

PROBLEMA DE DIFUSION NATURAL POR MEDIO
DEL MODELO DE AGREGACIÓN LIMITADA POR
DIFUSIÓN DLA

YESSICA VIVIANA BARRAGÁN ORJUELA

Asesor:

NÉSTOR FERNANDO MÉNDEZ HINCAPIÉ

Línea de Profundización:

LA ENSEÑANZA DE LA FÍSICA Y LA RELACIÓN
FÍSICA MATEMÁTICA



UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE FÍSICA
BOGOTÁ, COLOMBIA
2013

Dedicado
A mi guerrera madre

*Puedo entender mucho más de lo que entiendo y saber mucho más de lo que sé.
Las ideas se forman después de comprender para llegar al saber. Esas ideas las
puedo saber para entender mucho más de lo que entiendo y saber mucho más de lo
que sé. Es sencillo: con la comprensión puedo saber y entender mucho más sobre las
ideas y sobre lo que se sabe después de haberlo comprendido. Puede parecer
complicado, pero no lo es: la idea primero se comprende y luego se entiende, pues
entender y comprender, aunque parezcan lo mismo, no tienen un significado del
todo igual. Comprender incumbe un primer acercamiento para saber sobre la idea,
y entender es saber perfectamente sobre ella. ¿Quedó claro?*

Pablo Paniagua. Poema fractal


Agradecimientos

En este momento es necesario detenerse para dar gracias a este escalón que termina, a este tortuoso o fácil ciclo que se acaba, es increíble el crecimiento personal fruto de la motivación y las ganas de salir adelante o de huir de una realidad de miedo, de cobardía de un pasado que posiblemente se quedara en los recuerdos como cualquier cicatriz que deja huella, pero que día a día se fortalece como una roca. Estas líneas las dedicare a escribir libremente a agradecer a mis compañeros de camino, a mis grandes empujadores de mis triunfos a aquellos que me levantaron o cargaron en los momentos difíciles y por los que de cierta manera obtengo este triunfo.

En primer lugar a Dios por permitirme encontrarme en este espacio y en este tiempo aunque nunca comprenda sus designios; a mi guerrera madre porque entrego parte de su vida a mi educación y a convertirme en su fortaleza, gracias por sus sacrificios, y por su gran amor; y a mis abuelos por brindarme su hogar permitiéndome culminar esta etapa. Agradezco a mi gemela Yury Orjuela, a mis compañeros de camino a Fernando Salazar, Carolina Anacona, Erick Ortiz, Yessica Acosta, Francis Moreno, Alejandro Prada, Cesar Zarate, especialmente a mi pequeña Tru Heidi Sandoval y a mi Oso Sergio Diago por levantarme y cargarme en los momentos que más lo necesitaba, por alegrarme la existencia con las locuras con las cuales están hechas sus cabezas. Y a Diego Hernández por ser testigo de mi corazón y ser mi bastón en los momentos más importantes de mi carrera.

Este trabajo no habría podido ser sin la paciencia y corazón de mi Querido Asesor Néstor Méndez, quien motivo mi trabajo a presión y por creer en mí y mi loca idea de estudiar esto. Y a los diferentes maestros que fueron parte de mi formación académica, e investigativa especialmente a el profesor Francisco Malagón, Sandra Sandoval y la profesora María Mercedes Ayala quienes formaron mi espíritu investigativo. Y por último a la Universidad Pedagógica por abrirme las puertas y permitirme consolidar este primer sueño.


Resumen Analítico en Educación

 UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL <small>Enseñanza de la Universidad</small>	FORMATO	
	RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN - RAE	
Código: FOR020GIB	Versión: 01	
Fecha de Aprobación: 10-10-2012	Página 1 de 4	

1. Información General	
Tipo de documento	Trabajo de Grado
Acceso al documento	Universidad Pedagógica Nacional. Biblioteca Central
Título del documento	Problema de Difusión Natural por medio del Modelo de Agregación limitada por Difusión DLA.
Autor(es)	Barragán Orjuela, Yessica Viviana
Director	Méndez Hincapié, Néstor Fernando
Publicación	Bogotá D. C. Universidad Pedagógica Nacional. 2013
Unidad Patrocinante	Universidad Pedagógica Nacional-Bogotá
Palabras Claves	Agregación, Azar, Difusión, Métodos Numéricos, Modelación, Juego, Construcción de Explicaciones.

2. Descripción
<p>El presente trabajo de grado describe y caracteriza procesos de crecimiento naturales por medio del método de agregación por difusión (DLA), propiciando herramientas de explicación, mediante la creación de un juego que permita la creación y concreción del mismo en modelos computarizados. Analizando diversas condiciones de frontera que sean acordes con el modelo, esto con el fin de llegar a motivar al estudio de posibles aplicaciones. En este sentido, la investigación se centra en un estudio explicativo sobre la construcción de algoritmos que dan cuenta de un crecimiento por agregación que se asemeje a algunos fenómenos, en este trabajo particularmente se enfatiza en el crecimiento de cáncer de piel, haciendo un uso particular de métodos numéricos.</p>

3. Fuentes
<p>Baqués, L. (2010). <i>Conocimiento, Experiencia y Lenguaje</i>. Centro Cultural de la Memoria Haroldo Conti. 1-11. Recuperado el 13 de Julio del 2013, del sitio Web http://www.derhuman.ius.gov.ar/conti/2010/10/mesa-06/baques_mesa_6.pdf</p>
<p>Bassingth, J. (1994). <i>Fractal Physiology</i>. Oxford University Press, 410.</p>
<p>Chamizo, J. A., & Franco, A. G. (2010). <i>Modelos y Modelajes en la Enseñanza de las Ciencias Naturales</i>. Universidad Nacional Autónoma de México. Recuperado el 8 de Mayo del 2013, del sitio Web http://www.modelosymodelajecientifico.com/01-HEMEROTECA/archivos/00Preliminares.pdf</p>
<p>Chaparro, C. I., Pedreros, R. I., Méndez, N. F. & Sastoque H. O. (2006). <i>Elementos del pensamiento sistémico en la elaboración de explicaciones sobre el fenómeno de la caída de los cuerpos</i>. Tecné, Episteme y Didaxis. vol. 20.</p>

 UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL <small>Realidad y Responsabilidad</small>	FORMATO	
	RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN - RAE	
Código: FOR020GIB	Versión: 01	
Fecha de Aprobación: 10-10-2012	Página 2 de 4	

Clark, W. (1991). *The cancer Diseases*. J. Cancer, 631.

Concari, S. B. (2001). *Las Teorías y Modelos en la Explicación Científica: Implicancia para la Enseñanza de las Ciencias*. Ciencia y Educación. 7(1), 85-94. Recuperado el 22 de Mayo del 2013, del sitio Web <http://www.scielo.br/pdf/ciedu/v7n1/06.pdf>

Cotran R.S., Kumar V. & Robbins S.L. (2001). *Robbins Pathologia Humana*, W.B.Saunders Co., London, 8 ed.

Flores A.S., Pérez H.J., Mendoza R.M. & Altamirano M.M.(2008). *Geometría Fractal, una Aplicación Médica*. Escuela Superior de Ingeniería Mecánica Eléctrica Unidad Culhuacán. Instituto Politécnico Nacional de México. México.

Gould, H., Tobochnik, J., & Wolfgang, C. (2007). *An introduction to computer simulation methods*. Pearson Education, Inc.

Hauser, K., Braunwald, L. & Jameson, F. (1999). *Harrison's Principles of Internal Medicine*. Harrison, 16 ed.

Landau, R., Páez, M., & Bordianu, C. (2007). *Computacional Physics*. WILEY VCH.

Medina, J. (2007). *Modelado de sistemas dinámicos y educación en ciencias*. Latin American and Caribbean Jourbak of Engineering Education.

Sábas, A. (2004). *Simulación y caracterización de crecimientos anormales de células*. Tesis (Doctor en Ciencias de Comunicaciones y Electrónica). Instituto Politécnico Nacional. México.


Witten, T. & Sander, L (1981). *Diffusion-limited aggregation, a kinetic critical Phenmenon*. Physical Review Letter 41, 1400.

Witten, T. & Sander, L. (1983). *Diffusion-limited aggregation*. Physical Review B, 56.

4. Contenidos

El presente trabajo está estructurado de tal forma que el lector pueda llegar a una mejor comprensión de la generación y el comportamiento del Modelo de Agregación Limitado. En este sentido, esta monografía se ha desarrollado en tres capítulos los cuales son descritos a continuación:

El primer capítulo discurre sobre los Modelos y el papel que juegan estos recursos de representación en el ámbito de producción argumentativa y de explicación desde el ámbito de la enseñanza de las ciencias. En el segundo capítulo se profundiza en la caracterización del modelo de Agregación Limitada por Difusión, descripción matemática y un ejemplo específico donde se evidencia el carácter difusivo. Consecuentemente en el último capítulo se realiza una descripción del proceso de modelación para el crecimiento de agregación propuesto. Finalmente se expresan las conclusiones producto de esta investigación y se profundiza en los aspectos abordados a lo largo de los tres capítulos que integran este

 UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL <small>Enseñando la vida</small>	FORMATO	
	RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN - RAE	
Código: FOR020GIB	Versión: 01	
Fecha de Aprobación: 10-10-2012	Página 3 de 4	

trabajo por medio de una serie de Anexos.

5. Metodología

El trabajo presentado aquí tenía como objetivo general *describir y caracterizar el proceso de crecimiento natural a través del modelo de agregación por difusión (DLA)* y de la utilización de modelos computacionales para su modelación. Está investigación se cimiento en las siguientes fases:

Fase de Contextualización. Se realizó un minucioso estudio bibliográfico y de documentación de los diferentes factores determinantes para la apropiación del Modelo de Agregación Limitada, se enfatizó en las relaciones físico-matemáticas del modelo con el fin de generar una explicación y comprensión propia frente al fenómeno.

Fase de construcción. Se consolidó con la creación de un modelo computarizado que permitió la apropiación del problema de difusión.

Fase de fundamentación. Se establecieron las condiciones físicas necesarias que posibiliten la creación del modelo, en pro de satisfacer las necesidades de aplicación, interiorizando los términos físico-matemáticos que describe el modelo de difusión DLA.


Fase de retroalimentación. Se creó la ejecución de retroalimentar del trabajo de las anteriores fases por medio de la utilización de los modelos en la elaboración del modelo computarizado que permitió el análisis físico y matemático de los problemas de agregación limitada por difusión.

Gracias a esta investigación fue posible identificar las relaciones existentes entre las variables físicas y matemáticas del proceso de agregación limitada, y contribuir a la ampliación del conocimiento sobre el fenómeno.

6. Conclusiones

Sobre los Modelos. *El uso de modelos de representaciones como mediadores en las dinámicas de explicación en los procesos de interpretación del sentido del mundo, posibilitan las descripciones, explicaciones y posibles predicciones de fenómenos, ampliando la base fenomenológica debido a que son una aproximación de re-interpretación del objeto de estudio.*

Sobre el Modelo de Agregación Limitada por Difusión. *El modelo DLA es fácil de entender en términos del movimientos aleatorios pero difícil al momento de construirlo usando herramientas computacionales. Es por ello que es necesario el uso de ordenadores para su comprensión mediante*

 UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL <small>Formando al profesional</small>	FORMATO		
	RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN - RAE		
Código: FOR020GIB	Versión: 01		
Fecha de Aprobación: 10-10-2012	Página 4 de 4		

estrategias explicativas que muestren los alcances y limitaciones cuando se intenta construir el algoritmo matemático.

Sobre el proceso de Modelación en C++ del modelo de Agregación Propuesto. Contrario al DLA, el *Modelo Propuesto* dispara o lanza partículas desde cuatro puntos con dirección hacia el centro de la grilla, agregándose paulatinamente a la semilla. Se gana en que el número de iteraciones es menor al DLA para construir agregados de igual tamaño.

Elaborado por:	Barragán Orjuela, Yessica V.
Revisado por:	Méndez Hincapié, Néstor F.

Fecha de elaboración del Resumen:	01	08	2013
--	----	----	------

Índice general

Agradecimientos	III
Resumen Analítico en Educación	IV
Glosario de Términos	XII
Prefacio	XIV
Introducción	XVII
1. MODELOS DE EXPLICACIÓN: IMPLICACIÓN EN LA ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS	1
1.1. Caracterización del modelo	2
1.1.1. Una aproximación de Clasificación de los modelos	3
1.1.2. Proceso de construcción del modelo	5
1.2. Modelar	5
1.3. Implicación para la enseñanza de las ciencias	6
2. MODELO DE AGREGACIÓN LIMITADA POR DIFUSIÓN	9
2.1. Descripción: Modelo de Agregación Limitada por Difusión (DLA)	10
2.1.1. Conexión del DLA y la ecuación diferencial de difusión	13
2.2. Ejemplo de Proceso de Crecimiento Natural que presenta un comportamiento DLA	15
2.2.1. Procesos de crecimiento natural: Cáncer de piel	16

3. PROCESO DE MODELACIÓN PARA EL CRECIMIENTO DE AGREGACIÓN PROPUESTO	22
3.1. Construcción de Explicaciones	23
3.2. Proceso de Construcción del Modelo de Explicación y Modelación	24
3.2.1. Juego: Aprendiendo con la Agregación	28
3.3. Modelación C++	31
3.3.1. Adaptación de Modelación en C++ para Crecimientos Anómalos	34
Conclusiones	35
Bibliografía	36
Apéndice A. Desarrollo del cáncer	41
Apéndice B. Código Computacional C++	44
Apéndice C. Módulo didáctico	47

Índice de figuras

1.1. Clasificación de los modelos según Chamizo	4
2.1. Algoritmo del Modelo DLA	10
2.2. Estructura Morfológica del DLA	11
2.3. Estructura Estocástica del proceso de crecimiento	12
2.4. Representación Gráfica de difusión	13
2.5. Representación Gráfica de difusión	14
2.6. Representación gráfica del proceso de difusión en región saliente. . .	16
2.7. Características Morfológicas de Crecimiento Anormal	19
2.8. Eliminación de tonos y contornos por medio de filtros	20
2.9. Proceso de Pixelado de la Formación de la Estructura	21
3.1. Enrejado propuesto en plataforma física	28
3.2. Juego: Aprendiendo con la Agregación	29
3.3. ¿Cómo Jugamos?	30
3.4. Modelo de Agregación Propuesto Generada por C++ con variaciones en las iteraciones	33
3.5. Modelo de Agregación Propuesto con condiciones específicas en com- paración con el crecimiento de cáncer de piel.	34
3.6. Primera Etapa de Desarrollo del Cáncer: Metaplasia	41
3.7. Segunda Etapa de Desarrollo del Cáncer: Hiperplasia	42
3.8. Tercera Etapa de Desarrollo del Cáncer: Displasia	42
3.9. Cuarta Etapa de Desarrollo del Cáncer: Cáncer in situ	42
3.10. Quinta Etapa de Desarrollo del Cáncer: Cáncer invasivo	43

Glosario de Términos

Camino aleatorio o paseo aleatorio: Es una formalización matemática de la trayectoria que resulta de hacer sucesivos pasos aleatorios. El término camino aleatorio fue introducido por Karl Pearson en 1905. Los resultados del análisis de paseo aleatorio han sido aplicados a muchos campos como la computación, la física, la química, la ecología, entre otros.

Cáncer: Enfermedad caracterizada por un crecimiento irreversible y descontrolado de las células. Ocurre en todos los seres vivos.

Carcinoma: Tumor de naturaleza cancerosa.

Clúster: Es considerado cúmulo o aglomerado.

Fractal: Término de origen latino usado para describir formas geométricas naturales, no existe hasta el momento una definición universal, pero si existen reglas que debe cumplir una forma geométrica para ser llamado fractal.

Metástasis: Invasión de células cancerosas a órganos o tejidos cercanos a su sitio de desarrollo inicial.

Modelo: Representaciones, basadas generalmente en analogías, que se construyen contextualizando cierta porción del mundo con un objetivo específico.

Modelo Agregación Limitada por Difusión: Modelo propuesto por Witten y Sander que genera estructuras con autosemejanza estadística.

Modelo del Edén: Modelo propuesto por Edén para simular crecimientos biológico.

Objeto Natural: Los objetos naturales son aquellos en que el hombre no ha intervenido, en los cuales no ha participado en su creación, es decir, aquellos que son dados por la naturaleza.

Prefacio

Cuando se contempla detalladamente la naturaleza, es inevitable observar la variedad de figuras que caracterizan las estructuras del mundo, sin embargo se evidencia que no pertenecen al campo de estudio de la llamada geometría clásica, cuerpos simples, tetraedros, hexaedros, esferas, entre otras. Entonces cómo poder describir esta realidad en términos de lo que se observa e interpreta. En esta búsqueda de clarificaciones se encuentra con los fascinantes efectos producidos por iteraciones en el campo complejo, plasmados en colores, percolaciones, con propiedades estocásticas y auto semejanzas. Estas particularidades debían estar inmersas en un universo de explicaciones.

Nace una curiosidad de poder utilizar estas representaciones para describir y caracterizar algún tipo de comportamiento por medio de un modelo donde sea posible propiciar mecanismos de crecimiento que dan lugar a estructuras fractales muy semejantes al objeto real, formalizando principios universales. Es por ello que esta forma de análisis se convierte en una alternativa de estudio debido a la complejidad del proceso de crecimiento natural, así la teoría fractal se transforma en una herramienta válida y útil para el disertación de fenómenos dinámicos, permitiendo una aproximación más acorde hacia el fenómeno debido a su complejidad y a la no linealidad de sus procesos de comprensión, es posible ampliar las perspectivas que se tiene en la enseñanza de las ciencias de dichos modelos explicativos (Hock, 1993). Tal vez la mayor motivación por este estudio de modelos fractales, particularmente por aquel que caracterice un tipo de comportamiento difusivo denominado *el modelo de difusión limitada*, es el de promover los estudios en estos campos de comprensión física. En este sentido, el objetivo general que se perseguía en este trabajo de grado era *cómo presentar de una manera sencilla el problema de difusión natural por medio del modelo de agregación limitada por difusión DLA*, propiciando herramientas físico-matemáticas de explicación, mediante la creación de modelos computarizados en C++. Para cumplirlo se trazaron los siguientes objetivos específicos:

- Caracterizar el modelo físico-matemático de agregación limitada por difusión DLA.
- Mostrar la conexión entre el DLA y la ecuación diferencial de difusión con fines didácticos.
- Mostrar un proceso de crecimiento natural que se caracterice por el modelo DLA.
- Generar un programa que permita la modelación computarizada del sistema de difusión.

En este planteamiento fue necesario pensar la construcción del conocimiento como una ligadura de la concepción de modelos explicativos donde se da la posibilidad de vislumbrar el panorama desde perspectivas modernas fomentando la edificación explicativa de problemáticas de las ciencias de la naturaleza. Considerar el estudio de problemas de la física contemporánea permite establecer relaciones entre campos de conocimiento y la búsqueda de comprensión de estos, reduciendo las barreras matemáticas para el estudio riguroso de sistemas complejos e interesantes, explorando ideas acerca de problemas científicos relevantes e ínsita a pensar sobre diferentes estrategias para abordarlos con alternativas de modelación computarizada de sistemas dinámicos por medio de métodos numéricos, el uso de los mismos constituye actualmente una herramienta importante en la enseñanza de la Física, ya que permite abordar fenómenos físicos complejos en términos computacionales más sencillos (Medina,2007).

La ruta metodológica de este trabajo consistió en primer lugar en realizar una primera *Fase de Contextualización del problema*, en la cual se realizó un minucioso estudio tanto del modelo de difusión DLA como de la ecuación diferencial de difusión por medio de la bibliografía y documentación. Una segunda *Fase de Construcción* donde se consolidó con la creación de un modelo computarizado que permitió la apropiación del problema de difusión. Se dio paso a una *Fase de fundamentación* ya que se establecieron las condiciones físicas necesarias que posibiliten la creación del modelo, en pro de satisfacer las necesidades de aplicación, interiorizando los términos físico-matemáticos que describe el modelo de difusión DLA. Finalmente una *Fase de retroalimentación* donde se creó la ejecución de retroalimentar del

trabajo de las anteriores fases por medio de la utilización de los modelos en la elaboración del modelo computarizado que permitió el análisis físico-matemático de problemas de agregación limitada por difusión.

Algunas investigaciones alrededor de estas temáticas tienen una relación con respecto a la problemática. Como Moscoso, L.(2004) *Fractales en el aula. Introducción al estudio de la física de los procesos de agregación y difusión*. Monografía de grado. Asesora: Clara Inés Chaparro Susa. Bogotá: UPN, Facultad de Ciencia y Tecnología, Departamento de Física. Este trabajo de grado desarrolla una propuesta de fractales en el aula tiene como objetivo acercar a los estudiantes de primeros años de educación secundaria, a la aplicación de las formas geométricas de dimensión fraccionaria, fractales, en el estudio de fenómenos físicos tales como los que surgen a partir de Viscosidad y agregación limitada, esta propuesta da apertura a pensarse los fractales desde la física y desde el análisis en nivel educativo y Garzón, M.(2004) *Simetría y fractales. Un camino hacia la explicación de las formas*. Monografía de grado. Asesor: Jorge Vallejo Mejía. Bogotá: UPN, Facultad de Ciencia y Tecnología, Departamento de Física. Este trabajo de grado desarrolla un acercamiento al estudio de la forma en el terreno de la física y la correspondencia entre la simetría y la geometría fractal en su relación con la forma.

Yessica V. Barragán O.

Bogotá

Mayo de 2013

Introducción

Al momento de analizar nuestro entorno, existen múltiples problemas naturales que tienen un carácter difusivo donde es importante realizar un estudio de los comportamientos, a raíz de ello surgen preguntas como ¿sirve para algo los fractales en este tipo de explicaciones?, algunas respuestas estarán fundamentadas en percepciones como las formas fractales son muy agradables a la vista o desde los fractales no es posible explicar fenómenos naturales. Este desconocimiento se debe a que estas figuras hermosas han sido utilizadas de forma estética o comercial y muchos de los trabajos científico-técnico que estimulan el estudio de estructuras complejas que han permanecidos aislados de la divulgación. Analizar desde la misma expresión de la naturaleza (modelos fractales) se convierte en una alternativa de estudio a sistemas tan complejos, que requieren el uso del ordenador como herramienta de cálculo y demostración.

Los fractales en sus inicios se consideraron monstruos matemáticos debido a que no era posible concebir una solución ya que poseían características geométricas muy especiales. A comienzos del siglo XX surgió una solución a esa dislocación matemática y se denominaron por Benoit Mandelbrot como *Fractales*, los cuales fueron construidos a partir de trabajos de Hausdorff en relación a la medida de estos conjuntos y quien propone medirlos en términos de relaciones no enteras, permitiendo una dimensión fraccionaria que da paso a una nueva teoría geométrica. En 1981 Leonard M. Sander y Thomas A. Witten proponen un mecanismo de explicación y simulación que designaron Agregación por Difusión Limitada (DLA), debido a que determinados fractales que aparecen en la naturaleza (fractales naturales) son producto de un proceso de crecimiento desordenado e irreversible (Hock, 1993).

El presente trabajo está estructurado de tal forma que el lector pueda llegar a una mejor comprensión de la generación y el comportamiento del Modelo de

Agregación Limitado. En este sentido, esta monografía se ha desarrollado en tres capítulos. El primer capítulo discurre sobre los Modelos y el papel que juegan estos recursos de representación en el ámbito de producción argumentativa y de explicación desde el ámbito de la enseñanza de las ciencias. En el segundo capítulo se profundiza en la caracterización del modelo de Agregación Limitada por Difusión, descripción matemática y un ejemplo específico donde se evidencia el carácter difusivo. Consecuentemente en el último capítulo se realiza una descripción del proceso de modelación para el crecimiento de agregación propuesto. Finalmente se expresan las conclusiones producto de esta investigación y se profundiza en los aspectos abordados a lo largo de los tres capítulos que integran este trabajo por medio de una serie de Anexos.

Capítulo 1

MODELOS DE EXPLICACIÓN: IMPLICACIÓN EN LA ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS

Conocer el mundo ha sido desde siempre, hasta la actualidad la gran preocupación del ser humano. Sin embargo, en esta búsqueda se ha encontrado con una serie de limitaciones que inhiben este afán por conocer, ya que interactuar con el mundo se convierte en una tarea compleja debido a los aspectos sensoriales e instrumentales que restringen la percepción con el mundo natural. Desde esta necesidad se construyen *modelos* como *lenguajes de representación* que posibilitan una aproximación a la comprensión de ese conocer, fortaleciendo la relación ininteligible con la naturaleza ya que brinda la posibilidad de «representar» el mundo y darle sentido a través de estas modelaciones; el hombre reconstruye igualmente al mundo, a los otros y a sí mismo.

A continuación se pretende caracterizar el concepto Modelo, como construcción que posibilita la descripción y explicación. Además de ello, se hace una aproximación del proceso de construcción de modelos y por último una reflexión sobre las implicaciones de estos modelos en la enseñanza de las ciencias.

1.1. Caracterización del modelo

El significado de modelo ha sido discutido, entre otros, por científicos, filósofos de la ciencia, psicólogos, lingüistas y educadores, considerarlo como un concepto de carácter polisémico, debido a que se ha empleado y se emplea aún con sentidos diversos. Por un lado es ejemplar, es decir indica aquellas cosas, actitudes o personas que se propone imitar (Chamizo & Franco, 2010); en este sentido reproduce los principales aspectos visuales o la estructura de la «cosa» que está siendo modelada, convirtiéndose de este modo en una «copia de la realidad» (Justi, 2006), y por otro se acepta la idea del modelo de conocimiento concebido no como una aproximación gradual a la verdad sino como acceso al mundo; como medio para otorgarle sentido, explicándolo y considerando que una cosa y la comprensión correcta de ella son muchas veces inseparables (Concari, 2001). La noción general de representación es compleja y es fuente de muchas investigaciones. Sin embargo, resulta un concepto conflictivo, ya que representar no es sustituir, dar presencia a un ausente y, por tanto, confirmar su ausencia, en la noción de representación subyace el supuesto de un algo objetual que se representa. De este supuesto surge el esfuerzo por ir a la cosa misma, sin intermediarios de palabras o imágenes (Eder & Adúriz, 2008).

Desde estas perspectivas en la enseñanza de las ciencias se toma al modelo como una representación concreta de las cosas y como representación de una idea, objeto, acontecimiento, proceso o sistema, creado con un objetivo específico. En este sentido, la palabra representación no se usa solamente en aquellos casos en los que exista un tipo de exhibición de aspectos visuales de la entidad modelada, sino también como una representación parcial que al mismo tiempo «abstrae de» y «traduce de otra forma» la naturaleza de esa entidad (Justi, 2006). Aunque el modelo no constituye por sí mismo una explicación de la realidad, las representaciones que se hacen a partir de los modelos pueden ser vistas como medios para comprender y conocer (Concari, 2001). Esta experiencia de representar supone una construcción que articula significados de comprensión (Baqués, 2010), en este mismo orden de reflexión, comprender significa percibir mentalmente algo, captar el significado de algo, entender con claridad lo que quiere decir alguien, conocer en un objeto todo lo que en él es conocible, llegar a conocer la naturaleza o modo de ser de una cosa.

En términos epistemológicos la noción de representar es fuente de entender las

concepciones de los seres humanos, caracterizado como una entidad intermedia entre el sujeto y el objeto, a la que llama *representación* (tradición racionalista) ya sea intelectual o imaginativa. Los modelos pueden caracterizarse como intermediarios visualizables entre el mundo de la teoría y el de la experiencia. Desde ese rol de mediadores, sus funciones pueden ser sintetizadas así: hacer predicciones, guiar la investigación, hacer un sumario de datos, justificar resultados, proveer explicaciones y facilitar la comunicación (Islas & Pesa, 2004). Al modelar como representación se construye un lenguaje, un lenguaje particular, que en el caso de la física y de la química es extraordinariamente importante y que es, a su vez, una de sus principales características (Chamizo & Franco, 2010). Conocer el mundo, construir modelos con la intención de explicarlo y de hacer predicciones del comportamiento.

1.1.1. Una aproximación de Clasificación de los modelos

Los modelos como representaciones tienen unas implicaciones por las cuales son posibles clasificar de acuerdo a quienes pertenecen e identifican, es por eso según Chamizo & Franco (2010) realiza una clasificación en términos de la construcción de analogías de las propiedades del modelo y el mundo. La contextualización enmarca una representación de intereses, finalidad y objetivo. Cierta porción de mundo indica su carácter limitado, los modelos son respecto al mundo, la forma en que es posible explicar y predecir.

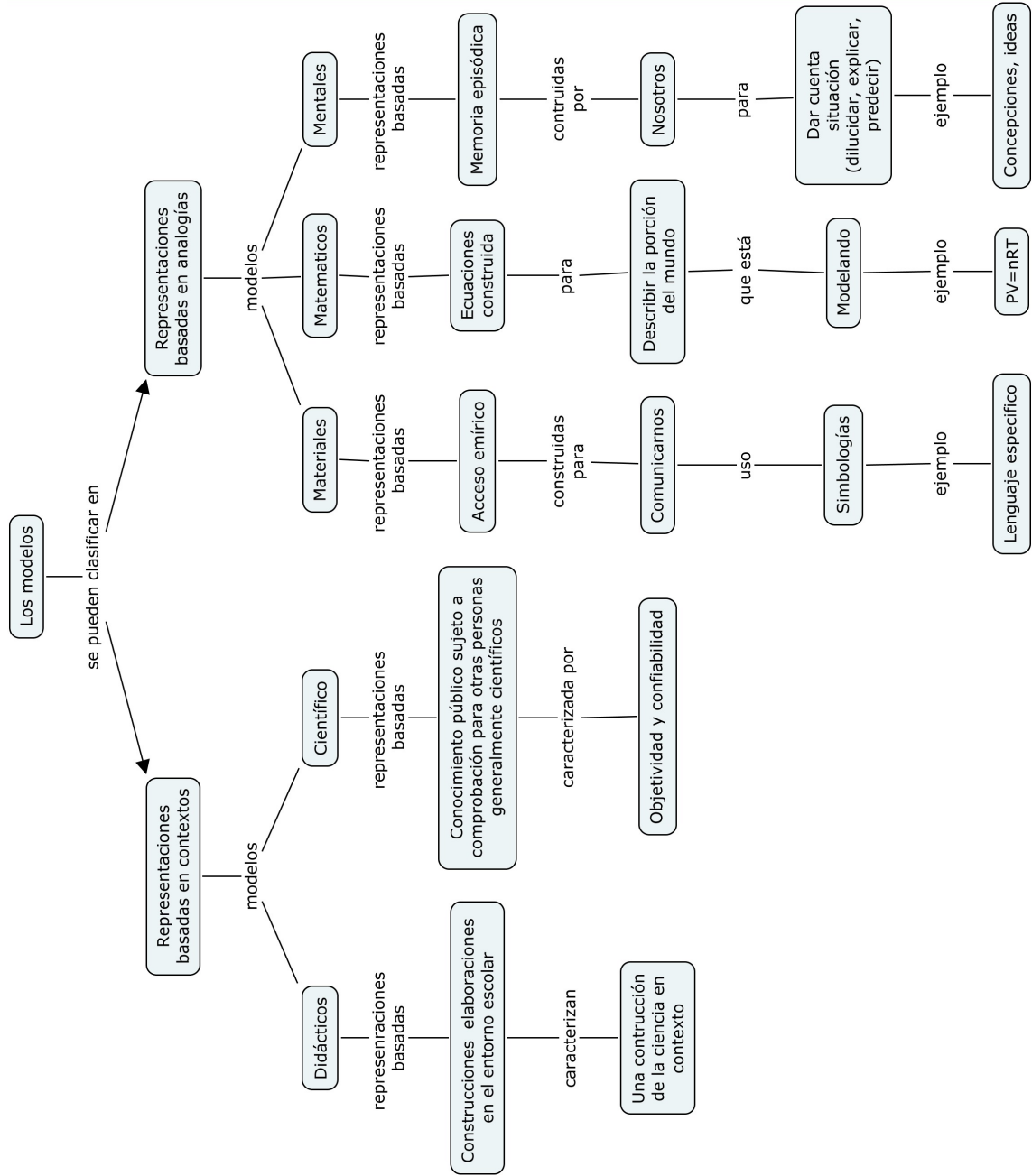


Figura 1.1: Clasificación de los modelos según Chamizo & Franco, (2010).

1.1.2. Proceso de construcción del modelo

Aunque según su etimología la palabra *ciencia* significa lo mismo que la palabra *conocimiento*, actualmente se utiliza la palabra *ciencia* para referirse sólo al conocimiento sistematizado, validado y aceptado por la comunidad científica. El conocimiento científico es una construcción humana que tiene por objetivo comprender, explicar y también actuar sobre la realidad. No puede ser dado como absoluto y está sujeto a re-construcciones (Concari, 2001). La ciencia como un proceso de construcción de modelos con distintas capacidades de previsión, une los procesos de elaboración de modelos y de utilización de los mismos como herramientas del pensamiento junto con los productos (modelos generados por tales procesos) de la ciencia. A la vez identifica la construcción de modelos no como una etapa auxiliar sino como un aspecto fundamental en el proceso dinámico y no lineal de construcción del conocimiento científico (Justi, 2006)

Este proceso se convierte en un proceso de engranaje de concepciones, conceptos, afirmaciones, proposiciones que se colocan a interactuar para describir, explicar y prever fenómenos, posibilitando desligarlas y contextualizarlas de las observaciones, sin embargo no es tan superfluo como parece debido a que el proceso de construcción puede llegar a ser más complejo que el mismo modelo, aunque a veces no se muestre explícito en los mismos textos científicos debido a que no existe un algoritmo para formularlo como lo enuncia Morrison & Morgan (1999) "la construcción de un modelo puede ser considerada también como un arte".

1.2. Modelar

El modelado es un proceso central para dar cuenta de lo que ocurre en el mundo natural mediante el establecimiento de analogías, lo cual es fructífero para sugerir nuevos significados y generar hipótesis (Islas & Pesa, 2004). Desde esta perspectiva los modelos se desarrollan debido a la necesidad de organizar el fenómeno mismo, y a este proceso se le llama *modelar*, en la historia de la ciencia se encuentra innumerables ejemplos de cómo las comunidades científicas han desarrollado modelos para explicar el mundo real y cómo éstos han ido evolucionando para ir acomodando la evidencia empírica y teóricas acerca de cómo se conoce el mundo.

Los modelos se construyen a partir de una mezcla de elementos tanto de la realidad modelada como de la teoría, y también de otros elementos externos a ellos. Además la construcción de modelos siempre implica simplificaciones y aproximaciones que han de ser decididas independientemente de requisitos teóricos o de condiciones de los datos. No hay reglas ni métodos para construir modelos, pero sin duda requiere de dos condiciones (Chamizo & Franco, 2010):

- Conocimiento (para saber, hasta donde sea posible, cómo es esa porción del mundo).
- Imaginación y creatividad (para diseñar virtualmente el modelo compatible con esa porción del mundo de acuerdo con el objetivo establecido).

Y desde esta línea de interacción con el mundo el modelar representa y expresa una serie de relaciones entre los procesos de los modelos mentales, materiales y matemáticos, debido a que un modelo mental construye a su vez un modelo material y/o matemático. La expresión que resulta es, comparada con la riqueza y diversidad del modelo mental, necesariamente limitada. La persona que está modelando considera los aspectos más relevantes del modelo mental, recolecta datos, corrige, recomienza, afina y finalmente arriba a una versión final del modelo material. Aquí se promueve una primera discusión entre los diversos constructores del modelo. Es un proceso de ida y vuelta que se construye generalmente contestando las preguntas: ¿qué pasaría si...? o, ¿cómo explicar esto?, de allí se establece una relación bidimensional de las condiciones anteriormente mencionadas.

Este constructo material (o prototipo) se somete a la prueba de replantearlo en términos del experimento o fenomenología real, siempre y cuando éste sea posible, evocando el contraste y encaje entre el modelo material y el mundo real que implica la observación del modelo material y la conducta del objeto, fenómeno o sistema de referencia donde se prioriza la calidad de la explicación y de las predicciones hechas por el modelo.

1.3. Implicación para la enseñanza de las ciencias

En el aula se realiza investigación (escolar) que aboca al estudio de un determinado objeto de interés, donde prevalece el planteamiento de cuestiones o interrogantes

que fortalecen las concepciones y amplía la base fenomenológica de los estudiantes, es por ello que los modelos son tan importantes en el ámbito de las explicaciones; ya que fortalecen las teorías que están contruidos desde el quehacer y los campos de trabajo por parte de los docentes, debido a que estos parámetros tienen consecuencias directas para la enseñanza de las ciencias.

Estas explicaciones como acción del lenguaje buscan clarificar, hacer entendible para los estudiantes (Gómez, 2006), el proceso de construir explicaciones se hace en pro de transmitir, para ello se debe argumentar, exponer razones, integrar oraciones y posibilitar un sentido global y particular de la fenomenología o lo que enseña, con el fin de hacer inteligible el objeto de explicación (Eder & Adúriz, 2008).

La discusión implica que las prácticas de enseñanza sean coherentes con la concepción de explicación, teorías y modelos que se presentan. Por otra parte, la cuestión de cómo los estudiantes comprenden las explicaciones que se les proporcionan en términos de sus propios conocimientos y necesidades aún no está muy evidenciada (Concari, 2001). Para ello Gilbert & Boulter (2000) clasifica el tipo de explicaciones según las siguientes categorías:

- Por qué se solicita la explicación, es decir, cuál es el problema al que se responde (explicación intencional)
- Cómo se comporta el fenómeno explicado (explicación descriptiva)
- De qué se compone el fenómeno (explicación interpretativa)
- Por qué el fenómeno se comporta como lo hace (explicación causal)
- Cómo debería comportarse en otras circunstancias (explicación predictiva); Más que considerar si las explicaciones que se dan en la clase de ciencias son o no científicas, corresponde considerar si son o no adecuadas, o mejor aún, si son más o menos adecuadas que otras.

Los estudiantes tienen dificultad en usar diferentes modelos para distintos propósitos y en desechar viejos modelos. Gómez (2005) reconoce que el núcleo conceptual que más dificultades entraña para su aprendizaje en las ciencias es la comprensión de los modelos e identifican como uno de los problemas al enseñar este tema debido

a que la visión que los estudiantes tienen de los modelos afectará fuertemente las apreciaciones de las explicaciones que el docente (o texto) proporcionan (Concari, 2001). El problema de la elección de modelos, como lo plantean Gilbert & Boulter (2000), requiere un conocimiento sistemático de los alcances y limitaciones de los distintos modelos en un determinado campo de investigación, es por ello que para hacer posible la elección de uno de ellos (para propósitos de enseñanza particulares), es necesario poder establecer una estrecha conexión entre la naturaleza de las preguntas formuladas en la clase de ciencias, las explicaciones dadas, y los modelos usados.

MODELO DE AGREGACIÓN LIMITADA POR DIFUSIÓN

Al preguntarse cómo se forma una roca, un diamante o un cristal de cuarzo, las respuestas que se obtienen son muy distintas. Un cristal perfecto, por ejemplo, se forma normalmente en condiciones de equilibrio donde las partículas que lo constituyen se agregan muy lentamente y pueden cambiar de posición un sinnúmero de veces. Sin embargo, en la mayoría de los casos no hay tiempo para tantos lujos; la formación de objetos naturales, desde montañas hasta seres vivos, se da en condiciones muy alejadas de la situación de equilibrio y a través de procesos irreversibles (Witten & Sander, 1981).

Las estructuras agregadas formadas en todos estos casos tienen complicadas formas de múltiples ramificaciones como es el caso de las bolas de polvo, aglomerados de hollín, dendritas, relámpagos, formación de grietas a lo largo de una falla geológica, y el crecimiento de colonias bacterianas, entre otras. Estos crecimientos y formas han sido asociadas a modelos, como es el caso del modelo de agregación limitada por difusión (DLA), introducido por Tom Witten y Sander Len en 1981 y formalizado matemáticamente en 1983, cuyo proceso de agregación consiste en hacer crecer una semilla a base de agregación de partículas liberadas producido por efectos de iteración (Gould et al., 2007). En este capítulo se realiza una caracterización del modelo, la conexión que existe con la ecuación diferencial de difusión y un ejemplo específico donde se evidencia el comportamiento difusivo.

2.1. Descripción: Modelo de Agregación Limitada por Difusión (DLA)

El modelo de agregación representa una alternativa para estudiar y caracterizar la formación de estructuras aleatorias, el proceso de agregación consiste en ocupar un sitio con una partícula que denominaremos semilla. A continuación, una partícula se libera al azar de un punto alejado. La partícula se somete a un paseo aleatorio hasta que alcanza un sitio adyacente de la semilla y se convierte en parte de la agrupación, luego otra partícula se libera y viaja hasta que se una al cúmulo ubicado a un punto adyacente de las partículas anteriores, y así sucesivamente. Si una partícula toca los límites de la red en su camino aleatorio se retira e inicia este proceso nuevamente (ver representación en figura 2.1). Una estructura típica producida en dos dimensiones de un enrejado de 50000 partículas es mostrada en la figura (2.2)

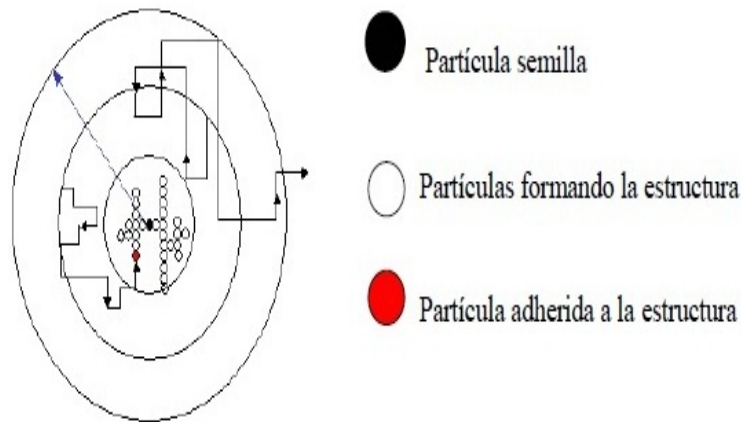


Figura 2.1: Las partículas sometidas al movimiento aleatorio. Algoritmo del modelo DLA (Sábas, 2004).

En este proceso de crecimiento aglomerado las estructuras que se forman pueden evidenciar que el modelo DLA tiene características difusivas, abiertas y ramificaciones aleatorias debido a que los puntos extremos del enrejado se encuentran más expuestos, tienen más probabilidad de agregación ya que son capturados antes de encontrar una partícula en el interior del ramaje. También muestra auto similitud estocástica (Sábas, 2000), es decir que cualquier trozo de la estructura puede tener



Figura 2.2: Estructura Morfológica DLA formada por 50.000 partículas (Witten & Sander, 1981).

la apariencia de la estructura completa evidenciando simetría en cada una de las ramificaciones (Vicsek, 1987) (Ver Figura 2.3) y formas complejas cualitativamente similares a las dendritas cerebrales o una ruptura geológica (Witten & Sander, 1983).

Este modelo ha dado paso a una gama de aplicaciones que actualmente gracias a los recursos computacionales han permitido el avance en este campo. Como lo afirma Sábas (2004) “*La simulación de agregaciones es una alternativa extra a otras técnicas numéricas basadas en la digitación a lo largo del proceso de crecimiento o bien de alguna interface, aunque estas técnicas evidentemente son una simplificación y por lo tanto algunos detalles de las etapas se pierden. Sin embargo utilizando los modelos de agregación, es posible estudiar tanto estructuras mucho más complejas como las fluctuaciones en los cálculos de una forma razonablemente simple.*”

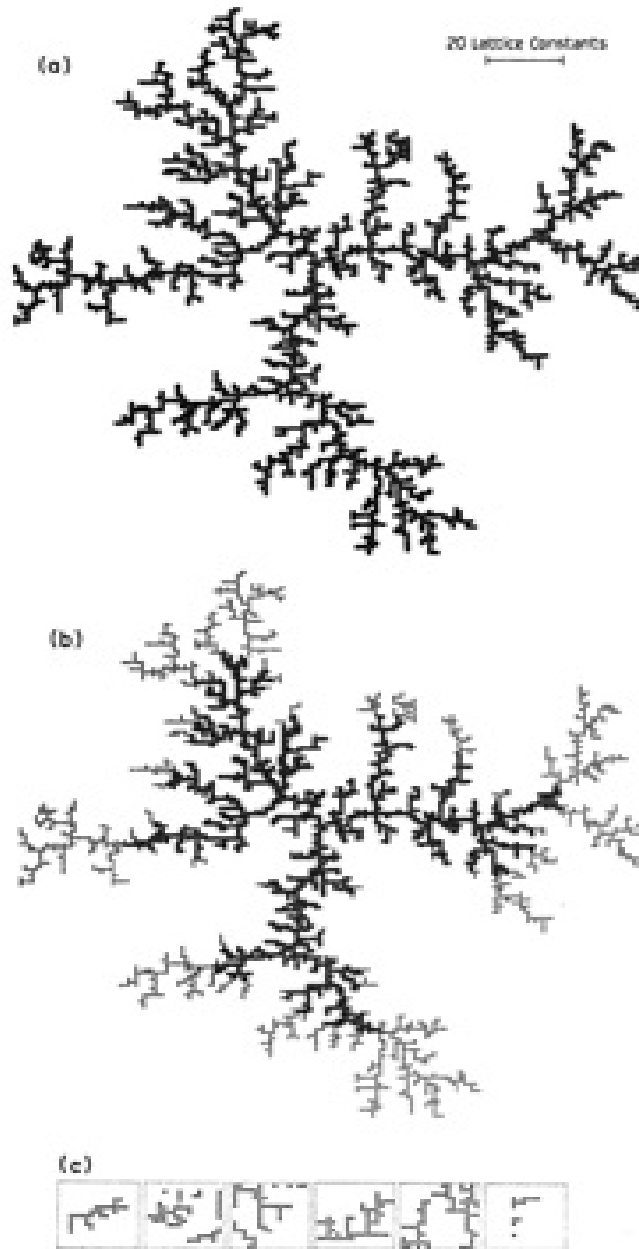


Figura 2.3: a) El total de 3000 partículas en una red cuadrada. (b) el efecto de pantalla: la primera partícula de 1500 para insertarse en el agregado son ciclos abiertos, el resto son puntos. (C) Fragmentos del mismo agregado elegido al azar (Witten & Sander,1983).

2.1.1. Conexión del DLA y la ecuación diferencial de difusión

El carácter difusivo que se observa en estos agregados es la probabilidad de que una partícula encuentre un vecino de \vec{x} para ocupar, en este proceso la primera partícula semilla tiene cuatro puntos adyacentes vecinos para ser ocupados (ver figura 2.4), cuando otra partícula se agrega tendrían seis puntos para ser ocupados, y si a continuación se agrega una tercera se evidencia que aumenta la probabilidad a siete de encontrar un vecino, esta no linealidad de crecimiento se debe a que en este cúmulo existen puntos adyacentes que son compartidos. En la figura 2.5 podemos ver una representación gráfica de la adhesión de partículas y la probabilidad de crecimiento.

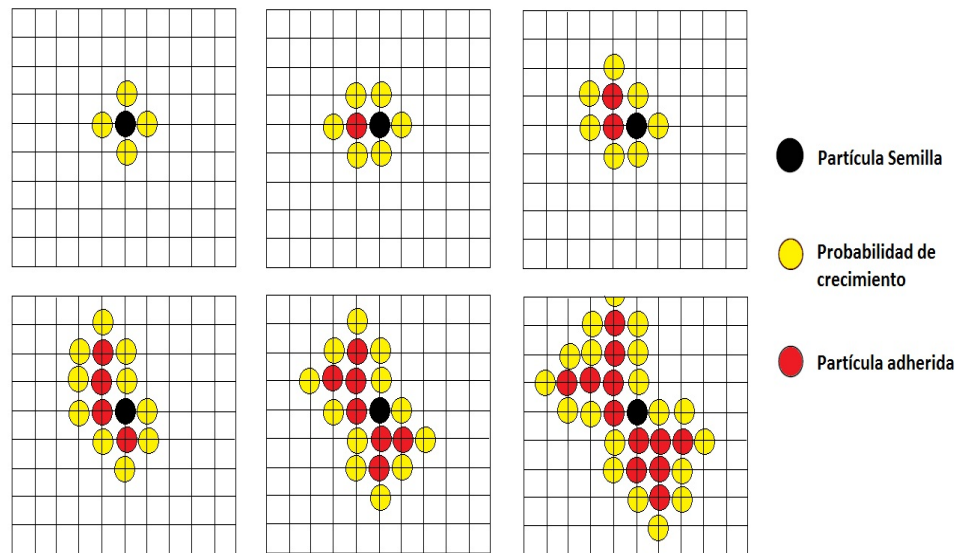


Figura 2.4: Representación gráfica de difusión generando estructuras aleatorias de crecimiento

Considerar que un camino al azar eventualmente se convierta en cúmulo de agregados, es suponer que $u(\vec{x}, k)$ es la probabilidad de una partícula que inicia su recorrido en un punto alejado del enrejado alcanza el sitio \vec{x} al k -ésimo paso. La probabilidad de encontrar la partícula en un punto \vec{x} es igual al promedio de las probabilidades de encontrarla en los sitios vecinos en el k previo antes de tomar su posición (Witten & Sander, 1983):

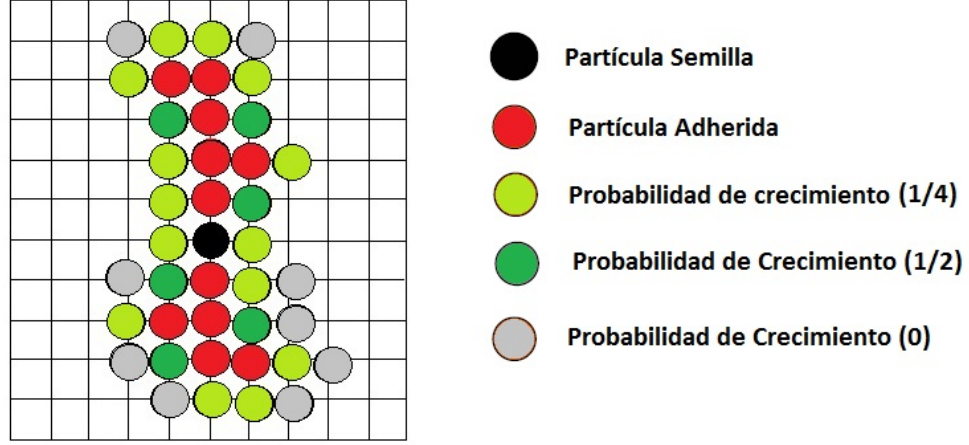


Figura 2.5: Representación gráfica de difusión generando estructuras aleatorias de crecimiento

$$u(\vec{x}, k + 1) = \frac{1}{c} \sum_l u(\vec{x} + \vec{l}, k) \quad (2.1)$$

Donde $\vec{x} + \vec{l}$ son las posiciones de los c vecinos a \vec{x} . Si se define la ecuación (2.1) en dos dimensiones del enrejado particular, $\vec{x} = (x, y)$, $k = t$, $c = 4$ y τ es la variable temporal adicional, obtenemos:

$$u(x, y, t + \tau) = \frac{1}{4} [u(x + h, y, t) + u(x - h, y, t) + u(x, y + h, t) + u(x, y - h, t)] \quad (2.2)$$

Con ello podemos determinar que $u(x, y, t) = 0$, porque en la estructura este punto k -ésimo no se ha alcanzado aún:

$$u(x, y, t + \tau) - u(x, y, t) = \frac{1}{4} [u(x + h, y, t) - 2u(x, y, t) + u(x - h, y, t) + u(x, y + h, t) - 2u(x, y, t) + u(x, y - h, t)] \quad (2.3)$$

Si $h = \tau = 1$

$$\frac{u(x, y, t + \tau) - u(x, y, t)}{\tau} = \frac{1}{4} \left[\frac{u(x + h, y, t) - 2u(x, y, t) + u(x - h, y, t)}{h^2} + \frac{u(x, y + h, t) - 2u(x, y, t) + u(x, y - h, t)}{h^2} \right] \quad (2.4)$$

El expresión izquierda de la ecuación (2.4) se identifica con la aproximación por diferencias finitas a la primera derivada temporal de u :

$$\frac{u(x, y, t + \tau) - u(x, y, \tau)}{\tau} \approx \frac{\partial u}{\partial t} \quad (2.5)$$

Análogamente, los términos del lado derecho de la ecuación corresponden a las segundas derivadas parciales respecto a x y y :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{u(x + h, y, t) - 2u(x, y, t) + u(x - h, y, t)}{h^2} \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{u(x, y + h, t) - 2u(x, y, t) + u(x, y - h, t)}{h^2} \quad (2.7)$$

Sustituimos las expresiones dadas a la ecuación (2.4) y obtenemos la ecuación discreta:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{1}{4} \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right] \quad (2.8)$$

Que corresponde a nuestra ecuación de difusión

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{1}{4} \nabla^2 u \quad (2.9)$$

Con esta expresión llegamos a que la ecuación 2.1 es equivalente a la ecuación de difusión.

2.2. Ejemplo de Proceso de Crecimiento Natural que presenta un comportamiento DLA

Existe una relación discontinua con la geometría euclidiana tradicional y las formas de la naturaleza debido a que las explicaciones de las mismas han sido descritas a partir de formas geométricas no naturales (circunferencias, rectángulos, trapecio, entre otras), que pueden llegar a ser poco exactas y confieren a estudios aislados y fuera de forma. Una nueva alternativa de estudio son los fractales que se establecen desde la forma o comportamiento, con ello es posible formalizarlas en su plenitud.

Estas morfologías complejas se enriquecen por poseer formas irregulares que parecen variar esporádicamente (nubes, copos de nieve, árboles). Es amplia la variedad

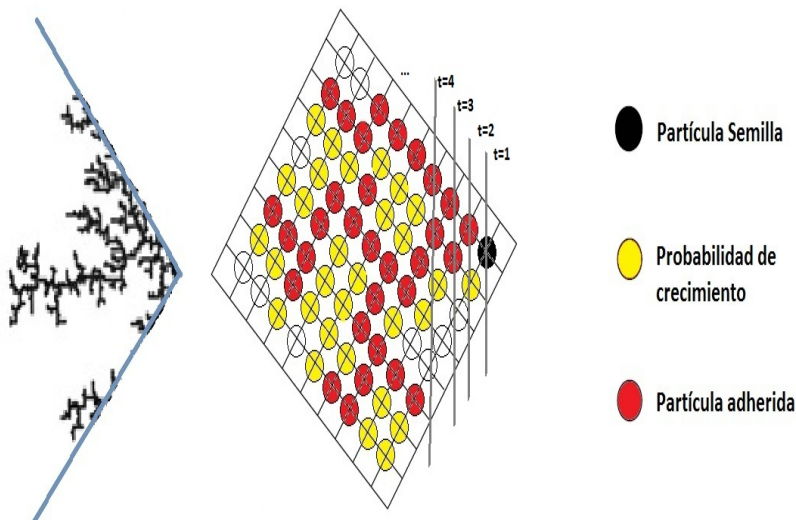


Figura 2.6: Representación gráfica del proceso de difusión aleatoria de crecimiento de región saliente.

de fenómenos en la naturaleza y en las actividades humanas que pueden generar estructuras con geometrías irregulares. Muchos de estos fenómenos forman estructuras DLA: la agregación de partícula de metal, crecimiento de cristal gobernado por la difusión de calor, la solidificación de aleaciones, los canales viscosos, las fracturas estructurales, los crecimientos biológicos. y otras (Vicsek, 1987). Con esta manera de observar el mundo, la geometría fractal permite realizar la caracterización por medio de estudios estadísticos que evidencian un acercamiento al fenómeno, ya que se generan algoritmos de comportamiento morfológica y de crecimiento (Sábas, 2004).

En este apartado se realiza un esbozo general de un sistema natural que gracias a este modelo específico fractal de Agregación Limitada DLA, es posible caracterizarlo, aunque no es parte del objeto de estudio principal, el relacionar el modelo con este crecimiento anormal permite llegar a una mejor comprensión del modelo y propicia posibles futuros estudios naturales a nivel físico.

2.2.1. Procesos de crecimiento natural: Cáncer de piel

El cuerpo está compuesto por billones de células vivas. Las células anormales

del cuerpo crecen, se dividen en nuevas células y mueren de manera ordenada. Durante los primeros años de vida de una persona, las células normales se dividen más rápidamente para facilitar el crecimiento de la persona. Una vez que se llega a la edad adulta, la mayoría de las células sólo se dividen para reemplazar las células desgastadas o las que están muriendo y para reparar lesiones. El cáncer se origina cuando las células en alguna parte del cuerpo comienzan a crecer de manera descontrolada (American Cancer Society, 2000). Existen muchos tipos de cáncer, pero todos tienen en común que comienzan con el crecimiento sin control de células anormales, el hecho de que crezcan sin control e invadan otros tejidos es lo que hace que una célula sea cancerosa.

En el caso del cáncer de piel, el crecimiento descontrolado de células en la piel se clasifica como benigno (no cáncer) o maligno (cáncer). Los primeros usualmente presentan un gran crecimiento, pero no se distribuyen por todo el cuerpo. Los tumores malignos invaden y destruyen tejidos por medio de la metástasis¹(Registro Central De Cáncer De Puerto Rico). Las células en un cuerpo saludable regulan la proliferación de ellas mismas y la de sus vecinas, el proceso normal de reproducción se da si es necesario para mantener el equilibrio, fomentando una adecuada organización de necesidades humanas. En contraste las células cancerosas alteran este ciclo debido a que se mantienen fuera del orden y proliferación, incluso tienden a emigrar e invaden los tejidos alejados de su origen, ya que las células portan ADN² en el núcleo cromosómico, sistematizando genes (Cotran, Kumar & Robbins 2001).

Cuando estos genes se activa responde a la sintetización de proteínas, es por ello que queda abierta la posibilidad de mutación de genes; los que promueven que se encienda el cáncer son los *proto-oncogenes* y los *genes supresores* (Sábas, 2004). Los proto-oncogenes son genes incluidos en el genoma humano que regulan el crecimiento y la diferenciación celular. Sus proteínas se expresan en diferentes momentos del ciclo y son imprescindibles para su regulación. En principio, el término proto-oncogén puede ser confuso, ya que implica de forma errónea que estos genes existen con el único fin de expresar un fenotipo tumoral, cuando realmente su función es

¹”Proceso canceroso por el cual las células crecen y se diseminan en otras partes del cuerpo a través de los torrentes sanguíneos”

².Entendida como el que especifica la sucesión de aminoácidos que deben unirse para producir proteínas”

esencial para la regulación del ciclo celular. Determinados cambios estructurales y/o funcionales en los proto-oncogenes contribuyen a la malignización de la estirpe celular, convirtiéndolos en oncogenes. Estos oncogenes originarán proteínas con expresión en función alterada que favorecerán el crecimiento y/o la invasividad tumoral (Biocancer, s.f.).

El cáncer de piel tiene aproximadamente más de 500 formas de presentarse, sin embargo, actualmente existe una clasificación general debido a los tipos de células afectadas (Nacional Cancer Institute, 2010): Melanomas y no melanomas, los melanomas es un tipo de cáncer que nace con los melanocitos³, cuyas células producen el pigmento de la piel, este tipo tiene alta tendencia a diseminarse por otras partes del cuerpo. Los no melanomas corresponden al cáncer de células escamosas y el cáncer de células basales. Aunque para esta descripción abordaremos solamente una particularidad de no melanomas, células escamosas o cánceres epitelios.

Crecimiento del cáncer y el DLA

Algunos trabajos de Vicsek (1987) muestran que el crecimiento de colonias bacterianas desarrollan modelos geométricos complejos de formas y contornos irregulares. Otros trabajos, específicamente los de Nonnenmacher (1994), enfatiza el hecho de que casi la totalidad de los crecimientos biológicos conducen a la formación de estructuras complejas que muestran características propias de la geometría fractal (Nonnenmacher, Losa & Weiber, 1994). En este sentido, se muestra mucho interés en encontrar los principios básicos de crecimiento en organismos que se desarrollan en sistemas vivos. La forma en la que se compara entre modelos de crecimiento simulados y sistemas naturales de crecimiento, en este caso modelos de tumores primarios proporcionan explicación y descripción sobre la morfología y las propiedades del cáncer (Flores et al., 2008).

Para ello se enfatiza en dos investigaciones realizadas en el Instituto Politécnico Nacional de México en las cuales se han venido desarrollando por medio de mode-

³es una célula que se encarga de reproducir melanina, un pigmento de la piel, ojos y pelo cuya principal función es la de bloquear los rayos ultravioleta solares, evitando que dañen el ADN de las células de estas regiones tan expuestas a la luz.

2.2. EJEMPLO DE PROCESO DE CRECIMIENTO NATURAL QUE PRESENTA UN COMPORTAMIENTO DLA

los fractales el crecimiento de carcinomas. Las simulaciones de proliferación celular, influencia recíproca entre células, división celular y muerte celular (Sábas, 2004). El proceso de simulación genera estructuras fractales, las cuales son caracterizadas mediante su radio de giro, el número de células en la periferia de la estructura y su dimensión fractal. Los resultados comparativos revelan una relación entre la naturaleza de la dimensión fractal y el nivel del desorden en la periferia de un tumor real (Flores, Pérez, Mendoza & Altamirano, 2008). Las similitudes cualitativas entre los modelos simulados y los crecimientos anormales de células.

Las características morfológicas de este tipo de cáncer se evidencia asimetría en el contorno, los bordes son borrosos e irregulares, su pigmentación no es uniforme en tonalidades negras, cafés y canela, si se hace un seguimiento es notorio un crecimiento descontrolado de diámetros. Este hecho es una manifestación *a priori* de los especialistas (Bassingth, 1994), en este caso los oncólogos dictaminando la formación tumoral guiados por la morfología del tumor.

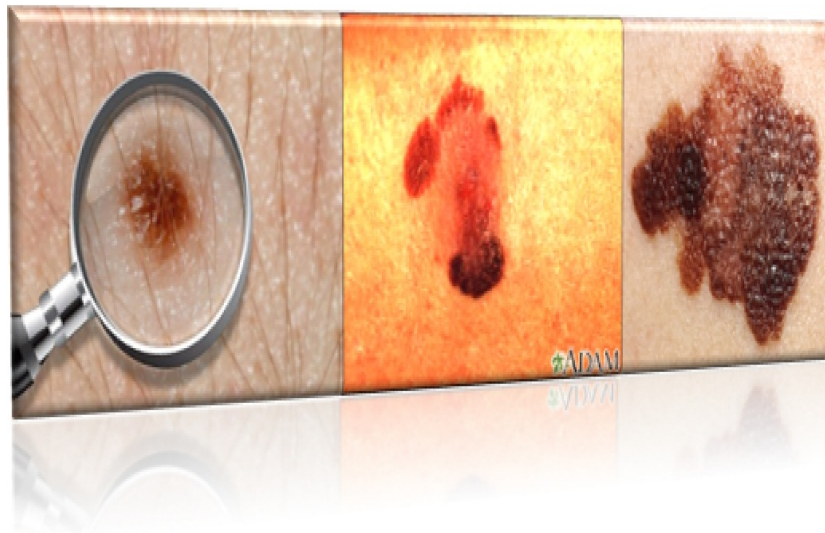


Figura 2.7: Características Morfológicas de Crecimiento Anormal

La búsqueda investigativa se fundamentó en la obtención de imágenes de pacientes que padecen esta enfermedad con el fin de filtrar los contornos de los tumores. Aunque surgieron dificultades en la obtención de las imágenes con sus patologías ya que es muy complicado obtenerlas debido a las consideraciones éticas al respecto.

2.2. EJEMPLO DE PROCESO DE CRECIMIENTO NATURAL QUE PRESENTA UN COMPORTAMIENTO DLA

Particularmente en la investigación doctoral titulada "Simulación y caracterización de crecimientos anormales de células" de Sábás, se realizó con 1200 imágenes en diferentes etapas de desarrollo que fueron suministradas por especialistas que colaboraron con el estudio y sitios de internet pertenecientes a sociedades médicas privadas y públicas. El análisis de las fotografías⁴ se realizó en un programa comercial que permita el manejo y modificación de imagen. La figura 2.8 (a) y (b) corresponde a la fotografía original de crecimiento anormal, la figura se obtienen después de haberse filtrado valores de 68 % de brillo y 45 % en contraste, considerando los colores básicos; considerando el color verde en la figura (c) se fijan valores de 50 % brillo y en (d) 66 % contraste; para poder enfatizar en los contornos se elimina el fondo a las imágenes (e) y (f); finalmente se coloca un filtro final de contraste 70 % como se evidencia en las figuras (g) y (h).

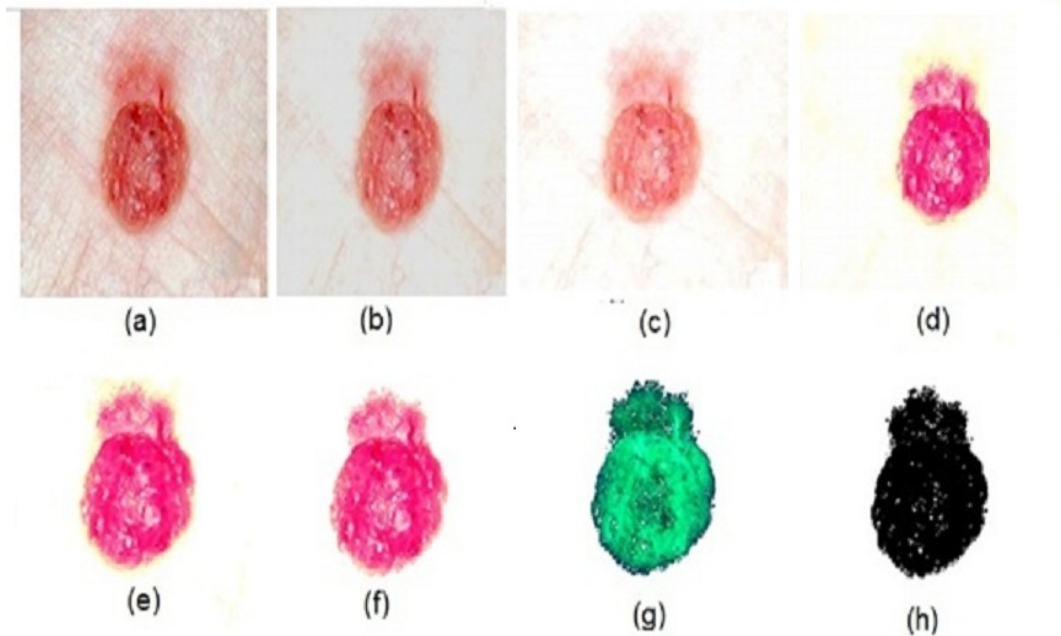


Figura 2.8: Eliminación de tonos y contornos por medio de filtros (Sábás, 2004)

Para poder caracterizar el proceso de crecimiento se pixela la imagen, se contabiliza el total de pixeles de la formación de la estructura y también a los que

⁴ Las imágenes que se obtuvieron no pertenecen a una sola persona, ni a una determinada etapa de desarrollo.

corresponden al contorno, como lo muestra la figura 2.9.

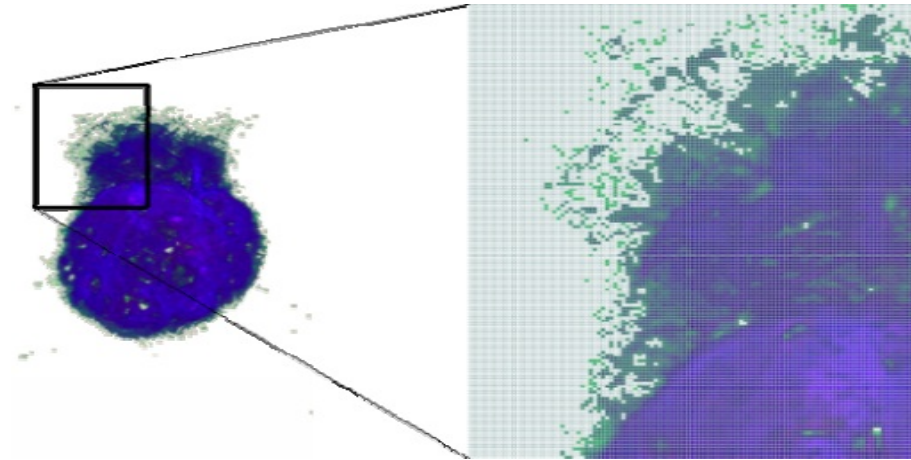


Figura 2.9: Proceso de Pixelado de la Formación de la Estructura (Sábas, 2004)

Por medio de la imagen se puede vislumbrar el panorama fractal que tiene su crecimiento anómalo, donde el conteo estadístico de los pixeles permite hacer una aseveración en relación a la forma en la que se manifiesta su crecimiento.

PROCESO DE MODELACIÓN PARA EL CRECIMIENTO DE AGREGACIÓN PROPUESTO

La educación en la actualidad ha puesto en duda la efectividad y pertinencia de la enseñanza tradicional en el ámbito de las ciencias. Las nociones y concepciones cruciales se han convertido en monólogos reiterativos que año tras año son enseñados como simples definiciones obligatorias sin ningún tipo de cuestionamiento ni reflexiones desde la enseñanza y mucho menos desde el aprendizaje. En el caso particular de la física los estudiantes la conciben como un agregado de fórmulas específicas relacionadas a problemas específicos y no como un sistema formado por un número limitado de conceptos y principios de gran aplicabilidad y generalidad. Sin embargo, se fomenta la resolución de problemas del libro que no llegan a ser significativos en el ámbito de lo cotidiano (Medina, 2007). Lo más preocupante es que los estudiantes no conciben los fenómenos sino que enuncian su identificación por medio de sustituciones en fórmulas para llegar a un resultado deseado, dejando atrás la verdadera visión de la enseñanza de las ciencias vista como una actividad donde la construcción de explicaciones cobra una gran relevancia, al posibilitar al estudiante la generación de sentidos y significaciones desde la experiencia, incentivada por un proceso de replanteamiento de lo que se conoce. Aunque el modelo no constituye por sí mismo una explicación de la realidad física, si se convierte en un medio de aproximación para comprender y conocer (Ver Capítulo 1.).

En este sentido, resulta imperante la elaboración de explicaciones de los fenómenos y el desarrollo del pensamiento de los estudiantes, las imágenes estáticas del mundo real que brinda la educación, limitan el cerebro humano en la idealización de sistema en continua interacción, debido a que están en contradicción con las nuevas dinámicas sociales, intelectuales y tecnológicas. El fomentar la construcción del conocimiento como una ligadura de concepción de modelos explicativos permite la interacción del estudiante con el panorama de perspectivas modernas fortaleciendo la educación explicativa de problemáticas de las ciencias de la naturaleza (Hock, 1993). Con ello no es tan descabellado considerar llevar al aula los problemas de la física contemporánea donde es posible establecer relaciones entre los campos de conocimiento y la búsqueda de comprensión de los mismos, reduciendo las barreras matemáticas para el estudio riguroso de sistemas complejos e interesantes, brindando la oportunidad de explorar sus ideas acerca de problemas científicos relevantes e ínsita a pensar sobre diferentes estrategias para abordarlos con alternativas de modelación computarizada de sistemas dinámicos por medio de métodos numéricos.

En este capítulo se describe la experiencia de comprensión y construcción del modelo de agregación propio a partir del modelo de agregación limitada, además se hace énfasis en el uso del ordenador como amplificador del cerebro humano pensante y orientarlo desde esta misma construcción con el fin de propiciar una aproximación más acorde hacia el fenómeno debido a su complejidad.

3.1. Construcción de Explicaciones

Uno puede explicar cómo funciona una máquina o cómo se puede ir en bicicleta, esto es, se informa acerca de cómo se desarrolla un proceso o una tarea. Estas explicaciones del tipo cómo están ligadas con aspectos descriptivos. También se pide una explicación cuando no se entiende una palabra, lo que llevaría a dar su significadoo sus condiciones de uso. Pero, indudablemente, las que tendrán un mayor interés son las relativas a la comprensión de un proceso, las explicaciones del tipo qué o las explicaciones del tipo por qué.

FÉLIX SCHUSTER

El proceso de cimentación de los diferentes modelos está ligada a la experiencia de representar, donde se supone una construcción que articula significados de comprensión (Baques, 2010), es decir, comprender significa percibir mentalmente algo, captar el significado de algo, entender con claridad lo que quiere decir alguien, conocer en un objeto todo lo que en él es conocible, llegar a conocer la naturaleza o modo de ser de una cosa. Construir explicaciones está estrechamente relacionados con establecer un proceso que tenga la posibilidad de explicar una parcela de la realidad de esta relación entre el sistema de referencia en el mundo real y el modelo se establece y se delimita a través de las relaciones analógicas de similaridad (Gómez, 2005). Por tales razones se justifica destacar la necesidad de valorar los modelos y la construcción de los mismos como herramientas del pensamiento, elaborados para construir conocimiento sobre el mundo, es decir, para hacerse a una imagen o representación propia del mismo y de los eventos que en él tienen lugar. Las representaciones pueden ser vistas entonces como medios para comprender y conocer, ya que no solo traen al presente hechos pasados, sino que también permiten prever situaciones futuras.

En el ámbito de las ciencias hacer partícipes a los estudiantes de esta construcción permite que se fortalezca la comprensión en términos de mecanismos comunicativos y la generalización de conocimiento, debido a que logran explicar, dar argumentos, exponer razones y dar sentido del objeto que explican; y ello se evidencia desde el lenguaje que construyen, ya que es un sujeto activo en la experiencia de interacción con el fenómeno a explicar y parte del conocimiento que posee y que considera más válido o sólido, para dar cuenta de lo nuevo o de lo poco conocido (Eder & Adurís, 2008). En este sentido, la construcción de explicaciones viabiliza que exista una organización mental del conocimiento, la comprensión de fenómenos desconocidos y su actuación en el mundo (Gómez, 2006).

3.2. Proceso de Construcción del Modelo de Explicación y Modelación

Una de las herramientas más interesantes que actualmente se disponen para analizar y predecir el comportamiento es la construcción y posterior simulación de un modelo. Estos modelos y las concepciones de realidad están estrechamente relacio-

nados debido a que por medio de ellos es posible representar, consolidar un lenguaje que da cuenta del entendimiento y comprensión relacionando dos principales procesos de abstracción e interpretación. El primero de ellos precisa a encontrar cuales son los elementos más importantes del problema. Para saber si un elemento de estudio es o no importante es necesario analizar el efecto y la incidencia en la evolución del sistema. Con respecto a la interpretación se considera que el modelar requiere de la identificación y selección de variables vistas desde los intereses particulares de exploración, comprendiendo relaciones entre dichas variables. Este procedimiento se podría considerar como potencializadora de habilidades de carácter sistemático debido a que permite la identificación de características incluidas en el modelado, y la identificación de las mismas como cualitativas o cuantitativa, dependientes o independientes, además del establecimiento de correlaciones entre ellas (García & Rentería, 2011).

Por tanto, la primera de las fases necesaria para construir un modelo es la abstracción, donde se establecen hipótesis y se identifican las variables pertinentes para la solución o esclarecimiento del sistema. La fase siguiente es tratar de implicar las herramientas necesarias para la formación de sistema, posteriormente los resultados que se deducen del modelo deberían llevar a poder efectuar algunas predicciones sobre el mundo real. El paso siguiente sería realizar en proceso de comparación entre la fenomenología con el modelo que se está construyendo.

Como proceso de creación, el modelo tiene una serie de implicaciones alrededor de fortalecer la representación explicativa debido a que es necesario que el modelo esté sujeto al objeto de estudio natural, que estén acordes los parámetros y planteamientos hipotéticos. Cuando estas predicciones coinciden con la realidad, entonces las hipótesis son correctas y también lo son las variables definidas. En caso contrario, si se observan discrepancias será necesario construir otro modelo más aproximado y viable. A continuación, se realiza una descripción del proceso de re-construcción del *Modelo de Agregación Limitada* desde los parámetros y modificaciones de suposiciones del sistema, tanto en la elección de variables, hasta llegar a establecer un algoritmo matemático a partir del uso del ordenador.

Descripción del fenómeno real. El proceso de agregación consiste en hacer crecer a partir de una semilla a base de agregación de partículas liberadas que se produce por los efectos de iteración (Gould, Tobochnik & Wolfgang, 2007). Es posible generar estructuras que posean estas características de crecimiento, El primer paso es ocupar un lugar con una partícula semilla. Después una partícula es lanzada desde un punto aleatorio de una circunferencia cuyo centro coincide con la semilla. La partícula sigue un camino aleatorio hasta alcanzar un punto adyacente de la semilla y agregarse. Luego otra partícula es también lanzada desde la circunferencia hasta alcanzar un sitio adyacente de las dos partículas. Este proceso se repite muchas veces hasta que se forme un gran aglomerado. (Ver Capítulo 2.).

Elección de variables.

Se tiene una grilla cuyos nodos representarán los lugares donde pueden estar las partículas, se representará por una función $u(x, y, t)$, donde x, y es la ubicación de los nodos y t el tiempo. Los valores que toma u son cero (0) o uno (1). Cero indica que no hay partículas y 1 que no hay partícula. Si se tiene una grilla de 100 X 100, entonces x y y toman valores enteros de cero (0) a (100) y la condición inicial será $u(50, 50, 0) = 1$ y todos los demás son cero.

Relaciones entre las variables.

Se establece un círculo alrededor de la partícula y se coloca otra partícula en la circunferencia del círculo en un ángulo al azar. A continuación, suelte la segunda partícula que configura un tipo de movimiento aleatorio que simula el proceso de difusión. Existe una probabilidad de que los vecinos a la semilla sean ocupados por la partícula que se lanzó.

Modificación de Parámetros de Modelación.

El algoritmo descrito anteriormente es entendible en su idea, pero lograr un clúster requiere del orden de 40.000 iteraciones, lo cual es posible realizarlo con ayuda del computador. Sin embargo programar el algoritmo requiere de sutilezas tanto del viaje aleatorio como de la escogencia de los puntos al azar que requiere explicaciones específicas para su enseñanza. Por esta razón se construyó un modelo

a pequeña escala con variantes que se desarrollan a continuación y posteriormente construir un modelo nuevo a gran escala.

Construcción cualitativa del modelo.

Al modelo que tiene estas bases de modificación de parámetros se denominará *Modelo Propuesto*. A partir de estas modificaciones del modelo DLA se emprende una búsqueda de re-planteamiento desde una perspectiva más didáctica ya que al iniciar esta primera etapa de abstracción, la comprensión del fenómeno en términos de la modelación fue complejo, para ello se realiza un juego que sea mediador en este tipo de comprensiones. Este replanteamiento del modelo inicio debido a que no era claro en las diferentes bibliografías estudiadas, se materializó en una plataforma física (juego) donde era posible interactuar con los diferentes movimientos y concebir la agregación de partículas (Ver Apéndice C).

El *Modelo Propuesto* consiste en un enrejado de 8×8 ¹ de 2D que contiene una partícula semilla en el centro. Se liberan las partículas a movimientos aleatorios desde los cuatro puntos extremos del enrejado de manera aleatoria. Estos movimientos tienen unos limitantes de libertad verticales u horizontales entre los sitios del enrejado², es decir, dependiendo de la posición extrema inicial las partículas podrán emprender su viaje, si se lanza la partícula *Azul*, su movimiento es aleatorio en dirección arriba o derecha, desde la partícula *Verde* puede moverse en dirección arriba izquierda, y así con la respectiva *Roja* y *Amarilla*, como se evidencia en la figura (3.1). Si en algún momento durante su paseo aleatorio, la partícula se encuentra otra partícula, se adhieren entre sí y el paseo termina. Si la partícula se pierde de su rango de libertad, inicia nuevamente. El proceso se repite hasta que dentro del mismo no sea posible más movimiento.

¹El enrejado tiene estas especificaciones debido a diferentes pruebas de perfeccionamiento en términos del tiempo y número de participantes requerido

²Estas condiciones fueron necesarias debido a que si los movimientos son completamente aleatorios probablemente nunca lograrán llegar al cúmulo de partículas.

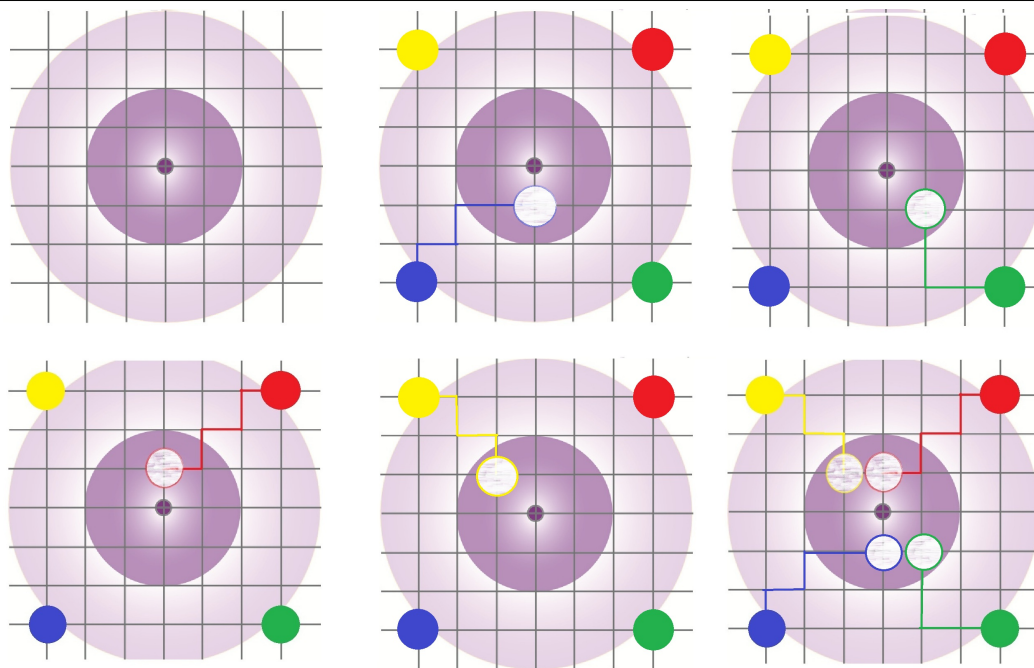


Figura 3.1: Enrejado propuesto en plataforma física

3.2.1. Juego: Aprendiendo con la Agregación

Presentación

Este modulo surge como alternativa, debido a la complejidad de este tipo de procesos de crecimientos y la ausencia de estos principios en la educación. Es por ello que Aprendiendo con la agregación se convierte en un juego util para llevar los principios de crecimiento por agregación de manera divertida, donde el estudiante tenga la posibilidad de vislumbrar el panorama de comprensión y relacionarlo con los crecimientos de la naturaleza.

Objetivo

Aportar elementos de interpretación a la enseñanza de los procesos de agregación limitada.



Figura 3.2: Juego: Aprendiendo con la Agregación

Recursos

Este juego cuenta con un tablero para cuatro participantes, sus respectivas fichas y tableros auxiliar para estrategia. Y el uso de programas computacionales como Visual Basic y C++.

Para el estudiante Al finalizar la implementación del módulo los estudiantes estarán en condiciones de:

1. Identificar el proceso de crecimiento de difusión limitada
2. Comprender la dinámica de los movimientos aleatorios

¿Cómo Jugamos?

El juego ofrece un modelo en el que los interesados pueden aprender acerca del proceso de agregación limitada por difusión. En este contexto, los estudiantes pueden apreciar y aprender cómo se estructura la agregación por medio de movimientos aleatorios. Este proceso de aprendizaje permite apropiar las concepciones de crecimientos fractales y relacionarlos con los crecimientos que se dan a nivel natural. Este juego también sirve para presentar conceptos como movimiento browniano. (Ver Figura 3.3)

Planteamiento de reglas del Juego

1. Es necesario que los jugadores identifiquen el tablero y el significado de los dados.
2. Pueden jugar entre dos y cuatro personas. Los jugadores eligen el color y el orden en el que desean jugar.
3. Inicialmente, el primer jugador lanza los dados, este le indicará la posición y dirección. Por ejemplo si el primer dado cae en rojo y verde, debes correr un vértice izquierdo, tiene la opción de correrlo en sentido izquierdo y se repite con los demás jugadores.
4. Cuando un jugador llegue a un punto adyacente al punto de llegada este se adhiere e inicia con otra ficha.
5. El jugador que gana es el que haya producido mayor adhesión y su figura evidencia difusión.

Asistentes de Estrategia Los asistentes de estrategia son cruciales para establecer una habilidad, ya que permite dibujar la trayectoria de cada una de las fichas de juego. Además que permite evidenciar el camino aleatorio y establecer qué punto adyacente queremos llenar.

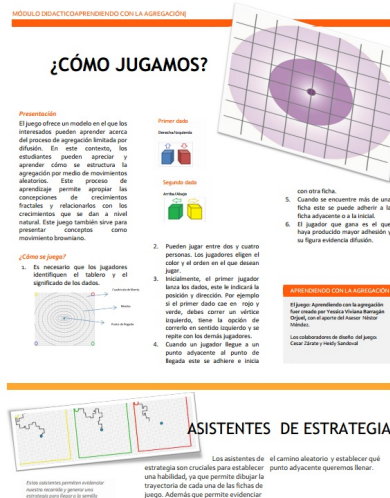


Figura 3.3: ¿Cómo jugamos?

3.3. Modelación C++

De acuerdo a esta re-construcción del modelo y a raíz de esta generación del *modelo propuesto* se emprende a modelar en un lenguaje computacional en C++, enmarcados en el uso del ordenador como amplificador del cerebro humano pensante y orientarlo desde esta misma construcción con el fin de propiciar una aproximación más acorde hacia el fenómeno debido a su complejidad en términos de iteraciones, y dificultades al momento de estudiar tanto estructuras mucho más grandes, con números de agregados que superan los límites humanos.

1. Escribir una rutina para generar números aleatorios, en este caso se usa $srand(time(0))$, donde $srand()$ da la función aleatoria una nueva semilla, un punto de partida ³. Y $time(0)$ da el tiempo en segundos desde la hora del ordenador, que es una muy buena semilla que cambia con el tiempo y por lo tanto produce diferentes números aleatorios cada vez que corre el programa ⁴.
2. Se define el rango de la rejilla de dos dimensiones o grilla en términos de N matriz $u[N + 1][N + 1]$, donde u toma valores 0 (sin partícula) o 1 (con partícula) y $N = 100$
3. Se establecen los cuatro puntos en forma de coordenadas que corresponden a la ubicación de partida desde donde se lanzan las partículas.
 - Azul $x1 = 2, y1 = 2$
 - Verde $x2 = N - 2, y2 = 2$
 - Rojo $x3 = N - 2, y3 = N - 2$
 - Amarillo $x4 = 2, y4 = N - 2$
4. Se establece el punto en el enmallado o enrejado donde se ubica la semilla. Debe tomar valores entre 3 y 97 debido a como se escogieron los cuatro puntos de lanzamiento. El primer paso es ubicarlo en la mitad. Lo anterior se logra haciendo $u[x][y] = 0$ para todo x y para todo y y luego $u[50][50] = 1$

³generalmente números aleatorios se calcula tomando el número anterior (o la semilla) y luego hacer muchas operaciones en ese número para generar el siguiente.

⁴tiene la garantía de que su semilla será la misma una sola vez, a menos que inicie su programa varias veces en el mismo segundo.

5. Se lanza desde el punto Azul una partícula que se mueve aleatoriamente o hacia la derecha o hacia arriba. Solo se mueve un paso. Luego se lanza desde Verde una partícula que se mueve aleatoriamente o hacia la izquierda o hacia arriba. Igual desde Rojo o hacia la izquierda o hacia abajo, y finalmente desde Amarillo, hacia la derecha o hacia abajo. Todos se han movido un paso que equivale a una iteración.
6. Se verifica en cada movimiento de cada una de las partículas si sus vecinos $u[x][y]$ están ocupados (igual a 1). Si es así significa que dicho punto se agrega al aglomerado, es decir, se cambia el valor de $u[x][y]$ de 0 a 1. Si no hay vecinos ocupados se continúa el camino aleatorio hasta que se sale de la grilla.
7. Se repite para cada partícula 20.000 veces.
8. La grilla de 0 y 1 se gráfica en *gnuplot*⁵ con una tabla que contiene únicamente las coordenadas x, y del enmallado $u[x][y] = 1$

En el Apéndice B, se puede encontrar finalmente el código programado en C++. Finalmente este algoritmo del *Modelo Propuesto* es posible evidenciarlo en forma gráfica como se muestra en la figura 3.4, donde se tuvo acceso a modificar las diferentes condiciones de iteración que acredita el proceso de crecimiento del aglomerado.

⁵gnuplot es un programa muy flexible para generar gráficas de funciones y datos. En esta oportunidad es trabajado en interfaz con C++

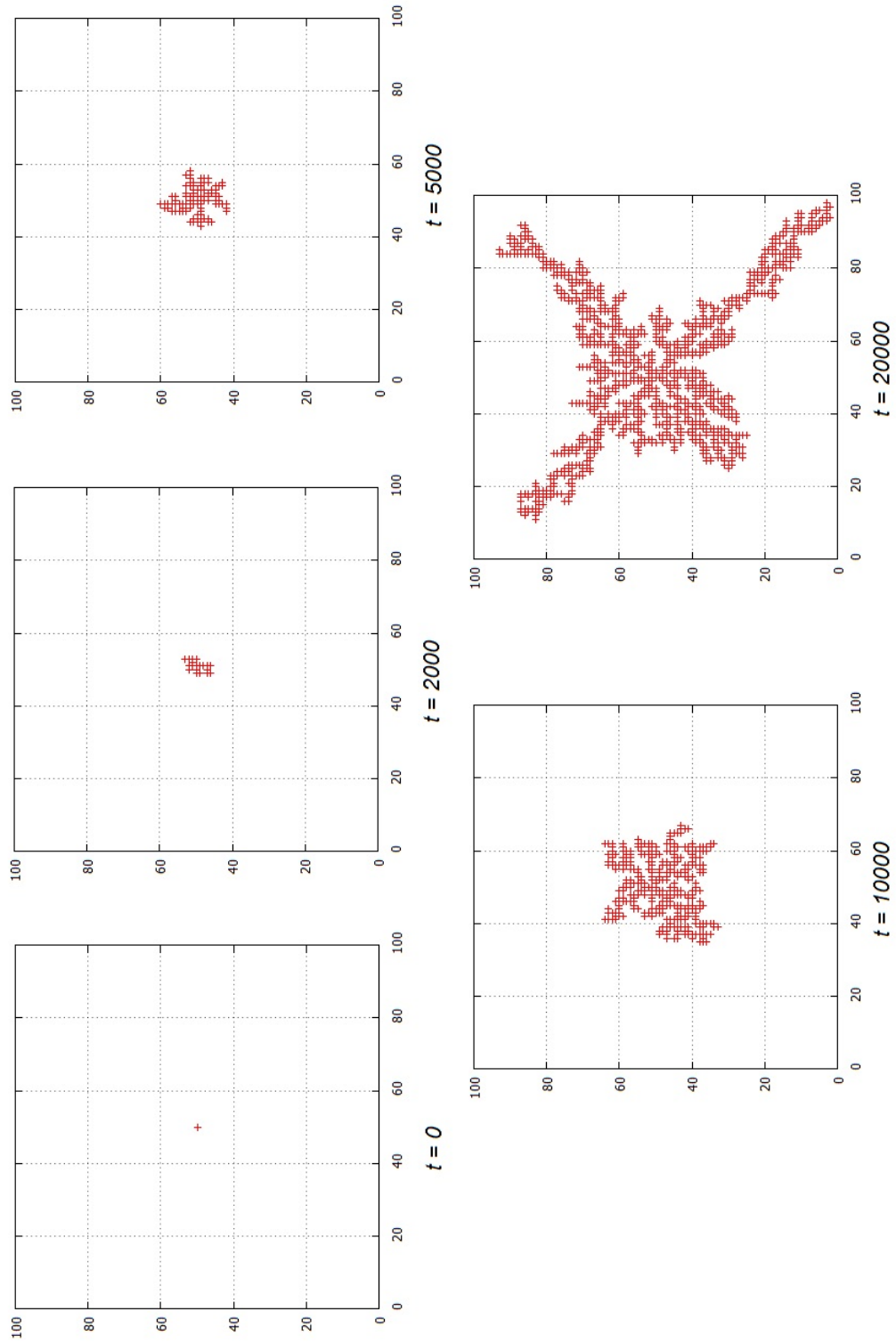


Figura 3.4: Modelo de Agregación Propuesto generada por c++ con variaciones en las iteraciones.

3.3.1. Adaptación de Modelación en C++ para Crecimientos Anómalos

En el capítulo anterior se realizó una caracterización en términos de crecimiento anormales de las células en la piel humana haciendo uso partículas de las imágenes para poder enfatizar en un crecimiento difusivo, es por ello que se inicia un proceso de búsqueda en relación a los parámetros del algoritmo construido para compararlo con el crecimiento de este tipo de cáncer de piel. El número de iteraciones para poder formar este tipo de crecimientos es menor a la expuesta en las diferentes investigaciones cuando se realizaba por medio del modelo de agregación limitada por difusión. En este sentido existe una ganancia en el tiempo de cómputo para poder establecer este tipo de comportamientos, como se muestra en la figura 3.5.

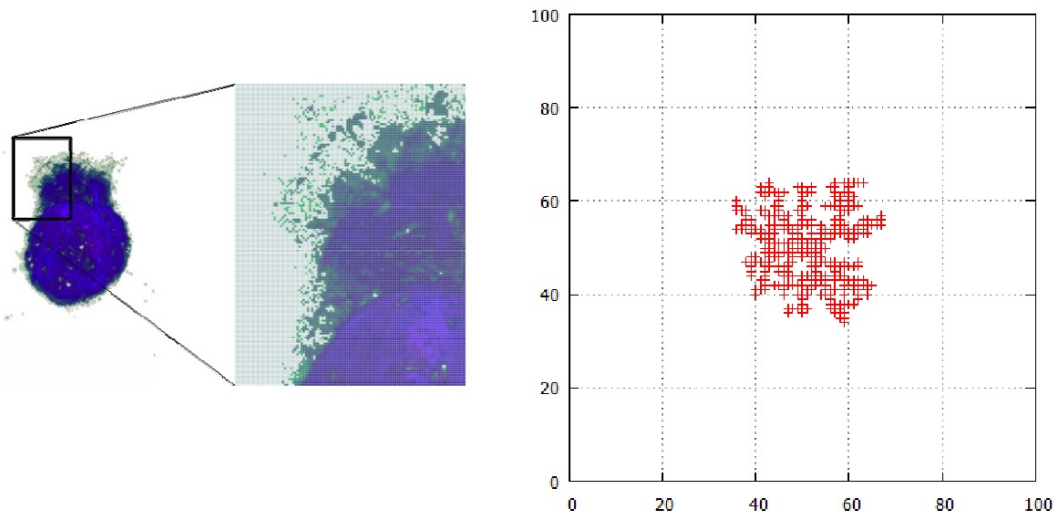


Figura 3.5: Modelo de Agregación Propuesto con condiciones específicas en comparación con el crecimiento de cáncer de piel.

Conclusiones

El uso de modelos de representaciones como mediadores en las dinámicas de explicación en los procesos de interpretación del sentido del mundo, posibilitan las descripciones, explicaciones y posibles predicciones de fenómenos, ampliando la base fenomenológica debido a que son una aproximación de re-interpretación del objeto de estudio.

El modelo DLA es fácil de entender en términos de movimientos aleatorios pero difícil al momento de construirlo usando herramientas computacionales. Es por ello que es necesario el uso de ordenadores para su comprensión mediante estrategias explicativas que muestren los alcances y limitaciones cuando se intenta construir el algoritmo matemático.

Contrario al DLA, el *Modelo Propuesto* dispara o lanza partículas desde cuatro puntos con dirección hacia el centro de la grilla, agregándose paulatinamente a la semilla. Se gana en que el número de iteraciones es menor al DLA para construir agregados de igual tamaño.

Bibliografía

American Cancer Society. (2000). *Boletín del Registro de Cáncer*. Recuperado el 2 de Junio del 2012, del sitio Web <http://www.cancer.org/acs/groups/cid/documents/webcontent/002321-pdf.pdf>

Baqués, L. (2010). *Conocimiento, Experiencia y Lenguaje*. Centro Cultural de la Memoria Haroldo Conti. 1-11. Recuperado el 13 de Julio del 2013, del sitio Web http://www.derhuman.jus.gov.ar/conti/2010/10/mesa-06/baques_mesa_6.pdf

Bassingth, J. (1994). *Fractal Physiology*. Oxford University Press, 410.

Biocancer. (s.f.). *Proto-oncogenes y Oncogenes*. Recuperado el 12 de Marzo de 2013, del sitio Web <http://www.biocancer.com>

Biologiacelularb. (s.f.). *Etapas de Desarrollo de un Cáncer*. Recuperado el 15 de Junio de 2012, del sitio Web <http://biologiacelularb.com.ar/joomlaespanol/images/diagramas/u5canc.jpg>

Chamizo, J. A., & Franco, A. G. (2010). *Modelos y Modelajes en la Enseñanza de las Ciencias Naturales*. Universidad Nacional Autónoma de México. Recuperado el 8 de Mayo del 2013, del sitio Web <http://www.modelosymodelajecientifico.com/01-HEMEROTECA/archivos/00Preliminares.pdf>

Chaparro, C. I., Pedreros, R. I., Méndez, N. F. & Sastoque H. O. (2006). *Elementos del pensamiento sistémico en la elaboración de explicaciones sobre el fenómeno de la caída de los cuerpos*. Tecné, Episteme y Didaxis. vol. 20

Clark, W. (1991). *The cancer Diseases*. J. Cancer, 631.

Concari, S. B. (2001). *Las Teorías y Modelos en la Explicación Científica: Implicancia para la Enseñanza de las Ciencias.* Ciencia y Educación. 7(1), 85-94. Recuperado el 22 de Mayo del 2013, del sitio Web <http://www.scielo.br/pdf/ciedu/v7n1/06.pdf>

Cotran R.S., Kumar V. & Robbins S.L. (2001). *Robbins Pathologia Humana,* W.B.Saunders Co., London, 8 ed.

Eder, M. & Adúriz, A. (2008). *La Explicación en las Ciencias Naturales y en su Enseñanza: Aproximaciones Epistemológicas y Didáctica.* Centro de Formación e Investigación en Enseñanza de las Ciencias (CeFIEC), 101-133. Recuperado el 23 de Agosto del 2012, del sitio Web [http://latinoamericana.ucaldas.edu.co/downloads/Latinoamericana4\(2\)7.pdf](http://latinoamericana.ucaldas.edu.co/downloads/Latinoamericana4(2)7.pdf)

Flores A.S., Pérez H.J., Mendoza R.M. & Altamirano M.M.(2008). *Geometría Fractal, una Aplicación Médica.* Escuela Superior de Ingeniería Mecánica Eléctrica Unidad Culhuacán. Instituto Politécnico Nacional de México. México.

Garaigordobil, M. (1995). *Una metodología para la utilización didáctica del juego en contextos educativos.* Aprendizaje, Comunicación, Lenguaje y Educación, 91.

García, J. & Rentería, E. (2011). *Modelización de Problemas para Desarrollar Habilidades de Experimentación.* Tecné, Episteme y Didaxis. (29), 44-64

Gilbert, J. K., & Boulter, C. J. (2000). *Developing Models in Sciece Education.* (J. K. Gilbert, & C. J. Boulter, Edits.) Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Gómez, A. (2005). *La Construcción de un Modelo de Ser Vivo en la Escuela Primaria: una Visión Escalar.* Tesis Doctoral. Facultad de Ciencias de la Educación. Universidad Autónoma de Barcelona.

Gómez, A. (2006). *Construcción de Explicaciones Científicas Escolares.* Educación y Pedagogía. XVIII(45), 73-83. Recuperado el 3 de Septiembre del 2012, del sitio Web <http://aprendeenlinea.udea.edu.co/revistas/index.php/revistaeyep/article/viewFile/6088/5494>

Gonzáles, V. (2012). *Opiniones Y Creencias Hacia El Juego Como Metodología*

Didáctica Y Potenciador De La Creatividad De Maestros Y Maestras En Ejercicio De La Provincia De Segovia. Madrid. España: Universidad de Valladolid.

Gould, H., Tobochnik, J., & Wolfgang, C. (2007). *An introduction to computer simulation methods*. Pearson Education, Inc.

Gutiérrez, R. (2003). *Cáncer de piel*. Revista Facultad de Medicina. UNAM, v. 46.

Hauser, K., Braunwald, L. & Jameson, F. (1999). *Harrison 's Principles of Internal Medicine*. Harrison, 16 ed.

Hock, H. (1993). *The concept of fractals and Pharmaceutical Sciences Pharmazie*, 643-655.

Islas, S. M., & Pesa, M. A. (2004). *Estudio Comparativo Sobre Concepciones de Modelo Científico Detectadas en Física*. Ciencia, Docencia y Tecnología. (29), 117-144. Recuperado el 3 de Septiembre del 2012, del sitio Web <http://www.redalyc.org/pdf/145/14502905.pdf>

Jacob, E., Shamueli, H. & Tenenbaum (1994). *Generic modelling of cooperative growth patterns in bacterial colonies*. Phisica A. vol. 187, 378.

Justi, R. (2006). *La Enseñanza de Ciencias Basada en la Elaboración de Modelos*. Enseñanza de las Ciencias, 24(2), 173-184 Recuperado el 2 de Junio del 2012, del sitio Web http://www.cneq.unam.mx/cursos_diplomados/diplomados/medio_superior/SEIEM/1a/01/00/02_material/1a_generacion/mod8/archivos/Justi,%202006.pdf

Landau, R. Páez , M., & Bordianu, C. (2007). *Computational Physics* WILEY VCH.

Martínez, M. (2010). *El juego como método de aprendizaje*. Revista digital: Enfoques educativos, vol. 71, 102-112.

Medina, J. (2007). *Modelado de sistemas dinámicos y educación en ciencias* Latin American and Caribbean Jourbak of Engineering Education.

Nacional Cancer Institute. (2010). *What you need to know about melanoma and other skin cancers.* Recuperado el 1 de Febrero de 2013, del sitio Web <http://www.cancer.gov/cancertopics/wyntk/skin.pdf>

Nonnenmacher, T.F., Losa, G.A. & Weiber. (1994). *Fractals in Biology and Medicine Birkh.* Auser Verlag, Basel.

Ramírez, María. (2013). *La Propagación del Impulso Nervioso, su Explicación y Compensación a través de Modelos y Analogías.* Trabajo de Grado: Licenciatura en Física. Universidad Pedagógica Nacional.

Registro Central De Cáncer De Puerto Rico. (s.f.). *Boletín del Registro de Cáncer.* Recuperado el 2 de Febrero del 2013, del sitio Web <http://www.salud.gov.pr/RCancer/Boletines/El%20C%C3%A1ncer%20de%20Piel.pdf>

Rubiano, G. (2000). *Fractales para profanos* Bogotá : Universidad Nacional de Colombia.

Sábas, A. (2000). *Three Dimensional Growth Model For Primary Cancer Kharkov Ukrania. Proc. Of the Forth International Conference Kharkov Symposium of physics and Engineering of Millimeter and Sub-Millimeter Waves.* México, 207-221.

Sábas, A. (2004). *Simulación y caracterización de crecimientos anormales de células.* Tesis (Doctor en Ciencias de Comunicaciones y Electrónica). Instituto Politécnico Nacional. México.

Unidad De Epidemiología Y Registro De Cáncer De Les Illes Balears. (s.f.). *¿Qué es el Cáncer?.* Recuperado el 1 de Febrero de 2013, del sitio Web <http://gmein.uib.es/>

Vicsek, T. (1987). *Fractal growth phenomena, 2nd edition.* Singapore: World Scientific.

Witten, T. & Sander, L (1981). *Diffusion-limited aggregation, a kinetic critical Phenmenon.* Physical Review Letter 41, 1400.

Witten, T. & Sander, L. (1983). *Diffusion-limited aggregation.* Physical Review B, 56.

Apéndice A. Desarrollo del cáncer

En los últimos años la ciencia ha descubierto un conjunto de principios básicos que gobiernan el desarrollo del cáncer. Se sabe que las células de un tumor descienden de una célula invadida, que generalmente tarda décadas en manifestarse, esta presenta una aceleración de reproducción indebido que permite la transformación de células normales a cancerosas (Hauser, Braunwald & Jameson,1999). La transformación maligna de una célula acontece después, por acumulación de mutaciones en genes específicos. Estos genes son claves para entender las raíces del cáncer, y además ayuda a conocer la biología molecular de una célula normal, los principios que regulan el crecimiento, diferenciación y la muerte celular programada (Unidad De Epidemiología Y Registro De Cáncer De Les Illes Balears. (s.f.)).

Las etapas generalizadas de desarrollo del cáncer:

- *Metaplasia*. El desarrollo del tumor empieza cuando alguna célula genéticamente alterada dentro de una población normal ha sufrido mutación genética que aumenta su propensión para proliferar cuando normalmente no debería de hacerlo⁶.



Figura 3.6: Primera Etapa de Desarrollo del Cáncer: Metaplasia (Unidad De Epidemiología Y Registro De Cáncer De Les Illes Balears. (s.f.))

- *Hiperplasia*. Después de esta fase inicial sigue un período de hiperplasia, en donde la célula alterada y su progenie conservan su apariencia normal pero se reproducen en exceso. Después de algún tiempo, una de estas células sufre mutaciones que genera pérdida de control de crecimiento.

⁶La proliferación celular es normal e irreversible en la totalidad de seres vivos, sin embargo en el caso de los crecimientos anómalos es tan rápida dicha proliferación que las células nuevas no son copiadas con precisión, dando lugar a alteraciones genéticas (Sábas,2004)

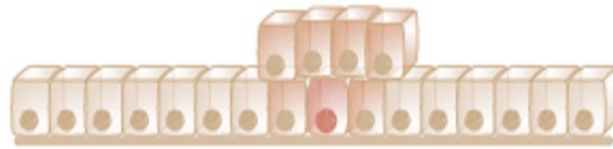


Figura 3.7: Segunda Etapa de Desarrollo del Cáncer: Hiperplasia

- *Displasia*. De nuevo, y al cabo del tiempo estas células pueden desarrollar anomalías crecientes en su desarrollo y aspecto, y es entonces cuando empezamos a hablar de cáncer. Si el tumor no ha traspasado aún ninguna barrera para invadir otro tejido, se habla de un cáncer in situ o cáncer localizado.



Figura 3.8: Tercera Etapa de Desarrollo del Cáncer: Displasia

- *Cáncer in situ*. De nuevo, y al cabo del tiempo estas células pueden desarrollar anomalías crecientes en su desarrollo y aspecto, y es entonces cuando empezamos a hablar de cáncer. Si el tumor no ha traspasado aún ninguna barrera para invadir otro tejido, se habla de un cáncer in situ o cáncer localizado.



Figura 3.9: Cuarta Etapa de Desarrollo del Cáncer: Cáncer in situ

- *Cáncer invasivo*. El tumor puede permanecer localizado indefinidamente, sin embargo algunas células pueden sufrir nuevas mutaciones y el tumor localizado puede ir adquiriendo todavía más rasgos malignos que le facilitan la capacidad invasiva del tejido circundante y se vierte en el torrente sanguíneo. Así, las células invasoras

pueden iniciar nuevos tumores en otras partes del cuerpo (metástasis), que pueden ser letales si afectan a un órgano vital y nos encontramos en ante un cáncer invasivo.



Figura 3.10: Quinta Etapa de Desarrollo del Cáncer: Cáncer invasivo

Apéndice B. Código Computacional C++

```

#include<iostream>
#include<fstream>
#include<cmath>
#include<cstdlib>
#include<ctime>
using namespace std;

int main(){
    srand(time(0));
    ofstream f("juego.txt"), c("comando.plt"), fp("prueba.txt");
    int i, contador, N=100;
    int grid[N+1][N+1]; //Creación de la grilla
    for(i=0; i<=N; i++){
        for(contador=0; contador<=N; contador++){
            grid[i][contador]=0;
        }
    }
    int x1=2, y1=2, x2=N-2, y2=2, x3=N-2, y3=N-2, x4=2, y4=N-2; //condiciones iniciales
    int sx, sy; //ubicación de la semilla
    cout<<"Semilla x = "; cin>>sx;
    cout<<"Semilla y = "; cin>>sy;
    grid[sx][sy]=1; //Ubicación de la semilla

    //-----Encabezado de la gráfica-----
    c<<"set size ratio -1"<<endl;
    c<<"unset key"<<endl;
    c<<"set xrange[0:"<<N<<"]"<<endl;
    c<<"set yrange[0:"<<N<<"]"<<endl;
    c<<"set grid"<<endl;

    f<<sx<<" "<<sy<<endl;
    for(i=0; i<20000; i++){
        contador=rand()%2;
        if(contador==0) x1+=1;
        else y1+=1;
        fp<<x1<<" "<<y1<<endl;
        if(grid[x1+1][y1]+grid[x1-1][y1]+grid[x1][y1+1]+grid[x1][y1-1]>=1){
            f<<x1<<" "<<y1<<endl;
            grid[x1][y1]=1;
            x1=2; y1=2;
        }
        if((x1>=N-1 || y1>=N-1) || (x1<=1 || y1<=1)) {x1=2; y1=2;}

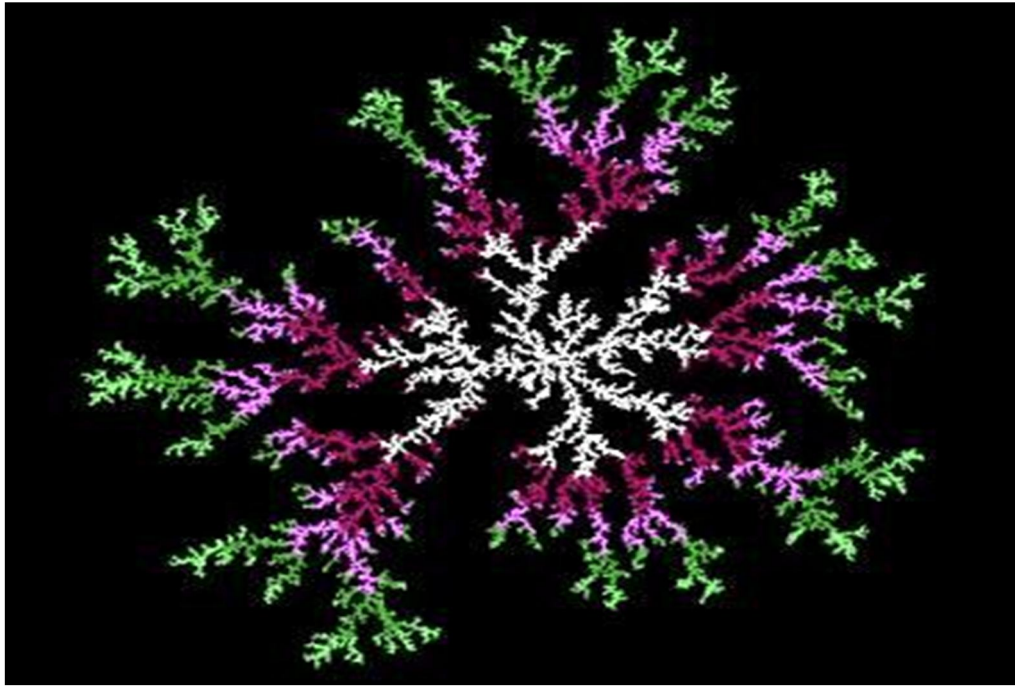
        contador=rand()%2;
        if(contador==0) x2-=1;
        else y2+=1;
        if(grid[x2+1][y2]+grid[x2-1][y2]+grid[x2][y2+1]+grid[x2][y2-1]>=1){
            f<<x2<<" "<<y2<<endl;
            grid[x2][y2]=1;
            x2=N-2; y2=2;
        }
        if((x2>=N-1 || y2>=N-1) || (x2<=1 || y2<=1)) {x2=N-2; y2=2;}
    }
}

```

```
contador=rand()%2;
if(contador==0) x3--=1;
else y3--=1;
if(grid[x3+1][y3]+grid[x3-1][y3]+grid[x3][y3+1]+grid[x3][y3-1]>=1){
    f<<x3<<" "<<y3<<endl;
    grid[x3][y3]=1;
    x3=N-2; y3=N-2;
}
if((x3>=N-1||y3>=N-1)|| (x3<=1||y3<=1)){x3=N-2; y3=N-2;}

contador=rand()%2;
if(contador==0) x4+=1;
else y4+=1;
if(grid[x4+1][y4]+grid[x4-1][y4]+grid[x4][y4+1]+grid[x4][y4-1]>=1){
    f<<x4<<" "<<y4<<endl;
    grid[x4][y4]=1;
    x4=2; y4=N-2;
}
if((x4>=N-1||y4>=N-1)|| (x4<=1||y4<=1)){x4=2; y4=N-2;}
}
system("pause");
return 0;
```

Apéndice C. Módulo didáctico: Aprendiendo con la Agregación

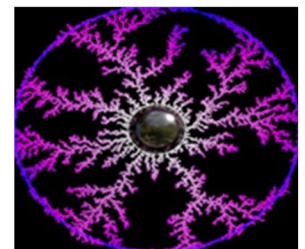
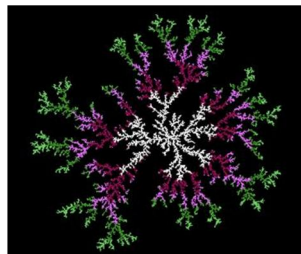


Módulo Didactico APRENDIENDO CON LA AGREGACIÓN

ENSEÑAR ES APRENDER DOS VECES. JOSEPH JOUBERT

por Yessica Viviana Barragán Orjuela

Tabla de Contenido



APRENDIENDO CON LA AGREGACIÓN 2

JUEGO COMO METODOLOGÍA DE INTERVENCIÓN3

¿QUÉ ES EL PROCESO DE AGREGACIÓN LIMITADA?..... 4

¿CÓMO JUGAMOS?7

ASISTENTES DE ESTRATEGIA7

¿Cómo Programamos? 8

Anexos fotograficos 8

APRENDIENDO CON LA AGREGACIÓN

En este apartado encontrarás orientación y justificación del juego.

Página 2

¿Qué es el proceso de Agregación limitada?

En esta sección encontrarás el marco teórico con el cual es posible justificar el uso de este juego.

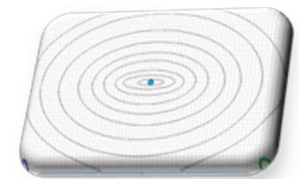
Página 4



JUEGO COMO METODOLOGÍA DE INTERVENCIÓN

En esta sección se aborda el juego como estrategia didáctica que facilita el aprendizaje.

Página 3



¿Cómo jugamos?

En este apartado encontraras las diferentes reglas y especificaciones para el uso de nuestro juego.

Página 6

APRENDIENDO CON LA AGREGACIÓN

INTRODUCCIÓN

Este modulo surge como alternativa, debido a la complejidad de este tipo de procesos de crecimientos y la ausencia de estos principios en la educación. Es por ello que *Aprendiendo con la agregación* se convierte en un juego util para llevar los principios de crecimiento por agregación de manera divertida, donde el estudiante tenga la posibilidad de vislumbrar el panorama de comprensión y relacionarlo con los crecimientos de la naturaleza.

OBJETIVO

Aportar elementos de interpretación y modelación a la enseñanza de los procesos de agregación limitada.

RECURSOS

Este juego cuenta con un tablero para cuatro participantes, sus respectivas fichas y tableros auxiliar para estrategia.

Para el estudiante

Al finalizar la implementación del módulo los estudiantes estarán en condiciones de:

1. Identificar el proceso de crecimiento de difusión limitada.
2. Comprender la dinámica de los movimientos aleatorios



JUEGO COMO METODOLOGÍA DE INTERVENCIÓN



La concepción del juego como metodología de intervención permite aprovechar el desarrollo de los juegos como aplicación de beneficio para fines educativos, posibilita el desarrollo como individuo integral, es decir, el estudiante interacciona con el medio que le rodea donde se producen experiencias de interacción social, hace que el alumno se sienta responsable de sus decisiones y afronte las consecuencias formándose su autonomía, y aprende a decidir libremente. (Martínez, 2010)

El juego como estrategia didáctica facilita el aprendizaje, se considera como un conjunto de actividades agradables, cortas, divertidas, con reglas que permiten el fortalecimiento de los valores: respeto, tolerancia grupal e intergrupala, responsabilidad, solidaridad, confianza en sí mismo, seguridad, amor al prójimo, fomenta el aprendizaje de conocimientos que se consideran complejos y apropia los conocimientos de manera significativa.

Los principios de intervención educativa en Educación Infantil surgen de diferentes marcos representados por la teoría genética de Piaget, la teoría social de Vygotsky, la teoría del aprendizaje por descubrimiento de Bruner, etc., enmarcados en la concepción constructivista del aprendizaje, y de la experiencia de la práctica (González, 2012). La nueva concepción pedagógica aboga por rediseñar y plantear de lo que debe ser la escuela nueva. Así pues las metodologías más tradicionales, memorísticas e instructivas deben transformarse para "instruir deleitando" de una forma integral y activa donde el protagonista del proceso educativo debe ser el alumno. (Martínez, 2010)

Algunas investigaciones planteadas desde distintos marcos epistemológicos, permiten concluir que el juego, esa actividad por excelencia, contribuye de forma relevante al desarrollo integral de formación. (Garaigordobil, 1995)

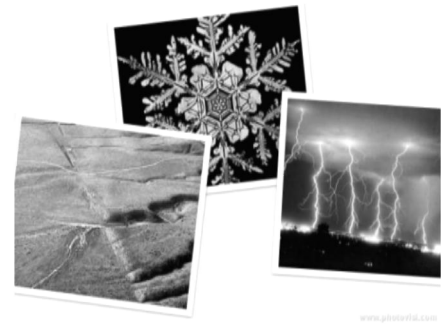




Dos estructuras DLA Típicas, la primera de ellas formada por 3000 partículas, la segunda formada por 50000 (Vicsek, 1987)

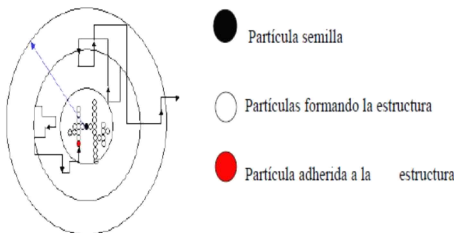
¿QUÉ ES EL PROCESO DE AGREGACIÓN LIMITADA?

Diversos objetos naturales crecen mediante la adición al azar. Algunos ejemplos son copos de nieve, relámpagos, formación de grietas a lo largo de una falla geológica, y el crecimiento de colonias bacterianas, a pesar de las diferencias, tanto en la forma como en el proceso que se generan, estos objetos muestran similitudes que pueden ser obtenidas bajo el mismo modelo denominado agregación por difusión limitada (DLA). Determinados fractales que aparecen en la naturaleza son producto de un proceso de crecimiento desordenado e irreversible. Cuando se emprende un análisis del comportamiento en este tipo de objetos naturales nos da pistas de que estos y muchos otros fenómenos naturales pueden ser entendidos en términos de unos pocos principios unificadores.



Algunos ejemplos de objetos naturales que crecen mediante la adición al azar

Movimiento Browniano



Partículas sometidas al paseo aleatorio por medio del Algoritmo DLA

El proceso de agregación consiste en hacer crecer a partir de una semilla a base de agregación de partículas liberadas que se produce por los efectos de iteración. Es posible generar estructuras que posean estas características de

crecimiento, el primer paso de agregación por difusión limitada es ocupar un sitio con una partícula que denominaremos semilla. A continuación, una partícula se libera al azar y se somete a un paseo aleatorio debido al movimiento Browniano hasta que alcanza un sitio adyacente de la semilla, luego otra partícula se libera emprende un camino aleatorio hasta que alcance un sitio del perímetro de una de las dos partículas hasta formar aglomerados de tales partículas.

Conexión del DLA y la ecuación diferencial de difusión

El considerar que un camino al azar eventualmente se convierte en cúmulo de agregados, es suponer que $u(\vec{x}, k)$ es la probabilidad de una partícula que inicia su recorrido en un punto alejado del enrejado alcanza el sitio \vec{x} , al k -ésimo paso. La probabilidad de encontrar la partícula en un punto \vec{x} , es igual al promedio de las probabilidades de encontrarla en los sitios vecinos en el k previo antes de tomar su posición:

$$u(\vec{x}, k+1) = \frac{1}{c} \sum_{\vec{l}} u(\vec{x} + \vec{l}, k) \quad [1]$$

Donde $\vec{x} + \vec{l}$ son las posiciones de los c vecinos a \vec{x} . Si se define la ecuación [1] en dos dimensiones del enrejado particular, $\vec{x} = (x, y)$, $k = t$ y τ es la variable temporal adicional, obtenemos:

$$u(x, y, t + \tau) = \frac{1}{4} [u(x + h, y, t) + u(x - h, y, t) + u(x, y + h, t) + u(x, y - h, t)] \quad [2]$$

Con ello podemos determinar que $u(x, y, t) = 0$, porque en la estructura este punto k -ésimo no se ha alcanzado aún:

$$\begin{aligned} u(x, y, t + \tau) - u(x, y, t) &= \frac{1}{4} [u(x + h, y, t) - 2u(x, y, t) + u(x - h, y, t) \\ &+ u(x, y + h, t) - 2u(x, y, t) \\ &+ u(x, y - h, t)] \end{aligned} \quad [3]$$

Si $h = \tau = 1$

$$\begin{aligned} \frac{u(x, y, t + \tau) - u(x, y, t)}{\tau} &= \frac{1}{4} \left[\frac{u(x + h, y, t) - 2u(x, y, t) + u(x - h, y, t)}{h^2} \right. \\ &+ \left. \frac{u(x, y + h, t) - 2u(x, y, t) + u(x, y - h, t)}{h^2} \right] \end{aligned} \quad [4]$$

El expresión izquierda de la ecuación [4] se identifica con la aproximación por diferencias finitas a la primera derivada temporal de u :

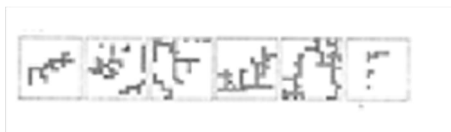
$$\frac{u(x, y, t + \tau) - u(x, y, t)}{\tau} \approx \frac{\delta u}{\delta t} \quad [5]$$



Una red cuadrada de 3000 partículas generadas desde el DLA



El efecto de pantalla: la primera partícula de 1500 para insertarse en el agregado son ciclos abiertos.



Análogamente, los términos del lado derecho de la ecuación corresponden a las segundas derivadas parciales respecto a x y y :

$$\frac{\delta^2 u}{\delta x^2} = \frac{u(x+h, y, t) - 2u(x, y, t) + u(x-h, y, t)}{h^2} \quad [6]$$

$$\frac{\delta^2 u}{\delta y^2} = \frac{u(x, y+h, t) - 2u(x, y, t) + u(x, y-h, t)}{h^2} \quad [7]$$

Sustituimos las expresiones dadas a la ecuación [4] y obtenemos la ecuación discreta:

$$\frac{\delta u}{\delta t} = \frac{1}{4} \left[\frac{\delta^2 u}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 u}{\delta y^2} \right] \quad [8]$$

Que corresponde a nuestra ecuación de difusión

$$\frac{\delta u}{\delta t} = \frac{1}{4} \nabla^2 u \quad [9]$$

Graficamente esta ecuación discreta en un enrejado es la probabilidad de que una partícula encuentre un vecino de \vec{x} para ocupar, donde cumple ese caracter de difusión:

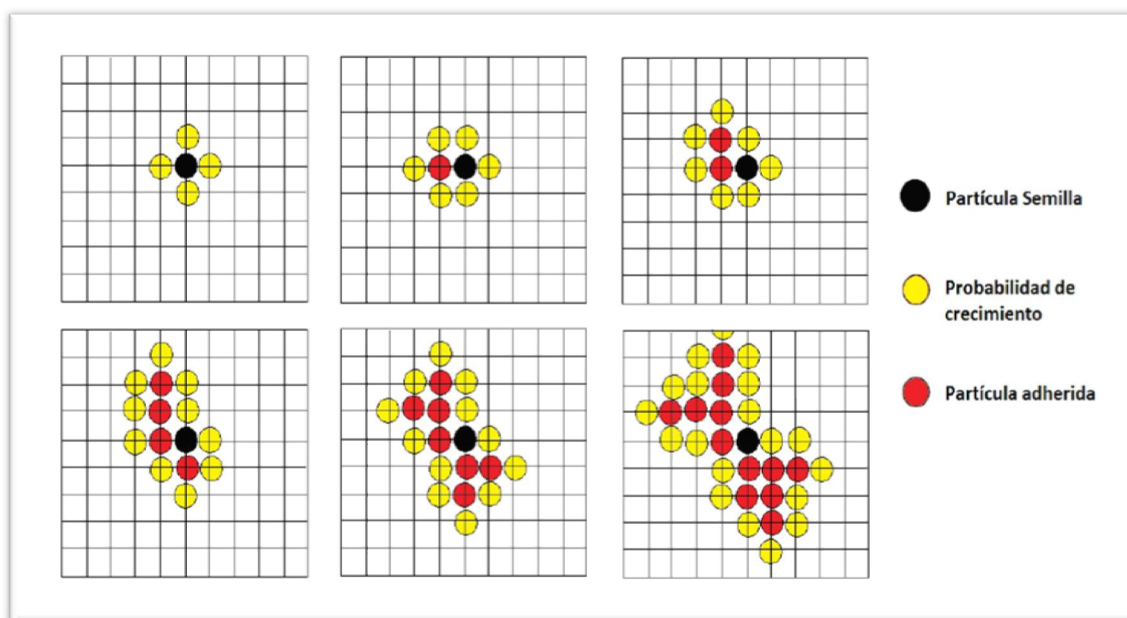


Figura 1: Representación gráfica de difusión generando estructuras aleatorias del crecimiento

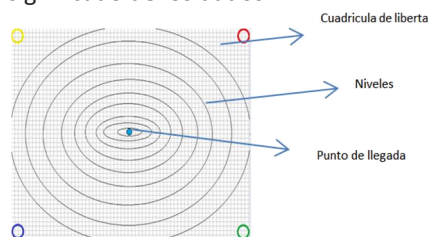
¿CÓMO JUGAMOS?

Presentación

El juego ofrece un modelo en el que los interesados pueden aprender acerca del proceso de agregación limitada por difusión. En este contexto, los estudiantes pueden apreciar y aprender cómo se estructura la agregación por medio de movimientos aleatorios. Este proceso de aprendizaje permite apropiarse de las concepciones de crecimientos fractales y relacionarlos con los crecimientos que se dan a nivel natural. Este juego también sirve para presentar conceptos como movimiento browniano.

¿Cómo se juega?

1. Es necesario que los jugadores identifiquen el tablero y el significado de los dados.



Primer dado

Derecha/izquierda



Segundo dado

Arriba/Abajo



2. Pueden jugar entre dos y cuatro personas. Los jugadores eligen el color y el orden en el que desean jugar.
3. Inicialmente, el primer jugador lanza los dados, este le indicará la posición y dirección. Por ejemplo si el primer dado cae en rojo y verde, debes correr un vértice izquierdo, tiene la opción de correrlo en sentido izquierdo y se repite con los demás jugadores.
4. Cuando un jugador llegue a un punto adyacente al punto de llegada este se adhiere e inicia

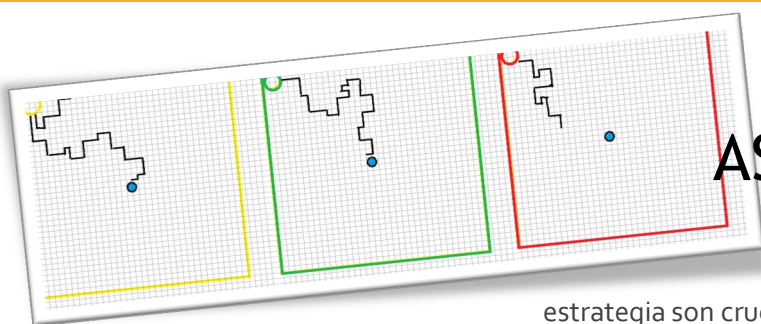
con otra ficha.

5. Cuando se encuentre más de una ficha este se puede adherir a la ficha adyacente o a la inicial.
6. El jugador que gana es el que haya producido mayor adhesión y su figura evidencia difusión.

APRENDIENDO CON LA AGREGACIÓN

El juego: Aprendiendo con la agregación fue creado por Yessica Viviana Barragán Orjuel, con el aporte del Asesor Néstor Méndez.

Los colaboradores de diseño del juego: Cesar Zárate y Heidy Sandoval



Estos asistentes permiten evidenciar nuestro recorrido y generar una estrategia para llegar a la semilla

ASISTENTES DE ESTRATEGIA

Los asistentes de estrategia son cruciales para establecer una habilidad, ya que permite dibujar la trayectoria de cada una de las fichas de juego. Además que permite evidenciar el camino aleatorio y establecer qué punto adyacente queremos llenar.

¿Cómo Programamos?

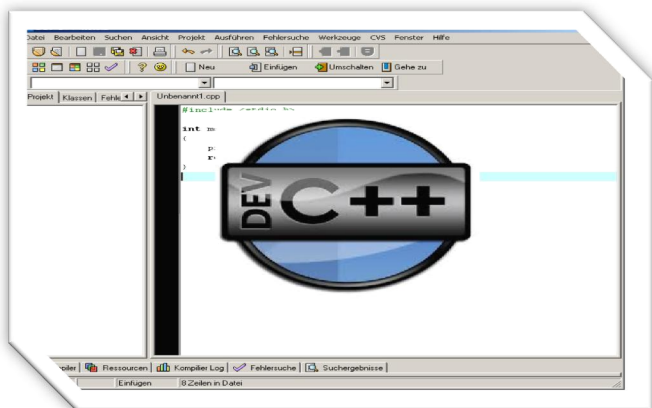
Aprendiendo con la agregación es una útil herramienta donde los estudiantes pueden comprender e interpretar la estructura de agregación del modelo aleatorio de Agregación limitada por difusión DLA.

Para poder evidenciar este proceso de apropiación por parte del estudiante, realizarán modelarán el proceso de agregación a partir de la modelación en lenguaje computacional que los estudiantes manejen desde el nivel académico en el que se encuentran. Para ello los estudiantes deben:

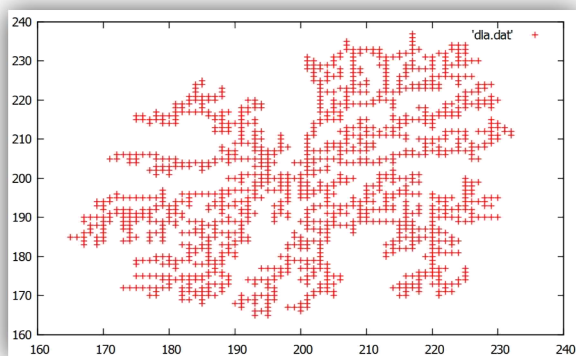
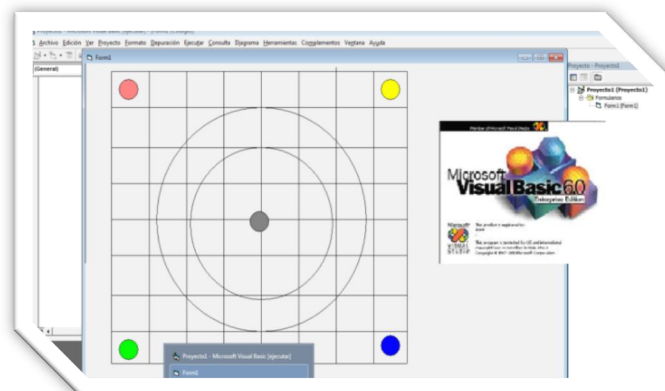
1. Identificar variables
2. Establecemos conexión entre variables (reglas del juego)

C++

(Gould, H., Tobochnik, J., & Wolfgang, C., 2007)



Visual Basic



Anexos fotograficos



REFERENCIAS

- González, V. (2012). *Opiniones Y Creencias Hacia El Juego Como Metodología Didáctica Y Potenciador De La Creatividad De Maestros Y Maestras En Ejercicio De La Provincia De Segovia*. Madrid. España: Universidad de Valladolid.
- Garaigordobil, M. (1995). Una metodología para la utilización didáctica del juego en contextos educativos. *Aprendizaje, Comunicación, Lenguaje y Educación*, 25, 91-105.
- Gould, H., Tobochnik, J., & Wolfgang, C. (2007). *An introduction to computer simulation methods*. Pearson Education, Inc. .
- Martínez, M. (2010). El juego como método de aprendizaje. *Revista digital: Enfoques educativos*, 71, 102-112.
- Mullins, W., & Sekerka, R. (1963). *J. Appl 'Phys* 34, 323.

Módulo Didactico
APRENDIENDO CON LA
AGREGACIÓN