadero elíptico. A continuación, en la Figura 48, se presentan específicamente las preguntas presentadas en la guía.

Si los profesores no te hubiesen dado el material, describe:

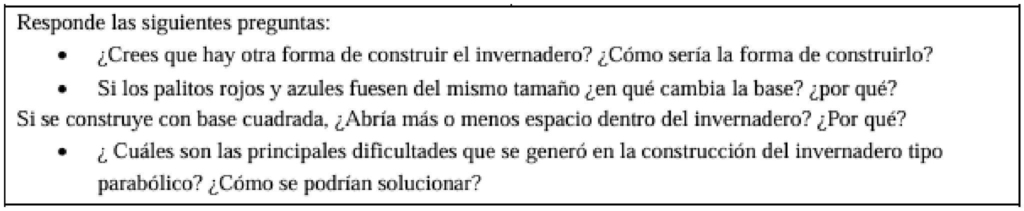
- ¿Cómo diseñarías los arcos?
- ¿Cómo sabrías las medidas de los arcos?
- ¿Con qué herramienta podrías trazar los arcos?
- El arco marcado con el número uno es una semielipse. En una hoja traza el croquis de esta semielipse y encuentra los focos, el eje mayor y el eje menor.

Figura 48: *Cuarta parte de la guía de construcción del invernadero elíptico*

9.1.7 Guía de construcción invernadero tipo Parabólico

La estructura de la guía está en cuatro partes:

1. Introducción presentada anteriormente en la Figura 43.
2. Secuencia de instrucciones para construir la estructura del invernadero acompañadas de imágenes guía. Por la extensión de las instrucciones, no es necesario mostrarlas ya que no requieren un análisis particular. Sin embargo, en el Apéndice I. Guía de construcción invernadero tipo Parabólico, se pueden encontrar dichas instrucciones.
3. Al finalizar la construcción del invernadero parabólico, se proponen una serie de preguntas que invitan a los estudiantes a reflexionar sobre el proceso, evaluar sus decisiones y considerar posibles alternativas. Estas preguntas buscan que los estudiantes analicen cómo cambiaría la estructura si se modificaran elementos como la forma de la base o el tamaño de los materiales, así como reconocer las implicaciones espaciales de estos cambios. También se les invita a identificar las principales dificultades encontradas durante la construcción del invernadero tipo parabólico y a proponer posibles soluciones, fomentando así el desarrollo del pensamiento crítico, la argumentación y la visualización espacial. A continuación, en la Figura 49, se presentan específicamente las preguntas presentadas en la guía.


Responde las siguientes preguntas:

- ¿Crees que hay otra forma de construir el invernadero? ¿Cómo sería la forma de construirlo?
- Si los palitos rojos y azules fuesen del mismo tamaño ¿en qué cambia la base? ¿por qué?

Si se construye con base cuadrada, ¿Abría más o menos espacio dentro del invernadero? ¿Por qué?

- ¿ Cuáles son las principales dificultades que se generó en la construcción del invernadero tipo parabólico? ¿Cómo se podrían solucionar?

Figura 49: *Tercera parte de la guía de construcción del invernadero parabólico*

4. Finalmente, el espacio de autonomía para que los estudiantes terminen la construcción de su invernadero, presentado en la Figura 47.

9.1.8 Guía de construcción invernadero tipo Túnel

La introducción de la guía ya se presentó anteriormente en la Figura 43. A continuación, se presentan las tres partes para la construcción del invernadero.

La primera parte tiene como objetivo construir rectángulos utilizando palos de pincho, con el fin de formar un ortoedro, como se puede evidenciar en la Figura 50.

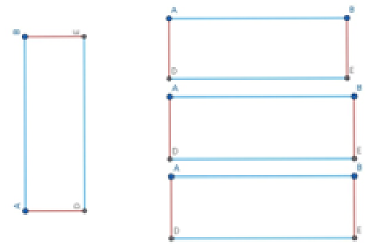
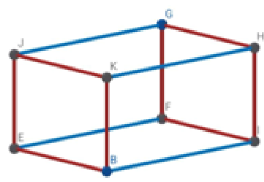
<table>
<tr><th>Instrucción</th><th>Imagen de guía</th></tr>
<tr><td>Une 4 palitos, dos palitos azules y dos palitos rojos, formando un rectángulo, los debes unir con bolitas de plastilina.</td><td></td></tr>
<tr><td>Realiza el mismo procedimiento hasta tener 4 rectángulos.</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">Finalmente, une los 4 rectángulos, formando un ortoedro.
</td></tr>
<tr><td colspan="2">Responde la siguiente pregunta
• ¿Crees que hay otra forma de construir el ortoedro?
• Si los palitos rojos y azules fuesen del mismo tamaño ¿crees que al unirlos y formar el cuadrilátero quedan igual a los construidos anteriormente? ¿en qué cambia el ortoedro? ¿por qué?</td></tr>
</table>

Figura 50: *Primera parte de la guía de construcción del invernadero Túnel*

Junto a esta tarea, se incluyen preguntas que invitan a los estudiantes a reflexionar sobre el proceso de construcción y sobre la forma del ortoedro. Estas preguntas buscan que los estudiantes exploren otras posibles formas de construirlo y analicen cómo influye la variación en el tamaño de los palitos (rojos y azules) en la estructura obtenida. Al cuestionarse sobre si el cuadrilátero formado conserva las mismas características que los construidos anteriormente, se espera que los estudiantes pongan en juego habilidades de pensamiento espacial, y reconozcan las relaciones entre las dimensiones y la forma del ortoedro.

En la segunda parte, los estudiantes deben construir el techo del invernadero utilizando diademas, de manera que se formen dos arcos simétricos que se ubican en las esquinas del ortoedro: uno al inicio y otro al final del invernadero. Esta parte se acompaña de una pregunta que invita a analizar si es suficiente con solo dos semicircunferencias o si serían necesarias más para mejorar la estructura. El objetivo de esta pregunta es promover la reflexión sobre la estabilidad estructural y el diseño funcional del invernadero, al mismo tiempo que se fortalecen las habilidades de visualización y razonamiento espacial. A continuación, en la Figura 51, se presentan específicamente las preguntas presentadas en la guía

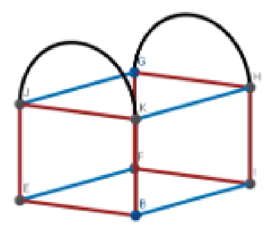
Finalmente realiza el techo. Utiliza diademas, para que los arcos queden más simétricos. En las esquinas del ortoedro pegar dos diademas, uno a la entrada del invernadero y la otra a la final del invernadero.	
¿ Crees necesario que la estructura necesita más semi circunferencias o con esas dos necesarias? ¿Por qué?	

Figura 51: *Segunda parte de la guía de construcción del invernadero Túnel*

Una vez finalizada la construcción de todos los invernaderos, el profesor debe asignar un espacio físico adecuado para ubicarlos, preferiblemente al aire libre y con buena iluminación. En este espacio, los estudiantes podrán sembrar germinados dentro de sus invernaderos, utilizando tierra. Se recomienda el uso de lentejas, ya que son de rápida germinación. En caso de no contar con tierra o una huerta escolar, los germinados pueden sembrarse utilizando algodón o papel absorbente: se coloca en la base del invernadero, se humedece con un atomizador y luego se distribuyen las lentejas u otro grano seleccionado. Antes de pasar a la tarea 2, debe transcurrir un periodo de una a dos semanas, durante el cual los estudiantes realizarán dos seguimientos esenciales:

1. Cada grupo debe: durante una o dos semanas recolectar datos con respecto a las siguientes variables

    - Altura de los germinados (cm): Medir diariamente con una regla desde la base hasta la punta del brote.
    - Número de hojas: Contar cuántas hojas tiene cada germinado.
    - Temperatura dentro del invernadero (°C): Medir con un termómetro y registrar la temperatura en la mañana y en la tarde.
    - Humedad del sustrato: Usar una escala cualitativa (muy seco, seco, húmedo, muy húmedo).
    - Cantidad de agua agregada (ml): Medir cuánta agua le agregan diariamente.
    - Días en que brotaron los primeros germinados: Registrar cuántos días tardaron en aparecer los primeros brotes.
    - Color y estado de las hojas: Observar si están verdes, amarillas, marchitas, etc.

¿Cómo van a llevar el registro de los datos?

Diariamente los estudiantes deben registrar el avance del germinado de lentejas en el invernadero, mediante un diario de campo. El diario de campo será un cuaderno, libreta o agenda que contenga la tabla de datos que registra los datos tomados. La siguiente tabla ejemplifica cómo deben llevar ese registro.

Día	Hora	Altura del brote (cm)	Número de hojas	Temperatura	Humedad del sustrato	Agua agregada (ml)	Observaciones
1	8:00 am	-	-	-	-	-	Semillas sembradas
2	8:00 am	0,5 cm	0	22° C	Húmedo	10ml	Primeras raíces visibles
3	8:00 am	1,2 cm	0	24° C	Muy húmedo	10 ml	Tallo emergiendo

4	8:00 am	2,0 cm	2	25° C	Húmedo	10 ml	Primeras hojas pequeñas de color verde

***Tabla 3**: Ejemplo de registro del diario de campo Tarea1*

2. Durante el periodo de recolección de datos, cada integrante del grupo debe investigar aspectos específicos relacionados con su tipo de invernadero. El objetivo es que, al momento de desarrollar la tarea 2, los estudiantes cuenten con información confiable y el vocabulario necesario para desenvolverse con mayor precisión. La información para investigar se encuentra especificada en la Tabla 4. Se recomienda a los docentes solicitar que los estudiantes organicen dicha información de la manera sugerida a continuación.

Aspecto para investigar	**Información encontrada**	**Comparación con nuestras observaciones**
Distribución del aire	(Explicación de cómo se reparte el calor)	(¿Coincide con la temperatura que midieron?)
Ventilación	(Cómo circula el aire y su importancia)	(¿Notaron diferencias de temperatura dentro del invernadero?)
Ventajas del diseño	(Principales beneficios del invernadero)	(¿Cómo ayudó esto al crecimiento de las lentejas?)
Comparación con otros modelos	(Diferencias con otros tipos de invernaderos)	(¿Cómo afectó el diseño al crecimiento de sus plantas?)

***Tabla 4**: Registro de la investigación Tarea 1*

En conjunto, este apartado ha presentado de manera detallada la estructura de las guías, sus objetivos, y las sugerencias dirigidas al docente que decida implementar esta propuesta de tareas. A partir del análisis del pretest, la entrevista al profesor y el marco conceptual fue posible diseñar guías contextualizadas que integran objetos y relaciones entre objetos geométricos relevantes para el estudio de las cónicas en el entorno rural. Cada guía incluye preguntas orientadas a que los estudiantes justifiquen sus decisiones durante el diseño y la construcción del invernadero, con el propósito de promover la argumentación. Esta propuesta de tareas constituye una alternativa viable tanto para contextos rurales como urbanos, especialmente si se tiene en cuenta que, como se evidenció en los antecedentes, la mayoría de los registros documentales sobre propuestas que promueven la argumentación se han desarrollado en contextos urbanos. Por ello, se buscó que las actividades aquí planteadas pudieran ser abordadas por estudiantes de ambos contextos, y que los docentes contaran con todas las herramientas necesarias para trabajar las cónicas a partir de la construcción de invernaderos como medio didáctico. El eje central continúa siendo promover la argumentación dentro del aula y brindar a los estudiantes un acercamiento concreto a la necesidad y el valor de argumentar.

9.2 Tarea 2: Reconocimiento de los elementos constitutivos de las cónicas y una propiedad y la construcción de argumentos.

Los estudiantes han construido invernaderos basados en distintas formas cónicas, pero aún no se ha trabajado en profundidad las propiedades geométricas que caracterizan estas figuras ni por qué son útiles en el diseño arquitectónico y agrícola. Esta tarea les permitirá descubrir y verbalizar los invariantes que definen a las cónicas, preparándolos para construir producciones argumentativas.

En los apartados anteriores se identificó una regularidad en torno al papel del docente dentro de las tareas que buscan promover la argumentación: su rol es principalmente el de guía u orientador. Esto implica no solo acompañar el desarrollo de las actividades, sino también intervenir con preguntas clave, como el “¿por qué?”, que genere argumentos de los estudiantes. En este tipo de tareas, el profesor no transmite respuestas, sino que genera las condiciones para que el estudiante construya razones, relacione conceptos y justifique sus decisiones.

Por ello, en la tarea 2 el rol del profesor se vuelve aún más activo en comparación con la tarea 1. Esta tarea se organiza en dos momentos: el primero busca que los estudiantes reconozcan propiedades geométricas fundamentales de la circunferencia, la elipse y la parábola, mediante la construcción de cada una como lugar geométrico; en particular, se espera que comprendan que la elipse es el conjunto de puntos cuya suma de distancias a los focos es constante, y que exploren la propiedad de la parábola en relación con su foco y directriz. El segundo momento está orientado a que cada grupo elabore un argumento completo, es decir, que estructure sus ideas a partir de datos, aseveraciones y garantías, utilizando observaciones directas, interpretación de datos y fuentes de información externas.

En este proceso, el profesor debe intervenir de forma estratégica para apoyar la organización de las ideas, orientar el uso del lenguaje y promover la explicitación de las relaciones geométricas, con el fin de que la argumentación no se limite a opiniones o descripciones, sino que responda a una estructura coherente y fundamentada.

Momento 1: exploración de las cónicas.

El primer momento se divide en tres etapas, cada etapa aborda una cónica diferente.

Primera etapa: reconocer que la elipse es el lugar geométrico de los puntos cuya suma de distancias a los focos es constante.

Para alcanzar este objetivo, los estudiantes deben trazar una elipse en el tablero, cartulina, una hoja o su cuaderno, siguiendo el procedimiento utilizado en el diseño del invernadero elíptico, construir la elipse. Luego, seleccionan varios puntos sobre la curva y miden la distancia desde cada punto a los focos, sumando ambas distancias. A partir de esta tarea, el docente debe propiciar un espacio de discusión en torno a dos preguntas clave:

- ¿Qué relación se observa entre la suma de las distancias desde cada punto hasta los focos?
- ¿Qué sucede si los focos están más cerca o más lejos entre sí?

Es importante que el docente retome la segunda pregunta, ya formulada previamente en la guía de diseño del invernadero elíptico, para comparar las respuestas antes y después de haber trabajado formalmente el concepto de lugar geométrico. Esta comparación permitirá evidenciar avances en la comprensión y el uso de lenguaje geométrico por parte de los estudiantes.

Segunda etapa: explorar y reconocer que la parábola es el lugar geométrico de los puntos que equidistan de un punto fijo (foco) y una recta fija (directriz)

Para alcanzar este objetivo, los estudiantes deben construir una parábola, de forma similar a como lo hicieron durante la elaboración del invernadero parabólico. En esta ocasión, el docente debe hacer énfasis en nuevos elementos como el foco y la directriz, los cuales deben ser identificados por los estudiantes. A partir de esta tarea, el docente debe propiciar un espacio de discusión en torno a dos preguntas clave:

- Elige varios puntos sobre la parábola y mide la distancia al foco y a la directriz.

  ¿Encuentras alguna regularidad? ¿Por qué crees que sucede esto?

Estas preguntas buscan que los estudiantes descubran la propiedad fundamental de la parábola como lugar geométrico, fomentando el uso del lenguaje geométrico y abriendo el espacio para los estudiantes empiecen a participar discursivamente a partir de observaciones directas.

Tercera etapa: reconocer que la circunferencia es el lugar geométrico de los puntos que equidistan del centro.

Para trabajar las propiedades de la circunferencia, el docente debe trazar una en el tablero y guiar a los estudiantes para que marquen varios puntos sobre el borde. Luego, deben medir las distancias desde esos puntos hasta el centro. Esta exploración dará paso a una discusión orientada por preguntas como:

- ¿Qué relación observa entre estas distancias? ¿Qué nombre recibe esa distancia?
- ¿Qué observa sobre las distancias del centro a los diferentes puntos del borde?
- ¿Se cumple esto para cualquier circunferencia? ¿Por qué?

A partir de estas preguntas, se espera que los estudiantes reconozcan que todos los radios de una circunferencia son iguales, identificando así su propiedad fundamental como lugar geométrico. Como cierre de esta actividad, el docente puede construir con los estudiantes una tabla comparativa en el tablero, que les permita organizar y contrastar las propiedades descubiertas en cada una de las cónicas trabajadas.

Como se evidencia en las tareas propuestas para cada etapa, una característica fundamental de este diseño es la inclusión de espacios de discusión. Esta decisión responde tanto a los hallazgos del pretest, donde se observó que los estudiantes tienden a dar respuestas breves y poco reflexivas, como a los resultados del análisis de las tareas revisadas, que muestran que aquellas que fomentan la argumentación incluyen consistentemente momentos de diálogo y contraste de ideas. Los espacios de discusión, por tanto, se plantean como una estrategia clave para enriquecer las respuestas, invitar a la elaboración de ideas más completas y permitir que los estudiantes construyan sus argumentos en interacción con sus pares. Además, estos momentos propician que los estudiantes, al menos desde lo discursivo, intenten justificar por qué se cumplen ciertas propiedades geométricas en cada cónica, fortaleciendo así su pensamiento argumentativo. Por ello, en esta tarea 2 se recomienda que el profesor no solo abra estos espacios, sino que les dedique un tiempo considerable, aprovechándolos como escenarios valiosos para promover la argumentación dentro del aula de clase.

Momento 2: construcción de un argumento.

Por los grupos que realizaron el invernadero, deben preparar una intervención oral o escrita sobre: ¿Por qué su tipo de invernadero es el más eficiente o no? Para esto, se sugiere que completen el siguiente párrafo:

1. Afirmación: es eficiente o no es eficiente
2. Datos: datos recolectados de su invernadero.
3. Garantía: lo que investigaron.
4. Contraargumento: ¿qué ventaja tenía otra forma?

Nuestro invernadero es el de tipo _______________. Es *1. Afirmación* porque *2. Datos*; lo anterior concuerda con *3. Garantía*. Sin embargo, debemos comentar que *4. Contraargumento.*

Para este momento, el profesor puede tomar decisiones estratégicas dependiendo del tiempo de implementación que tenga para esta tarea. La opción más ideal sería organizar una mesa de socialización donde cada grupo exponga su párrafo y se abran espacios de comentarios, permitiendo que otros grupos intervengan para complementar, contrastar o cuestionar los argumentos usando la información que ellos también investigaron. Sin embargo, si no se cuenta con el tiempo suficiente, el docente puede optar por dar prioridad a la construcción del párrafo y la preparación de un video donde cada grupo lo exponga. La intención de este video no solo es registrar la producción final, sino también brindar un espacio distinto al formato escrito, al que están acostumbrados en la escolaridad, permitiendo que se expresen a través del lenguaje corporal, las expresiones faciales y los recursos orales, enriqueciendo así la comunicación de sus ideas y argumentos.

Como cierre de esta segunda tarea, y con el propósito de que los estudiantes puedan dar continuidad al uso de sus invernaderos más allá del aula, se propone que implementen en sus hogares el cuidado y aprovechamiento de los germinados de lentejas. Para ello, se comparte un enlace (https://cookpad.com/co/buscar/lentejas%20germinadas) con 52 recetas prácticas y nutritivas que les permitirán experimentar distintas formas de preparación y consumo de este alimento. Así, no solo se refuerza el vínculo entre la experiencia escolar y la vida cotidiana, sino que también se promueve una alimentación saludable desde una perspectiva significativa y contextualizada.

10. ANÁLISIS DE LA IMPLEMENTACIÓN

En el apartado anterior se describen las tareas propuestas, junto con sus objetivos, diseño e hipótesis; por ello, se considera necesario presentar ahora la experiencia derivada de su implementación. La tarea uno se implementa el 28 de abril de 2025 y la tarea dos el 19 de mayo del mismo año, ambas en la Institución Educativa Técnica Nuestra Señora de la Asunción con los cursos 901 y 902. Esta sección busca mostrar no solo el desarrollo de las actividades, sino también las dificultades encontradas y los aprendizajes que surgieron durante el proceso.

La implementación de la primera tarea inicia con la organización de los estudiantes en grupos de tres o cuatro integrantes, asignando a cada grupo un tipo de invernadero. En un primer momento se entrega la guía de diseño, la cual cumple un papel fundamental, ya que en el pretest se había evidenciado que los estudiantes no reconocían las formas de las cónicas propuestas para los invernaderos. Debido a esto, durante los primeros momentos de trabajo surgen preguntas relacionadas con el significado y la forma de las cónicas, especialmente en el caso de la parábola. Ante estas inquietudes, se aclara que la guía de diseño permitiría familiarizarse progresivamente con cada cónica y que al final del documento se incluyen imágenes de los distintos tipos de invernaderos como apoyo visual.

A lo largo de esta primera etapa se observa que todos los grupos logran responder las preguntas de la guía y elaborar los planos de sus invernaderos. Sin embargo, se identifican dificultades particulares en el diseño del invernadero parabólico, especialmente al momento de interpretar y seguir las instrucciones de manera secuencial. Se evidencian errores en construcciones geométricas básicas, como el trazado de rectas paralelas y perpendiculares, lo que indica vacíos en conocimientos previamente trabajados. Asimismo, se presentan dificultades en la interpretación de relaciones entre magnitudes, particularmente en indicaciones como “el doble de” o “la mitad de”, las cuales generan confusiones que afectan la precisión de los diseños.

Aunque en términos generales los estudiantes conocen el uso de instrumentos como la regla y el compás, se evidencian dificultades motrices en su manipulación. Estas limitaciones se convierten en un obstáculo durante el desarrollo de la tarea, pues en algunos casos es necesario orientar aspectos muy básicos, como la forma de sostener el compás, fijar la hoja o coordinar el trabajo entre compañeros para lograr los trazos. Esta situación exige una atención más detallada en los grupos que trabajan con los invernaderos parabólico y elíptico, ya que implican construcciones geométricas más exigentes. A pesar de estas dificultades, al finalizar la etapa de diseño se considera que los estudiantes logran reconocer las cónicas asignadas y sus características principales, razón por la cual se utilizan carteleras con representaciones de las cónicas para reforzar este reconocimiento visual.

Posteriormente se desarrolla la segunda etapa de la tarea, correspondiente a la construcción de los invernaderos. En esta fase se entrega a cada grupo la guía de construcción junto con los materiales necesarios. Durante el proceso se identifica que la principal dificultad está asociada a los materiales utilizados, especialmente la plastilina empleada para unir las estructuras, ya que no resulta lo suficientemente rígida para sostener los palos de madera.

En el caso del invernadero parabólico, además de las dificultades con la plastilina, se presenta un problema adicional relacionado con las diademas utilizadas como arcos de la estructura. Estas no poseen la flexibilidad suficiente para ajustarse a la amplitud de la base del invernadero. Ante esta situación, algunos estudiantes proponen calentarlas con un encendedor para moldearlas sin romperlas, lo que permite continuar con la construcción. Esta solución evidencia procesos de iniciativa y resolución de problemas que resultan valiosos dentro de la actividad.

Figura 52: *Invernadero Parabólico*

En contraste, en el invernadero tipo domo no se logra completar ninguna construcción durante la sesión debido a la inestabilidad de la plastilina, que impide sostener los pentágonos necesarios para la estructura. Sin embargo, en el tiempo transcurrido entre la primera y la segunda tarea algunos estudiantes reconstruyen estos invernaderos en sus casas, reemplazando la plastilina por silicona. En varios casos, además, se realiza la siembra de los germinados y su posterior cuidado, lo que muestra un nivel de compromiso que trasciende el espacio de la clase.

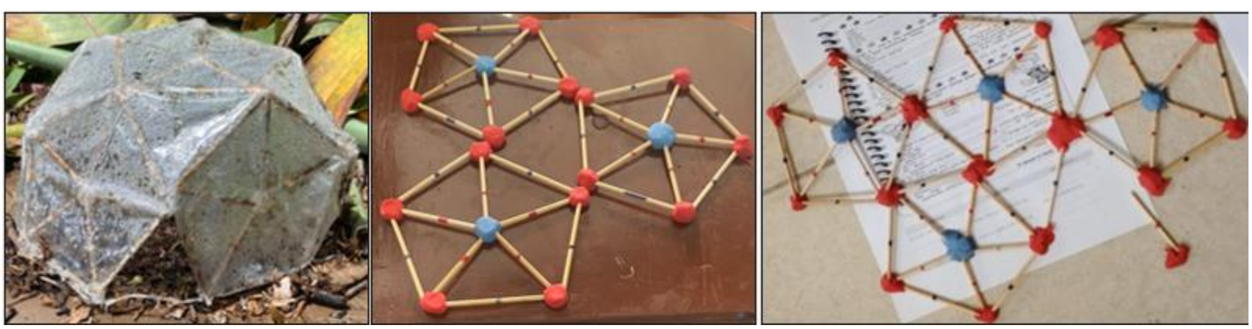


Figura 53: *Invernadero Domo*

En el caso del invernadero elíptico, se considera acertado que las instrucciones de la guía de construcción sean breves y estén acompañadas de imágenes claras, lo que facilita el desarrollo de la actividad y evita confusiones en el procedimiento. No obstante, surgen dificultades relacionadas con la resistencia de los materiales, pues el cartón utilizado resulta demasiado débil para sostener la estructura. Semanas después se reciben evidencias fotográficas en las que se observa que varios invernaderos se deterioran con facilidad debido a las condiciones climáticas.

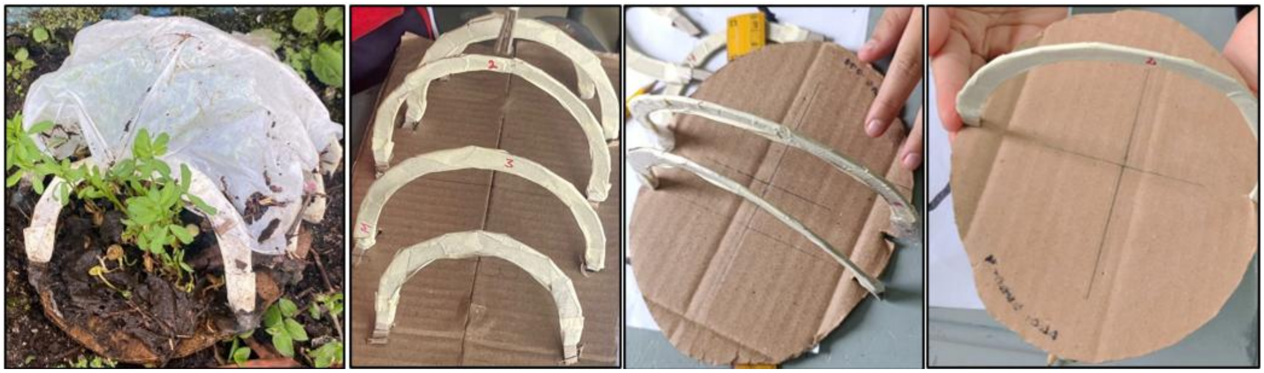


Figura 54: *Invernadero Elíptico*

Finalmente, en la construcción del invernadero tipo túnel se presenta nuevamente la dificultad asociada a la rigidez de las diademas; sin embargo, en este caso ya se cuenta con la experiencia previa de haberlas calentado, lo que permite resolver el problema con mayor facilidad. En conjunto, la implementación de la primera tarea permite reconocer obstáculos generados por el material, capacidad de los estudiantes para adaptarse a los obstáculos, tomar iniciativas y ayudarse entre grupos para solucionar los obstáculos.

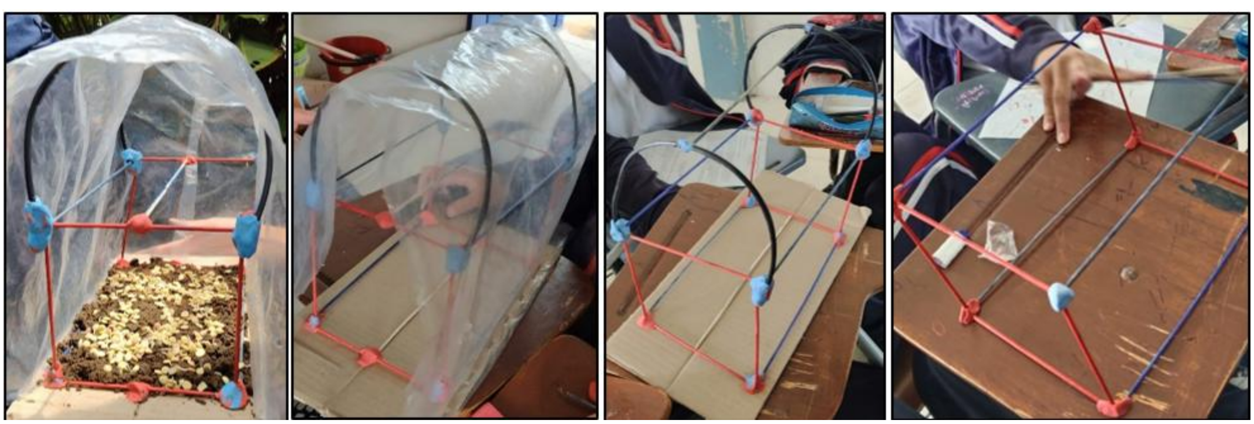


Figura 55: *Invernadero Túnel*

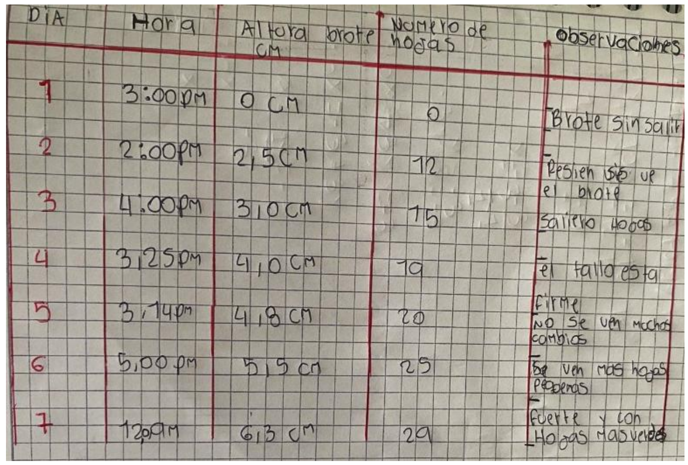
Al finalizar esta primera intervención entre los dos cursos se construyeron 5 invernaderos tipo parabólico, 3 invernaderos tipo túnel, 2 invernaderos tipo domo y 3 invernaderos tipo elíptico. Los estudiantes posicionan sus invernaderos en lugares estratégicos del colegio previendo problemas con el clima, por ejemplo, algunos estudiantes los sitúan debajo de grandes árboles para protegerlos, como se ve a continuación.

La segunda tarea se implementa el 19 de mayo de 2025. Al inicio de la sesión, cada grupo presenta sus germinados y el estado de los invernaderos construidos. Este momento permite realizar una primera valoración de lo ocurrido durante el tiempo transcurrido entre ambas intervenciones. Se observa que algunos invernaderos logran mantenerse en pie y favorecer el crecimiento de los germinados, mientras que otros presentan deterioro significativo o colapso estructural. En particular, los invernaderos elípticos son los más afectados, ya que ninguno logra conservar su estructura. En contraste, los invernaderos parabólicos y de tipo túnel muestran mayor resistencia y estabilidad frente a las condiciones del entorno.

En el caso de los invernaderos tipo domo, dado que no fue posible completarlos durante la primera intervención, algunos grupos deciden reconstruirlos en sus casas utilizando los mismos materiales base, pero reemplazando la plastilina por silicona. Esta modificación permite obtener estructuras más estables, en las que además se realiza el proceso de siembra y cuidado de los germinados. De manera similar, un grupo reconstruye su invernadero parabólico empleando materiales alternativos como palos de caña y cabuya, lo que evidencia una apropiación de la tarea y una búsqueda autónoma de soluciones frente a las dificultades previamente identificadas. Adicionalmente, se presenta un caso particular en el que un estudiante, que no había participado en la primera intervención, decide construir por iniciativa propia un invernadero de forma triangular, motivado por el interés generado a partir de la experiencia de sus compañeros. Este hecho resulta significativo, en tanto da cuenta de un interés genuino por vincularse a la actividad y de la circulación de saberes entre los estudiantes más allá del espacio formal de la clase.

No obstante, una parte importante de los invernaderos no logra resistir las condiciones del contexto. Este resultado se asocia a diversos factores que inciden de manera conjunta. Por un lado, los materiales inicialmente utilizados no garantizan la estabilidad estructural necesaria, lo que limita la durabilidad de las construcciones. Por otro lado, las condiciones climáticas del entorno, caracterizadas por lluvias frecuentes, vientos constantes y la ubicación del colegio en una zona de ladera, superan la resistencia de varias de las estructuras, aun cuando se ubican en lugares estratégicos. A esto se suma que, aunque se brindan orientaciones para el cuidado y seguimiento de los invernaderos, como el riego y la toma de datos diarios, estos procesos no se realizan de manera sistemática en todos los grupos. Esta situación no se interpreta como falta de interés, sino más bien como una consecuencia de la poca familiaridad de los estudiantes con este tipo de tareas en el área de matemáticas, tradicionalmente alejadas de este tipo de prácticas experimentales y de seguimiento continuo.

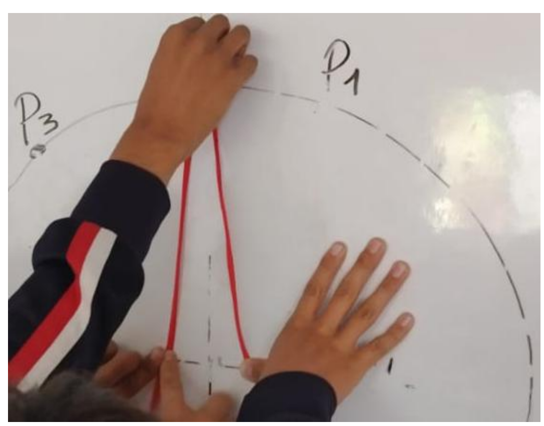
A pesar de estas dificultades, se destacan experiencias de compromiso por parte de algunos grupos, quienes asumen con responsabilidad la recolección de datos, el seguimiento del crecimiento de los germinados y el registro de variables como el número de hojas o la altura de las plantas. Estas acciones permiten no solo dar continuidad a la tarea, sino también generar insumos relevantes para el desarrollo de la segunda fase. Asimismo, se reconoce como un aspecto particularmente valioso el carácter colaborativo que atraviesa toda la experiencia. Desde la primera intervención, se hace evidente una disposición constante de los estudiantes para apoyarse mutuamente, compartir materiales, proponer soluciones y acompañar a otros grupos ante las dificultades. Esta dinámica contrasta con experiencias previas en contextos urbanos, donde el trabajo tiende a ser más individualizado, y pone de relieve la importancia de las prácticas comunitarias en el desarrollo de este tipo de actividades.



DIA	Hora	Altura brote CM	Numero de hojas	observaciones
1	3:00pm	0 CM	0	Brote sin salir
2	2:00pm	2,5 CM	12	Resien sólo ve el brote
3	4:00pm	3,0 CM	15	Saliero hojas
4	3,25pm	4,0 CM	19	el tallo esta firme
5	3,14pm	4,8 CM	20	No se ven muchos cambios
6	5,00 pm	5,5 cm	25	Se ven mas hojas pequeñas
7	120pm	6,3 cm	29	Fuerte y con Hojas mas verdes

Figura 56*: Recolección de datos por parte de los estudiantes*

En relación con los aprendizajes geométricos previstos, se observa que los estudiantes logran reconocer y enunciar las propiedades de la circunferencia y la elipse, particularmente aquellas asociadas a su comprensión como lugares geométricos. Sin embargo, en el caso de la parábola, el proceso requiere más tiempo del inicialmente previsto debido a la complejidad de



su construcción y a las exigencias procedimentales que implica. Aunque los estudiantes alcanzan a identificar su forma y algunas de sus características, no se logra consolidar completamente la propiedad relacionada con la equidistancia entre foco y directriz. Esta situación pone en evidencia la necesidad de ajustar los tiempos y considerar con mayor detenimiento las dificultades asociadas a ciertos objetos geométricos.

Finalmente, a partir de los datos recolectados por los estudiantes y de las observaciones realizadas sobre el comportamiento de los distintos invernaderos, se generan espacios en los que es posible construir argumentos en torno a la relación entre la forma de la estructura y su desempeño. En estos momentos, los estudiantes comienzan a articular sus observaciones con explicaciones más estructuradas, lo que permite avanzar hacia la construcción de argumentos en un sentido más cercano al propuesto en esta investigación. De este modo, la segunda intervención no solo amplía la experiencia práctica iniciada en la primera tarea, sino que también posibilita la emergencia de procesos argumentativos fundamentados en la experiencia, la comparación y el análisis colectivo.

10.1 Análisis de las respuestas escritas por los estudiantes en la tarea 1

En este apartado se presenta el análisis de las producciones escritas de los estudiantes en las guías de diseño de los invernaderos, con el propósito de identificar y analizar los argumentos presentes en las intervenciones y producciones de los estudiantes durante la implementación de la secuencia. El interés central no se limita a determinar si responden correctamente a las preguntas planteadas, sino a examinar cómo construyen sus afirmaciones, qué elementos utilizan para sostenerlas y de qué manera articulan datos y aserciones con posibles garantías.

El análisis se organiza a partir de dos variables principales. En primer lugar, se contrastan las respuestas a preguntas que incluyen marcos de lenguaje con aquellas que no contaban con este apoyo, con el fin de observar posibles diferencias en los argumentos y si los marcos de lenguaje ayudaron a promover la argumentación. En segundo lugar, se considera el tipo de invernadero asignado (Domo, Elíptico, Parabólico, Túnel), explorando si las particularidades geométricas de cada diseño influyen en la forma en que los estudiantes argumentan.

Es importante señalar que estas producciones corresponden a la fase de diseño, es decir, a un momento previo a la construcción física de los invernaderos. En consecuencia, los argumentos se elaboran a partir de planos, representaciones gráficas e imágenes mentales construidas mediante las instrucciones proporcionadas. Esto implica que la argumentación se apoya, en su mayoría, en razonamientos geométricos y proyecciones hipotéticas, más que en evidencias empíricas derivadas de la experiencia directa.

Asimismo, se tendrá en cuenta la posibilidad de encontrar garantías implícitas en las respuestas, tal como ocurrió en el pretest. Sin embargo, se analizará si en esta fase se evidencian cambios a los componentes argumentativos (dato, aserción y garantía) y en la claridad estructural de las producciones escritas. A continuación, se presentan algunas respuestas de los estudiantes donde se evidencia un argumento simple, argumento simple incompleto y justificación; estas, organizadas según las variables mencionadas.

10.1.1 Producciones argumentativas en las preguntas que incluyen marcos de lenguaje

Este análisis es correspondiente a las respuestas de tres preguntas con marco de lenguaje; sin embargo, con el fin de no saturar al lector con la totalidad de las respuestas, se escogen algunas respuestas para realizar un análisis exhaustivo y reconocer los argumentos que allí se encuentren, las demás respuestas estarán en el Apéndice K. Resultados Análisis Preguntas Con Marco Guías Diseño.

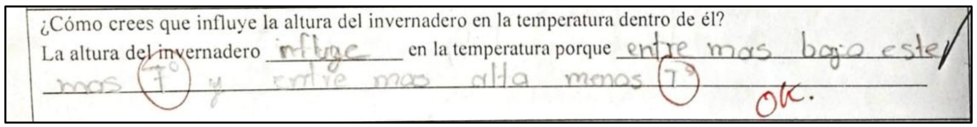
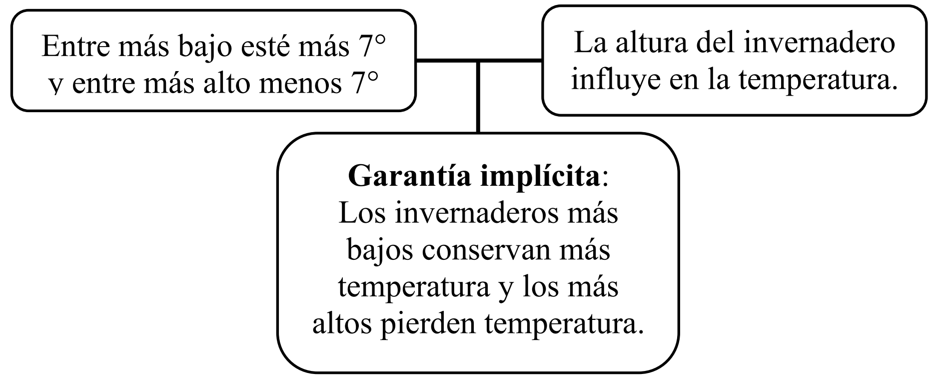
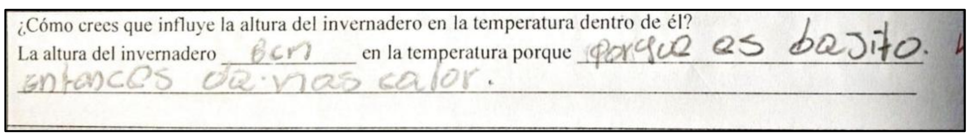
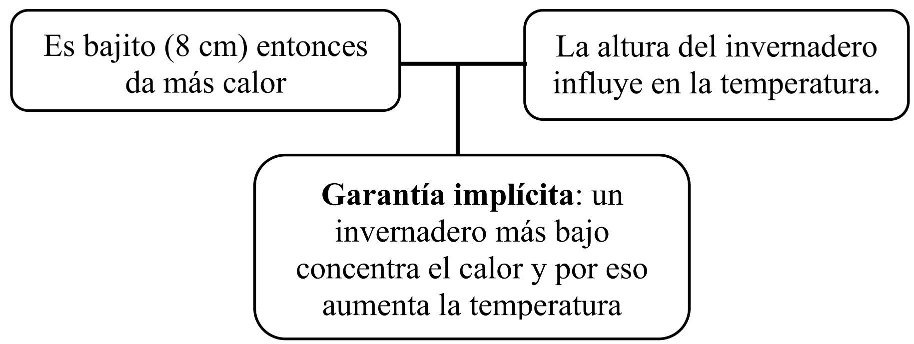
La primera pregunta cuestiona sobre la altura del invernadero y esta como afecta o no la temperatura dentro de este, sin embargo, esta pregunta sólo se encuentra en tres (Domo. Túnel, Elíptico) de los cuatro invernaderos. La segunda y tercera pregunta se encuentran en todas las guías de diseño de los cuatro invernaderos y se centran en cuestionar la importancia de la ventilación y cómo su distribución evita que el aire caliente se acumule.

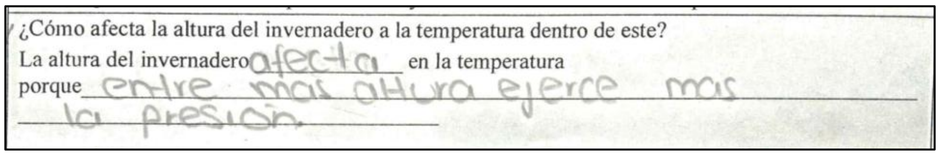
Primera pregunta

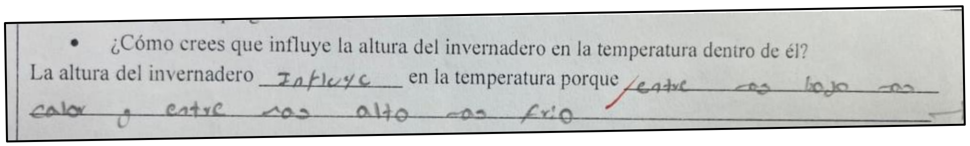
¿Cómo afecta la altura del invernadero a la temperatura dentro de este?

La altura del invernadero ___________ *en la temperatura porque* _______

a continuación, se evidencian algunas respuestas de estudiantes

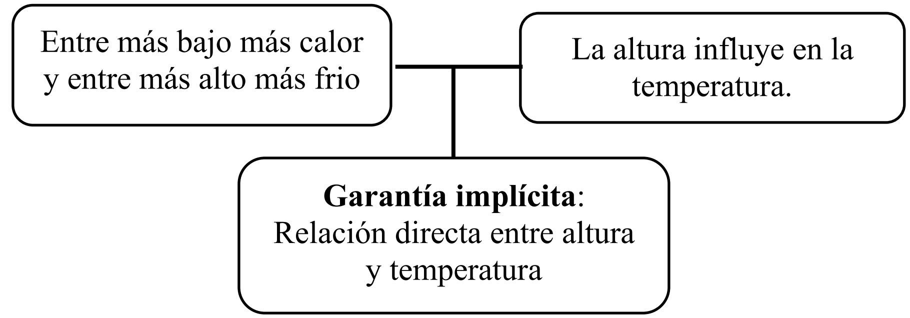
Respuestas de los estudiantes	Argumentos presentados con el modelo de Toulmin
Respuestas Invernadero Elíptico. la aserción es la misma en todas las respuestas gracias al marco de lenguaje, lo diferente se encuentra en los datos y particularmente en las garantías, resultan ser implícitas ya que los estudiantes relacionan directamente la altura con la temperatura dentro del invernadero.	
 ¿Cómo crees que influye la altura del invernadero en la temperatura dentro de él? La altura del invernadero inflye en la temperatura porque entre más bajo este más 7° y entre más alta menos 7° ok.	
 ¿Cómo crees que influye la altura del invernadero en la temperatura dentro de él? La altura del invernadero 8cm en la temperatura porque porque es bajito. entonces da mas calor.	

<table>
<tr><td colspan="2">Respuestas invernadero Túnel. Gracias al marco de lenguaje la aserción es la misma en todas las respuestas, los datos resultan diferentes y las garantías son implícitas, los estudiantes hacen la misma relación encontrada en los argumentos del invernadero elíptico, pero en este caso se resalta el uso del término “presión”.</td></tr>
<tr><td>
¿Cómo afecta la altura del invernadero a la temperatura dentro de este?
La altura del invernadero afecta en la temperatura
porque entre mas altura ejerce mas la presion.</td><td>Entre más altura ejerce más presión
La altura del invernadero afecta en la temperatura.
Garantía implícita: Si aumenta la presión, cambia la temperatura dentro del invernadero</td></tr>
<tr><td colspan="2">Respuestas invernadero domo: En el diseño del invernadero solo se obtuvo una respuesta en la guía del diseño. La cual resulta ser un argumento, ya que tiene la aserción al ser el marco de lenguaje ya se les otorgaba, se evidencia el dato y la garantía implícita.</td></tr>
</table>



- ¿Cómo crees que influye la altura del invernadero en la temperatura dentro de él?

La altura del invernadero Influye en la temperatura porque entre mas bajo mas calor y entre mas alto mas frio



En la primera pregunta, se identifica que, partir del marco de lenguaje propuesto, la mayoría de las respuestas corresponden a argumentos, predominando aquellos con garantía implícita, como se ha señalado previamente. En particular, en el caso del invernadero de tipo elipse, de las tres guías de diseño implementadas, en todas se identifican argumentos.

En el tipo domo, a partir de dos guías de diseño, en ambos casos se presentan argumentos. Por su parte, en las tres guías de diseño de tipo túnel, en dos de ellas se identifican argumentos, mientras que en las restantes se reconoce argumento simple incompleto, al no contar con todos los elementos de una estructura argumentativa.

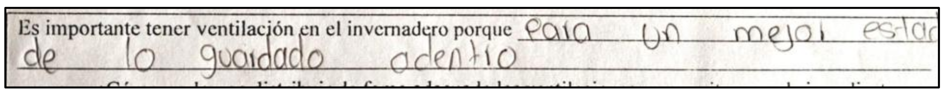
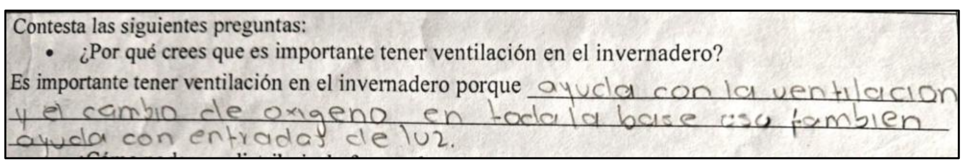
En términos generales, se observa un predominio de argumentos simples, aunque en la mayoría de los casos las garantías no se explican, lo que da lugar a argumentos simples incompletos en algunas respuestas de los estudiantes.

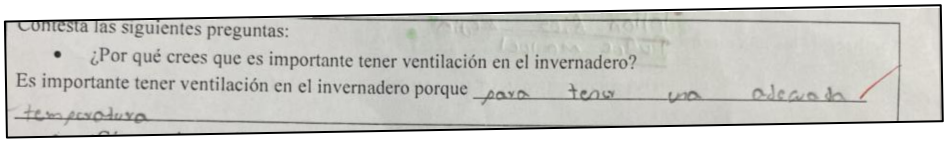
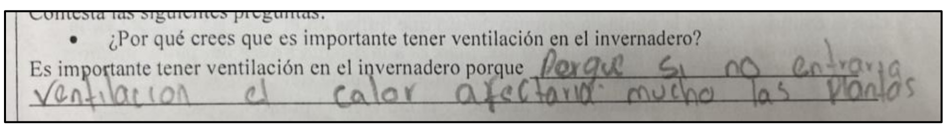
Cabe señalar que, en esta pregunta, los procesos argumentativos identificados resultan pertinentes y se ajustan a la estructura de Toulmin; sin embargo, en la mayoría de los casos, la garantía se presenta de manera implícita

Segunda pregunta

¿Por qué crees que es importante tener ventilación en el invernadero?

Es importante tener ventilación en el invernadero porque ________________

Respuestas de los estudiantes	Argumentos presentados con el modelo de Toulmin
Respuesta Invernadero Elíptico.	
 Es importante tener ventilación en el invernadero porque para un mejor estar de lo guardado adentro	Se evidencia la aserción gracias al marco de lenguaje, el dato alude al 'estado de lo guardado adentro' pero no se evidencia una intención por justificar o relacionar el dato con la aserción, por lo tanto, no hay una garantía explícita o implícita. Esta respuesta no es un argumento.
Respuesta Invernadero Túnel	
 Contesta las siguientes preguntas: • ¿Por qué crees que es importante tener ventilación en el invernadero? Es importante tener ventilación en el invernadero porque ayuda con la ventilacion y el cambio de oxigeno en toda la base eso tambien ayuda con entradas de luz.	Es un argumento simple incompleto ya que el marco del lenguaje presenta la aserción y el estudiante da razones que se configuran como el dato del argumento, sin embargo, no se evidencia una garantía implícita o explicita que se relacione con el dato y la aserción.

<table>
<tr><td colspan="2">Respuestas Invernadero Domo: En este caso, no se obtuvieron respuestas argumentativas siguiendo el modelo de Toulmin, a continuación, se evidencia.</td></tr>
<tr><td>
Contesta las siguientes preguntas:
• ¿Por qué crees que es importante tener ventilación en el invernadero?
Es importante tener ventilación en el invernadero porque para tener una adecuada temperatura</td><td>Gracias a que en estas preguntas se les otorga el marco de lenguaje, este se considera como la aserción. Por parte del estudiante se presenta el dato, pero no una garantía implícita o explicita, por tanto, este se configura como un argumento simple incompleto.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Respuesta Invernadero tipo parabólico:</td></tr>
<tr><td>
Contesta las siguientes preguntas:
• ¿Por qué crees que es importante tener ventilación en el invernadero?
Es importante tener ventilación en el invernadero porque Porque si no entraria ventilacion el calor afectaria mucho las plantas</td><td>Gracias a que en estas preguntas se les otorga el marco de lenguaje, este se considera como la aserción. Por parte del estudiante se presenta el dato, pero no una garantía implícita o explicita, por tanto, este se configura como un argumento simple incompleto.</td></tr>
</table>

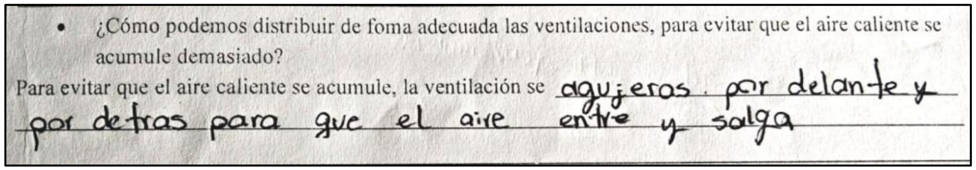
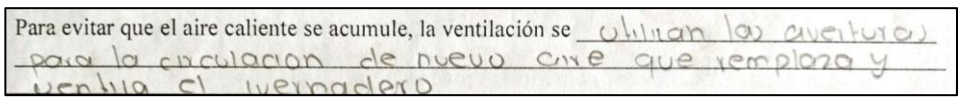
En la segunda pregunta, se identifican diferentes producciones según el tipo de invernadero trabajado. En el caso del tipo elipse, de las tres guías implementadas, únicamente un grupo presentó argumentos, mientras que en las otras dos se evidencian justificaciones, es decir, respuestas en las que los estudiantes exponen razones sin que estas articulen completamente como un argumento. En el tipo domo, las dos guías desarrolladas presentan argumentos y en el tipo parabólico, al igual que en el caso de la elipse, solo uno de los tres grupos construyó argumentos, mientras que los demás corresponden a argumentos simples incompletos.

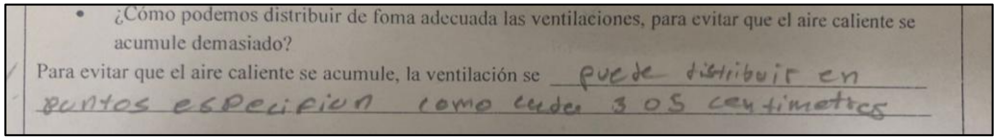
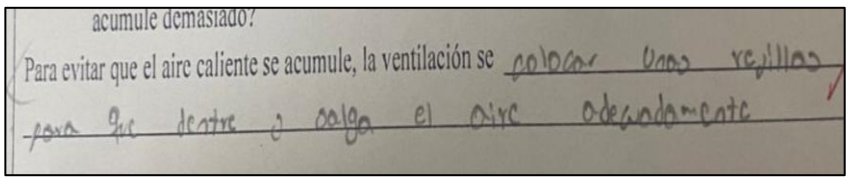
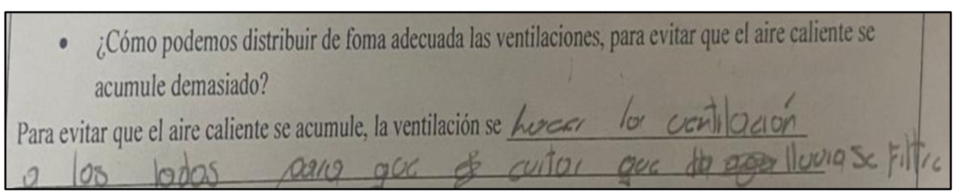
En total, se identifican siete guías con presencia de argumentos de las once desarrolladas mientras que en las restantes predominan argumentos incompletos, entendidas estas como razones que no articulan completamente con una aserción y una garantía. Estos resultados permiten reconocer que, aunque el marco de lenguaje favorece la aparición de argumentos, en la mayoría de los casos las garantías no se explicitan, lo que limita el tener argumentos completos.

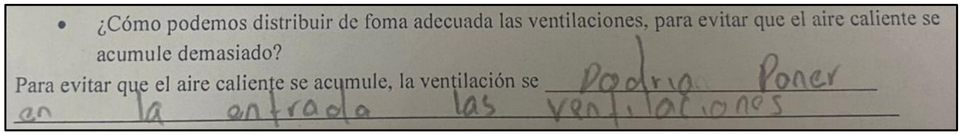
Tercera pregunta

¿Cómo podemos distribuir de forma adecuada las ventilaciones para evitar que el aire caliente se acumule demasiado? Para evitar que el aire caliente se acumule, la ventilación se _______________

Respuestas de los estudiantes	Argumentos presentados con el modelo de Toulmin
Respuestas Invernadero Elíptico: en este caso el marco de lenguaje se configuró como el dato y los estudiantes proporcionaron la aserción y la garantía explicita.	

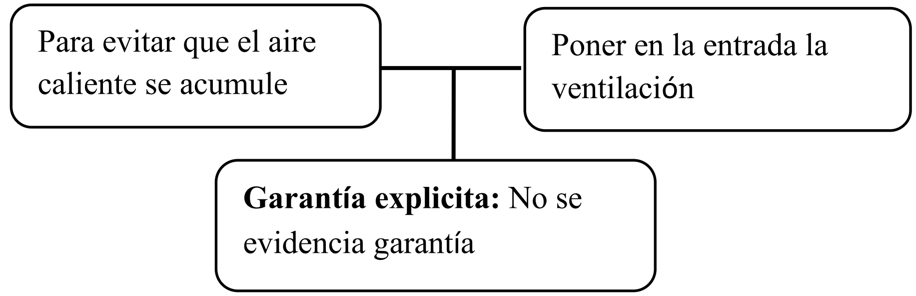
<table>
<tr>
<td>
• ¿Cómo podemos distribuir de foma adecuada las ventilaciones, para evitar que el aire caliente se acumule demasiado?
Para evitar que el aire caliente se acumule, la ventilación se agujeros por delante y por detras para que el aire entre y salga</td>
<td>Para evitar que el aire caliente se acumule
La ventilación se hace con agujeros por delante y por detrás
Garantía explicita, la relación causal está expresada: el aire entra y sale, evitando acumulación</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">Respuestas Invernadero Túnel: en este caso el marco de lenguaje se configuró como el dato y los estudiantes proporcionaron la aserción y la garantía explicita. A continuación, se expone un caso particular, si bien se evidencia un argumento, no hay respuesta a la pregunta.</td>
</tr>
<tr>
<td>
Para evitar que el aire caliente se acumule, la ventilación se utilizan las averturas para la circulacion de nuevo aire que remplaza y ventila el invernadero</td>
<td>Para evitar que el aire caliente se acumule
Se utilizan las aberturas
Garantía explicita: para la circulación de nuevo aire que reemplaza el aire acumulado</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">Respuestas Invernadero tipo domo: en este caso con el marco de lenguaje, se encontraron dos respuestas, donde una es un argumento y la anterior carece de la estructura de un argumento</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>
• ¿Cómo podemos distribuir de foma adecuada las ventilaciones, para evitar que el aire caliente se acumule demasiado?
Para evitar que el aire caliente se acumule, la ventilación se puede distibuir en puntos especificn como cada 3 o 5 centimetros</td>
<td>Para evitar que el aire caliente se acumule
Colocar una rejilla para que el aire entre y salga
Garantía explicita: No se evidencia.</td>
</tr>
<tr>
<td>
acumule demasiado?
Para evitar que el aire caliente se acumule, la ventilación se colocar unas rejillas para que dentre o salga el aire adecuadamente</td>
<td>Para evitar que el aire caliente se acumule
La ventilación se distribuye
Garantía implícita: Cada 3 o 5 centímetros</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">Respuesta Invernadero tipo parabólico: De la tercera pregunta se evidencia que los estudiantes realizaron un argumento y otro que carece de garantía y se evidencia como una afirmación.</td>
</tr>
<tr>
<td>
• ¿Cómo podemos distribuir de foma adecuada las ventilaciones, para evitar que el aire caliente se acumule demasiado?
Para evitar que el aire caliente se acumule, la ventilación se hacer la ventilación a los lados para que se evitar que la lluvia se filtre</td>
<td>Para evitar que el aire caliente se acumule
Hacer la ventilación hacia los lados
Garantía explicita: Para que la lluvia se filtre</td>
</tr>
</table>



- ¿Cómo podemos distribuir de foma adecuada las ventilaciones, para evitar que el aire caliente se acumule demasiado?

Para evitar que el aire caliente se acumule, la ventilación se podria poner en la entrada las ventilaciones



Al observar en conjunto las respuestas con marco de lenguaje, se identifica que la aserción aparece con claridad en casi todos los casos, pues el propio enunciado del marco orienta a los estudiantes a formular una postura directa frente a la situación (por ejemplo, “la altura influye…” o “es importante tener ventilación…”). Los datos también resultan relativamente visibles, ya que el “porque” impulsa a completar la idea con una razón concreta, generalmente relacionada con temperatura, conservación del calor, oxígeno o circulación del aire. Sin embargo, la garantía continúa siendo en la mayoría de los casos implícita: los estudiantes establecen relaciones causales, pero no siempre explicitan el principio general que conecta el dato con la aserción. En algunas respuestas de la tercera pregunta se observa un mayor nivel de explicitación, especialmente cuando describen el mecanismo de circulación del aire. En conjunto, el marco parece facilitar la identificación de la postura y la razón, mientras que la formulación explícita de la garantía sigue siendo el componente más complejo de evidenciar explícitamente en las producciones escritas

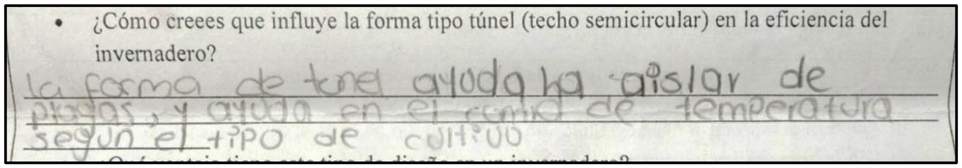
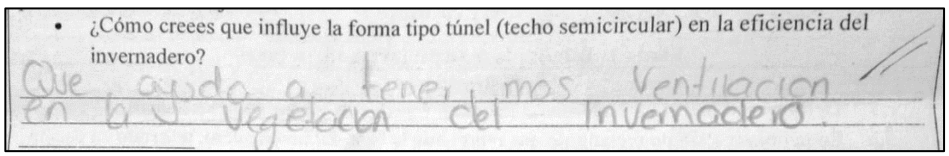
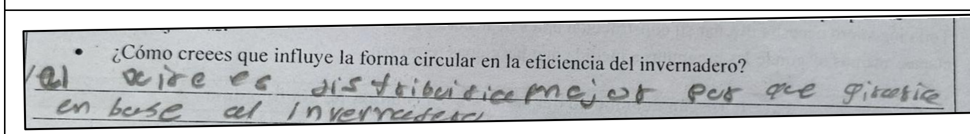
10.1.2 Producciones argumentativas en las preguntas que NO incluyen marcos de lenguaje

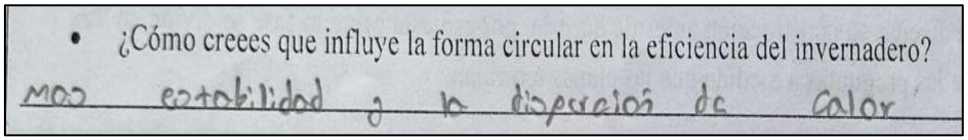
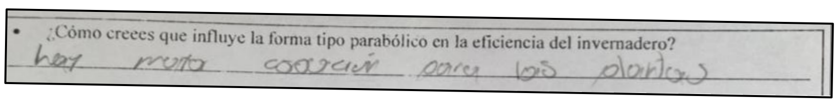
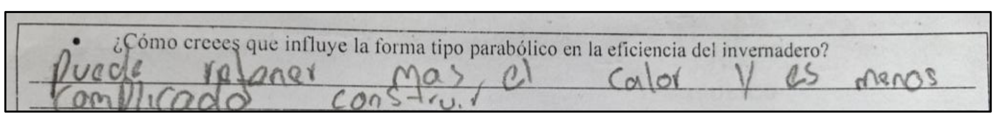
En todas las guías, las preguntas incluyen marcos de lenguaje. sin embargo, con el fin de no saturar al lector con la totalidad de las respuestas, se escogen algunas respuestas para realizar un análisis exhaustivo y reconocer los argumentos que allí se encuentren, las demás respuestas estarán en el **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**.

Anteriormente se evidenció que estos marcos contribuyen a estructurar los argumentos y favorecen que los estudiantes manifiesten la intención de justificar sus afirmaciones, proporcionando garantías tanto implícitas como explícitas. Al final de cada guía, se decidió incorporar dos preguntas abiertas sin marco de lenguaje, con la expectativa de que el uso sostenido de estos apoyos a lo largo de la guía propiciara respuestas más elaboradas, que superaran afirmaciones breves o enunciados aislados y se aproximaran a verdaderos argumentos. Este fue el supuesto que orientó dicha decisión. A continuación, se analizan algunas de las respuestas obtenidas para determinar si, en su mayoría, los estudiantes lograron construir argumentos, o si, por el contrario, las preguntas abiertas sin marco no resultan suficientes para promover la argumentación en todas las respuestas en estudiantes que aún no han desarrollado este hábito en la clase de matemáticas.

Primera pregunta

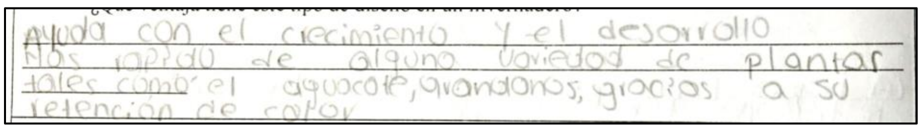
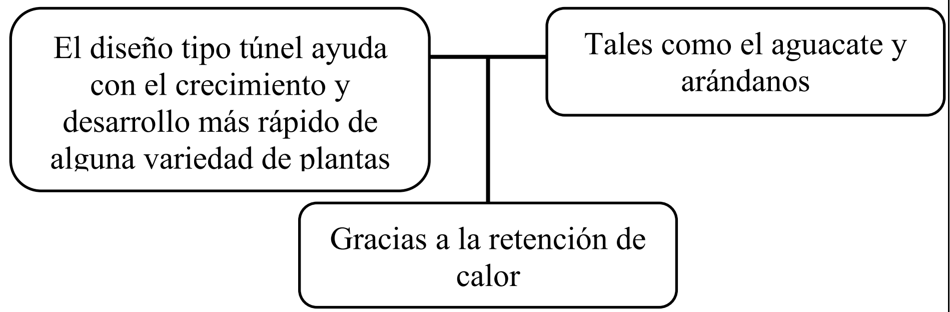
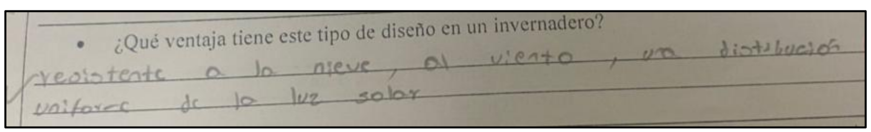
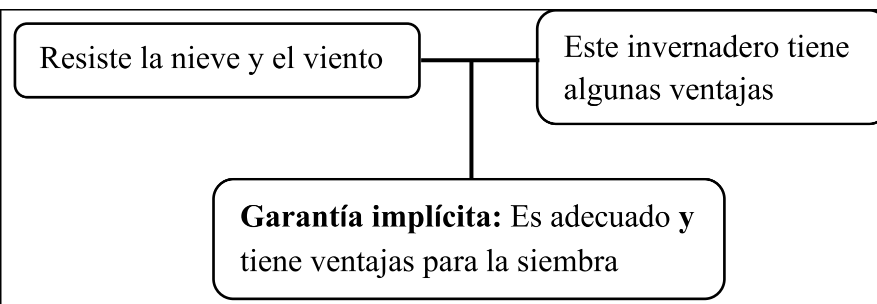
¿Cómo crees que influye la forma de tu invernadero en la eficiencia del invernadero?

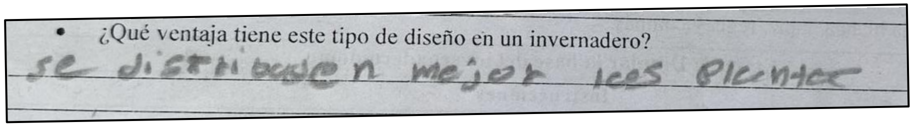
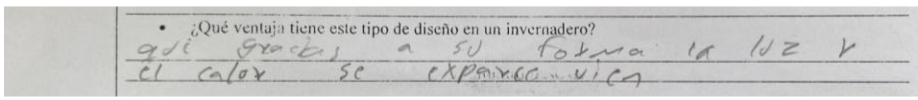
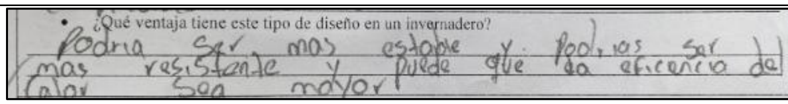
Respuestas de los estudiantes	Argumentos presentados con el modelo de Toulmin
Respuestas Invernadero Elíptico: no hay respuesta de ningún grupo a esta pregunta.	
Respuestas Invernadero tipo Túnel: se evidencian justificaciones	
 • ¿Cómo creees que influye la forma tipo túnel (techo semicircular) en la eficiencia del invernadero? la forma de tunel ayuda ha aislar de plagas, y ayuda en el control de temperatura segun el tipo de cultivo	Los estudiantes plantean dos razones (control de plagas y control de temperatura) para validar la eficiencia de su invernadero, sin embargo esta respuesta constituye a una justificación que no llega a configurarse como argumento.
 • ¿Cómo creees que influye la forma tipo túnel (techo semicircular) en la eficiencia del invernadero? Que ayuda a tener mas Ventilacion en la Vegetacion del Invernadero.	Los estudiantes plantean una razón para validar la eficiencia de su invernadero, sin embargo esta respuesta constituye a una justificación que no se llega a configurar como argumento.
Respuestas tipo domo: en este caso, se evidencia que de las tres guías, un grupo tiene un argumento, el otro grupo no cumple con el argumento y el ultimo grupo no respondió, por lo cual no se agrega al analisis	
 • ¿Cómo creees que influye la forma circular en la eficiencia del invernadero? el aire es distribuido mejor por que [illegible] en base al invernadero	Los estudiantes planean que el invernadero tipo domo distribuye mejor aire, por la razón de que la base del invernadero es circular, sin embargo no se evidencia una garantía, por lo cual los estudiantes

	intentaron argumentar pero les falto componentes pára llegar a ser un argumento.
 • ¿Cómo creees que influye la forma circular en la eficiencia del invernadero? mas estabilidad y la dispersión de calor	En esta respuesta, los estudiantes justifican que el invernadero da más estabilidad y dispersion del calor, sin enbargo no se evidencia la garantía y que sean solo con la aserción por lo cual se concluye que no cumple con la estrcutura de un argumento.
Respuestas tipo parabólico	
 • ¿Cómo creees que influye la forma tipo parabólico en la eficiencia del invernadero? hay mucha [illegible] para las plantas	En la respuesta del estudiante no se evidencia un argumento simple o incompleto, ya que no se evidencia un tipo de justificación implicita o explicita, para usarla como garantia, el estudiante solo afirmo sin justificar.
 • ¿Cómo creees que influye la forma tipo parabólico en la eficiencia del invernadero? Puede retener mas, el calor y es menos complicado construir	En esta respuesta se evidencia que hace falta el dato y la garantia. Solo se evidencia la asersión por lo cual no es un argumento.

Segunda pregunta

¿Qué ventaja tiene este tipo de diseño en un invernadero?

<table>
<tr><th>Respuestas de los estudiantes</th><th>Argumentos presentados con el modelo de Toulmin</th></tr>
<tr><td colspan="2">Respuestas Invernadero Elíptico: no hay respuesta de ningún grupo a esta pregunta.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Respuestas Invernadero tipo Túnel: se evidencia un argumento simple donde la garantía es explicita</td></tr>
<tr><td>
Ayuda con el crecimiento y el desarrollo más rápido de alguna variedad de plantas tales como el aguacate, arandanos, gracias a su retención de calor</td><td>
</td></tr>
<tr><td colspan="2">Respuestas tipo domo</td></tr>
<tr><td>
• ¿Qué ventaja tiene este tipo de diseño en un invernadero?
resistente a la nieve, al viento, una distribución uniforme de la luz solar</td><td>
</td></tr>
</table>

 • ¿Qué ventaja tiene este tipo de diseño en un invernadero? se distribuyen mejor las plantas	En esta respuesta se evicencia que los estudiantes no intentaron realizar un argumento, se evidencia una asersión, pero no se logra encontrar una garantia, ni un dato, por lo cual su respuesta termina siendo una afirmación sin ningun tipo de justificación.
Respuestas tipo parabólico	
 • ¿Qué ventaja tiene este tipo de diseño en un invernadero? qui gracias a su forma la luz y el calor se exparsen bien	Los estudiantes no intentaron realizar un argumento, ya que la respuesta carece de la garantia solo dicen un asersión, la cual es que la luz y el calor se exparsen bien, pero no se encuentra un dato y una garantia. Termina siendo una afirmación sin justufucación.
 • ¿Qué ventaja tiene este tipo de diseño en un invernadero? Podria ser mas estable y podrias ser mas resistente y puede que la eficencia del calor sea mayor	En esta respuesta evidenciamos una serie de afirmaciones, en total tres afirmaciones. Estas afirmaciones pueden evidenciarse como las aserciones, sin embargo, la respuesta de los estudiantes no es un argumento, porque carece de el dato y la garantía

Al analizar las respuestas a las preguntas sin marco de lenguaje, se observa que, en la mayoría de los casos, el dato se presenta como una característica funcional del invernadero (mayor ventilación, aislamiento de plagas, retención de calor o mayor espacio), pero la garantía permanece implícita y debe ser reconstruida para comprender la relación entre la característica mencionada y la noción de eficiencia. Solo en un caso la relación causal se explicita con mayor claridad al vincular la retención de calor con el crecimiento de ciertas plantas.

Resulta especialmente significativo que no se hayan obtenido respuestas del grupo con invernadero elíptico para estas preguntas, debido a que sus intervenciones se limitaron a afirmaciones o no se evidencia intención de explicar la relación entre la forma y la eficiencia. Esto sugiere que, en ausencia de un marco de lenguaje que oriente la estructura del enunciado, algunos estudiantes tienden a responder de manera más corta o se limitan a decir una razón breve reduciendo la posibilidad de producir un argumento.

Finalmente se puede retomar la conjetura que guiaba esta investigación (véase Estrategia investigativa) y en consecuencia afirmar que el diseño e implementación de una secuencia de tareas en geometría, centrada en el estudio de las cónicas mediante la construcción de invernaderos y contextualizada en un colegio rural, propicia condiciones para que los estudiantes de noveno grado argumenten. Se evidenciaron argumentos simples con garantía explicita e implícita, argumentos simples incompletos y justificaciones; en su mayoría se manifestaban argumentos simples cuando los estudiantes tenían la herramienta del marco de lenguaje, si bien el medio influye para que los estudiantes argumenten, también hay que destacar la importancia del marco de lenguaje y diferenciarse del tipo de respuestas cuando no se tiene, en ese sentido, no resulta afortunado pasar de tener preguntas con marco a preguntas sin marco, debe haber una transición (de tiempo, dinámicas dentro y fuera del aula, estrategias del profesor y escenarios y tareas planeadas por el profesor) para pasar del uso de la herramienta a sin el uso de la herramienta y que los estudiantes argumenten.

Análisis de las guías de construcción.

Durante el desarrollo de las guías de construcción, se evidencia que la atención de los estudiantes se centró en la elaboración del invernadero. Esta situación influyó en escasas respuestas de los estudiantes a las preguntas encontradas en las guías; ya que no se recolecta la cantidad de respuestas esperadas y presentan un alto grado de similitud a las respuestas obtenidas en las guías de diseño, se decide trasladar el análisis de estas producciones al Apéndice M. Resultados Análisis Preguntas Guías Construcción, donde se sistematizan las respuestas.

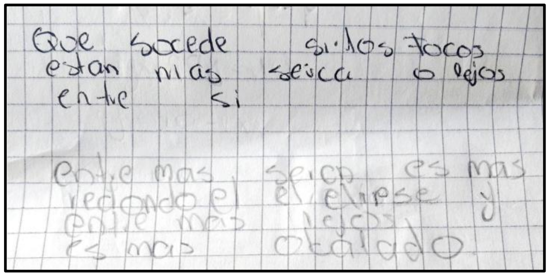
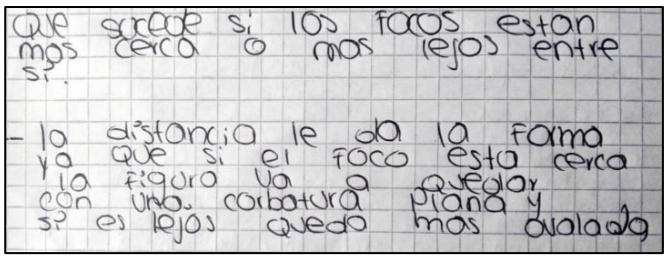
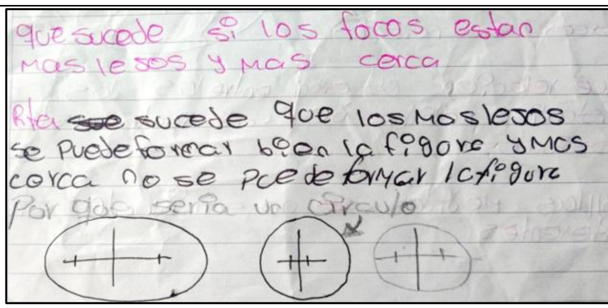
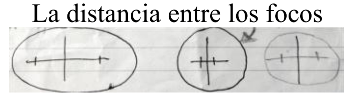
10.2 Análisis de las respuestas escritas por los estudiantes en la tarea 2

Hay que recordar que la segunda intervención se organiza en dos momentos. En un primer momento se aborda la construcción y el reconocimiento de propiedades de cada cónica; en un segundo momento, y apoyados en el marco de lenguaje propuesto, los estudiantes deben construir un argumento que les permita determinar si su invernadero es el más eficiente o no. En este apartado se presentan las producciones escritas de los estudiantes y su respectivo análisis, con el propósito de identificar la presencia de argumentos simples, argumentos simples incompletos o justificaciones. En coherencia con esto, el análisis se estructura en dos partes: por un lado, las producciones asociadas al reconocimiento de la forma, figura y propiedades geométricas de las cónicas; por otro, las respuestas a la pregunta sobre la eficiencia de los invernaderos.

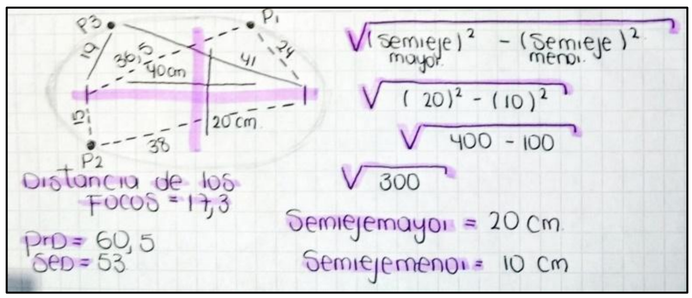
En relación con las producciones sobre las propiedades de las cónicas, es importante señalar que, como se evidenció en la implementación, el abordaje de la parábola demandó más tiempo del previsto. Esto se debió, principalmente, a dificultades en el uso del compás y en la construcción de rectas paralelas y perpendiculares, lo que obligó a centrar la atención en la apropiación de estos procedimientos básicos. En este sentido, la priorización didáctica estuvo orientada a garantizar que los estudiantes lograran realizar la construcción, aun cuando esto implicara no formalizar por escrito la propiedad. Si bien algunos estudiantes alcanzaron a verbalizar ideas cercanas a la propiedad de la parábola, estas producciones no fueron sistematizadas en registros escritos, ya que el énfasis de la actividad en ese momento se desplazó hacia la acción geométrica y la comprensión a través de la construcción.

En el caso de la circunferencia, su carácter familiar para los estudiantes permitió un abordaje más ágil. La propiedad fue reconocida y verbalizada por la totalidad del grupo, por lo que no se consideró necesario solicitar producciones escritas formales, privilegiando la discusión oral como mecanismo de validación colectiva. Esta decisión responde a una intencionalidad de optimizar el tiempo de la sesión y focalizar el trabajo escrito en aquellos objetos que representaban mayor novedad conceptual.

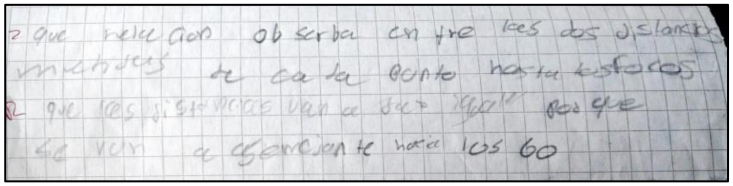
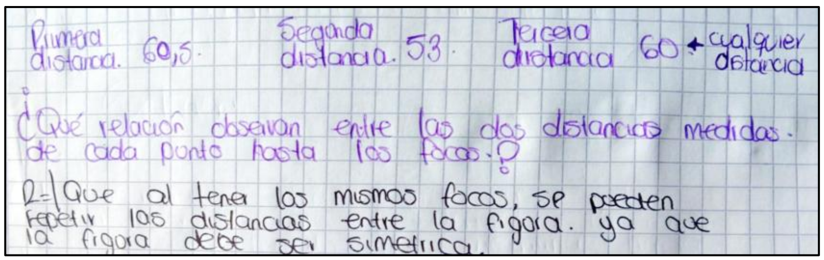
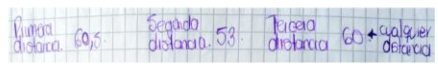
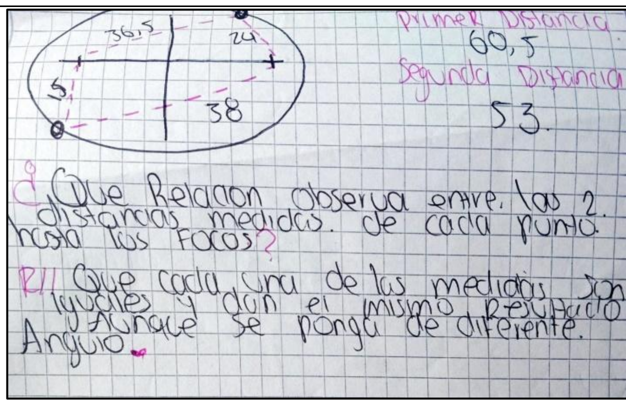
Por su parte, la elipse, los estudiantes construyeron la figura tanto en el tablero como en sus cuadernos, siguiendo instrucciones precisas. Posteriormente, se midieron sus ejes y se identificaron los focos, lo que permitió plantear la pregunta: ¿qué sucede si los focos están más cerca o más lejos entre sí? A partir de esta situación se recogen producciones escritas que permiten analizar cómo los estudiantes comienzan a establecer relaciones entre los elementos de la elipse. Dicho análisis se presenta a continuación.

Respuestas de los estudiantes	Argumentos presentados con el modelo de Toulmin
 Que sucede si los focos estan mas serca o lejos entre si Entre mas serca es mas redondo el el elipse y entre mas lejos es mas ovalado.	Esta respuesta evidencia una justificación en tanto expone una razón que sugiere que la distancia entre los focos determina la forma de la elipse
 Que sucede si los focos estan mas cerca o mas lejos entre si. - la distancia le da la forma ya que si el foco esta cerca la figura va a quedar con una corbatura plana y si es lejos quedo mas ovalado	La distancia le da forma a la elipse Si el foco está cerca la figura queda con curvatura plana y si está lejos queda más ovalada Garantía implícita: la distancia entre focos determina la curvatura de la figura
 que sucede si los focos estan mas lejos y mas cerca Rta: ~~sse~~ sucede que los mas lejos se puede formar bien la figura y mas cerca no se puede formar la figura Por que seria un circulo	La distancia entre los focos  cuando los focos están más cerca no se forma la figura porque sería un círculo, y cuando están lejos sí se forma bien Garantía implícita: la forma de la elipse depende de la distancia entre focos

En las respuestas analizadas se observa que los estudiantes logran identificar una relación entre la distancia de los focos y la forma de la elipse, lo que constituye un avance importante en la comprensión del objeto geométrico. Sin embargo, estas producciones no alcanzan a consolidarse como argumentos completos, ya que, aunque presentan una aserción acompañada de datos, la garantía permanece implícita. Esto sugiere que los estudiantes reconocen patrones y establecen relaciones, pero aún no logran explicitar las razones generales que sustentan dichas relaciones.



Posteriormente, se seleccionan tres puntos sobre la elipse y se procede a medir las distancias desde cada foco hasta dichos puntos. Para cada punto, se calcula la suma de las distancias desde los dos focos, obteniendo así tres valores. Aunque, desde la propiedad teórica de la elipse, estas sumas deberían ser iguales, en la práctica se presentan variaciones debido a imprecisiones en la construcción y al uso de la regla directamente sobre el tablero. Esta situación es socializada con los estudiantes, explicando que las diferencias se deben a limitaciones en la medición y no a la propiedad misma de la figura. A partir de esto, se plantea la pregunta: ¿qué relación se observa entre las distancias medidas desde cada punto hasta los focos? La mayoría de las respuestas se orientan a reconocer que estas distancias tienden a ser iguales. A continuación, se presentan algunas de estas respuestas y su análisis.

Respuestas de los estudiantes	Argumentos presentados con el modelo de Toulmin
 	Se asemejan a los 60 cm Las distancias van a ser iguales Garantía implícita: si las medidas son cercanas entre sí entonces son iguales
 	Se tienen los mismos focos  Cuando los focos están más cerca no se forma la figura porque sería un círculo, y cuando están lejos sí se forma bien Garantía explicita: la simetría de la figura hace que las distancias se
 	Aunque se midan en diferentes puntos o Las medidas son iguales y dan el mismo resultado Garantía implícita: la posición del punto no cambia el resultado de la suma de

Las respuestas evidencian que los estudiantes logran aproximarse a la propiedad fundamental de la elipse, reconociendo que la suma de las distancias a los focos se mantiene constante. No obstante, esta comprensión se apoya en observaciones empíricas y en nociones como la repetición o la simetría, sin que se explicite de manera formal la relación que define el lugar geométrico. Al igual que en el análisis anterior, se identifican en su mayoría argumentos simples incompletos, lo que indica que, aunque los estudiantes establecen afirmaciones sustentadas en datos, aún no logran formular garantías que generalicen y expliquen dicha relación.

Los resultados obtenidos permiten reconocer que las producciones de los estudiantes están fuertemente influenciadas por las condiciones de la implementación. Las imprecisiones en la construcción, las dificultades en la medición y el uso de instrumentos, así como el tiempo limitado, inciden en la forma en que los estudiantes interpretan y expresan las propiedades geométricas. Estas situaciones no solo generan errores o aproximaciones parciales, sino que también configuran el tipo de razonamientos que emergen. A pesar de ello, es significativo que, aun sin contar con un marco de lenguaje explícito en esta etapa, los estudiantes logran producir enunciados que articulan datos y afirmaciones, lo que evidencia la emergencia argumentos. En este sentido, las tareas propuestas favorecen la producción de argumentos, aunque estos se presenten inicialmente de manera incompleta, lo cual refuerza la idea de que la argumentación puede desarrollarse progresivamente a partir de experiencias de construcción, exploración y discusión en el aula.

Análisis a las respuestas finales de la secuencia de tareas

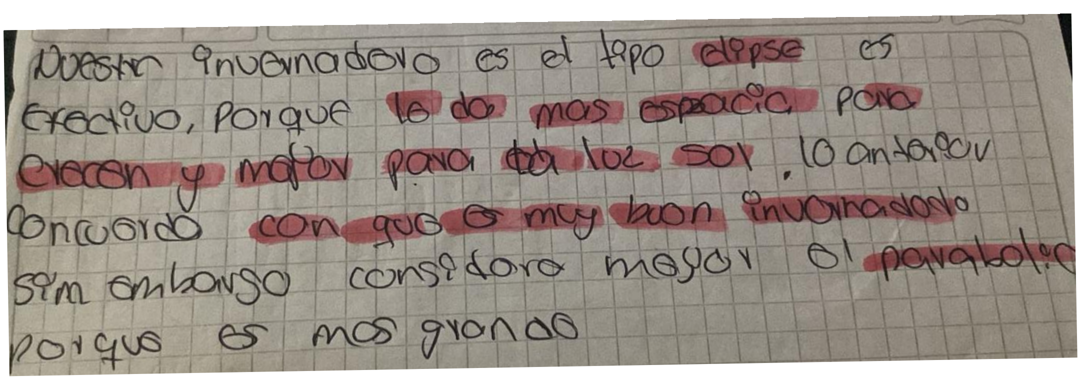
En la segunda tarea, desarrollada durante la segunda visita al colegio, se implementó una secuencia de tareas que culminaba con la elaboración de un párrafo por parte de los estudiantes, apoyados en un marco de lenguaje. En este producto escrito se esperaba la construcción de un argumento y en caso de ser necesario, la inclusión de un contraargumento.

En este sentido, el marco de lenguaje proponía una estructura en la que se esperaba la inclusión de una afirmación (relacionada con la eficiencia del invernadero), datos (obtenidos a partir de su invernadero), una garantía (sustentada en la información investigada) y por último un contraargumento (considerando ventajas de otros invernaderos).

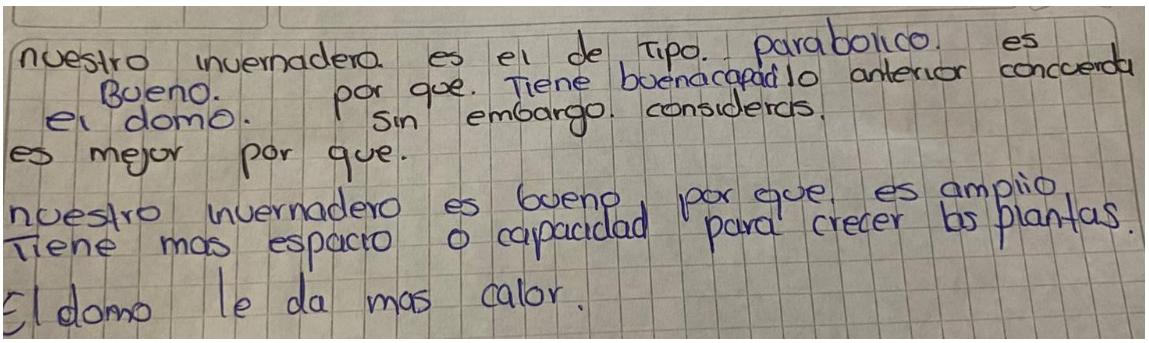
La estructura entregada a los estudiantes es la siguiente:

Nuestro invernadero es el de tipo ______________. Es *1. Afirmación* porque *2. Datos*; lo anterior concuerda con *3. Garantía*. Sin embargo, debemos comentar que *4. Contraargumento*

A continuación, se presenta el análisis de los resultados obtenidos a partir de los párrafos construidos por los estudiantes:

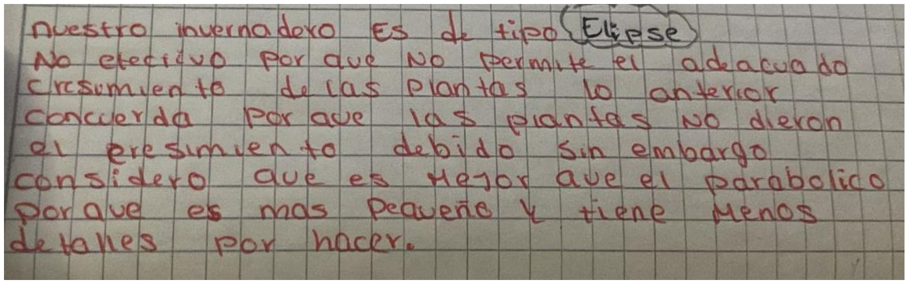

Nuestro invernadero es el tipo elipse es
efectivo, porque le da mas espacio para
crecen y mayor para la luz sol. lo anterior
concuerdo con que es muy buen invernadero
sin embargo considero mayor el parabolic
porque es mas grande

En este caso, el estudiante construye un argumento incompleto con contraargumento. Se identifica una aserción clara al afirmar que su invernadero es del tipo elipse, es efectivo, acompañada de datos relacionado con el mayo espacio para el crecimiento y una mejor recepción de luz solar. Asimismo, incluye un contraargumento al señalar que el invernadero parabólico podría ser mejor debido a su tamaño. Sin embargo, la respuesta carece de una garantía, ya que la expresión "es muy buen invernadero" no cumple la función de sustentar la relación entre los datos y la aserción, sino que actúa como una reiteración de esta. Por ello, aunque se reconoce varios elementos de la estructura esperada, la ausencia de una garantía limita de fuerza el argumento.



nuestro invernadero es el de Tipo. parabolico. es
Bueno. por que. Tiene buena capacid lo anterior concuerda
el domo. sin embargo. considero.
es mejor por que.
nuestro invernadero es bueno por que. es amplio
Tiene mas espacio o capacidad para crecer los plantas.
El domo le da mas calor.

En este caso, el estudiante construye un argumento incompleto con contraargumento, se identifica una aserción al afirmar que su invernadero es bueno, acompañada de datos relacionados con la amplitud y la capacidad para el crecimiento de plantas. Aunque menciona que el domo da más calor, esta expresión no constituye un contraargumento real, ya que no debilita la afirmación inicial sobre su propio invernadero, sino que hace referencia a otras formas. Asimismo, la respuesta carece de garantía ya que la expresión "es bueno" no cumple la función de sustentar la relación entre los datos y la aserción. por ello, aunque se reconoce algunos elementos de la estructura esperada, aunque la ausencia de la garantía hace que pierda fuerza el argumento.


nuestro invernadero Es de tipo Elipse
No efectivo por que No permite el adecuado
cresimiento de las plantas lo anterior
concuerda por que las plantas no dieron
el cresimiento debido sin embargo
considero que es Mejor que el parabolico
porque es mas pequeño y tiene Menos
detalles por hacer.

El estudiante construye un argumento adecuado al incluir una aserción donde señala que su invernadero de tipo elipse “no es efectivo” se evidencia un dato asociado en que el crecimiento de las plantas no fue el más efectivo. Se observa una garantía implícita donde escribe que las plantas no dieron un crecimiento adecuado esta garantía nace a partir de las observaciones que realizaron los estudiantes durante el tiempo de crecimiento.

El estudiante incluye su contraargumento, donde menciona que es mejor que le parabólico porque este es más pequeño. Aunque este contraargumento no cuestiona la aserción inicial, lo cual hace que no sea fuerte como contraargumento. En general, el párrafo refleja la compresión de la estructura de un argumento, aunque el contraargumento limita su fuerza.

Los estudiantes lograron construir argumentos que incluyen aserción y dato, vinculando su postura sobre el invernadero con la evidencia obtenida de la observación. sin embargo, la garantía fue limitada, ya que algunos intentos de respaldo no contaron con información suficiente que fortaleciera la relación entre la aserción y los datos. Los contraargumentos aparecieron de manera parcial, generalmente como comparaciones con otros tipos de invernadero, lo que evidencia que los estudiantes comprenden la necesidad de considerar otras expectativas, aunque aún presentan dificultades para integrarlas adecuadamente.

11. CONCLUSIONES

En relación con el objetivo orientado al análisis y comparación de los DBA, LCM, EBCM, el PER y la Guía PAI del IB, para caracterizar la brecha curricular, la investigación permitió concluir que esta no se manifiesta de manera homogénea entre todas las orientaciones curriculares analizadas, sino que emerge de forma diferenciada según las condiciones y oportunidades que cada currículo ofrece. En este sentido, el análisis mostró que la brecha no puede reducirse únicamente a la comparación de contenidos matemáticos, pues los documentos revisados abordan objetos geométricos similares; la diferencia se encuentra, principalmente, en las formas en que dichos contenidos son movilizados y contextualizados dentro del aula.

Particularmente, al comparar las orientaciones curriculares nacionales con la guía PAI del IB, se identificó una diferencia importante en las oportunidades de aprendizaje relacionadas con la argumentación. Aunque los LCM, EBCM y DBA reconocen la argumentación como un elemento relevante dentro del pensamiento matemático, esta aparece de manera implícita y ambigua. Como resultado, gran parte de la responsabilidad sobre qué significa argumentar, cómo promoverlo y cómo evaluarlo recae sobre el docente. Esto genera que las oportunidades de los estudiantes para participar en prácticas argumentativas dependan, en buena medida, de la interpretación, formación y experiencia particular de cada profesor. En contraste, aunque el PAI tampoco define explícitamente la argumentación, sí configura un entorno más estructurado para su desarrollo, al integrar prácticas de razonamiento, comunicación, indagación y uso de múltiples representaciones. De esta manera, la brecha curricular identificada no radica en la ausencia de la argumentación como intención educativa, sino en las condiciones (recursos, enfoques, estrategias pedagógicas, oportunidades de aprendizaje) que cada orientación ofrece para hacerla posible.

Por otra parte, la comparación entre el PER y la guía PAI, contrario a la idea de que las orientaciones rurales podrían presentar menores oportunidades de aprendizaje frente a propuestas internacionales, el análisis evidenció que el PER ofrece herramientas didácticas valiosas para la enseñanza de las matemáticas y particularmente para promover la argumentación. La inclusión de tareas contextualizadas, preguntas orientadoras, anticipación de respuestas y ejemplos de argumentos reduce significativamente la ambigüedad curricular presente en otros documentos nacionales y brinda mayores apoyos tanto para docentes como para estudiantes. En este sentido, la investigación permitió reconocer que la ruralidad no implica un empobrecimiento curricular; por el contrario, cuando el currículo reconoce las particularidades socioculturales del contexto y diseña propuestas situadas, puede ampliar las oportunidades de aprendizaje de manera significativa.

A partir de estos hallazgos, la investigación también condujo a una reflexión crítica sobre la manera en que suele entenderse la brecha y reconocer la necesidad de construir puentes entre las intenciones curriculares y las herramientas pedagógicas reales con las que cuentan los docentes para fomentar procesos argumentativos.

Los resultados sugieren que las desigualdades entre contextos rurales y urbanos no pueden explicarse únicamente desde el currículo, pues incluso en ausencia de una brecha curricular clara, como ocurrió entre el PER y el PAI, persisten diferencias profundas relacionadas con infraestructura, acceso a recursos, conectividad, formación docente y condiciones institucionales. Esto lleva a cuestionar si, en ocasiones, la discusión sobre la brecha educativa se ha centrado excesivamente en los documentos curriculares y no en las condiciones estructurales que limitan o posibilitan las oportunidades reales de aprendizaje.

En relación con el diseño de la secuencia de tareas, se construye una propuesta centrada en la elaboración de invernaderos como contexto para abordar algunas cónicas y promover la argumentación en estudiantes de grado noveno. Como aporte de la experiencia, se destaca el diseño de una secuencia que articula contexto rural, estudio inicial de cónicas y uso de marcos de lenguaje como apoyo para la construcción de argumentos. En este sentido, la propuesta busca constituirse como una herramienta para docentes interesados en generar oportunidades de aprendizaje que no partan de una mirada exclusivamente urbanocentrada, reconociendo que contextos cercanos a los estudiantes, como los invernaderos, también pueden convertirse en escenarios legítimos para aprender geometría y participar en procesos de argumentación.

Adicionalmente, el contexto de los invernaderos, aunque involucraba un objeto geométrico inicialmente desconocido para los estudiantes, generó un alto nivel de involucramiento y proporcionó una base empírica para la construcción de argumentos. La cercanía del contexto permitió que decisiones relacionadas con la forma, la estabilidad, la distribución del aire y las medidas necesarias para el diseño del invernadero se transformaran en oportunidades para discutir propiedades geométricas específicas y no únicamente aspectos prácticos de la construcción. Esto permitió evidenciar que el diseño de tareas contextualizadas no solo favorece la participación de los estudiantes, sino que influye directamente en la manera en que se involucran en la actividad matemática.

En cuanto a la implementación de la secuencia y la documentación de las producciones argumentativas, se evidenció una actitud constante de interés y compromiso por parte de los estudiantes durante todo el proceso. Este interés se mantuvo incluso en un periodo de aproximadamente quince días en el que no hubo acompañamiento directo, tiempo durante el cual los estudiantes continuaron atentos al seguimiento de su invernadero. Lo anterior permitió reconocer una disposición favorable hacia el aprendizaje y una actitud responsable frente a las tareas asignadas, sugiriendo que cuando las actividades logran vincularse de manera auténtica con el contexto de los estudiantes, estas trascienden el aula y se sostienen en el tiempo como experiencias significativas.

A partir del análisis de las intervenciones y producciones de los estudiantes, se identificó que la mayoría construyó argumentos simples o incompletos, en los cuales la garantía no siempre aparecía explícita. Los resultados sugieren que la principal dificultad no radica en formular afirmaciones o identificar datos, sino en producir garantías que permitan establecer relaciones generales entre ambos elementos. De igual manera, se encontraron múltiples intentos de justificación que, aunque no alcanzaban a configurarse como argumentos completos, sí representaban avances en la estructuración del razonamiento matemático. Esto permitió reconocer que la argumentación no emerge de manera inmediata ni se consolida en intervenciones puntuales, sino que requiere de un trabajo sostenido en el tiempo.

En este sentido, el uso de marcos de lenguaje se mostró como una herramienta potente para iniciar procesos argumentativos, ya que facilitó la organización y explicitación de ideas por parte de los estudiantes. Sin embargo, también se evidenció que su utilización no garantiza por sí misma la construcción de relaciones generalizables ni la consolidación de argumentos más elaborados. Lo anterior permitió comprender que la mediación docente continúa siendo fundamental para orientar progresivamente a los estudiantes hacia la explicitación de relaciones geométricas más generales y no únicamente contextuales o empíricas.

La experiencia también permitió reconocer que evaluar producciones argumentativas requiere ampliar la mirada sobre lo que se considera una producción válida dentro del aula de matemáticas. En varios casos, aunque los estudiantes lograban responder adecuadamente a las situaciones planteadas, presentaban dificultades al momento de justificar o explicar sus ideas. Esta situación condujo a reflexionar sobre la importancia de no centrar la atención exclusivamente en la respuesta final, sino en los procesos de pensamiento y razonamiento que desarrollan los estudiantes para llegar a ella. A partir de esto, se reconoce la necesidad de seguir fortaleciendo escenarios donde los estudiantes aprendan progresivamente a participar en prácticas argumentativas.

En relación con el impacto en el ejercicio docente, la investigación permitió reconocer que el diseño intencionado de tareas contextualizadas transforma la manera en que se concibe la enseñanza de las matemáticas. En este proceso, el docente deja de ocupar únicamente el lugar de transmisor de contenidos para convertirse en diseñador de experiencias que posibilitan la discusión, la toma de decisiones y la construcción colectiva de argumentos. Particularmente en el contexto rural, esta transformación implica reconocer las experiencias, saberes y dinámicas comunitarias, culturales y sociales de los estudiantes como elementos valiosos para el aprendizaje de las matemáticas.

Asimismo, la experiencia permitió evidenciar que el contexto rural no debe entenderse desde una mirada deficitaria, sino como un escenario con posibilidades propias para el desarrollo de propuestas didácticas significativas. En este caso, la construcción de invernaderos permitió articular conocimientos matemáticos con prácticas cercanas a la vida cotidiana de los estudiantes, favoreciendo niveles de participación, apropiación y compromiso que posiblemente no habrían emergido de la misma manera en tareas descontextualizadas.

Finalmente, la investigación deja abiertas múltiples preguntas para futuras investigaciones. ¿Qué resultados se obtendrían al implementar esta misma secuencia en un colegio en contexto urbano o en una institución con currículo IB? ¿Qué diferencias emergerían en las formas de argumentar, participar y justificar? ¿La construcción y cuidado de los invernaderos sería del interés de los estudiantes en contexto urbano? Del mismo modo, surge la necesidad de reflexionar sobre, si el currículo IB se adapta para contextos rurales, ¿qué ajustes concretos y sostenibles se pueden sugerir para cerrar la brecha educativa? ¿Qué pasa si en entornos rurales copiamos el currículo IB sin abordar las condiciones estructurales (infraestructura, capacitación docente)? Y ¿en caso contario qué pasaría? En este sentido, la investigación reconoce que adaptar propuestas curriculares no es suficiente si no se acompañan de transformaciones relacionadas con recursos, infraestructura, formación docente y condiciones educativas más amplias.

Por otra parte, se reconoce como limitación que esta investigación corresponde únicamente a un primer ciclo de implementación desarrollado en dos sesiones, por lo que no permite afirmar una consolidación de aprendizajes geométricos o argumentativos. Sin embargo, sí evidencia avances en la manera en que los estudiantes comienzan a estructurar sus argumentos durante el desarrollo de la secuencia. Por ello, se identifican indicios y necesidades para futuros ciclos de diseño, implementación y mediación, por parte del docente, que permitan dar continuidad a este tipo de propuestas y profundizar en la promoción de la argumentación en el aula de matemáticas.

12. REFERENCIAS

Alba Carvajal , A., & Velandia Cruz , D. (2019). *Doblando papel para desdoblar argumentos.* [Tesis de Maestría, Universidad Pedagógica Nacional]. http://hdl.handle.net/20.500.12209/10889

Arévalo Vanegas, C. (2016). *La actividad argumentativa que emerge en estudiantes de grado noveno en torno a la demostración en geometría.* [Tesis de Maestría, Universidad Distrital Francisco José de Caldas]. http://hdl.handle.net/11349/3142

Barbosa, F., & León, O. (2019). Reflexiones sobre la semiótica peirceana desde el razonamiento diagramático para el diseño de tareas de geometría en ambientes de ruralidad: el caso de la construcción del triángulo isósceles. *Innovación y Tecnologías. Mitos y Realidades*, págs. 50-54.

Barbosa, F., & López, E. (2023). La agrimensura escolar como innovación: el caso de las medidas ancestrales de los pueblos indígenas Wayúu. *Revista Venezolana de Investigación en Educación Matemática, 3*(2), 1-16. https://doi.org/10.54541/reviem.v3i2.63

Beltran, D., Duque, K., Fernández, C., & Suárez, B. (2016). El proceso de generalización a partir de pliegues de papel. *3 Encuentro Distrital de Educación Matemática*, págs. 198-205.

Camargo, L. (2021). *Estrategias cualitativas de investigación en educación matemática. Recursos para la captura de información y el análisis.* Medellín: Universidad de Antioquia.

Camargo, L., Perry, P., Molina, Ó., Samper, C., & Vargas, C. (2024). Diversidad de acepciones de argumento: necesidad de la formación de profesores. *PNA, 18*(3), 313-338. https://doi.org/http://doi.org/10.30827/pna.v18i3.26749

Cardona, A., Gómez, J., & Santa, M. (2015). La simetría y su comprensión a través del doblado de papel en el marco de la Enseñanza para la Comprensión. *Revista Colombiana de Matemática Educativa, 1*, págs. 218-223.

Cardona, L. (2017). *Elementos de la geometría fractal como estrategia didáctica para el desarrollo del pensamiento geométrico en estudiantes de la media básica del C.E bachillerato en bienestar rural sede ciato en el municipio de pueblo rico mediante elementos de la naturale.* [Tesis de Maestría, Universidad Tecnológica de Pereira]. https://hdl.handle.net/11059/8004

Cervantes-Barraza, J., & Cabañas-Sánchez, G. (2018). Argumentos formales y visuales en clase de geometría a nivel primaria. *Educación Matemática, 30*(1), 163-183. https://doi.org/10.24844/EM3001.06

Congreso de la República de Colombia. (1994). *Ley 115 de febrero 8 de 1994 por la cual se expide la ley general de educación.* Bogotá: Diario Oficial No. 41.214.

Crespo, C. (2005). La importancia de la argumentación matemática en el aula. *Premisa (Revista de la sociedad argentina de educación matemática)*, págs. 23-29.

Departamento Administrativo Nacional de Estadística. (2025). *Demografía rural en Colombia.* https://www.dane.gov.co/files/investigaciones/poblacion/informes-estadisticas-sociodemograficas/Demografia-Rural-Colombia-2025.pdf

Departamento Nacional de Planeación (DNP). (2023). *Plan Nacional de Desarrollo 2022-2026: Colombia, Potencia Mundial de la Vida.* Departamento Nacional de Planeación. https://colaboracion.dnp.gov.co/CDT/Prensa/Publicaciones/plan-nacional-de-desarrollo-2022-2026-colombia-potencia-mundial-de-la-vida.pdf

Durango Herrera, C. (2023). *Implementación del software Geogebra como estrategia pedagógica para el fortalecimiento de la comprensión de los conceptos básicos de la geometría en el grado sexto del centro Educativo Rural Obispo Emilio Botero González.* [Tesis de Licenciatura, Univerdiad Cooperativa de Colombia]. https://hdl.handle.net/20.500.12494/53886

Giraldo Gómez, E. (2015). *Argumentos que usan el maestro, la "maestra en formación" y sus estudiantes durante la enseñanza y el aprendizaje en geometría.* [Tesis de Licenciatura, Universidad de Antioquia]. https://hdl.handle.net/10495/23608

Hernández, R., Fernández , C., & Baptista, P. (2014). *Metodología de la Investigación* (6ta ed.). McGraw-Hill.

Leal, C., Suárez , G., Fernández, M., & Moreno, H. (2010). *El plegado en la geometría: líneas notables del triángulo.* Bogotá, Colombia.

Mateus, L., Fajardo, N., Rossmajer, G., Gutierres, A., Velásquez, L., & Del Pilar Rodriguez, D. (2009). Propuesta metodológica para la enseñanza de la geometría a través de la papiroflexia. *10° Encuentro Colombiano de Matemática Educativa*.

Mendoza, J., & Ojéda, S. (2023). *Efectos de la Realidad Aumentada sobre Indicadores de Bajo Desempeño de Geometría Grado Sexto y Séptimo.* Tunja: [Tesis de maestría, Universidad de santander]. https://repositorio.udes.edu.co/handle/001/10007

Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares en Matemáticas.* Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.

Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas.* Colombia: Ministerio de Educación Nacional.

Ministerio de Educación Nacional. (2013). *Secuencias Didácticas en Matemáticas para Educación Básica Secundaria.* Bogotá, Colombia: Ministerio de Educación Nacional.

Ministerio de Educación Nacional. (2016). *Derechos Básicos de Aprendizaje V.2.* Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.

Moreno-Moyano, R. (2024). Estrategia didáctica apoyada en Geogebra para el aprendizaje de geometría en estudiantes de noveno grado en zona rural del Catatumbo. *Aibi revista de investigación, administración e ingeniería, 12*, págs. 29-40. https://doi.org/10.15649/2346030X.3671

Organización del Bachillerato Internacional. (2014). *Programa de los Años Intermedios. Guía de Matemáticas.* Reino Unido: Organización del Bachillerato Internacional.

Organización del Bachillerato Internacional. (2019). *Guía de Matemáticas: Análisis y Enfoques.* Organización del Bachillerato Internacional.

Perea, H., & Restrepo, W. (2002). *La argumentación en la clase de matemáticas. Una mirada al 5º de dos Instituciones Educativas Rurales del Suroeste Antioqueño.* Universidad de Antioquia. Medellin, Colombia: [Trabajo de grado profesional]. https://hdl.handle.net/10495/29899

Ramos Castiblanco, J. H. (2024). *Reduciendo la brecha educativa a través de la educación matemática en un territorio rural de Colombia.* [Tesis de Licenciatura, Universidad Distrital Francisco José de Caldas]. Recuperado de: http://hdl.handle.net/11349/94468

Ross, D., Fisher, D., & Frey, N. (2009). The art of argumentation. (P. Perry, Ed., & A. Córdoba, Trad.) *Science and Children, 47*(3), 28-31.

Samper, C., & Toro, J. (2017). Un experimento de enseñanza en grado octavo sobre la argumentación en un ambiente de geomtría dinámica. *Revista Virtual Universidad*

Católica del Norte, 50, págs. 367-382. Recuperado de http://revistavirtual.ucn.edu.co/index.php/RevistaUCN/article/view/828/1346

Sierra, O. (2025). *La gamificación como herramienta para la enseñanza de las matemáticas en escuelas rurales.* [Tesis de Maestria. Universidad el Bosque]. https://hdl.handle.net/20.500.12495/14661

Stewart, J., Redlin, L., & Watson, S. (2012). *Precálculo. Matemáticas para el cálculo* (6ta ed.). Cengage Learning.

Toulmin, S. (2007). *los usos de la argumentación.* (M. Morrás, & V. Pineda, Trads.) Ediciones Península.

APÉNDICES

Apéndice A. Entrevista

Experiencia del profesor en entornos rurales y con el curso
1. ¿Cuánto tiempo duró enseñando en el contexto urbano? ¿Y qué aprendizajes se lleva de esa experiencia? 2. ¿Cómo ha sido su proceso durante el tiempo que lleva enseñando en la ruralidad? 3. ¿Cuáles son los principales desafíos que ha encontrado en la enseñanza de las matemáticas en este entorno? 4. ¿Nota diferencias en la forma en que los estudiantes rurales aprenden geometría o matemáticas en comparación con estudiantes de otros contextos? - Dependiendo de la respuesta preguntar ¿por qué no le dan la suficiente importancia o relevancia a la enseñanza de la geometría? ¿considera importante la enseñanza de la geometría? ¿considera importante que la enseñanza de la argumentación o que los estudiantes aprendan a hacer producciones argumentativas? 5. ¿Qué expectativas tiene sobre la enseñanza de la geometría en este curso en particular? 6. ¿Cuáles diferencias encuentra entre la educación rural y la educación urbana? 7. ¿Cuál cree que son los o el objetivo de la enseñanza en la ruralidad y en contextos urbanos? 8. ¿En su experiencia reconoce una brecha curricular entre la educación en contexto rural y urbano? 9. ¿Atiende a algún documento curricular para preparar las clases?

10. ¿Cómo preparan a los estudiantes para la prueba de estado?

11. ¿Cómo se preparó para asumir su puesto como profesor en un colegio rural?

Caracterización de los estudiantes

Aspectos generales

1. ¿Cuántos estudiantes hay en el curso?
2. ¿Algunos estudiantes trabajan? Si la respuesta es sí, ¿en qué trabajan?
3. ¿Hay estudiantes con Necesidades Educativas Especiales?
4. ¿Qué normas están acordadas dentro del salón de clase?
5. ¿Los estudiantes prefieren trabajar en grupo o individualmente?
6. ¿Cómo se organizan las clases en términos de tiempo?

Conocimiento geométrico de los estudiantes

1. ¿Cuáles son los temas de geometría que ya han trabajado los estudiantes en años anteriores?
2. ¿Los estudiantes han tenido experiencias previas con tareas que requieran argumentación matemática?

Experiencias de enseñanza y aprendizaje

¿Qué estrategias a utilizado para la enseñanza de las matemáticas con este grupo?

¿Cómo suele evaluar el aprendizaje en este curso? (ej., exámenes, proyectos, debates, demostraciones)

¿Los estudiantes trabajan con herramientas como regla, compás, transportador o software de geometría?
Contexto institucional
¿Con qué recursos cuenta la institución para la enseñanza de la geometría? (materiales, tecnología, espacios adecuados) ¿Existen limitaciones en cuanto a infraestructura o acceso a materiales didácticos? ¿La institución tiene algún enfoque pedagógico específico o proyectos en curso relacionados con matemáticas o argumentación? ¿Cómo describiría la comunidad en la que está ubicado el colegio? ¿Cuáles son las principales actividades económicas de la zona? ¿Existen tradiciones o costumbres que influyan en la educación de los estudiantes? ¿Cómo es la relación entre la comunidad y la institución educativa? ¿Qué recursos tienen los estudiantes en sus hogares para apoyar su aprendizaje? (ej., acceso a internet, libros, apoyo familiar)

Apéndice B. Pretest

¡Antes de empezar!
Este no es un examen, así que no hay respuestas correctas o incorrectas. Lo importante es que respondas con lo que piensas, sin preocuparte demasiado. Si alguna pregunta no la entiendes bien, intenta explicarlo con tus propias palabras o hacer un dibujo.

Instrucciones
📌 Responde todas las preguntas en el respaldo de la hoja. Si una pregunta requiere un dibujo, hazlo ahí mismo.
📌 Usa ejemplos de tu vida cotidiana si te ayudan a responder.
📌 Tiempo estimado: 25 minutos.

Parte 1
Observa la siguiente lista de palabras: **círculo, elipse, parábola, recta**.
- ¿Cuáles de ellas crees que tienen una forma curva?
- Mediante un dibujo representa lo que consideres que es cada una de ellas.
- ¿Qué diferencias notas entre ellas?

Imagina que lanzas agua desde una manguera en diferentes direcciones.
- ¿Cómo crees que se vería la trayectoria del agua si la apuntas hacia arriba? Descríbela de forma escrita y dibújala.
- ¿Cómo cambiaría la trayectoria si la manguera está más inclinada?

Parte 2
Piensa en los reflectores de luz o en los espejos de los faroles de una moto.
- ¿Qué forma tiene la farola de una moto?
- ¿Por qué crees que tiene esa forma? ¿qué ventaja tiene en cuanto a la proyección de luz?

En los invernaderos y techos de algunas casas, las estructuras pueden ser rectas o curvas.
- ¿En qué situaciones crees que es mejor usar un techo con forma curva en lugar de uno completamente plano?

Parte 3
- ¿Cómo calculas el volumen de una forma geométrica?
- ¿Cómo calculas la distancia entre dos puntos?
- ¿Cómo calculas el área de una figura geométrica?

Parte 4
De las siguientes situaciones elige la que te parece más llamativa y por qué
- **Diseño y construcción de un reservorio de agua**: sirve para la recolección y distribución de agua, es esencial para la agricultura y el consumo diario.
- **Diseño y construcción de un reflector para una lámpara**: La eficiencia de la luz depende de la forma del reflector que se utilice.
- **Diseño y construcción de un invernadero**: los invernaderos ayudan a mejorar la producción agrícola al proteger los cultivos de lluvias intensas, heladas y cambios bruscos de temperatura

Apéndice C. Guía de diseño invernadero tipo Domo

DISEÑO DE UN INVERNADERO DOMO

Nombres de los ingenieros: ___________________________

DISEÑO DE UN INVERNADERO TIPO DOMO

INTRODUCIÓN

¡Bienvenidos, ingenieros! En este proyecto, ustedes serán los encargados de diseñar y construir un **invernadero** para optimizar el crecimiento de cultivos en su comunidad. Cada grupo tendrá el desafío de construir un invernadero con una forma geométrica distinta: **tipo domo, elíptica, de túnel y parabólica**. Su misión es analizar qué forma es la más eficiente en términos de luz, temperatura y humedad.

A lo largo de la semana, además de construir su invernadero, registrarán datos sobre el crecimiento de sus germinados y compararán los resultados con los invernaderos construidos por los demás ingenieros.

Todo ingeniero necesita diseñar su construcción antes de hacerla, por eso esta primera fase se divide en tres etapas, además responde las preguntas a medida que las etapas terminan.

Fase 1: Diseño del modelo del invernadero con una forma tipo domo
Materiales: Hoja blanca, lapiz, regla y compás.
Etapa 1: Dibujar la base del invernadero domo
Instrucciones
1. En el centro de la hoja, marca un punto central con un lápiz. 2. Usando un compás y la regla abre una medida de 10 centimetros para el radio de su invernadero y luego traza un círculo completo.
Contesta la siguiente pregunta encerrando en un circulo la palabra que consideres y completa la respuesta escribiendo el por qué. • ¿Cómo afecta el tamaño del radio en el área total del invernadero? El tamaño del radio _afecta/no afecta_ el área total del invernadero, porque ___________________________ ____ • ¿Cómo podríamos calcular cuánto espacio ocupará este invernadero? Se puede calcular usando ____

Etapa 2: Dibujar la estructura vertical del invernadero
3. Al reverso de la hoja, de forma horizontal, traza un segmento con la regla que tenga la logitud del **díametro** de la circunferencia realizada anteriormente. 4. Con la regla marca el punto medio del segmento. 5. Usando el compas traza semicircunferencia con centro en el punto que hiciste y radio uno de los extremos del segmento. Este será el techo del invernadero.
Contesta la siguiente pregunta: • ¿Cómo crees que influye la altura del invernadero en la temperatura dentro de él? La altura del invernadero ______________ en la temperatura porque _________________________________ ____
Etapa 3: Dibujar la entrada y ventilación del invernadero
6. Dibuja a un lado del invernadero un pequeño rectangulo, recuerda que debes tener en cuenta que debe tener un tamaño adecuado para que pueda salir y entrar una mano. 7. Para la ventilación, debes realizar pequeñas aperturas en la parte superior del invernadero para permitir la circulación adecuada del aire. Dibuja pequeños agujeros.
Contesta las siguientes preguntas: • ¿Por qué crees que es importante tener ventilación en el invernadero? Es importante tener ventilación en el invernadero porque ____ ____ • ¿Cómo podemos distribuir de foma adecuada las ventilaciones, para evitar que el aire caliente se acumule demasiado? Para evitar que el aire caliente se acumule, la ventilación se _______________________________________ ____
Conjeturas
Una conjetura es una suposición u hipotesis que se genera a partir de acontecimientos que se observan. Por ejemplo, el invernadero tipo domo es mejor para las plantas debido a la concentración de calor. Responde las siguientes preguntas teniendo en cuenta el diseño de tu invernadero domo, para que puedas escribir tus conjeturas. • ¿Cómo creees que influye la forma circular en la eficiencia del invernadero?

- ¿Qué ventaja tiene este tipo de diseño en un invernadero?

Antes de pasar a construir el invernadero domo, debes saber que hay diferentes formas geometricas que permiten construir este tipo de invernadero, como se observa a continuación.


Si te imaginas otro diseño para la construcción de tu invernadero por favor comunícalo a los profesores y dibuja cómo lo estás pensando.

Apéndice D. Guía de diseño invernadero tipo Elíptico

DISEÑO DE UN INVERNADERO ELÍPTICO

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL
Educadora de educadores

Nombres de los ingenieros: ___________________________

DISEÑO DE UN INVERNADERO TIPO ELIPTICO

INTRODUCIÓN

¡Bienvenidos, ingenieros! En este proyecto, ustedes serán los encargados de diseñar y construir un **invernadero** para optimizar el crecimiento de cultivos en su comunidad. Cada grupo tendrá el desafío de construir un invernadero con una forma geométrica distinta: **tipo domo, elíptica, de túnel y parabólica**. Su misión es analizar qué forma es la más eficiente en términos de luz, temperatura y humedad.

A lo largo de la semana, además de construir su invernadero, registrarán datos sobre el crecimiento de sus germinados y compararán los resultados con los invernaderos construidos por los demás ingenieros.

Todo ingeniero necesita diseñar su construcción antes de hacerla, por eso esta primera fase se divide en tres etapas, además responde las preguntas a medida que las etapas terminan.

Fase 1: Diseño del modelo del invernadero con una forma tipo elíptico
Materiales: Hoja blanca, lapiz, regla y compás.
Etapa 1: Dibujar la base del invernadero tipo elíptico
Instrucciones
Dibujar los ejes guía • En el centro de la hoja, con una regla traza un segmento horizontal de **14 cm** de largo. Este será el **eje mayor de la elipse**. • Usando la regla encuentra el punto medio del segmento y márcalo. • Sobre este punto traza un segmento perpendicular de **8 cm,** procurando que la mitad de este nuevo segmento coincida con el punto anteriormente marcado. Este será el **eje menor de la elipse**. • Ahora tienes dos segmentos que se cruzan en el centro formando una cruz. **Ubicar los focos de la elipse** • Usa la siguiente fórmula para encontrar la distancia de los **focos** (puntos internos de la elipse) desde el centro. Reemplaza los valores y opera:

Nota: un semieje es la mitad de un eje.

$$distancia\ de\ los\ focos = \sqrt[2]{(semieje\ mayor)^2 - (semieje\ menor)^2}$$

$$distancia\ de\ los\ focos = \sqrt[2]{(\_\_\_\_)^2 - (\_\_\_\_\_)^2}$$

$$distancia\ de\ los\ focos = \_\_\_\_\_ cm$$

- Con la regla, mide el valor que te dio anteriormente, desde el centro hacia el 'lado derecho' del eje mayor y marca un punto con nombre F1, repite el proceso hacia al 'lado izquierdo' y marca este punto como F2
- Ahí estarán los **dos focos de la elipse** (F1 y F2).

Colocar el hilo y los chinches

- Corta un hilo de **25 cm**.
- Ata cada extremo del hilo a un chinche diferente.
- Ten en cuenta que al atar el hilo se reduce el hilo entre cada chinche, procura que el hilo que queda entre cada chinche después de hacer los nudos, su longitud no es menor a 20 cm.
- Clava los chinches en los puntos **F1 y F2** sobre la hoja.

Dibujar la elipse

- Coloca la punta del lápiz dentro del bucle del hilo, estirándolo hasta que quede tenso.
- Desliza el lápiz alrededor de los focos, manteniendo el hilo tenso en todo momento.
- Poco a poco se irá formando la elipse.

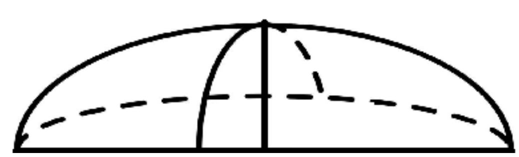
Contesta las siguientes preguntas:

- ¿Cómo influye la ubicación de los focos en la forma de la elipse?
- ¿Qué sucedería si los focos estuvieran más cerca o más lejos del centro?

Contesta la siguiente pregunta encerrando en un circulo la palabra que consideres y completa la respuesta escribiendo el por qué.

- ¿Cómo afecta el tamaño de los ejes en el área total del invernadero?
  El tamaño de los ejes _afecta/no afecta_el área total del invernadero porque __________________
  ____.
- ¿Cómo podríamos calcular cuánto espacio ocupará este invernadero?
  Se puede calcular usando ____
  ____

Etapa 2: Dibujar la estructura horizontal del invernadero

8. Al reverso de la hoja, de forma horizontal, traza un segmento con la regla que tenga la misma logitud del eje mayor de la elipse. *9.* Usando la regla traza un segmento perpendicular al eje mayor de 8 cm, con uno de los extremos del segmento en el punto medio del eje mayor.	Imagen guía. 

10. Dibuja lineas curvas ascendentes que van a simular la curvatura de tu invernadero en el dibujo. Puedes incluir líneas punteadas que simulan la forma que tendrá tu construcción.	

¿Cómo crees que influye la altura del invernadero en la temperatura dentro de él?

La altura del invernadero ______________ en la temperatura porque _________________________

____

Etapa 3: Dibujar la entrada y ventilación del invernadero

- Dibuja a un lado del invernadero un pequeño rectangulo, recuerda que debes tener en cuenta que debe tener un tamaño adecuado para que pueda salir y entrar una mano.
- Para la ventilación, debes realizar pequeñas aperturas en la parte superior del invernadero para permitir la circulación adecuada del aire. Dibuja pequeños agujeros.

- ¿Por qué crees que es importante tener ventilación en el invernadero?

Es importante tener ventilación en el invernadero porque ______________________________

____

- ¿Cómo podemos distribuir de foma adecuada las ventilaciones, para evitar que el aire caliente se acumule demasiado?

Para evitar que el aire caliente se acumule, la ventilación se _____________________________________

Conjeturas

Una conjetura es una suposición u hipotesis que se genera a partir de acontecimientos que se observan.

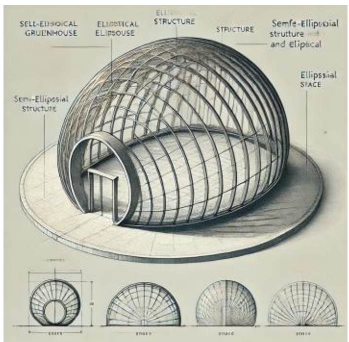
Por ejemplo, el invernadero tipo elíptico es mejor para las plantas debido a la concentración de calor.

Responde las siguientes preguntas teniendo en cuenta el diseño de tu invernadero tipo elíptico, para que puedas escribir tus conjeturas.

- ¿Cómo creees que influye la forma elíptica en la eficiencia del invernadero?

____

____

• ¿Qué ventaja tiene este tipo de diseño en un invernadero? ____ ____
Antes de pasar a construir el invernadero tipo elíptico, debes saber que hay diferentes formas geometricas que permiten construir este tipo de invernadero, como se observa a continuación.    Si te imaginas otro diseño para la construcción de tu invernadero por favor comunícalo a los profesores y dibuja cómo lo estás pensando.

Apéndice E. Guía de diseño invernadero tipo Parabólico

DISEÑO DE UN INVERNADERO PARABOLICO

Nombres de los ingenieros: ___________________________

DISEÑO DE UN INVERNADERO TIPO PARABÓLICO

INTRODUCIÓN

¡Bienvenidos, ingenieros! En este proyecto, ustedes serán los encargados de diseñar y construir un **invernadero** para optimizar el crecimiento de cultivos en su comunidad. Cada grupo tendrá el desafío de construir un invernadero con una forma geométrica distinta: **tipo domo, elíptica, de túnel y parabólica**. Su misión es analizar qué forma es la más eficiente en términos de luz, temperatura y humedad.

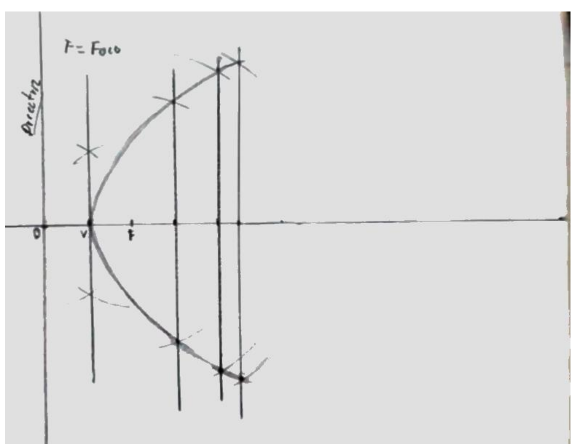
A lo largo de la semana, además de construir su invernadero, registrarán datos sobre el crecimiento de sus germinados y compararán los resultados con los invernaderos construidos por los demás ingenieros.

Todo ingeniero necesita diseñar su construcción antes de hacerla, por eso esta primera fase se divide en tres etapas, además responde las preguntas a medida que las etapas terminan.

Fase 1: Diseño del modelo del invernadero con una forma tipo parabólico
Materiales: Hoja blanca, lápiz, borrador, regla y compás.
Etapa 1: Dibujar la base del invernadero Parabólico
Instrucciones
11. Definir las dimensiones adecuadas del largo y ancho de la base del invernadero. 12. En la hoja realiza un rectángulo que represente la base del invernadero.
¿Cómo creen que influye el tamaño de la base en la con la estabilidad del invernadero? ____
Etapa 2: Dibujar la estructura lateral y el techo del invernadero
13. En el reverso de la hoja, de forma horizontal, traza un segmento con la regla que tenga la misma medida del ancho de la base.

14. Dibuja un segmento paralelo al segmento de la base, asegurándote de que esté a una distancia de 12 centímetros.
15. Encuentra el punto medio del segmento que trazas en el paso 2.
16. Desde el punto medio que encuentras en el paso anterior, traza una línea perpendicular al segmento del paso 2.
17. Sobre la línea perpendicular que trazas en el paso 4, mide 4 centímetros desde el punto de intersección con el segmento base y marca un punto, que se llamará foco.
18. Encuentra el punto medio del segmento de 4 centímetros que marcas en el paso 5.
19. Con el compás, coloca la punta en el punto medio que hallas en el paso 6 y el lápiz en la intersección de los dos segmentos. Traza dos marcas a la misma altura del punto medio.
20. Repite el proceso del paso anterior, pero ahora coloca la punta del compás en la intersección de la línea perpendicular y la base, y el lápiz en el punto del paso 6. Asegúrate de que las marcas trazadas en este paso se crucen con las del paso anterior.
21. Identifica los puntos de intersección obtenidos en los pasos anteriores y traza un segmento que los une.
22. Sobre la línea perpendicular que trazas en el paso 4, mide ahora 6 centímetros en lugar de 4 y marca el nuevo punto.
23. Con el compás, mide la distancia desde el punto de intersección hasta el punto que marcas en el paso 10.
24. Usando la medida obtenida en el paso anterior, coloca la punta del compás en el foco y traza marcas alineadas con el segmento del paso 10.
25. Traza un segmento que pase por el punto marcado en el paso 10 y las marcas que realizas en el paso 12.
26. Repite el proceso desde el paso 10 hasta el paso 13, pero ahora con una medida de 8 centímetros en lugar de 6.
27. Repite el proceso desde el paso 10 hasta el paso 13, pero ahora con una medida de 9 centímetros.
28. Une los puntos que obtienes para formar la parábola.
29. Asegúrate de que la parábola interseca el segmento base que trazas en el paso 2, ya que este representa la base del invernadero.

A continuación tienes la imagen guía de como te debe quedar la parabola:



Contesta la siguientes pregunta encerrando en un círculo la palabra que consideres y completa la respuesta escribiendo el por qué.

¿Cómo afecta la curvatura del invernadero en la distribución de luz y calor?

La curvatura _afecta/ no afecta_ la distribución de la luz y el calor, porque_______________

____

Etapa 3: Dibujar la entrada y ventilación del invernadero
30. Dibuja a un lado del invernadero un pequeño rectángulo, recuerda que debes tener en cuenta que debe tener un tamaño adecuado para que puedan salir y entrar una mano. 31. Para la ventilación, debes realizar pequeñas aberturas en la parte del techo y en las paredes laterales del invernadero.
• ¿Por qué crees que es importante tener ventilación en el invernadero? Es importante tener ventilación en el invernadero porque ________________________________ ____ • ¿Cómo podemos distribuir de forma adecuada las ventilaciones, para evitar que el aire caliente se acumule demasiado? Para evitar que el aire caliente se acumule, la ventilación se ______________________________ ____
Conjeturas
Una conjetura es una suposición u hipótesis que se genera a partir de acontecimientos que se observan. Por ejemplo, el invernadero tipo domo es mejor para las plantas debido a la concentración de calor. Responde las siguientes preguntas teniendo en cuenta el diseño de tu invernadero parabólico para que puedas escribir tus conjeturas. ¿Cómo crees que influye la forma tipo parabólico en la eficiencia del invernadero? ____ ¿Qué ventaja tiene este tipo de diseño en un invernadero? ____
Antes de pasar a construir el invernadero parabólico, debes saber que hay diferentes formas de construirlo, a continuación, te dejamos, diferentes formas y perspectivas de un invernadero tipo parabólico.

Si te imaginas otro diseño para la construcción de tu invernadero por favor comunícalo a los profesores y dibuja cómo lo estás pensando.

Apéndice F. Guía de diseño invernadero tipo Túnel

DISEÑO DE UN INVERNADERO TUNEL

Nombres de los ingenieros: ___________________________

DISEÑO DE UN INVERNADERO TIPO TÚNEL

INTRODUCIÓN

¡Bienvenidos, ingenieros! En este proyecto, ustedes serán los encargados de diseñar y construir un **invernadero** para optimizar el crecimiento de cultivos en su comunidad. Cada grupo tendrá el desafío de construir un invernadero con una forma geométrica distinta: **tipo domo, elíptica, de túnel y parabólica**. Su misión es analizar qué forma es la más eficiente en términos de luz, temperatura y humedad.

A lo largo de la semana, además de construir su invernadero, registrarán datos sobre el crecimiento de sus germinados y compararán los resultados con los invernaderos construidos por los demás ingenieros.

Todo ingeniero necesita diseñar su construcción antes de hacerla, por eso esta primera fase se divide en tres etapas, además responde las preguntas a medida que las etapas terminan.

Fase 1: Diseño del modelo del invernadero con una forma tipo túnel
Materiales: Hoja blanca, lapiz, borrador, regla y compás.
Etapa 1: Dibujar la base del invernadero túnel
Instrucciones
1. Definir las dimensiones adecuadas del largo y ancho de la base del invernadero. 2. En la hoja realiza un rectangulo que represente la base del invernadero, teniendo en cuenta las medidas que establecieron en el punto anterior.
¿Cómo creen que influye el tamaño de la base con la estabilidad del invernadero? ____ ____
Etapa 2: Dibujar la estructura lateral y el techo del invernadero
1. Al reverso de la hoja, de forma horizontal, traza un segmento con la regla que tenga la misma medida del ancho de la base. 2. Por medio de un segmento traza la altura que quieres que tenga la pared del invernadero, ese segmento debe iniciar en el extremo del segmento realizado en el paso anterior; realiza el mismo procedimiento en el otro extremo del segmento. Así tendrás las dos paredes del invernadero. 3. Une los extremos de las paredes con un segmento, formando un rectángulo.

4. Con la regla marca el punto medio del segmento realizada en el paso anterior. 5. Para dibujar el techo del invernadero, construye una semicircunferencia con centro en el punto marcado en el paso anterior y radio el vertice de una de las paredes.
¿Cómo afecta la altura del invernadero a la temperatura dentro de este? La altura del invernadero ______________ en la temperatura porque____
Etapa 3: Dibujar la entrada y ventilación del invernadero
1. Dibuja a un lado del invernadero un pequeño rectángulo, recuerada que debes tener en cuenta que debe tener un tamaño adecuado para que puedan salir y entrar una mano. *2.* Para la ventilación, debes realizar pequeñas aberturas en la parte del techo y en las paredes laterales del invernadero.
Contesta las siguientes preguntas: • ¿Por qué crees que es importante tener ventilación en el invernadero? Es importante tener ventilación en el invernadero porque ___________________________________ ____ • ¿Cómo podemos distribuir de foma adecuada las ventilaciones, para evitar que el aire caliente se acumule demasiado? Para evitar que el aire caliente se acumule, la ventilación se ____________________________ ____
Conjeturas
Una conjetura es una suposición u hipotesis que se genera a partir de acontecimientos que se observan. Por ejemplo, el invernadero tipo domo es mejor para las plantas debido a la concentración de calor. Responde las siguientes preguntas teniendo en cuenta el diseño de tu invernadero túnel, para que puedas escribir tus conjeturas. • ¿Cómo creees que influye la forma tipo túnel (techo semicircular) en la eficiencia del invernadero? ____ ____ • ¿Qué ventaja tiene este tipo de diseño en un invernadero? ____ ____
Antes de pasar a construir el invernadero túnel, debes saber que hay diferentes formas de construirlo, a continuación, te dejamos, difentes formas y perspectivas de un invernadero tipo túnel.

Si te imaginas otro diseño para la construcción de tu invernadero por favor comunícalo a los profesores y dibuja cómo lo estás pensando.

Apéndice G. Guía de construcción invernadero tipo Domo

CONSTRUCCIÓN DE UN INVERNADERO DOMO

Nombres de los ingenieros: ___________________________

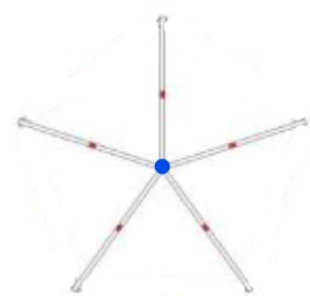
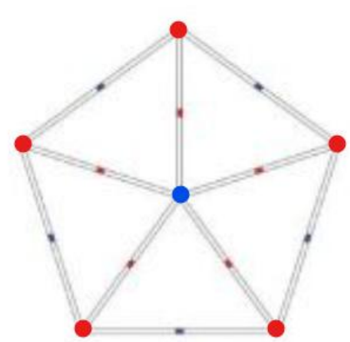
CONSTRUCCIÓN DE UN INVERNADERO TIPO DOMO

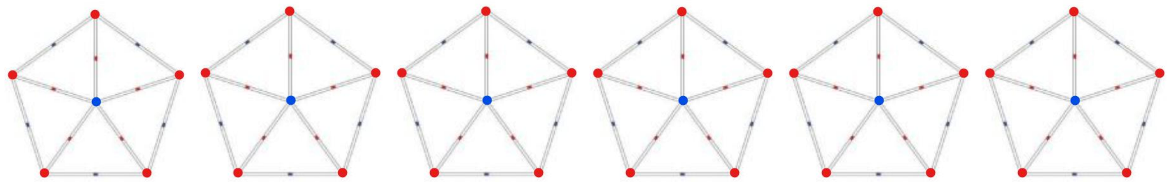
INTRODUCIÓN

¡Hora de construir! Ahora que han diseñado su invernadero domo en papel, es momento de llevarlo a la realidad. Como ingenieros, su objetivo es construir un modelo a escala que simule el funcionamiento de un invernadero real.

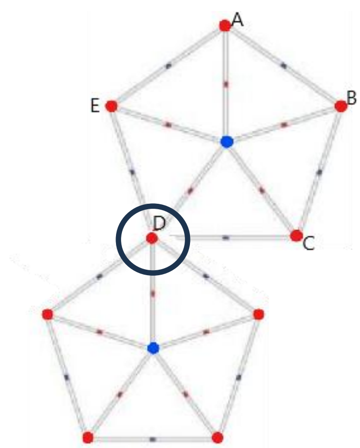
El éxito de su construcción dependerá de qué tan bien sigan las instrucciones, qué tan estable sea la estructura y qué tan funcional sea para mantener la temperatura y humedad adecuadas para el germinado. Asegúrense de trabajar en equipo y de distribuir las tareas para lograr la mejor construcción posible.

A continuación, están las instrucciones de construcción, lee atentamente y realiza cada una de estas.

Instrucción	Imagen de guía
Haz una bolita de plastilina azul y une 5 palitos marcados con rojo, como se ve en la imagen.	
Haz 5 bolitas de plastilina roja y une 5 palitos marcados con azul con la estructura realizada en el paso anterior. Finalmente tendrás un pentágono.	

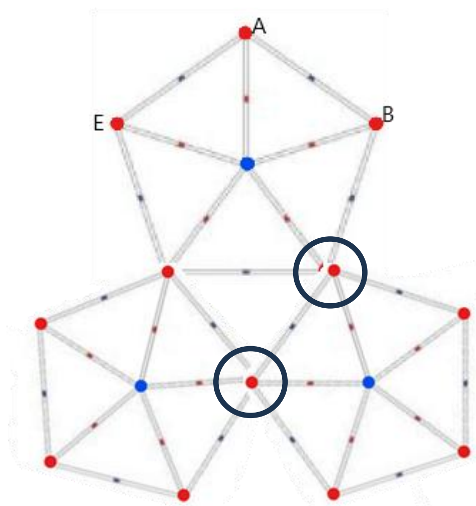
Repite el paso anterior y construye 6 pentágonos   
Responde la siguiente pregunta   • ¿Por qué crees que los palitos marcados en azul son más pequeños que los palitos marcados en rojo?   • Si los palitos rojos y azules fuesen del mismo tamaño ¿crees que al unirlos y formar el pentágono quedan igual a los construidos anteriormente? ¿en qué cambia el pentágono? ¿por qué?

Toma un pentágono base. En la imagen, en este pentágono están marcados sus vértices con A, B, C, D, E.



Une un pentágono con el pentágono base, uniendo uno de sus vértices. Utiliza más plastilina si lo consideras necesario.

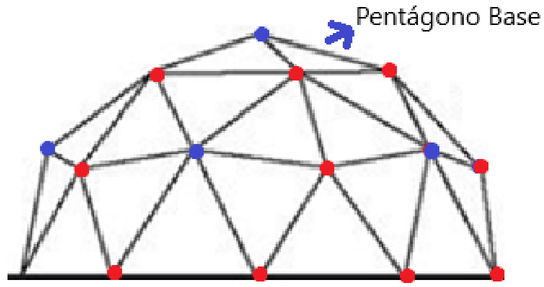
En un círculo está marcada la unión que debes hacer.



Une el segundo pentágono con el pentágono base, mediante uno de sus vértices. Asegúrate de unir los vértices del pentágono anterior y el que estas uniendo en este momento.

En un círculo están marcadas las uniones que debes hacer.

Repite este proceso y une al pentágono base, un pentágono por cada vertice. Te debe quedar de la siguiente forma.



Responde las siguiente pregunta

¿Por qué consideras que la diferencia de tamaños en los palitos influye en la forma del domo?

El origen de la palabra INGENIERO es **ingenio**, es decir un ingeniero debe tener el talento para crear e idear.

Por lo tanto su misión en este momento es: a la estructura que acacban de construir agregar la base en cartón usando el diseño creado en la guía anterior, además agregarle puerta teniendo en cuenta que debe entrar y salir su mano y finalmente usando el plástico transparente recubre la superficie de la construcción.

Apéndice H. Guía de construcción invernadero tipo Elíptico

CONSTRUCCIÓN DE UN INVERNADERO ELÍPTICO

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL
Educadora de educadores

Nombres de los ingenieros: ___________________________

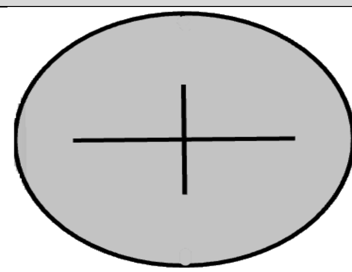
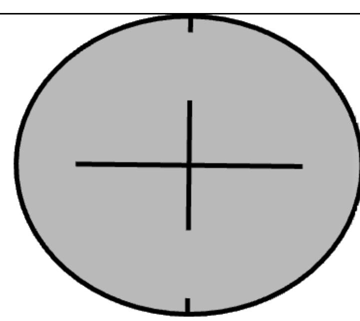
CONSTRUCCIÓN DE UN INVERNADERO TIPO ELIPSE

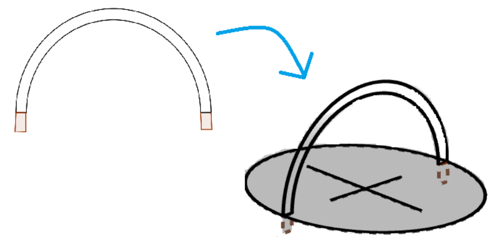
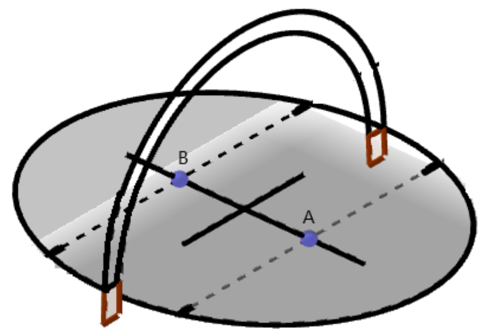
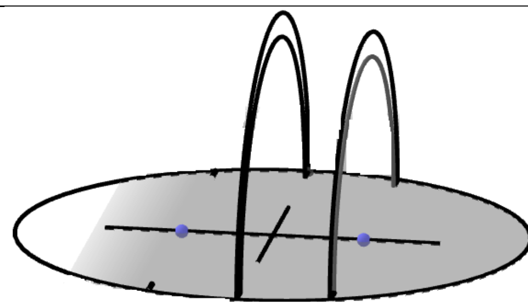
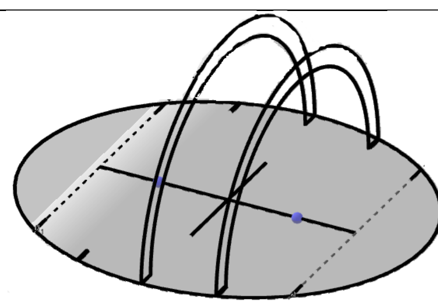
INTRODUCIÓN

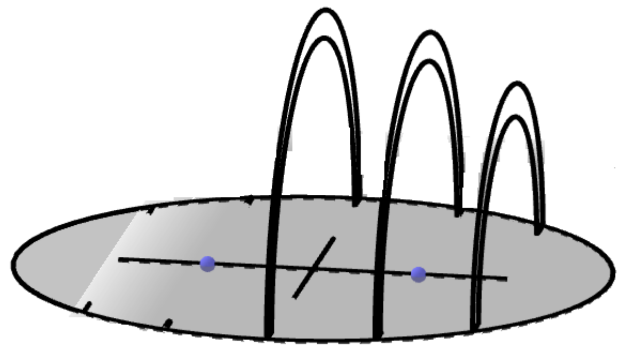
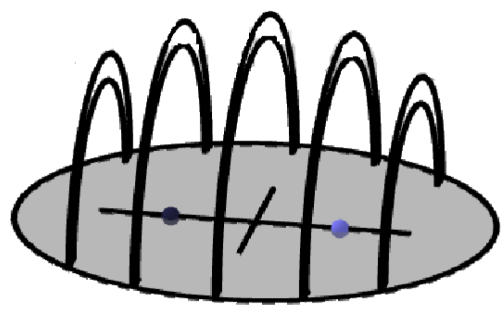
¡Hora de construir! Ahora que han diseñado su invernadero tipo elipse en papel, es momento de llevarlo a la realidad. Como ingenieros, su objetivo es construir un modelo a escala que simule el funcionamiento de un invernadero real.

El éxito de su construcción dependerá de qué tan bien sigan las instrucciones, qué tan estable sea la estructura y qué tan funcional sea para mantener la temperatura y humedad adecuadas para el germinado. Asegúrense de trabajar en equipo y de distribuir las tareas para lograr la mejor construcción posible.

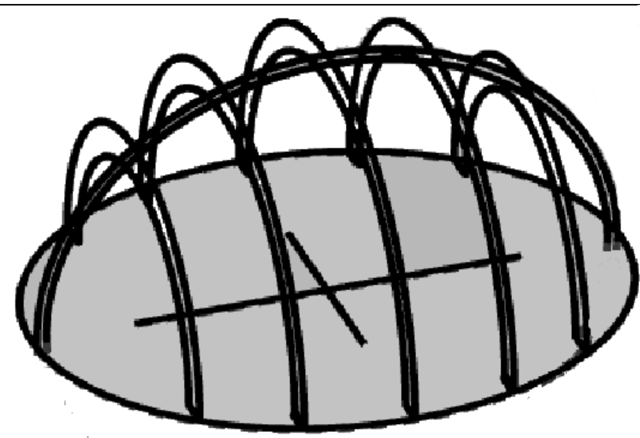
A continuación, están las instrucciones de construcción, lee atentamente y realiza cada una de estas.

Instrucción	**Imagen de guía**
Utiliza el diseño de la base realizada anteriormente para realizar la base en cartón. Puedes calcar la elipse y sus ejes o volver a hacer el procedimiento sobre el cartón.	
Posiciona la regla sobre el eje menor y traza dos segmentos de un centímetro cada uno. Usa la imagen para guiarte. Usa la tijera para realizar una abertura al cartón sobre esos dos segmentos.	

En el material entregado por los profesores encontrarás arcos de circunferencia de diferentes tamaños marcados con números. Escoge el arco de circunferencia marcado con el número 2 y encájalo en las aberturas realizadas en el paso anterior. Procura que la parte coloreada de café quede debajo de la base.	
Posiciona la regla sobre el eje mayor y desde el centro mide 3,8 cm hacia la derecha y marca un punto A, luego mide 3,8 cm hacia la izquierda y marca un segundo punto B. Con la regla traza una recta perpendicular al eje mayor que pase por el punto A y otra que pase por el punto B. Sobre cada recta repite el segundo paso: traza dos segmentos de un centímetro y realiza las aberturas.	
Escoge un arco de circunferencia marcado con el número 3 y encájalo en las aberturas realizadas al lado derecho del arco puesto anteriormente. **Nota: la parte café de los arcos de circunferencia se puede abrir y doblar por debajo de la base. Si se desea una estructura más firme se puede asegurar con colbón o grapas.**	
Usando la regla traza una recta perpendicular al eje mayor que pase por los extremos del eje mayor.	

<table>
<tr><td>Sobre cada recta repite el segundo paso: traza dos segmentos de un centímetro y realiza las aberturas.</td><td></td></tr>
<tr><td>Escoge un arco de circunferencia marcado con el número 4 y encájalo en las aberturas realizadas al lado derecho del arco puesto anteriormente.</td><td></td></tr>
<tr><td>Encaja en las aberturas los arcos marcados con los números 3 y 4, como se ve en la imagen.</td><td></td></tr>
<tr><td>Posiciona la regla sobre el eje mayor y traza dos segmentos de un centímetro cada uno.

Usa la tijera para realizar una abertura al cartón sobre esos dos segmentos.

Encaja el arco marcado con el número uno en estas aberturas, igualmente encájalo en las aberturas de cada arco anteriormente posicionado</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">El origen de la palabra INGENIERO es ingenio, es decir un ingeniero debe tener el talento para crear e idear.

Por lo tanto su misión en este momento es: a la estructura que acacban de construir agregar la puerta teniendo en cuenta que debe entrar y salir su mano y finalmente usando el plástico transparente recubre la superficie de la construcción, no se te olvide la ventilación.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Si los profesores no te hubiesen dado el material, describe:

• ¿Cómo diseñarías los arcos?</td></tr>
</table>

- ¿Cómo sabrías las medidas de los arcos?
- ¿Con qué herramienta podrías trazar los arcos?
- El arco marcado con el número uno es una semielipse. En una hoja traza el croquis de esta semielipse y encuentra los focos, el eje mayor y el eje menor.

Apéndice I. Guía de construcción invernadero tipo Parabólico

CONSTRUCCIÓN DE UN INVERNADERO PARABÓLICO

Nombres de los ingenieros: ___________________________

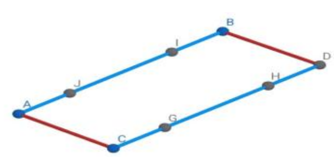
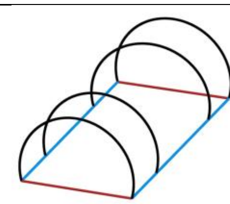
CONSTRUCCIÓN DE UN INVERNADERO TIPO PARABÓLICO

INTRODUCIÓN

¡Hora de construir! Ahora que han diseñado su invernadero domo en papel, es momento de llevarlo a la realidad. Como ingenieros, su objetivo es construir un modelo a escala que simule el funcionamiento de un invernadero real.

El éxito de su construcción dependerá de qué tan bien sigan las instrucciones, qué tan estable sea la estructura y qué tan funcional sea para mantener la temperatura y humedad adecuadas para el germinado. Asegúrense de trabajar en equipo y de distribuir las tareas para lograr la mejor construcción posible.

A continuación, están las instrucciones de construcción, lee atentamente y realiza cada una de estas.

Instrucción	**Imagen de guía**
Une 4 palitos, dos palitos azules y dos palitos rojos, formando un rectángulo, los debes unir con bolitas de plastilina.	
Al momento de tener la base, realizada en el paso anterior, dividimos los palitos de color azul 3 distancias distribuidas como se muestra en la imagen guía.	
Finalmente, donde realices los puntos en la base del invernadero, ubicas en cada uno de estos, una diadema, para obtener finalmente la estructura del invernadero como se muestra en la figura.	

Responde las siguientes preguntas:

- ¿Crees que hay otra forma de construir el invernadero? ¿Cómo sería la forma de construirlo?
- Si los palitos rojos y azules fuesen del mismo tamaño ¿en qué cambia la base? ¿por qué?

Si se construye con base cuadrada, ¿Abría más o menos espacio dentro del invernadero? ¿Por qué?

- ¿Cuáles son las principales dificultades que se generó en la construcción del invernadero tipo parabólico? ¿Cómo se podrían solucionar?
-

El origen de la palabra INGENIERO es ingenio, es decir un ingeniero debe tener el talento para crear e idear. Por lo tanto, su misión en este momento es: a la estructura que acaban de construir agregar la base en cartón usando el diseño creado en la guía anterior, además agregarle puerta teniendo en cuenta que debe entrar y salir su mano y finalmente usando el plástico transparente recubre la superficie de la construcción.

Apéndice J. Guía de construcción invernadero tipo Túnel

CONSTRUCCIÓN DE UN INVERNADERO TIPO TUNEL

Nombres de los ingenieros: ___________________________

CONSTRUCCIÓN DE UN INVERNADERO TIPO TÚNEL

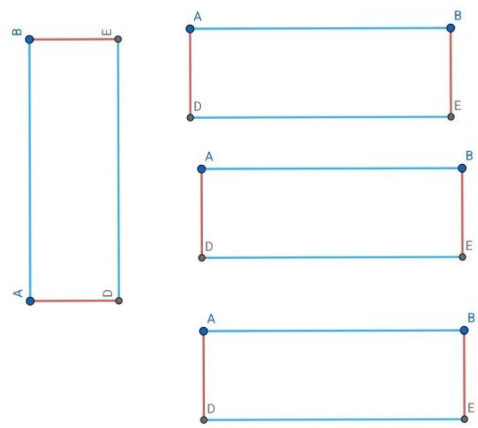
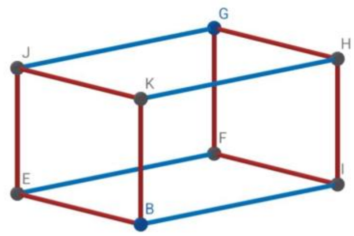
INTRODUCIÓN

¡Hora de construir! Ahora que han diseñado su invernadero domo en papel, es momento de llevarlo a la realidad. Como ingenieros, su objetivo es construir un modelo a escala que simule el funcionamiento de un invernadero real.

El éxito de su construcción dependerá de qué tan bien sigan las instrucciones, qué tan estable sea la estructura y qué tan funcional sea para mantener la temperatura y humedad adecuadas para el germinado. Asegúrense de trabajar en equipo y de distribuir las tareas para lograr la mejor construcción posible.

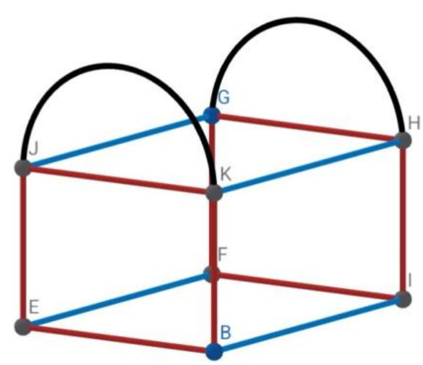
A continuación, están las instrucciones de construcción, lee atentamente y realiza cada una de estas.

Instrucción	**Imagen de guía**
Une 4 palitos, dos palitos azules y dos palitos rojos, formando un rectángulo, los debes unir con bolitas de plastilina.	

<table>
<tr>
<td>Realiza el mismo procedimiento hasta tener 4 rectángulos.</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">Finalmente, une los 4 rectángulos, formando un ortoedro.

</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">Responde la siguiente pregunta
• ¿Crees que hay otra forma de construir el ortoedro?
• Si los palitos rojos y azules fuesen del mismo tamaño ¿crees que al unirlos y formar el cuadrilátero quedan igual a los construidos anteriormente? ¿en qué cambia el ortoedro? ¿por qué?</td>
</tr>
</table>

Finalmente realiza el techo. Utiliza diademas, para que los arcos queden más simétricos.

En las esquinas del ortoedro pegar dos diademas, uno a la entrada del invernadero y la otra a la final del invernadero.



¿ Crees necesario que la estructura necesita más semi circunferencias o con esas dos necesarias? ¿Por qué?

El origen de la palabra INGENIERO es **ingenio**, es decir un ingeniero debe tener el talento para crear e idear.

Por lo tanto su misión en este momento es: a la estructura que acacban de construir agregar la base en cartón usando el diseño creado en la guía anterior, además agregarle puerta teniendo en cuenta que debe entrar y salir su mano y finalmente usando el plástico transparente recubre la superficie de la construcción.

Apéndice K. Resultados Análisis Preguntas Con Marco Guías Diseño

PRIMERA PREGUNTA **¿Cómo afecta la altura del invernadero a la temperatura dentro de este?** **Marco:** La altura del invernadero ___________ en la temperatura porque _______			
INVERNADERO ELÍPTICO 3/3			
RESPUESTA	**DATO**	**ASERCIÓN**	**GARANTÍA**
"La altura del invernadero influye en la temperatura porque entre más bajo esté más 7° y entre más alto menos 7°"	Entre más bajo esté más 7° y entre más alto menos 7°.	La altura del invernadero influye en la temperatura.	Los invernaderos más bajos conservan más temperatura y los más altos pierden temperatura
La altura del invernadero 8cm en la temperatura porque es bajito entonces da más calor	Es bajito (8 cm) entonces da más calor		Un invernadero más bajo concentra el calor y por eso aumenta la temperatura
INVERNADERO TÚNEL 2/3			
RESPUESTA	**DATO**	**ASERCIÓN**	**GARANTÍA**
La altura del invernadero afecta la temperatura porque entre más altura ejerce más la presión	Entre más altura ejerce más presión	La altura del invernadero afecta la temperatura	Si aumenta la presión, cambia la temperatura dentro del invernadero
La altura del invernadero afecta la temperatura porque si es muy alto el calor no se conserva dentro de la base	Si es muy alto el calor no se conserva dentro de la base		Si el calor no se conserva, la temperatura interna disminuye
SEGUNDA PREGUNTA **¿Por qué crees que es importante tener ventilación en el invernadero?** **Marco:** Es importante tener ventilación en el invernadero porque ____________			
INVERNADERO ELÍPTICO			

<table>
<tr><th>RESPUESTA</th><th>DATO</th><th>ASERCIÓN</th><th>GARANTÍA</th></tr>
<tr><td>Es importante tener ventilación en el invernadero porque así no hay tanta temperatura</td><td>No hay tanta temperatura</td><td>Es importante tener ventilación en el invernadero</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">INVERNADERO TÚNEL</td></tr>
<tr><th>RESPUESTA</th><th>DATO</th><th>ASERCIÓN</th><th>GARANTÍA</th></tr>
<tr><td>Es importante tener ventilación en el invernadero porque ayuda con la ventilación y el cambio de oxígeno en toda la base, también ayuda con la entrada de la luz</td><td>Ayuda con la ventilación y el cambio de oxígeno en toda la base; también ayuda con la entrada de la luz.</td><td rowspan="3">Es importante tener ventilación en el invernadero</td><td>Si hay renovación de oxígeno y entrada de luz, las plantas pueden desarrollarse mejor</td></tr>
<tr><td>Es importante tener ventilación en el invernadero porque ayuda a que los alimentos de los invernaderos tengan la fortaleza de crecer más rápido</td><td>Ayuda a que los alimentos tengan la fortaleza de crecer más rápido</td><td>Si las plantas crecen más rápido y fuertes, la ventilación es beneficiosa</td></tr>
<tr><td>Es importante tener ventilación en el invernadero porque le debe entrar oxígeno a las plantas</td><td>Le debe entrar oxígeno a las plantas</td><td>Las plantas necesitan oxígeno para vivir y desarrollarse</td></tr>
<tr><td colspan="4">TERCERA PREGUNTA

¿Cómo podemos distribuir de forma adecuada las ventilaciones para evitar que el aire caliente se acumule demasiado?
Marco: Para evitar que el aire caliente se acumule, la ventilación se ________</td></tr>
<tr><td colspan="4">INVERNADERO ELÍPTICO</td></tr>
</table>

RESPUESTA	DATO	ASERCIÓN	GARANTÍA
Para evitar que el aire caliente se acumule, la ventilación se hace agujeros por delante y por detrás para que el aire entre y salga	Para evitar que el aire caliente se acumule	La ventilación se hace con agujeros por delante y por detrás	**La relación causal está expresada: el aire entra y sale, evitando acumulación**
INVERNADERO TÚNEL			
RESPUESTA	**DATO**	**ASERCIÓN**	**GARANTÍA**
Para evitar que el aire caliente se acumule, la ventilación se utilizan las aberturas para la circulación de nuevo aire que reemplaza y ventila el invernadero	Para la circulación de nuevo aire que reemplaza y ventila el invernadero	La ventilación se utilizan las aberturas	**La circulación de nuevo aire reemplaza el aire caliente acumulado**
Para evitar que el aire caliente se acumule, la ventilación se aparta cada ventilación a lugares diferentes para evitar que el aire caliente	Para evitar que el aire caliente se acumule	La ventilación se ubica en lugares diferentes	Si las ventilaciones están distribuidas en distintos lugares, el aire circula y no se concentra en un solo punto

Apéndice L. Resultados Análisis Preguntas Sin Marco Guías Diseño

PRIMERA PREGUNTA **¿Cómo crees que influye la forma de tu invernadero en la eficiencia del invernadero?**			
Invernadero tipo túnel			
RESPUESTA	**DATO**	**ASERCIÓN**	**GARANTÍA**
que ayuda a tener más ventilación en la vegetación del invernadero	Permite mayor ventilación en la vegetación del invernadero	La forma del invernadero ayuda a tener más ventilación.	
la forma de túnel ayuda a aislar de plagas y ayuda en el control de temperatura según el tipo de cultivo	Ayuda a aislar de plagas y ayuda en el control de temperatura según el tipo de cultivo	La forma de túnel influye en la eficiencia del invernadero	Si se aíslan plagas y se controla la temperatura, el invernadero es más eficiente
SEGUNDA PREGUNTA **¿Qué ventaja tiene este tipo de diseño en un invernadero?**			
Invernadero tipo túnel			
RESPUESTA	**DATO**	**ASERCIÓN**	**GARANTÍA**
que ayuda en la vegetación a tener un crecimiento más rápido	Ayuda a que la vegetación tenga un crecimiento más rápido.	El diseño tipo túnel tiene como ventaja favorecer el crecimiento más rápido	
que hay más espacio para distribuir las semillas y para las personas poder entrar con comodidad	Hay más espacio para distribuir las semillas y para que las personas entren con comodidad.	El diseño tipo túnel tiene la ventaja de ofrecer más espacio	hay mayor espacio y comodidad, el manejo del cultivo es más eficiente
ayuda con el crecimiento y desarrollo más rápido de alguna variedad de plantas tales como el aguacate, arándanos,	Retiene el calor, lo que beneficia variedades como el aguacate y los arándanos	El diseño tipo túnel favorece el crecimiento y desarrollo más rápido de ciertas plantas	**La relación está indicada causalmente: la retención de calor**

gracias a su retención de calor.			**permite un crecimiento y desarrollo más rápido.**

Apéndice M. Resultados Análisis Preguntas Guías Construcción

Pregunta para tipo parabólico:

¿crees que hay otra forma de construir el ortoedro?

respuesta	dato	Aserción	Garantía
No, porque esa es la mejor estructura que se puede utilizar	Es la mejor forma que se puede utilizar	No hay una forma diferente de construir	**No hay.**

Segunda pregunta:

¿Crees necesario que la estructura necesita más semi cuadrados o con esos dos es necesario? ¿por qué?

respuesta	dato	aserción	Garantía
Necesita más para que se sostenga mejo.	Para que se sostenga mejor	Necesita más semicircunferencias	**No hay.**

Preguntas para el tipo parabólico.

Si los palitos azules y rojos fuesen del mismo tamaño ¿en qué cambia la base? ¿por qué? Si se construye con base cuadrada, ¿Abra más o menos espacio dentro del invernadero? ¿por qué?

Respuesta	Dato	Aserción	Garantía
Cambia absolutamente todo porque no cabrían las estructuras y sería muy inestable	No cabrían las estructuras y sería muy inestable	Cambia absolutamente todo	**No hay**

Fueron como un rectángulo largo que creo un ambiente templado	**No hay**	Como un rectángulo largo que crea un ambiente	**No hay**

Segunda pregunta:

¿Cuáles son las principales dificultades que se generó en la construcción del invernadero tipo parabólico? ¿cómo se podría solucionar?

Respuesta	**Dato**	**Aserción**	**Garantía**
Usar mejores materiales para pegar las partes	**No hay**	Usar mejores materiales para pegar las partes	**No hay**
La estabilidad para mantener todo en su lugar	**No hay**	La principal dificultad es la estabilidad para mantenerte todo en su lugar	**No hay**