

ALGEBRAIC: ALGEBRAIC: UNA APLICACIÓN QUE CONTRIBUYE AL PENSAMIENTO VARIACIONAL
PARA LOS EXÁMENES DE ACCESO A LA EDUCACIÓN SUPERIOR

**Algebraic: una Aplicación que Contribuye al Pensamiento Variacional para los Exámenes
de Acceso a la Educación Superior**

Victor Armando Mendigaño Triana

Maestría en Docencia de la Matemática

Departamento de Matemáticas

Facultad de Ciencia y Tecnología

Universidad Pedagógica Nacional

Bogotá, 2024

ALGEBRAIC: ALGEBRAIC: UNA APLICACIÓN QUE CONTRIBUYE AL PENSAMIENTO VARIACIONAL
PARA LOS EXÁMENES DE ACCESO A LA EDUCACIÓN SUPERIOR

**Algebraic: una Aplicación que Contribuye al Pensamiento Variacional para los Exámenes de
Acceso a la Educación Superior**

Victor Armando Mendigaño Triana

Directores

Mag. Tania Julieth Plazas Merchán

Mag. William Alfredo Jiménez Gómez

**Trabajo de grado como requisito parcial para optar al título de Magister en Docencia de la
Matemática**

Maestría en Docencia de la Matemática

Departamento de Matemáticas

Facultad de Ciencia y Tecnología

Universidad Pedagógica Nacional

Bogotá, 2024

ALGEBRAIC: ALGEBRAIC: UNA APLICACIÓN QUE CONTRIBUYE AL PENSAMIENTO VARIACIONAL
PARA LOS EXÁMENES DE ACCESO A LA EDUCACIÓN SUPERIOR

Para todos los efectos, declaramos que el presente trabajo es original y de nuestra total
autoría; en aquellos casos en los cuales se ha requerido el trabajo de otros autores o
investigadores, he dado los respectivos créditos.

(Parágrafo 2, del Artículo 42 del Acuerdo 031 de 2007 del Consejo Superior de la
Universidad Pedagógica Nacional)

Agradecimientos

*Quiero expresar mi más profundo agradecimiento a mi familia, especialmente a mis padres, **Víctor Julio Mendigaño Vargas** y **Flor Alba Triana Garavito**, por su amor incondicional, apoyo emocional y paciencia. Gracias por creer en mí en cada paso de este camino. A mi pareja, gracias por tu comprensión, ánimo y por estar siempre ahí para mí, incluso en los momentos más difíciles. Tu motivación fue clave para que me decidiera a cursar la maestría.*

*A mis asesores, **Tania Plazas** y **William Jiménez**, por su invaluable guía, paciencia y apoyo durante todo el proceso de esta investigación. Su experiencia y consejos han sido fundamentales para la realización de este trabajo. También agradezco a todos los profesores del programa de la Maestría en Docencia de las Matemáticas y del Departamento de Matemáticas de la universidad por compartir su conocimiento y por su constante motivación.*

A mis compañeros de estudio, gracias por su colaboración, por las largas horas de estudio compartidas y por ser una fuente constante de inspiración y apoyo. Este logro también es de ustedes.

Agradezco a la Universidad Pedagógica Nacional por proporcionar los recursos y el entorno necesario para llevar a cabo esta investigación. Su apoyo ha sido crucial para el desarrollo de este trabajo.

Finalmente, quiero agradecer a todas las personas que, de una manera u otra, han contribuido a la realización de esta tesis. Su apoyo y aliento han sido esenciales para alcanzar este objetivo.

Tabla de Contenido

Introducción	8
Planteamiento del Problema.....	11
Justificación	11
Identificación del Problema.	19
Antecedentes de Investigación.....	23
Objetivos	30
Marco de Referencia	32
Tecnología Digital en la Educación	32
Orquestación Instrumental	36
Pensamiento Variacional.....	42
Enfoque de Investigación.....	50
M-learning para el Desarrollo de Aplicaciones.....	51
Metodología	68
Población.....	68
Enfoque y Aproximación.....	70
Estrategia Investigativa	72
ALGEBRAIC.....	82

ALGEBRAIC: ALGEBRAIC: UNA APLICACIÓN QUE CONTRIBUYE AL PENSAMIENTO VARIACIONAL
PARA LOS EXÁMENES DE ACCESO A LA EDUCACIÓN SUPERIOR

Menú del Contenido.....	83
Encuesta de Caracterización y Simulacro Diagnostico.....	83
Videos, Resumen, Actividad de Activación, Practica y Quiz (división sintética y conjuntos).....	93
Simulacro Intermedio.....	97
Simulacro Final.....	109
Contenido Complementario para ALGEBRAIC.....	116
Análisis y Resultados.....	120
Conclusiones.....	124
Referencias.....	128
Anexos.....	133
Anexo 1. Entrevista Inicial.....	133
Anexo 2: Capturas de la Encuesta de Caracterización.....	140
Anexo 3: Resultados del Simulacro Diagnóstico.....	143
Anexo 4. Resultados del Simulacro Intermedio.....	146
Anexo 5. Simulacro Final.....	149
Anexo 6. Link de Descarga de ALGEBRAIC.....	152

Tablas

<i>Tabla 1. Niveles del desarrollo del pensamiento variacional. Construcción propia</i>	47
---	----

Ilustraciones

<i>Ilustración 1. Aplicación ALGEBRAIC, entornos para la configuración didáctica, construcción propia</i>	39
<i>Ilustración 2. Aplicación ALGEBRAIC, entornos para el modo de explotación, construcción propia</i>	40
<i>Ilustración 3. Aplicación ALGEBRAIC, entornos para la escena didáctica, construcción propia</i>	41
<i>Ilustración 4. tipo de tareas. Rodríguez y Coba (2017)</i>	53
<i>Ilustración 5. Metodología para el desarrollo de tareas por medio del m-learning. Rodríguez y Coba (2017)</i>	54
<i>Ilustración 6. Elementos que interactúan y se complementan entre sí en el proceso de enseñanza y aprendizaje, Cabero (2014)</i>	71
<i>Ilustración 7. Menú ALGEBRAIC</i>	84
<i>Ilustración 8. Encuesta y simulacros ALGEBRAIC</i>	84
<i>Ilustración 9. Presentación de ALGEBRAIC</i>	93
<i>Ilustración 10. Temario de División sintética y conjuntos</i>	93
<i>Ilustración 11. Tareas asociadas a cada tema</i>	96
<i>Ilustración 12. Modelo de video</i>	96
<i>Ilustración 13. Mensajes motivadores para los quices</i>	97
<i>Ilustración 14. Ejemplos de las presentaciones de resumen</i>	106
<i>Ilustración 15. Ejemplo de actividades de activación</i>	107
<i>Ilustración 16. Ejemplo de las actividades de practica</i>	108
<i>Ilustración 17. Contenidos adicionales de ALGEBRAIC</i>	118

Introducción

Este documento presente el trabajo de grado se desarrollado en el marco de la Maestría en Docencia de las Matemáticas del Departamento de Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional, específicamente en el núcleo de Tecnología y Educación Matemática. El objetivo principal fue diseñar una aplicación que contribuya al desarrollo del pensamiento variacional en los estudiantes pertenecientes a los cursos de preparación ofrecidos por el Politécnico los Alpes, una habilidad crucial para los exámenes de admisión a la educación superior debido a su relación directa con la resolución de problemas matemáticos. La aplicación diseñada proporciona todas las herramientas necesarias para que los estudiantes mejoren en el pensamiento variacional, así como en sistemas algebraicos y analíticos.

Para el diseño de la aplicación se identificaron y diseñaron tareas para fomentar el pensamiento variacional, siguiendo el diagrama de tipos de tareas de Rodríguez y Coba (2017) y la metodología de m-learning. Las tareas propuestas incluyen ver videos, realizar cuestionarios y expresar opiniones, permitiendo a los usuarios interactuar con los conceptos matemáticos de manera dinámica y práctica.

El diseño de las tareas se realizó utilizando plataformas como Genially, Moodle y Google Forms, enfocándose en los diferentes niveles de pensamiento variacional: reconocimiento (nivel 1), relación (nivel 2) y deducción formal (nivel 3). Este enfoque permitió una evaluación precisa y estructurada del progreso de los estudiantes en cada nivel.

La programación de la aplicación ALGEBRAIC en el entorno Moodle y su creación con la plataforma App Inventor se llevó a cabo siguiendo los parámetros de la orquestación instrumental propuesta por Drijvers et al. (2010), que incluye la configuración didáctica, el modo de explotación y la puesta en escena didáctica.

ALGEBRAIC: ALGEBRAIC: UNA APLICACIÓN QUE CONTRIBUYE AL PENSAMIENTO VARIACIONAL PARA LOS EXÁMENES DE ACCESO A LA EDUCACIÓN SUPERIOR

La prueba piloto de ALGEBRAIC se centró en identificar y corregir posibles problemas para mejorar la experiencia del usuario. Los resultados mostraron que ALGEBRAIC tuvo un buen desempeño y demostró un progreso significativo en las tareas propuestas. Sin embargo, se identificó que un mayor tiempo de uso podría mejorar aún más los resultados, ya que la implementación inicial fue de solo dos semanas.

El análisis de los resultados de la prueba piloto reveló algunos problemas de visualización en ciertos dispositivos móviles. Para solucionar esto, se ajustó la aplicación utilizando App Inventor para considerar las dimensiones de cada dispositivo. Además, se recomendó contar con la versión de paga de Genially para un seguimiento más detallado del progreso de cada usuario, permitiendo no solo identificar si se realizó la tarea, sino también cómo se llevó a cabo el proceso.

La implementación de la aplicación ALGEBRAIC ha demostrado ser efectiva en el desarrollo del pensamiento variacional entre los usuarios. Los objetivos planteados se cumplieron satisfactoriamente, evidenciando una mejora progresiva en las habilidades matemáticas de los estudiantes. La plataforma no solo facilitó el aprendizaje interactivo, sino que también permitió un seguimiento detallado del progreso de los estudiantes, asegurando un desarrollo integral y equilibrado de sus competencias matemáticas en torno al pensamiento variacional.

Este documento está estructurado en cinco capítulos. En el primer capítulo se plantea el problema, justificando el desarrollo de la aplicación y apoyándose en la identificación del problema de investigación. Además, se presentan los antecedentes de la investigación y, finalmente, los objetivos que guiarán el trabajo de grado. En el segundo capítulo se expone el marco de referencia, incluyendo a los diferentes autores relevantes. Aquí se destaca la importancia de la tecnología digital en los procesos educativos, lo que permite conectar con la orquestación instrumental como mediador entre los objetos matemáticos y la estructura de las tareas, facilitando un mejor proceso de aprendizaje en los estudiantes. A continuación, se aborda el

ALGEBRAIC: ALGEBRAIC: UNA APLICACIÓN QUE CONTRIBUYE AL PENSAMIENTO VARIACIONAL PARA LOS EXÁMENES DE ACCESO A LA EDUCACIÓN SUPERIOR

pensamiento variacional y su comprensión en el desarrollo de ALGEBRAIC, seguido de una mirada al m-learning en la creación de aplicaciones. El tercer capítulo describe la metodología, incluyendo la población de usuarios de la aplicación, el enfoque y la aproximación utilizados durante su uso, así como la forma en que se implementará en las sesiones de trabajo con los estudiantes. En el cuarto capítulo se presenta la estructura formal de ALGEBRAIC y las diferentes tareas desarrolladas con el uso de la aplicación. En el quinto capítulo se analizan los resultados obtenidos durante los simulacros, de acuerdo con los niveles de desarrollo del pensamiento variacional. Finalmente, el sexto capítulo presenta las conclusiones. En los anexos se incluye la entrevista inicial, las preguntas de la encuesta de caracterización y las tablas con la información recolectada en los simulacros.

Planteamiento del Problema

En este capítulo, abordo el tema central de mi investigación. Primero, se expone la problemática que pretende resolver, respaldada por evidencias empíricas y teóricas. A partir de esto, se fórmula una pregunta de investigación y objetivos de este trabajo. Luego, se revisan antecedentes investigativos relevantes para identificar el estado actual de la investigación en esta área y justificar la pertinencia del estudio presentado en este documento.

Justificación

De acuerdo con Piraneque (2022), actualmente se presentan una serie de algunas dificultades para el acceso a la educación superior en Colombia, estas son: falta de recursos económicos y desigualdad social, falta de políticas públicas efectivas que garanticen una educación de calidad para todos los ciudadanos, brecha en la calidad de educación básica entre las zonas urbanas y rurales, y finalmente, problemáticas relacionadas con la raza y género.

Estas dificultades dan muestra de los problemas estructurales de la educación colombiana.

La aplicación que se desea proponer desarrollar, que contiene los elementos importantes relacionados con el pensamiento variacional que se desarrollarán más adelante, tiene como propósito servir de herramienta que brinde a los estudiantes de la media la posibilidad de prepararse para los exámenes de admisión a la educación superior. De manera que, las posibilidades de ingresar a la educación superior sean mayores. Esta aplicación (ALGEBRAIC) se nutre de la experiencia recolectada del trabajo que se realiza en el Instituto Politécnico los

Alpes S.A.S (IPA), el cual brinda formación para la correcta resolución de exámenes de admisión de distintas universidades.

Como lo plantea en su misión (S.F), el IPA, por medio de sus programas de pre universitario y pre Saber 11 busca.

Contribuir al desarrollo y progreso del país mediante programas de educación que logren generar conocimiento y competencias en los futuros profesionales que se preparan en esta institución, para que sean capaces de adoptar, adaptar y crear ciencia y tecnología, proyectado desde los distintos programas o cursos ofrecidos por la institución. (p. 1)

Además, El IPA (S.F) plantea como visión:

Ser una institución líder en el ámbito nacional, reconocida como centro de desarrollo y alta formación humanística, científica y tecnológica, empleando metodologías innovadoras adecuadas al contexto de la educación superior, con proyección hacia la sociedad Colombiana y la excelencia académica. (p. 1)

También, es pertinente mencionar que en algunos procesos de admisión a la educación superior se puede ver la importancia y relevancia que tiene el área de Matemáticas. Campos (2021) señala que, los exámenes de acceso a la educación superior para el área de Matemáticas, se basan en los siguientes aspectos:

- Interpretación y representación.
- Formulación y ejecución.
- Argumentación.

Ahora bien, específicamente en el área de matemáticas y como lo menciona Cardona (2019), las dificultades que presentan los estudiantes de educación media y superior en el área están asociadas con:

La Complejidad Inherente a los Objetos Matemáticos.

Especialmente en lo que respecta a los signos matemáticos, requiere una interpretación precisa debido a la exactitud del lenguaje matemático. El uso del lenguaje no matemático dentro del contexto matemático puede generar conflictos debido a las diferencias en la precisión requerida. Por ello, el entendimiento e interpretación exacta de los signos matemáticos es esencial para evitar malentendidos en el estudio de los objetos matemáticos.

El Pensamiento Matemático

Implica procesos complejos por lo que genera dificultades notables en el aprendizaje de la matemática en su aspecto deductivo formal. Los estudiantes frecuentemente encuentran desafíos para seguir un argumento lógico, aunque conozcan el lenguaje que estructura al argumento, tienen dificultades en elaborar posibles caminos que lleven a una respuesta o resultado esperado; lo que puede obstaculizar su comprensión y progreso en esta disciplina. Así pues, los problemas para seguir un razonamiento lógico pueden aumentar la dificultad en el aprendizaje de las matemáticas.

Los Procesos de Enseñanza.

Estos problemas pueden estar relacionados con las propuestas de la institución educativa, el currículo de matemáticas y los métodos de enseñanza utilizados. Algunas instituciones escolares rara vez logran mitigar estas dificultades a través de la adaptación de los materiales

curriculares, la implementación de recursos adecuados y la modificación de los estilos de enseñanza. En resumen, la forma en que se enseña la matemática puede ser un factor significativo en las dificultades que los estudiantes encuentran al aprender esta disciplina.

El Desarrollo Cognitivo.

Existe una escasez de información sobre los procesos de aprendizaje y el progreso intelectual. Esto limita la capacidad de los docentes para comprender objetivamente el nivel de dificultades que enfrentan los estudiantes, sus logros y respuestas que dan a las preguntas esperadas.

Las Actitudes Afectivas y Emocionales

Se ha observado que muchos estudiantes, independientemente de sus habilidades, muestran aversión hacia las matemáticas y experimentan tensión y miedo hacia esta disciplina. Esto puede ser atribuido a varios factores, como la jerarquización del conocimiento matemático, la actitud de los profesores y los estilos de enseñanza, entre otros. Según Africano Mejía (2021), estos factores influyen significativamente en el desinterés y la apatía de los estudiantes hacia las matemáticas.

En los resultados obtenidos en pruebas de tipo estandarizadas donde se simulan los exámenes de tipo prueba saber 11° y de admisión de algunas universidades realizadas en el IPA, se evidencia que lo principales dificultades para los estudiantes se presentan en el pensamiento variacional. El abordaje de este pensamiento presenta desafíos debido a su naturaleza abstracta y compleja. Además, este tipo de pensamiento implica analizar y comprender las variaciones de funciones, la modelación de procesos y fenómenos de la realidad, trabajo con proporcionalidad, validar conjeturas y procesos de generalización. Así

mismo los sistemas algebraicos y analíticos asociados al pensamiento variacional requieren la manipulación de ecuaciones y la aplicación de conceptos matemáticos avanzados, como las interrelaciones entre los lenguajes verbal, icónico, gráfico y simbólico, lo que puede resultar difícil para algunos estudiantes, además de argumentar sus procedimientos.

En concordancia con los estudios presentados por Soto & Yogui (2019), es posible evidenciar las dificultades que los estudiantes en ambientes universitarios afrontan en el curso de matemáticas básicas. En dicho contexto, los estudiantes deben desarrollar habilidades de razonamiento cuantitativo, tales como interpretar, representar, calcular y analizar, entre otras. Además, se requieren habilidades más específicas, como extraer información de un texto matemático, identificar el valor de las variables necesarias para reemplazar en una fórmula, discriminar entre fórmulas, representar una proporción matemática, realizar operaciones básicas y resolver ecuaciones. Estas dificultades también pueden ser solucionadas por medio de la implementación de la aplicación (ALGEBRAIC) por ello se hace necesario caracterizar las dificultades con el fin de incluirlas en ella:

Dificultad en la Comprensión Lectora de Problemas Matemáticos

Los retos al intentar descifrar el significado del texto y reconocer el contexto o la situación que se plantea en el problema. Esta dificultad se manifiesta en su incapacidad para identificar y relacionar toda la información proporcionada en la situación problemática; información que puede presentarse de manera textual, gráfica, tabular o simbólica. Por ejemplo, un problema puede describir una situación en la que se deben repartir manzanas entre un número determinado de personas. En este caso, los estudiantes pueden tener dificultades para entender que este escenario requiere una operación de división. Por lo tanto, la habilidad para

interpretar y aplicar la información de un problema matemático es un aspecto crítico que los estudiantes necesitan desarrollar.

Dificultad en Comprender Contenidos Matemáticos Básicos

Esta dificultad se manifiesta en la incapacidad de los estudiantes para entender y aplicar conceptos matemáticos fundamentales que son esenciales para resolver problemas matemáticos. Entre los contenidos temáticos que generan dificultad se encuentran: cambio de moneda, variaciones porcentuales, valor z , redondeo y variables. Estos conceptos básicos requieren una comprensión sólida y la habilidad para interpretar y aplicar la información en un problema matemático. Por ejemplo, un estudiante puede tener dificultades para entender que un problema que involucra el cambio de moneda donde se requiere una operación de multiplicación o división.

Dificultad con la Asistencia a Clases

La inasistencia o llegar tarde a las clases es de índole actitudinal y puede afectar significativamente el aprendizaje. La falta de continuidad en la secuencia de las explicaciones puede ser perjudicial.

Dificultad en el Interés y Motivación por el Curso

El desafío de mantener el interés y la motivación en el curso es una problemática notable. Esta situación se manifiesta en las distracciones de los estudiantes con sus celulares durante las clases. Sostener su interés y motivación es crucial, ya que son factores fundamentales para un aprendizaje efectivo.

Dificultad en Repasar los Temas Matemáticos

Las actividades de extensión, la transferencia de aprendizajes y la preparación para exámenes son esenciales para asimilar y desarrollar habilidades matemáticas. Dado que muchos

estudiantes no disfrutaban del curso o han experimentado traumas relacionados con las matemáticas, es fundamental que practiquen los temas fuera del aula.

Dificultad en la Asistencia a Tutorías y Talleres de Reforzamiento

Aunque las tutorías académicas y los talleres de refuerzo son recursos valiosos, algunos estudiantes no les dan la importancia necesaria. Aquellos que no pueden asistir a estas actividades buscan alternativas, como pedir ayuda a amigos o familiares con conocimientos en matemáticas.

Para concluir, es evidente que los estudiantes universitarios enfrentan una variedad de desafíos en el aprendizaje de las matemáticas básicas. Estos obstáculos van desde la comprensión de conceptos fundamentales y la interpretación de problemas matemáticos, hasta la asistencia a clases y la motivación personal. Además, se observa que aquellos estudiantes cuya carrera no está directamente relacionada con las matemáticas suelen experimentar cierto rechazo, temor, desinterés y desmotivación hacia esta materia. El interés en las matemáticas básicas, en gran medida, depende de la relevancia que los estudiantes encuentren al resolver los problemas propuestos.

La implementación de aplicaciones educativas como ALGEBRAIC puede ser una herramienta valiosa para abordar estas dificultades, ya que ofrece recursos adaptados a las necesidades específicas de los estudiantes. Sin embargo, es fundamental que las instituciones educativas continúen desarrollando estrategias que fomenten un entorno de aprendizaje positivo y efectivo. En este sentido, la asistencia regular a clases es crucial para el aprendizaje, ya que los contenidos matemáticos requieren de una base sólida para avanzar en temas más complejos.

De hecho, se ha encontrado que aquellos que faltan a clases, especialmente a las primeras, suelen obtener un promedio más bajo en sus calificaciones.

Además, muchos estudiantes ingresan a la universidad con deficiencias en conceptos y habilidades matemáticas fundamentales que no fueron resueltas en la educación básica. Estos vacíos incluyen habilidades elementales como contar, trazar, reconocer figuras, realizar operaciones sencillas, resolver ecuaciones y expresarse en lenguaje simbólico.

Asu vez es necesario conocer los procesos de admisión de algunas universidades públicas en Colombia porque de esta manera es posible evidenciar que los vacíos en el área de matemáticas imposibilitan el ingreso a la educación superior. Estos procesos requieren que los aspirantes hayan terminado el bachillerato y presentado el examen de Estado Icfes Saber 11°. Incluso, algunas universidades tienen sus propios sistemas de admisión con un examen diseñado internamente, en alguno de ellos el componente de matemáticas determinante para ser admitido.

En relación directa al problema presentado acerca de la precariedad en herramientas que faciliten la formación en el área de matemáticas se propone el desarrollo de ALGEBRAIC, una aplicación diseñada para apoyar a los estudiantes que, debido a limitaciones económicas, no pueden acceder a un preuniversitario o un preicfes. Aunque existen aplicaciones enfocadas en la preparación para la Prueba Saber 11, propuesta por el ICFES, ALGEBRAIC se distingue por su objetivo principal: desarrollar en los usuarios el pensamiento variacional, una habilidad crucial para superar con éxito los procesos de admisión a las universidades.

ALGEBRAIC proporcionará a los usuarios acceso a una variedad de recursos, incluyendo material sobre los exámenes, simulacros del área de matemáticas y retroalimentación sobre los

temas abordados en los exámenes. Todo esto está diseñado para contribuir al desarrollo del pensamiento variacional y mejorar el rendimiento de los usuarios en el área de matemáticas.

Además, ALGEBRAIC se centra en los procesos de admisión a la educación superior, que se caracterizan por un riguroso proceso de selección de estudiantes a través del examen de admisión diseñado por las universidades. Por lo tanto, ALGEBRAIC busca ser una herramienta valiosa para aquellos que aspiran a ingresar a la educación superior, proporcionando los recursos y el apoyo necesarios para superar estos desafíos.

Identificación del Problema.

De acuerdo con Navarro (2022), las herramientas TIC se han convertido en un medio eficaz para implementar procesos de enseñanza y aprendizaje. Muchas de las herramientas permiten la comunicación sincrónica y asincrónica entre los participantes, quienes deben mostrar los resultados de sus investigaciones o consultas en línea, así como crear o compartir información en diversos recursos educativos digitales. Esto crea un escenario propicio para que el estudiante trabaje de manera activa y colaborativa, convirtiéndose en el motor de su propio aprendizaje. En la actualidad, los estudiantes tienen acceso a una amplia variedad de recursos educativos en línea, incluyendo tutores virtuales, canales de video y plataformas de streaming. Estos tutores en línea pueden desempeñar un papel fundamental al explicar temas o ejercicios de manera clara y concisa. Sin embargo, para aprovechar al máximo esta oportunidad, los estudiantes deben seleccionar cuidadosamente los contenidos y temas relevantes antes de consultarlos. Este proceso de autoaprendizaje no solo fomenta la autonomía del estudiante, sino que también abre nuevas posibilidades para el uso efectivo de la tecnología en la educación.

Considerando las premisas presentadas anteriormente, se identifica la necesidad de diseñar una aplicación que fomente el desarrollo del pensamiento variacional y los sistemas

algebraicos y analíticos. Actualmente, como se mencionó en la justificación, no existe ninguna aplicación centrada en este tipo de pensamiento.

La mayoría de las aplicaciones disponibles están orientadas a la preparación para el examen de las Pruebas Saber 11°, desarrollado por el ICFES. Estas aplicaciones se centran principalmente en el desarrollo de preguntas bajo la estructura de competencias. Sin embargo, este enfoque no se aplica a los exámenes de ingreso de las universidades que presentan un proceso de admisión adicional.

Por consiguiente, se sugiere la implementación de una aplicación, accesible tanto desde dispositivos móviles como computadoras, que se enfoque primordialmente en el pensamiento variacional, así como en los sistemas algebraicos y analíticos. Esta propuesta surge a raíz de la observación de que estos son algunos de los aspectos que más dificultades presentan para los estudiantes, según se ha evidenciado a través de la experiencia. Adicionalmente, se ha notado que los estudiantes encuentran desafíos al momento de justificar y analizar las preguntas. Esta aplicación no solo servirá como una herramienta de preparación para las Pruebas Saber 11°, sino que también dotará a los estudiantes con las habilidades necesarias para superar los exámenes de ingreso a la universidad.

En unas encuestas realizadas a nueve estudiantes del programa preuniversitario ofrecido por el IPA, se encontró que el 78% de estos estudiantes han presentado previamente el examen de admisión a la Universidad Nacional y reconocen sus dificultades en el área de matemáticas, mencionando contenidos como trigonometría, interpretación gráfica, interpretación algebraica de enunciados y trabajo con ecuaciones, entre otros. Todos los estudiantes que fueron encuestados consideraron que sería de gran ayuda contar con una aplicación especializada en el pensamiento variacional, que les permitiera trabajar de manera independiente y guiada en los

temas asociados en los procesos de admisión, especialmente en lo relacionado con el pensamiento variacional

También mencionaron factores que influyeron en su rendimiento en la primera vez que presentaron el examen de admisión, como la falta de profundización debido al corto tiempo de las clases de sus años escolares, así mismo, los cambios de profesores y metodologías desarrolladas y la dificultad para analizar los enunciados en las preguntas.

Otro aspecto importante mencionado fue la educación virtual durante el periodo de contingencia debido a la pandemia, pues se presentaron dificultades como la falta de interés por parte de los estudiantes y la imposibilidad de abordar todos los contenidos necesarios para el examen de admisión a la educación superior y como bien lo resalta Pérez (2021), se presentaron cinco principales problemas de las clases virtuales:

1. Los estudiantes fueron enviados a sus casas cuando más necesitaban de una escuela formadora y protectora, pues señala que los datos oficiales han expuesto el empobrecimiento, el aumento del desempleo y el impacto socioemocional en muchas familias. Se menciona que miles de familias tuvieron que reducir sus comidas diarias de tres a dos debido a la falta de recursos. Lo que afecta indirectamente los procesos educativos de los estudiantes.

2. La falta de computadores e Internet impide que haya clases virtuales y sincrónicas, se resalta que, sobre el acceso a Internet en Colombia en 2019. En ese año, solo el 51,9% de los hogares tenían acceso a Internet, con un 61,6% en áreas urbanas y un bajo 20,7% en zonas rurales. Así mismo, se destacan diferencias significativas, con el 97% de los hogares de estratos 5 y 6 teniendo acceso a Internet, en contraste con solo el 17% de los hogares del estrato 1. Además, en las pruebas Saber 11 de 2018, el 50% de los estudiantes de colegios públicos indicaron que solo el 37% tenía acceso a Internet y computadora en sus hogares.

3. *Los estudiantes más pobres tienen menos acompañamiento en las clases virtuales y en otras actividades asincrónicas en casa*, allí se resalta que la calidad del apoyo educativo dependió de la formación y disponibilidad de tiempo de los padres. Se planteó la pregunta de quién puede cuidar a los estudiantes cuando los padres no pueden hacerlo y cuánto interés y responsabilidad tienen otros familiares o allegados en el proceso educativo. Además, que el 38,4% de los hogares en Colombia son encabezados por madres solteras o en situaciones en que las madres tienen una doble carga de trabajo, lo que puede tener un impacto en la educación de los estudiantes.

4. *Los docentes y estudiantes de los colegios oficiales que no tienen internet no tienen competencias digitales*. Allí cabe resaltar que tanto antes como durante la pandemia, los docentes no han recibido formación en el uso de tecnologías de la información y la comunicación (TIC). Además, no se han realizado esfuerzos para incorporar la educación en competencias digitales en los planes de estudio de la educación básica y media. El DANE informa que, en 2019, el 66% de las sedes de colegios públicos carecía de conexión a Internet, siendo aún peor en áreas rurales pues el 79% de las sedes, tanto públicas como privadas, operaban sin acceso a Internet.

5. El cerrar los colegios se perdió la posibilidad de compensar a los estudiantes con menos recursos con una educación de buena calidad, se observó que la escuela es fundamental para los niños y adolescentes más desfavorecidos, ya que actúa como un mecanismo compensador de las desigualdades de origen. En el aula, todos los alumnos son iguales y pueden interactuar con el profesor desde sus propias condiciones y circunstancias, incluso si en sus hogares existen desigualdades significativas.

Un aspecto que merece rescatarse, mencionado por Pérez (2021), es

En Colombia, donde la mayoría de los estudiantes no tienen Internet ni computadora, una encuesta del Laboratorio de Economía de la Educación llevada a cabo a 4.478 docentes y 443 rectores en 15 entidades territoriales encontró que:

El 27% de los docentes no siguió dictando clase.

El 40% lo hace de manera asincrónica, a través de guías entregadas a los estudiantes en papel, en el chat del WhatsApp o por correo virtual.

Con las guías las maestras y maestros, sin virtualidad, no tienen la oportunidad de interactuar con los estudiantes más pobres para mediar procesos de lectura, investigación, análisis, reflexión y contrastación de ideas y opiniones; menos todavía para explicar la tarea y atender las preguntas de los alumnos sobre cómo desarrollarla. (p. 1)

Por lo tanto, los objetivos de la investigación serán determinar la manera en que la tecnología puede facilitar el desarrollo del pensamiento variacional en los estudiantes a través de tareas específicas, y descubrir las estrategias más efectivas para mejorar el pensamiento variacional durante la preparación para los exámenes de admisión a la educación superior.

De acuerdo con los planteamientos anteriores, a continuación, se formula la siguiente pregunta de investigación:

¿De qué manera ALGEBRAIC contribuye en el rendimiento en Matemáticas, particularmente en desarrollo del pensamiento variacional?

Antecedentes de Investigación.

Los dos focos de este apartado son: el primero de estos el desarrollo del pensamiento variacional con tecnología y el segundo el tipo de preguntas que se emplean en las pruebas estandarizadas que es el estilo de prueba en la mayoría de pruebas de ingreso a la educación superior.

Pensamiento Variacional y la Tecnología.

En la era digital, el pensamiento variacional y la tecnología se han convertido en pilares fundamentales para el desarrollo de nuevas metodologías educativas y científicas. El pensamiento variacional, que se centra en la comprensión y manipulación de variables y sus interrelaciones, permite a los estudiantes y profesionales abordar problemas complejos de manera más flexible y creativa. Por otro lado, la tecnología ofrece herramientas poderosas que facilitan la visualización, simulación y resolución de estos problemas. Este capítulo explorará cómo la integración de ambos conceptos puede enriquecer el aprendizaje.

Autores como Martínez y Guadrón (2018) presentan en su artículo Fortalecimiento del pensamiento variacional a través de una intervención mediada con TIC en estudiantes de grado noveno, los resultados de una investigación cualitativa en matemáticas que se centró en el desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de noveno grado, con edades entre 14 y 17 años. La investigación utilizó secuencias didácticas diseñadas y mediadas con Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC). El estudio se organizó en tres etapas: un diagnóstico inicial para identificar el nivel de conocimientos en aritmética y pensamiento variacional; una intervención con las secuencias didácticas diseñadas que se ajustaron al plan de área institucional y orientaron algunas actividades de aprendizaje al análisis de situaciones de variación y cambio; y un diagnóstico final que evaluó el nivel alcanzado por los estudiantes.

Los resultados sugieren que la intervención generó cambios significativos en el pensamiento variacional de los estudiantes. Se analizaron los resultados previos, y se encontró que los estudiantes presentaban inconvenientes con aspectos como resolver situaciones en las que se realicen sumas y multiplicaciones para encontrar su solución; resolver situaciones que requieran lectura e interpretación de gráficas y tablas, en particular pictogramas; realizar

experiencias en compraventa en las que se tenga que contar dinero; armar figuras planas con piezas; y realizar experiencias en las que se tenga que combinar dos, tres o más elementos.

Además, se identificaron dificultades para generar equivalencias entre expresiones numéricas; justificar y generar equivalencias entre expresiones numéricas; resolver problemas en situaciones de variación con funciones polinómicas y exponenciales; e identificar y describir las relaciones (aditivas, multiplicativas y de recurrencia) que se pueden establecer en una secuencia numérica.

La intervención mediada con TIC por medio de, la implementación de aplicaciones educativas, algunas herramientas de visualización y evaluaciones digitalizadas, permitió a los estudiantes mejorar en la resolución de problemas en situaciones aditivas y multiplicativas en el conjunto de los números reales, así como verificar conjeturas acerca de estos números usando procesos inductivos y deductivos desde el lenguaje algebraico. En contraste con los resultados finales posteriores al proceso de realizar las actividades planteadas, se identificó que la mayoría de los indicadores presentaron un progreso significativo. Esto sugiere que el uso de tecnologías en la enseñanza de las matemáticas puede tener un impacto positivo en el desarrollo del pensamiento variacional de los estudiantes, mejorando su capacidad para resolver problemas complejos y comprender conceptos matemáticos avanzados.

De igual manera se tiene lo presentado por Vasco (2002), en su conferencia El pensamiento variacional, la modelación y las nuevas tecnologías, en la que aborda el tema del pensamiento variacional y la modelación en el contexto actual de la educación básica y media, particularmente en los Lineamientos Curriculares del área de matemáticas. Allí se discute la propuesta anterior basada en sistemas, especialmente los sistemas analíticos, y la propuesta actual que se centra en cinco tipos de pensamiento: numérico, espacial, métrico, aleatorio y

variacional. Se define el pensamiento variacional y se sugieren varias formas de desarrollarlo, para ello se pueden establecer momentos que no necesariamente serán secuenciales los cuales se plantean como:

- Momento de captación de patrones de variación: lo que cambia y lo que permanece.

- Momento de creación de un modelo mental.
- Momento de echar a andar el modelo.
- Momento de comparar los resultados con el proceso modelado.
- Momento de revisión del modelo.

Adicionalmente como se apoyará el pensamiento variacional con tecnología se pueden implementar los siguientes momentos adicionales:

- Momento de formulación simbólica.
- Momento de calcular con esa formulación.
- Momento de comparar los resultados con el proceso modelado.
- Momento de reformulación del modelo.

Posteriormente, se establece una relación entre el pensamiento variacional y las nuevas tecnologías en la educación, enfocándose en el objetivo de aprender a modelar matemáticamente procesos reales. Se define qué es un modelo y en particular uno matemático, y se caracteriza la modelación matemática de procesos reales. Se proponen varias formas de practicar la modelación matemática y se destaca el papel que las nuevas tecnologías pueden desempeñar en este proceso.

Así mismo, desde el MEN (2004) por medio de su proyecto Incorporación de Nuevas Tecnologías al currículo de Matemáticas de la Educación Básica Secundaria y Media de

Colombia, presenta una investigación sobre el pensamiento variacional y su aplicación en la educación matemática, con un enfoque particular en el uso de tecnologías de la información y la comunicación (TIC).

Este proyecto se presenta en cinco capítulos: el primero La variación y el cambio a la luz de la historia de las matemáticas: el cual proporciona una visión histórica del estudio de la variación y el cambio, destacando los momentos relevantes desde una perspectiva histórica. El segundo La variación y el cambio en el Currículo de Matemáticas de Colombia: Este capítulo examina cómo se ha incorporado el estudio de situaciones, fenómenos o procesos cambiantes o variables en la educación matemática colombiana. El tercero El pensamiento Variacional: Este capítulo ofrece una aproximación conceptual al pensamiento variacional, incluyendo conceptos como variación, cambio, variable, función, y los diversos sistemas de representación. El cuarto Uso de Tecnologías Computacionales: Este capítulo reconoce el potencial mediador de los sistemas computacionales dinámicos, gráficos y algebraicos en el estudio sistemático de procesos o fenómenos variables o cambiantes. Por último, Situaciones Didácticas para el Desarrollo del Pensamiento Variacional con Mediación Tecnológica: que presenta diversas situaciones didácticas que potencian el uso de tecnologías computacionales dinámicas, gráficas y algebraicas en el estudio de procesos o fenómenos de variación y cambio. Cabe resaltar que el documento enfatiza la importancia del pensamiento variacional en la educación matemática y sugiere que las nuevas tecnologías pueden ser una herramienta valiosa para su enseñanza.

Tipo de Prueba

Los exámenes de admisión a las universidades suelen ser una combinación de preguntas de selección múltiple con única respuesta. Este tipo de preguntas se ha convertido en una herramienta común en la evaluación educativa debido a su eficiencia y objetividad. En este tipo

de preguntas, se presenta un enunciado o problema, seguido de varias opciones de respuesta, de las cuales solo una es correcta.

Estas preguntas requieren que los estudiantes no solo recuerden y comprendan la información, sino que también la apliquen y analicen para seleccionar la respuesta correcta. Aunque pueden parecer simples a primera vista, las preguntas de selección múltiple con única respuesta pueden diseñarse para evaluar niveles más altos de pensamiento, como la aplicación de conceptos, el análisis de situaciones y la evaluación de diferentes opciones.

En el contexto de los exámenes de admisión, estas preguntas se utilizan para evaluar una variedad de habilidades y conocimientos en diferentes áreas, como matemáticas, ciencias, lectura y escritura. La preparación para este tipo de preguntas puede ser un desafío, ya que requiere una comprensión sólida de los conceptos, así como habilidades de razonamiento y análisis.

En las siguientes secciones, exploraremos más a fondo las características de las preguntas de selección múltiple con única respuesta.

General.

En relación con el componente sobre las preguntas de selección múltiple, se puede citar a autores como Pérez (2018), en su publicación *Uso de preguntas cerradas para pruebas: Una guía para el profesor*, se enfoca en el proceso de evaluación en la educación, resaltando el papel crucial del docente. Define la evaluación como un formato que mide el rendimiento del estudiante, adicional mente para el docente proporciona retroalimentación y evalúa los avances del estudiante de manera sistemática y frecuente. Los profesores son responsables de asegurar que los estudiantes alcancen los logros de aprendizaje y se espera que tengan una amplia visión de los procedimientos de prueba, especialmente las preguntas cerradas. Estos procedimientos

permiten recoger y analizar información que puede ser utilizada para tomar decisiones pedagógicas en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Pérez también menciona un manual que tiene como objetivo apoyar al docente en la planificación de pruebas escritas con preguntas cerradas, proporcionando conceptos básicos, recomendaciones, ejemplos y elementos técnicos para la elaboración de pruebas.

De igual manera de acuerdo con el MEN (2022), establece en la guía de orientación 2023-1, el tipo de pregunta que se utiliza en el examen saber 11°.

El examen consta de preguntas de selección múltiple con única respuesta conformadas por un enunciado (que presenta una situación, figura, texto, etcétera), la formulación de una tarea de evaluación (aquello que se le pide al estudiante realizar) y varias opciones de respuesta, de las cuales solo una responde a la tarea planteada.

El estudiante debe seleccionar la opción de respuesta que considere acertada. (p. 25)

Así mismo, estas pruebas estandarizadas, según Jiménez (2016), en su artículo, El papel de la evaluación a gran escala como política de rendición de cuentas en el sistema educativo mexicano, se han implementado y mantenido debido a las necesidades educativas y sociales de estandarización de contenidos. Estas pruebas sirven como un medio para verificar el aprendizaje alcanzado por los estudiantes, fortalecer las políticas educativas nacionales y obtener indicadores que permitan comparar los sistemas educativos de diferentes regiones o países. Además, desde una perspectiva económica, estas pruebas también facilitan el acceso a financiamiento internacional.

Particular.

De acuerdo con el MEN (2019) en su marco de referencia para la evaluación, Icfes, presenta que en el área de matemáticas que:

Se utilizan preguntas de selección múltiple con única respuesta compuestas por un enunciado (que presenta una situación, figura, texto, etc.), una indicación sobre una acción por realizar por el estudiante y varias opciones de respuesta, de las cuales solo una responde a la indicación planteada. La prueba de matemáticas Saber 11 está compuesta por aproximadamente 50 preguntas, con la siguiente distribución general

Competencias, interpretación y representación con un 34%, formulación y ejecución 43% y argumentación un 23%. (p. 38)

Así mismo, La prueba saber 11° se basa en dos líneas: conceptual y metodológica, y se enfoca en un dominio general (ser matemáticamente competente) que se manifiesta a través de tres competencias. Para evaluar estas competencias, se utilizan preguntas que reflejan situaciones de la vida real, requiriendo que los estudiantes utilicen los contenidos matemáticos de manera lógica y significativa. Los contenidos se dividen en dos grupos: genéricos y no genéricos. Los contenidos genéricos son fundamentales para la interacción crítica en la sociedad y se desarrollan a lo largo de toda la educación, mientras que los contenidos no genéricos son específicos del quehacer matemático y se aprenden en la etapa escolar. Ambos tipos de contenido se refieren a tres categorías del conocimiento matemático: estadística, geometría, y álgebra y cálculo.

Objetivos

Objetivo general

Promover el desarrollo del pensamiento variacional mediante la implementación de ALGEBRAIC, una herramienta digital educativa diseñada para integrarse en plataformas virtuales de aprendizaje como Moodle.

Objetivo específico

- Identificar actividades pedagógicas que estimulen el pensamiento variacional en estudiantes.
- Diseñar y estructurar tareas didácticas orientadas al desarrollo de habilidades relacionadas con el razonamiento algebraico y la identificación de patrones.
- Diseñar e implementar ALGEBRAIC como un recurso interactivo dentro de entornos de aprendizaje virtual, asegurando su funcionalidad y accesibilidad.
- Aplicar una prueba piloto de ALGEBRAIC para evaluar su efectividad y detectar posibles áreas de mejora.
- Analizar los resultados de la prueba piloto con el fin de ajustar y optimizar la herramienta, garantizando una experiencia de aprendizaje efectiva y dinámica.

Marco de Referencia

En la intersección de las matemáticas y la tecnología, encontramos un mundo de posibilidades para transformar la forma en que aprendemos y nos enfrentamos a los desafíos del mundo actual. Este apartado presenta el marco teórico necesario para diseñar una aplicación de matemáticas única, inspirada en los principios de la orquestación instrumental.

En un primer momento se encontrará con un recorrido histórico de la vinculación de la tecnología en enseñanza de las matemáticas.

Luego, presentaremos asuntos relacionados con la orquestación instrumental; posteriormente una conceptualización del pensamiento variacional; finalmente se presenta el papel que desempeña el m-learning en el desarrollo y creación de nuestra aplicación. Este enfoque nos permitirá establecer los parámetros necesarios para fomentar el desarrollo del pensamiento a través de la adaptación de las tareas al entorno digital.

Tecnología Digital en la Educación

El trabajo realizado por Heid (1988) es considerado uno de los primeros estudios significativos sobre el uso de la tecnología digital en la educación matemática. Este estudio se centró en la reestructuración de un curso de cálculo para estudiantes universitarios de primer año en negocios, arquitectura y ciencias de la vida, utilizando álgebra computacional, herramientas de tabla y gráficos para el desarrollo de conceptos. La tecnología digital permitió un enfoque “concepto primero”, lo que significa que los conceptos de cálculo se enseñaron extensamente, mientras que las habilidades computacionales se trataron brevemente al final del curso. Los resultados fueron notables: los estudiantes del grupo experimental, que asistieron al curso reorganizado e intensivo en tecnología, superaron al grupo de control, que asistió a un

curso tradicional, en tareas conceptuales en la prueba final. Además, también lo hicieron casi igual de bien en las tareas computacionales que tuvieron que llevarse a cabo a mano. Los sujetos del grupo experimental informaron que el uso de la computadora asumió el trabajo de cálculo, les hizo sentir seguros acerca de su trabajo y les ayudó a concentrarse en el proceso global de resolución de problemas.

El segundo auge de la tecnología gráfica portátil ocurrió en la década de 1990. Se identificaron cinco modos de uso de la herramienta: cálculo, transformación, recolección y análisis de datos, visualización y verificación. Los resultados obtenidos por Drijvers (2015), muestran que el profesor fue crucial para establecer y reforzar estos modos de uso de la herramienta. El estudio destaca la importancia del contexto educativo en los estudios sobre el efecto de la tecnología digital, y el papel crucial del profesor en particular. Aunque no se evaluaron los resultados del aprendizaje, parece que los estudiantes desarrollaron un repertorio rico y significativo de formas de usar la calculadora gráfica para su trabajo matemático.

De manera consecutiva se dan los momentos del uso de una génesis instrumental, posteriormente se presentan las aplicaciones online y por último se presenta el uso de los dispositivos móviles implementados en el proceso de enseñanza de las matemáticas en general. Todo esto articulado desde la pregunta planteada por Drijvers (2015) en el título del artículo es por qué la tecnología digital en la educación matemática funciona o no. El objetivo subyacente era identificar factores que promueven o dificultan la integración exitosa de la tecnología digital en la educación matemática. El análisis de los seis casos descritos en este artículo muestra que la integración de la tecnología en la educación matemática es una cuestión sutil, y que el éxito y el fracaso ocurren a niveles de aprendizaje, enseñanza e investigación. A pesar de

esta complejidad, tres factores emergen como decisivos y cruciales: el diseño, el papel del profesor y el contexto educativo.

La integración de la tecnología digital en la educación matemática es un tema de gran complejidad que involucra múltiples factores. A través del análisis de diversos estudios de caso, se han identificado tres factores clave que pueden influir en el éxito o fracaso de esta integración, según menciona Drijvers (2015).

El primer factor es el diseño. Esto no sólo implica el diseño de la tecnología digital per se, sino también el diseño de las tareas y actividades correspondientes, así como la planificación general de las lecciones y la enseñanza. Un diseño adecuado puede potenciar la adquisición, fortalecimiento y reorganización de conocimientos, utilizando la tecnología digital en la resolución de tareas matemáticas y la génesis de esquemas mentales que incluyen la comprensión conceptual de las matemáticas en juego.

El segundo factor es el papel del profesor. La integración de la tecnología en la educación matemática no es una panacea que minimiza la importancia del profesor. Por el contrario, el profesor tiene que orquestar el aprendizaje, por ejemplo, sintetizando los resultados de las actividades ricas en tecnología, destacando técnicas útiles de herramientas y relacionando las experiencias dentro del entorno tecnológico con habilidades de lápiz y papel u otras actividades matemáticas.

El tercer factor es el contexto educativo. Es crucial que el uso de la tecnología digital esté integrado en un contexto educativo coherente donde el trabajo con tecnología se integre de manera natural. Además, el uso de la tecnología digital puede llevar a una extensión del contexto educativo hacia entornos fuera de la escuela.

Estos tres factores pueden parecer triviales, pero su importancia es crucial para entender cómo y por qué la tecnología digital puede funcionar (o no) en la educación matemática.

Es innegable que las tecnologías digitales han desempeñado un papel cada vez más relevante en la transformación del aula de matemáticas. A pesar de los avances significativos en cómo aprovechar las posibilidades que las tecnologías pueden ofrecer para el aprendizaje matemático de los estudiantes, los resultados esperados de su uso en el aula aún no han alcanzado los niveles deseados. Esto se debe a factores diferenciadores como la evaluación y la autoevaluación, y las actividades fuera de la escuela, áreas en las que el potencial de las tecnologías aún no ha sido plenamente aprovechado para apoyar el aprendizaje de los estudiantes.

Es imprescindible promover programas de formación docente para superar la tendencia existente de los profesores a improvisar en el aula y para desarrollar formas creativas de usar la tecnología. Las desigualdades en los diferentes sistemas escolares alrededor del mundo pueden ser superadas mediante el desarrollo de proyectos a largo plazo que fomenten la igualdad en el acceso a las tecnologías, programas de formación docente enriquecidos y actividades para los estudiantes que promuevan su autonomía en el aprendizaje.

Es momento de considerar más profundamente cómo aprovechar las tecnologías que ya están ampliamente disponibles para los estudiantes en la mayoría de los países, en particular, los dispositivos móviles y smartphones. Estas tecnologías accesibles se han extendido rápidamente por todo el mundo y son utilizadas por muchos estudiantes, pero su rico potencial educativo no ha recibido suficiente atención por parte de los investigadores y responsables políticos.

Según Artigue y Blomhøj (2013), la historia de la educación matemática y la tecnología digital abarca desde el primer estudio de ICMI (The Influence of Computers and Informatics on Mathematics and its Teaching), realizado en la década de los ochenta, hasta el estudio 17 de ICMI, que reevaluó esta temática veinte años después. Esta evolución histórica resalta que nos encontramos en una nueva era digital que está generando condiciones y oportunidades inéditas para la educación matemática, al mismo tiempo que plantea nuevos retos. No obstante, aún enfrentamos desafíos significativos en la tarea de aprovechar eficazmente las tecnologías digitales en beneficio de una educación matemática de alta calidad para todos. Este desafío es de larga data y, lamentablemente, hemos avanzado menos de lo que se anticipaba cuando se inició el primer estudio de ICMI en 1985. Para superar esta situación, es crucial desplegar nuestra imaginación y aplicar las lecciones aprendidas en el pasado. Nuestra capacidad para tener éxito en esta empresa dependerá en gran medida de la solidaridad y la colaboración que hemos desarrollado a lo largo del tiempo, así como de la explotación de las posibilidades comunicativas que ofrecen las tecnologías digitales.

Aquí es donde la tecnología desempeña un papel fundamental. Mediante el uso de programas informáticos y aplicaciones, los estudiantes pueden visualizar y manipular variables de manera más efectiva, lo que, a su vez, puede mejorar su comprensión de los conceptos relacionados con las variaciones. En este proyecto, exploraremos cómo estas herramientas tecnológicas pueden ser empleadas para estimular el desarrollo del pensamiento variacional y proporcionaremos ejemplos concretos de su aplicación en el entorno educativo.

Orquestación Instrumental

En la intersección de las matemáticas y la tecnología, se abre un mundo de posibilidades para transformar nuestra forma de aprender y abordar los desafíos actuales. La evolución

tecnológica ha proporcionado herramientas valiosas que han mejorado la enseñanza y el aprendizaje en diversas disciplinas, incluyendo las matemáticas. Aunque las tecnologías digitales han sido reconocidas como instrumentos fundamentales para la educación matemática durante más de dos décadas, su integración sigue planteando preguntas, a educadores e investigadores; estas cuestiones incluyen cómo maximizar el potencial de las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) en la educación matemática, su efectividad real, las razones detrás de su éxito o fracaso, y qué factores son determinantes en este proceso.

Orozco & Cuevas (2021), mencionan la definición que se adoptó para la orquestación, en su artículo Una orquestación instrumental para un curso en línea a nivel universitario instrumental:

...como una necesidad para que el profesor organice las interacciones entre los estudiantes y los instrumentos con intenciones didácticas particulares. (p. 5)

Pues también se encuentra que se enfatiza en

...genera la distinción entre un artefacto disponible (computadora portátil, calculadora, tableta o teléfono inteligente) para un aprendiz al realizar una actividad (proceso de instrumentación) y la conversión a un instrumento durante el curso de una actividad realizada por él (proceso de instrumentalización). Este enfoque se ha integrado en la didáctica de las matemáticas (Rabardel, 1995; Artigue, 2002). Trouche (2004) introduce el término. (p. 5)

De manera adicional se tiene que Drijvers et al. (2010) ampliaron el repertorio de orquestaciones instrumentales, definiéndola como la organización y uso intencional y sistemático por parte del profesor de los diversos artefactos disponibles en un entorno de aprendizaje, en este caso, la TD (tecnología digital), para guiar la génesis instrumental de los

estudiantes. Esta orquestación consta de tres elementos: una configuración didáctica, un modo de explotación y una actuación didáctica, donde se identificaron algunos aspectos a tener en cuenta para la enseñanza en clase:

Configuración Didáctica

La configuración didáctica implica la selección y organización de recursos tecnológicos y pedagógicos para crear un entorno de aprendizaje efectivo. Esta fase es clave porque permite al docente integrar herramientas tecnológicas con los objetivos educativos, facilitando la génesis instrumental, es decir, el desarrollo de esquemas de acción y comprensión por parte de los estudiantes a través del uso de estas herramientas. Por su parte, Orozco y Cuevas (2021) proponen una configuración didáctica específica para un curso en línea de álgebra lineal, que incluye el uso de un entorno de geometría dinámica, hojas de exploración guiadas, videgrabaciones de sesiones de trabajo y escenarios didácticos virtuales interactivos.

Esta configuración permite a los estudiantes interactuar con conceptos matemáticos de manera visual y práctica, promoviendo un aprendizaje activo y autónomo. Al unificar estas ideas, se puede concluir que la configuración didáctica no solo organiza los recursos tecnológicos, sino que también diseña actividades que fomentan la exploración, reflexión y colaboración, maximizando el potencial educativo de la tecnología y alineándola con las metas pedagógicas. En conjunto, estas configuraciones didácticas crean un entorno de aprendizaje enriquecido y dinámico, que mejora la comprensión y aplicación de conceptos complejos en un contexto tanto presencial como en línea.

ALGEBRAIC: ALGEBRAIC: UNA APLICACIÓN QUE CONTRIBUYE AL PENSAMIENTO VARIACIONAL PARA LOS EXÁMENES DE ACCESO A LA EDUCACIÓN SUPERIOR



Ilustración 1. Aplicación ALGEBRAIC, entornos para la configuración didáctica, construcción propia.

Modo de Explotación

El modo de exploración se refiere a cómo los recursos tecnológicos y pedagógicos son utilizados en el aula para maximizar el aprendizaje de los estudiantes. Drijvers et al. (2010) destacan que el modo de explotación implica la implementación práctica de la configuración didáctica, donde el docente guía a los estudiantes en el uso de herramientas tecnológicas para explorar y comprender conceptos matemáticos. Este proceso incluye la planificación de actividades que promuevan la interacción activa con los recursos, el desarrollo de esquemas de acción y comprensión a través del uso de estas herramientas.

Por su parte, Orozco y Cuevas (2021) describen un modo de explotación específico para un curso en línea de álgebra lineal. En este contexto, los estudiantes utilizan un entorno de geometría dinámica para visualizar y manipular conceptos matemáticos en tiempo real. Las hojas de exploración guiadas proporcionan una estructura para que los estudiantes realicen actividades exploratorias, mientras que las videograbaciones de las sesiones de trabajo permiten la revisión y reflexión sobre el proceso de aprendizaje. Los escenarios didácticos virtuales

ALGEBRAIC: ALGEBRAIC: UNA APLICACIÓN QUE CONTRIBUYE AL PENSAMIENTO VARIACIONAL PARA LOS EXÁMENES DE ACCESO A LA EDUCACIÓN SUPERIOR

interactivos ofrecen oportunidades para aplicar los conceptos en situaciones prácticas, promoviendo la participación activa y el trabajo colaborativo.

En conjunto, el modo de explotación de acuerdo con los autores se centra en la creación de un entorno de aprendizaje dinámico y enriquecido, en particular los usuarios encontrarán de manera procesual los videos, las actividades de completar y los quices donde los estudiantes pueden interactuar con los conceptos de manera significativa y práctica. Este enfoque no solo facilita la comprensión de conceptos complejos, sino que también fomenta el aprendizaje autónomo y colaborativo, alineando el uso de la tecnología con los objetivos pedagógicos para maximizar su impacto educativo.



Ilustración 2. Aplicación ALGEBRAIC, entornos para el modo de explotación, construcción propia.

Puesta en Escena Didáctica

La puesta en escena didáctica consiste en la implementación concreta de la configuración didáctica en el aula, donde el docente orquesta el uso de herramientas tecnológicas y pedagógicas para facilitar el aprendizaje. Drijvers et al. (2010) enfatizan que la puesta en escena didáctica implica la planificación y ejecución de actividades que integran recursos tecnológicos de manera efectiva, permitiendo a los estudiantes interactuar con los conceptos matemáticos de forma dinámica y significativa. Esta fase es crucial para asegurar que la

tecnología no solo esté presente, sino que se utilice de manera que potencie el aprendizaje y la comprensión.

Orozco y Cuevas (2021) describen una puesta en escena didáctica específica para un curso en línea de álgebra lineal. En este contexto, el docente utiliza un entorno de geometría dinámica para visualizar y manipular conceptos matemáticos en tiempo real, guiando a los estudiantes a través de hojas de exploración que fomentan la reflexión y el análisis crítico. Las videograbaciones de las sesiones de trabajo permiten a los estudiantes revisar y reflexionar sobre su propio proceso de aprendizaje, mientras que los escenarios didácticos virtuales interactivos ofrecen oportunidades para aplicar los conceptos en situaciones prácticas. Esta puesta en escena didáctica promueve la participación activa y el trabajo colaborativo, creando un entorno de aprendizaje enriquecido y dinámico.

Así que, la puesta en escena didáctica es el momento en que la planificación se convierte en acción, y donde el docente juega un papel crucial en la guía y facilitación del aprendizaje. Al integrar de manera efectiva las herramientas tecnológicas y pedagógicas, se crea un entorno que no solo facilita la comprensión de conceptos complejos, sino que también fomenta el aprendizaje autónomo y colaborativo, alineando el uso de la tecnología con los objetivos pedagógicos para maximizar su impacto educativo.



Ilustración 3. Aplicación ALGEBRAIC, entornos para la escena didáctica, construcción propia.

Por lo tanto, la configuración didáctica, el modo de explotación y la puesta en escena didáctica son componentes interrelacionados que, en conjunto, forman una estrategia integral para la enseñanza efectiva en entornos tecnológicos. De acuerdo con los autores Drijvers et al. (2010) y Orozco & Cuevas (2021). La configuración didáctica, se centra en la selección y organización de recursos tecnológicos y pedagógicos. Esta fase es crucial para establecer un entorno de aprendizaje que integre herramientas tecnológicas con los objetivos educativos y promoviendo un aprendizaje activo y autónomo. Por su parte, el modo de explotación se refiere a cómo estos recursos son utilizados en la práctica. Pues se destaca la importancia de planificar actividades que fomenten la interacción activa con los recursos, permitiendo a los estudiantes explorar y comprender los conceptos de manera significativa. Finalmente, la puesta en escena didáctica es la implementación concreta de esta planificación en el aula. En esta fase, el docente orquesta el uso de las herramientas tecnológicas y pedagógicas, guiando a los estudiantes a través de actividades diseñadas para maximizar el aprendizaje. La puesta en escena didáctica asegura que la tecnología se utilice de manera efectiva, creando un entorno de aprendizaje dinámico y enriquecido. Por lo tanto, mientras que la configuración didáctica establece las bases y el modo de explotación define el uso de los recursos, la puesta en escena didáctica es donde la planificación se convierte en acción, y el docente juega un papel crucial en la facilitación del aprendizaje. Estos componentes, al trabajar en conjunto, aseguran un enfoque educativo cohesivo y efectivo que maximiza el impacto de la tecnología en el aprendizaje.

Pensamiento Variacional

En este apartado, abordaremos la interpretación del pensamiento variacional. Además, exploraremos los factores que facilitan su desarrollo y concluiremos con la presentación de algunas tareas diseñadas para promover el pensamiento variacional.

De acuerdo con Vasco (2002), el pensamiento variacional es

Una manera de pensar dinámica, que intenta producir mentalmente sistemas que relacionen sus variables internas de tal manera que covaríen en forma semejante a los patrones de covariación de cantidades de la misma o distintas magnitudes en los subprocesos recortados de la realidad. (p. 63)

Un ejemplo para su interpretación puede ser el propuesto por Vasco (2002), donde un profesor sostiene una pelota de caucho en cada mano, y las lanza al aire alternativamente, sin hacer malabares. Así el estudiante trata de percibir la variación de cada una en el tiempo, y luego la covariación de una con otra. El estudiante nota que la una se mueve mientras la otra está quieta, para luego intentar traducir lo vivido por medio de una fórmula, llevándolo al proceso de modelación.

Así mismo, y de acuerdo con Vasco (2002), la covariación entre cantidades de magnitud, principalmente las variaciones en el tiempo.

De acuerdo con Vasco (2002), el pensamiento variacional se desarrolla a partir de ejercicios de justamente la variación de números u objetos, bajo cierta regularidad.

De mismo modo se tienen los niveles del desempeño (reconocimiento, relación y deducción formal) de los estudiantes en la solución de ejercicios matemáticos en los cuales deben emplear el pensamiento variacional, donde el resultado de la investigación son los tres niveles de desempeños analizados, donde los niveles de relación y de deducción formal.

Tabla 1

Niveles del desarrollo del pensamiento variacional. Construcción propia

Nivel	Características	Criterios valorativos
<p data-bbox="224 1037 516 1142">Reconocimiento (Nivel 1)</p>	<p data-bbox="561 344 1016 1839">los estudiantes examinan de forma global la existencia y el significado de las variables, distinguiendo los elementos en la variación. Son capaces de identificar y manipular relaciones, patrones, transformaciones, y procesos algebraicos y geométricos. Este nivel implica una comprensión básica pero fundamental de los conceptos matemáticos, donde los estudiantes reconocen y diferencian los elementos que varían dentro de un contexto dado. La habilidad para identificar y trabajar con estos elementos es crucial para construir una base sólida en matemáticas, permitiendo a los estudiantes progresar hacia niveles más avanzados de análisis y aplicación.</p>	<ul data-bbox="1065 344 1406 890" style="list-style-type: none"> <li data-bbox="1065 344 1406 667">• Identifican y manipula relaciones, patrones, transformaciones, procesos algebraicos y geométricos. <li data-bbox="1065 785 1406 890">• Distingue los elementos de la variación.

	<p>los estudiantes son capaces de establecer relaciones claras y coherentes entre los diferentes elementos que distinguen la variación, utilizando diversas formas de representación como tablas, gráficas y otros esquemas visuales. Esto implica identificar y analizar cómo los elementos interactúan y se afectan mutuamente dentro de un contexto matemático. Además, los</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Se establecen las relaciones entre los diferentes elementos que distinguen la variación.
<p>Relación (Nivel 2)</p>	<p>estudiantes se comunican y reflexionan matemáticamente de manera efectiva, empleando el lenguaje matemático adecuado para argumentar y justificar sus soluciones. Esta capacidad de comunicación incluye la habilidad de explicar sus razonamientos de forma lógica y estructurada, facilitando una comprensión más profunda y compartida de los</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Se comunica y reflexionan matemáticamente y usan lenguaje matemático para argumentar la solución.

conceptos matemáticos entre sus pares y educadores. La utilización de representaciones visuales permite a los estudiantes visualizar y conceptualizar mejor las relaciones y variaciones, mejorando así su capacidad para resolver problemas complejos.

**Deducción
formal (Nivel 3)**

Los estudiantes no solo identifican y comprenden las relaciones existentes entre diferentes elementos matemáticos, sino que también son capaces de descubrir nuevas relaciones y clasificar estas relaciones de manera lógica y coherente. Este proceso implica un alto grado de pensamiento crítico y analítico, permitiendo a los estudiantes formular y probar hipótesis, así como generalizar conceptos a partir de patrones observados. La capacidad de clasificar las nuevas

- Descubrimiento de nuevas relaciones y logra una clasificación de las mismas.

relaciones descubiertas facilita una comprensión más profunda y estructurada de los conceptos matemáticos, promoviendo una aplicación más efectiva y creativa de estos conocimientos en la resolución de problemas complejos.

Tabla 1. Niveles del desarrollo del pensamiento variacional. Construcción propia

Por otra parte, Vergel (2014) asume el pensamiento algebraico como una forma particular de reflexionar matemáticamente y considera la generalización de patrones como una de las formas más importantes de introducir el álgebra en la escuela.

En particular, el pensamiento algebraico es caracterizado por Radford (2006), mediante tres elementos interrelacionados; el sentido de la indeterminación (incógnitas, variables y parámetros), la analiticidad (como forma de trabajar los objetos indeterminados) y la designación simbólica de sus objetos. Este autor plantea la necesidad de reflexionar explícitamente sobre la relación entre el desarrollo del pensamiento algebraico y los procesos de generalización (Rojas y Vergel, 2013), lo cual se abordará por medio de los espacios de retroalimentación que se darán en la aplicación, además de las tareas que se tendrán en cuenta.

Alrededor de los procesos de enseñanza y aprendizaje del pensamiento algebraico, González (2013), pone de manifiesto que

pensar algebraicamente está relacionado con un uso eficaz del lenguaje algebraico caracterizado por la introducción de tales símbolos, que un mismo objeto puede representarse

de formas diversas y que es habitual que una notación particular tenga diferentes significados.

(p. 1)

Adicionalmente el otro aspecto que se tendrá en cuenta es el desarrollo del sistema algebraico, para ello de acuerdo con los autores Godino et al (2014) en su artículo Niveles de algebraización de la actividad matemática escolar. Implicaciones para la formación de maestros, presentan un modelo en el que se diferencian cuatro niveles de razonamiento algebraico elemental que puede utilizarse para reconocer características algebraicas en la resolución de tareas matemáticas, que se alinea con el objetivo del diseño de las tareas para el desarrollo del pensamiento variacional y sistemas algebraico y analítico, adicionalmente se tendrá en cuenta para el desarrollo de las retroalimentaciones de cada una de las tareas de la aplicación ALGEBRAIC:

Nivel 0 (ausencia de razonamiento algebraico), simplemente se realizan operaciones de acuerdo con Godino et al (2014)

Intervienen objetos extensivos (particulares) expresados mediante los lenguajes natural, numérico, icónico o gestual. Pueden intervenir símbolos que refieren a un valor desconocido, pero este valor se obtiene como resultado de operaciones sobre objetos particulares. En tareas de generalización, el mero reconocimiento de la regla recursiva que relaciona un término con el siguiente, en casos particulares, no es indicativa de generalización. (p. 207)

Nivel 1 (primerizo), se establecen relaciones genéricas entre números.

Intervienen objetos intensivos cuya generalidad se reconoce de manera explícita mediante los lenguajes natural, numérico, icónico o gestual. Pueden intervenir símbolos que refieren a los intensivos reconocidos, pero sin operar con estos objetos. En tareas estructurales, se aplican

relaciones y propiedades de las operaciones y pueden intervenir datos desconocidos expresados simbólicamente. En tareas funcionales, se reconoce. (p. 208)

Nivel 2 (Intermedio), se trata de una generación de tipo mixto, contextual y simbólico.

Intervienen indeterminadas o variables expresadas con lenguaje simbólico-literal para referir a los intensivos reconocidos, aunque ligados a la información del contexto espacial temporal. En tareas estructurales, las ecuaciones son de la forma. En tareas funcionales, se reconoce la generalidad, pero no se opera con las variables para obtener formas canónicas de expresión la generalidad, aunque expresada en un lenguaje diferente al simbólico-literal. (p. 210)

Nivel 3 (Consolidado), planteado de manera simbólica las ecuaciones y se aplica una técnica.

Se generan objetos intensivos representados de manera simbólica-literal y se opera con ellos; se realizan transformaciones en la forma simbólica de las expresiones conservando la equivalencia. Se realizan tratamientos con las incógnitas para resolver ecuaciones del tipo $Ax \pm B = Cx \pm D$, y la formulación simbólica y descontextualizada de reglas canónicas de expresión de funciones y patrones. (p. 211).

De acuerdo con estos niveles de algebralización, se pueden apreciar en el examen de admisión de la Universidad Nacional de Colombia, con preguntas como la siguiente:

Dos ecuaciones son equivalentes si tienen las mismas soluciones. De la siguiente lista de ecuaciones, la única que no es equivalente a $3(x-1)-9=0$.

A. $2x-1 = 7$

B. $x^2 = 16$

C. $3^x = 81$

$$D. \frac{5}{2}x = 10$$

Donde es indispensable tener el conocimiento algebraico para su desarrollo adicionalmente porque su interpretación debe ser sin ayuda de ningún contexto previo, que serán tenidas en cuenta para el diseño y posterior retroalimentación dentro de ALGEBRAIC.

Enfoque de Investigación

Cabe mencionar que el ensayo "Signs and meanings in students' emergent algebraic thinking: A semiotic analysis" (Signos y significados en el pensamiento algebraico emergente de los estudiantes: Un análisis semiótico), escrito por Radford (2010), se centra en el proceso de construcción del pensamiento algebraico en estudiantes y examina cómo los signos matemáticos y los significados se entrelazan en su pensamiento, de acuerdo con los siguientes aspectos.

Fundamentos de la Semiótica

La semiótica, como disciplina, se ocupa del estudio de los signos y los sistemas de significación. Radford, en su enfoque semiótico, establece los fundamentos teóricos necesarios para comprender la enseñanza de las matemáticas desde esta perspectiva. Examina cómo los signos matemáticos y los símbolos se relacionan con el conocimiento matemático y cómo el significado se construye a través de su interacción.

La Importancia del Contexto en la Enseñanza de las Matemáticas

Una de las contribuciones más destacadas de Radford es su énfasis en la importancia del contexto en la enseñanza de las matemáticas. Según su enfoque semiótico, los conceptos matemáticos no pueden entenderse de manera aislada, sino que adquieren significado en relación con el contexto en el que se presentan. Radford argumenta que la enseñanza de las

matemáticas debe estar anclada en situaciones reales o problemas significativos para que los estudiantes puedan comprender y aplicar los conceptos de manera más efectiva, por de las tareas que se propondrán de acuerdo con el objetivo específico de diseño de las tareas para la aplicación.

El Análisis Semiótico de la Enseñanza de las Matemáticas

Radford (2006) propone un enfoque semiótico para el análisis de la enseñanza de las matemáticas, centrándose en cómo se construye el conocimiento matemático a través de los signos y símbolos utilizados en el aula. Este enfoque implica examinar cómo los signos matemáticos se relacionan entre sí, cómo se representan visualmente y cómo los estudiantes interactúan con ellos para construir su comprensión. El análisis semiótico de la enseñanza de las matemáticas permite identificar las barreras comunicativas y las posibles formas de mejorar la pedagogía matemática, lo cual se evidenciará por medio de la programación de la aplicación donde se tengan las diferentes representaciones para los temas del pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos.

Aplicaciones Prácticas del Enfoque Semiótico

El enfoque semiótico de Radford tiene diversas aplicaciones prácticas en la enseñanza de las matemáticas. Proporciona herramientas conceptuales y metodológicas para diseñar actividades y recursos que promuevan una comprensión más profunda de los conceptos matemáticos. Además, ayuda a identificar los obstáculos cognitivos y comunicativos que los estudiantes pueden enfrentar al aprender matemáticas y sugiere estrategias para superarlos.

M-learning para el Desarrollo de Aplicaciones

El avance de la tecnología ha transformado la forma en que aprendemos y enseñamos. En particular, el m-learning o aprendizaje móvil se ha convertido en una herramienta valiosa para

mejorar el proceso educativo. En este apartado del marco teórico, se discutirá la importancia del uso del m-learning en la enseñanza del pensamiento variacional y sistemas algebraico y analíticos, en consecuencia, a los objetivos específicos donde se realiza el diseño de las tareas.

El uso de dispositivos móviles y aplicaciones educativas puede mejorar la enseñanza al proporcionar a los estudiantes una experiencia de aprendizaje más interactiva, donde pueden realizar ejercicios de exploración. Además, el m-learning permite a los estudiantes acceder a recursos educativos en cualquier momento y lugar, lo que podría aumentar su motivación y compromiso con el aprendizaje.

De acuerdo con Rodríguez. J, y Coba. J, (2017) quienes presentan en su artículo “Impacto del m-learning en el proceso de aprendizaje: habilidades y conocimiento”, establecen dos pasos para el desarrollo de una aplicación de m-learning, los cuales son, i) Desarrollo de habilidades en el aprendizaje, las cuales se clasifican en primarias y secundarias y ii) la interacción en el proceso de aprendizaje, de acuerdo con Rodríguez (2011) se tienen que algunos ejemplos de las habilidades primarias son:

... habilidades verbales (permiten la expresión y transmisión de datos), las habilidades cognitivas (permiten procesar la información sensorial y eventualmente aprenden a evaluar, analizar, recordar, hacer comparaciones y entender la causa y efecto), las habilidades procedurales (apoyan el conocimiento del procedimiento de una tarea en específico), entre otras. (p. 10)

De igual manera se identifican las habilidades secundarias como:

... escribir, leer, realizar operaciones numéricas, entre otras, que por sí mismas reflejan el desarrollo de habilidades primarias y se puede establecer una relación entre los dos tipos de habilidades. (p. 10)

Esto relacionado con el objetivo específico de identificar las tareas que se desarrollarán en la aplicación, para el segundo paso de la interacción en el proceso de aprendizaje, se establece la manera en que se debe presentar el contenido dentro del aplicación, para este caso de acuerdo con Rodríguez y Coba (2017) se establece a partir de dos tipos de aprendizaje como:

Aprendizaje pasivo: se distingue en que el estudiante no se involucra activamente en el proceso, es decir, sólo presta atención a la información que le presenta por medio de texto, imágenes, audio o la combinación de las anteriores que resultan ajenos a su vida cotidiana, lo que limita su capacidad de aprendizaje. (p. 12)

Aprendizaje activo: este promueve generar experiencias que se acerquen a la realidad, de forma que es posible relacionar las vivencias personales con el conocimiento previo/actual, debido a que el estudiante aprende haciendo, lo que le ayuda a recuperar la información con mayor facilidad. (p. 12)

Lo cual se puede resumir en la siguiente ilustración.

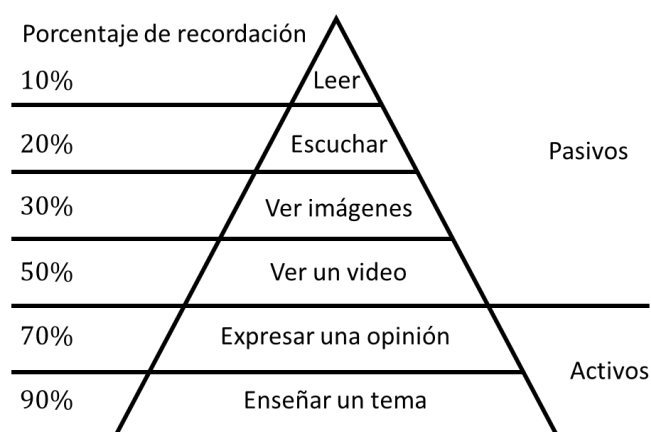


Ilustración 4. tipo de tareas. Rodríguez y Coba (2017)

Por lo tanto, de esta manera cada tarea de aprendizaje debe ser dividida en sus habilidades primarias y secundarias, con ayuda de la interacción en el proceso de aprendizaje, para

concretar el último objetivo específico de la programación de la aplicación se tendrá presente la metodología propuesta por Rodríguez y Coba (2017), ajustada en la siguiente ilustración:

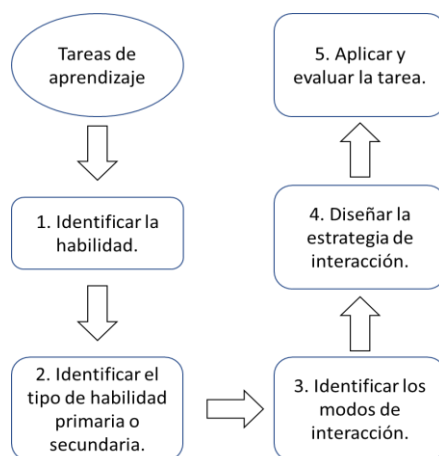


Ilustración 5. Metodología para el desarrollo de tareas por medio del m-learning. Rodríguez y Coba (2017)

El desarrollo de aplicaciones móviles es un campo en constante evolución, con una amplia variedad de plataformas disponibles para los desarrolladores. Cada una de estas plataformas ofrece ventajas y desventajas que pueden influir significativamente en el proceso de desarrollo y en el producto final. A continuación, se describirán las principales ventajas y desventajas de utilizar diversas plataformas para el desarrollo de aplicaciones móviles, considerando aspectos como la facilidad de uso, el costo, la flexibilidad, el rendimiento y la compatibilidad con diferentes sistemas operativos.

Plataforma Android Studio

Ventajas:

Una de las principales ventajas es la compilación rápida, que permite a los desarrolladores ver los cambios en su código casi de inmediato. Además, el emulador de Android Studio facilita la ejecución de la app en tiempo real, permitiendo probar y depurar aplicaciones de manera eficiente. El renderizado en tiempo real es otra característica destacada,

ya que permite a los desarrolladores visualizar los cambios en la interfaz de usuario al instante. Android Studio también incluye diseños preestablecidos, que simplifican el proceso de diseño y aseguran una apariencia profesional y coherente. Finalmente, el uso de parámetros tools, que son un conjunto de herramientas que interactúan con la plataforma Android. Estas herramientas incluyen principalmente adb (Es esencial para el desarrollo de aplicaciones Android. Permite la comunicación con dispositivos Android para tareas como la instalación de aplicaciones, la depuración y la ejecución de comandos en el dispositivo) y fastboot (Se utiliza para desbloquear el bootloader del dispositivo y actualizarlo con una nueva imagen del sistema. Es útil para tareas de recuperación y actualización del firmware). que facilita la personalización y optimización del desarrollo del código base, permitiendo a los desarrolladores ajustar y mejorar su código de manera más efectiva.

Desventajas:

Uno de los principales inconvenientes es que tiene requisitos de sistema elevados, tanto en términos de software como de conexión a internet. Esto puede ser un obstáculo para aquellos que no cuentan con equipos de alta gama o con una conexión a internet estable y rápida. Además, es conocido por su alto consumo de recursos del PC, lo que puede ralentizar el rendimiento de otros programas y aplicaciones en el mismo equipo. Este consumo intensivo de recursos de hardware puede ser especialmente problemático en computadoras con especificaciones más bajas. Por último, puede llevar a un uso desmedido de la batería del teléfono móvil durante las pruebas y la depuración de aplicaciones, lo que puede ser una molestia para los desarrolladores que necesitan realizar pruebas frecuentes en dispositivos físicos.

Plataforma Flutter

Ventajas:

Una de las principales ventajas es su rendimiento rápido, ya que compila el código en código nativo para iOS y Android, lo que garantiza una ejecución eficiente y fluida de las aplicaciones. Además, permite crear una interfaz de usuario atractiva y altamente personalizable gracias a su amplia biblioteca de widgets y herramientas de diseño. Esto facilita la creación de aplicaciones con una apariencia profesional y coherente, mejorando la experiencia del usuario. Por último, destaca por su desarrollo eficiente, permitiendo a los desarrolladores utilizar un solo código base para múltiples plataformas. Esto no solo acelera el proceso de desarrollo, sino que también reduce los costos y el tiempo de mantenimiento, ya que no es necesario escribir y gestionar códigos separados para cada sistema operativo.

Desventajas:

Una de las principales desventajas es la curva de aprendizaje lenta debido a su lenguaje de programación específico, Dart, que puede no ser familiar para todos los desarrolladores. Además, las aplicaciones desarrolladas con tienden a tener un tamaño de archivo mayor en comparación con las aplicaciones nativas, lo que puede afectar el almacenamiento y la descarga. La disponibilidad limitada de bibliotecas y plugins también es un desafío, ya que aún no cuenta con la misma cantidad de recursos que otros frameworks (conjunto de herramientas y bibliotecas que proporcionan una estructura predefinida para el desarrollo de software. Los frameworks ayudan a los desarrolladores a crear aplicaciones de manera más rápida y eficiente al ofrecer soluciones para tareas comunes y repetitivas) más establecidos. Esto puede dificultar la implementación de ciertas funcionalidades específicas. Los problemas de compatibilidad con bibliotecas nativas de terceros pueden surgir, lo que requiere soluciones adicionales y puede complicar el proceso de desarrollo. Finalmente, la comunidad de Flutter todavía es

relativamente pequeña en comparación con otros frameworks, lo que puede limitar el acceso a soporte y recursos.

Plataforma React Native

Ventajas:

Una de las principales ventajas es la reusabilidad de código, lo que permite a los desarrolladores escribir una sola base de código que puede ser utilizada tanto para aplicaciones iOS como Android. Esto no solo ahorra tiempo, sino que también reduce los costos de desarrollo. Además, cuenta con una extensa comunidad de desarrollo, lo que significa que hay una gran cantidad de recursos, bibliotecas y soporte disponibles para los desarrolladores. Esta comunidad activa facilita la resolución de problemas y la implementación de nuevas funcionalidades. El desarrollo de bajo costo es otra ventaja importante, ya que la reusabilidad del código y la disponibilidad de recursos gratuitos contribuyen a reducir los gastos asociados con el desarrollo de aplicaciones. Por último, ofrece un rendimiento similar al nativo, lo que garantiza que las aplicaciones desarrolladas con esta plataforma sean rápidas y eficientes, proporcionando una experiencia de usuario fluida y de alta calidad.

Desventajas:

Una de las principales desventajas es que carece de algunos módulos personalizados, lo que puede limitar la funcionalidad de las aplicaciones y requerir soluciones adicionales. Además, puede enfrentar problemas de compatibilidad y depuración, especialmente cuando se integran con bibliotecas nativas de terceros. Estos problemas pueden complicar el proceso de desarrollo y requerir más tiempo y esfuerzo para resolver. Otra desventaja significativa es que,

aunque permite el desarrollo multiplataforma, se necesita conocimiento de desarrollo nativo para optimizar y solucionar problemas específicos en iOS y Android. Esto puede ser un desafío para los desarrolladores que no tienen experiencia previa en desarrollo nativo, ya que puede requerir aprendizaje adicional y aumentar la complejidad del proyecto.

Plataforma Xcode

Ventajas:

Una de las principales ventajas es que ofrece múltiples herramientas y opciones específicamente diseñadas para el desarrollo web y de aplicaciones nativas en iOS, macOS, watchOS y tvOS. Estas herramientas incluyen un editor de código avanzado, un depurador integrado, y simuladores para probar aplicaciones en diferentes dispositivos y versiones de sistemas operativos de Apple. Además, proporciona una interfaz de usuario intuitiva que facilita la gestión de proyectos y la navegación entre diferentes archivos y recursos. La integración con Swift, el lenguaje de programación de Apple, permite a los desarrolladores escribir código eficiente y seguro, optimizando el rendimiento de las aplicaciones. También incluye herramientas de diseño gráfico como Interface Builder, que permite crear interfaces de usuario visualmente atractivas y coherentes con las guías de diseño de Apple.

Desventajas:

Una de las principales desventajas es que su sistema operativo solo es compatible con dispositivos y equipos electrónicos de Apple. Esto significa que los desarrolladores necesitan tener acceso a una Mac para utilizar, lo que puede ser una barrera significativa para aquellos que no poseen hardware de Apple. Además, esta limitación puede aumentar los costos iniciales para los desarrolladores que necesitan adquirir dispositivos específicos para el desarrollo y las pruebas. La exclusividad del ecosistema de Apple también puede restringir la flexibilidad de

los desarrolladores que desean trabajar en múltiples plataformas o que prefieren utilizar otros sistemas operativos.

Plataforma GitHub

Ventajas:

Una de las principales ventajas es que permite una colaboración fluida y efectiva entre desarrolladores, gracias a sus herramientas integradas para la gestión de versiones y el control de cambios. Facilita el trabajo en equipo al permitir que múltiples desarrolladores trabajen en el mismo proyecto simultáneamente, sin preocuparse por conflictos de código. Además, proporciona una plataforma robusta para la revisión de código, donde los desarrolladores pueden realizar pull requests (permiten a otros colaboradores revisar, comentar y discutir los cambios antes de que se integren en la rama principal. Esto asegura que el código sea revisado y aprobado antes de ser fusionado, manteniendo la calidad y estabilidad del proyecto.), comentar sobre cambios específicos y sugerir mejoras. Esta funcionalidad no solo mejora la calidad del código, sino que también fomenta un entorno de aprendizaje y crecimiento continuo. La capacidad de rastrear y revertir cambios históricos también es una ventaja significativa, ya que permite a los equipos mantener un registro detallado del desarrollo del proyecto y solucionar problemas de manera más eficiente.

Desventajas:

Una de las principales desventajas es que requiere conocimientos intermedios de programación para utilizarlo de manera efectiva. La terminología y los conceptos asociados con Git y GitHub pueden ser confusos para los principiantes, lo que puede dificultar su adopción

inicial. Además, la configuración y el uso requiere una curva de aprendizaje significativa, especialmente para aquellos que no están familiarizados con el control de versiones y la colaboración en proyectos de software. Esta complejidad puede ser un obstáculo para los desarrolladores menos experimentados, quienes pueden necesitar invertir tiempo adicional en aprender a utilizar la plataforma. Por último, aunque la plataforma ofrece una versión gratuita, algunas funcionalidades avanzadas y opciones de privacidad requieren una suscripción de pago, lo que puede ser una limitación para proyectos con presupuestos ajustados.

Plataforma Google AdMob

Ventajas:

Una de las principales ventajas es que es fácil de usar, lo que permite a los desarrolladores integrar anuncios en sus aplicaciones con poca programación. Además, no requiere la descarga de software adicional, lo que simplifica aún más el proceso de integración. Esta plataforma permite a los desarrolladores crear aplicaciones para Android y monetizarlas de manera efectiva mostrando anuncios relevantes a los usuarios. Otra ventaja importante es que es gratuito, lo que lo convierte en una opción accesible para desarrolladores de todos los niveles y presupuestos.

Desventajas:

Una de las principales desventajas es que requiere conocimientos intermedios de programación para integrarlo y configurarlo de manera efectiva. Esto puede ser un obstáculo para los desarrolladores principiantes que no tienen experiencia previa en programación o en la integración de anuncios en aplicaciones. Además, aunque AdMob es fácil de usar una vez configurado, el proceso inicial puede ser complejo y requerir una curva de aprendizaje significativa. Otra desventaja es que puede tener bajas tasas de pago, especialmente en

mercados emergentes o con poco tráfico, lo que puede limitar los ingresos generados por la aplicación. También existen estrictas políticas de uso y calidad que, si no se cumplen al pie de la letra, pueden resultar en la suspensión o baneo de la cuenta.

Plataforma App Inventor

Ventajas:

Una de las principales ventajas es que es fácil de usar, lo que lo convierte en una herramienta ideal para principiantes y educadores. Su interfaz gráfica intuitiva permite a los usuarios crear aplicaciones móviles mediante la selección y colocación de componentes y bloques de código, sin necesidad de tener experiencia previa en programación. Además, permite crear aplicaciones móviles en unos cuantos minutos, lo que ahorra tiempo y recursos en el desarrollo. Esta plataforma también es gratuita, lo que la hace accesible para una amplia variedad de usuarios.

Desventajas:

Una de las principales desventajas es que requiere conocimientos intermedios de programación para aprovechar al máximo sus capacidades, lo que puede ser un obstáculo para los principiantes. Además, no es multiplataforma, ya que está diseñado principalmente para desarrollar aplicaciones en el sistema operativo Android. Esto limita su utilidad para aquellos que desean crear aplicaciones que funcionen en múltiples sistemas operativos, como iOS y Windows.

Plataforma Firebase

Ventajas:

Una de las principales ventajas es que ofrece una base de datos en tiempo real, lo que permite a las aplicaciones sincronizar datos instantáneamente entre los usuarios y los servidores, mejorando la experiencia del usuario. Además, proporciona autenticación de usuarios integrada, facilitando la implementación de sistemas de inicio de sesión seguros y eficientes. Otras funcionalidades destacadas incluyen el almacenamiento en la nube, las notificaciones push (una herramienta que permite enviar mensajes y notificaciones a dispositivos Android, iOS y aplicaciones web de manera gratuita.) y el análisis de datos, que simplifican y aceleran el proceso de desarrollo. Estas herramientas permiten a los desarrolladores centrarse más en la creación de funcionalidades y menos en la infraestructura, lo que resulta en un desarrollo más rápido y eficiente.

Desventajas:

Una de las principales desventajas es el requerimiento de pagos mensuales o anuales para acceder a sus características avanzadas y almacenamiento adicional. Aunque Firebase ofrece un plan gratuito, este es limitado y puede no ser suficiente para aplicaciones más grandes o con un alto volumen de usuarios. A medida que se agregan más funcionalidades y se utiliza más almacenamiento, los costos pueden aumentar rápidamente, lo que puede ser un desafío para proyectos con presupuestos ajustados. Además, la dependencia de los servicios de Google puede ser una limitación, ya que cualquier interrupción en los servidores de Google puede afectar el funcionamiento de la aplicación.

Plataforma Back4App

Ventajas:

Una de las principales ventajas es que ofrece bases de datos extensas y confiables, lo que garantiza que los datos de las aplicaciones se gestionen de manera eficiente y segura. Además,

proporciona alojamiento rápido y seguro, lo que mejora el rendimiento y la disponibilidad de las aplicaciones, asegurando una experiencia de usuario fluida. Otra ventaja importante es su estructura de precios asequible hasta cierto punto, que permite a los desarrolladores acceder a servicios de alta calidad sin incurrir en costos exorbitantes.

Desventajas:

Una de las principales desventajas es el requerimiento de pagos mensuales o anuales para acceder a sus características avanzadas y servicios adicionales. Aunque Back4App ofrece un plan gratuito, este puede ser limitado en términos de almacenamiento y funcionalidades, lo que puede no ser suficiente para aplicaciones más grandes o con un alto volumen de usuarios. A medida que las necesidades del proyecto crecen, los costos pueden aumentar rápidamente, lo que puede ser un desafío para proyectos con presupuestos ajustados. Además, la dependencia de una plataforma externa para el backend puede generar preocupaciones sobre la seguridad y la privacidad de los datos, así como la fiabilidad del servicio en caso de interrupciones.

Plataforma Appy Pie

Ventajas:

Una de las principales ventajas es su facilidad de uso, lo que permite a cualquier usuario, independientemente de su nivel técnico, crear aplicaciones de manera rápida y eficiente. Además, ofrece herramientas adaptables a todo tipo de proyecto, lo que garantiza que las aplicaciones se ajusten a las necesidades específicas de cada usuario. Otra ventaja importante es la posibilidad de monetizar las aplicaciones con solo unos pasos, lo que facilita a los desarrolladores generar ingresos de manera sencilla y efectiva.

Desventajas:

Una de las principales desventajas es que no posee una versión gratuita, lo que puede limitar el acceso para algunos usuarios. Además, la opción de publicar tu aplicación en la App Store no está disponible para todos los planes, lo que puede ser un inconveniente para aquellos que buscan una distribución más amplia. Otra desventaja importante es que, si deseas crear más de una aplicación, debes tener un plan de suscripción para cada una de ellas, lo que puede incrementar los costos significativamente para desarrollo de con múltiples proyectos.

Plataforma Backendless

Ventajas:

Una de las principales ventajas es que permite personalizar aplicaciones tanto con el constructor de lógica sin código como con códigos escritos manualmente, lo que ofrece flexibilidad y potencia a los desarrolladores. Además, facilita que tanto los desarrolladores profesionales como los no profesionales sobresalgan en sus campos, gracias a su interfaz intuitiva y herramientas avanzadas. Otra ventaja importante es su capacidad para gestionar datos en tiempo real y proporcionar funcionalidades como notificaciones push y chat en vivo, lo que mejora significativamente la experiencia del usuario.

Desventajas:

Una de las principales desventajas es el requerimiento de pagos mensuales o anuales, lo que puede representar una carga financiera para algunos desarrolladores, especialmente aquellos que están comenzando o tienen presupuestos limitados. Además, aunque ofrece una gran flexibilidad y potencia, la necesidad de suscripciones continuas puede ser un obstáculo para quienes buscan soluciones más económicas a largo plazo. Otra desventaja importante es que, en comparación con algunas alternativas gratuitas, Backendless puede no ser la opción más accesible para todos los usuarios.

Plataforma Mendix

Ventajas:

Una de las principales ventajas es que permite crear aplicaciones con una cantidad mínima de esfuerzo y tiempo, lo que resulta en un ahorro significativo de tiempo y costes en el desarrollo de aplicaciones. Además, ofrece una plataforma de desarrollo low-code (refiriéndose a un método de desarrollo de aplicaciones que eleva la codificación de un entorno textual a uno visual. En lugar de escribir código extensamente, los desarrolladores utilizan una interfaz de arrastrar y soltar, basada en modelos, para construir aplicaciones) que facilita la colaboración entre desarrolladores profesionales y usuarios de negocio, permitiendo una comunicación y colaboración continua. Otra ventaja importante es su capacidad para integrar y modernizar sistemas legacy sin complicaciones, proporcionando flexibilidad y escalabilidad para desplegar y modificar aplicaciones según sea necesario.

Desventajas:

Una de las principales desventajas es su integración limitada con otras plataformas, lo que puede restringir la interoperabilidad y la flexibilidad en proyectos más complejos. Además, la falta de personalización debido a sus plantillas pre diseñadas puede ser un inconveniente para desarrolladores que buscan soluciones altamente personalizadas. Otra desventaja importante es que, al ser una plataforma low-code, la trazabilidad y garantía en su código puede presentar fallos, lo que podría afectar la calidad y el mantenimiento a largo plazo de las aplicaciones desarrolladas.

Plataforma Appian

Ventajas:

Una de las principales ventajas es que permite crear e implementar aplicaciones personalizadas sin necesidad de desarrollar código, lo que facilita el desarrollo incluso para aquellos sin conocimientos técnicos avanzados. Además, ofrece una interfaz de arrastrar y soltar que simplifica el diseño, la creación y la prueba de aplicaciones, haciendo el proceso más accesible y eficiente. Otra ventaja importante es que no se requieren conocimientos de telefonía móvil, lo que permite a los desarrolladores centrarse en la funcionalidad y la experiencia del usuario sin preocuparse por los detalles técnicos.

Desventajas:

Una de las principales desventajas es su integración limitada con otras plataformas, lo que puede restringir la operabilidad y la flexibilidad en proyectos más complejos. Además, la falta de personalización debido a sus plantillas pre diseñadas puede ser un inconveniente para desarrolladores que buscan soluciones altamente personalizadas. Otra desventaja importante es que, al ser una plataforma low-code, la trazabilidad y garantía en su código puede presentar fallos, lo que podría afectar la calidad y el mantenimiento a largo plazo de las aplicaciones desarrolladas.

Adicionalmente el proyecto se apoyará en la plataforma Moodle. Ya que como lo menciona Martínez de Lahidalga (2008), en su publicación Moodle, la plataforma para la enseñanza y organización escolar, promueve a como Moodle una herramienta de enseñanza sencilla, potente, ecológica y económica que se está extendiendo por los centros educativos de todo el mundo. Donde se destaca por su facilidad de uso, permitiendo a los educadores gestionar sus cursos de manera intuitiva y eficiente. La plataforma es potente porque ofrece una amplia gama de funcionalidades, desde la creación de contenidos multimedia hasta la evaluación de tareas y exámenes en línea. Además, Moodle es una opción ecológica ya que

reduce la necesidad de materiales impresos, promoviendo un entorno de aprendizaje más sostenible. Por último, es económica porque es una plataforma de código abierto, lo que significa que las instituciones educativas pueden implementarla sin incurrir en altos costos de licencias. Estas características hacen de Moodle una herramienta ideal para fomentar el autoaprendizaje y el aprendizaje cooperativo, facilitando la comunicación y el trabajo en red entre estudiantes y profesores. Resumidamente, Moodle no solo simplifica la enseñanza, sino que también la potencia, la hace más sostenible y accesible económicamente, beneficiando a toda la comunidad educativa.

Adicionalmente, Moodle permite la gestión de cursos, la publicación de diversos contenidos multimedia, la evaluación de tareas de los estudiantes y la realización de exámenes en línea. Es útil para crear “objetos de aprendizaje” o “unidades didácticas”, fomentar el autoaprendizaje y el aprendizaje cooperativo, gestionar comunidades educativas y facilitar la comunicación y el trabajo en red.

Además, Moodle es útil para la integración e implementación de currículos, la comunicación con las familias y su uso en el ámbito extraescolar. Adicionalmente como lo menciona, Martínez de Lahidalga sobre qué es Moodle y cuáles son sus diferentes posibilidades de uso para los colegios, profesores y alumnos, especialmente para aquellos que no están familiarizados con las nuevas tecnologías, permite entender porque esta es la mejor plataforma para el desarrollo del proyecto.

Metodología

Este capítulo se centra en la caracterización del enfoque, alcance y estrategia de investigación que se emplearán en el desarrollo del trabajo de grado titulado. Este estudio se sitúa dentro de la línea de investigación Tecnología y Educación Matemática, con un enfoque particular en la promoción del desarrollo del pensamiento variacional a través de la aplicación ALGEBRAIC. Además, se detallarán el diseño y la estrategia metodológica que guían el camino hacia el cumplimiento de los objetivos planteados y la formulación de la propuesta de intervención.

Población

La población con la que se realizará el proceso de pilotaje está compuesta por los estudiantes inscritos en el programa Preuniversitario del Politécnico los Alpes S.A.S. Esta población estudiantil comprende a aquellos que están en la educación media o que ya egresaron de este nivel y que se encuentran en la etapa de preparación para los exámenes de admisión a la educación superior.

Es importante destacar que la población de estudiantes puede variar en cada periodo académico debido al proceso de educación semestralizado que se maneja en el Politécnico los Alpes S.A.S. Por lo tanto, la encuesta se actualizará y se realizará de manera continua para reflejar con precisión la población estudiantil actual. La encuesta se puede encontrar en el enlace proporcionado.

Además, los resultados de la encuesta ayudarán a adaptar y personalizar la aplicación para satisfacer las necesidades específicas de los estudiantes, mejorando así su preparación para los exámenes de admisión a la educación superior. Esto subraya el compromiso del proyecto con la mejora continua y la adaptabilidad a las necesidades cambiantes de los estudiantes. El

enlace donde se almacenará la información está en el siguiente formulario:

<https://forms.gle/Lpw9ThZsUTJ8bkZg9>.

Se encontró que la población de 56 estudiantes está entre los 14 y los 19 años. De estos, 54 son solteros y 3 están en una unión libre. Además, 55 de ellos no tienen hijos, mientras que uno sí los tiene. La población está dispersa en la ciudad de Bogotá, abarcando localidades como Usaquén, Chapinero, Santa Fe, San Cristóbal, entre otras, con una concentración notable en Usme.

Los colegios de donde son egresados los estudiantes son variados, incluyendo instituciones como el IED José Eustasio Rivera, el Liceo Alfredo Nobel, el colegio Carlos Arturo Torres y el colegio Ciudad de Bogotá. En cuanto a su nivel de escolaridad, se cuenta con estudiantes con secundaria incompleta, secundaria completa, y técnicos o tecnólogos incompletos.

Respecto al tiempo que estuvieron inactivos a nivel académico, es decir, sin estudiar, solo 3 de ellos presentaron un periodo mayor a 3 años sin procesos académicos. Además, 9 de ellos tienen la posibilidad de estudiar y trabajar durante el uso de la aplicación. Es importante destacar que son los padres de los estudiantes quienes promueven su actividad académica, ya que 52 de ellos tienen dicha condición.

La mayoría de los estudiantes se espera que puedan usar la aplicación entre 1 y 2 horas al día para el proceso de trabajo autónomo. También se observa que la mayoría, 47 de ellos, no han presentado ningún examen de admisión a la educación superior aparte del examen Saber Pro. Los pocos que han presentado dichos exámenes están en procesos con la Universidad Libre, la Universidad Nacional y la Universidad Central.

En conclusión, se evidencia que la población estudiantil es diversa, con muchas oportunidades para mejorar su desarrollo del pensamiento variacional. Esta diversidad en términos de edad, estado civil, ubicación geográfica, nivel de escolaridad y situación académica actual, ofrece un panorama amplio y rico para implementar estrategias educativas personalizadas que potencien sus habilidades matemáticas y su capacidad de análisis variacional.

Enfoque y Aproximación

La investigación se sitúa dentro del modelo TPACK, en respuesta a la creciente importancia de los dispositivos electrónicos en la sociedad actual. Estos dispositivos, que facilitan la comunicación y el intercambio de información al superar barreras espaciales, temporales, culturales y sociales, han encontrado aplicaciones en diversos campos, incluyendo el comercio, la ciencia, el entretenimiento y la educación, como lo destacan Cayachoa-Amaya, et al. (2020).

En el contexto educativo, los dispositivos electrónicos y las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) han transformado los modelos educativos. Los profesores han evolucionado de ser el centro de la educación a convertirse en facilitadores en los procesos de aprendizaje del estudiante. Esta transformación ha conllevado la integración de las TIC en los ambientes de aprendizaje, lo que ha permitido acercar los conocimientos a más lugares y personas sin la distancia como obstáculo.

Además, las TIC han innovado la educación al disponer de profesores más capacitados y procesos educativos más sólidos. Las prácticas educativas han experimentado una transformación con el uso de las TIC, ofreciendo diferentes herramientas y posibilidades para transmitir el conocimiento de manera eficaz. Por lo tanto, es esencial que los profesores de las

nuevas generaciones desarrollen competencias digitales que les permitan integrar y apropiarse las TIC como recurso didáctico para el aprendizaje de sus estudiantes.

En este sentido, el trabajo de Morales Madia (2020), titulado, TPACK para integrar efectivamente las TIC en educación: Un modelo teórico para la formación docente, presenta una perspectiva valiosa. Este estudio ofrece una visión de la transición entre el conocimiento matemático, su enseñanza y la incorporación de la tecnología. Este enfoque se ilustra a través de un diagrama que sirve como una guía visual para entender cómo estos elementos interactúan y se complementan entre sí en el proceso de enseñanza y aprendizaje, lo cual se puede evidenciar entre esa transición de la siguiente ilustración.

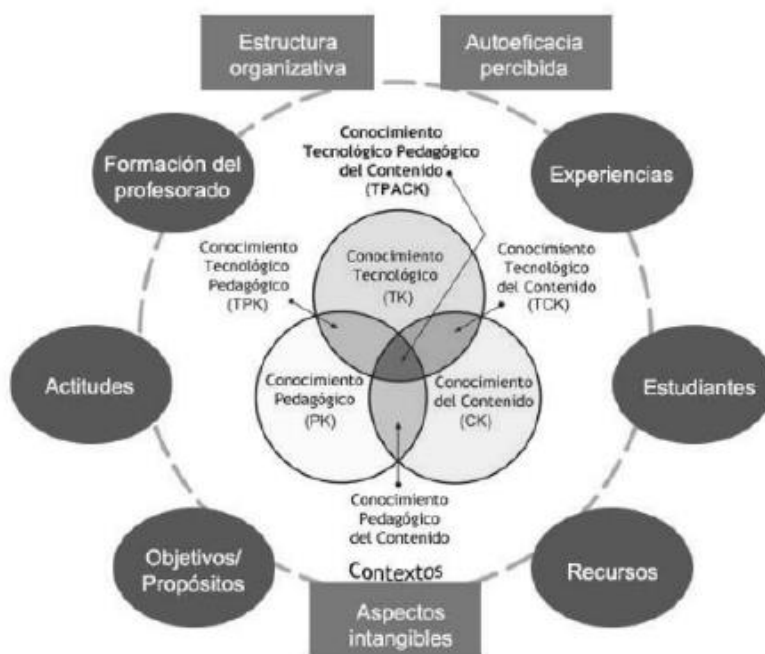


Ilustración 6. Elementos que interactúan y se complementan entre sí en el proceso de enseñanza y aprendizaje, Cabero (2014)

Es importante destacar que la integración de las TIC en el ámbito educativo implica una serie de factores que trascienden los conocimientos disciplinares, pedagógicos y tecnológicos del docente. Esta integración incluye elementos contextuales como la organización y estructura de la institución, los recursos disponibles, el currículo, los actores educativos, sus experiencias,

actitudes y sentimientos hacia el uso de las herramientas digitales, así como las transformaciones metodológicas y conceptuales.

La integración efectiva de las TIC en la educación requiere una planificación didáctica que esté centrada en los estudiantes y sus necesidades de aprendizaje, en lugar de centrarse únicamente en la herramienta tecnológica. Las decisiones sobre la integración de las TIC deben tomarse después de las decisiones disciplinares y pedagógicas, y deben considerar cómo enriquecer la propuesta didáctica para mejorar la calidad de los aprendizajes.

El uso efectivo de las TIC en la enseñanza y el aprendizaje depende de entender cómo, dónde, por qué y para qué se utilizan estas herramientas. Su objetivo final es garantizar el aprendizaje efectivo de los estudiantes y el uso apropiado de las tecnologías educativas. Por lo tanto, es esencial que los educadores comprendan y se adapten a las cambiantes dinámicas de la educación en la era digital.

Además, es crucial reconocer que la integración de las TIC no es un fin en sí mismo, sino un medio para mejorar la calidad de la educación. Por lo tanto, la adopción de las TIC debe estar alineada con la visión y los objetivos educativos de la institución. En última instancia, el éxito de la integración de las TIC en la educación depende de una planificación cuidadosa, una implementación efectiva y una evaluación continua de su impacto en el aprendizaje de los estudiantes.

Estrategia Investigativa

Teniendo en cuenta la delimitación del problema y el objetivo general de la investigación, se ha adoptado un enfoque basado en el experimento de enseñanza como estrategia de investigación. Este enfoque se sitúa dentro del paradigma de la investigación que utiliza una metodología fundamentada en el diseño.

Este enfoque experimental de enseñanza permite una exploración sistemática y controlada de las variables de interés en un entorno de aprendizaje estructurado. A través de este enfoque, podemos observar y medir directamente el impacto de diferentes intervenciones pedagógicas en los resultados de aprendizaje de los estudiantes.

Además, la metodología basada en el diseño nos permite iterar y mejorar continuamente nuestras intervenciones basándonos en los datos recogidos durante el experimento de enseñanza. De esta manera, podemos asegurar que nuestras intervenciones sean tanto efectivas como eficientes, y que estén alineadas con las necesidades y objetivos de aprendizaje de nuestros estudiantes.

Por lo tanto, la combinación de un enfoque basado en el experimento de enseñanza y una metodología fundamentada en el diseño nos proporciona un marco robusto y flexible para llevar a cabo nuestra investigación. Esta estrategia nos permitirá abordar de manera efectiva la delimitación del problema y alcanzar nuestro objetivo general de investigación.

Fases y/o Etapas del desarrollo de una investigación para el diseño

En este apartado, se considerarán las fases propuestas por Molina (2011). Las cuales se desarrollarán en un orden específico permitiendo una progresión lógica y coherente a través del material. Cada fase se abordará con un enfoque detallado, asegurando que se cubran todos los aspectos relevantes.

Preparación del experimento.

- Definir el problema y los objetivos de investigación.

Este apartado se centra en la problemática identificada durante el desarrollo del proyecto, específicamente las dificultades que los estudiantes enfrentan en relación con los temas y el

desarrollo del pensamiento variacional. Este tipo de pensamiento es esencial para los exámenes de admisión a la educación superior.

Las dificultades pueden surgir debido a una variedad de factores, incluyendo la complejidad de los conceptos, la falta de recursos de aprendizaje adecuados, o las barreras en la comunicación y comprensión. Por lo tanto, es crucial abordar estas dificultades para mejorar la preparación de los estudiantes para los exámenes de admisión.

- Identificar los objetivos instruccionales.

Este proyecto se alinea con la misión y visión del Instituto Politécnico Los Alpes S.A.S, que proporcionará el entorno y la población estudiantil necesarios para el trabajo con la aplicación. La institución, con su compromiso con la excelencia educativa y la innovación, ofrece un espacio propicio para la implementación y evaluación de la aplicación.

Además, la población estudiantil del instituto, que se compone de estudiantes que se preparan para los exámenes de admisión a la educación superior, será el público objetivo de la aplicación. Su participación y feedback serán fundamentales para evaluar la eficacia de la aplicación y realizar mejoras continuas.

- Evaluar el conocimiento inicial de los alumnos.

Para ello se desarrolló un simulacro diagnóstico con el fin de establecer un punto de partida para que los estudiantes sean conscientes del conocimiento que no han tenido la oportunidad de adquirir.

- Identificar las metodologías de enseñanza adecuadas para los contenidos elegidos, en función de los objetivos planteados y los conocimientos previos de los alumnos.

Para ello, se llevó a cabo un simulacro diagnóstico con el objetivo de establecer un punto de partida. Este simulacro permitirá a los estudiantes tomar conciencia de las áreas de conocimiento que aún no han tenido la oportunidad de adquirir. Este enfoque no sólo ayuda a los estudiantes a identificar sus áreas de mejora, sino que también proporciona una base sólida para la planificación de su aprendizaje futuro.

Además, los resultados del simulacro diagnóstico también serán valiosos para los educadores, ya que les proporcionará información detallada sobre las necesidades de aprendizaje de los estudiantes. Esto, a su vez, permitirá a los educadores adaptar su enseñanza y proporcionar apoyo adicional en las áreas donde los estudiantes más lo necesitan. En última instancia, este enfoque centrado en el estudiante tiene como objetivo mejorar la eficacia del aprendizaje y preparar a los estudiantes de manera más efectiva para los exámenes de admisión a la educación superior.

- Diseñar de forma justificada la secuencia de intervenciones en el aula y su temporalización.

En este apartado, se ha diseñado una secuencia de aprendizaje que incluye un video explicativo, actividades interactivas, prácticas y, finalmente, un cuestionario en cada sesión. Es importante destacar que estas actividades se desbloquean de manera progresiva, asegurando un proceso de aprendizaje coherente y secuencial.

Cada elemento de esta secuencia tiene un propósito específico. El video explicativo proporciona una introducción clara y concisa al tema, las actividades interactivas permiten a los estudiantes aplicar y practicar lo que han aprendido, y el cuestionario final sirve tanto para evaluar la comprensión de los estudiantes como para reforzar los conceptos clave.

Además, el desbloqueo progresivo de las actividades garantiza que los estudiantes sigan un camino de aprendizaje estructurado y coherente, construyendo sobre lo que han aprendido en cada etapa antes de pasar a la siguiente. Este enfoque ayuda a los estudiantes a consolidar su comprensión y a desarrollar una base sólida de conocimientos.

- Diseñar la recolección de datos.

Para este apartado, se utilizarán la plataforma Google Forms y el entorno de la plataforma Moodle. Dado que son entornos digitales, permiten la recopilación de datos sobre cada uno de los procesos de los usuarios de la plataforma. Esto proporciona un medio eficaz para monitorear el progreso y el rendimiento de los estudiantes.

Google Forms se utilizará para recoger respuestas a cuestionarios y encuestas, mientras que Moodle proporcionará un entorno de aprendizaje en línea donde los estudiantes pueden acceder a materiales de curso, participar en actividades de aprendizaje y recibir feedback.

Además, la capacidad de estas plataformas para recoger y analizar datos en tiempo real permitirá a los educadores adaptar su enseñanza y proporcionar apoyo adicional donde sea necesario. Esto asegura que los estudiantes reciban una educación personalizada que se adapte a sus necesidades individuales de aprendizaje.

Antes de cada intervención.

- Obtener información sobre el trabajo previo realizado en el aula, para tenerlo en cuenta en el diseño de la intervención y en la posterior interpretación de los datos.

En la primera instancia, la evaluación se realizará a través del simulacro diagnóstico. Sin embargo, a medida que los estudiantes avanzan en el curso, la evaluación se desarrollará de manera continua en cada uno de los simulacros subsiguientes. Este enfoque permite un seguimiento constante del progreso de los estudiantes y proporciona oportunidades regulares

para la retroalimentación y el ajuste del aprendizaje. En última instancia, este método de evaluación continua tiene como objetivo apoyar a los estudiantes en su camino hacia el dominio del contenido del curso.

- Ultime el diseño de la intervención, de forma justificada, a partir de la información empírica y teórica disponible.

Para este propósito, se ha tenido en cuenta la implementación del m-learning en el proceso de enseñanza para cada uno de los usuarios, con el objetivo de desarrollar el pensamiento variacional. El m-learning, o aprendizaje móvil, aprovecha la portabilidad y la conectividad de los dispositivos móviles para facilitar el acceso al contenido educativo en cualquier momento y lugar. Esto permite a los usuarios aprender a su propio ritmo y en un entorno que les resulte cómodo.

Además, el m-learning puede ser especialmente efectivo para desarrollar el pensamiento variacional, ya que permite la entrega de contenido interactivo y dinámico que puede adaptarse a las necesidades individuales de cada usuario. Por ejemplo, los usuarios pueden participar en actividades de aprendizaje que les desafíen a explorar y manipular variables, observar patrones y hacer predicciones, todas habilidades clave en el pensamiento variacional.

- Elaborar hipótesis/conjeturas sobre los resultados a obtener en la intervención.

Se espera que la aplicación y cada una de las actividades que contiene sean significativas en el proceso de aprendizaje de los usuarios de la aplicación. La aplicación ha sido diseñada con un enfoque centrado en el usuario, con actividades interactivas y dinámicas que buscan involucrar a los usuarios y fomentar su comprensión de los conceptos clave.

Además, se ha puesto un gran énfasis en asegurar que las actividades sean relevantes y aplicables a los contextos reales, lo que puede ayudar a los usuarios a ver la relevancia y el

valor de lo que están aprendiendo. Esto, a su vez, puede aumentar su motivación y compromiso con el aprendizaje.

En cada intervención.

La recolección de los datos se realizó de manera digital, utilizando formularios de Google Forms y los datos suministrados por la plataforma Moodle. Estos datos se encuentran almacenados en la nube, lo que permite su tratamiento de manera remota y asegura que estén constantemente actualizados según el desarrollo presentado por cada uno de los usuarios de la aplicación. Esta metodología no solo facilita el acceso y la gestión de la información, sino que también garantiza la integridad y la disponibilidad de los datos en tiempo real, permitiendo un seguimiento continuo y preciso del progreso de los estudiantes.

Después de cada intervención.

Una vez se completaron las tareas, los quices y los simulacros, se procedió a filtrar toda la información recolectada. Nos centramos especialmente en los simulacros, ya que son los que principalmente proporcionan un reporte detallado sobre los avances realizados por los estudiantes con el uso de la aplicación. Este enfoque nos permite evaluar de manera más precisa el progreso y las áreas de mejora de los estudiantes, asegurando que las intervenciones pedagógicas sean más efectivas y estén basadas en datos concretos y actualizados.

Análisis retrospectivo de los datos.

Recopilar y organizar toda la información recogida fue facilitado gracias al uso de Google Forms. La información se recopiló en diferentes formularios, lo que permitió observar las estadísticas presentadas de manera clara. Tener estos datos en formato digital simplificó el análisis.

Analizar el conjunto de los datos implica observar el progreso en el uso de la aplicación. En este caso, se percibió que los usuarios presentaron una mejora progresiva en el cumplimiento de los objetivos propuestos.

Instrumentos de Recolección de la Información

En relación con la recopilación de datos, es esencial obtener registros detallados para capturar el proceso de enseñanza y aprendizaje en su totalidad. La meticulosidad en la recolección de datos permite un análisis retrospectivo que puede revelar la influencia de ciertas variables que inicialmente pueden no haber sido consideradas, pero que posteriormente resultan ser relevantes para el estudio.

ALGEBRAIC implementará varios mecanismos para la recopilación de información. En primer lugar, se desarrollarán formularios de encuesta que los usuarios deberán completar para acceder a la plataforma. Estos formularios estarán disponibles en línea, facilitando un análisis organizado y sencillo de los datos recopilados.

Además, se incluirán actividades en forma de evaluaciones de selección múltiple con única respuesta, alineadas con los exámenes estandarizados, que se alojarán en la plataforma MOODLE. Esto permitirá un seguimiento efectivo del progreso de cada usuario.

Finalmente, ALGEBRAIC contará con un espacio en formato de blog donde los usuarios y el docente podrán interactuar. Este espacio servirá como un foro para resolver dudas, preguntas o inquietudes que surjan durante el uso de la aplicación. Este enfoque interactivo no solo fomenta la comunicación y la colaboración, sino que también permite un feedback inmediato y personalizado, lo que puede mejorar significativamente la experiencia de aprendizaje de los usuarios. En resumen, estos métodos de recopilación de datos y seguimiento

del progreso del usuario aseguran un enfoque integral y centrado en el usuario para mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Técnicas de Análisis de la Información (Herramientas analíticas)

Este apartado se centra en la organización y análisis de los datos recopilados a través de diversos instrumentos y técnicas, y la implementación de la propuesta didáctica. Todo esto se realiza teniendo en cuenta los objetivos de la investigación, el marco teórico y las categorías pertinentes, si las hay.

Se utilizan diversas técnicas individuales, que incluyen actividades dinámicas, prácticas interactivas, cuestionarios y blogs interactivos, además de las sugerencias proporcionadas. El objetivo de estas técnicas es fortalecer el desarrollo del pensamiento variacional en diversos contextos comunicativos.

Cada una de estas técnicas tiene un propósito específico. Las actividades dinámicas y las prácticas interactivas permiten a los estudiantes explorar y experimentar con conceptos de manera activa. Los cuestionarios proporcionan una forma de evaluar la comprensión de los estudiantes y reforzar los conceptos clave. Los blogs interactivos ofrecen un espacio para la reflexión y la discusión, permitiendo a los estudiantes profundizar en su comprensión y aprender de sus compañeros.

Matriz Categorical – Categorías de Análisis

En este apartado se detallarán los niveles de análisis que se aplicarán a los datos recolectados durante la investigación. El propósito de este análisis es proporcionar una comprensión profunda y estructurada de los datos, permitiendo así responder de manera

efectiva a las preguntas de investigación y cumplir con los objetivos planteados en el capítulo inicial de este trabajo.

El análisis de datos se llevará a cabo en varios niveles, comenzando con un análisis descriptivo que permitirá identificar las características y tendencias generales de los datos. Posteriormente, se realizarán análisis inferenciales para explorar relaciones y diferencias significativas entre las variables estudiadas. Finalmente, se aplicarán técnicas avanzadas de análisis, como modelos de regresión y pruebas de hipótesis, para interpretar los resultados en el contexto del marco teórico y los estudios previos.

Este enfoque multinivel no solo facilitará una presentación clara y coherente de los hallazgos, sino que también asegurará que los resultados obtenidos sean robustos y válidos, contribuyendo de manera significativa al campo de estudio.

De acuerdo con esto se definieron los niveles de desarrollo del pensamiento variacional los cuales se presentaron en la tabla 1.

ALGEBRAIC

En este apartado se presentará la estructura y el diseño pensados para el trabajo de los estudiantes en la aplicación.

De manera general, la aplicación cuenta con un menú de contenido donde los estudiantes pueden acceder a diferentes secciones de manera progresiva. Por ejemplo, en el apartado de los simulacros y el temario, se presenta una primera encuesta de caracterización. También hay una sección para aquellos estudiantes que deseen obtener información adicional sobre los procesos de selección de las universidades o sobre el examen Saber 11.

Además, la aplicación incluye un apartado de contenido adicional que se desbloquea una vez que se completa todo el temario. En esta sección, los estudiantes encontrarán exámenes liberados de los procesos de admisión de algunas universidades, lo que les proporcionará material de estudio adicional.

La aplicación también cuenta con un blog interactivo donde los estudiantes pueden plantear dudas o inquietudes y, en forma de comunidad, resolverlas, generando así un espacio colaborativo. Adicionalmente, hay un buzón de sugerencias que incluye una encuesta de satisfacción que los estudiantes pueden completar durante su uso de la aplicación.

Finalmente, se presenta un apartado con información sobre el pensamiento variacional. Con esta descripción de los apartados, a continuación, se presenta el modo de uso y las diferentes fases para utilizar ALGEBRAIC.

Esta estructura organizada y detallada de la aplicación asegura que los estudiantes tengan acceso a todos los recursos necesarios para su aprendizaje de manera clara y eficiente. La inclusión de secciones interactivas y colaborativas, como el blog y el buzón de sugerencias, fomenta un ambiente de aprendizaje participativo y dinámico. Además, el acceso a contenido

adicional y exámenes liberados proporciona a los estudiantes herramientas valiosas para su preparación académica, asegurando una experiencia educativa completa y enriquecedora.

Menú del Contenido

En una primera instancia, se consideró cómo presentar el menú de manera llamativa, asegurando que incluyera todos los apartados necesarios. Además, se utilizó una paleta de colores que transmitiera la intención de una aplicación seria y juvenil.

Esta cuidadosa selección de diseño y colores no solo hace que la aplicación sea visualmente atractiva, sino que también mejora la experiencia del usuario. Un menú bien estructurado y estéticamente agradable facilita la navegación y el acceso a los diferentes recursos, lo que contribuye a una interacción más fluida y agradable para los estudiantes.

Encuesta de Caracterización y Simulacro Diagnóstico

Para ello, se inició el uso de ALGEBRAIC con un primer formulario en el que se realizó una encuesta de caracterización (Ilustración 8) de la población. Se preguntan asuntos personales y académicos Anexo 2.

Todo esto se realiza de acuerdo con lo planteado por los autores Martínez y Guadrón (2018), quienes presentan que se debe realizar un primer acercamiento a los individuos que utilizarán las aplicaciones en este caso para los usuarios de ALGEBRAIC.

Esta encuesta de caracterización es fundamental para entender las características y necesidades de los estudiantes. Al recopilar esta información, se puede adaptar el contenido y las estrategias de enseñanza para mejor atender a la diversidad de la población estudiantil, asegurando así una experiencia de aprendizaje más personalizada y efectiva. Además, esta información permitirá identificar patrones y tendencias que pueden ser útiles para mejorar continuamente la plataforma y los recursos educativos ofrecidos.



Ilustración 7. Menú ALGEBRAIC



Ilustración 8. Encuesta y simulacros ALGEBRAIC

Los simulacros se desarrollan en tres momentos. El primero se realiza una vez finalizada la encuesta de caracterización. Este simulacro proporciona una idea del nivel de conocimientos de los estudiantes, sirviendo como una base inicial para futuras mejoras. El simulacro se puede consultar en el siguiente enlace: <https://forms.gle/uNsnzhQYHkLnNfaJ7>

Este simulacro incluye preguntas clasificadas de acuerdo con los niveles del desarrollo del pensamiento variacional (ver Tabla 1), con su justificación y un posible análisis de los resultados obtenidos. Esta estructura permite identificar las fortalezas y áreas de mejora de los estudiantes, facilitando un enfoque más personalizado y efectivo en su proceso de aprendizaje.

A continuación se presentan las preguntas incluidas en el simulacro, el nivel al cual apunta la pregunta y el análisis de las respuestas:

1. Considere las siguientes afirmaciones:

- I. El conjunto \mathbb{N} es infinito ya que este no tiene primer ni último elemento.
- II. La adición en el conjunto \mathbb{N} es cerrada porque la suma de dos naturales es natural

Es correcto decir que.

- A. I y (II) son verdaderas
- B. (I) y (II) son falsas
- C. (I) es verdadera y (II) es falsa.
- D. (I) es falsa y (II) es verdadera.

Nivel: Reconocimiento (Nivel 1)

Justificación: Esta pregunta examina la comprensión básica de las propiedades de los números naturales, como la infinitud y el cierre bajo la adición. Los estudiantes deben reconocer y distinguir estas propiedades fundamentales.

Análisis de resultados: Si los estudiantes responden correctamente, demuestra que tienen una comprensión básica de las propiedades de los números naturales. Respuestas incorrectas pueden indicar una falta de reconocimiento de estas propiedades fundamentales.

2. De los conjuntos $R=\{1,5,3\}$, $S=\{1,2,3\}$ y $T=\{1,3\}$, se afirma que:

- A. $R \cap S = T$
- B. $T \notin S$
- C. $R \cup T = S$
- D. $S \cap T = \emptyset$

Nivel: Relación (Nivel 2)

Justificación: Esta pregunta implica la identificación de relaciones entre conjuntos y la comprensión de operaciones como la intersección y la unión. Los estudiantes deben relacionar los elementos de los conjuntos dados y aplicar operaciones de teoría de conjuntos.

Análisis de resultados: Respuestas correctas indican que los estudiantes pueden manejar operaciones de conjuntos y entender las relaciones entre diferentes conjuntos. Respuestas incorrectas pueden señalar dificultades en la comprensión de las operaciones de conjuntos o en la identificación de elementos comunes.

3. Al efectuar las operaciones correspondientes y simplificar la expresión $(1 - \frac{2}{x+1}) / (\frac{x-1}{x})$

- A. $(x-1)/x$
- B. $(x)/(x+1)^2$
- C. $(x-1)/(x+1)$
- D. $(x+1)/x$

Nivel: Deducción formal (Nivel 3)

Justificación: La simplificación de una expresión algebraica compleja requiere la aplicación de varias operaciones algebraicas y la deducción de una forma simplificada. Esto implica un nivel avanzado de manipulación algebraica y deducción.

Análisis de resultados: Respuestas correctas muestran que los estudiantes tienen habilidades sólidas en álgebra y pueden simplificar expresiones complejas. Respuestas incorrectas pueden indicar problemas en la manipulación de fracciones algebraicas o en la aplicación de reglas de simplificación.

4. La menor longitud de una varilla que puede tener para dividir en piezas de 22, 24 o 26 cm exactamente es:

- A. 6.864
- B. 1.716
- C. 3.432
- D. 1.144

Nivel: Deducción formal (Nivel 3)

Justificación: Determinar la menor longitud de una varilla que puede dividirse en piezas de longitudes específicas requiere el uso del mínimo común múltiplo (m.c.m), una operación que implica deducción y aplicación de conceptos de divisibilidad.

Análisis de resultados: Respuestas correctas indican una buena comprensión de los conceptos de m.c.m y divisibilidad. Respuestas incorrectas pueden señalar dificultades en la aplicación de estos conceptos o en la realización de cálculos precisos.

5. Si n un número entero positivo. Considere la proposición. n^2+1 no es primo, entonces $n-3$ no es primo. Se puede determinar que esta proposición es falsa dando a n el valor de

- A. 7
- B. 5
- C. 11
- D. 3

Nivel: Deducción formal (Nivel 3)

Justificación: Esta pregunta requiere que los estudiantes prueben la falsedad de una proposición matemática mediante la sustitución de valores específicos y la evaluación de la veracidad de las afirmaciones resultantes.

Análisis de resultados: Respuestas correctas demuestran habilidades en la evaluación de proposiciones matemáticas y en la aplicación de pruebas por contradicción. Respuestas incorrectas pueden indicar problemas en la comprensión de proposiciones lógicas o en la evaluación de números primos.

6. Se tiene que el rayo AD biseca el ángulo BAC, donde BAD es $3n-16$ y DAC es $2n$, el valor del ángulo CAB es

- A. 72
- B. 16
- C. 64
- D. 32

Nivel: Deducción formal (Nivel 3)

Justificación: Calcular el valor de un ángulo dado que un rayo biseca otro ángulo implica la aplicación de propiedades geométricas y la resolución de ecuaciones algebraicas.

Análisis de resultados: Respuestas correctas muestran una comprensión sólida de la geometría y la capacidad de resolver ecuaciones algebraicas. Respuestas incorrectas pueden señalar dificultades en la aplicación de propiedades geométricas o en la resolución de ecuaciones.

7. Felipe gana 50% menos que su esposa María. Además, si María ganara 800.000 menos y Felipe 400.000 más recibirían lo mismo, entonces mensualmente el dinero que recaudan entre juntos será,

- A. 2400000
- B. 4800000
- C. 3800000

D. 3600000

Nivel: Relación (Nivel 2)

Justificación: Esta pregunta requiere que los estudiantes establezcan relaciones entre las cantidades de dinero ganadas por dos personas y resuelvan una ecuación para encontrar la suma total.

Análisis de resultados: Respuestas correctas indican que los estudiantes pueden establecer y resolver relaciones algebraicas en contextos prácticos. Respuestas incorrectas pueden señalar dificultades en la formulación de ecuaciones a partir de problemas verbales o en la resolución de ecuaciones.

8. La multiplicación de dos números impares mayores a tres da como resultado 221.

¿Cuánto es la suma de estos números?

A. 30

B. 46

C. 16

D. 26

Nivel: Deducción formal (Nivel 3)

Justificación: Determinar los números impares que multiplicados dan un resultado específico y luego sumar esos números implica deducción y factorización.

Análisis de resultados: Respuestas correctas demuestran habilidades en la factorización y en la identificación de números impares. Respuestas incorrectas pueden indicar problemas en la factorización o en la identificación de propiedades de números impares.

9. Si al séxtuplo de un número se le resta 12 se obtiene el cuádruplo de dicho número, este número es:

- A. 5
- B. 6
- C. 8
- D. 4

Nivel: Deducción formal (Nivel 3)

Justificación: Resolver una ecuación lineal para encontrar un número específico implica deducción y manipulación algebraica.

Análisis de resultados: Respuestas correctas muestran habilidades en la resolución de ecuaciones lineales. Respuestas incorrectas pueden señalar dificultades en la manipulación algebraica o en la comprensión de ecuaciones lineales.

10. Se tiene que 8 máquinas tardan en realizar una labor 12 horas, si se desea realizar la misma tarea, pero con 3 máquinas estas se tardaran ____ horas.

- A. 64
- B. 32
- C. 36
- D. 12

Nivel: Relación (Nivel 2)

Justificación: Calcular el tiempo necesario para completar una tarea con un número diferente de máquinas implica establecer una relación proporcional entre las variables.

Análisis de resultados: Respuestas correctas indican una buena comprensión de las relaciones proporcionales y la capacidad de aplicar estas relaciones a problemas prácticos. Respuestas incorrectas pueden señalar dificultades en la comprensión de proporciones o en la aplicación de relaciones proporcionales a problemas de la vida real.

Presentación de ALGEBRAIC, División Sintética y Conjuntos.

Una vez los estudiantes realizan el simulacro diagnóstico, se les envía un usuario y una contraseña para acceder al apartado de Moodle, donde se encuentra el curso con todos los contenidos del pensamiento variacional que se abordarán. Estos contenidos se desbloquearán de manera progresiva, es decir, a medida que los estudiantes avancen en el uso de la aplicación y en el desarrollo de las tareas propuestas.

Este enfoque asegura que los estudiantes sigan un camino estructurado y organizado en su aprendizaje. La progresión gradual permite que los estudiantes asimilen y comprendan cada tema antes de avanzar al siguiente, lo que facilita un aprendizaje más profundo y efectivo. La bienvenida inicial establece un tono acogedor y motivador, preparando a los estudiantes para una experiencia educativa enriquecedora y bien guiada. Al ingresar al curso, lo primero que encontrarán es una bienvenida con el siguiente texto:

Tengo el placer de presentarle una aplicación que está destinada a transformar la forma en que desarrollamos el pensamiento variacional.

Está diseñada con la última tecnología y basada en métodos pedagógicos probados, la cual ofrece una aplicación interactiva y atractiva para el aprendizaje. Consta de una serie de videos instructivos, actividades prácticas y quices interactivos que apoyarán y mejorarán el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Los videos explicativos proporcionan una comprensión clara y concisa de los conceptos, permitiendo a los usuarios aprender a su propio ritmo. Las actividades prácticas están diseñadas para reforzar estos conceptos, permitiendo a los usuarios aplicar lo que han aprendido de

manera efectiva. Los quices interactivos, por otro lado, ofrecen una forma de evaluar el progreso y la comprensión del usuario de los conceptos.

A CONTINUACIÓN, ENCONTRARÁS LOS TEMAS A ESTUDIAR.

INICIEMOS A ESTUDIAR

Ahora bien, el primer tema que se desea abordar es la división sintética, debido a su capacidad para simplificar y resolver problemas algebraicos de manera eficiente. Este es un aspecto clave del pensamiento variacional, que se caracteriza por la habilidad de identificar patrones, relaciones y cambios entre variables, y de modelar matemáticamente estos procesos. Este tipo de pensamiento corresponde al primer nivel propuesto por Vasco (2002).

De igual manera, se trabajará sobre los conjuntos, los cuales proporcionan una base para la modelación matemática, una habilidad esencial en el pensamiento variacional. Al trabajar con conjuntos, los estudiantes aprenden a representar y analizar situaciones reales mediante modelos matemáticos, lo que les ayuda a entender y predecir cambios y variaciones, mejorando así el nivel 2 del desarrollo en el pensamiento variacional.

Para abordar estos temas, se presentan las siguientes tareas. Estas actividades están diseñadas para reforzar las habilidades de los estudiantes en la identificación y modelación de patrones y relaciones matemáticas. A través de la práctica con la división sintética y el trabajo con conjuntos, los estudiantes desarrollarán una comprensión más profunda y aplicada del pensamiento variacional, preparándolos para enfrentar problemas matemáticos complejos de manera efectiva.



Ilustración 9. Presentación de ALGEBRAIC

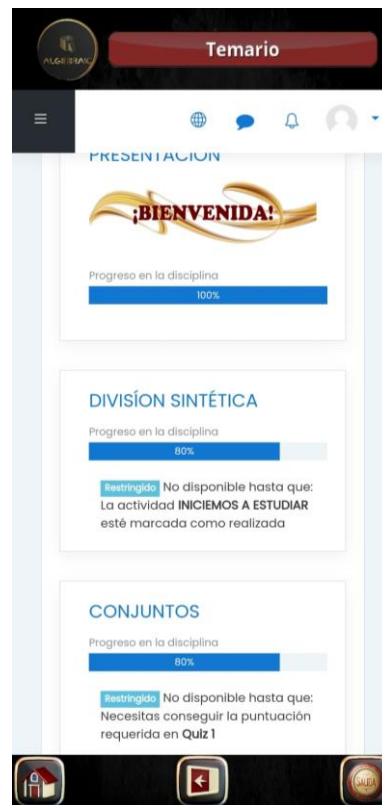


Ilustración 10. Temario de División sintética y conjuntos

Videos, Resumen, Actividad de Activación, Practica y Quiz (división sintética y conjuntos)

Los videos incluyen una breve presentación que motiva a los estudiantes a seguir estudiando y a concentrarse en la explicación. Estos videos están disponibles en línea a través de la plataforma de YouTube y están integrados en el curso de Moodle, para que los estudiantes no tengan que salir de la aplicación para verlos y no pierdan la concentración debido a anuncios o videos adicionales. Esto está en concordancia con lo propuesto por Rodríguez y Coba (2017), buscando alcanzar un 50% de retención. Los videos asociados a estas dos temáticas se pueden encontrar en los siguientes enlaces:

División sintética: <https://youtu.be/4kVPcQvklvI>

Conjuntos: <https://youtu.be/6nxHJIM0IGQ>

Esta integración de videos en Moodle asegura una experiencia de aprendizaje fluida y sin interrupciones. Al mantener a los estudiantes enfocados y motivados, se maximiza la efectividad del estudio y se mejora la retención de la información. La metodología propuesta por Rodríguez y Coba (2017) respalda esta estrategia, subrayando la importancia de un entorno de aprendizaje controlado y libre de distracciones.

Después de cada video, los estudiantes tienen la oportunidad de revisar una pequeña presentación que resume la información del video utilizando la plataforma Genially. De acuerdo con Orozco y Cuevas (2021), se da un espacio a los estudiantes que sea reflexivo sobre el contenido del video, ayudándoles a afianzar lo aprendido. Los resúmenes asociados se pueden encontrar en los siguientes enlaces:

Estas presentaciones no solo consolidan la información presentada en los videos, sino que también fomentan un aprendizaje más profundo y reflexivo. Al revisar los resúmenes, los estudiantes pueden reforzar su comprensión y retener mejor los conceptos clave, lo que contribuye a un proceso de aprendizaje más efectivo y duradero.

División sintética: <https://view.genially.com/6516f43e572e4100114ab3a6/video-presentation-division-sintetica-resumen>

Conjuntos: <https://view.genially.com/661d51f63af4dc0014b44d51/video-presentation-conjuntos-resumen>

La siguiente tarea es una actividad de activación de las habilidades primarias y secundarias propuestas por Rodríguez J. (2011). Esta actividad se realiza a través de pequeñas dinámicas, como arrastrar, completar, conectar y descubrir fichas, con el propósito de recordar lo trabajado. Las actividades asociadas se pueden encontrar en los siguientes enlaces:

Estas dinámicas están diseñadas para reforzar y consolidar los conocimientos adquiridos de manera interactiva y lúdica. Al participar en estas actividades, los estudiantes pueden revisar y afianzar sus habilidades de una manera entretenida y efectiva, asegurando una mejor retención de la información y una comprensión más profunda de los conceptos estudiados.

División sintética: <https://view.genially.com/651af686efc42e00116f8836/interactive-content-completa-la-operacion>

Conjuntos: <https://view.genially.com/661d5c7c9b16f1001577cca4/interactive-content-completa-con-el-conjunto-numeric>

Una vez superada la etapa de la tarea de activación, se prosigue con la práctica, donde los estudiantes se enfrentan a preguntas estructuradas similares a las de los exámenes estandarizados de selección múltiple con única respuesta. Estas preguntas incluyen retroalimentación que redirige a los videos, resúmenes o a la actividad de activación, con el objetivo de que los estudiantes refuercen lo trabajado o revisen sus conocimientos desde una nueva perspectiva. Los enlaces donde se encuentran estas prácticas son los siguientes:

Esta metodología permite a los estudiantes consolidar sus conocimientos y habilidades de manera efectiva. La retroalimentación dirigida asegura que los estudiantes puedan identificar y corregir sus errores, fortaleciendo así su comprensión del material. Al tener acceso a recursos adicionales, los estudiantes pueden abordar los temas desde diferentes ángulos, lo que enriquece su proceso de aprendizaje y les proporciona una preparación más completa para los exámenes estandarizados.

División sintética: <https://view.genially.com/6516ffef52c87500114f2e58/learning-experience-didactic-unit-practica-division-sintetica>

Conjuntos: <https://view.genially.com/661d68579b16f100157f460e/learning-experience-didactic-unit-practica-conjuntos>



Ilustración 11. Tareas asociadas a cada tema



Ilustración 12. Modelo de video.

Finalmente, después de que los estudiantes hayan pasado por las diferentes etapas, se presenta un quiz con 5 preguntas sobre el tema estudiado. Estos quices se realizan directamente en la plataforma de Moodle, con el fin de validar y confirmar que los temas abordados estén claros y comprendidos. Además, estos quices marcan la transición entre temas, ya que deben ser aprobados con el 100% de respuestas correctas. En caso de presentar dificultades, los estudiantes tienen hasta 3 intentos para aprobar. Adicionalmente, se proporciona retroalimentación inmediata a través de un mensaje motivacional acorde con los aciertos.

Esta metodología asegura que los estudiantes no solo adquieran conocimientos, sino que también los comprendan profundamente antes de avanzar a nuevos temas. La retroalimentación

inmediata y los mensajes motivacionales ayudan a mantener el entusiasmo y la confianza de los estudiantes, fomentando un ambiente de aprendizaje positivo y efectivo.



Ilustración 13. Mensajes motivadores para los quices

Simulacro Intermedio

Ahora bien, para el simulacro intermedio, se han preparado las siguientes preguntas, cada una relacionada con los niveles establecidos. Esto permitirá, posteriormente, establecer una relación en el análisis de los resultados obtenidos.

Esta estructura de preguntas y niveles facilita una evaluación detallada del desempeño de los estudiantes. Al analizar los resultados, se podrán identificar patrones y temas que requieren mayor atención, lo que contribuirá a mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje.

1. En un grupo compuesto por 30 estudiantes; a 16 les gusta estudiar Sociales, a 14 Física y a 16 Biología, 6 estudian Sociales y Física, 11 estudian Física y Biología, 7 estudiantes Sociales y Biología, y a 3 les gusta estudiar las tres asignaturas.

El número total de estudiantes que les gusta estudiar solo Física es:

- A. 12
- B. 0
- C. 14
- D. 8

Nivel: Aplicación (Nivel 2)

Justificación: Esta pregunta requiere que los estudiantes apliquen el principio de inclusión-exclusión para resolver el problema. No solo deben reconocer las intersecciones entre los conjuntos, sino también calcular correctamente el número de estudiantes que estudian solo Física.

Análisis de resultados: Respuestas correctas indican una comprensión adecuada de la teoría de conjuntos y la capacidad de aplicar el principio de inclusión-exclusión. Respuestas incorrectas pueden señalar dificultades en la aplicación de estos conceptos.

2. Considere el universo

$$U = \{x \in \mathbb{N} / 2 < x \leq 40\}$$

y los conjuntos

$$A = \{x \in U / x \text{ es par}\}$$

$$B = \{x \in U / x \text{ es primo}\}$$

$$C = \{x \in U / x \text{ es divisor de } 36\}$$

Es correcto afirmar que la cantidad de elementos de $A \cap B^c \cap C$ es

A. 5

B. 8

C. 3

D. 1

Nivel: Análisis (Nivel 3)

Justificación: Esta pregunta requiere que los estudiantes analicen y comprendan las propiedades de los números dentro de los conjuntos dados y luego determinen la intersección de estos conjuntos. Es necesario un análisis detallado de los elementos que cumplen con las condiciones especificadas.

Análisis de resultados: Respuestas correctas indican una buena capacidad de análisis y comprensión de las propiedades de los números. Respuestas incorrectas pueden señalar dificultades en la identificación y análisis de los elementos de los conjuntos.

3. Si x y y son números reales cualesquiera ambos negativos, con $x < y$, entonces es posible afirmar que:

A. $x^2 < y^2$

B. $\left(\frac{1}{x}\right) > \left(\frac{1}{y}\right)$

C. $-y > -x$

D. $\left(\frac{1}{x}\right) < \left(\frac{1}{y}\right)$

Nivel: Comprensión (Nivel 2)

Justificación: Esta pregunta evalúa la comprensión de las propiedades de los números reales y las desigualdades. Los estudiantes deben reconocer cómo las propiedades de los números negativos afectan las desigualdades.

Análisis de resultados: Respuestas correctas indican una buena comprensión de las propiedades de los números reales y las desigualdades. Respuestas incorrectas pueden señalar dificultades en la comprensión de estas propiedades.

4. El resultado de la expresión $\frac{1}{1 + \frac{\frac{1}{3}}{\frac{3}{5} - \frac{3}{10}}}$

A. $6/5$

B. $5/6$

C. $10/13$

D. $3/13$

Nivel: Aplicación (Nivel 2)

Justificación: Esta pregunta requiere que los estudiantes apliquen sus conocimientos de aritmética y álgebra para simplificar la expresión dada. Es necesario realizar operaciones con fracciones y simplificar correctamente.

Análisis de resultados: Respuestas correctas indican una buena capacidad para simplificar expresiones algebraicas. Respuestas incorrectas pueden señalar dificultades en la simplificación de fracciones y operaciones algebraicas.

5. Un profesor diseña dos actividades para un curso compuesto por 36 estudiantes. La mitad del curso realiza la actividad A y $\frac{7}{9}$ de los estudiantes restantes realizan la actividad B. Si 4 estudiantes no realizan ninguna actividad, podemos deducir que el número de estudiantes que realizaron la actividad B fueron:

- A. 18
- B. 14
- C. 9
- D. 5

Nivel: Aplicación (Nivel 2)

Justificación: Esta pregunta requiere que los estudiantes apliquen sus conocimientos de proporciones y aritmética para resolver el problema. Es necesario calcular correctamente las proporciones y deducir el número de estudiantes que realizaron la actividad B.

Análisis de resultados: Respuestas correctas indican una buena capacidad para trabajar con proporciones y resolver problemas aritméticos. Respuestas incorrectas pueden señalar dificultades en la aplicación de proporciones y aritmética.

6. Al dividir el polinomio $3x^3 + bx^2 + 7x - 1$ por $x^2 - 1$ se obtiene como cociente $3x - 5$ y como residuo $10x - 6$. El valor de b es:

- A. 5
- B. 10
- C. -10
- D. -5

Nivel: Análisis (Nivel 3)

Justificación: Esta pregunta requiere que los estudiantes analicen el proceso de división de polinomios y determinen el valor de (b) que satisface las condiciones dadas. Es necesario un análisis detallado del proceso de división.

Análisis de resultados: Respuestas correctas indican una buena capacidad para analizar y resolver problemas de división de polinomios. Respuestas incorrectas pueden señalar dificultades en la comprensión y aplicación del proceso de división de polinomios.

7. El polinomio $x^3 - 8x^2 + 4x + 48$ posee tres raíces reales una de las cuales es 4. La suma y el producto de las otras dos raíces son, respectivamente,

- A. 4 y -12
- B. -4 y -12
- C. 4 y 12
- D. -4 y 12

Nivel: Análisis (Nivel 3)

Justificación: Esta pregunta requiere que los estudiantes analicen las raíces del polinomio y determinen la suma y el producto de las otras dos raíces. Es necesario un análisis detallado de las propiedades de las raíces de polinomios.

Análisis de resultados: Respuestas correctas indican una buena capacidad para analizar y resolver problemas relacionados con las raíces de polinomios. Respuestas incorrectas pueden señalar dificultades en la comprensión y análisis de las raíces de polinomios.

8. Si el polinomio $x^4 + (k^2 + 2)x^3 + k^2x^2 - 12$ es divisible por $x - 1$, entonces k es igual a:

A. $\frac{(2)^{\frac{1}{2}}}{3} y - \frac{(2)^{\frac{1}{2}}}{3}$

B. $3(2)^{\frac{1}{2}} y - 3(2)^{\frac{1}{2}}$

C. $\frac{3}{2}(2)^{\frac{1}{2}} y - \frac{3}{2}(2)^{\frac{1}{2}}$

D. $\frac{2}{3}(2)^{\frac{1}{2}} y - \frac{2}{3}(2)^{\frac{1}{2}}$

Nivel: Análisis (Nivel 3)

Justificación: Esta pregunta requiere que los estudiantes analicen la divisibilidad de polinomios y determinen el valor de (k) que satisface las condiciones dadas. Es necesario un análisis detallado del proceso de divisibilidad de polinomios.

Análisis de resultados: Respuestas correctas indican una buena capacidad para analizar y resolver problemas de divisibilidad de polinomios. Respuestas incorrectas pueden señalar dificultades en la comprensión y aplicación del proceso de divisibilidad de polinomios.

9. Dados los conjuntos:

$$C = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ múltiplos de } 5\}$$

$$D = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ múltiplos de } 2\}$$

A. $C \cup D = \{\text{múltiplo de } 7\}$

B. $C \cap D = \{\text{múltiplo de } 10\}$

C. $C \cup D = \{\text{múltiplo de } 10\}$

D. $C \cap D = \{\text{múltiplo de } 7\}$

Nivel: Comprensión (Nivel 2)

Justificación: Esta pregunta evalúa la comprensión de las operaciones con conjuntos y las propiedades de los múltiplos. Los estudiantes deben reconocer cómo se forman las uniones e intersecciones de conjuntos.

Análisis de resultados: Respuestas correctas indican una buena comprensión de las operaciones con conjuntos y las propiedades de los múltiplos. Respuestas incorrectas pueden señalar dificultades en la comprensión de estas propiedades.

10. Al dividir el polinomio $x^3 - 3x + 7$ por $x^2 + 3$ se obtiene como cociente un polinomio de grado ____ y como residuo un polinomio de grado ____.

A. 1 y 2

B. 2 y 1

C. 1 y 1

D. 2 y 2

Nivel: Deducción formal (Nivel 3)

Justificación: Esta pregunta requiere que los estudiantes realicen la división de polinomios y determinen los grados del cociente y del residuo. Es necesario aplicar el algoritmo de la división de polinomios y entender cómo se determinan los grados de los resultados.

Análisis de resultados: Respuestas correctas indican una buena comprensión del proceso de división de polinomios y la capacidad de determinar los grados de los resultados. Respuestas incorrectas pueden señalar dificultades en la aplicación del algoritmo de división de polinomios o en la comprensión de los grados de los polinomios.

Potenciación, Radicación y Logaritmación, Aritmética, Algebra y Ecuaciones.

Para estos temas, se mantiene la misma distribución utilizada anteriormente para las tareas de los estudiantes: un video, un resumen, una práctica y, finalmente, un quiz para cada temática. Cada uno de estos elementos está alineado con los autores mencionados en los referentes teóricos.

Esta estructura organizada facilita el aprendizaje progresivo y sistemático de los estudiantes. Al seguir esta secuencia, los estudiantes pueden primero adquirir conocimientos a través del video, consolidar la información con el resumen, aplicar lo aprendido en la práctica y evaluar su comprensión mediante el quiz. Esta metodología asegura una comprensión integral de cada tema. Los enlaces donde se pueden encontrar cada uno de los apartados son los siguientes:

Esta secuencia de aprendizaje no solo proporciona una base sólida de conocimientos, sino que también permite a los estudiantes desarrollar habilidades prácticas y evaluar su progreso de manera continua. Al tener acceso a recursos teóricos y prácticos de calidad, los estudiantes pueden abordar cada tema con confianza y claridad, asegurando un aprendizaje efectivo y duradero.

Videos.

A continuación, se proporcionarán los enlaces a los videos utilizados en la aplicación. Estos videos ofrecen explicaciones detalladas y ejercicios prácticos que facilitan la comprensión de los contenidos tratados.

Potenciación, radicación y logaritmación: <https://youtu.be/e-MzZ7uRWx4> y <https://youtu.be/EPzlAPupbR4>

Aritmética: <https://youtu.be/NrxaLTOB-K4> y <https://youtu.be/2p9Tl6Y1xmM>

Algebra: https://youtu.be/sCnDVAfhY_g y <https://youtu.be/MWQwWNOG81w>

Ecuaciones: <https://youtu.be/ShinDf8ZQmk> y <https://youtu.be/vL1xXRY6WDY> y

<https://youtu.be/AzH3Vy28w6w>

Resúmenes.

A continuación, se proporcionarán los enlaces a los resúmenes utilizados en la aplicación.

Estos resúmenes ofrecen información detallada que permite destacar los puntos clave de cada tema trabajado.

Potenciación, radicación y logaritmación:

<https://view.genially.com/6629340d3ba5ff001482bbfe/video-presentation-po-ra-y-lo-resumen>

Aritmética: <https://view.genially.com/66299f16caccfd0015958746/video-presentation-aritmetica-resumen>

Algebra: <https://view.genially.com/66299f16caccfd0015958746/video-presentation-aritmetica-resumen>

Ecuaciones: <https://view.genially.com/6629c460d678f60015422ab9/video-presentation-ecuaciones-resumen>



Ilustración 14. Ejemplos de las presentaciones de resumen

Actividades de activación.

A continuación, se proporcionarán los enlaces a las actividades de activación implementadas en la aplicación. Estas actividades ofrecen un primer acercamiento a los contextos relacionados con el pensamiento variacional.

Potenciación, radicación y logaritmicación:

<https://view.genially.com/662a6bc68a98e000149f54d5/interactive-content-completa-pora-y-lo>

Aritmética: <https://view.genially.com/662a73ff1d54890014a19549/interactive-content-pareja-aritmetica>

Algebra: <https://view.genially.com/662a96538502040014b0955c/interactive-content-algebra>

Ecuaciones: <https://view.genially.com/662ac7cf5c4b60001456395c/interactive-content-ecuaciones-act>

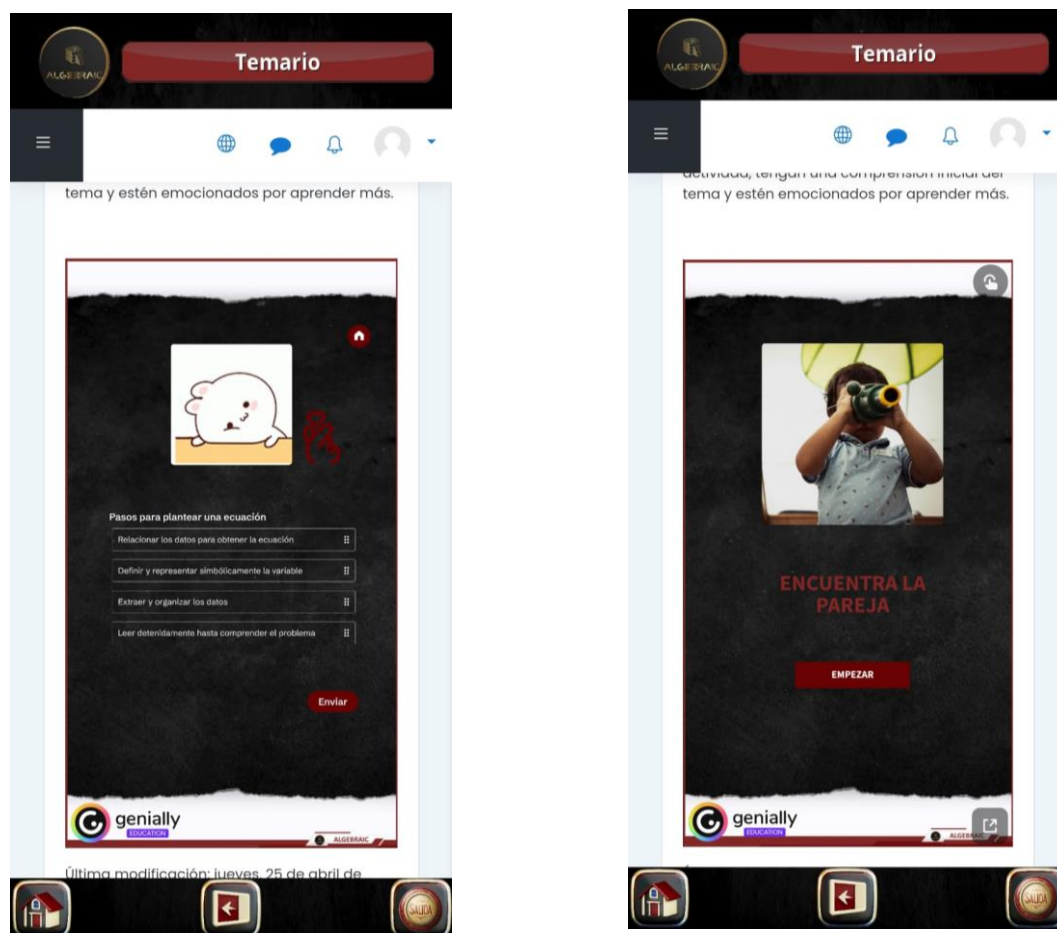


Ilustración 15. Ejemplo de actividades de activación

Prácticas.

A continuación, se proporcionarán los enlaces a las actividades de práctica implementadas en la aplicación. Estas actividades incluyen ejemplos de preguntas de selección múltiple con única respuesta, cada una con su correspondiente retroalimentación.

Potenciación, radicación y logaritmación:

<https://view.genially.com/662afe8a7940d00147d024f/learning-experience-didactic-unit-practica-po-ra-y-lo>

Aritmética: <https://view.genially.com/662af0358a98e00014f90c4a/learning-experience-didactic-unit-practica-aritmetica>

Algebra: <https://view.genially.com/662af0558a98e00014f921dd/learning-experience-didactic-unit-practica-algebra>

Ecuaciones: <https://view.genially.com/662af06a8502040014ec0f5d/learning-experience-didactic-unit-practica-ecuaciones>

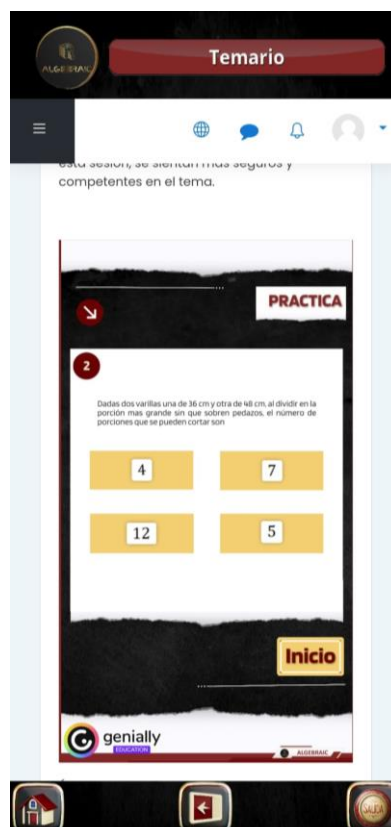


Ilustración 16. Ejemplo de las actividades de practica

Simulacro Final

Una vez culminados los temas, junto con sus respectivos quices y actividades, los estudiantes podrán desarrollar el último simulacro. Este simulacro se encuentra distribuido de la siguiente manera:

1. De 230 docentes de una universidad, 170 tienen doctorado, 166 son investigadores de tiempo completo; de los doctores 119 son investigadores de tiempo completo. De esta información podemos deducir que la cantidad de docentes que no tienen doctorado ni se dedican a investigar tiempo completo son:

A. 115

B. 51

C. 47

D. 13

Nivel: Deducción formal (Nivel 3)

Justificación: Esta pregunta requiere el uso de conjuntos y la aplicación del principio de inclusión-exclusión para determinar la cantidad de docentes que no tienen doctorado ni se dedican a investigar tiempo completo.

Análisis de resultados: Respuestas correctas indican una buena comprensión de los conjuntos y la capacidad de aplicar el principio de inclusión-exclusión. Respuestas incorrectas pueden señalar dificultades en la comprensión de los conjuntos o en la aplicación del principio de inclusión-exclusión.

2. Al efectuar el producto y simplificar $\left(x^2 - \frac{x}{2}\right)\left(\frac{x^2}{4} - \frac{2x}{3} - 1\right)$

A. $\frac{x^4}{4} + \frac{17}{13}x^3 - \frac{4}{3}x^2 - \frac{x}{3}$

B. $\frac{x^4}{2} - \frac{4}{2}x^3 - x^2 + x - 1$

C. $\frac{x^4}{2} + \frac{4}{3}x^3 - x^2 + x - 1$

D. $\frac{x^4}{4} - \frac{19}{24}x^3 - \frac{2}{3}x^2 + \frac{x}{2}$

Nivel: Comprensión (Nivel 2)

Justificación: Esta pregunta requiere la habilidad de expandir y simplificar expresiones algebraicas, aplicando correctamente las propiedades distributivas y combinando términos semejantes.

Análisis de resultados: Respuestas correctas indican una buena comprensión de la expansión y simplificación de expresiones algebraicas. Respuestas incorrectas pueden señalar dificultades en la aplicación de las propiedades algebraicas o en la combinación de términos semejantes.

3. Al escribir la expresión

$$5 \log(x^{10}) - 20 \log\left(y^{\frac{1}{2}}\right)$$

como un solo logaritmo se obtiene:

A. $\log\left(\frac{x^{15}}{y^{\frac{41}{2}}}\right)$

B. $\log\left(\frac{x^{50}}{y^{10}}\right)$

C. $\log\left(x^{15} * y^{\frac{41}{2}}\right)$

D. $\log(x^{50} * y^{10})$

Nivel: Comprensión (Nivel 2)

Justificación: Esta pregunta requiere la habilidad de aplicar las propiedades de los logaritmos para combinar múltiples logaritmos en una sola expresión.

Análisis de resultados: Respuestas correctas indican una buena comprensión de las propiedades de los logaritmos. Respuestas incorrectas pueden señalar dificultades en la aplicación de estas propiedades.

4. Considere las siguientes afirmaciones:

I. Es mejor realizar un descuento del 40% que dos descuentos consecutivos del 20% cada uno.

II. Si x es el 160% de y , entonces y es el 62,5% de x .

Es correcto decir que

A. (I) y (II) son verdaderas.

B. (I) y (II) son falsas.

C. (I) es verdadera y (II) es falsa.

D. (I) es falsa y (II) es verdadera.

Nivel: Deducción formal (Nivel 3)

Justificación: Esta pregunta requiere la habilidad de analizar y comparar porcentajes, así como de entender las relaciones entre porcentajes y proporciones.

Análisis de resultados: Respuestas correctas indican una buena comprensión de los porcentajes y las proporciones. Respuestas incorrectas pueden señalar dificultades en la interpretación y comparación de porcentajes.

5. La diferencia entre el mínimo común múltiplo y Máximo común divisor entre los números 48 y 36 es

A. 144

B. 12

C. 132

D. 156

Nivel: Comprensión (Nivel 2)

Justificación: Esta pregunta requiere la habilidad de calcular el mínimo común múltiplo (m.c.m) y el máximo común divisor (M.C.D) de dos números, y luego encontrar la diferencia entre estos valores.

Análisis de resultados: Respuestas correctas indican una buena comprensión de los conceptos de m.c.m y M.C.D. Respuestas incorrectas pueden señalar dificultades en la aplicación de los métodos para calcular estos valores.

6. El resultado de la siguiente expresión es:

$$\frac{ma^{\frac{1}{3}}}{9nb} \div \left(\frac{3n^{\frac{1}{2}}a^{\frac{1}{3}}}{b^{-\frac{1}{2}}} \right)^{-2}$$

A. $\frac{1}{81}mb^{\frac{1}{2}}n^{\frac{3}{2}}$

B. mbn

C. $\frac{1}{3}mb^{-1}a$

D. ma

Nivel: Comprensión (Nivel 2)

Justificación: Esta pregunta requiere la habilidad de manipular y simplificar fracciones algebraicas, aplicando correctamente las propiedades de las fracciones y las potencias.

Análisis de resultados: Respuestas correctas indican una buena comprensión de la manipulación y simplificación de fracciones algebraicas. Respuestas incorrectas pueden señalar dificultades en la aplicación de las propiedades de las fracciones y las potencias.

7. Un niño que va a la escuela gasta \$9.600 en transporte. Para cubrir sus gastos, compra bolsas de 12 paquetes de papas a \$8.800. Si cada paquete se vende a \$1.000por separado, La

ecuación con la que se puede determinar directamente la cantidad de paquetes que tendría que vender para cubrir sus gastos diarios es:

A. $9.600 = x(12.000) - x(8.800)$

B. $9.600 = \frac{1}{12}[x(12.000) - x(8.800)]$

C. $9.600 = \frac{1}{12}[x(10.000) - x(8.800)]$

D. $9.600 = x(10.000) - x(8.800)$

Nivel: Comprensión (Nivel 2)

Justificación: Esta pregunta requiere la habilidad de formular y resolver ecuaciones a partir de una situación de la vida real, aplicando correctamente las operaciones aritméticas y algebraicas.

Análisis de resultados: Respuestas correctas indican una buena comprensión de la formulación y resolución de ecuaciones. Respuestas incorrectas pueden señalar dificultades en la interpretación de la situación y la formulación de la ecuación correcta.

8. Encuentre el valor de k para que el siguiente sistema de ecuaciones tenga infinitas soluciones.

$$\begin{cases} -5x + 6y = -1 \\ 15x - ky = 3 \end{cases}$$

A. 18

B. -18

C. 6

D. -6

Nivel: Deducción formal (Nivel 3)

Justificación: Esta pregunta requiere la habilidad de analizar y resolver sistemas de ecuaciones lineales, determinando las condiciones para que el sistema tenga infinitas soluciones.

Análisis de resultados: Respuestas correctas indican una buena comprensión de la resolución de sistemas de ecuaciones y las condiciones para que tengan infinitas soluciones. Respuestas incorrectas pueden señalar dificultades en la aplicación de los métodos para resolver sistemas de ecuaciones.

9. Los valores de las variables x y y respectivamente, que satisfacen el sistema

$$\begin{cases} 2x + 3y - 12 = 0 \\ x - 3y + 3 = 0 \end{cases}$$

- A. 3 y 2
- B. 6 y 2
- C. 0 y 4
- D. No hay solución

Nivel: Comprensión (Nivel 2)

Justificación: Esta pregunta requiere la habilidad de resolver sistemas de ecuaciones lineales, aplicando correctamente los métodos algebraicos para encontrar los valores de las variables.

Análisis de resultados: Respuestas correctas indican una buena comprensión de la resolución de sistemas de ecuaciones. Respuestas incorrectas pueden señalar dificultades en la aplicación de los métodos para resolver sistemas de ecuaciones.

10. La solución dada a la ecuación $25^{3x} = 625^{x-3}$ es

- A. -4
- B. 4

C. 6

D. -6

Nivel: Deducción formal (Nivel 3)

Justificación: Esta pregunta requiere la habilidad de resolver ecuaciones exponenciales, lo que implica la comprensión y manipulación de las propiedades de las potencias y los logaritmos. Los estudiantes deben reconocer que (25) y (625) pueden expresarse como potencias de (5) y luego resolver la ecuación resultante.

Análisis de resultados: Respuestas correctas indican una buena comprensión de las propiedades de las potencias y la capacidad de resolver ecuaciones exponenciales. Respuestas incorrectas pueden señalar dificultades en la manipulación de las propiedades de las potencias o en la resolución de ecuaciones exponenciales.

Por lo tanto, en el análisis de las preguntas, se clasificaron de acuerdo con los niveles de desarrollo: Reconocimiento (Nivel 1), Relación (Nivel 2) y Deducción formal (Nivel 3). Cada pregunta fue evaluada en función de las habilidades requeridas para su resolución, desde la identificación y manipulación de relaciones y patrones básicos hasta la aplicación de procedimientos algebraicos complejos y la deducción de soluciones a problemas específicos. Este proceso permitió evidenciar cómo cada pregunta se relaciona con su respectivo nivel de desarrollo. Las preguntas de Nivel 1 se centraron en el reconocimiento de propiedades y elementos básicos, mientras que las de Nivel 2 requirieron establecer relaciones y aplicar conocimientos en contextos más complejos. Las preguntas de Nivel 3 demandaron un análisis profundo y la deducción formal de soluciones. Al analizar los resultados obtenidos por los estudiantes, se puede identificar su nivel de comprensión y habilidades en cada nivel, permitiendo ajustar estrategias pedagógicas para fortalecer sus competencias matemáticas. Este

enfoque detallado asegura una evaluación integral del aprendizaje y desarrollo de los estudiantes.

Contenido Complementario para ALGEBRAIC

A continuación, se presentan una serie de apartados de la aplicación que están diseñados para proporcionar información clara y útil a los estudiantes sobre diversos recursos y herramientas disponibles. Cada apartado aborda aspectos específicos que facilitan el proceso de aprendizaje y preparación académica, desde la consulta de exámenes liberados hasta la participación en encuestas y la interacción con la comunidad de usuarios. La finalidad es ofrecer un entorno de apoyo integral que potencie el desarrollo del pensamiento variacional.

- **Info adicional:** n este apartado de la aplicación, los estudiantes podrán consultar diversos aspectos, como las fechas de aplicación de los exámenes de admisión, los cronogramas de inscripción y los costos para las postulaciones a los procesos.

También podrán encontrar cualquier otro dato que consideren pertinente.

Este recurso es esencial para que los estudiantes se mantengan informados y organizados durante el proceso de admisión. Al tener acceso a toda la información relevante en un solo lugar, podrán planificar mejor sus actividades y asegurarse de cumplir con todos los requisitos y plazos. Esto les permitirá enfocarse en su preparación académica y aumentar sus posibilidades de éxito en los exámenes de admisión.

- **Contenido adicional:** En este apartado, los estudiantes podrán acceder a una recopilación de exámenes liberados para consulta adicional. Esto les brindará la oportunidad de contrastar lo estudiado con exámenes conocidos, como la prueba Saber 11°, el examen de admisión de la Universidad Nacional y el examen de admisión de la Universidad de Antioquia.

Esta recopilación de exámenes es una herramienta valiosa para que los estudiantes evalúen su preparación y familiaricen con el formato y tipo de preguntas que enfrentarán. Al practicar con estos exámenes, podrán identificar áreas de mejora y reforzar sus conocimientos, aumentando así sus posibilidades de éxito en las pruebas oficiales.

- **Blog de interacción:** En este apartado, los estudiantes contarán con un espacio dedicado a la comunidad de usuarios inscritos en ALGEBRAIC. Aquí podrán dejar sus dudas, aclaraciones o inquietudes, permitiendo que entre todos se logre una retroalimentación efectiva sobre los procesos y la solución de ejercicios específicos.

Este espacio comunitario es fundamental para fomentar la colaboración y el aprendizaje colectivo. Al compartir sus preguntas y experiencias, los estudiantes no solo reciben ayuda, sino que también contribuyen al crecimiento y mejora continua de la comunidad. Esta interacción fortalece el entendimiento de los conceptos y promueve un ambiente de apoyo mutuo, esencial para el éxito académico.

- **Buzón de sugerencias:** En este apartado se presenta una encuesta de Google donde los estudiantes pueden compartir sus opiniones sobre la plataforma. La encuesta enfatiza aspectos como la experiencia de uso de la aplicación, la facilidad de uso, el cumplimiento de las expectativas, el diseño y posibles áreas de mejora. Pueden consultar el formulario en el siguiente enlace.

<https://forms.gle/46bd2CvxNBB8iWjs5>

Esta encuesta es una herramienta valiosa para recopilar retroalimentación directa de los estudiantes, lo que permitirá identificar fortalezas y áreas de mejora en la aplicación. Al participar, los estudiantes contribuyen activamente al desarrollo y perfeccionamiento de la

ALGEBRAIC: ALGEBRAIC: UNA APLICACIÓN QUE CONTRIBUYE AL PENSAMIENTO VARIACIONAL PARA LOS EXÁMENES DE ACCESO A LA EDUCACIÓN SUPERIOR

aplicación, asegurando que sus necesidades y expectativas sean consideradas en futuras actualizaciones.

- **Pensamiento variacional:** En este último apartado, los estudiantes encontrarán una presentación que aborda los aspectos relativos al pensamiento variacional y su importancia en los procesos de admisión en la educación superior. Esta presentación les proporcionará una mejor comprensión de todo lo relacionado con dicho pensamiento. Pueden consultar la presentación en el siguiente enlace.

<https://view.genially.com/65657ed7a8faec001484991f/video-presentation-pensamiento>

La presentación no solo explica los fundamentos del pensamiento variacional, sino que también destaca cómo este enfoque puede mejorar las habilidades analíticas y de resolución de problemas de los estudiantes. Al entender la relevancia del pensamiento variacional en el contexto de la educación superior, los estudiantes estarán mejor preparados para enfrentar los desafíos académicos y aprovechar las oportunidades que se les presenten.

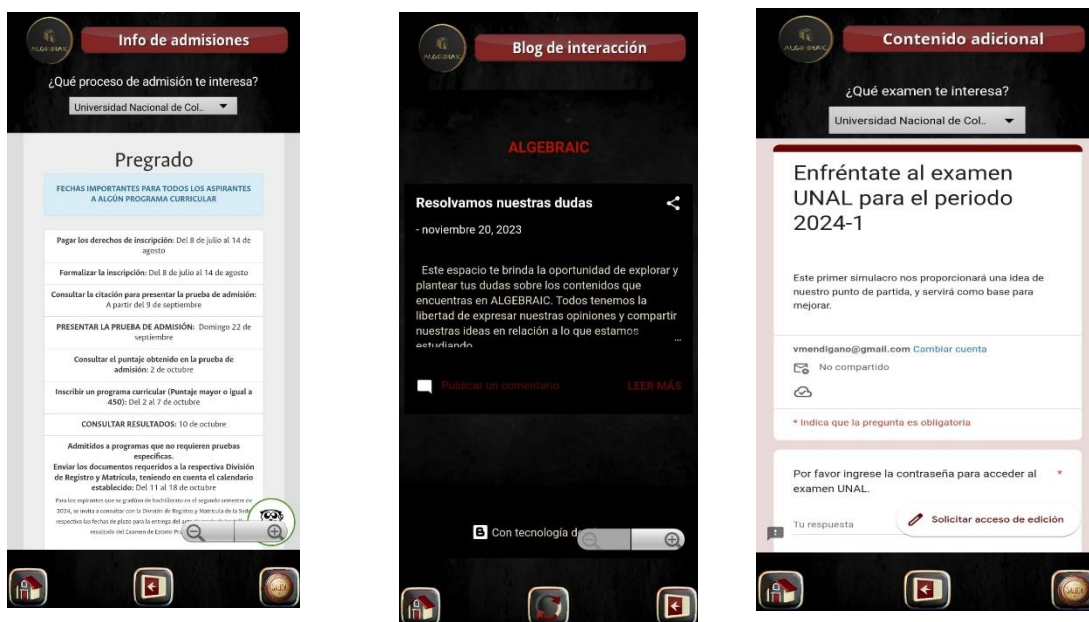


Ilustración 17. Contenidos adicionales de ALGEBRAIC

Análisis y Resultados

Una vez se dio inicio al uso de la aplicación, se logró implementar el simulacro diagnóstico que presentó los siguientes resultados en relación con los niveles mencionados anteriormente. La prueba la desarrollaron 54 usuarios.

Del total de participantes se observó que en el Nivel 1, correspondiente al reconocimiento, 15 estudiantes lograron completarlo. Este nivel implica que los estudiantes pueden identificar y manipular relaciones, patrones, transformaciones, y procesos algebraicos y geométricos, así como distinguir los elementos de la variación. El hecho de que solo 15 estudiantes hayan alcanzado este nivel sugiere que es necesario reforzar estas habilidades básicas para asegurar una comprensión sólida de los conceptos fundamentales del pensamiento variacional.

En el Nivel 2, relacionado con la relación, se encontró que en promedio 28 estudiantes alcanzaron este nivel. Este nivel se centra en establecer relaciones entre los elementos mostrados en formas tabulares, gráficas y otras representaciones, y en comunicar y reflexionar matemáticamente usando lenguaje matemático para argumentar soluciones. Aunque más de la mitad de los estudiantes lograron este nivel, todavía hay espacio para mejorar, especialmente en la capacidad de comunicar y justificar matemáticamente sus razonamientos en el contexto del pensamiento variacional.

Finalmente, en el Nivel 3, correspondiente a la deducción formal, 29 estudiantes lograron establecerse en dicho nivel. Este nivel implica el descubrimiento de nuevas relaciones y la clasificación de las mismas, concretando la solución de temáticas específicas. El hecho de que una mayoría de estudiantes haya alcanzado este nivel es alentador, ya que demuestra una

capacidad avanzada para aplicar conocimientos matemáticos de manera efectiva y resolver problemas complejos relacionados con el pensamiento variacional.

En conclusión, los resultados del simulacro diagnóstico muestran que, aunque un número significativo de estudiantes ha alcanzado los niveles de relación y deducción formal, todavía hay aspectos por mejorar, especialmente en el nivel de reconocimiento. Estos hallazgos subrayan la importancia de fortalecer las habilidades de los estudiantes en todos los niveles para asegurar un desarrollo integral y equilibrado de sus competencias matemáticas, con un enfoque particular en el pensamiento variacional. Es importante resaltar que las estrategias pedagógicas que aborden las deficiencias identificadas, proporcionando apoyo adicional y recursos específicos para mejorar la comprensión y aplicación de conceptos matemáticos básicos y avanzados en este ámbito se desarrollaran en el plan temático suministrado en la aplicación.

De acuerdo con los resultados obtenidos en el simulacro diagnóstico, se realizaron ajustes para el simulacro intermedio, el cual constó de 10 preguntas distribuidas equitativamente entre los niveles 2 y 3, con el objetivo de incrementar gradualmente la dificultad y evaluar el progreso de los estudiantes. En esta ocasión, participaron 50 usuarios, lo que representa una deserción de 4 usuarios en comparación con el simulacro diagnóstico.

En el Nivel 2, relacionado con la relación, se observó que el 83% de los usuarios respondieron correctamente las preguntas, lo que equivale a 41 estudiantes. Este resultado muestra un incremento considerable respecto al simulacro diagnóstico, indicando una mejora en la capacidad de los estudiantes para establecer relaciones entre elementos y comunicar sus razonamientos matemáticos.

Para el Nivel 3, correspondiente a la deducción formal, el 76% de los usuarios alcanzaron este nivel, lo que representa a 38 estudiantes. Este incremento también es significativo y sugiere una mejora en las habilidades de deducción y resolución de problemas complejos.

En conclusión, los resultados del simulacro intermedio muestran un progreso notable en las habilidades de los estudiantes, especialmente en los niveles de relación y deducción formal. Sin embargo, aún existen áreas de mejora, particularmente en el nivel de reconocimiento. Es fundamental continuar fortaleciendo las competencias matemáticas de los estudiantes en todos los niveles, de acuerdo con el enfoque especial en el pensamiento variacional. Las estrategias pedagógicas que se han usado logran abordar las deficiencias identificadas, proporcionando apoyo adicional para mejorar la comprensión y aplicación de conceptos matemáticos básicos y avanzados.

El simulacro final se presentó por parte de 47 usuarios, presentándose nuevamente una deserción de 3 usuarios, por lo que en total desertaron 6 usuarios de los iniciales, dado que no completaron los procesos y las actividades presentadas en el plan temático, en este caso se enfocó nuevamente en los niveles 2 y 3, así pero con una distribución de 6 para el nivel 2 y 4 para el nivel 3, para este caso en el nivel 2 se presentó que el 84% de los usuarios consiguieron alcanzarlo, siendo en este caso un total de 38 estudiantes, por lo que de acuerdo con la proporción de usuarios y los que contestaron correctamente incremento nuevamente.

Por parte del nivel 3 de formalización, el resultado fue que en promedio el 91% de los usuarios lograron contestar las preguntas llegando a que 43 de los usuarios lograron el dicho nivel, adicionalmente este último simulacro demostró que lograron un avance en los procesos y lo que niveles que era lo esperado con el uso de la aplicación, siendo confortante el procesos de mejora que se dio.

En el Nivel 2, el 84% de los usuarios alcanzaron este nivel, lo que equivale a 38 estudiantes. Este resultado muestra un incremento en la proporción de usuarios que respondieron correctamente en comparación con los simulacros anteriores.

En el Nivel 3, correspondiente a la formalización, el 91% de los usuarios lograron contestar correctamente las preguntas, alcanzando este nivel 43 estudiantes. Este resultado demuestra un avance significativo en los procesos y niveles esperados con el uso de la aplicación.

Los resultados del simulacro final evidencian una mejora notable en las habilidades de los usuarios con el uso de la aplicación ALGEBRAIC. En el Nivel 2, el porcentaje de aciertos aumentó al 84%, mientras que en el Nivel 3, el 91% de los usuarios alcanzaron el nivel de formalización. Estos resultados indican que la aplicación ha sido efectiva en fortalecer las competencias matemáticas de los estudiantes, especialmente en los niveles de relación y deducción formal. La mejora continua observada a lo largo de los simulacros sugiere que las estrategias pedagógicas implementadas funcionaron, proporcionando a los estudiantes las herramientas necesarias para avanzar en su comprensión y desarrollo de su pensamiento variacional.

Conclusiones

De acuerdo con los resultados que se presentaron en los simulacros y de acuerdo con el objetivo específico de *identificar actividades pedagógicas que estimulen el pensamiento variacional en estudiantes*, se evidencia que las tareas propuestas permitieron el desarrollo del pensamiento variacional en los estudiantes, ya que de acuerdo con el diagrama para el tipo de tareas de Rodríguez y Coba (2017) y la metodología para el desarrollo de tareas a través del m-learning, se identificaron tareas efectivas para desarrollar el pensamiento variacional. Estas tareas incluyeron ver videos, realizar cuestionarios y expresar opiniones, como se describe los autores. Encontrando que estas actividades permitieron a los usuarios interactuar con los conceptos matemáticos de manera dinámica y práctica, en particular se encontró un buen desarrollo de las tareas, cumpliendo con el curso temático planeado para los usuarios.

El diseño de las tareas que permitieron desarrollar el pensamiento variacional de los estudiantes que de acuerdo con el objetivo específico del *diseñar y estructurar tareas didácticas orientadas al desarrollo de habilidades relacionadas con el razonamiento algebraico y la identificación de patrones*, se utilizaron plataformas como Genially, Moodle y Google Forms, enfocándose en los diferentes niveles de pensamiento variacional, donde se destacan el reconocimiento (nivel 1), relación (nivel 2) y deducción formal (nivel 3). Este diseño permitió una evaluación precisa y estructurada del progreso de los estudiantes en cada nivel, ya que fue posible visualizar el desarrollo realizado por los usuarios en cada uno de los espacios donde se encontraban las tareas y los simulacros.

El diseño y programación de la aplicación ALGEBRAIC en el entorno Moodle y la creación con la plataforma appinventor, que apuntando al objetivo específico de *diseñar e implementar ALGEBRAIC como un recurso interactivo dentro de entornos de aprendizaje virtual, asegurando su funcionalidad y accesibilidad*, se logró siguiendo los parámetros establecidos por la orquestación instrumental propuesta por Drijvers et al. (2010), que incluye la configuración didáctica, el modo de explotación y la puesta en escena didáctica. Esta estructura facilitó una implementación efectiva y una experiencia de aprendizaje coherente para los usuarios.

La aplicación de la prueba piloto de ALGEBRAIC se realizó de acuerdo con el objetivo específico de *aplicar una prueba piloto de ALGEBRAIC para evaluar su efectividad y detectar posibles áreas de mejora*, la cual se encargó de identificar y corregir posibles problemas con el fin de mejorar la experiencia del usuario la cual arrojó como resultado que ALGEBRAIC mostró un buen resultado en su uso por parte de los usuarios y demostró un progreso significativo en las tareas propuestas. Sin embargo, se identificó que un mayor tiempo de uso podría mejorar aún más los resultados, ya que la implementación inicial fue de sólo dos semanas.

Finalmente, de acuerdo con los análisis de los resultados planteados en el objetivo específico de analizar los resultados de la prueba piloto con el fin de ajustar y optimizar la herramienta, garantizando una experiencia de aprendizaje efectiva y dinámica, se identificaron algunos problemas de visualización en ciertos dispositivos móviles. Para solucionar esto, se ajustó la aplicación utilizando App Inventor, considerando las dimensiones de cada dispositivo. Además, sería recomendable contar con la versión de pago de Genially para un seguimiento más detallado del progreso de cada usuario, permitiendo no solo identificar si se realizó la

tarea, sino también cómo se llevó a cabo el proceso. Es pertinente mencionar que este proceso evoluciona de acuerdo con los sistemas operativos o las versiones de los dispositivos móviles, así como con las políticas que se van creando para evitar problemas de publicación, las cuales se refinan constantemente.

En consecuencia, es posible afirmar que se cumplió el objetivo general propuesto de Promover el desarrollo del pensamiento variacional mediante la implementación de ALGEBRAIC, una herramienta digital educativa diseñada para integrarse en plataformas virtuales de aprendizaje como Moodle. Ya que, a las conclusiones encontradas, la implementación de la aplicación ALGEBRAIC ha demostrado ser efectiva en el desarrollo del pensamiento variacional entre los usuarios. Ya que los objetivos planteados se cumplieron satisfactoriamente, evidenciando una mejora progresiva en las habilidades matemáticas de los usuarios. La aplicación no solo facilitó el aprendizaje interactivo, sino que también permitió un seguimiento detallado del progreso de los estudiantes, asegurando un desarrollo integral y equilibrado de sus competencias matemáticas, en torno al pensamiento variacional.

En el ámbito laboral, se experimenta un alto grado de satisfacción al lograr la programación, desarrollo y ejecución de una aplicación. Desde el principio, este proyecto se presentó como un reto enorme, comenzando con el proceso de adquirir los derechos como desarrollador para Google. Este proceso se lleva a cabo en la plataforma de Google Play Console, donde se deben cumplir varios requisitos, como obtener una licencia que tiene un costo y proporcionar documentación para la validación de identidad. Esta última presentó la mayor dificultad, ya que es necesario confirmar la identidad de la persona.

Una vez superada esta etapa, se deben establecer parámetros como las políticas de uso, las versiones y las pruebas internas de Google. Cada uno de estos pasos tarda entre 15 y 20

días, y en algunas ocasiones, la documentación debe estar debidamente diligenciada en inglés.

Pero finalmente, se logró la aprobación para su proceso de pruebas, interna, abierta y su publicación.

Otro de los aspectos a tener presente fue la recepción de los estudiantes, ya que se interesaron en conocer el proceso de desarrollo y programación en diferentes entornos, así como la variedad de tareas, cuestionarios y simulacros, es el resultado de mucho tiempo de arduo trabajo.

Además, la creación de una aplicación para optimizar y automatizar temas o futuras aplicaciones puede contribuir significativamente en el área de la educación. Este logro no solo abre la puerta a nuevos campos de aplicación y desarrollo, sino que también puede ser dirigido a diferentes escenarios académicos, en los colegios, la universidad o a nivel laboral.

Referencias

Africano Mejía, B. A. (2021). Estudio de los factores que influyen en el desinterés y la apatía de los estudiantes de básica primaria hacia las matemáticas. Universidad Nacional Abierta y a Distancia, Bucaramanga, Colombia.

Artigue, M., & Blomhøj, M. (2013). Conceptualizing inquiry-based education in mathematics. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 45(6), 797-810. <https://doi.org/10.1007/s11858-013-0506-6>

Cardona, Z. (2019). Identificación de las dificultades en la adquisición de las competencias básicas en matemáticas del pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos de los estudiantes de grado once de la institución educativa empresarial del municipio de dosquebradas, desde el análisis de las situaciones didácticas. Universidad Tecnológica de Pereira. <https://repositorio.utp.edu.co/server/api/core/bitstreams/af7aee48-e8c9-4f09-9b46-c24739118609/content>

Campos, M. (2021). ¿Cómo es el acceso a las universidades en Colombia? ImpulsaT; admin. <https://www.formacionimpulsat.com/estudiar-en/america-del-sur/como-es-el-acceso-a-las-universidades-en-colombia/>

Cayachoa-Amaya, I. D. C., Alvarez-Araque, W. O., & Botia-Martínez, M. L. T. (2020). El modelo TPACK como estrategia para integrar las TIC en el aula escolar a partir de la formación docente. *Revista Espacios*, 41(16). Recuperado de: <https://www.revistaespacios.com/a20v41n16/20411606.html>

Drijvers, P., Doorman, M., Boon, P., Reed, H., & Gravemeijer, K. (2010). The teacher and the tool: instrumental orchestrations in the technology-rich mathematics classroom.

Educational Studies in Mathematics, 75(2), 213-234,

<https://link.springer.com/article/10.1007/s10649-010-9254-5>

Drijvers, P. (2015). Digital technology in mathematics education: Why it works (or doesn't). In Selected regular lectures from the 12th International Congress on Mathematical Education (pp. 135-151). Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-319-12688-3_10

Godino, J. D., Aké, L. P., Gonzato, M., & Wilhelmi, M. R. (2014). Niveles de algebrización de la actividad matemática escolar. Implicaciones para la formación de maestros. Enseñanza de las Ciencias, 32(1), 199-219. <https://ensciencias.uab.cat/article/view/v32-n1-godino-ake-gonzato-et-al>

González, A. (2013). Estudio del pensamiento algebraico en los libros de texto venezolanos. Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Núcleo de Investigación en Educación Matemática "Dr. Emilio Medina" (NIEM), Venezuela.

<http://funes.uniandes.edu.co/17516/1/Gonz%C3%A1lez2013Estudio.pdf>

Heid, M. K. (1988). Resequencing skills and concepts in applied calculus using the computer as a tool. Journal for Research in Mathematics Education, 19(1), 3-25.

<https://doi.org/10.2307/749108>

Jiménez Moreno, J. A. (2016). El papel de la evaluación a gran escala como política de rendición de cuentas en el sistema educativo mexicano. RIEE. Revista Iberoamericana de Evaluación Educativa, 9(1), 109-126. Recuperado de

<https://repositorio.uam.es/handle/10486/670734>

Martínez-López, L. G., & Gualdrón-Pinto, É. (2018). Fortalecimiento del pensamiento variacional a través de una intervención mediada con TIC en estudiantes de grado noveno.

Revista de Investigación, Desarrollo e Innovación, 9(1), 91-102.

<https://doi.org/10.19053/20278306.v9.n1.2018.8156>

Ministerio de Educación Nacional - MEN (2004). Incorporación de Nuevas Tecnologías al currículo de Matemáticas de la Educación Básica Secundaria y Media de Colombia, <https://redaprende.colombiaaprende.edu.co/recursos/colecciones/JZPWO3YPGHZ/FJG104S1KFX/3495>

Ministerio de Educación Nacional – MEN (2019). Marco de referencia para la evaluación, Icfes. <https://www.icfes.gov.co/documents/39286/1252696/Marco+de+referencia++Prueba+de+matem%C3%A1ticas+saber+11.pdf/3e0af7cc-5628-8571-f9a4-2b69204cc5d4?version=1.3&t=1662407200164>

Ministerio de Educación Nacional - MEN (2022) Guía de orientación 2023 - 1. <https://www.icfes.gov.co/documents/39286/2507397/Gui%C3%A1+de+orientacio%C3%A1n+Saber+11.%C2%B0+2023-1.pdf>

Molina, M., Castro, E., Molina, J. L., & Castro, E. (2011). Un acercamiento a la investigación de diseño a través de los experimentos de enseñanza. *Enseñanza de las Ciencias*, 29(1), 75–88. Recuperado de: https://digibug.ugr.es/bitstream/handle/10481/23887/Investigaci%C3%B3n_de_Dise%C3%B1o.pdf?sequence=1

Morales-Soza, M. G. (2020). TPACK para integrar efectivamente las TIC en educación: Un modelo teórico para la formación docente. *Revista Espacios*, 3(1). Recuperado de: https://www.researchgate.net/publication/342966977_TPACK_para_integrar_efectivamente_las_TIC_en_educacion_Un_modelo_teorico_para_la_formacion_docente

Navarro, F. (2020). Fortalecimiento del Pensamiento Variacional, Mediante la Estrategia de aprendizaje Basado en Problemas (ABP) y el Apoyo de Herramientas TIC, con Estudiantes de Décimo Grado de la Institución Educativa Normal Superior de Sincelejo, Repositorio Institucional Universidad de Cartagena.

https://repositorio.unicartagena.edu.co/bitstream/handle/11227/15149/TGF_Farid%20Navarro.pdf?sequence=2&isAllowed=y

Orozco-Santiago, J., & Cuevas-Vallejo, C. A. (2021). Una orquestación instrumental para un curso en línea a nivel universitario. *Apertura* (Guadalajara, Jal.), 13(2), 22-37,

<https://www.redalyc.org/journal/688/68869729002/>

Pérez Ángel (2021). La pandemia: tragedia para la educación en Colombia

<https://razonpublica.com/la-pandemia-tragedia-la-educacion-colombia/>

Pérez, P. C. (2018) uso de preguntas cerradas para pruebas, Universidad Tecnológica Metropolitana. https://vrac.utem.cl/wpcontent/uploads/2018/12/Manual.Preguntas_Cerradas-1.pdf

Piraneque Escobar, J. F. (2022). El difícil acceso a la educación superior o universitaria. Universidad Piloto de Colombia.

<http://repository.unipiloto.edu.co/handle/20.500.12277/11843?show=full>

Politécnico Los Alpes. (n.d.). Conócenos. Politécnico Los Alpes. Recuperado el 5 de enero de 2024, de <https://politecnicolosalpes.com/conocenos/>

Radford, L. (2006). Elementos de una teoría cultural de la objetivación. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 9(1), 103-129.

Rodríguez Arce, J., & Coba Juárez Pegueros, J. P. (2017). Impacto del m-learning en el proceso de aprendizaje: habilidades y conocimiento. *RIDE. Revista Iberoamericana para la*

Investigación y el Desarrollo Educativo, 8(15), 363-386.

<https://www.ride.org.mx/index.php/RIDE/article/view/303/1439>

Rodríguez, J. (2011). Study Of The Transfer Of Procedural And Motor Skills Using Virtual Reality For Training Industrial Maintenance And Assembly Operations. Ph.D. dissertation, Universidad de Navarra.

Soto Quiroz, R. I., y Yogui, D. N. (2019). Análisis de las dificultades que presentan los estudiantes universitarios en matemática básica. Apuntes Universitarios. Revista de Investigación, vol. 9, núm. 2, pp. 1-16.

<https://www.redalyc.org/journal/4676/467662252001/html/>

Trouche, L. (2004). Managing the Complexity of Human/Machine Interactions in Computerized Learning Environments: Guiding Students' Command Process Through Instrumental Orchestrations. International Journal of Computers for Mathematical Learning, 9(3), 281-307, <https://www.didaktik.mathematik.uni-wuerzburg.de/edumatics/cz/mod4/media/reading/Trouche%20IJCMLpreprint.pdf>

Vasco, C. E. (2002). El pensamiento variacional, la modelación y las nuevas tecnologías. En Congreso Internacional: Tecnologías Computacionales en el Currículo de Matemáticas. Bogotá, Colombia. <http://funes.uniandes.edu.co/10178/1/Vasco2002El.pdf>

Anexos

Anexo 1. Entrevista Inicial

A continuación, se encuentran las transcripciones de las grabaciones realizadas con algunos estudiantes inscritos en el programa de preuniversitario del Instituto Politécnico Los Alpes.

1.

- ¿Nombre?

- Juan Sebastián Londoño

- ¿Esta actualmente matriculado en el programa del preuniversitario del politécnico los Alpes?

- Sí.

- ¿Tuvo la oportunidad de presentar el examen de admisión de la Universidad Nacional de Colombia?

- Sí lo presentaste en el periodo 2023-1.

- ¿Qué aspectos resaltaría del examen en el área de matemáticas?

- En el área de matemáticas el seno, el coseno, la tangente.

- ¿Lo que le enseñaron en el colegio fue suficiente para sentirse seguro en matemáticas?

- No, No, porque no tenía idea de la mitad entonces pailas.

- ¿Le gustaría contar con una aplicación móvil que le ayude a estudiar para el examen en matemáticas?

- Sí, la verdad sería muy útil.

2.

- ¿Nombre?

- Juan Páez

- ¿Esta actualmente matriculado en el programa del preuniversitario del politécnico los Alpes?

- Sí.

- ¿Tuvo la oportunidad de presentar el examen de admisión de la Universidad Nacional de Colombia?

- Sí, el año pasado.

- ¿Qué aspectos resaltaría del examen en el área de matemáticas?

- Que había preguntas muy difíciles o sea sin contexto y muy concretas en los temas.

- ¿Lo que le enseñaron en el colegio fue suficiente para sentirse seguro en matemáticas?

- No.

- ¿Le gustaría contar con una aplicación móvil que le ayude a estudiar para el examen en matemáticas?

- Sí.

3.

- ¿Nombre?

- María Sofía Salinas.

- ¿Esta actualmente matriculado en el programa del preuniversitario del politécnico los Alpes?

- Sí.

- ¿Tuvo la oportunidad de presentar el examen de admisión de la Universidad Nacional de Colombia?

- No.

- ¿Qué aspectos resaltaría del examen en el área de matemáticas?

- Que es bastante complejo

- ¿Lo que le enseñaron en el colegio fue suficiente para sentirse seguro en matemáticas?

- No, por qué fue un colegio bastante básico.

- ¿Le gustaría contar con una aplicación móvil que le ayude a estudiar para el examen en matemáticas?

- Sí, porque me facilitaría como la oportunidad de estudiar en cualquier momento.

4.

- ¿Nombre?

- Diego González.

- ¿Esta actualmente matriculado en el programa del preuniversitario del politécnico los Alpes?

- Sí, señor.

- ¿Tuvo la oportunidad de presentar el examen de admisión de la Universidad Nacional de Colombia?

- Sí, señor.

- ¿Qué aspectos resaltaría del examen en el área de matemáticas?

- Para el momento que lo presente, que fue el año pasado pues estaba bastante complejo porque tenía temas que no había visto hasta el momento.

- ¿Lo que le enseñaron en el colegio fue suficiente para sentirse seguro en matemáticas?

- Eh la verdad no.

- ¿Le gustaría contar con una aplicación móvil que le ayude a estudiar para el examen en matemáticas?

- Sí, sí, señor.

5.

- ¿Nombre?

- Lina Viviana Sierra.

- ¿Esta actualmente matriculado en el programa del preuniversitario del politécnico los Alpes?

- Sí, sí señor.

- ¿Tuvo la oportunidad de presentar el examen de admisión de la Universidad Nacional de Colombia?

- No, no he tenido la oportunidad.

- ¿Qué aspectos resaltaría del examen en el área de matemáticas?

- Pues que es bastante complejo, que los ejercicios son de muchas cosas que no se vieron en el colegio, pues más que todo el área de matemáticas y física es bastante dura.

- ¿Lo que le enseñaron en el colegio fue suficiente para sentirse seguro en matemáticas?

- la verdad no, porque hay muchas cosas que no vi en el colegio.

- ¿Le gustaría contar con una aplicación móvil que le ayude a estudiar para el examen en matemáticas?

- la verdad sí, me parecería una herramienta muy importante y así mismo para uno poder solucionar sus ejercicios.

6.

- ¿Nombre?

- María Camila.

- ¿Esta actualmente matriculado en el programa del preuniversitario del politécnico los Alpes?

- Sí.

- ¿Tuvo la oportunidad de presentar el examen de admisión de la Universidad Nacional de Colombia?

- Si, para el periodo 2023 ciclo uno.

- ¿Qué aspectos resaltaría del examen en el área de matemáticas?

- Que digamos más que todo lo que tiene que ver con gráficas, además no dan un contexto totalmente sino como una palabra muy justa.

- ¿Lo que le enseñaron en el colegio fue suficiente para sentirse seguro en matemáticas?

- No, no señor, ya que en el colegio del que salí pues la educación era muy mediocre y el proceso de formación también era muy básico.

- ¿Le gustaría contar con una aplicación móvil que le ayude a estudiar para el examen en matemáticas?

- Claro que sí, porque eso ayudaría a facilitar y hacer más cómodo el método de aprendizaje y más que es en el celular, pues es como un utensilio que uno tiene siempre a la mano.

7.

- ¿Nombre?

- Valeria Cortés.

- ¿Esta actualmente matriculado en el programa del preuniversitario del politécnico los Alpes?

- Si, señor.

ALGEBRAIC: ALGEBRAIC: UNA APLICACIÓN QUE CONTRIBUYE AL PENSAMIENTO VARIACIONAL PARA LOS EXÁMENES DE ACCESO A LA EDUCACIÓN SUPERIOR

- ¿Tuvo la oportunidad de presentar el examen de admisión de la Universidad Nacional de Colombia?

- Sí, yo lo presenté el examen en el año 2019.

- ¿Qué aspectos resaltaría del examen en el área de matemáticas?

- Como seguía en el colegio, eh como tal no tenían claro los temas de matemáticas, entonces sí fue un poco complejo presentarlo con el conocimiento que tenía.

- ¿Lo que le enseñaron en el colegio fue suficiente para sentirse seguro en matemáticas?

- Vi que no era suficiente al momento de que intentaste responder las preguntas de ese momento.

- ¿Le gustaría contar con una aplicación móvil que le ayude a estudiar para el examen en matemáticas?

- Sí, sería muy bueno.

8.

- ¿Nombre?

- Vanessa Perdomo.

- ¿Esta actualmente matriculado en el programa del preuniversitario del politécnico los Alpes?

- Sí, señor.

- ¿Tuvo la oportunidad de presentar el examen de admisión de la Universidad Nacional de Colombia?

- En el año 2021.

- ¿Qué aspectos resaltaría del examen en el área de matemáticas?

- Se me dificultó mucho la parte de trigonometría.

- ¿Lo que le enseñaron en el colegio fue suficiente para sentirse seguro en matemáticas?

- No ya que la parte trigonometría la vi virtual debido a la pandemia y así mismo se me dificultó el cambio de profesor que hacían en el colegio y pues tenía como diferentes métodos para enseñar.

- ¿Le gustaría contar con una aplicación móvil que le ayude a estudiar para el examen en matemáticas?

- Sí, señor.

9.

- ¿Nombre?

- Laura Valentina Hernández.

- ¿Esta actualmente matriculado en el programa del preuniversitario del politécnico los Alpes?

- Sí, sí señor.

- ¿Tuvo la oportunidad de presentar el examen de admisión de la Universidad Nacional de Colombia?

- Sí señor, lo presentaste en el 2022 en agosto.

- ¿Qué aspectos resaltaría del examen en el área de matemáticas?

- Eh las variables y los casos de factorización son terribles.

- ¿Lo que le enseñaron en el colegio fue suficiente para sentirse seguro en matemáticas?

- No, pero si fue una muy buena base en mi colegio nos dicta una profesora que fue maestra en la distrital de matemáticas y fue una buena base, pero hacía falta reforzar.

- ¿Le gustaría contar con una aplicación móvil que le ayude a estudiar para el examen en matemáticas?

- Si, si señor para poder mejorar.

Anexo 2: Capturas de la Encuesta de Caracterización

ENCUESTA DE CARACTERIZACIÓN

B *I* U ↻ ✕

Esta encuesta tiene como fin recopilar información sobre los usuarios registrados en la plataforma ALGEBRAIC. Esta plataforma fue desarrollada como parte de un trabajo de grado en el marco de la Maestría en Docencia de las Matemáticas del Departamento de Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional.

El objetivo principal de ALGEBRAIC es apoyar la formación de estudiantes que se preparan para presentar exámenes de admisión a la educación superior. En particular, la plataforma se centra en el pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos, áreas de gran relevancia en los exámenes de admisión, debido a su relación con la resolución de problemas matemáticos.

Autorizo expresamente a los investigadores para que utilicen la información personal, académica y de percepción con fines netamente académicos en el marco del proyecto, de acuerdo con la ley 1581 del 2012. *

Sí

No

Digite sus nombres y apellidos *

Texto de respuesta breve

Digite su correo electrónico *

Texto de respuesta breve

Escriba su edad en años *

Texto de respuesta breve

¿Cuál es su estado civil? *

Soltero

Casado

Divorciado

Viudo

ALGEBRAIC: ALGEBRAIC: UNA APLICACIÓN QUE CONTRIBUYE AL PENSAMIENTO VARIACIONAL PARA LOS EXÁMENES DE ACCESO A LA EDUCACIÓN SUPERIOR

Información académica	X	:
Descripción (opcional)		
:::		
Digite el aula y luego la franja horaria que tiene asignado *		
Texto de respuesta breve		
:::		
Escriba el nombre del colegio en el que actualmente estudia o en el que estudió *		
Texto de respuesta breve		
:::		
Seleccione el máximo nivel de escolaridad que ha obtenido *		
<input type="radio"/> Secundaria incompleta		
<input type="radio"/> Secundaria completa		
<input type="radio"/> Técnico o tecnológico incompleto		
<input type="radio"/> Técnico o tecnológico completo		
:::		
Actualmente usted, ¿a qué se dedica? *		
<input type="radio"/> Solo estudia		
<input type="radio"/> Solo trabaja		
<input type="radio"/> Estudia y trabaja		
:::		
¿Quién es la persona responsable de financiar tus estudios? *		
<input type="radio"/> Yo mismo me encargo		
<input type="radio"/> Mi pareja		
<input type="radio"/> Mis padres		
<input type="radio"/> Mis hermanos		
<input type="radio"/> Otro (como un tío, abuelo, etc.)		

Anexo 3: Resultados del Simulacro Diagnóstico.

Puntuación	Pregunta 1	Pregunta 2	Pregunta 3	Pregunta 4	Pregunta 5	Pregunta 6	Pregunta 7	Pregunta 8	Pregunta 9	Pregunta 10
2 / 10	D. (I) es falsa y (II) es verdadera.	A. $R \cap S = T$	A.	D. 1.144 cm.	11	72	4'800.000	46	4	32
3 / 10	C. (I) es verdadera y (II) es falsa.	A. $R \cap S = T$	A.	A. 6.864 cm.	3	64	3'600.000	46	4	64
2 / 10	D. (I) es falsa y (II) es verdadera.	A. $R \cap S = T$	D.	B. 1.716 cm.	3	72	3'600.000	26	5	12
7 / 10	A. (I) y (II) son verdaderas.	A. $R \cap S = T$	D.	B. 1.716 cm.	5	64	3'600.000	26	6	32
4 / 10	D. (I) es falsa y (II) es verdadera.	A. $R \cap S = T$	A.	A. 6.864 cm.	3	72	4'800.000	30	6	32
4 / 10	D. (I) es falsa y (II) es verdadera.	C. $R \cup T = S$	B.	C. 3.432 cm.	5	64	4'800.000	16	4	36
7 / 10	A. (I) y (II) son verdaderas.	A. $R \cap S = T$	B.	B. 1.716 cm.	5	64	4'800.000	30	6	36
9 / 10	D. (I) es falsa y (II) es verdadera.	A. $R \cap S = T$	B.	C. 3.432 cm.	5	64	3'600.000	30	6	32
9 / 10	D. (I) es falsa y (II) es verdadera.	A. $R \cap S = T$	B.	C. 3.432 cm.	5	64	3'600.000	30	6	32
4 / 10	D. (I) es falsa y (II) es verdadera.	A. $R \cap S = T$	B.	B. 1.716 cm.	5	16	2'400.000	46	6	36
2 / 10	C. (I) es verdadera y (II) es falsa.	A. $R \cap S = T$	D.	D. 1.144 cm.	3	32	4'800.000	30	4	36
3 / 10	C. (I) es verdadera y (II) es falsa.	C. $R \cup T = S$	A.	D. 1.144 cm.	3	16	3'600.000	30	6	36
8 / 10	B. (I) y (II) son falsas.	A. $R \cap S = T$	B.	C. 3.432 cm.	5	64	3'600.000	30	6	36
7 / 10	B. (I) y (II) son falsas.	A. $R \cap S = T$	B.	C. 3.432 cm.	5	64	2'400.000	30	6	36
4 / 10	C. (I) es verdadera y (II) es falsa.	A. $R \cap S = T$	A.	C. 3.432 cm.	3	32	3'600.000	30	8	64
5 / 10	C. (I) es verdadera y (II) es falsa.	A. $R \cap S = T$	B.	A. 6.864 cm.	3	64	3'600.000	16	6	64

ALGEBRAIC: ALGEBRAIC: UNA APLICACIÓN QUE CONTRIBUYE AL PENSAMIENTO VARIACIONAL PARA LOS EXÁMENES DE ACCESO A LA EDUCACIÓN SUPERIOR

7 / 10	A. (I) y (II) son verdaderas.	D. $S \cap T = \emptyset$	B.	C. 3.432 cm.	5	64	3'600.000	30	8	64
7 / 10	A. (I) y (II) son verdaderas.	D. $S \cap T = \emptyset$	B.	C. 3.432 cm.	5	16	3'600.000	46	6	32
4 / 10	A. (I) y (II) son verdaderas.	A. $R \cap S = T$	D.	B. 1.716 cm.	3	32	3'600.000	30	4	64
6 / 10	A. (I) y (II) son verdaderas.	A. $R \cap S = T$	B.	A. 6.864 cm.	5	32	2'400.000	30	8	32
10 / 10	A. (I) y (II) son verdaderas.	A. $R \cap S = T$	B.	C. 3.432 cm.	5	64	3'600.000	30	6	32
4 / 10	D. (I) es falsa y (II) es verdadera.	D. $S \cap T = \emptyset$	B.	C. 3.432 cm.	3	72	3'600.000	30	8	12
5 / 10	D. (I) es falsa y (II) es verdadera.	D. $S \cap T = \emptyset$	B.	C. 3.432 cm.	3	72	3'600.000	30	6	36
2 / 10	C. (I) es verdadera y (II) es falsa.	C. $R \cup T = S$	D.	B. 1.716 cm.	7	64	4'800.000	16	8	32
0 / 10	D. (I) es falsa y (II) es verdadera.	B. $T \notin S$	A.	A. 6.864 cm.	11	32	3'800.000	26	4	36
1 / 10	C. (I) es verdadera y (II) es falsa.	A. $R \cap S = T$	C.	B. 1.716 cm.	3	72	3'800.000	46	5	36
6 / 10	C. (I) es verdadera y (II) es falsa.	B. $T \notin S$	A.	C. 3.432 cm.	5	64	3'600.000	30	8	32
3 / 10	C. (I) es verdadera y (II) es falsa.	C. $R \cup T = S$	D.	A. 6.864 cm.	3	64	4'800.000	30	6	12
6 / 10	D. (I) es falsa y (II) es verdadera.	A. $R \cap S = T$	B.	C. 3.432 cm.	5	64	3'800.000	30	4	36
8 / 10	A. (I) y (II) son verdaderas.	A. $R \cap S = T$	B.	A. 6.864 cm.	5	64	3'600.000	30	6	12
7 / 10	A. (I) y (II) son verdaderas.	D. $S \cap T = \emptyset$	B.	B. 1.716 cm.	5	64	3'600.000	26	6	32
4 / 10	D. (I) es falsa y (II) es verdadera.	C. $R \cup T = S$	A.	D. 1.144 cm.	7	32	3'600.000	30	6	32
7 / 10	D. (I) es falsa y (II) es verdadera.	A. $R \cap S = T$	C.	C. 3.432 cm.	5	32	3'600.000	30	6	32
7 / 10	D. (I) es falsa y (II) es verdadera.	A. $R \cap S = T$	C.	C. 3.432 cm.	5	32	3'600.000	30	6	32
8 / 10	D. (I) es falsa y (II) es verdadera.	A. $R \cap S = T$	B.	C. 3.432 cm.	5	32	3'600.000	30	6	32

ALGEBRAIC: ALGEBRAIC: UNA APLICACIÓN QUE CONTRIBUYE AL PENSAMIENTO VARIACIONAL PARA LOS EXÁMENES DE ACCESO A LA EDUCACIÓN SUPERIOR

7 / 10	A. (I) y (II) son verdaderas.	B. $T \notin S$	B.	C. 3.432 cm.	5	16	2'400.000	30	6	32
7 / 10	A. (I) y (II) son verdaderas.	B. $T \notin S$	B.	C. 3.432 cm.	5	16	2'400.000	30	6	32
4 / 10	C. (I) es verdadera y (II) es falsa.	A. $R \cap S = T$	B.	D. 1.144 cm.	7	16	2'400.000	46	6	32
3 / 10	C. (I) es verdadera y (II) es falsa.	A. $R \cap S = T$	D.	D. 1.144 cm.	5	16	2'400.000	26	6	36
10 / 10	A. (I) y (II) son verdaderas.	A. $R \cap S = T$	B.	C. 3.432 cm.	5	64	3'600.000	30	6	32
3 / 10	C. (I) es verdadera y (II) es falsa.	C. $R \cup T = S$	A.	D. 1.144 cm.	7	64	2'400.000	26	6	32
3 / 10	D. (I) es falsa y (II) es verdadera.	A. $R \cap S = T$	C.	B. 1.716 cm.	5	72	4'800.000	46	5	32
6 / 10	D. (I) es falsa y (II) es verdadera.	A. $R \cap S = T$	B.	D. 1.144 cm.	7	16	3'600.000	30	6	32
4 / 10	D. (I) es falsa y (II) es verdadera.	B. $T \notin S$	C.	C. 3.432 cm.	5	32	3'800.000	46	6	32
4 / 10	D. (I) es falsa y (II) es verdadera.	B. $T \notin S$	A.	C. 3.432 cm.	5	16	3'800.000	46	6	32
4 / 10	D. (I) es falsa y (II) es verdadera.	B. $T \notin S$	C.	C. 3.432 cm.	3	64	3'800.000	46	6	32
6 / 10	D. (I) es falsa y (II) es verdadera.	B. $T \notin S$	B.	C. 3.432 cm.	5	64	3'800.000	46	6	32
3 / 10	C. (I) es verdadera y (II) es falsa.	A. $R \cap S = T$	B.	A. 6.864 cm.	3	32	3'600.000	16	4	36
3 / 10	C. (I) es verdadera y (II) es falsa.	C. $R \cup T = S$	D.	D. 1.144 cm.	7	64	3'600.000	16	6	36
8 / 10	A. (I) y (II) son verdaderas.	A. $R \cap S = T$	B.	C. 3.432 cm.	3	72	3'600.000	30	6	32
1 / 10	D. (I) es falsa y (II) es verdadera.	C. $R \cup T = S$	A.	B. 1.716 cm.	5	72	4'800.000	46	4	36
5 / 10	A. (I) y (II) son verdaderas.	C. $R \cup T = S$	D.	C. 3.432 cm.	3	16	3'600.000	30	6	36
7 / 10	A. (I) y (II) son verdaderas.	A. $R \cap S = T$	A.	A. 6.864 cm.	5	64	3'600.000	30	6	12
3 / 10	B. (I) y (II) son falsas.	A. $R \cap S = T$	A.	C. 3.432 cm.	11	32	3'800.000	26	6	64

ALGEBRAIC: ALGEBRAIC: UNA APLICACIÓN QUE CONTRIBUYE AL PENSAMIENTO VARIACIONAL PARA LOS EXÁMENES DE ACCESO A LA EDUCACIÓN SUPERIOR

2 / 10	C. (I) es verdadera y (II) es falsa.	D. $S \cap T = \emptyset$	C.	D. 1.144 cm.	5	72	3'800.000	16	4	32
--------	--------------------------------------	---------------------------	----	--------------	---	----	-----------	----	---	----

Anexo 4. Resultados del Simulacro Intermedio.

Puntuación	Pregunta 1	Pregunta 2	Pregunta 3	Pregunta 4	Pregunta 5	Pregunta 6	Pregunta 7	Pregunta 8	Pregunta 9	Pregunta 10
7 / 10	B. 0	B. 8	B.	D. 3/13	B. 14	D. -5	A. 4 y -12	B.	C. $CUD=\{\text{múltiplo de } 10\}$	C. 1 y 1
8 / 10	B. 0	A. 5	B.	D. 3/13	B. 14	D. -5	A. 4 y -12	B.	C. $CUD=\{\text{múltiplo de } 10\}$	C. 1 y 1
8 / 10	B. 0	A. 5	B.	D. 3/13	B. 14	D. -5	A. 4 y -12	B.	C. $CUD=\{\text{múltiplo de } 10\}$	C. 1 y 1
8 / 10	B. 0	A. 5	B.	D. 3/13	B. 14	D. -5	A. 4 y -12	B.	C. $CUD=\{\text{múltiplo de } 10\}$	C. 1 y 1
8 / 10	B. 0	A. 5	B.	D. 3/13	B. 14	D. -5	A. 4 y -12	B.	C. $CUD=\{\text{múltiplo de } 10\}$	C. 1 y 1
8 / 10	B. 0	A. 5	B.	D. 3/13	B. 14	D. -5	A. 4 y -12	B.	C. $CUD=\{\text{múltiplo de } 10\}$	C. 1 y 1
8 / 10	B. 0	A. 5	B.	D. 3/13	B. 14	D. -5	A. 4 y -12	B.	C. $CUD=\{\text{múltiplo de } 10\}$	C. 1 y 1
8 / 10	B. 0	A. 5	B.	D. 3/13	B. 14	D. -5	A. 4 y -12	B.	C. $CUD=\{\text{múltiplo de } 10\}$	C. 1 y 1
8 / 10	B. 0	A. 5	B.	D. 3/13	B. 14	D. -5	A. 4 y -12	B.	C. $CUD=\{\text{múltiplo de } 10\}$	C. 1 y 1
7 / 10	B. 0	A. 5	B.	B. 5/6	B. 14	D. -5	A. 4 y -12	B.	C. $CUD=\{\text{múltiplo de } 10\}$	C. 1 y 1
8 / 10	B. 0	A. 5	B.	D. 3/13	B. 14	D. -5	A. 4 y -12	B.	C. $CUD=\{\text{múltiplo de } 10\}$	C. 1 y 1
8 / 10	B. 0	A. 5	B.	D. 3/13	B. 14	D. -5	A. 4 y -12	B.	C. $CUD=\{\text{múltiplo de } 10\}$	C. 1 y 1
8 / 10	B. 0	A. 5	B.	D. 3/13	B. 14	D. -5	A. 4 y -12	B.	C. $CUD=\{\text{múltiplo de } 10\}$	C. 1 y 1

ALGEBRAIC: ALGEBRAIC: UNA APLICACIÓN QUE CONTRIBUYE AL PENSAMIENTO VARIACIONAL PARA LOS EXÁMENES DE ACCESO A LA EDUCACIÓN SUPERIOR

6 / 10	B. 0	A. 5	C.	D. 3/13	B. 14	D. -5	A. 4 y -12	B.	C. $C \cup D = \{\text{múltiplo de } 10\}$	B. 2 y 1
8 / 10	B. 0	A. 5	B.	D. 3/13	B. 14	D. -5	A. 4 y -12	B.	C. $C \cup D = \{\text{múltiplo de } 10\}$	C. 1 y 1
8 / 10	B. 0	A. 5	B.	D. 3/13	B. 14	D. -5	A. 4 y -12	B.	C. $C \cup D = \{\text{múltiplo de } 10\}$	C. 1 y 1
6 / 10	B. 0	A. 5	C.	D. 3/13	B. 14	C. -10	A. 4 y -12	D.	C. $C \cup D = \{\text{múltiplo de } 10\}$	C. 1 y 1
7 / 10	B. 0	A. 5	B.	D. 3/13	D. 5	D. -5	A. 4 y -12	B.	C. $C \cup D = \{\text{múltiplo de } 10\}$	C. 1 y 1
8 / 10	B. 0	A. 5	B.	D. 3/13	B. 14	D. -5	B. -4 y -12	C.	C. $C \cup D = \{\text{múltiplo de } 10\}$	C. 1 y 1
10 / 10	B. 0	A. 5	B.	D. 3/13	B. 14	D. -5	A. 4 y -12	C.	B. $C \cap D = \{\text{múltiplo de } 10\}$	C. 1 y 1
7 / 10	B. 0	B. 8	B.	B. 5/6	B. 14	D. -5	A. 4 y -12	C.	B. $C \cap D = \{\text{múltiplo de } 10\}$	A. 1 y 2
7 / 10	B. 0	A. 5	B.	D. 3/13	B. 14	b. 10	A. 4 y -12	B.	C. $C \cup D = \{\text{múltiplo de } 10\}$	C. 1 y 1
7 / 10	B. 0	A. 5	B.	B. 5/6	A. 18	D. -5	A. 4 y -12	C.	B. $C \cap D = \{\text{múltiplo de } 10\}$	A. 1 y 2
10 / 10	B. 0	A. 5	B.	D. 3/13	B. 14	D. -5	A. 4 y -12	C.	B. $C \cap D = \{\text{múltiplo de } 10\}$	C. 1 y 1
8 / 10	B. 0	A. 5	B.	D. 3/13	B. 14	D. -5	A. 4 y -12	B.	C. $C \cup D = \{\text{múltiplo de } 10\}$	C. 1 y 1
8 / 10	B. 0	A. 5	B.	D. 3/13	B. 14	D. -5	A. 4 y -12	B.	C. $C \cup D = \{\text{múltiplo de } 10\}$	C. 1 y 1
10 / 10	B. 0	A. 5	B.	D. 3/13	B. 14	D. -5	A. 4 y -12	C.	B. $C \cap D = \{\text{múltiplo de } 10\}$	C. 1 y 1
8 / 10	B. 0	A. 5	B.	D. 3/13	B. 14	D. -5	A. 4 y -12	B.	C. $C \cup D = \{\text{múltiplo de } 10\}$	C. 1 y 1
9 / 10	B. 0	A. 5	B.	B. 5/6	B. 14	D. -5	A. 4 y -12	C.	B. $C \cap D = \{\text{múltiplo de } 10\}$	C. 1 y 1
9 / 10	B. 0	A. 5	B.	D. 3/13	B. 14	D. -5	A. 4 y -12	A.	B. $C \cap D = \{\text{múltiplo de } 10\}$	C. 1 y 1
8 / 10	B. 0	C. 3	B.	D. 3/13	B. 14	D. -5	A. 4 y -12	C.	C. $C \cup D = \{\text{múltiplo de } 10\}$	C. 1 y 1

ALGEBRAIC: ALGEBRAIC: UNA APLICACIÓN QUE CONTRIBUYE AL PENSAMIENTO VARIACIONAL PARA LOS EXÁMENES DE ACCESO A LA EDUCACIÓN SUPERIOR

9/10	B. 0	A. 5	B.	D. 3/13	B. 14	D. -5	A. 4 y -12	A.	B. $C \cap D = \{\text{múltiplo de } 10\}$	C. 1 y 1
8/10	B. 0	C. 3	B.	D. 3/13	B. 14	D. -5	A. 4 y -12	A.	B. $C \cap D = \{\text{múltiplo de } 10\}$	C. 1 y 1
9/10	B. 0	A. 5	B.	D. 3/13	B. 14	D. -5	A. 4 y -12	A.	B. $C \cap D = \{\text{múltiplo de } 10\}$	C. 1 y 1
9/10	B. 0	A. 5	B.	D. 3/13	B. 14	D. -5	A. 4 y -12	A.	B. $C \cap D = \{\text{múltiplo de } 10\}$	C. 1 y 1
8/10	C. 14	A. 5	B.	D. 3/13	B. 14	D. -5	A. 4 y -12	A.	B. $C \cap D = \{\text{múltiplo de } 10\}$	C. 1 y 1
8/10	B. 0	B. 8	B.	D. 3/13	B. 14	D. -5	A. 4 y -12	A.	B. $C \cap D = \{\text{múltiplo de } 10\}$	C. 1 y 1
9/10	B. 0	A. 5	B.	D. 3/13	B. 14	D. -5	A. 4 y -12	A.	B. $C \cap D = \{\text{múltiplo de } 10\}$	C. 1 y 1
9/10	B. 0	A. 5	B.	D. 3/13	B. 14	D. -5	A. 4 y -12	A.	B. $C \cap D = \{\text{múltiplo de } 10\}$	C. 1 y 1
9/10	B. 0	A. 5	B.	D. 3/13	B. 14	D. -5	A. 4 y -12	A.	B. $C \cap D = \{\text{múltiplo de } 10\}$	C. 1 y 1
9/10	B. 0	A. 5	B.	D. 3/13	B. 14	D. -5	A. 4 y -12	A.	B. $C \cap D = \{\text{múltiplo de } 10\}$	C. 1 y 1
3/10	B. 0	A. 5	C.	A. 6/5	C. 9	A. 5	D. -4 y 12	A.	D. $C \cap D = \{\text{múltiplo de } 7\}$	C. 1 y 1
9/10	B. 0	A. 5	B.	D. 3/13	B. 14	D. -5	A. 4 y -12	A.	B. $C \cap D = \{\text{múltiplo de } 10\}$	C. 1 y 1
7/10	B. 0	B. 8	B.	D. 3/13	B. 14	D. -5	C. 4 y 12	B.	B. $C \cap D = \{\text{múltiplo de } 10\}$	C. 1 y 1
9/10	B. 0	A. 5	B.	D. 3/13	B. 14	D. -5	A. 4 y -12	A.	B. $C \cap D = \{\text{múltiplo de } 10\}$	C. 1 y 1
8/10	B. 0	D. 1	B.	D. 3/13	B. 14	D. -5	A. 4 y -12	A.	B. $C \cap D = \{\text{múltiplo de } 10\}$	C. 1 y 1
10/10	B. 0	A. 5	B.	D. 3/13	B. 14	D. -5	A. 4 y -12	C.	B. $C \cap D = \{\text{múltiplo de } 10\}$	C. 1 y 1
7/10	B. 0	D. 1	C.	D. 3/13	A. 18	D. -5	A. 4 y -12	C.	B. $C \cap D = \{\text{múltiplo de } 10\}$	C. 1 y 1
7/10	B. 0	D. 1	C.	D. 3/13	A. 18	D. -5	A. 4 y -12	C.	B. $C \cap D = \{\text{múltiplo de } 10\}$	C. 1 y 1

6 / 10	B. 0	B. 8	B.	D. 3/13	A. 18	D. -5	A. 4 y -12	D.	B. $C \cap D = \{\text{múltiplo de } 10\}$	A. 1 y 2
--------	------	------	----	---------	-------	-------	------------	----	--	----------

Anexo 5. Simulacro Final

Puntuación	Pregunta 1	Pregunta 2	Pregunta 3	Pregunta 4	Pregunta 5	Pregunta 6	Pregunta 7	Pregunta 8	Pregunta 9	Pregunta 10
2 / 10	C. 47	A.	C.	D. (I) es falsa y (II) es verdadera.	156	D.	D.	D. -6	D. No hay solución	D. $x = -6$
10 / 10	D. 13	D.	B.	A. (I) y (II) son verdaderas.	132	D.	B.	A. 18	A. 3 y 2	D. $x = -6$
10 / 10	D. 13	D.	B.	A. (I) y (II) son verdaderas.	132	D.	B.	A. 18	A. 3 y 2	D. $x = -6$
9 / 10	D. 13	D.	B.	A. (I) y (II) son verdaderas.	132	B.	B.	A. 18	A. 3 y 2	D. $x = -6$
10 / 10	D. 13	D.	B.	A. (I) y (II) son verdaderas.	132	D.	B.	A. 18	A. 3 y 2	D. $x = -6$
10 / 10	D. 13	D.	B.	A. (I) y (II) son verdaderas.	132	D.	B.	A. 18	A. 3 y 2	D. $x = -6$
10 / 10	D. 13	D.	B.	A. (I) y (II) son verdaderas.	132	D.	B.	A. 18	A. 3 y 2	D. $x = -6$
10 / 10	D. 13	D.	B.	A. (I) y (II) son verdaderas.	132	D.	B.	A. 18	A. 3 y 2	D. $x = -6$
10 / 10	D. 13	D.	B.	A. (I) y (II) son verdaderas.	132	D.	B.	A. 18	A. 3 y 2	D. $x = -6$
10 / 10	D. 13	D.	B.	A. (I) y (II) son verdaderas.	132	D.	B.	A. 18	A. 3 y 2	D. $x = -6$
9 / 10	D. 13	D.	B.	A. (I) y (II) son verdaderas.	132	D.	C.	A. 18	A. 3 y 2	D. $x = -6$
10 / 10	D. 13	D.	B.	A. (I) y (II) son verdaderas.	132	D.	B.	A. 18	A. 3 y 2	D. $x = -6$
10 / 10	D. 13	D.	B.	A. (I) y (II) son verdaderas.	132	D.	B.	A. 18	A. 3 y 2	D. $x = -6$

ALGEBRAIC: ALGEBRAIC: UNA APLICACIÓN QUE CONTRIBUYE AL PENSAMIENTO VARIACIONAL PARA LOS EXÁMENES DE ACCESO A LA EDUCACIÓN SUPERIOR

10 / 10	D. 13	D.	B.	A. (I) y (II) son verdaderas.	132	D.	B.	A. 18	A. 3 y 2	D. $x = -6$
9 / 10	D. 13	D.	B.	A. (I) y (II) son verdaderas.	132	D.	D.	A. 18	A. 3 y 2	D. $x = -6$
9 / 10	D. 13	D.	B.	C. (I) es verdadera y (II) es falsa.	132	D.	B.	A. 18	A. 3 y 2	D. $x = -6$
10 / 10	D. 13	D.	B.	A. (I) y (II) son verdaderas.	132	D.	B.	A. 18	A. 3 y 2	D. $x = -6$
10 / 10	D. 13	D.	B.	A. (I) y (II) son verdaderas.	132	D.	B.	A. 18	A. 3 y 2	D. $x = -6$
10 / 10	D. 13	D.	B.	A. (I) y (II) son verdaderas.	132	D.	B.	A. 18	A. 3 y 2	D. $x = -6$
9 / 10	D. 13	D.	B.	A. (I) y (II) son verdaderas.	144	D.	B.	A. 18	A. 3 y 2	D. $x = -6$
10 / 10	D. 13	D.	B.	A. (I) y (II) son verdaderas.	132	D.	B.	A. 18	A. 3 y 2	D. $x = -6$
9 / 10	D. 13	D.	B.	A. (I) y (II) son verdaderas.	132	A.	B.	A. 18	A. 3 y 2	D. $x = -6$
7 / 10	D. 13	D.	B.	C. (I) es verdadera y (II) es falsa.	156	D.	A.	A. 18	A. 3 y 2	D. $x = -6$
8 / 10	A. 115	B.	B.	A. (I) y (II) son verdaderas.	132	D.	B.	A. 18	A. 3 y 2	D. $x = -6$
9 / 10	D. 13	D.	B.	A. (I) y (II) son verdaderas.	12	D.	B.	A. 18	A. 3 y 2	D. $x = -6$
10 / 10	D. 13	D.	B.	A. (I) y (II) son verdaderas.	132	D.	B.	A. 18	A. 3 y 2	D. $x = -6$
8 / 10	D. 13	D.	D.	A. (I) y (II) son verdaderas.	132	D.	B.	A. 18	A. 3 y 2	A. $x = -4$
7 / 10	D. 13	C.	D.	A. (I) y (II) son verdaderas.	132	D.	B.	A. 18	A. 3 y 2	A. $x = -4$
7 / 10	D. 13	D.	A.	A. (I) y (II) son verdaderas.	156	A.	B.	A. 18	A. 3 y 2	D. $x = -6$
9 / 10	D. 13	D.	D.	A. (I) y (II) son verdaderas.	132	D.	B.	A. 18	A. 3 y 2	D. $x = -6$
5 / 10	D. 13	D.	A.	A. (I) y (II) son verdaderas.	144	A.	B.	A. 18	C. 0 y 4	A. $x = -4$
8 / 10	D. 13	D.	D.	A. (I) y (II) son verdaderas.	132	D.	B.	A. 18	A. 3 y 2	A. $x = -4$

ALGEBRAIC: ALGEBRAIC: UNA APLICACIÓN QUE CONTRIBUYE AL PENSAMIENTO VARIACIONAL PARA LOS EXÁMENES DE ACCESO A LA EDUCACIÓN SUPERIOR

8 / 10	D. 13	D.	D.	A. (I) y (II) son verdaderas.	132	D.	B.	A. 18	A. 3 y 2	A. $x = -4$
8 / 10	D. 13	D.	D.	A. (I) y (II) son verdaderas.	132	D.	B.	A. 18	A. 3 y 2	A. $x = -4$
8 / 10	D. 13	D.	D.	A. (I) y (II) son verdaderas.	132	D.	B.	A. 18	B. 6 y 2	D. $x = -6$
9 / 10	D. 13	D.	D.	A. (I) y (II) son verdaderas.	132	D.	B.	A. 18	A. 3 y 2	D. $x = -6$
7 / 10	D. 13	C.	D.	A. (I) y (II) son verdaderas.	132	D.	B.	A. 18	A. 3 y 2	A. $x = -4$
8 / 10	D. 13	D.	D.	A. (I) y (II) son verdaderas.	132	D.	B.	A. 18	A. 3 y 2	A. $x = -4$
7 / 10	D. 13	C.	D.	A. (I) y (II) son verdaderas.	132	D.	B.	A. 18	A. 3 y 2	A. $x = -4$
9 / 10	D. 13	D.	D.	A. (I) y (II) son verdaderas.	132	D.	B.	A. 18	A. 3 y 2	D. $x = -6$
9 / 10	D. 13	D.	A.	A. (I) y (II) son verdaderas.	132	D.	B.	A. 18	A. 3 y 2	D. $x = -6$
9 / 10	D. 13	D.	D.	A. (I) y (II) son verdaderas.	132	D.	B.	A. 18	A. 3 y 2	D. $x = -6$
9 / 10	D. 13	D.	D.	A. (I) y (II) son verdaderas.	132	D.	B.	A. 18	A. 3 y 2	D. $x = -6$
9 / 10	D. 13	D.	D.	A. (I) y (II) son verdaderas.	132	D.	B.	A. 18	A. 3 y 2	D. $x = -6$
4 / 10	D. 13	B.	A.	C. (I) es verdadera y (II) es falsa.	12	C.	B.	B. -18	A. 3 y 2	D. $x = -6$
10 / 10	D. 13	D.	B.	A. (I) y (II) son verdaderas.	132	D.	B.	A. 18	A. 3 y 2	D. $x = -6$
10 / 10	D. 13	D.	B.	A. (I) y (II) son verdaderas.	132	D.	B.	A. 18	A. 3 y 2	D. $x = -6$

ALGEBRAIC: ALGEBRAIC: UNA APLICACIÓN QUE CONTRIBUYE AL PENSAMIENTO VARIACIONAL PARA LOS EXÁMENES DE ACCESO A LA EDUCACIÓN SUPERIOR

Anexo 6. Link de Descarga de ALGEBRAIC

<https://drive.google.com/drive/u/1/folders/1mdmuS52ovGgWXzc4rPkbnK6jVtJMTs3H>