

ARGUMENTACIÓN, EGD, TAREAS Y LIBROS DE TEXTO: CONOCIMIENTO
DIDÁCTICO MATEMÁTICO DEL PROFESOR DE MATEMÁTICAS

ROBINSON FERNEY GALICIA SÁNCHEZ

Cód. 2020185009

C.C. 1.023.920.629 de Bogotá

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
MESTRÍA EN DOCENCIA DE LA MATEMÁTICA
BOGOTÁ, D.C.

2022

ARGUMENTACIÓN, EGD, TAREAS Y LIBROS DE TEXTO: CONOCIMIENTO
DIDÁCTICO MATEMÁTICO DEL PROFESOR DE MATEMÁTICAS

Trabajo de grado presentado ante el Departamento de Matemáticas de la Universidad
Pedagógica Nacional para optar por el título de Magister en Docencia de la Matemática

ROBINSON FERNEY GALICIA SÁNCHEZ

Cód. 2020185009

C.C. 1.023.920.629 de Bogotá

Dirigido por:

Dr. CARLOS ROBERTO PÉREZ MEDINA

Mg. TANIA JULIETH PLAZAS MERCHÁN

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
MESTRÍA EN DOCENCIA DE LA MATEMÁTICA
BOGOTÁ, D.C.

2022

Para todos los efectos, declaro que el presente trabajo es original y de mi autoría: En aquellos casos en los cuales he requerido del trabajo de otros autores o investigadores, he dado los respectivos créditos.

Agradecimientos

A la Universidad Pedagógica Nacional, por permitirme formarme como educador durante mi pregrado y en esta etapa posgradual.

A mi director Carlos Roberto Pérez Medina, por su apoyo, paciencia y disposición en la elaboración de esta investigación.

A mis profesores de la Maestría en Docencia de la Matemática cohorte 2020 – 1, no solo por brindarme las herramientas que me permitieron llevar a cabo esta investigación, sino por ser ejemplo para mí de la importancia que tiene la profesión que he elegido ejercer.

A mi familia, por su apoyo incondicional a lo largo de mi vida.

Tabla de Contenido

Introducción.....	1
Problemática.....	3
Problema Profesional y Propuesta de Formación.....	3
Campo de Investigación y Antecedentes.....	7
Problema y Objetivos de Investigación.....	16
Marco de Referencia Conceptual.....	19
Conocimiento del Profesor.....	19
El Enfoque Ontosemiótico.....	22
El Modelo del CDM.....	26
Potencializar Problemas.....	30
Metodología.....	34
Perspectiva Investigativa.....	34
Estrategia Investigativa.....	35
Descripción de las Fases de la Estrategia Investigativa.....	39
Fase 1. Identificación del Problema.....	39
Fase 2. Plan de Acción para Movilizar el Conocimiento del Profesor.....	40
Fase 3. Implementación de Acciones, Recolección de Información y Construcción de Datos Investigativos.....	41
Texto narrativo para el estado cero del conocimiento del profesor.....	48
Texto narrativo para el Estado uno del conocimiento del profesor.....	49

Fase 4: Proceso de análisis de los datos	53
Presentación y Análisis De Los Datos.....	62
Dato para el Estado Cero del Conocimiento d-m del Profesor sobre Argumentación, EGD y Tareas	62
Tabla de Insumos para el Estado Cero del Conocimiento del Profesor	62
Tabla de Manifestaciones para el Estado Cero del Conocimiento del Profesor.....	62
Texto Narrativo del Conocimiento del Profesor sobre Argumentación, EGD Y Tareas para el Estado Cero.....	62
Análisis del Texto Narrativo para el Estado Cero	66
Estado Cero del Conocimiento Didáctico-Matemático del Profesor sobre Argumentación, EGD y Tareas	74
Dato para el Estado Uno de Conocimiento del Profesor sobre Argumentación, EGD y Tareas.....	77
Tabla de Insumos para el Estado Uno del Conocimiento del Profesor	77
Tabla de Manifestaciones para el Estado Uno del Conocimiento del Profesor.....	77
Texto Narrativo del Conocimiento del Profesor sobre Argumentación, EGD y Tareas para el Estado Uno.....	78
Análisis del Texto Narrativo para el Estado Uno	79
Estado Uno del Conocimiento Didáctico-Matemático del Profesor sobre Argumentación, EGD y Tareas	92
Transformación del Conocimiento d-m Del Profesor entre los Estado Cero y Uno	97

Sobre el Elemento Argumentación.....	97
Sobre el Elemento EGD	100
Sobre el Elemento Tareas	102
Discusión y Conclusiones.....	108
Discusión de Resultados.....	109
Conclusiones de la Investigación	112
Aportes del Trabajo	113
Sobre el Uso del Modelo del CDM	117
Límites de la Investigación.....	118
Nuevas Perspectivas y/o Preguntas que surgen	120
Referencias	122
Anexos.....	125

Índice de Tablas

Tabla 1. Formato de la tabla de insumos del conocimiento del profesor.....	43
Tabla 2. Ejemplo de ubicación de fragmento en la tabla de insumos del conocimiento del profesor.....	44
Tabla 3. Formato de la tabla de manifestaciones del conocimiento del profesor.....	45
Tabla 4. Formato de la tabla para el rastreo de los fragmentos para el estado cero.....	48
Tabla 5. Formato de la tabla para el rastreo de los fragmentos para el estado uno.....	49
Tabla 6. Tabla para la organización y análisis de las afirmaciones clave.....	54
Tabla 7. Análisis del texto narrativo para el estado cero, referente al elemento argumentación.....	67
Tabla 8. Análisis del texto narrativo para el estado cero, referente al elemento EGD.....	69
Tabla 9. Análisis del texto narrativo para el estado cero, referente al elemento tareas.....	71
Tabla 10. Tabla de etiquetas que surgieron en el análisis del texto narrativo para el estado cero.....	73
Tabla 11. Análisis del texto narrativo para el estado uno, referente al elemento argumentación.....	79
Tabla 12. Análisis del texto narrativo para el estado uno, referente al elemento EGD.....	82
Tabla 13. Análisis del texto narrativo para el estado uno, referente al elemento tareas.....	83
Tabla 14. Análisis de la afirmación clave del texto narrativo para el estado uno, referente a los elementos argumentación y tareas.....	89
Tabla 15. Tabla de etiquetas que surgieron en el análisis del texto narrativo para el estado uno.....	91
Tabla 16. Síntesis de la transformación del conocimiento d-m del profesor.....	107

Índice de Figuras

Figura 1. Problema del libro de texto de geometría que usa el estudiante del NES.....	4
Figura 2. Estructura de la idoneidad didáctica.....	25
Figura 3. Esquema de la estrategia investigativa usada para este trabajo.....	38
Figura 4. Parte del organizador mental sobre argumentación para escribir el texto narrativo para el Estado uno.....	51

Índice de Anexos

Anexo 1. Tabla de insumos para el estado cero del conocimiento del profesor.....	125
Anexo 2. Tabla de manifestaciones para el estado cero del conocimiento del profesor...	126
Anexo 3. Tabla de insumos para el estado uno del conocimiento del profesor.....	128
Anexo 4. Tabla de manifestaciones para el estado uno del conocimiento del profesor....	144
Anexo 5. Organizadores mentales sobre argumentación y tareas para escribir el texto narrativo para el estado uno del conocimiento del profesor sobre argumentación y tareas.....	176
Anexo 6. Organización cronológica de los insumos para el estado uno de conocimiento del profesor.....	178
Anexo 7. Texto narrativo del conocimiento del profesor sobre argumentación, EGD y tareas para el estado uno.....	179

Introducción

El presente trabajo es el resultado de una investigación que se ocupó de identificar mi conocimiento didáctico-matemático sobre argumentación, EGD y tareas antes y después de estudiar el primer semestre de la Maestría en Docencia de la Matemática, y establecer su transformación entre esos dos momentos. La investigación fue realizada con un enfoque fenomenológico y una aproximación hermenéutica o interpretativa y se llevó a cabo durante los años 2020, 2021 y 2022.

Este trabajo inicia con el capítulo de problemática, donde se presenta mi preocupación profesional y la búsqueda de antecedentes investigativos, los cuales permiten ubicar el trabajo dentro de un campo de investigación en Educación Matemática. La búsqueda de antecedentes estuvo orientada hacia trabajos relacionados con potencializar problemas de los libros de texto con EGD para fomentar la argumentación. El enunciado de la pregunta de investigación y de los objetivos del estudio cierran el capítulo.

Posteriormente, el segundo capítulo muestra el marco de referencia conceptual de la investigación, que presenta los referentes teóricos y conceptuales que sustentan lo que la investigación entiende por conocimiento del profesor según el modelo del CDM y potencializar problemas. Este marco de referencia parte desde la propuesta de Shulman (1986 y 1987) sobre el conocimiento del profesor, para luego presentar de forma breve el Enfoque ontosemiótico (Godino et al., 2017; Godino et al., 2020) y la interpretación del modelo del Conocimiento didáctico-matemático del profesor de matemáticas (Godino, 2009; Pino-Fan y Godino, 2015). Por último, se presenta lo que significa para esta investigación potencializar problemas a partir de documentos del Ministerio de Educación Nacional (1998 y 2006).

El tercer capítulo muestra y justifica la metodología de investigación asumida en este trabajo, la cual está conformada por la perspectiva y la estrategia investigativas. La estrategia está basada en elementos de la Investigación-Acción, que ayudaron a configurar la estrategia investigativa que consiste en cuatro fases, en las cuales se organiza, fragmenta, y depura la información, para la construcción de los datos investigativos y su respectivo análisis.

El capítulo cuatro presenta los datos y su análisis para cada uno de los momentos, antes y después de cursar el primer semestre de la MDM y cierra con la transformación de conocimiento entre los dos momentos.

Finalmente, el capítulo cinco discute los resultados de la investigación y presenta las conclusiones de la investigación, teniendo en cuenta los objetivos del trabajo, la pregunta de investigación, los antecedentes y los límites de la investigación.

Problemática

Problema Profesional y Propuesta de Formación

Como docente de matemáticas y geometría de la sección de escuela media del Colegio Nueva Inglaterra (NES¹) de la ciudad de Bogotá, debo cumplir con ciertas expectativas en cuanto al aprendizaje del estudiante, establecidas por el currículo nacional (Ministerio de Educación Nacional, 2006) y uno de los currículos internacionales que implementa el colegio, el Bachillerato Internacional (IB) (2019). Algunas de tales expectativas son las competencias que los docentes de matemáticas del NES debemos promover en el estudiante. Una de estas competencias es la argumentación, que en el documento del área de matemáticas (Colegio Nueva Inglaterra, 2020) se establece que está relacionada con la capacidad para validar o refutar estrategias o soluciones dadas a problemas, justificando porqué y cómo se establecieron las estrategias o se llegó a dichas soluciones. También se menciona en el documento del área que la competencia argumentación se relaciona con acciones como argumentar y justificar, pero en los documentos institucionales del NES no hay orientaciones específicas sobre qué son estas acciones.

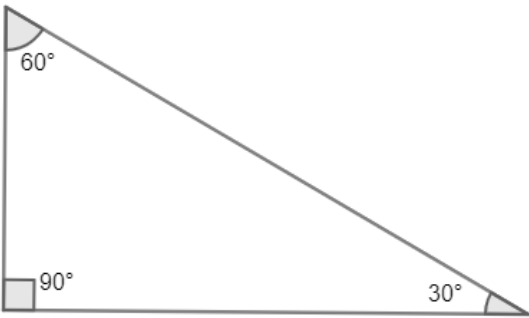
En el documento del área del NES (2020) se consideran algunas capacidades que el estudiante debe desplegar en diferentes niveles de la escolaridad para que pueda desarrollar la competencia argumentación, entre estas, el estudiante debe tener la capacidad de “explicar [los] procedimientos involucrados en el planteamiento, análisis y construcción de estrategias para resolver situaciones contextualizadas dentro y fuera de la matemática” (p. 7). Considero que una forma para desarrollar en mi estudiante dicha capacidad, y con ello

¹ Por su nombre en inglés *New England School*

promover la competencia argumentación, es usar en mis clases los recursos con los que dispone el NES y los que este solicita al estudiante. Uno de los recursos que se solicitan para la clase de geometría es un libro de texto (Morrison y Hamshaw, 2012), del cual hago uso para las actividades de clase y extra-clase desde el supuesto de que necesito proponer al estudiante muchos problemas para que los use como ejemplos y así pueda argumentar sus respuestas a las preguntas que se proponen en dichos problemas. En algunos de estos es típico que se induzca a los estudiantes a la formulación de propiedades usando figuras estáticas en el papel, comparando sus resultados con los de otros compañeros o con otras figuras construidas por ellos mismos. A continuación, transcribo uno de esos problemas que encuentro en el libro de texto y que considero de los más útiles para que el estudiante alcance la capacidad de explicar sus procedimientos para resolver una situación contextualizada dentro de las matemáticas.

Figura 1

Problema del libro de texto de geometría que usa el estudiante del NES



1. Label the opp(30°), adj(30°) and the hypotenuse clearly
2. Measure the length of opp(30°) and write it down
3. Measure the length of the adj(30°) and write down
4. Calculate opp(30°)/adj(30°) in each case
5. What do you notice about your answers?
6. Ask a friend to draw some triangles (with the same angles) and make the same calculations. What do you notice?
7. Now repeat the investigation using a triangle with different angles. Record any observation that you make.

Nota. Tomado de Morrison y Hamshaw (2012, p. 168).

Cuando planeo la clase en la que usaría este problema, con la intención que su resolución sirva como ejemplo para argumentar las respuestas al ítem 7 y a otros problemas similares dentro del libro, asumo que las respuestas a los ítems 1 al 5 le pueden servir al estudiante como ejemplos para argumentar sus respuestas en los siguientes ítems del problema. Sin embargo, no sé si esto sea suficiente para que, además, en el ítem 7, pueda notar los resultados que tiene en común con las respuestas de los ítems anteriores. También asumo que las respuestas al ítem 6 le permitirán al estudiante encontrar más ejemplos que le posibiliten ver si se cumple o no lo que respondieron en el ítem 5. Aunque el problema no pide explicar sus respuestas, pretendo que en la pregunta del ítem 6 el estudiante explique los procedimientos involucrados en su respuesta y la estrategia que usó para darla, como se espera en la capacidad descrita en NES (2020); o también pretendo que la instrucción en el ítem 7, que le pide al estudiante registrar lo que encuentra al hacer más ejemplos, lo lleve a pensar en validar las respuestas que está dando. Sin embargo, estimo que pueda que el estudiante no se preocupe por eso, ya que no se le solicita de forma explícita algo parecido a explicar la(s) estrategia(s) con la(s) cual(es) resolvió todo el problema, o también que solicitar al estudiante una posible validación de lo que hizo en todos los ítems no sea suficiente para que pueda plantear una explicación. Todas estas consideraciones ponen en evidencia que no es claro para mí cómo se puede favorecer la argumentación del estudiante haciendo uso del libro de texto.

Uno de los recursos con los que dispone el colegio son salas de computadores que pueden ser usadas para cualquier asignatura, las cuales permitirían lograr una de las expectativas propuestas en los estándares del IB que se refiere al uso de medios tecnológicos para respaldar y mejorar la comprensión del estudiante en matemáticas. Dicha expectativa se establece como “utilizar los medios tecnológicos de forma precisa, adecuada

y eficaz para explorar nuevas ideas y resolver problemas...” (Bachillerato Internacional, 2019, p. 16), lo cual sugiere utilizar la sala de computadores del NES para que, entre otras cosas, el estudiante resuelva los problemas que propone el libro de texto. A partir de ello, y también para promover la competencia argumentación en el estudiante, me surge una preocupación de cómo puedo implementar estas herramientas de tecnología digital del NES (salas de computadores), de forma tal que me permita potencializar los problemas del libro de texto. Según mi experiencia, potencializar para mí es sinónimo de hacer más significativo, es decir, que sea relevante para la vida cotidiana, el aprendizaje para el estudiante.

A partir de mis preocupaciones por hacer que el estudiante desarrolle la capacidad de explicar sus procedimientos y la competencia argumentación a través del uso de los problemas del libro de texto y la implementación de la tecnología digital, me surge la idea de que una forma en la que puedo lograr estas expectativas en mis clases de geometría es potencializar los problemas del libro de texto haciendo uso de la tecnología digital. Sin embargo, no estoy seguro de tener el conocimiento necesario para lograrlo.

Como estrategia para procurar adquirir conocimiento para solventar mi preocupación, entré al programa de Maestría en Docencia de la Matemática (MDM) de la Universidad Pedagógica Nacional (UPN) (Bogotá, Colombia). Específicamente esperaba adquirir conocimiento para potencializar los problemas del libro de texto haciendo uso de tecnología digital para fomentar la competencia argumentación en mis estudiantes. Para la cohorte de la MDM a la que me presenté, se me invitó a desarrollar mi trabajo de tesis en la línea de investigación Conocimiento didáctico-matemático del profesor sobre el diseño y gestión de tareas para promover la argumentación en geometría con apoyo de un software especializado de geometría dinámica, a cargo del grupo de investigación Aprendizaje y

Enseñanza de la Geometría (AEG) de la UPN. De acuerdo con ello, el énfasis propuesto por la MDM para esta cohorte estaba dirigido a tres elementos: argumentación, EGD y tareas. Considero que esta línea está en la vía de los intereses con los que entré al programa, con la particularidad que me sugieren directamente involucrar Entornos de Geometría Dinámica (EGD), término que asocio a lo que entiendo por tecnología digital. El uso de este tipo de software es viable en la institución dado que cuenta con el recurso de la sala de computadores, en los que se puede hacer instalación de este software. A partir de esta invitación, mi preocupación corresponde a la forma en que puedo potencializar los problemas del libro de texto haciendo uso de los EGD para favorecer procesos de argumentación en mis estudiantes, mediante mi conocimiento sobre el diseño y gestión de tareas para promover la argumentación con apoyo de un EGD.

Campo de Investigación y Antecedentes

Para ubicar este trabajo dentro de un campo de investigación en Educación Matemática, el trabajo de Cardeñoso et al. (2001) es orientador. Los autores muestran una delimitación de un posible campo de estudio que denominan el desarrollo profesional de los profesores de matemáticas, en el cual justifican que el quehacer del docente trata de dos cuestiones: Resolver problemas y reflexionar en torno a las decisiones que puede tomar. Por ello, los autores consideran que

[es] adecuado estudiar la forma en que el profesor ... representa su tarea, los procesos de desarrollo y la forma en que podemos caracterizar la docencia en cada momento y persona. Por ello, el interés ... no se ha limitado a estrategias de formación, sino que amplía el campo de indagación a atender la forma en que se concibe la tarea docente y el proceso de desarrollo del profesor en su ámbito de actuación (p. 235).

Dentro de los grandes grupos de temas que Rico (1999, citado por Cardenoso et al., 2001) establece como aquellos en los que se puede identificar los problemas de investigación en el campo de estudio del desarrollo profesional de los profesores de matemáticas, se encuentran las investigaciones sobre la formación didáctico-matemática de los profesores, cuyo objetivo es

delimitar los contenidos que deben configurar la formación inicial y permanente en función de su nivel profesional y, en consecuencia, las competencias profesionales que ha de desarrollar. En este grupo de investigaciones se pueden incluir todas aquellas investigaciones que analizan las concepciones y creencias de los profesores y su influencia en el desarrollo de su práctica educativa. Así como aquellas que analizan el conocimiento profesional, su estructura y su evolución (p. 235).

También Lin y Rowland (2016, citados en Villa-Ochoa y Alencar, 2019), analizaron reportes de investigación registrados en el PME acerca de dos aspectos: El conocimiento del profesor de matemáticas y su desarrollo profesional. Sobre el segundo aspecto, Villa-Ochoa y Alencar (2019) citan la importancia que reconocen Lin y Rowland (2016) en la cuestión sobre cómo los profesores aprenden de una forma más efectiva, lo que implica describir los aprendizajes que los profesores pueden adquirir a través de la investigación, la enseñanza misma y su participación en comunidades de aprendizaje.

En este orden de ideas, como un interés de esta investigación es la manera en la que puedo potencializar los problemas del libro de texto haciendo uso de los EGD para favorecer procesos de argumentación en mis estudiantes, encontrar esa manera significa analizar mi conocimiento para lograr solventar mi necesidad. Es por esto por lo que este trabajo de investigación se ubica dentro del campo de estudio del desarrollo profesional de los profesores de matemáticas en Educación Matemática.

Entre los trabajos de investigación que se ocupan del conocimiento del profesor acerca del uso de libros de texto, se encuentra el de Villella y Contreras (2005) que pone en evidencia la incidencia que tiene la forma de usar los libros de texto en la gestión de la clase y en el desarrollo profesional del profesor de matemáticas. Los autores hicieron un estudio con una población de 120 docentes en ejercicio, elegidos al azar, de escuelas de gestión estatal² de la ciudad de Buenos Aires (Argentina). Estos profesores trabajaban con estudiantes de 12 a 14 años. Los autores parten del supuesto que la identidad profesional del docente y sus concepciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, determinarán el uso que él haga del libro de texto para sus clases. La investigación menciona que las decisiones que el profesor toma en el aula tienen un carácter curricular (qué contenidos escoge, cómo los aborda y cómo los evalúa), y también que están guiadas por componentes de su conocimiento profesional. Por tanto, el docente delega parte de sus decisiones en el libro de texto.

Los autores reconocen que una cuestión de los componentes del conocimiento profesional del profesor se refiere a cómo utiliza el libro de texto en la gestión de la enseñanza de la Matemática. Por esto señalan algunos aspectos importantes para el análisis que hace el profesor para usar un libro de texto, como

- creencias que tiene el profesor sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas,
- qué formas de demostración y prueba usa
- qué tipos de representaciones usa para movilizar los conceptos,
- qué tipo de problemas propone y con qué fin los propone

² Lo que en Colombia se conoce como colegios públicos

- de qué formas los alumnos y los docentes son ayudados o no en el desarrollo de los temas a través de dichos problemas
- qué autoridad se les da a los libros en tanto legitimadores de los contenidos que deben desarrollarse en el aula. (Villella y Contreras, 2005, p. 422).

El segundo aspecto de la lista anterior expresa la relación entre la forma en que el profesor selecciona los libros de texto para usarlos en el aula y cuestiones relacionadas con la argumentación como la demostración y prueba. Pero Villella y Contreras (2005) no concluyen el conocimiento específico que requiere el profesor para fomentar el proceso de argumentación usando el libro de texto, a pesar de que la investigación muestra que los profesores tienen en cuenta en su análisis qué formas de demostración y prueba se usan en el libro de texto para usarlo.

Villella y Contreras (2006) afirman que la selección y uso de los libros de texto por parte de los docentes se hace desde sus concepciones. En la investigación, Villella y Contreras (2006) determinaron en la primera fase, que fue de tipo exploratoria, los criterios de selección y uso del libro escolar de Matemáticas de 120 docentes. En la segunda fase de la investigación, basada en una metodología cualitativa de carácter descriptivo y de corte interpretativo, hacen un estudio de caso con tres docentes en ejercicio a partir de los criterios construidos en la primera fase, ya que su fin era

comprender cómo, a través de la selección y uso de los libros de texto, se ponen en evidencia sus concepciones, características de su conocimiento profesional, al enseñar un contenido específico (Villella y Contreras, 2006, p. 981).

Los autores consideran que la importancia del conocimiento del profesor sobre los libros de texto recae en que

(...) los docentes encuentran en el libro actividades de contenido disciplinar que, basadas en el currículo escolar y relacionadas con teorías sobre la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas, generan en ellos el desafío intelectual de cuestionarlas o aceptarlas haciendo uso del conocimiento de y sobre Matemáticas que poseen como profesionales de la enseñanza (Contreras y Blanco, 2001, citados en Villella y Contreras, 2006, p. 975).

A partir de la segunda fase de la investigación, Villella y Contreras (2006) concluyen que hay una relación entre el conocimiento profesional del profesor de matemáticas y la selección y uso que hacen de los libros de texto que recomiendan usar en sus aulas. A partir de los resultados de la investigación, los autores establecen aspectos sobre dicha relación:

- Los docentes de Matemáticas tienen dificultades en analizar las propuestas editoriales por carecer de preparación disciplinar en los temas inherentes a la geometría y por falta de lectura crítica de los materiales.
- Los criterios de selección de libros constituyen indicadores del conocimiento profesional docente.
- Los modos de uso de los libros en clase denotan creencias y concepciones de los docentes acerca de la enseñanza y el aprendizaje de la geometría. (p. 990).

Con referencia a estos aspectos, los autores evidencian dificultades que tienen los profesores para analizar las propuestas de los libros de texto, pero no concluyen cuál es ese conocimiento que requiere el profesor para hacer de forma efectiva este análisis. También mencionan que los libros son indicadores del conocimiento profesional docente, pero no

concluyen cuál es ese conocimiento profesional que hay en los criterios de la selección de textos.

González y Sierra (2004) reconocen el uso de los libros de texto de matemáticas por parte de los profesores en España durante el siglo XX, con diferentes objetivos: “como objeto de estudio, como material de consulta, como registro de las actividades del alumno, como colección de ejercicios propuestos y problemas a resolver” (p. 389). Esta investigación muestra el análisis a libros de texto respecto de los contenidos relativos al tema de los puntos críticos, dentro del análisis matemático. Eligen este tema en particular ya que afirman que aparece en todos los libros de texto de análisis, una de las aplicaciones más características de éste, y puede ser una fuente de problemas que pueden poner en evidencia situaciones didácticas dentro del libro de texto. Los libros que se analizan se separan en cuatro periodos entre 1934 y 2001, luego se analizan según la forma en la que presentan el objeto matemático y con base en ello se concluyen las características de los libros y su perfil.

Una de las conclusiones que González y Sierra (2004) exponen en su trabajo es que el tipo de orientación que da el libro de texto al profesor no depende del currículo del cual se esté enseñando, sino que son los propios libros los que establecen el tipo de actividad que hace el estudiante y la forma en la cual estructura los conceptos matemáticos. Aunque en la investigación de los autores el objeto de estudio es el libro de texto, la conclusión citada puede responder a la manera en la que pienso el tipo de problema que voy a usar del libro de texto para potencializarlo, pero González y Sierra (2004) no hacen alusión al conocimiento que debe tener el profesor para llevar a cabo esto.

Fan y Kaeley (2000) muestran en su investigación la influencia que tienen los libros de texto en las estrategias de enseñanza de profesores de escuelas secundarias de Estados

Unidos, esto se pretende lograr al comparar las estrategias de dos grupos de profesores usando libros de texto diseñados por el proyecto de escuelas matemáticas de la Universidad de Chicago³. El primer grupo consta de 14 profesores que usaban los libros de texto de matemáticas propuestos y otros 14 profesores que no los usaban, quienes trabajaban en colegios de 11 estados a lo largo del país. Los datos de esta investigación fueron recolectados mediante observaciones de clase e intervenciones de los profesores antes mencionados, y posteriormente los docentes respondieron a una encuesta diseñada por los investigadores.

Uno de los resultados de la investigación es que hubo más profesores que usaron los libros de texto, que aquellos que no lo usaron. Aquellos que usaron el libro también hicieron uso de la tecnología, particularmente calculadoras y software. Los autores reportan que esto pudo ser causado porque los libros usados por los docentes traían un cuadernillo de consulta de recursos tecnológicos para usar en sus clases, pero los autores no concluyen cuál es el conocimiento que tienen este grupo de profesores, o alguno de ellos, para usar estos recursos tecnológicos y los libros de texto. Otro resultado que la investigación sugiere es que los libros de texto no solo afectan qué enseñar, sino también cómo enseñar, pero no se concluye cuál es el conocimiento de los profesores sobre cómo enseñan.

Morselli (2013) desarrolló un proyecto de investigación realizado por el Departamento de Matemáticas de la Universidad de Génova, Italia, en conjunto con docentes de diferentes grados de escolaridad en Italia llamado *Language and argumentation*. El equipo estaba conformado por el autor del trabajo, un investigador en educación matemática, tres profesores con 10 años de experiencia, dos profesores con

³ Por su traducción del inglés del *University of Chicago School Mathematics Project (UCSMP)*

menos de este tiempo de experiencia y un profesor retirado. El objetivo de esta investigación fue diseñar, aplicar y modificar secuencias de tareas que promuevan la argumentación y prueba, para el caso del reporte de esta investigación, en estudiantes de escuelas de secundaria inferior⁴. Para lograr esto, los profesores proponían y ejecutaban tareas con sus estudiantes, se llevaba una discusión grupal entre los estudiantes, y se analizaba la información recolectada de manera que permitiera reformular las tareas para luego hacer un nuevo proceso de experimentación. La ejecución se hacía en dos modalidades: la primera, las tareas las ejecutaban varios profesores para luego analizarlas, y la segunda, la tarea la aplicaba un solo profesor y se realizaba la discusión del análisis y sus resultados con el grupo de investigación completo.

En los resultados el autor establece que la estructura de una secuencia de tareas que promuevan la argumentación y prueba debe ser: Tarea central, definido como preguntas abiertas que, según las normas de clase, deben ser justificadas; y tareas adicionales para fomentar conciencia en los estudiantes sobre lo epistémico y comunicativo (esto es cierto, porque..., ¿cómo podría comunicarlo de una manera adecuada...?), requisitos esenciales de la argumentación y prueba.

En los trabajos de los autores citados hay aportes a cuestiones relacionadas con la forma en que el profesor hace uso de los libros de texto, cuáles son los aspectos que tiene en cuenta para escogerlos, formas en las que el libro da pautas para implementar los EGD en el aula y la estructura que debe tener una tarea para promover la demostración y la prueba, que se puede asociar a la de los problemas del libro de texto, pero no se encargan

⁴ Por su traducción del inglés *lower secondary*, que para el caso de Italia son tres años de escolaridad con estudiantes entre los 11 y 14 años.

de establecer cuál es la forma en que el profesor debe potencializar los problemas del libro de texto haciendo uso de un EGD para fomentar la argumentación en sus estudiantes.

Por ejemplo, las investigaciones de Villella y Contreras (2006) y González y Sierra (2004) abordaron ciertos elementos sobre el conocimiento profesional del profesor sobre los libros de texto, aunque en el trabajo de Gonzalez y Sierra (2004) no se interesan por esto. Villella y González (2006) señalan elementos que afectan la decisión de implementar los libros de texto, como son las creencias, formas de demostración y prueba que el profesor reconoce de los libros de texto, pero se ha reconocido que su uso es limitado, es decir, el profesor no tiene el conocimiento necesario para dicha implementación; González y Sierra (2004) apuntan a que el libro es el que establece lo que se enseña y la forma en que se debe enseñar, pero no estudiaron el conocimiento profesional que se requiere para usar los libros de texto haciendo uso de un EGD para fomentar la argumentación en sus estudiantes. Por lo tanto, mi trabajo pretende identificar cuál es ese conocimiento que, como se desprende de lo presentado, no está del todo estudiado.

También Fan y Kaeley (2000) concluyen que debe ser el libro de texto el que dice cómo implementar los recursos tecnológicos en el aula y que es el libro de texto el que impacta la forma en que se enseña en las clases de matemáticas. Pero a pesar de que estas conclusiones puedan referirse a parte de mi necesidad principal, los autores no concluyen sobre el conocimiento específico que debe tener un profesor para implementar un EGD para potencializar los problemas del libro de texto para fomentar la argumentación en el aula. Por tanto, mi trabajo pretende también identificar ese conocimiento que requiero para implementar un EGD para potencializar los problemas del libro de texto, que hace parte de mi necesidad de lograr la expectativa que me pide el IB como profesor del NES sobre el uso de recursos tecnológicos.

Por último, Morselli (2013) da pistas acerca de la estructura que debe tener una tarea para promover la demostración y la prueba en la escuela, que lo relaciono con mi necesidad de potencializar los problemas del libro de texto, ya que debería buscar esa misma estructura en los problemas del libro para lograr esta competencia en mis estudiantes. Sin embargo, no se refiere acerca del conocimiento que debe tener un profesor para potencializar los libros de texto.

Problema y Objetivos de Investigación

Teniendo en cuenta lo expuesto antes, el interés de este trabajo está en el aporte de la transformación de mi conocimiento sobre argumentación, EGD y tareas para responder a mi necesidad profesional. Para esto requiero en primer lugar identificar y establecer cómo se transforma mi conocimiento sobre el diseño y gestión de tareas para promover la argumentación con apoyo de un EGD; y, en segundo lugar, a partir de un proceso reflexivo sobre la transformación identificada, reconocer el aporte que esta tiene a mi conocimiento para potencializar los problemas del libro de texto haciendo uso de los EGD para favorecer procesos de argumentación en mis estudiantes. En ese sentido, se deriva de lo expuesto que el problema de investigación se establece en dos preguntas, una principal y otra secundaria. La pregunta principal de investigación que pretende responder este trabajo es:

¿Cómo se transforma el conocimiento didáctico–matemático del profesor de matemáticas sobre argumentación, EGD y tareas a partir de participar en una propuesta de formación de maestría sobre diseño y gestión de tareas para promover la argumentación en geometría con apoyo de un software especializado de geometría dinámica?

La pregunta secundaria de investigación, dirigida particularmente a mi necesidad profesional, es la siguiente:

¿Cómo aporta la transformación identificada del conocimiento didáctico–
matemático del profesor a potencializar los problemas del libro de texto con EGD para
fomentar la argumentación en sus estudiantes?

Con el fin de responder a las preguntas de investigación, se plantean los siguientes
objetivos de investigación, general y específicos. El objetivo general es:

Identificar el conocimiento de un profesor sobre argumentación, EGD y tareas a la
luz del modelo del conocimiento didáctico-matemático del profesor de matemáticas, su
transformación a partir del proceso de formación de la MDM y reflexionar sobre el aporte
de esta a potencializar los problemas del libro de texto usado por el profesor en su clase de
geometría, con ayuda de los EGD, para fomentar la argumentación en sus estudiantes.

Con el fin de alcanzar el objetivo general, se proponen los siguientes objetivos
específicos:

- Identificar cuál es el conocimiento didáctico-matemático del profesor antes y
después de cursar el primer semestre de la MDM sobre argumentación, EGD y
tareas a la luz del modelo del conocimiento didáctico-matemático del profesor de
matemáticas.
- Establecer cómo se transforma el conocimiento didáctico-matemático del profesor
sobre argumentación, EGD y tareas a partir del proceso de formación de la MDM.
- Reflexionar acerca del aporte de la transformación identificada del conocimiento
didáctico-matemático del profesor a potencializar los problemas del libro de texto
que usa en su clase de geometría, con ayuda de los EGD, para fomentar la
argumentación en sus estudiantes.

De acuerdo con las ideas presentadas, se considera que responder a las preguntas de investigación constituye una oportunidad de mejora de la práctica docente, dado que permitiría al profesor ampliar la manera en la que concibe su conocimiento para la enseñanza de las matemáticas y ser consciente de cómo lo pone en juego con sus estudiantes. En lo que refiere al campo del desarrollo profesional de los profesores de matemáticas, la investigación podría constituirse en un aporte al interés sobre el conocimiento didáctico-matemático del profesor de matemáticas, en particular, en analizar el conocimiento profesional, su estructura y evolución, en consonancia con lo que dice Rico (1999, citado por Cardeñoso et al., 2001).

Marco de Referencia Conceptual

De acuerdo con la pregunta de investigación formulada en el [capítulo anterior](#), en este trabajo se estudia la transformación del conocimiento del profesor sobre argumentación, EGD y tareas y su transformación, para identificar el aporte que esta tiene para potencializar problemas de los libros de texto que usa en su clase de geometría, con ayuda de los EGD, para fomentar la argumentación en sus estudiantes. Dicho estudio se hace a la luz del modelo del Conocimiento didáctico-matemático (d-m) del profesor de matemáticas (CDM) (Godino, 2009; Pino-Fan y Godino, 2015) del Enfoque Ontosemiótico (EOS) (Godino et al., 2017; Godino et al., 2020). Por tanto, en este capítulo se presenta lo que esta investigación va a tener por referente conceptual para el conocimiento del profesor y potencializar problemas.

Conocimiento del Profesor

Shulman (1986) propone inicialmente una perspectiva que pretende dar respuesta a la pregunta ¿cómo debemos pensar en el conocimiento que está en la mente de los profesores, con especial énfasis en el contenido? (p. 9), en la cual distingue tres categorías para este conocimiento:

- a) Conocimiento del contenido, que refiere al conocimiento *per se* que tiene el profesor sobre la asignatura que enseña. Shulman (1986) alude que el profesor en sus clases no solo debe mencionar las verdades que son absolutas en la asignatura que enseña, sino también debe saber por qué valen la pena esas verdades y cómo se relacionan con otras proposiciones dentro del campo de estudio u otras áreas del conocimiento. Además, el profesor debe comprender por qué un tema determinado es fundamental para una disciplina mientras que

otro puede ser tangencial. Esto será importante cuando el profesor discuta sobre el plan de estudios.

- b) Conocimiento pedagógico del contenido (PCK⁵), que Shulman (1986) define como aquel que va más allá de la materia *per se* a la dimensión del conocimiento de la materia para su enseñanza, es la forma particular de conocimiento del contenido que encarna los aspectos más relacionados con su capacidad de enseñanza (p. 9).

Esta categoría incluye las representaciones más útiles que puede usar el profesor, como analogías, ejemplos, explicaciones y demostraciones. También incluye la comprensión de lo que hace más fácil o no el aprendizaje de un tema particular, esto es, considerar las concepciones y conocimientos de los estudiantes.

- c) Conocimiento curricular, que para Shulman (1986) está representado por los programas diseñados para la docencia de tópicos particulares en un nivel determinado, la variedad de materiales disponibles con relación a los programas, y el conjunto de características que sirven de indicaciones y contraindicaciones para el uso de un plan de estudios o los materiales disponibles.

Posteriormente, Shulman (1987) amplía su propuesta y afirma que como mínimo se deben incluir las siguientes categorías para el conocimiento del profesor:

1. Conocimiento del contenido
2. Conocimiento pedagógico general
3. Conocimiento del currículo

⁵ Siglas que da Shulman (1986) al nombre de la categoría en inglés *Pedagogical Content Knowledge*.

4. Conocimiento pedagógico del contenido (PCK)
5. Conocimiento de los estudiantes y sus características
6. Conocimiento de los contextos educativos
7. Conocimiento de los fines, propósitos y valores de la educación

La cuarta categoría tiene una importancia particular ya que permite distinguir las diferentes formas de conocimiento para la enseñanza. Esta representa la mezcla entre el contenido de la asignatura y didáctica con el fin de comprender cómo diferentes temas o recursos para el aula pueden ser organizados y adaptados según los intereses y habilidades de los estudiantes (Shulman, 1987). Esta categoría es la que más distingue el conocimiento especializado que se requiere para la enseñanza.

La visión de las categorías implica que el conocimiento del profesor no solo consiste en comprender a fondo la asignatura específica que enseña, sino además el profesor debe tener una amplia formación que le permita reconocer y profundizar en aquellos conocimientos requeridos para la enseñanza.

Las categorías propuestas por Shulman (1986, 1987) fueron el punto de partida que permitió a los investigadores posteriormente identificar el énfasis que la comunidad de investigadores le dio a la categoría conocimiento pedagógico del contenido, la cual en su momento representó un avance importante en las concepciones sobre el conocimiento del profesor. Diferentes investigadores (Ball, 2000; Ball et al., 2001; Schoenfeld y Kilpatrick, 2008; citados en Godino, 2009) elaboraron distintas interpretaciones y ampliaciones del modelo propuesto por Shulman (1986, 1987) que se constituyeron en propuestas para caracterizar el conocimiento del profesor de matemáticas.

Aunque los trabajos de estos autores son vigentes en el campo de investigación del desarrollo profesional de profesores de matemáticas, un aspecto que para Godino (2009) es

criticable es que son categorías muy generales y no permiten un análisis detallado de los conocimientos que se ponen en juego en una enseñanza efectiva. Godino (2009) menciona que este hecho no permite orientar el diseño de acciones formativas y la elaboración de instrumentos de evaluación de los conocimientos del profesor de matemáticas. Es por eso por lo que, en su intento por integrar las teorías existentes para tratar los problemas didáctico – matemáticos, el autor propone un sistema teórico que, como lo mencionan en Godino et al., (2017), trata de integrar las diferentes aproximaciones teóricas que se usaban en la investigación en Educación Matemática (p. 93).

De acuerdo con lo anterior, dentro de la propuesta del marco teórico del EOS, a la pregunta “¿Qué conocimientos ... deberían tener los profesores para optimizar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas?” (p. 12), Godino et al. (2020) sintetizan en la respuesta los criterios que consideran se requieren para categorizar el conocimiento del profesor como Conocimiento didáctico-matemático del profesor (Pino-Fan y Godino, 2015). Es a la luz de ese modelo que esta investigación reconoce el conocimiento del profesor por el que se indaga, de acuerdo con el problema de investigación y que se va a presentar más adelante.

El Enfoque Ontosemiótico

El EOS es un sistema teórico que intenta integrar diversos modelos y aproximaciones teóricas usados en investigaciones de Educación Matemática acerca de las matemáticas y su enseñanza (Godino et al., 2017). Este enfoque “se apoya en presupuestos antropológicos y semióticos sobre las matemáticas, y adopta principios didácticos de tipo socio-constructivista e interaccionista para el estudio de los procesos de enseñanza y aprendizaje” (Godino et al., 2017, p. 93). El eje central del EOS es modelizar el conocimiento matemático y didáctico al considerar a la Didáctica de las Matemáticas como

la disciplina que articula de manera sistémica los distintos aspectos implicados en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (Pino-Fan y Godino, 2015).

Hay que tener en cuenta que para el EOS la matemática es una actividad que se centra en la resolución de situaciones–problema, la cual se concreta en la puesta en acción de sistemas de prácticas que no son otra cosa que expresiones (verbales, escritas, gráficas, etc.) realizadas por una persona para resolver cierta situación–problema (Godino et al., 2017).

Las nociones teóricas que conforman el EOS están divididas en cinco grupos, los cuales permiten analizar aspectos de los procesos de aprendizaje y enseñanza de las matemáticas (Godino et al., 2017):

1. Sistema de prácticas: “El EOS adopta como elemento central la actividad de resolución de problemas en la construcción del conocimiento matemático” (Godino y Batanero, 1994, citados en Godino et al., 2017, p. 94). Esta noción de sistema de prácticas aporta la visión antropológica y pragmatista de las matemáticas e introduce las nociones de significado de los objetos matemáticos.
2. Configuración de objetos y procesos matemáticos en las prácticas matemáticas: Es relativo a los diferentes medios de expresión que representan instrumentos del trabajo en matemáticas y las representaciones de los objetos matemáticos. Esta noción responde a la necesidad de identificar los objetos y procesos implicados en las prácticas matemáticas que se hacen para la resolución de situaciones–problema, la cual se trata de desarrollar de forma competente en los estudiantes.
3. Configuración didáctica: Es el sistema articulado de roles docentes a propósito de una configuración de objetos y procesos matemáticos ligados a una situación–problema.

4. La dimensión normativa: Es relativa al sistema de reglas, hábitos y normas que restringen y soportan las prácticas matemáticas y didácticas.
5. Idoneidad didáctica: Es relativa a las circunstancias contextuales, de adecuación y pertinencia de las acciones de los agentes educativos, de los conocimientos puestos en juego y de los recursos usados en un proceso de estudio matemático.

Esta noción se define como:

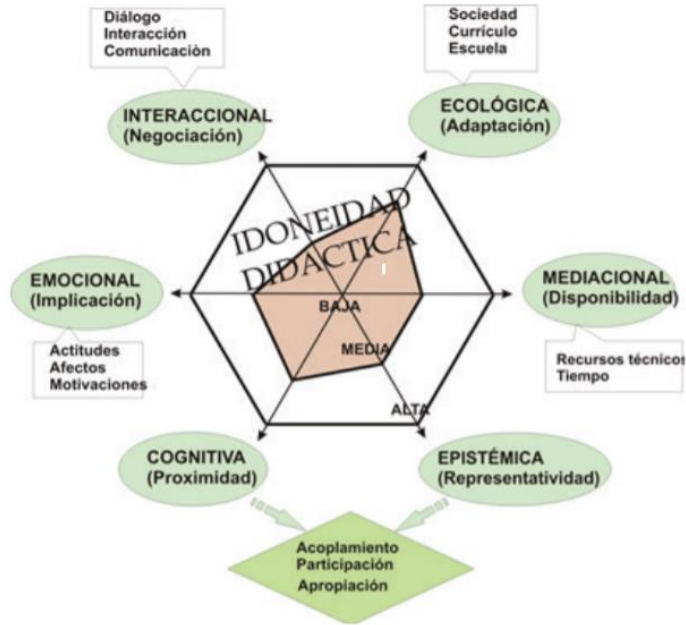
el grado en que dicho proceso (o una parte del mismo) reúne ciertas características que permiten calificarlo como óptimo o adecuado para conseguir la adaptación entre los significados personales logrados por los estudiantes (aprendizaje) y los significados institucionales pretendidos o implementados (enseñanza), teniendo en cuenta las circunstancias y recursos disponibles (entorno). Esto supone la articulación coherente y sistémica de seis facetas: epistémica, ecológica, cognitiva, afectiva, interaccional y mediacional (Godino et al., 2020, p. 11).

El quinto grupo de nociones teóricas pretende responder a la pregunta “¿Qué tipo de acciones y recursos se deberían implementar en los procesos de instrucción para optimizar el aprendizaje matemático?” (Godino et al., 2020, p. 11).

La siguiente figura muestra la articulación de estas facetas dentro de la noción de idoneidad didáctica:

Figura 2

Estructura de la idoneidad didáctica



Nota: Tomado de Godino et al. (2020, p. 11)

Como lo explican Godino et al. (2020), la cuestión de la idoneidad se particulariza para cada faceta, y alcanzar una alta, media o baja idoneidad requiere un equilibrio entre el alcance de las diferentes facetas. Un ejemplo que dan los autores para interpretar esto mejor es:

Supongamos, por ejemplo, que hay consenso en que uno de los criterios es que los alumnos hayan aprendido (... cognitivo), que otro sea que se les haya enseñado unas matemáticas relevantes (con resolución de problemas, modelización, etc.) (... epistémico) y otro sea que se debe motivar a los alumnos para conseguir su implicación (...afectivo). Es relativamente fácil conseguir alguno de estos tres criterios por separado, pero lo que es más difícil y valioso es conseguir un cierto equilibrio entre los tres. (Godino et al., 2020, p. 12).

Las facetas de la idoneidad didáctica proporcionan las bases para elaborar el sistema de categorías que el EOS denomina modelo del CDM, que es la herramienta analítica de esta investigación y se presentará enseguida.

El Modelo del CDM

Hay dos principios que Godino et al. (2020) exponen acerca de la formación de profesores en el EOS:

1. La formación debe tener en cuenta las facetas y componentes implicados en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, y
2. el profesor debe tener los conocimientos didáctico-matemáticos necesarios para comprender las competencias profesionales que debe tener para que su acción sea idónea.

Es por esto que dentro del sistema teórico del EOS, desde el modelo del CDM, se caracterizan e interpretan los conocimientos del profesor de matemáticas en tres categorías, que Godino (2009), Pino-Fan y Godino (2015) y Godino et al. (2017) llaman dimensiones.

La primera es la dimensión matemática que refiere a la necesidad de distinguir cuáles son los conocimientos del profesor de matemáticas sobre tópicos específicos y en una etapa escolar específica (Pino-Fan y Godino, 2015). Este conocimiento incluye dos subcategorías de conocimientos:

- Conocimiento común del contenido que, sobre un objeto matemático particular, es aquel que sea suficiente para resolver los problemas o tareas que se proponen en el currículo de matemáticas en un nivel de escolaridad determinado. Es un conocimiento que es compartido entre estudiantes y profesor en la etapa educativa en la que él enseña;

- Conocimiento ampliado del contenido que refiere a las nociones teóricas que tiene el profesor sobre el mismo objeto matemático particular del conocimiento común, pero que están más adelante en el currículo, dentro del mismo nivel educativo o incluso en niveles siguientes.

Aunque el conocimiento de las dos subcategorías le permite al profesor resolver problemas y tareas en matemáticas, no es suficiente para que este organice, implemente y evalúe los procesos de enseñanza y aprendizaje (Godino et al., 2017)⁶. A partir de esta reflexión, en el modelo del CDM se propone la dimensión didáctica que refiere a lo que denominó Shulman (1987) como el conocimiento pedagógico del contenido, es decir, el conocimiento del contenido que se asocia a la capacidad para su enseñanza. Esta segunda dimensión tiene las siguientes subcategorías del conocimiento del profesor, que el modelo del CDM denomina facetas (y así se distinguen en este documento, de aquí en adelante). Pino–Fan y Godino (2015) y Godino et al. (2017) las definen así:

Faceta epistémica: Es el conocimiento que refiere al propio contenido, es decir, la forma particular en que el profesor comprende y conoce las matemáticas. Pino–Fan y Godino (2015) mencionan que el profesor debe ser capaz de, entre otras cosas, movilizar diversas representaciones de un objeto matemático, resolver la tarea mediante distintos procedimientos, vincular el objeto matemático con otros objetos matemáticos del nivel educativo en el que se enseña o de niveles anteriores y posteriores, comprender y movilizar la diversidad de significados parciales para un mismo objeto matemático (que integran el significado holístico para dicho objeto),

⁶ Esta idea también había sido expuesta por Shulman (1987): Ya que el conocimiento matemático no es suficiente, debe existir conocimiento sobre los factores que están en juego cuando se planifica e implementa la enseñanza de un contenido matemático.

proporcionar diversas justificaciones y argumentaciones, e identificar los conocimientos puestos en juego durante la resolución de una tarea matemática (p. 99).

Faceta cognitiva: Es el conocimiento que refiere a cómo los estudiantes aprenden, razonan y entienden las matemáticas, y al progreso de su aprendizaje. Esta faceta permite evidenciar el conocimiento con el que el profesor evalúa y reflexiona a partir de las producciones de los estudiantes, sus producciones esperadas o las posibles respuestas a un problema; concepciones erróneas; conflictos o errores que surjan a los propósitos de una posible solución; y vínculos (matemáticamente correctos o no) entre el objeto matemático centro de estudio y otros objetos matemáticos requeridos para resolver el problema. Todo esto debe preverlo o tratarlo el profesor durante la etapa de planificación o diseño y durante la etapa de implementación.

Faceta afectiva: Refiere a todos los conocimientos sobre los aspectos emocionales, afectivos y actitudinales de los estudiantes, y sus creencias con relación a los objetos matemáticos y al proceso de estudio que sigan. Se trata de

conocimientos que ayudan a describir las experiencias y sensaciones de los estudiantes dentro de una clase concreta o con un problema matemático determinado, en un nivel educativo específico, teniendo en cuenta los aspectos que se vinculan con la faceta ecológica⁷ (Pino–Fan y Godino, 2015, p. 100).

Faceta interaccional: Se refiere al conocimiento sobre las interacciones que se pueden establecer en el aula, la organización de las tareas y las dificultades en la comunicación de los estudiantes dentro de estas interacciones. Involucra lo que el profesor

⁷ Se define más adelante.

necesita saber para prever, implementar y evaluar secuencias de interacciones entre los que participan en el proceso de enseñanza y aprendizaje, orientadas a la fijación y negociación de significados (aprendizajes) de los estudiantes. Cabe aclarar que, para el CDM, las interacciones que ocurren en el aula no sólo se establecen entre el profesor y los alumnos sino también pueden establecerse entre los alumnos, alumnos y los recursos, y entre profesor, alumno y recurso.

Faceta mediacional: Se refiere al conocimiento que tiene un profesor para usar y evaluar la pertinencia de los recursos (tecnológicos, materiales y temporales) apropiados para potenciar el aprendizaje de los estudiantes de un objeto matemático específico. También se refiere al conocimiento sobre la asignación del tiempo a las distintas acciones y procesos de aprendizaje.

Faceta ecológica: Refiere al conocimiento del profesor sobre las relaciones del contenido matemático con otras disciplinas, y los factores curriculares. Estos refieren a tener conocimiento sobre el currículo del nivel educativo en el que se contempla el estudio del objeto matemático a enseñar y sus relaciones con otros currículos. La faceta también refiere a todos los aspectos socio-profesionales, políticos y económicos que condicionan los procesos de enseñanza de las matemáticas, ya que estos aspectos pueden influir en el conocimiento del currículo y su contexto.

Estas seis facetas que componen la dimensión didáctica pueden ser usadas, según Pino-Fan y Godino (2015), para analizar, describir y desarrollar el conocimiento de los profesores, o futuros profesores, acerca de los procesos de enseñanza y aprendizaje de tópicos específicos de matemáticas.

Hay una tercera dimensión del conocimiento del profesor para el CDM, que es la dimensión meta-didáctica que es la que le permite al profesor reflexionar sobre el proceso

de instrucción y elaborar un nuevo diseño para que funcione mejor en futuras ocasiones (Font et al., 2018).

Cabe resaltar que en esta sección solo se desarrolló a profundidad la segunda dimensión del modelo del CDM, ya que será la herramienta analítica que se usará en esta investigación dado que se indaga el conocimiento del profesor sobre argumentación, EGD y tareas, por lo tanto, se asocia a su enseñanza. Enseguida se define el otro concepto del marco de referencia conceptual de la investigación que es potencializar problemas.

Potencializar Problemas

En el contexto curricular nacional los Lineamientos curriculares de matemáticas (Ministerio de Educación Nacional, 1998) se refieren a los problemas⁸ como un contexto para acercarse al conocimiento matemático, y afirman que “no se deben reservar para ser considerados solamente después de que haya ocurrido el aprendizaje, sino que ellas pueden y deben utilizarse como contexto dentro del cual tiene lugar el aprendizaje” (p. 24). El documento explica entonces que no solo se deben tener en cuenta los contextos para la aplicación del conocimiento, sino para que el estudiante descubra o reinvente las matemáticas que está estudiando.

Proponer problemas que exijan a los alumnos explorar situaciones, plantear preguntas y reflexionar sobre sus respuestas es esencial ya que, según de Guzmán (1993, citado en Ministerio de Educación Nacional, 1998), proponer problemas

... pone el énfasis en los procesos de pensamiento, en los procesos de aprendizaje y toma los contenidos matemáticos, cuyo valor no se debe en absoluto dejar a un lado,

⁸ El Ministerio de Educación Nacional (MEN) (1998) los llama “situaciones problemáticas”.

como campo de operaciones privilegiado para la tarea de hacerse con formas de pensamiento eficaces. Se trata de considerar como lo más importante:

- que el alumno manipule los objetos matemáticos;
- que active su propia capacidad mental;
- que reflexione sobre su propio proceso de pensamiento con el fin de mejorarlo conscientemente;
- que, de ser posible, haga transferencias de estas actividades a otros aspectos de su trabajo mental; ... (p. 111).

Para el EOS, la noción de problema⁹ es una noción primitiva (Godino, 1999), pero Freudenthal (1991, citado en Godino, 1999) menciona que un problema para una persona es cualquier circunstancia en la cual deban realizarse actividades matemáticas como:

- Construir o buscar soluciones que no surgen de forma inmediata
- Idear una simbolización adecuada para representar sus soluciones al problema, para que puedan ser comunicadas,
- Justificar las soluciones propuestas,
- Generalizar la solución a otros contextos, situaciones-problema o procedimientos (p. 199).

Bajo esta mirada, en la solución de situaciones problema se necesita buscar dentro del campo de problemas lo esencial entre los distintos contextos, las relaciones con otras situaciones, problemas o procedimientos; es también

⁹ En el documento de Godino (1999) el término es situación-problema, pero en este documento se usa el término problema porque así se lo reconoce para la investigación.

característica la actividad de simbolizar, formular, validar, generalizar ... (Godino y Batanero, 1994, p. 334).

En ese orden de ideas, en coincidencia con Freudenthal (1991, citado en Godino, 1999) y los Lineamientos curriculares (Ministerio de Educación Nacional, 1998), esta investigación asume como problema cualquier situación de aprendizaje en la cual se debe realizar actividad matemática para su solución, que sirva como pretexto para acercarse al conocimiento matemático. Esto involucra las características que describe Freudenthal (1991, citado en Godino, 1999), expuestas anteriormente.

Para conceptualizar lo que para esta investigación significa potencializar problemas, partimos del significado del término potencializar, que se define de forma general como sinónimo de potenciar que es “comunicar potencia a algo o incrementar la que ya tiene” (RAE, 2021). Este significado lo relaciono con lo expuesto por los Lineamientos curriculares de matemáticas (Ministerio de Educación Nacional, 1998), en la medida que el énfasis en la formación matemática básica debe estar

... en potenciar el pensamiento matemático mediante la apropiación de contenidos que tienen que ver con ciertos sistemas matemáticos. Tales contenidos se constituyen en herramientas para desarrollar, entre otros, el pensamiento numérico, el espacial, el métrico, el aleatorio y el variacional que, por supuesto, incluye al funcional (p. 16).

De acuerdo con ello, potencializar problemas va orientado hacia potenciar el pensamiento matemático del estudiante. De hecho, los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (Ministerio de Educación Nacional, 2006) expresan que potenciar el pensamiento matemático es un reto escolar, y centra su énfasis en lo que significa ser matemáticamente competente. El documento lo enuncia en su título “potenciar el

pensamiento matemático ¡un reto escolar!” (p. 1). Para el MEN (2006), lograr esto significa:

- Formular, resolver y transformar problemas a partir de situaciones de la vida cotidiana.
- Usar diferentes tipos de representación o notaciones para comunicar las matemáticas, para así usarlas y con ellas argumentar y formular sus planteamientos.
- Usar la argumentación, prueba, validez, ejemplos o contraejemplos para avanzar hacia la demostración.
- Dominar algoritmos matemáticos eficaces y saber cómo y cuándo aplicarlos de manera flexible y eficaz.

En este orden de ideas, esta investigación entiende potencializar problemas como promover la mejora del pensamiento matemático de los estudiantes para formular, resolver y transformar problemas; usar diferentes tipos de representaciones para comunicar las matemáticas; hacer uso de la argumentación, ejemplos y contraejemplos; y/o permitir el dominio de algoritmos de forma eficaz y flexible.

Metodología

En este capítulo se muestra el diseño metodológico de la investigación que consiste en la perspectiva y la estrategia investigativa, en particular se describen las fases de la estrategia empleada, la manera en que se organiza, depura y fragmenta la información para construir los datos, y el procedimiento de análisis de estos.

Perspectiva Investigativa

Esta investigación se propone identificar el conocimiento del profesor sobre argumentación, EGD y tareas y cómo se transforma en el proceso de formación de la MDM, a la luz del modelo del CDM. Para lograr esto, es necesario identificar el conocimiento d-m del profesor antes y después de cursar el primer semestre de la MDM sobre argumentación, EGD y tareas, y establecer cómo se transformó ese conocimiento d-m en ese proceso de formación. Esto se puede interpretar como una visión de la investigación en Educación Matemática que busca un equivalente a dar un significado a las acciones del profesor, y también como una alternativa para buscar y establecer el cambio en dicho significado.

Lo anterior coincide con lo que describe Camargo (2021) sobre el enfoque fenomenológico. Ella afirma que en este enfoque se asume que los fenómenos de investigación pueden ser explicados con el fin de dar significados a las acciones, y cuestionados con el fin de determinar las transformaciones de estos significados; y que se pretende establecer descripciones fundamentadas de los fenómenos de estudio que permita, entre otras cosas, hacer hallazgos novedosos. En el caso de esta investigación, identificar el conocimiento d-m sobre argumentación, EGD y tareas del profesor corresponde a dar un significado de sus acciones para luego hallar su transformación que le permita establecer el

cambio en estos significados. Por tanto, se considera que esta investigación se enmarca en el enfoque fenomenológico.

Identificar y establecer la transformación del conocimiento d-m del profesor también coincide con lo que describe Camargo (2021) en la aproximación interpretativa o hermenéutica de las investigaciones con enfoque fenomenológico. Ella afirma que esta aproximación consiste en “profundizar en los significados que construyen [los] profesores... sobre: objetos y procesos matemáticos, la naturaleza de las prácticas educativas y de evaluación; factores sociales y culturales determinantes de la cultura escolar, etc.” (p. 13). En el caso de esta investigación, identificar el conocimiento d-m y su transformación involucra de forma implícita ahondar en los significados que tiene sobre argumentación, EGD y tareas en dos momentos, antes y después de participar en el primer semestre de la MDM. Esta descripción de los intereses de la investigación determina que la aproximación que enmarca este estudio, de acuerdo con lo expuesto por Camargo (2021), es la interpretativa o hermenéutica.

Estrategia Investigativa

Para abordar el problema de investigación es necesario en primer lugar identificar el conocimiento d-m del profesor sobre argumentación, EGD y tareas, para luego establecer su transformación, con lo cual se podrá dar respuesta a la pregunta de investigación. Ello suscita la necesidad de una estrategia investigativa con un plan de acción que permita movilizar el conocimiento del profesor, para así poder evidenciarlo, identificarlo desde el modelo del CDM, específicamente como el conocimiento d-m del profesor sobre argumentación, EGD y tareas antes y después de entrar a la MDM, y luego establecer de alguna forma la transformación de este conocimiento. De acuerdo con estas necesidades particulares de la investigación, la metodología que propone la investigación-acción (IA) se

muestra como un referente pertinente para el diseño de la estrategia investigativa de esta investigación, porque para la IA

- El estudio que se adelanta bajo esta metodología lo llevan a cabo los profesionales en ejercicio de la práctica que se analiza en lugar de un grupo externo de investigadores. (Feldman & Minstrell, 2000).
- La teoría se deriva de la práctica y está constituida por un conjunto de abstracciones y generalizaciones al respecto (Doerr & Tinto, 2000); por esto, los resultados obtenidos que se derivan del análisis de los datos tienden a ser locales, según Doerr y Tinto (2000), al nivel de un elemento particular de la práctica educativa.
- La investigación se sitúa en un contexto o entorno particular y se dirige hacia acciones que deben tomar los profesores y otros miembros de la comunidad de práctica profesional.

Estas características de la IA la hacen ver conveniente para el diseño de la estrategia investigativa de esta investigación porque el estudio lo adelanta el profesor sobre su propia práctica de diseño de tareas; los resultados obtenidos en la determinación de la transformación del conocimiento d-m del profesor corresponderán a su práctica en relación con las tareas para promover la argumentación en geometría con apoyo de un EGD; se ubica en el contexto de la sección secundaria del NES y se dirige hacia las decisiones que tome el profesor en la implementación del libro de texto para sus clases de geometría.

En la metodología de la IA se realiza simultáneamente, según Martínez (2000), la expansión del conocimiento científico y la solución de un problema, mientras aumenta la competencia de sus respectivos participantes. En la IA los sujetos investigados son también

investigadores y participan en el planteamiento y posible solución de los problemas, la recolección de información que se debe obtener al respecto, la definición de técnicas, el análisis e interpretación de los datos y la toma de decisiones a lo largo del trabajo. Ello diferencia la IA respecto a otras metodologías de investigación porque, según Feldman y Minstrell (2000), modifica la investigación educativa tradicional que incorpora a los profesores de una manera no trivial; es decir, el docente hace parte del proceso investigativo y no es solo una persona observada o que recolecta información.

Estas características de la IA también la hacen conveniente para el diseño de la estrategia investigativa, ya que el sujeto investigado es el mismo investigador como profesor estudiante de la MDM.

La IA es un proceso cíclico en el que cada ciclo está conformado de cuatro fases, las cuales se definen así según Serres (2007):

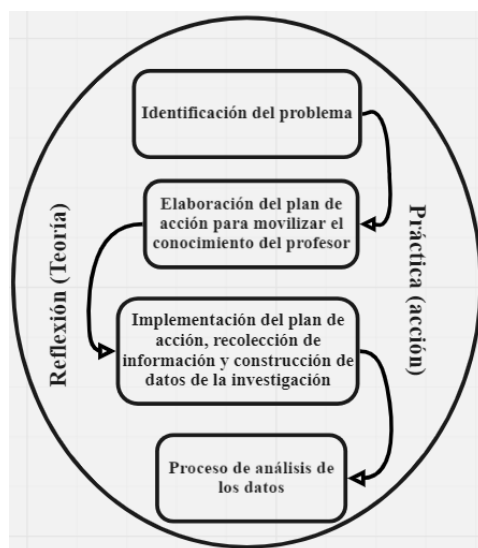
La primera fase, de *detección del problema* de este estudio, abarca el problema, su contexto y el marco teórico utilizado para explicar el abordaje del problema. La segunda fase, de *atención de las necesidades*, y la tercera fase, de *observación de los cambios*, se plantean en el análisis de los casos estudiados. La cuarta fase, de *evaluación y reflexión*, se presenta en las conclusiones de la investigación. (p. 296).

Respecto a la estructura de la estrategia investigativa de este trabajo, con base en un diagrama propuesto por Serres (2007), el esquema de la figura 3 muestra la forma en la que se modifican las fases de la IA para esta investigación. En la figura 3 se observa el orden en el que se ejecuta cada una de las fases, las cuales se ven permeadas por la reflexión que hace el profesor y la práctica que lleva a cabo en el

desarrollo de cada una de ellas. Enseguida de la figura 3 se enuncian cada una de las fases propuestas para este trabajo.

Figura 3

Esquema de la estrategia investigativa usada para esta investigación



Nota. Adaptado de *Esquema general de investigación acción* (Serres, 2007, p. 296).

Para la investigación se nombran las fases de la siguiente forma:

- Fase 1. Identificación del problema: Consiste en determinar las condiciones y necesidades para estudiar el problema.
- Fase 2. Plan de acción para movilizar el conocimiento del profesor: Las acciones con las cuales el investigador va a movilizar el conocimiento del profesor, para así poder evidenciarlo.
- Fase 3. Implementación de acciones, recolección de información y construcción de datos investigativos: Elaboración y aplicación de los instrumentos de recolección, organización, fragmentación y depuración de la información, y la posterior construcción del dato de la investigación.

- Fase 4. Proceso de análisis de los datos: La forma en que se analizan los datos construidos en la fase anterior.

En este orden de ideas, la estrategia implementada en esta investigación difiere a la metodología IA ya que, como se aprecia en el esquema, el proceso no es cíclico, por tanto, a partir de los hallazgos hechos en la cuarta fase se determina el estado de conocimiento d-m del profesor, pero no se vuelve a identificar un nuevo problema que se vaya a tratar posteriormente a través de estas cuatro fases. También es importante subrayar que otra diferencia es que el problema en la metodología IA debe ser construido con la participación del autor como sujeto investigado e investigador, pero en esta investigación el problema fue propuesto por los profesores de la MDM en el marco de los intereses investigativos del grupo AEG que soporta la cohorte, y por la coincidencia existente, descrita en el [capítulo de problemática](#), se relacionó con los intereses investigativos del autor al entrar a la MDM. Esto se profundiza en la fase 1 de la estrategia investigativa de este trabajo.

Enseguida se describen las fases de la estrategia investigativa.

Descripción de las Fases de la Estrategia Investigativa

Fase 1. Identificación del Problema

El problema que aborda esta investigación es cómo se transforma el conocimiento d-m del profesor sobre argumentación, EGD y tareas, a partir de su participación como estudiante en el primer semestre de una propuesta de formación de maestría sobre el diseño y gestión de tareas para promover la argumentación en geometría con apoyo de un software especializado de geometría dinámica. Esta necesidad de especialización del conocimiento del profesor se da alrededor de tres elementos: argumentación, tareas y EGD. Desde el punto de vista del grupo de investigación AEG, los aspirantes al programa reflejaron en sus

propuestas iniciales con las que se inscribieron, un conocimiento común de éstos tres elementos que requería avanzar hacia una mayor especialización.

Para determinar el problema, en el capítulo 1 se expuso la problemática profesional particular de profesor y la relación que esta tiene con la necesidad de especialización alrededor de los elementos argumentación, EGD y tareas que detectó el grupo de investigación AEG. Como la pregunta de investigación se dirige a cómo se transforma el conocimiento d-m del profesor en el marco de un proceso de formación de maestría, una condición que tiene esta investigación es plantear un antes y un después del conocimiento del profesor. Por lo tanto, se debe construir una caracterización de dicho conocimiento en dos momentos: antes de entrar a la maestría y después de cursar el primer semestre de esta. Estas caracterizaciones corresponden a lo que este trabajo reconocerá como los estados de conocimiento didáctico-matemático del profesor, se denominarán estados cero y uno, respectivamente.

Fase 2. Plan de Acción para Movilizar el Conocimiento del Profesor

El plan de acción para movilizar y evidenciar el conocimiento del profesor estaba previsto por el equipo de profesores que orientaba la cohorte de la MDM, consistía en cursar los seminarios del primer semestre y dentro de cada uno la realización de ciertas actividades a través de las cuales el profesor produjera documentos para exteriorizar su conocimiento, sin que esa intención estuviera manifiesta. Esos documentos para esta investigación se denominan insumos y son los que permiten rastrear el conocimiento del profesor a través de su participación como estudiante del primer semestre de la MDM. Fueron tres seminarios: Profundización de matemáticas elementales (PME) que contemplaba resolución de problemas de conjeturación, análisis de los momentos de la resolución y tipificación de los argumentos que podían surgir en la solución de éstos;

Diseño y desarrollo curricular (DDC) en el cual se trabajó la conceptualización de tareas, el análisis de instrucción y términos asociados al diseño y gestión de tareas usando un EGD; e Innovación e investigación en el cual se elaboró el anteproyecto de trabajo de grado.

Los documentos producidos por el profesor en el cursado de los seminarios eran para entregar al profesor a cargo de estos, se asumía que en su contenido estaba exteriorizado el conocimiento del profesor, por lo que tenían la información necesaria para establecer los Estados de conocimiento. Una consideración que se debe tener en cuenta para estudiar el estado cero de conocimiento d-m del profesor es que se asocia al ejercicio docente del profesor en el NES.

Fase 3. Implementación de Acciones, Recolección de Información y Construcción de Datos Investigativos

En esta fase se contempla la recolección, organización, depuración y fragmentación de la información, y la construcción de los datos de la investigación.

Como se prevé establecer dos estados de conocimiento del profesor, se recolecta la información para cada uno a través de diferentes insumos. Para el estado cero, como corresponde al momento antes de ingresar a la MDM, con base en la misma noción de insumos de la Fase 2, se consideraron como potenciales insumos:

- Propuesta de ingreso a la MDM: Es un documento que presenta el profesor como aspirante en su inscripción al programa, que contiene el tema y las intenciones de lo que él proyecta como su posible trabajo de grado.
- Pruebas de ingreso: Tres pruebas que pretendían evaluar las habilidades lecto-escriturales, en inglés y matemáticas del aspirante.

- Planeaciones de clase: Dichas planeaciones son las que elabora el profesor en su quehacer docente en la institución donde labora.

Luego de revisar el segundo insumo, se evidenció que ninguna de las tres pruebas tenía información sobre el conocimiento del profesor sobre argumentación, EGD y/o tareas; y no pudimos hacer uso del tercer insumo debido a restricciones que impusieron las autoridades de la institución educativa. Por lo tanto, el insumo usado para rastrear el conocimiento del profesor para el estado cero fue su propuesta de ingreso a la MDM.

Para el Estado uno los insumos son:

- Apuntes de clase: Son anotaciones personales del profesor a partir de las clases de los seminarios PME y DDC y sobre la construcción del anteproyecto de trabajo de grado en las clases del seminario Innovación e investigación.
- Documentos escritos sobre los trabajos de clase: Consiste en las respuestas dadas a los trabajos de clase asignados por el profesor a cargo de cada seminario.
- Resolución de las tareas propuestas en los seminarios: Son documentos en los cuales el profesor consigna sus respuestas a las tareas extra-clase propuestas en los seminarios.
- Versiones del anteproyecto de trabajo de grado: Tienen dos formatos, uno es respuesta a dos correos electrónicos donde la profesora encargada del seminario solicitaba responder algunas preguntas relacionadas con la delimitación del problema, y otro son documentos donde se iba avanzando en la construcción del anteproyecto según un formato dado por la profesora.

Los instrumentos que se diseñaron para organizar, fragmentar y depurar la información se aplicaron a cada grupo de insumos, por lo cual resultan dos instrumentos por cada grupo. Para organizar la información se diseñó una tabla llamada de insumos del conocimiento del profesor, en la que se consignaban partes de los insumos que denominamos fragmentos. Estos fragmentos son partes de la producción escrita del profesor en cada insumo, elegidas por él según si evidencia en ellas su conocimiento sobre argumentación, EGD o tareas. La tabla 1 muestra la estructura de la tabla de insumos.

Tabla 1

Formato de la tabla de insumos del conocimiento del profesor

Insumo	febrero	marzo	abril	mayo	junio
Nombre del seminario (tipo de documento)					

Esta tabla se construyó para organizar los fragmentos de los insumos en orden cronológico. La primera columna de la tabla corresponde a los nombres de los seminarios en los cuales se produjeron los insumos, y las siguientes columnas corresponden a los fragmentos extraídos que se ubican en el mes correspondiente de febrero a junio en el que se produjo el insumo al que pertenecen.

Para consignar los fragmentos en la tabla, en la primera columna se escribe el nombre del seminario en el cual se produjo el insumo del que se extrae el fragmento, y se escribe éste en la columna correspondiente al mes en donde se produjo el insumo. Para reconocer el insumo al que corresponden los fragmentos y la ubicación de estos dentro del insumo, en las columnas en las cuales se ubica el fragmento, se escribe el tipo de insumo del cual se extrajo el fragmento (ej. tarea, trabajo de clase) y cuál era el requerimiento que se hacía al docente en la producción de esa parte del insumo en la cual se reconoció el

fragmento. Esto se escribe primero y como punto aparte, se transcribe el fragmento. Después de esta descripción, se escribe entre paréntesis la página del insumo en la cual se identificó el fragmento. Para la propuesta de ingreso a la MDM y los apuntes de clase, como no se identificaron las fechas que permitieran darle un orden cronológico según los meses a los fragmentos que se extrajeran de ellos, se ignora este orden. En el caso particular de los apuntes de clase, también se ignora el tipo de insumo del cual se extrajo el fragmento.

Un ejemplo de la forma en que se ubican los fragmentos en la tabla 1 se muestra en la tabla 2.

Tabla 2

Ejemplo de ubicación de fragmento en la tabla de insumos del conocimiento del profesor

Insumo	febrero	marzo	abril	mayo	junio
Productos Profundización en matemáticas elementales (PME)		<p>Tarea 1: Solución de situaciones geométricas, en las cuales se exponen los tipos de argumentos que emergieron durante las situaciones de tarea: (desde el final de la página 3 hasta la página 5)</p> <p>“Argumento 1: Se concluyó que el radio debe ser mayor o igual a la mitad de la distancia entre A y B.</p> <p>Tipología: Inductivo ...</p>			

Se puede observar que el fragmento surgió en el seminario PME a partir de la tarea 1, entre paréntesis se escribe la ubicación del fragmento dentro de este trabajo y enseguida se transcribe el fragmento.

Para depurar y fragmentar la información organizada en la tabla de insumos, se elabora posteriormente la tabla de manifestaciones del conocimiento del profesor. Su estructura se muestra en la tabla 3.

Tabla 3

Formato de la tabla de manifestaciones del conocimiento del profesor

Fragmento	Comentarios	Qué elemento	Qué sobre el elemento	Idea anterior sobre el elemento	Cambio	Acción que produjo el cambio	Inquietudes surgidas
------------------	--------------------	---------------------	------------------------------	----------------------------------------	---------------	-------------------------------------	-----------------------------

La tabla de manifestaciones se construyó para poder extraer información detallada acerca del conocimiento del profesor que él reconoce en cada uno de los fragmentos que se registraron en la tabla de insumos. Su diseño responde a la intención de ser el instrumento que permita a la investigación identificar a qué elemento (argumentación, EGD y/o tareas) se refiere el conocimiento del profesor asociado a los fragmentos, y también hacer conexiones entre el conocimiento evidenciado a lo largo de la ejecución del plan de acción propuesto en la fase 2 de la estrategia investigativa. Se debe tener en cuenta que esta tabla se diligencia por filas de acuerdo con el orden de aparición de los fragmentos según la tabla de insumos.

El contenido de las columnas es:

- Fragmento, son los fragmentos de los insumos consignados en la tabla de insumos;
- Comentarios, es una breve descripción sobre lo que se expone en el fragmento con respecto al tipo de insumo de donde surgió, y lo que éste es en el sentido de

lo solicitado en el seminario al que corresponde (ej. respuesta a una pregunta, reflexión, análisis de algo elaborado)

- Qué elemento, indica a qué elemento se refiere el fragmento: argumentación, tareas y EGD.
- Qué sobre el elemento, dice lo que el profesor reconoce como su conocimiento reflejado en el fragmento respecto del elemento indicado. A este reconocimiento del conocimiento del profesor en esta columna se le reconoce en la investigación como manifestaciones.
- Idea anterior sobre el elemento, lo que el profesor reconoce como su conocimiento anterior al declarado en la columna “qué sobre el elemento” respecto al elemento indicado.
- Cambio, lo que el profesor reconoce como el cambio en su conocimiento sobre el elemento indicado;
- Acción que produjo el cambio, aquella(s) acción(es) que el profesor reconoce como la(s) que ocasionó (ocasionaron) el cambio de su conocimiento, si lo hubo.
- Inquietudes surgidas, preguntas que el profesor reconoce se le generaron en el momento de producir el fragmento del insumo.

En las columnas cuyos títulos son de color rojo siempre se va a escribir información puesto que corresponde a la descripción de lo que dice el fragmento, el tipo de insumo del que proviene este, a qué elemento se refiere y qué dice sobre ese elemento. En las columnas cuyos títulos son de color naranja no siempre se va a escribir información, porque depende de si el profesor reconoce un conocimiento anterior al expresado en el fragmento, cambio en su conocimiento e inquietudes en el momento que produjo el fragmento en los insumos.

Es importante mencionar que como para esta investigación el sujeto investigado es el mismo investigador, la elaboración de las tablas de manifestaciones son un proceso metacognitivo difícil y demandante, en el que participó el director de la tesis como interlocutor.

Para el caso de los fragmentos reconocidos en los apuntes de clase, se toma la decisión de que sirvan de complemento de la explicación de las columnas para otro fragmento, ya que los apuntes de clase no tienen un orden cronológico en su creación que permita identificar su ubicación entre cuál era la idea anterior sobre el elemento o el cambio al que refieren estos fragmentos.

Luego de depurar y fragmentar la información en la tabla de manifestaciones, se procede a la construcción del dato de la investigación que consiste en elaborar un texto de carácter narrativo, informativo y reflexivo que da cuenta del conocimiento del profesor reflejado en esa tabla. Dicho texto debe aludir al conocimiento del profesor sobre argumentación, tareas y EGD que se encontró a lo largo del desarrollo del plan de acción a través de los insumos. Para esto, el texto debe contener: reflexiones sobre el conocimiento, las cuestiones que evidencia el profesor que se hacen visibles a través de lo producido en la tabla de manifestaciones, y a las inquietudes que surjan. Al ser el dato de la investigación, este texto debe permitir identificar el conocimiento del profesor sobre los tres elementos del énfasis de la MDM cuando se pase a la fase 4 de la investigación. El dato de la investigación se denomina texto narrativo del conocimiento del profesor sobre argumentación, EGD y tareas para el estado cero/uno, uno por cada estado. En el caso del estado cero, su contenido se refiere al conocimiento que se encontró en el insumo correspondiente, la propuesta de ingreso a la MDM. A continuación, se describen los pasos para elaborar el texto narrativo para cada estado:

Texto narrativo para el estado cero del conocimiento del profesor. Como primer paso se elabora una tabla denominada rastreo estado cero, con intención de clasificar los fragmentos de la tabla de manifestaciones para el estado cero del conocimiento del profesor, y así dar un orden a cuáles se refieren a alguno de los tres elementos. La tabla 4 permite ver este orden de forma más sintética de lo que se puede encontrar en la tabla de manifestaciones.

Tabla 4

Formato de la tabla para el rastreo de los fragmentos para el estado cero

Fragmento (número)	Argumentación	EGD	Tareas
-----------------------	---------------	-----	--------

Para dar un orden a los fragmentos según al elemento que refieren, en esta tabla se da una organización de la información recolectada en la tabla de manifestaciones, de tal forma que permita saber qué fragmentos refieren a argumentación, tareas o EGD, y esto aporte a la estructura del texto narrativo para el estado cero. En la primera columna se ubica el fragmento que se ubicó en la tabla de manifestaciones y se marca a qué elemento se refiere. La organización que muestra la tabla para el rastreo permite saber a cuáles fragmentos me voy a referir en cada parte del texto, ya que este se redacta en el siguiente orden: EGD, argumentación y tareas.

El orden de escritura del texto narrativo para el estado cero se hace de la forma anterior descrita ya que, aun cuando no había evidencia de manifestaciones sobre los elementos argumentación y tareas en la tabla de manifestaciones para el estado cero, sí se encontraron en la elaboración de la tabla de manifestaciones para el estado uno. Cuando el

profesor se pregunta cuál es la idea anterior que tiene sobre el elemento, surgen nociones que tenía antes de entrar a la MDM.

Texto narrativo para el estado uno del conocimiento del profesor. Debido al alto volumen de información que se recolectó para el estado uno, y que fue producida en un periodo de tiempo extenso de cuatro meses, el proceso de construcción del texto narrativo para ese Estado implicó más trabajo que el requerido para el texto narrativo para el estado cero.

Como primer paso se elabora el esquema de rastreo del estado uno con las manifestaciones de conocimiento del profesor, cuya clasificación implicó usar columnas adicionales como se muestra en la tabla 5.

Tabla 5

Formato de la tabla para el rastreo de los fragmentos para el estado uno

Fragmento #	Argumentación			Tareas								EGD	
	Palabras asociadas	Tipos de argumentos	Consideraciones	Diseño	Análisis de instrucción	Características	Para que se proponen	Posibles soluciones	Gestión	Implementación	Definición		

En este paso se enumeran los fragmentos de la primera columna de la tabla de manifestaciones. Similar a lo que se hizo en la tabla 3, se busca qué de lo recolectado en la tabla de manifestaciones para el estado uno puede servir para hablar sobre argumentación, tareas y EGD en el texto narrativo para el estado uno. Pero a diferencia de la tabla 3, de acuerdo con la información encontrada en la tabla de manifestaciones para el estado uno, se reconocen cuestiones particulares para cada uno de los elementos en las manifestaciones, por lo que se hizo necesario agregar a la tabla subdivisiones que permitieran ubicar dichas

cuestiones particulares asociadas a cada elemento. Tales cuestiones particulares permiten reconocer sobre qué de cada elemento se debe escribir en el texto narrativo para el estado uno de conocimiento. A estas cuestiones se les reconocerá en el texto narrativo como aspectos. También, dentro de los aspectos, se encontraron cuestiones particulares asociados a éstos, los cuales se reconocerán como asuntos. Estas cuestiones denominadas aspectos y asuntos determinan un orden en la escritura de lo hallado por cada manifestación en el texto narrativo, así: Se habla del elemento, luego del aspecto y, por último, del asunto. Lo que se encontró como aspectos para cada uno de los elementos fue:

Argumentación:

- Palabras asociadas: Argumento, razonamiento, demostración
- Tipos de argumentos
- Consideraciones

Tareas:

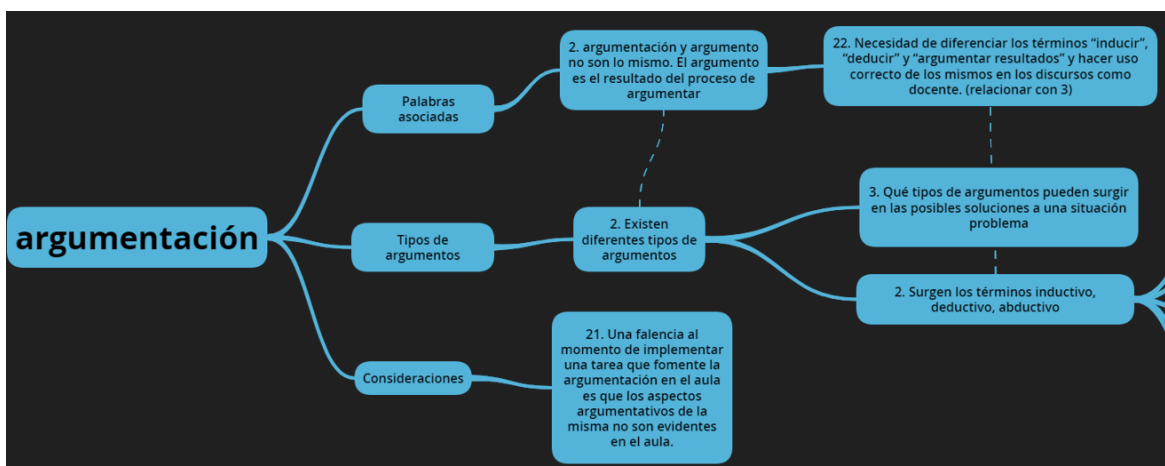
- Diseño
- Análisis de instrucción
- Características
- Para qué se proponen
- Posibles soluciones
- Gestión
- Implementación
- Definición o contraejemplos

EGD: No se reconoció ningún asunto o aspecto asociada al elemento. Esto se debe a que hubo pocos fragmentos en la tabla de insumos que refirieran a éste.

Como segundo paso para la escritura del texto narrativo se realizan dos organizadores mentales, uno sobre argumentación y otro sobre tareas. No se elaboró organizador mental para el elemento EGD por la misma aclaración hecha al respecto de los aspectos que surgieron. En estos organizadores mentales se evidencian el elemento y cada una de las manifestaciones del conocimiento del profesor asociadas al elemento. Cada una de las manifestaciones se organiza con base en los aspectos y los asuntos encontrados en el paso anterior. Estos organizadores son mapas mentales que se elaboran con una disposición horizontal, iniciando por los aspectos encontrados en el paso anterior, tienen como propósito identificar la relación entre todas las manifestaciones que refieren a un aspecto e intentar observar relaciones entre manifestaciones que se catalogaron en aspectos diferentes, con el fin de identificar un hilo conductor del conocimiento del profesor sobre un elemento referente a un aspecto. En la figura 4 se muestra a modo de ejemplo parte del organizador mental sobre argumentación.

Figura 4

Parte del organizador mental sobre argumentación para escribir el texto narrativo para el estado uno.



Nota. Para el aspecto palabras asociadas, por ejemplo, se ubica de forma horizontal la primera manifestación del conocimiento del profesor sobre este aspecto, y luego la siguiente según lo identificado dentro de la tabla de rastreo correspondiente. Las líneas punteadas son posibles relaciones entre manifestaciones que se ubican relacionadas a diferentes aspectos.

Como tercer paso para la escritura del texto narrativo se organizan los insumos por fechas, con el propósito de ordenar los fragmentos sobre los cuales se escribe. Vale la pena aclarar que esta organización de los fragmentos no se contradice a la organización de las manifestaciones para la tabla de rastreo, ya que la organización de los insumos aporta el orden cronológico en la redacción de dicho texto, y el orden que se expone en la tabla de rastreo permite agrupar las manifestaciones por elemento. En la escritura del texto narrativo se encontrarán dos niveles de organización de la narración, un primer orden es el que se pudo dar mes a mes que sería general, y dentro de cada mes, que sería local, lo que se halló en la tabla de rastreo sobre el elemento y referente a los aspectos y los asuntos.

Como cuarto paso, haciendo uso de la tabla de manifestaciones, los organizadores mentales y la organización cronológica de los insumos, obtenidos en los pasos anteriores, se escribe el texto narrativo para el estado uno del conocimiento del profesor sobre argumentación, EGD y tareas. La organización de los insumos aporta el orden del texto narrativo por meses, desde febrero hasta junio, y al terminar la redacción de lo que ocurre durante cada mes se hace un párrafo de síntesis que enuncie de forma breve lo descrito hasta el momento. Los organizadores mentales aportan los enlaces entre manifestaciones que se deben exponer en el texto, describiendo las conexiones que hubo entre el conocimiento explicitado por el profesor sobre un elemento, referente a una faceta, relativo a un asunto, además, estos ayudan a ser evidentes las reflexiones pertinentes sobre los

enlaces existentes del conocimiento hallado con evidencias antes o después de la fecha del fragmento, ya que esto fue lo que se intentó señalar en dichos organizadores mentales. La tabla de manifestaciones para este estado aporta el contenido de lo que se comentará para cada uno de los fragmentos identificados en los insumos recolectados en el primer semestre de la MDM, que son las manifestaciones y las reflexiones que resultaron en la elaboración de esta tabla.

Fase 4: Proceso de análisis de los datos

Los datos de la investigación son los textos narrativos del conocimiento del profesor sobre argumentación, EGD y tareas para los estados cero y uno. Para analizar estos textos se hace uso del sistema de categorías que el EOS denomina modelo del CDM, propuestos a partir de las facetas de la idoneidad didáctica de dicho enfoque. Dentro de este sistema de categorías, se hace uso de las facetas de la dimensión didáctica (epistémica, cognitiva, afectiva, interaccional, mediacional y ecológica) que es la herramienta analítica de esta investigación. El análisis de los datos de la investigación consiste en identificar afirmaciones del texto narrativo que expliciten el conocimiento del profesor respecto de argumentación, EGD y tareas, denominadas afirmaciones clave. Luego se asocian las afirmaciones clave con las facetas de la dimensión didáctica del CDM a través de los criterios de análisis contruidos para cada una. Con base en dicha asociación, luego se establece el estado del conocimiento d-m del profesor a través de un texto de tipo declarativo y, por último, una vez elaborados los estados cero y uno, se establece la transformación del conocimiento d-m del profesor entre ellos.

Enseguida se describe en detalle el procedimiento de análisis de los textos narrativos que se realiza en cuatro pasos.

Como primer paso se identifican afirmaciones clave en el texto narrativo que den cuenta del conocimiento del profesor sobre los elementos argumentación, EGD y tareas. Las afirmaciones clave se organizan teniendo en cuenta el elemento al que se refieren.

Se considera afirmación clave a cualquier parte del texto narrativo que enuncie, de forma explícita o implícita, el conocimiento del profesor sobre argumentación, EGD y tareas. En caso de que en la afirmación clave no aparezca de manera evidente el sujeto al que se refiere, se completa la afirmación con palabras o frases escritas entre corchetes que permitan identificarlo.

Para hacer la organización de las afirmaciones clave se construyen tres tablas, una para cada elemento, cuya estructura consiste en un título y tres columnas. La tabla 6 muestra la estructura de dichas tablas de análisis. El título corresponde al elemento al que conciernen las afirmaciones transcritas en la tabla, esto es, una tabla para argumentación, otra para EGD y otra para tareas. En la primera columna de cada tabla se transcriben las afirmaciones clave, una por fila y en el orden en el que aparecen en el texto narrativo. El contenido de la segunda y tercera columna se describe en los pasos siguientes del procedimiento.

Tabla 6

Estructura de la tabla para la organización y análisis de las afirmaciones clave

Sobre Argumentación		
Afirmación clave	Faceta	Explicación

Como segundo paso, se determina la faceta a la que se refiere el conocimiento de cada afirmación clave con base en los criterios de análisis de las facetas de la dimensión didáctica del conocimiento d-m del profesor, y se explica la razón de ello. Dichas facetas,

expuestas en el capítulo anterior, se usan como las categorías de análisis de la investigación.

Con base en las definiciones de las facetas de la dimensión didáctica y lo expuesto por Godino (2009) para la evaluación y desarrollo del CDM, se plantean los criterios de las facetas de la dimensión didáctica del conocimiento d-m del profesor para el análisis de los datos. Establecer estos criterios responde a la necesidad de rastrear el conocimiento d-m del profesor a través de las afirmaciones clave, ya que son los que permiten decidir si el conocimiento vinculado a cada una de estas hace referencia a una u otra faceta. Ello se hace identificando qué criterio se encuentra reflejado en cada afirmación clave a través de las acciones del profesor implicadas en ella, es a partir de ello que se determina la faceta a la que se refiere el conocimiento vinculado a cada afirmación.

Los criterios se establecen por cada faceta y su redacción empieza con un verbo conjugado en tercera persona del singular que se derivan de las definiciones de la faceta. Esta forma de redacción pretende identificar en las afirmaciones clave las acciones que el profesor hace en su labor docente a través de las cuales se pueden relacionar con cada faceta. Los criterios para cada faceta se presentan enseguida.

Faceta epistémica:

1. Usa o establece definiciones, nociones¹⁰ o concepciones¹¹ sobre los elementos.
2. Usa o establece ejemplos y contraejemplos asociados a la argumentación y/o al elemento tareas.
3. Usa vocabulario especializado¹² asociado a los elementos.

¹⁰ Idea general que se tiene sobre algo.

¹¹ Opinión o manera de entender cierta cosa.

¹² Se refiere a que el término está siendo adoptado desde algún referente bibliográfico.

4. Usa diferentes representaciones para un argumento e identifica las relaciones entre ellas.
5. Establece relaciones entre tipos de argumentos y tipos de problemas.
6. prevé diferentes procedimientos para resolver una situación problema cuando planea su gestión en aula.
7. Asocia diferentes tipos de argumentos referidos a un mismo problema.
8. Usa vocabulario propio¹³, no especializado, como sinónimos asociados a los elementos.

Faceta cognitiva:

1. Identifica si el estudiante usa vocabulario asociado a la argumentación.
2. Identifica si el estudiante usa diferentes representaciones al resolver una situación problema o tarea.
3. Identifica si el estudiante usa diferentes representaciones para referirse a sus argumentos.
4. Identifica obstáculos o errores de los estudiantes respecto a la argumentación.
5. Identifica los procedimientos que usan los estudiantes en la solución de una tarea.
6. Identifica los vínculos (matemáticamente correctos o no) que los estudiantes hacen entre el objeto matemático centro de estudio y otros objetos matemáticos requeridos para resolver una situación problema.
7. Identifica posibles tipos de argumentos que da el estudiante en la solución de una situación problema.

Faceta mediacional:

¹³ Se refiere a que el término que se usa no está basado en alguna referencia bibliográfica.

1. Usa recursos tecnológicos y materiales para potenciar el aprendizaje de un objeto matemático específico.
2. Evalúa la pertinencia de los recursos tecnológicos y materiales para potenciar el aprendizaje de un objeto matemático específico.
3. Asigna tiempos específicos para el trabajo en clase con un recurso determinado, según las características de este y lo que los estudiantes saben sobre ese uso.
4. Reconoce cuándo los estudiantes hacen arrastre mantenido, limitado o libre.
5. Identifica formas en las que los EGD pueden favorecer el aprendizaje en los estudiantes.
6. Evidencia las necesidades que provee el EGD para que los estudiantes busquen validar sus respuestas.
7. Fomenta la producción de argumentos o conjeturas en clase usando un EGD.
8. Aplica en el diseño o gestión de tareas formas en las que los EGD favorecen los procesos cognitivos de la actividad geométrica.
9. Identifica formas en las que los EGD favorecen la producción de argumentos en la solución de una situación problema.

Faceta interaccional:

1. Genera metodologías de enseñanza que pone en juego en el aula usando un EGD
2. Prevé y evalúa momentos en la clase que pueden favorecer la producción colectiva de argumentos.
3. Identifica interacciones de los estudiantes en las cuales se puedan generar argumentos.
4. Planea formas en las que se daría la interacción profesor-alumno-EGD en el aula

5. Formula preguntas o instrucciones que provoquen que los estudiantes hagan explícitos los argumentos producidos al solucionar un problema propuesto.
6. Identifica formas en las que se da la interacción entre el profesor y el estudiante cuando este usa un EGD para resolver una situación problema.
7. Negocia e institucionaliza argumentos de los estudiantes que se generan al resolver una situación problema.

Faceta ecológica:

1. Tiene en cuenta los tipos de argumentos que se pretende promover en un grado de la escolaridad desde las políticas curriculares nacionales o institucionales.
2. Exhibe qué aspectos del currículo tiene en cuenta para el diseño, gestión y evaluación de tareas.
3. Aplica en el diseño de tareas aspectos sobre dificultades, errores y obstáculos de los estudiantes según el currículo del grado escolar en el que enseña.
4. Vincula aspectos sobre la argumentación con aspectos del currículo al momento de proponer y prever soluciones de una situación problema en el diseño y gestión de tareas.
5. Relaciona aspectos sobre el currículo del grado escolar en el que enseña con aspectos curriculares de grados escolares superiores o inferiores para el diseño y gestión de tareas.

Faceta afectiva:

1. Identifica actitudes y emociones de los estudiantes con relación a los objetos matemáticos que se abordan en la solución de una situación problema.
2. Identifica las creencias que tienen los estudiantes en torno a los objetos matemáticos que se abordan en una situación problema.

3. Describe, a partir de los comportamientos de los estudiantes, posibles expectativas de ellos para la clase o con un problema matemático determinado.
4. Aplica en el diseño de tareas aspectos sobre las características afectivas y emocionales de los estudiantes.

Para continuar con la descripción de las columnas de la tabla 6, en la columna faceta se escribe el nombre de la faceta con la que se asoció la afirmación clave, ello corresponde al de qué tipo es el conocimiento d-m del profesor, y se escribe(n) el(los) número(s) de los criterios que se encontraron reflejados en la afirmación clave.

En la columna explicación se escribe el porqué de la asociación de la afirmación clave con la faceta, esto es, la(s) razón(es) por las cual(es) el(los) criterio(s) indicado(s) se ve(n) reflejado(s) en la afirmación clave en términos de las acciones del profesor, es decir, lo que hace el profesor que indica hacia dónde está dirigido su conocimiento según los criterios de las facetas, las cuales hacen que se caracterice ese conocimiento en una faceta particular. Al mismo tiempo, también se identifican etiquetas en la explicación para construir el producto del tercer paso del procedimiento de análisis. Estas etiquetas son palabras que permiten identificar las cuestiones que emergen de la clasificación que se hizo de la afirmación clave a la luz de los criterios de las facetas del modelo del CDM, se resaltan con color rojo en las explicaciones de la tercera columna. Estas etiquetas están asociadas al conocimiento del profesor explicitado en la afirmación clave.

Como tercer paso del análisis se escribe el texto que describe el estado de conocimiento d-m del profesor sobre los elementos argumentación, EGD y tareas, que es una caracterización del conocimiento del profesor a la luz del modelo del CDM. El estado es un texto de tipo declarativo que da cuenta de cuál es el conocimiento d-m del profesor sobre cada elemento, esto es, explicitar el conocimiento hallado en cada afirmación clave y

contar la faceta a la que este se refiere. La organización de este texto se hace en primer lugar declarando el conocimiento del profesor por elemento y luego por faceta.

Para redactar el estado de conocimiento d-m del profesor, primero se menciona en el primer párrafo las facetas a las que se refiere el conocimiento del profesor sobre cada elemento, argumentación, luego sobre EGD y después sobre tareas; ya que este es el orden en que se presentan las tablas del primer paso del procedimiento del análisis de la investigación. Luego para cada elemento, se explicita el conocimiento encontrado en las afirmaciones clave que se pudo identificar por medio de los criterios. Por último, se menciona el conocimiento d-m explicitado por el profesor referente a cada faceta, en el orden en el que se presentan en la construcción de los criterios.

Como cuarto y último paso del procedimiento de análisis, se identifica la transformación del conocimiento d-m del profesor entre los estados cero y uno. Se debe tener en cuenta que lo que se busca establecer en esta investigación es cómo se transforma el conocimiento del profesor sobre argumentación, EGD y tareas, luego del cursado de los seminarios del primer semestre de la MDM, por tanto, se asume en este ejercicio de análisis que la transformación es el cambio en el conocimiento entre los dos estados cero y uno que se establecieron en el paso anterior del procedimiento. Vale la pena mencionar que en la tabla de manifestaciones también se usa la palabra cambio, pero es referido al que se produce entre el momento anterior en el que se produjo un insumo. En ese sentido, el cambio entre estados se reconoce como transformación del conocimiento d-m, por tanto, reconocido por el investigador por medio del análisis de los datos, y el otro como cambio, que se usa en la tabla de manifestaciones, se asume como puntual y reconocido por el sujeto investigado.

La transformación muestra el cambio del conocimiento d-m del profesor entre los estados cero y uno, teniendo en cuenta el análisis de cada texto narrativo y las etiquetas que surgieron en este. La redacción e identificación de esta transformación se hace por cada elemento referente a cada faceta, según el orden en el que se presentaron en los criterios. Se abordan todas las facetas por un elemento, y luego se procede a hablar sobre el siguiente elemento.

Para identificar esta transformación, se comparan los estados por elemento a partir de las etiquetas. Dado que cada etiqueta está asociada a una afirmación clave que explicita conocimiento, la transformación del conocimiento d-m se realiza de la siguiente forma:

1. Se revisan las etiquetas que hay en común por cada faceta. Esto con el propósito de comparar el conocimiento asociado a cada etiqueta para cada Estado. Para determinar el cambio del conocimiento d-m del profesor asociado a las etiquetas en común, se busca a qué aspecto o asunto hace referencia esta etiqueta en cada explicitación del conocimiento en cada uno de los estados, y se comparan dichas explicitaciones si corresponden o no a los mismos aspectos y asuntos, y así se establece si hubo o no un cambio en el conocimiento d-m del profesor asociado a estas etiquetas.
2. Se revisan las etiquetas que no son comunes por cada faceta, y de forma similar a como se hace con las etiquetas que hay en común, se busca a qué aspecto o asunto hace referencia la etiqueta en la explicitación del conocimiento. Luego, se describe la transformación del conocimiento d-m a través del aporte que hace la identificación de este conocimiento dado que no se reconoce en el otro estado de conocimiento en el que no se identificó la etiqueta.

Presentación y Análisis De Los Datos

A continuación, se presentan los textos narrativos para los estados del conocimiento del profesor, que son los datos de la investigación, y el análisis que se hace a estos por medio de los criterios diseñados de las facetas de la dimensión didáctica del CDM, que es la herramienta analítica seleccionada para esta investigación.

Dato para el Estado Cero del Conocimiento d-m del Profesor sobre Argumentación, EGD y Tareas

Tabla de Insumos para el Estado Cero del Conocimiento del Profesor

Como se mencionó en el capítulo anterior, el insumo que se consigna en esta tabla es la propuesta de ingreso a la MDM, ya que no se pudo hacer uso de los otros dos insumos pensados para este estado de conocimiento. Esta tabla corresponde a la organización de la información recolectada en la [fase 3](#) de la estrategia investigativa para la construcción del dato para el Estado cero de conocimiento del profesor. La forma de completar la tabla está descrita en el [capítulo anterior](#). El resultado es el anexo 1.

Tabla de Manifestaciones para el Estado Cero del Conocimiento del Profesor

En esta tabla se fragmenta y depura la información de la tabla de insumos del anexo 1, que será la base para la construcción del texto narrativo para el estado cero del conocimiento del profesor. La forma de completar la tabla está descrita en el [capítulo anterior](#). El resultado es el anexo 2.

Texto Narrativo del Conocimiento del Profesor sobre Argumentación, EGD Y Tareas para el Estado Cero

Este texto narrativo alude al conocimiento del profesor sobre argumentación, EGD y tareas, y a ciertas reflexiones (si las hay) sobre dicho conocimiento. Este texto, que es uno

de los datos de la investigación, se construye con base en la información depurada y fragmentada en la tabla de manifestaciones del anexo 2, se presenta a continuación.

Texto narrativo del conocimiento del profesor sobre argumentación, EGD y tareas para el estado cero.

Para rastrear mi conocimiento para el estado cero recurrí a dos insumos. Uno corresponde a mis respuestas solo en las dos primeras partes de la prueba de admisión a la Maestría, ya que la tercera correspondía a comprensión de lectura de un texto en inglés con preguntas de selección múltiple. Las dos primeras partes de la prueba eran la didáctico-matemática y la de escritura, en ambas debía producir un texto para responder, en la primera a un problema de geometría dado y en la segunda sobre mi punto de vista argumentado a partir de un fragmento de un artículo sobre TIC en educación. En las respuestas a estas dos partes de la prueba no encontré evidencia de mi conocimiento sobre los elementos que definen el énfasis de la maestría, argumentación, EGD y tareas, porque las cuestiones que en cada una se trataba eran diferentes a estos. El otro insumo es la propuesta de anteproyecto de trabajo de grado que presenté para el ingreso a la Maestría, la cual sí me dio evidencia de mi conocimiento sobre el elemento EGD porque en ella debía reflejar las ideas iniciales acerca de la indagación que quería realizar, explicitando la relación entre la problemática y el énfasis tecnología digital en educación matemática. No usé más insumos puesto que la evidencia documental elaborada en mi ámbito profesional antes de ingresar a la maestría no tiene como tema central alguno de los tres elementos.

La evidencia de mi conocimiento que encuentro en la propuesta de anteproyecto de trabajo de grado sobre el elemento EGD, es relativa a tres cuestiones:

La primera cuestión, la concluyo a partir de los siguientes enunciados: “(...) propuesta didáctica basada en el aprendizaje significativo usando software de geometría

dinámica para la enseñanza (...)", "(...) la necesidad de usar la tecnología como una herramienta que ayude a potencializar el aprendizaje (...)" y "(...) reflexión sobre el potencial que adquiere la tecnología digital en la enseñanza de las funciones trigonométricas"; estos enunciados muestran que para referirme a EGD uso los términos 'software de geometría dinámica', 'tecnología como herramienta' y 'tecnología digital' como sinónimos, reconociendo a EGD como un tipo de tecnología usada para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Por tanto, puedo concluir que me refiero a EGD usando más de una acepción.

La segunda cuestión se hace evidente al afirmar que "(...) usar la tecnología como una herramienta que ayude a potencializar el aprendizaje de un tema en particular, en este caso, las funciones trigonométricas.". En la afirmación se refleja que sabía que la tecnología puede ser un elemento que potencialice el aprendizaje, entendía potencializar como hacer más significativo para el estudiante un problema a partir del uso de la tecnología. Sin embargo, me cuestionaba en qué sentido los EGD pueden potencializar los problemas de un libro de texto, aspecto importante de mi pregunta de investigación en la propuesta de anteproyecto de trabajo de grado.

La tercera cuestión se hace evidente en la afirmación "(...) los beneficios u obstáculos que trae la geometría dinámica al desarrollo de una propuesta [de enseñanza] basado en un tipo de aprendizaje (...)", porque encuentro en mí la idea implícita y construida de forma empírica que los EGD pueden favorecer o perjudicar una propuesta de enseñanza.

Lo expuesto anteriormente refleja que reconozco que los EGD me pueden ayudar en procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y asocio varios términos con este

elemento. Por eso, al entrar al programa tenía dos preguntas que pretendía responder con ayuda de los espacios académicos de formación:

¿Cualquier software que me permita trabajar geometría es un EGD?

¿La implementación de un EGD es esencial para mejorar el proceso de aprendizaje de los estudiantes?

Cuando revisé los insumos para rastrear mi conocimiento en el estado uno, tuve que preguntarme si tenía una idea anterior al conocimiento evidenciado en la primera afirmación que encontré sobre los elementos tareas y argumentación. Al hacer esto, me di cuenta de que tenía ideas anteriores a mi ingreso a la maestría sobre los elementos argumentación y tareas que no estaban reflejadas en los insumos para el rastreo de mi conocimiento para el estado cero. Enseguida presento dichas ideas anteriores:

Respecto al elemento argumentación, lo que encontré es que asumo que es sinónimo de justificar un procedimiento matemático, en el sentido de cualquier explicación que dé el estudiante sobre el porqué de su respuesta o procedimiento. Además, que argumentar para mí es todo tipo de razonamiento. Considero que la argumentación de un estudiante puede evidenciarse en un texto, operaciones o programaciones que pueda hacer en la calculadora o en la solución que registra en su cuaderno. Estas nociones me hacen reconocer que asocio los términos justificar y razonar como sinónimos del elemento argumentación, además, que argumentar es la producción de los estudiantes cuando resuelven un problema, porque cualquier producción escrita u oral es para mí un argumento. A estas producciones de los estudiantes las llamo ‘razonar’ o ‘argumentar’. También pareciera que asumo las diferentes formas en las que los estudiantes presentan sus justificaciones (oral, escrita o programación en la calculadora) como diferentes tipos de argumento.

En cuanto a mi conocimiento sobre el elemento tareas, identifiqué dos aspectos. El primero es que para mí una tarea puede ser cualquier actividad propuesta por el docente que el estudiante pueda hacer en casa. El segundo aspecto tiene que ver con el diseño de tareas, ya que cuando planeaba una actividad o un examen para desarrollar en clase, o diseñaba unidades didácticas a lo largo del pregrado, consideraba cuestiones que para mí son importantes como requisitos previos, características y contexto de los estudiantes. Estas consideraciones son un conocimiento implícito que yo aplico para diseñar tareas, lo llamo “características de los estudiantes” y “características de los recursos a utilizar”.

A partir de lo anterior, reconozco que entiendo por tareas como el conjunto de actividades que dejo a los estudiantes para hacer en casa; es decir, ninguna actividad que los niños hagan en clase lo considero como tarea. También tengo un conocimiento empírico sobre algunas consideraciones que se deben tener en cuenta para diseñar una tarea.

Análisis del Texto Narrativo para el Estado Cero

El análisis del texto narrativo se hace con base en el procedimiento expuesto en la [fase 4](#) del capítulo anterior. Lo que se muestra a continuación, son las tablas 7, 8 y 9 para la organización y análisis de las afirmaciones clave, una por cada elemento.

Una cuestión importante para la elaboración de este análisis es el caso en el que los criterios diseñados no sean suficientes para tipificar el conocimiento del profesor para alguna afirmación clave, como ocurrió para la tercera de la tabla 7. La no suficiencia corresponde al hecho que ninguno de los criterios aplica completamente en la afirmación, solo parcialmente. En ese caso se construyen criterios emergentes de la siguiente forma: Se revisan todos los criterios y se identifican aquellos que se pueden asociar de forma parcial o que den algunos indicios del tipo de conocimiento expresado en la afirmación. Con base en ello, se redacta la primera parte de la explicación correspondiente que daría cuenta de las

razones por las que dichos criterios aplican parcialmente y de qué manera, y luego, con base en las definiciones de las facetas a las que pertenece esos criterios se construye el criterio emergente correspondiente. Este último criterio se incorpora a la lista de criterios de la faceta en el que se haya creado, y por tanto se usa para el análisis de las siguientes afirmaciones clave. Las tablas del análisis del texto narrativo para el estado cero se muestran enseguida.

Tabla 7

Análisis del texto narrativo para el estado cero, referente al elemento argumentación

Afirmación clave	Faceta	Explicación
asumo que [argumentación] es sinónimo de justificar un procedimiento matemático, en el sentido de cualquier explicación que dé el estudiante sobre el porqué de su respuesta o procedimiento.	Epistémica (1, 3)	Establece una concepción de argumentación como sinónimo de justificar. También usa la palabra justificación como vocabulario especializado asociado al elemento argumentación, dado que los asume desde las orientaciones de los documentos curriculares, como los Estándares básico en competencias y los Lineamientos curriculares de matemáticas.
	Cognitiva (3)	Al referirse a cualquier explicación que dé el estudiante de sus procedimientos, identifica diferentes representaciones que él usa para referirse a sus argumentos.
argumentar para mí es todo tipo de razonamiento.	Epistémica (1, 3)	Al decir que para mí argumentar es..., hace explícita una definición del término. También, al hacer esta definición, hace uso del término razonamiento como vocabulario especializado asociado al elemento argumentación, por la misma explicación de la primera afirmación de esta tabla.
la argumentación de un estudiante puede evidenciarse en un texto, operaciones o programaciones que pueda hacer en la calculadora o en la solución que registra en su cuaderno	Cognitiva (3, 8)	Al afirmar que los textos, operaciones o programaciones son evidencia de la argumentación del estudiante, identifica diferentes representaciones en las que evidencian sus argumentos. <i>El criterio 3 aplicó a una primera parte de la afirmación clave, es decir, un texto, operaciones o programaciones son representaciones que usa el estudiante para referirse a sus argumentos. Pero la segunda parte de la afirmación hace pensar que identifica formas de producción que tienen los estudiantes para referirse a</i>

		<i>dichas representaciones, en este caso, en la calculadora o solución que registra en su cuaderno. Esto es un complemento del criterio 3. Por tanto, se concluye el criterio 8 de la faceta cognitiva: Identifica formas en las que el estudiante produce las representaciones que usa para referirse a sus argumentos.</i>
asocio los términos justificar y razonar como sinónimos del elemento argumentación	Epistémica (1, 3)	Establece una concepción de argumentación dado que explicita una manera de entenderla en el sentido de sinónimo de justificar y razonar. Estos dos términos son para el profesor vocabulario especializado asociado al elemento argumentación.
argumentar es la producción de los estudiantes cuando resuelven un problema	Epistémica (1)	En la afirmación establece su definición del término argumentar.
cualquier producción escrita u oral [que den los estudiantes] es para mí un argumento.	Epistémica (1)	Encuentra explícita la definición que da del término argumento.
A estas producciones [escrita u oral] de los estudiantes las llamo ‘razonar’ o ‘argumentar’	Epistémica (3, 1, 2)	El término razonar y argumentar de la afirmación clave los reconoce como vocabulario especializado , dado que los asume desde las orientaciones de los documentos curriculares, que asocia al término argumentar en la afirmación clave. Además, en la afirmación clave se asegura que las producciones de los estudiantes son la manera de entender razonar y argumentar muestra una concepción que tiene acerca de estos términos. También, de forma implícita, establece dos ejemplos de argumentar: producciones orales y producciones escritas.
	Cognitiva (8)	Las producciones orales y escritas a la que se hace referencia están vinculadas de forma directa con las formas mencionadas en la afirmación 2 de esta tabla. Por tanto, estas son dos formas más generales que identifica en las que ellos producen las representaciones con las cuales se refieren a sus argumentos.
pareciera que asumo las diferentes formas en las que los estudiantes presentan sus justificaciones (oral, escrita o programación en la calculadora) como diferentes tipos de argumento.	Epistémica (1, 2)	Establece una noción de tipos de argumentos como las formas en que los estudiantes presentan sus justificaciones. Por ello, dicha noción está relacionada con el elemento argumentación. Además, como ocurrió en la afirmación anterior, éstas formas en que los estudiantes dan sus justificaciones son para el profesor tres ejemplos de tipos de argumentos: forma oral, escrita y programación en calculadora.

Cognitiva (8)	En relación con la afirmación anterior, y por medio de ella, a su vez, para la afirmación 2, las diferentes formas referidas en la afirmación clave, se infiere que son diferentes formas en que el estudiante origina las representaciones que se refieren a sus argumentos.
------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Enseguida, aparece el criterio 8 de la faceta cognitiva que surgió emergente de la elaboración de la tabla 7:

Faceta cognitiva:

- Identifica formas en las que el estudiante produce las representaciones que usa para referirse a sus argumentos.

Tabla 8

Análisis del texto narrativo para el estado cero, referente al elemento EGD

Sobre EGD		
Afirmación clave	Faceta	Explicación
para referirme a EGD uso los términos ‘software de geometría dinámica’, ‘tecnología como herramienta’ y ‘tecnología digital’ como sinónimos.	Epistémica (3, 8)	Usa vocabulario asociado a los EGD como sinónimos . Asume ‘tecnología como herramienta’ como vocabulario propio , porque no los reconoce con base en literatura especializada, diferente a los términos ‘software de geometría dinámica’ y ‘tecnología digital’, que sí son para el profesor vocabulario especializado por que los asocia a seminarios del pregrado.
reconociendo a EGD como un tipo de tecnología usada para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.	Mediacional (10)	<i>El criterio 1 de la faceta mediacional aplica de forma parcial, ya que hace explícito que los EGD se usan para el aprendizaje de las matemáticas, pero no para qué objeto matemático específico. El criterio 2 también, ya que no evalúa la pertinencia, pero reconocer a los EGD como un tipo de tecnología que puedo usar, va a ser parte de sus decisiones cuando elija los recursos para la clase. Por tanto, lleva a pensar que se debe establecer un criterio que me permita rastrear que reconoce a los EGD como un recurso que puede ser usado para el aprendizaje de las matemáticas. Así, emerge el criterio 10.</i>

puedo concluir que me refiero a EGD usando más de una acepción	Epistémica (1)	Esta afirmación se relaciona con la primera de este cuadro, ya que ‘software de geometría dinámica’, ‘tecnología como herramienta’ y ‘tecnología digital’ son las distintas acepciones que tiene sobre los EGD, éstas son, concepciones distintas que tiene sobre el elemento.
sabía que la tecnología puede ser un elemento que potencialice el aprendizaje, entendía potencializar como hacer más significativo para el estudiante un problema a partir del uso de la tecnología	Mediacional (5, 10)	En la afirmación, no hay formas explícitas en las cuales los EGD favorezcan el aprendizaje de los estudiantes, sin embargo, explicita que la tecnología lo potencializa. Esto evidencia hacia donde van las formas en las que puede favorecer el aprendizaje, en este caso, volver más significativo el aprendizaje. Desde la primera afirmación de la tabla reconoció que tecnología es sinónimo de EGD. Aunque no haga explícito que los EGD son un recurso para la enseñanza, en esta afirmación reconoce que la tecnología es un recurso para el aprendizaje .
encuentro en mí la idea implícita y construida de forma empírica que los EGD pueden favorecer o perjudicar una propuesta de enseñanza.	Mediacional (2, 10)	No evalúa de forma explícita la pertinencia, pero a través de la experiencia, declara que los EGD puede favorecer o perjudicar, esto es una valoración de la pertinencia de este recurso para la enseñanza. Además, implícitamente reconoce que uso los EGD para la enseñanza.
reconozco que los EGD me pueden ayudar en procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas	Mediacional (2, 10)	Cuando reconoce que los EGD le pueden ayudar, implícitamente está evaluando la pertinencia de los EGD como un recurso para el aprendizaje, aunque no habla de un objeto matemático específico. También, si afirma que reconoce que los EGD le pueden ayudar, explícitamente reconoce su uso para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.
asocio varios términos con este elemento [EGD].	Epistémica (3, 8)	Cuando en la afirmación explicita que asocia varios términos con el elemento EGD, el profesor en su vocabulario usa varios términos. Como lo evidenció en la primera afirmación clave de esta tabla, los términos que asocia son ‘tecnología digital’, ‘software de geometría dinámica’ y ‘tecnología como herramienta’, como vocabulario asociado al elemento EGD; y, como se había mencionado al analizar la primera afirmación clave, el vocabulario especializado es ‘tecnología digital’, ‘software de geometría dinámica’ y el vocabulario propio es ‘tecnología como herramienta’.

Enseguida, aparece el criterio 8 de la faceta mediacional, que surgió emergente de la elaboración de la tabla 8:

Faceta mediacional:

10. Reconoce a los EGD como un recurso para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

Tabla 9

Análisis del texto narrativo para el estado cero, referente al elemento tareas

Sobre Tareas		
Afirmación clave	Faceta	Explicación
para mí una tarea puede ser cualquier actividad propuesta por el docente que el estudiante pueda hacer en casa.	Epistémica (1)	Establece una concepción de lo que entiende por el término tarea.
cuando planeaba una actividad o un examen para desarrollar en clase, o diseñaba unidades didácticas a lo largo del pregrado, consideraba cuestiones que para mí son importantes como requisitos previos, características y contexto de los estudiantes. Estas consideraciones son un conocimiento implícito que yo aplico para diseñar tareas, lo llamo “características de los estudiantes” y “características de los recursos a utilizar”	Epistémica (1)	Usa nociones propias acerca de criterios para diseñar tareas. Estos criterios son requisitos previos, características y contexto de los estudiantes.
	Afectiva (4)	Cuando se refiere a cuestiones importantes como características y contexto de los estudiantes para diseñar tareas, está vinculando de manera indirecta características afectivas y emocionales de los estudiantes.
	Ecológica (5)	Cuando considera los requisitos previos como una cuestión importante para aplicar en el diseño de tareas, reconoce una necesidad implícita de relacionar el currículo actual del estudiante con el currículo de años anteriores.
	Mediacional (2)	Al afirmar que llama características de los recursos a las consideraciones que aplica para diseñar tareas, hace referencia de manera indirecta a evaluar la pertinencia del recurso que va a llevar al aula para desarrollar la tarea, aunque en la afirmación clave no refiera a un objeto matemático específico.
ninguna actividad que los niños hagan en clase lo considero como tarea	Epistémica (2)	Establece un contraejemplo asociado al elemento tareas.

tengo un conocimiento empírico sobre algunas consideraciones que se deben tener en cuenta para diseñar una tarea	Epistémica (1)	Las consideraciones referidas se explicitan en la segunda afirmación de esta tabla, en la que describe que son características de los estudiantes y características de los recursos a utilizar para diseñar tareas. Tales consideraciones corresponden a nociones que usa relacionadas con el elemento tareas.
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Para redactar el estado cero del conocimiento d-m del profesor se elabora la tabla 10, denominada tabla de etiquetas, a partir de ver la utilidad y necesidad de marcar la cantidad de etiquetas que aparecieron en las tablas 7, 8 y 9. Esta tabla de etiquetas se crea con una organización en filas por elemento y en columnas por faceta, en las celdas correspondientes se escriben las etiquetas que surgen por cada del elemento para cada faceta, y si alguna etiqueta se repite se registra con “I” frente a la palabra la cantidad de veces que esto ocurrió. Esta tabla es una suerte de síntesis de las etiquetas que aparecieron en el análisis para el estado cero del conocimiento d-m del profesor, por lo tanto, sirve como base, junto con las tres tablas anteriores, para lograr la escritura de dicho estado.

La tabla 10 aporta y complementa a la mirada del análisis. Aporta porque a través de una organización de las etiquetas por elemento y por facetas da una primera visión de cómo es el estado del conocimiento d-m del profesor a través de una suerte de distribución de este en las facetas. La tabla complementa la mirada del análisis porque permite ver de una forma rápida cuestiones como a qué facetas se refiere el conocimiento d-m del profesor por cada elemento, para cuáles facetas no hay referencia y etiquetas que aparecen en común en las facetas o en los elementos, todo ello enriquece el proceso de identificar el estado del conocimiento d-m del profesor. La tabla de etiquetas para el estado cero de conocimiento se muestra enseguida.

Tabla 10

Tabla de etiquetas que surgieron en el análisis del texto narrativo para el estado cero

		FACETA					
		EPISTÉMICA	COGNITIVA	MEDIACIONAL	AFECTIVA	INTERACCIONAL	ECOLÓGICA
ELEMENTO	ARGUMENTACIÓN	Concepción III Sinónimo II Vocabulario especializado III Definición II Ejemplos II Noción	Representaciones II Formas de representaciones III				
	EGD	Sinónimos Vocabulario propio II Vocabulario especializado II Concepciones		Usos III Formas Recurso Pertinencia II			
	TAREAS	Concepción Noción II Contraejemplo		Pertinencia	Características afectivas y emocionales		Currículo

Estado Cero del Conocimiento Didáctico-Matemático del Profesor sobre Argumentación, EGD y Tareas

A continuación, se presenta el resultado del tercer paso del análisis descrito en la [fase 4](#) del capítulo anterior. Este texto da cuenta de cuál es el conocimiento d-m del profesor sobre argumentación, EGD y tareas antes de cursar el primer semestre de la MDM.

El conocimiento d-m del profesor sobre el elemento argumentación se refiere a las facetas epistémica y cognitiva: Se refiere a la faceta epistémica porque establece concepciones y nociones asociadas a términos que para él son vocabulario especializado, y hace uso de este vocabulario también para dar una definición sobre el elemento. Además, da ejemplos de términos que están asociados con el elemento; se refiere a la faceta cognitiva, ya que enuncia diferentes representaciones de los argumentos de los estudiantes y las formas en las cuales exponen dichas representaciones.

El conocimiento d-m del profesor sobre el elemento EGD se refiere a las facetas epistémica y mediacional: Se refiere a la faceta epistémica ya que establece diversas concepciones que se asocian a diferentes términos que usa como sinónimos para referirse a EGD, éstos son vocabulario que para el profesor son especializado o propio; se refiere a la faceta mediacional porque identifica que los EGD pueden ser usados para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, además, intenta evidenciar las formas en que los EGD pueden favorecer el aprendizaje.

El conocimiento d-m sobre el elemento tareas del profesor se refiere a las facetas epistémica, mediacional, afectiva y ecológica: Se refiere a la faceta epistémica porque establece una concepción y nociones asociadas al elemento, y un contraejemplo de tareas; se refiere a la faceta mediacional porque hace referencia a la posible pertinencia de recursos que va a implementar en el aula para desarrollar una tarea; se refiere a la faceta afectiva

porque vincula características afectivas y emocionales de los estudiantes asociadas al elemento; y se refiere a la faceta ecológica porque considera aspectos del currículo asociados al elemento.

De acuerdo con las etiquetas que se identificaron en las explicaciones para cada afirmación clave, que en la tabla 10 se puede observar su distribución en las seis facetas para cada elemento, se puede decir que el conocimiento d-m del profesor está mayormente concentrado en la faceta epistémica, luego en la faceta mediacional, seguido de la faceta cognitiva, y, por último, e igualmente distribuido, en las facetas afectiva y ecológica. El conocimiento que se refiere a la faceta epistémica deja ver que usa diferentes nociones, definiciones, concepciones, sinónimos, vocabulario propio y especializado, ejemplos y contra ejemplos correspondientes a los tres elementos. El conocimiento que refiere a la faceta mediacional deja ver que el profesor considera los usos, formas y la pertinencia de los recursos asociados a los elementos EGD y tareas. El conocimiento que refiere a la faceta cognitiva muestra que presta atención en las representaciones de los estudiantes y sus formas de mostrarlas, asociadas solamente a la argumentación. El conocimiento que se refiere a la faceta afectiva deja ver que se enfoca en las características afectivas y emocionales del estudiante asociadas al elemento tareas, de la misma forma que el conocimiento que refiere a la faceta ecológica lo refleja en las consideraciones que hago al currículo.

En este orden de ideas, la distribución en las seis facetas para cada elemento que se ilustra en la tabla 10, permite advertir que el conocimiento d-m del profesor sobre el elemento argumentación está mayormente concentrado en la faceta epistémica, sobre el elemento EGD está concentrado en las facetas epistémica y mediacional, que para el

elemento tareas es plural ya que se refiere a cuatro facetas, con predominio de la epistémica.

Desde una mirada por cada faceta para los tres elementos, se encuentra que el conocimiento d-m del que se refiere a la faceta epistémica se centra en dos cuestiones, una es la opinión o forma en la cual entiende los elementos argumentación, EGD y tareas, es decir, concepciones, y la otra cuestión son ideas generales que tiene acerca de su conocimiento, es decir, nociones. Esto refleja su necesidad de relacionar vocabulario que considera propio (tecnología como herramienta) o vocabulario que ha leído en literatura especializada (como razonar, justificar, software de geometría dinámica y tecnología digital) para referirse a su conocimiento. Las fuentes de dicha literatura son documentos curriculares o algunos de otros tipos estudiados durante el pregrado. La necesidad de relacionar vocabulario propio o especializado lleva a considerar que en este encuentra palabras que para él son sinónimos. El conocimiento del profesor que se refiere a la faceta epistémica también se evidencia en los intentos de dar ejemplos o contraejemplos de lo que conoce; por ejemplo, que las producciones orales, escritas o programaciones son ejemplos de razonar o argumentar, y que las tareas no son las actividades que los estudiantes hacen en casa. Se concluye entonces que, en su conocimiento d-m referente a la faceta epistémica, sobre los elementos argumentación, EGD y tareas, el profesor busca tener una idea, opinión o tal vez una definición que le permita tener certeza de qué es lo que conoce.

También se encuentra que el conocimiento d-m del profesor referente a la faceta cognitiva se centra en las representaciones que puede dar el estudiante de sus argumentos, como lo son sus explicaciones, textos, operaciones o programaciones. También se centra en las formas en las cuales el profesor puede evidenciar estas representaciones, que son las producciones orales o escritas que da el estudiante.

El conocimiento d-m del profesor sobre la faceta mediacional se evidencia cuando se pregunta sobre los usos y las formas de uso que le puede dar a los recursos para potencializar el aprendizaje de mis estudiantes. Además, se cuestiona si la tecnología puede favorecer o perjudicar los procesos de aprendizaje de ellos, esto es, considerar la pertinencia de este recurso.

El conocimiento d-m del profesor sobre la faceta afectiva se refleja en cuestiones como tener en cuenta las características y el contexto de los estudiantes, por tanto, vincula de forma indirecta su conocimiento de las características emocionales y afectivas del estudiante.

El conocimiento d-m del profesor sobre la faceta ecológica se ve reflejado en la consideración de los requisitos previos que requiere el estudiante para resolver una tarea, esto evidencia la necesidad implícita del profesor de relacionar el currículo que el estudiante está cursando actualmente, con el currículo de años anteriores de su escolaridad.

Dato para el Estado Uno de Conocimiento del Profesor sobre Argumentación, EGD y Tareas

Tabla de Insumos para el Estado Uno del Conocimiento del Profesor

En esta tabla se organiza la información recolectada en la [fase 3](#) de la investigación correspondiente a los insumos para el estado uno, estos se produjeron en el transcurso del cursado de los seminarios del primer semestre de la MDM. El resultado es el anexo 3.

Tabla de Manifestaciones para el Estado Uno del Conocimiento del Profesor

En esta tabla se fragmenta y depura la información de la tabla de insumos para el estado uno del conocimiento del profesor (anexo 3), que será la base para la construcción del texto narrativo para el estado uno del conocimiento del profesor. Esta tabla de

manifestaciones es el anexo 4. Para la lectura de esta tabla se debe tener en cuenta lo siguiente:

- Cada fila de la tabla está numerada, encontrará este número en la primera columna.
- Los paréntesis redondos y textos de color azul indican la ubicación de un fragmento en la correspondiente a la tabla de insumos, por ejemplo: (Tarea 1 PME) quiere decir que el fragmento se extrajo de la tarea 1 del seminario PME.
- Los paréntesis cuadrados y textos de color rojo indican en qué celda de la tabla se encuentra la declaración a la cual se hace alusión en una determinada fila. Ejemplo: [Fila 4, columna “cambio”] quiere decir que lo que se escribió en la columna “cambio” de la cuarta fila, se menciona también o hace alusión a lo que se está diciendo para la afirmación a la cual se le agrega esta notación.

Texto Narrativo del Conocimiento del Profesor sobre Argumentación, EGD y Tareas para el Estado Uno

Este texto narrativo alude al conocimiento del profesor sobre argumentación, EGD y tareas y a ciertas reflexiones (si las hay) sobre dicho conocimiento. Este texto, que es el segundo dato de la investigación, se construye con base en los productos de los pasos descritos en la [fase 3](#) del capítulo anterior, que son: el anexo 4, el esquema de rastreo del estado uno y los organizadores mentales que se elaboraron a partir del esquema (se presenta en el anexo 5) y la organización de los insumos descrita en el tercer paso de la misma fase (se presenta en el anexo 6). Por la extensión de este texto narrativo acatando las orientaciones sobre la cantidad máxima de páginas para este documento de tesis, el texto se muestra en el apartado de anexos como anexo 7.

Análisis del Texto Narrativo para el Estado Uno

El análisis del texto narrativo para el estado uno se hace con base en el procedimiento expuesto en la [fase 4](#) del capítulo anterior. Lo que se muestra a continuación son las tablas 11, 12 y 13 para la organización y análisis de las afirmaciones clave, una por cada elemento. Para la elaboración de estas tablas también se tuvo en cuenta la cuestión de los criterios emergentes descrita en el [análisis](#) del texto narrativo para el estado cero de este capítulo. Las tablas del análisis del texto narrativo para el estado uno se muestra enseguida.

Tabla 11

Análisis del texto narrativo para el estado uno, referente al elemento argumentación

Sobre Argumentación		
Afirmación clave	Faceta	Explicación
hago una diferenciación entre razonamiento, argumentar y argumento [...]. Mi noción modificada es que razonamiento, argumentar y argumento no son lo mismo, porque antes concebía el término “argumentación” como sinónimo de justificar un procedimiento matemático.	Epistémica (3, 8)	Usa los términos razonamiento, argumentar y argumento como vocabulario especializado asociados al elemento argumentación, ya que los reconoce en documentos estudiados en el curso PME, además reconoce que estos términos no significan lo mismo. También usa el término “justificar un procedimiento matemático” como vocabulario propio, sinónimo asociado al elemento argumentación.
los argumentos no solo se pueden evidenciar en la respuesta final del estudiante, [...], sino en diferentes momentos de la actividad de resolución que hace el estudiante, desde que recibe la situación problema propuesta hasta los posibles procedimientos que elabora para su solución.	Epistémica (2)	Establece, de forma implícita, ejemplos de lugares en donde puede encontrar argumentos: Respuesta final de los estudiantes y diferentes momentos de la actividad de resolución del estudiante, en los que se incluyen los posibles procedimientos que él hace.
	Cognitiva (5)	Enuncia como un momento de la actividad que hace el estudiante los posibles procedimientos que elabora para su solución. En ese momento identifica los procedimientos que usa el estudiante para solucionar esa actividad.
existen diferentes tipos de argumentos, reconozco tres; inductivo, abductivo y deductivo; la estructura de un argumento de tipo abductivo se	Epistémica (1, 3, 5)	Cuando enuncia la forma de reconocer la estructura de un argumento de tipo abductivo o inductivo, usa una concepción sobre el elemento

<p>reconoce en la solución de una situación problema de geometría cuando se da el consecuente como dado y se buscan los datos para que ese se cumpla y la estructura de un argumento de tipo inductivo se reconoce en el estudio de varios casos para llegar a un invariante</p>	<p>argumentación, dado que el término argumento se asocia a este elemento, según lo enunciado en el análisis de la primera afirmación de esta tabla. Los términos argumentos de tipo deductivo, inductivo y abductivo son vocabulario especializado asociados al elemento argumentación, ya que los reconoce en documentos estudiados en el curso PME. Cuando enuncia la forma de reconocer un argumento de tipo abductivo, enuncia un problema que relaciona con este tipo de argumento de la siguiente forma: Cuando soluciona un problema en el que se da el consecuente y se buscan los datos para que se cumpla, puede reconocer un argumento de tipo abductivo.</p>
<p>es una asociación entre las acciones de la actividad de resolución y los tipos de argumentos que identifiqué en ella (...) cuando hay una demostración a dos columnas, se va a generar un argumento de tipo deductivo (...) cuando en una construcción se representa la aserción y se busca que la construcción realizada cumpla con los datos que generaron dicha aserción, se generaría argumento de tipo abductivo (...) el argumento inductivo se da cuando la construcción que se realiza al arrastrar se está buscando diferentes datos que cumplan un invariante que estoy buscando.</p>	<p>Epistémica (9) <i>El criterio 5 de la faceta epistémica aplica de forma parcial, ya que los argumentos de tipo deductivo, abductivo e inductivo no se relacionan con un tipo de problema, sino con las acciones de resolución de un problema determinan qué tipo de argumento se genera. Por tanto, lleva a pensar que se debe establecer un criterio que permita rastrear las relaciones que establece entre tipos de argumentos y la resolución de un problema. En este caso, a través de las acciones desarrolladas en la resolución pudo identificar el tipo de argumento que se genera. Por tanto, se concluye el criterio 9 de la faceta epistémica.</i></p>
<p></p>	<p>Cognitiva (7) Identifica tres tipos de argumentos que genera el estudiante de acuerdo con las acciones que realiza en la resolución de un problema.</p>
<p>no solo reconozco que existen tres tipos de argumentos: inductivo, abductivo y deductivo, sino además conozco algunas acciones de la actividad de resolución de un problema</p>	<p>Mediacional (9) Identifica que el arrastre para la búsqueda de invariantes es una manera en que el EGD favorece la producción de argumentos de tipo inductivo. Epistémica (9) Generaliza lo que expone en la afirmación clave anterior, declara conocer que tipos de argumentos específicos pueden surgir a través de acciones de la actividad de resolución de un problema y que conoce tres tipos</p>

geométrico a partir de las que pueden surgir tipos de argumentos específicos.		de argumentos (deductivo, abductivo e inductivo).
Identificar los tipos de argumento que se pueden generar en la resolución de una situación geométrica, hace parte de mi conocimiento construido hasta el momento.	Epistémica (1)	Declara una noción propia sobre los tipos de argumento, término asociado al elemento argumentación.
	Cognitiva (7)	En la afirmación el profesor ratifica lo que se evidenció en las dos afirmaciones anteriores, identifica tipos de argumento generados en la solución de una situación geométrica.
Una manera que no es efectiva para favorecer la argumentación inductiva en el aula es “poner muchos ejemplos”, pero puede haber rasgos comunes entre realizar varios ejercicios y la argumentación inductiva, ya que de manera implícita se consideran muchos ejercicios como una serie de datos	Epistémica (10)	<i>El término argumentación inductiva aparece por primera vez, pero no lo reconoce como vocabulario especializado o propio, por la primera afirmación clave de esta tabla se pudo interpretar como argumento inductivo. El criterio 1 de la faceta epistémica aplica de forma parcial, ya que establece una idea fuerte acerca del elemento argumentación, pero que está ligada a una acción de enseñanza que se relaciona con un tipo de argumento en particular.</i>
		<i>También el criterio 9 de la faceta epistémica aplica de forma parcial, ya que encuentra una relación de características en común entre un tipo de argumento y una acción, pero esta no es de la resolución de una situación problema sino de enseñanza. Por tanto, lleva a pensar que se debe establecer un criterio que permita rastrear relaciones entre las acciones de enseñanza y la argumentación. Así, se concluye el criterio 10 de la faceta epistémica.</i>
aún no tengo cuidado al usar el término “inducir”, debido a que no lo diferencio de los demás términos relacionados con los tipos de argumentos abductivo, deductivo.	Epistémica (3)	Hace uso del término inducir como vocabulario especializado asociado al elemento argumentación, ya que lo identifica en la elaboración del anteproyecto a partir de la lectura de referencias bibliográficas usadas. Los términos abductivo y deductivo , también los reconoce como vocabulario especializado en la tercera afirmación de esta tabla.
relaciono la estructura de un argumento de tipo abductivo (se espera que el estudiante parta de la aserción para	Epistémica (1, 9)	Usa una concepción de la estructura de un argumento de tipo abductivo, término asociado a la argumentación

comprobar lo dado) con las posibles soluciones de un problema.		según la primera afirmación clave de esta tabla. Declara una relación entre la estructura de un argumento con las posibles soluciones de un problema.
ahora comienzo a identificar formas de promover este tipo de argumentos [abductivo y deductivo] en los estudiantes, que son:		Cuando describe lo que un problema debe generar en los estudiantes para promover argumentos abductivos y deductivos , el profesor está dando ejemplos de procesos que promuevan este tipo de argumentos a partir de una tarea. Ello está asociado a la argumentación según la primera afirmación clave de esta tabla. Establece una relación entre dos tipos de argumentos y los procesos que realiza el estudiante en la resolución de un problema, identificando qué acciones generan qué tipo de argumento.
1. El proceso para promover argumentos de tipo abductivo por medio de una tarea puede ser: Explorar las propiedades que deben cumplir elementos de una figura geométrica (en este caso, las diagonales) para garantizar que sea un paralelogramo.	Epistémica (2, 9)	
2. El proceso (de manera intrínseca) para promover argumentos de tipo deductivo por medio de una tarea puede ser: El estudiante parte de la figura geométrica para luego comprobar las propiedades de los elementos de una figura.	Interaccional (2)	Al describir la acción específica que debe hacer el estudiante en la resolución de un problema para generar cierto tipo de argumento , le permite prever de forma implícita momentos de su clase donde se pueden favorecer la producción de argumentos , aunque el profesor no asegura que sea de forma colectiva.
reconozco que un argumento de tipo deductivo que puede surgir en la solución de una tarea propuesta se asocia a la demostración dentro de un sistema axiomático.	Epistémica (9)	Relaciona una demostración en la solución de una tarea con un argumento de tipo deductivo .

Enseguida, aparecen los criterios 9 y 10 de la faceta epistémica que surgieron emergentes de la elaboración de la tabla 11.

Faceta epistémica

9. Establece relaciones entre tipos de argumentos y la resolución de un problema
10. Establece relaciones entre acciones de enseñanza y la argumentación.

Tabla 12

Análisis del texto narrativo para el estado uno, referente al elemento EGD

Sobre EGD

Afirmación clave	Faceta	Explicación
asumo que el EGD usado limita ciertos aspectos a alcanzar con un problema determinado, que contrasta con lo que creía sobre el uso de un EGD en el aula: que siempre era la mejor opción para resolver una situación en matemáticas.	Mediacional (2)	Al considerar que el EGD limita o siempre era la mejor opción, valora la pertinencia de este recurso tecnológico para el aprendizaje producido al desarrollar un problema determinado.
(soy) consciente de: la importancia de identificar si es pertinente o no implementar un SGD para que el estudiante desarrolle una tarea, y que para determinar esta pertinencia puedo hacer uso del nuevo conocimiento que he adquirido a partir de este insumo que es el análisis del recurso.	Epistémica (3)	Usa el término análisis del recurso como vocabulario especializado que se asocia al elemento EGD cuando considera su uso para resolver una tarea.
	Mediacional (2)	Sin referirse a un objeto matemático específico, el profesor declara que usa el análisis del recurso para evaluar la pertinencia de implementar un SGD en una tarea.
el recurso es cualquier elemento que pueda ser usado para la enseñanza de un concepto y el material es un recurso diseñado específicamente para la enseñanza de un concepto específico en matemáticas.	Epistémica (1, 3)	Define los términos material y recurso, los cuales son vocabulario especializado asociados al elemento EGD, porque surgieron del estudio de la bibliografía propuesta en el seminario DDC.
algunas herramientas del programa que permiten el arrastre y medir segmentos y ángulos pueden ser usadas para explorar y verificar conjeturas.	Mediacional (5)	Al enunciar las herramientas del EGD que pueden ser usadas para favorecer procesos en matemáticas, de forma implícita está describiendo una forma en la cual el EGD puede favorecer el aprendizaje de los estudiantes.

Tabla 13

Análisis del texto narrativo para el estado uno, referente al elemento tareas

Sobre Tareas		
Afirmación clave	Faceta	Explicación
infero lo que puedo considerar como mi primer acercamiento a una caracterización de tarea: Una tarea puede ser una propuesta de construcción con pasos secuenciados y una(s) pregunta(s) que permitan que los estudiantes lleguen a lo que espero como profesor.	Epistémica (1, 2)	Establece una noción del elemento tareas. Cuando enuncia cómo puede ser una tarea, establece un ejemplo asociado al elemento tareas.
Ese análisis de instrucción (...) constituye mi primera idea relativo al aspecto análisis de instrucción: Una consideración en esta primera idea es tener en cuenta los siguientes asuntos para poder hacer ese análisis de	Epistémica (1, 3)	Establece una concepción sobre el análisis de instrucción, que es vocabulario especializado asociado al elemento tareas, ya que se reconoce en un documento estudiado por el profesor en el curso DDC referente al diseño y gestión de tareas.

instrucción: Currículo, contexto escolar y errores del software.		
la primera característica del elemento tareas (...): Debe permitir lograr las expectativas de aprendizaje propuestas por el docente.	Epistémica (11)	<i>El criterio 1 de la faceta epistémica se cumple de forma parcial, ya que establece una idea fuerte sobre el elemento tareas que se refiere a una de sus características. Y precisamente, como éstas permiten distinguir cualidades propias de cada elemento, la afirmación corresponde a más que una noción y una concepción sobre tarea, y no es definición. Por tanto, lleva a pensar que se debe establecer un criterio de la faceta epistémica que permita rastrear las características que da el profesor a los elementos, por eso surge el criterio 11 de la faceta epistémica.</i>
una tarea debe tener un análisis (...) que permita identificar los asuntos: Requisitos, Meta, Formulación, Materiales, y dependiendo de la situación, también Agrupamiento, Interacción y Temporalidad	Epistémica (1, 3, 11)	Los términos requisitos, meta, formulación, materiales, agrupamiento, interacción y temporalidad son vocabulario especializado asociado al elemento tareas, ya que los vinculan con el término análisis de instrucción según documento estudiado en el curso DDC, el mismo mencionado en la explicación para la segunda afirmación de esta tabla. Es por eso por lo que en la afirmación establece una concepción del análisis sobre el elemento tareas. Al afirmar que una tarea debe tener un análisis con una condición particular, establece una característica del elemento tareas.
las tareas debían promover la exploración, para esto la tarea debía tener la siguiente estructura: solicitar hacer una construcción en GeoGebra a partir de una serie de pasos secuenciados y preguntar sobre esa construcción	Epistémica (3, 11)	Usa el término exploración como vocabulario especializado asociado al elemento tareas, ya que lo reconoce en un documento estudiado en el curso PME. Enuncia una característica que debe tener una tarea y es que debe promover la exploración.
	Mediacional (8)	Al formular una serie de pasos secuenciados y de preguntar sobre la construcción, está aplicando en el diseño de tareas una forma para favorecer la exploración.
hay varias maneras en las que se puede estructurar una tarea usando GeoGebra	Epistémica (3, 8, 11)	Hace uso de los términos conjeturación, conjetura y demostración como vocabulario

<p>con diferentes instrucciones, que promuevan la conjeturación (...)</p> <p>Ejemplo 1:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Solicitar hacer una construcción en un SGD, en este caso, GeoGebra. 2. Solicitar que se describan los pasos de esta construcción. 3. Preguntas sobre la posibilidad de construir el objeto geométrico. Si no se puede, el estudiante debe modificar la instrucción del paso 1 para que sea posible. 4. Solicitar una conjetura a partir de lo realizado. 		<p>especializado asociado al elemento tareas, ya que se vinculan con documentos estudiados en los cursos DDC y PME. También hace uso del término GeoGebra como vocabulario propio asociado a SGD, ya que el profesor reconocía este término en mi quehacer docente.</p> <p>Establece características de tareas usando GeoGebra para promover un proceso en matemáticas.</p>
<p>Ejemplo 2:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Construir una figura en GeoGebra sin instrucciones detalladas. 2. Usar las herramientas de “medida de ángulo” y “arrastre” para que el estudiante explore su construcción. 3. Escribir una conjetura a partir de lo observado. <p>Ejemplo 3:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Solicitar hacer una construcción en GeoGebra a partir de una serie de pasos secuenciados. 2. Uso de la herramienta “arrastre” para explorar. 3. Proponer una conjetura a partir de lo observado. 4. Proponer un intento de demostración de la conjetura a partir de la tarea anterior. 	<p>Mediacional (11)</p>	<p><i>El criterio 8 de la faceta mediacional aplica de forma parcial, ya que en la afirmación hay tres formas de estructurar de estructurar una tarea usando EGD, esto corresponden a formas en las que los EGD favorecen procesos cognitivos de la actividad geométrica. Pero con lo dicho en la afirmación no hay evidencia que el profesor lo aplique para el diseño o la gestión de tareas. La afirmación es concluyente en decir que estas maneras promueven la conjeturación, que corresponde a lo que expresa el criterio 7 de la faceta mediacional sobre la producción de conjeturas usando un EGD, pero este criterio aplica también de forma parcial porque tampoco hay evidencia que el profesor lo fomente.</i></p> <p><i>Esto hace pensar que se requiere un criterio de la faceta mediacional que permita reconocer formas en las que los EGD favorecen la producción de conjeturas en clase, por eso surge el criterio 11 de la faceta mediacional.</i></p>
<p>Una secuencia de tareas es una serie de tareas que debe apuntar a alcanzar las expectativas de aprendizaje planeadas por el docente, que no son necesariamente un ejercicio que el estudiante deba hacer en casa y para replicar el conocimiento dado por el profesor en clase.</p>	<p>Epistémica (1, 2, 3)</p>	<p>Establece una definición de secuencia de tareas, que es vocabulario especializado asociado al elemento tareas, reconocido por el profesor en un documento estudiado en el curso DDC referente al diseño y gestión de tareas, el mismo referenciado en la explicación para la segunda afirmación clave de esta tabla.</p> <p>Cuando menciona un ejercicio para hacer en casa y para replicar el conocimiento, está dando contraejemplos de lo que es una tarea.</p>

<p>Una primera característica que consolido en mi conocimiento es que una tarea debe permitir alcanzar las expectativas de aprendizaje propuestas por el docente [...]. Otras dos características que consolido, segunda y tercera, son que la(s) tarea(s) propuesta(s) por el docente deben ser significativas para los estudiantes y permitir un tránsito entre lo concreto y lo abstracto.</p>	<p>Epistémica (11)</p>	<p>Enuncia tres características sobre el elemento tareas. La primera ya se había enunciado en la tercera y la sexta afirmación clave de esta tabla.</p>
<p>tengo claro cuáles son los significados de tarea y actividad y que no son lo mismo, por ello sé que debo usar esos términos de manera adecuada en el discurso. El fragmento dice: Tarea: lo que el profesor propone o solicita. Actividad: lo que el estudiante hace</p>	<p>Epistémica (1, 3)</p>	<p>Establece una definición de los términos tarea y actividad, este segundo asociado al elemento tareas como vocabulario especializado, reconocido por el profesor a partir de las explicaciones de la profesora en el curso DDC desde el estudio de referencias bibliográficas.</p>
<p>el profesor no ha tenido en cuenta las posibles respuestas que pueden surgir a una tarea para planear su clase. [...] hay dos situaciones en las cuales puedo identificar lo anterior: la primera, cuando las tareas se resuelven de manera inmediata (las llamo obvias) y no generan que los estudiantes den procedimientos o respuestas distintas, y la segunda, al momento que el profesor dirige la discusión sobre la solución de la tarea, conduce a los estudiantes a la respuesta que él quiere, y previó desde la planeación, de forma tal que no se consideran pensamientos distintos.</p>	<p>Epistémica (2, 11, 12)</p>	<p>Identifica la necesidad de tener en cuenta en la planeación de clase las posibles respuestas que pueden surgir en una tarea. Esta es una cuestión que se evidencia en las dos situaciones reconocidas en la afirmación, que se constituyen en ejemplos asociados al elemento tareas.</p> <p>Cuando hace referencia a las tareas que se resuelven de forma inmediata y no generan que los estudiantes den respuestas distintas, reconoce una característica asociada al elemento tareas.</p> <p><i>El criterio 6 de la faceta epistémica aplica de forma parcial, ya que identifica en la planeación de la gestión de una tarea en aula la necesidad de prever sus posibles respuestas, y no diferentes procedimientos para resolver una situación problema.</i></p> <p><i>Esto lleva a pensar a que el profesor no solo debe prever diferentes procedimientos, también debe identificar otras cuestiones asociadas al elemento tareas que se deben tener en cuenta en la planeación de clase o gestión de tareas en clase. Por lo tanto, surge el criterio 12 de la faceta epistémica.</i></p>

	<p>Interaccional (8)</p>	<p><i>El criterio 4 de la faceta interaccional aplica de forma parcial, ya que desde la planeación de clase reconoce formas en las que se daría la interacción en el aula, pero en ellas no identifica quiénes interactúan. El criterio 6 también aplica de forma parcial, porque cuando el profesor dirige la discusión sobre la solución identifica formas en las que se da la interacción profesor – estudiante, pero no se tiene en cuenta el EGD y no es en la situación problema sino en el momento de la gestión de una tarea. Por tanto, lleva a pensar que se debe establecer un criterio que permita reconocer que el profesor identifica formas en las que se da la interacción entre el profesor y el estudiante para la gestión de la solución de una tarea en clase, por eso surge el criterio 8 de la faceta interaccional.</i></p>
<p>para diseñar una tarea cualquiera debe haber un análisis de instrucción previo que considere los siguientes elementos: requisitos, meta, formulación y materiales y, dependiendo de la situación, agrupamiento, interacción y temporalidad. La complementación [de este conocimiento] es que además de considerar un análisis de instrucción previo, conocimiento referenciado en Gómez et al. (2018), puedo construir principios para diseñar y analizar tareas que favorezcan procesos particulares, como en el caso de este insumo, para favorecer la argumentación, basado en bibliografía.</p>	<p>Epistémica (12)</p>	<p>Los elementos que se deben tener en cuenta para el análisis de instrucción son cuestiones asociadas al elemento tareas que se deben tener en cuenta en la planeación de clase. De igual manera, los principios para diseñar y analizar tareas que favorezcan procesos particulares, que el profesor reconoce puede construir, son cuestiones asociadas al elemento tareas para tener en cuenta en la gestión de tareas en clase.</p>
<p>Los procedimientos previos que manejan los estudiantes para abordar una situación problema sin usar EGD, para mí hacen parte de la caracterización de la población porque al hacerla consideré los requisitos que debe tener un estudiante para resolver una tarea</p>	<p>Ecológica (5)</p>	<p>Los procedimientos previos que manejan los estudiantes y los requisitos que deben tener son los aspectos curriculares de grados anteriores que relaciona con la caracterización de la población en la que enseña para el diseño y gestión de tareas.</p>

<p>(...) encuentro implícitas dos aplicaciones de mi conocimiento construido hasta el momento: En la primera (...) sobre el elemento tareas, describo qué herramientas de GeoGebra saben usar los estudiantes, como parte del asunto análisis del recurso relativo al aspecto análisis de instrucción;</p>	<p>Epistémica (3)</p>	<p>Usa análisis del recurso como vocabulario especializado asociado al elemento tareas, reconocido por el profesor en un documento estudiado en el curso DDC referente al diseño y gestión de tareas, el mismo referenciado en la explicación para la segunda y séptima afirmaciones clave de esta tabla.</p>
	<p>Mediacional (2)</p>	<p>Con el análisis del recurso evalúa la pertinencia de GeoGebra para el aprendizaje, aunque no está referido a un objeto matemático específico.</p>
<p>propongo un ejemplo de una estructura distinta de una tarea usando GeoGebra que puede tener el siguiente orden:</p>	<p>Epistémica (2, 11)</p>	<p>Establece un ejemplo de una estructura de una tarea usando GeoGebra asociado al elemento tareas. El ejemplo contiene las características de la tarea que tiene esa estructura.</p>
<ol style="list-style-type: none"> 1. Enunciado con los objetos geométricos que debe construir el estudiante en el software. Luego se realiza la pregunta que tiene que responder el estudiante. 2. Pasos secuenciados para que el estudiante logre responder a la pregunta, en la que se solicita: descripción de la construcción, reporte de exploración, conjetura y posible validación de esta justificación. 	<p>Mediacional (7, 10)</p>	<p>La conjetura solicitada como parte de la segunda parte de la estructura del problema, fomenta la producción de conjeturas usando GeoGebra. Cuando expresa que el ejemplo corresponde a la estructura de una tarea usando GeoGebra, reconoce a los EGD como recurso para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, dado que asocia GeoGebra a EGD según la explicación para la sexta afirmación de esta tabla.</p>
<p>reconozco que la gestión del profesor al plantear la tarea propuesta puede estar relacionada con el surgimiento de argumentos de tipo abductivo y deductivo en las soluciones.</p>	<p>Epistémica (10)</p>	<p>Relaciona la gestión del profesor al plantear la tarea, que es una acción de enseñanza, con la argumentación a través del surgimiento de argumentos de tipo abductivo y deductivo en las soluciones, los cuales las asocia al elemento argumentación según la explicación para la tercera afirmación de esta tabla.</p>
<p>Asumo el término “tarea”, según lo expuesto por Gómez et al. (2018) como aquellas tareas de aprendizaje que propone el profesor con el fin de brindar oportunidades a los estudiantes para que logren sus expectativas de aprendizaje, y superen las posibles limitaciones que ellos tendrán</p>	<p>Epistémica (1, 3)</p>	<p>Establece una definición del elemento tareas desde un referente bibliográfico, por lo cual asume el término tarea como vocabulario especializado.</p>

Enseguida, aparecen los criterios 11 y 12 de la faceta epistémica, 11 de la faceta mediacional, y 8 de la faceta interaccional, que surgieron emergentes de la elaboración de la tabla 13

Faceta epistémica:

- 11. Reconoce o establece características de los elementos.
- 12. Identifica cuestiones asociadas al elemento tareas que se deben tener en cuenta en la planeación de clase o gestión de tareas en clase.

Faceta mediacional:

- 11. Reconoce formas en las que los EGD favorecen la producción de conjeturas en clase.

Faceta interaccional:

- 8. Identifica formas en las que se da la interacción entre el profesor y el estudiante para la gestión de la solución de una tarea en clase.

La tabla 14 que se presenta a continuación, muestra el análisis de una afirmación del texto narrativo para el estado uno del conocimiento del profesor que se refería a dos elementos. Como era un caso atípico en el cual una afirmación clave se refería a dos elementos, se consideró necesario analizarla fuera de las tablas 11, 12 y 13, pero usando el mismo procedimiento establecido para las demás afirmaciones clave.

Tabla 14

Análisis de la afirmación clave del texto narrativo para el estado uno, referente a los elementos argumentación y tareas

Sobre Argumentación y tareas		
una posible relación entre los elementos tareas y argumentación: una falencia al momento de implementar una tarea que fomente la argumentación en el aula es	Epistémica (1)	Establece una concepción asociada a los elementos tareas y argumentación, y a que aspectos de la argumentación no son claros en una tarea.

que los aspectos argumentativos de la
misma no son evidentes en el aula.

Al igual que se hizo para redactar el estado cero, se elabora la tabla 15 de etiquetas que surgieron en el análisis del texto narrativo para el estado uno, en las tablas de la 11 a 14. La tabla 15 se presenta enseguida

Tabla 15

Tabla de etiquetas que surgieron en el análisis del texto narrativo para el estado uno

		FACETA					
		EPISTÉMICA	COGNITIVA	MEDIACIONAL	AFECTIVA	INTERACCIONAL	ECOLÓGICA
ELEMENTO	ARGUMENTACIÓN	Vocabulario especializado III Sinónimo I Ejemplo II Concepción II Relación IIIII Acciones de la actividad I Abductivo IIIII Deductivo IIIII Inductivo II Noción I	Procedimientos que usa el estudiante I Tipos de argumentos del estudiante II	Favorece I		Generar argumentos I Prever tipos de argumentos II	
	EGD	Vocabulario especializado II Definición I		Limita I Pertinencia II Forma de favorecer I			
	TAREAS	Noción I Ejemplo III Concepción II Vocabulario especializado IIIIIII Características IIIIIII Vocabulario propio I Definición III Contraejemplo I Planeación y Gestión II Relación I Abductivo I Deductivo I		Formas de favorece II Pertinencia I Recurso I		Formas de interacción I	Aspectos currículo anteriores I

Estado Uno del Conocimiento Didáctico-Matemático del Profesor sobre Argumentación, EGD y Tareas

A continuación, se presenta el segundo resultado del tercer paso del análisis descrito en la [fase 4](#) del capítulo anterior. Este texto da cuenta de cuál es el conocimiento d-m del profesor sobre argumentación, EGD y tareas después de cursar el primer semestre de la MDM.

El conocimiento d-m del profesor sobre el elemento argumentación se refiere a las facetas epistémica, cognitiva, mediacional e interaccional: Se refiere a la faceta epistémica porque usa vocabulario especializado referente a la argumentación como razonamiento, argumentar, argumento, y a tres tipos de argumento abductivo, deductivo e inductivo. Para estos el profesor establece nociones y concepciones asociadas a ellos y relaciones entre un argumento de un determinado tipo con las posibles soluciones de una situación problema, además de dar ejemplos de dónde pueden surgir y procesos que los pueden promover. También establece relaciones entre el elemento argumentación y acciones de enseñanza del profesor; el conocimiento d-m del profesor se refiere a la faceta cognitiva ya que identifica tipos de argumento que genera el estudiante y los diferentes procedimientos que usa para solucionar un problema; se refiere a la faceta mediacional ya que identifica maneras en que un recurso favorece la producción de argumentos; y se refiere a la faceta interaccional cuando prevé la producción de argumentos en clase al buscar cierto tipo de argumento con las instrucciones que doy a los estudiantes.

El conocimiento d-m del profesor sobre el elemento EGD se refiere a las facetas epistémica y mediacional: Se refiere a la faceta epistémica ya que hace uso de vocabulario especializado asociado al elemento como análisis del recurso, material y recurso, para éstos últimos dos establece una definición; y se refiere a la faceta mediacional porque identifica

límites del recurso, la pertinencia y la forma en que el recurso favorece el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas.

El conocimiento d-m del profesor sobre el elemento tareas se refiere a las facetas epistémica, mediacional, interaccional y ecológica: Se refiere a la faceta epistémica ya que hace uso de vocabulario especializado asociado al elemento tareas como análisis de instrucción, requisitos, meta, formulación, materiales, agrupamiento, interacción, temporalidad, exploración, conjetura, conjeturación, demostración, tarea, actividad y secuencia de tareas. Estos términos hacen que el profesor considere, enuncie o identifique características que debe tener una tarea para su diseño o para fomentar procesos particulares en los estudiantes, y para los términos análisis de instrucción, tareas y actividad establece nociones, concepciones o definiciones. Usa los términos abductivo y deductivo, mencionados en el primer párrafo, además establece ejemplos y contraejemplos de tareas teniendo en cuenta cuestiones particulares, y considera la planeación y gestión para este elemento; el conocimiento d-m del profesor se refiere a la faceta mediacional porque identifica la manera en que las tareas pueden favorecer un proceso o la pertinencia de un recurso usado o planeado para resolver una tarea; se refiere a la faceta interaccional porque identifica formas de interacción en el aula; y se refiere a la faceta ecológica porque considera los procedimientos previos que maneja el estudiante como aspectos del currículo de grados anteriores que ha cursado, y los relaciona con el diseño y gestión de tareas.

De acuerdo con las etiquetas que se identificaron en las explicaciones para cada afirmación clave, que en la tabla 15 se puede observar su distribución en las seis facetas para cada elemento, se puede decir que el conocimiento d-m del profesor está mayormente concentrado en la faceta epistémica, seguido de la faceta mediacional, luego se puede decir que estaría distribuido de forma uniforme en las facetas cognitiva e interaccional, y, por

último, en menor medida en la faceta ecológica. El conocimiento que se refiere a la faceta epistémica deja ver que establece definiciones, nociones o concepciones asociadas a los elementos, usa vocabulario especializado, reconoce características asociadas a las tareas y los elementos que debe tener, y relaciones entre los elementos y acciones de enseñanza y aprendizaje o procedimientos para resolver un problema, y hace énfasis en tres términos, abductivo, deductivo e inductivo. El conocimiento que corresponde a la faceta mediacional refiere a un recurso, particularmente en cuanto a las formas en que favorece procesos, su pertinencia y los limitantes que puede tener. El conocimiento que se refiere a la faceta cognitiva deja ver que el profesor se enfoca en los tipos de argumento que genera el estudiante y los procedimientos que hace. El conocimiento que se refiere a la faceta interaccional muestra que prevé e intenta generar argumentos, además de tener en cuenta las formas de interacción. El conocimiento que se refiere a la faceta ecológica muestra que tiene en cuenta procedimientos que manejan los estudiantes y requisitos que ellos deben tener, como cuestiones de currículos anteriores que ha cursado el estudiante.

Teniendo en cuenta lo anterior, la distribución del conocimiento del profesor en las seis facetas para cada elemento que se ilustra en la tabla 15, permite advertir que su conocimiento d-m sobre los elementos argumentación y tareas está mayormente concentrado en la faceta epistémica. Además, que hay pluralidad de su conocimiento para estos elementos, ya que para argumentación se refiere también a las facetas cognitiva, mediacional e interaccional, y para el elemento tareas a las facetas mediacional, interaccional y ecológica. La tabla 14 también permite advertir que el conocimiento d-m del profesor sobre el elemento EGD se evidencia en las facetas epistémica y mediacional casi con la misma distribución.

Desde una mirada por cada faceta para los tres elementos, encuentro que el conocimiento d-m del profesor que se refiere a la faceta epistémica se centra en tres cuestiones. La primera, la necesidad de usar vocabulario especializado asociado a los elementos, como argumento, razonamiento, exploración, conjeturación, conjetura, demostración, argumento de tipo deductivo, inductivo y abductivo, análisis de instrucción y análisis del recurso. Todos estos términos los reconoce en documentos estudiados en los seminarios cursados durante el primer semestre de la MDM, y de algunos de estos términos ha intentado construir una opinión, una forma general de entenderlos o de definirlos a partir de las referencias bibliográficas estudiadas. Hay tres términos que usa con énfasis, deductivo, abductivo e inductivo, de los cuales identifica ejemplos referidos a lugares donde puede encontrar estos tipos de argumentos y de procedimientos que los generan. Se concluye entonces que el profesor desea usar términos que se referencian en documentos y construir una idea sobre ellos para usarlos bajo un sustento teórico.

La segunda cuestión en la que se centra el conocimiento d-m del profesor que refiere a la faceta epistémica, son dos relaciones que quiere hacer, una entre cuestiones asociadas a la argumentación y las acciones de enseñanza del profesor, y otra entre las tareas y las acciones del estudiante en la resolución de una situación problema. Estas relaciones buscan enlazar su conocimiento d-m sobre los elementos con labores como docente (las acciones profesionales como profesor) y las acciones que reconoce en sus estudiantes.

La tercera cuestión en la que se centra el conocimiento d-m del profesor que refiere a la faceta epistémica son las características que intenta describir sobre los elementos. En dichas características él mostraba cuestiones como el tipo de consideraciones que debe tener en cuenta para realizar una tarea, cómo debe ser una tarea usando un EGD, y qué tipo

de soluciones se pueden esperar en una tarea por parte del profesor. Describir características de elementos muestra que desea profundizar su conocimiento más allá de opiniones o ideas generales, desea construir ilustraciones que le permitan aplicar este conocimiento en su labor profesional.

El conocimiento d-m del profesor referente a la faceta cognitiva se centra en los procedimientos que usa el estudiante para solucionar situaciones problema, y los tipos de argumentos que él genera de acuerdo con las acciones que hace en estos procedimientos. Se concluye que este conocimiento d-m está centrado en el término procedimientos del estudiante, el profesor se cuestiona sobre las acciones que él hace y cómo se relacionan con los elementos de estudio de la investigación.

El conocimiento d-m del profesor referente a la faceta mediacional se centra en las formas en que los recursos favorecen procesos particulares como la exploración, o en favorecer el aprendizaje de los estudiantes. También se centra en cuestiones del recurso como la pertinencia que tienen para usarlos en una tarea o los limitantes que puede generar.

El conocimiento d-m del profesor referente a la faceta interaccional se centra en las formas de interacción que se da entre el estudiante y el profesor para la gestión de una tarea, y en la consideración que tiene al prever los tipos de argumentos que se pueden generar en clase.

El conocimiento d-m del profesor referente a la faceta ecológica se centra en los aspectos curriculares de grados anteriores que tiene en cuenta para el diseño y la gestión de tareas, los cuales relaciona con la caracterización de la población, como los procedimientos previos que manejan los estudiantes y los requisitos que ellos tienen para abordar una situación problema.

Transformación del Conocimiento d-m Del Profesor entre los Estados Cero y Uno

A continuación, se muestra el cambio del conocimiento d-m del profesor entre los estados cero y uno al compararlos por elementos y por facetas a partir de las etiquetas que surgieron en la elaboración del análisis de los textos narrativos, según el procedimiento para identificar la transformación del conocimiento d-m descrito en el cuarto y último paso del apartado 3.4 del capítulo anterior. Esta transformación se reporta sobre cada elemento, argumentación, EGD y tareas.

Sobre el Elemento Argumentación

Para este elemento referente a la faceta epistémica, se encuentran dos cuestiones en común entre los estados cero y uno teniendo en cuenta las etiquetas. La primera cuestión refiere a las etiquetas vocabulario especializado, sinónimos, nociones y concepciones, ya que en el estado cero de conocimiento se encuentra la necesidad del profesor de “relacionar vocabulario que considera propio (...) o vocabulario que ha leído en literatura especializada (...) para referirse a su conocimiento”, y en el estado uno se encuentra “la necesidad de usar vocabulario especializado asociado a los elementos, como argumento, razonamiento (...), argumento de tipo deductivo, inductivo y abductivo (...)”. Aunque las nociones, concepciones y definiciones son comunes en los dos estados de conocimiento, la necesidad que se expresa por establecerlas en cada uno es distinta, ya que en el estado cero el profesor “busca tener una idea, opinión o tal vez una definición que le permita tener certeza de qué es lo que conoce” y en el estado uno se ve la necesidad del profesor de “usar términos que se referencian en documentos y construir una idea sobre ellos para usarlos bajo un sustento teórico”. Lo anterior refleja que la diferencia entre el estado cero y uno en relación con el vocabulario especializado, es que en principio el profesor buscaba establecer una opinión y pasa a construir nociones y concepciones a la luz de referencias bibliográficas. Se concluye

entonces que el conocimiento d-m del profesor sobre argumentación referente a la faceta epistémica, en relación con las etiquetas vocabulario especializado, sinónimos, nociones y concepciones se profundizó, ya que pasa de considerar términos asociados a la argumentación como vocabulario propio o especializado en igual medida, a usar vocabulario especializado desde un sustento teórico que establece.

La segunda cuestión en común entre los estados cero y uno refiere a ejemplos de cuestiones relacionadas con la argumentación, ya que en el estado cero los ejemplos son de “términos que están asociados con el elemento (...)” como las producciones orales, escritas o programaciones que da el estudiante, y en el estado uno los ejemplos se enfocan a “(...) lugares donde puede encontrar estos tipos de argumentos (abductivo, deductivo e inductivo) y de procedimientos que los generan”. En ese sentido, el profesor pasa de enfocarse en ejemplos de argumentos y dónde los puede encontrar, a establecer ejemplos asociados a los tipos de argumento. Por lo tanto, se puede concluir que el conocimiento d-m del profesor se diversificó respecto a los ejemplos que asocia al elemento argumentación.

Para el elemento argumentación referente a la faceta epistémica se encuentra que aparecen etiquetas en el estado uno que no estaban en el estado cero. En el estado uno la etiqueta es relaciones que refiere a que el profesor puede establecer “entre cuestiones asociadas a la argumentación y las acciones de enseñanza del profesor, y otra entre las tareas y las acciones del estudiante en la resolución de una situación problema entre tipos de argumento con cuestiones asociadas a sus acciones de enseñanza y a los diferentes procedimientos para resolver un problema”. Como estas relaciones buscan enlazar su conocimiento d-m sobre argumentación con sus labores como docente y las acciones que reconoce en sus estudiantes, se concluye que el conocimiento d-m del profesor sobre argumentación se amplió y se aplicó. Se amplió en la medida en que el conocimiento

explicitado sobre argumentación en el estado uno hace referencia a una cuestión que no apareció en el estado cero, y se aplicó en el sentido de que el profesor reconoce situaciones en su ámbito laboral en las que pone en acto su conocimiento sobre argumentación en acciones que desarrolló en su ejercicio profesional.

Otras etiquetas que aparecen en el estado uno que no estaban en el estado cero son deductivo, abductivo e inductivo. Estas refieren a “(...) tres tipos de argumento” para los cuales el profesor identifica “(...) dónde pueden surgir y procesos que los pueden promover”. Por lo tanto, se puede concluir que el conocimiento d-m del profesor sobre argumentación se amplió respecto a los tipos de argumentos.

Para el elemento argumentación referente a la faceta cognitiva se encuentran etiquetas diferentes entre los estados cero y uno. En el estado cero las etiquetas representación y formas de representación que refieren a las “representaciones que puede dar el estudiante de sus argumentos, como lo son sus explicaciones, textos, operaciones o programaciones” y a las “formas en las cuales el profesor puede evidenciar estas representaciones, que son las producciones orales o escritas que da el estudiante”; y en el estado uno del conocimiento las etiquetas procedimientos que usa el estudiante y tipos de argumentos del estudiante se refieren a los “procedimientos que usa el estudiante para solucionar situaciones problema, y los tipos de argumentos que él genera de acuerdo con las acciones que hace en estos procedimientos”. En el estado cero del conocimiento del profesor se centra en las representaciones que da el estudiante a sus argumentos, y en el estado uno se cuestiona sobre las relaciones entre las acciones del estudiante y el elemento argumentación, ya que, de acuerdo con esas acciones en los procedimientos para resolver un problema, se genera un tipo de argumento. En ese sentido, el profesor pasa de enfocarse en las representaciones del estudiante, a las acciones en las cuales él genera los argumentos.

Por lo tanto, se concluye que el conocimiento d-m del profesor se diversificó respecto a las formas en las que el estudiante evidencia sus argumentos.

Para el elemento argumentación referente a las facetas mediacional e interaccional aparecen etiquetas en el estado uno que no aparecen en el cero. Para la faceta mediacional la etiqueta es favorece y refiere a que “identifica maneras en que un recurso favorece la producción de argumentos”, y para la faceta interaccional las etiquetas son generar argumentos y prever tipos de argumentos, que refieren a los momentos en los que el profesor “prevé la producción de argumentos en su clase al buscar cierto tipo de argumento con las instrucciones que da a los estudiantes”. Esto deja ver que en el estado uno, el conocimiento del profesor referente a la faceta mediacional se centra en cómo un recurso favorece producción de argumentos, y el referente a la faceta interaccional se centra en prever y generar argumentos con sus instrucciones para el estudiante. Por lo tanto, se concluye que el conocimiento d-m del profesor sobre argumentación se amplió respecto a estas dos cuestiones.

Sobre el Elemento EGD

Para este elemento referente a la faceta epistémica se encuentra la etiqueta vocabulario especializado común entre los estados cero y uno. En el estado cero, los términos que son vocabulario especializado son software de geometría dinámica y tecnología digital, y en el estado uno son análisis del recurso, material y recurso. Los términos del estado cero el profesor los reconoció en su formación de pregrado, mientras que los del estado uno los reconoció en documentos estudiados en el transcurso del primer semestre de la MDM, además, en el cero, el vocabulario especializado lo “usa como sinónimo para referirse a EGD” y en el uno cada término es una cuestión puntual sobre el EGD, por eso para los términos “(...) material y recurso (...) establece una definición”. En

ese sentido, el profesor pasa de usar sinónimos de EGD a referirse a cuestiones puntuales asociadas al elemento, que además define con base en literatura especializada. Se concluye entonces que el conocimiento d-m del profesor sobre EGD referente a la faceta epistémica, en relación con la etiqueta vocabulario especializado, se complementó en el sentido de que establece vocabulario sustentado en referencias bibliográficas sobre el elemento.

Para el elemento EGD referente a la faceta epistémica también se encuentran etiquetas que aparecen en un solo estado de conocimiento. En el caso del estado cero, las etiquetas sinónimos, vocabulario propio y concepciones refieren a cuando el profesor “establece diversas concepciones que se asocian a diferentes términos que usan como sinónimos para referirse a EGD”, particularmente sobre el término tecnología como herramienta; y en el caso del estado uno, la etiqueta definición se reconoce en términos asociados a los EGD, ya que para los términos “material y recurso, (...) establece una definición”. Aunque los términos de los que se habla en los estados cero y uno son distintos, todos refieren al elemento EGD e intenta para éstos establecer una forma de entenderlos o un significado basado en literatura especializada. Por tanto, se puede concluir que el conocimiento d-m del profesor sobre el elemento EGD referente a la faceta epistémica se diversificó respecto al vocabulario propio o especializado y las concepciones o definiciones que tiene de estos.

Para el elemento EGD referente a la faceta mediacional, se encuentran las etiquetas formas y pertinencia en común entre los estados cero y uno. Estas refieren a “la pertinencia y la forma en que el recurso favorece el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas” para desarrollar un problema específico. En ambos estados el conocimiento del profesor refiere a esta cuestión de la misma forma, por lo que se puede concluir que el conocimiento

d-m del profesor referente a la faceta mediacional no cambió respecto a la pertinencia y formas en las que el recurso favorece el aprendizaje.

Para el elemento EGD referente a la faceta mediacional también se encuentran etiquetas que aparecen en un solo estado de conocimiento. En el estado cero, se encuentran las etiquetas usos y recurso que refieren a que el profesor “identifica que los EGD pueden ser usados para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas”; y en el estado uno se encuentra la etiqueta limita, la cual refiere a los “límites del recurso”. Más allá de identificar si un recurso puede o no ser usado para la enseñanza, como se identifica en el estado cero, se evidencia conocimiento sobre “(...) los limitantes que puede generar (...)” un recurso para el alcance de los objetivos que se pudo haber propuesto para sus estudiantes. Por lo tanto, encuentro que el conocimiento d-m del profesor entre los estados cero y uno sobre EGD referente a la faceta mediacional se profundizó en una cuestión particular que se puede reflejar en el ámbito profesional del profesor y es identificar el uso de un recurso en sus clases o los limitantes que este puede generar.

Sobre el Elemento Tareas

Para este elemento referente a la faceta epistémica se encuentran dos cuestiones en común entre los estados cero y uno teniendo en cuenta las etiquetas. La primera cuestión refiere a las etiquetas noción y concepción, ya que en el estado cero el profesor establece “una (...) opinión o forma en la cual entiende [las] tareas, [e] ideas generales que tiene acerca de su conocimiento”, pero en el estado uno, van enfocadas “para los términos análisis de instrucción, tareas y actividad”. De acuerdo con ello, las nociones y concepciones asociadas al término tareas del estado cero refieren a los “criterios que se deben tener en cuenta para diseñarlas, como requisitos previos, características y contexto de los estudiantes”, pero en el estado uno estas nociones y concepciones están referidas al

análisis de instrucción, que es un conocimiento más robusto sobre los criterios a los que refieren las nociones y concepciones del estado cero. Este análisis de instrucción consta de “requisitos, meta, formulación, materiales, agrupamiento, interacción y temporalidad”. Por lo anterior, se concluye que el conocimiento d-m del profesor sobre el elemento tareas se profundizó respecto a sus nociones y concepciones en las cuestiones que se deben tener en cuenta para diseñar una tarea.

La segunda cuestión en común entre los estados cero y uno es lo referente a la etiqueta contraejemplo, ya que en el estado cero se encuentra que el profesor afirma que “ninguna actividad que los niños hagan en clase lo considero como tarea”, esto es un contraejemplo de una tarea, y en el estado uno menciona que “un ejercicio que el estudiante deba hacer en casa y para replicar el conocimiento dado por el profesor en clase” no se considera como tarea. Como en ambos estados el conocimiento en relación con esta etiqueta refiere a lo mismo, se concluye que el conocimiento d-m del profesor referente a la faceta epistémica no cambió respecto a los contraejemplos de tareas.

Para el elemento tareas referente a la faceta epistémica, también se encuentra en el estado uno etiquetas que no aparecen en el estado cero, que refieren a dos cuestiones. La primera corresponde a la etiqueta vocabulario especializado que son los términos “análisis de instrucción, requisitos, meta, formulación, materiales, agrupamiento, interacción, temporalidad, exploración, conjetura, conjeturación, demostración, tarea, actividad y secuencia de tareas”, refiere a lo que se debe tener en cuenta para diseñar y gestionar una tarea, que es el análisis de instrucción y todos sus elementos, lo cual aporta una mayor especificidad a la noción de requisitos previos, características y contexto de los estudiantes que había construido el profesor en el estado cero. Por tanto, se puede concluir que el conocimiento d-m del profesor sobre la faceta epistémica para lo que se debe tener en

cuenta para diseñar y gestionar una tarea se profundizó en cuanto al asunto análisis de instrucción.

La segunda cuestión corresponde a las etiquetas características y definición que aparecen en el estado uno y no en el estado cero. La etiqueta características se relaciona con lo que el profesor sabe que “debe tener una tarea para su diseño o para fomentar procesos particulares en los estudiantes”, dichas características también se relacionan con la estructura que debe tener una tarea o con el hecho que la tarea esté relacionada con la enseñanza y el aprendizaje. La etiqueta definición refiere a que “(...) para los términos (...) tareas y actividad establece (...) definiciones”. Para este caso, el conocimiento d-m del profesor sobre el elemento tareas que refiere a la faceta epistémica, no solo se queda en que “establece una concepción y nociones asociadas al elemento”, como ocurría en el estado cero, sino que define el elemento y lo caracteriza según el diseño y su estructura. Se concluye que su conocimiento del estado uno es más robusto y se profundizó respecto al estado cero sobre tareas referente a la faceta epistémica.

Para elemento tareas referente a la faceta mediacional, se encuentra la etiqueta pertinencia que es común entre los estados cero y uno. Esta etiqueta refiere “a la pertinencia de un recurso usado o planeado para resolver una tarea”. Como en ambos estados del conocimiento d-m del profesor, lo explicitado refiere al mismo conocimiento, se concluye que no hubo cambio sobre este asunto particular.

Para el elemento tareas referente a la faceta mediacional, también se encuentran en el estado uno las etiquetas formas y recursos que no aparecen en el estado cero, que refieren a la “manera en que las tareas pueden favorecer un proceso”. Esto es reconocer “formas en las que un recurso favorece el aprendizaje de los estudiantes” y “reconocer a los EGD como un recurso que puede ser usado para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas”.

Como en el estado cero solo se evidencia que conozco sobre la pertinencia del recurso, como se expuso en el párrafo anterior, se concluye que el conocimiento d-m del profesor referente a la faceta mediacional se profundizó en relación con reconocer a los EGD como recurso y las formas en las que este favorece el aprendizaje.

Para el elemento tareas referente a la faceta ecológica, se encuentran etiquetas diferentes para ambos estados. En el estado cero la etiqueta currículo refiere a que “reconoce aspectos del currículo del curso en el que se encuentra el estudiante”, y en el estado uno se encuentra la etiqueta aspectos currículo anteriores que refiere a “cuestiones como contexto de los estudiantes, requisitos y procedimientos previos que manejan los estudiantes”, esto corresponde al currículo de años anteriores que ha cursado el estudiante. Como el conocimiento d-m del profesor en los dos estados refiere a considerar cuestiones del currículo actual y de currículos que ha cursado el estudiante en años anteriores, se concluye que el conocimiento construido por el profesor en el estado uno referente a la faceta ecológica se complementó, en relación con reconocer aspectos del currículo.

Para el elemento tareas referente a la faceta interaccional, aparece la etiqueta formas de interacción en el estado uno que no aparece en el estado cero. Esta etiqueta refiere a considerar “las formas de interacción que se pueden dar entre el profesor y el alumno al momento de diseñar una tarea”. Como no hay información acerca del conocimiento del profesor referente a este asunto en el estado cero, se concluye que su conocimiento d-m referente a la faceta ecológica se amplió en relación con diseñar una tarea, acción para la cual tiene en cuenta formas de interacción entre el profesor y el estudiante.

Para el elemento tareas referente a la faceta afectiva, se encuentra la etiqueta características afectivas y emocionales en el estado cero, pero no se encuentra alguna etiqueta en el estado uno. La etiqueta refiere al “vínculo de forma indirecta [en] su

conocimiento de las características emocionales y afectivas del estudiante”. Se concluye que, su conocimiento referente al asunto características afectivas y emocionales del estudiante, no cambió en el estado uno.

A continuación, se muestran la tabla 16 en la cual se muestran las etiquetas identificadas en cada estado y la transformación que se evidenció asociada a estas para cada elemento, argumentación, EGD y tareas. Estas tablas tienen como fin sintetizar lo presentado en el texto de la transformación del conocimiento del profesor entre los estados cero y uno Las facetas que aparecen en la tabla 16 son las que tuvieron etiquetas.

Tabla 16

Tabla de síntesis de la transformación del conocimiento d-m del profesor

ARGUMENTACIÓN			TRANSFORMACIÓN
FACETA	ESTADO CERO	ESTADO UNO	
EPISTÉMICA	Sinónimos, vocabulario especializado, nociones y concepciones		Profundizó
	Ejemplos		Diversificó
		Relaciones	Amplió y aplicó
		Deductivo, abductivo, inductivo	Amplió
COGNITIVA	Representaciones	Procedimientos	Diversificó
MEDIACIONAL		Favorece	Amplió
INTERACCIONAL		Generar, prever	Amplió
EGD			TRANSFORMACIÓN
FACETA	ESTADO CERO	ESTADO UNO	
EPISTÉMICA	Vocabulario especializado		Complementó
	Sinónimo, vocabulario propio, concepciones	Definición	Diversificó
MEDIACIONAL	Forma, pertinencia		No cambió
	Uso, recurso	Limita	Profundizó
TAREAS			TRANSFORMACIÓN
FACETA	ESTADO CERO	ESTADO UNO	
EPISTÉMICA	Noción, concepción		Profundizó
	Contraejemplo		No cambió
		Vocabulario especializado	Profundizó
		Características, definición	Profundizó
MEDIACIONAL	Pertinencia		No cambió
		Formas, recurso	Profundizó
INTERACCIONAL		Formas de interacción	Amplió
AFECTIVA	Características afectivas y emocionales		No cambió
ECOLÓGICA	Currículo	Currículo anteriores	Complementó

Discusión y Conclusiones

En los capítulos anteriores se usó el modelo del CDM propuesto en Godino (2009) y Pino-Fan y Godino (2015), presentado en el [marco de referencia conceptual](#) de este documento, para analizar el conocimiento del profesor sobre los tres elementos argumentación, EGD y tareas y su transformación luego del cursado del primer semestre de la MDM. El interés estuvo centrado en la identificación del estado de conocimiento d-m del profesor sobre los tres elementos al inicio de la MDM y después de cursado el primer semestre, y luego su transformación entre esos dos estados. Específicamente los resultados se centran en la transformación del conocimiento d-m del profesor sobre los elementos después de cursar el primer semestre de la MDM.

Metodológicamente se usó una adaptación propia de la metodología de la IA (Feldman & Minstrell, 2000, Martínez, 2000, Doerr y Tinto, 2000, Serres, 2007) desde una perspectiva cualitativa, presentada en el [metodología](#) de este documento. Se relevó la información del campo a través de la propuesta de ingreso a la MDM y los documentos producidos por el profesor en el desarrollo de las actividades de los seminarios del primer semestre de la MDM. Esta información se organizó, fragmentó y depuró con las tablas de insumos (anexos 1 y 3) y las tablas de manifestaciones (anexos 2 y 4) para cada estado de conocimiento, a través de lo cual se construyó el dato de la investigación que corresponde a los textos narrativos del conocimiento del profesor sobre argumentación, EGD y tareas para los estados [cero](#) y uno (anexo 7). El análisis de los datos se realizó mediante las tablas de análisis (tablas 7 a 9 y 11 a 14), las tablas de etiquetas (tablas 10 y 15), los dos estados del conocimiento d-m del profesor y su transformación.

A continuación, se presenta la discusión de los resultados de la investigación a partir de los [antecedentes](#), y las conclusiones. En estas se presenta particularmente la

identificación de la transformación del conocimiento d-m del profesor sobre argumentación, EGD y tareas en el marco del primer semestre de la MDM, y el posible aporte de esto para potencializar los problemas del libro de texto con EGD para fomentar la argumentación en sus estudiantes.

Discusión de Resultados

La transformación del conocimiento d-m del profesor sobre argumentación, EGD y tareas entre sus estados cero y uno le da herramientas que le permiten resolver su necesidad de potencializar problemas de los libros de texto con EGD para favorecer la argumentación en mis estudiantes. Uno de los resultados de los cuales da cuenta esta transformación, es que sus nociones y concepciones se profundizaron o diversificaron. Esta es una cuestión que no coincide con el trabajo de Villella y Contreras (2006) en cuanto a la evidencia de las nociones y concepciones del profesor, ya que para ellos, al estudiar la incidencia que tiene la selección del libro de texto en el desarrollo profesional del profesor de matemáticas, es la selección del libro de texto por parte del profesor la que sirve como indicador de su conocimiento, y es la forma en la que el profesor lo usa la que da indicios de las nociones y concepciones del profesor acerca de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. En este trabajo se encontró que determinar el estado del conocimiento d-m del profesor permite conocer cuáles son sus nociones y concepciones a la luz del CDM. También se encontró que determinar la transformación del conocimiento d-m entre dos estados permite encontrar las nociones y concepciones dado que estas se encuentran dentro del conocimiento del profesor de tipo epistémico. Por lo tanto, se cree que se avanzó más allá de reconocer un indicador de ese conocimiento.

En una futura investigación en la que se use la misma metodología, vale aclarar que, para llegar a las nociones y concepciones del profesor de manera directa, se tendría que

incluir en la fase dos una acción intencionada hacia ello, ya que las nociones y concepciones del profesor que se encontraron no se buscaron, solo surgieron a partir de los insumos recolectados. Una opción podría ser incluir preguntas direccionadas a que el profesor exteriorice en sus producciones lo que tiene como nociones y concepciones.

A través de los resultados de la investigación se pudo identificar que el conocimiento del profesor sobre el elemento tareas referente a la faceta ecológica se complementó, en el sentido de tener en cuenta currículo escolar que cursa el estudiante y currículos de años anteriores para el diseño y gestión de tareas; y referente a las características que debe tener una tarea se profundizó. Estos resultados sobre el conocimiento del profesor sobre elemento tareas le permite tener herramientas para considerar problemas del libro de texto para potencializarlos. Esto hace ver que no se coincide con la consideración que hacen González y Sierra (2004) acerca de la incidencia de los libros de texto, con la salvedad que la investigación es distinta en cuanto a los participantes y el objeto de estudio, por lo que la comparación sería indirecta. Los autores afirman, después de analizar el contenido de algunos libros de texto, que la orientación que el profesor da a los libros depende el currículo en el que se enseña, y el libro elegido marca la pauta en el tipo de actividad que se propone y la forma a que se estructura los conceptos matemáticos. Al identificar el conocimiento d-m del profesor sobre el elemento tareas se encontró que tiene en cuenta el currículo escolar actual y de años anteriores del estudiante, además, que este currículo también influye en su elección del tipo de actividad y la forma en la que la estructura.

El conocimiento d-m del profesor en cada uno de los estados explicita el conocimiento que tiene para la enseñanza de un contenido, esto se debe a que las facetas a las que se refiere su conocimiento corresponden a la dimensión didáctica del modelo del

CDM. La profundización, ampliación y diversificación que se identificó en la transformación de su conocimiento puede determinar no solo la manera en la que va a enseñar, sino cómo va a enseñar. Esto hace ver que no se coincide con lo que afirman Fan y Kaeley (2000) acerca de la incidencia que tienen los libros de texto en las estrategias de enseñanza del profesor. Los autores encuentran que el libro de texto es el que determina qué enseña y cómo enseña el profesor. Pero en este trabajo se encontró que un posible aporte de la transformación del conocimiento d-m del profesor a potencializar los problemas del libro de texto, tiene que ver con la relación o la influencia que tiene el libro de texto en sus decisiones sobre qué y cómo enseñar, por lo tanto, es esa transformación y no es el libro de texto lo que determina cómo es que va a enseñar.

La transformación del conocimiento d-m del profesor sobre el elemento tareas que refiere a la faceta epistémica se profundizó en aspectos como las características y definiciones de términos asociados al elemento. También se profundizó en cuanto a las formas en las cuales las tareas pueden favorecer procesos particulares. Estas cuestiones identificadas en dicha transformación aportarían a las consideraciones hechas por Morselli (2013) sobre las características que debe tener una tarea de matemáticas o la clase de matemáticas. El autor afirma, después de diseñar, aplicar, analizar y modificar secuencias de tareas con su grupo de investigación conformado por investigadores y profesores en ejercicio, que el diseño de tareas se da bajo la estructura de dos tipos de tareas, unas que son base que pretenden introducir un contenido matemático, y otras que son adicionales que pretenden que el estudiante justifique sus respuestas. En este trabajo se encontró a partir de la transformación del conocimiento d-m del profesor sobre el elemento tareas, relativo a las características y definiciones, que las tareas deben: permitir lograr las expectativas de aprendizaje, promover la exploración bajo una estructura de solicitar hacer una

construcción en GeoGebra a partir de una serie de pasos secuenciados y preguntar sobre esa construcción, ser significativas para el estudiante y permitir un tránsito entre lo concreto y lo abstracto. Estas características identificadas en el conocimiento d-m del profesor podrían complementar el trabajo de Morselli (2013) para ampliar la tipología de dos tipos que él propuso.

Conclusiones de la Investigación

Las conclusiones se establecen teniendo en cuenta los objetivos y la pregunta de investigación sobre el uso del modelo del CDM, los límites de la investigación y las nuevas perspectivas o preguntas que surgen de esta investigación.

Con la discusión de los resultados expuesta en este capítulo se cree haber mostrado elementos para poder afirmar que se ha dado cumplimiento a los objetivos de investigación. En efecto, se ha analizado el conocimiento del profesor sobre argumentación, EGD y tareas desde la dimensión didáctica del CDM, antes de entrar y después de cursar el primer semestre de la MDM. En relación con el primer objetivo específico de investigación planteado, se ha identificado el conocimiento d-m sobre argumentación, EGD y tareas antes y después de cursar el primer semestre de la MDM y se ha expresado en estados cero y uno de conocimiento, respectivamente. En relación con el segundo objetivo específico de investigación planteado, se ha establecido la transformación del conocimiento d-m entre los estados cero y uno identificados y se ha encontrado que esta se da en distintas maneras: el conocimiento se profundizó, diversificó, amplió y aplicó para el elemento argumentación referente a las facetas epistémica, cognitiva, mediacional e interaccional; se complementó, diversificó, profundizó y no cambió para el elemento EGD referente a las facetas epistémica y mediacional; y se profundizó, amplió, complementó y no cambió para el elemento tareas referente a las facetas epistémica, mediacional, interaccional, afectiva y

ecológica. En la descripción de los aportes del trabajo se señalan lo que aporta la identificación de la transformación del conocimiento d-m del profesor a potencializar los problemas del libro de texto que usa en su clase de geometría, con ayuda de los EGD, para fomentar la argumentación en sus estudiantes, que corresponde al tercer objetivo y la pregunta secundaria de la investigación.

Aportes del Trabajo

Identificar el conocimiento sobre los tres elementos del énfasis, argumentación, EGD y tareas, en dos estados de conocimiento a la luz de la dimensión didáctica del modelo del CDM en el marco del proceso de formación de la MDM, permite reconocer el aporte que recibió el profesor al cursar el primer semestre de la MDM para su labor profesional como profesor de matemáticas. Como cada uno de los elementos del énfasis los relacionó con su necesidad docente de potencializar los problemas del libro de texto con EGD para fomentar la competencia argumentación en sus estudiantes, identificar este conocimiento le permite mejorar la toma de decisiones en su labor profesional para satisfacer su necesidad docente, ya que puede decidir de una manera más consiente. El aporte identificado a la necesidad profesional del profesor es qué tipo de argumento puede fomentar con los problemas del libro de texto, qué estructura pueden tener las tareas que va a proponer a sus estudiantes, de qué forma puede usar un EGD o cómo este puede ser pertinente para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

Se encontró que la transformación del conocimiento d-m del profesor fue de ampliación para el elemento argumentación referente a las facetas epistémica, mediacional e interaccional, y para el elemento tareas referente a la faceta interaccional respecto a: los tipos de argumento que distingue, el enlace de su conocimiento sobre argumentación con las acciones del estudiante, cómo un recurso favorece el aprendizaje, los argumentos que

prevé generar en sus estudiantes y las formas de interacción entre profesor y estudiante. También se encontró que dicha transformación fue de profundización para el elemento argumentación referente a la faceta epistémica respecto al vocabulario especializado que usa desde un sustento teórico; igualmente para el elemento EGD referente a la faceta mediacional referente a identificar usos o limitantes de un recurso; y asimismo para el elemento tareas referente a las facetas epistémica y mediacional referente a sus nociones y concepciones y a reconocer los EGD como recurso y la forma en que favorecen el aprendizaje.

Como los resultados descritos anteriormente muestran que la mayoría de los cambios que se encontraron en el conocimiento d-m del profesor entre sus dos estados fueron de ampliación o profundización, resultaría evidente la importancia o impacto positivo que tuvo la propuesta de formación de la MDM en el desarrollo del conocimiento profesional del sujeto investigado como profesor de matemáticas.

También se encontró que la transformación del conocimiento d-m del profesor relacionado con las nociones, concepciones, definiciones y con el vocabulario propio o especializado para los tres elementos se profundizó, pasó de usar vocabulario propio a usar vocabulario especializado desde un sustento teórico, y en términos asociados a cuestiones que se deben tener en cuenta para el diseño de una tarea. Además, esa transformación de su conocimiento d-m se diversificó en cuanto a los diferentes términos que asocia al elemento EGD y su intento de establecer un significado para éstos; y también el conocimiento d-m del profesor se complementó en el uso de vocabulario sustentado en referencias bibliográficas para referirse al elemento EGD. Esto quiere decir que la propuesta de formación de la MDM aportó al conocimiento del profesor en torno a estos aspectos relacionados con los elementos argumentación, EGD y tareas. Esto se puede considerar

como un posible aporte que pueden hacer los procesos de formación posgraduales a los profesores de matemáticas que participen de estos.

Se pudo identificar que la transformación del conocimiento d-m del profesor sobre el elemento argumentación referente a las facetas epistémica, cognitiva, mediacional e interaccional se amplió respecto a: los tipos de argumento que conoce; las relaciones que establece entre cuestiones asociadas a este elemento y las acciones de enseñanza del profesor, y las acciones del estudiante en la resolución de una situación problema y los diferentes tipos de argumentos que se pueden generar; cómo un recurso favorece el aprendizaje; y prever y generar argumentos con las instrucciones que da al estudiante. También se pudo identificar que el conocimiento d-m del profesor sobre el elemento argumentación referente a las mismas facetas se diversificó respecto a: los ejemplos que asocia a dicho elemento; y a las formas en que el estudiante evidencia sus argumentos. Esto es un aporte que da la propuesta de formación de la MDM a la necesidad profesional del profesor, particularmente para lograr favorecer la competencia argumentación que el NES solicita que desarrollen sus estudiantes.

También se pudo identificar que el conocimiento del profesor sobre el elemento tareas referente a las facetas epistémica y mediacional se profundizó respecto a sus nociones y concepciones sobre las cuestiones que se deben tener en cuenta para diseñar una tarea; el análisis de instrucción para diseñar y gestionarlas; la definición y características que da al elemento tareas; y reconocer las formas en las que un recurso usado en una tarea favorece el aprendizaje. Por lo tanto, se logra identificar esto también como un aporte que da la propuesta de formación de la MDM para gestionar los problemas del libro de texto que propone en sus clases, y así posiblemente poder potencializarlos, para promover la mejora del pensamiento matemático del estudiante.

Además, se pudo identificar que el conocimiento del profesor sobre el elemento EGD referente a las facetas epistémica y mediacional se diversificó respecto al vocabulario propio y especializado, las concepciones y definiciones que tiene sobre el elemento; y se profundizó respecto a identificar el uso de un recurso en sus clases o los limitantes que este puede generar. Esto se puede considerar como un aporte que da la propuesta de la MDM para tener herramientas teóricas para lograr potencializar los problemas del libro de texto haciendo uso de un EGD.

El conocimiento del profesor sobre la forma en la que aprenden y ven los estudiantes las matemáticas, es decir, lo que refiere a la faceta cognitiva, solo se evidencia cuando se refiere al elemento argumentación, para el cual se identificó que la transformación del conocimiento d-m del profesor referente a tal faceta fue respecto a las representaciones que da el estudiante a sus argumentos y las relaciones entre las acciones del estudiante y los tipos de argumento que se generan en dichas acciones. Identificar esta transformación de su conocimiento permite identificar lo que serían posibles herramientas conceptuales que tiene para considerar la forma en que puede favorecer la argumentación en sus estudiantes.

Con todo lo expresado hasta el momento, respecto a la relación entre la necesidad particular del profesor del NES y la propuesta de formación de la MDM centrada en un énfasis, todas las evidencias expuestas en los párrafos anteriores muestran el posible aporte o ganancia que puede tener un profesor de matemáticas en su conocimiento al participar de un proceso de formación de maestría, en el que encuentra relación con alguna de sus necesidades o las insuficiencias que este encuentra en la práctica de enseñanza de su labor profesional.

Particularmente en relación con la metodología propuesta y usada en esta investigación, y un aporte a campo del desarrollo profesional del profesor de matemáticas, es la forma en la que se llevó a cabo el análisis, ya que esta puede ser un ejemplo para otras investigaciones en las cuales se pretenda identificar y describir el conocimiento d-m del profesor y así puedan establecer lo que aquí se denominó estado de conocimiento d-m del profesor. Ello, tal vez, no necesariamente cursando una propuesta de formación de posgrado similar, sino considerando un proceso interno institucional de seguimiento a la práctica de diseño de tareas de profesores de matemáticas. También, la manera en la que se pudo establecer la transformación del conocimiento d-m del profesor en esta investigación, puede ser un ejemplo para el campo de investigación del desarrollo del conocimiento del profesor de matemáticas, para determinar el cambio en el conocimiento del profesor, independiente de los elementos que se quieran tratar.

Sobre el Uso del Modelo del CDM

Para el análisis en la investigación se usó el modelo del CDM, lo cual permitió establecer unos criterios de las facetas de la dimensión didáctica del conocimiento del profesor. A través de ello se dieron ciertas características al conocimiento del profesor teniendo en cuenta dichos criterios, que tal vez no hubiera podido lograr usando otro modelo, como por ejemplo que el conocimiento del profesor puede referir a la forma en la que aprenden sus estudiantes, o a la forma en la que implementa un recurso en el aula. Ello podría considerarse como un impacto positivo en el ejercicio de identificar la transformación del conocimiento d-m del profesor sobre los elementos del énfasis de la MDM. También, hacer uso de los criterios permitió comprender un poco más lo que significa el conocimiento del profesor de matemáticas, que se asume como aquellos elementos que requiere para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, además del

conocimiento del profesor acerca del contenido matemático. Ello podría entenderse como una ganancia que puede tener en cuenta para futuras investigaciones.

Al haber tipificado el conocimiento del profesor como didáctico-matemático a través de las facetas del modelo del CDM, se identificaron y analizaron aspectos de su conocimiento pedagógico del contenido asociados a su labor de enseñanza. Esto se podría considerar como un aporte positivo del uso del modelo del CDM, ya que hizo consiente al profesor de toda una serie de conocimientos que evidenció antes y después de cursar la MDM que posiblemente él ignoraba o aplicaba pasando por alto a qué referían y porqué.

A partir de los resultados de la transformación del conocimiento d-m del profesor a la luz del modelo del CDM, se logra una aproximación a la influencia del proceso de formación de la MDM en ese conocimiento. Aunque los resultados solamente muestran la transformación del conocimiento del profesor entre los estados cero y uno, esta muestra el potencial que puede tener la aplicación de este modelo para hacer de alguna forma visible ese conocimiento alcanzado por profesores de matemáticas.

Límites de la Investigación

Uno de los objetivos de la investigación era identificar el conocimiento del profesor sobre argumentación, EGD y tareas antes de ingresar a la MDM, a lo que se denominó estado cero. Es importante advertir que el conocimiento identificado allí corresponde solamente a lo que se movilizó del mismo en la prueba de ingreso a la MDM, ya que no hubo información de cuando se movilizó en el ejercicio profesional del profesor en el NES. Para determinar ese estado cero, habría sido oportuno tomar información producida durante el desarrollo del ejercicio laboral que el profesor llevaba a cabo.

Los resultados de esta investigación se refieren al conocimiento de un profesor como estudiante en la propuesta de formación de la MDM, si bien todos los estudiantes de

la misma cohorte hicieron una indagación sobre la transformación de su propio conocimiento, el caso de esta investigación y el de los demás profesores participantes de la propuesta de formación, no pueden tomarse como representativos de todos los estudiantes de una cohorte del mismo énfasis de la MDM. No obstante, se estima que los resultados podrían considerarse aplicables a un profesor que ha participado en una propuesta de formación similar, y cuya propuesta de ingreso a esta, refleje los mismos intereses que los que reflejé en la que el profesor presentó para este trabajo.

Los resultados de este trabajo se refieren a las facetas de la dimensión didáctica del modelo del CDM, el cual es solo uno de los modelos existentes del conocimiento del profesor de matemáticas. Si se usaran otros modelos, como los de Shulman (1987), Ball (2000, citado en Godino, 2009), Ball et al. (2001, citados en Godino, 2009), Schoenfeld y Kilpatrick (2008, citados en Godino, 2009) para caracterizar el conocimiento del mismo profesor, lo más probable es que se conciba diferente los estados cero y uno del conocimiento del profesor, y, por tanto, la transformación tal vez no se reporte del mismo tipo.

Si se hubiese usado la metodología de la IA y no una adaptación propia quizás se habría enriquecido la información obtenida y el proceso analítico, ya que esto habría supuesto que la estrategia investigativa implicara el ejercicio de ciclos de investigación relacionados entre sí. Ello habría permitido evidenciar la transformación del conocimiento d-m entre estados uno y dos, y posiblemente entre un estados dos y tres, asociadas a planes de acción intencionados a movilizar el conocimiento del profesor desde otras dinámicas, lo que hubiera podido advertir si la transformación entre los estados uno y dos habrían sido del mismo tipo del que se encontró entre los estados cero y uno.

Nuevas Perspectivas y/o Preguntas que surgen

Puede ser interesante que en una investigación futura no se identifique el conocimiento de un solo profesor sino de un colectivo de profesores, todos los participantes de una cohorte de la MDM por ejemplo, para que los resultados correspondan a un colectivo sobre el conocimiento del profesor sobre argumentación, EGD y tareas y su aporte para potencializar problemas de los libros de texto con EGD para favorecer la argumentación en sus estudiantes. Ello implicaría que el conocimiento del que se busca la transformación no es de un individuo sino de un grupo de profesores, en esa medida habría que hacer un ajuste necesario de los instrumentos y del procedimiento de análisis. Lo cual constituiría un reto desafiante muy interesante para la investigación.

También puede ser interesante en una investigación futura que se identifique el conocimiento del profesor sobre cuatro elementos: argumentación, EGD, tareas y libros de texto; el que se agrega es el último debido a su necesidad profesional de usar este recurso para fomentar la argumentación en sus estudiantes. Ello implicaría establecer criterios que permitan identificar el tipo de conocimiento del profesor sobre los libros de texto a la luz del modelo del CDM. Lo anterior sería un desafío por asociar y conceptualizar lo que el profesor conoce sobre los libros de texto.

Los insumos que se usaron en esta investigación para identificar el conocimiento del profesor antes de ingresar a la MDM fue la propuesta de ingreso que el profesor presentó. Un interrogante que surge es cómo hubiese aportado si se tuvieran como insumo las planeaciones de clase u otros documentos producidos por el profesor en el desarrollo de su ejercicio profesional, como diarios de campo o grabaciones del desarrollo de las clases. Este es un asunto interesante para abordar en una investigación del mismo estilo, porque

tales insumos abarcarían más de la visión del conocimiento del profesor antes de ingresar a la MDM.

En esta investigación, la información recopilada después de entrar a la MDM para establecer el estado uno de conocimiento, fueron solos los documentos que produjo el profesor en el cursado de los seminarios del primer semestre de la MDM. A partir de ello surge otro interrogante interesante y es cuál habría sido el aporte a la caracterización del estado uno de conocimiento d-m si también se toma información del quehacer docente del profesor en el colegio de manera simultánea al cursado de los seminarios del primer semestre de la MDM. Para esto se debe tener en cuenta que dicha recopilación de información haría parte del plan de acción formulado en la parte 1 de la estrategia investigativa propuesta en este trabajo.

Referencias

- Bachillerato Internacional. (2019). *Guía de Matemáticas: Aplicaciones e Interpretación Primera evaluación en 2021*. Reino Unido: Organización del Bachillerato Internacional.
- Camargo, L. (2021). *Estrategias cualitativas de investigación en educación matemática: Recursos para la captura de información y el análisis*. Universidad de Antioquia.
- Cardeñoso, J. M., Flores, P., y Azcárate, P. (2001). El desarrollo profesional de los profesores de matemáticas como campo de investigación en educación matemática. *Iniciación a la investigación en didáctica de la matemática. Homenaje al profesor Mauricio Castro*, 233-244.
- Colegio Nueva Inglaterra. (2020). *Documento de área de matemáticas*.
- Doerr, H., y Tinto, P. (2000). Paradigms for teacher-centered, classroom-based research. In A. Kelly y R. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* 403–427. Mahwah: LEA.
- Fan, L., y Kaeley, G. S. (2000). The Influence of Textbooks on Teaching Strategies: An Empirical Study. *Mid-Western Educational Researcher*, 13(4), 2-9.
- Feldman, A., y Minstrell, J. (2000). *Action research as a research methodology for the study of the teaching and learning of science*. ERIC Clearinghouse.
- Font, V., Breda, A., Giacomone, B. y Godino, J. D. (2018). Análisis de narrativas de futuros profesores con el modelo de conocimientos y competencias didáctico-matemáticas (CCDM). En L. J. Rodríguez-Muñiz, L. Muñiz-Rodríguez, A. Aguilar-González, P. Alonso, F. J. García García y A. Bruno (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXII* 23-38. Gijón: SEIEM.

- Godino, J. D. y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14 (3), 325-355.
- Godino, J. D. (1999). Implicaciones metodológicas de un enfoque semiótico-antropológico para la investigación en Educación Matemática. En Ortega, T (Ed.), *Actas del III SEIEM*, 96-212. Valladolid: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.
- Godino, J. D. (2009) Categorías de análisis del conocimiento del profesor de matemáticas. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 20, 13–31.
- Godino, J. D., Giacomone, B., Batanero, C., y Font, V. (2017). Enfoque ontosemiótico de los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 31, 90-113.
- Godino, J. D., Font, V., y Batanero, C. (2020). El enfoque ontosemiótico: implicaciones sobre el carácter prescriptivo de la didáctica. *RECHIEM. Revista Chilena de Educación Matemática*, 12(2), 47-59.
- González, M. T. y Sierra, M., (2004). Metodología de análisis de libros de texto de matemáticas. los puntos críticos en la enseñanza secundaria en España durante el siglo XX. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 22(3), 389–408
- Martínez, M. (2000). La investigación-acción en el aula. *Agenda Académica*, 7(1), 27–39.
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos curriculares en matemáticas*. Dirección general de capacitación y perfeccionamiento docente, Bogotá.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares básicos de competencia ciudadanas*. Bogotá.

- Morselli, F. (2013). The “Language and argumentation” project: researchers and teachers collaborating in task design. En C. Margolinas (Ed.), *Task design in Mathematics Education*. ICMI Study 22, 481–489.
- Morrison, K., y Hamshaw, N. (2012). *Mathematics Core and Extended coursebook*. Oxford University Press.
- Pino-Fan, L. R., y Godino, J. D. (2015). Perspectiva ampliada del conocimiento didáctico-matemático del profesor. *Paradigma*, 36(1), 87-109.
- Real Academia Española: *Diccionario de la lengua española*, 23.^a ed., [versión 23.4 en línea]. <<https://dle.rae.es>> [octubre 18 de 2021].
- Serres, Y. (2007). Un estudio de la formación profesional de docentes de matemática a través de investigación-acción. *Revista de Pedagogía*, 28(82), 287–310.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational researcher*, 15(2), 4-14.
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard educational review*, 57(1), 1-22.
- Villa- Ochoa, J. A., y Alencar, E. S. (2019). Profesores de matemáticas: investigación sobre los saberes, competencias y modelos para su formación profesional. *Uni-Pluriversidad*, 19(2), 10–16.
- Villella, J., y Contreras, L. C. (2005). La selección y uso de libros de texto: un desafío para el profesional de la enseñanza de la matemática. *La Gaceta de la RSME*, 8, 419-433.
- Villella, J., y Contreras, L. C. (2006). El conocimiento profesional de los docentes de matemática en relación con la selección y uso de libros de textos en la clase de geometría para alumnos de 12-14 años. *Revista de Educación*, 340. 973-992.

Anexos

Anexo 1. Tabla de insumos para el estado cero del conocimiento del profesor

Insumo	febrero	marzo	abril	mayo	junio
Propuesta con la que ingresaron al programa de MDM	<p>Uso de los términos “software de geometría dinámica”, “tecnología como herramienta”, tecnología digital”, como sinónimos, como si todos ellos dijeran lo mismo. No sabía qué era SGD. No hay manifestación de conocimiento sobre argumentación ni diseño de tareas.</p> <p>Los párrafos del anteproyecto donde se refleja esto son los dos primeros:</p> <p>“El propósito de este trabajo de grado es plantear una propuesta didáctica basada en el aprendizaje significativo usando <u>software de geometría dinámica</u> para la enseñanza de las aplicaciones de las funciones trigonométricas. Esta teoría de aprendizaje ha sido de gran interés para los diferentes currículos escolares en el mundo (en particular, para la institución donde se implementará el trabajo), además de la necesidad de usar la <u>tecnología como una herramienta</u> que ayude a potencializar el aprendizaje de un tema en particular, en este caso, las funciones trigonométricas. Adicional a esto, se espera mostrar la importancia del uso de <u>software educativo</u> en el aprendizaje significativo usando este ejemplo de propuesta didáctica como argumento.</p> <p>Esta problemática se relaciona con el énfasis propuesto para la maestría en el momento de implementar la <u>tecnología como un medio para la enseñanza</u> de conceptos y contenidos matemáticos, al buscar los beneficios u obstáculos que traen la geometría dinámica al desarrollo de una propuesta basado en un tipo de aprendizaje previamente documentado e investigado, y al realizar una reflexión sobre el potencial que adquiere la <u>tecnología digital</u> en la enseñanza de las funciones trigonométricas.”</p>				

Anexo 2. Tabla de manifestaciones para el estado cero del conocimiento del profesor

	Fragmento	Comentarios	Qué elemento	Qué sobre el elemento	Idea anterior sobre el elemento	Cambio	Acción que produjo el cambio	Inquietudes surgidas
1	<p>“El propósito de este trabajo de grado es plantear una propuesta didáctica basada en el aprendizaje significativo usando software de geometría dinámica para la enseñanza de las aplicaciones de las funciones trigonométricas. Esta teoría de aprendizaje ha sido de gran interés para los diferentes currículos escolares en el mundo (en particular, para la institución donde se implementará el trabajo), además de la necesidad de usar la tecnología como una herramienta que ayude a potencializar el aprendizaje de un tema en particular, en este caso, las funciones trigonométricas. Adicional a esto, se espera mostrar la importancia del uso de software educativo en el aprendizaje significativo usando este ejemplo de</p>	<p>Uso de los términos “software de geometría dinámica”, “tecnología como herramienta”, tecnología digital”, como sinónimos, como si todos ellos dijieran lo mismo. No sabía qué era SGD. No hay manifestación de conocimiento sobre argumentación ni diseño de tareas.</p>	EGD	<p>Los voy a usar como una herramienta para el aprendizaje.</p> <p>Las implicaciones que tienen para la enseñanza de contenidos matemáticos.</p> <p>Los diferentes usos que se les puede dar.</p>	Misma idea	No hubo	N/A	Ninguna

propuesta didáctica como argumento.

Esta problemática se relaciona con el énfasis propuesto para la maestría en el momento de implementar la tecnología como un medio para la enseñanza de conceptos y contenidos matemáticos, al buscar los beneficios u obstáculos que traen la geometría dinámica al desarrollo de una propuesta basado en un tipo de aprendizaje previamente documentado e investigado, y al realizar una reflexión sobre el potencial que adquiere la tecnología digital en la enseñanza de las funciones trigonométricas.”

Anexo 3. Tabla de insumos para el estado uno del conocimiento del profesor

Insumo	febrero	marzo	abril	mayo	junio
Productos Profundización en matemáticas elementales (PME)		<p>Tarea 1: Solución de situaciones geométricas, en las cuales se exponen los tipos de argumentos que emergieron durante las situaciones de tarea: (desde el final de la página 3 hasta la página 5)</p> <p>“Argumento 1: Se concluyó que el radio debe ser mayor o igual a la mitad de la distancia entre A y B.</p> <p>Tipología: Inductivo</p> <p>Momento de la actividad en la que emergió: Este argumento surgió en la parte inicial de la construcción cuando notamos que las circunferencias que se construían tomando como centros los puntos A y B no siempre se intersecaban, fue</p>			<p>Tarea final¹⁴: Dado un problema tomado de un libro de texto, se puede rescatar:</p> <p>1. Caracterización de la población a la cual se desarrollará el problema (análisis de instrucción): (Página 1)</p> <p>“Los estudiantes acostumbran a hacer procesos de exploración usando regla y compás; ejercicios donde deben encontrar, haciendo uso de lo visto en clase, medidas de lados o ángulos desconocidos; procesos de medición y verificación usando las herramientas de la clase”.</p> <p>2. Manejo del recurso por parte de los estudiantes (análisis de instrucción):</p>

¹⁴ La tarea final de los seminarios PME y DDC fueron combinadas para entregar un solo producto

necesario utilizar una herramienta que nos ayudara a identificar para qué valores de r esa intersección se daba

Argumento 2: Si $\odot C_{CA}$ tal que $\odot A_r \cap \odot B_r = C$ entonces $A, B \in \odot C_{CA}$

Tipología: Abductivo

Momento de la actividad en la que emergió: Este argumento surgió durante el proceso de construcción, ya que al construir la circunferencia con centro en C y radio CA se visualizaba que el punto B también estaría contenido en ella, por lo tanto, se asumió que así era y luego se buscó el sustento teórico que lo corroborara.”

Reflexión sobre argumentos que se pueden involucrar en una situación específica (al final de la página 10):

“Argumentos:

(inicio de la página 2)

“Cada estudiante tiene acceso a computador o Tablet para trabajo de forma individual o en parejas. El software que se utiliza es GeoGebra.

Los entornos de geometría dinámica se han usado para verificar las conjeturas a las que llegan los estudiantes en sus exploraciones usando regla y compás.

Los estudiantes saben:

- Ubicar y arrastrar puntos
- Construir segmentos, rectas, polígonos regulares
- Medir segmentos y ángulos”.

3. **Argumentos con los que debe contar el estudiante para abordar el problema:** (Final de la página 3)

“Argumentos (sustentaciones o justificaciones de proposiciones): Argumentos Abductivos: Tomando como ejemplo la situación 1, se

Deductivos: En la reconstrucción del párrafo del argumento de la primera construcción y en la demostración de la segunda construcción.

Abductivos: En la elaboración de las construcciones, ya se conoce la aserción, y se busca realizar una construcción (buscar los datos) que justifiquen el resultado al que se quiere llegar.

Inductivos: Cuando se reconstruye el argumento de la primera construcción, se realiza un proceso por casos: cuando los puntos son colineales y cuando no lo son; en el paso final de la primera construcción, al activar la herramienta “rastros”, se están generando un sinnúmero de datos particulares para llegar a la aserción que la construcción corresponde a la de una parábola.”

espera que el estudiante parta de la aserción (paralelogramo con todos los ángulos rectos) para comprobar lo dado (un paralelogramo con un ángulo recto).”.

4. Las metas que se pretenden alcanzar con el problema, se señala el proceso de promover la argumentación abductiva: (página 4)

“Promover la argumentación abductiva por medio de una situación en la que los estudiantes deben explorar la propiedad que deben cumplir las diagonales de un cuadrilátero para garantizar que sea un paralelogramo. Esta exploración se hace de manera ‘inversa’ al argumento deductivo: el estudiante asegura que el cuadrilátero sea un paralelogramo, para luego revisar las características de sus diagonales.”

5. Respuesta a la pregunta: ¿Cómo formularían la

Productos desarrollo y diseño curricular (DDC)	<p>Trabajo en clase 1: Planteamiento de una tarea y su respectivo análisis de instrucción:</p> <p>“PASOS A CONSTRUIR EN GEOGEBRA</p> <p>1. Construya un segmento AB tal que $AB=9\text{cm}$.</p> <p>2. Construya un segmento CD tal que $CD=7\text{cm}$ e interseque al segmento AB.</p> <p>3. Sea el punto E, la intersección entre los segmentos AB y el segmento CD (usa la herramienta intersección).</p> <p>4. Usa la herramienta “DISTANCIA O LONGITUD” para medir los segmentos. AE, BE, CE y DE.</p>	<p>Trabajo en clase 2: Resolver una situación. A partir de esto:</p> <p>1. Análisis del recurso utilizado (GeoGebra)</p> <p>“Análisis del recurso</p> <p>1. Acceso: Todos pueden tener acceso a los recursos (computador, papel, regla y compás). Lo único que se debe asegurar es el buen funcionamiento del programa.</p> <p>2. Preparación del profesor: Se cuenta con la preparación y experiencia en el manejo del recurso (cómo trazar la mediatriz de un segmento, circunferencias, etc.)</p> <p>3. Preparación de los estudiantes: Depende de la línea de trabajo del docente,</p>	<p>Tarea 2: Reflexión sobre la tarea entregada en febrero, donde se encuentra:</p> <p>1. Al momento de plantear esa tarea, cuál era la relación entre la tarea propuesta, el proceso matemático que quería desarrollar, el objeto matemático involucrado y el recurso utilizado. (página 1)</p> <p>Al iniciar el semestre el conocimiento que tenía sobre el planteamiento de tareas era más bien intuitivo. En mi formación de pregrado se hacía énfasis, sobre todo en las prácticas, en que las tareas propuestas debían favorecer la exploración, así que ha sido uno de los principios que siempre he aplicado. Adicionalmente, el buscar que las tareas ofrezcan la posibilidad de tener actividades en clase que sean memorable para que, de alguna</p>	<p>situación de tarea para que se favorezca el logro de las metas propuestas? Para dicha formulación considere los recursos que se tendrían a disposición para desarrollar la situación de tarea. (inicio de la página 5)</p> <p>“Secuencia de tareas: Dados los \overline{AC} y \overline{BD}, tal que su intersección es un punto E. ¿Qué condiciones debe cumplir el punto E para que el $\square ABCD$ sea un paralelogramo?</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Describe los pasos de la construcción en GeoGebra. ○ Realiza y reporta una exploración de los objetos geométricos. ○ Formula una conjetura que responda a la pregunta planteada en el problema. ○ Explica por qué consideras que es válida”.
------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

5. Mueve los puntos A, B, C o D hasta lograr que la medida de $AE=BE$ y la medida $CE=DE$.

6. Construye el cuadrilátero ADBC.

¿Qué características tiene el cuadrilátero ADBC?

Reporte:

1. Currículo:
Temas vistos:
Definición de polígonos, elementos de los polígonos, noción de congruencias de segmentos, relación de paralelismo, uso de regla y compás.

Recursos: Uso y exploración del software GeoGebra.
...

2. Contexto Escolar:
Grados sextos entre 11 y 13 años.

Posibilidad de que cada estudiante y profesor trabaje con

debe haber unos conocimientos previos como: construcción de mediatriz, segmentos, circunferencias (en ambos recursos). Promedio: un mes.

4. Tiempo adicional: Sí vale la pena porque las herramientas le permiten al estudiante explorar por su cuenta más posibilidades y realizar procesos de conjeturación.

5. Metas: El uso de la herramienta digital permite visualizar múltiples ejemplos los cuales permite una mejor elaboración de conjeturas.

6. Demandas cognitivas: Los recursos propuestos para el desarrollo de la tarea permiten la activación de conocimientos previos como mediatriz, circunferencia, etc.

7. Reto: Usando la herramienta digital, la actividad no representa un reto para el estudiante porque

manera, sea significativo para los estudiantes. Siempre procuré que las secuencias de tareas permitieran hacer un tránsito entre lo concreto y lo abstracto, pero nunca reflexioné mucho sobre los recursos empleados y su rol dentro de las actividades que podían desarrollar o desarrollaban los estudiantes.

2. Reflexión sobre las posibles soluciones de un problema o tarea teniendo en cuenta lo visto hasta el momento en la maestría. (página 3)

“Creo que la que más me hace reflexionar la cuestión de prever las posibles soluciones de la tarea y cómo mediarlas durante la clase. Considero que este elemento parece obvio y en teoría siempre se tiene en mente, pero cuando se es docente en ejercicio hay dos factores que hacen que ese principio pueda perderse de vista. La primera es que muchas veces las tareas que se proponen a los estudiantes son obvias, por lo cual no hay necesidad de pensar en diversas formas de solucionarlas y la segunda porque uno tiene una meta

6. Argumentos que surgieron en las diferentes soluciones de una tarea. (página 18)

“En cuanto a las posibles soluciones de los profesores, hay dos situaciones: la primera, los profesores generan argumentos de tipo abductivo similar a los que generan los estudiantes para resolver el problema, sin ninguna instrucción adicional; la segunda, los profesores desean resolver la situación a partir de argumentos de tipo deductivo, esto es, no hay otra manera de abordar este problema sin una demostración dentro de un sistema axiomático”.

7. Respuesta a la pregunta: ¿Cuál es la realimentación que el recurso seleccionado suministra al estudiante respecto a la actividad presupuestada? (página 19)

su propio dispositivo electrónico.
...
4. Errores del software.
Asegurar la configuración de las cifras decimales.
Tener en cuenta la versión del software.”

Tarea 1:

1. Respuesta a la pregunta: ¿lo propuesto por usted en la clase es una tarea? (inicio de la página 1)

“En mi opinión, lo propuesto en clase como la tarea 3 si es una tarea porque, al realizar un análisis de instrucción de la situación, y ubicar la tarea en un contexto escolar, los pasos de la construcción permiten lograr las expectativas de aprendizaje que se tienen alrededor de la elaboración de un paralelogramo a

solo debe usar opciones concretas que el software le ofrece; usando doblado de papel, las construcciones como circunferencia y mediatriz no son tan evidentes y se requiere un análisis diferente de la tarea.

8. Errores: Con el doblado de papel, los estudiantes pueden percatarse de errores en la copia de medidas.

9. Indagación: En la herramienta digital, fomenta el análisis de resultados, pero el doblado de papel, se fomenta, además del análisis, fomenta la búsqueda de estrategias propias para copiar medidas, y el planteamiento de interrogantes como ¿cómo puedo asegurar que los puntos sí cumplen las condiciones dadas?

10. Interacción: Lo puede fomentar al momento de realizar una puesta en común y si la organización del grupo no obligue el

clara y dirige las discusiones para que se llegue a esa meta, desaprovechando los pensamientos emergentes distintos que surgen en las clases”.

3. Establecer principios para diseñar y analizar tareas para favorecer la argumentación en el aula. (a partir del final de la página 4 hasta el final del documento).

“Principios para diseñar y analizar tareas para favorecer la argumentación:

1. Sobre el contexto

a. Considerar la población, sus necesidades y limitaciones. El acceso que puedan tener a los recursos y el manejo que tengan sobre los mismos.

2. Sobre el contenido

a. Metas de aprendizaje claras. Mientras más claro y generalizado esté la meta, la secuencia de tareas va a ser más clara.

“Si nos referimos a la eficiencia del recurso, la infraestructura de las instituciones educativas permite la disponibilidad de la herramienta para cada estudiante. El software además le permite al estudiante realizar su exploración y el desarrollo de su actividad matemática con más facilidad y rapidez que no lograría con las herramientas usuales de geometría en el aula (regla y compás).

Al hablar sobre su eficacia, el programa permite el planteamiento de conjeturas a partir de lo explorado, la búsqueda de una estrategia personal que le permita dar respuesta al problema; además de generar motivación e interés en los estudiantes, al estar mucho más dispuestos a resolver esta tarea con su ayuda”.

<p>partir de sus diagonales, se puede realizar un análisis de instrucción completo en cuanto a requisitos, meta, formulación, materiales, y dependiendo de la situación se puede hablar de agrupamiento, interacción y temporalidad, tiene un contenido matemático y un propósito de aprendizaje claro”</p>	<p>trabajo de forma individual.</p>	<p>b. La tarea debe tener implícito una secuencia de capacidades, sin estar asociada a una única ruta particular de aprendizaje.</p>
<p>2. Propuesta de una tarea donde se promueva la conjeturación y prueba. (desde la página 3)</p>	<p>11. Relevancia e interés: Ambos materiales usados para resolver esta situación hace interesante el trabajo por la manipulación de los materiales, aunque consideramos que el doblado de papel hace más relevante la actividad.</p>	<p>c. Establecer los conocimientos y habilidades que hayan adquirido los estudiantes de manera previa como los requerimientos de la tarea. Parece importante entender cómo los estudiantes participan en una tarea y cómo podría ser el aprendizaje matemático. Por supuesto, los estudiantes llegan a una tarea con diferentes antecedentes y se ha demostrado que el aprendizaje previo de los estudiantes es un ingrediente clave para determinar cómo reaccionan ante diferentes situaciones, como lo argumenta.</p>
<p>Tarea 1 (duración de la tarea: 20 minutos):</p>	<p>12. Expectativas afectivas: Los estudiantes se pueden sentir a gusto con las tareas propuestas.”</p>	<p>d. Las tareas deben ser sustanciales, a menudo involucran varios aspectos de las matemáticas, y están estructuradas para garantizar que todos los estudiantes tengan acceso al problema. Los estudiantes son guiados a través de una "rampa" de desafío creciente para que puedan mostrar los niveles de desempeño que han logrado.</p>
<p>Realice las siguientes construcciones en GeoGebra:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Triángulo ABC tal que $AB = 6\text{cm}$, $BC = 4\text{cm}$ y $AC = 5\text{cm}$. 	<p>2. Tipos de argumentos que se pueden generar a partir de la solución de la situación (página 2):</p> <p>“Se visualiza un tipo de argumento inductivo, porque a partir de los datos dados, se realizó una exploración de casos cuando el punto C pertenece a la mediatriz de AB y cuando pertenece a la circunferencia con centro en D y radio DA, lo que permitió establecer una</p>	

<p>a) Describa los pasos de construcción.</p> <p>b) ¿Fue posible realizar la construcción? Describa cómo se deben modificar las medidas para que sea posible elaborar el triángulo.</p> <p>- Triángulo DEF tal que $DE = 5\text{ cm}$, $EF = 6\text{ cm}$ y $DF = 12\text{ cm}$.</p> <p>c) Describa los pasos de la construcción</p> <p>d) ¿Fue posible realizar la construcción? Describa cómo se deben modificar las medidas para que sea posible elaborar el triángulo.</p> <p>- Construya un triángulo PQR, y arrastre las medidas hasta que se cumpla que $PQ = 4\text{ cm}$, $QR = 4\text{ cm}$ y $PR = 7\text{ cm}$.</p> <p>¿Qué condiciones</p>	<p>generalización de una propiedad que cumple el punto D respecto al triángulo ABC.</p> <p>Se visualiza un tipo de argumento abductivo en la construcción por medio del doblado de papel, se conoce las propiedades geométricas que genera lo encontrado en el problema, y por medio de los dobleces se pretende justificar por qué esta propiedad se cumple.”</p>	<p>Debido a que la estructura guía a los estudiantes, las demandas estratégicas y el rango de prácticas matemáticas involucradas están en un nivel relativamente modesto. Las tareas de aprendiz tienen un papel en el desarrollo de la experiencia.</p> <p>3. Sobre el enunciado</p> <p>a. La tarea debe promover el uso de alguna herramienta o recurso.</p> <p>b. La tarea debe tener un contexto amplio pero que presente de manera estructurada la información sin limitar la posibilidad de exploración del estudiante.</p> <p>c. En contexto debe contener información tanto explícita como implícita que permita al estudiante solucionar la tarea.</p> <p>d. La tarea no debe enfocar al estudiante a buscar respuestas correctas, debe motivar el cuestionamiento por medio de preguntas amplias y en las que se haga explícito que busquen validar sus afirmaciones.</p>
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

deben cumplir los lados de un triángulo para que sea posible su construcción? Elabore una conjetura.

Tarea 2 (duración de la tarea: 10 minutos):

Realice las siguientes construcciones en GeoGebra:

- Construya un triángulo ABC y tome las medidas de sus ángulos.
 - Sume las medidas de los ángulos.
 - Arrastre la figura para modificar la medida de los ángulos.
- a) Escriba una conjetura de lo que observa en el arrastre.

Tarea 3 (duración de la tarea: 20 minutos):

Realice la siguiente construcción:

f. Las tareas deben despertar la necesidad en el estudiante de argumentación y prueba y no volver el ejercicio de la demostración como un “ritual”.

g. Las tareas matemáticas deben implicar un desafío intelectual que puede ser conquistado con la autorrealización y la realización. Con respecto a la dificultad, deben cumplir con los siguientes aspectos:

- i. Complejidad: la cantidad de variables, la variedad y cantidad de datos, y la cantidad de modos en que se presenta la información, son algunos de los aspectos de la complejidad de la tarea que afectan la dificultad que presenta.
 - ii. Desconocimiento: las tareas no rutinarias (aquellas que no son como las tareas que uno ha practicado para resolver) son más difíciles que los ejercicios de rutina.
 - iii. Demanda técnica: las tareas que requieren una matemática más sofisticada para su solución son más difíciles que las que se pueden resolver con una
-

- Construya triángulo ABC.
- Construya la \overline{AB} y ubique el punto D en \overline{AB} tal que $A - B - D$.
- Tome la medida de los $\angle A, \angle C, \angle ABC$ y $\angle CBD$.
- Arrastre la figura y busque una relación entre la medida de los ángulos internos del triángulo y el ángulo $\angle CBD$.

(En este punto, el docente modera las respuestas de los estudiantes para llegar a la conjetura deseada: La suma de la medida de los $\angle A, \angle C$ es igual a la medida del $\angle CBD$).

- a) Escriba una conjetura.
- b) ¿Cómo puedo probar esta conjetura usando el resultado descubierto en la tarea 2?

matemática más elemental.

- iv. Autonomía del alumno: la orientación de un experto (generalmente el maestro) o de la tarea en sí (por ejemplo, al estructurarla o "andamiarla" en partes sucesivas) hace que la tarea sea más fácil que si se presenta sin dicha orientación.

4. Sobre el recurso

- a. Considerar los beneficios del recurso. ¿El material o recurso contribuye a que la tarea se convierta en un desafío para los estudiantes? ¿El material o recurso contribuye a que los estudiantes se percaten de sus errores y a que el profesor pueda contribuir a su superación? ¿El material o recurso fomenta la interacción entre los estudiantes y entre los estudiantes y el profesor? ¿El material o recurso hace que la tarea sea interesante y relevante para el estudiante? ¿promueve el interés y la curiosidad del estudiante por resolverla?

b. Posibles formas de solución a la luz del recurso.

c. Elementos teóricos que están implícitos en el uso del recurso y el dominio que tengan los estudiantes de estos elementos. ¿Cumple el material o recurso un papel de intermediario entre los conocimientos previos de los estudiantes y los conocimientos y destrezas que se quieren desarrollar con la tarea? En otras palabras, ¿el material o recurso permite que las demandas cognitivas de la tarea se adapten a los conocimientos previos de los estudiantes?

5. Sobre la implementación

a. Se deben establecer unas normas sociales (de clase) que guíen la aceptación o refutación de un argumento.

b. El profesor puede prever cómo debe actuar cuando constate que algunos estudiantes utilizan una estrategia de solución particular o incurren en ciertos errores. La planificación de la actuación del profesor depende entonces de sus previsiones

sobre la actuación de los estudiantes.

- c. Establecer tiempos de exploración, discusión y conclusión.
 - d. Favorecer las interacciones adecuadas entre pares. El trabajo en grupos pequeños sienta las bases de una puesta en común en gran grupo para contrastar puntos de vista, procedimientos y soluciones a las tareas propuestas. Por consiguiente, diferentes formas de agrupamiento pueden generar diferentes formas de interacción entre los estudiantes y de los estudiantes con el profesor. Y precisamente por medio de esas interacciones, los estudiantes aprenden.
 - e. Prever dificultades de la tarea y formas de superarlas. la superación de los errores se constituye en un elemento fundamental para el aprendizaje. Por consiguiente, las tareas deben promover la puesta en juego del conocimiento matemático de los estudiantes, inducirlos a reconocer el carácter parcial
-

de ese conocimiento y
motivarlos a reorganizar ese
conocimiento con motivo de
su experiencia con la tarea.

Apuntes del
cuaderno

Aunque estos apuntes de clase no tienen fechas, voy a clasificar por páginas de este cuaderno y clase: (el inicio de estos apuntes es de febrero 15):

Página 5 (DDC): Las características que debe tener una tarea, y ejemplos de lo que no se espera como “tarea”.

“Características de una tarea:

- Propuesta del profesor para brindar oportunidades al estudiante d:
 - Lograr expectativas de aprendizaje
 - Superar limitaciones
- Alcanzar propósitos de aprendizaje
- Demanda estructurada
- Debe tener un análisis de instrucción.

Una tarea no debe promover un camino de aprendizaje parcial

No es una tarea si:

- Hay falta de actividad manipulativa
- No hay interacción
- El foco son los procedimientos algorítmicos
- Siempre se buscan respuestas correctas.”

Página 11: Definición de tecnología digital

“Tecnología digital: Dispositivo diseñado para manipular información representada de manera digital (diagramas especializados en geometría dinámica)”.

Página 12 (Investigación): Se formula la pregunta ¿Qué es argumentar? Para mí. Respuesta intuitiva:

“Argumentar: Se asocian muchos términos (justificar, prueba, deducción, conjeturar).

¿Qué es argumentar? Para mí, todo tipo de razonamiento.

Páginas 20 – 21 (PME): Datos que concluyo sobre: argumentar, razonamiento, demostrar, argumento, funciones del argumento, tipos de argumentos.

“Argumentar: Es un proceso, puedo dar cuenta de ello.
 Razonamiento: Un proceso mental, no es tangible
 Demostrar: Es un tipo de proceso de argumentar
 Argumento: Resultado del proceso de argumentar.

Funciones del argumento:

Al argumentar, se debe convencer de algo, ya sea de manera:

- Personal (certidumbre)
- Las demás personas (Persuadir).

Estructura de un argumento:

Dato

Garantía (porque)

Aserción (por tanto)

Tipos de argumento:

- Deductivo
- Inductivo
- Abductivo
- Analógico

Página 29 (PME): Reflexión sobre argumentos:

“Una cosa es el argumento que expresa el estudiante y otra es el argumento que se prevé por el docente (que se genera de las posibles respuestas)”

Página 36 (PME): Definición de “inductivo”, Comprensión sobre la estructura de argumento según el modelo de Toulmin.

“Inductivo: varios casos para llegar a un invariante

Garantía: Regla, carácter genérico. Las garantías dependen del nivel de escolaridad, referido a la existencia de objetos matemáticos.

(...)

Estructura de argumento: Dato – garantía – aserción. La conjetura se establece en la garantía.

Página 44: (DDC): Diferencia entre tarea y actividad.

“Tarea: lo que el profesor propone o solicita

Actividad: lo que el estudiante hace”

Versiones del anteproyecto	Marzo 30: Conocimiento hasta el momento sobre	Abril 12: Reflexión: (Primer párrafo de la página 4)	Mayo 3 Reflexión que complementa la evidencia de abril 12:	Junio 6: Entrega final: Lo que entiendo por
----------------------------	------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------

argumentos de tipo inductivo.

1. Respuesta a la pregunta ¿Cuál es mi conocimiento inicial sobre el tema del proyecto? (página 1)

“...el esquema de argumento inductivo mostrado en el modelo de Toulmin, aprendido y revisado en clase de Profundización de matemáticas elementales (donde dados una serie de datos que satisfacen la asección, se concluye la garantía”

“Lo estudiado hasta el momento, me ha mostrado que “poner muchos ejemplos” no es la mejor vía para favorecer la argumentación, pero sí se pueden tener rasgos comunes con la argumentación inductiva, por esto considero necesaria la reflexión sobre ¿Cómo determinar si un ejercicio aporta al desarrollo de argumentos, teniendo en cuenta lo que quieren lograr los docentes, de tipo inductivo?”

Abril 24:

1. Preocupación sobre el conocimiento del profesor: (primer párrafo de la página 3)

“cuando a los profesores se les proporcionan tareas que fomentan la argumentación, la implementación de la parte argumentativa de la actividad no necesariamente es evidente (Lin et al., 2012)”.

2. Problemática por parte de la comunidad académica: (segundo párrafo de la página 3)

“Como parte de las inquietudes, al considerar la importancia que

(segundo párrafo de la página 5)

“Lo estudiado hasta el momento en la maestría, me ha mostrado que “poner muchos ejemplos” no es la mejor vía para favorecer la argumentación, pero sí se pueden tener rasgos comunes con la argumentación inductiva (versión abril 12). También me ha alertado sobre la necesidad de tener un uso cuidadoso de términos como “deducir”, “inducir” y “argumentar resultados” y me ha mostrado que el diseño de tareas es un asunto complejo que requiere un análisis detallado para saber si aporta al desarrollo de argumentos, particularmente inductivos.”

tarea: (último párrafo de la página 9)

“Asumo el término “tarea”, según lo expuesto por Gómez et al. (2018) como aquellas tareas de aprendizaje que propone el profesor con el fin de brindar oportunidades a los estudiantes para que logren sus expectativas de aprendizaje, y superen las posibles limitaciones que ellos tendrán.”

tiene el profesor de matemáticas en promover la argumentación en el aula, Zaslavsky et, al (2012) menciona los desafíos que tiene el profesor sobre cómo facilitar el desarrollo de la necesidad de argumentación entre los estudiantes”.

Anexo 4. Tabla de manifestaciones para el estado uno del conocimiento del profesor

Fragmento	Comentarios	Qué elemento	Qué sobre el elemento	Idea anterior sobre el elemento	Cambio	Acción que produjo el cambio	Inquietudes surgidas	
2	<p>“Argumento 1: Se concluyó que el radio debe ser mayor o igual a la mitad de la distancia entre A y B. Tipología: Inductivo Momento de la actividad en la que emergió: Este argumento surgió en la parte inicial de la construcción cuando notamos que las circunferencias que se construían tomando como centros los puntos A y B no siempre se intersecaban, fue necesario utilizar una herramienta que nos ayudara a identificar para qué valores de r esa intersección se daba Argumento 2: Si $\odot C_{CA}$ tal que $\odot A_r \cap \odot B_r = C$ entonces $A, B \in \odot C_{CA}$ Tipología: Abductivo</p> <p>Momento de la actividad en la que emergió: Este argumento surgió durante el proceso de construcción, ya que al construir la</p>	Estoy exponiendo los tipos de argumentos que surgieron en la solución de una situación geométrica.	Argumentación (argumentos)	Se enuncia cuál es el tipo de argumento y cómo surge, pero no se da un porqué. Información implícita acerca de la estructura del tipo de argumento, cuando clarifico que es de tipo abductivo o inductivo. Estructura de un argumento de tipo inductivo o abductivo y cómo ese argumento se da en la solución a una situación problema de geometría. La estructura de un argumento de tipo abductivo se reconoce en la solución de una situación problema de geometría	Asociaba el término “argumentación” como sinónimo de justificar un procedimiento matemático, cualquier explicación que dé el estudiante sobre el porqué de su procedimiento, ya sea en formato de texto, comprobación con calculadora, o la muestra de los procedimientos que le permitieron llegar a una respuesta. Argumentar es todo tipo de razonamiento. No tenía idea sobre tipos de argumentos.	Argumentación y argumentos no son sinónimos. El argumento es el resultado del proceso de argumentación, hay diferentes tipos de argumentos. Otra evidencia de esto: “Argumentar : Es un proceso, puedo dar cuenta de ello. Razonamiento: Un proceso mental, no es tangible Demostrar: Es un tipo de	La exposición del profesor en la primera clase, que fue en la que se propuso la tarea	Ninguna

	<p>circunferencia con centro en C y radio CA se visualizaba que el punto B también estaría contenido en ella, por lo tanto, se asumió que así era y luego se buscó el sustento teórico que lo corroborara.”. (Tarea 1 PME)</p>		<p>cuando se da el consecuente como dado y se buscan los datos para que ese se cumpla, y la estructura de un argumento de tipo inductivo se reconoce en el estudio de varios casos para llegar a un invariante.</p>		<p>proceso de argumentar Argumento: Resultado del proceso de argumentar.</p> <p>Funciones del argumento: Al argumentar, se debe convencer de algo, ya sea de manera:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Personal (certidumbre) • Las demás personas (Persuadir). 			
3	<p>“Argumentos: Deductivos: En la reconstrucción del párrafo del argumento de la primera construcción y en la demostración de la segunda construcción.</p>	<p>Corresponde a una reflexión pedida sobre la relación entre tipos de argumentos y posibles soluciones a las situaciones problema planteadas</p>	<p>Argumentación (tipos de argumentos)</p>	<p>Cuando hay una demostración a dos columnas, ahí se va a generar un argumento de tipo deductivo. Cuando en una construcción se</p>	<p>No tenía idea sobre tipos de argumentos.</p>	<p>Qué tipos de argumentos pueden surgir en las posibles soluciones a una situación problema.</p>	<p>Reflexión solicitada en la tarea 1 posterior a solucionar las situaciones problema.</p>	<p>Ninguna</p>

Abductivos: En la elaboración de las construcciones, ya se conoce la aserción, y se busca realizar una construcción (buscar los datos) que justifiquen el resultado al que se quiere llegar.

Inductivos: Cuando se reconstruye el argumento de la primera construcción, se realiza un proceso por casos: cuando los puntos son colineales y cuando no lo son; en el paso final de la primera construcción, al activar la herramienta “rastreo”, se están generando un sinnúmero de datos particulares para llegar a la aserción que la construcción corresponde a la de una parábola.”

(Tarea 1 PME)

representa la aserción y se busca que la construcción realizada cumpla con los datos que generaron dicha aserción, se generaría argumento de tipo abductivo. El inductivo se da cuando la construcción que se realiza al arrastrar se está buscando diferentes datos que cumplan un invariante que estoy buscando.

4	<p>“PASOS A CONSTRUIR EN GEOGEBRA</p> <p>1. Construya un segmento AB tal que $AB=9\text{cm}$.</p> <p>2. Construya un segmento CD tal que $CD=7\text{cm}$ e interseque al segmento AB.</p>	<p>Estoy proponiendo una tarea y su respectivo análisis de instrucción solicitada en esta tarea</p>	<p>Tareas (Diseño, análisis de instrucción)</p>	<p>Definición implícita de una “tarea”: puede ser una serie de pasos de construcción en GeoGebra que debe seguir el resolutor, y luego responder a una pregunta</p>	<p>Sobre noción de tareas: Una tarea puede ser cualquier actividad propuesta por el profesor que el estudiante deba hacer en casa. No importa sus</p>	<p>Una tarea puede ser una propuesta de construcción con pasos secuenciados y una(s) pregunta(s) que permitan que los</p>	<p>Reflexión en clase sobre las soluciones a la tarea y todo lo considerado en el análisis de instrucción explicado por la profesora.</p>	<p>¿Por qué cualquier propuesta del docente no puede ser considerada como tarea?</p>
---	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------

<p>3. Sea el punto E, la intersección entre los segmentos AB y el segmento CD (usa la herramienta intersección).</p>	<p>con base en dicha construcción.</p>	<p>características o extensión.</p>	<p>estudiantes lleguen a lo que espero como profesor.</p>
<p>4. Usa la herramienta “DISTANCIA O LONGUITUD” para medir los segmentos. AE, BE, CE y DE.</p>	<p>Los aspectos que juegan un papel importante en el diseño de una tarea son:</p>	<p>Sobre el diseño de tareas: Todos estos aspectos eran implícitos al momento de proponer una “tarea”.</p>	
<p>5. Mueve los puntos A, B, C o D hasta lograr que la medida de $AE=BE$ y la medida $CE=DE$.</p>	<p>- Currículo: Requisitos previos (definiciones, procesos, uso del SDG implementado).</p>	<p>Describía éstos aspectos en el análisis de producciones como unidades didácticas o trabajos de práctica en mi formación de pregrado. Los describía como</p>	
<p>6. Construye el cuadrilátero ADBC.</p>	<p>- Contexto escolar: Características de la población y posibilidad de acceso al recurso.</p>	<p>trabajos de práctica en mi formación de pregrado. Los describía como</p>	
<p><i>¿Qué características tiene el cuadrilátero ADBC?</i></p>	<p>- Errores del software: Considerar configuración del programa y su versión actualizada.</p>	<p>“características de los estudiantes”, “características de los recursos a utilizar”.</p>	
<p>Reporte:</p>			
<p>Currículo: Temas vistos: Definición de polígonos, elementos de los polígonos, noción de congruencias de segmentos, relación de paralelismo, uso de regla y compás.</p>			

Recursos: Uso y exploración del software GeoGebra.

(...)

Contexto Escolar:

Grados sextos entre 11 y 13 años.

Posibilidad de que cada estudiante y profesor trabaje con su propio dispositivo electrónico.

(...)

4. Errores del software.

Asegurar la configuración de las cifras decimales.

Tener en cuenta la versión del software.”

[\(Trabajo en clase 1 DDC\)](#)

5	<p>“En mi opinión, lo propuesto en clase como la tarea 3 si es una tarea porque, al realizar un análisis de instrucción de la situación, y ubicar la tarea en un contexto escolar, los pasos de la construcción permiten lograr las expectativas de aprendizaje que se tienen alrededor de la elaboración de un paralelogramo a partir de sus diagonales, se puede realizar un análisis de</p>	<p>Respuesta a la pregunta: ¿lo propuesto por usted en la clase es una tarea?, refiriéndose a la tarea propuesta en el trabajo de clase 1 del seminario DDC.</p>	<p>Tareas (características)</p>	<p>Una tarea debe permitir lograr las expectativas de aprendizaje propuestas por el docente.</p> <p>Una tarea debe tener un respectivo análisis de instrucción que permita identificar los siguientes elementos:</p>	<p>Una tarea puede ser una propuesta de construcción con pasos secuenciados y pregunta(s) que permitan que los estudiantes lleguen a lo que espero como profesor, no necesariamente e debe ser algo</p>	<p>Para proponer una tarea debe haber un análisis de instrucción previo que considere los siguientes elementos: requisitos, meta, formulación y materiales. Dependiendo</p>	<p>La reflexión en torno a la pregunta propuesta en la tarea.</p>	<p>¿Qué otros autores se han interesado por el diseño y gestión de tareas? (esto para tener bibliografía para el trabajo de grado).</p>
---	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

	instrucción completo en cuanto a requisitos, meta, formulación, materiales, y dependiendo de la situación se puede hablar de agrupamiento, interacción y temporalidad, tiene un contenido matemático y un propósito de aprendizaje claro” (Punto 1 Tarea 1 DDC)			requisitos, meta, formulación y materiales. También, dependiendo de la situación, se puede hablar de: Agrupamiento, interacción y temporalidad. Debe tener un contenido matemático y un propósito de aprendizaje claro.	para resolver en casa. [Fila 4, columna “cambio”]	o de la situación, también se puede hablar de: Agrupamiento, interacción y temporalidad . Debe tener un contenido matemático y un propósito de aprendizaje claro. Una tarea debe ser propuesta para lograr unas expectativas de aprendizaje.		
6	5“Tarea 1 (duración de la tarea: 20 minutos): Realice las siguientes construcciones en GeoGebra: - Triángulo ABC tal que $AB = 6cm$, $BC = 4cm$ y $AC = 5 cm$.	Propuesta de una tarea donde se promueva la conjeturación y prueba, como respuesta al punto 4 de la tarea 1	Tareas (diseño)	Hay varios ejemplos de cómo se puede estructurar una tarea: Tarea 1: 1. Solicitar hacer una construcción en	Uno de los aspectos que debían favorecer las tareas o actividades es promover la exploración. [Usando la idea de la fila 9, columna	Hay varias maneras en las que se puede estructurar una tarea usando GeoGebra con diferentes instrucciones	Elaboración de la tarea propuesta por la docente del curso DDC.	No es claro si, teniendo en cuenta el contexto de los estudiantes con los que trabajaba en ese entonces, si la pregunta: “¿Cómo puedo probar

<p>e) Describa los pasos de construcción.</p> <p>f) ¿Fue posible realizar la construcción? Describa cómo se deben modificar las medidas para que sea posible elaborar el triángulo.</p> <p>- Triángulo DEF tal que $DE = 5\text{ cm}$, $EF = 6\text{ cm}$ y $DF = 12\text{ cm}$.</p> <p>g) Describa los pasos de la construcción</p> <p>h) ¿Fue posible realizar la construcción? Describa cómo se deben modificar las medidas para que sea posible elaborar el triángulo.</p> <p>- Construya un triángulo PQR, y arrastre las medidas hasta que se cumpla que $PQ = 4\text{ cm}$, $QR = 4\text{ cm}$ y $PR = 7\text{ cm}$.</p> <p>¿Qué condiciones deben cumplir los lados de un triángulo para que sea posible su construcción? Elabore una conjetura.</p>	<p>un SGD, en este caso, GeoGebra.</p> <p>2. Solicitar que se describan los pasos de esta construcción.</p> <p>3. Preguntas sobre la posibilidad de construir el objeto geométrico. Si no se puede, el estudiante debe modificar la instrucción del paso 1 para que sea posible.</p> <p>Esta estructura se repite dos veces más y luego, como último paso:</p> <p>4. Solicitar una conjetura a partir de lo realizado.</p> <p>Tarea 2:</p> <p>1. Construir una figura en GeoGebra sin</p>	<p>“idea anterior sobre el cambio”].</p> <p>Para esto la tarea debe tener la siguiente estructura: solicitar hacer una construcción en GeoGebra a partir de una serie de pasos secuenciados y preguntar sobre esa construcción.</p> <p>Una secuencia de tareas son varias tareas que tienen que hacer los estudiantes en la casa [Misma noción de ‘tarea’ fila 5 columna “idea anterior sobre el elemento”].</p>	<p>que promuevan la conjeturación.</p> <p>Una secuencia de tareas son una serie de tareas que debe apuntar a alcanzar las expectativas de aprendizaje planeadas por el docente. Y que las tareas no son necesariamente un ejercicio que el estudiante deba hacer en casa y para replicar el conocimiento dado por el profesor en clase.</p>	<p>esta conjetura usando el resultado descubierto en la tarea 2?” puede promover la prueba sin intervención del docente.</p>
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Tarea 2 (duración de la tarea: 10 minutos):

Realice las siguientes construcciones en GeoGebra:

- Construya un triángulo ABC y tome las medidas de sus ángulos.
 - Sume las medidas de los ángulos.
 - Arrastre la figura para modificar la medida de los ángulos.
- b) Escriba una conjetura de lo que observa en el arrastre.

Tarea 3 (duración de la tarea: 20 minutos):

Realice la siguiente construcción:

- Construya triángulo ABC .
- Construya la \overline{AB} y ubique el punto D en \overline{AB} tal que $A - B - D$.
- Tome la medida de los $\angle A, \angle C, \angle ABC$ y $\angle CBD$.
- Arrastre la figura y busque una relación entre la medida de los

instrucciones detalladas.

2. Usar las herramientas de “medida de ángulo” y “arrastre” para que el estudiante explore su construcción.

3. Escribir una conjetura a partir de lo observado.

Tarea 3:

1. Solicitar hacer una construcción en GeoGebra a partir de una serie de pasos secuenciados.

2. Uso de la herramienta “arrastre” para explorar.

3. Proponer una conjetura a partir de lo observado.

	<p>ángulos internos del triángulo y el ángulo $\angle CBD$.</p> <p>(En este punto, el docente modera las respuestas de los estudiantes para llegar a la conjetura deseada: La suma de la medida de los $\angle A, \angle C$ es igual a la medida del $\angle CBD$).</p> <p>c) Escriba una conjetura.</p> <p>d) ¿Cómo puedo probar esta conjetura usando el resultado descubierto en la tarea 2?"</p> <p>(Punto 4 Tarea 1 DDC)</p>			<p>4. Proponer un intento de demostración de la conjetura a partir de la tarea anterior.</p> <p>Estas tres tareas forman una secuencia de tareas, que es un conjunto de tareas que buscan alcanzar expectativas de aprendizaje propuestas por el docente.</p>				
7	<p>“Análisis del recurso</p> <p>1. Acceso: Todos pueden tener acceso a los recursos (computador, papel, regla y compás). Lo único que se debe asegurar es el buen funcionamiento del programa.</p> <p>2. Preparación del profesor: Se cuenta con la preparación y experiencia en el manejo del recurso (cómo trazar la mediatriz de un segmento, circunferencias, etc.)</p> <p>3. Preparación de los estudiantes: Depende</p>	<p>Después de resolver una situación geométrica propuesta en clase con los recursos compás, doblado de papel y GeoGebra, se solicita analizar los recursos utilizados para resolver la situación a partir del documento de Gómez et al. (2018).</p>	<p>Tareas (análisis de instrucción)</p> <p>EGD (requisitos y consideraciones)</p>	<p>Uno de los asuntos sobre el diseño y gestión de tareas que se refleja en el análisis de instrucción: el análisis del recurso o material a usar.</p> <p>Definición implícita de recurso: Cualquier elemento que pueda ser usado</p>	<p>Sobre el análisis de recurso: Ninguno.</p> <p>Sobre la definición de recurso: creía que los términos recurso y material son sinónimos.</p> <p>Sobre la comparación: Creía que los</p>	<p>El análisis del recurso a usar en una tarea me permite identificar si es pertinente o no implementar un EGD para la tarea.</p> <p>Diferencia entre recurso y material: el recurso es cualquier</p>	<p>Desarrollo de la actividad propuesta.</p>	<p>Ninguna</p>

<p>de la línea de trabajo del docente, debe haber unos conocimientos previos como: construcción de mediatriz, segmentos, circunferencias (en ambos recursos). Promedio: un mes.</p> <p>4. Tiempo adicional: Sí vale la pena porque las herramientas le permiten al estudiante explorar por su cuenta más posibilidades y realizar procesos de conjeturación.</p> <p>5. Metas: El uso de la herramienta digital permite visualizar múltiples ejemplos los cuales permite una mejor elaboración de conjeturas.</p> <p>6. Demandas cognitivas: Los recursos propuestos para el desarrollo de la tarea permiten la activación de conocimientos previos como mediatriz, circunferencia, etc.</p> <p>7. Reto: Usando la herramienta digital, la actividad no representa un reto para el estudiante porque solo debe usar opciones concretas que el software le ofrece;</p>	<p>para la enseñanza de un concepto.</p> <p>Hay una comparación implícita sobre dos recursos utilizados para solucionar una situación (doblado de papel y GeoGebra), de la cual se concluye (a partir de los ítems 5 a 11) que el EGD usado limita ciertos aspectos a alcanzar con un problema determinado.</p>	<p>EGD siempre eran la mejor opción para resolver una situación.</p>	<p>elemento que pueda ser usado para la enseñanza de un concepto y el material es un recurso diseñado específicamente para la enseñanza de un concepto específico en matemáticas.</p>
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

usando doblado de papel, las construcciones como circunferencia y mediatriz no son tan evidentes y se requiere un análisis diferente de la tarea.

8. Errores: Con el doblado de papel, los estudiantes pueden percatarse de errores en la copia de medidas.

9. Indagación: En la herramienta digital, fomenta el análisis de resultados, pero el doblado de papel, se fomenta, además del análisis, fomenta la búsqueda de estrategias propias para copiar medidas, y el planteamiento de interrogantes como ¿cómo puedo asegurar que los puntos sí cumplen las condiciones dadas?

10. Interacción: Lo puede fomentar al momento de realizar una puesta en común y si la organización del grupo no obligue el trabajo de forma individual.

11. Relevancia e interés: Ambos materiales usados para resolver esta situación

hace interesante el trabajo por la manipulación de los materiales, aunque consideramos que el doblado de papel hace más relevante la actividad.

12. Expectativas afectivas: Los estudiantes se pueden sentir a gusto con las tareas propuestas.”

(Trabajo en clase 2 DDC)

8	<p>“Se visualiza un tipo de argumento inductivo, porque a partir de los datos dados, se realizó una exploración de casos cuando el punto C pertenece a la mediatriz de AB y cuando pertenece a la circunferencia con centro en D y radio DA, lo que permitió establecer una generalización de una propiedad que cumple el punto D respecto al triángulo ABC. Se visualiza un tipo de argumento abductivo en la construcción por medio del doblado de papel, se conoce las propiedades geométricas que genera lo encontrado en el problema, y por medio de</p>	<p>Análisis de los tipos de argumentos que se pueden generar en la resolución de una situación propuesta en clase [Situación que se analiza en la fila 7].</p>	<p>Argumentación (tipos de argumento).</p>	<p>Un argumento de tipo inductivo surge cuando, a partir de revisar los posibles casos de una construcción, podemos concluir un invariante. Un argumento de tipo abductivo surge cuando partimos de la aserción y mostramos si podemos justificar por qué esta aserción se cumple, es</p>	<p>La misma idea, ya se había construido a partir de manifestaciones de conocimiento en el insumo productos Profundización en Matemáticas Elementales (PME) [Fila 3, columna “cambio”]</p>	Ninguno	N/A	<p>¿Qué tan consientes somos los profesores sobre el proceso de argumentación en los estudiantes?</p>
---	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------	-----	-------------------------------------------------------------------------------------------------------

	los dobles se pretende justificar por qué esta propiedad se cumple.” (Trabajo de clase 2 DDC)			decir, encontrar los datos.				
9	“Al iniciar el semestre el conocimiento que tenía sobre el planteamiento de tareas era más bien intuitivo. En mi formación de pregrado se hacía énfasis, sobre todo en las prácticas, en que las tareas propuestas debían favorecer la exploración, así que ha sido uno de los principios que siempre he aplicado. Adicionalmente, el buscar que las tareas ofrezcan la posibilidad de tener actividades en clase que sean memorable para que, de alguna manera, sea significativo para los estudiantes. Siempre procuré que las secuencias de tareas permitieran hacer un tránsito entre lo concreto y lo abstracto, pero nunca reflexioné mucho sobre los recursos empleados y su rol dentro de las actividades que podían desarrollar o desarrollaban los estudiantes.” (Tarea 2 DDC).	Al momento de plantear la propuesta de tarea [Manifestación fila 6] ¿cuál era la relación entre la tarea propuesta, el proceso matemático que quería desarrollar, el objeto matemático involucrado y el recurso utilizado?	Tarea (para qué se proponen)	Para qué proponer ‘tareas’ a los estudiantes: - Deben favorecer la exploración. - Lo propuesto debe ser significativo para los estudiantes. - Permitir un tránsito entre lo concreto y lo abstracto.	Aspectos que deben favorecer las tareas: - Promover la exploración - Deben ser significativas para los estudiantes - Puente entre lo abstracto y lo concreto.	Misma idea. Tengo claro cuáles son los significados de tarea y actividad y que no son lo mismo, por ello debo usar esos términos de manera adecuada en el discurso. Los significados que tenía los encontré en un apunte del cuaderno: “Tarea: lo que el profesor propone o solicita Actividad: lo que el estudiante hace” (apunte del	Responder a la reflexión propuesta en la tarea.	Ninguna

10	<p>“Creo que la que más me hace reflexionar es la cuestión de prever las posibles soluciones de la tarea y cómo mediarlas durante la clase. Considero que este elemento parece obvio y en teoría siempre se tiene en mente, pero cuando se es docente en ejercicio hay dos factores que hacen que ese principio pueda perderse de vista. La primera es que muchas veces las tareas que se proponen a los estudiantes son obvias, por lo cual no hay necesidad de pensar en diversas formas de solucionarlas y la segunda porque uno tiene una meta clara y dirige las discusiones para que se llegue a esa meta, desaprovechando los pensamientos emergentes distintos que surgen en las clases.”</p>	<p>Reflexión sobre las posibles soluciones de un problema teniendo en cuenta lo visto hasta el momento en la MDM. [manifestación fila 6]</p>	<p>Tareas (posibles soluciones)</p>	<p>Dos aspectos que reflejan que cuando el profesor planea la tarea no ha prevenido sus posibles soluciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Tareas que se resuelven de manera inmediata (las llamo obvias) que no generan procedimientos o respuestas distintas. - Al momento que el profesor dirige la discusión sobre la solución de la tarea, conduce a la respuesta que él quiere, y previó desde la planeación, de forma tal que no se consideren pensamientos distintos. 	<p>La misma</p>	<p>Ninguno</p>	<p>N/A</p>	<p>N/A</p>
----	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------	----------------	------------	------------

(Tarea 2 DDC)

11	<p>“1. Sobre el contexto</p> <p>a. Considerar la población, sus necesidades y limitaciones. El acceso que puedan tener a los recursos y el manejo que tengan sobre los mismos.</p> <p>2. Sobre el contenido</p> <p>a. Metas de aprendizaje claras. Mientras más claro y generalizado esté la meta, la secuencia de tareas va a ser más clara.</p> <p>b. La tarea debe tener implícito una secuencia de capacidades, sin estar asociada a una única ruta particular de aprendizaje.</p> <p>c. Establecer los conocimientos y habilidades que hayan adquirido los estudiantes de manera previa como los requerimientos de la tarea. Parece importante entender cómo los estudiantes participan en una tarea y cómo podría ser el aprendizaje matemático. Por supuesto, los estudiantes llegan a una tarea con</p>	<p>Corresponde a mi propuesta en respuesta a la tarea de proponer principios para diseñar y analizar tareas para favorecer la argumentación</p>	<p>Tareas (diseño, gestión)</p>	<p>Considero que los principios para diseñar y analizar tareas para favorecer la argumentación se refieren a 5 elementos: contexto, contenido, enunciado, recurso e implementación. Hago mi propuesta a partir de elementos teóricos producidos por Gómez et al. (2018), Lin et al. (2012), Morselli (2013), Simon (2013), Zaslavsky et al. (2012) .</p>	<p>Para diseñar una tarea cualquiera debe haber un análisis de instrucción previo que considere los siguientes elementos: requisitos, meta, formulación y materiales. Dependiendo de la situación, además se puede hablar de: Agrupamiento , interacción y temporalidad. [Fila 5, columna “cambio”]</p>	<p>Además de la idea anterior sobre el diseño de una tarea, puedo construir principios para diseñar y analizar tareas que favorecer un proceso particular, basado en bibliografía. Un ejemplo de esto es mi propuesta para diseñar y analizar tareas para favorecer la argumentación.</p>	<p>Elaboración de la tarea</p>	<p>¿Qué elementos debo tener en cuenta para diseñar y analizar una tarea? ¿Qué papel juegan los errores y dificultades que puedan tener los estudiantes en este diseño?</p>
----	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

diferentes antecedentes y se ha demostrado que el aprendizaje previo de los estudiantes es un ingrediente clave para determinar cómo reaccionan ante diferentes situaciones, como lo argumenta.

d. Las tareas deben ser sustanciales, a menudo involucran varios aspectos de las matemáticas, y están estructuradas para garantizar que todos los estudiantes tengan acceso al problema. Los estudiantes son guiados a través de una "rampa" de desafío creciente para que puedan mostrar los niveles de desempeño que han logrado. Debido a que la estructura guía a los estudiantes, las demandas estratégicas y el rango de prácticas matemáticas involucradas están en un nivel relativamente modesto. Las tareas de aprendiz tienen un papel en el desarrollo de la experiencia.

3. Sobre el enunciado

a. La tarea debe promover el uso de alguna herramienta o recurso.

b. La tarea debe tener un contexto amplio pero que presente de manera estructurada la información sin limitar la posibilidad de exploración del estudiante.

c. En contexto debe contener información tanto explícita como implícita que permita al estudiante solucionar la tarea.

d. La tarea no debe enfocar al estudiante a buscar respuestas correctas, debe motivar el cuestionamiento por medio de preguntas amplias y en las que se haga explícito que busquen validar sus afirmaciones.

f. Las tareas deben despertar la necesidad en el estudiante de argumentación y prueba y no volver el ejercicio

de la demostración como un “ritual”.

g. Las tareas matemáticas deben implicar un desafío intelectual que puede ser conquistado con la autorrealización y la realización. Con respecto a la dificultad, deben cumplir con los siguientes aspectos:

i. Complejidad: la cantidad de variables, la variedad y cantidad de datos, y la cantidad de modos en que se presenta la información, son algunos de los aspectos de la complejidad de la tarea que afectan la dificultad que presenta.

ii. Desconocimiento: las tareas no rutinarias (aquellas que no son como las tareas que uno ha practicado para resolver) son más difíciles que los ejercicios de rutina.

iii. Demanda técnica: las tareas que requieren

una matemática más sofisticada para su solución son más difíciles que las que se pueden resolver con una matemática más elemental.

iv. Autonomía del alumno: la orientación de un experto (generalmente el maestro) o de la tarea en sí (por ejemplo, al estructurarla o "andamiarla" en partes sucesivas) hace que la tarea sea más fácil que si se presenta sin dicha orientación.

4. Sobre el recurso

a. Considerar los beneficios del recurso.
¿El material o recurso contribuye a que la tarea se convierta en un desafío para los estudiantes? ¿El material o recurso contribuye a que los estudiantes se percaten de sus errores y a que el profesor pueda contribuir a su superación? ¿El material o recurso fomenta la interacción

entre los estudiantes y entre los estudiantes y el profesor? ¿El material o recurso hace que la tarea sea interesante y relevante para el estudiante? ¿promueve el interés y la curiosidad del estudiante por resolverla?

b. Posibles formas de solución a la luz del recurso.

c. Elementos teóricos que están implícitos en el uso del recurso y el dominio que tengan los estudiantes de estos elementos. ¿Cumple el material o recurso un papel de intermediario entre los conocimientos previos de los estudiantes y los conocimientos y destrezas que se quieren desarrollar con la tarea? En otras palabras, ¿el material o recurso permite que las demandas cognitivas de la tarea se adapten a los conocimientos previos de los estudiantes?

-
5. Sobre la implementación
- a. Se deben establecer unas normas sociales (de clase) que guíen la aceptación o refutación de un argumento.

 - b. El profesor puede prever cómo debe actuar cuando constate que algunos estudiantes utilizan una estrategia de solución particular o incurren en ciertos errores. La planificación de la actuación del profesor depende entonces de sus previsiones sobre la actuación de los estudiantes.

 - c. Establecer tiempos de exploración, discusión y conclusión.

 - d. Favorecer las interacciones adecuadas entre pares. El trabajo en grupos pequeños sienta las bases de una puesta en común en gran grupo para contrastar puntos de vista, procedimientos y
-

soluciones a las tareas propuestas. Por consiguiente, diferentes formas de agrupamiento pueden generar diferentes formas de interacción entre los estudiantes y de los estudiantes con el profesor. Y precisamente por medio de esas interacciones, los estudiantes aprenden.

e. Prever dificultades de la tarea y formas de superarlas. la superación de los errores se constituye en un elemento fundamental para el aprendizaje. Por consiguiente, las tareas deben promover la puesta en juego del conocimiento matemático de los estudiantes, inducirlos a reconocer el carácter parcial de ese conocimiento y motivarlos a reorganizar ese conocimiento con motivo de su experiencia con la tarea”

(Tarea 3 DDC)

12	<p>“Los estudiantes acostumbran a hacer procesos de exploración usando regla y compás; ejercicios donde deben encontrar, haciendo uso de lo visto en clase, medidas de lados o ángulos desconocidos; procesos de medición y verificación usando las herramientas de la clase”.</p> <p>(Tarea final PME – DDC Página 1)</p>	<p>Caracterización de la población de la institución donde trabajo, suponiendo que se va a aplicar un problema escogido de un libro de texto.</p>	<p>Tarea (análisis de instrucción: requisitos)</p>	<p>Los procedimientos previos que manejan los estudiantes para abordar una situación problema sin usar EGD, hacen parte de la caracterización de la población implicada por considerar los requisitos que debe tener un estudiante para resolver una tarea, según el análisis de instrucción para diseñar y gestionar tareas.</p>	<p>Para proponer una tarea debe haber un análisis de instrucción previo que considere, entre otros elementos, los requisitos, que incluyen caracterizar la población a la que se dirigirá la tarea. [Fila 11, columna “cambio”].</p>	Ninguno.	<p>Realizar la tarea propuesta</p>	Ninguna
13	<p>“Cada estudiante tiene acceso a computador o Tablet para trabajo de forma individual o en parejas. El software que se utiliza es GeoGebra. Los entornos de geometría dinámica se han usado para verificar las conjeturas a las que llegan los estudiantes en sus exploraciones usando regla y compás.</p>	<p>Consideraciones sobre el uso de GeoGebra por parte de los estudiantes que supuestamente van a resolver mi propuesta de modificación del problema escogido de un libro de texto [Fila 12, columna “comentarios”].</p>	<p>Tarea (análisis de instrucción: recurso)</p>	<p>Qué herramientas de GeoGebra saben usar los estudiantes, como parte del análisis del recurso implicado por el análisis de instrucción para diseñar o gestionar tareas.</p>	<p>el análisis de instrucción para diseñar o gestionar una tarea implica, entre otros, analizar el recurso que se propone usar en la tarea que se diseña [Fila 5, columna “cambio”].</p>	Ninguno	<p>Realizar la tarea propuesta</p>	Ninguna

	Los estudiantes saben:		EGD (uso)	Algunas herramientas del programa que permiten medir segmentos y ángulos, y el arrastre pueden ser usadas para explorar y verificar conjeturas.	Respecto al uso de EGD: la misma idea reconociendo que es porque al arrastrar se “construyen” múltiples figuras.	Ninguno.		
	<ul style="list-style-type: none"> • Ubicar y arrastrar puntos • Construir segmentos, rectas, polígonos regulares Medir segmentos y ángulos”. (Tarea final PME – DDC página 2)							
14	<p>“Argumentos Abductivos: Tomando como ejemplo la situación 1, se espera que el estudiante parta de la aserción (paralelogramo con todos los ángulos rectos) para comprobar lo dado (un paralelogramo con un ángulo recto).”.</p> (Tarea final PME – DDC página 4)	Argumentos que el profesor supone que pueden surgir en la solución de la tarea (Tarea final PME – DDC) .	Argumentación (argumentos de tipo abductivo)	En el argumento abductivo, se espera que el estudiante parta de la aserción para comprobar lo dado.	Respecto al argumento de tipo abductivo, la misma idea. [fila 4, columna “cambio”] .	Ninguno	Reflexionar sobre lo que requiere el estudiante para resolver la situación de la tarea.	Ninguna
15	<p>“Promover la argumentación abductiva por medio de una situación en la que los estudiantes deben explorar la propiedad que deben cumplir las diagonales de un cuadrilátero para garantizar que sea un paralelogramo. Esta</p>	Las metas que se pretenden alcanzar con resolver mi propuesta de modificación del problema escogido de un libro de texto [Fila 13, columna “comentarios”]	Tarea (diseño), Argumentación (argumento de tipo abductivo).	El proceso para promover argumentos de tipo abductivo por medio de una tarea puede ser: Explorar las propiedades que deben cumplir elementos de una figura	La estructura de un argumento de tipo abductivo o deductivo [Fila 4, columna “cambio”] pero no había propuesto tareas que	Yo puedo promover que un estudiante produzca un argumento de tipo abductivo por medio de una tarea que tenga la	Elaboración de la tarea.	Ninguna

	<p>exploración se hace de manera ‘inversa’ al argumento deductivo: el estudiante asegura que el cuadrilátero sea un paralelogramo, para luego revisar las características de sus diagonales”</p> <p>(Tarea final PME – DDC página 2)</p>		<p>Tarea (diseño), Argumentación (argumento de tipo deductivo).</p>	<p>geométrica (en este caso, las diagonales) para garantizar que sea un paralelogramo.</p> <p>El proceso (de manera intrínseca) para promover argumentos de tipo deductivo por medio de una tarea puede ser: El estudiante parte de la figura geométrica para luego comprobar las propiedades de los elementos de una figura.</p>	<p>promuevan estos tipos de argumentos.</p>	<p>siguiente estructura: explorar las propiedades que puede tener una figura geométrica para garantizar que sea de un tipo determinado; y para un argumento de tipo deductivo la estructura es: parte de la figura geométrica para probar las propiedades de los elementos de dicha figura.</p>		
16	<p>“Dados los \overline{AC} y \overline{BD}, tal que su intersección es un punto E. ¿Qué condiciones debe cumplir el punto E para que el $\square ABCD$ sea un paralelogramo?”</p>	<p>Después que propuse cuáles serían las metas de aprendizaje de un problema que elegí de un libro de texto, la afirmación es la respuesta a al pedido de proponer</p>	<p>Tarea (diseño)</p>	<p>Es un ejemplo de una estructura distinta de una tarea usando GeoGebra que puede tener el siguiente orden:</p>	<p>Ejemplos de estructuras diferentes de tareas usando un EGD [Fila 6, columna “qué sobre el elemento”]</p>	<p>Otro ejemplo de estructura de una tarea usando un EGD [Fila 16, columna “qué sobre el elemento”]</p>	<p>Elaboración de la tarea</p>	<p>Ninguna</p>

	<ul style="list-style-type: none"> ○ Describe los pasos de la construcción en GeoGebra. ○ Realiza y reporta una exploración de los objetos geométricos. ○ Formula una conjetura que responda a la pregunta planteada en el problema. ○ Explica por qué consideras que es válida”. <p>(Tarea final PME – DDC página 5)</p>	una modificación al problema para que sea una tarea que favorezca el logro de dichas metas		<p>1. Enunciado con los objetos geométricos que debe construir el estudiante en el software. Luego se realiza la pregunta que tiene que responder el estudiante</p> <p>2. Pasos secuenciados para que el estudiante logre responder a la pregunta, en la que se solicita: descripción de la construcción, reporte de exploración, conjetura y posible validación de esta justificación.</p>				
17	“En cuanto a las posibles soluciones de los profesores, hay dos situaciones: la primera, los profesores generan argumentos de tipo abductivo similar a los que generan los estudiantes para resolver el problema, sin ninguna	La afirmación es una reflexión al respecto de la pregunta ¿qué posibles argumentos se generaron en la solución de la tarea propuesta? Elaboré la respuesta con	Argumentación (tipos de argumentos)	El argumento de tipo deductivo que puede surgir en la solución de la tarea propuesta se asocia a la demostración dentro de un sistema	Las características de un argumento de tipo abductivo o deductivo que se señalan en una manifestación anterior	Percibo una relación que podrían tener las instrucciones de una tarea y la mediación del profesor para generar	Reflexión realizada con base en las distintas soluciones de la tarea propuesta.	Ninguna

	instrucción adicional; la segunda, los profesores desean resolver la situación a partir de argumentos de tipo deductivo, esto es, no hay otra manera de abordar este problema sin una demostración dentro de un sistema axiomático”. (Tarea final PME – DDC página 18)	base en las diferentes soluciones que dimos los autores de la tarea y compañeros del área de matemáticas de las instituciones donde trabajamos. [Fila 16, columna “afirmación”]	Tareas (gestión)	axiomático. [Fila 17, columna “afirmación”] La gestión del profesor al plantear la tarea propuesta puede estar relacionada con argumentos de tipo abductivo y deductivo que surgen en las soluciones.	derivada de producciones del seminario PME. [Fila 4, columna “cambio”] Puede haber una relación entre la gestión de una tarea y la mediación del profesor para generar diferentes tipos de argumentos, pero no me es clara	argumentos de tipo abductivo y deductivo, pero no me es clara.		
18.	“Si nos referimos a la eficiencia del recurso, la infraestructura de las instituciones educativas permite la disponibilidad de la herramienta para cada estudiante. El software además le permite al estudiante realizar su exploración y el desarrollo de su actividad matemática con más facilidad y rapidez que no lograría con las herramientas	Respuesta a la pregunta ¿Cuál es la realimentación que el recurso seleccionado suministra al estudiante respecto a la tarea propuesta? [Fila 16, columna “afirmación”]	EGD	Una definición implícita de eficiencia y eficacia de un recurso, la primera en términos de disponibilidad, buen uso y tiempo requerido para usarlo, y la segunda en términos de cómo el recurso puede ayudar a alcanzar los	Aunque refiere al análisis del recurso, conocimiento que ya había adquirido [Fila 11, columna “idea anterior del elemento”], la reflexión sobre la eficiencia y eficacia de un recurso lo asociaba al análisis de los	La definición implícita de eficiencia y eficacia de un recurso.	Responder a la pregunta de la tarea.	Ninguna

	<p>usuales de geometría en el aula (regla y compás).</p> <p>Al hablar sobre su eficacia, el programa permite el planteamiento de conjeturas a partir de lo explorado, la búsqueda de una estrategia personal que le permita dar respuesta al problema; además de generar motivación e interés en los estudiantes, al estar mucho más dispuestos a resolver esta tarea con su ayuda”.</p> <p>(Tarea final PME – DDC página 19)</p>			propósitos de una tarea.	materiales. No hacía una diferencia entre el análisis del recurso y el de los materiales.			
19	<p>(...) “el esquema de argumento inductivo mostrado en el modelo de Toulmin, aprendido y revisado en clase de Profundización de matemáticas elementales (donde dados una serie de datos que satisfacen la aserción, se concluye la garantía”.</p> <p>(Versión del anteproyecto marzo 30)</p>	<p>La versión del anteproyecto se armaba respondiendo a unas preguntas que buscaban delimitar el problema, la afirmación corresponde a ¿cuál es mi conocimiento inicial sobre el tema del proyecto? El tema del proyecto correspondía a: tareas, argumentación, EGD</p>	Argumentación (argumento de tipo inductivo)	<p>Estructura de un argumento de tipo inductivo según el modelo de Toulmin: dados una serie de datos que satisfacen la aserción, se concluye la garantía.</p> <p>Otra evidencia es: “Estructura de un argumento: Dato</p>	<p>La misma, conocimiento adquirido en el seminario PME [Fila 3, columna “cambio”]</p>	No hubo	Elaboración de la delimitación del problema	Ninguna

Garantía
(porque)
Aserción (por
tanto)
Tipos de
argumento:

- Deductivo
- Inductivo
- Abductivo
- Analógico

(apuntes de
clase, página 20
– 21)

20	<p>“Lo estudiado hasta el momento, me ha mostrado que “poner muchos ejemplos” no es la mejor vía para favorecer la argumentación, pero sí se pueden tener rasgos comunes con la argumentación inductiva, por esto considero necesaria la reflexión sobre ¿Cómo determinar si un ejercicio aporta al desarrollo de argumentos, teniendo en cuenta lo que quieren lograr los docentes, de tipo inductivo?”</p>	<p>Corresponde al título Delimitación del problema.</p>	<p>Argumentación (argumento de tipo inductivo)</p>	<p>Una manera que no es efectiva para favorecer la argumentación inductiva en el aula es “poner muchos ejemplos”, pero puede haber rasgos comunes entre realizar varios ejercicios y la argumentación inductiva, ya que de manera implícita se consideran muchos</p>	<p>Estructura de un argumento de tipo inductivo [Fila 3, columna “cambio”] pero creía que proponer muchos ejercicios le permitía al estudiante “inducir” respuestas. Encierro esta palabra porque no tenía cuidado al momento de usarla.</p>	<p>Lo que se dice sobre el elemento. Aún no tengo cuidado al usar el término inducir debido a que no lo diferencio de los demás términos relacionados con los tipos de argumentos abductivo,</p>	<p>Reflexión en torno a la delimitación del problema.</p>	<p>¿Cómo determinar si un ejercicio aporta al desarrollo de argumentos? teniendo en cuenta lo que quieren lograr los docentes, de tipo inductivo</p>
----	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------	----------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

	(Versión del anteproyecto abril 12)			ejercicios como una serie de datos, elemento inicial de la estructura de los argumentos de tipo inductivo. [Fila 3, columna “cambio”]		deductivo, inductivo.		
21	“cuando a los profesores se les proporcionan tareas que fomentan la argumentación, la implementación de la parte argumentativa de la actividad no necesariamente es evidente (Lin et al., 2012)”.	Conclusión que hago de la lectura de un texto sobre el conocimiento del profesor en la delimitación del problema.	Tareas (implementación) Argumentación	Una falencia al momento de implementar una tarea que fomente la argumentación en el aula es que los aspectos argumentativos de la misma no son evidentes en el aula.	Ninguno	Lo que se dice sobre el elemento.	Lectura del texto y reflexión en torno al mismo y a la construcción del problema.	¿Cuáles son los posibles acuerdos que se pueden construir en el aula y con otros docentes sobre argumentación, argumentos?
	(Versión del anteproyecto abril 24 pág. 3 párrafo 1)							
22	“Lo estudiado hasta el momento en la maestría, me ha mostrado que “poner muchos ejemplos” no es la mejor vía para favorecer la argumentación, pero sí se pueden tener rasgos comunes con la argumentación inductiva (versión abril 12). También me ha alertado sobre la necesidad de tener un uso cuidadoso	Reflexión que complementa una idea de la versión de abril 12 en la delimitación del problema.	Tareas (implementación) Argumentación (términos asociados a	Respecto a los propósitos de la tarea, mismo conocimiento: [Fila 20, columna “cambio”] Necesidad de diferenciar los términos “inducir”,	Misma idea de [Fila 21, columna “cambios”]	Respecto a tareas: Ninguna Respecto a argumentación: Lo que	Reflexión sobre la delimitación del problema.	¿Qué consientes somos los profesores sobre el proceso de argumentación en los estudiantes? ¿Cuál es la diferencia entre “inducir”, “deducir”, “argumentar

	de términos como “deducir”, “inducir” y “argumentar resultados” y me ha mostrado que el diseño de tareas es un asunto complejo que requiere un análisis detallado para saber si aporta al desarrollo de argumentos, particularmente inductivos.” (Versión del anteproyecto mayo 3, página 5, segundo párrafo)		tipos de argumentos)	“deducir” y “argumentar resultados” y hacer uso correcto de los mismos en los discursos como docente.	inductivo [fila 3, columna “cambios”]	se dice sobre el elemento		resultados” para mí y para mis compañeros de trabajo?
23	“Asumo el término “tarea”, según lo expuesto por Gómez et al. (2018) como aquellas tareas de aprendizaje que propone el profesor con el fin de brindar oportunidades a los estudiantes para que logren sus expectativas de aprendizaje, y superen las posibles limitaciones que ellos tendrán.” (Versión final del anteproyecto, junio 6)	Lo que entiendo por el término “tarea” puesto en la aproximación inicial al marco de referencia.	Tarea (definición)	Definición de “tarea”: aquellas tareas de aprendizaje que propone el profesor con el fin de brindar oportunidades a los estudiantes para que logren sus expectativas de aprendizaje, y superen las posibles limitaciones que ellos tendrán.	Misma idea de [fila 6, columna “cambios”]	Lo que se dice sobre el elemento	Elaboración de un acercamiento inicial al marco teórico del trabajo de grado.	Ninguna
24.	“Características de una tarea: • Propuesta del profesor para brindar	Conclusiones del trabajo en grupo que consistió en reflexionar sobre qué características	Tarea (características)	Listado de características de lo que se puede o no considerar como	Una tarea puede ser cualquier actividad propuesta por	Características de lo que puede ser una tarea [Fila 24,	discusión del trabajo en grupo	Ninguna

<p>oportunidades al estudiante de:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Lograr expectativas de aprendizaje - Superar limitaciones <ul style="list-style-type: none"> • Alcanzar propósitos de aprendizaje • Demanda estructurada • Debe tener un análisis de instrucción. 	<p>considerábamos que debía tener una tarea y qué no era una tarea.</p>	<p>“tarea” [Fila 24, columna “afirmación”]</p>	<p>el profesor que el estudiante deba hacer en casa. No importa sus características o extensión. [fila 4 columna “idea anterior sobre el elemento”]</p>	<p>columna “afirmación”]</p>
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------

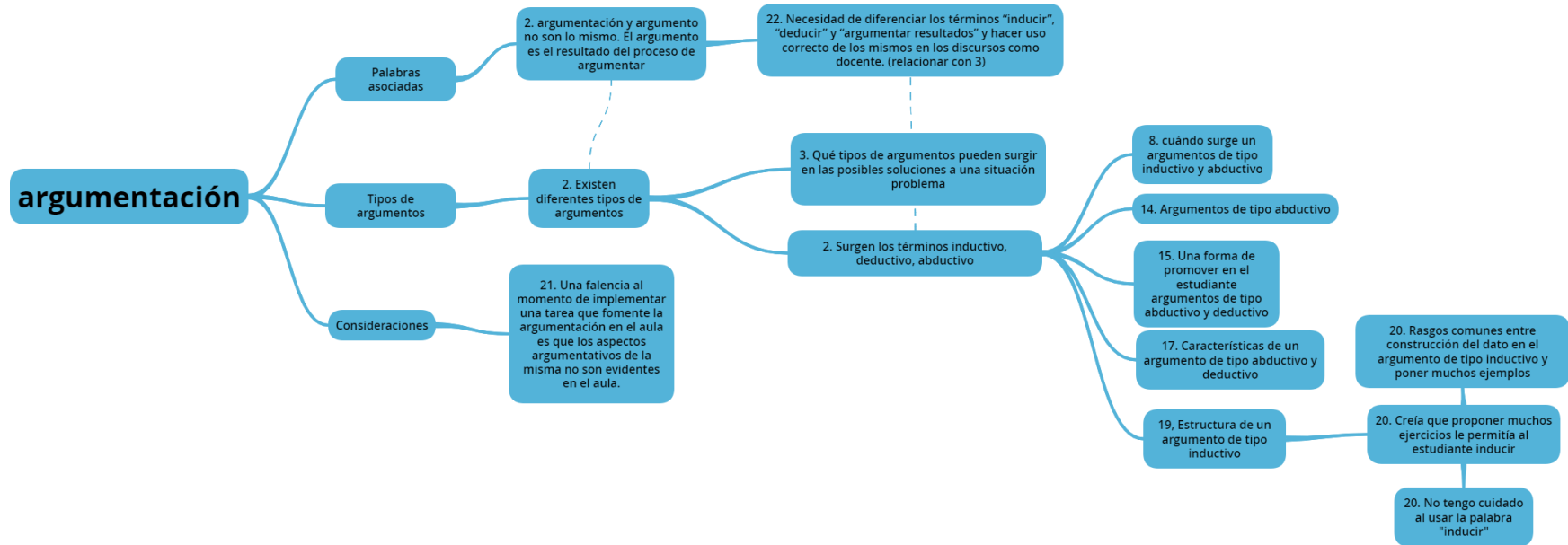
Una tarea no debe promover un camino de aprendizaje parcial (...)

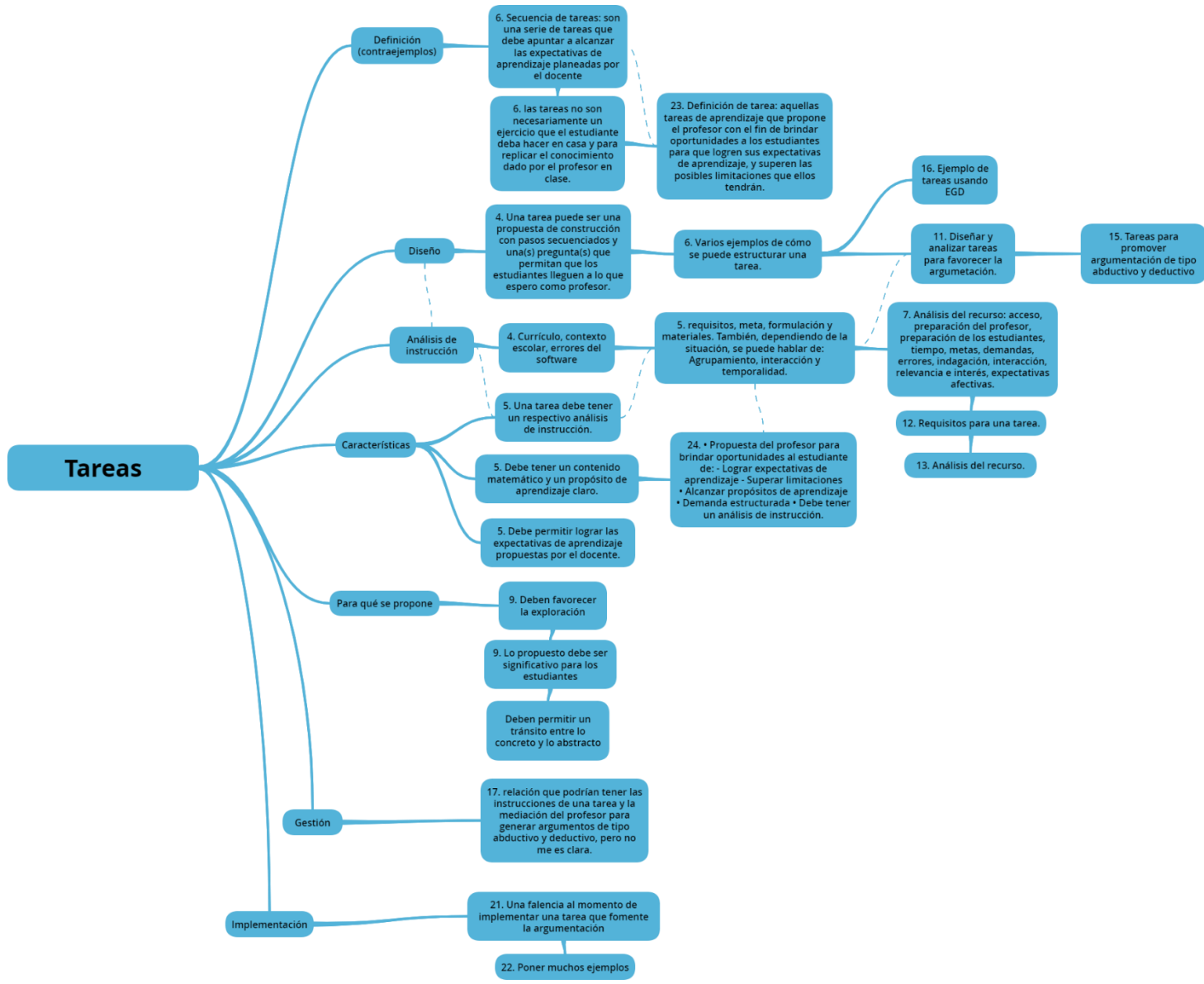
No es una tarea si:

- Hay falta de actividad manipulativa
- No hay interacción
- El foco son los procedimientos algorítmicos
- Siempre se buscan respuestas correctas.”

(apuntes de la clase, página 5, corresponde a la clase de DDC)

Anexo 5. Organizadores mentales sobre argumentación y tareas para escribir el texto narrativo para el estado uno del conocimiento del profesor sobre argumentación y tareas.





Anexo 6. Organización cronológica de los insumos para el estado uno de conocimiento del profesor.

INSUMOS: PPME, PDDC, A (Apuntes) [No se ubican en la organización por tiempo dado que no se tiene información de la fecha en que fueron producidos, por tanto, ellos se van a ubicar en la organización de acuerdo con su filiación/relación temática como fue identificado en el esquema...], VA (Versiones Anteproyecto).

FEBRERO

- (PDDC) (febrero 15) Trabajo en clase 1
- (PDDC) (febrero 22) Tarea 1:
 - o Pág. 1- Pregunta ¿lo propuesto por ud es la clase es una tarea?
 - o Pág. 3- Propuesta de una tarea que promueva la conjeturación y prueba

MARZO

- (PPME) (marzo 7) Tarea 1:
 - o Págs. 3-5. Solución que expone tipos de argumentos
 - o Final pág. 10. Reflexión sobre argumentos
- (PDDC) (marzo 21) Trabajo en clase 2:
 - o Análisis del recurso utilizado (GeoGebra)
 - o Pág. 2. Tipos de argumentos generados en la solución
- (VA) marzo 30

ABRIL

- (PDDC) (abril 18) Tarea 2:

- o Pág. 1. Relación entre...
- o Pág. 3. Reflexiones posibles soluciones...
- o Desde pág. 4. Principios para diseñar...

- (VA) abril 12
- (VA) abril 24

MAYO

- (VA) mayo 3

JUNIO

- (PPME-PDDC) (junio 6) Tarea final:
 - o Pág. 1. Caracterización de la población
 - o Inicio pág. 2. Manejo del recurso...
 - o Final pág. 3. Argumentos...
 - o Pág. 4. Metas...
 - o Inicio pág. 5. Respuesta pregunta...
 - o Pág. 18. Argumentos que surgieron...
 - o Pág. 19. Respuesta pregunta...
- (VA) Junio 6

Anexo 7. Texto narrativo del conocimiento del profesor sobre argumentación, EGD y tareas para el estado uno

Los insumos que tengo para rastrear mi conocimiento en el estado uno, corresponden a las producciones que elaboré en el desarrollo de los espacios académicos cursados en el primer semestre de la maestría, dado que estos constituyeron la estrategia del plan de acción establecido para el ciclo uno. Tales insumos surgen de: productos Profundización en Matemáticas Elementales (PME), productos Desarrollo y Diseño Curricular (DDC), apuntes del cuaderno y Versiones del anteproyecto. En este texto narrativo describo el cambio en mi conocimiento durante el estado uno sobre los tres elementos de interés: argumentación, EGD y tareas, según lo acontecido mes a mes en la implementación del plan de acción que inició en el mes de febrero con el seminario DDC. El primer insumo de este surge en el trabajo de clase de la primera sesión de febrero 15, que consistía en un ejercicio de diseño de una tarea usando un Software de Geometría Dinámica (SGD) y el análisis de instrucción de esta. En mi respuesta identifico como una primera parte del insumo el siguiente fragmento que corresponde al diseño de la tarea:

- “(…) 1. Construya un segmento AB tal que $AB=9\text{cm}$.
 2. Construya un segmento CD tal que $CD=7\text{cm}$ e interseque al segmento AB.
 3. Sea el punto E, la intersección entre los segmentos AB y el segmento CD (usa la herramienta intersección).
 4. Usa la herramienta “DISTANCIA O LONGUITUD” para medir los segmentos AE, BE, CE y DE.
 5. Mueve los puntos A, B, C o D hasta lograr que la medida de $AE=BE$ y la medida $CE=DE$.
 6. Construye el cuadrilátero ADBC.
- ¿Qué características tiene el cuadrilátero ADBC? (…)*”

A partir de esta respuesta infiero lo que puedo considerar como mi primer acercamiento a una caracterización de tarea: Una tarea puede ser una propuesta de construcción con pasos secuenciados y una(s) pregunta(s) que permitan que los estudiantes lleguen a lo que espero como profesor. Este acercamiento modifica la noción de tarea que tenía en el estado cero: Una actividad propuesta por el profesor que el estudiante debe hacer en casa.

Identifico como una segunda parte del insumo un fragmento del análisis de instrucción de la tarea diseñada:

“(…) Currículo: Temas vistos: Definición de polígonos, elementos de los polígonos, noción de congruencias de segmentos, relación de paralelismo, uso de regla y compás.

Recursos: Uso y exploración del software GeoGebra.

(…)

Contexto Escolar: Grados sextos entre 11 y 13 años. Posibilidad de que cada estudiante y profesor trabaje con su propio dispositivo electrónico.

(…)

4. Errores del software: Asegurar la configuración de las cifras decimales, tener en cuenta la versión del software.”

Ese análisis de instrucción se constituyó para mí como un nuevo concepto aprendido sobre el elemento tareas sobre el cual antes no sabía nada, por tanto, constituye mi primera idea relativo al aspecto análisis de instrucción. Una consideración en esta primera idea es tener en cuenta los siguientes asuntos para poder hacer ese análisis de instrucción: Currículo, contexto escolar y errores del software. Estos asuntos me eran implícitos al momento de proponer una tarea, desde mi formación de pregrado los describía en mis producciones como unidades didácticas o planeaciones de clase y los nombraba como “características de los estudiantes” para los dos primeros y “características de los recursos a utilizar” para el tercero. Esto me generó inquietudes porque a pesar de comenzar a modificar mi conocimiento sobre el elemento tareas relativo al aspecto análisis de instrucción, me cuestionaba sobre la relación de tales asuntos (currículo, contexto escolar y errores del software) con mi práctica docente, particularmente en relación con las propuestas de aula del profesor. La pregunta que me generó es: *¿Por qué cualquier propuesta del docente no puede ser considerada como tarea?*

El segundo insumo del mes de febrero está también en la primera sesión del seminario DDC, específicamente en mi respuesta a la pregunta propuesta por la profesora posterior al trabajo de clase de diseño de una tarea usando un EGD y su análisis de instrucción: *¿lo propuesto por usted en la clase es una tarea?* El insumo es el siguiente fragmento de mi respuesta:

“(…) si es una tarea porque, al realizar un análisis de instrucción de la situación, y ubicar la tarea en un contexto escolar, los pasos de la construcción permiten lograr las expectativas de aprendizaje que se tienen alrededor de la elaboración de un paralelogramo a partir de sus diagonales, se puede realizar un análisis de instrucción completo en cuanto a requisitos, meta, formulación, materiales, y dependiendo de la situación se puede hablar de agrupamiento, interacción y temporalidad, tiene un contenido matemático y un propósito de aprendizaje claro”.

Encuentro en este fragmento lo que se convierte en la primera característica del elemento tareas, que ya había aparecido en mi primer acercamiento a una caracterización de tarea: Debe permitir lograr las expectativas de aprendizaje propuestas por el docente. A partir del fragmento también construí un nuevo conocimiento relativo al aspecto análisis de instrucción y es que una tarea debe tener un análisis de este tipo que permita identificar los asuntos: Requisitos, Meta, Formulación, Materiales, y dependiendo de la situación, también Agrupamiento, Interacción y Temporalidad. Este nuevo conocimiento surgió de mi reflexión a partir de la pregunta de la profesora, que estaba fundamentada en la propuesta realizada por Gómez et al. (2018), bibliografía para el trabajo de clase. Junto al nuevo conocimiento, me surge la necesidad de bibliografía adicional sobre el tema, por lo que me hice la siguiente pregunta:

¿Qué otros autores se han interesado por el diseño y gestión de tareas? (esto para tener bibliografía para el trabajo de grado).

El tercer insumo del mes de febrero se encuentra en la tarea 1 del mismo seminario DDC, que consistía en proponer una secuencia de tareas que promueva la conjeturación y prueba utilizando los conocimientos adquiridos hasta ese momento. El insumo corresponde a los enunciados de las tres tareas que conforman la secuencia que propuse.

Este insumo provoca un cambio en mi conocimiento sobre el elemento tareas, en relación con dos aspectos. El primero es la estructura con la que se diseña una tarea, ya que mi idea anterior (en el estado cero) era que las tareas debían promover la exploración, para esto la tarea debía tener la siguiente estructura: solicitar hacer una construcción en GeoGebra a partir de una serie de pasos secuenciados y preguntar sobre esa construcción. A partir de la elaboración de la tarea en el seminario, mi idea modificada es que hay varias maneras en las que se puede estructurar una tarea usando GeoGebra con diferentes

instrucciones, que promuevan la conjeturación, específicamente el enunciado de cada tarea de la secuencia es un ejemplo de cómo se puede estructurar una tarea para el estudio de un objeto geométrico:

Ejemplo 1:

1. Solicitar hacer una construcción en un SGD, en este caso, GeoGebra.
2. Solicitar que se describan los pasos de esta construcción.
3. Preguntas sobre la posibilidad de construir el objeto geométrico. Si no se puede, el estudiante debe modificar la instrucción del paso 1 para que sea posible.
4. Solicitar una conjetura a partir de lo realizado.

Ejemplo 2:

1. Construir una figura en GeoGebra sin instrucciones detalladas.
2. Usar las herramientas de “medida de ángulo” y “arrastre” para que el estudiante explore su construcción.
3. Escribir una conjetura a partir de lo observado.

Ejemplo 3:

1. Solicitar hacer una construcción en GeoGebra a partir de una serie de pasos secuenciados.
2. Uso de la herramienta “arrastre” para explorar.
3. Proponer una conjetura a partir de lo observado.
4. Proponer un intento de demostración de la conjetura a partir de la tarea anterior.

El segundo aspecto sobre el que el tercer insumo provocó una modificación en mi conocimiento sobre el elemento tareas es la noción de secuencia de tareas. Mi idea anterior (estado cero) era que una secuencia de tareas son varias tareas que tienen que hacer los estudiantes en la casa. La idea nueva se relaciona con la primera característica del elemento tareas construida a partir del insumo anterior: Una secuencia de tareas es una serie de tareas que debe apuntar a alcanzar las expectativas de aprendizaje planeadas por el docente, que no son necesariamente un ejercicio que el estudiante deba hacer en casa y para replicar el conocimiento dado por el profesor en clase.

A partir de lo que he reflexionado hasta este momento, no es claro para mí, si teniendo en cuenta el contexto de los estudiantes con los que trabajaba en ese entonces, el paso 4 del ejemplo 3 puede promover la prueba sin intervención del docente.

Hasta el momento, el cambio en mi conocimiento ha sido sobre el elemento tareas relativo a los aspectos diseño, análisis de instrucción y características de una tarea. Dicho cambio ha modificado mis nociones sobre el elemento tareas que tenía en el estado cero, y además hizo que ganara ejemplos de tareas que puedo diseñar o implementar usando un EGD.

En marzo inicia el seminario PME, del que surge el primer insumo de la tarea de la primera sesión en marzo 7, que consistía en analizar individualmente cuáles son los tipos de argumentos que considero surgieron en la solución que elaboramos en un grupo de una situación geométrica. La primera parte del insumo es la siguiente:

“(...) Argumentar: Es un proceso, puedo dar cuenta de ello. Razonamiento: Un proceso mental, no es tangible. Demostrar: Es un tipo de proceso de argumentar. Argumento: Resultado del proceso de argumentar. (...)”

En esa parte del insumo hago una diferenciación entre razonamiento, argumentar y argumento, que se constituye en evidencia de la modificación de mi noción anterior (estado cero) sobre el elemento argumentación. Mi noción modificada es que razonamiento, argumentar y argumento no son lo mismo, porque antes concebía el término “argumentación” como sinónimo de justificar un procedimiento matemático. Esta noción anterior me hacía pensar que cualquier explicación que dé el estudiante sobre el porqué de su procedimiento es un argumento, ya sea en formato de texto, comprobación con calculadora o la muestra de los procedimientos que le permitieron llegar a una respuesta.

La segunda parte del insumo es la siguiente, en ella describo los momentos de la actividad de resolución donde surgen argumentos:

“(...) Tipología: Inductivo

Momento de la actividad en la que emergió: Este argumento surgió en la parte inicial de la construcción cuando notamos que las circunferencias que se construían tomando como centros los puntos A y B no siempre se intersecaban, fue necesario utilizar una herramienta que nos ayudara a identificar para qué valores de r esa intersección se daba (...).”

“(...) Tipología: Abductivo

Momento de la actividad en la que emergió: Este argumento surgió durante el proceso de construcción, ya que al construir la circunferencia con centro en C y radio CA se visualizaba que el punto B también estaría contenido en ella, por lo

tanto, se asumió que así era y luego se buscó el sustento teórico que lo corroborara. (...).”

En esa parte del insumo evidencio una modificación de mi conocimiento sobre el elemento argumentación relativo al aspecto argumentos. La modificación es que ahora asumo que los argumentos no solo se pueden evidenciar en la respuesta final del estudiante, como lo expresé en el estado cero de mi conocimiento, sino en diferentes momentos de la actividad de resolución que hace el estudiante, desde que recibe la situación problema propuesta hasta los posibles procedimientos que elabora para su solución. En esta segunda parte del insumo encuentro de forma implícita que emerge en mí un nuevo conocimiento sobre el elemento argumentación: existen diferentes tipos de argumentos, reconozco tres; inductivo, abductivo y deductivo; la estructura de un argumento de tipo abductivo se reconoce en la solución de una situación problema de geometría cuando se da el consecuente como dado y se buscan los datos para que ese se cumpla, y la estructura de un argumento de tipo inductivo se reconoce en el estudio de varios casos para llegar a un invariante. A partir de este nuevo conocimiento me surge la reflexión que sé cuál es el tipo de argumento y cómo surge, pero no el porqué de ello.

El segundo insumo del seminario PME surge también de la tarea de la primera sesión, es una asociación entre las acciones de la actividad de resolución y los tipos de argumentos que identifiqué en ella. El insumo se puede dividir en tres fragmentos, cada uno me permite identificar una parte de mi conocimiento en relación con el aspecto tipos de argumentos del elemento argumentación, específicamente qué tipo de argumento puede surgir dependiendo de lo que encuentro en las posibles soluciones:

“(...) Deductivos: En la reconstrucción del párrafo del argumento de la primera construcción y en la demostración de la segunda construcción. (...)”

Identifiqué que cuando hay una demostración a dos columnas, se va a generar un argumento de tipo deductivo.

“(...) Abductivos: En la elaboración de las construcciones, ya se conoce la aserción, y se busca realizar una construcción (buscar los datos) que justifiquen el resultado al que se quiere llegar. (...)”

Identifiqué que cuando en una construcción se representa la aserción y se busca que la construcción realizada cumpla con los datos que generaron dicha aserción, se generaría argumento de tipo abductivo.

“(…) Inductivos: Cuando se reconstruye el argumento de la primera construcción, se realiza un proceso por casos: cuando los puntos son colineales y cuando no lo son; en el paso final de la primera construcción, al activar la herramienta “rastros”, se están generando un sinnúmero de datos particulares para llegar a la aserción que la construcción corresponde a la de una parábola. (…)”

Identifiqué que el argumento inductivo se da cuando la construcción que se realiza al arrastrar se está buscando diferentes datos que cumplan un invariante que estoy buscando.

Estos fragmentos y lo que pude identificar en ellos complementan mi conocimiento sobre el elemento argumentación relativo al aspecto tipos de argumentos, específicamente en lo que tiene que ver con el conocimiento nuevo que emergió con la segunda parte del insumo anterior, porque no solo reconozco que existen tres tipos de argumentos: inductivo, abductivo y deductivo, sino además conozco algunas acciones de la actividad de resolución de un problema geométrico a partir de las que pueden surgir tipos de argumentos específicos.

El tercer insumo del mismo mes surge en el trabajo de clase de marzo 14 del seminario DDC, que consistía en resolver con los recursos compás, doblado de papel y GeoGebra una situación geométrica propuesta por la profesora, y luego analizar los recursos utilizados para resolver la situación a partir del documento de Gómez et al. (2018). El insumo es el análisis realizado, parte de éste es el siguiente fragmento:

“(…) 6. Demandas cognitivas: Los recursos propuestos para el desarrollo de la tarea permiten la activación de conocimientos previos como mediatriz, circunferencia, etc.

7. Reto: Usando la herramienta digital, la actividad no representa un reto para el estudiante porque solo debe usar opciones concretas que el software le ofrece; usando doblado de papel, las construcciones como circunferencia y mediatriz no son tan evidentes y se requiere un análisis diferente de la tarea.

8. Errores: Con el doblado de papel, los estudiantes pueden percatarse de errores en la copia de medidas.

9. Indagación: En la herramienta digital, fomenta el análisis de resultados, pero el doblado de papel se fomenta, además del análisis, fomenta la búsqueda de estrategias propias para copiar medidas, y el planteamiento de interrogantes como ¿cómo puedo asegurar que los puntos sí cumplen las condiciones dadas? (...)

“(...) 11. Relevancia e interés: Ambos materiales usados para resolver esta situación hace interesante el trabajo por la manipulación de los materiales, aunque consideramos que el doblado de papel hace más relevante la actividad. (...)”

En el fragmento del insumo encuentro una comparación implícita sobre dos recursos utilizados para solucionar la situación (doblado de papel y GeoGebra), la cual modifica mi conocimiento sobre el elemento EGD. La modificación es que ahora asumo que el EGD usado limita ciertos aspectos a alcanzar con un problema determinado, que contrasta con lo que creía sobre el uso de un EGD en el aula: que siempre era la mejor opción para resolver una situación en matemáticas. El conocimiento modificado es relativo al análisis del recurso que es uno de los asuntos relativo al aspecto análisis de instrucción, este último sobre el elemento tareas del que he construido nuevo conocimiento desde el mes de febrero.

La modificación de mi conocimiento descrita anteriormente me hace consciente de: la importancia de identificar si es pertinente o no implementar un SGD para que el estudiante desarrolle una tarea, y que para determinar esta pertinencia puedo hacer uso del nuevo conocimiento que he adquirido a partir de este insumo que es el análisis del recurso.

En el insumo también hay implícita una diferencia entre recurso y material: el recurso es cualquier elemento que pueda ser usado para la enseñanza de un concepto y el material es un recurso diseñado específicamente para la enseñanza de un concepto específico en matemáticas. Dicha diferencia entre estos términos es una modificación de mi conocimiento, ya que creía que estas palabras eran sinónimos.

El cuarto insumo del mes de marzo está también en el trabajo de clase de marzo 15 del seminario DDC, después de resolver la situación geométrica propuesta con los recursos compás, doblado de papel y GeoGebra y analizar los recursos utilizados para resolverla, la docente me pidió analizar qué tipos de argumentos se pudieron generar en la resolución de

la situación geométrica. El análisis realizado es el cuarto insumo, enseguida se presentan algunos de sus fragmentos:

“(…) Se visualiza un tipo de argumento inductivo, porque a partir de los datos dados, se realizó una exploración de casos cuando el punto C pertenece a la mediatriz de AB y cuando pertenece a la circunferencia con centro en D y radio DA (…)

“(…) Se visualiza un tipo de argumento abductivo en la construcción por medio del doblado de papel, se conoce las propiedades geométricas que genera lo encontrado en el problema, y por medio de los dobleces se pretende justificar por qué esta propiedad se cumple (…)

En estos fragmentos identifiqué dónde pudo surgir un argumento de tipo inductivo o abductivo en la resolución de la situación propuesta en el trabajo de clase. Identificar los tipos de argumento que se pueden generar en la resolución de una situación geométrica, hace parte de mi conocimiento construido hasta el momento sobre el elemento argumentación relativo al aspecto tipos de argumentos, ya se había evidenciado a partir de los primeros dos insumos del mes de marzo.

Los insumos tercero y cuarto del mes de marzo, además de reflejar modificaciones o evidencias de mi conocimiento sobre los elementos argumentación, tareas y EGD, me generan una inquietud: todas las reflexiones que he hecho hasta ahora sobre el elemento argumentación a lo largo del ciclo uno, han sido guiadas (siendo consciente o no) por los profesores de los seminarios DDC y PME, pero *¿Qué tan conscientes somos los profesores sobre el proceso de argumentación en los estudiantes?*

El quinto insumo de este mismo mes corresponde a la respuesta que di la pregunta *¿cuál es mi conocimiento inicial sobre el tema del proyecto?*, que fue propuesta como primera tarea previa a la construcción del anteproyecto de mi trabajo de grado en otro de los espacios académicos cursados. La respuesta a la pregunta buscaba delimitar el problema para la Versión del anteproyecto de marzo 30. El siguiente es un fragmento de la respuesta:

“(…) el esquema de argumento inductivo mostrado en el modelo de Toulmin, aprendido y revisado en clase de Profundización de matemáticas elementales (donde dados una serie de datos que satisfacen la aserción, se concluye la garantía) (…)

En el fragmento evidencio mi conocimiento sobre el elemento argumentación relativo al aspecto tipos de argumentos, en relación con el asunto argumento de tipo inductivo. Este conocimiento ya se había evidenciado a partir del primer insumo del mes de marzo.

Al terminar el mes de marzo, el cambio en mi conocimiento durante el ciclo 1 volvió a ser sobre el elemento tareas, relativo al aspecto análisis de instrucción. Particularmente, las producciones elaboradas en el mes de marzo modificaron mis nociones del estado cero sobre el elemento argumentación, relativo a los aspectos argumento y tipos de argumentos. Además, hicieron que ganara un nuevo conocimiento sobre el elemento EGD relativo a los aspectos consideraciones y requisitos, y su relación con el elemento tareas.

En abril, el primer insumo surge en la respuesta que doy a la pregunta propuesta por la docente del seminario DDC en la tarea de la sesión de abril 18: ¿cuál era la relación entre la tarea propuesta, el proceso matemático que quería desarrollar, el objeto matemático involucrado y el recurso utilizado? Esta pregunta buscaba una reflexión respecto a mi propuesta de una secuencia de tareas en la cual se promueva la conjeturación y prueba solicitada en la tarea uno de febrero 15. En la respuesta a la pregunta encuentro los siguientes fragmentos:

“(…) las tareas propuestas debían favorecer la exploración, así que ha sido uno de los principios que siempre he aplicado (…)”,

“(…) el buscar que las tareas ofrezcan la posibilidad de tener actividades en clase que sean memorable para que, de alguna manera, sea significativo para los estudiantes (…)” y

“(…) las secuencias de tareas permitieran hacer un tránsito entre lo concreto y lo abstracto (…)”.

Estos fragmentos constituyen para mí un nuevo conocimiento sobre el elemento tareas relativo al aspecto características de una tarea: Una primera característica que consolido en mi conocimiento es que una tarea debe permitir alcanzar las expectativas de aprendizaje propuestas por el docente, ya que esta característica era una noción que había revelado en mi conocimiento en el tercer insumo del mes de febrero. Otras dos características que consolido, segunda y tercera, son que la(s) tarea(s) propuesta(s) por el

docente deben ser significativas para los estudiantes y permitir un tránsito entre lo concreto y lo abstracto.

Este insumo se complementa con la siguiente afirmación que encuentro en los apuntes del cuaderno escritos durante esa misma sesión del seminario DDC, relación de complementación que encontré al intentar establecer el cambio en mi conocimiento:

“Tarea: lo que el profesor propone o solicita. Actividad: lo que el estudiante hace”

A partir de esta afirmación tengo claro cuáles son los significados de tarea y actividad y que no son lo mismo, por ello sé que debo usar esos términos de manera adecuada en el discurso. Esto sigue aportando a la modificación de mi conocimiento sobre el elemento tareas, ya que antes (estado cero) consideraba que una tarea era cualquier actividad propuesta por el profesor que el estudiante debe hacer en casa.

El segundo insumo del mes de abril surge también en el seminario DDC, a partir de la reflexión pedida por la docente en la cual me pedía que, después de haber leído documentos acerca de diseño de tareas y estar involucrado en seminarios que habían pretendido que me cuestionara sobre mi conocimiento profesional y su relación con mi práctica docente, ¿cuáles relaciones de las explicitadas anteriormente empiezo a problematizar teniendo en cuenta lo visto hasta el momento en la MDM? El insumo es un fragmento de la reflexión:

“(…) la cuestión de prever las posibles soluciones de la tarea y cómo mediarlas durante la clase. Considero que este elemento parece obvio y en teoría siempre se tiene en mente, pero cuando se es docente en ejercicio hay dos factores que hacen que ese principio pueda perderse de vista. La primera es que muchas veces las tareas que se proponen a los estudiantes son obvias, por lo cual no hay necesidad de pensar en diversas formas de solucionarlas y la segunda porque uno tiene una meta clara y dirige las discusiones para que se llegue a esa meta, desaprovechando los pensamientos emergentes distintos que surgen en las clases.”

A partir de este fragmento construyo un nuevo conocimiento para mí sobre el elemento tareas, relativo al aspecto posibles soluciones de una tarea, específicamente el asunto referido a cuándo el profesor no ha tenido en cuenta las posibles respuestas que pueden surgir a una tarea para planear su clase. En el nuevo conocimiento, hay dos situaciones en las cuales puedo identificar lo anterior: la primera, cuando las tareas se

resuelven de manera inmediata (las llamo obvias) y no generan que los estudiantes den procedimientos o respuestas distintas, y la segunda, al momento que el profesor dirige la discusión sobre la solución de la tarea, conduce a los estudiantes a la respuesta que él quiere, y previó desde la planeación, de forma tal que no se consideran pensamientos distintos.

El tercer insumo del mes de abril también surge en el seminario DDC, es mi respuesta a la tarea tres de la sesión de abril 25, en la cual debía proponer principios para diseñar y analizar tareas para favorecer la argumentación. Esta propuesta la elaboré basado en los documentos de Gómez et al. (2018), Lin et al. (2012), Morselli (2013), Simon (2013) y Zaslavsky et al. (2012). El insumo son los principios que propuse, en los cuales describo lo que se debe tener en cuenta sobre el contexto, el contenido, el enunciado, el recurso y la implementación.

A partir de este insumo complemento mi conocimiento sobre el elemento tareas relativo al aspecto análisis de instrucción. Mi conocimiento anterior, evidenciado a partir del segundo insumo del mes de febrero, es que para diseñar una tarea cualquiera debe haber un análisis de instrucción previo que considere los siguientes elementos: requisitos, meta, formulación y materiales y, dependiendo de la situación, agrupamiento, interacción y temporalidad. La complementación es que además de considerar un análisis de instrucción previo, conocimiento referenciado en Gómez et al. (2018), puedo construir principios para diseñar y analizar tareas que favorezcan procesos particulares, como en el caso de este insumo, para favorecer la argumentación, basado en bibliografía.

Elaborar la tarea de la cual surge el tercer insumo me cuestiona, porque a pesar de haber construido conocimiento sobre el diseño y gestión de tareas, no sé si este conocimiento es suficiente, por eso me pregunto:

¿Qué elementos debo tener en cuenta para diseñar y analizar una tarea?

¿Qué papel juegan los errores y dificultades que puedan tener los estudiantes en este diseño?

El cuarto insumo del mes de abril surge en la Versión del anteproyecto que realicé para el 12 de abril, específicamente en la construcción que hago del problema de mi trabajo de grado, bajo el título Delimitación del problema. El insumo es fragmento de una

afirmación que hago relativa a una necesidad personal sobre mí conocimiento. La afirmación es la siguiente:

“(…) Lo estudiado hasta el momento, me ha mostrado que “poner muchos ejemplos” no es la mejor vía para favorecer la argumentación, pero sí se pueden tener rasgos comunes con la argumentación inductiva, por esto considero necesaria la reflexión sobre ¿Cómo determinar si un ejercicio aporta al desarrollo de argumentos, teniendo en cuenta lo que quieren lograr los docentes, de tipo inductivo?”

En este fragmento evidencio un nuevo conocimiento sobre el elemento argumentación referente al aspecto tipos de argumentos, en relación con el asunto argumentos de tipo inductivo: Una manera que no es efectiva para favorecer la argumentación inductiva en el aula es “poner muchos ejemplos”, pero puede haber rasgos comunes entre realizar varios ejercicios y la argumentación inductiva, ya que de manera implícita se consideran muchos ejercicios como una serie de datos. Esta es el elemento inicial de la estructura de los argumentos de tipo inductivo, según lo que evidencié como mi conocimiento sobre el aspecto tipos de argumentos en el segundo insumo del mes de febrero.

Aunque ya he construido conocimiento relativo al aspecto tipos de argumentos sobre el elemento argumentación, me percaté a partir de la afirmación del cuarto insumo que aún no tengo cuidado al usar el término “inducir”, debido a que no lo diferencio de los demás términos relacionados con los tipos de argumentos abductivo, deductivo.

El nuevo conocimiento que construí a partir de este cuarto insumo y la reflexión anterior, me cuestionan sobre la importancia de determinar si un ejercicio genera ciertos tipos de argumentos o no. Por esto me surge la siguiente inquietud:

¿Cómo determinar si un ejercicio aporta al desarrollo de argumentos, teniendo en cuenta lo que quieren lograr los docentes, de tipo inductivo?

El quinto insumo del mes de abril surge en la Versión del anteproyecto de abril 24, específicamente en la parte de la Delimitación del problema donde referencié el texto de Lin et al. (2012a) sobre el conocimiento del profesor. El insumo el siguiente fragmento:

“(…) cuando a los profesores se les proporcionan tareas que fomentan la argumentación, la implementación de la parte argumentativa de la actividad no necesariamente es evidente (Lin et al., 2012)”.

En el fragmento evidencio un nuevo conocimiento que construyo sobre una posible relación entre los elementos tareas y argumentación: una falencia al momento de implementar una tarea que fomente la argumentación en el aula es que los aspectos argumentativos de la misma no son evidentes en el aula. Es importante destacar que es la primera vez que evidencio que un nuevo conocimiento es relativo a la relación entre dos elementos. Aun cuando evidencio nuevo conocimiento sobre dicha relación entre los elementos tareas y argumentación, no sé si puedo evidenciarla en el aula de clase, por lo que me cuestiono sobre la existencia de los acuerdos que puedo construir como docente para fomentar la argumentación en el aula. Mi pregunta es la siguiente:

¿Cuáles son los posibles acuerdos que se pueden construir en el aula y con otros docentes sobre argumentación, argumentos?

Al terminar el mes de abril, el cambio en mi conocimiento sobre el elemento tareas que inició en febrero, se complementa con el surgimiento de nuevo conocimiento relativo al aspecto características de una tarea, en tanto concibo la existencia de 3 características nuevas para una tarea, una de las cuales era una noción reportada en febrero. Sobre el mismo elemento, me surge un nuevo conocimiento relativo al aspecto posibles soluciones, y se complementa mi conocimiento relativo a los aspectos diseño y gestión. También me surgen dos nuevos conocimientos, uno sobre el elemento argumentación relativo al aspecto tipos de argumentos, en relación con el asunto argumentos de tipo inductivo, y otro respecto a una posible relación que encuentro entre los elementos tareas y argumentación.

En mayo surge un único insumo en la Versión del anteproyecto elaborada para mayo 3, específicamente en la sección Delimitación del problema. En esta escribo una reflexión que complementa la afirmación del cuarto insumo del mes de abril, que decía que una manera que no es efectiva para favorecer la argumentación inductiva en el aula es “poner muchos ejemplos”, pero puede haber rasgos comunes entre realizar varios ejercicios y la argumentación inductiva. El insumo es la reflexión realizada, parte de esta es el siguiente fragmento:

“(…) También me ha alertado sobre la necesidad de tener un uso cuidadoso de términos como “deducir”, “inducir” y “argumentar resultados” y me ha mostrado que el diseño de tareas es un asunto complejo que requiere un análisis detallado para saber si aporta al desarrollo de argumentos, particularmente inductivos.”

En este fragmento evidencio un nuevo conocimiento para mí sobre el elemento argumentación relativo al aspecto tipos de argumentos, ya que me surge la necesidad de diferenciar los términos “inducir”, “deducir” y “argumentar resultados” y hacer uso correcto de los mismos en los discursos como docente. Este conocimiento se relaciona con el expuesto en el cuarto insumo del mes de abril, ya que no tenía cuidado al usar el término “inducir”, pero ya tengo la necesidad de diferenciarlo respecto a otros términos relacionados con el elemento argumentación.

A partir de la reflexión, me cuestiono sobre la diferencia que pueden tener los términos “inducir” y “deducir”, tanto para mí como para mis compañeros de trabajo. La duda la escribo de la siguiente forma:

¿Cuál es la diferencia entre “inducir”, “deducir”, “argumentar resultados” para mí y para mis compañeros de trabajo?

Al finalizar el mes de mayo, me surge un nuevo conocimiento sobre el elemento argumentación relativo al aspecto tipos de argumentos, por lo que se relaciona con el nuevo conocimiento que me surgió a partir del cuarto insumo del mes de abril, pero en esta ocasión se refiere a que encuentro términos que debo diferenciar en mi discurso.

En el mes de junio, los primeros seis insumos surgen en el producto de la tarea final conjunta entre los dos seminarios PME y DDC, que realicé en grupo con dos compañeros más. Específicamente, los tres primeros insumos surgen en las respuestas al punto 1 de la tarea, los insumos cuarto y quinto en la respuesta al punto 3 y el sexto insumo en la respuesta al punto 5. Describo a continuación en qué consiste cada uno de los insumos y lo que ellos evidencian de mi conocimiento.

El punto 1 de la tarea final consistía en elegir un problema de un libro de texto y a partir de él responder a varios ítems. El primer insumo surge en la respuesta al primer ítem que, suponiendo que se iría a aplicar el problema en la institución donde trabajaba, pedía elaborar la caracterización de su población. El insumo es el siguiente fragmento:

“Los estudiantes acostumbran a hacer procesos de exploración usando regla y compás; ejercicios donde deben encontrar, haciendo uso de lo visto en clase, medidas de lados o ángulos desconocidos; procesos de medición y verificación usando las herramientas de la clase”

En el fragmento encuentro implícita la aplicación del conocimiento que había construido en el mes de febrero (evidenciado por el segundo insumo) sobre el elemento tareas, relativo al aspecto análisis de instrucción, en relación con el asunto requisitos. Ello porque los procedimientos previos que manejan los estudiantes para abordar una situación problema sin usar EGD, para mí hacen parte de la caracterización de la población porque al hacerla consideré los requisitos que debe tener un estudiante para resolver una tarea, según el análisis de instrucción para diseñar y gestionar tareas. Dicha caracterización hace parte de analizar los requisitos, asunto correspondiente al aspecto análisis de instrucción.

El segundo insumo surge en la respuesta a otro ítem del punto 1 de la tarea final, que, bajo la misma suposición de la aplicación del problema, pero ahora con GeoGebra, pedía escribir consideraciones sobre el uso de este software, específicamente sobre el acceso que los estudiantes tendrían a él y lo que sabrían hacer con él. El insumo es la siguiente afirmación:

“Cada estudiante tiene acceso a computador o Tablet para trabajo de forma individual o en parejas. El software que se utiliza es GeoGebra.

Los entornos de geometría dinámica se han usado para verificar las conjeturas a las que llegan los estudiantes en sus exploraciones usando regla y compás.

Los estudiantes saben:

- Ubicar y arrastrar puntos
- Construir segmentos, rectas, polígonos regulares
- Medir segmentos y ángulos”

En esta afirmación encuentro implícitas dos aplicaciones de mi conocimiento construido hasta el momento: En la primera, que se refiere al conocimiento construido en el mes de febrero (evidenciado por el segundo insumo) sobre el elemento tareas, describo qué herramientas de GeoGebra saben usar los estudiantes, como parte del asunto análisis del recurso relativo al aspecto análisis de instrucción; y en la segunda aplicación, que se refiere al conocimiento construido en el mes de marzo (evidenciado por el tercer insumo) sobre el

elemento EGD relativo al aspecto uso, consideraba que algunas herramientas del programa que permiten el arrastre y medir segmentos y ángulos pueden ser usadas para explorar y verificar conjeturas.

El tercer insumo surge en la respuesta a otro ítem del punto 1, en el cual pedía establecer como suposición los argumentos que podrían surgir cuando los estudiantes resuelvan el problema que escogí del libro de texto. El insumo es el siguiente fragmento de mi respuesta:

“Argumentos Abductivos: Tomando como ejemplo la situación 1, se espera que el estudiante parta de la aserción (paralelogramo con todos los ángulos rectos) para comprobar lo dado (un paralelogramo con un ángulo recto) (...).”

En el fragmento evidencio la aplicación de mi conocimiento que había construido en el mes de marzo (evidenciado por el primer insumo), sobre el elemento argumentación relativo al aspecto tipos de argumentos, en relación con el asunto argumentos de tipo abductivo, porque relaciono la estructura de un argumento de tipo abductivo (se espera que el estudiante parta de la aserción para comprobar lo dado) con las posibles soluciones de un problema.

El punto 3 de la tarea final consistía en plantear una meta general que apunte a todos los aspectos (objetos primarios, procesos matemáticos y habilidades del estudiante) establecidos en la respuesta al punto 2 de la tarea para el problema del libro de texto elegido, y con base en dicha meta modificar el problema para implementarlo usando un. El cuarto insumo surge en la respuesta del planteamiento de la meta general, para la cual decidimos establecer varias metas porque una sola no alcanzaba a abarcar todo lo necesario. El insumo es el siguiente fragmento:

“Promover la argumentación abductiva por medio de una situación en la que los estudiantes deben explorar la propiedad que deben cumplir las diagonales de un cuadrilátero para garantizar que sea un paralelogramo. Esta exploración se hace de manera ‘inversa’ al argumento deductivo: el estudiante asegura que el cuadrilátero sea un paralelogramo, para luego revisar las características de sus diagonales”

En el fragmento evidencio una ampliación en mi conocimiento sobre el elemento argumentación relativo al aspecto tipos de argumentos. Antes, el conocimiento que había construido en el mes de marzo (evidenciado en el primer insumo) era una definición de

argumentos de tipo abductivo y deductivo, y ahora comienzo a identificar formas de promover este tipo de argumentos en los estudiantes, que son:

3. El proceso para promover argumentos de tipo abductivo por medio de una tarea puede ser: Explorar las propiedades que deben cumplir elementos de una figura geométrica (en este caso, las diagonales) para garantizar que sea un paralelogramo.
4. El proceso (de manera intrínseca) para promover argumentos de tipo deductivo por medio de una tarea puede ser: El estudiante parte de la figura geométrica para luego comprobar las propiedades de los elementos de una figura.

Estas formas de promover diferentes tipos de argumentos en los estudiantes también constituyen un nuevo conocimiento que emerge en mí sobre el elemento tareas relativo a los aspectos diseño y gestión. Surge al ser la primera vez que propongo tareas que promuevan los tipos de argumentos abductivo y deductivo que definí en el mes de marzo (evidenciado en el primer insumo).

El quinto insumo surge en la modificación hecha al problema escogido del libro de texto, para implementarlo usando un SGD y que permitiera que los estudiantes alcanzaran las metas propuestas. El insumo es el enunciado modificado del problema:

“Dados los \overline{AC} y \overline{BD} , tal que su intersección es un punto E . ¿Qué condiciones debe cumplir el punto E para que el $\square ABCD$ sea un paralelogramo?

- Describe los pasos de la construcción en GeoGebra.
- Realiza y reporta una exploración de los objetos geométricos.
- Formula una conjetura que responda a la pregunta planteada en el problema.
- Explica por qué consideras que es válida”.

En el enunciado propongo un ejemplo de una estructura distinta de una tarea usando GeoGebra que puede tener el siguiente orden:

3. Enunciado con los objetos geométricos que debe construir el estudiante en el software. Luego se realiza la pregunta que tiene que responder el estudiante.
4. Pasos secuenciados para que el estudiante logre responder a la pregunta, en la que se solicita: descripción de la construcción, reporte de exploración, conjetura y posible validación de esta justificación.

Esta estructura distinta de tarea complementa mi conocimiento sobre el elemento tareas relativo al aspecto diseño, referido específicamente a la estructura con la que se diseña una tarea. Ello fue una modificación de mi conocimiento en el mes de febrero (evidenciado en el tercer insumo), que resultó en que hay varias maneras en las que se puede estructurar una tarea usando GeoGebra con diferentes instrucciones, y la estructura distinta mencionada es la cuarta de las tres construidas en ese momento.

El punto 4 de la tarea final solicitaba que los autores de esta y compañeros del área de matemáticas de las instituciones donde trabajábamos resolviéramos el problema modificado obtenido del punto 3. Utilizando dichas resoluciones, uno de los ítems del punto 5 de la tarea final consistió en hacer una reflexión al respecto de la pregunta ¿qué posibles argumentos se generaron en la solución de la tarea propuesta? El sexto insumo surge en la respuesta de dicha reflexión, es el siguiente fragmento:

“(…) En cuanto a las posibles soluciones de los profesores, hay dos situaciones: la primera, los profesores generan argumentos de tipo abductivo similar a los que generan los estudiantes para resolver el problema, sin ninguna instrucción adicional; la segunda, los profesores desean resolver la situación a partir de argumentos de tipo deductivo, esto es, no hay otra manera de abordar este problema sin una demostración dentro de un sistema axiomático (…).”

En este fragmento evidencio que construí dos nuevos conocimientos. El primero, sobre el elemento argumentación relativo al aspecto tipos de argumentos, porque reconozco que un argumento de tipo deductivo que puede surgir en la solución de una tarea propuesta se asocia a la demostración dentro de un sistema axiomático. El segundo, sobre el elemento tareas relativo al aspecto gestión, porque reconozco que la gestión del profesor al plantear la tarea propuesta puede estar relacionada con el surgimiento de argumentos de tipo abductivo y deductivo en las soluciones. Estos dos nuevos conocimientos me hacen darme cuenta de que puede haber una relación entre las instrucciones de una tarea y la mediación del profesor para generar argumentos de tipo abductivo y deductivo, pero no es clara para mí esta relación.

El séptimo insumo del mes de junio surge en la Versión final del anteproyecto entregada el 6 de junio, en el contenido del subtítulo “aproximación inicial al marco de

referencia”, en el cual expreso lo que entiendo por el término “tarea” con base en un autor, por lo que es un conocimiento referenciado. El insumo es la siguiente afirmación:

“Asumo el término “tarea”, según lo expuesto por Gómez et al. (2018) como aquellas tareas de aprendizaje que propone el profesor con el fin de brindar oportunidades a los estudiantes para que logren sus expectativas de aprendizaje, y superen las posibles limitaciones que ellos tendrán.”

En esta afirmación consolido mi conocimiento sobre el elemento tareas a través de la definición que hago explícito de este elemento.

Al finalizar el mes de junio, apliqué y complementé mi conocimiento evidenciado en el mes de febrero sobre el elemento tareas, relativo a los aspectos análisis de instrucción, gestión y diseño, además construí nuevo conocimiento sobre este último aspecto. También apliqué conocimientos evidenciados en el mes de marzo sobre el elemento argumentación relativo al aspecto tipos de argumentos, sobre el elemento tareas relativo a los aspectos diseño y gestión y sobre el elemento EGD relativo al aspecto uso. Adicional a esto, consolidé una definición referenciada sobre el elemento tareas.