



**Secuencia Didáctica para el Desarrollo y Fortalecimiento de Conocimientos Espaciales y
Geométricos en Grado Tercero**

Jheimy Liced Moreno Triana y Edith Johana Mojica Gómez

Universidad Pedagógica Nacional

Facultad de Educación

Departamento de Psicopedagogía

Licenciatura en Educación Básica primaria



Secuencia Didáctica para el Desarrollo y Fortalecimiento de Conocimientos Espaciales y Geométricos en Grado Tercero

Jheimy Liced Moreno Triana y Edith Johana Mojica Gómez

Trabajo para optar el título de Licenciadas en Educación Básica Primaria

Asesora Dra. Claudia Salazar Amaya

Bogotá, D.C. 01 agosto de 2024

Universidad Pedagógica Nacional

Facultad de Educación

Departamento de Psicopedagogía

Licenciatura en Educación Básica primaria

Agradecimientos.

A nuestras familias, Moreno Triana y Mojica Gómez por entender que para lograr esta meta era necesario su apoyo y sacrificio.

A la universidad Pedagógica Nacional por brindarnos los saberes necesarios para poder desarrollar este trabajo y aportar a nuestra labor docente.

A la doctora Claudia Salazar Amaya por sus orientaciones, compromiso y disposición como guía de este trabajo.

A la comunidad educativa de la institución educativa Liceo Nuevos Horizontes perteneciente al Distrito de Bogotá por abrirnos las puertas y permitirnos los espacios para la aplicación de la secuencia didáctica.

A los estudiantes de grado tercero de la institución educativa Liceo Nuevos Horizontes por participar activamente en esta investigación, cada una de sus sonrisas y experiencias hicieron que el resultado valiera la pena.

Tabla de contenido

INTRODUCCIÓN	1
Capítulo 1. Planteamientos iniciales de la propuesta	3
1.1. Contexto en el que se implementa la propuesta	3
1.2 Motivaciones y problemáticas identificadas	4
1.3 Pregunta orientadora	10
1.4 Objetivos de la propuesta	11
1.4.1. Objetivo general	11
1.4.2. Objetivos específicos para el diseño, implementación y evaluación de la propuesta ...	11
Capítulo 2. Posicionamiento para el diseño, implementación y evaluación de la propuesta	12
2.1. Conceptos de referencia	12
2.1.1. Dimensiones del desarrollo del mapa pedagógico institucional y su relación con las dimensiones del aprendizaje.	12
2.1.2. Dimensión práxica en relación con los conocimientos espaciales y geométricos.....	15
2.1.3. Dimensión cognitiva en relación con los conocimientos espaciales y geométricos.	20
2.1.4. Dimensión socio – afectiva en la clase de matemáticas	29
Capítulo 3. Secuencia didáctica	32
3.1. Población a la que está dirigida la secuencia	33
3.2. Diseño de la secuencia didáctica.....	34
3.3. Consideraciones de las mediaciones del docente en la implementación de la secuencia .	45
Capítulo 4. Evaluación de la implementación de la secuencia didáctica	49
4.1. Sistematización de los resultados de la implementación de la secuencia	49
4.1.1. Recolección de la información	50
4.1.2. Tabulación de la información.....	50
4.1.3. Depuración, fragmentación e integración de la información	50
4.1.4. Fragmentación e integración de la información	52
4.2. Análisis de los resultados de la implementación de la secuencia	54
4.2.1.1. Dimensión práxica	54
4.2.1.2. Dimensión cognitiva	60
4.2.1.3. Dimensión socio-afectiva	63
4.2.2. Resultados sobre las mediaciones del maestro en la implementación de la secuencia ..	69
4.3 Conclusiones	72
Capítulo 5. Reflexión pedagógica a partir del diseño, implementación y evaluación de la secuencia didáctica	75
Referencias.....	78
Anexos.....	81

Índice de ilustraciones

Ilustración 1. <i>Texto instructivo 1</i>	55
Ilustración 2. <i>Texto instructivo de Angela</i>	55
Ilustración 3. <i>Comprobación texto instructivo</i>	56
Ilustración 4. <i>Obra de arte "En la radio hay un pollito"</i>	57
Ilustración 5. <i>Obra de arte "El bayle del enojo"</i>	58
Ilustración 6. <i>Obra de arte "La noche colorida"</i>	59
Ilustración 7. <i>Texto instructivo y obra "Comedians Handbill"</i>	60
Ilustración 8. <i>Analizando la obra "Comedians Handbil"</i>	62
Ilustración 9. <i>Diálogo estudiantes</i>	63
Ilustración 10. <i>Diálogo con docente</i>	64
Ilustración 11. <i>Diálogo estudiante y docente</i>	64
Ilustración 12. <i>Evidencia actividad trabajo de las emociones</i>	65
Ilustración 13. <i>Diálogo docente y estudiante</i>	66
Ilustración 14. <i>Diálogo estudiante y docente</i>	66
Ilustración 15. <i>Diálogo pintura Bailando por el miedo</i>	67
Ilustración 16. <i>Autorretrato</i>	68
Ilustración 17. <i>Diálogo del mayor tesoro de la familia</i>	68
Ilustración 18. <i>Fotografía video y trabajo colaborativo</i>	69
Ilustración 20 <i>Diálogo de estudiante y docente</i>	70
Ilustración 21. <i>Evidencia de laberintos plastificados</i>	70
Ilustración 22. <i>Comprobación de texto instructivo</i>	71
Ilustración 23. <i>Trabajo colaborativo</i>	72

Índice de figuras.

Figura 1 <i>Resultados prueba diagnóstica</i>	9
Figura 2. <i>Interrelación entre las vías del saber, dimensiones del desarrollo y dimensiones del aprendizaje</i>	13
Figura 3. <i>Tipo de lugar geométrico</i>	23
Figura 4 <i>Orden de lugar geométrico</i>	23
Figura 5. <i>Tipo de conexión entre elementos</i>	24
Figura 6. <i>Invariantes topológicas</i>	25
Figura 7. <i>Propiedades proyectivas</i>	25
Figura 8. <i>Referencia según la posición del objeto</i>	26
Figura 9. <i>Referencia según la posición del objeto u otro objeto orientado</i>	27
Figura 10. <i>Referentes múltiples</i>	27
Figura 11. <i>Propiedades métricas</i>	29

Índice de tablas

Tabla 1. <i>Correspondencia entre el PEI, vías del saber y dimensiones del desarrollo.</i>	5
Tabla 2. <i>Ejes conceptuales desde transición a tercero.</i>	6
Tabla 4. <i>Secuencia didáctica, sesión 1.</i>	36
Tabla 5. <i>Secuencia didáctica, sesión 2.</i>	40
Tabla 6. <i>Secuencia didáctica, sesión 3.</i>	42
Tabla 7. <i>Secuencia didáctica, sesión 4.</i>	44
Tabla 8. <i>Codificación de evidencias</i>	50
Tabla 9. <i>Agrupación de datos recolectados en cada una de las sesiones.</i>	51
Tabla 10. <i>Fragmentación e integración de la información.</i>	52

INTRODUCCIÓN

Esta secuencia didáctica surge como respuesta a la oportunidad que brinda la práctica pedagógica en el aula, para transformar los paradigmas educativos en la enseñanza de las matemáticas. De igual manera se reconoce que algunos docentes consideran esta área de difícil manejo debido a la percepción negativa que tienen algunos estudiantes, quienes a menudo ven las matemáticas como una materia complicada y poco agradable, asociada con emociones e imaginarios negativos tanto en el entorno escolar como fuera de él. La secuencia didáctica en mención implicó diseñar, implementar y evaluar diferentes actividades, las cuales contribuyen al fortalecimiento del conocimiento espacial y del geométrico y así privilegiar la geometría topológica y proyectiva, aunque es innegable que también aparecen aspectos de la geometría euclidiana. Las actividades se diseñaron a partir de referentes conceptuales sobre competencias propias de las matemáticas y su integración con las dimensiones del desarrollo (cognitiva, práxica y socioafectiva) propuestas en el mapa pedagógico del Liceo Nuevos Horizontes. En la secuencia se relacionan algunos aspectos no solo de los componentes de conocimiento conceptual y procedimental del conocimiento espacial y geométrico sino también de la parte socioafectiva de los estudiantes, así como aspectos acerca de la intervención del docente en el aula para la consecución del aprendizaje de los estudiantes de manera integral.

La formulación de esta propuesta de secuencia didáctica se lleva a cabo para contribuir en la solución de una debilidad identificada y documentada en la investigación, que corresponde al olvido de otros tipos de geometría, por ejemplo la proyectiva o topológica, que fundamentan la construcción del espacio (Chamorro, 2005) y a la poca importancia que se le da a la geometría en los planes de estudio, ya que la enseñanza de las matemáticas escolares en su mayoría se centra en el pensamiento numérico y deja atrás la importancia que tiene el pensamiento geométrico y el espacial. La secuencia didáctica se dirige e implementa con estudiantes de tercer grado de primaria del Liceo Nuevos Horizontes, institución privada, ubicada en Bosa, Bogotá. El tipo de actividades propuestas también tienen la intención de contrarrestar las prácticas de enseñanza que privilegian la transmisión de conocimientos y procedimientos de manera memorística. Por último, esta propuesta de actividades pretende abandonar la idea del estudiante exclusivamente como sujeto cognitivo y proponer una alternativa al poco interés que se le da a la parte actitudinal y dialógica en las actividades que desarrollan los estudiantes y las emociones que pueden surgir en el proceso.

En cuanto a la estructura del trabajo se organiza en cinco capítulos. El primer capítulo describe las motivaciones y los argumentos iniciales que justifican la realización del presente trabajo. En seguida se presentan los objetivos de la secuencia didáctica, los cuales permiten establecer la ruta para el desarrollo de esta propuesta de trabajo de grado. En el segundo capítulo se define el posicionamiento para el diseño, la implementación y la evaluación de la secuencia didáctica, en este se tienen en cuenta los conceptos de referencia que se organizan en dos (2) categorías, en la primera categoría se encuentran las dimensiones del desarrollo del Liceo Nuevos Horizontes en relación con las dimensiones del aprendizaje de Delors (1996), aprender a conocer, aprender a hacer, aprender a convivir y aprender a ser; y en la segunda categoría se expone la relación de las dimensiones del desarrollo cognitiva, práxica y socio-afectiva en relación con los conocimientos espaciales y geométricos en los niños, en esta categoría se abordan subcategorías de la siguiente manera a) Dimensión cognitiva en relación con los conocimientos espaciales y geométricos b) Dimensión práxica en relación con los conocimientos espaciales y geométricos y c) Dimensión socio-afectiva y la educación emocional en la clase de matemáticas.

El tercer capítulo aborda la secuencia didáctica como tal, se define qué es, para qué y cómo se diseña, menciona la población a la cual va dirigida y presenta las actividades junto con los objetivos para cada una de las cuatro sesiones creadas. En la parte final de este capítulo se presentan algunos aspectos a considerar para la implementación de la secuencia.

En el cuarto capítulo se evalúa la implementación de la secuencia didáctica. Tal evaluación se llevó a cabo con una adaptación metodológica construida a partir de referentes de la investigación cualitativa, desde los cuales se proponen unas fases para poder sistematizar y analizar la información: la primera es la sistematización de la información mediante la recolección, tabulación y fragmentación de los productos obtenidos; luego se analizó la información con lo más relevante de las categorías que corresponden a las dimensiones del desarrollo y las mediaciones del docente. Por último, se presentan las conclusiones referentes a la implementación de la secuencia didáctica.

En el quinto capítulo se realiza el cierre a manera de reflexión pedagógica, que permite visualizar los alcances del trabajo, pero sobre todo el impacto logrado a nivel institucional, profesional y educativo.

Capítulo 1. Planteamientos iniciales de la propuesta

1.1. Contexto en el que se implementa la propuesta

La propuesta de la secuencia didáctica se implementa en la ciudad de Bogotá, capital de Colombia, en el barrio San Martín de la localidad de Bosa, al sur occidente de la ciudad, en el Liceo Nuevos Horizontes. Según la licencia de aprobación N° 3775 del 12 de diciembre de 2003 emanada por la secretaria de educación de Bogotá, el Liceo es una institución educativa de carácter privado y mixta que cuenta con todos los niveles de educación desde preescolar hasta la media académica y funciona en jornada única (Liceo Nuevos horizontes, 2023, p.47). El Liceo Nuevos Horizontes tiene un enfoque pedagógico basado en tres componentes: social, cognitivo y dialogante con el fin de estimular la actitud crítica en los estudiantes, fomentar espacios argumentativos donde se tenga en cuenta el diálogo, para lograr la sana convivencia e integración hacia una sociedad pacífica, tolerante y justa.

El Liceo Nuevos Horizontes en su propuesta pedagógica y de formación “concibe la educación como un espacio para el desarrollo personal, que integra la formación de procesos de pensamiento, reflexión y afecto” (Liceo Nuevos horizontes, 2023, p.45), brinda al estudiante las herramientas intelectuales para discernir sobre su vida y comprender su realidad inmediata, siendo competente frente a cada situación que se presenta en su vida cotidiana. Por otra parte, una de las características del énfasis del Liceo es la comunicación, ya que es dialógica, debido a que permite el intercambio entre diferentes ramas del conocimiento y el entorno conformado por sujetos que se relacionan entre sí y que están en constante comunicación. En sus aspectos misionales (tomado de <https://liceonuevoshorizontes.edu.co/about-us/>) respecto a su población expresa que es “una población diversa y multiétnica, la mayoría ubicada en los estratos 1 y 2, con una necesidad de fortalecer la riqueza mental a través de la educación como una posibilidad de consolidar un proyecto de vida que permita superar los niveles de discriminación y pobreza existentes en ellas, signos que impiden el desarrollo humano” (p.2).

Por último, la población con la que se desarrolla esta secuencia didáctica son 29 estudiantes de grado tercero E. Es un grupo mixto, formado por 16 niñas y 13 niños, de edades entre 8 y 9 años, algunos son vecinos, otros conocidos desde los primeros años de escolaridad y unos ingresaron como estudiantes nuevos a este grado. A nivel social, los docentes que orientan asignaturas en este curso perciben empatía entre ellos, consideran que son estudiantes alegres, amistosos, solidarios y participativos en el desarrollo de las diferentes actividades escolares. Basándose en el directorio familiar del director de curso, se evidencia que este grupo lo conforman

22 núcleos familiares, la mayoría pertenecientes al estrato socioeconómico dos. La mayoría de las familias son tradicionales, es decir, los estudiantes conviven solo con sus padres y hermanos en algunos casos, también se evidencia que hay familias monoparentales, en este sentido algunos estudiantes viven solo con la madre y una minoría son extensas, pues algunos estudiantes conviven con abuelos, tíos y primos. Las familias cuentan con los servicios públicos básicos y de sanidad, además algunos tienen acceso a red de internet y servicios de conectividad en los hogares.

1.2 Motivaciones y problemáticas identificadas

Las motivaciones que promueven el diseño, implementación y evaluación de esta secuencia didáctica como trabajo de grado son de diferente naturaleza, pero están relacionadas entre sí: motivación personal, motivación en el contexto institucional y motivación en el contexto de la educación matemática en la básica primaria.

La motivación personal es culminar con éxito nuestros estudios como licenciadas en educación básica primaria. Comprendemos la importancia, en nuestra trayectoria de formación, de desarrollar competencias profesionales para: la investigación, la escritura académica, la comunicación y socialización de resultados de procesos académicos a la comunidad. Reconocemos que la elaboración de un trabajo de grado promueve estas competencias y aporta al crecimiento personal y profesional, por cuanto también permite la aplicación de lo aprendido en pro de mejorar la enseñanza de las matemáticas.

La motivación en el nivel institucional es aportar al desarrollo curricular del Liceo Nuevos Horizontes con el diseño de una secuencia didáctica que atienda al mapa pedagógico¹ definido por la institución. La secuencia didáctica se diseña para la clase de matemáticas teniendo en cuenta las finalidades y metas educativas del Liceo. Por lo anterior, es necesario explicitar algunos elementos del enfoque de la institución. En primer lugar, se debe decir que adopta un enfoque social-cognitivo y dialogante como una opción para incentivar la pedagogía crítica y adaptarla a las necesidades del Liceo según las particularidades de su población. De esta forma, el desempeño de los estudiantes se comprende como una relación triádica² entre las dimensiones del desarrollo

¹ El término mapa pedagógico es acuñado en el documento que presenta la filosofía institucional y se refiere a la explicitación del enfoque pedagógico, los campos de pensamiento y las dimensiones de esos campos.

² El término relación triádica es acuñado en los documentos institucionales del Liceo Nuevos horizontes (Liceo Nuevos Horizontes, 2023, p. 49) para referirse a las interacciones y relaciones entre las tres dimensiones de desarrollo que se configuran en los procesos de enseñanza y aprendizaje.

cognitiva, prática y socio-afectiva, como se expone en el manual de convivencia del Liceo Nuevos horizontes. A continuaci3n, se presenta la definici3n de las dimensiones:

La dimensi3n cognitiva (apropiaci3n de los escenarios y referentes del conocimiento que interactun en la búsqueda de alternativas ante una situaci3n problemática), la dimensi3n prática (el saber hacer haciendo desde las prácticas de aprendizaje en el aula) y la dimensi3n socio-afectiva (corresponde al ser que siente y es afectado como persona y ciudadano, que requiere encontrar una correspondencia entre el conocimiento y el mundo cotidiano). (Liceo Nuevos Horizontes, 2023, p. 45).

Por tal motivo el plan de estudios del Liceo, basado en la triada “pensamiento, diálogo y acci3n” pretende desarrollar capacidades en el estudiante que lo comprometa con su formaci3n para el futuro. Esto implica tener en cuenta en la evaluaci3n, tanto de procesos convivenciales como académicos, las tres vías del saber³ y las dimensiones del desarrollo. La siguiente tabla muestra como el Liceo Nuevos Horizontes plantea una correspondencia entre los elementos fundamentales del PEI, las vías del saber y las dimensiones.

Tabla 1.

Correspondencia entre el PEI, vías del saber y dimensiones del desarrollo.

Elementos fundamentales del PEI	Vía del saber	Dimensi3n del desarrollo
Pensamiento	Saber conocer	Cognitiva
Diálogo	Saber vivir con los demás	Socio-afectiva
Acci3n	Saber hacer	Prática

Fuente. Elaboraci3n propia.

Se debe agregar que la instituci3n plantea para los procesos académicos y convivenciales unos criterios de evaluaci3n que se fundamentan en las tres dimensiones: cognitiva, prática y socioafectiva. En cada área y asignatura se debe evaluar, en los cuatro periodos académicos, los tres indicadores de desarrollo que surgen de las dimensiones. Estos indicadores caracterizan el desempeño de los estudiantes y se constituyen en evidencias de las vías del saber en el proceso enseñanza–aprendizaje: saber conocer, saber hacer y saber vivir con los demás.

³ El término vías del saber es acuñado en el documento “conceptos y mecanismos de evaluaci3n en las diversas etapas del desarrollo” del Liceo Nuevos Horizontes y hace referencia a las distintas naturalezas del saber: saber conocer, saber vivir con los demás y saber hacer.

Por otra parte, en la estructura curricular del Liceo se consideran distintos campos del pensamiento, estos son: científico; matemático; comunicación, arte y expresión; e investigativo. La institución pretende que existan propuestas de aula transversales entre estos campos. Por tal motivo el contenido específico de esta secuencia didáctica se desarrolla en el área de matemáticas, asignatura que hace parte del campo de pensamiento matemático y se transversaliza con el campo comunicación, arte y expresión, por medio de actividades que favorecen la expresión oral y escrita, además de la elaboración de creaciones artísticas con fines de desarrollar conocimientos matemáticos (específicamente conocimientos espaciales y geométricos).

Ahora bien, la motivación en el contexto institucional para desarrollar este trabajo también obedece a una problemática identificada en el Liceo justamente en la asignatura de matemáticas. En relación con los contenidos de transición a quinto de primaria, revisados en el plan de estudio, nuestras observaciones (que se presentan en párrafos posteriores) coinciden con lo afirmado por Chamorro (2005)

La geometría ha sido, y sigue siendo, la Cenicienta de las Matemáticas. Su enseñanza, casi siempre en el final del programa, se reduce a mínimos; los contenidos enseñados están generalmente mal coordinados con el resto de los aspectos matemáticos, y a menudo solo se incluyen cuestiones de tipo “práctico” (solo en apariencia) donde abundan definiciones y reglas memorísticas. (p.1).

A continuación, se muestra en la tabla el temario curricular de la institución en el área de matemáticas, en la cual se evidencia el privilegio en el desarrollo del pensamiento numérico en los niveles de transición a tercero. Se resalta en color azul los contenidos relativos a la geometría, estos contenidos abarcan de manera superficial los conocimientos espaciales, geométricos y métricos.

Tabla 2.

Ejes conceptuales desde transición a tercero.

CURSO	PRIMER PERÍODO	SEGUNDO PERÍODO	TERCER PERÍODO	CUARTO PERÍODO
Transición	<ul style="list-style-type: none"> -Noción tamaño - noción forma -Noción espacio - noción tiempo -Noción color - noción textura -Figuras geométricas -Clasificación de objetos. -La decena -La docena -Números del 1 al 39 	<ul style="list-style-type: none"> -Clasificación en conjuntos (conjunto lleno –vacío unitario) -Seriación y reconocimiento de patrones -Números del 40 al 89 (por familias) -Mas qué- menos qué, igual a -Introducción a la Adición (la suma, el símbolo) -Figuras geométricas sólidos (cubo, esfera, cono, cilindro, prisma... -Recta numérica 	<ul style="list-style-type: none"> -La sustracción (la resta, el símbolo) -Números del 90 AL 139(familias de números) -La centena -Ubicación en la casita de (unidades, decenas) -Ubicación en la casita de (unidades, decenas y centenas) -Repaso de adición y sustracción -Números antes- después- entre -Secuencia de números 	<ul style="list-style-type: none"> -Números DEL 140 AL 200 (familias numéricas) -Resolución de problemas y análisis con operaciones básicas suma. Resta -El tiempo y el reloj -Repaso de ejercicios de lectura y escritura de números -Repaso de unidades, decenas y centenas. -Metro
1º	<ul style="list-style-type: none"> -Repaso de nociones -Conjuntos (clases de conjuntos) -Pertenece – no pertenece -Números de 1 a 100 -La decena -Repaso Sumas sencillas - Restas sencillas. -Números ordinales -Recta numérica -Líneas abiertas- líneas cerradas -Agrupación de datos 	<ul style="list-style-type: none"> -Figuras geométricas plana -Figuras geométricas sólidos (cubo, esfera, cono, cilindro, prisma... -Relación mayor que – menor que -La centena -Números de 200 a 500 -Adición y sustracción vertical -Adición reagrupando -Sustracción Desagrupando -Clasificación de la información 	<ul style="list-style-type: none"> -Días de la semana, meses del año. -Números de 600 a 700 -Problemas matemáticos -Adición de 3 cifras -Descomposición de números -Adición de 3 cifras reagrupando -Sustracción de 3 cifras -Sustracción de 3 cifras desagrupando -Números de 800 a 900 -Pictogramas -Diagrama de barras 	<ul style="list-style-type: none"> -Números del 1 a 999 -Número 1000 -Solución de problemas -Agrupar – desagrupar -Medidas de longitud (el metro, el decímetro y el centímetro) -Simetría -Medidas de tiempo (el reloj, los minutos, los segundos, La hora en punto, media hora, cuarto de hora) -Plano cartesiano
2º	<ul style="list-style-type: none"> -Conjuntos y sus características. -Operaciones entre conjuntos (contenencia, pertenece – no pertenece) -El calendario. -El reloj: conversión de tiempo. -Números de 1 hasta 2.000. -Mayor, menor e igual que. -Adición y sustracción números tres cifras. -Líneas rectas, curvas, cerradas y abiertas. 	<ul style="list-style-type: none"> -Números hasta 9.999 -Ubicación de unidades, decenas, centenas y unidades de mil. -Adición y sustracción con números de cuatro cifras. -Adición y sustracción con números de cuatro cifras, agrupando y desagrupando -Relación entre la adición y la multiplicación. -Términos de la multiplicación. -Multiplicación por 2 y por 3 -Multiplicación por 4 y por 5 -Multiplicación por 6 y por 7 -Multiplicación por 8 y por 9 -Multiplicación por 0 y por 1 -Múltiplos de un número 	<ul style="list-style-type: none"> -Organizar la información -Conocer las preferencias -Tablas de frecuencia. -Diagramas de barras -Pictogramas -Figuras planas. -Figuras sólidas -Simetría. -Perímetro y área. -Ángulos 	<ul style="list-style-type: none"> -Repartos iguales -Relación entre la multiplicación y la división -Términos de la división. -El metro, el decímetro y el centímetro. -División exacta e inexacta. -Problemas de división. -Solución de problemas.
	<p>CONJUNTOS</p> <ul style="list-style-type: none"> -Definición -Características -Representación -Subconjuntos -Relaciones <p>NÚMEROS ROMANOS</p> <ul style="list-style-type: none"> -Definición 	<p>NÚMEROS NATURALES</p> <ul style="list-style-type: none"> -Multiplicación -Términos -Tablas de multiplicar -Multiplicaciones por 1-2-3 cifras -Propiedades -Solución de problemas 	<p>NÚMEROS NATURALES</p> <ul style="list-style-type: none"> -Problemas con suma -Problemas con resta -Problemas con multiplicación -División -Términos <p>GEOMETRIA</p> <ul style="list-style-type: none"> -Ángulos 	<p>NÚMEROS NATURALES</p> <ul style="list-style-type: none"> -División por 2 cifras -Criterios de divisibilidad -Divisores -Solución de problemas <p>FRACCIONES</p> <ul style="list-style-type: none"> -Noción -Términos

3º	<ul style="list-style-type: none"> -Expresiones NÚMEROS NATURALES -Cantidades de 5-6-7 cifras -Valor posicional -Relaciones de Orden -Adición -Términos -Propiedades -Solución de problemas -Sustracción GEOMETRIA -Figuras -Líneas -Ángulos ESTADISTICA -Datos -Gráficos 	<ul style="list-style-type: none"> -Múltiplos -Números primos GEOMETRIA -Triángulos -Cuadriláteros -Metro -Metro cuadrado -Perímetro -Área ESTADISTICA -Tabulación de datos -Graficas 	<ul style="list-style-type: none"> -Clases de ángulos -Volumen MEDIDAS DE PESO – CAPACIDAD – TIEMPO -Grama -Litro -Calendario ESTADISTICA -Aplicación de medidas de tendencia central -Media -Mediana -Moda 	<ul style="list-style-type: none"> -Lectura -Escritura -Operaciones con fracciones homogéneas GEOMETRIA -Ubicación de puntos en el plano -Rotación traslación ESTADISTICA -Arreglos -Combinaciones
----	---	---	--	---

Fuente. Tomado de los planes de estudio del Liceo Nuevos Horizontes

Según la información de la tabla 2, sobre el currículo de los grados transición a tercero del Liceo Nuevos Horizontes, se evidencia que los conocimientos espaciales y geométricos, en cuanto a lo topológico y lo proyectivo se trabajan en transición con nociones espaciales y se refuerza solo el conocimiento geométrico en el grado primero con los temas de líneas abiertas y cerradas en el primer período. En el grado segundo se fortalece esta temática con la incorporación de las líneas rectas y curvas. Estas evidencias están en correspondencia con lo expuesto por Jean y Simonne Sauvy (1980), *“la educación tradicional se preocupa muy poco por ayudar al niño a construir el espacio y cuando lo hace a través de la geometría se circunscribe casi siempre al espacio euclidiano”* (p.36). Por tal razón al diseñar la secuencia didáctica se pretende fomentar el trabajo de estos conocimientos, no solo en el ciclo I (preescolar, primero y segundo) también en el ciclo II (tercero y cuarto).

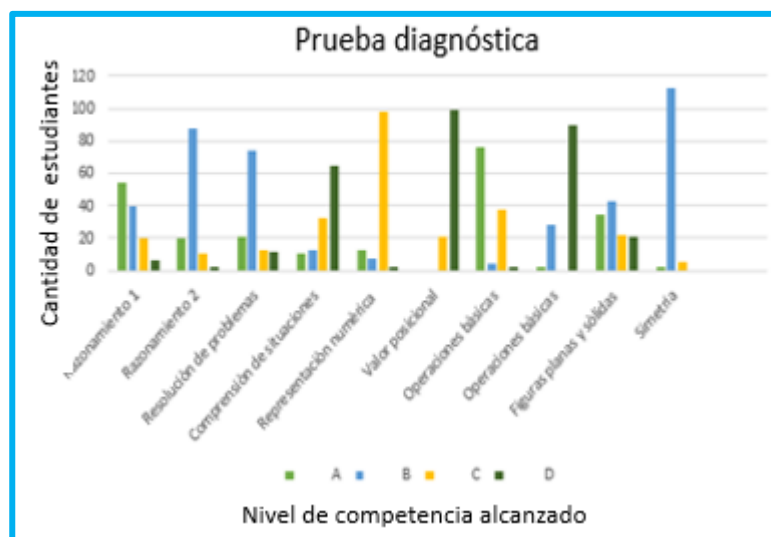
De lo anterior se deduce que los conocimientos espaciales y geométricos se restringen en la malla curricular del Liceo Nuevos Horizontes, restándole importancia a su enseñanza. Sobre las carencias detectadas en la enseñanza de la geometría en cualquier nivel de primaria, Chamorro (2003) afirma que existe *“olvido de otros tipos de geometría (proyectiva o topológica) que sustentan la construcción del espacio previa a la sistematización geométrica propia del ciclo final de la enseñanza primaria y de toda la secundaria”* (p. 302).

Otros aspectos acerca de esta problemática se declaran en el diagnóstico que se lleva a cabo anualmente en el Liceo en todas las asignaturas y en cada grado escolar; este diagnóstico se realiza para encontrar las falencias que presentan los estudiantes y así generar planes de

mejoramiento que buscan fortalecer habilidades y superar las dificultades. En la siguiente gráfica aparece el resultado de la prueba diagnóstica (plan de estudio⁴, 2023) del grado tercero.

Figura 1

Resultados prueba diagnóstica



Fuente. Tomado del plan de estudio de tercero de primaria del Liceo Nuevos Horizontes

En la información de la figura se puede observar que las temáticas evaluadas respecto al conocimiento espacial y geométrico son mínimas (únicamente evalúan las figuras planas y sólidas y la simetría en cuanto a la geometría) y los resultados no son muy favorables, pues la mayoría alcanza únicamente el primer o segundo nivel de competencia. Esta es otra justificación de la necesidad de afianzar los conocimientos espaciales y geométricos desde los primeros grados de escolaridad y reforzar durante la básica primaria, dado que en el proceso enseñanza-aprendizaje los estudiantes se enfrentan a diferentes situaciones donde deben poner en práctica: la lectura de un plano, la ubicación de objetos o dar indicaciones de cómo llegar a un lugar.

Por último, las motivaciones en el campo de la educación matemática están relacionadas con los aportes que la secuencia didáctica puede hacer a la comunidad de profesores de matemáticas de básica primaria. En relación con esta motivación reconocemos como lo plantea González y Weinsten (2001) que la enseñanza de los conocimientos espaciales y geométricos en los primeros años de escolaridad puede potenciar significativamente las capacidades visuales y

⁴ Plan de estudios hace referencia a la malla curricular de la institución educativa del Liceo Nuevos Horizontes, este documento está dividido por áreas y grados desde preescolar hasta once.

espaciales de los niños y de esta manera facilitar la comprensión de conceptos matemáticos complejos en etapas posteriores.

Asimismo, en los planteamientos de Bishop (2005) se reconoce la actividad de localización como parte de las seis (6) actividades universales de las que emergen las matemáticas en diversas culturas y en esta actividad son indispensables los conocimientos espaciales y geométricos. Todo esto nos deja ver la importancia de poder articular procesos que lleven a los estudiantes a fortalecer habilidades espaciales que fueron adquiridas durante la interacción con el medio y la cultura, pero sobre todo lograr el desarrollo de habilidades asociadas al conocimiento espacial como son: observar, copiar, comunicar o dictar, y representar; planteadas por González y Weinstein (2006).

Finalmente, también se tiene en cuenta la política educativa, específicamente los Estándares Básicos de Competencia (MEN, 2003), ya que estos

[...]describen el aprendizaje de las nociones espaciales y topológicas como un importante pilar para la adquisición de competencias, puesto que les permite a los estudiantes identificar su relación con el espacio, los objetos, sus fronteras, las relaciones consigo mismo y con sus compañeros, el conocimiento de las regiones, figuras y sistemas de referencia para lograr la comprensión del mundo que los rodea. (p. 62).

Dicho lo anterior se propone diseñar, implementar y evaluar una secuencia didáctica que este enfocada en las dimensiones del desarrollo del Liceo Nuevos Horizontes y que contribuya a fortalecer el conocimiento espacial y geométrico en los estudiantes al privilegiar las geometrías topológica y proyectiva. Pretendemos que las actividades que se propongan en esta secuencia aporten al desarrollo de procesos cognitivos como: visualización, localización, razonamiento espacial, representación y comunicación, además de fomentar la inteligencia emocional y destacar la importancia de las mediaciones del docente en la construcción del conocimiento.

1.3 Pregunta orientadora

¿Qué contribuciones a los conocimientos espaciales y geométricos de los niños de tercer grado de básica primaria se pueden alcanzar con en el diseño, implementación y evaluación de una secuencia didáctica que privilegia en sus actividades la geometría topológica y proyectiva, enmarcada en las dimensiones del desarrollo del Liceo Nuevos Horizontes?

1.4 Objetivos de la propuesta

1.4.1. Objetivo general

Diseñar, implementar y evaluar una secuencia didáctica orientada por las dimensiones del desarrollo del mapa pedagógico del Liceo Nuevos horizontes que contribuya al fortalecimiento de los conocimientos espaciales y geométricos además de la formación integral de los estudiantes de grado tercero.

1.4.2. Objetivos específicos para el diseño, implementación y evaluación de la propuesta

- Diseñar actividades que privilegien la geometría proyectiva y topológica para el fortalecimiento de los conocimientos espaciales y geométricos de los estudiantes de grado tercero, orientadas por las dimensiones del desarrollo (cognitiva, praxica y socio-afectiva) propuestas en el mapa pedagógico del Liceo Nuevos Horizontes.
- Aplicar las actividades diseñadas en el grado tercero y procurar la gestión de distintos segmentos de clase que permitan acopiar información sobre los resultados.
- Evaluar el diseño y la implementación de las actividades de la secuencia didáctica para dar cuenta del alcance de estas en relación con los conocimientos espaciales y geométricos en los estudiantes y de la importancia de las mediaciones del docente en el proceso de enseñanza – aprendizaje.

Capítulo 2. Posicionamiento para el diseño, implementación y evaluación de la propuesta

La conceptualización permite establecer categorías fundamentales en una secuencia didáctica, dichas categorías sirven como punto de partida en su diseño, implementación y evaluación, además consolidan la estructura conceptual de una forma organizada. Según Maxwell (2013) afirma que “estas categorías conceptuales proporcionan una estructura organizativa para las ideas principales y los subtemas, lo que facilita la comprensión y la comunicación del marco teórico” (p. 49). Esta cita resalta cómo las categorías conceptuales posibilitan a los investigadores articular mejor sus ideas y presentar sus hallazgos de una manera que sea comprensible.

Es por esta razón que a continuación, se presenta el posicionamiento de las autoras de este trabajo que soporta el diseño, implementación y evaluación de la secuencia didáctica.

2.1. Conceptos de referencia

En este apartado se consolidan dos (2) categorías fundamentales para el diseño, implementación y evaluación de la secuencia didáctica. La primera categoría se refiere a las dimensiones del desarrollo propuestas en el mapa pedagógico de la institución educativa Liceo Nuevos Horizontes y su relación con las dimensiones del aprendizaje de Delors (1996), aprender a conocer, aprender a hacer, aprender a convivir y aprender a ser.

La segunda categoría tiene que ver con las dimensiones del desarrollo cognitiva, práctica y socio-afectiva en relación con las matemáticas, específicamente sobre el conocimiento espacial y geométrico en los estudiantes de básica primaria. De igual manera, en esta segunda parte se abordan las siguientes subcategorías a) Dimensión cognitiva en relación con los conocimientos espaciales y geométricos b) Dimensión práctica en relación con los conocimientos espaciales y geométricos y c) Dimensión socio-afectiva y la educación emocional en la clase de matemáticas.

2.1.1. Dimensiones del desarrollo del mapa pedagógico institucional y su relación con las dimensiones del aprendizaje.

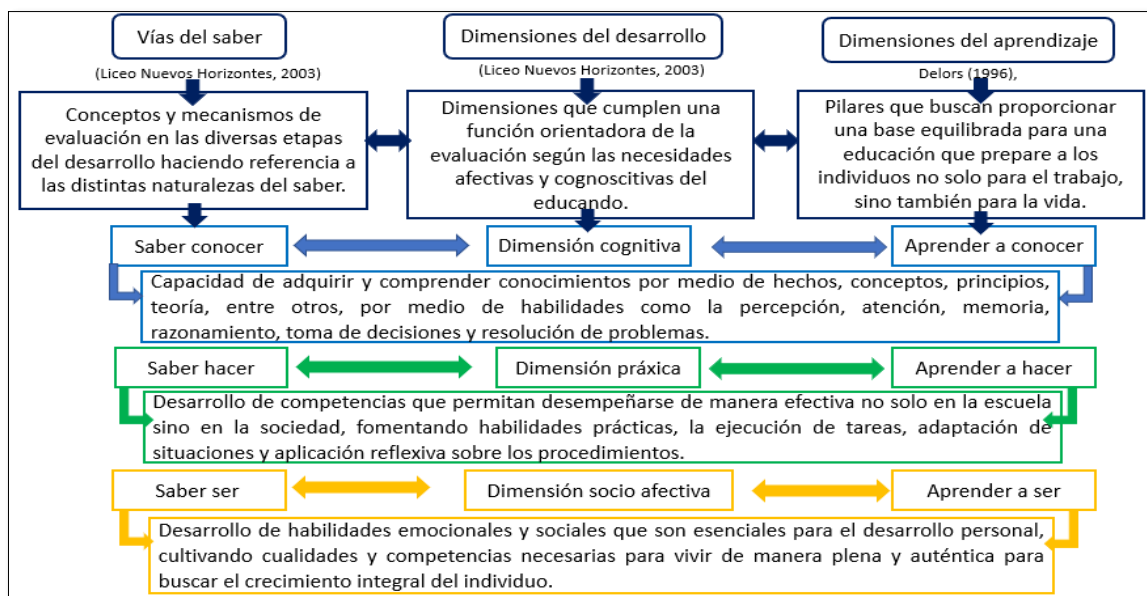
La comunidad educativa de la institución expone en el mapa pedagógico (Liceo Nuevos Horizontes, 2003), tres vías del saber: saber conocer, saber hacer y saber convivir que finalmente hacen que el aprendizaje tenga que considerar diferentes dimensiones del desarrollo: cognitiva, práctica y socio-afectiva, con las cuales “busca un equilibrio entre los saberes para desarrollar competencias y resultados de aprendizaje efectivo en los estudiantes” (p. 203). Las dimensiones nombradas anteriormente también tienen una conexión con lo establecido en la Ley 115 de 1994, puesto que, en su artículo 1º, determina que la educación “Es un proceso de formación

permanente, personal, cultural y social, que se fundamenta en una concepción integral de la persona humana, de su dignidad, de sus derechos y deberes” (P.1). Por esta razón en la institución Liceo Nuevos Horizontes se trabajan las dimensiones del desarrollo debido a que posibilitan una formación integral de los estudiantes.

De igual manera se asumen los planteamientos de Delors (1996) acerca de los fines y el valor de la educación. En el informe de este autor para la UNESCO, se declara que "La educación encierra un tesoro"(p.1). Este informe pone valor a la educación como instrumento para la paz, la libertad y la justicia social, además recoge los cuatro pilares de la educación y los categoriza en cuatro dimensiones del aprendizaje: aprender a conocer, aprender a hacer, aprender a vivir juntos y aprender a ser, que son esenciales para el desarrollo integral del individuo y la sociedad. A continuación, se muestra un diagrama que busca interrelacionar las vías del saber, las dimensiones del desarrollo y las dimensiones del aprendizaje.

Figura 2.

Interrelación entre las vías del saber, dimensiones del desarrollo y dimensiones del aprendizaje.



Fuente. Elaboración propia.

Ahora, en relación con lo expuesto en el mapa pedagógico del Liceo Nuevos Horizontes sobre la dimensión cognitiva (Liceo Nuevos horizontes, 2023), la cual consiste en la “apropiación de escenarios y referentes del conocimiento que interactúan en la búsqueda de alternativas ante una situación problemática” (p. 46), es posible establecer relaciones con la dimensión del aprender a conocer de Delors (1996) como “proceso por el que adquirimos conocimientos,

habilidades y comprensión sobre el mundo que nos rodea, también se centra en desarrollar capacidades cognitivas como la observación, la reflexión, el análisis y la síntesis, fundamentales para adquirir y construir conocimiento” (p. 2). Es por esta razón que la dimensión cognitiva y la dimensión aprender a conocer implican dominar habilidades del saber y organizar las estrategias necesarias para que el estudiante adquiriera nuevos saberes o amplie los que ya tienen.

La segunda dimensión que se expone en el mapa pedagógico de la institución (Liceo Nuevos Horizontes, 2023) es la dimensión práxica, “se refiere al saber hacer haciendo desde las prácticas de aprendizaje en el aula” (p. 46). La dimensión anterior se relaciona con lo mencionado por Delors (1996) sobre la dimensión del aprender a hacer ya que “se refiere a la necesidad de adquirir habilidades prácticas y competencias que permitan a las personas enfrentarse a situaciones diversas y complejas” (p. 3), pero para lograr la ejecución de procedimientos asociados a esta dimensión se deben aplicar los conocimientos que posee cada sujeto. Es natural que el aprender a hacer no solo implique la adquisición de habilidades prácticas, sino también el desarrollo de la capacidad de trabajar en equipo, fomentar la creatividad, la iniciativa y adaptarse a un entorno cambiante.

La tercera dimensión que se trabaja en la institución según el mapa pedagógico (Liceo Nuevos Horizontes, 2023), es la socio-afectiva que corresponde “al ser que siente y es afectado como persona y ciudadano, que requiere encontrar una correspondencia entre el conocimiento y el mundo cotidiano” (p. 46); las anteriores características presentan una conexión con el pilar de la educación mencionado por Delors (1996) aprender a vivir juntos que corresponde a “la necesidad de aprender a convivir en armonía, respetando la diversidad cultural, religiosa y de opiniones, promoviendo la paz y la solidaridad”(p. 5). Además, el autor menciona que, es fundamental fomentar relaciones de diálogo en un mundo cada vez más interconectado, donde la diversidad cultural y la convivencia pacífica son desafíos importantes.

Para contribuir con lo referido por Delors (1996) en cuanto a la dimensión socio-afectiva y la dimensión del aprendizaje aprender a vivir juntos, es trascendental que el estudiante aprenda a conocerse y a respetarse a sí mismo, mediante la autoconciencia y la empatía; esto permite establecer conexiones saludables y constructivas con los demás. De igual manera, se debe fortalecer el aprender a respetar a los compañeros y de esta manera reconocer y valorar las perspectivas que cada uno posee, además de poder convivir con la diversidad cultural en la que estamos inmersos, para que los estudiantes puedan desarrollar habilidades comunicativas mediante el diálogo, la negociación y la resolución pacífica de conflictos.

Así mismo la dimensión socio-afectiva también tiene una conexión con la cuarta dimensión expuesta por Delors (1996) aprender a ser, ya que esta se refiere a:

[...] la necesidad de educar a las personas para construir su proyecto de vida y contribuir al desarrollo de una sociedad más justa y solidaria, así se puede lograr que cada sujeto se convierta en un individuo autónomo y pleno, potenciando sus talentos y habilidades (p.7).

De manera que, fomentar la autonomía contribuye a que cada estudiante tome decisiones, sea responsable de sus vivencias, de sus emociones y de la gestión de estas, debido al desarrollo de capacidades de autoaprendizaje y autorreflexión.

Finalmente, según Delors (1996) las cuatro dimensiones del aprendizaje deben considerarse en conjunto. Es decir, están interrelacionadas entre sí, por lo que trabajar una, implica ineludiblemente trabajar las otras tres dimensiones. Por lo anterior, en esta secuencia didáctica se pretende reconocer la dimensión cognitiva y la práctica en relación con los conocimientos espaciales y geométricos, dando importancia no solo al saber adquirido, sino a cómo el estudiante logra aplicarlo mediante el hacer y, por supuesto, en el proceso de aprender y cómo trabaja e interactúa con otros.

2.1.2. Dimensión práctica en relación con los conocimientos espaciales y geométricos

En el apartado anterior se caracterizó la dimensión práctica considerada en el Liceo, en la que los estudiantes aprenden a hacer y adquieren conocimientos, habilidades, capacidades de razonamiento y de comprensión sobre algunos aspectos específicos. En particular, esta secuencia didáctica ha centrado su diseño, implementación y evaluación en los conocimientos espaciales y geométricos.

Para identificar y diferenciar las dimensiones práctica y cognitiva de los conocimientos espaciales y geométricos se asume la perspectiva de Rico (1997) sobre los componentes del conocimiento matemático, específicamente la diferencia que establece entre dos componentes: el conocimiento conceptual y procedimental.

El conocimiento conceptual según Rico (1997) se caracteriza más claramente como conocimiento que es rico en relaciones. Puede pensarse “como una membrana conectada de conocimiento, una red en la que las relaciones de conexión son tan importantes como las piezas discretas de información. Las relaciones saturan los hechos y proposiciones” (p. 30). De hecho, el

autor señala que una unidad de conocimiento conceptual no puede ser una pieza aislada de información, por definición es una parte del conocimiento conceptual sólo si su poseedor reconoce su relación con otras piezas de información (Hiebert y Lefevre, s.f., citado en Rico, 1997, p. 31), además este autor define los conceptos como aquello con lo que pensamos y, según su mayor o menor concreción, se pueden distinguir tres niveles de conocimientos en el campo conceptual:

I) *los hechos*, que son unidades de información y sirven como registros de acontecimientos;

II) *los conceptos* propiamente tales, que describen una regularidad o relación de un grupo de hechos, suelen admitir un modelo o representación y se designan con signos o símbolos;

III) *las estructuras conceptuales*, que sirven para unir conceptos o para sugerir formas de relación entre conceptos constituyendo, a veces, conceptos de orden superior, ya que pueden establecer algún orden o relación entre conceptos no inclusivos.

En cada uno de los niveles anteriores se pueden distinguir varios tipos, los cuales se presentan brevemente a continuación

1. *Hechos*. Se distinguen cuatro tipos de hechos términos, notaciones, convenios y resultados.

Términos: son las denominaciones o vocablos con los que designamos los conceptos o las relaciones entre conceptos. En matemáticas hay términos específicos y otros que proceden del lenguaje común.

Notaciones: son los signos y símbolos empleados en matemáticas para expresar una idea de modo breve y preciso.

Convenios: son acuerdos tácitos o consensuados para comunicar información sin ambigüedad, evitando largas explicaciones.

Resultados: son unidades de información producto directo e inmediato de relaciones entre términos, susceptibles de memorizar, cuyo dominio y con trol conviene disponer para trabajar en matemáticas sin tener que partir siempre de cero.

De igual manera Rico (1997) expone que el conocimiento procedimental “consiste en los modos de ejecución ordenada de una tarea, lo constituyen las reglas, algoritmos o procedimientos empleados para resolver una tarea” (p. 31). Un rasgo clave de los procedimientos es que se ejecutan en una secuencia lineal predeterminada. Es la naturaleza claramente secuencial de los procedimientos la que probablemente los diferencia de otras formas de conocimiento. (Hiebert y

Lefevre, citado en Rico, 1997, p. 31). Los procedimientos son aquellas formas de actuación o ejecución de tareas matemáticas; por tal motivo esta secuencia tiene en cuenta los procedimientos abordada desde la dimensión práctica debido a que se encuentra la ejecución de las tareas matemáticas asociado a la capacidad de los estudiantes para aplicar los conocimientos aprendidos; Según Rico (1997) se distinguen tres niveles diferentes en el campo de procedimientos:

I) *las destrezas* consisten en la transformación de una expresión simbólica en otra expresión. Para ello, hay que ejecutar una secuencia de reglas sobre manipulación de símbolos; por lo general, las destrezas se ejecutan procesando hechos;

II) los razonamientos se presentan al procesar relaciones entre conceptos, y permiten establecer relaciones de inferencia entre ellos;

III) las estrategias, que se ejecutan sobre representaciones de conceptos y relaciones; las estrategias operan dentro de una estructura conceptual y suponen cualquier tipo de procedimiento que pueda ejecutarse, teniendo en cuenta las relaciones y conceptos implicados.

En cuanto a las destrezas Rico (2016) refiere que existen varios tipos de técnicas y destrezas. Las técnicas y destrezas suponen el dominio de los hechos y de los procedimientos usuales que se pueden desarrollar de acuerdo con rutinas secuenciadas. Se distinguen las destrezas según el campo de las matemáticas escolares en el que operan y las clasifica en: aritméticas, métricas, geométricas, gráficas y de representación. A continuación, se enuncian brevemente.

Destrezas Aritméticas: son aquellas necesarias para un correcto dominio del sistema decimal de numeración y de las cuatro operaciones básicas. Entre las más destacadas se puede señalar la lectura y escritura de números, el cálculo mental con dígitos y algunos números de dos cifras, el cálculo con papel y lápiz, y el empleo de la calculadora.

Destrezas Métricas: son las destrezas necesarias para emplear correctamente los aparatos de medida más comunes de las magnitudes como longitud, tiempo, amplitud, capacidad, peso y superficie, también se incluye aquí el dominio del sistema métrico decimal.

Destrezas Geométricas: comprenden las rutinas para construir un modelo de un concepto geométrico, para manipularlo o para hacer una representación del mismo en el plano, también se incluye el dominio y empleo correcto de determinados convenios para expresar relaciones entre conceptos geométricos.

Destrezas Gráficas y de Representación: el uso de modelos gráficos no está limitado a la representación de conceptos geométricos, cuando se hace una representación lineal de los números, cuando se emplee una gráfica para expresar una relación entre dos variables, o cuando se simboliza una fracción sobre una figura, se están utilizando destrezas de tipo gráfico, que suponen el empleo de determinados convenios para dar una imagen visual de un concepto o relación.

Esta caracterización de Rico (1997) ofrece un marco de referencia para comprender que la descripción que se realiza a continuación de las dimensiones práctica y cognitiva relativas a los conocimientos espaciales y geométricos en los primeros ciclos de educación básica se corresponde con el nivel de los hechos y sus distintos tipos, en el componente conceptual; y con el nivel de las destrezas (métricas, geométricas, gráficas y representación) en el componente procedimental.

Por otra parte, en la dimensión práctica también se retoman los aportes de Johnson y Alíbalí (1999) ya que estos autores definen al conocimiento procedimental como una “habilidad para ejecutar secuencias de acción para resolver problemas” (p.6) y esta caracterización corresponde a la propuesta de la dimensión práctica en el mapa pedagógico de la institución (Liceo Nuevos Horizontes ,2023) definida como “procedimientos que el estudiante realiza a través de la práctica (haciendo) para dar solución a un problema o situación” (p.47).

Acerca del componente procedimental de los conocimientos espaciales se debe reconocer que influye significativamente en la vida de los individuos, debido a que permite que los sujetos puedan entender y razonar sobre el espacio y las relaciones entre objetos dentro de ese espacio. Estos conocimientos se manifiestan en actividades como armar un rompecabezas, llegar a un lugar, ubicarse en un espacio, transitar por un laberinto. Los anteriores problemas espaciales son a los que se pueden enfrentar los estudiantes día a día. Es aquí donde se evidencia que los conocimientos espaciales, como lo afirma González y Weinstein (2006), “Se circunscriben al espacio físico o sensible. Es decir, al espacio que «vemos», que «tocamos», que nos contiene y

contiene a los objetos concretos. Nos apropiamos de él a través de los sentidos, de la percepción, del contacto directo”. (p. 90).

Es pertinente tener en cuenta que los conocimientos espaciales permiten comprender el mundo que nos rodea, por tal motivo desde antes de la etapa escolar se empiezan a fortalecer habilidades que permiten que los niños se ubiquen en un espacio, reconozcan en qué lugar están algunos objetos, localicen elementos con algunas referencias dadas, entre otras. Mas aún, González y Weinstein (2006) afirman que “el conocimiento espacial se adquiere en la interacción con el medio y la cultura, y ocurre incluso antes de la escolarización”. (Universidad Pedagógica Nacional, 2021).

Dichos autores también reconocen dos tipos de diferencias entre los conocimientos espaciales y los conocimientos geométricos, esto se relaciona con los procedimientos o desaciertos para resolver un problema o situación. Una de estas diferencias entre estos dos conocimientos es el tipo de problema que deriva de uno u otro y dichos problemas se relacionan con la dimensión práxica, ya que el estudiante debe realizar una serie de acciones para desarrollar el conocimiento espacial como: fabricar, desplazar, dibujar, entre otros. También, debe saber cómo comunicar información por medio del lenguaje y/o las representaciones espaciales. En cuanto a los conocimientos geométricos, el estudiante debe apoyar la validez de los problemas y sus soluciones desde el razonamiento que reconoce reglas matemáticas. Si un estudiante presenta problemas en el desarrollo de las acciones anteriormente descritas, Star (2020) expone que esto sucede porque el sujeto solo ha abarcado el conocimiento conceptual y que le hace falta comprensión para la adquisición de procedimientos. En relación con lo planteado anteriormente González y Weinstein (2006) afirman que:

[...] los problemas geométricos se caracterizan porque ponen en interacción a un sujeto “matemático” con un medio que ya no es un espacio físico, sino un espacio geométrico, entendido como “el espacio conformado por conjunto de puntos y sus propiedades, que nos permite comprender el espacio físico construyéndose, en parte, como modelización de este (pp. 90 -91).

Otra característica de la dimensión práxica del conocimiento espacial son las acciones que plantean González y Weinstein (2006) como necesarias para su desarrollo, a saber, observar, copiar, comunicar o dictar y representar. Ellos refieren que se necesita que los estudiantes hagan esta diversidad de acciones, que no son consecutivas, ni una es prerrequisito de la otra, pero sí se requiere que sea evidente su relación.

Por lo anterior, se busca que las acciones nombradas se fortalezcan en las actividades propuestas en la educación básica primaria, inicialmente se pretende que los estudiantes por medio del proceso visual logren identificar diferentes características de una escena y posiciones de elementos o personas, para que de esta manera capten y creen una imagen mental, que luego les permita reproducir lo encontrado, imitar el modelo, hacer una copia de lo observado, llegar a la apropiación del procedimiento ejecutado. También lograr que cada estudiante haga un discurso, comunique lo copiado, utilice vocabulario adecuado que facilite la comprensión del trabajo realizado por parte de los otros estudiantes; por último, a partir de la representación usada, los estudiantes decodifiquen los mensajes gráficos que les permita en la mayoría de casos pasar de lo tridimensional a lo bidimensional.

Las acciones mencionadas anteriormente se vinculan en el diseño de las actividades de la secuencia didáctica debido a que los estudiantes observan, copian, comunican y representan a través de algunas actividades realizadas como: observación de obras de Paul Klee y su significado, texto instructivo para la solución de un laberinto (recorrer el laberinto), diseño de laberintos, entre otras.

2.1.3. Dimensión cognitiva en relación con los conocimientos espaciales y geométricos.

Como ya se planteó en el apartado anterior, la dimensión cognitiva está relacionada con la adquisición de conocimientos, habilidades, capacidades de razonamiento y de comprensión sobre algunos aspectos específicos. Por tal motivo para poder caracterizar la dimensión cognitiva en relación con los conocimientos espaciales y geométricos se asume la perspectiva de Rico (2016) sobre las componentes del conocimiento matemático y específicamente sus planteamientos acerca del componente de conocimiento conceptual. Este componente es caracterizado por Castro, Prat y Gorgorio (2016), de manera global, como “la comprensión profunda de los conceptos matemáticos y de las relaciones entre conocimientos significativos” (p.5). Por su parte, Hiebert y Lefevre (1986) caracterizan el componente del conocimiento conceptual “como una rica red de relaciones entre piezas de información que permiten flexibilidad en el acceso y uso de la información (saber qué o porqué)” (p.6).

A continuación, se consideran los referentes teóricos específicos que permiten caracterizar el componente conceptual de los conocimientos espaciales y geométricos, para discriminar cuáles son las características que se abordan en la secuencia didáctica.

Iniciamos con los aspectos relativos a la representación del espacio. En los trabajos iniciales de Piaget se reconoce que hay dos representaciones del espacio en la evolución del desarrollo del individuo, la primera es el espacio sensomotor inicial construida en la etapa de cero a veinticuatro meses; y la segunda, es el espacio representativo, desarrollado entre los dos y doce años, período que se corresponde de acuerdo con la edad escolar con los niveles de preescolar, primaria, sexto y séptimo de secundaria. Es en este último tipo de representación del espacio en el que se inscribe esta propuesta de diseño. En relación con el espacio representativo, en los estudios realizados por Piaget se afirma que las relaciones topológicas son anteriores a las proyectivas y a las métricas. Sin embargo, a partir de estos primeros planteamientos realizados por Piaget autores como Vergnaud (1992) junto con Lovell y Page hasta Weist y Uzunov, han realizado ampliaciones, actualizaciones y críticas que han reformulado las hipótesis piagetianas en dos hipótesis fundamentales:

- La importancia del estudio del espacio representativo como base para cualquier acción didáctica que pretenda basarse en unas sólidas referencias psicológicas.
- La consideración simultánea de los diversos tipos de geometría, resultado de la expresión de tal espacio, y por tanto la necesidad de no establecer a priori la preeminencia de ningún tipo de relación espacial sobre otro. (Chamorro, 2005, p. 260).

Con base en la anterior información se reconocen los primeros planteamientos piagetianos, aunque también se muestra la controversia de los autores neo-piagetianos cuando afirman que los diversos tipos de geometría se deben trabajar simultáneamente. En el diseño de la secuencia didáctica que se pretende en este trabajo se abordan los referentes conceptuales desde la perspectiva piagetiana, tal como fue considerado en el proceso de formación como Licenciadas en educación básica primaria.

Por otra parte, es necesario diferenciar los conocimientos espaciales y geométricos. Para comenzar se reconoce que los conocimientos espaciales se diferencian de los conocimientos geométricos ya que estos últimos pertenecen a un saber matemático más formal, como lo afirman González y Weinstein (2006) “las situaciones geométricas ponen en interacción a un sujeto «matemático» con un medio que ya no es un espacio físico y sus objetos, sino un espacio geométrico logrando que el saber aprendido pueda ser aplicado en diferentes situaciones” (p. 91).

Además, los conocimientos espaciales y geométricos plantean problemas diferentes como lo refieren González y Weinstein (2006) “los problemas espaciales se relacionan con la resolución de situaciones de la vida cotidiana, mientras que los problemas geométricos se refieren a un espacio

representado mediante figuras-dibujos” (p. 92), por ejemplo, el conocimiento geométrico se evidencia en el momento en que un estudiante observa una obra de arte y afirma que encuentra una figura de forma circular o de forma cuadrada; este vocabulario corresponde al conocimiento geométrico, ya que etiqueta con nombres los objetos asociados a la forma de las figuras geométricas, lo que refiere un saber conceptual sobre la figura.

Por lo anterior se puede afirmar que la dimensión cognitiva relacionada con el conocimiento espacial y geométrico está conformada por los aspectos teóricos de la geometría topológica, proyectiva y métrica o euclidiana. En los párrafos subsiguientes se desarrollan tales aspectos conceptuales.

En este sentido se plantea para el diseño de la secuencia el fortalecimiento de la geometría topológica, ya que la topología es la parte de las matemáticas que estudia las propiedades cualitativas de espacios y objetos. Macho (2019) afirma que la geometría topológica:

[...] se ocupa de aquellas propiedades de los objetos geométricos que permanecen invariantes cuando dichos objetos son doblados, estirados, reducidos o deformados, de modo que no aparezcan nuevos puntos o se hagan coincidir puntos diferentes.

[...] la topología “prescinde” de tamaños, posiciones o formas de los objetos para intentar entender o detectar de manera más sencilla propiedades cualitativas de esas figuras, ya sean atributos como el número de piezas que las forman o los agujeros que incorporan. (pp. 8-11).

Dentro de las invariantes topológicas que se trabajan en la secuencia didáctica están: abierto, cerrado, continuidad, discontinuidad, conexión, interior, exterior, frontera y vecindad, ya que se evidencian en el trabajo con laberintos y la observación de obras de Paul Klee. El aprendizaje de la geometría topológica, como se expuso en el apartado de motivación de este trabajo, solo se enseña en la etapa inicial en preescolar y es pertinente procurar el aprendizaje de esta geometría en básica primaria.

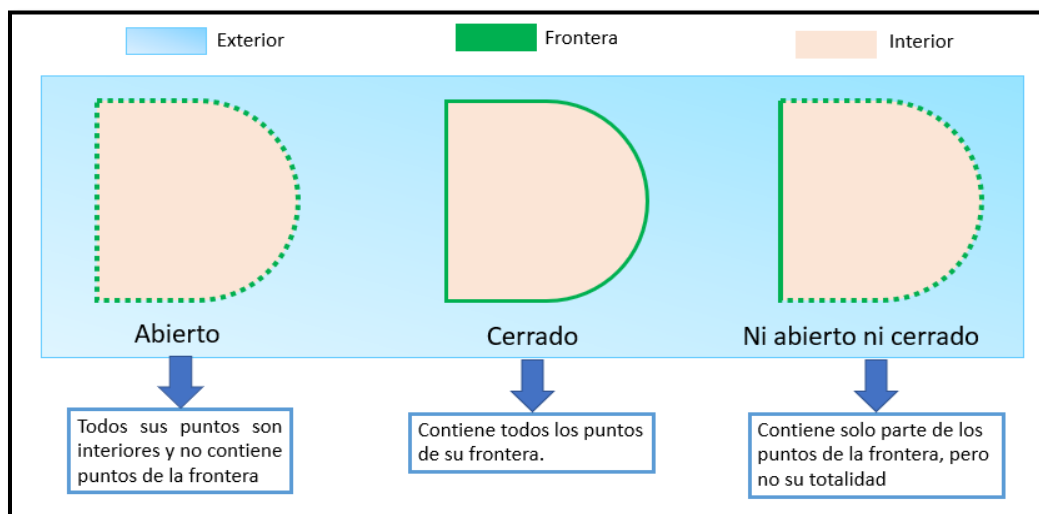
A continuación, se presentan las invariantes que caracterizan la geometría topológica y se pretenden evidenciar en las actividades de la secuencia didáctica.

Según Vecino (2005), en primer lugar, se encuentra el tipo de lugar geométrico que puede ser abierto, cerrado o no ser ni abierto ni cerrado. En cada uno de estos tipos de lugar geométrico se identifican tres regiones, la primera es interior que se encuentra dentro de la figura, exterior que es la zona ubicada fuera de la figura y frontera que es la región que demarca la figura (Ver figura 3). En la práctica estos aspectos se identifican cuando los estudiantes observan distintas

representaciones o trazos y utilizan para referirse a sus características expresiones verbales como: dentro, fuera, en el borde, abierto, cerrado y en. También debe considerarse que dependiendo del tipo de lugar geométrico aparecen como atributos la continuidad o discontinuidad.

Figura 3.

Tipo de lugar geométrico

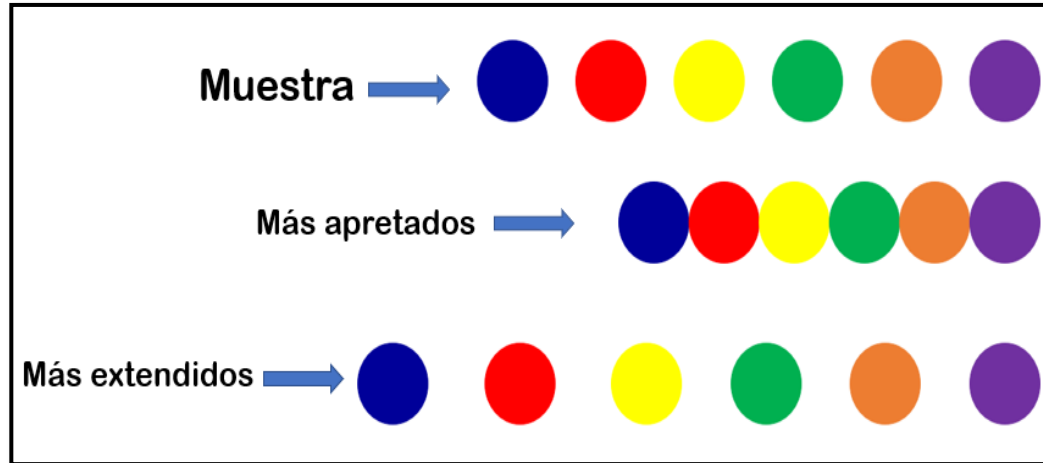


Fuente. Elaboración propia

Por otro lado, es relevante considerar el orden de los elementos configuradores del lugar geométrico, con respecto a este se plantea que, en el espacio, aunque la forma o el tamaño del lugar geométrico cambien, los puntos del contorno se ubican en el mismo orden. (ver figura 4). Con base a lo anterior, en la práctica los estudiantes pueden utilizar expresiones verbales como “al lado de” y “entre” para referirse a esta característica.

Figura 4

Orden de lugar geométrico

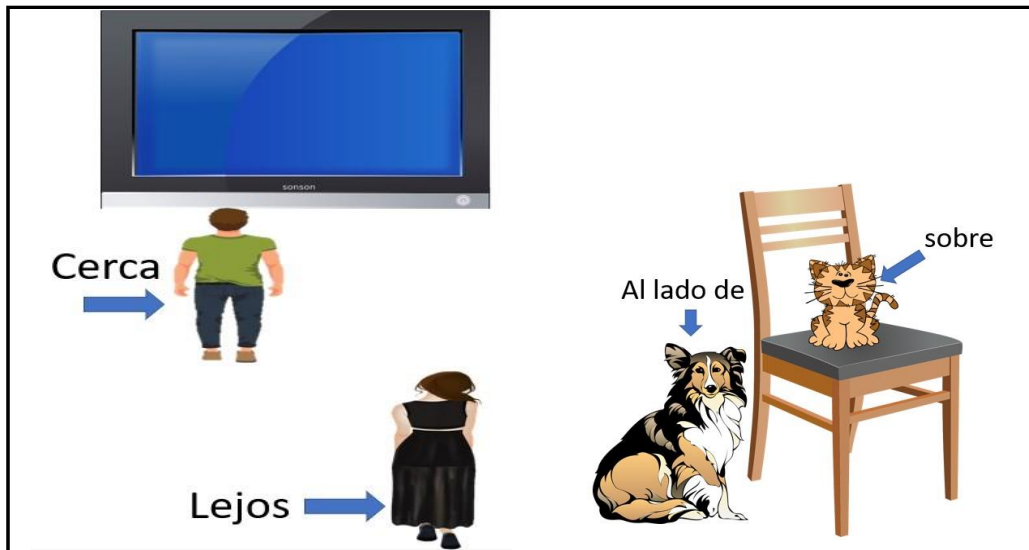


Fuente. Elaboración propia

También se encuentra el tipo de conexión entre elementos del lugar geométrico, que se evidencia cuando dos o más figuras u objetos comparten puntos o no. Los estudiantes pueden usar algunas expresiones verbales para esta variante como “cerca de”, “lejos de”, “junto a”, “al lado de” o “sobre”.

Figura 5.

Tipo de conexión entre elementos.



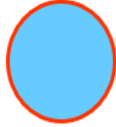

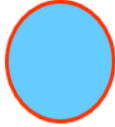


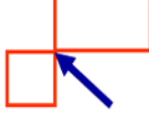
Fuente. Elaboración propia

Ahora veamos el tipo de compacidad⁵ del lugar geométrico, se reconoce que un espacio es compacto si no es hueco, por tanto, se debe considerar no solo el espacio que ocupa sino lo que contiene.

En resumen, los invariantes topológicos que se consideraran en el diseño de la secuencia según sus especificaciones son: de lugar geométrico en donde se encuentra abierto, cerrado, ni abierto, ni cerrado, los cuales se relacionan con las características de continuidad y discontinuidad; de igual manera se exponen los tipos de regiones que implican tener en cuenta el exterior, interior y la frontera, luego el orden de los puntos y por último las conexiones entre los elementos.

Figura 6.

Invariantes topológicas

Algunos invariantes o propiedades topológicas: No varían por deformación					
					
Interior	Exterior	Frontera	Continuidad	Discontinuidad	Conexión

Fuente tomada de Macias y Arteaga con modificaciones de Universidad Pedagógica Nacional, 2021.

La geometría proyectiva tiene como referente una proyección sobre la ubicación o localización de otro. Según Chamorro (2005) “Los invariantes proyectivos son los que hacen referencia a la orientación y la localización en el espacio” (Universidad Pedagógica Nacional, 2021). Además, se hace uso de referencias de orientación y localización en el espacio, con expresiones verbales como: “delante de”, “detrás de”, “encima de”, “debajo de”, “sobre”, “bajo de”, “a la derecha de”, “a la izquierda de”, “entre”, “al lado”, “enfrente de”.

Figura 7.

Propiedades proyectivas

⁵ El término tipo de compacidad del lugar geométrico es acuñado por Francisco Vecino en su texto “El espacio como modelo teórico para el desarrollo de las geometrías. Situaciones de introducción a las mismas.”

Propiedades proyectivas: Hacen referencia a la orientación y posición en el espacio					
Delante de Enfrente de	Detrás de	Encima de	Debajo de	A la derecha de	A la izquierda de

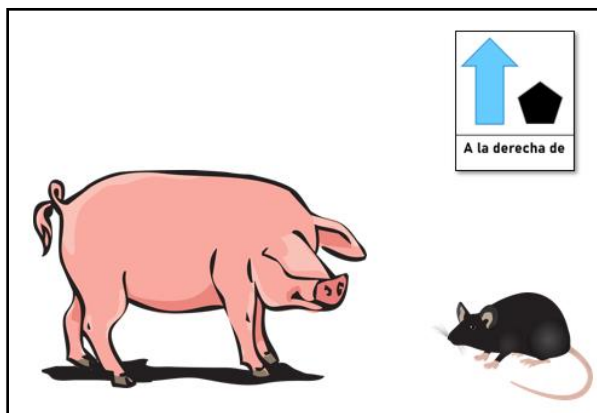
Fuente tomada de Macias y Arteaga con modificaciones de Universidad Pedagógica Nacional, 2021.

A continuación, se presentan algunas actividades que ilustran las etapas propuestas por Vecino (2005) en cuanto a las invariantes de la geometría proyectiva.

Para dar inicio se considera el primer caso, cuando la referencia es otro sujeto u objeto orientado y las posiciones son relativas a este, es decir, cuando hay un objeto o sujeto de referencia quieto y las posiciones que se presentan frente a este son las relativas. En estas actividades se utilizan expresiones proyectivas tales como: “a la derecha de”, “a la izquierda de”, “al frente de”, “detrás de”. Un ejemplo es cuando el estudiante ubica el ratón que está a la derecha del cerdo, su punto de referencia es el cerdo y la posición es a la derecha.

Figura 8.

Referencia según la posición del objeto



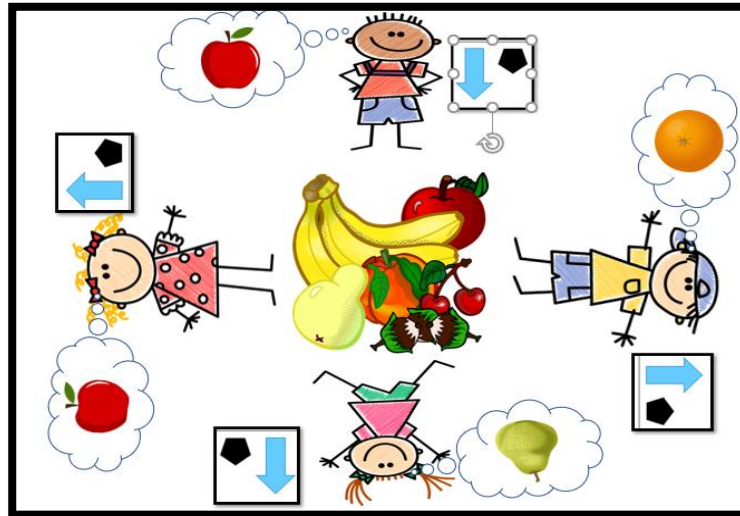
Fuente. Elaboración propia

El segundo caso es cuando la referencia es otro sujeto u objeto orientado y las posiciones dependen del punto de vista del observador, es decir, actividades en las que se ubica un referente que tiene una posición clara, y cada estudiante da su punto de vista frente a este referente. A continuación, se muestra un ejemplo en el que se encuentran niños en diferentes ubicaciones y se les pregunta ¿Qué fruta está a la izquierda del banano?, cada uno de ellos da su respuesta según

su perspectiva. Por ejemplo, el niño de la cachucha responde que es la naranja, mientras que la niña de moñitos amarillos responde que la manzana

Figura 9.

Referencia según la posición del objeto u otro objeto orientado



Fuente. Elaboración propia

Se continua con el tercer caso en el que la referencia es otro sujeto u objeto no orientado y las posiciones dependen del punto de vista del observador: se evidencia cuando se ubica un referente, pero este no se sabe qué posición tiene debido a que no posee ni cara, ni ojos para saber hacia dónde mira y cada estudiante da su opinión frente a este referente. Esta referencia es muy similar a la anterior porque cada estudiante da su punto de vista según el lugar donde se encuentre, si está frente o detrás de él según su perspectiva.

Para finalizar se expone el cuarto caso, cuando las referencias son múltiples, es decir, cuando el sujeto tiene diferentes referentes de ubicación para localizar lo deseado. A continuación, se muestra una imagen donde una estudiante da referencias múltiples sobre su ubicación en el espacio, muestra a quien encuentra a su derecha, a su izquierda, en frente y que tiene detrás de ella.

Figura 10.

Referentes múltiples



Fuente. Elaboración propia

Por último, es pertinente nombrar la geometría métrica o también llamada euclidiana, sobre la que no se enfatizará en el diseño que se pretende en este trabajo, pero que sin duda aparecerán algunos elementos de ella en el desarrollo de las actividades. Esta geometría se centra en el estudio de longitudes, perímetros, ángulos, volúmenes; cuenta con invariantes que se refieren a las propiedades métricas, como la medida de segmentos, superficies y volúmenes y la medida de los ángulos o a las relaciones entre los objetos de la geometría euclidiana. Sin embargo, Huerta (2014) afirma que:


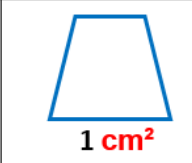
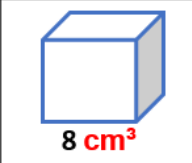



Esta geometría desarrolla un sistema formal de representación de las figuras geométricas y cuerpos geométricos a partir de sus propiedades. Esto implica que los niños tengan conocimiento de sistemas convencionales de representación que van desde lo primitivo: punto, recta, plano, etc., hasta aquellos que requieren de un trabajo cognoscitivo de abstracción mayor como: lenguaje, símbolos, clasificaciones, etc. (Universidad Pedagógica Nacional, 2021).

Ahora se mencionan algunas invariantes de la geometría euclidiana que se refieren a las propiedades métricas, entre las que se encuentran: la medida de segmentos, superficies y volúmenes, también la medida de los ángulos; las relaciones entre objetos, como la perpendicularidad y el paralelismo entre segmentos o rectas; y, por último, las relaciones entre

medidas y unidades constitutivas de una figura⁶ que permiten procesos de clasificación, tales como clasificación de ángulos o figuras.

Figura 11.

Propiedades métricas

Propiedades métricas: Hacen referencia a la medida y clasificación de figuras					
					
Medida de segmentos	Medida de superficie	Medida de volúmenes	Clasificación de figuras	Perpendicularidad	Paralelismo

Fuente tomada de Macias y Arteaga con modificaciones de Universidad Pedagógica Nacional, 2021.

2.1.4. Dimensión socio – afectiva en la clase de matemáticas

En este apartado se hace referencia a la dimensión socio-afectiva abordada en el mapa pedagógico del Liceo Nuevos Horizontes y a su vinculación con el área de matemáticas en la cual se va a trabajar, ya que esta dimensión pretende que los estudiantes se formen integralmente y expone que es fundamental reconocerlos, no solo como sujetos de conocimiento, sino como seres que sienten y se relacionan con los demás; por esta razón, a través de las actividades de la secuencia didáctica se vincula dicha dimensión dando respuesta a la correspondencia entre los elementos fundamentales del PEI, las vías del saber y las dimensiones que se mencionan en el apartado de la motivación.

La importancia de la dimensión socio-afectiva ha sido considerada cada vez más relevante en los estudios en didáctica de las matemáticas. Las investigaciones sobre esta dimensión se han ocupado de estudiar, por ejemplo, las emociones asociadas a los procesos de aprendizaje de las matemáticas o relacionadas a ciertos tipos de tareas matemáticas. Ashcraft y Krause (2007) plantean que en el contexto matemático la ansiedad y las actitudes negativas hacia las matemáticas pueden afectar significativamente el rendimiento de los estudiantes.

De igual manera se considera lo expuesto en la teoría sobre las emociones, desarrollada por Ortony, Clore y Collins–OCC- (2006), la cual se centra en el estudio de las emociones y cómo se

⁶ El término unidades constitutivas de una figura fue acuñado por Duval (1999) en su texto *Semiosis y pensamiento humano*.

representan cognitivamente en la mente. Esta teoría sugiere que las emociones están estrechamente relacionadas con los juicios y evaluaciones que una persona hace sobre su entorno y sus experiencias y de esta manera proporciona un marco para comprender las emociones desde una perspectiva cognitiva, centrándose en cómo las evaluaciones y juicios influyen en la experiencia emocional de una persona.

Por otra parte, en una de sus investigaciones Gómez (2020) expone que “las matemáticas deben considerar tanto la dimensión afectiva como la cognitiva para ser efectiva. Ignorar el componente emocional puede llevar a la frustración y desmotivación de los estudiantes” (p. 75), esta autora aplica estos principios al sugerir que un entorno de aprendizaje emocionalmente seguro y colaborativo puede mejorar la comprensión matemática al facilitar la comunicación y la resolución conjunta de problemas.

Desde otra perspectiva, la inteligencia emocional es definida por Salovey y Mayer (1990) como la capacidad de reconocer, comprender y manejar las propias emociones y las de los demás, además refieren que es un componente esencial para el éxito académico y se relaciona con lo expuesto por Gómez (2020) quien señala que “desarrollar la inteligencia emocional en los estudiantes no solo mejora su bienestar general, sino que también puede tener un impacto directo en su rendimiento en matemáticas” (p. 43).

Asimismo, Diekstra (2008), psicólogo y experto en educación emocional, conocido por su trabajo en el campo del aprendizaje socioemocional (SEL, por sus siglas en inglés), resalta la importancia de integrar la educación emocional dentro del currículo escolar para promover el desarrollo integral de los estudiantes; además, se aboga por la implementación de espacios dedicados a la reflexión emocional para fomentar la inteligencia emocional en los estudiantes desde una edad temprana. Esto incluye el fomento de habilidades como la autorregulación, la empatía, y la gestión del estrés.

En el diseño de las actividades de la secuencia didáctica que se pretende en este trabajo también se fomenta la interacción social por medio del trabajo en equipo y esto concuerda con algunos de los propósitos de la dimensión socio-afectiva que tienen que ver con la formación integral del estudiante y la relación con los demás, Vygotsky (1934) sostiene que el desarrollo cognitivo de los niños es impulsado por la interacción social y la cultura en la que están inmersos. En su obra "Pensamiento y lenguaje", argumenta que las funciones cognitivas superiores se originan en las relaciones sociales y son luego interiorizadas por los individuos. Además, este autor refiere que:

el aprendizaje es un proceso social y cultural ya que los niños aprenden a través de la interacción con sus cuidadores, maestros y compañeros, y estos intercambios sociales les permiten adquirir habilidades y conocimientos que no podrían desarrollar por sí mismos (p. 14).

Basado en los principios de Vygotsky (1934), el trabajo en equipo fomenta un aprendizaje colaborativo, el cual se puede definir como “un enfoque educativo donde los estudiantes trabajan juntos en un entorno interactivo para alcanzar metas comunes de aprendizaje” (p. 26). En el contexto educativo, la interacción social y el diálogo son esenciales para el desarrollo cognitivo, permite a los estudiantes aprender unos de otros y desarrollar habilidades cognitivas que no podrían alcanzar de manera independiente.

Capítulo 3. Secuencia didáctica

En este capítulo se encuentra la definición y estructura de la secuencia didáctica que se propone en este trabajo, de igual manera se mencionan los aportes de varios autores en relación con el diseño de las actividades implementadas.

La primera definición la propone Díaz (2013) “las secuencias constituyen una organización de las actividades de aprendizaje que se realizarán con los alumnos y para los alumnos con la finalidad de crear situaciones que les permitan desarrollar un saber significativo” (p. 1). Así mismo, Hernández, Buitrago y Torres (2009) afirman que “la secuencia didáctica es una estructura de acciones e investigaciones relacionadas entre sí, intencionales, que se organiza para alcanzar un aprendizaje” (p. 29). de igual manera estos autores afirman que “una secuencia didáctica es una organización de actividades de enseñanza y aprendizaje planificadas de manera estructurada y progresiva para facilitar la comprensión y el dominio de determinados contenidos o habilidades por parte de los estudiantes” (P.25), es decir, que las secuencias didácticas están diseñadas para guiar tanto al docente como al estudiante a través de un proceso educativo ordenado, donde cada actividad se construye sobre las anteriores, permitiendo un aprendizaje coherente y acumulativo.

Según las anteriores definiciones, se diseñan actividades que posibilitan no solo observar el conocimiento matemático que posee cada estudiante, sino la parte social del sujeto, de cómo se siente o que piensa en el momento de implementar las actividades y de la importancia de la formación integral de los estudiantes ya que de esta forma pueden ser capaces de enfrentar los retos que se presentan en la vida escolar y fuera de esta.

En cuanto a la estructura de esta secuencia didáctica, se considera la que propone Díaz (2013), conformada por tres momentos: apertura, desarrollo y cierre. El primer momento es el de apertura, el cual permite vincular los saberes previos que posee cada estudiante y como estos pueden ser integrados al nuevo conocimiento que se pretende construir, pero sobre todo implica no perder de vista el fin que se quiere lograr, para que no sea un aspecto momentáneo, sino por el contrario se convierta en el punto de partida para resignificar el aprendizaje en el aula de clase, como lo resalta el autor “el sentido de las actividad de apertura es variado en un primer momento y permite abrir el clima de aprendizaje” (p. 6). Es por ello que las actividades de apertura son importantes porque son el abre bocas para el estudiante y además el espacio donde el docente marca las pautas de trabajo en el aula y a la vez toma decisiones sobre las necesidades del grupo

para convertir el espacio pedagógico en un momento único donde el estudiante es protagonista de su propio saber.

Luego se plantea el segundo momento que corresponde al desarrollo, según Díaz (2013) “el estudiante interactúa con la información que recibe, promueve el desarrollo de un proceso, logrando los objetivos de la secuencia y la construcción del saber” (p.9). Estas actividades permiten que el estudiante interactúe con el conocimiento previo, la nueva información y además facilitan referentes conceptuales que contribuyen a dar sentido y significado al saber que cada uno posee para finalmente elaborar un nuevo conocimiento.

Por último, está el tercer momento que es el cierre, según Díaz (2013) “las actividades de cierre se elaboran para lograr una integración de las actividades realizadas, permiten obtener una síntesis del proceso y del aprendizaje desarrollado” (p. 11), con estas actividades finaliza la clase y se hace un resumen de todo lo experimentado en cada sesión, además se espera que el objetivo se haya logrado por los estudiantes. También en este tercer momento se realiza un ejercicio de retroalimentación, reconstrucción y síntesis de las anteriores etapas las cuales dan cuenta de lo aprendido.

Finalmente, se tiene en cuenta la evaluación del aprendizaje, en este sentido, Díaz (2013) expone que “es de carácter formativa y sumativa, por lo tanto, se puede aplicar durante cada sesión, además el docente recolecta los productos obtenidos, lo cual le permite realizar mejor el seguimiento a cada tarea realizada” (p. 13). Este autor reconoce que la evaluación es un proceso continuo y de mucha complejidad con el cual se puede evidenciar si los estudiantes alcanzan o no los objetivos de la secuencia didáctica, de igual manera la evaluación puede llegar a demostrar si las actividades implementadas permitieron la consecución de resultados o si deben ser modificadas en algunos aspectos.

En conclusión, no basta con hacer una evaluación memorística escrita sobre una temática y dejar hasta ahí, es pertinente que esté vinculada con cada proceso y actividad de la secuencia; así retroalimenta el proceso de aprendizaje y las mismas actividades, se observan avances, retos y dificultades de los estudiantes en su trabajo.

3.1. Población a la que está dirigida la secuencia

La población para la cual se diseña implementa y evalúa la secuencia didáctica son 29 estudiantes del grado 3E de la institución educativa Liceo Nuevos Horizontes, ubicada en el barrio

Bosa San Martín de la ciudad de Bogotá. Es un grupo conformado por 16 niñas y 13 niños, con edades entre los 8 y 9 años, pertenecientes a la zona urbana de la ciudad (Bogotá).

3.2. Diseño de la secuencia didáctica

Para abordar esta etapa de diseño es necesario tener en cuenta las siguientes consideraciones en el proceso de diseño, implementación y evaluación de la secuencia didáctica: Consideración a) vincular las dimensiones del desarrollo (cognitiva, praxica y socio-afectiva) propuestas en el modelo pedagógico del Liceo Nuevos Horizontes en las actividades que se implementan en cada sesión, para ello se plantea un objetivo que contribuya al desarrollo de cada una de las dimensiones; consideración b) Identificar las mediaciones del docente que son necesarias en la implementación de la secuencia didáctica, para lo cual en cada actividad se especifican los detalles para su desarrollo y luego se recoge información en las notas del docente; consideración c) reconocer y tomar conciencia que el ejercicio educativo implica evaluar los resultados del diseño e implementación de la secuencia didáctica y a partir de estos generar cambios que conduzcan al docente a innovar en el aula.

Por otra parte, también son necesarias algunas consideraciones relativas al proceso de aprendizaje de los estudiantes y a los propósitos de la secuencia didáctica. Se desea que los estudiantes logren demostrar y afianzar su saber sobre los conocimientos espaciales y geométricos por medio del desarrollo de las actividades y además logren canalizar sus emociones para que estas no influyan negativamente en el aprendizaje de las matemáticas, se espera que al expresar lo que sienten puedan autorregularse, comenzar de cero el desarrollo de un problema, de un ejercicio o tarea que realice y sean capaces de hallar la solución.

Para conseguir estos resultados, se formulan algunas actividades en las que se tienen en cuenta las siguientes características de las situaciones didácticas propuestas por Vecino (2005) para una correcta representación del espacio por parte del estudiante:

- La posible existencia de elementos referenciales.
- El tipo de orientación de los mismos.
- El plano en que se plantea la situación.
- La cantidad de elementos que intervienen.
- El tipo de orientación de esos elementos.
- El tipo de representación de la realidad utilizada (p. 277).

De igual manera, Vecino (2005) expone que “para la introducción de las relaciones topológicas de vecindad, de conexión y de continuidad resulta fundamental el planteamiento de situaciones de recorrido en este caso de manera física de laberintos” (p. 294). Es por esto que en la secuencia didáctica se diseñan e implementan actividades que implican el desarrollo y la construcción de laberintos. Se entiende que los laberintos pueden comprender recorridos simples hasta recorridos de mayor complejidad, esto conlleva que el estudiante logre hacer un recorrido mental antes de iniciar o trazar el camino y así la finalidad de dicha actividad no se convierta solo en llegar a la meta, sino analizar la situación para realizar un buen procedimiento. También permiten afianzar conocimientos sobre vecindad, conexión y continuidad en la geometría topológica, e identificar las ideas de “derecha – izquierda”, “arriba – abajo”, “al frente”, “al lado” en la geometría proyectiva. Además, en la geometría métrica permiten usar medidas no convencionales, como el uso de pasos para medir la distancia a medida que avanzan en el camino, y así realizar estimaciones para que los compañeros puedan efectuar el recorrido por medio de las indicaciones dadas.

Cabe señalar que, debido a la relación con los conocimientos espaciales y geométricos y las diferentes actividades planteadas en la secuencia didáctica, en las cuales el estudiante debe localizar mediante puntos de referencia objetos, solucionar laberintos, ubicar posiciones de elementos que observa en algunas obras de Klee, entre otras; se consideran como referentes para el diseño los planteamientos de Bishop (2005) acerca de la actividad de localizar. Según este autor esta práctica “implica la comprensión y representación de la ubicación y el espacio” (p. 48). El autor expone que esta práctica ha sido fundamental en el desarrollo de la geometría y la topología, así como en la comprensión de conceptos como la dirección, la orientación y la distancia. Esta práctica adquiere relevancia en la visión socio cultural propuesta por Bishop (2005) referente a los procesos de matematización de diferentes culturas; este autor postula “seis actividades de tipo “universal” y transculturales que son: contar, localizar, medir, diseñar, jugar y explicar” (p. 43), las cuales estimulan procesos cognitivos, que involucran el uso del lenguaje y la representación, y son importantes para el desarrollo de las ideas matemáticas en cualquier cultura.

Aparte de los referentes conceptuales enunciados en el apartado de conceptos de referencia y en los párrafos anteriores; se tiene en cuenta para el diseño de las actividades, algunas obras del artista Paul Klee, autor conocido por su habilidad para integrar conceptos matemáticos en sus obras, al igual que el uso de formas geométricas, patrones y proporciones que reflejan principios matemáticos. Las investigaciones de Badillo (2015) exponen la potencia del enfoque

interdisciplinario de Klee, debido a que "no solo empleaba las matemáticas como herramienta compositiva, sino que también exploraba las relaciones entre formas y colores desde una perspectiva matemática" (p. 78).

Por otra parte, Badillo ha analizado varias obras específicas de Klee para ilustrar cómo las matemáticas están presentes en su arte, destaca el potencial educativo de las obras, argumentando que pueden ser utilizadas para enseñar conceptos matemáticos de manera visual y atractiva. Esta autora afirma que "el arte de Klee proporciona un medio para visualizar y entender conceptos matemáticos abstractos, lo que puede ser especialmente útil en la educación matemática" (p. 90).

Por último, cabe señalar que la dimensión socio-afectiva (presentada en el apartado conceptos de referencia) está presente en el diseño de la secuencia didáctica con estrategias como los rincones de las emociones para la fomentar la autorregulación de las mismas, además de realizar preguntas a los estudiantes sobre cómo se sienten al ejecutar cada una de las actividades y hacer conexión con las diferentes situaciones positivas o negativas que cada uno experimenta, puede ser a nivel familiar o escolar. Esto puede dar cuenta de las emociones que sienten mediante el diálogo y las pausas activas propuestas en cada rincón, de esta manera se puede liberar y despejar la mente para lograr la construcción de un nuevo saber en relación con las matemáticas.

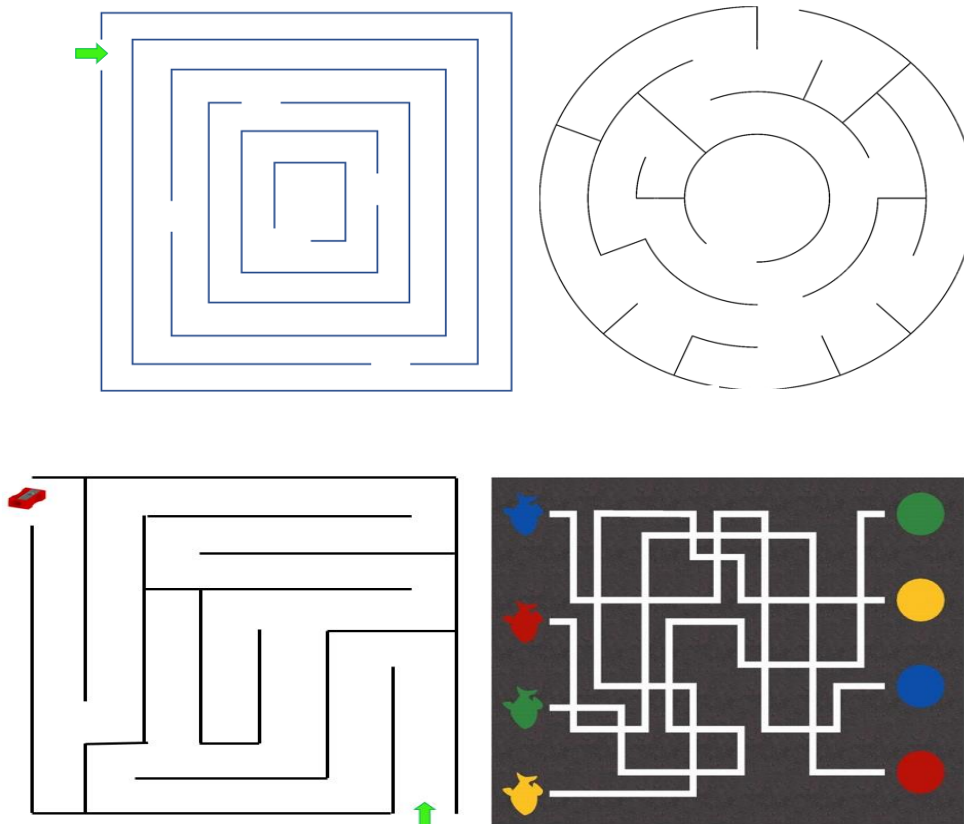
En consecuencia, con lo mencionado anteriormente se diseñan actividades que posibilitan no solo observar el conocimiento matemático que posee cada estudiante, sino la parte social de ellos, además en el diseño de la secuencia didáctica se evidencian las mediaciones del docente, las cuales juegan un papel fundamental en la construcción del conocimiento y en la formación integral de los estudiantes.

A continuación, se presenta la estructura de la secuencia didáctica, la cual está dividida en cuatro sesiones, cada sesión consta de dos horas para su implementación, dentro de cada una de estas se plantean tres objetivos que corresponden a las dimensiones a evaluar, expuestas en el mapa pedagógico del Liceo Nuevos Horizontes (cognitiva, práxica y socio-afectiva), además cada sesión consta de actividades correspondientes a los tres momentos, apertura, desarrollo y cierre expuestos al inicio de este capítulo.

Tabla 3.

Secuencia didáctica, sesión 1.

Secuencia Didáctica para el Desarrollo y Fortalecimiento de Conocimientos Espaciales y Geométricos en Grado Tercero

Sesión 01: semana del 15 al 20 de octubre de 2023			
Municipio:	Bogotá D.C	Institución educativa:	Liceo Nuevos Horizontes
Nombre del (las) docentes:	Jheimy Liced Moreno Triana Edith Johana Mojica Gómez		
Grado.	Tercero	Área	Matemáticas
Tiempo estimado para alcanzar el aprendizaje:	2 horas clase		
Objetivos de la sesión	<p>COGNITIVA: Describir caminos con lenguaje matemático que conlleven a cruzar laberintos en donde se haga uso de nociones topológicas y proyectivas.</p> <p>PRAXICA: Diseñar laberintos que permitan evidenciar el uso de nociones topológicas y proyectivas haciendo uso de su creatividad e imaginación.</p> <p>SOCIO-AFECTIVA: Expresar mediante el diálogo y de manera escrita situaciones de la vida cotidiana en comparación con las emociones que sintieron al resolver los laberintos.</p>		
Contenidos	Conocimientos espaciales y geométricos.		
Recursos	Laberintos en el piso, tizas, cintas, imágenes de algunos objetos que van dentro del laberinto, libreta elaborada con hojas recicladas, lápiz, borrador, laberintos laminados.		
Sesión 1			
1. Apertura. (Conducta de entrada): 30 minutos			
Descripción de la actividad: En el patio del colegio se dibujan los siguientes laberintos:			
			

Los estudiantes se organizarán en grupos de siete por cada laberinto, luego buscarán la manera de encontrar la meta. Al finalizar el recorrido, luego deben escribir un texto instructivo para que uno de sus compañeros logrará llegar con los ojos vendados.

Con base al texto instructivo los estudiantes armarán tríos donde cada uno de ellos tendrá un rol, uno leerá las instrucciones, otro se vendará los ojos y el último será el veedor de que las reglas se cumplan, en este caso vigilará que el niño de los ojos vendados, no se los descubra e inicie en el lugar indicado y que quien lea siga al pie de la letra el texto.

Posteriormente los estudiantes se dirigirán al tapete donde se realizará una socialización a partir de las siguientes preguntas formuladas por el docente:

¿Qué laberinto les gustó más? ¿Por qué?

¿Qué laberinto fue más difícil? ¿Por qué?

¿Qué características encontraron en cada laberinto?

¿Cómo se sintieron en el rol que les correspondió cuando formaron los tríos?

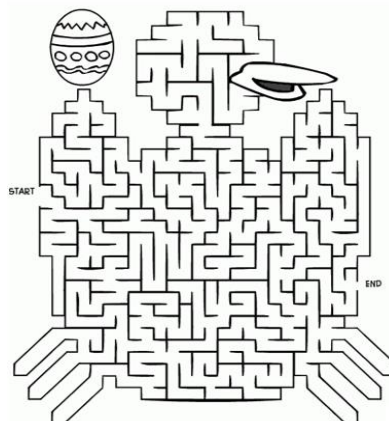
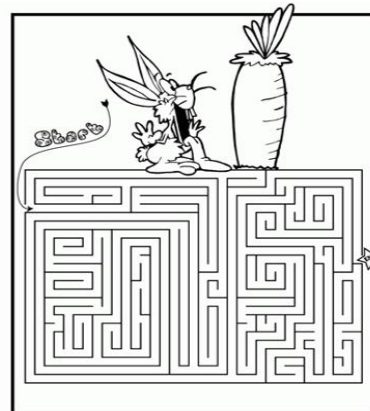
¿Qué creen que falló en las indicaciones o qué fue lo mejor?

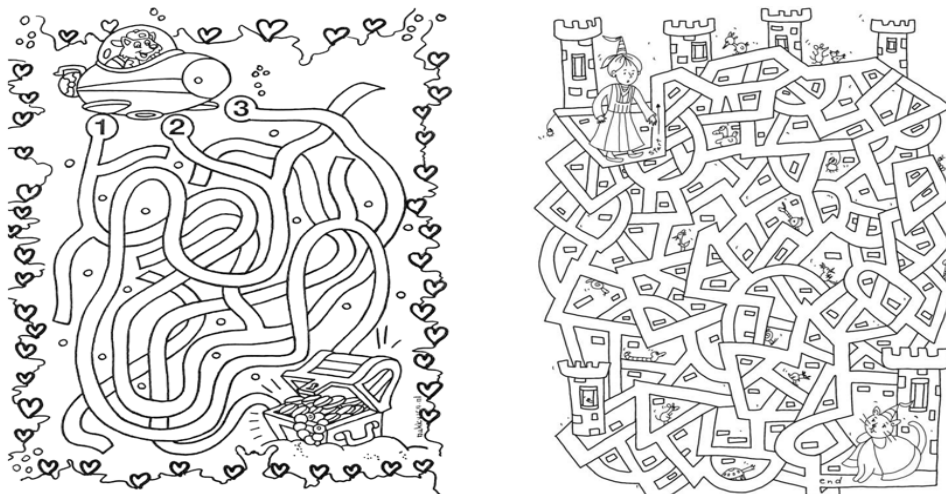
¿Cómo se sintieron en el desarrollo de la actividad? ¿Cómo gestionaron esto que sintieron?

¿En algún momento has pensado que tu vida es un laberinto? ¿Por qué?

2. Desarrollo (manos a la obra): 1 hora

Descripción de la actividad: Los estudiantes tendrán diferentes laberintos plastificados que deben completar con ayuda de un marcador borrable, en los cuales deben resolver y llegar al objetivo.





Para acompañar esta actividad de los laberintos, y fomentar la gestión de las emociones, los estudiantes contarán con *tres rincones de las emociones* en el aula, cada uno con una imagen de diferente color para identificar dicha emoción en el momento de resolver las actividades.



Después de que cada estudiante cumpla los retos propuestos en los laberintos se realizará una mesa redonda para socializar en torno a algunas preguntas como las siguientes:

- ¿Qué encontraron en los laberintos?
- ¿Cuáles laberintos son parecidos? ¿Por qué?
- ¿Qué tipos de líneas vieron?
- ¿Cómo se pueden elaborar laberintos?
- ¿Qué tipo de materiales pueden usar para hacer los laberintos?

3. Cierre (retroalimentación).


Descripción de la actividad: Ahora llegó la hora de crear, cada estudiante tendrá una hoja en la que debe inventar un laberinto *libre*, usando líneas curvas, rectas, cerradas, abiertas, continuas y discontinuas, para luego intercambiarlo con sus compañeros.

EVALUACIÓN

Aunque la evaluación es permanente durante el desarrollo de cada sesión se tendrá en cuenta además la participación, creación, respeto hacia sus compañeros y escucha.

Tabla 4.

Secuencia didáctica, sesión 2.

Secuencia Didáctica para el Desarrollo y Fortalecimiento de Conocimientos Espaciales y Geométricos en Grado Tercero			
Sesión 2: Semana del 15 al 20 de octubre de 2023.			
Municipio.	Bogotá D.C	Institución educativa:	Liceo nuevos horizontes
Nombre de las docentes investigadoras.	Jheimy Liced Moreno Triana Edith Johana Mojica Gómez		
Grado.	Tercero	Área	Matemáticas
Tiempo estimado para alcanzar el aprendizaje:		2 horas clase	
Objetivos de la sesión	<p>COGNITIVA: Reconocer diferentes trazos y figuras por medio de la observación de la obra de Paul Klee “comedians handbill” relacionándolas con los conocimientos espaciales y geométricos.</p> <p>PRAXICA: Crear un laberinto que cumpla con las condiciones dadas por el profesor (estas instrucciones de ubicación corresponden con algunos invariantes topológicos, proyectivos y métricos que se quiere que los estudiantes reconozcan).</p> <p>SOCIO-AFECTIVA: Apreciar las creaciones artísticas de los compañeros y asimismo valorar el trabajo realizado por cada uno de ellos.</p>		
Contenidos	Conocimientos espaciales y geométricos		
Recursos	Video beam, video, pintura comedians handbill ampliada, hojas, lápices y colores.		
Sesión 02			
1. Apertura (Conducta de entrada): 20 minutos			
<p>Descripción de la actividad: Para dar inicio a la clase se proyectará un video llamado “Paul Klee, historia del arte para niños” donde se habla de la vida y algunas obras de Klee, quien es uno de los referentes con el que se trabajará en nuestras próximas clases.</p>			
			
<small>Paul Klee, historia del arte para niños</small>			
<p>Figo y Fidel Historia del arte. (2023). Paul Klee, historia de arte para niños. [Video] YouTube. https://www.youtube.com/watch?v=2QHPPDzx85s</p>			
<p>Luego se realiza un debate sobre lo observado, de igual manera se indaga sobre, si alguno conocía el artista o había visto algunas de sus obras, lo que más les llamó la atención, el por qué creen que estas obras permiten que se pueda aprender sobre matemáticas. Es en este momento en el que se indaga por el tipo de trazos que encontraron en las obras del artista.</p>			

2. Desarrollo. (manos a la obra): 1 hora

La docente presenta los resultados de la actividad del video y explicita los tipos de trazos encontrados (puntos, líneas y figuras, hace las aclaraciones necesarias). Luego presenta la siguiente actividad

Descripción de la actividad: Los estudiantes deben observar la pintura de Paul Klee "Comedians' Handbill"



Mientras la observan se irán respondiendo las siguientes preguntas:

- ☐ ¿A qué se les parece la pintura?
- ☐ ¿Qué figuras observas?
- ☐ ¿Con qué puedes comparar la pintura?
- ☐ ¿Qué les inspira esta pintura?
- ☐ ¿Qué tipos de trazos y figuras encuentran?
- ☐ ¿Qué mensaje te transmite?

Luego hablaremos un poco del título, para esto buscaremos qué significado tiene, con ayuda del diccionario de inglés. Al traducirlo significa "folleto de comediantes" ¿Por qué consideran que se llama así?

Después de la observación de la obra, por medio del juego tingo, tingo, tango, los estudiantes pasarán y mostrarán los trazos o figuras que encontraron y expresarán su punto de vista y la percepción que tienen frente a características de forma y ubicación.

Con base en lo observado respecto a las figuras, formas, líneas y trazos que les haya llamado la atención, crearán su propia obra artística simulando la obra "Comedians' Handbill".

Al terminar la actividad anterior se realizará una exposición según las similitudes que encontraron en estas creaciones, para lo cual deben tener en cuenta las nociones topológicas como: "abierta", "cerrada", "discontinua", "exterior", "frontera" y las nociones proyectivas como: "a la derecha de", "a la izquierda de", "al lado", "arriba", "abajo" y "entre", encontradas en cada una de las creaciones de los estudiantes.

Luego se le dará la palabra a algunos estudiantes para que verbalmente expresen su punto de vista sobre las creaciones de sus compañeros.

3. Cierre (retroalimentación). 40 minutos

Descripción de la actividad: Los estudiantes deberán crear un laberinto que cumpla las indicaciones dadas por el docente:

El objetivo es encontrar un comediante (figura que pueden crear con el uso de líneas, trazos y formas aprendidas, no se puede parecer a los de la pintura, usa la imaginación).

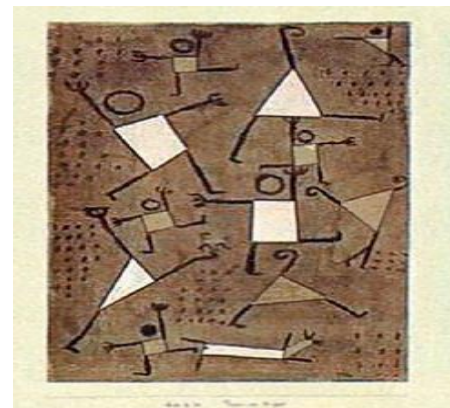
- Primer recorrido: (Todas las líneas deben ser rectas) debe tener líneas rectas hasta encontrar el comediante, debe dar 3 pasos hacia abajo, luego 4 pasos a la derecha, bajar 6 pasos, 5 pasos a la izquierda y 3 pasos hacia abajo.

<ul style="list-style-type: none"> ● Segundo recorrido: (Todas las líneas son curvas) inicien el recorrido con trazos circulares en forma de caracol en la parte de arriba a la izquierda, luego diríjense a la derecha tratando de formar la parte superior de una nube hasta el final del espacio, bajen en diagonal y luego suban formando una “u” hasta llegar al comediante. ● Tercer recorrido: para este recorrido deben usar su imaginación y mezclar diferentes tipos de líneas como lo deseen, lo importante es que al escribir las indicaciones otro compañero lo pueda realizar. ● Para finalizar el laberinto debes hacer formas, puntos, figuras, líneas abiertas y cerradas en el espacio que queda según la creatividad de cada uno.
Evaluación
La evaluación es permanente y se tendrá en cuenta la participación, creación, respeto hacia sus compañeros y escucha.
Referencias
Figo y Fidel Historia del arte. (2023). Paul Klee, historia de arte para niños. [Video] YouTube. https://www.youtube.com/watch?v=2QHPPDzx85s

Tabla 5.
Secuencia didáctica, sesión 3.





Secuencia Didáctica para el Desarrollo y Fortalecimiento de Conocimientos Espaciales y Geométricos en Grado Tercero			
Sesión 3: Semana del 15 al 20 de octubre de 2023.			
Municipio:	Bogotá D.C	Institución educativa:	Liceo nuevos horizontes
Nombre de las docentes investigadoras:	Jheimy Liced Moreno Triana Edith Johana Mojica Gómez		
Grado:	Tercero	Área	Matemáticas
Tiempo estimado para alcanzar el aprendizaje:	2 horas clase		
Objetivos de la sesión	COGNITIVA: Localizar algunos invariantes de la geometría topológica y proyectiva por medio de la observación de la obra de Paul Klee “Bailando por miedo”. PRAXICA: Diseñar creaciones artísticas con formas geométricas con aportes de la la geometría topológica y proyectiva. SOCIO-AFECTIVA: Participar de manera propositiva y contribuir al trabajo cooperativo en las actividades propuestas.		
Contenidos	Conocimientos espaciales y geométricos		
Recursos	Video beam, video, pintura (Paul Klee) bailando por el miedo ampliada, hojas, lápices, figuras geométricas en cartón y colores.		
Sesión 3			
1. Apertura (conducta de entrada): 20 minutos			
Descripción de la actividad: Los estudiantes se ubicarán en el patio y se moverán por todo el espacio, luego se delimitará el espacio y en grupo de 12 niños se desplazarán al ritmo de la música y seguirán las indicaciones dadas por el docente.			

<p>Luego tratarán de ubicarse en el rectángulo simulando la obra de Paul Klee “Bailando por miedo” para esto deben tener en cuenta las nociones espaciales de la pintura. Para esta actividad se dispondrá de figuras geométricas en cartón las cuales servirán para representar la obra.</p> <p>Se tomará una fotografía de los estudiantes en la realización de la actividad anterior para que ellos logren identificar la ubicación y hagan una comparación entre la pintura del autor y la foto tomada.</p>
<p>2. Desarrollo. (manos a la obra): 1 hora</p>
<p>La docente retoma la actividad de la fotografía para presentar las figuras que los estudiantes identificaron y referirse a la localización de cada una de ellas. Con esto se aclaran términos, características o atributos y se fomenta el uso de expresiones que se refieren a invariantes proyectivos.</p> <p>Descripción de la actividad: En este momento los estudiantes estarán en el aula de clase y se llevara a cabo la socialización de la primera actividad, se realizarán preguntas como:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ ¿Por qué se desplazaron solo por cierto lugar, si el patio es amplio para evitar aglomeraciones? ➤ ¿Qué acciones se deben tomar para evitar chocarse con otro compañero en un espacio reducido? ➤ ¿Hacia que direcciones se desplazaron en la actividad? <p>Se muestra la obra de Paul Klee y se les realizará la siguiente pregunta:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ ¿Se parece la obra bailando por el miedo de Paul Klee con la representación hecha en el patio? <p>Después de esta socialización, se fomenta el trabajo cooperativo ya que se deben organizar en grupos de 4 estudiantes, con ayuda de distintas formas geométricas que se les darán, crearán una obra según lo realizado en clase.</p> <p>Luego los estudiantes socializarán su obra para esta actividad deben tener en cuenta las características de cada una de ellas y hacer uso del lenguaje matemático.</p>
<p>3. Cierre (retroalimentación). 40 minutos</p>
<p>Descripción de la actividad: Como retroalimentación se hablará sobre las nociones espaciales y las invariantes de la geometría proyectiva que fomentan el uso de puntos de referencia para señalar la ubicación de un objeto, estas son “horizontal – vertical”, “arriba -abajo”, “izquierda – derecha”, “adelante, atrás”, “a la derecha de–a la izquierda de”, “al frente de–al respaldo”, “detrás de– delante de”, “encima de–debajo de”, “sobre– bajo”, “entre”, “al lado”, “enfrente”.</p> <p>De manera individual se dará una hoja en blanco y cada estudiante realizará la representación de una de las posturas o movimientos que realizó en la primera actividad del baile.</p>
<p>Evaluación</p>
<p>La evaluación es permanente y se tendrá en cuenta la participación, creación, respeto hacia sus compañeros y escucha.</p>
<p>Referencias</p>



Santana, 2016
 Vecino, 2005 p, 296
 González y Weinstein, 2006. p. 99 desplazamientos

Tabla 6.
Secuencia didáctica, sesión 4.

Secuencia Didáctica para el Desarrollo y Fortalecimiento de Conocimientos Espaciales y Geométricos en Grado Tercero			
Sesión 4: semana del 15 al 20 de octubre de 2023			
Municipio:	Bogotá	Institución educativa:	Liceo nuevos horizontes
Nombre del (las) docentes:		Jheimy Liced moreno Triana y Edith Johana Mojica Gómez	
Grado:	Tercero	Área	Matemáticas
Tiempo estimado para alcanzar el aprendizaje:		2 horas clase	
Objetivos de la sesión	<p>COGNITIVA: Comparar las características de los invariantes topológicos y proyectivos entre la obra de Paul Klee “Senecio” y el dibujo del rostro de cada estudiante.</p> <p>PRAXICA: Dibujar el autorretrato con apoyo en una foto del estudiante, esto permitirá tener claridad en la ubicación de los rasgos faciales.</p> <p>SOCIO-AFECTIVA: Favorecer el autoconocimiento para mejorar la confianza y la autoestima de los estudiantes.</p>		
Contenidos	Conocimientos espaciales y geométricos		
Recursos	Espejo en una caja cerrada, una foto de la cara de cada estudiante de medidas de 10cm x 10 cm, colores, lápices, hojas, cartulinas, papel silueta o iris y pegante.		
Sesión 4			
1. Apertura (conducta de entrada): 30 minutos			
<p>Descripción de la actividad: Los estudiantes tendrán una caja cerrada, luego los docentes les comentarán, sobre un tesoro muy grande que es irrepitible y hermoso, que todos los padres tienen en casa. Para encontrarlo deben abrir la caja y buscar el tesoro. (en esta caja se encuentra un espejo, en el cual se reflejarán y se darán cuenta que el tesoro son ellos mismos).</p> <p>Luego se hará una reflexión de la importancia de aceptarnos como somos y que, pese a que tenemos muchas diferencias y en ocasiones nos vemos defectos, somos muy importantes para nuestra familia. Con ayuda de la foto que deben traer a la clase seguirán los siguientes pasos:</p>			
 <p>1 Alista tu foto. </p> <p>2 Doblar de forma vertical y por la mitad la foto, luego recortarla. </p> <p>3 Luego pega la foto en una hoja y completa la cara dibujándola. </p>			

Posteriormente se quitará la mitad de la foto para que los estudiantes completen su rostro.

En seguida se hará una exposición de obras artísticas donde todos podrán admirar sus creaciones y escuchar que es lo que más le gusta a cada estudiante de sí mismo. De igual manera van hablar sobre la ubicación de las partes de la cara y las formas que se encuentran semejantes.

2. Desarrollo (manos a la obra): 1 hora

La docente luego que los estudiantes terminan su autorretrato, empieza a preguntarle a los estudiantes ¿en dónde se encuentra cada parte de la cara?, esto con la finalidad que ellos den respuesta con el vocabulario correspondiente a las invariantes de la geometría proyectiva. En seguida, se aclaran dudas sobre el uso de las invariantes proyectivas al momento de dar respuesta sobre la ubicación de las partes del rostro.

Descripción de la actividad: Aquí cada uno tendrá en su mesa de trabajo su retrato y se les pasará la obra de Paul Klee "Senecio" con la cual harán una comparación entre su trabajo y la pintura.



Luego compararán su rostro con la obra Paul Klee y darán respuesta a las siguientes preguntas:

- ¿En qué se parecen?
- ¿En qué se diferencian?
- ¿Qué líneas, trazos y formas encuentran iguales o diferentes?
- ¿Por qué consideran que la pintura de *Senecio* tiene esas formas?
- ¿Qué tuvieron en cuenta el autor y ustedes para lograr la ubicación de las partes de los rostros?

Luego los estudiantes se organizarán en grupos de 4 y en $\frac{1}{4}$ de cartulina dibujarán la pintura de Paul Klee lo más parecida posible, para esto realizarán la técnica del rasgado, luego lo decoran con diferentes colores, formas y ubicaciones correspondientes.

3. Cierre (retroalimentación).

Descripción de la actividad: Para finalizar los estudiantes tendrán una hoja de papel y crearán un rostro, deben tener en cuenta las líneas, formas y figuras aprendidas, luego realizarán un texto instructivo donde darán las indicaciones precisas para que otro compañero logre hacerla de la misma manera sin verla.

Evaluación

La evaluación es permanente se tendrá en cuenta la participación, creación, respeto hacia sus compañeros y escucha.

3.3. Consideraciones de las mediaciones del docente en la implementación de la secuencia

La mediación en el aula se refiere a las estrategias, herramientas y métodos que los docentes utilizan para facilitar el aprendizaje. Según Fernández (2018) la mediación pedagógica es un concepto ampliamente discutido en la literatura educativa y se refiere a las estrategias y técnicas que los maestros emplean para facilitar y optimizar el proceso de enseñanza-aprendizaje, también se puede definir como “el conjunto de acciones deliberadas que el maestro realiza para orientar y guiar el aprendizaje de los estudiantes” (p. 27). Estas acciones incluyen la adaptación del contenido, la creación de un entorno de aprendizaje favorable, y la implementación de estrategias didácticas que fomenten la participación activa de los estudiantes.

La figura del docente es fundamental por cuanto no es un transmisor de conocimientos, sino un mediador del aprendizaje. Se destaca que uno de los principales teóricos que sustentan la importancia de la mediación pedagógica es la teoría sociocultural de Vygotsky (1934) ya que argumenta que el aprendizaje es un proceso social y culturalmente mediado, donde el docente actúa como un mediador entre el conocimiento y el estudiante.

En consecuencia, existen diversas estrategias que pueden ser empleadas por los docentes para mediar el aprendizaje en el aula. Entre las más destacadas se encuentra lo expuesto por Bruner (1976), quien introdujo el concepto de andamiaje, que describe cómo el maestro proporciona apoyo estructurado a los estudiantes hasta que estos son capaces de realizar tareas de manera independiente. Este apoyo puede incluir la modelación, la retroalimentación inmediata y la simplificación de tareas complejas.

Por consiguiente, en la implementación de la secuencia didáctica es fundamental el rol del docente, debido a que actúa como facilitador del aprendizaje al proporcionar estructuras, recursos y apoyo necesarios para que los estudiantes comprendan y dominen nuevos conceptos. Esta mediación es crucial para guiar el proceso de enseñanza y aprendizaje de manera efectiva.

El docente durante la implementación de las actividades lleva al estudiante a que aclare sus dudas, indague o interactúe con sus compañeros y a partir del desarrollo de las actividades se ofrecen estrategias que le permiten conceptualizar y relacionar esto con lo práctico. Dentro de las estrategias utilizadas en la implementación de la secuencia están las siguientes:

Procurar escenarios diferentes al aula de clase: se puede resaltar que al brindar al estudiante posibilidades de elección a la hora de trabajar una actividad en el aula o fuera de ella, el docente promueve interés y emociones positivas sobre la actividad y desarrolla la interacción social que menciona Vygotsky (1934), tanto con los pares como con su entorno. En relación con la implementación de la secuencia se procuraron espacios como salidas al patio a desarrollar

actividades y cambios de escenarios en el aula de clase (ubicación de pupitres en mesa redonda, en grupos de trabajo y adecuación del entorno para observar videos alusivos al tema).

Formular preguntas generadoras: Es importante que durante cada sesión se planteen interrogantes, los cuales tienen la finalidad de motivar al estudiante a expresar su saber o sentir respecto a la experiencia en cada actividad, como lo afirman Paul & Elder (2006) preguntas que promuevan la indagación pueden fomentar el pensamiento crítico y la reflexión en los estudiantes; son preguntas abiertas y provocadas con las cuales el docente guía a los estudiantes a explorar conceptos y a construir su propio conocimiento. Por tal motivo es que estos interrogantes se plantean con dos intenciones tanto para verificar la comprensión, como para promover la reflexión y el razonamiento entre los estudiantes. No obstante, otras preguntas surgen de manera espontánea de acuerdo con el avance del grupo. Estas preguntas espontáneas son pertinentes porque con ellas el docente a partir de las posibles dudas genera interrogantes que orientan a los estudiantes a reflexionar sobre los conceptos y a guiar su pensamiento hacia la comprensión de estos. Algunos ejemplos de tipos de preguntas socráticas son:

- De clarificación: ¿Qué quieres decir exactamente con eso?
- De profundización: ¿Por qué piensas que eso es cierto?
- De perspectivas Alternativas: ¿Hay otra manera de ver esta situación?
- De implicaciones y Consecuencias: ¿Qué implicaciones tiene eso?
- De evidencia: ¿Qué evidencia tienes para apoyar esa afirmación?

Favorecer el uso de materiales manipulativos: Durante el desarrollo de las actividades se cuenta con materiales manipulativos como laberintos plastificados, laberintos en 3D, fichas, entre otros, los cuales son herramientas físicas que los estudiantes pueden manipular para explorar conceptos matemáticos de manera práctica y concreta, este material se organizó por grupo de trabajo de acuerdo con las indicaciones básicas dadas por las docentes. Se busca que todos los estudiantes puedan tener contacto con el material y a la vez fomentar el cuidado y el uso correcto de este tipo de material.

Promover la retroalimentación permanente: El docente a través del diálogo y las orientaciones antes de cada actividad recuerda la importancia de participar activamente, de expresar sus dudas y motiva para terminar las actividades. Lo anterior promueve el desempeño y la comprensión de algunos conceptos matemáticos, con relación a los conocimientos espaciales y geométricos trabajados, lo anterior expuesto se apoya con lo afirmado por Bruner (1976), con el concepto de andamiaje, proceso que permite que el maestro proporcione apoyo estructurado a los

estudiantes hasta que estos sean capaces de realizar tareas de manera independiente. Un ejemplo, es la corrección de los escritos por medio de la relectura de otro estudiante que cumple el rol de par académico. También la lectura del texto por parte del docente para evidenciar el uso correcto de las reglas ortográficas, además terminada cada sesión se realiza el cierre con la autoevaluación de las actividades por parte de cada estudiante y esto permite reconocer su progreso, sus fortalezas y debilidades.

Fomentar el trabajo colaborativo: El maestro debe incentivar actividades que incluyen trabajo grupal, lo que les permite discutir y compartir diferentes estrategias y puntos de vista para abordar problemas matemáticos. Se considera a Vygotsky (1934) quien sostiene que el desarrollo cognitivo de los niños es impulsado por la interacción social y la cultura en la que están inmersos, ya que la interacción social permite adquirir habilidades comunicativas, críticas, dialogantes y de conocimiento que son propias del trabajo colaborativo y no pueden ser adquiridas por si solas. En la implementación de cada sesión se brindó espacio de debate entre los estudiantes sobre las experiencias vividas con las actividades, por otro lado, se logra el respeto por la opinión del otro y la escucha activa de todo el grupo.

Para terminar, se puede afirmar que las mediaciones del docente juegan un papel importante en el proceso educativo ya que al utilizar variedad de estrategias didácticas contribuyen significativamente a la formación integral de los estudiantes, preparándolos para enfrentar los desafíos de la etapa escolar.

Capítulo 4. Evaluación de la implementación de la secuencia didáctica

La evaluación de la secuencia didáctica se realiza en relación con los productos obtenidos de las actividades implementadas en cada sesión, además de la observación de las docentes investigadoras. Esta etapa de evaluación implica el análisis de la información acopiada de manera sistemática. Para este proceso cabe resaltar que en el marco de conceptos de referencia se organizó en dos categorías generales (categoría dimensiones de desarrollo del institución y las dimensiones de Delors y la segunda categoría de las dimensiones del desarrollo con la caracterización de los conocimientos espaciales y geométricos); para este análisis se asume la segunda categoría en general de las dimensiones del desarrollo y lo particular de su manera de comprenderse asociadas a los conocimientos geométricos y espaciales. Además, se requiere incluir un elemento más propio del momento de la implementación que son las mediaciones de las docentes en la gestión de la clase al momento de implementar el diseño en el grado tercero.

Entonces la primera categoría que se expone es sobre las dimensiones del desarrollo respecto a los conocimientos espaciales y geométricos, este análisis se hace a partir de las evidencias obtenidas de los trabajos de los estudiantes y la recopilación de información en las notas de las docentes sobre el alcance de los objetivos de la secuencia; la segunda categoría tiene que ver con el análisis de las mediaciones requeridas por el docente en la implementación de la secuencia didáctica.

No obstante, antes de presentar el análisis, se expondrán los procesos que se llevaron a cabo, se comenzó con la sistematización de la información, para luego tabular y analizar los datos de acuerdo con las categorías establecidas.

4.1. Sistematización de los resultados de la implementación de la secuencia

Para sistematizar los resultados de la implementación de la secuencia se lleva a cabo procesos que corresponden a técnicas de investigación cualitativa, estos fueron: a) la recolección de información (productos de las actividades desarrolladas, material fotográfico de las sesiones de clase y de las actividades de los estudiantes); b) tabulación de la información; c) depuración, fragmentación e integración de la información⁷ para consolidarla como datos que permitan dar cuenta de los resultados de la implementación de la secuencia. A continuación, se describe cada uno de estos procesos.

⁷ El proceso de depuración, fragmentación e integración de la información es descrito en el trabajo de Leonor Camargo (2021) acerca de estrategias cualitativas de investigación en educación matemática.

4.1.1. Recolección de la información

La recolección de la información se lleva a cabo en la etapa de implementación de la secuencia de actividades. La información acopiada corresponde a fotografías del aula de clase y de los estudiantes en el momento del desarrollo de cada una de las actividades, también se dispone de grabaciones de audio para capturar los diálogos, explicaciones o reflexiones de los estudiantes, del mismo modo se recogen evidencias de las respuestas dadas por ellos en cada actividad, recolectándolas por medio de registros físicos o fotográficos. Por último, están algunos videos de las sesiones de clase y las notas de las docentes.

4.1.2. Tabulación de la información.

El proceso de tabulación de la información se realiza por medio de una matriz, la cual facilita la extracción de información y su relación con los criterios de ordenamiento relativos a las categorías de análisis.

En esta etapa lo primero que se hace es la organización de la información en tablas que permiten la clasificación de los productos obtenidos durante la implementación de la secuencia didáctica. Para esta organización se asigna una codificación según la sesión, primero se indica con la letra "S" mayúscula y el número de sesión (1, 2, 3 o 4); luego se ubica el criterio de ordenamiento con la letra "O" mayúscula y el respectivo número para las categorías de análisis dimensión cognitiva (conceptos), dimensión práxica (procedimientos), dimensión socio-afectiva (emociones) y las mediaciones del docente. Por último, se indica en el código si pertenece a un registro fotográfico (registro), audio o video y el número consecutivo según corresponda.

Tabla 7.

Codificación de evidencias

S: Sesión + # de sesión.	O: criterio de ordenamiento + #.	Registro Audio Video	} # consecutivo según corresponda
---------------------------------	---	----------------------------	-----------------------------------

4.1.3. Depuración, fragmentación e integración de la información

Esta fase se refiere al proceso de seleccionar y presentar únicamente la información relevante, significativa y pertinente que dé respuesta al alcance de los objetivos y al análisis del trabajo. Como establece Camargo (2021) esto implica eliminar cualquier información redundante, superflua o que no contribuya directamente a la comprensión y la argumentación de la investigación.

Luego de clasificar y codificar la información Camargo (2021) propone reducir los datos y de esta manera dejar las evidencias que aportan a la evaluación de la implementación de la secuencia didáctica; para esto se establece una tabla que se divide en cuatro filas correspondientes a las sesiones implementadas y en dos columnas, una que pertenece al código de la evidencia y en la otra una pequeña descripción de lo encontrado en la misma. De igual manera se identifica cada criterio de ordenamiento con un color diferente para reconocer fácilmente la categoría a la que pertenece, como se observa a continuación.

O 1: criterio de ordenamiento relativo a las dimensiones práctica y cognitiva	O 2: criterio de ordenamiento relativo a la dimensión socio afectiva	O 3: criterio de ordenamiento relativo a las mediaciones del docente
---	--	--

Tabla 8.

Agrupación de datos recolectados en cada una de las sesiones.

Sesión	Código	Descripción
Sesión 1	S101IMAGEN1	Saber hacer (foto procedimiento desarrollo laberintos patio)
	S101REGISTRO1	Conceptos geometría topológica y proyectiva Página 5
	S101REGISTRO2	Conceptos geometría topológica y proyectiva Página 6
	S101REGISTRO3	Conceptos geometría topológica y proyectiva Página 7
	S101REGISTRO4	Conceptos geometría topológica y proyectiva Página 4
	S101REGISTRO5	Conceptos geometría topológica y proyectiva Página 1
	S101AUDIO1	Conceptos geometría proyectiva (1:36 a 1:38)
	S101AUDIO1	Conceptos geometría proyectiva (2:36 a 2:44)
	S101AUDIO1	Conceptos geometría proyectiva (2:45 a 2:51)
	S102AUDIO2	Emoción alegría (0:05 a 0:25)
	S102IMAGEN2	Emoción tristeza rincón de las emociones
	S102IMAGEN3	Emoción tristeza rincón de las emociones
	S102IMAGEN4	Emoción enojo rincón de las emociones
	S10102IMAGEN5	Construcción laberinto (mi laberinto 1 pag.6)
	S10102IMAGEN6	Construcción laberinto (mi laberinto 1 pag.2)
	Sesión 2	S201IMAGEN2
S203IMAGEN1		Mediación e interacciones del maestro
S203AUDIO1		Mediación del maestro (0:02 a 0:08)
S202AUDIO1		Emoción confusión (0:30 a 0:45)
S201AUDIO2		Concepto de jeroglífico (0:25 a 0:35)
S202AUDIO2		Emoción felicidad (1:01 a 1:17)
S201VIDEO1		Saberes previos matemáticos (0:03-0:27)

	S2O1REGISTRO1	Arte página 5 abstracto
	S2O1REGISTRO1	Arte página 8 el mundo de las formas
	S2O1REGISTRO2	Arte página 3 la noche colorida
	S2O1REGISTRO3	Apropiación de conceptos matemáticos página 1
Sesión 3	S3O2AUDIO1	Emoción (confusión) 0:31 a 0:39
	S3O2AUDIO2	Emoción (felicidad) 1:03 a 1:17
	S3O2AUDIO3	Necesidad de sentirse acompañados 0:43 a 2:05
	S3O1FOTO1	Análisis de la ubicación de la pintura
	S3O1FOTO2	Localización y ubicación en el piso imitando la pintura
	S3O1REGISTRO1 con S3O1AUDIOMANCHEGO	Conceptos figurales Geometría topológica
	S3O1REGISTRO2 con S3O1AUDIOROMERO	Colores primarios y secundarios
	S3O1REGISTRO3 con S3O1AUDIOLOPEZ	Conceptos figurales Geometría topológica
	S3O2REGISTRO4 CON S3O2AUDIOGUARNIZO	Felicidad
	Sesión 4	S4O2AUDIO1
S4O2FOTO1		Mirándose al espejo
S4O2REGISTROS		Retrato dibujado de los niños pág. 3, 6 y 8
S4O1FOTO2		Comparando las similitudes de su retrato con la pintura
S4O1AUDIO1		Ubicación y localización, 0:17 hasta 0:59 y 1:02 hasta 1:30
S4O1AUDIO2		Ubicación, 0:23 hasta 1:15

4.1.4. Fragmentación e integración de la información

En esta fase se buscan algunas relaciones entre los datos recolectados y los que coinciden se integran según las categorías de análisis, esto permite analizar y comprender con mayor facilidad los resultados obtenidos. Ahora, Camargo (2021) establece que, dado que se busca garantizar la rigurosidad del trabajo, se debe consolidar la información en una tabla en la cual se puede ver la relación que existen entre los criterios de ordenamiento y cada una de las sesiones. Cabe recordar que el primer criterio de ordenamiento está relacionado con el conocimiento matemático, con dos subdivisiones que son las dimensiones cognitiva y práctica; el segundo corresponde a la dimensión socio afectiva, por último, el tercer criterio de ordenamiento se refiere a las mediaciones del docente en la implementación de la secuencia. En la siguiente tabla, se presentan los resultados obtenidos del proceso de fragmentación e integración:

Tabla 9.

Fragmentación e integración de la información.

O 1. Conocimiento matemático	Dimensión Cognitiva	S301FOTO1 Análisis de la ubicación de la pintura S101AUDIO1 Conceptos geometría proyectiva (1:36 a 1:38) S101AUDIO1 Conceptos geometría proyectiva (2:36 a 2:44) S101AUDIO1 Conceptos geometría proyectiva (2:45 a 2:51) S201IMAGEN2 Saberes previos matemáticos/Rta pregunta S201VIDEO1 Saberes previos matemáticos (0:03-0:27) S201AUDIO2 Concepto de jeroglífico (0:25 a 0:35)
	Dimensión Práctica	S102IMAGEN1 (foto procedimiento desarrollo laberintos patio) S10102IMAGEN5 y S10102IMAGEN6 (Construcción laberinto) S101REGISTRO1 Conceptos geometría topológica y proyectiva Página 5 S101REGISTRO4 Conceptos geometría topológica y proyectiva Página 4 S101REGISTRO2 Conceptos geometría topológica y proyectiva Página 6 S101REGISTRO3 Conceptos geometría topológica y proyectiva Página7 S101REGISTRO5 Conceptos geometría topológica y proyectiva Página 1 S201REGISTRO3 Apropiación de conceptos matemáticos página 1 S201REGISTRO1 Arte página 5 abstracto S201REGISTRO1 Arte página 8 el mundo de las formas S401FOTO2 Comparando las similitudes de su retrato con la pintura S201REGISTRO2 Arte página 3 la noche colorida S301FOTO2 Localización y ubicación en el piso imitando la pintura
O 2. Dimensión Socio-afectiva	Emociones	S102IMAGEN4 Emoción enojo rincón de las emociones S102IMAGEN2 Emoción tristeza rincón de las emociones S102IMAGEN3 Emoción tristeza rincón de las emociones S102AUDIO2 Emoción alegría (0:05 a 0:25) S202AUDIO2 Emoción felicidad (1:01 a 1:17) S302AUDIO2 Emoción (felicidad) 1:03 a 1:17 S302REGISTRO4CON S302AUDIOGUARNIZO Felicidad S202AUDIO1 Emoción confusión (0:30 a 0:45) S302AUDIO1 Emoción (confusión) 0:31 a 0:39 S302AUDIO3 Necesidad de sentirse acompañados 0:43 a 2:05 S302AUDIO3 Necesidad de sentirse acompañados 0:43 a 2:05 S402AUDIO1 Saber ser (autoestima) S402FOTO1 Mirándose al espejo S402REGISTROS Retrato dibujado de los niños pág. 3, 6 y 8
O 3. Mediación del docente		S203IMAGEN1 Mediación e interacciones del maestro

		S2O3AUDIO1 Mediación del maestro (0:02 a 0:08)
--	--	---

4.2. Análisis de los resultados de la implementación de la secuencia

El análisis de los resultados de la implementación de la secuencia es una etapa crucial en la evaluación de la efectividad y el impacto que generan las actividades. En este apartado se presenta el análisis de los productos obtenidos en las dos categorías mencionadas: las dimensiones de desarrollo práctica, cognitiva y socio-afectiva respecto a los conocimientos espaciales y geométricos, y las mediaciones del docente. Con esta información se pretende reconocer la importancia que tienen las actividades y demostrar el alcance de los objetivos, de la misma manera las implicaciones de estos hallazgos para futuras prácticas y desarrollos en este ámbito.

A continuación, se exponen los resultados del análisis, se inicia por la dimensión práctica, luego la dimensión cognitiva y la dimensión socio-afectiva. Finalmente cierra el apartado con el análisis de las mediaciones del docente.

4.2.1. Resultados asociados a las dimensiones de desarrollo respecto a los conocimientos espaciales y geométricos

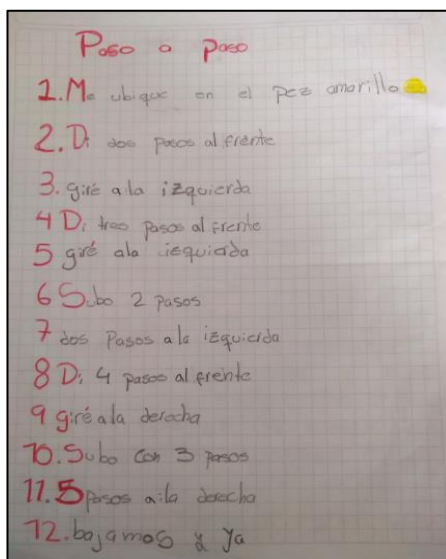
4.2.1.1. Dimensión práctica

Conviene mostrar cómo los estudiantes se apropian del conocimiento procedimental y lo aplican a las actividades implementadas, es decir, el saber se relaciona con la acción de llevar a cabo un procedimiento para solucionar una situación o realizar un proceso como lo advierte Johnson y Alíbalí (1999) ya que estos autores definen al conocimiento procedimental como una “habilidad para ejecutar secuencias de acción para resolver problemas” (p. 6).

Al analizar los diferentes productos obtenidos durante la implementación de la secuencia didáctica, se puede evidenciar que en la primera sesión durante la actividad que consistía en transitar por algunos laberintos plasmados en el patio y luego escribir un texto instructivo (ilustración 2) para intercambiar con sus compañeros, los estudiantes usan la habilidad de ubicarse en un punto de referencia para iniciar el recorrido.

Ilustración 1.

Texto instructivo 1



Fuente. Elaborado por Isabela

Se identifica en el texto que la estudiante Isabella usa términos sobre invariantes proyectivos identificados por Chamorro (2005) como “izquierda”, “derecha” y “al frente”.

De igual manera la estudiante desarrolla habilidades de observación, comunicación y representación en un espacio determinado, en este caso al resolver el laberinto realiza una representación mental de cada movimiento para luego escribir las indicaciones y así poder comunicarlo de manera asertiva a sus compañeros, logrando lo propuesto por González y Weinstein (2006) “Apropiarse del espacio circundante implica poder observar, describir, comunicar, representar y comparar posiciones de los objetos y de las personas, así como sus desplazamientos” (p. 99).

En la ilustración 3 se observa que la estudiante Angela en su texto instructivo hace estimaciones de medida no convencionales, como el uso de pasos para dar cuenta de la distancia que existe a lo largo del recorrido del laberinto. Para este proceso la estudiante usa una invariante de la geometría métrica que es la medida de segmentos (Chamorro, 2005).

Ilustración 2.

Texto instructivo de Angela.

1 Me ubrí en el Pesecho noronja.

2. Hice 3 Pasos hacia adelante,
hice 2 hacia la izquierda, hice 3
hacia adelante, hice 2 hacia la derecha,
hice 3 hacia adelante, hice 5 hacia
la izquierda, hice 2 hacia adelante,
hice 4 hacia la derecha y por último
hice 1 hacia adelante.

3 Y llegue a la meta ☺.

De: Angela Liceth Guarnico Puerto

Fuente. Elaborado por Angela

De igual manera la ilustración 4 permite ver como la estudiante, lee su texto y avanza siguiendo las indicaciones escritas por ella misma, esto demuestra que hace un proceso de comprobación basado en conceptos de invariantes proyectivas como: “adelante”, “izquierda” y “derecha”.

Ilustración 3.

Comprobación texto instructivo.

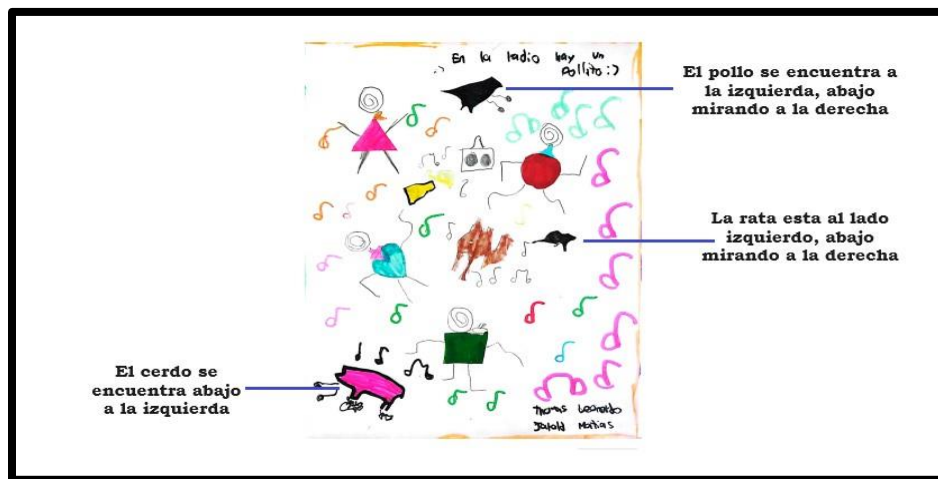


Fuente. Tomada por Johana Mojica

En la geometría proyectiva se consideran las referencias múltiples, expuestas por Chamorro (2005), en las cuales el sujeto tiene diferentes referentes de ubicación para localizar lo deseado, un ejemplo claro se encuentra en la ilustración 5, en la que los estudiantes hacen uso de invariantes proyectivas como derecha, izquierda y abajo, al realizar su obra artística. Además, al exponerla ante los compañeros expresan verbalmente la ubicación que tienen algunos de los animales en relación con la posición y el contorno de la hoja.

Ilustración 4.

Obra de arte "En la radio hay un pollito"



Fuente. Elaborado por Thomás y Harold

Sin embargo, algunos estudiantes evidencian que aún les hace falta mejorar la argumentación, pues solo mencionan expresiones como *la paloma está arriba*, pero no dicen arriba de qué, por ejemplo, *la paloma está arriba de la grabadora*; este tipo de omisiones indica una falta de precisión en la comunicación, que es crucial para desarrollar una argumentación clara y efectiva. Por otra parte, la tarea propuesta sobre esta obra de arte favorece la actividad de localizar, en el sentido propuesto por Bishop (2005), que involucra la comprensión y el uso del espacio para ubicar objetos o sujetos; esto se evidencia debido a que al preguntarle a los estudiantes ¿en dónde se ubica cada elemento de su creación? son capaces de localizar y dar respuesta al interrogante, con esto se demuestra su conocimiento conceptual convertido en conocimiento procedimental al llevarlo a la creación artística.

En la ilustración 6 se puede ver como los estudiantes reconocen el espacio en el que van a trabajar, ubican de manera proporcional los elementos de su obra y desarrollan el conocimiento

espacial por medio del dibujo, de igual manera logran comunicar las representaciones espaciales que realizan ya que hacen uso del lenguaje cotidiano y propio del conocimiento espacial y geométrico, de igual manera trabajan los conocimientos geométricos los cuales se reflejan no solo en la conceptualización que han ido desarrollando a través de la implementación de la secuencia, sino en la aplicación de estos conceptos en la práctica.

Ilustración 5.

Obra de arte "El bayle⁸ del enojo"



Una persona abajo como bailando, esta como mareado de tanto bailar o de tanto dar vueltas y esta abajo un poco a la izquierda un muñeco de figura rectangular. Arriba hay un muñeco con cabeza redonda y cuerpo triangular, arriba un poco a la derecha hay un personaje con cuerpo de rectángulo acostado con cabeza de corazón, tiene una mano como si fueran líneas rectas y dedos a los dos lados. Debajo de esa figura hay otra figura como si estuviera acostada para el lado pero está saltando, tiene manos de círculos y una cabeza de estrella, tiene cuerpo de cuadrado, una mano para abajo con dos dedos a los lados y uno en el medio, también hay un muñeco con cabeza de corazón con líneas curvas y líneas rectas.

Fuente. Laborado por Kevin y Dana

Lo expuesto anteriormente se aprecia en el uso de invariantes topológicas que reflejan los estudiantes en sus dibujos, dentro de las cuales se pueden evidenciar: el uso de figuras abiertas que se encuentran en algunas de las manos realizadas o cerradas en las cabezas de las figuras.

Por otro lado, se aplican invariantes proyectivas en la realización de la obra "El bayle del enojo" debido a que en el momento de comunicar la creación los estudiantes afirman que: "hay una persona abajo como bailando", "arriba hay un muñeco", "esta abajo un poco a la izquierda un muñeco", "arriba un poco a la derecha hay un personaje" (transcripciones exactas de las expresiones orales de los estudiantes), expresiones en donde se toma de referencia un objeto orientado como lo afirma Vecino (2005) cuando hay un objeto de referencia quieto y las posiciones son relativas.

No obstante, en cuanto al aspecto de los objetos de referencia es pertinente reforzar los conceptos, ya que algunos estudiantes evidencian dificultades con respecto a lo anterior planteado, pues no mencionan el referente u objeto quieto, además se puede observar que

⁸ Esta etiqueta como nombre para la obra la creó el estudiante y por ello respetamos su denominación a pesar del error de ortografía que puede señalarse en este.

algunos hacen alusión al plano en el que está el objeto (hoja) y no a objetos de referencia; es fundamental que los estudiantes puedan ser capaces de explicitar el sujeto u objeto de referencia para poder referirse a la ubicación de otro objeto.

También puede verse el significado que le dan a las formas geométricas con expresiones como *“manos de círculos, cabeza de estrella, cuerpo cuadrado”*, pues en ellas los estudiantes hacen uso de conocimientos geométricos. Se puede ver como los estudiantes utilizan cada figura de acuerdo con las representaciones mentales que tienen de ellas, así mismo ubican cuidadosamente cada imagen para darle un significado general a su dibujo, lo que quiere decir que toman la conceptualización que construyen en la clase y la usan para recrear su pensamiento y poder transmitir a otro sus maneras de expresión a partir del arte.

En la anterior evidencia no solamente se habla de relaciones topológicas y proyectivas en un espacio, sino también de conceptos figurativos como *“cabeza redonda, cuerpo triangular, cabeza de corazón”*, entre otros, ya que los estudiantes establecen una realidad mental y logran la construcción del razonamiento matemático en el dominio de la geometría que privilegia propiedades espaciales, pero que está desprovista de las propiedades concretas de cada forma geométrica usada en el dibujo, como lo explica Fischbein (1993) los objetos de manipulación en el razonamiento geométrico son entidades mentales, llamadas conceptos figurativos⁹, que reflejan propiedades espaciales (forma, posición, magnitud) y, al mismo tiempo, poseen cualidades conceptuales, como idealidad, abstracción, generalización, perfección.

Ilustración 6.

Obra de arte "La noche colorida"



En la ilustración 7 aparece una evidencia fundamental para mostrar que el objetivo de la actividad se ha cumplido, porque los estudiantes a partir de sus propias creaciones artísticas disfrutan del dibujo y construyen sus propias realidades, manejan algunos conceptos, que como se puede ver, los llevan a razonar debido a que utilizan formas geométricas que implican lograr la ubicación, posición,

⁹ Fischbein define el concepto figural como una realidad mental, como el constructo manejado por el razonamiento matemático en el dominio de la geometría. Está desprovisto de cualquier propiedad concreta-sensorial (como color, peso, densidad, etc) pero exhibe propiedades figurales.

tamaño, relación de objetos, formas y otra serie de construcciones que el estudiante plasma en su obra. También se evidencia que la estudiante maneja puntos de conexión para generar nuevas formas geométricas y por esta razón puede hacer una representación geométrica de un objeto del mundo real. Por otra parte, se observa la intervención de los estudiantes sobre el interior de las formas geométricas mediante el color para poder obtener esta representación geométrica del gato.

De igual manera nos permite ver a partir de colores, a la par con sus deseos de expresión con el mundo exterior, lo cual se relaciona con lo expuesto por González y Weinstein (2006) los problemas geométricos se caracterizan porque se ponen en interacción a un sujeto “matemático” con un medio que ya no es un espacio físico, sino un espacio geométrico y esta creación muestra la aplicación no solo de conocimientos espaciales al lograr manejar el espacio sino del conocimiento geométrico por medio de representaciones visuales la ubicación de estas dentro de un espacio.

4.2.1.2. Dimensión cognitiva

La dimensión cognitiva propuesta en el Liceo Nuevos Horizontes pretende que el estudiante se apropie de escenarios y referentes del conocimiento con los cuales pueda interactuar en la búsqueda de alternativas ante una situación problema.

En relación con esta dimensión se destaca el momento donde los estudiantes empiezan a cruzar los laberintos y muestran curiosidad por descubrir el camino correcto, de igual manera buscar la forma de transmitir por medio del lenguaje no solo verbal sino escrito ¿cómo llegar a la meta?; logrando lo considerado por González y Weinstein (2002) «ubicarse en el espacio es ser capaz de usar un vocabulario que permita comprender y transmitir información espacial» (p. 93).

En la siguiente ilustración, se muestra que el estudiante [Thomas] posee algunos conceptos sobre invariantes proyectivos como los expuestos por Chamorro (2005), “a la derecha”, “a la izquierda”, “al lado”, “adelante y atrás”. En cuanto a conceptos matemáticos vinculados al conocimiento geométrico [Thomas] identifica las formas de las figuras geométricas y nombra el círculo y también usa los pasos como medida que hay entre cada trayecto del recorrido como se observa a continuación en el texto instructivo.

Ilustración 7.

Texto instructivo y obra "Comedians Handbill"

1. Nuestro bote es circular empezamos en la flecha hacia en un lado del círculo.
2. dos pasos hacia adelante
3. un paso hacia la derecha
4. dos pasos hacia adelante
5. tres pasos hacia la izquierda
6. un paso adelante
7. un paso a la izquierda
8. un paso hacia atrás me volteo
9. tres pasos hacia adelante
10. tres pasos hacia la derecha
11. un paso atrás



Por otra parte, es pertinente hablar de la actividad del análisis de la obra de arte de Paul Klee “*Comedians Handbill*”, expuesta anteriormente junto al texto instructivo, porque los estudiantes al observar la obra reconocen relaciones espaciales, las cuales se refieren a un sistema de referencia mental que permite organizar, sistematizar, ampliar las formas como nos apropiamos del espacio, González y Weinstein (2006) exponen que “apropiarse del espacio circundante implica poder observar, describir, comunicar, representar y comparar posiciones de los objetos y de las personas, así como sus desplazamientos” (p. 99).

En concordancia con lo anterior los estudiantes después de realizar la observación reconocen algunos invariantes de la geometría topológica propuestos por Chamorro (2005) como abierto y cerrado. Afirman que hay algunas figuras que son cerradas y otras abiertas, además de su localización, actividad que tiene relación con invariantes de la geometría proyectiva como “abajo”, “arriba”, “al lado de”; señalan que las figuras están ubicadas en la parte de arriba o abajo o al lado de, debido a que toman como referencia elementos que observan dentro del plano; lo anterior tiene una conexión con lo expuesto por Vecino (2005) sobre el caso cuando la referencia es otro sujeto u objeto orientado y las posiciones son relativas, es decir, se evidencian cuando hay un objeto de referencia quieto y las posiciones que se tengan frente a este son las relativas, ya que el estudiante se ubica alrededor de ella y hace su propio análisis.

Acerca de la actividad de localizar de Bishop (2005) expone que esta “implica la comprensión y representación de la ubicación y el espacio” (p.48), con esto se reafirma el proceso realizado por los estudiantes cuando la docente indaga con la pregunta ¿dónde está la figura? Y ellos localizan la figura al observar la obra, ya que tienen como referencia los elementos de su alrededor y con base en lo visto responden al docente.

Además, los estudiantes exponen que esta obra parece un laberinto, reconociendo que una característica de estos es que tienen entradas y salidas. También otro estudiante realiza asociaciones con conceptos de otras asignaturas, como es el uso de la palabra jeroglífico, relacionando con la obra de Klee el significado de este concepto. Además, poseen algunos saberes sobre las formas de representación y comunicación de los antepasados al afirmar que lo observado parecía letras o códigos que usaban los indígenas para comunicarse entre ellos.

A continuación, se muestra el diálogo que sostuvo un grupo de estudiantes durante el trabajo en equipo.

Ilustración 8.

Analizando la obra "Comedians Handbil"

[Thomas]: Se parece a un laberinto porque tiene salidas y entradas.

[Samantha]: Parece una fiesta porque hay muchas personas arriba y abajo.

[Thiago]: Se parece a las pinturas de los indígenas, porque tiene forma jeroglífica de algo antiguo.

[Angela]: Se parece al arte que vimos en el video. veo una "b" al lado de un señor abajo, otra persona tiene forma de corazón y tiene un sombrero triangular.

[Thomas]: también parecen símbolos con los que se comunicaban los antepasados, las personas tienen líneas abiertas y otras están cerradas.



Fuente. Tomado de una nota de audio y fotografía de Johana Mojica.

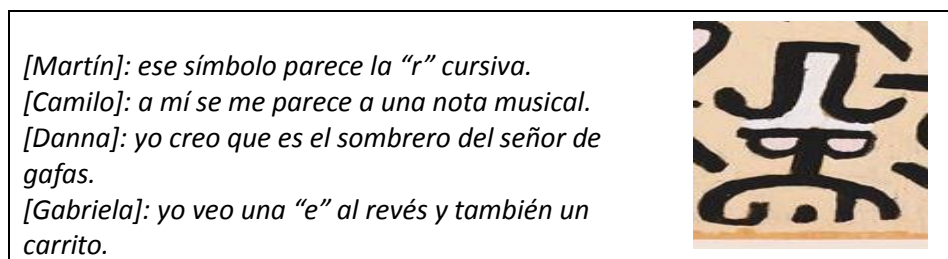
En la actividad anterior también se evidencia la comparación que realizan los estudiantes con su contexto, por ejemplo, al decir "hay letras", "la m esta al revés", "también está la r", o la asociación de las figuras con personas, por ejemplo, en expresiones como "el muñeco está con los brazos abiertos". Lo anterior concuerda con los propósitos de la secuencia puesto que las actividades conducen al estudiante a ser analítico y selectivo de lo que observa. Además, según González y Weinstein (2006) exponen que, para desarrollar el conocimiento espacial, se requiere que los estudiantes ejecuten diversidad de acciones como observar, comunicar o representar, las cuales están presentes en los productos obtenidos de la implementación. Un caso puntual es el reconocimiento de figuras en una sola imagen, esto les permite a los estudiantes tener variedad de respuestas y si se analiza a profundidad ninguna estaría errada porque cada uno se le asigna un significado desde su perspectiva de representación.

Un autor que ha tratado estos temas en profundidad es Piaget (1952), el psicólogo suizo investigó cómo los niños desarrollan su capacidad de percibir y reconocer patrones, lo que es fundamental para el desarrollo del pensamiento lógico y matemático. Aunque no se centró exclusivamente en la geometría, su teoría del desarrollo cognitivo aborda cómo los niños interpretan y representan su entorno, como en el caso de los estudiantes mencionados.

Observa el diálogo que se presenta en la ilustración 10, de un grupo de estudiantes; en este diálogo se identifica que los estudiantes poseen diversidad de percepciones de la obra.

Ilustración 9.

Diálogo estudiantes.



Fuente. Tomado de nota de audio

4.2.1.3. Dimensión socio-afectiva

La dimensión socio-afectiva es crucial para el desarrollo integral de los estudiantes. Esta dimensión abarca aspectos emocionales, sociales y afectivos que influyen en el aprendizaje y el desarrollo personal de los estudiantes. Según Goleman (1995), la educación no debe centrarse únicamente en el desarrollo cognitivo, sino también en el socio-afectivo para formar individuos completos, es decir, la inteligencia emocional es tan importante como el coeficiente intelectual para el éxito personal y profesional. Esta dimensión se evidencia en los productos obtenidos de la implementación de la secuencia didáctica.

En primer lugar, se exponen las emociones que los estudiantes experimentan en relación con las matemáticas, se puede evidenciar que estas emociones surgen según diversos factores, como: el enfoque educativo, las experiencias previas, la personalidad del estudiante y cómo se presentan los conceptos matemáticos.

Durante la actividad que consistía en resolver los laberintos pintados en el patio del colegio, un estudiante sintió alegría porque pudo resolver fácilmente el laberinto y con su actitud logró motivar a los demás compañeros a desarrollar los laberintos propuestos. A continuación, el diálogo con la docente.

Ilustración 10.*Diálogo con docente.*

Docente: ¿cuál de los laberintos les pareció más fácil de resolver? Y ¿por qué?
 Estudiante: pues el que me pareció más fácil, el más Re fácil fue el azul cuadrado porque era poquitos pasos, además yo no me confundí, porque caminaba, giraba, caminaba, giraba.
 Docente: ¿caminaba y giraba hacía qué dirección?
 Estudiante: a la izquierda y a la derecha. Y yo me sentí así, alegría super feliz.
 Docente: ah bueno.

Fuente. Tomado de nota de audio

De igual manera, otra emoción que presentó uno de los estudiantes al desarrollar la actividad de la solución de los laberintos plastificados, fue de enojo, porque no lograba encontrar el camino por las formas complicadas que tenía el laberinto. Sin embargo, cuando el estudiante pasa a uno de los rincones de las emociones a realizar una pausa activa, logra regular su emoción y puede resolverlo, lo anterior apunta a lo referido por Diekstra (2008) al exponer que para lograr un aprendizaje significativo se deben implementar espacios dedicados a la reflexión emocional para fomentar habilidades como la autorregulación, la empatía, y la gestión del estrés en el aula de clase. En la conversación de la ilustración 12 se da cuenta de la gestión de las emociones del estudiante y de la implicación en el aprendizaje, ya que al regular su estado pudo finalmente resolver el laberinto.

Ilustración 11.*Diálogo estudiante y docente.*

Estudiante: El laberinto estaba complicado, me enojé tanto porque no encontraba el camino.
 Docente: ¿y por qué crees que no encontrabas el camino?
 Estudiante: es que había muchos palitos, rayas y caminos que no sabía por cuál coger, entonces me estresa tanto que me dio enojo.
 Docente: ah bueno, pero finalmente ¿si pudiste resolver el laberinto?
 Estudiante: después del cambio de actividad, pensé en otra cosa y se me pasó el enojo, sí.

Fuente. Tomado de nota de audio

En la siguiente ilustración se refleja la pausa activa que realiza una estudiante para disminuir la frustración. En este caso se dirige *al rincón de la tristeza toma un chiste*, lo lee y con esto cambia de actividad, esto genera que mientras realiza la lectura olvide por un momento el ejercicio anterior y luego intente nuevamente la resolución del laberinto. En este sentido, Salovey y Mayer (1990) definen a la inteligencia emocional como la capacidad de reconocer, comprender y

manejar las propias emociones y las de los demás, habilidades que se fortalecen en los estudiantes con la estrategia de los rincones de las emociones.

Ilustración 12.

Evidencia actividad trabajo de las emociones.



Fuente. Imagen tomada por Johana Mojica.

Otra emoción que demostró un estudiante al desarrollar la actividad de los laberintos plastificados fue enojo; para regular este estado el estudiante se acerca al rincón dispuesto para esta emoción, ahí lee unas pautas para controlar la ira y manejar dicha situación, estas son para, respira, piensa y actúa (ver anexo), mientras se tranquiliza y gestiona sus emociones para luego intentar desarrollar la actividad. En concordancia con lo evidenciado en esta actividad se puede afirmar que cuando un estudiante regula las emociones puede que se desempeñe mejor en tareas y exámenes, ya que puede abordar los desafíos con una mente clara y centrada.

Durante el desarrollo de la sesión dos, también se evidencian emociones presentadas en los estudiantes. Por ejemplo, un estudiante refiere que al observar la obra de Klee "bailando por el miedo", le transmite felicidad porque piensa que son personas que bailan, a otro estudiante le transmite confusión por la cantidad de trazos que tiene la obra. Es decir, cada estudiante percibe una emoción diferente según su percepción visual y su inteligencia emocional. De igual manera la lectura que hacen los estudiantes sobre el significado de esa obra tiene conexión con lo expuesto en la teoría sobre las emociones desarrollada por Ortony, Clore y Collins–OCC (2006), la cual se centra en el estudio de las emociones y cómo se representan cognitivamente en la mente. Esta

teoría considera que las emociones están estrechamente relacionadas con los juicios y evaluaciones que una persona hace sobre su entorno y sus experiencias.

A continuación, se encuentra el diálogo con la docente que permite observar las respuestas de los estudiantes al interrogante ¿Qué emoción les suscita la pintura expuesta?, se evidencia la diversidad de percepciones que suscita una obra de arte de Klee.

Ilustración 13.

Diálogo docente y estudiante.

Docente: ¿Qué emoción les suscita la pintura expuesta?
Estudiante: a mí me representa la felicidad pues pareciera que las figuras estuvieran bailando además veo algunas sonrisas por ahí.
Docente: ok, muy bien.
Otro estudiante expresó que sentía confusión, a continuación, la conversación
Estudiante: a mí me genera confusión, me siento muy confundido
Docente: ¿por qué te sientes confundido?
Estudiante: porque hay muchos trazos, letras y es difícil diferenciar lo que hay.
Docente: ah ok, listo.

Fuente. Tomado de nota audio

En la implementación de las actividades de la tercera y cuarta sesión surgieron las siguientes emociones en los estudiantes, por ejemplo, en la actividad de dramatización de la pintura de Paul Klee “Bailando por el miedo” la docente realizó el siguiente diálogo.

Ilustración 14.

Diálogo estudiante y docente.

Docente: ¿Por qué si tenían todo el espacio del patio libre, se juntaron mucho al momento de bailar?
Estudiante 1: porque no quería bailar sola, me parecía aburrido y busqué a un compañero para bailar juntos.
Estudiante 2: porque me sentía sola y quería estar más cerca de mis compañeros.
Estudiante 3: porque no supe utilizar el espacio que me rodeaba y pensé que si me alejaba incumplía las normas.

Fuente. Tomado de nota audio

En la anterior evidencia se observa la preocupación de los estudiantes ante la soledad, quizá en diferentes situaciones de la vida la han experimentado y por eso tienen la necesidad de buscar o apoyarse en otro compañero. También aparece la emoción de aburrimiento por el baile,

es decir, que hay actividades que no son agradables para los estudiantes y es ahí cuando el docente debe motivar y vincular a todos los estudiantes en su clase. Ahora bien, para que se fortalezca el desarrollo de la dimensión socio-afectiva en el contexto educativo, el rol del docente es fundamental por cuanto no es transmisor de conocimientos, sino mediador del aprendizaje.

Después de hablar de las emociones y la inteligencia emocional, se presentan los resultados del análisis del trabajo colaborativo. En una actividad un grupo de estudiantes observan y discuten sobre el contenido de la obra de Klee, de esta discusión se obtienen varias posturas producto de la interpretación de las imágenes; estos resultados se dan gracias a la interacción y al diálogo entre pares, en este sentido, Vygotsky (1934) sostiene que el desarrollo cognitivo de los niños es impulsado por la interacción social y la cultura en la que están inmersos, esto los lleva a acceder a diferentes formas de pensamiento en las que puede darse el acuerdo o encontrar puntos de encuentro entre ellos, lo que puede ampliar su visión. A continuación, se presenta la transcripción del diálogo.

Ilustración 15.

Diálogo pintura Bailando por el miedo.

“el señor cuadrado está bailando” afirma [Martín],
 “parece que está haciendo equilibrio porque tiene una mano arriba”, dice [Paula],
 [Camilo] afirma “ya entiendo porque se llama bailando por el miedo y es porque las figuras bailan, pero no tienen cara”
 bailan, pero no tienen cara”



Fuente. Tomado de una nota de audio y fotografía de Johana Mojica.

Es importante comentar que, para lograr la escritura de los textos instructivos, los estudiantes realizaron un proceso de autoevaluación para confirmar si efectivamente su escrito estaba claro y coherente, entonces hacían relectura y pasaban por el laberinto nuevamente, al ver que no era correcta la indicación se devolvían a corregir. Un aspecto por resaltar es la motivación de los estudiantes de hacer el escrito adecuadamente, teniendo en cuenta las observaciones y mediación de las docentes en la actividad.

Ilustración 16.

Autorretrato.



En la ilustración 17 se puede observar a los estudiantes con su autorretrato terminado y la comparación que realizan con la obra de Klee (Senecio), se resalta la creatividad e imaginación con la que cada estudiante creó su obra artística. Se les preguntó por el significado de algunos elementos que vincularon en sus creaciones. A [Laura] se le interrogó

por la diversidad de colores utilizada en el rostro y la respuesta fue que ella sentía a veces alegría, tristeza, rabia, cansancio, timidez y que por eso había puesto tantos colores, pues cada uno representa esas emociones.

De igual manera se destaca la actividad de la caja mágica en la cual se encontraba el tesoro más grande de una familia. Se evidencia que los estudiantes al pasar a mirar qué había dentro de la caja se encontraban con su rostro reflejado en un espejo. Las caras de los estudiantes reflejaban diversidad de emociones, en especial alegría y sorpresa al ver su rostro.

A continuación, se encuentra la transcripción de un audio, donde se evidencia las justificaciones de algunas reacciones de los estudiantes.

Ilustración 17.

Diálogo del mayor tesoro de la familia.

<p>Docente: ¿[David] por qué te demoraste tanto realizando la actividad? [David]: porque me veía muy bonito Docente: ¿[Julián] por qué te sorprendiste al ver tu rostro en el espejo? [Julián]: porque no sabía que yo era un tesoro Docente: ¿[Mishell] dime una razón de tu felicidad al verte en el espejo? [Mishell]: me puse feliz porque sabía que, sí soy el tesoro de mis papás, la docente agrega que por qué lo sabía, la estudiante dice porque todos los días me lo dicen mis papás.</p>

La actividad anterior favorece el reconocimiento de los estudiantes y la autoestima apuntando a lo propuesto en la dimensión socio-afectiva pues esta pretende que los estudiantes se formen integralmente y que es fundamental reconocerlos, no solo como sujetos de conocimiento, sino como seres que sienten y se relacionan con los demás.

Finalmente, Ashcraft & Krause (2007) plantean que en el contexto matemático la ansiedad y las actitudes negativas hacia las matemáticas pueden afectar significativamente el rendimiento de los estudiantes. Entonces, al analizar los productos obtenidos a nivel general se evidencian las siguientes emociones en conjunto, frustración, confianza, ansiedad y felicidad. Las emociones negativas hay que tenerlas en cuenta para que el docente vincule estrategias en el aula de clase que ayude a los estudiantes a gestionar dichas emociones y de esta manera logren un aprendizaje de los conocimientos matemáticos.

4.2.2. Resultados sobre las mediaciones del maestro en la implementación de la secuencia

Los escenarios diferentes al aula de clase o transformación de la misma se convierten en oportunidades para promover el interés de los estudiantes, quedó demostrado que el cambio de lugares para realizar las actividades es propicio para generar conocimiento y se transforma en algo novedoso. En la ilustración 19 (fotografía video) se observa como los estudiantes disfrutaban de un video con luces apagadas y un proyector en el tablero debido a que simula el aula de clase a una especie de cine. Esta actividad se disfrutó tanto que cuando se les pregunta sobre el video visto; las respuestas están bien argumentadas porque se logra captar su atención; por otra parte está la ilustración 19 (trabajo colaborativo) en la cual los estudiantes comparten ideas sobre la pintura de Klee "bailando por el miedo", se trabaja en grupo donde se puede resaltar la disposición de los estudiantes al intercambiar sus ideas y este diálogo aporta a la construcción de conocimiento y el trabajo cooperativo.

Ilustración 18.

Fotografía video y trabajo colaborativo.



Fuente. Tomada por Johana Mojica.

A continuación, se presenta la transcripción del audio de la interacción entre docente y estudiante que permite identificar las diferentes percepciones frente a las actividades propuestas. Se puede resaltar que la docente motiva al estudiante a responder la pregunta *¿Cuál de los laberintos les pareció más fácil de cruzar?*; el estudiante responde de manera concreta, pero la docente le hace una nueva pregunta en busca de un argumento más elaborado sobre la razón por la cual le gusta ese laberinto *¿Por qué?*; esto conlleva al estudiante a fortalecer el pensamiento crítico debido a que debe argumentar mejor su respuesta. Es por esta razón que es conveniente el uso de preguntas generadoras para verificar la comprensión de los conceptos, de igual manera razonar sus respuestas y reflexionar sobre lo comprendido.

Ilustración 19

Diálogo de estudiante y docente

Docente: ¿Cuál de los laberintos les pareció más fácil de cruzar?

[Martin]: Me pareció fácil el amarillo cuadrado.

Docente: ¿Por qué?

[Martin]: No fui a ese, pero me lo pase cuando había terminado el círculo y era más fácil de interpretar los caminos.

Docente: Pero exactamente ¿por qué consideras que esos caminos eran más fáciles interpretar?

[Martin]: porque yo veía bien los trazos y como no había tantos.

Docente: ¿Qué trazos veías?

[Martin]: Trazos verticales y horizontales

Fuente. Tomado de nota de audio

El uso de material manipulativo aportó para que los estudiantes pudieran explorar conceptos matemáticos de manera práctica, en la ilustración 21, se observa a dos estudiantes al desarrollar los laberintos plastificados que se les entregó con ayuda de marcadores borrables, material que llamó la atención y motivó a los estudiantes a la ejecución de la actividad. Además, la actividad planteada indicaba que debían desarrollar un laberinto y algunos estudiantes solucionaron varios de estos. De igual manera se resalta que se fomentó el cuidado del material debido a que se indicó que de su cuidado dependía que lo pudieran volver a utilizar.

Ilustración 20.

Evidencia de laberintos plastificados.



Fuente. Tomada por Johana Mojica

Como parte del proceso de retroalimentación se logra extraer en la siguiente ilustración 22 que los tres estudiantes realizan una verificación de su texto instructivo, cabe resaltar que la docente no les indicaba cual era el error que presentaba su escrito, sino que los enviaba nuevamente a releer su texto para comprobar sus aciertos o errores por medio del tránsito por el mismo, de esta forma podían identificar y corregir errores en tiempo real. Lo anterior facilita un aprendizaje significativo y una mejora continua de la aplicación de conocimientos espaciales y geométricos al desarrollar habilidades de ubicación en el espacio y comunicación con apropiación de conceptos matemáticos (topológicos y proyectivos).

Ilustración 21.

Comprobación de texto instructivo.



Fuente. Tomada por Johana Mojica

El docente debe fomentar actividades de trabajo colaborativo, por esta razón en la ilustración 23 se observa como los estudiantes dialogan sobre la actividad de la obra de Klee

“Bailando por el miedo”, donde debían representar la obra con ayuda del cuerpo. Uno de los estudiantes toma el papel de líder y empieza a exponer las posibles formas de ubicación, dos compañeros ya escogieron la posición en la que quieren estar porque están motivados a ser los primeros en terminar, por esta razón están acostados en el piso, los demás miran la imagen para ponerse de acuerdo y coordinar las acciones, para esto establecen una conversación que posibilita llegar a una conclusión de las posiciones que quieren lograr. Hay momentos de desacuerdo, pero con la ilusión de terminar, algunos de los estudiantes ceden y logran una comunicación asertiva para llevar a cabo la representación. Es gratificante ver como por medio de esta actividad se evidencia el trabajo en equipo y el fortalecimiento de habilidades comunicativas, críticas y dialogantes que aportan a la formación integral del estudiante y contribuyen a las dimensiones del desarrollo.

Ilustración 22.

Trabajo colaborativo.



Fuente. Tomada por Jheimy Moreno

4.3 Conclusiones

Se puede concluir que la secuencia didáctica es una estrategia que contribuye a la formación integral de los estudiantes de grado tercero, puesto que la percepción que algunos tenían sobre las matemáticas cambió al realizar actividades diferentes a las tradicionales, como el desarrollo de laberintos en 3D, la representación de obras de Klee a través del dibujo, la elaboración de su autorretrato, entre otras. Con el diseño de estas actividades se logra un aprendizaje significativo por medio del trabajo colaborativo debido a que los estudiantes

interactuaron con los pares y con el entorno, además se fomentó el desarrollo de la creatividad por medio del dibujo y el bienestar emocional en el aula a través de los rincones de las emociones.

Los resultados obtenidos demuestran que, a través de la observación y el análisis de las actividades realizadas y productos obtenidos, se fortalecen los conocimientos espaciales como la representación y el uso del espacio y los conocimientos geométricos, debido a que los estudiantes han desarrollado habilidades y conocimientos en relación con la clasificación de lugares geométricos cerrados y abiertos, además algunos logran identificar características de conexión en diferentes representaciones artísticas. De igual manera la mayoría de estudiantes manejan un lenguaje matemático apropiado para referirse a la ubicación y localización de objetos en un plano, también usan algunos elementos como referentes para poder dar cuenta de la posición de un objeto, sin embargo, el análisis también permite ver que aún se requiere trabajo sobre otros casos en los que deben usar un objeto adicional como referencia y no la posición relativa al plano.

Con la implementación de la secuencia didáctica se observó que algunos estudiantes en ciertas actividades que les representan dificultad en la clase de matemáticas sienten frustración, pero se evidencia que cuando se incluyen actividades que les permitan tramitar esas emociones, como la estrategia de los rincones de las emociones; pueden tener éxito en las tareas y lograr salir del “atasco”, de esta manera pueden resolver el problema; con lo anterior se considera que la secuencia aporta a la importancia de no solo trabajar la parte cognitiva de los estudiantes sino también la parte práctica para fortalecer la capacidad de realizar procesos para la resolución de problemas y la socio-afectiva para saber actuar en una determinada situación.

En cuanto a los conocimientos espaciales y geométricos se identifica que es pertinente llevarles de la mano para favorecer el proceso de enseñanza – aprendizaje debido a que estos contribuyen significativamente al privilegiar habilidades matemáticas que aportan a la apropiación de algunos conceptos topológicos y proyectivos que están inmersos en la geometría, que a su vez permiten la comprensión, interpretación y construcción de textos instructivos producto de las actividades desarrolladas. Además, la transversalización con el arte posibilita que los estudiantes puedan desarrollar su capacidad para pensar creativamente, analizar situaciones, identificar patrones y proponer soluciones, de igual manera relacionen los conceptos matemáticos abstractos con situaciones de la vida real, esta conexión les ayuda a entender la relevancia y la utilidad de las matemáticas en contextos cotidianos y profesionales, además fomenta su motivación y compromiso con el aprendizaje.

Se concluye que las mediaciones e interacciones del docente en la implementación de la secuencia didáctica como: el fomento del trabajo colaborativo, las preguntas generadoras, la búsqueda de argumentación, la gestión de las emociones y el reconocimiento del estudiante, pueden ser estrategias que contribuyen a mantener un ambiente de aprendizaje activo y reflexivo en el aula de clase, además se evidenció la cooperación y el intercambio de ideas entre los estudiantes, aspecto que enriquece el aprendizaje de los participantes. Por otra parte, las preguntas generadoras, estimularon el pensamiento crítico de los estudiantes, incentivó a explorar diferentes perspectivas y a desarrollar habilidades argumentativas sólidas. En conjunto, estas mediaciones no solo contribuyen a mejorar la comprensión de los contenidos académicos, sino que también fortalecen las competencias comunicativas y sociales de los estudiantes, de esta manera se preparan para enfrentar desafíos tanto dentro como fuera del aula.

Capítulo 5. Reflexión pedagógica a partir del diseño, implementación y evaluación de la secuencia didáctica

El diseño, implementación y evaluación de la secuencia didáctica enfocada en los conocimientos espaciales y geométricos en relación con las dimensiones del desarrollo (cognitiva, práctica y socio-afectiva) consideradas en el Liceo Nuevos Horizontes ofrecen una oportunidad significativa para abordar estas dimensiones de manera integral, se evidencia que es posible lograr un impacto significativo en la formación de los docentes, especialmente aquellos que se desempeñan en este nivel educativo de básica primaria, ya que a partir del desarrollo de esta propuesta se logra interiorizar algunos aportes importantes como la comprensión de los principios pedagógicos, entendidos como un conjunto de orientaciones que contribuyen a comprender, organizar, implementar y evaluar la práctica pedagógica en torno a la enseñanza aprendizaje de los estudiantes.

Esta secuencia didáctica permite el mejoramiento de las habilidades matemáticas de los estudiantes, ofrece una mirada diferente a la convencional en el aula de clase, sin olvidar los contenidos programáticos que se deben desarrollar de acuerdo con lo establecido por la norma educativa. A partir del desarrollo de este trabajo de grado se pudo reflexionar sobre la importancia de innovar en las clases de matemáticas para favorecer emociones positivas en los estudiantes, también permitió cuestionar las prácticas descontextualizadas para la enseñanza de las matemáticas, puesto que más que beneficiar al estudiante lo desaminan en su transitar por el mundo del saber. Así, este tipo de trabajos ofrecen alternativas que permiten formar desde la comprensión, establecer y recuperar el rol protagónico del estudiante como sujeto en formación, rol desde el que es posible mostrar sus capacidades, aptitudes y actitudes frente al conocimiento.

Otro de los aspectos a destacar es la satisfacción de las autoras de este trabajo al promover momentos de integración entre los estudiantes, porque contribuyen a la formación emocional y establecen relaciones armónicas entre ellos. A partir de las dimensiones del desarrollo se reconoce la importancia de la formación integral de los estudiantes por medio del fortalecimiento de las relaciones interpersonales que les permite expresar libremente sus saberes, propiciar fácilmente un ambiente de aprendizaje en el área de matemáticas; concebir el aula como espacio reflexivo, en el cual se correlacionan vivencias personales y saberes de grados anteriores; asimismo, se evidencia que la secuencia permite al estudiante argumentar sus ideas, construir sus conocimientos a partir de la experimentación.

De igual manera, al diseñar e implementar una secuencia didáctica, los docentes pueden experimentar estrategias de enseñanza, como la enseñanza basada en problemas, retos, el aprendizaje cooperativo y el uso de materiales manipulativos, también se pueden identificar las estrategias más convenientes para las necesidades de sus estudiantes. Cabe señalar que la evaluación es parte integral del proceso de diseño e implementación de una secuencia didáctica; al diseñar y utilizar diferentes estrategias de evaluación, como ejercicios y observaciones en el aula, se puede evaluar el progreso de los estudiantes y tomar decisiones informadas sobre cómo adaptar su enseñanza para satisfacer las necesidades individuales de los sujetos.

En resumen, la secuencia didáctica implementada demostró que puede contribuir de manera significativa a la formación integral de los estudiantes, ya que fortalece sus habilidades matemáticas, promueve el pensamiento crítico y la resolución de problemas, y los prepara para enfrentar desafíos del mundo real de manera efectiva y creativa. De igual forma, proporciona a los docentes una oportunidad de desarrollo profesional, permite comprender y aplicar principios pedagógicos, desarrollar habilidades de planificación, reflexionar sobre su práctica docente, experimentar con estrategias de enseñanza efectivas y evaluar el aprendizaje de los estudiantes. Estos aportes enriquecen su formación como docentes y contribuyen a mejorar la calidad de la enseñanza en la básica primaria. Es importante que los docentes estén atentos a las emociones de los estudiantes en relación con las matemáticas y a gestionarlas para fomentar una actitud positiva hacia la materia, para proporcionar un entorno de aprendizaje que sea estimulante, desafiante y alentador.

Finalmente, en el desarrollo de este trabajo se logró observar cómo además de solucionar los problemas propios de la enseñanza de las matemáticas, se obtuvo la transversalización de algunos campos (campo matemático y campo comunicativo), mediante la integración de actividades que corresponden no solo a los conocimientos sino a la educación emocional, Así, la forma como asimilan el conocimiento, la capacidad de trabajo en equipo y adaptación a nuevas estrategias de aprendizaje fueron aprendizajes resultado de este proceso de diseño. Por lo tanto, se propone, en la práctica pedagógica de las autoras de este trabajo, lograr establecer las secuencias didácticas como parte de la estrategia metodológica de otras áreas y poder dar continuidad a esta en la enseñanza de las matemáticas, ya que su versatilidad es un elemento positivo para el docente y el estudiante.

En conclusión, el diseño, implementación y evaluación de secuencias didácticas centradas en conocimientos espaciales y geométricos en el Liceo Nuevos Horizontes no solo beneficia a los estudiantes en su desarrollo integral, sino que también impacta significativamente la formación de los docentes de básica primaria al comprender y aplicar principios pedagógicos que apuntan a un enfoque social, cognitivo y dialogante que contribuye a la pedagogía crítica y a la construcción de entornos de aprendizaje efectivos y motivadores por medio de las dimensiones del desarrollo cognitiva, práctica y socio-afectiva.

Referencias

- Álvarez Pertuz, A. A., Sandoval Fernández, O. de J., Saker García, J., & Moreno Gómez, G. C. (2020). *Mediaciones pedagógicas y didácticas: Una propuesta para la formación en competencias de la Educación Superior* (1ª ed.). Corporación Universidad de la Costa, CUC. ISBN: 978-958-8921-92-1.
- Arias Gómez, D. H., & Torres Puentes, E. (2017). Unidades didácticas: herramientas de la enseñanza. *Revista Noria: Investigación Educativa*, pág. 7.
- Ashcraft, M. H., & Krause, J. A. (2007). Memoria de trabajo, rendimiento en matemáticas y ansiedad matemática. *Psychonomic Bulletin & Review*, 14(2), 243-248.
<https://doi.org/10.3758/BF03194059>
- Badillo, E., García, L., Marbà, A., & Briceño, M. (2012). Desarrollo de competencias en un contexto artístico: Construyendo significados sobre la forma. En *El desarrollo de competencias en la clase de ciencias y matemáticas* (pp. 331-367). Fondo Editorial "Mario Briceño Irragorry" - Universidad de los Andes.
- Bishop, A. (2005). *Aproximación sociocultural a la educación matemática*. Universidad del Valle.
- Bishop, A. J. (1999). *Enculturación matemática: La educación matemática desde una perspectiva cultural*. Paidós
- Bisquerra, R. (2019). *Metodología de la investigación educativa* (6ª ed.). Editorial La Muralla.
- Brousseau, G. (2007). *Iniciación el estudio de la Teoría de las Situaciones Didácticas*, Buenos Aires, Argentina: Libros del Zoral.
- Camargo Uribe, L. (2021). *Estrategias cualitativas de investigación en educación matemática: Recursos para la captura de información y el análisis*. Universidad de Antioquia y Universidad Pedagógica Nacional.
- Castro, J. (2004). El desarrollo de la noción de espacio en el niño de Educación Inicial. *Acción Pedagógica*, 13, 162-170.
- Castro, A., Prat, M., & Gorgoriò, N. (2016). Conocimiento conceptual y procedimental en matemáticas: su evolución tras décadas de investigación. *Revista de Educación*.
- Chamorro, M. del C. (2005). Capítulo 9. En *Didáctica de las matemáticas*. Pearson Education.
- Congreso de Colombia. (1994). Ley 115 de 1994 (febrero 8), por la cual se expide la Ley General de Educación. Diario Oficial No. 41.214. https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-85906_archivo_pdf.pdf
- Delors, J. (1994). *La educación encierra un tesoro: Los cuatro pilares de la educación*. El Correo de la UNESCO.
- Díaz Barriga, Á. (2013). *Guía para la elaboración de una secuencia didáctica* (pp. 5-14). Comunidad de Conocimiento UNAM, Universidad Nacional Autónoma de México.

- Diekstra, R. (2008). *Educar corazones y mentes: aprendizaje social y emocional y el paso a la adolescencia*.
- Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano: Registros semióticos y aprendizaje intelectual*. (pp. 147-149). Peter Lang S.A.
- Edo Basté, M. (s.f.). *Matemática y arte, un contexto interdisciplinar*. Departamento de Didáctica de la Matemática y las Ciencias Experimentales, Facultad de Ciencias de la Educación, Universidad Autónoma de Barcelona.
- Elder, L., & Paul, R. (2002). *El arte de formular preguntas esenciales: Basado en conceptos de pensamiento crítico y principios socráticos* (Traducción con autorización de la Fundación para el Pensamiento Crítico). Foundation for Critical Thinking.
- Figo y Fidel Historia del arte. (2023). *Paul Klee, historia de arte para niños*. [Video] YouTube. <https://www.youtube.com/watch?v=2QHPPDzx85s>
- Fischbein, E. (1993). *El modelo del desarrollo del pensamiento geométrico*. chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/https://www.rmm.cl/sites/default/files/usuarios/10643955/doc/paginas_desdevan_hiele.pdf
- García González, M. S. (2017, agosto). *Las emociones en la clase de matemáticas: Lo que podemos aprender de ellas*. Conferencia, (Lima, Perú).
- González y Weinstein (2006). *La enseñanza de la matemática en el jardín de infantes a través de secuencias didácticas*. Buenos Aires: Homo sapiens ediciones.
- García González, M. S. (2017). *Las emociones en la clase de matemáticas, lo que podemos aprender de ellas*. Centro de Investigación en Matemática Educativa, Universidad Autónoma de Guerrero.
- Gómez Chacón, I. M. (2000). *Matemática emocional: Los afectos en el aprendizaje matemático*. Narcea Ediciones.
- Hernández, R. (2014). *Metodología de la investigación*. McGraw Hill.
- Iwahori, M., Oshiyama, C., & Matsuzaki, H. (2022). A quasi-experimental controlled study of a school-based mental health programme to improve the self-esteem of primary school children. *Humanities and Social Sciences Communications*, 9(1), 1-10.
- Larios Matuk, E. G. (2005). Reseña de *Matemática emocional. Los afectos en el aprendizaje matemático* de Inés María Gómez Chacón. *Educación Matemática*, 17(1), 135-138.
- Liceo Nuevos Horizontes. (2024). *Manual de convivencia 2024* (pp. 43-50). Ministerio de Educación Nacional. (1998). Lineamientos curriculares de Matemáticas. Bogotá: MEN. https://www.mineduacion.gov.co/1759/articles339975_matematicas.pdf.
- Maxwell, J. A. (2019). *Diseño de investigación cualitativa: Un enfoque interactivo* (E. Méndez, Trad.; I. Vasilachis de Gialdino, Asesoramiento y revisión técnica). Editorial Gedisa. (Obra original publicada en 2013).

- Ministerio de Educación Nacional (2006). Estándares Básicos de Competencias Matemáticas. Bogotá, D.C.: MEN. Disponible en: http://www.mineduacion.gov.co/cvn/1665/articulos-116042_archivo_pdf2.pdf.
- Ministerio de Educación Nacional. (2020). *Manual de convivencia*. https://www.mineduacion.gov.co/1621/articulos-89869_archivo_pdf9.pdf
- Ortony, A., Clore, G. L., & Collins, A. (2006). *Estructura cognitiva de las emociones*. Cambridge University Press.
- Price, P., Jhangiani, R., & Chiang, I. (2017). Quasi-experimental research. In *Research Methods in Psychology*.
- Ramos, C. (2021). Diseños de investigación experimental. *CienciAmérica*, 10(1), 1-7.
- Rico, L., Castro, E., Coriat, M., Marín, A., Puig, L., Sierra, M., & Socas, M. (1997). *La educación en la enseñanza secundaria* (pp. 30-33). Editorial Horsori.
- Rincón, D., Arnal, J., & Latorre, A. (1994). *Investigación educativa: Fundamentos y metodologías* (1ª ed.). Labor.
- Rogers, J., & Révész, A. (2019). Experimental and quasi-experimental designs. In *The Routledge Handbook of Research Methods in Applied Linguistics* (pp. 133-143).
- Sauvy, J., & Sauvy, S. (1980). *El niño ante el espacio: Iniciación a la topología intuitiva de la rayuela a los laberintos* (J. M. Ramírez Sintés, Trad.). P. del Río.
- Teófilo de Sousa, R., & Alves, F. R. V. (2022). *La teoría de los conceptos figurativos y GeoGebra: El concepto y la visualización en geometría dinámica*. *Matemáticas*.
- Torres-Puentes, E. (2020). *El material Montessori: de la vida práctica a la mente matemática*. *Revista Pedagogía y Saberes*, (58). <https://doi.org/10.17227/pys.num58-17295>
- UNIR Revista. (2020, 5 de noviembre). *Teorías del andamiaje de Bruner y Vigotsky: características y aplicación*. UNIR Revista. <https://www.unir.net/revista/teorias-del-andamiaje-de-bruner-y-vigotsky-caracteristicas-y-aplicacion/>.
- Vecino, F. (2005). El espacio como modelo teórico para el desarrollo de las geometrías. Situaciones de introducción a las mismas, en Chamorro, C., *Didáctica de las Matemáticas para Educación Infantil*. Madrid: Pearson.
- V, G. M. (s.f.). *La evaluación integral y de los aprendizajes*.
- Vygotsky, L. S. (1934). *Pensamiento y lenguaje*. Moscú, Rusia: Sociedad de Psicología.

Anexos

Material para el uso de los rincones de las emociones.

Alegría




Aquí estarán los estudiantes que terminen su reto y están dispuestos a ayudar a los compañeros que se les dificulte resolverlo y soliciten ayuda.

Tristeza




Si te sientes triste, ven aquí y deja tu tristeza, para esto busca en la caja de las sonrisas, allí encontrarás un chiste, una situación divertida o una actividad chistosa.

Enojo

Si te sientes enojado no olvides que debes aplicar la técnica de la tortuga.





