

**PATRONES Y SECUENCIAS. INTRODUCCIÓN AL PENSAMIENTO VARIACIONAL  
EN EL CURSO 205 DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA DISTRITAL CIUDADELA  
EDUCATIVA DE BOSÁ**

**GINA ASTRID MEDINA BECERRA**

**UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL  
FACULTAD DE EDUCACIÓN  
DEPARTAMENTO DE PSICOPEDAGOGÍA  
LICENCIATURA EN EDUCACIÓN INFANTIL  
BOGOTÁ D.C.  
2018**

**PATRONES Y SECUENCIAS. INTRODUCCIÓN AL PENSAMIENTO VARIACIONAL  
EN EL CURSO 205 DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA DISTRITAL CIUDADELA  
EDUCATIVA DE BOSA**


**GINA ASTRID MEDINA BECERRA**

**Para optar al título de Licenciada en Educación Infantil**

**Director:**

**MARTA CECILIA TORRADO PACHECO**

**UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL  
FACULTAD DE EDUCACIÓN  
DEPARTAMENTO DE PSICOPEDAGOGÍA  
LICENCIATURA EN EDUCACIÓN INFANTIL  
BOGOTÁ D.C.  
2018**

 UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL <small>Formación de Educadores</small>	<b>FORMATO</b>	
	<b>RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN - RAE</b>	
<b>Código: FOR020GIB</b>	<b>Versión: 01</b>	
<b>Fecha de Aprobación: 10-10-2012</b>	<b>Página 1 de 6</b>	

<b>1. Información General</b>	
<b>Tipo de documento</b>	Trabajo de grado
<b>Acceso al documento</b>	Universidad Pedagógica Nacional
<b>Título de documento</b>	Patrones y Secuencias. Introducción al pensamiento variacional en el curso 205 de la Institución Educativa Distrital Ciudadela Educativa de Bosa.
<b>Autor (es)</b>	Medina Becerra, Gina Astrid
<b>Director</b>	Torrado Pacheco, Marta Cecilia
<b>Publicación</b>	Bogotá. Universidad Pedagógica Nacional, 2018. 204 p.
<b>Unidad Patrocinante</b>	Universidad Pedagógica Nacional
<b>Palabras Claves</b>	EDUCACIÓN INFANTIL, PENSAMIENTO VARIACIONAL, GENERALIZACIÓN, PATRÓN, SECUENCIA, TRABAJO EN EQUIPO, INCLUSIÓN, ZONA DE DESARROLLO PRÓXIMO, SECUENCIAS CORPORALES, SECUENCIAS MANIPULATIVAS, SECUENCIAS FIGURATIVAS.

<b>2. Descripción</b>
<p>Proyecto pedagógico para aportar al desarrollo del pensamiento variacional, con base en el reconocimiento de patrones, el seguimiento de secuencias y el trabajo en equipo, en el curso 205 de la I.E.D. Ciudadela Educativa de Bosa.</p> <p>El proyecto consiste en doce sesiones divididas en tres grupos que siguen el orden para la introducción a los procesos de generalización planteado por Mora (2012), quien establece que se debe iniciar con secuencias corporales, continuando con secuencias manipulativas y posteriormente con secuencias figurativas.</p> <p>Es menester agregar que la inclusión, la relación entre el pensamiento aritmético y el pensamiento algebraico y la creatividad, desempeñaron roles fundamentales en el desarrollo de la propuesta.</p>

### 3. Fuentes

De las fuentes consultadas se destacan:

- Acosta Hernández, D. H., Jiménez Moreno, I. J., & Villar Ospina, B. L. (2015). Actividad para desarrollar el pensamiento variacional en primaria. Bogotá D.C.: Universidad Pedagógica Nacional.
- Butto, C., & Rojano, T. (2004). Introducción temprana al pensamiento algebraico: abordaje basado en la geometría. *Educación Matemática*, 16(1), 113-148.
- Castaño García, J. (1998). La construcción del pensamiento multiplicativo simple. *Hojas pedagógicas*, 3(3), 1-7.
- DRAE. (2017). *Real Academia de la Lengua Española*. Recuperado el 8 de Julio de 2017, de <http://dle.rae.es/srv/fetch?id=Psw9YfJ>
- Esquinas Sancho, A. M. (2009). Dificultades de aprendizaje del lenguaje algebraico: del símbolo a la formación algebraica: aplicación a la práctica docente. Madrid: Universidad Complutense de Madrid. Obtenido de [http://ermeweb.free.fr/doc/CERME2\\_proceedings](http://ermeweb.free.fr/doc/CERME2_proceedings)
- Godino, J., & Font, V. (2003). *Razonamiento algebraico y su didáctica para maestros*. Granada: ReproDigital.
- Godino, J., & Font, V. (2003). *Razonamiento algebraico y su didáctica para maestros*. Granada: ReproDigital.
- Gómez-Jáuregui, V., Otero, C., Arias, R., & Manchado, C. (2012). Generation and Nomenclature of Tessellations and Double-Layer Grids. *Journal of Structural Engineering*, 138(7), 843-852.
- Hernández García, K. L., & Tapiero Castellanos, K. J. (2014). Desarrollo del razonamiento algebraico a partir de la generalización de patrones gráficos-icónicos en estudiantes de educación básica primaria. Cali: Universidad del Valle.
- Hernández, R., Fernández Collado, C., & Baptista, P. (1991). *Metodología de la investigación* (2 ed.). México D.F.: McGraw-Hill.
- IED - Ciudadela Educativa de Bosa. (2012). *Capítulo 2*. Recuperado el 8 de Enero de 2018, de [https://drive.google.com/drive/folders/0BwdJen0\\_d57LdHFnT0tNdTNuSVk](https://drive.google.com/drive/folders/0BwdJen0_d57LdHFnT0tNdTNuSVk)
- IED - Ciudadela Educativa de Bosa. (2012). *Capítulo 4*. Recuperado el 08 de Enero de 2018, de [https://drive.google.com/drive/folders/0BwdJen0\\_d57LdHFnT0tNdTNuSVk](https://drive.google.com/drive/folders/0BwdJen0_d57LdHFnT0tNdTNuSVk)
- IED - Ciudadela Educativa de Bosa. (2012). *Capítulo 5*. Recuperado el 08 de Enero de 2018, de [https://drive.google.com/drive/folders/0BwdJen0\\_d57LdHFnT0tNdTNuSVk](https://drive.google.com/drive/folders/0BwdJen0_d57LdHFnT0tNdTNuSVk)
- IED - Ciudadela Educativa de Bosa. (2012). *Capítulo 5*. Recuperado el 10 de Enero de 2018, de [https://drive.google.com/drive/folders/0BwdJen0\\_d57LdHFnT0tNdTNuSVk](https://drive.google.com/drive/folders/0BwdJen0_d57LdHFnT0tNdTNuSVk)
- Infante, M. (2010). Desafíos a la formación docente: inclusión educativa. *Estudios Pedagógicos*, 36(1), 287-297.
- Jiménez, O. L. (2001). *Ronda que ronda la ronda*. Bogotá: Panamericana.
- López, I. M., & Valenzuela, G. E. (2015). Niños y adolescentes con Necesidades Educativas Especiales. *Revista Médica Clínica Las Condes*, 1(26), 42-51.
- Marín Aboya, L. G., & Salas Martínez, J. M. (2011). INTRODUCCIÓN A LA VARIACIÓN EN QUINTO DE PRIMARIA. Bogotá D.C.: Universidad Pedagógica Nacional.
- MEN. (7 de junio de 1998). *Serie lineamientos curriculares*. Obtenido de Matemáticas: [http://www.mineducacion.gov.co/1759/articulos-339975\\_matematicas.pdf](http://www.mineducacion.gov.co/1759/articulos-339975_matematicas.pdf)
- MEN. (Mayo de 2006). Estándares básicos de competencias. Obtenido de En matemáticas: [http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/articulos-116042\\_archivo\\_pdf2.pdf](http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/articulos-116042_archivo_pdf2.pdf)

- MEN. (2015). *Ejemplo de pregunta Saber 3, 5 y 9*. Obtenido de Icfes: <http://www.icfes.gov.co/estudiantes-y-padres/pruebas-saber-3-5-y-9-estudiantes/ejemplos-de-preguntas-saber-3-5-y-9>
- MEN. (2016). Derechos básicos de aprendizaje Matemáticas Volumen 2. En M. d. Nacional, *Derechos básicos de aprendizaje* (págs. 50-94).
- Mora, L. (2012). Álgebra en primaria. 24.
- Mora, L. (2012). Álgebra en primaria. 24.
- Mora, L. (2012). Álgebra en Primaria. *Documento en el marco del Programa Todos a Aprender del MEN*.
- Moreno Giraldo, G. A. (2015). Una aproximación al álgebra temprana por medio de una secuencia de tareas matemáticas de patrones numéricos. Cali: Universidad del Valle.
- Murcia Pérez, J. A., & Silva Muñoz, J. A. (2014). Argumentos Logrados por Estudiantes de Grado Quinto de Educación Básica Primaria al Realizar una Tarea que Involucra Patrones y Procesos de Generalización. Bogotá D.C.: Universidad Pedagógica Nacional.
- Navarro Moreno, M. P. (2014). "EL MUNDO DE LAS SECUENCIAS" Un aplicativo dirigido a niños de 4 a 8 años para iniciarlos en el proceso de generalización. Bogotá D.C.: UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL.
- Pulgarín, J. A. (2015). Generalización de patrones geométricos. Proyecto de aula para desarrollar pensamiento variacional en estudiantes de 9 – 12 años. Medellín: Universidad Nacional de Colombia.
- RAE. (2017). *Real Academia de la Lengua Española*. Recuperado el 8 de Julio de 2017, de <http://dle.rae.es/?id=IMKQ7pj>
- RAE. (2017). *Real Academia de la Lengua Española*. Recuperado el 6 de Julio de 2017, de <http://dle.rae.es/?id=WWXSc4r>
- RAE. (2017). *Real Academia de la Lengua Española*. Recuperado el 6 de Julio de 2017, de <http://dle.rae.es/?id=9zfd918>
- RAE. (2017). *Real Academia de la Lengua Española*. Recuperado el 6 de Julio de 2017, de <http://dle.rae.es/?id=ZR8KSNZ>
- Rivera Muñoz, E., & Sánchez Chaverra, L. F. (2012). Desarrollo del pensamiento variacional en la Educación Básica Primaria: Generalización de patrones numéricos. Santiago de Cali: Universidad del Valle.
- Significados.com. (2017). *Emoji*. Recuperado el 9 de julio de 2017, de <https://www.significados.com/emoji/>
- Solaz-Portolés, J., & Sanjosé López, V. (2006). ¿Podemos predecir el rendimiento de nuestros alumnos en la resolución de problemas? *Revista de Educación*(339), 693-710.
- Stone Wiske, M. (1999). *La Enseñanza para la Comprensión* (Primera ed.). Buenos Aires: Paidós.
- Trujillo, D. (2013). La perspectiva de cambio curricular early-algebra como posibilidad para desarrollar el pensamiento algebraico en escolares de educación primaria: una mirada al proceso matemático de generalización. Bogotá: Universidad de los Andes.
- Vasco, C. (2009). *El pensamiento variacional y la modelación matemática*. Cali: Universidad del Valle.
- Vasco, C. E. (2009). *El pensamiento variacional y la modelación matemática*. Cali: Universidad del Valle.
- Vygotski, L. (1979). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores* (Tercera ed.).

Barcelona: Crítica, S. L.

Warren, E. A. (2005). Patterns supporting the development of early algebraic thinking. *Building connections: Research, theory and practice*, 759-766.

#### 4. Contenidos

Este documento está organizado como se describe a continuación. Se presenta inicialmente el contexto sobre el que se desarrolló el proyecto, continuando con la descripción y establecimiento del problema a resolver. Posteriormente se presentan los antecedentes, sección en la que se relacionan las diversas investigaciones que se consideran como relevantes para este proyecto, como también el marco de referencia para su implementación.

Se prosigue con la metodología utilizada para la planeación, implementación y análisis del proyecto, con lo que se da paso a una descripción detallada del mismo, incluyendo los objetivos, las actividades a realizar y la justificación. La sección siguiente se refiere al registro y análisis de los resultados obtenidos durante la implementación del proyecto, para concluir con un conjunto de perspectivas con respecto a los objetivos planteados y posibles trabajos futuros que procedan como resultado de esta investigación.

#### 5. Metodología

Se desarrolla un proyecto pedagógico que tiene como hilo conductor o meta abarcadora el reconocimiento de patrones y el seguimiento de secuencias corporales, manipulativas y figurativas, siguiendo el orden propuesto por Mora (2012). De lo anterior se desprende que los conceptos de patrón y secuencia se consideren como los temas generadores del proyecto.

El proyecto propuesto consiste en 12 sesiones permanentemente reestructuradas de acuerdo con los gustos y necesidades del grupo con el que se realiza. Las sesiones se organizan en tres grupos, primero se tienen cuatro sesiones acerca de las secuencias corporales donde la música y los juegos de manos se utilizan para la identificación y reproducción de patrones y secuencias.

Posteriormente, se realizan cuatro sesiones tratando las secuencias manipulativas, utilizando materiales diversos que resulten atractivos para los estudiantes, y en donde puedan aprovechar su creatividad, con el fin de favorecer su acercamiento con los conceptos de patrón y secuencia.

Finalmente, se desarrollan cuatro sesiones acerca de las secuencias figurativas, manteniendo la utilización de temáticas que resulten familiares o conocidas para los niños, así como también otros conceptos propios de esta clase de secuencias.

Como categorías o aspectos a observar inicialmente, se plantearon el reconocimiento de patrones, el seguimiento de secuencias y el trabajo en equipo, teniendo en cuenta no solamente el hilo conductor expuesto, sino también la importancia de trabajar en equipo, para apreciar lo planteado por Vygotski con respecto al trabajo entre pares.

Posteriormente, se plantearon cuatro categorías adicionales a observar con base en los

resultados obtenidos en las primeras sesiones: Creación de patrones, Utilización de operaciones aritméticas para comprender un patrón, inclusión y casos especiales, con el fin de realizar un análisis más completo de los resultados obtenidos y las dinámicas desarrolladas en el aula de clase durante las actividades realizadas.

Como herramienta de análisis principal, se utilizó el análisis estadístico, consignándose las frecuencias absolutas y relativas correspondientes a las categorías inicialmente planteadas, para luego plasmar dichos resultados en gráficas de tendencia, a fin de concluir acerca del progreso de los estudiantes y las variaciones observadas sesión a sesión.

Estas mismas herramientas fueron utilizadas para algunas de las categorías planteadas durante la implementación; sin embargo, según las observaciones, se procedió únicamente con un análisis cualitativo exclusivamente.

## 6. Conclusiones

Los objetivos planteados fueron alcanzados exitosamente, teniéndose como resultado un proyecto que contribuyó al desarrollo del pensamiento variacional en los niños y niñas del curso 205, y que también favoreció el acercamiento de los estudiantes para con el pensamiento matemático en general:

- Los resultados obtenidos con respecto a las categorías observadas permiten concluir que el diseño y la implementación del proyecto pedagógico descrito en los capítulos anteriores aportaron al desarrollo del pensamiento variacional por parte de los estudiantes del curso 205 de la I.E.D. Ciudadela Educativa de Bosa, al evidenciarse que ellos no solamente presentaron desempeños satisfactorios, sino que lograron aprender los conceptos de patrón y secuencia, e incluso en casos específicos, realizaron procesos de generalización.
- Se logró poner en práctica la propuesta pedagógica planteada por la profesora Lida Mora, siguiendo el orden establecido por ella para los diferentes tipos de secuencias: corporales, manipulativas y figurativas. Al respecto, se apreció que este orden favorece la comprensión de los conceptos de patrón y secuencia por parte de los estudiantes, y propicia que los docentes relacionen el proceso de aprendizaje, con el contexto del aula de clase.
- La metodología planteada, que consistente en el desarrollo de sesiones compuestas de actividades diversas, permitió que los estudiantes avanzaran progresivamente, en cuanto al desempeño observado para el reconocimiento de patrones, el seguimiento de secuencias y el trabajo en grupo. Al respecto de ello, se concluye que estas actividades contribuyen en general al alcance de estas metas de comprensión, para niños y niñas del grado segundo en general, haciendo la salvedad de que en diferentes contextos, se deberán ajustar las actividades, según aplique (Cantidad de participantes, conocimientos previos, etc.).
- El pensamiento variacional constituye una variante de importancia para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, por lo que debe ser considerado en tal medida en la

Educación Infantil. Los resultados de la implementación de este proyecto pedagógico muestran cómo actividades enfocadas a patrones y secuencias contribuyen a que los estudiantes apropien estos conceptos, identificando variaciones en general. Este aprendizaje es de gran utilidad para la futura realización de procesos de generalización, y al abordar los sistemas algebraicos.

- La implementación de la propuesta logró que los estudiantes tuvieran un acercamiento agradable con respecto al pensamiento matemático, a partir de sus aptitudes y gustos, articulándolos en el desarrollo de diferentes actividades cuyo eje temático era el pensamiento variacional. El tener en cuenta dichas aptitudes, facilitó a su vez el plantear actividades que involucraron no solamente a las matemáticas, sino también a otras áreas del conocimiento, como las artes plásticas, la expresión oral y escrita, y la música.
- A través de la organización de estudiantes en grupos pequeños se corroboró lo planteado por Vygotski respecto al trabajo entre pares, observándose el alcance del nivel de desarrollo potencial conforme a que se realizaban las actividades en los equipos establecidos para el trabajo en el aula de clase.
- Las actividades realizadas, haciendo énfasis en el trabajo en equipo, llevaron a que los estudiantes incluyeran a su compañero con Necesidades Educativas Especiales en el desarrollo de las mismas, como un igual. Esto indica que el proceso realizado hizo que fortalecieran su compañerismo y su tolerancia, favoreciendo el ambiente de trabajo en el aula de clase.

<b>Elaborado por:</b>	Medina Becerra, Gina Astrid
<b>Revisado por:</b>	Torrado Pacheco, Marta Cecilia

<b>Fecha de elaboración del Resumen:</b>	19	2	2018
--	----	---	------

# Contenido

Introducción .....	14
Contexto.....	18
Institución.....	18
Relación entre las áreas .....	20
Área de Matemáticas.....	24
Recursos y prácticas .....	25
Características de los estudiantes .....	34
Conocimiento de los estudiantes al iniciar grado Segundo.....	36
Familia.....	36
Pensamientos matemáticos en otras áreas del conocimiento .....	37
Pensamiento matemático de forma implícita .....	38
Juegos .....	39
Problemática .....	40
Problemas Identificados .....	40
Predominio de lo numérico.....	40
Enfoque en realización de operaciones .....	41
Única representación de las operaciones aritméticas .....	42
Problema concreto.....	42
Antecedentes .....	44
Antecedentes locales .....	44
Antecedentes Externos .....	46
Marco de referencia .....	49
Perspectivas disciplinares.....	49
Conocimiento conceptual .....	50
Conocimiento procedimental.....	54
Perspectivas Pedagógicas.....	58
Referencias Curriculares .....	60
Lineamientos curriculares para Matemáticas (MEN, 1998).....	60
Estándares Básicos de Competencias Matemáticas (MEN, 2006) .....	62
Pruebas SABER.....	64
Derechos Básicos de Aprendizaje .....	70

Metodología .....	75
Planeación .....	76
Implementación.....	79
Secuencias Corporales.....	79
Secuencias Manipulativas.....	79
Secuencias Figurativas .....	80
Análisis.....	81
Propuesta.....	85
Objetivos .....	85
Objetivo General.....	85
Objetivos específicos.....	85
Sesiones a desarrollar .....	86
Justificación.....	93
Registro y Análisis de los resultados obtenidos.....	96
Lo previsto.....	96
Análisis de Tendencias .....	165
Lo encontrado.....	176
Utiliza operaciones aritméticas para comprender un patrón. ....	178
Crea y formula un patrón.....	180
Inclusión .....	186
Casos Especiales.....	192
Conclusiones y Trabajo futuro.....	198
Conclusiones .....	198
Reflexiones pedagógicas para trabajos futuros .....	199
Bibliografía .....	201
Anexos .....	205
Anexo 1 .....	205
Anexo 2 .....	206
Anexo 3 .....	207
Anexo 4 .....	208
Anexo 5 .....	224

## Índice de Figuras

FIGURA 1. EJERCICIOS DE GEOMETRÍA CONSIGNADOS EN EL CUADERNO DE ARTE. ....	24
FIGURA 2. PROPOSICIÓN DE PROBLEMA. ESTRUCTURA ADITIVA. ....	26
FIGURA 3. DESCOMPOSICIÓN DE DECENAS EN UNIDADES. ESTRUCTURA ADITIVA. ....	26
FIGURA 4. PROBLEMA DE CAMBIO. ESTRUCTURA ADITIVA. ....	27
FIGURA 5. PROBLEMA DE COMPARACIÓN. ESTRUCTURA ADITIVA. ....	27
FIGURA 6. PROBLEMA DE COMBINACIÓN E IGUALACIÓN. ESTRUCTURA ADITIVA. ....	28
FIGURA 7. ACTIVIDADES DE ESTRUCTURA MULTIPLICATIVA. ....	29
FIGURA 8. ACTIVIDADES DE COLOREADO Y CÁLCULO DE MULTIPLICACIONES. ESTRUCTURA ADITIVA Y ESTRUCTURA MULTIPLICATIVA. ....	30
FIGURA 9. EJERCICIOS DE SIMETRÍA. ....	31
FIGURA 10. EJERCICIOS DE MEDICIÓN. ....	32
FIGURA 11. EJERCICIOS DE SERIES NUMÉRICAS. ....	33
FIGURA 12. EJERCICIO DE ESCRITURA DE NÚMEROS. ....	34
FIGURA 13. EJEMPLOS DE METODOLOGÍA PROPUESTA PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS. ....	34
FIGURA 14. MAPA CONCEPTUAL DE LAS PERSPECTIVAS DISCIPLINARES. ....	52
FIGURA 15. ORDEN PROPUESTO POR MORA (2012, PÁG. 15) PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO VARIACIONAL. ....	53
FIGURA 16. PREGUNTA DE LA PRUEBA SABER PARA EL GRADO TERCERO. (ICFES, 2015) ....	65
FIGURA 17. PREGUNTAS SOBRE SECUENCIAS. (ICFES, 2015) ....	67
FIGURA 18. EJERCICIO DE PENSAMIENTO ESPACIAL-MÉTRICO (ICFES, 2015). ....	68
FIGURA 19. EJERCICIOS DE RELACIONES ENTRE ELEMENTOS (ICFES, 2015) ....	69
FIGURA 20. RESULTADOS DE RECONOCIMIENTO DE PATRONES PARA SECUENCIAS CORPORALES. .	166
FIGURA 21. RESULTADOS DE SEGUIMIENTO DE SECUENCIAS PARA SECUENCIAS CORPORALES. ....	167
FIGURA 22. RESULTADOS DE TRABAJO EN EQUIPO PARA SECUENCIAS CORPORALES. ....	167
FIGURA 23. RESULTADOS DE RECONOCIMIENTO DE PATRONES PARA SECUENCIAS MANIPULATIVAS .....	168
FIGURA 24. RESULTADOS DE SEGUIMIENTO DE SECUENCIAS PARA SECUENCIAS MANIPULATIVAS	169
FIGURA 25. RESULTADOS DE TRABAJO EN EQUIPO PARA SECUENCIAS MANIPULATIVAS. ....	170
FIGURA 26. RESULTADOS DE RECONOCIMIENTO DE PATRONES PARA SECUENCIAS FIGURATIVAS.	171

FIGURA 27. RESULTADOS DE SEGUIMIENTO DE SECUENCIAS PARA SECUENCIAS FIGURATIVAS ....	172
FIGURA 28. RESULTADOS DE TRABAJO EN EQUIPO PARA SECUENCIAS FIGURATIVAS.....	172
FIGURA 29. RESULTADOS DE RECONOCIMIENTO DE PATRONES PARA EL PROCESO DE APRENDIZAJE .....	173
FIGURA 30. RESULTADOS DE SEGUIMIENTO DE SECUENCIAS PARA EL PROCESO DE APRENDIZAJE	174
FIGURA 31. RESULTADOS DE TRABAJO EN EQUIPO PARA EL PROCESO DE APRENDIZAJE .....	175
FIGURA 32. RESULTADOS OBTENIDOS PARA SEGUIMIENTO DE SECUENCIAS EN PRIMER INTENTO.	176
FIGURA 33. RESULTADOS OBSERVADOS PARA CREACIÓN Y FORMULACIÓN DE PATRONES. ....	185

## Índice de Tablas

TABLA 1. DERECHOS BÁSICOS DE APRENDIZAJE EN TORNO AL PENSAMIENTO VARIACIONAL DE 1RO A 5TO (MEN, 2016).....	73
TABLA 2. CUADRO DE ANÁLISIS DE LAS CATEGORÍAS INICIALES.....	83
TABLA 3. CUADRO DE ANÁLISIS DE LAS CATEGORÍAS CREA Y FORMULA UN PATRÓN Y UTILIZA OPERACIONES ARITMÉTICAS PARA COMPRENDER UN PATRÓN.....	83
TABLA 4. CUADRO DE ANÁLISIS DE LA CATEGORÍA INCLUSIÓN.....	83
TABLA 5. CUADRO DE ANÁLISIS PARA LA CATEGORÍA CASOS ESPECIALES.....	84
TABLA 6. CUADRO DE SESIONES PROPUESTAS.....	93
TABLA 7. CUADRO DE ANÁLISIS DE LA SESIÓN 1.....	101
TABLA 8. CUADRO DE ANÁLISIS DE LA SESIÓN 2.....	107
TABLA 9. CUADRO DE ANÁLISIS DE LA SESIÓN 3.....	114
TABLA 10. CUADRO DE ANÁLISIS DE LA SESIÓN 4.....	119
TABLA 11. CUADRO DE ANÁLISIS DE LA SESIÓN 5.....	127
TABLA 12. CUADRO DE ANÁLISIS DE LA SESIÓN 6.....	132
TABLA 13. CUADRO DE ANÁLISIS DE LA SESIÓN 7.....	137
TABLA 14. CUADRO DE ANÁLISIS DE LA SESIÓN 8.....	143
TABLA 15. CUADRO DE ANÁLISIS DE LA SESIÓN 9.....	150
TABLA 16. CUADRO DE ANÁLISIS DE LA SESIÓN 10.....	156
TABLA 17. CUADRO DE ANÁLISIS DE LA SESIÓN 11.....	161
TABLA 18. CUADRO DE ANÁLISIS DE LA SESIÓN 12.....	165
TABLA 19. CUADRO DE ANÁLISIS DE LA CATEGORÍA UTILIZA OPERACIONES ARITMÉTICAS PARA COMPRENDER UN PATRÓN.....	180
TABLA 20. CUADRO DE ANÁLISIS DE LA CATEGORÍA EMERGENTE CREA Y FORMULA UN PATRÓN.....	185
TABLA 21. CUADRO DE ANÁLISIS DE LA CATEGORÍA INCLUSIÓN.....	191
TABLA 22. CUADRO DE ANÁLISIS DE LA CATEGORÍA CASOS ESPECIALES.....	197

# Introducción

En el ejercicio profesional de la Educación Infantil, en las aulas de clase dispuestas a lo largo y ancho del país, se encuentran cada día retos y oportunidades diversas con respecto a los estudiantes y el contexto en el que se desenvuelve su proceso educativo. Sortear estos retos y aprovechar las oportunidades es una tarea constante de los docentes, que puede ser determinante para el éxito de dicho proceso.

A nivel de Educación Básica Primaria, cautivar a los estudiantes, lograr llamar su atención con respecto a los temas que les son presentados día a día, es uno de los mayores retos a enfrentar por parte de los docentes, principalmente por la gran diversidad de intereses y gustos de los niños que participan de las clases, así como por la necesidad de abordar estos aspectos en los límites de la jornada escolar.

Si a esto se añade que los niños, en particular aquellos que cursan Básica Primaria en la actualidad se ven estimulados constantemente por una sociedad en la que las redes sociales y los medios de comunicación están siempre presentes, se tiene la necesidad de desarrollar estrategias para que los estudiantes mantengan el interés en los temas tratados en clase continuamente.

Con respecto a las Matemáticas, específicamente, se observa que a menudo los estudiantes tienen dificultades para aproximarse al área, al no poder establecer relaciones entre lo que se ve en el aula y su vida cotidiana. Por otra parte, algunos de los estudiantes, cuyas aptitudes no se relacionan con el pensamiento numérico, pueden verse frustrados al lidiar con la clase de matemáticas. En ambos casos, los niños que enfrentan estas dificultades en algunas ocasiones desarrollan disgusto o aversión con respecto a todo lo que se relacione con el área, incluso hasta cursos y edades superiores.

Por ello, se hace necesario identificar alternativas para la enseñanza de las Matemáticas y el desarrollo del pensamiento matemático en los estudiantes. Estas alternativas deben buscar incentivar las diferentes formas de pensamiento que componen el pensamiento matemático, así como también a los intereses de los estudiantes y a sus diferentes formas de aprendizaje.

En cuanto a las formas de pensamiento matemático, se considera al pensamiento variacional como una forma de pensamiento que ofrece una gran variedad de posibilidades para el trabajo en clase, al tenerse en cuenta que, en las palabras de Neil Degrasse Tyson, los seres humanos “somos excepcionalmente buenos en reconocimiento de patrones” (Braga, Pope, & Druyan, 2014), aspecto fundamental de la formación del pensamiento variacional.

En este trabajo, se aborda la implementación de un proyecto pedagógico alrededor del reconocimiento de patrones, y de las secuencias que surgen de la extensión de estos, como una alternativa para la enseñanza de las Matemáticas en el grado segundo, como también para lograr acercamientos exitosos a esta área del conocimiento, por parte de los estudiantes.

Reconocer patrones a partir de secuencias, y poder crear secuencias con base en un patrón dado, permite que los estudiantes empiecen a desarrollar nociones respecto a cambio, proporción y variación, conceptos importantes no solamente para el pensamiento matemático, sino también para la formación integral de los estudiantes, al considerar que estos tres conceptos están presentes en distintas interacciones de la vida diaria, por ejemplo en los intercambios comerciales.

Es importante recalcar que el reconocimiento de patrones y el seguimiento de secuencias son competencias cuyo aprendizaje precisa de diferentes procesos, partiendo de la observación, en la que se identifica algo que se repite, pasando por la réplica, cuando se genera la secuencia repitiendo un patrón, hasta la descripción, etapa en la que los estudiantes pueden expresar en sus propios términos, las características que definen el patrón y su correspondiente secuencia.

En cuanto a lo anterior, el rol del docente en este proyecto pedagógico es facilitar el aprendizaje de los estudiantes, identificar los obstáculos que pueden afectarlo, y tomar acciones que ayuden a superar dichos obstáculos, permitiendo el descubrimiento autónomo y libre del conocimiento, por parte de los niños.

El proyecto busca, como estrategia para facilitar el aprendizaje, que los estudiantes sean un apoyo para la labor del docente, aprovechando las posibilidades que ofrece el trabajo entre pares, según lo expuesto por Vygotski. De esta forma, los estudiantes, trabajando en equipo, contribuyen a reducir las posibles brechas que existen en la comprensión de los temas tratados en clase, fortaleciendo valores como la tolerancia y el compañerismo en el aula de clase.

Por otra parte, este proyecto propone poner en práctica los trabajos e investigaciones relacionados con la enseñanza del pensamiento variacional en Básica Primaria, reconociendo la importancia de fortalecer la base de conocimiento respecto a este tema, a la vez que se ofrece una perspectiva nueva, teniendo en cuenta los antecedentes locales, para abordar esta forma de pensamiento desde el grado segundo, particularmente con estudiantes entre los 7 y 9 años de edad.

Este documento presenta inicialmente el contexto en el cual se desarrolló la propuesta, correspondiente al curso 205 de la I.E.D. Ciudadela Educativa de Bosa, en términos de las características del colegio, su Proyecto Educativo Institucional, características de sus estudiantes, así como de sus familias, para abordar finalmente el tratamiento dado al pensamiento matemático en el curso 205.

A partir de esta contextualización, se detallan las problemáticas identificadas con relación al desarrollo del pensamiento variacional, dando paso al problema concreto a trabajar en el proyecto, teniendo en cuenta las carencias observadas en el proceso de aprendizaje de los estudiantes.

Posteriormente, se muestran algunos antecedentes, tanto a nivel de la Universidad Pedagógica Nacional, como con respecto a otros entes de investigación a nivel nacional, con respecto a propuestas y proyectos que traten el desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de Básica Primaria, destacando los aportes de dichos antecedentes para la investigación presente.

Una vez establecido lo anterior, se presenta el marco de referencias del proyecto, dividido en perspectivas disciplinares, perspectivas pedagógicas y referencias curriculares. Las perspectivas disciplinares consisten en los diferentes conocimientos, conceptuales y procedimentales que soportan el proyecto, mientras que las perspectivas pedagógicas tratan acerca de aquello que se considera como fundamental para el aprendizaje de los conocimientos detallados previamente. Finalmente, las referencias curriculares corresponden a las disposiciones legales y curriculares de los entes regulatorios, principalmente lo establecido en cuanto a aprendizaje del pensamiento variacional por parte del Ministerio de Educación Nacional.

A continuación se aborda la metodología utilizada para el diseño y la implementación del proyecto, así como las herramientas y procedimientos utilizados para el análisis de los resultados

obtenidos en la implementación, de forma tal que se evidenciasen los avances en el desempeño de los estudiantes. Al respecto, se establecieron inicialmente tres metas o categorías a observar, las cuales fueron extendidas como parte del desarrollo del proyecto, de acuerdo a las respuestas de los estudiantes tras la realización de algunas actividades.

Con base en la metodología descrita, se detalla la propuesta correspondiente al proyecto, presentando inicialmente los objetivos del proyecto, continuando con un detalle de cada una de las sesiones a desarrollar con los estudiantes y culminando con la justificación del proyecto, retomando elementos tanto del contexto del curso 205, como del marco de referencias y los antecedentes consultados.

La implementación del proyecto, así como un análisis de los resultados obtenidos se muestra a continuación, iniciando por relacionar los resultados cualitativos y cuantitativos de cada sesión y cada actividad realizada, junto con las reflexiones pedagógicas formuladas por la docente en formación. Adicionalmente, se presentan los resultados obtenidos para cada una de las categorías planteadas inicialmente. Se muestran a su vez los resultados obtenidos para las categorías que surgieron como resultado de la interacción con los estudiantes.

Finalmente, se presentan las conclusiones del trabajo realizado, así como algunas reflexiones de interés para futuras investigaciones en el área, con las que se espera proveer de información y experiencia provechosas para proyectos que traten el desarrollo del pensamiento variacional en el grado segundo y en Educación Básica Primaria en general.

## Contexto

En este capítulo, se presentan las características propias del contexto en el que se desarrolla la propuesta pedagógica tratada en este documento. Inicialmente, se detallan aspectos correspondientes a la institución, a nivel físico y a nivel organizacional, para dar paso posteriormente a aspectos específicos de la enseñanza de Matemáticas.

A continuación se presentan las características de los estudiantes, sus conocimientos previos y el rol de sus familias con respecto a la institución y sus diferentes cursos, y la comunidad académica de la I.E.D. Ciudadela Educativa de Bosa. Finalmente, se detalla la presencia del pensamiento matemático en otras asignaturas enseñadas, así como su presencia de forma implícita en otros aspectos de la vida cotidiana de los estudiantes.

## Institución

La Institución Educativa Distrital Ciudadela Educativa de Bosa es considerada como uno de los colegios más grandes de Colombia y con el mayor presupuesto, aproximadamente de 600 millones de pesos anuales, según el testimonio de sus coordinadores. El colegio cuenta con once coordinadores, 14 orientadores, dos educadoras especiales y 300 docentes.

El colegio está ubicado en la localidad de Bosa, específicamente en el sector de Porvenir, al sur de la ciudad de Bogotá, cuenta con dos jornadas y más de 8.000 estudiantes. Por su ubicación, en un sector con amplias zonas verdes, en las inmediaciones del colegio hay perros y serpientes sabaneras. Por otra parte, por su cercanía al río Tunjuelito, en los días de sequía pueden presentarse malos olores.

La Ciudadela Educativa de Bosa queda al lado de otro colegio, el Colegio Germán Arciniegas I.E.D. La localidad de Bosa en general se considera como una localidad deficitaria, es decir que los colegios de la localidad no tienen suficientes cupos. Se estima que hacen falta aproximadamente 2.000 cupos, lo que explica la concentración de múltiples colegios en el área, como es el caso del Colegio Germán Arciniegas y la Ciudadela Educativa de Bosa, entre otras instituciones aledañas.

En lo referente a los cursos, los correspondientes a los grados primero son 7 en total, con cupos de 35 niños por cada curso. En el caso de grado segundo, hay un total de 8 cursos con 35 cupos por curso. Cabe notar que, en ocasiones, debido a las necesidades y circunstancias particulares de los estudiantes, puede que haya más o menos estudiantes en un curso, que la cantidad mencionada, y que la misma puede cambiar por el ingreso o retiro de estudiantes a lo largo del año escolar.

Cada curso de grado segundo es dirigido por un docente titular, quien se encarga de todas las asignaturas, a excepción de Educación Física, asignatura que es enseñada por otro docente. La coordinadora de la sección de primaria, para la jornada matutina se llama Yamile González, y lleva trabajando en el colegio 12 años.

Pasando a las características de las áreas comunes del colegio, los salones están dispuestos en bloques de 3 pisos, contando cada piso con 14 salones, que pueden ser destinados para los diferentes cursos del colegio, según se requiera para cada jornada y año escolar, así como para propósitos especiales, tales como oficinas de coordinación, y aulas de informática.

En el caso de las aulas de clase, estas se comparten entre las dos jornadas del colegio: mañana y tarde. Cada una de las aulas de clase cuenta con dos tableros dispuestos uno al lado del otro, y aproximadamente 36 pupitres individuales, dispuestos en seis filas y seis columnas. Los salones que se encuentran en los pisos 2 y 3 cuentan con un espacio adicional de balcón, al cual los estudiantes pueden acceder únicamente bajo la supervisión de un docente.

Los estudiantes de cada sección, sea Preescolar, Primaria o Secundaria, cuentan con espacios de descanso delimitados claramente para cada caso. Para la sección de primaria, se cuenta con dos canchas de baloncesto, así como una zona verde de área semejante a una cancha de baloncesto. Adicionalmente, en este espacio se encuentra una tarima, utilizada para izadas de bandera, generalmente.

Otro espacio de gran relevancia es el comedor, espacio en el que los estudiantes toman sus comidas, cuenta con 700 puestos para los estudiantes. El comedor opera a través de un convenio con la caja de compensación familiar Compensar. Los estudiantes de la sección matutina, que son a quienes se refiere principalmente este proyecto, toman desayuno al comenzar la jornada.

Cada grado tiene un horario establecido para el desayuno, a las 7:45 los cursos del grado segundo y a las 8:00 los cursos del grado primero. Cada grado tiene 30 minutos para comer.

Al finalizar su desayuno, cada niño recoge y deja su bandeja en un espacio para su posterior limpieza y reutilización. Las docentes los motivan a comer todo el contenido del desayuno, el cual generalmente incluye un plato caliente, una fruta y una bebida.

En términos demográficos, la mayoría de los padres de los estudiantes son empleados (68.6% de los padres y 57% de las madres (IED - Ciudadela Educativa de Bosa, 2012)), aunque se observan segmentos considerables de padres independientes (23.2% de los padres y 15% de las madres) (IED - Ciudadela Educativa de Bosa, 2012) y de padres sin ocupación (8.13% de los padres y 27% de las madres (IED - Ciudadela Educativa de Bosa, 2012)). Según la institución (IED - Ciudadela Educativa de Bosa, 2012), estas estadísticas permiten inferir que los padres pueden no estar disponibles para recibir a sus hijos tras la jornada escolar.

Por otra parte, existe una distribución casi equitativa en cuanto al tipo de vivienda de los estudiantes, teniéndose un 54% en vivienda propia y un 46% en vivienda arrendada (IED - Ciudadela Educativa de Bosa, 2012). Finalmente, se observa que la movilidad poblacional es una característica propia de las familias de los estudiantes, teniéndose que un 60% de ellos proceden de Bogotá, mientras que el 40% restante proviene de otras zonas del país (IED - Ciudadela Educativa de Bosa, 2012).

Los padres de familia manifiestan en general deseos de crecimiento económico, ya sea a través de la creación de nuevos negocios desde su hogar, o a través del alcance de un nivel educativo profesional para sus hijos (IED - Ciudadela Educativa de Bosa, 2012).

## Relación entre las áreas

Desde un punto de vista misional, la Ciudadela Educativa de Bosa busca el desarrollo de un proceso educativo por ciclos, haciendo énfasis en “la formación de personas autónomas con alta dignidad humana” (IED - Ciudadela Educativa de Bosa, 2012, pág. 24). Por ello, la educación brindada por la institución busca mejorar la calidad de vida de los estudiantes, no solo en términos académicos, sino también en términos de valores como la solidaridad y la tolerancia.

Dentro de la visión de la institución, se enfatiza la posibilidad de que los estudiantes puedan participar como miembros de la sociedad y ejecutar su proyecto de vida (IED - Ciudadela Educativa de Bosa, 2012), por lo que se deben tener en cuenta aspectos de participación dentro del aula, como también brindar herramientas para el desarrollo de los estudiantes, a nivel de pensamiento.

Siguiendo los valores institucionales estipulados en el Proyecto Educativo Institucional de la Ciudadela, las propuestas pedagógicas que se desarrollan en la institución deben propender por el fortalecimiento del estudiante, más allá de los aspectos académicos (sin que esto implique que sean dejados de lado), hacia el desarrollo de su identidad, autoestima y autonomía (IED - Ciudadela Educativa de Bosa, 2012).

En este sentido, las propuestas pedagógicas desarrolladas en la institución, tanto por parte de los docentes, como también la propuesta que corresponde a este trabajo, debe incluir consideraciones con respecto a la valoración del estudiante individual, como parte de la formación de su pensamiento crítico, y a su vez, incluir consideraciones con respecto al desarrollo del estudiante en su comunidad, el reconocimiento de la diferencia, la participación y la tolerancia (IED - Ciudadela Educativa de Bosa, 2012).

Para estos fines, la institución busca apoyarse en un enfoque constructivista, con base en lo postulado por Piaget y por Vygotski (IED - Ciudadela Educativa de Bosa, 2012). Se busca dejar atrás la generalización de los programas, proponiendo indagar en la curiosidad de los estudiantes, teniendo en cuenta sus expectativas y conocimientos previos, aprovechando la autonomía institucional, resguardada por la Ley General de Educación (IED - Ciudadela Educativa de Bosa, 2012).

A partir de lo anterior, la institución decidió implementar una propuesta pedagógica denominada “Enseñanza para la comprensión” (IED - Ciudadela Educativa de Bosa, 2012, pág. 69), desarrollada en la Universidad de Harvard y conceptualizada por Martha Stone (Stone Wiske, 1999). Esta propuesta se toma como un modelo de pedagogía flexible para el desarrollo de currículos pertinentes para los estudiantes, tanto con respecto a los contenidos dispuestos en los planes curriculares, como a los métodos de evaluación, pasando por la enseñanza y la comunicación de los conocimientos (IED - Ciudadela Educativa de Bosa, 2012).

La Enseñanza para la comprensión tiene en cuenta cinco elementos para el desarrollo de currículos: Las metas abarcadoras o hilos conductores, las metas de comprensión, los tópicos generadores, los desempeños de comprensión y la valoración continuada. A través de la articulación de estos elementos, se busca que el profesor pueda integrar nuevos recursos y dinámicas en el aula de clase, en la medida en que transcurren los ciclos de estudio (IED - Ciudadela Educativa de Bosa, 2012).

Cada uno de estos elementos responde a un interrogante con respecto al aprendizaje de los estudiantes. En el caso de los hilos conductores, se busca establecer el resultado deseado para los estudiantes al final del ciclo, mientras que las metas de comprensión responden a la importancia de los temas tratados para los estudiantes.

Los tópicos generadores, obedecen a aquellos tópicos de mayor importancia dentro del tema tratado, los desempeños de comprensión por otra parte, buscan responder a los logros a alcanzar en cada actividad. Por último, la valoración continua pretende concebir medios o criterios para la estimación de lo que los estudiantes comprenden (IED - Ciudadela Educativa de Bosa, 2012).

La Ciudadela Educativa de Bosa, a partir de esta propuesta pedagógica, ha buscado la realización de múltiples propuestas pedagógicas y un plan de estudios para las diferentes asignaturas. El plan de estudios comprende cinco ciclos, para los grados de preescolar a undécimo (IED - Ciudadela Educativa de Bosa, 2012). De esta forma, se busca alcanzar una mayor articulación entre los diferentes grados, y los currículos correspondientes a cada año escolar.

Pasando a un nivel específico del aula, a partir de la fundamentación correspondiente al ciclo, y la caracterización de los estudiantes, la institución desarrolla un plan de ciclo, compuesto a su vez de diversos planes de áreas, para las áreas del conocimiento a tratar a lo largo del ciclo, concluyendo con un plan transversal de aula, teniendo en cuenta las propuestas pedagógicas y metas de aprendizaje para cada grado (IED - Ciudadela Educativa de Bosa, 2012).

El ciclo I corresponde a los grados de Preescolar, Primero y Segundo, teniendo como eje de desarrollo la “Estimulación y Exploración”. Estas dos acciones, como ejes, buscan tener en cuenta las manifestaciones, preguntas y conocimientos de los niños y sus relaciones con el entorno que les rodea (IED - Ciudadela Educativa de Bosa, 2012).

Por ello, se busca, a través de las diferentes actividades desarrolladas, el indagar por aquellos tópicos que generan asombro y curiosidad, así como aquellos que generan afecto y desafecto entre los estudiantes, teniendo en cuenta que estos pueden variar de estudiante a estudiante. El aprendizaje en general se debe construir entonces a partir de la experimentación (IED - Ciudadela Educativa de Bosa, 2012).

Con base en lo anterior, el cuerpo docente de los diferentes grados se encarga de formular un plan curricular, integrando el modelo flexible de la propuesta pedagógica de la “Enseñanza para la comprensión”, y los Lineamientos y los Derechos Básicos de Aprendizaje establecidos por el Ministerio de Educación Nacional y las características de los estudiantes.

El año escolar, se divide en trimestres. Los docentes desarrollan un plan curricular para cada trimestre, junto con el conjunto de evaluaciones de cada área para la valoración de los estudiantes, así como una guía de actividades a desarrollar por parte de los estudiantes para el alcance de las metas de aprendizaje a lo largo del periodo académico, denominada módulo. Cada docente está encargado de desarrollar un área del módulo y una evaluación. La calificación de estas evaluaciones puede variar de cero a cinco, siendo esta última la calificación más alta.

La necesidad de desarrollar estas evaluaciones para todos los cursos, implica que se presenten dificultades para poder abarcar los temas tratados en cada curso. Las evaluaciones, según se observó, tienen en cuenta los temas que se esperan ver, por lo que pueden contener preguntas acerca de temas que los estudiantes aún no han tratado, producto de las diferentes circunstancias que experimenta cada curso.

Esto tiene como consecuencia la evaluación de temas no vistos en clase, y la inclusión de aspectos que no se han de trabajar, así como la repetición de aspectos que se relacionan con dos áreas, por ejemplo la Geometría, la cual tiene ejercicios en el módulo de Matemáticas y en el cuaderno de arte, como se muestra en la figura 1.

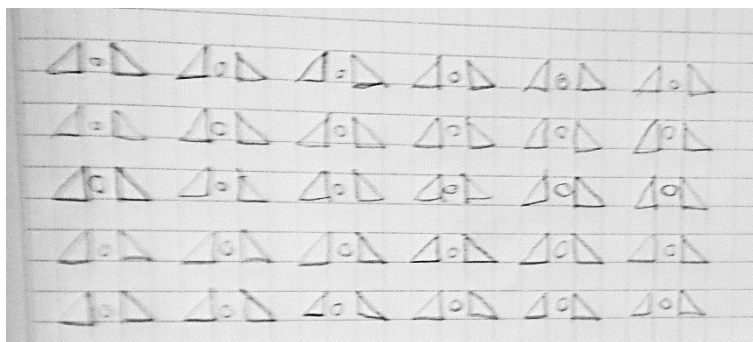


Figura 1. Ejercicios de Geometría consignados en el cuaderno de arte.

## Área de Matemáticas

A partir del plan de ciclo I, establecido por la institución, se denota que el cuerpo docente de la institución es consciente del surgimiento del pensamiento numérico en los estudiantes entre los grados de Preescolar, Primero y Segundo (IED - Ciudadela Educativa de Bosa, 2012). También se menciona en dicho plan el desarrollo de procesos representacionales, como la categorización y el establecimiento de relaciones entre elementos.

Asimismo, desde el punto de vista del Proyecto Educativo Institucional de la Ciudadela, como parte de la caracterización de los estudiantes, manifiesta la existencia de dificultades para la comprensión de algunos aspectos del sistema de numeración decimal y el manejo de códigos matemáticos (en este caso, símbolos y operaciones), así como dificultades en la interpretación y resolución de problemas (IED - Ciudadela Educativa de Bosa, 2012).

Adicionalmente, en relación con las matemáticas, se establece una meta abarcadora relacionada con el pensamiento variacional: “Describe cualitativa y cuantitativamente situaciones de cambio y variación, utilizando el lenguaje corporal, natural, numérico, dibujo y gráficos” (IED - Ciudadela Educativa de Bosa, 2012).

Como se mencionó anteriormente, los planes se realizan de forma trimestral, teniendo tres en total para el año escolar. Para el primer trimestre se plantean cuatro objetivos generales: la meta abarcadora, la cognitiva, la procedimental y la actitudinal, metas que están enfocadas a la comprensión y el manejo tanto de conjuntos, como de la suma y la resta en el sistema decimal de numeración. Adicionalmente, las metas se centran en la resolución de situaciones problema,

teniendo en cuenta además la necesidad que los niños comprendan su utilidad, dando sentido al conocimiento que adquieren en contextos cotidianos.

## Recursos y prácticas

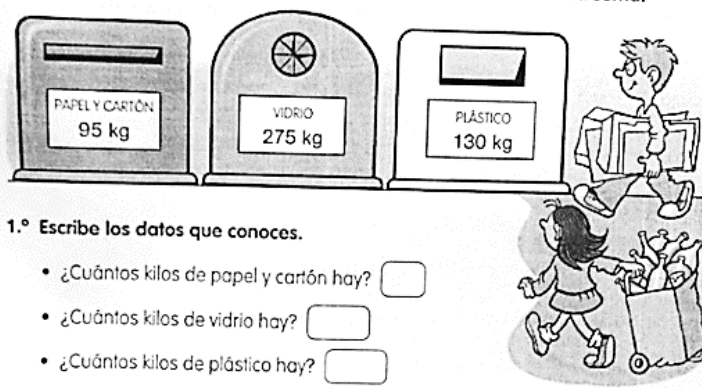
Como se relacionaba previamente, los estudiantes manejan un módulo para la asignatura de Matemáticas, el cual utilizan a lo largo del año escolar. En el módulo se encuentran ejercicios enfocados a los diferentes pensamientos y sistemas mencionados en los Lineamientos Curriculares, aunque la planeación de cada trimestre se enfoca principalmente en el pensamiento numérico.

El pensamiento numérico se presenta en todos los ejercicios del módulo, junto, en algunos casos, al pensamiento espacial. Los ejercicios se centran en el desarrollo de la estructura aditiva y la estructura multiplicativa. Se encuentran dos tipos de ejercicios, los que presentan operaciones a realizar y los que plantean problemas.

A lo largo del módulo se trabajan sumas, restas y multiplicaciones. Algunos de los ejercicios se relacionan con actividades sencillas como colorear, donde según la instrucción, el resultado de la operación indica el color a utilizar para rellenar un dibujo. Por otra parte, las representaciones de las operaciones se proponen mediante números, ábacos abiertos y conteo de figuras. Los problemas muestran relación con situaciones u objetos cotidianos para los niños.

En algunas fichas del módulo se propone a los niños que inventen problemas a partir de datos brindados, de igual manera se escribe la forma en la que se debe resolver, como se observa en la figura 2.

Observa el dibujo e inventa un problema que se resuelva con una suma.



1.º Escribe los datos que conoces.

- ¿Cuántos kilos de papel y cartón hay?
- ¿Cuántos kilos de vidrio hay?
- ¿Cuántos kilos de plástico hay?

2.º Escribe un problema de suma con los datos que conoces.

---

Figura 2. Proposición de problema. Estructura Aditiva.

A través del módulo se puede evidenciar una vital preocupación por el manejo de unidades, decenas y centenas en los diferentes temas trabajados. Es menester mencionar que en la resta no se menciona el convencional algoritmo de “prestar una”, haciéndose claridad en el módulo la necesidad de pasar una decena a unidades para efectuar la operación.

Calcula.



Antes de realizar cada resta, piensa si tienes que pasar una decena a unidades.


$$\begin{array}{r} \square \square \\ 5 \ 2 \\ - 1 \ 8 \\ \hline \square \end{array} \quad \begin{array}{r} \square \square \\ 6 \ 4 \\ - 2 \ 7 \\ \hline \square \end{array} \quad \begin{array}{r} \square \square \\ 8 \ 7 \\ - 3 \ 5 \\ \hline \square \end{array}$$


Figura 3. Descomposición de decenas en unidades. Estructura Aditiva.

Para la estructura aditiva se presentan problemas de cambio, como se muestra en la figura 4, en cuyo caso se solicita crear un problema a partir de una situación de cambio.

**Marcos tenía 20 cuentos y regaló 9 a su prima.**  
 Inventa la pregunta para que el problema se solucione con una resta y completa.

PREGUNTA

Operación ▶ 

Solución ▶ 




Figura 4. Problema de cambio. Estructura aditiva.


Para los problemas de comparación se presentan varias situaciones apoyadas en gráficos, en el caso de la figura 5 se utilizan conejos, de igual manera se encuentran calcomanías y globos, continuando con la tendencia a utilizar elementos conocidos y divertidos para los niños.

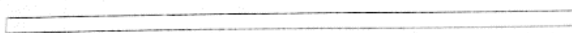
Se presentan de igual forma problemas de combinación y de igualación, cuyos contextos más recurrentes son la tienda, como se muestra en la figura 6, y los objetos de clase.

Sobre la multiplicación se presenta la estructura de grupos múltiples, un ejemplo de este caso se encuentra en la figura 7. Los ejercicios de estructura multiplicativa consisten en realizar sumas repetidas, repartición en cantidades iguales y aprender las tablas de multiplicar.

- Matías tiene en su granja 54 conejos. Su amigo Nicolás tiene 13 conejos más. ¿Cuántos conejos tiene Nicolás?

Datos ▶ Matías tiene \_\_\_\_\_  
Nicolás tiene \_\_\_\_\_

Operación ▶ 

Solución ▶ 











Figura 5. Problema de comparación. Estructura aditiva.

Miguel ha representado en la tabla los zumos de cada clase que ha vendido hoy. Observa la tabla y contesta.


			
Naranja	9	14	16
Piña	10	7	8
Melocotón	8	6	10
Manzana	11	4	9



- ¿Cuántos  de naranja ha vendido hoy?
- ¿Cuántos  de piña ha vendido hoy?
- ¿Cuántos  de melocotón ha vendido hoy?

¿Cuántos  de naranja y piña vendió en total?

$$\square \circ \square = \square$$

¿Cuántos  de melocotón más que de manzana vendió?

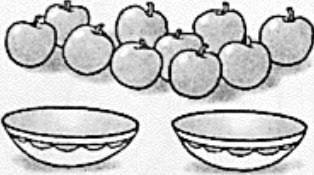

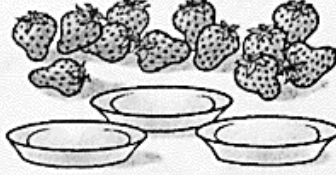

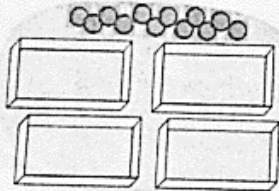
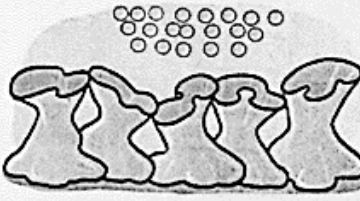
$$\square \circ \square = \square$$

Figura 6. Problema de combinación e igualación. Estructura aditiva.


Por otra parte, retomando el contexto de la tienda, el módulo propone la identificación del total, el número de unidades y el valor unitario de diferentes artículos, así como problemas para encontrar cada uno de ellos. Se utilizan los 4 tipos de representaciones presentadas por Castaño (1998): representación realista, representación esquemática, representación aditiva y representación multiplicativa.




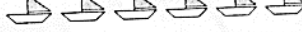

No se presentan problemas compuestos de ningún tipo. Si bien se trabajan problemas que mezclan dos operaciones como la suma y la multiplicación, no se presenta ninguno de encajamiento, de equivalencia o de relaciones.

En el módulo se presentan multiplicaciones que no se incluyen en las tablas de multiplicar, es decir, multiplicaciones como  $102 \cdot 4$  o  $80 \cdot 8$  bajo el título “Multiplicaciones sin llevar”, y se brinda el espacio para su resolución.

<p>10 manzanas en 2 fruteros.</p>  <p><math>\square \circ \square = \square</math></p> <p>En cada frutero hay <math>\square</math> </p>	<p>12 fresas en 3 platos.</p>  <p><math>\square \circ \square = \square</math></p> <p>En cada plato hay <math>\square</math> </p>
<p>12 chapas en 4 cajas.</p>  <p><math>\square \circ \square = \square</math></p>	<p>20 canicas en 5 bolsas.</p>  <p><math>\square \circ \square = \square</math></p>


En este gráfico se representan las personas que subieron en barca cada día.  
¿Cuántas personas subieron cada día?

Cada  representa 7 personas.

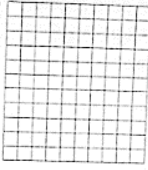
Lunes		
Miércoles		
Viernes		
Domingo		

Lunes  $\triangleright 7 \times 4 = \square$       Viernes  $\triangleright \square \times \square = \square$   
 Miércoles  $\triangleright \square \times \square = \square$       Domingo  $\triangleright \square \times \square = \square$

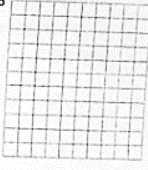
Un grupo de 50 personas visitan una exposición de pintura. Cada entrada cuesta 8 €, pero les han rebajado 15 €. ¿Cuánto han pagado en total?



1.º



2.º



Solución  $\triangleright$

Figura 7. Actividades de estructura multiplicativa.

Las tablas de multiplicar se presentan mediante problemas, “juegos” (Estas actividades no son estrictamente juegos, al tener un propósito definido y no ser espontáneos.) y operaciones directas. Además los ejercicios involucran temas trabajados anteriormente como pares e impares, relaciones de valor cardinal y la estructura aditiva.

¿Qué animal es? Calcula y colorea de azul las zonas con un número par.

RECUERDA  
Un número es par si termina en 0, 2, 4, 6 u 8.

$$\begin{array}{r} 37 \\ + 46 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ - 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ \times 5 \\ \hline \end{array}$$

$9 \times 9 = \square$        $321 + 60 = \square$   
 $9 \times 2 = \square$        $70 + 25 = \square$   
 $2 \times 4 = \square$        $4 \times 7 = \square$   
 $8 \times 5 = \square$        $3 \times 7 = \square$   
 $9 \times 3 = \square$        $7 \times 7 = \square$        $5 \times 3 = \square$        $\begin{array}{r} 90 \\ - 37 \\ \hline \end{array}$   
 $5 \times 5 = \square$        $120 + 69 = \square$

Recuerda:  $7 \times 6 = 6 \times 7$

Calcula.

$7 \times 4 = \square$        $8 \times 5 = \square$   
 $7 \times 8 = \square$        $9 \times 7 = \square$   
 $8 \times 4 = \square$        $9 \times 4 = \square$

Figura 8. Actividades de coloreado y cálculo de multiplicaciones. Estructura Aditiva y estructura multiplicativa.

Respecto al pensamiento espacial, en el módulo, se encuentran tres fichas de ejercicios:

- Una para identificar las figuras geométricas por su nombre, caracterizarlos por su número de lados y de vértices, propone reproducir una secuencia dibujándola, y crear un dibujo a partir de algunas de dichas figuras.

- Otra que trata los sólidos geométricos en la que se identifican las figuras por sus nombres, mostrando dibujos en perspectiva de: pirámides, cilindros, conos, esferas y algunos prismas.
- La última se dedica a trabajar simetría axial, con ejercicios que piden identificar el eje de simetría, completar la mitad de las figuras realizando un ejercicio de reflexión, continuando un dibujo de forma que sea simétrico, e identificando ejes de simetría en dibujos de objetos comunes para los niños. También, se identifican elementos no simétricos y proponen buscar ejes de simetría.

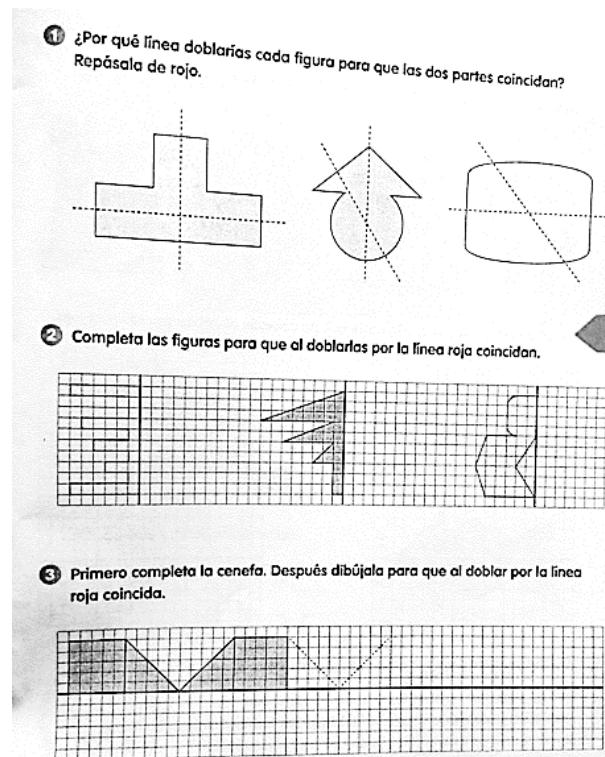
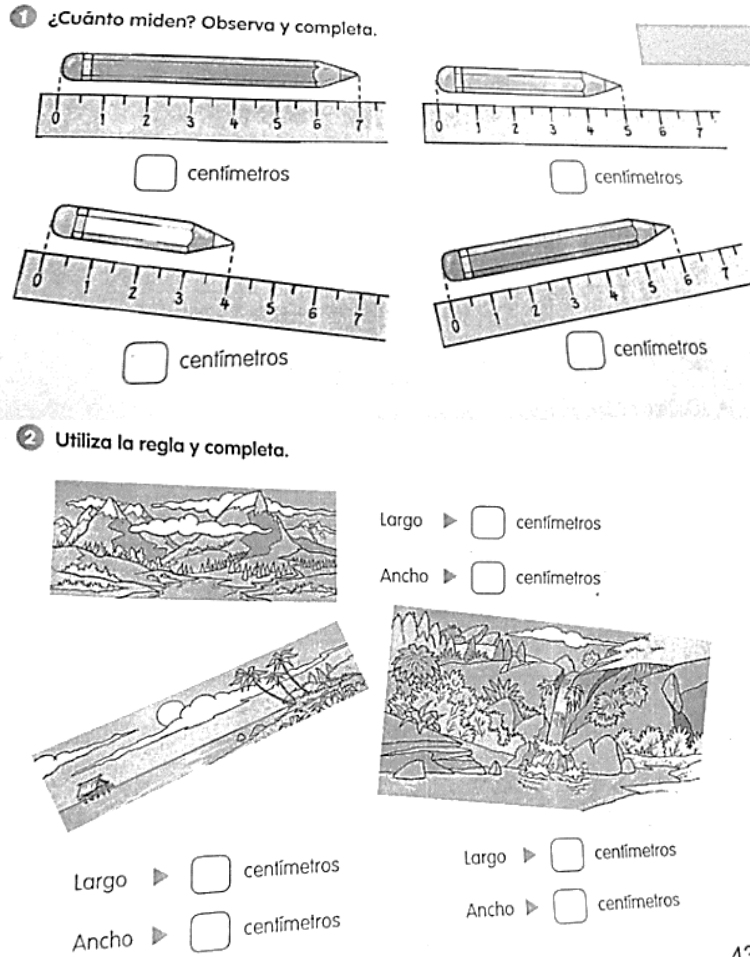


Figura 9. Ejercicios de simetría

Sobre el pensamiento métrico se proponen tres fichas:

- El centímetro: el primer ejercicio muestra las reglas y un conjunto de lápices de colores, cada uno medido por la regla, se solicita observar y decir cuánto mide cada uno, acorde a las reglas dibujadas. Continúa con tres imágenes de las cuales se solicita medir el largo y el ancho de las mismas. Prosigue con un ejercicio de comparación de medidas y termina con ejercicios que implican sumar medidas.



43

Figura 10. Ejercicios de medición

- El kilogramo: La ficha comienza estableciendo una relación de igualdad entre dos figuras sin marca y una figura con la marca de 1k, a continuación se muestran seis balanzas y se solicita relacionar cuáles pesan más, menos o igual a un kilogramo. Luego continúa con ejercicio de suma de diferentes pesos
- El litro: Comienza con un ejercicio similar al anterior acerca del kilogramo, en donde el líquido medido está representado por jarras, terminando con un ejercicio donde proponen elementos de contención de líquidos y preguntando acerca de qué contenedores tienen la capacidad de almacenar un litro.

Acerca del pensamiento aleatorio se plantean tres fichas:

- Interpretar gráficos de barras: se presenta un gráfico y se solicitan datos numéricos sobre dicho gráfico y operaciones con dichos datos.

- Representar gráficos de barras: Se brindan datos y se solicita presentarlos en gráficos de barras horizontales y verticales a partir de situaciones conocidas para los niños como las frutas y los libros.
- Interpretar gráficos de dos características: Se presenta un gráfico de barras que muestran dos variables y se solicitan datos numéricos acorde a lo ilustrado.

Los ejercicios que abordan específicamente el pensamiento variacional se encuentran en las fichas dedicadas al pensamiento numérico y tratan principalmente de identificar y continuar secuencias numéricas y sobre la identificación de patrones numéricos.

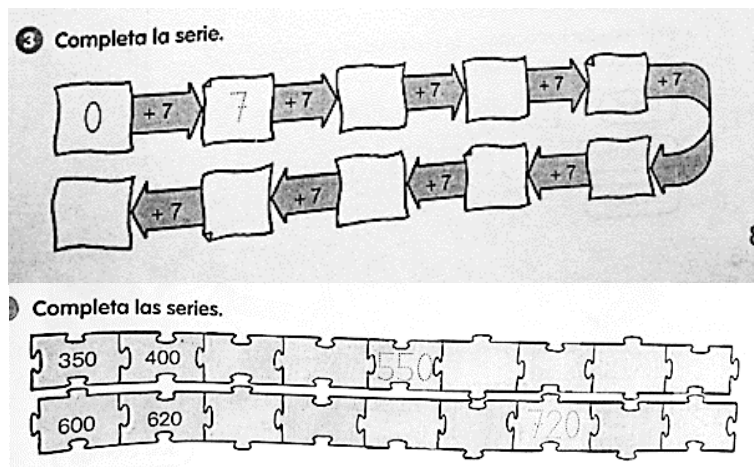


Figura 11. Ejercicios de series numéricas

### Notas adicionales

Se observa que el módulo de Matemáticas hace un énfasis considerable en la escritura de los números, de símbolos numéricos a lenguaje escrito y viceversa, un ejemplo se muestra en la figura 12.

2 Completa la tabla.

Número	Se lee
315	Trescientos quince
328	
347	Trescientos cincuenta y tres
	Trescientos sesenta y ocho
	Trescientos noventa y nueve

Figura 12. Ejercicio de escritura de números

Por otra parte, el módulo propone una metodología para el análisis de problemas, partiendo de la identificación de datos, operación y solución.

Lee, y escribe qué dato necesitas para resolver el siguiente problema.

- En un autobús van 54 personas. En la primera parada bajan varias personas. ¿Cuántas quedan en el autobús?

Dato que necesitas para resolver el problema.

\_\_\_\_\_

Inventa el dato que falta. ▶

- Gustavo ha hecho 6 cuadros. En cada cuadro ha dibujado 7 árboles. ¿Cuántos árboles ha dibujado en total?

Datos ▶  y

Operación ▶  ○  =

Solución ▶ \_\_\_\_\_

- En el comedor hay 3 mesas. En cada mesa hay 7 vasos. ¿Cuántos vasos hay en total?

Datos ▶  y

Operación ▶  ○  =

Solución ▶ \_\_\_\_\_




Figura 13. Ejemplos de metodología propuesta para la resolución de problemas

## Características de los estudiantes

En el 2017 el curso 205 de la Ciudadela Educativa de Bosa constaba de 36 estudiantes, entre quienes uno era un niño neuroatípico diagnosticado con déficit cognitivo moderado. Por otra parte tres de los estudiantes iniciaron el curso sin saber leer o escribir. Es menester aclarar que la docente titular estuvo incapacitada por el segundo semestre del 2016, debido a complicaciones de salud propiciadas por estrés, ante lo cual la coordinación del grado segundo determinó que en este curso solo esté un niño considerado como “con problemas comportamentales”.

En términos de trayectoria en la institución, la mayoría de los estudiantes cursaron primero en la Ciudadela, sin embargo hay 6 niños nuevos, de los cuales 3 comenzaron el curso al inicio del año y los otros tres llegaron en el segundo semestre, transferidos de otras instituciones educativas.

La mayoría de los niños viven con su círculo familiar primario, es decir, con mamá y papá, existen otros estudiantes, quienes además de vivir con sus padres, viven también con sus abuelos y en algunos casos primos y tíos. Varios recibieron un hermanito o hermanita durante el año.

En general el curso se caracteriza por su buen comportamiento y por su curiosidad. Sin embargo, se aprecia que los estudiantes no conocen a sus compañeros más allá de su grupo de amigos. Los estudiantes prefieren las actividades que incluyan movimiento, competencias e imágenes llamativas. A la mayoría no les gusta escribir.

En el primer periodo del año lectivo los niños no comprendían qué quería decir si les escribían un 5 o un 2 en la hoja de examen, no sabían qué era un examen y por qué no podían hablar con sus compañeros durante su realización. En periodos posteriores, los niños temían recibir un número muy bajo.

Se observa que los niños no relacionan la calificación obtenida con el aprendizaje realizado, aunque intentan obtener la mejor calificación siempre. Se observó un caso de un niño que intentó hacer copia en el último examen de recuperación de Sociales, debido a la necesidad manifiesta por el niño, de obtener buenos resultados.

Los estudiantes están en edades de 7 a 9 años. Es un grupo culturalmente homogéneo en cuanto a su lugar de nacimiento, ya que la mayoría de los niños son de Bogotá, sin embargo hay niños de poblaciones aledañas como Soacha y hay dos estudiantes de la región caribe. En términos de género, existe casi la misma cantidad de niños y niñas en el curso.

Es menester resaltar que tanto niños como niñas muestran buena disposición hacia las Matemáticas y curiosidad acerca de conceptos propios de la Física. Como ejemplo de ello se denota que al finalizar el segundo semestre del 2017 un grupo de amigos manifestó querer crear un perro robótico, proyecto que se llevará a cabo con un docente de la institución en el año 2018.

Algunos estudiantes son mencionados fueron protagonistas de casos especiales dignos de mención en el contexto de este trabajo. Con el fin de proteger su privacidad, los estudiantes son relacionados como “estudiante 1”, “estudiante 2”, etc.

## Conocimiento de los estudiantes al iniciar grado Segundo

A partir de las observaciones realizadas, se nota que las expectativas en cuanto al conocimiento de los niños al comenzar el grado segundo, no corresponden con el conocimiento de los mismos. Por ejemplo, se espera que al iniciar segundo los estudiantes tengan conocimiento de los números hasta el 999 y algunas nociones de suma y resta.

Sin embargo, se observó que el conocimiento exhibido por los niños al iniciar el grado no llegaba a las centenas en algunos casos, y que las nociones o conocimientos que se esperaba que ya hubiesen adquirido no eran comunes a todos los estudiantes, no estando formalizadas en general.

Por otra parte, a pesar de la disposición de los docentes, existen múltiples dificultades con respecto a los tiempos disponibles para la ejecución de los planes propuestos, y el alcance de las metas educativas. Los docentes a menudo tienen que ajustar los cronogramas de trabajo, con el fin de disponer tiempo para actividades extracurriculares diversas, que pueden surgir semanalmente, lo que limita significativamente el tiempo de estudio e interrumpe constantemente el proceso de aprendizaje de los estudiantes.

## Familia

Como en cualquier comunidad educativa, los padres de familia son actores fundamentales al interior de las mismas, siendo relevante sus actuaciones y perspectivas, como condicionantes del proceso educativo de los estudiantes y de las posibilidades de desarrollo que se manifiestan como resultado del mismo.

Particularmente se aprecia un enfoque por parte de los padres en aquello que se consigna en el cuaderno de los niños, siendo tomado por ellos como un medio de auditoría acerca del trabajo realizado en clase, por lo que la mayoría manifiestan diferentes reacciones, desde la inquietud hasta la indignación, cuando lo que se copia en el cuaderno durante un día de clase no es considerado suficiente.

Esto limita considerablemente las actividades a realizar durante la clase, dado que se requiere constantemente alguna clase de evidencia diligenciada en el cuaderno, representando una constante presión para los docentes.

Adicionalmente, algunos de los padres de familia consideran que no se debe tener trabajo a realizar fuera del aula de clase, con relación al proceso educativo. Dichos padres consideran, que las tareas e investigaciones son actividades a ser realizadas exclusivamente en el colegio

Al proponer enfoques distintos, se presentan también choques con los padres. En un caso particular, se pidió a los estudiantes como tarea sumar 55 decenas con 33 decenas, ante lo que se recibieron múltiples inquietudes por parte de los padres de familia, quienes manifestaron inconformidad por la dificultad del ejercicio, o por una aparente falta de lógica que el ejercicio reflejaba.

## Pensamientos matemáticos en otras áreas del conocimiento

Aunque por el enfoque mencionado previamente, el plan de ciclo en el área de matemáticas gira alrededor del pensamiento numérico, a lo largo del módulo de matemáticas, es importante mencionar qué otros tipos de pensamiento matemático son tratados en otras asignaturas, ya sea en los módulos correspondientes a estas, o en los espacios de otras asignaturas en los que se pueden abordar ejercicios correspondientes al módulo de matemáticas.

Este es el caso de la clase de Arte, particularmente, en donde se trabajan aspectos de Geometría, como la rotación, traslación y reflexión de figuras geométricas. También, se establecen, como parte del espacio de Arte, ejercicios relacionados con la simetría en diferentes dibujos correspondientes a polígonos regulares, ejercicios que pueden considerarse a su vez, como ejercicios que se relacionan con el pensamiento espacial.

Adicionalmente, en la clase de Arte también se presentan algunas actividades que podrían categorizarse dentro del pensamiento variacional. Por ejemplo, se realizan ejercicios de repetición de patrones gráficos, en los cuales los estudiantes deben repetir un patrón, de acuerdo con la guía provista por la docente. Dada la dificultad existente por la alta cantidad de estudiantes, se observó que algunos de los estudiantes no siguen los patrones de la forma que la docente espera, no llegando a comprender el ejercicio a realizar.

Específicamente, se apreció que ante un ejercicio de repetir un patrón horizontal con estructura “ABA”, los niños copiaban las figuras del patrón, escribiendo primero una columna de elementos “A”, luego una columna “B” y posteriormente otra columna “A”, sin identificar el comienzo o el fin de cada patrón horizontal. Aunque es posible que los estudiantes no pudieran percibir explícitamente los patrones a seguir, se considera pertinente el ejercicio, como una introducción a este segmento del pensamiento variacional, y se deben tener en cuenta también, los otros beneficios de esta clase de ejercicios, en términos de motricidad y habilidades manuales de escritura.

Por otra parte, el pensamiento métrico, que no se encuentra explícitamente en las metas descritas anteriormente, se trata como parte de la asignatura de Ciencias Naturales, en donde se relacionan las unidades de medida como parte de las temáticas tratadas en ella. Además, el pensamiento espacial se trata en la clase de Sociales, siendo introducidas algunas nociones de planos y coordenadas como parte de lo aprendido por los niños en cuanto a los puntos cardinales.

De esta forma se puede apreciar que el aprendizaje en Matemáticas se encuentra tratado en diferentes extensiones en toda la estructura académica curricular del grado segundo, lo que permite abarcar las diferentes formas de pensamiento matemático en distintas asignaturas, más allá de lo establecido en las metas de aprendizaje para Matemáticas.

## Pensamiento matemático de forma implícita

En adición a lo presentado en la sección previa acerca de los pensamientos tratados en otras asignaturas, existen otros tipos de pensamiento que se encuentran de forma implícita como parte de las clases que reciben los estudiantes. Este es el caso de la utilización de secuencias numéricas para la introducción de las tablas de multiplicar, en el que la docente titular presentó algunas sucesiones correspondientes a sumar de dos en dos o tres en tres, que posteriormente servirán para introducir los fundamentos de la multiplicación.

En la clase de Danzas se realizan ejercicios que corresponden a la realización y repetición de secuencias corporales, apreciándose un elemento del pensamiento variacional que puede ser útil para el proceso educativo de los niños.

## Juegos

Como parte de las actividades que se dan en el entorno educativo, los estudiantes a menudo participan en juegos que involucran secuencias corporales, acompañadas de una ronda, o de diferentes canciones de su gusto. Estos juegos de secuencia se caracterizan por relacionarse principalmente con movimientos de las manos y aplausos. Estas actividades son desarrolladas tanto por niños como por niñas, lo que constituye una novedad en un contexto en donde tradicionalmente solo las niñas participan en esta clase de juegos.

Las características de estos juegos, que suelen realizarse fuera del aula, implican que ellos no sean fácilmente acogidos en el aula de clase, ya que pueden ser considerados como no pertinentes para las metas educativas trazadas para los estudiantes. Esta dificultad, aunada con la mencionada presión existente de parte de los padres de familia para consignar en los cuadernos los resultados de clase, hace que integrar este tipo de secuencias corporales no sean permitidas en clase, siendo un posible perjuicio para estudiantes y docentes.

En adición a lo anterior, los estudiantes manifestaron interés por algunos juegos de mesa que involucran diferentes formas de pensamiento matemático. Específicamente, algunos niños han manifestado su interés en Monopoly, un juego que incluye diferentes formas de pensamiento matemático (numérico, espacial, aleatorio, etc.), un hecho que puede ser utilizado para diseñar actividades de interés para los niños, en torno al pensamiento matemático en general.

También, a lo largo de las observaciones realizadas, fue notorio el gusto de los niños por los juegos de construcción, no siendo limitados por el tipo de piezas a utilizar, siempre que las mismas sean apilables. Así, los niños utilizan cilindros, cuadrados y hasta lápices para crear construcciones de distintos tipos, participando en juegos como crear una torre cuadrada con lápices y luego ir removiendo algunos, hasta que la torre se colapse, similar al juego Jenga.

Estas actividades pueden ser adaptadas al contexto de los estudiantes, de forma que puedan ofrecer nuevas variantes para su proceso de aprendizaje. Los problemas relacionados con los padres de familia y la necesidad de consignar información en el cuaderno, suponen obstáculos significativos que se considera sin embargo, que pueden ser sorteados.

# Problemática

Con base en el contexto descrito en el capítulo anterior, se presentan a continuación algunos de los problemas identificados en la enseñanza de las Matemáticas, así como las causas y posibles consecuencias de tales problemas. A partir de estos problemas identificados, se establece el problema concreto que la propuesta pedagógica planteada busca resolver.

## Problemas Identificados

### Predominio de lo numérico

Como se ha evidenciado, debido a diferentes factores que condicionan el proceso de aprendizaje de los estudiantes, existe una clara tendencia a trabajar principalmente, y de forma casi exclusiva, el pensamiento numérico, dejando de lado otros tipos de pensamiento, al menos de forma explícita en las clases de Matemáticas.

Lo anterior incide en el desarrollo de las demás formas de pensamiento matemático, por parte de los estudiantes. En el caso del pensamiento variacional, se observa que solo algunos niños pueden identificar y crear patrones de forma natural, en su mayoría corporales, y pocos de ellos identifican una secuencia y su norma de generalización.

Si bien, este problema se debe en parte a las metas de aprendizaje definidas, y a los recursos físicos y temporales disponibles para los niños, las demás formas de pensamiento presentan una relevancia considerable a mediano y largo plazo para los estudiantes, quienes pueden presentar dificultades posteriormente, razón por la que es importante tratar otras formas de pensamiento.

Por otra parte, la tendencia por abordar el pensamiento numérico puede derivar en que algunos estudiantes, al no sentirse identificados, o cómodos con este tipo de pensamiento, terminen por cerrarse las puertas ante las demás formas de pensamiento matemático, causando dificultades e incluso prejuicios difíciles de superar para algunos de ellos, en su realización personal y su aprendizaje en general.

Un ejemplo de ello suele producirse al finalizar los estudios de Básica Primaria, momento en el que se presenta un fuerte choque con el Álgebra, para la cual se necesitan mayores herramientas

de análisis y abstracción que aquellas que los estudiantes poseen. La dificultad en este caso radica en no poder utilizar o abstraer adecuadamente el lenguaje simbólico propio del Álgebra.

Al momento de enfrentarse a los conceptos del Álgebra, carecen de la fundamentación necesaria para comprender los modelos que se desprenden de tales conceptos, mientras que las carencias no solo respecto a las formas de pensamiento distintas al numérico, sino también con respecto a la comprensión de las relaciones entre las distintas formas de pensamiento, hacen que la relación entre el conocimiento adquirido de Aritmética y los conocimientos de Álgebra a adquirir, no sea clara para los estudiantes.

Esto puede derivar en que algunos de los estudiantes desarrollan aversión con respecto a las matemáticas, una aversión que es común en la población adulta, incluso entre docentes en formación. Como consecuencia adicional, se tiene la ausencia de desarrollo del potencial de tales estudiantes, que pueden no aprovechar totalmente sus aptitudes.

## Enfoque en realización de operaciones

En general, se observa que las actividades realizadas en clase se centran en el desarrollo de operaciones, esto es, la realización de sumas y restas desprovistas de un contexto, sin que se puedan abordar situaciones problema a profundidad. Las operaciones en general permiten que los estudiantes se familiaricen con el tema e incluso desarrollen algoritmos para tales propósitos, pero cabe notar que las situaciones problema proveen de otras herramientas y significación considerable para el aprendizaje, tales como:

La resolución de problemas puede ofrecer un vínculo entre los conceptos relativos a las operaciones, presentados y desarrollados en clase, y contextos más allá del aula de clase, que a menudo pueden relacionarse con la vida cotidiana de los niños, lo que puede permitirles afianzar el conocimiento de forma más sencilla, y de forma significativa, con lo que su proceso de aprendizaje puede facilitarse, y eventualmente, podría llegar a depender menos de una aproximación mecánica o memorística.

A su vez, la resolución y principalmente, el análisis de problemas, permiten a los niños realizar abstracciones a partir de un lenguaje escrito en palabras, a un lenguaje que incluya símbolos matemáticos y operaciones, con lo que pueden desarrollar habilidades deductivas útiles en múltiples campos, no solamente en lo que se refiere a pensamiento matemático.

## Única representación de las operaciones aritméticas

Debido a limitaciones temporales, diferentes algoritmos o procedimientos no pueden ser tratados en clase, lo que lleva a que algunos estudiantes no puedan afianzar los conocimientos expuestos y desarrollados en el aula de clase. Los temas tratados se abordan desde un solo punto de vista, en Matemáticas por ejemplo se centran en un único algoritmo, lo que implica que aquellos niños a quienes se les dificulte este, tendrán problemas edificando sobre dichos temas.

El currículo planteado no incluye tampoco otras variantes del pensamiento matemático, como el caso de los juegos y secuencias corporales que los niños practican en sus tiempos de esparcimiento, un hecho que se debe nuevamente a la compleja dinámica que tiene lugar en la institución.

Desafortunadamente la singularidad en la representación de los temas puede tener consecuencias para los estudiantes, retrasando o perjudicando permanentemente su proceso de aprendizaje.

## Problema concreto

A partir de las observaciones y el análisis realizado, se aprecia que uno de los problemas de mayor trascendencia es la carencia de estudio de los diversos tipos de pensamiento matemático, aparte del pensamiento numérico. Como se ha expuesto, esta carencia es notoriamente perjudicial para los estudiantes, por lo que se considera que debe abordarse cuidadosa y efectivamente.

De las diferentes formas de pensamiento, se aprecia que el pensamiento variacional es la forma de pensamiento matemático menos tratada en el caso del curso 205 de la I.E.D. Ciudadela Educativa de Bosa, razón por la que se estima que es fundamental proponerlo en el aula de clase, como foco principal de actividad para plantear la propuesta pedagógica.

Como se ha mencionado, las motivaciones para estudiar o favorecer el aprendizaje del pensamiento variacional son amplias, por lo que se considera que los potenciales beneficios son igualmente importantes.

La posibilidad de abordar el Álgebra temprana, la cual es una propuesta que puede contribuir al desarrollo del pensamiento variacional, puede permitir que los estudiantes desarrollen habilidades y competencias para tratar el álgebra formal en grados superiores, lo que puede no

solamente facilitar su proceso de aprendizaje, sino también hacer que estos estudiantes desarrollen un aprecio por las matemáticas en general,

Por otra parte, el abordar el pensamiento variacional, que puede ser considerado como omnipresente en las interacciones que tenemos con el mundo que nos rodea, puede permitir explorar y aprender aspectos referentes a las demás clases de pensamiento matemático, tal y como se establece en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998).

Por esta misma razón, el pensamiento variacional permite incorporar elementos de múltiples áreas, así como los juegos en general, de forma que se puedan potencializar las habilidades de los estudiantes, y darles oportunidades para desarrollar sus diferentes concepciones y formas de pensamiento individuales, respondiendo a las problemáticas identificadas de enfoque en realización de operaciones y la poca cantidad de formas de representación de los temas tratados en clase.

Con base en lo anterior el problema concreto a resolver es: ¿Cómo implementar un proyecto pedagógico para aportar al desarrollo del pensamiento variacional de los estudiantes del curso 205 de la I.E.D. Ciudadela Educativa de Bosa?

## Antecedentes

En este capítulo se presentan los trabajos, que por su objeto de investigación, o por las metodologías que se utilizaron en ellos, constituyen referentes para el proyecto pedagógico realizado. Al respecto de cada uno de ellos, se menciona un breve resumen del trabajo desarrollado, así como las perspectivas o conclusiones que son de interés para el objeto del proyecto pedagógico planteado.

Inicialmente se mencionan los antecedentes locales, es decir, aquellos que provienen de la Universidad Pedagógica Nacional, para luego continuar con los antecedentes externos, los cuales corresponden a investigaciones realizadas en otras universidades colombianas.

### Antecedentes locales

En el programa de Licenciatura en Educación Infantil de la Universidad Pedagógica Nacional se han elaborado varios trabajos que tratan cuatro de los cinco pensamientos matemáticos como son: Pensamiento numérico, pensamiento espacial, pensamiento métrico e incluso pensamiento aleatorio, pero no se ha realizado alguno sobre pensamiento variacional.

En la Universidad se han presentado cuatro trabajos de grado sobre pensamiento variacional en Básica Primaria, tres de ellos dirigidos a estudiantes de quinto grado, el otro a niños desde jardín a segundo de primaria, las cuales se desarrollaron por parte de estudiantes del Departamento de Matemáticas, específicamente en la facultad de Ciencia y Tecnología.

El trabajo de grado de Especialización: “Argumentos logrados por estudiantes de grado quinto de Educación Básica Primaria al realizar una tarea que involucra patrones y procesos de generalización” (Murcia Pérez & Silva Muñoz, 2014) hecho por Jorge Murcia y Julio Silva, se centra en averiguar si la generalización aporta a los procesos de argumentación en los niños de grado quinto.

Este trabajo resalta la importancia de manejar el vocabulario requerido para expresar la generalización que se presenta en los patrones y secuencias.

De la misma manera el trabajo “Actividad para desarrollar el pensamiento variacional en primaria” (Acosta Hernández, Jiménez Moreno, & Villar Ospina, 2015), se enfoca en las maneras de argumentar y conjeturar procesos de variación mediante una aplicación elaborada en GeoGebra, llegando en casos específicos a la generalización.

La “Introducción a la variación en quinto de Primaria” (Marín Aboya & Salas Martínez, 2011), presenta una propuesta didáctica a partir de un video sobre el crecimiento de una niña, estableciendo patrones de covariación, acercando a los estudiantes a los fenómenos de cambio.

A diferencia de los trabajos anteriormente presentados, Marta Patricia Navarro realizó el trabajo “El mundo de las secuencias”, (2014) un aplicativo dirigido a niños de 4 a 8 años para iniciarlos en el proceso de generalización, que tenía como objetivo el diseño de actividades para la percepción de patrones mediante una aplicación desarrollada con la plataforma digital llamada Scratch.

Los gráficos de la aplicación son llamativos para los niños, atraen su atención. Es importante tener este factor en cuenta para el material a trabajar en actividades de secuencias manipulativas y figurativas. Por otra parte, este trabajo apoya la idea de trabajar el pensamiento variacional en la Primaria, específicamente incluye las edades de 7 y 8 años, periodo en el que los estudiantes cursan segundo de Primaria.

En el 2012, Elizabeth Rivera y Luisa Sánchez plantearon la propuesta “Desarrollo del pensamiento variacional en la Educación Básica Primaria: generalización de patrones numéricos” (2012), realizada en tercero de primaria. Este trabajo al igual que el proyecto correspondiente a este documento, es un trabajo que aporta a la reflexión sobre la introducción al Álgebra en la Primaria, y cuyo resultado demuestra que desde tercero de primaria los estudiantes son capaces de reconocer patrones. Se presenta un análisis cuantitativo, que será de gran utilidad para el presente proyecto con el fin de corroborar el progreso de los estudiantes y cuyo análisis permitió cambiar sesión a sesión las actividades planteadas acorde a las necesidades y el progreso de los niños.

A nivel específico, la utilización de análisis estadístico, basado en frecuencias relativas, presentado en dicha propuesta, será abordado posteriormente, como parte de la metodología

presentada para este proyecto, al considerarse de gran pertinencia para el análisis de los resultados de la implementación de propuestas que tratan el pensamiento variacional.

## Antecedentes Externos

En otras universidades del país se han realizado diversas investigaciones con respecto al pensamiento matemático, y específicamente respecto al pensamiento variacional. El trabajo “Desarrollo del razonamiento algebraico a partir de la generalización de patrones gráfico – icónicos en estudiantes de Educación Básica Primaria” (Hernández García & Tapiero Castellanos, 2014), de Karen Hernández y Karol Tapiero, de la Universidad del Valle, busca favorecer el desarrollo del pensamiento algebraico en estudiantes de grado quinto, a partir de una secuencia didáctica de generalización de patrones gráficos.

La secuencia didáctica propuesta consistió en el planteamiento de diferentes preguntas respecto a tres situaciones problema, en las cuales se indagaba por las variaciones de patrones gráficos, como el diseño de un conjunto de baldosas para la remodelación de una habitación, con el fin de que los estudiantes realizaran un proceso de generalización.

Al respecto, este trabajo concluye que si bien los estudiantes no llegan a realizar un proceso de generalización con simbolismos algebraicos, ellos pueden identificar variaciones en las secuencias gráficas tratadas, mostrando indicios de desarrollo del razonamiento proporcional. Por otra parte, Hernández y Tapiero recalcan la importancia de abordar el razonamiento algebraico, en términos de variaciones, en la Educación Básica Primaria.

También en la Universidad del Valle, Gustavo Moreno desarrolló el trabajo titulado “Una aproximación al Álgebra Temprana por medio de una secuencia de tareas matemáticas de patrones numéricos” (2015), que se enfoca en favorecer un acercamiento temprano de los estudiantes de grado tercero al pensamiento algebraico, a través de una secuencia de tareas matemáticas con patrones numéricos.

A nivel específico, en este trabajo se realizaron seis tareas a partir de dos situaciones, correspondientes a entender la multiplicación a partir de un patrón y como relación. Utilizando la consignación en tablas de datos y preguntas específicas acerca de elementos que varían y elementos que permanecen constantes, se pretendía que los estudiantes representaran diferentes patrones numéricos, por medio de un lenguaje numérico, verbal o simbólico.

El trabajo concluye que los patrones gráfico-pictóricos permiten que los estudiantes deduzcan aquello que varía y aquello que permanece constante, e incluso que lleguen a identificar patrones numéricos. Adicionalmente, se plantea que las representaciones tabulares pueden ser de gran utilidad para la identificación de patrones, y resalta la importancia de la Geometría, como un área en la que los estudiantes pueden identificar variaciones.

Por último se destaca la investigación “Generalización de patrones geométricos. Proyecto de aula para desarrollar pensamiento variacional en estudiantes de 9 – 12 años.” (Pulgarín, 2015), desarrollada por Jorge Pulgarín, de la Universidad Nacional – Sede Medellín, que tiene como objeto diseñar un proyecto de aula que fortalezca la generalización de patrones geométricos por parte de estudiantes de grado quinto.

Este proyecto presentó un conjunto de nueve actividades para el desarrollo de los estudiantes. Cinco actividades de diagnóstico o pre-test y cuatro actividades de cualificación de los saberes alcanzados, o pos-test. Cada actividad presenta diferentes patrones geométricos, con el fin de conocer las capacidades de los estudiantes de identificar lo variante y lo invariante, y de describir los patrones dados.

Pulgarín concluye que los estudiantes pueden alcanzar los conocimientos necesarios para describir un patrón, con base en actividades que aborden patrones, pasando de la mera identificación, a la extensión y apropiación de los mismos. También, Pulgarín destaca que esta clase de proyectos contribuye a una mejor disposición de los estudiantes para con la clase de matemáticas. En términos de la implementación, el investigador hace énfasis en la necesidad de desarrollar estrategias que capten la atención de los estudiantes, para guiar su pensamiento.

En cuanto a investigaciones realizadas en el exterior, se debe mencionar el artículo “Patterns Supporting the Development of Early Algebraic Thinking” (Warren, 2005) de Elizabeth Warren, de la Universidad Católica Australiana, en donde se examinan acciones encaminadas a que los estudiantes consideren la repetición de patrones para identificar relaciones covariacionales, predecir pasos de secuencias y expresar las relaciones en términos generales.

El experimento descrito en el artículo se realizó con 45 niños de dos cursos, con edad promedio de 9 años y 6 meses. El experimento consistió en presentar a los estudiantes diferentes configuraciones de patrones figurativos de repetición, utilizando casillas de colores. Los

estudiantes debían identificar el patrón, reproducir la secuencia, e inferir la cantidad de casillas de un color o del otro, que se requerían para  $N$  pasos de la secuencia. Con esto se buscaba que los niños pudiesen inferir una regla multiplicativa para dichas cantidades.

Las conclusiones del experimento muestran que no solamente los estudiantes pueden identificar apropiadamente patrones y extender secuencias, sino que pueden llegar a expresar la generalización de reglas multiplicativas con símbolos abstractos, desarrollando símbolos propios incluso, para la expresión de estas reglas, haciendo notoria la importancia del lenguaje en los procesos de generalización.

Como se ha mencionado, estas investigaciones proveen una base sobre la que se realizará el diseño y la implementación del proyecto. Específicamente, la importancia de concebir actividades y materiales atractivos para los estudiantes, así como el tener en cuenta la expresión oral para la comprensión de patrones y secuencias son relevantes para este proyecto, y fueron tenidos en cuenta como parte de la metodología del mismo.

Por otra parte, estos antecedentes muestran la relevancia del desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de Básica Primaria para la comunidad académica colombiana en los últimos años, por lo que la investigación realizada será de gran utilidad para la Licenciatura en Educación Infantil de la Universidad Pedagógica Nacional, y se espera que también lo sea para la comunidad educativa en general.

## Marco de referencia

Se presentan a continuación las referencias que dan fundamento a la propuesta planteada, organizadas en tres categorías: perspectivas disciplinares, perspectivas pedagógicas y referencias curriculares. Si bien estas se exponen por separado, es menester recordar que están relacionadas y que es la interacción entre dichas categorías la que da sustento a las acciones pedagógicas que se plantean en la propuesta.

Se definen las perspectivas disciplinares y pedagógicas, como los puntos de vista que se tienen acerca de los conceptos relacionados a disciplina y pedagogía, expuestos en dichas secciones, a partir de lo que se establecieron, tanto los objetivos de la propuesta, como la metodología a utilizar en la misma. En cuanto a las referencias curriculares, estas se definen como aquellos precedentes establecidos por entidades gubernamentales que se consideran como pertinentes para la propuesta, ya que establecen o definen aspectos regulatorios relevantes en el contexto de la misma.

Las perspectivas mencionadas previamente no solamente permiten fundamentar la propuesta, sino que a su vez representan una base de conocimientos a partir de la cual se puede realizar el análisis de las observaciones o resultados percibidos una vez se haya completado la etapa de implementación de la propuesta pedagógica, haciendo manifiesta su importancia a lo largo de la propuesta pedagógica.

## Perspectivas disciplinares

En esta sección se encuentran los conocimientos conceptuales, referentes a definiciones del saber y conceptos en general, prosiguiendo con los conocimientos procedimentales, los cuales hacen referencia a la forma en la que se desarrollan los conocimientos conceptuales.

La figura 14 muestra un mapa conceptual de las perspectivas disciplinares, en el que se indican las relaciones entre algunos de los diferentes conceptos y propuestas tratados en esta sección, notándose los vínculos entre los conocimientos conceptuales y procedimentales.

## Conocimiento conceptual

En términos de la propuesta pedagógica, resultan de interés los conceptos propios de las Matemáticas, el Arte y la Música, que se encuentran directa e indirectamente inmersos tanto en la fundamentación, como en la implementación de la propuesta. En principio, partimos del tema central, el pensamiento variacional, para luego abordar de manera más específica otras definiciones y perspectivas de otras áreas del conocimiento, considerados como pertinentes para la propuesta.

En general, se remite a la definición de Vasco acerca del pensamiento variacional, estableciendo que: “El pensamiento variacional puede describirse aproximadamente como una manera de pensar dinámica, que intenta producir mentalmente sistemas que relacionen sus variables internas...” (2009, pág. 6).

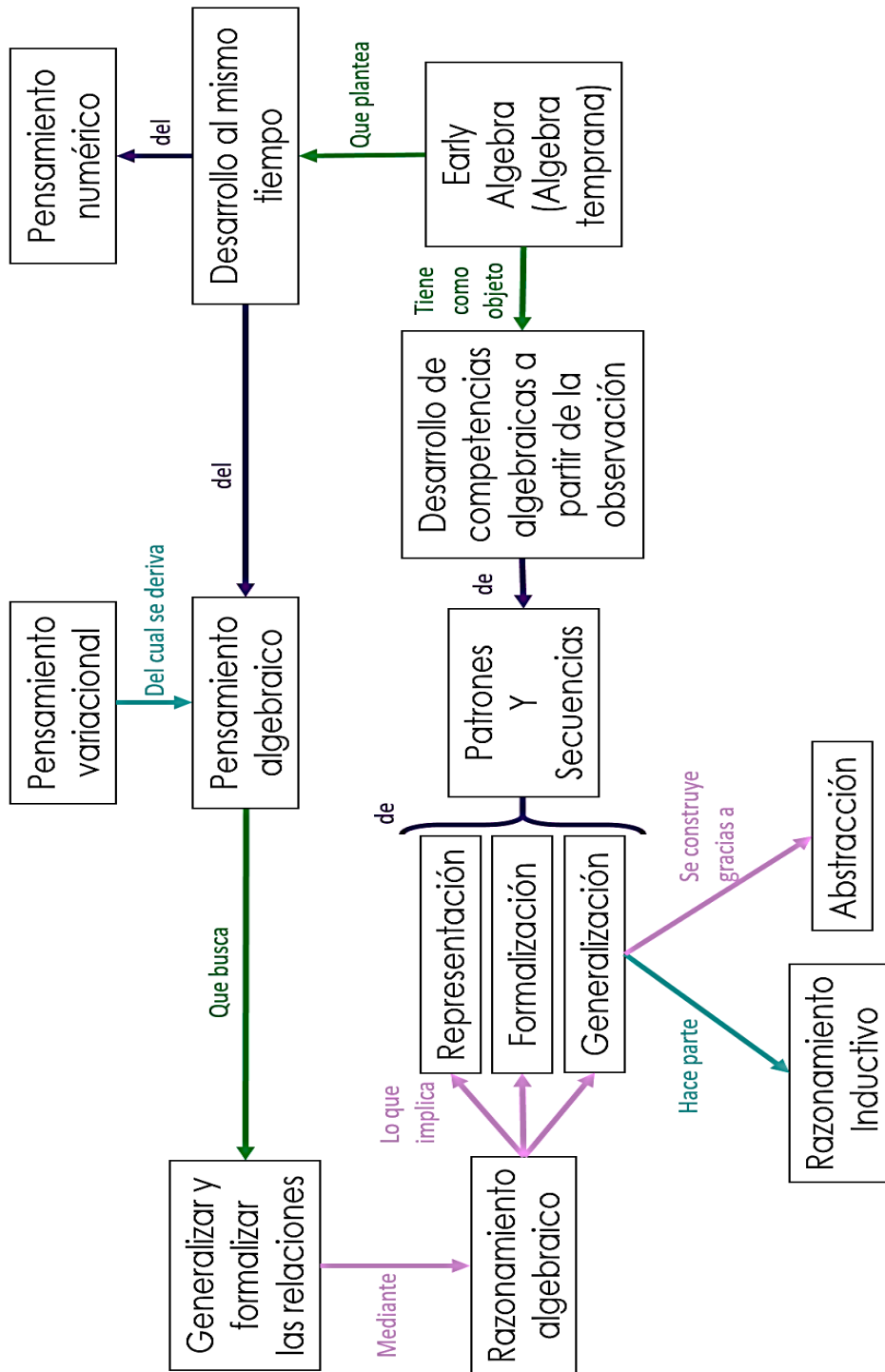
A partir del pensamiento variacional, se puede derivar el pensamiento algebraico, el cual busca “generalizar y formalizar las relaciones cuantitativas” (Mora, 2012, pág. 2). Para esto se utiliza el razonamiento algebraico, el que implica la representación, la generalización y la formalización de patrones y secuencias.

Mora plantea tres tipos de representaciones: las representaciones enactivas, las representaciones icónicas o gráficas y las representaciones simbólicas. Las representaciones enactivas abarcan los materiales manipulativos, como cubos, palos de paleta, cintas o figuras geométricas de foamy. Las representaciones icónicas hacen referencia a materiales perceptibles visualmente como las imágenes, teselados, las tablas o las configuraciones de varias figuras como puntos o cuadrados. Las representaciones simbólicas consisten en representaciones de la realidad, interpretadas a partir de diferentes lenguajes como el verbal, el sincopado o el matemático. (2012)

La generalización hace parte del Razonamiento Inductivo, el cual se centra en pasar de casos particulares a una propiedad común o en transferir propiedades de una situación a otra. (Bressan & Gallego, 2010) Con base en el trabajo de Dreyfus (2002), Mora define generalizar se define como constituir una regla que establezca y prediga el comportamiento de una certeza, la justifique y le permita expandir sus dominios de validez (Mora, 2012).

Generalizar requiere a menudo desarrollar los modelos mentales que menciona Vasco, modelos dinámicos que plasman lo que se percibe a partir de las experiencias y las observaciones de

fenómenos en general, que pueden o no ser introducidos en el aula de clase. Con respecto a ello, Vasco plantea que “la modelación matemática es el arte de producir modelos matemáticos que simulen la dinámica de ciertos subprocesos que ocurren en la realidad” (2009, pág. 10).



*Figura 14.* Mapa conceptual de las perspectivas disciplinares.

La creación de modelos mentales exige un nivel de abstracción que puede ser difícil de discernir para estudiantes y docentes, ya sea por estimaciones de la capacidad de los primeros, o por dificultad para enseñarlos en el aula de clase. Sin embargo el tratar la creación de modelos, es una posibilidad que puede contribuir a un mejor aprendizaje y a la comprensión de las variaciones constantes a las que estamos sujetos en la vida cotidiana, por lo que se considera que debe ser tenido en cuenta como parte del desarrollo del pensamiento variacional en el contexto de la propuesta pedagógica planteada.

La generalización se construye a partir de la abstracción de invariantes esenciales (Bressan & Gallego, 2010). Schwarz establece tres etapas de la abstracción: la necesidad de una nueva estructura, la construcción de una nueva entidad abstracta, y la consolidación de la entidad a través del reconocimiento de la nueva estructura y su aplicación en actividades siguientes con creciente facilidad (Esquinas Sancho, 2009). En el contexto específico del proyecto, se busca apreciar estas etapas con respecto a la abstracción de los conceptos de patrón y secuencia.

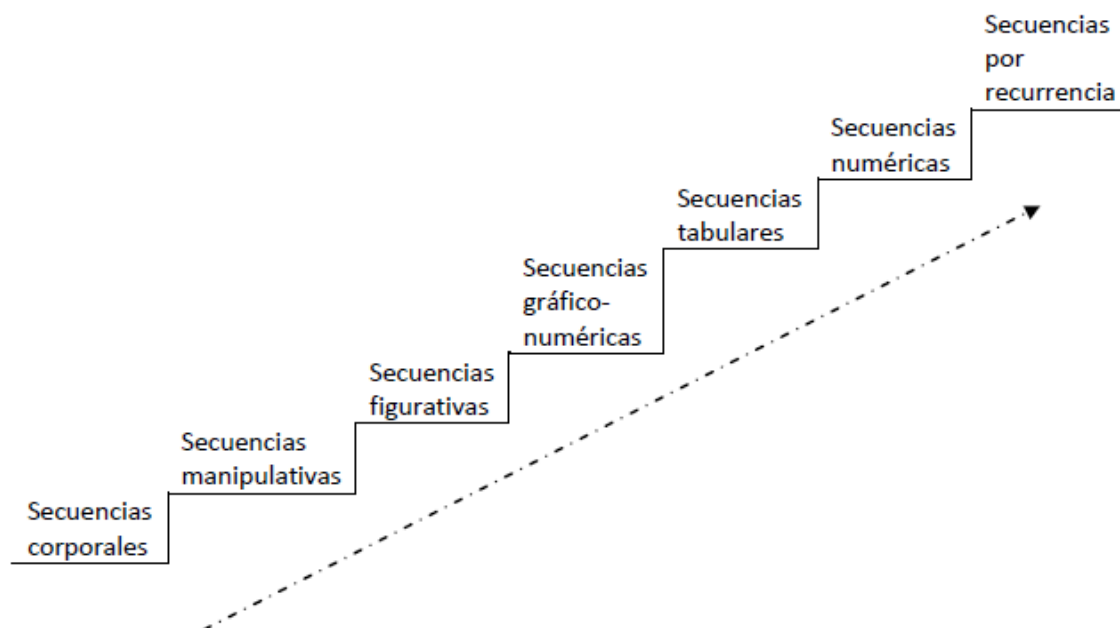
Para trabajar la generalización se plantean cuatro etapas: la percepción de un patrón, la expresión del patrón, el registro del patrón y la comprobación de la validez de la fórmula. (Butto & Rojano, 2004, pág. 128). Estas etapas, a ser tenidas en cuenta en la concepción e implementación de actividades, constituyen un aspecto a observar en las actividades realizadas en el proyecto.

Con respecto al concepto de patrón, se plantea una definición con base en lo escrito por Bressan y Gallego, estableciendo que un patrón es una sucesión de signos que se construye siguiendo una regla, dichos signos pueden ser de diversas índoles, tales como corporales, manipulativos, icónicos o símbolos matemáticos. El patrón se construye a través de una regla, denominada algoritmo, el cual determina si este es de repetición, en el cual los términos se presentan de forma periódica, o de recurrencia, en el que se presenta un cambio con regularidad. (2010)

Los patrones de repetición pueden presentar la estructura AB, que posee dos elementos que se repiten alternándose. En la estructura ABC, al igual que en la anterior, los elementos se alternan, en este caso con tres elementos. También existe la estructura AABB donde cada elemento del

patrón se repite dos veces y se alternan, así como las estructuras ABA o ABBA donde el elemento con el que se inicia el patrón es el mismo con el que termina, entre otras (Mora, 2012).

Por otra parte, para efectos de este trabajo, se define secuencia como una sucesión de un patrón específico. Con esta definición, se aborda la propuesta de Mora (2012) con respecto a la enseñanza de patrones y el desarrollo del pensamiento variacional, como se muestra en la figura 15.



*Figura 15.* Orden propuesto por Mora (2012, pág. 15) para el desarrollo del pensamiento variacional.

La propuesta comienza con las secuencias corporales, buscando que los estudiantes puedan tener una aproximación a los patrones de repetición a través de su cuerpo. Posteriormente se abordan las secuencias manipulativas, buscando que se evidencie de forma clara el patrón y su algoritmo, permitiendo su comprensión. Se continúa con las secuencias figurativas, con las que se pretende proseguir hacia la abstracción, teniendo en cuenta que los patrones son visibles, aún si no son manipulables a través del tacto. Este trabajo trata la propuesta hasta este punto, teniendo en cuenta el conocimiento previo de los estudiantes, el desarrollo de su pensamiento y el periodo de tiempo disponible para la implementación.

## Conocimiento procedimental

En lo referente a los aspectos prácticos, esto es, a aquello que debe desarrollar el docente con sus estudiantes, principal mas no exclusivamente en el aula de clase, se debe considerar en un inicio la premisa de favorecer experiencias significativas, que permitan que los estudiantes participen, experimentando y descubriendo por su propia cuenta, con la asesoría y guía del docente.

Godino y Font establecen cuatro características del razonamiento algebraico que son fáciles de adquirir para los niños, (2003, pág. 776) mostradas a continuación:

1. Los patrones existen y aparecen de manera natural en las matemáticas.
2. Podemos ser eficaces al expresar generalizaciones de patrones y relaciones usando símbolos.
3. Las variables son símbolos que se ponen en lugar de los números.
4. Las funciones son relaciones que asocian los elementos de un conjunto con los de otro.

Adicionalmente, Mora plantea que es importante proponer, diseñar e implementar “actividades que generan un ambiente de trabajo en Matemáticas en la que los alumnos exploran, modelizan situaciones, hacen predicciones, discuten, argumentan y comprueban ideas” (2012, pág. 1). Sin embargo, la consecución de logros no debe limitarse a las actividades en sí, sino que también deben incluir posibles transformaciones del entorno de trabajo y posibles contextos más allá de las matemáticas, incluyendo la posibilidad de integrar otras áreas del conocimiento.

Como se postuló en la sección anterior, el aprendizaje de los conceptos y de los procesos que componen el pensamiento variacional mantiene una estrecha relación con otras áreas del pensamiento matemático y con otras áreas del conocimiento, un hecho que puede ser provechoso teniendo en cuenta la clase de actividades y ambiente de trabajo que se quiere disponer para los estudiantes. De esta forma se pueden crear actividades que propicien diferentes formas de aprendizaje, manifestadas por los estudiantes, y la introducción a otros sujetos de estudio relevantes para el proceso educativo de los mismos.

Un ejemplo de estas relaciones se presenta en el caso del pensamiento espacial, y su vínculo con el pensamiento variacional, como lo presenta Vasco “Con el pensamiento espacial, o mejor espacio-temporal, si se acentúan los movimientos, las transformaciones y los cambios” (2009, pág. 8). De esta forma, podemos relacionar la danza y la actividad física, con el pensamiento

matemático, relacionando estas actividades tanto con el pensamiento variacional, como con el pensamiento espacial.

De igual forma existen otras relaciones que se pueden trazar, con otras áreas del conocimiento, como las ciencias naturales (explicando las variaciones existentes en diferentes organismos y funciones vitales), el lenguaje (de forma implícita en el análisis de situaciones problema, o de forma explícita con conceptos métricos existentes en la poesía, por ejemplo), la música y la danza (con base en el ritmo) y las artes plásticas (dibujo de patrones, construcción de secuencias y figuras a partir de bloques, etc.)

En este último caso, la construcción de secuencias brinda la oportunidad de modificar el entorno, además de aprender acerca de reutilización y reciclaje de materiales y recursos, como por ejemplo tapas de botellas, latas, etc. De esta forma se pueden explorar diferentes clases de representaciones para las secuencias, y se permite que los estudiantes tengan una participación en la creación del material, dándoles un sentido de apropiación y pertenencia con respecto a lo que aprenden en el aula de clase (Mora, 2012).

Estas son solamente algunas de las posibilidades de lo que puede ser una fuente de oportunidades e ideas, no solamente en cuanto a la integración de áreas del conocimiento, sino también con respecto al posible desarrollo de modelos mentales y generalizaciones, como lo presenta Vasco “Con las representaciones gestuales. Seymour Papert diría que con el cultivo de “bodysyntonic mathematics” o “matemáticas sintónicas con el cuerpo”. Por ejemplo, subir y bajar el dedo para el movimiento circular y el armónico simple” (2009, pág. 9).

Es posible considerar otras experiencias similares que permitan que los estudiantes planteen diferentes modelos (entendidos como representaciones de la realidad) a partir de los múltiples sistemas dinámicos (entendidos como sistemas cuyo estado varía en el tiempo) existentes en la naturaleza, y que son tratados en el aula de clase según el grado que cursen los estudiantes.

Ejemplos semejantes pueden considerarse en la frecuencia cardiaca, la frecuencia respiratoria, el cultivo de plantas, los medios de transporte, los deportes, entre otros, que son modelos variacionales, en los cuales no solamente se puede integrar este tipo de pensamiento, sino en general todas las formas de pensamiento matemático, tal y como se consideran en los Lineamientos Curriculares para el área (MEN, 1998).

Por último, con respecto a la modelización de sistemas, se menciona lo postulado por Vasco: “Como todo arte, el arte de la modelación matemática se aprende practicándolo” (2009, pág. 11).

En el caso del pensamiento variacional las representaciones, como se mencionó en la sección anterior, tienen un papel importante dado que son el medio para comprender los conceptos abstractos que dicho pensamiento maneja.

Para el desarrollo de los procesos de generalización con los niños, Mora (2012) propone un camino con diferentes tipos de secuencias cuyo inicio permite al niño sentir los patrones y que lleva poco a poco a secuencias de una representación abstracta. El camino mencionado es: las secuencias corporales, las cuales consisten en movimientos que se repiten; las secuencias manipulativas, en las que se utilizan materiales concretos, las secuencias figurativas, los elementos usados son gráficos; las secuencias gráfico-numéricas, donde se mezclan los dibujos y los números, las secuencias tabulares, en las que se utilizan las tablas, secuencias numéricas, que hacen uso de las representaciones simbólicas y secuencias por recurrencia, en las cuales cada elemento depende del anterior (2012).

Para el trabajo en el aula, Mora basada en Sessa (2005), propone tres formas de trabajo: el trabajo individual, en el que se permite a cada estudiante encontrar el patrón y la secuencia propuesta; el trabajo en grupos pequeños, en donde se permite cuestionar, argumentar y comprobar la regla establecida individualmente; y el trabajo con el grupo completo, en el que se discuten, analizan y escriben los diferentes métodos, desarrollados y se plantean preguntas que permitan entender el objetivo de conocer las características de la situación que se modelizó.

Los estudiantes en general proceden a partir de observaciones hacia el planteamiento de hipótesis, que pueden representar en diferentes formas o lenguajes, para su posterior prueba o comprobación, proceso en el que se hace patente la necesidad de análisis cuidadoso, y de la guía del docente para proveer herramientas de expresión y contextualización que propicien la consecución exitosa del proceso inductivo, de forma pertinente y significativa para los estudiantes.

El proceso anterior, no dista significativamente de la propuesta inductiva del método científico, nos permite introducir el concepto de razonamiento inductivo, el cual “consiste tanto en pasar de casos particulares a la presentación de una propiedad común de tales casos particulares a través

de la formulación de una hipótesis como la transferencia de propiedades de una situación a otra” (Mora, 2012, pág. 3).

El razonamiento inductivo permite que los estudiantes puedan plantear hipótesis y llegar a inferencias a partir de sus observaciones, capacidad que resulta de vital importancia, para el pensamiento variacional, y el pensamiento matemático en general, siendo parte de las bases de la estadística y los procesos estocásticos (Inferencia estadística, pruebas estadísticas de hipótesis, etc.)

Si bien estas utilidades u objetivos a largo plazo son en el mejor de los casos, distantes para los estudiantes, su valor es claro para los docentes, no solamente en términos del conocimiento que ellos desarrollan, sino en la oportunidad de poner en práctica esos mismos conocimientos en la introducción de conceptos más avanzados o complejos dentro de su proceso de aprendizaje.

### Early Algebra

Early Algebra, o Álgebra Temprana es una propuesta que plantea el desarrollo de competencias algebraicas partiendo de la observación de patrones y secuencias, relaciones y propiedades matemáticas desde los primeros años (Mora, 2012). Resulta importante especificar que el Álgebra Temprana no se refiere necesariamente al conjunto de conocimientos formales que conocemos comúnmente como álgebra, sino que se refiere específicamente a dinámicas que permitan observar las propiedades matemáticas en diferentes contextos de aprendizaje.

El Álgebra Temprana “abarca el estudio y generalización de patrones y relaciones numéricas, el estudio de relaciones funcionales, el desarrollo y la manipulación del simbolismo, el estudio de estructuras abstraídas de cálculo y relaciones, y la modelización.” (Mora, 2012, pág. 1) De igual manera plantea que se debe desarrollar a la par el pensamiento algebraico y el pensamiento numérico desde el inicio de la educación formal.

Mantener el Álgebra como un conjunto de conceptos y procedimientos a abordar en la Educación Básica Primaria, e incluso como parte del derrotero educativo, puede facilitar el desarrollo del pensamiento variacional en general, así como otros componentes del mismo y de otras áreas del pensamiento matemático, siendo posible considerar al Álgebra Temprana como una propuesta importante para la enseñanza de las matemáticas, y los diferentes pensamientos expuestos en los Lineamientos Curriculares para el área (MEN,1998).

En principio, si el Álgebra Temprana se refiere a la observación e identificación de patrones y relaciones, el pensamiento algebraico trasciende a partir de estas identificaciones, hacia la formación de nociones particulares. El pensamiento algebraico “no sólo se refiere a las relaciones cuantitativas sino también a la noción de variabilidad y a la de estructura algebraica” (Mora, 2012, pág. 2).

La transición desde las observaciones propias del Álgebra Temprana, hacia los objetivos formalizados del pensamiento algebraico, es un proceso que puede atribuirse al razonamiento algebraico, concepto expuesto en múltiples textos, y que “referencia a la actividad de los estudiantes de generalizar sobre datos y relaciones matemáticas, estableciendo esas generalizaciones a través de conjetura y argumentación y expresándolas en formas cada vez más formales.” (Mora, 2012, pág. 3).

## Perspectivas Pedagógicas

El proyecto se desarrolla con base en tres ejes: el conocimiento previo, el trabajo en grupo y la inclusión. Estos ejes son considerados como fundamentales para el aprendizaje de las habilidades y conceptos presentados en el apartado anterior.

En cuanto al conocimiento previo, se parte de los juegos de manos conocidos y disfrutados espontáneamente por los niños en sus tiempos libres, para comenzar con los patrones corporales, empezando en un terreno donde conocen el juego, conocen sus normas y disfrutan jugando con las variables a realizar.

Con ello, se busca obtener mejores resultados en las aproximaciones a esta clase de patrones, y a los conceptos de patrón y secuencia, teniendo en cuenta lo mencionado por Solaz-Portolés y Sanjosé López: “el conocimiento previo de los alumnos está relacionado, de manera estadísticamente significativa, con los resultados en las actividades de alto nivel cognitivo” (2006, pág. 2)

Por otra parte, se considera que la conexión entre el conocimiento previo y el nuevo es fundamental no solamente en el aprendizaje a partir de un texto como dice Solaz (2006), en el contexto de la propuesta realizada, al llamar la atención hacia aspectos de la vida cotidiana y hacia posibles investigaciones que pudiesen realizar los estudiantes por curiosidad de manera

libre en casa, puesto que al comenzar las actividades facilitaba su comprensión y la explicación de posibles estrategias a sus pares, de igual manera les emocionaba participar en ellas.

Del lado de la inclusión educativa, se tiene en primera medida, que a la institución asisten estudiantes neuroatípicos con los cuales se busca alcanzar dicha inclusión, considerando el sustento de la misma según Infante: la inclusión educativa debiera sustentarse en los derechos humanos, donde el acceso y participación a una educación de calidad es un imperativo” (Infante, 2010, págs. 288-289).

Alrededor de esta idea, sin embargo, se observa inicialmente que el estudiante neuroatípico se siente excluido dentro del aula al no ser siempre partícipe de las mismas actividades que sus compañeros, perdiendo la intención de acercarlo a los espacios regulares, construidos social y culturalmente (Infante, 2010).

Las actividades lúdicas se plantean a partir de juegos observados en el tiempo libre de los niños, lo que permite una verdadera inclusión educativa, ya que los niños comprenden que necesitan de cada miembro del grupo para poder jugar adecuadamente, siendo solidarios con los miembros menos avanzados del grupo, jugando con nuevos compañeros y aprendiendo a convivir en nuevas situaciones.

Esto último nos permite remitirnos al enfoque metodológico utilizado en la propuesta, el cual se enfoca en el trabajo en equipo, tal como lo plantea Vygotski, en cuyos textos se presentan la zona de desarrollo potencial y la zona de desarrollo real. La zona de desarrollo próximo es la distancia entre el nivel real de desarrollo determinado por la capacidad de resolver independientemente un problema, y el nivel de desarrollo potencial, determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con otro compañero más capaz. (1979)

Sin embargo, también se presenta el trabajo individual como una oportunidad de comprender las situaciones planteadas y como un espacio temporal donde se pueda reflexionar sobre los procesos realizados en grupo, para tener en cuenta las individualidades de cada estudiante en el proceso de aprendizaje.

Esto resultará de vital importancia en el caso del estudiante 7, quien es un niño con Necesidades Educativas Especiales, es decir, muestra mayores dificultades para acceder a los aprendizajes

correspondientes a su nivel académico esperado en comparación con los demás estudiantes, necesitando de apoyos especializados para que no sean limitadas sus oportunidades de desarrollo ni aprendizaje. (López & Valenzuela, 2015)

Para determinar si un niño tiene Necesidades Educativas Especiales se realiza una evaluación diagnóstica, la cual determina si el niño tiene un trastorno o déficit, ayudando a señalar generalidades sobre las dificultades de aprendizaje, a lo cual es menester agregar las particularidades de cada caso y las estrategias de enseñanza correspondientes.

El estudiante 7 está diagnosticado con Déficit Cognitivo moderado, una discapacidad intelectual y permanente. Se diagnostica a partir de tres criterios: déficit en las funciones intelectuales, déficit en funcionamiento adaptativo e inicio de dichos déficits durante el periodo de desarrollo. Se define su severidad en tres dominios: conceptual, social y práctico. Es a partir de los criterios y los dominios mencionados que se determina el nivel de apoyo que requiere el estudiante. (López & Valenzuela, 2015)

En este caso en específico, el estudiante 7 necesita ayudas técnicas para lograr independencia y requiere de diferentes tratamientos para integrarse a la vida normal, puesto que tiene problemas de comunicación y un CI por debajo del esperado.

Llevado a la práctica, el modelo inclusivo requiere más que integración, siendo la escuela la que se adapta para satisfacer las necesidades educativas diversas de los estudiantes, tal como lo propone Booth (López & Valenzuela, 2015). Este proyecto pretende ayudar a la inclusión social y cognitiva del estudiante 7, brindándole herramientas que se ajusten a su desarrollo y permitiéndole la interacción en igualdad de condiciones con sus pares.

## Referencias Curriculares

En esta sección se presentan las diferentes disposiciones legales, relacionadas principalmente con aspectos regulatorios, en donde se estipula la importancia del pensamiento variacional desde los primeros años de escolaridad.

## Lineamientos curriculares para Matemáticas (MEN, 1998)

Los lineamientos curriculares tienen como objetivo orientar a las diferentes instituciones educativas sobre los currículos, la función de las áreas y los enfoques de conocimiento, partiendo

de las discusiones y postulados desarrollados en contextos locales, por parte de los docentes y consejos académicos acerca de los diversos interrogantes alrededor de la organización de currículos en las diferentes instituciones educativas en el país.

Apoyándose en los Proyectos Educativos Institucionales (P.E.I.), los Lineamientos buscan fomentar el intercambio de experiencias y el estudio de la fundamentación pedagógica de las disciplinas, con lo que logran una orientación de orden nacional para la organización de currículos en las diferentes instituciones a lo largo y ancho de Colombia.

Los Lineamientos Curriculares de Matemáticas presentan tres aspectos para la organización del currículo: Procesos generales, Contexto y Conocimientos básicos. El pensamiento variacional es considerado como un Conocimiento Básico en dichos lineamientos, referido como “Pensamiento Variacional y Sistemas Algebraicos y Analíticos”. El objetivo de incluir este conocimiento dentro de la Educación Básica es que los estudiantes puedan “analizar, organizar y modelar matemáticamente situaciones y problemas” (MEN, 1998, pág. 49) siendo necesario evidenciar la relación entre los contenidos matemáticos y las demás áreas del conocimiento.

A partir de este objetivo denotado en los Lineamientos Curriculares, se asume por principio que las estructuras conceptuales se desarrollan en el tiempo, que su aprendizaje es un proceso que se madura progresivamente para hacerse más sofisticado, y que nuevas situaciones problemáticas exigen cuestionar lo aprendido, una premisa que no es ajena a la consolidación del pensamiento variacional en sí mismo, un aspecto a tener en cuenta no solo en la educación, sino en todos los procesos de aprendizaje de los seres humanos.

Un primer acercamiento a este pensamiento se puede realizar mediante sus representaciones menos abstractas, secuencias gráficas y corporales que le permitan al estudiante percibir de forma clara el orden de las secuencias y la continuidad en las sucesiones.

Esto permitirá que “los enunciados verbales, las representaciones tabulares, las gráficas de tipo cartesiano o sagital, las representaciones pictóricas e icónicas, la instruccional (programación), la mecánica (molinos), las fórmulas y las expresiones analíticas” (MEN, 1998, pág. 50) puedan ser entendidas y manejadas con mayor destreza.

Los Lineamientos proponen establecer el significado y sentido de la variación a partir de las tablas, su representación gráfica y situaciones concretas de su manejo en las cuales se puedan

identificar con claridad las variables independientes y dependientes, esto con el objetivo de gestar “la noción de función como dependencia” (MEN, 1998, pág. 51) Se plantea, además, el uso de contextos geométricos para la presentación de procesos infinitos, y notabilidad del trabajo con representaciones decimales.

El espacio y la especificación de actividades a desarrollar en el aula, al igual que los ejemplos brindados son de menor cantidad que en los otros pensamientos trabajados por los Lineamientos, sin embargo es relevante su importancia y la mención que se presenta.

Finalmente, como se mencionaba previamente, los Lineamientos relacionan un conjunto de procesos, ligados al aprendizaje (MEN, 1998), como por ejemplo la comunicación, la modelización y la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos. La propuesta pedagógica busca abordar todos estos procesos, para el desarrollo del pensamiento variacional.

La importancia de la comunicación se manifiesta en la construcción de vínculos entre las nociones informales y el lenguaje simbólico de las matemáticas, así como en las conexiones entre los diferentes tipos de representaciones previamente mencionados, haciendo de este proceso “la esencia de la enseñanza, el aprendizaje y la evaluación de las matemáticas.” (MEN, 1998, pág. 75)

La modelización, que parte de situaciones reales, “debe ser simplificada, idealizada, estructurada, sujeta a condiciones y suposiciones” (MEN, 1998, pág. 76), esto implica que en el currículo sean integrados una variedad de problemas presentes en la realidad de los estudiantes.

La elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos se centra en conocer, interpretar y contrastar formas de manejar las matemáticas, a través de las cuales se demuestra dominio de esta área de conocimiento y se facilita su utilización en la cotidianidad.

## **Estándares Básicos de Competencias Matemáticas (MEN, 2006)**

Los Estándares Básicos de Competencias Matemáticas representan, de manera general, uno de los parámetros que los estudiantes deben saber para alcanzar el nivel de calidad esperado de ellos en cada grupo de grados que cursen en el sistema educativo.

Los Estándares definen diferentes hitos a tener en cuenta para las áreas del conocimiento, incluyendo por supuesto, matemáticas. Estos estándares, parten de lo establecido en los

Lineamientos Curriculares y proveen de una medida de calidad externa a las instituciones, articulándose junto con el PEI de cada institución para dar educación de calidad en un modelo descentralizado, ajustado a las condiciones de cada institución educativa.

El objetivo de desarrollar el pensamiento variacional para los Estándares Básicos de Competencias Matemáticas es “el reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así como con su descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos” (MEN, 2006, pág. 21). Lo presenta directamente relacionado a los otros tipos de pensamiento matemático y procesos de modelación en otras ciencias.

Se requiere desarrollar la capacidad de identificar un patrón y de reproducirlo por medio de un procedimiento, algoritmo o fórmula, para lo cual se plantea iniciar con el estudio de regularidades, la detección de las normas que rigen dichas regularidades, y el análisis de su forma de cambio, para poder continuar con la enunciación de conjeturas y la expresión de dichas normas, terminando con la determinación de los siguientes elementos del patrón (a través del cálculo numérico, por ejemplo) y la generalización de la norma.

En estos términos, los Estándares Básicos de Competencias Matemáticas establecen objetivos a alcanzar al finalizar un grado o conjunto de grados determinado. En el caso de grados Primero a Tercero, se establece como hito la construcción de secuencias numéricas y geométricas utilizando las propiedades de los números y las figuras geométricas. (MEN, 2006)

El desarrollo del pensamiento variacional y los procesos de generalización debe realizarse tempranamente en la escuela mediante secuencias que no sean abstractas o fenómenos de variación, que permitan la visualización, exploración y manipulación de los números y las figuras para “preparar el aprendizaje significativo y comprensivo de los sistemas algebraicos y su manejo simbólico” (MEN, 2006, pág. 22) mediante la oralidad de una regla discursiva. Dichas secuencias se presentan en fenómenos de las diferentes áreas de conocimiento y es necesario que los estudiantes sean conscientes de su modelación.

A este respecto, los Estándares establecen como meta para la finalización del grado tercero describir cualitativamente situaciones de cambio y variación a través de diferentes lenguajes, ya sea a través del lenguaje natural (hablado o escrito), dibujos y gráficas (MEN, 2006). A pesar de

que no se establezca explícitamente un sistema algebraico, resulta claro que la meta permite verificar un proceso de aprendizaje encaminado hacia el aprendizaje de los sistemas algebraicos, a desarrollarse posteriormente.

Por otra parte, estudiar patrones se relaciona con los siguiente conceptos: “*constante, variable, función, razón o tasa de cambio, dependencia e independencia* de una variable con respecto a otra, y con los distintos tipos de modelos funcionales asociados a ciertas familias de funciones, como las lineales y las afines, las polinómicas y las exponenciales, así como con las relaciones de desigualdad y el manejo de ecuaciones e inecuaciones” (MEN, 2006, pág. 22)

Si bien el proceso de desarrollo de este pensamiento es lento y complejo, es indispensable para realizar la caracterización de variables y sus cambios, lo cual es sumamente necesario para el desenvolvimiento del pensamiento lógico y del pensamiento científico.

En este sentido, los estándares proveen de una visión más concreta de los objetivos a alcanzar, más allá de lo estipulado por los Lineamientos Curriculares, dando una clara medida de desempeño, útil para el análisis y el mejoramiento de la estructura curricular, e incluso, el análisis, crítica y reformulación de los PEI.

## Pruebas SABER

Las pruebas SABER son un conjunto de pruebas estandarizadas realizadas por el Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior (ICFES), para la medición de la calidad de la educación, en grados 3ro, 5to, 9no y 11mo.

Estas pruebas, elaboradas con base en los Estándares Básicos de Competencias para los grados en cuestión, permiten la valoración de destrezas no solamente de los estudiantes como individuos, sino de las instituciones en conjunto, permitiendo establecer líneas base para la elaboración y ejecución de planes de mejoramiento, así como diálogos interinstitucionales acerca de las diferentes circunstancias que afectan a las instituciones.

A continuación se presenta el tipo de preguntas sobre el pensamiento variacional en el examen SABER 3 del 2015 (ICFES, 2015), tomadas de la página web del ICFES, donde se encuentran a disposición del público.

Los ejercicios de secuencias con figuras geométricas están clasificados bajo el componente numérico – variacional, de igual manera, ejercicios de operaciones de suma y resta están bajo el mismo componente. Esto muestra que la prueba presenta el pensamiento variacional a partir de otras formas de pensamiento, aprovechando las relaciones entre las diferentes formas del conocimiento mencionadas previamente. Esto lleva a un interrogante acerca de la organización de la prueba, en cuanto a lo que se refiere a la relación entre el pensamiento variacional y las demás formas de pensamiento matemático.

En principio, dada la organización manifiesta en las preguntas de ejemplo, podría entenderse que el pensamiento variacional no tiene la misma relación con los pensamientos espacial, métrico o aleatorio, que aquella que se manifiesta para el pensamiento numérico, dado que no se muestra en los títulos de dichos componentes, aunque pueda evidenciarse su presencia implícita en algunas de las preguntas planteadas en ellos. A continuación se relacionan algunas preguntas correspondientes a la prueba para el grado tercero.

• **Pregunta 7.**

En la siguiente secuencia faltan las 2 primeras figuras. Observa.

Figura 1	Figura 2	Figura 3	Figura 4	Figura 5	Figura 6	Figura 7	Figura 8	Figura 9	Figura 10

¿Cuáles son las 2 primeras figuras de la secuencia?

- A. B. C. D.

• **Estructura**

<b>Competencia</b>	Comunicación
<b>Componente</b>	Numérico - Variacional
<b>Afirmación</b>	Construir y describir secuencias numéricas y geométricas.
<b>Nivel de desempeño</b>	Avanzado
<b>Respuesta Correcta</b>	C

Figura 16. Pregunta de la prueba SABER para el grado tercero. (ICFES, 2015)

Cabe notar, que en la mayor parte de la bibliografía consultada de las Pruebas Saber se observaron exclusivamente secuencias de aumento, es decir, más no secuencias de disminución,

lo que es un elemento a tener en cuenta en general, para la preparación de los estudiantes, y su proceso de aprendizaje.

Esto puede ser un producto de un enfoque posiblemente muy literal sobre los estándares básicos de competencias, o una realización de las preguntas en torno a la consecución o alcance de los estándares. Al respecto, podría requerirse que el conjunto de lineamientos, estándares y pruebas permitieran una interpretación más amplia de la calidad, que pudiera evitar estos enfoques excesivos sobre los resultados en el proceso educativo.

Las siguientes preguntas, muestran la tendencia en cuanto a secuencias manifestada en esta sección.

• **Pregunta 11.**

Observa el turno que le corresponde a cada paciente, según el orden de llegada a un centro médico.



¿A cuál paciente le corresponde el



?

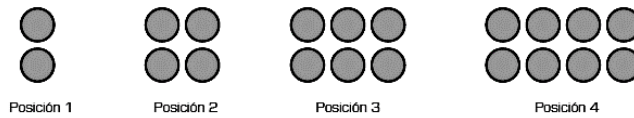
- A. Al paciente 4.
- B. Al paciente 5.
- C. Al paciente 10.
- D. Al paciente 20.

• **Estructura**

<b>Competencia</b>	Comunicación
<b>Componente</b>	Númérico - Variacional
<b>Afirmación</b>	Construir y describir secuencias numéricas y geométricas.
<b>Nivel de desempeño</b>	Avanzado
<b>Respuesta Correcta</b>	B

• Pregunta 14.

Observa la figura en cada posición.



El cambio que se hizo a la figura de la posición 3 para obtener la de la posición 4 fue

- A. quitar 4 círculos.
- B. agregar 2 círculos.
- C. quitar 2 círculos.
- D. agregar 4 círculos.

• Estructura

<b>Competencia</b>	Razonamiento
<b>Componente</b>	Númérico - Variacional
<b>Afirmación</b>	Establecer conjeturas acerca de regularidades en contextos geométricos y numéricos.
<b>Nivel de desempeño</b>	Satisfactorio
<b>Respuesta Correcta</b>	B

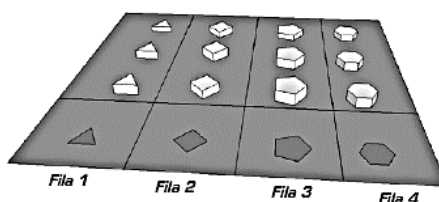
Figura 17. Preguntas sobre secuencias. (ICFES, 2015)


Con respecto a las secuencias geométricas que se pueden observar en algunas de las preguntas expuestas, correspondientes a las pruebas, que aquellas no son clasificadas como parte de la evaluación del pensamiento variacional, sino exclusivamente dentro del componente espacial y el componente métrico.

En la figura 18 se relaciona un ejercicio clasificado como pensamiento espacial-métrico, el cual podría considerarse como un ejercicio de clasificación de figuras geométricas, sin embargo, podría considerarse a su vez como un ejercicio de secuencias, de acuerdo al orden que establece el ejemplo de la pregunta.

• **Pregunta 21.**

En un tablero se ubicaron las siguientes fichas. Observa.



¿En cuál fila debe ir la ficha  ?

- A. En la fila 1.
- B. En la fila 2.
- C. En la fila 3.
- D. En la fila 4.

• **Estructura**

<b>Competencia</b>	Razonamiento
<b>Componente</b>	Espacial - Métrico
<b>Afirmación</b>	Establecer diferencias y similitudes entre objetos bidimensionales y tridimensionales de acuerdo con sus propiedades.
<b>Nivel de desempeño</b>	Mínimo
<b>Respuesta Correcta</b>	A

*Figura 18.* Ejercicio de pensamiento espacial-métrico (ICFES, 2015)

En lo que se refiere al pensamiento aleatorio, se presentan secuencias de relaciones entre elementos, y representaciones con base en dichas relaciones. Las preguntas alrededor de estas secuencias podrían ser consideradas principalmente dentro de otros componentes, mas su relación con representación de datos se considera como pertinente para el componente de pensamiento aleatorio. Un ejemplo de tal tipo de preguntas se muestra a continuación:

• Pregunta 9.

Los niños de grado tercero asignaron figuras distintas a los números 100, 10 y 1, así:



Usando la asignación anterior, un niño dibujó



¿Qué número se representa en el dibujo?

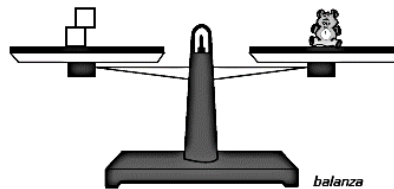
- A. 423
- B. 342
- C. 432
- D. 324

• Estructura

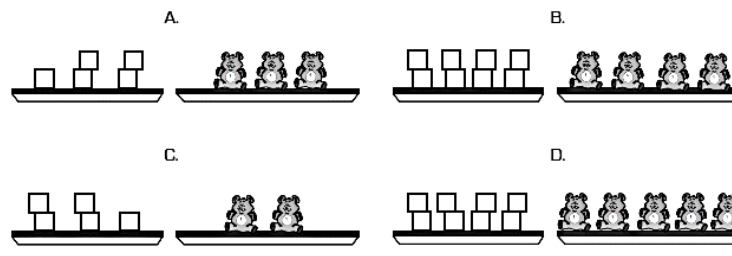
Competencia	Razonamiento
Componente	N Numérico - Variacional
Afirmación	Establecer conjeturas acerca del sistema de numeración decimal a partir de representaciones pictóricas.
Nivel de desempeño	Satisfactorio
Respuesta Correcta	D

• Pregunta 23.

Para equilibrar la balanza, Daniel utiliza 2 fichas por cada oso de peluche. Observa.



¿En cuál de las siguientes opciones la balanza también quedaría equilibrada?



• Estructura

Competencia	Resolución
Componente	N Numérico - Variacional
Afirmación	Resolver y formular problemas sencillos de proporcionalidad directa.
Nivel de desempeño	Satisfactorio
Respuesta Correcta	B

Figura 19. Ejercicios de relaciones entre elementos (ICFES, 2015)

## Derechos Básicos de Aprendizaje

Los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA) (MEN, 2016) son una herramienta concebida para identificar los conocimientos básicos que los estudiantes deben adquirir para los grados de primero a once. En este sentido, representan elementos que permiten que los procesos de aprendizaje lleven al alcance de los Estándares Básicos de Competencias, articulándose con los demás elementos previamente relacionados en este documento.

Los DBA están organizados por grados, según los diferentes tipos de pensamiento, para el caso de matemáticas. Cada Derecho está compuesto de tres partes: el enunciado, las evidencias y el ejemplo. La tabla siguiente presenta los derechos establecidos en torno al pensamiento variacional para los grados de primero a quinto para evidenciar el proceso educativo a seguir por parte de los estudiantes respecto al pensamiento variacional.

Grado	Enunciado	Evidencia
1	DBA8: Describe cualitativamente situaciones para identificar el cambio y la variación usando gestos, dibujos, diagramas, medios gráficos y simbólicos.	<p>Identifica y nombra diferencias entre objetos o grupos de objetos.</p> <p>Comunica las características identificadas y justifica las diferencias que encuentra.</p> <p>Establece relaciones de dependencia entre magnitudes.</p>
2	DBA3: Utiliza el Sistema de Numeración Decimal para comparar, ordenar y establecer diferentes relaciones entre dos o más secuencias de números con ayuda de diferentes recursos.	<p>Compara y ordena números de menos a mayor y viceversa a través de recursos como la calculadora, aplicación, material gráfico que represente billetes, diagramas de colecciones, etc.</p> <p>Propone ejemplos y comunica de forma oral y escrita las condiciones que puede establecer para conservar una relación (mayor que, menor que) cuando se aplican algunas operaciones a ellos.</p> <p>Reconoce y establece relaciones entre expresiones numéricas (hay más, hay menos, hay la misma</p>

		cantidad) y describe el tipo de operaciones que debe realizarse para que a pesar de cambiar los valores numéricos, la relación se conserve.
	DBA8: Propone e identifica patrones y utiliza propiedades de los números y de las operaciones para calcular valores desconocidos en expresiones aritméticas.	<p>Establece relaciones de reversibilidad entre la suma y la resta.</p> <p>Utiliza diferentes procedimientos para calcular un valor desconocido.</p>
	DBA9: Opera sobre secuencias numéricas para encontrar números u operaciones faltantes y utiliza las propiedades de las operaciones en contextos escolares o extraescolares.	<p>Utiliza las propiedades de las operaciones para encontrar números desconocidos en igualdades numéricas.</p> <p>Utiliza las propiedades de las operaciones para encontrar operaciones faltantes en un proceso de cálculo numérico.</p> <p>Reconoce que un número puede escribirse de varias maneras equivalentes.</p> <p>Utiliza ensayo y error para encontrar valores u operaciones desconocidas.</p>
3	DBA 3: Establece comparaciones entre cantidades que involucran operaciones y relaciones aditivas y multiplicativas y sus representaciones numéricas.	<p>Realiza mediciones de un mismo objeto con otros de diferente tamaño y establece equivalencias entre ellas.</p> <p>Utiliza las razones y fracciones como una manera de establecer comparaciones entre dos cantidades.</p> <p>Propone ejemplos de cantidades que se relacionan entre sí según correspondan a una fracción dada.</p> <p>Utiliza fracciones para expresar la relación de “el todo” con algunas de sus “partes”, así mismo diferencia este tipo de relación de otras como las relaciones de equivalencia (igualdad) y de orden (mayor que y menor que).</p>

	<p>DBA 7: Formula y resuelve problemas que se relacionan con la posición, la dirección y el movimiento de objetos en el entorno.</p>	<p>Localiza objetos o personas a partir de la descripción de una trayectoria y construye representaciones pictóricas para describir sus relaciones.</p> <p>Identifica y describe patrones de movimiento de figuras bidimensionales que se asocian con transformaciones como: reflexiones, traslaciones y rotaciones de figuras.</p> <p>Identifica las propiedades de los objetos que se conservan y las que varían cuando se realizan este tipo de transformaciones.</p> <p>Plantea y resuelve situaciones en las que se requiere analizar transformaciones de diferentes figuras en el plano.</p>
	<p>DBA 8: Describe y representa los aspectos que cambian y permanecen constantes en secuencias y en otras situaciones.</p>	<p>Describe de manera cualitativa situaciones de cambio y variación utilizando lenguaje natural, gestos, dibujos y gráficas.</p> <p>Construye secuencias numéricas y geométricas utilizando propiedades de los números y de las figuras geométricas.</p> <p>Encuentra y representa generalidades y valida sus hallazgos de acuerdo al contexto.</p>
4	<p>DBA 1: Interpreta las fracciones como razón, relación parte todo, cociente y operador en diferentes contextos.</p>	<p>Describe situaciones en las cuales puede usar fracciones y decimales.</p> <p>Reconoce situaciones en las que dos cantidades covarían y cuantifica el efecto que los cambios en una de ellas tienen en los cambios de la otra y a partir de este comportamiento determina la razón entre ellas.</p>
	<p>DBA 8: Identifica, documenta e interpreta variaciones de dependencia entre cantidades en</p>	<p>Realiza cálculos numéricos, organiza la información en tablas, elabora representaciones gráficas y las interpreta.</p>

	diferentes fenómenos (en las matemáticas y en otras ciencias) y los representa por medio de gráficas.	Propone patrones de comportamiento numérico. Trabaja sobre números desconocidos y con esos números para dar respuestas a los problemas.
	DBA 9: Identifica patrones en secuencias (aditivas o multiplicativas) y los utiliza para establecer generalizaciones aritméticas o algebraicas.	Comunica en forma verbal y pictórica las regularidades observadas en una secuencia. Establece diferentes estrategias para calcular los siguientes elementos en una secuencia. Conjetura y argumenta un valor futuro en una secuencia aritmética o geométrica.
5	DBA 8: Describe e interpreta variaciones de dependencia entre cantidades y las representa por medio de gráficas	Propone patrones de comportamiento numéricos y patrones de comportamiento gráficos. Realiza cálculos numéricos, organiza la información en tablas, elabora representaciones gráficas y las interpreta. Trabaja sobre números desconocidos para dar respuestas a los problemas.
	DBA 9: Utiliza operaciones no convencionales, encuentra propiedades y resuelve ecuaciones en donde están involucradas.	Interpreta y opera con operaciones no convencionales. Explora y busca propiedades de tales operaciones. Compara las propiedades de las operaciones convencionales de suma, resta, producto y división con las propiedades de las operaciones no convencionales. Resuelve ecuaciones numéricas cuando se involucran operaciones no convencionales.

*Tabla 1. Derechos Básicos de Aprendizaje en torno al pensamiento variacional de 1ro a 5to (MEN, 2016)*

En conclusión, mientras que en el volumen 1 se mostraba Derechos Básicos de Aprendizaje relacionados con el pensamiento variacional para los grados primero, segundo y tercero, en el volumen 2 se cuenta con ellos para todos los grados. En general, el pensamiento variacional se

relaciona en estos documentos con el pensamiento numérico, sin que esto signifique que no se relacione con las demás formas de pensamiento. Como comentario adicional, entre los tipos de secuencia tratados en los DBA, no se encuentran las secuencias corporales, ni las secuencias manipulativas.

Este conjunto de derechos deben ser tenidos en cuenta en cualquier análisis o propuesta alrededor de la Educación en Matemáticas para Básica Primaria, ya que es importante, como lo establecen los Lineamientos en su motivación, seguir su orientación y aplicarla en los diferentes contextos locales, siendo posible proponer alternativas que integren las diferentes formas de pensamiento matemático a lo largo de todos los grados, o bien trabajar estas formas de manera independiente, o una combinación de ambas aproximaciones.

## Metodología

En este capítulo, se presenta la manera como se llevó a cabo el Proyecto Pedagógico planteado; se ubica inicialmente el tipo de la investigación realizada, teniendo en cuenta las características de la misma, posteriormente, el diseño de la investigación, concretamente las fases del estudio realizado: Planeación, Implementación y Análisis. Finalmente, se abordan las herramientas utilizadas para la recolección y análisis de datos e información correspondiente al objeto de estudio de la investigación.

Con el fin de establecer el tipo de la investigación realizada, conviene relacionar los distintos tipos existentes: exploratoria, descriptiva, correlacional (que se considera como un subtipo de investigación descriptiva), y por último explicativa (Hernández, Fernández Collado, & Baptista, 1991). El estudio exploratorio, el cual antecede a los otros tipos de investigaciones, tiene como objetivo concentrarse en un tema poco estudiado o en un contexto específico donde el tema seleccionado no haya sido abordado.

Una investigación de tipo exploratorio puede conducir a la obtención de información acerca de la posibilidad de llevar a cabo una investigación más completa sobre un contexto específico, identificando conceptos y variables, estableciendo prioridades y situaciones problema que se consideren importantes, así como vislumbrando relaciones potenciales entre variables. (Hernández, Fernández Collado, & Baptista, 1991)

En el presente trabajo se realizó un ejercicio investigativo de tipo exploratorio, el cual sirve para “preparar el terreno”, para la realización de futuras investigaciones a una escala mayor, teniendo en cuenta que no existen antecedentes aplicables al contexto particular donde se realiza el estudio. En el caso de la Ciudadela Educativa de Bosa, para el grado segundo, no hay otros trabajos académicos en cuanto a educación en torno al reconocimiento de patrones.

Por otra parte, como se discutió en el capítulo de Antecedentes, en la Licenciatura en Educación Infantil de la Universidad Pedagógica Nacional no existen investigaciones que traten el desarrollo del pensamiento variacional por parte de estudiantes de grado segundo, hecho que justifica el carácter exploratorio de esta investigación.

Las conclusiones y observaciones obtenidas como resultado de este ejercicio, pueden contribuir a estudios que permitan describir claramente el proceso de reconocimiento de patrones en estudiantes del grado segundo, establecer correlaciones entre las variables involucradas en dicho proceso, o expliquen la naturaleza del aprendizaje de los estudiantes en esta área del conocimiento.

Adicionalmente, investigaciones de este tipo implican un mayor sesgo, dado que se caracterizan por ser más amplias y dispersas que los otros tipos de investigación y requieren de paciencia, serenidad y receptividad, al no tener previstos los resultados a obtener (Hernández, Fernández Collado, & Baptista, 1991). Esto nuevamente, se debe a la incertidumbre natural de realizar una investigación en un área acerca de la que hay antecedentes limitados, para el contexto particular.

Teniendo en cuenta lo anterior, el enfoque del investigador toma el estado del conocimiento actual y presenta una orientación diferente. En el caso del presente trabajo se retomó la propuesta presentada por la profesora Lyda Mora (2012) y se aplicó la parte inicial de la misma al grado segundo. Esta variación refuerza el carácter exploratorio de la investigación, proporcionando un contexto diferente al existente en las investigaciones relacionadas en los antecedentes previamente discutidos, acerca del reconocimiento de patrones.

En términos del diseño de la investigación, esta se desarrolló en tres fases: Planeación, Implementación y Análisis. La planeación se realizó con base en la caracterización de los niños, la cual fue realizada durante el primer semestre del año 2017 y se modificó en la medida que se fueron desarrollando las sesiones de clase, de acuerdo al desempeño observado, a nivel cognitivo y emocional de los estudiantes.

## Planeación

La planeación completa, y a nivel específico, las planeaciones de cada sesión, compuestas de diferentes actividades, se realizaron a su vez teniendo en cuenta lo estipulado en el Proyecto Educativo Institucional de la Ciudadela, específicamente en lo relacionado con la propuesta pedagógica de la institución y los elementos que de ella se desprenden, los cuales fueron relacionados en capítulos anteriores.

En términos de la meta abarcadora, o hilo conductor de las sesiones, se consideró que el aspecto más importante para los estudiantes era reconocer patrones y secuencias de tipo corporal,

manipulativa y figurativa, teniendo en cuenta los conocimientos previos de los niños, así como el orden propuesto por la profesora Lyda Mora para introducir los diferentes tipos de secuencia con los estudiantes (2012).

Iniciar por las secuencias corporales fue una decisión tomada a partir de las características de los estudiantes, al haberse observado que ellos realizaban juegos de secuencias corporales, específicamente con las manos, durante sus horas de descanso, como se mencionó en la situación problema. Por otra parte, como se explica en el P.E.I. de la institución, los niños se ven atraídos por actividades relacionadas con la danza, lo que se consideró como un elemento favorable para la introducción del tema con los estudiantes (IED - Ciudadela Educativa de Bosa, 2012).

Continuando con los elementos considerados en la propuesta pedagógica “Enseñanza para la comprensión” de la institución, se dispusieron como tópicos generadores el concepto de patrón y secuencia, junto con su presencia en aspectos de la vida cotidiana, como en juegos, figuras, decoraciones del salón, entre otros, como se verá posteriormente.

A partir de estos tópicos generadores, fue posible establecer metas de comprensión generales para los estudiantes, acerca de las diferentes sesiones. Estas metas de comprensión son a su vez, las categorías a observar como parte del desarrollo de las sesiones, con el fin de valorar el avance de los estudiantes con respecto al alcance de la meta abarcadora planteada.

Inicialmente se plantearon tres categorías de análisis a observar: reconoce el patrón, sigue la secuencia y trabaja en grupo. Estas categorías, son en general, claras y sencillas, de forma que son fáciles de comprender no solo para la docente en formación, sino para cualquier individuo interesado en el proyecto, e incluso, para los estudiantes, haciendo la salvedad que estas mismas categorías son flexibles en cuanto a cómo se alcanzan, es decir, que no existe necesariamente una única forma de trabajar en grupo.

Las primeras dos categorías son de tipo disciplinar contenidas en los aspectos curriculares presentados anteriormente, mientras que la tercera categoría es de tipo pedagógico, relacionada con las perspectivas mostradas en el capítulo anterior. Adicionalmente, estas categorías están alineadas con las metas que se busca alcanzar como parte del proceso de formación integral de los estudiantes, de acuerdo con el P.E.I. de la institución (IED - Ciudadela Educativa de Bosa, 2012).

Para la planeación de cada sesión de clase, se retomaron los tipos de secuencia a tratar en el desarrollo de la propuesta pedagógica planteada y se realizaron cuatro sesiones para cada uno. Las actividades de cada sesión, dieron lugar a los desempeños de comprensión a alcanzar por parte de los estudiantes.

En primera medida, para cada sesión se estableció una actividad principal encaminada al alcance de la meta de comprensión de la sesión, y actividades complementarias que permitieran afianzar los conocimientos adquiridos por los estudiantes. Sin embargo, conforme se desarrolló la etapa de implementación, las actividades complementarias fueron omitidas, con el fin de dar mayor tiempo para la reflexión y discusión por parte de los estudiantes.

Los propósitos de cada sesión fueron modificados en concordancia con la respuesta de los estudiantes en la sesión anterior. Esta respuesta fue percibida, registrada y analizada por la maestra en formación. Así, manteniendo la meta abarcadora como una constante, se pudieron establecer eventualmente, nuevos tópicos generadores para el interés de los estudiantes.

Con las categorías y el orden para las secuencias a tratar, se estableció una primera cronología, siendo conscientes de la necesidad de que la misma fuera adaptable según los resultados, las experiencias observadas y la percepción de los estudiantes con respecto a sus compañeros de grupo.

Esto conllevó a que la planeación, si bien se realizó principalmente durante el periodo intersemestral, se culminara a medida que tenían lugar las sesiones de las diferentes secuencias a observar, lo que permitió que cada sesión fuera progresivamente ajustada a los gustos y necesidades de los estudiantes. Se podría decir que la terminación de la fase de planeación fue realizada tras la retroalimentación provista por el análisis de la fase de implementación, que fue continua durante todo el proyecto.

A su vez, esto permitió observar otros aspectos de la convivencia de los estudiantes en el aula de clase, y reforzar otros valores con respecto a su formación integral a través de las sesiones y sus actividades, en concordancia con los objetivos establecidos en el P.E.I. de la Ciudadela Educativa de Bosa.

# Implementación

## Secuencias Corporales

La fase de implementación, inició con las secuencias corporales, se comenzó con un juego coreográfico acompañado de un porro colombiano, realizado en las canchas de baloncesto de la institución. Como se mencionó previamente, los estudiantes acostumbraban realizar juegos de manos durante los descansos por lo cual se continuó con el juego de manos “una paloma” (Jiménez, 2001) dentro del aula de clase.

Para utilizar de forma práctica un patrón corporal se propuso medir las canchas de baloncesto a través de un patrón de desplazamiento acompañado de una ronda cuya letra fue modificada a fin de que los lugares que se mencionan en ella resultaran conocidos para los estudiantes. De esta forma, se apeló a su curiosidad acerca del reconocimiento de su entorno, específicamente el deseo o necesidad de medir los espacios en donde se desenvuelve su día a día.

Se realizó una última secuencia corporal utilizando las manos y las mesas de los estudiantes al ritmo de una canción colombiana, que tratara del país y que los niños conocieran. La canción seleccionada para estos propósitos fue “De dónde vengo yo”, de Chocquib Town. Con ello, se buscaba que los niños apreciaran la posibilidad de disponer de diferentes patrones y secuencias en elementos propios de nuestra cultura, en este caso, en la música colombiana contemporánea.

## Secuencias Manipulativas

Para abordar las secuencias manipulativas se quería que los materiales con los que se trabajara resultasen atractivos a los estudiantes. Se inició con un patrón determinado por color, posición o cantidad de palos de paleta. Con el fin de lograr una mejor respuesta por parte de los estudiantes, esta sesión fue la primera en la cual los niños propusieron patrones creados por ellos mismos.

Adicionalmente, el hecho de que se utilizara un material colorido y atractivo para los estudiantes, buscaba apelar a sus sensibilidades artísticas y a su creatividad, permitiendo la expresión libre de los niños mientras aprenden nuevos conceptos, resultando en una experiencia más placentera y amigable para ellos (IED - Ciudadela Educativa de Bosa, 2012).

A continuación se propuso una secuencia recurrente, que consistía en la construcción de una pirámide de cubos, en la que cada piso tenía un bloque más que el piso inmediatamente superior.

Esta secuencia presentó un reto a todos los estudiantes, en términos del alcance de un proceso de generalización. Esta secuencia recurrente se elaboró con cubos de origami modular de diversos colores, buscando mantener el tema de la expresión artística, con la manipulación de elementos en tres dimensiones.

Por otra parte, en esta sesión, se buscaba indagar en la expresión oral de los estudiantes para describir patrones, y en este caso, la regla de recurrencia de la secuencia, en sus propias palabras. Más adelante, en la siguiente sesión, se propuso decorar el salón con tiras de papel de dos colores, organizados en secuencias cuyo patrón era definido por los niños.

Esto permitió que los estudiantes continuaran con el proceso de aprendizaje adicionando un nuevo elemento: la apropiación del espacio. Con ello, se buscaba que los niños desarrollaran un mayor sentido de pertenencia para con su aula de clase y su colegio, favoreciendo el trabajo en grupo y el reconocimiento de la comunidad.

Por último, se planteó la creación de patrones a partir fichas geométricas de foamy escarchado, ampliando la cantidad de variables con las que los niños podrían realizar sus creaciones, las cuales fueron: textura, color, posición y cantidad.

## Secuencias Figurativas

Con respecto a las secuencias figurativas, se buscó tener en cuenta los gustos de los estudiantes, comenzando con una “carrera de emojis”. Estas figuras son del agrado de los niños y les resultan familiares, dada su exposición a la tecnología y a las redes sociales.

Durante esta sesión se buscó explícitamente diferenciar entre patrón y secuencia, partiendo de la expresión oral de los estudiantes al describir e identificar el patrón y la secuencia tratada. Para la siguiente sesión, se solicitó que los estudiantes consultasen en casa la definición de teselado y la definición de fractal, con el fin de realizar el “cazapatrón”, sesión en la que debían encontrar el teselado correcto correspondiente con una descripción de patrón dada.

De esta forma se buscaba valorar la capacidad de los estudiantes de interpretar la información recibida con respecto a una figura o secuencia figurativa, para su identificación a partir de la observación.

A diferencia de los anteriores, las dos sesiones restantes se realizaron individualmente, sin embargo, se mantuvo una constante colaboración entre los niños, mediante el compartir puntos de vista, valoraciones sobre el trabajo de sus compañeros y el propio, en la realización de mosaicos y coloreando fractales.

Estas sesiones buscaban reforzar los conceptos de patrón y secuencia, así como explorar las diferentes vertientes de expresión individual de los niños, y la valoración de dichas expresiones por sus compañeros, haciendo énfasis en el entendimiento y la tolerancia con respecto a posibles diferencias notadas entre las manifestaciones realizadas por los niños.

## Análisis

La fase de análisis, requería poder verificar si los niños cumplían o no con las categorías propuestas, siendo este el objetivo principal de las observaciones, pero ¿cómo hacerlo? En primera medida dicha verificación se planteó a partir de un seguimiento cuantitativo mediante los porcentajes de éxito de cada categoría, con el fin de apreciar los cambios en ellas conforme al desarrollo de las sesiones.

Esta métrica permitió la realización de un seguimiento claro del avance de los estudiantes con respecto a las categorías a observar y en consecuencia al alcance de la meta abarcadora planteada para el trabajo realizado a lo largo del semestre.

Adicionalmente, se buscaron especificidades que permitieran explicar los resultados obtenidos, así como identificar las modificaciones necesarias para que en la siguiente sesión aumentaran los casos de éxito. Con esto se logró que las implementaciones posteriores, contaran con planeaciones más pertinentes con respecto al avance del grupo.

Efectivamente, según lo esperado, los casos de éxito aumentaron hasta alcanzar el cien por ciento de la población al llegar a las secuencias figurativas, ante lo cual surgieron nuevas observaciones y nuevos objetivos, puesto que los estudiantes no se mostraban satisfechos con solamente identificar el patrón y seguir la secuencia, empezando a generar sus propios patrones, corporales, manipulativos e incluso figurativos.

Por ello, se propuso la observación de cuatro categorías adicionales o emergentes: crea y formula un patrón, utiliza operaciones aritméticas para comprender un patrón, inclusión (en términos de

la posibilidad de que el estudiante neuroatípico participara en las actividades de cada sesión, en igualdad de condiciones) y por último casos especiales, categoría en la que se registran interacciones o resultados excepcionales en términos de desempeño.

Esta última categoría se hizo necesaria, teniendo en cuenta que si bien se documentó cada sesión con las generalidades del grupo, se hizo pertinente hacer seguimiento a casos particulares de niños que demostraron mayor afinidad y un desempeño sobresaliente durante las sesiones, ya fuera en términos de la actividad, o en relación con su desempeño académico, o su participación en el aula de clase o en otros contextos propios de sus vidas cotidianas en el ámbito escolar.

Las primeras dos categorías son de carácter disciplinar, teniendo relación con los aspectos curriculares que se encuentran en el Marco de Referencia, mientras que las últimas dos categorías emergentes son de carácter pedagógico, ligadas a lo expuesto en la sección de Perspectivas Pedagógicas.

A continuación se presentan los formatos de registro a partir de los que se realizó la recolección de datos y experiencias, para su posterior análisis. Se diseñó y utilizó el siguiente cuadro de registro para documentar las actividades, los propósitos, los avances, las decisiones de los niños y las observaciones específicas de cada sesión. En este cuadro se tienen en cuenta las categorías planteadas al inicio del proyecto:

<b>SESIÓN N°n</b>			
Fecha de realización de la sesión		Cantidad de estudiantes que participaron en la sesión	
Propósitos	Del Docente en formación	Muestra el objetivo de la docente con la actividad propuesta	
	De aprendizaje	Muestra el objetivo a alcanzar por los estudiantes	
Justificación	Explica la importancia de las actividades		
Resumen de resultados (muestra los porcentajes específicos de los logros obtenidos en cada actividad)	Categoría	Actividad n	Actividad n+1
	Reconoce el patrón		
	Sigue la secuencia		
	Trabaja en grupo		
<b>Registro detallado</b>			
<b>Secuencia de actividades</b>	<b>Resultados observados</b>		
	Categoría	Tipo de respuesta	Cantidad de Estudiantes

Describe las actividades realizadas	Reconoce el patrón			
	Sigue la secuencia			
	Trabaja en equipo			
<b>Consideraciones para la siguiente sesión</b>				
En este espacio se encuentran las preguntas y respuestas a considerar para la siguiente sesión, junto con los casos especiales.				

*Tabla 2. Cuadro de análisis de las categorías iniciales*

Los porcentajes fueron calculados a partir de los casos favorables para cada categoría y la cantidad de estudiantes participantes en las actividades de cada sesión, teniendo en cuenta que la población total de estudiantes no siempre estuvo disponible, debido a ausencias, otras actividades, o situaciones particulares de los estudiantes durante la realización de las sesiones.

Por otra parte, con el fin de documentar las categorías que emergieron a lo largo del proyecto se establecieron los siguientes cuadros, cada uno acorde con las observaciones y el análisis realizado:

Categoría		Especifica la categoría a analizar			
Sesión (indica la sesión en la cual se observaron las respuestas observadas)	Tamaño muestral (indica la cantidad de estudiantes que participaron en la sesión observada)	Tipo de respuesta (especifica la evidencia de realización de la categoría)	C.E. (Cantidad de estudiantes)	Porcentaje	Análisis (examina detalladamente las respuestas de los estudiantes)

*Tabla 3. Cuadro de análisis de las categorías Crea y formula un patrón y Utiliza operaciones aritméticas para comprender un patrón.*

Categoría	Inclusión	
Sesión	Tipo de respuesta	Análisis

*Tabla 4. Cuadro de análisis de la categoría Inclusión*

Categoría	Casos especiales

Nombre	Sesión	Tipo de respuesta	Análisis

*Tabla 5. Cuadro de análisis para la categoría Casos especiales.*

Este cuadro, difiere del anterior, en cuanto a que se centra en la categoría a analizar y no en las sesiones desarrolladas, dado que las categorías adicionales, no se observan en todas ellas, teniendo en cuenta que su emergencia, en algunos casos, se dio en el transcurso de la fase de implementación.

La metodología planteada permitió tener en cuenta no solamente las metas a alcanzar para los estudiantes, la institución y la docente en formación, sino que permitió, de forma satisfactoria, tener en cuenta los intereses y sensibilidades de los estudiantes, con lo que se esperaba que el proceso de aprendizaje resultara de agrado para ellos, como se detalla en secciones posteriores.

# Propuesta

En este capítulo se relacionan detalles particulares correspondientes al proyecto pedagógico desarrollado. Inicialmente, se presentan los objetivos a alcanzar en el proyecto, teniendo en cuenta la metodología planteada previamente, así como el contexto y los antecedentes considerados para este trabajo.

Posteriormente, se realiza una descripción de las actividades realizadas con los estudiantes del curso 205 de la I.E.D. Ciudadela Educativa de Bosa, para terminar el capítulo con la justificación del trabajo realizado.

## Objetivos

A continuación se relacionan los objetivos del proyecto, formulados teniendo en cuenta el problema concreto identificado anteriormente.

### Objetivo General

Diseñar e implementar un proyecto pedagógico para aportar al desarrollo del pensamiento variacional de los estudiantes del curso 205 de la I.E.D. Ciudadela Educativa de Bosa.

### Objetivos específicos

- Contribuir al establecimiento del pensamiento variacional como una opción válida, relevante y necesaria para el desarrollo del pensamiento matemático en la Educación Infantil.
- Llevar a la práctica y reflexionar sobre la propuesta planteada por la Profesora Lyda Mora (Mora, Álgebra en Primaria, 2012), para la introducción a los procesos de generalización, a través de secuencias corporales, manipulativas y figurativas.
- Concebir y realizar actividades que, a partir del trabajo en equipo, contribuyan al reconocimiento de patrones y seguimiento de secuencias, con los estudiantes del curso 205.

## Sesiones a desarrollar

En esta sección se describen las sesiones propuestas como parte del proyecto pedagógico planteado, de acuerdo con la metodología expuesta anteriormente. Estas sesiones, fueron concebidas con el fin de alcanzar los objetivos planteados y dar respuesta al problema concreto del proyecto.





Las sesiones se dividen según el tipo de secuencia propuesta, teniéndose tres grupos de sesiones en total. De acuerdo con lo planteado por Mora (2012) se debe respetar el orden: secuencias corporales, secuencias manipulativas y secuencias figurativas. Para cada tipo de secuencia se disponen cuatro sesiones, para un total de doce sesiones a desarrollar con el grupo de estudiantes.

Para cada una de las sesiones, se dispone un título de sesión, y se enumeran las actividades a desarrollar, incluyendo detalles de los procedimientos a realizar por parte de los estudiantes durante la sesión, los materiales utilizados, y la organización de grupos de trabajo para los estudiantes, según sea el caso.

Tipo de Secuencia	Sesión	Actividades a desarrollar
Secuencias Corporales	1. <i>Woofi, woofi, woofa</i>	<p>Se forman parejas y se juega la ronda una paloma con el patrón arriba/abajo, al frente y palmada:</p> <p>Una paloma punto y coma  Salió de su nido punto seguido  Fue al parque punto a parte  Es un animal, punto final</p> <p>Luego se canta el siguiente porro:</p> <p>Woofi, woofi, woofa  De Roma a París venís  En los tiempos del chicharrón  Mataron a don Simón  Por aquí pasó un caballo  Con las patas al revés  Y me dijo que contara  Del uno hasta el dieciséis  Uno, dos, y tres  Cuatro, cinco y seis  Siete, ocho y nueve  Diez, once y doce  Trece, catorce y quince  Y uno dieciséis.</p> <p>Cuando los niños tienen claro la canción, se acompaña de los siguientes pasos, realizados con la misma pareja del juego anterior:</p> <p>Palmada  Palmas en los muslos  Tres alternancias</p> <p>Al cantar los números, cambian los movimientos:</p> <p>Abrir las piernas hacia los lados  Cerrar las piernas  Abrir las piernas hacia adelante y atrás  Cerrar las piernas</p>

	2. Una Paloma	<p>Inicialmente se forman parejas y se juega la ronda una paloma:</p> <p>Una paloma punto y coma  Salió de su nido punto seguido  Fue al parque punto a parte  Es un animal, punto final</p> <p>Para la primera parte, se realiza la ronda con un compás de tres tiempos (3/4). Para ello, se comienza por cantar la canción, y luego se explica el patrón corporal de tres partes a realizar acompañado de la canción. El patrón es: arriba/abajo, al frente y palmada. Se da tiempo a los niños para que canten la ronda con el patrón de movimiento propuesto.</p> <p>Posteriormente, se plantea una nueva forma de cantar la canción, siguiendo un compás de 4 tiempos (4/4). En primera medida se canta la canción, para luego continuar con la explicación de un nuevo patrón corporal, de cuatro pasos: arriba/abajo, al frente, palmada y al frente. Se prosigue con un tiempo para que los niños canten la ronda siguiendo el nuevo patrón, de forma tal que puedan apreciar las diferencias entre los patrones y compases empleados.</p>
	3. Percusión con tus manos	<p>Se divide el salón en cuatro grupos de nueve niños, designando un ayudante o líder para cada grupo, a partir de los estudiantes con desempeño sobresaliente en actividades anteriores. El estudiante designado se encarga de ayudar a su grupo a seguir el ritmo y realizar cada patrón. Se muestra la secuencia corporal a seguir, paso a paso, en cuatro grupos, sobre la mesa del profesor. Se presenta el primer paso, luego el primero y el segundo, después el primero, el segundo y el tercero, y así sucesivamente en cada grupo.</p> <p>Cada vez que se presenta un conjunto de pasos, se realizan preguntas sobre las similitudes con los patrones precedentes. A continuación se muestra los conjuntos de pasos de las secuencias:</p> <p>Conjunto uno:  Puño derecho, Palma derecha, Puño derecho, Puño derecho, Palma derecha, Puño derecho, Puño derecho, Palma derecha, Puño derecho, Puño derecho.</p> <p>Conjunto dos  Palmas, Aplauso, Palmas cruzadas, Palmas, Aplauso, Palmas, Aplauso, Palmas cruzadas, Palmas, Aplauso.</p> <p>Conjunto tres  Palmas, Aplauso, Palma derecha, Dorso de la mano derecha, Palma izquierda sobre palma derecha, Palmas, Aplauso, Palma derecha, Dorso de la mano derecha, Palma izquierda sobre palma derecha</p> <p>Una vez dominan las secuencias completas, se coordinan todos los grupos para tocar una canción de la siguiente manera: grupo 1, grupo 2, grupo 1 y grupo 2, grupo 3, grupo 4.</p> <p>Se pregunta si reconocen la canción cuyo ritmo fue desarrollado por ellos, y se presenta la canción.</p>

	4. Ferrocarril	<p>Se escribe el siguiente estribillo en el tablero:</p> <p>(1) Ferrocarril, carril, carril  (2) De Roma a Brasil, Brasil, Brasil,  (3) Un pasito pa atrás, pa atrás, pa atrás</p> <p>En el salón se muestra la siguiente coreografía, cantando el estribillo presentado acorde a ella:</p> <p>Cuatro pasos para adelante,  Cuatro pasos para adelante,  Un paso para adelante y tres para atrás.</p> <p>Se realiza la coreografía paso a paso individualmente para que todos los niños tengan claro cuáles son los movimientos y su relación con el estribillo.</p> <p>Se forman nueve grupos de cuatro participantes cada uno, se pide que entrelacen los brazos formando una línea.</p> <p>En grupo se solicita que canten el estribillo mientras realizan la coreografía</p> <p>Se dirige a los niños a las canchas de baloncesto y se ubican sobre los lados angostos de la cancha.</p> <p>Se propone realizar la coreografía tantas veces como fuese necesario para llegar a la mitad de la cancha, identificada por una línea divisoria que se encuentra allí.</p>
--	----------------	---

Secuencias Manipulativas	5. Paleta de colores	<p>Se pregunta a los niños qué se entiende por patrón y por secuencia, con el fin de establecer los conocimientos previos con respecto a estos conceptos, para luego continuar con la definición de ambos términos por parte de la docente en formación, escribiendo en el tablero que un patrón es la cadena más corta de elementos que se repiten y que una secuencia es un conjunto de patrones que se repiten.</p> <p>Se entrega a cada niño dos grupos de 10 palos de paleta de dos colores distintos. Se dibuja la siguiente secuencia en el tablero</p>  <p>Se solicita que repliquen el patrón con los palos y que lo continúen. Se pregunta cuál es el patrón y cuántas veces se repite con la cantidad de palos que cada uno tiene. Se pregunta si la cantidad de palos es la misma que la cantidad de patrones.</p> <p>Se dibuja la siguiente secuencia en el tablero</p>  <p>Se pregunta</p> <p>¿Cuál es el patrón?</p> <p>¿Cuántas veces se repite?</p> <p>¿Cuántos palos se utilizaron?</p> <p>Si durante la clase se observa que a la mayoría de niños se les dificultaba entender este patrón, se propone el siguiente cambio:</p>  <p>Y responden las mismas preguntas</p> <p>Se dibuja la siguiente secuencia en el tablero</p>  <p>Se pregunta</p> <p>¿Cuál es el patrón?</p> <p>¿Cuántas veces se puede repetir con los palitos que cada uno tiene?</p> <p>¿Sobran palitos? ¿Cuántos palitos se necesitan para repetir el patrón 10 veces?</p> <p>Se brinda el espacio para que cada niño cree una secuencia, y explique cuál es el patrón y como se repite.</p>
--------------------------	----------------------	--

	6. Cadenas de Halloween	<p>Se propone decorar el salón para la celebración del día de los niños con la temática de Halloween. Para ello se forman grupos de 4 estudiantes y a cada grupo se le entrega uno de los siguientes paquetes de tiras de colores:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>10 negras y 10 naranjas</li> <li>6 negras y 12 naranjas</li> <li>5 negras y 15 naranjas</li> <li>8 negras y 12 naranjas</li> <li>4 negras y 10 naranjas</li> <li>6 negras y 10 naranjas</li> <li>4 negras y 16 naranjas</li> <li>6 negras y 8 naranjas</li> <li>7 negras y 14 naranjas</li> </ul> <p>Se solicitará que formen un patrón con ellos, para lo cual se pedirá que las organicen y la muestren antes de unirlos.</p> <p>Una vez unidas se solicitó que explicaran cuál fue el patrón creado.</p>
	7. Fractales	<p>Se forman 9 grupos de cuatro estudiantes, y se le entrega a cada uno varias figuras geométricas del mismo tipo y tamaño, de dos colores diferentes. Además se entrega una tira de cartulina y un cuadrado de cartulina.</p> <p>Se solicita que creen un patrón que cubra la tira y que lo expliquen.</p> <p>A continuación se pide que diseñen un patrón que cubra el cuadrado de cartulina que sea diferente al anterior y que lo detallen.</p>
	8. Pirámides y cubos	<p>Se entregan 5 cubos a cada niño y se solicita que armen una pirámide como la presentada por la docente, la cual tenía dos pisos, la base formada por dos cubos y la punta por uno. Una vez formadas las pirámides se realizan a los niños las siguientes preguntas y se escriben sus respuestas en el tablero:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-¿Cuántos cubos utilizaron en el primer piso (la punta)?</li> <li>-¿Cuántos cubos se utilizaron en el segundo piso (la base)?</li> <li>-¿Cuántos cubos se utilizaron en total?</li> </ul> <p>Luego se propone armar otro piso y se pregunta</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-¿Cuántos cubos utilizaron en el primer piso (la punta)?</li> <li>-¿Cuántos cubos se utilizaron en el tercer piso (la base)?</li> <li>-¿Cuántos cubos se utilizaron en total?</li> <li>-¿Cuántos cubos tendrá el siguiente piso? ¿Cómo averiguarlo?</li> </ul> <p>Se presenta la tabla del anexo 1</p> <p>Se propone completar entre todos la información de los 3 primeros pisos.</p> <p>Se da una tabla a cada niño y se propone completarla en grupos de 4 estudiantes.</p> <p>Se entrega una tabla de mayor tamaño para que la completen con sus resultados y la expusieran a los demás grupos.</p> <p>Se preguntó si es posible saber cuántos cubos se utilizarían si se quisieran más pisos y cómo averiguarlo.</p>

Secuencias Figurativas	9. Carrera de Emojis	<p>Se retoma la definición de patrón y secuencia presentada anteriormente. Se entrega a cada grupo la tabla del anexo 2 y junto con un distintivo de su color.</p> <p>Se explica que en cada espacio de la tabla solo se puede colocar un patrón.</p> <p>A continuación se enumeran de uno a cuatro los integrantes de cada grupo y el número 4 pasa al centro, donde se encuentran tarjetas con las cuales podrán armar distintos patrones.</p> <p>Cada niño escoge uno y muestra a los demás cuál tomó, para asegurar que nadie repita el mismo patrón, en caso de no haber repeticiones, cada estudiante vuelve a su grupo y muestra el patrón con el que realizarán la primera de las secuencias. En caso de que hubiese repeticiones, las personas que eligen el mismo patrón lo devuelven y toman otra tarjeta.</p> <p>A continuación se llaman a los participantes con el número tres, los cuales deben ir al centro y buscar la tarjeta con la cual continúan la secuencia, la que deben ser igual a la elegida por el participante anterior.</p> <p>De esta manera se repite para hacer 4 secuencias.</p> <p>Se solicita que observen los patrones y secuencias de sus compañeros. Se pide que identifiquen cual es el patrón en cada caso.</p>
	10. Cazapatrón	<p>Se forman grupos de cuatro estudiantes y se ubican a los lados del salón, en el centro se disponen las imágenes que habrán de cazar o buscar.</p> <p>Se presenta la actividad a modo de juego donde cada grupo debe completar una ficha con la siguiente información: El nombre que el grupo le da a la obra (la imagen del patrón), el grupo que correspondiera (p.ej. Grupo azul), y una descripción propia del patrón observado.</p> <p>Cada grupo debe buscar una imagen por turno, la cual corresponde a la descripción que indique la docente, que a su vez coincide con solamente una de las imágenes dispuestas en el salón.</p> <p>Solamente puede ingresar a la “zona de caza” un estudiante por grupo, el cual cambia cada turno. Para salir, el grupo debe mostrar a la docente la imagen que corresponde a la descripción. Si la imagen mostrada es la correcta el trofeo será llevado al grupo, mientras que en caso contrario, el grupo sale de la zona de caza con las manos vacías. Una vez en el grupo los estudiantes describen el teselado con sus propias palabras.</p>

	11. Mosaicos	<p>Se solicita a los niños que formen grupos pequeños con los compañeros con los que desearan trabajar, se da a cada grupo un frasco con pegante.</p> <p>En una mesa central se colocan las piezas ya conocidas por los niños, utilizadas en una sesión anterior y una caja en la cual se encuentran retazos de foamy de diferentes colores y formas.</p> <p>A cada niño se le entrega una hoja en la que delimita un espacio cuadrangular donde se quiere que formen un mosaico y un espacio donde se requiere que titulen su obra, escriban su nombre y realicen una corta descripción de cómo está creado el patrón.</p> <p>Se invita a los niños a acercarse a la mesa y tomar las piezas que necesiten, dejando claro que si se llevan un tarro con varias piezas del mismo tipo, tendrán que compartirlas.</p> <p>Una vez que tengan el formato y el material se da inicio a las creaciones.</p>
	12. Teselados	<p>Con anterioridad se solicita a los estudiantes averigüen la definición de teselados y se realiza una actividad con varios ejemplos de ellos.</p> <p>Se da a escoger a cada niño qué teselado desea realizar. Estos teselados están acompañados de un espacio para nombrar su obra, el autor y realizar una breve descripción de la manera en que está diseñado el patrón.</p>

*Tabla 6. Cuadro de sesiones propuestas*

## Justificación

A partir de la participación realizada en el primer semestre del 2017 en el seminario de Educación Matemática para el eje disciplinar y específico de los primeros grados de básica, surgieron reflexiones sobre el papel del pensamiento variacional en la educación, ante comentarios de otros participantes tales como “no volví a entender de matemáticas desde que aparecieron esas letricas” o “sencillamente yo no entiendo de Álgebra” se cuestiona el desarrollo del pensamiento abstracto en los cursos previos a la aparición del Álgebra en el plan curricular de Básica Primaria y Básica Secundaria.

El pensamiento variacional “puede describirse aproximadamente como una manera de pensar dinámica, que intenta producir mentalmente sistemas que relacionen sus variables internas” (Vasco C. , 2009, pág. 6) es decir, hace referencia a las relaciones de cambio. El pensamiento algebraico, en el cual se presentan la formalización de las relaciones y los procesos de generalización (Mora, Álgebra en Primaria, 2012), hace parte del pensamiento variacional, y es necesario para entender el mundo e interactuar con él. Por ejemplo, los costos de los bienes en el mercado están sujetos a diferentes variables y son calculados a partir de la relación entre ellas; si alguna de las variables cambia, el costo varía. Al entender estas relaciones es posible realizar adquisiciones que sean más convenientes para la economía personal.

El pensamiento variacional es el que permite “analizar, organizar y modelar matemáticamente situaciones y problemas” (MEN, 1998, pág. 49), de aquí su importancia, puesto que permite establecer la relación entre los contenidos matemáticos y las demás áreas de conocimiento, cuya aplicación en la vida diaria es constante y primordial para un desarrollo integral de la persona.

Identificar patrones y secuencias se realiza en diferentes áreas del conocimiento como la ciencia, la danza, el arte y por supuesto las matemáticas, (Godino & Font, 2003). Por ejemplo, la mayoría de bailes se componen de un conjunto de pasos que se repiten a un ritmo determinado, en otras palabras, un baile se compone de patrones corporales que se ejecutan en diferentes secuencias.

De acuerdo con el marco de referencia presentado la enseñanza del pensamiento variacional, debería realizarse desde los primeros años de escolaridad, tal como lo proponen los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998) al ser parte de los conocimientos básicos, presentándose como el pensamiento que une a los demás. Los Lineamientos proponen establecer el significado y sentido de la variación a partir de las tablas, su representación gráfica y situaciones concretas de su manejo en las cuales se puedan identificar con claridad las variables independientes y dependientes, esto con el objetivo de gestar “la noción de función como dependencia” (MEN, 1998, pág. 51) Se plantea, además, el uso de contextos geométricos para la presentación de procesos infinitos, y el trabajo con representaciones decimales.

Además las observaciones realizadas en el curso 205 de la Institución Educativa Distrital Ciudadela Educativa de Bosa, reveló que existen herramientas en diferentes áreas del conocimiento para desarrollar dicho pensamiento, por ejemplo, en las clases de arte se repiten patrones figurativos, en la clase de Matemáticas se realiza el aprendizaje de la multiplicación mediante la enseñanza de las tablas, en Educación Física se realizan ejercicios que constan de patrones corporales.

Sin embargo no se realizan procesos de formalización, es decir, no se establece de manera explícita cuál es el patrón de repetición, ni la secuencia en la que se realiza, por lo cual no se puede apreciar la relación entre el factor que es constante y el que es variable.

Early Algebra es una propuesta de cambio curricular cuyo planteamiento es introducir el álgebra desde los primeros años de escolaridad a través de la comprensión de patrones y los procesos de generalización (Trujillo, 2013). Aunque en la actualidad se presenta el auge del Early Algebra en

el programa de Licenciatura en Educación Infantil no se encuentra ningún trabajo de grado sobre el tema.

Es menester mencionar la importancia de propuestas de esta índole, como introducción del lenguaje algebraico, permitiendo a los niños mayor claridad en el sentido de las letras al llegar a grados superiores. (Mora, 2012) (Warren, 2005), así, al tener una mayor comprensión del álgebra, establecerán una mejor relación con ella. Entonces es deber del docente implementar experiencias por medio de las cuales se ofrezca el tiempo, el espacio y los recursos necesarios para que estos primeros procesos en los que conceptos como patrón y secuencia sean presentados, y se pueda interactuar en diferentes grados de abstracción con ellos, sean agradables y útiles para los estudiantes.

Razones por las cuales se plantea una propuesta para brindar a los estudiantes del curso 205 de la Institución Educativa Distrital Ciudadela Educativa de Bosa, experiencias que les permitan identificar, diferenciar, replicar, estudiar y formalizar patrones para desarrollar el pensamiento algebraico, donde la clase de matemáticas tiene un enfoque numérico, realizando así el postulado de la corriente Early Algebra: “Se trata de desarrollar simultáneamente el pensamiento numérico y el algebraico desde la Educación Primaria” (Mora, 2012, pág. 1).

# Registro y Análisis de los resultados obtenidos

## Lo previsto

En este capítulo, se relacionan los registros detallados de las actividades realizadas en las sesiones de trabajo con los estudiantes a lo largo del semestre, de acuerdo con la metodología planteada, y teniendo en cuenta las tres categorías principales a observar: Reconoce el patrón, Sigue la secuencia y Trabaja en grupo.

Adicionalmente, en el anexo 4 se presentan detalles acerca de la participación general de los estudiantes, y reflexiones para las sesiones siguientes, evidenciando el continuo ajuste de las actividades de la propuesta pedagógica, de acuerdo con los intereses y características de los estudiantes.

SESIÓN N°1			
Fecha: 31 de agosto de 2017		Participantes: 36	
Propósitos	Del Docente en formación	Observar las habilidades y dificultades que presentan los niños y las niñas para reconocer y repetir un patrón corporal.	
	De aprendizaje	Reconocer y repetir un patrón corporal.	
Justificación	En un primer acercamiento de los estudiantes con el proceso de generalización es importante comenzar adecuadamente, utilizando secuencias corporales que involucren elementos lúdicos como son las rondas y juegos de manos previamente conocidos. Se propone entonces dos juegos con canciones colombianas para iniciar dichos procesos; y permitir de forma interactiva reconocer un patrón y realizar su repetición.		
Resumen de resultados	Categoría	Actividad 1	Actividad 2
	Reconoce el patrón	22.2%	11.1%
	Sigue la secuencia	22.2%	11.1%

	Trabaja en grupo	72.2%	88.8%
Registro detallado			
Secuencia de actividades	Resultados observados		
	Categoría	Tipo de respuesta	C.E. Porcentaje
Se formaron parejas y se jugará la ronda una paloma con el patrón arriba/abajo, al frente y palmada: Una paloma punto y coma Salió de su nido punto seguido Fue al parque punto a parte Es un animal, punto final	Reconoce el patrón	Reconoció el patrón planteado	8 22.2%
		Reconoció un patrón diferente al patrón planteado	18 50%
		No reconoció ningún patrón	10 27.7%
	Sigue la secuencia	Realizaron correctamente la secuencia mientras cantaban la canción	2 5.55%
		Realizaron correctamente la secuencia sin cantar la canción	6 16.66%
		Realizaron una secuencia con un patrón diferente	18 50%
		Al no poder replicar el patrón en los primeros intentos, mostraron frustración y desesperación, lo que terminó en abandonar la secuencia.	6 16.66%
		Por malestares estomacales, respiratorios y óseos no pudieron replicar ningún patrón.	4 11.11%
	Trabaja en equipo	Trabajaron en equipo.	26 72.2%
		No trabajaron en equipo	10 27.7%
Luego se cantó el siguiente porro: Woofi, woofi, woofa	Reconoce el patrón	Reconoce todos los patrones planteados	4 11.1%
		Reconoce el patrón planteado en la primera parte	28 77.7%
		Reconoce el patrón planteado en la segunda parte	2 5.5%
		No reconoce el patrón planteado en la	4 11.1%

De Roma a París venís En los tiempos del chicharrón Mataron a don Simón Por aquí pasó un caballo Con las patas al revés Y me dijo que contara Del uno hasta el dieciséis Uno, dos, y tres Cuatro, cinco y seis Siete, ocho y nueve Diez, once y doce Trece, catorce y quince Y uno dieciséis. Cuando los niños tuvieron clara la canción se		primera parte		
		No reconoce el patrón planteado en la segunda parte	30	83.3%
		No reconoce ningún patrón planteado	4	11.1%
	Sigue la secuencia	Realizaron correctamente la secuencia mientras cantaban la canción	4	11.1%
		Realizaron correctamente la primera parte de la secuencia	28	77.7%
		Realizaron correctamente la segunda parte de la secuencia	2	5.5%
		Realizaron una secuencia con un patrón diferente en la primera parte	4	11.1%
		No realizaron una secuencia corporal en la segunda parte	30	83.3%
		No realizaron una secuencia corporal	4	11.1%
		Trabaja en equipo	Trabajaron en equipo.	32
No trabajaron en equipo	4		11.1%	

<p>acompañó de los siguientes pasos, realizados con la misma pareja del juego anterior:</p> <p>Palmada</p> <p>Palmas en los muslos</p> <p>Tres alternancias</p> <p>Al cantar los números, cambian los movimientos:</p> <p>Abrir las piernas hacia los lados</p> <p>Cerrar las piernas</p> <p>Abrir las piernas hacia adelante y atrás</p> <p>Cerrar las piernas.</p>				
<p>Consideraciones para la siguiente sesión</p>				
<p>¿Los niños pudieron reconocer y repetir el patrón de la paloma? ¿Los movimientos presentados se realizaron acorde al ritmo de la canción?</p>				

Se reconoció el patrón propuesto, sin embargo, no se realizó correctamente la secuencia, pues el patrón propuesto se parecía a uno previamente conocido, de ahí que se repitiera el patrón conocido y no el nuevo.

Los movimientos del patrón elegido, fuese el conocido o el nuevo, se ajustó al ritmo de la canción.

¿Aumentar la cantidad de movimientos e incluir otras partes del cuerpo se presentaron diferencias respecto al reconocimiento y a la reproducción del primer patrón?

Se observó una mayor dificultad al incluir las extremidades inferiores, pues la mayoría no podía cantar la canción mientras realizaba los movimientos.

¿Se realizaron las actividades adicionales? ¿Qué implicó el desplazamiento en el patrón?

Se pudo realizar una sola vez la actividad adicional propuesta, y el desplazamiento no mostró mayor influencia en el desarrollo del patrón.

Es necesario realizar una explicación más específica y repetitiva, permitiendo que los estudiantes se tomen el tiempo necesario para entender el patrón y poder realizarlo.

Los estudiantes trabajan en equipo cuando ellos eligen a sus compañeros, pero no conocen a los niños ni a las niñas que no pertenecen a su grupo de amigos, por lo cual es necesario proponer una dinámica que les permita trabajar con compañeros que ellos prefieran pero que no pertenezcan a su círculo de amigos.

#### Análisis

Los resultados obtenidos en esta primera sesión muestran diferentes matices. Por una parte, el interés de parte de los estudiantes por el tema propuesto fue corroborado, lo que da un punto de partida para abordar y profundizar en el tema, sin embargo, es claro que se presentan dificultades al momento de considerar patrones y secuencias, dificultades que deben ser tratadas con cuidado, para que todos los niños puedan participar de las actividades de cada sesión.

Por otra parte, fueron notorias algunas falencias en la preparación y ejecución de la actividad, por parte de la docente en formación. Es necesario hacer un mayor trabajo en la explicación de la actividad a realizar, contando en ocasiones futuras con ayudas visuales, y con otros elementos que contribuyan a favorecer diferentes formas de aprendizaje que puedan manifestarse en el aula de clase, como consignar instrucciones en el tablero, por ejemplo.

En términos de los resultados obtenidos en cuanto a las categorías a observar, se presentaron

resultados inferiores a 30% en reconocimiento de patrones y seguimiento de secuencias, por lo que es claro que hay aspectos a mejorar, como ya se ha expuesto. Por otra parte, en la segunda actividad de la sesión hubo peores resultados en estas dos categorías, posiblemente debido a la frustración manifiesta por los estudiantes en la primera actividad, así como a limitaciones de tiempo para la ejecución de la segunda actividad.

El trabajo en equipo fue satisfactorio inicialmente, sin embargo, como se expuso, a fin de fortalecer la tolerancia y el sentido de comunidad, es necesario que los estudiantes trabajen con compañeros que no estén en su círculo de amigos, de forma que puedan fortalecer los vínculos con otros compañeros, e incluso, hacer nuevas amistades.

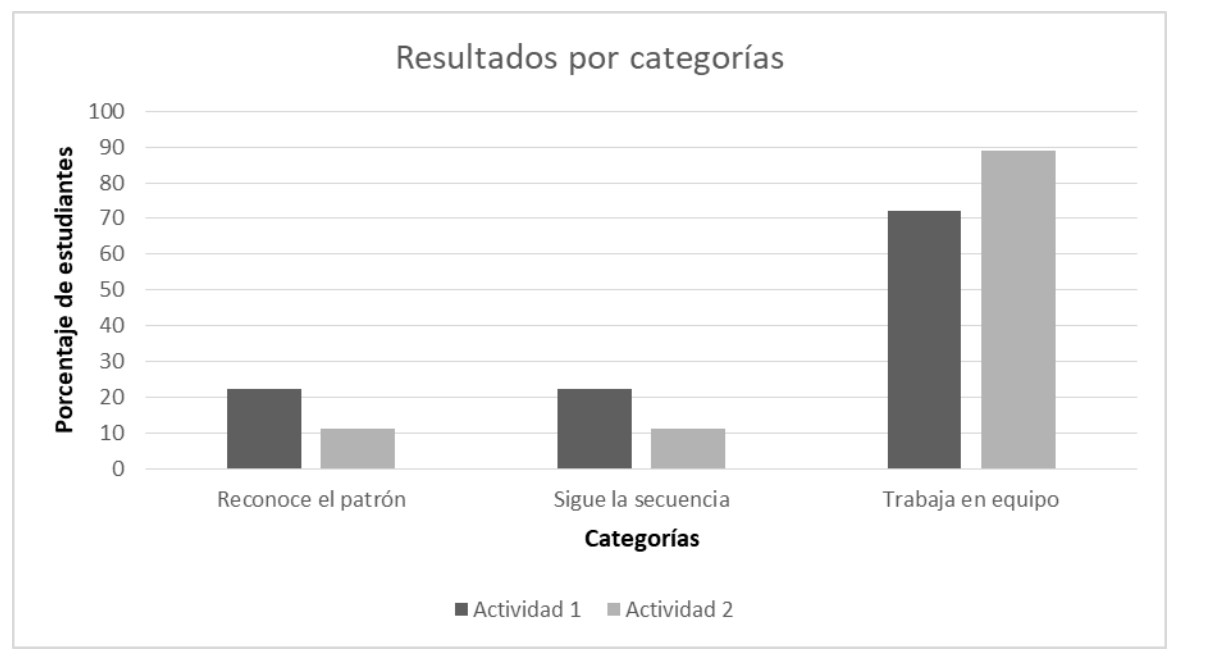


Tabla 7. Cuadro de análisis de la Sesión 1.

SESIÓN N°2			
Fecha: 6 de Septiembre de 2017		Participantes: 35	
Propósitos	Del Docente en formación	<p>Retomar patrones conocidos por los niños previamente.</p> <p>Proponer nuevos patrones.</p> <p>Incentivar la propuesta de nuevos patrones por parte de los niños</p>	
	De aprendizaje	<p>Identificar un patrón.</p> <p>Diferenciar dos patrones.</p> <p>Proponer patrones.</p>	
Justificación	<p>En un primer acercamiento de los estudiantes con el proceso de generalización es importante comenzar adecuadamente, utilizando secuencias corporales que involucren elementos lúdicos como lo son las rondas y juegos de manos previamente conocidos por ellos. Adicional a esto la metodología de la explicación, las condiciones físicas, el tiempo y las disposiciones de los estudiantes tienen una gran influencia en la apropiación y desarrollo de los conceptos presentados, razón por la cual se cambió la presentación de los patrones para acoplarse a las condiciones del ambiente y brindar un mejor entorno de aprendizaje.</p> <p>Se propone retomar el juego “una paloma” presentado la clase anterior para continuar dichos procesos, y permitir de forma interactiva reconocer un patrón y realizar su repetición, así como la comparación con un patrón que incluye un paso adicional.</p>		
Resumen de resultados	Categoría	Actividad 1	Actividad 2
	Reconoce el patrón	85.7%	85.7%
	Sigue la secuencia	85.7%	85.7%
	Trabaja en grupo	97.1%	97.1%
Registro detallado			
Secuencia de	Resultados observados		

actividades	Categoría	Tipo de respuesta	C.E.	Porcentajes
<p>Inicialmente se formaron parejas y se jugará la ronda una paloma: Una paloma punto y coma Salió de su nido punto seguido Fue al parque punto a parte Es un animal, punto final Para la primera parte, se realizó la ronda con un compás de tres tiempos (3/4). Para ello, se comenzó por cantar la canción, y luego se explicó el patrón corporal de tres partes a realizar acompañado de la canción. El patrón fue: arriba/abajo, al</p>	Reconoce el patrón	Reconoció el patrón planteado	30	85.7%
		Reconoció un patrón diferente al patrón planteado	4	11.4%
		No reconoció ningún patrón	1	2.8%
	Sigue la secuencia	Realizaron correctamente la secuencia, asignando cada paso a la parte de la canción establecida con fluidez	16	45.7%
		Realizaron correctamente la secuencia, asignando cada paso a la parte de la canción establecida lenta y cuidadosamente	6	17.1%
		Realizaron correctamente la secuencia, sin asignar cada paso a la parte de la canción establecida con fluidez	6	17.1%
		Realizaron correctamente la secuencia, sin asignar cada paso a la parte de la canción establecida lenta y cuidadosamente.	2	5.7%
		Realizaron una secuencia con un patrón diferente	4	11.4%
		No realizaron una secuencia corporal dado que se decidió que no participara en la actividad por comportamientos inadecuados que afectaban negativamente la conducta del grupo	1	2.8%
	Trabaja en equipo	Trabajaron en equipo.	34	97.1%
		No trabajaron en equipo	1	2.8%

frente y palmada. Se dio tiempo a los niños para que cantaran la ronda con el patrón de movimiento propuesto.				
Posteriormente, se planteó una nueva forma de cantar la canción, siguiendo un compás de 4 tiempos (4/4). En primera medida se cantó la canción, para luego continuar con la explicación de un nuevo patrón corporal, de cuatro pasos: arriba/abajo, al frente, palmada y al frente. Se prosiguió con un tiempo para que	Reconoce el patrón	Reconoció el patrón planteado	30	85.7%
		Reconoció un patrón diferente al patrón planteado	4	11.4%
		No reconoció ningún patrón	1	2.8%
	Sigue la secuencia	Realizaron correctamente la secuencia, asignando cada paso a la parte de la canción establecida con fluidez	5	14.2%
		Realizaron correctamente la secuencia, asignando cada paso a la parte de la canción establecida lenta y cuidadosamente	10	28.5%
		Realizaron correctamente la secuencia, sin asignar cada paso a la parte de la canción establecida con fluidez	5	14.2%
		Realizaron correctamente la secuencia, sin asignar cada paso a la parte de la canción establecida lenta y cuidadosamente.	10	28.5%
		Realizaron una secuencia con un patrón diferente	4	11.4%
		No realizaron una secuencia corporal dado que se decidió que no participara	1	2.78%

los niños canten la ronda siguiendo el nuevo patrón, de forma tal que pudieran apreciar las diferencias entre los diferentes patrones y compases tratados.		en la actividad por comportamientos inadecuados que afectaban negativamente la conducta del grupo		
	Trabaja en equipo	Trabajaron en equipo.	34	97.1%
		No trabajaron en equipo	1	2.8%

Consideraciones para la siguiente sesión

¿Los niños pudieron reconocer y repetir el patrón inicial de tres pasos? ¿Los movimientos presentados se realizaron acorde al ritmo de la canción?

En su mayoría se reconoció el patrón inicial, realizándolo en un inicio acorde al ritmo presentado, sin embargo por querer realizar el patrón con mayor rapidez parte del grupo siguió replicando el patrón pero perdió el ritmo de la canción.

¿Al aumentar la cantidad de movimientos se presentaron diferencias respecto al reconocimiento y/o a la reproducción del primer patrón?

De nuevo se reconoció el nuevo patrón en un inicio, se repitió correctamente con la dirección docente, pero parte del grupo volvió a realizar el patrón anterior al aumentar la velocidad en los movimientos.

¿Se realizaron las actividades adicionales? ¿Qué patrones y pasos fueron propuestos por los niños? ¿Mantuvieron el compás seleccionado para sus patrones?

No se realizaron las actividades adicionales por falta de tiempo

Realizar actividades cortas que brinden a todos los estudiantes el tiempo necesario es fundamental, al igual que el cambio de compañeros de forma tal que puedan expresar sus frustraciones al no lograrlo al primer intento.

Trabajar con nuevos compañeros sirvió para reconocer habilidades que previamente no se habían observado.

Utilizar el tablero como recurso visual para tener una mejor guía funcionó, se propone continuar con el uso de esta herramienta.

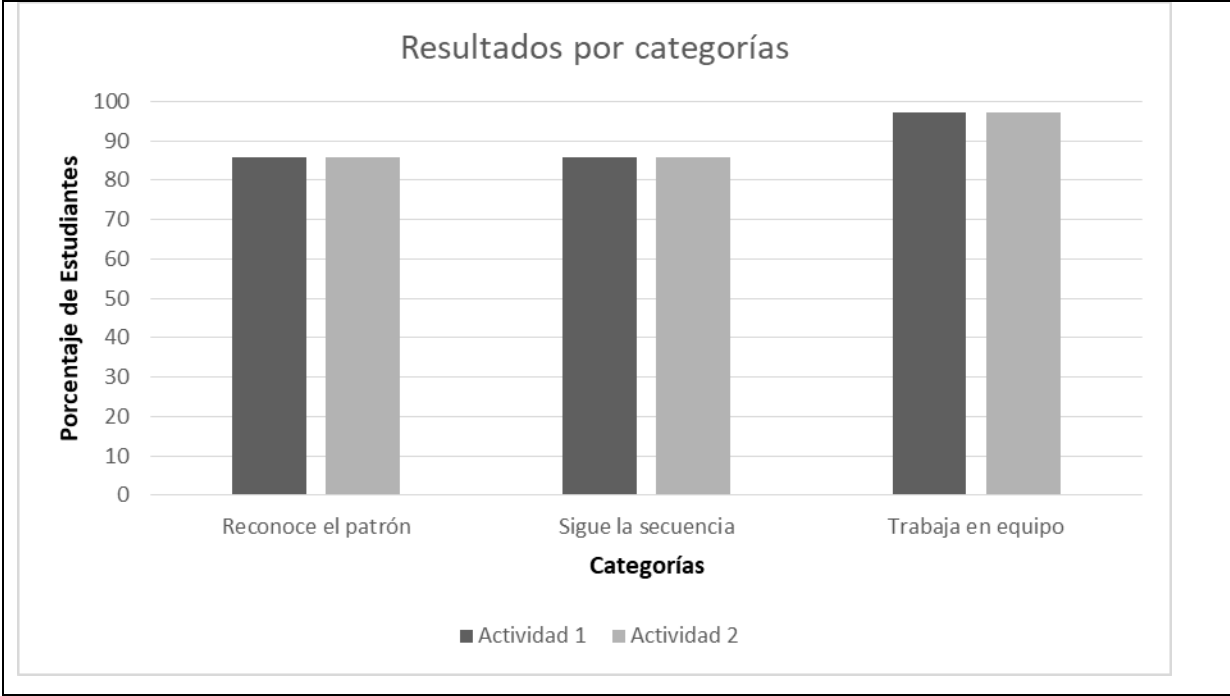
#### Análisis

En esta sesión, se obtuvieron buenos resultados en las categorías a observar, lo que puede ser producto de los ajustes realizados con respecto a las consideraciones realizadas en la primera sesión, como el uso de recursos visuales adicionales, así como la familiaridad de los estudiantes con el tema a trabajar, y en este caso, la canción alrededor de la cual se realizaban las actividades.

En términos de reconocimiento de patrones y seguimiento de secuencias, se observó que si bien la velocidad con la que los estudiantes lograban estas metas era distinta, la mayoría de los estudiantes persistieron hasta alcanzar a sus compañeros, contando además con la ayuda de los mismos, en algunos casos. Esto indica que el entorno provisto en el aula de clase les da la libertad para desarrollar un proceso de aprendizaje sin temor a la equivocación, un aspecto muy positivo para la consecución de dicho proceso.

Respecto al trabajo en equipo, el trabajar con diferentes compañeros permitió que los estudiantes tomaran roles diferentes a aquellos que suelen tener en su grupo de amigos, algo que se considera como positivo, ya que de esta forma pueden fortalecer habilidades que generalmente no se ejercitan, como la expresión oral en el grupo, el liderazgo, la escucha, la cooperación, entre otros.

La planeación de las actividades, si bien se considera que hubo mejoría en esta sesión, sigue siendo un aspecto a tener en cuenta por parte de la docente en formación, específicamente en cuanto a los tiempos designados para las actividades. La estimación de los tiempos de explicación de la actividad, por ejemplo, deben ser ajustados según la experiencia, aunque también conviene tener en cuenta aspectos que puedan afectar al grupo de trabajo antes y durante la sesión.



*Tabla 8. Cuadro de análisis de la Sesión 2.*

SESIÓN N°3				
Fecha: 7 de septiembre de 2017			Participantes: 32	
Propósitos	Del Docente en formación		Proponer tres patrones corporales que sigan el mismo ritmo. Realizar consecutivamente dichos patrones siguiendo una melodía previamente conocida por los niños.	
	De aprendizaje		Identificar y reproducir un patrón. Diferenciar patrones corporales.	
Justificación	Se realizó esta propuesta con la intención de presentar varias secuencias corporales a los niños en un mismo espacio, para que diferenciaron entre sus patrones y la cantidad de repeticiones de estos.			
Resumen de resultados	Categoría		Actividad 1	Actividad 2
	Reconoce el patrón		96.8%	96.8%
	Sigue la secuencia		96.8%	96.8 %
	Trabaja en grupo		96.8%	53.1%
Registro detallado				
Secuencia de actividades	Resultados observados			
	Categoría	Tipo de respuesta	C.E.	Porcentaje
Se dividió el salón en cuatro grupos de nueve niños, designando un ayudante o líder para cada grupo, a	Reconoce el patrón	Realizaron el patrón de la primera secuencia con facilidad y fluidez al ritmo de la canción, desde la presentación del patrón con el ritmo establecido	9	28.1%
		Realizaron el patrón de la primera secuencia propuesto con fluidez después de repetir el patrón de cinco a diez veces con el ritmo establecido	19	59.3%
		Realizaron el patrón de la primera	2	6.2%

partir de los estudiantes con desempeño sobresaliente en actividades anteriores. El estudiante designado se encargaba de ayudar a su grupo a seguir el ritmo y realizar cada patrón. Se mostró la secuencia corporal a seguir, paso a paso, en cuatro grupos, sobre la mesa del profesor. Se presentó el primer paso, luego el primero y el segundo, después el primero, el segundo y el	secuencia con facilidad y fluidez sin el ritmo establecido		
	Si bien requirieron de mucho esfuerzo y concentración, realizaron el patrón propuesto en la primera secuencia lenta y cuidadosamente sin el ritmo establecido	2	6.2%
	Realizaron el patrón de la segunda secuencia, con facilidad y fluidez al ritmo de la canción, desde la presentación del patrón, con el ritmo establecido	6	18.7%
	Realizaron el patrón de la segunda secuencia propuesto con fluidez después de repetir el patrón de cinco a diez veces, con el ritmo establecido	3	9.3%
	Realizaron el patrón de la segunda secuencia con facilidad y fluidez, sin el ritmo presentado	12	37.5%
	Si bien requirieron de mucho esfuerzo y concentración, realizaron el patrón propuesto en la segunda secuencia lenta y cuidadosamente, sin el ritmo presentado	10	31.2%
	Realizaron el patrón de la tercera secuencia con facilidad y fluidez al ritmo de la canción, desde la presentación del patrón, con el ritmo establecido	13	40.6%
	Realizaron el patrón de la tercera secuencia propuesto con fluidez después de repetir el patrón de cinco a diez veces, con el ritmo establecido	15	46.1%
	Realizaron el patrón de la tercera secuencia con facilidad y fluidez, sin el	2	6.2%

tercero, y así sucesivamente en cada grupo. Cada vez que se presentaba un conjunto de pasos, se realizaron preguntas sobre las similitudes con los patrones precedentes. Los conjuntos de pasos se especificaron anteriormente en las sesiones a desarrollar		ritmo presentado			
		Si bien requirieron de mucho esfuerzo y concentración, realizaron el patrón de la tercera secuencia propuesto lenta y cuidadosamente, sin el ritmo presentado.	1	3.1%	
		No identifico el patrón de la segunda ni de la tercera secuencia.	1	3.1%	
	Sigue la secuencia		Realizaron correctamente la primera secuencia, con el ritmo establecido	28	87.5%
			Realizaron correctamente la primera secuencia sin el ritmo presentado	4	12.5%
			Realizaron correctamente la segunda secuencia, con el ritmo establecido	9	28.1%
			Realizaron correctamente la segunda secuencia sin el ritmo presentado	22	68.7%
			Realizaron correctamente la tercera secuencia, con el ritmo establecido	28	87.5%
			Realizaron correctamente la tercera secuencia sin el ritmo presentado	3	9.3%
			No realizó la segunda ni la tercera secuencia corporal sin ayuda, ni con el ritmo propuesto	1	3.1%
	Trabaja en equipo		Trabajaron en equipo logrando la primera secuencia.	32	100%
			Trabajaron en equipo logrando la segunda secuencia.	31	96.8%
			Trabajaron en equipo logrando la tercera secuencia.	31	96.8%
			Trabajo con el equipo en la primera secuencia pero no en las demás lo que	1	3.1%

		difícult realizarlas		
Una vez dominaron las secuencias completas, se coordinaron todos los grupos para tocar una canción de la siguiente manera: grupo 1, grupo 2, grupo 1 y grupo 2, grupo 3, grupo 4. Se preguntó si reconocen la canción cuyo ritmo fue desarrollado por ellos, y se presentó la canción.	Reconoce el patrón	Reconoce y reproduce los patrones planteados en los ritmos indicados.	2	6.2%
		Reconoce y reproduce los patrones planteados en ritmos diferentes a los indicados.	15	46.8%
		Reconoce los patrones planteados pero se le dificulta alternar entre patrones.	14	43.7%
		No reconoce el segundo ni el tercer patrón planteado, por lo cual no logró desarrollar la actividad.	1	3.1%
	Sigue la secuencia	Realizaron correctamente la secuencia y cambiaron de secuencia acorde al ritmo de la canción.	2	6.2%
		Realizaron correctamente la secuencia y cambiaron de secuencia sin tener en cuenta el ritmo de la canción.	15	46.8%
		Realizaron correctamente las secuencias presentadas, sin embargo tuvieron dificultades al cambiar de secuencia.	13	40.6%
		No realizaron una secuencia corporal	1	3.1%
	Trabaja en equipo	Trabajaron en equipo realizando cada patrón pero al alternar entre patrones no lograron comunicarse asertivamente.	17	53.1%
		No trabajaron en equipo, no pudieron seguir ni los cambios de patrón ni los ritmos	15	46.8%
Consideraciones para la siguiente sesión				
¿Los niños pudieron reconocer y repetir el patrón correspondiente?				

En su mayoría, los niños identificaron cada patrón y lo pudieron replicar. En la segunda secuencia se observó mayor dificultad para repetir el patrón, específicamente el paso de las palmas cruzadas, pues algunos realizaban las palmas rectas, observaban a sus compañeros y trataban de volver a hacer toda la secuencia, lo que ocasionaba que terminaran a diferentes tiempos, o que los realizaran a mayor velocidad, alterando el ritmo del grupo.

¿Los movimientos presentados se realizaron acorde al ritmo acordado?

Para la primera y la tercera secuencia se logró realizar los patrones en el ritmo propuesto, sin embargo la segunda secuencia no se realizó con claridad, es decir, algunos niños no seguían el ritmo y alteraron el resultado del grupo.

¿Los niños identificaron las diferencias entre los patrones? ¿Cómo lo manifestaron?

Sí, los niños identificaron que cada secuencia se componía de diferentes partes, que no se repetían la misma cantidad de veces, y que el primer movimiento de la primera secuencia no pertenecía al patrón que en esta se repetía, mientras que en las otras dos todos los movimientos se repetían en el mismo orden.

¿Al aumentar la cantidad de movimientos se presentaron diferencias respecto al reconocimiento o a la reproducción del patrón realizado en la sesión anterior?

Al aumentar la cantidad de movimientos no se observaron diferencias en cuanto al reconocimiento y reproducción del patrón. Sin embargo, el realizar el patrón de forma individual y ayudar a sus compañeros a realizarlo, aumentó el porcentaje de logros en la repetición del patrón y en su comprensión

¿Se realizaron las actividades adicionales? ¿Por qué sí? ¿Por qué no? ¿Los niños pudieron identificar la canción?

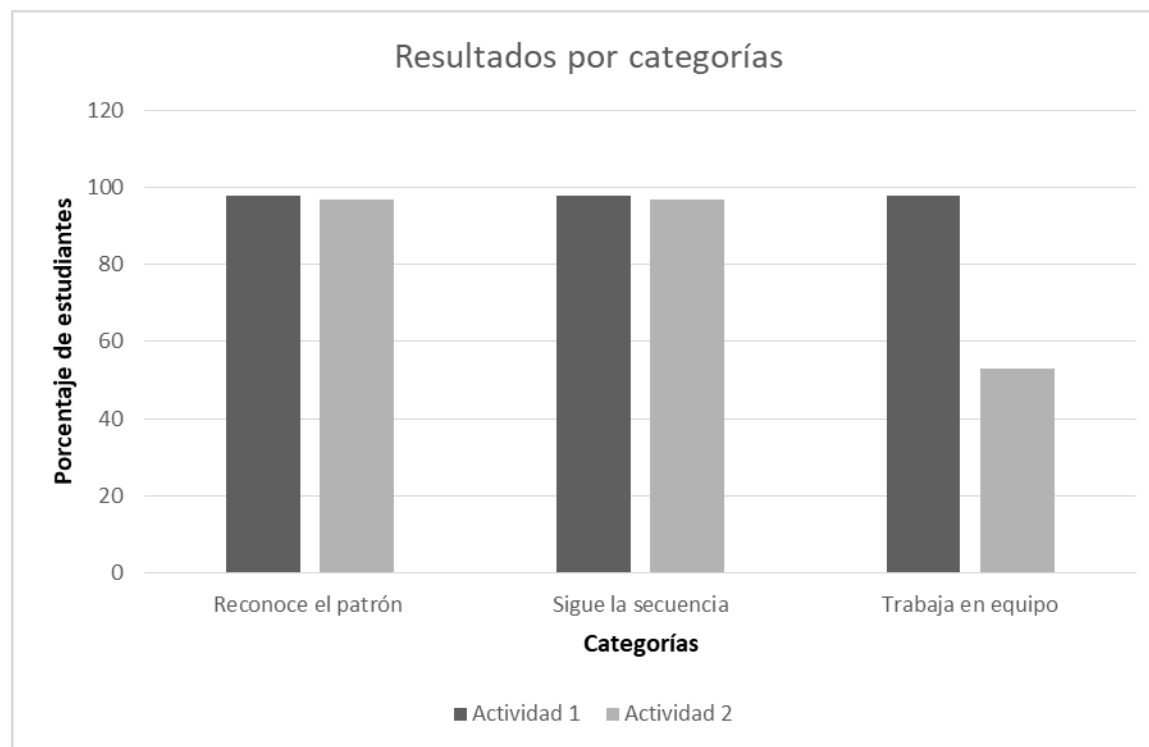
Los niños no identificaron la canción a partir del ritmo realizado para la reproducción de las secuencias, asociando la canción correspondiente, solo tras escucharla. Se realizó la actividad adicional de forma incompleta, pues se reunieron en la canción las secuencias presentadas pero no todos los estudiantes pudieron hacerlas y no se tuvo el tiempo de corregir ni practicar dicho ensamblaje.

Las actividades a realizar deben ser más cortas, focalizadas directamente en el patrón a seguir, es necesario trabajar en grupos pequeños, de cuatro participantes.

Análisis

Para esta sesión, se varió la canción utilizada, pasando a una que resultara pertinente al

contexto de los estudiantes. La canción seleccionada era conocida por los niños, lo que contribuyó a su participación activa en la misma. A continuación se presentan los resultados obtenidos con respecto a las categorías a observar.



Los resultados se aproximaron en esta sesión, al 100% en reconocimiento de patrones y seguimiento de secuencias. Sin embargo, en un análisis detallado, existen algunos aspectos a tener en cuenta en torno a estos resultados. En particular, respecto al trabajo en equipo, en la segunda actividad, se intentó coordinar los pasos del patrón entre todos los estudiantes del curso, lo que derivó en peores resultados en general, y en que existiera una mayor confusión entre los estudiantes, razón por la que se considera que retomar la segmentación en grupos de trabajo será más provechoso a futuro.

Sin embargo, en general se observó con satisfacción, que el aprendizaje entre pares, manifiesto en la colaboración en los diferentes grupos de trabajo de la primera actividad, permitió que los estudiantes alcanzaran logros semejantes en cuanto a patrones y secuencias, logrando un desempeño de comprensión semejante en general.

Esto es fundamental para mantener la participación de todos los estudiantes, ya que ninguno de ellos se siente aislado o excluido por los resultados que obtiene, favoreciendo un entorno amigable para el desarrollo del proceso de aprendizaje.

Finalmente, como se había expuesto en el análisis de sesiones anteriores, tener en cuenta las sensaciones experimentadas por los estudiantes puede llevar a resultados favorables, como en el caso del cambio de líder de grupo, donde se logró que dos estudiantes, quienes no estaban satisfechas con sus roles, pudieran aprovechar mejor la actividad al cambiarlos.

*Tabla 9. Cuadro de análisis de la Sesión 3.*

SESIÓN N°4				
Fecha: 31 de agosto de 2017			Participantes: 35	
Propósitos	Del Docente en formación	Proponer un patrón corporal que incluya desplazamiento y cuya secuencia pueda ser utilizada para realizar una medición de distancia.		
	De aprendizaje	Identificar y reproducir un patrón. Utilizar un patrón para realizar una medición. Trabajar en grupo para obtener los resultados deseados		
Justificación	Se realizó esta propuesta con la intención de presentar a los niños un patrón, de forma tal que pudiese ser utilizado como unidad de medida, en un entorno que sea previamente conocido o familiar para ellos, perteneciente al contexto de su vida cotidiana.			
Resumen de resultados	Categoría	Actividad 1	Actividad 2	
	Reconoce el patrón	100%	100%	
	Sigue la secuencia	94.28%	77.14%	
	Trabaja en grupo	100%	77.14%	
Registro detallado				
Secuencia de actividades	Resultados observados			
	Categoría	Tipo de respuesta	C.E.	Porcentaje
Se escribió el siguiente estribillo en el tablero:	Reconoce el patrón	Reconoció el patrón planteado	35	100%
		Reconoció un patrón diferente al patrón planteado	0	0%
		No reconoció ningún patrón	0	0%
(1) Ferrocarril, carril, carril	Sigue la secuencia	Realizaron la secuencia con facilidad y fluidez desde la presentación del patrón.	10	28.5 %
(2) De Roma a Brasil, Brasil, Brasil,		Realizaron la secuencia propuesta con fluidez después de repetir el patrón de dos a tres veces.	23	65.7% %
(3) Un pasito		Presentaron dificultades para realizar la	2	5.7%

pa atrás, pa		secuencia		
atrás, pa atrás		Trabajaron en equipo, se apoyaron uno al	35	100%
En el salón se		otro y logrando realizar una secuencia.		
mostró la				
siguiente				
coreografía,				
cantando el				
estribillo				
presentado				
acorde a ella:				
Cuatro pasos				
para adelante,				
Cuatro pasos				
para adelante,				
Un paso para				
adelante y tres	Trabaja			
para atrás.	en equipo			
Se realizó la		No trabajaron en equipo	0	
coreografía				
paso a paso				
individualmen				
te para que				
todos los				
niños tuvieran				
claridad				
acerca de				
cuáles eran				
los				
movimientos				
y su relación				
con el				

estribillo.				
Se formaron nueve grupos de cuatro participantes cada uno, se pidió que entrelazaran los brazos formando una línea. En grupo se solicitó que cantaran el estribillo mientras realizaban la coreografía. Se dirigió a los niños a las canchas de basquetbol y se ubicaron sobre los lados angostos de la cancha. Se propuso realizar la coreografía tantas veces	Reconoce el patrón	Reconoce el patrón planteado	35	100%
		Reconoce un patrón diferente al planteado	0	0%
		No reconoce ningún patrón	0	0%
	Sigue la secuencia	Realizaron el patrón con facilidad y fluidez.	16	45.7%
		Tuvieron dificultad para trabajar como equipo en un inicio, pero lo lograron después de practicar algunas veces.	11	31.4%
		Presentaron dificultades para realizar la secuencia en grupo	7	20%
		No realizaron la secuencia	1	2.8%
	Trabaja en equipo	Trabajaron en equipo, desde el inicio	16	45.7%
		Trabajaron en grupo paulatinamente	11	31.4%
		Se dificultó el trabajo en equipo, por lo cual no se realizó la secuencia óptimamente	7	20%
No trabajó en grupo		1	2.8%	

<p>como fuese necesario para llegar a la mitad de la cancha, identificada por una línea divisoria que se encontraba allí.</p>				
<p>Consideraciones para la siguiente sesión</p>				
<p>¿Los niños pudieron reconocer y repetir el patrón correspondiente?  Reconocieron el patrón con facilidad.</p> <p>¿Se logró utilizar la secuencia corporal como forma de medida?  Sí, los niños contaron cuántas veces debían jugar para llegar a la mitad de la cancha, se escucharon diferentes respuestas entre ellas 4 y medio, refiriendo que llegaron a la mitad de la cancha al mencionar el último Brasil de la quinta vez que se repitió el patrón.</p> <p>¿Qué respuestas dieron a las preguntas acerca de la cantidad de pasos y secuencias necesarias para recorrer media cancha?  Los niños respondieron de 30 a 48 pasos, y de 4 a 6 jugar la secuencia. Al preguntarles por qué se daba la diferencia en las respuestas, ellos concluyeron que se daba por el tamaño del paso, determinado por la altura de cada uno. Los niños comentaron que algunos redujeron el tamaño de sus pasos para poder avanzar como equipo y llegar al final de la cancha al mismo tiempo.</p> <p>Indicar qué grupos formar ayudó a la dinámica del grupo, es recomendable realizar actividades que combinen el trabajo individual y el trabajo grupal.</p>				
<p>Análisis</p>				
<p>Las actividades desarrolladas en esta sesión, buscaban proveer a la docente en formación con una oportunidad para observar el avance de los estudiantes en secuencias corporales. Los resultados obtenidos son gratamente satisfactorios, al alcanzarse muy altos desempeños en las tres categorías.</p>				

El trabajo en grupo, formulado esta vez a partir de grupos con una cantidad reducida de estudiantes en cada uno (4 estudiantes), permitió que la sesión se realizará con mayor facilidad, favoreciendo el desarrollo de las actividades planeadas en los tiempos establecidos, mitigando una de las dificultades observadas al inicio del proceso de aprendizaje.

Los grupos de trabajo permitieron la contribución entre los estudiantes. Los niños a los que se les dificultaba seguir la secuencia inicialmente, pudieron apoyarse en sus compañeros para poder lograrlo más adelante, fortaleciendo no solo sus conocimientos y su desempeño en la actividad, sino también sus lazos con los compañeros de trabajo.

Existieron sin embargo algunos casos en donde los grupos no obtuvieron buenos resultados, en cuyos casos se debe hacer seguimiento con respecto a los integrantes, quienes pueden tener dificultades de trabajo con algunos de sus compañeros debido a sus diversas personalidades. Si bien estas dificultades son normales en las relaciones humanas, deberán ser tenidas en cuenta para que en actividades futuras no desemboquen en frustraciones respecto al trabajo realizado. Rotar los grupos puede ser una estrategia para estos casos.

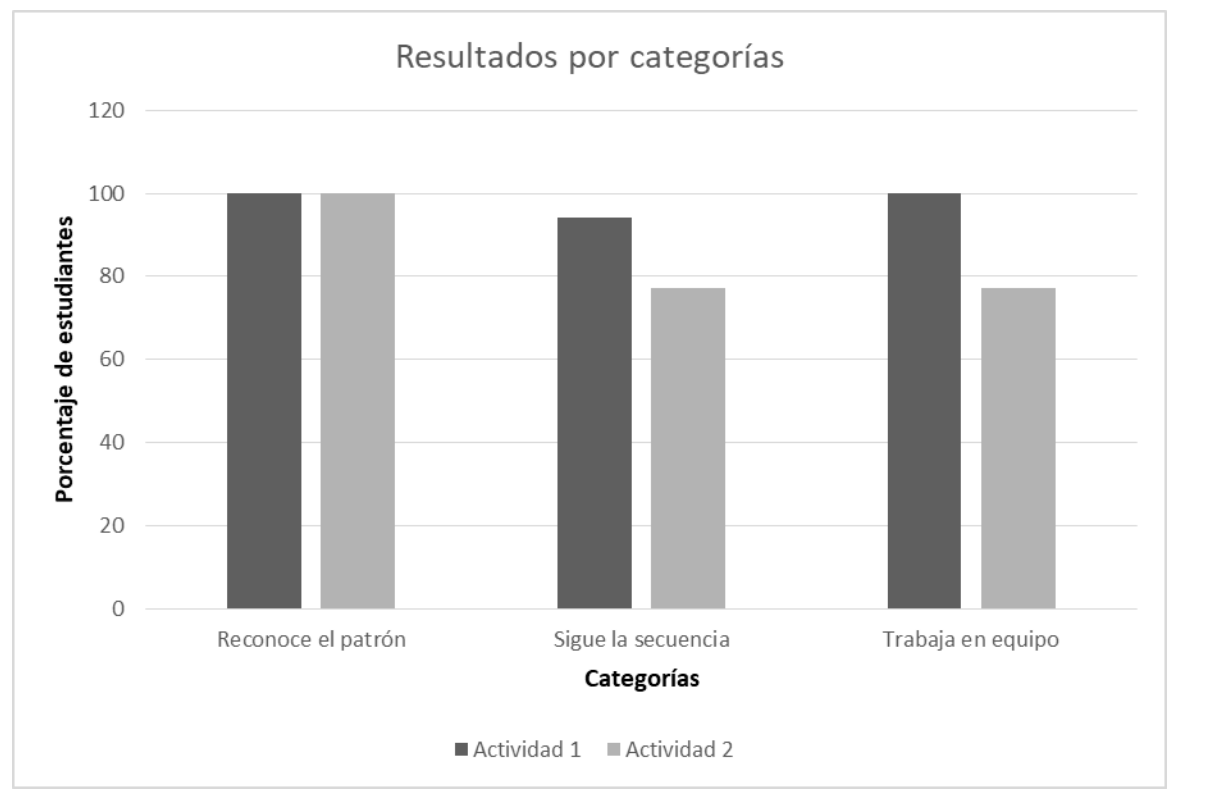






Tabla 10. Cuadro de análisis de la Sesión 4.

SESIÓN N°5		
Fecha: 4 y 5 de Octubre de 2017		Participantes: 35
Propósitos	Del Docente en formación	<p>Presentar las secuencias manipulativas</p> <p>Trabajar con un patrón que se relaciona con un tema numérico ya estudiado con los niños.</p> <p>Guiar un proceso de análisis en una secuencia.</p> <p>Brindar el tiempo y los recursos para que los niños creen un patrón.</p>
	De aprendizaje	<p>Crear una secuencia a partir de un patrón</p> <p>Crear un patrón y una secuencia propia</p> <p>Evidenciar la tabla de uno, del dos y del tres anteriormente estudiada con el material concreto gracias a la relación con las secuencias realizadas.</p>
Justificación	<p>Con esta sesión se quiso dar a conocer a los niños el significado de patrón y secuencia de manera explícita para concretar los procesos cognitivos desarrollados en las sesiones anteriores. Se buscó además continuar con dichos procesos a partir de un nuevo tipo de secuencias para los niños, las secuencias manipulativas, con un material llamativo y el tiempo suficiente que les permitiese identificar el concepto de patrón de forma concreta.</p> <p>Por las temáticas numéricas estudiadas por los niños en la clase de matemáticas, específicamente las tablas de multiplicar, se propusieron patrones que tuviesen relación directa con este tema, con el fin de que aplicaran el pensamiento aritmético dentro de una actividad envuelta en el</p>	

	pensamiento algebraico.				
Resumen de resultados	Categoría	Actividad 1	Actividad 2	Actividad 3	Actividad 4
	Reconoce el patrón	68.5%	20%	88.5%	25.7%
	Sigue la secuencia	97.1%	88.5%	80%	25.7%
	Trabaja en grupo	NA	NA	NA	25.7%
Registro detallado					
Secuencia de actividades	Resultados observados				
	Categoría	Tipo de respuesta		C.E.	Porcentaje
Se preguntó a los niños ¿qué se entiende por patrón y por secuencia?, terminando con la formalización de ambos términos, escribiendo en el tablero que un patrón es la cadena más corta de elementos que se repiten y que una secuencia es un conjunto	Reconoce el patrón	Reconoció el patrón planteado		24	68.5%
		Reconoció un patrón diferente al patrón planteado		0	0%
		No reconoció ningún patrón		11	31.4%
	Sigue la secuencia	Realizaron correctamente la secuencia replicando el patrón		34	97.1%
		No realizaron la secuencia		1	2.8%
	Trabaja en equipo	No aplica			

<p>de patrones que se repiten. Se entregó a cada niño diez dos grupos de 10 palos de paleta de dos colores distintos. Se dibujó la siguiente secuencia en el tablero</p>  <p>Se solicitó que replicaran el patrón con los palos y que lo continuaran. Se preguntó cuál es el patrón y cuántas veces se repite con la cantidad de palos que cada uno tenía. Se preguntó si la</p>				
---	--	--	--	--

cantidad de palos es la misma que la cantidad de patrones.				
<p>Se dibujó la siguiente secuencia en el tablero</p>  <p>Se preguntó ¿Cuál es el patrón? ¿Cuántas veces se repite? ¿Cuántos palos se utilizaron? durante la clase se observó que a la mayoría de niños se les dificultó entender este patrón ante lo cual se propuso el siguiente</p>	Reconoce el patrón	Reconocieron el primer patrón	7	20%
		No identificaron el primer patrón	27	77.1%
		Reconocieron el segundo patrón	28	80%
		No identificaron el segundo patrón	6	17.1%
		No reconocieron ningún patrón planteado	1	2.8%
	Sigue la secuencia	Realizaron correctamente la primera secuencia	34	97.1%
		No realizaron correctamente la primera secuencia	1	2.8%
		Realizaron correctamente la segunda secuencia	31	88.5%
		No realizaron correctamente la segunda secuencia	4	11.4%
		No realizaron ninguna secuencia	1	2.8%
	Trabaja en equipo	No aplica		

<p>cambio:</p>  <p>Y respondiendo las mismas preguntas</p>				
<p>Se dibujó la siguiente secuencia en el tablero</p>  <p>Se preguntó ¿Cuál es el patrón? ¿Cuántas veces se puede repetir con los palitos que cada uno tiene? ¿Sobran palitos? ¿Cuántos palitos se necesitan para repetir el patrón 10 veces?</p>	Reconoce el patrón	Reconocieron el patrón	31	88.5%
		No reconocieron el patrón	4	11.4%
	Sigue la secuencia	Realizaron correctamente la secuencia	27	77.1%
		Extrapolaron la cantidad de palitos para 10 repeticiones	1	2.8%
	No realizaron correctamente la secuencia	5	14.2%	
Trabaja en equipo	No aplica			
Se brindó el	Reconoce	Propusieron un patrón con disposiciones	9	25.7%

espacio para que cada niño creara una secuencia, y explicara cuáles es el patrón y como se repetía.	el patrón	diferentes a las presentadas		
		No propusieron ningún patrón	26	74.2%
	Sigue la secuencia	Realizaron una secuencia a partir de los patrones creados	8	22.8%
		Extrapolaron la cantidad de palitos para 10 repeticiones en las secuencias creadas	1	2.8%
		No realizaron ninguna secuencia	26	74.2%
	Trabaja en equipo	Trabajaron en equipo para crear las secuencias	9	25.7%
No trabajaron en grupo		26	74.2%	

#### Consideraciones para la siguiente sesión

¿Qué preguntas surgieron al explicar los conceptos de patrón y secuencia?

Inicialmente no se presentaron preguntas con respecto a los conceptos, sin embargo, a partir de las observaciones realizadas durante la actividad, resultó claro que estos conceptos no han sido comprendidos completamente por los estudiantes, razón por la que se deberá hacer énfasis en los conceptos y sus diferencias en sesiones posteriores

¿Se pudieron replicar los tres patrones? ¿Cuál presentó mayor dificultad y por qué?

El segundo, en una instancia inicial se dificultó para una mayoría de los estudiantes reconocer el patrón, pienso que el tipo de patrón no fue el óptimo, pues al cambiar de disposición los elementos, dando un patrón de cambio de posición vertical y horizontal en vez de un patrón por cambio de color, se presentó una mayor comprensión del tema.

¿Qué patrones crearon los niños? ¿Cambiaron la distribución de los palos en sus diseños?

En principio, los niños creaban patrones siguiendo solamente la cantidad de palitos, por ejemplo, cada dos palitos cambiaban de color, sin retornar al color inicial. Una vez realizado el patrón alterno con palitos en disposición vertical y horizontal, los niños empezaron a tener en cuenta el color en los patrones que creaban.

¿Notaron la relación entre los patrones y los primeros múltiplos del uno, dos y tres?

En el caso de un estudiante en particular, Estudiante 2, se observó que relacionó los múltiplos del uno, dos y tres, y los utilizó para estimar la cantidad de palitos requeridos para una cantidad de repeticiones, llegando hasta la cantidad necesaria para 6 repeticiones.

Sería interesante realizar una secuencia generalizable mediante la suma, dado que la

multiplicación es menos trabajada por los estudiantes, así se podría facilitar la explicación de un patrón mediante una operación aritmética.

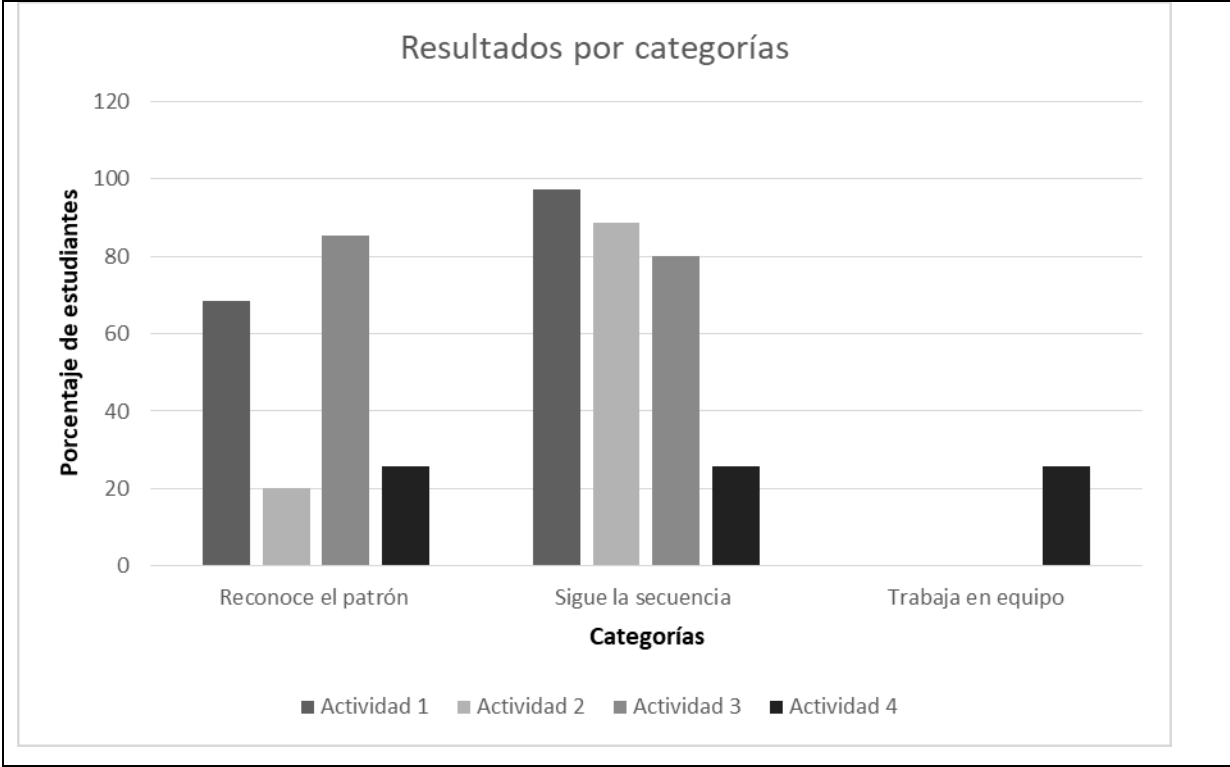
#### Análisis

En esta sesión, se introdujo a los estudiantes a las secuencias manipulativas, buscando observar las variaciones entre los resultados obtenidos tanto con respecto a la primera sesión, como a la última sesión relacionada con secuencias corporales. En principio, las experiencias vividas en las anteriores sesiones permitieron la obtención de mejores resultados que en la primera sesión, dado que algunas de las consideraciones previas fueron aplicadas, como la organización de la actividad y la utilización del tablero.

Por otra parte, los resultados obtenidos muestran una baja en los porcentajes correspondientes a las categorías a observar. Esto, cabe notar, era lo que se esperaba, dado que se trataba un nuevo tema en la clase, y por tanto, resulta comprensible que haya algunas dificultades, con respecto al tema anterior, trabajado en cuatro sesiones.

Sin embargo, los resultados obtenidos, especialmente en cuanto a reconocimiento de patrones indican que los estudiantes no se encuentran familiarizados con el concepto de patrón, y que se requiere de una formalización de dichos conceptos, teniendo en cuenta lo aprendido, y los conocimientos previos y actuales de los niños, con el fin de facilitar el aprendizaje, tanto de secuencias manipulativas, como figurativas en el futuro, así como afianzar lo aprendido con respecto a secuencias corporales.

Por último, en cuanto al trabajo en grupo, en esta sesión se trabajó principalmente de forma individual, trabajando de forma colectiva solo en la última actividad, momento en el que fue notorio el cansancio de los estudiantes debido al trabajo realizado y a las dificultades del mismo, razón por la que en esta categoría, los resultados no fueron los mejores. Esto constituye un aspecto a tener en cuenta para la planeación futura, dado que si bien la intención era brindar un espacio de esparcimiento, los niños pueden requerir de otros estímulos tras las actividades realizadas anteriormente, durante una misma sesión.



*Tabla 11.* Cuadro de análisis de la Sesión 5.

SESIÓN N°6				
Fecha: 27 de Octubre de 2017			Participantes: 35	
Propósitos	Del Docente en formación		Proponer la creación de un patrón cuya variable es la cantidad de tiras de cada color. Incentivar el trabajo en equipo. Dar un uso decorativo a la creación de patrones y secuencias en una celebración para los niños	
	De aprendizaje		Crear un patrón a partir de una cantidad determinada de elementos.	
Justificación	<p>Para esta sesión se trabaja con dos variables: dos colores y la cantidad de eslabones por grupo. Se plantea dar la libertad de crear un patrón, dada una cantidad de elementos, esto permitirá verificar que los niños saben crear secuencias a partir de un patrón.</p> <p>Partiendo de las actividades realizadas anteriormente, se busca reforzar los conceptos de patrón y secuencia, los cuales han sido tratados en clase, pero se percibe que los estudiantes no han comprendido totalmente dichos conceptos, por lo que se considera pertinente realizar sesiones con base en secuencias que se han tratado en sesiones previas.</p>			
Resumen de resultados	Categoría		Actividad 1	Actividad 2
	Reconoce el patrón		100%	45.7%
	Sigue la secuencia		77.1%	45.7%
	Trabaja en grupo		65.7%	77.1%
Registro detallado				
Secuencia de actividades	Resultados observados			
	Categoría	Tipo de respuesta	C.E.	Porcentaje
Se propuso decorar el salón para la	Reconoce el patrón	Crearon un patrón	35	100%
		No reconoció ningún patrón	0	0%
	Sigue la	Realizaron una secuencia utilizando todos	27	77.1% %

celebración del día de los niños con la temática de Halloween. Para ello se formaron grupos de 4 estudiantes y a cada grupo se le entregó uno de los siguientes paquetes de tiras de colores: 10 negras y 10 naranjas 6 negras y 12 naranjas 5 negras y 15 naranjas 8 negras y 12 naranjas 4 negras y 10 naranjas 6 negras y 10 naranjas 4 negras y 16 naranjas 6 negras y 8	secuencia	los elementos recibidos		
		Realizaron una secuencia, pero el último patrón quedó incompleto	8	22.8%
		No realizó ninguna secuencia	0	0%
	Trabaja en equipo	Trabajaron en equipo, escucharon las opiniones de sus compañeros y se facilitó la realización de los patrones.	23	65.7%
		Al inicio primó la opinión de dos participantes del grupo lo que dificultó la creación del patrón. Sin embargo después de la sesión de la docente en formación se logró establecer correctamente el diálogo	12	34.2%
		No trabajaron en equipo	0	0%

naranjas 7 negras y 14 naranjas Se solicitó que formaran un patrón con ellos, para lo cual se pidió que las organizaran y la mostraran antes de unirlos.				
Una vez se solicitó que explicaran cual fue el patrón creado.	Reconoce el patrón	Reconocieron el patrón	16	45.7%
		No reconoce el patrón	19	54.2%
	Sigue la secuencia	Identificaron la secuencia	16	45.7%
		Diferenciaron entre patrón y secuencia.	16	45.7%
		Siguieron la secuencia pero no la identifica.	19	54.2%
		No diferenciaron entre secuencia y patrón.	19	54.2%
	Trabaja en equipo	Explicaron a sus compañeros que no comprendían la secuencia para aprobar en grupo	27	77.1%
		Se concentraron en entender y explicar el patrón de manera individual y no ayudaron a sus compañeros	8	22.8%
Consideraciones para la siguiente sesión				
<p>¿Qué dificultades se observaron en el cumplimiento de las condiciones?</p> <p>Se observó que dos grupos de estudiantes tuvieron dificultades al realizar los patrones, dado que el patrón que proponían no podía repetirse una cantidad de veces entera, habiendo tiras sobrantes. Aunque esto podía darse en múltiples condiciones, los grupos en mención</p>				

manifestaron confusión con respecto a cómo concluir con las tiras sobrantes

¿Se realizó la deducción esperada?

Solamente dos de los grupos realizaron la deducción de la distribución de tiras recibidas por el grupo y el patrón a realizar, los demás grupos realizaron diferentes patrones, con diferentes repeticiones y alternativas, que no necesariamente se relacionaron con las tiras recibidas por el grupo.

Durante la creación de los patrones se les facilita reconocerlos y explicarlos, pero al ver el patrón terminado se les dificulta diferenciar entre patrón y secuencia, y en algunos casos carecen del vocabulario necesario para exponer el patrón.

El tiempo fue apropiado.

#### Análisis

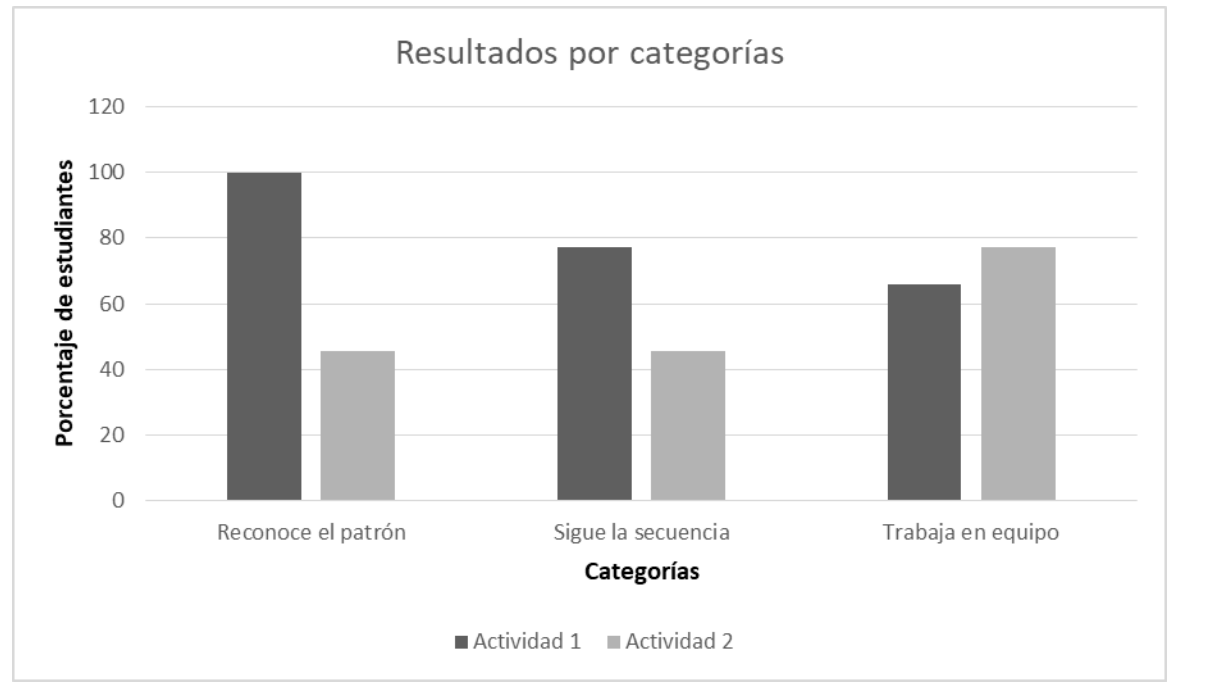
Para esta sesión, se propuso dar un giro a la estrategia a seguir para el alcance de las metas de aprendizaje, partiendo de la creación de patrones por parte de los estudiantes, en lugar de que fuese la docente en formación quien los planteara. Esto permitió que los niños se sintieran más involucrados en la actividad, al tener en cuenta sus aptitudes y opiniones. Esto, aunado a la posibilidad de personalizar su espacio de trabajo, permitió que los niños se sintieran a gusto al realizar la actividad, y pudieran explorar tanto su opinión personal, como el desarrollo de consensos en sus grupos de trabajo.

Los resultados obtenidos en términos de trabajo en grupo fueron en consecuencia, muy satisfactorios, particularmente en la etapa de creación de patrones, durante la cual se observó que los niños llegaron a acuerdos con respecto al patrón a realizar, tras participar en discusiones al respecto.

La diferenciación entre patrón y secuencia sigue siendo un aspecto a reforzar. Las actividades de esta sesión buscaban que al ser los estudiantes quienes proponían el patrón, les resultara más sencillo identificar el mismo y diferenciarlo de la secuencia. Los niños, pudieron crear patrones y extenderlos a secuencias con relativa facilidad, lo que indica que sus conocimientos son aptos para tales tareas, sin embargo, los niños tuvieron dificultades al explicar los patrones creados, denotando la necesidad de continuar con la formalización del concepto, dándoles las herramientas lingüísticas para la descripción de patrones y su diferenciación con respecto a las secuencias.

A partir de lo observado en la sesión anterior, se planearon actividades que fueran concisas,

de forma que los estudiantes pudieron terminarlas a tiempo y sin afanes, algo que contribuyó a los buenos resultados en términos de trabajo en grupo, analizados anteriormente.



*Tabla 12.* Cuadro de análisis de la Sesión 6.

SESIÓN N°7			
Fecha: 27 de Octubre de 2017		Participantes: 35	
Propósitos	Del Docente en formación	<p>Proponer la creación de patrones teniendo en cuenta diferentes variables como lo son color, distribución espacial y figura geométrica.</p> <p>Brindar el espacio, el tiempo y los recursos para crear patrones según la estética de los niños</p> <p>Incentivar el trabajo en equipo para diseñar un patrón manipulativo.</p>	
	De aprendizaje	<p>Crear patrones a partir de colores y distribución espacial.</p>	
Justificación	<p>Para esta sesión se trabajó con dos variables: el color y la distribución espacial, utilizando por primera vez dos ejes para la distribución de los elementos del patrón, a diferencia de ocasiones anteriores en las que se trabajaba exclusivamente en un solo eje. Con esto se busca observar si los estudiantes pueden aplicar los conceptos y nociones aprendidos en clase bajo otras condiciones de trabajo, evidenciando el aprendizaje de los estudiantes.</p> <p>Adicionalmente, a partir de la utilización de varios colores y figuras, se busca incentivar las sensibilidades artísticas y de gusto por la geometría que puedan tener los estudiantes.</p>		
Resumen de resultados	Categoría	Actividad 1	Actividad 2
	Reconoce el patrón	60%	84,3%
	Sigue la secuencia	100%	77.1%
	Trabaja en grupo	60%	71.4%
Registro detallado			
Secuencia de	Resultados observados		

actividades	Categoría	Tipo de respuesta	C.E.	Porcentaje	
Se formaron 9 grupos de cuatro estudiantes, y se le entregó a cada uno varias figuras geométricas del mismo tipo y tamaño, de dos colores diferentes. Además se entregó una tira de cartulina y un cuadrado de cartulina. Se solicitó que crearan un patrón que cubra la tira.	Reconoce el patrón	Reconoció el patrón.	21	60%	
		No reconoció ningún patrón.	14	40%	
	Sigue la secuencia	Realizaron correctamente una secuencia.	35	100%	
		No realizaron ninguna secuencia.	0	0 %	
	Trabaja en equipo	Trabajaron en equipo	17	48.5%	
		Al comienzo se dificulto trabajar en equipo pero se logró después de hablar con los niños.	4	11.4%	
		No trabajaron en equipo	14	40%	
	A continuación se pidió que diseñaran un patrón que cubriera el cuadrado de cartulina que	Reconoce el patrón	Reconocieron el patrón sin ayuda	23	65.7%
			Se les dificulta explicar en palabras el patrón	4	11.4%
Replica pero no identifica un patrón, es decir, confunde patrón con secuencia.			8	22.85%	
Sigue la secuencia		Realizaron correctamente una secuencia	27	77.1%	
		Crearon una secuencia de colores	12	34.2%	
		Crearon una secuencia de distribución	8	22.8%	

fuera diferente al anterior.		espacial		
		Crearon una secuencia de colores y distribución espacial	7	20%
		Intentaron crear un patrón de colores y distribución espacial pero no se repetía en el orden propuesto	8	22.8%
	Trabaja en equipo	Trabajaron en equipo	25	71.4%
		No trabajaron en equipo	10	28.5%

#### Consideraciones para la siguiente sesión

¿Había claridad sobre los conceptos de patrón y secuencia?

Se observa que la mitad de los estudiantes confunde los conceptos de patrón y secuencia, mientras que a otro subconjunto de estudiantes se les dificulta expresar verbalmente las características del patrón, razón por la que se abordarán tanto los conceptos como la descripción verbal de patrones, en próximas sesiones.

¿Qué dudas surgieron?

Al inicio se presentaron preguntas sobre cómo hacer el patrón, y algunos estudiantes manifestaron sin inquietud por tener un patrón para copiar. Sin embargo, una vez explicado el hecho de que eran ellos quienes debían crear un patrón, a partir de su creatividad, los niños mostraron emoción y comenzaron la actividad con apremio.

¿Qué dificultades se presentaron al diseñar un patrón con dos variables

En general no se presentaron dificultades, incluso, los estudiantes aprovecharon el nuevo grado de libertad sobre el que trabajar: el posicionamiento sobre un nuevo eje. Los estudiantes utilizaron los dos ejes para crear secuencias variadas, llegando a utilizar solamente un eje para la definición del patrón, y el otro eje para componer las secuencias.

¿La cantidad de lados o su forma, recta o curva, influyó en la creación de los patrones y continuación de las secuencias?

La forma de las figuras influyó en la mayoría de los grupos, pues buscaban que los lados de las figuras coincidieran al formar el patrón, mientras que a su vez buscaban mantener una línea recta en la secuencia, lo que implicó que algunos buscaran mantener relaciones de simetría o de reflexión, según el caso, para lograr ambas metas.

Fue evidente en esta sesión que no se necesita reconocer un patrón para seguir la secuencia,

es menester entonces que las siguientes sesiones realicen énfasis en identificar el patrón, para tener una mayor comprensión de la secuencia.

#### Análisis

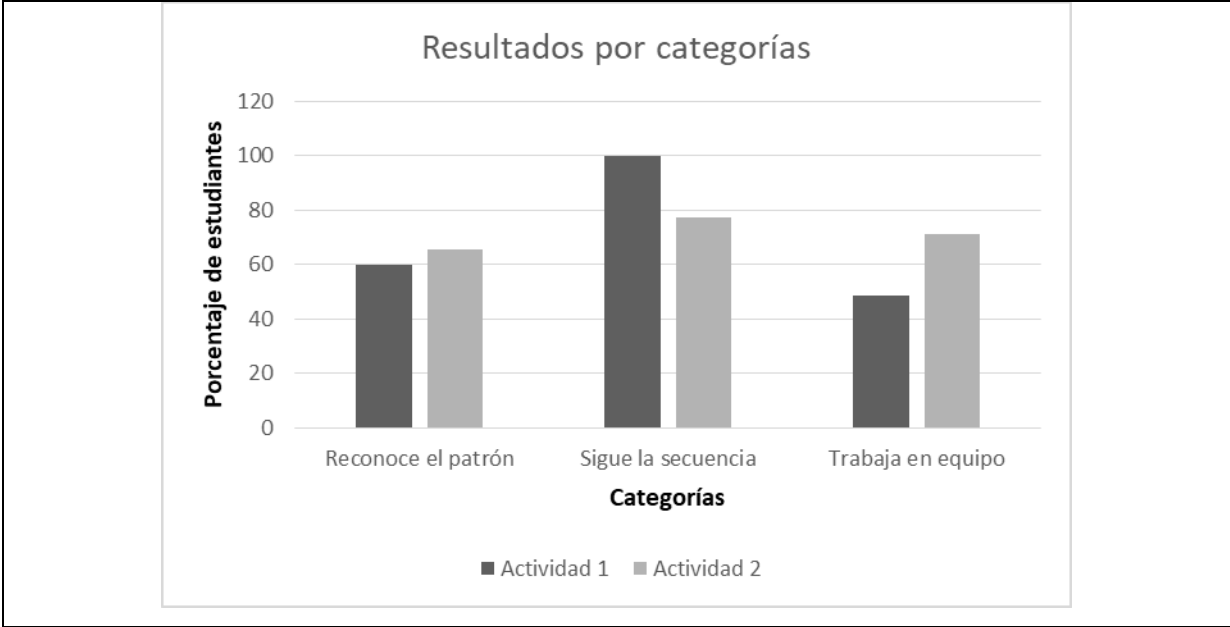
Habiendo obtenido resultados favorables al proponer actividades relacionadas con la creatividad y sensibilidad artística de los estudiantes, en la sesión se continuó con esta clase de actividades, lo que ha permitido que algunos estudiantes quienes no tuvieron desempeños sobresalientes en sesiones anteriores, puedan desenvolverse con mayor facilidad durante las actividades.

Se ha observado en actividades anteriores, que la diferenciación entre patrón y secuencia no es clara para los estudiantes, sin embargo, estas dificultades se han venido superando con cada sesión, particularmente en las relacionadas con secuencias figurativas. Por otra parte, los resultados obtenidos en cuanto al seguimiento de secuencias muestran que esta meta de aprendizaje es alcanzada por la mayoría de los estudiantes, por lo que resta solamente continuar el refuerzo del concepto de patrón, que se abordará en las siguientes sesiones.

La utilización de dos ejes para el trabajo de los estudiantes contribuyó a una identificación parcial del patrón, al disponerse el mismo en un eje, mientras que la secuencia se disponía en el otro. Esta clase de diferenciaciones demuestran, como se infería en el análisis de sesiones anteriores, que los estudiantes pueden comprender, de manera subconsciente, la diferencia entre patrón y secuencia, careciendo solamente de las herramientas para la expresión de dicha diferencia, en sus propias palabras.

El reto consiste entonces, en encontrar ese conjunto de palabras propias de los niños, para explicar la diferencia entre patrón y secuencia, siendo dicho conjunto un aspecto fundamental para el enfoque de la docente en formación y las actividades a seguir.

Para concluir, se observó que el trabajo en grupo fue difícil inicialmente, posiblemente por la existencia de nuevas libertades para la expresión de los estudiantes en cada grupo, sin embargo, gracias al trabajo realizado previamente, los niños, a través del diálogo y la autorregulación, pudieron llegar a consensos y a mejorar en cuanto a esta categoría, a lo largo del desarrollo de la sesión.



*Tabla 13.* Cuadro de análisis de la Sesión 7.

SESIÓN N°8		
Fecha: 2 de Noviembre de 2017		Participantes: 36
Propósitos	Del Docente en formación	<p>Proponer la creación de patrones a partir de figuras conocidas por los niños, los “emojis”</p> <p>Crear patrones estableciendo claramente cuál es el patrón y cual la secuencia.</p> <p>Incentivar el trabajo en equipo para diseñar un patrón figurativo.</p>
	De aprendizaje	<p>Crear patrones a partir de figuras.</p> <p>Identificar patrones</p> <p>Diferenciar entre el patrón y la secuencia</p>
Justificación	<p>Teniendo en cuenta el proceso de aprendizaje llevado a cabo con los estudiantes del curso, se busca seguir con la identificación de patrones y secuencias gráficas, especialmente considerando que la definición de patrón y secuencia no es clara para todos los estudiantes. Por ello, se busca que los estudiantes continúen con sus acercamientos para con dichos conceptos, y puedan afianzar sus conocimientos.</p> <p>Por otra parte, la utilización de elementos gráficos que les resultan conocidos y agradables, en este caso, los “emoji”, hace que la familiarización con el material, la actividad a realizar y los conceptos a trabajar durante la misma. Adicionalmente, este material puede incentivar la creatividad de los niños, haciendo que el proceso de aprendizaje sea más ameno para ellos.</p>	
Resumen de resultados	Categoría	Actividad 1
	Reconoce el patrón	100%
	Sigue la secuencia	100%
	Trabaja en grupo	100%
Registro detallado		
Secuencia de	Resultados observados	

actividades	Categoría	Tipo de respuesta	C. E.	Porcentaje
<p>Se retomó la definición de patrón y secuencia concretada anteriormente. Se entregó a cada grupo la tabla del anexo 2 y junto con un distintivo de su color.</p> <p>Se explicó que en cada espacio de la tabla solo podía colocarse un patrón.</p> <p>A continuación se enumeraron de uno a cuatro los integrantes de cada grupo y el número 4 pasó al centro, donde se encontraban tarjetas con las cuales podían armar distintos patrones.</p> <p>Cada niño</p>	Reconoce el patrón	Reconoció el patrón planteado	36	100%
		No reconoció ningún patrón	0	0%
	Sigue la secuencia	Realizaron correctamente 4 secuencias diferentes.	36	100%
		Diferencian patrón de secuencia sin ayuda.	26	72.2%
		Diferencian patrón de secuencia con ayuda de sus compañeros.	10	27.7%
		No realizaron secuencia alguna.	0	0%
	Trabaja en equipo	Trabajaron en equipo, se apoyaron uno al otro y logrando realizar una secuencia.	36	100%
		No trabajaron en equipo	0	0%

<p>escogió uno y mostró a los demás cual tomó, para asegurar que nadie repitiera el mismo patrón. En caso de no haber repeticiones, cada estudiante volvía a su grupo y mostraba el patrón con el que realizaron la primera de las secuencias. En caso de que hubiese repeticiones, las personas que habían elegido el mismo patrón lo devolvían y tomaban otra tarjeta.</p> <p>A continuación se llamó a los participantes con el número tres, los cuales debían ir al centro y buscar la tarjeta</p>				
--	--	--	--	--

<p>con la cual continuarían la secuencia, la que deberá ser igual a la elegida por el participante anterior.</p> <p>De esta manera se repitió para hacer 4 secuencias.</p> <p>Se solicitó que observaran los patrones y secuencias de sus compañeros. Se pidió que identificaran cual era el patrón en cada caso.</p>				
<p>Consideraciones para la siguiente sesión</p>				
<p>¿Los niños conocen la diferencia entre patrón y secuencia?</p> <p>La tabla ayudó a los niños a identificar con mayor claridad el patrón y la secuencia.</p> <p>Buscar por aparte cada patrón que conforma la secuencia demostró ser una actividad efectiva para que los estudiantes comprendieran la diferencia entre patrón y secuencia. En los casos de estudiantes que habían tenido dificultades con la diferencia entre estos dos conceptos, la tabla probó ser un medio para establecer claramente dicha diferencia.</p> <p>¿Qué dificultades se presentaron en el trabajo en grupo?</p> <p>En principio solamente un grupo logró autorregularse para buscar las figuras que necesitaban, los demás grupos les tomó dos turnos para darse cuenta que necesitaban ayudarse entre ellos. Sin embargo, en términos de organización de los grupos, esto es un avance con respecto a lo observado al inicio del proceso de aprendizaje, donde se requería de</p>				

mayor atención por parte de la docente titular y la docente en formación.

¿Identificaron los patrones de sus compañeros?

Sí, y adicionalmente pudieron verbalizar los patrones de sus compañeros, aunque algunos estudiantes mostraron dificultades al tratar de describirlos.

La sesión cumplió su objetivo, se propone que en las siguientes sesiones se mantengan los grupos de la misma.

#### Análisis

Las sesiones anteriores, centradas en las secuencias manipulativas, permitieron apreciar que aún con algunas dificultades, los estudiantes son capaces de diferenciar patrón y secuencia, así como de crear sus propios patrones y seguir secuencias planteadas por sí mismos, así como por sus compañeros.

Con esto en mente, en esta sesión se retomó la creación de patrones y secuencias figurativas por parte de los niños, combinándola con la disposición de una tabla en donde resultara clara la diferencia entre patrón y secuencia. En este caso, se utilizaron elementos propios de las redes sociales, que los niños encontraron no solamente familiares, sino agradables, siendo manifiesta su curiosidad con respecto a dichas redes, en su vida cotidiana.

La tabla utilizada permitió que los estudiantes pudieran establecer, en sus propios términos la diferencia entre patrón y secuencia, llegándose en general a la conclusión de que el patrón es “lo que se repite”, en sus propias palabras. Esta formalización del concepto, en una definición desarrollada por el grupo de estudiantes, prueba que los niños cuentan con las capacidades para trabajar conceptos del pensamiento variacional, partiendo de actividades orientadas a ello.

Con la diferenciación realizada, tanto con la tabla, como con el concepto creado y comprendido, los resultados obtenidos en términos de reconocimiento de patrones presentaron un cumplimiento de 100%, ilustrando la comprensión del tema y su aplicación en la actividad, por parte de los estudiantes.

En términos del seguimiento de secuencias, si bien algunos estudiantes tuvieron dificultades al describir las secuencias de sus compañeros, se observó que estas dificultades de expresión pueden ser superadas con ayuda de sus compañeros, y dada la posibilidad de describir sus propias creaciones, no representan una ausencia de comprensión de la diferencia entre patrón y secuencia.

Los grupos de trabajo de esta sesión mostraron muy buenos resultados, lo que puede ser producto de varios factores no necesariamente relacionados con la actividad desarrollada. Sin embargo, se buscará continuar con estos grupos de trabajo, suspendiendo las rotaciones realizadas previamente, con el fin de mantener los resultados obtenidos en cuanto a trabajo en grupo, de ser posible.

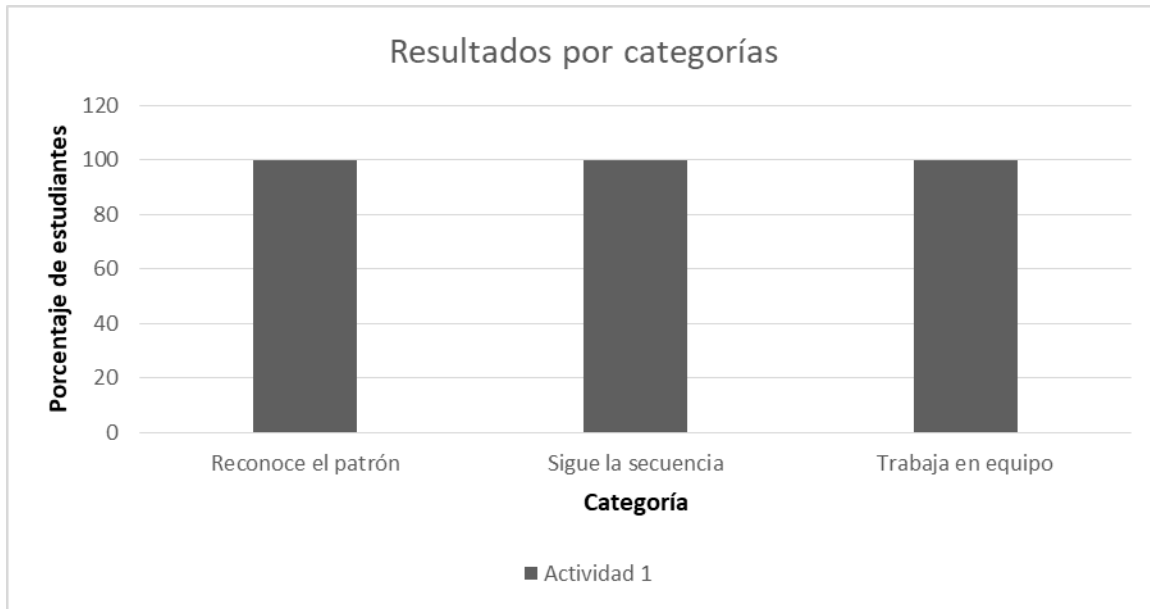


Tabla 14. Cuadro de análisis de la Sesión 8.

SESIÓN N°9		
Fecha: 9 de Noviembre de 2017		Participantes: 35
Propósitos	Del Docente en formación	<p>Guiar un proceso de generalización</p> <p>Dar a conocer una forma de registro</p> <p>Incentivar el trabajo en grupo</p> <p>Brindar el tiempo, el material, el espacio y la ayuda necesaria para que los estudiantes expresen de forma matemática la solución a un problema</p>
	De aprendizaje	<p>Proyectar cantidades sin tener los materiales presentes</p> <p>Reconocer y manejar de forma útil una tabla de datos</p>
Justificación	<p>A partir del proceso de aprendizaje en pensamiento variacional que se ha venido desarrollando con los estudiantes, se busca indagar acerca de la posibilidad de que los estudiantes lleguen a realizar un proceso de generalización, con ayuda de elementos manipulables que les permitan crear secuencias.</p> <p>Adicionalmente, se busca que los niños puedan trabajar el registro de datos, que puede contribuir para el pensamiento aleatorio, así como la interpretación y registro de información variada, una capacidad útil para su vida diaria, y para su formación.</p> <p>Por último, continuando con el trabajo realizado previamente, y en vista de los buenos resultados obtenidos con el trabajo en grupo, se busca seguir reforzando esta forma de trabajo, así como la solidaridad y el compañerismo entre los estudiantes para lograr un aprendizaje equitativo para con todo el curso.</p>	
Resumen de resultados	Categoría	Actividad 1
	Reconoce el patrón	2.8%

	Sigue la secuencia	65.7%	
	Trabaja en grupo	65.7%	
Registro detallado			
Secuencia de actividades	Resultados observados		
	Categoría	Tipo de respuesta	C.E. Porcentaje
Se entregaron 5 cubos a cada niño y se solicitó que armaran una pirámide como la presentada por la docente en formación, la cual tenía dos pisos, la base formada por dos cubos y la punta por uno. Una vez formadas las pirámides se realizaron a los niños las siguientes preguntas y se escribieron sus respuestas en el tablero: -¿cuántos	Reconoce el patrón	Reconoció el patrón planteado	1 2.8%
		Reconoció un patrón diferente al patrón planteado	1 2.8%
		No reconoció ningún patrón	33 94.2%
	Sigue la secuencia	Realizaron correctamente la secuencia completando la tabla	23 65.7%
		No realizaron correctamente la secuencia al no tener los cubos necesarios para cada piso	12 34.2%%
	Trabaja en equipo	Trabajaron en equipo, explicando sus propias hipótesis de cómo desarrollar la tabla y uniéndolas con las de sus compañeros de	23 65.7%
No trabajaron en equipo		12 34.2%	

<p>cubos</p> <p>utilizaron en el primer piso (la punta)?</p> <p>-¿Cuántos cubos se utilizaron en el segundo piso (la base)?</p> <p>-¿Cuántos cubos se utilizaron en total?</p> <p>Luego se propuso armar otro piso y se preguntó</p> <p>-¿cuántos cubos utilizaron en el primer piso (la punta)?</p> <p>-¿Cuántos cubos se utilizaron en el tercer piso (la base)?</p> <p>-¿Cuántos cubos se utilizaron en total?</p>				
---	--	--	--	--

<p>-¿Cuántos cubos tendrá el siguiente piso? ¿Cómo averiguarlo?</p> <p>Se presentó la tabla del anexo 1</p> <p>Se propuso completar entre todos la información de los 3 primeros pisos.</p> <p>Se dio una tabla a cada niño y se propuso completarla en grupos de 4 estudiantes.</p> <p>Se entregó una tabla de mayor tamaño para que la completaran con sus resultados y la expusieran a los demás</p>				
---	--	--	--	--

<p>grupos. Se preguntó si era posible saber cuántos cubos se utilizarían si se quisieran más pisos y cómo averiguarlo.</p>				
--	--	--	--	--

Consideraciones para la siguiente sesión

¿Qué dificultades e inquietudes presentaron los niños?

Se evidenció dificultad en completar la tabla para los pisos cuando los cubos no alcanzaban para formar la pirámide. Después de intentarlo de diferentes maneras tres grupos de sintieron frustrados y no lograron concentrarse para concluir la actividad.

¿Desde qué punto dejaron de utilizar los cubos para hacer las averiguaciones de manera aritmética?

A partir del quinto piso, en este aspecto la tabla fue una herramienta fundamental para realizar la actividad. La no disponibilidad de cubos para formar pirámides de mayor tamaño hizo que los niños buscaran formas de utilizar la Aritmética para completar la tabla.

¿Se pudieron realizar procesos de generalización? ¿Por qué? ¿Qué los caracterizó?

Solo dos estudiantes identificaron que existía una posible relación entre los pisos, la cantidad de cubos por piso y la cantidad total de cubos de la pirámide dada la cantidad de pisos. De manera acertada la estudiante 3 dedujo que la suma de los pisos era igual a la cantidad de cubos necesaria, sin embargo el Estudiante 2 propuso que era la multiplicación de la cantidad de cubos necesaria para pirámides cuya cantidad de pisos ya había experimentado. Se observó que cada estudiante utilizaba la operación con la que tenía mayor familiaridad para realizar la generalización.

La mayoría de los estudiantes no están listos para explicar una secuencia con recurrencia, los niños buscan explicar los patrones y secuencias a partir de la operación aritmética con la que tengan mayor afinidad.

## Análisis

Los resultados obtenidos en las sesiones anteriores, especialmente en la sesión No. 8, permitieron evidenciar la comprensión del concepto de patrón así como la diferencia entre dicho concepto y el de secuencia, siendo notorio que los estudiantes pueden crear sus propios patrones, y crear secuencias a partir de los mismos, así como identificar patrones en otras secuencias.

Por ello, en esta sesión, se buscó, con la utilización de secuencias manipulativas, el valorar la posibilidad de que los estudiantes realizaran un proceso de generalización en una secuencia recurrente, a partir de los conocimientos adquiridos a lo largo de las sesiones, así como sus conocimientos y aptitudes en cuanto a pensamiento matemático y pensamiento variacional.

En lo referente a seguimiento de secuencias, los niños pudieron seguir la secuencia a realizar, alcanzando a deducir algunos pasos siguientes de la misma, aun cuando los cubos disponibles para la construcción de la estructura resultaban insuficientes para ello. Por otra parte, en términos de reconocimiento del patrón, los niños tuvieron dificultades para expresar el patrón, llegando solamente a un caso exitoso y al planteamiento de una hipótesis adicional respecto al patrón.

Las dificultades observadas indican que el desarrollo de procesos de generalización se realiza teniendo en cuenta otros conocimientos en pensamiento matemático, posiblemente en operaciones aritméticas, que pueden brindar herramientas para explicar los patrones recurrentes, u otros conceptos de la matemática, tal como las sucesiones.

Las dificultades en el reconocimiento del patrón hicieron que los estudiantes buscaran por su cuenta una resolución, abandonando el modelo de trabajo en grupo en algunos casos. La perseverancia en cuanto al trabajo en grupo es un aspecto a reforzar en próximas sesiones, y posiblemente, en su proceso educativo en general.

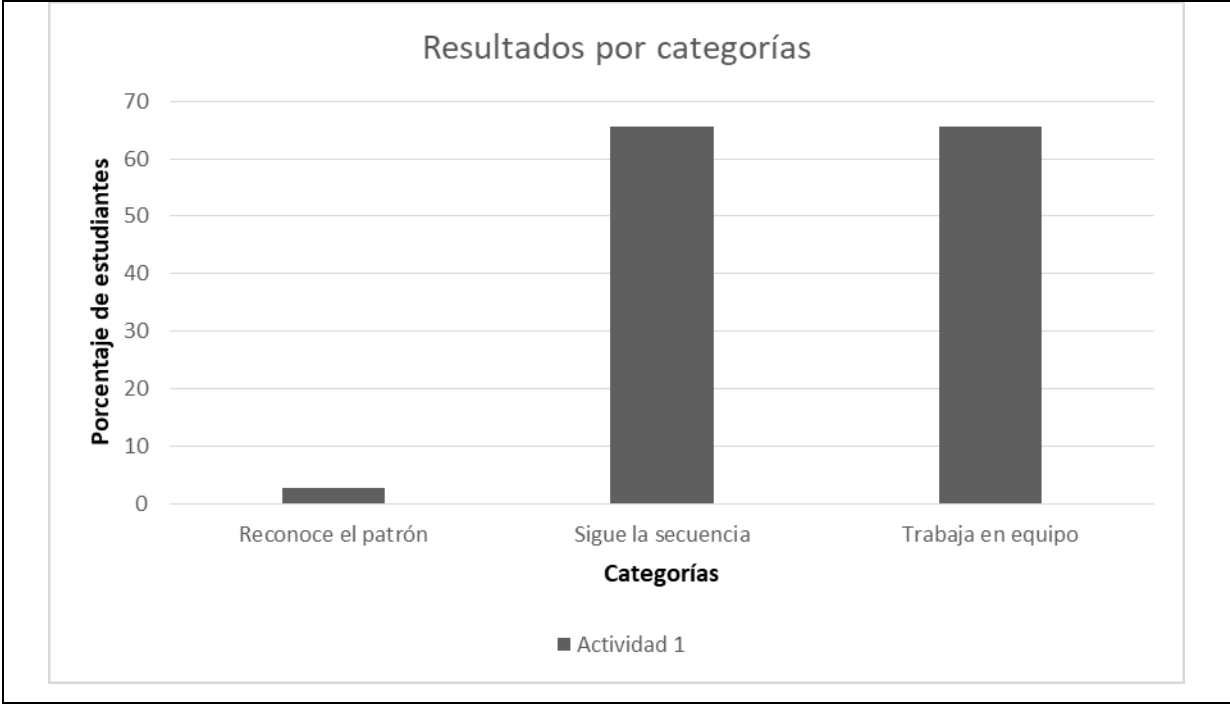


Tabla 15. Cuadro de análisis de la Sesión 9.

SESIÓN N°10		
Fecha: 3 de noviembre de 2017		Participantes: 36
Propósitos	Del Docente en formación	<p>Brindar herramientas para que los estudiantes desarrollen el lenguaje descriptivo que permita caracterizar un patrón y una secuencia</p> <p>Incentivar el trabajo en equipo</p> <p>Reforzar las habilidades de observación y análisis de los estudiantes</p>
	De aprendizaje	<p>Trabajar en equipo</p> <p>Describir adecuadamente un patrón y una secuencia</p> <p>Identificar patrones en secuencias que se desarrollen en una o dos dimensiones</p>
Justificación	<p>Con base en el trabajo realizado con los estudiantes, acerca de los conceptos de patrón y secuencia, se busca proseguir con el trabajo de secuencias gráficas, a partir de las cuales, los estudiantes podrán realizar descripciones de los patrones y secuencias identificados en varias imágenes. Esto a su vez, contribuye al desarrollo de habilidades de observación, al requerirse un análisis de lo percibido en las imágenes para poder realizar una descripción acertada.</p> <p>Por otra parte, se continúa con el énfasis en el trabajo en grupo, partiendo de los resultados obtenidos anteriormente, que han permitido concluir que el trabajo en grupo permite que los estudiantes adquieran conocimientos semejantes, mientras fortalecen sus vínculos con sus compañeros.</p>	
Resumen de resultados	Categoría	Actividad 1
	Reconoce el patrón	69.4%
	Sigue la secuencia	69.4%
	Trabaja en grupo	33.3%

Registro detallado				
Secuencia de actividades	Resultados observados			
	Categoría	Tipo de respuesta	C.E.	Porcentaje
Se formaron grupos de cuatro estudiantes y se ubicaron a los lados del salón, en el centro se dispusieron las imágenes que habrían de cazar. Se presentó la actividad a modo de juego donde cada grupo debía completar una ficha con la siguiente información: El nombre que el grupo le daba a la obra (la imagen del patrón), el	Reconoce el patrón	Reconocieron el patrón correspondiente a la descripción	25	69.4%
		No reconocieron ningún patrón	11	30.5%
	Sigue la secuencia	Identificaron correctamente la secuencia acorde a la descripción del patrón	25	69.4%
		Describieron las tres características que se solicitaron: color, forma y posición del teselado	9	25%
		Describieron el color y la forma del teselado	12	34.2%
		Identificaron el teselado acorde a la descripción provista pero no describieron el teselado	4	11.4%
		No identificaron el teselado correspondiente a la descripción	11	30.5%
	Trabaja en equipo	Trabajaron en equipo para identificar, ubicar y describir los teselados.	12	33.3%
		Trabajaron en equipo para identificar y ubicar los teselados pero no para describirlos	22	61.1%
		No trabajaron en equipo	2	5.5%

<p>grupo que correspondier a (p.ej. Grupo azul), y una descripción propia del patrón observado.</p> <p>Cada grupo debía cazar una imagen una por turno, la cual debía corresponder a la descripción que indicara la docente en formación.</p> <p>Solamente podía ingresar a la “zona de caza” un estudiante por grupo, el cual cambiaba cada turno.</p> <p>Para salir, el grupo debía mostrar a la docente la</p>				
---	--	--	--	--

<p>imagen que correspondía a la descripción. Si la imagen mostrada era la correcta el trofeo era llevado al grupo, mientras que en caso contrario, el grupo salía de la zona de caza con las manos vacías. Una vez en el grupo los estudiantes describían el teselado con sus propias palabras.</p>				
<p>Consideraciones para la siguiente sesión</p>				
<p>¿Qué dificultades o inquietudes se presentaron en la actividad?</p> <p>Los estudiantes no escuchaban la descripción completa por el afán de tomar el teselado antes que sus demás compañeros. Hacia el final de la actividad, algunos de los niños, notando que obtenían mejores resultados esperando por la descripción completa, aguardaban a que la misma terminara. A la mayoría se les dificulta caracterizar la posición de las figuras, concentrándose principalmente en el color.</p>				

¿Todos los grupos completaron su ficha? ¿De no ser así, por qué?

En general, los grupos no completaron todas las fichas, escribieron la característica más significativa de cada patrón. Se considera que tuvo incidencia las circunstancias previas a la actividad pues los niños solucionaron cuatro evaluaciones en el mismo día. Además, no se encontraban en su salón con sus materiales y un perro interrumpió la actividad en dos ocasiones.

¿Qué tan completas fueron las descripciones? ¿Incluyeron la información brindada?

En su mayoría no incluyeron las descripciones dadas y solo tenían una o dos características de cada teselado, generalmente los colores.

¿Cómo fueron las anotaciones?

Las anotaciones carecían de coherencia textual y de sujetos y conectores.

#### Análisis

Retomando las secuencias figurativas, tratadas por primera vez con la carrera de “emojis” de la sesión No. 8, se propuso una actividad en la que los estudiantes pudieran incorporar vocabulario para la descripción de este tipo de secuencias, representadas en esta ocasión por teselados.

El desarrollo de una actividad competitiva en este caso resultó ser un arma de doble filo con respecto a los resultados observados. El entorno competitivo favoreció el interés de los estudiantes, y fue un estímulo para los niños, quienes querían tener un buen desempeño, tanto para con su grupo, como entre los diferentes grupos, sin que hubiese comportamientos inadecuados o faltas de respeto en el aula de clase.

Sin embargo, el entorno competitivo también hizo que los niños estuviesen más ansiosos, y no se tomaran el tiempo de realizar y analizar las descripciones de los teselados, ni completaran toda la información a llenar en el formato. En consecuencia, el desempeño en cuanto a trabajo en grupo fue inferior al observado en sesiones anteriores. Es necesario utilizar actividades competitivas selectivamente según el resultado a obtener. En este caso, es posible que una modificación en las reglas del juego, o un cambio de enfoque podría favorecer los resultados obtenidos.

En cuanto a reconocimiento de patrones y seguimiento de secuencias, se observó que los niños lograron identificar patrones y secuencias correspondientes de los teselados, utilizando principalmente características de color, aunque en algunos casos, especialmente tras observar

que se obtenían mejores resultados al ser pacientes escuchando la descripción, que los niños también utilizaron otras características.

Se espera que esta actividad contribuya a expandir el vocabulario de los niños con respecto a descripciones de los objetos que los rodean, así como a la descripción de figuras y secuencias figurativas en general.

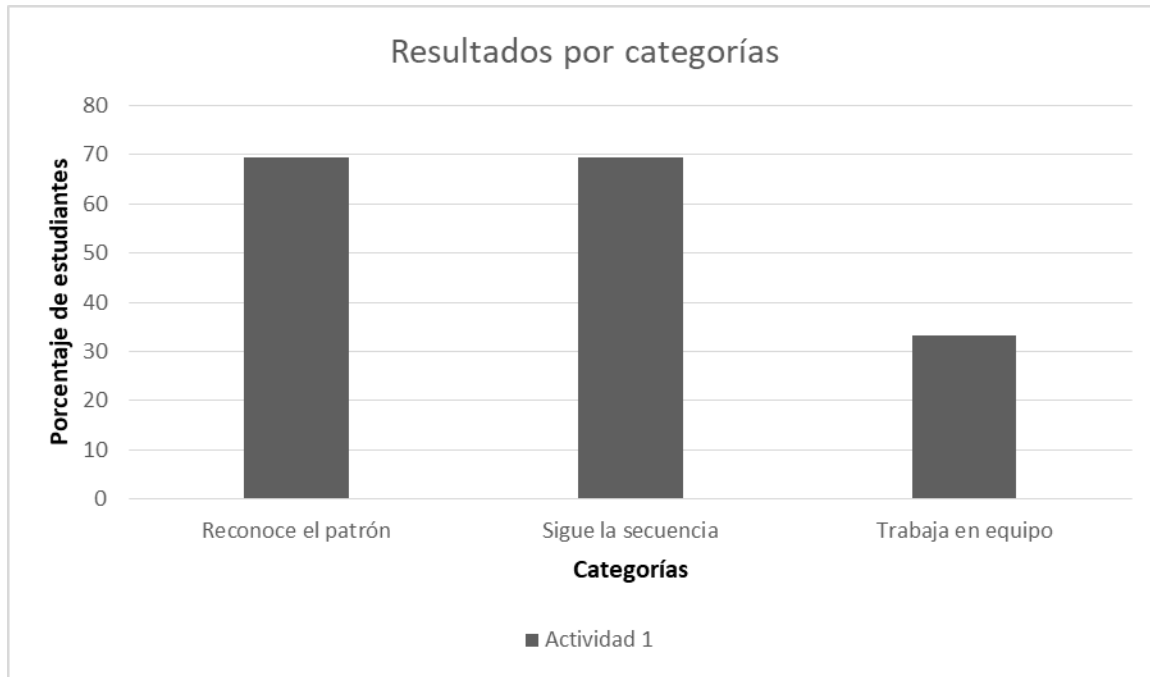


Tabla 16. Cuadro de análisis de la Sesión 10.

SESIÓN °11				
Fecha: 15 de noviembre de 2017			Participantes: 16	
Propósitos	Del Docente en formación		Proponer la creación de un patrón donde los estudiantes puedan elegir las diferentes variables que lo componen como tamaño, color, forma y textura.	
	De aprendizaje		Crear patrones en uno o dos ejes eligiendo libremente los elementos que lo componen.	
Justificación	En actividades anteriores, se han trabajado los conceptos de patrón y secuencia de diferentes tipos: corporales, manipulativas, gráficas, etc. Con ello, se ha logrado que los niños establezcan claramente estos conceptos y las diferencias entre los mismos. Teniendo en cuenta el proceso que se busca desarrollar, en el que se involucre también su creatividad, se propone esta actividad en la cual los niños pueden aplicar lo aprendido a partir de su propia imaginación y recursividad.			
Resumen de resultados	Categoría		Actividad 1	
	Reconoce el patrón		100%	
	Sigue la secuencia		100%	
	Trabaja en grupo		100%	
Registro detallado				
Secuencia de actividades	Resultados observados			
	Categoría	Tipo de respuesta	C.E.	Porcentaje
Se solicitó a los niños que formaran grupos pequeños con los compañeros	Reconoce el patrón	El patrón es realizado a partir de la combinación de dos colores	12	75%
		El patrón es realizado a partir de la combinación de dos texturas (escarchado y no escarchado)	2	12.5%
		El patrón es realizado cambiando la posición (vertical – horizontal) de la	2	12.5%

<p>con los que desearan trabajar, dando a cada grupo un frasco con pegante. En una mesa central se colocaron las piezas ya conocidas por los niños, utilizadas en una sesión anterior y una caja en la cual se encontraban retazos de foamy de diferentes colores y formas. A cada niño se le entregó una hoja en la que delimitaba un espacio cuadrangular</p>		misma figura		
		No realizaron ningún patrón.	0	0%
	Sigue la secuencia	La secuencia se desarrollaba en una dirección.	6	37.5%
		La secuencia se desarrollaba en dos direcciones.	9	56.2%
		La secuencia se desarrollaba en más de dos direcciones.	1	6.2%
		No realizó ninguna secuencia.	0	0%
	Trabaja en equipo	Trabajaron en equipo	16	100%
		No trabajaron en equipo	0	0%

<p>donde se quería que formaran un mosaico y un espacio donde se requería que titularan su obra, escribieran su nombre y realizaran una corta descripción de cómo estaba creado el patrón.</p> <p>Se invitó a los niños a acercarse a la mesa y tomar las piezas que necesitaran, dejando claro que si se llevaban un tarro con varias piezas del mismo tipo, tendrían que compartirlas.</p>				
--	--	--	--	--

<p>Una vez que ya tuvieron el formato y el material se dio inicio a las creaciones.</p>				
<p>Consideraciones para la siguiente sesión</p>				
<p>¿Qué variables incluyeron los niños en sus patrones?  Texturas, colores y posiciones.</p> <p>¿Se realizaron más de un patrón por formato?  Tres de los estudiantes formaron dos o tres patrones dentro del mismo formato cambiando las formas y los colores de las piezas escogidas.</p> <p>¿Solicitaron más formatos para hacer más patrones?  Varios estudiantes manifestaron entusiasmo al ver sus primeras creaciones y decidieron realizar más de una, sin embargo, eligieron hacer sus creaciones en un solo formato, mezclando las creaciones anteriores.</p> <p>¿Repitieron los patrones que habían creado en grupo anteriormente?  Dos de los niños quisieron recrear patrones que propusieron en la actividad anterior, uno de ellos quiso hacer un patrón a manera de flor que no fue escogido para presentar como grupo.</p>				
<p>Análisis</p>				
<p>El éxito obtenido en la sesión No. 7 con la creación de patrones y secuencias a partir de figuras en dos ejes, llevó a plantear una actividad semejante en esta sesión, buscando en esta ocasión la creación de mosaicos, un subconjunto de las secuencias figurativas. De manera similar a lo desarrollado en la sesión No. 7, en esta sesión se buscó aprovechar la creatividad de los niños, el trabajo en grupo, y verificar la diferenciación entre secuencia y patrón evidenciada anteriormente.</p> <p>En cuanto al trabajo en grupo, los niños mostraron que pueden trabajar ordenadamente y proponer diferentes alternativas individualmente, para su discusión en el grupo, llegando a un acuerdo con respecto al trabajo a presentar, de forma cordial y respetuosa. Esto es un resultado gratificante, tanto con respecto al proceso de los estudiantes, como al de la docente en formación, ya que se considera que la armonía al interior del aula de clase es producto de</p>				

la convivencia, tolerancia y apoyo de todos los actores en el aula de clase. Al respecto, el apoyo incondicional de la docente titular resultó fundamental.

Pasando al reconocimiento de patrones, se notó que los estudiantes han comprendido la diferencia entre secuencia y patrón, pudiendo establecer ambos dentro de las propuestas propias, como las de sus compañeros, llegando a identificar las características variables de los patrones, como colores, posiciones y texturas. Esto demuestra no solamente que los estudiantes han interiorizado los conceptos, sino que además pueden ponerlos en práctica en el contexto de las actividades desarrolladas en el aula de clase, y posiblemente fuera de ella también.

El alcance de resultados de 100% en las categorías a observar es evidencia del trabajo realizado por los estudiantes, así como el trabajo de análisis y ajuste de la docente en formación y la colaboración y coordinación de la docente titular.

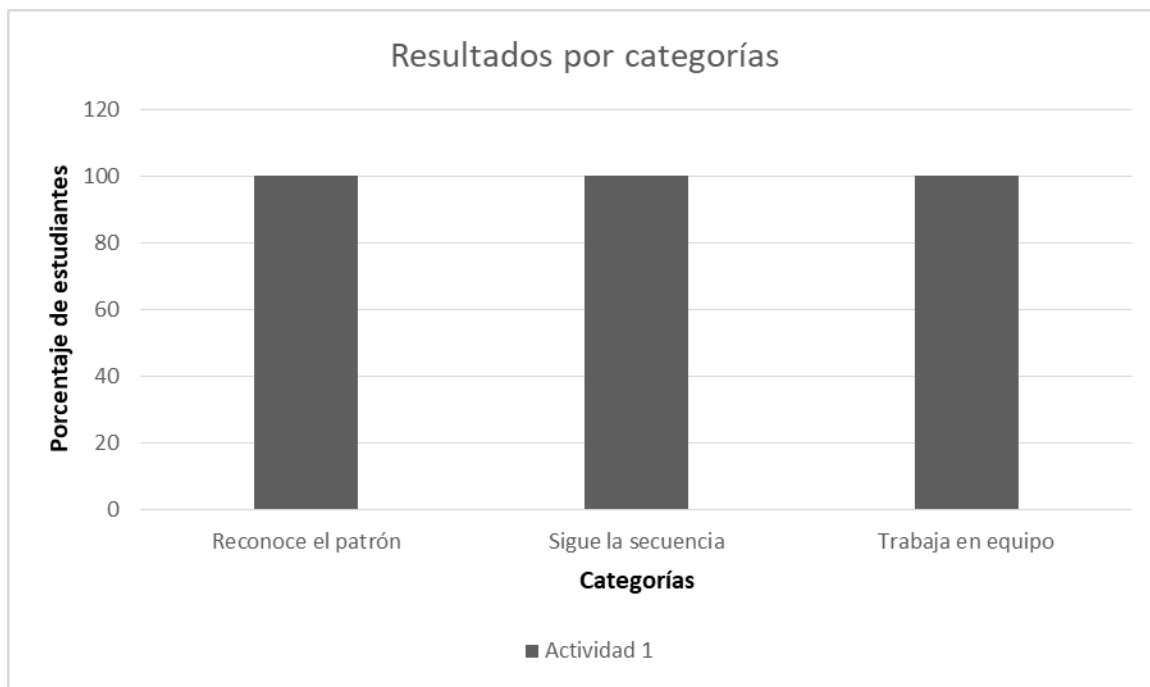


Tabla 17. Cuadro de análisis de la Sesión 11

SESIÓN °12				
Fecha: 16 de noviembre de 2017			24 niños	
Propósitos	Del Docente en formación	<p>Dar a conocer una utilización diferente de los patrones figurativos</p> <p>Proponer la creación de un patrón teniendo una variable establecida, el orden de las figuras, y una libre, el color de las figuras</p> <p>Verificar el entendimiento del concepto de patrón y secuencia.</p>		
	De aprendizaje	<p>Crear patrones en varios ejes teniendo el color como variable para su creación</p>		
Justificación	<p>Para culminar con el proceso de aprendizaje llevado a cabo con los estudiantes, se concluyó con una actividad que, al igual que en la sesión anterior, una los conceptos aprendidos en clase, con la creatividad e imaginación de cada niño, teniendo como componente adicional la posibilidad de establecer patrones en diferentes ejes, de forma explícita, para que los niños tuvieran un grado de libertad adicional para sus creaciones.</p>			
Resumen de resultados	Categoría		Actividad 1	
	Reconoce el patrón		87.5%	
	Sigue la secuencia		87.5%	
	Trabaja en grupo		NA	
Registro detallado				
Secuencia de actividades	Resultados observados			
	Categoría	Tipo de respuesta	C.E.	Porcentaje
Con anterioridad se solicitó a los estudiantes	Reconoce el patrón	Crearon un patrón con dos colores	11	45.8%
		Crearon un patrón con 3 colores	7	29.1%
		Crearon un patrón con 4 o más colores	3	12.5%
		Crearon un patrón solo con colores	18	75%
		Crearon un patrón con colores y posición	3	12.5%

<p>averiguar la definición de teselados y se realizó una actividad con varios ejemplos de ellos.</p> <p>Se dio a escoger a cada niño que teselado deseaba realizar según el tiempo en que hubiese llegado al aula. Estos teselados estaban acompañados de un espacio para nombrar su obra, indicar el nombre del autor y realizar una breve descripción de la manera en</p>		No crearon ningún patrón.	3	12.5%
	Sigue la secuencia	Desarrollaron la secuencia en una dirección.	5	20.8%
		Desarrollaron la secuencia en dos direcciones.	14	58.33%
		Desarrollaron la secuencia en más de dos direcciones.	2	8.3%
		No desarrollaron ninguna secuencia.	3	12.5%
Trabaja en equipo	No aplica			

que fue diseñado el patrón.				
Consideraciones para la siguiente sesión				
<p>¿Pudieron realizar patrones o colorearon aleatoriamente?</p> <p>Tres niños no realizaron un patrón con el color, prefirieron crear una figura a partir de las formas del teselado. Los demás niños, sin embargo, crearon patrones con diferentes colores, y en otros casos, combinando características de color y posición.</p> <p>¿Sirvieron de guía los ejemplos presentados?</p> <p>Tanto los ejemplos presentados como la investigación previa fueron útiles dado que no dejaron espacios en blanco en los patrones creados. Por ello, se considera que mostrar los ejemplos contribuyó positivamente a la realización de la actividad.</p>				
Análisis				
<p>La conclusión del proceso de aprendizaje de los niños mostraba, a partir del sesión anterior, el alcance de las metas de aprendizaje propuestas para ellos, habiendo desarrollado diferentes actividades en las cuales el reconocimiento de patrones, el seguimiento de secuencias y el trabajo en grupo fueron afianzándose poco a poco como habilidades propias de los estudiantes, exhibiendo así su potencial para el aprendizaje en cuanto a pensamiento variacional.</p> <p>Para esta sesión se buscó que los estudiantes dieran rienda suelta a su creatividad en la creación de teselados, como conclusión del tema de secuencias figurativas. Teniendo en cuenta la época de fin de año escolar, donde los estudiantes se encuentran ansiosos por las calificaciones a recibir, así como el periodo de vacaciones, se decidió que esta última actividad se realizara de forma individual.</p> <p>La mayoría de los estudiantes continuaron mostrando los excelentes resultados en cuanto a reconocimiento de patrones y seguimiento de secuencias presentado en la anterior sesión, siendo capaces de crear un teselado e identificar el patrón a partir del que tal teselado se desarrollaba. Esto, no solamente con respecto a sus propias creaciones, sino también con respecto a las creaciones de sus compañeros.</p> <p>Las circunstancias propias de la época del año, relacionadas previamente, hicieron que algunos de los estudiantes no completaran la actividad, sin embargo, al igual que en el sesión</p>				

anterior, se considera que los resultados obtenidos son favorables en términos del alcance de las metas de aprendizaje de los estudiantes, así como del proceso de investigación y propuesta pedagógica de la docente en formación.

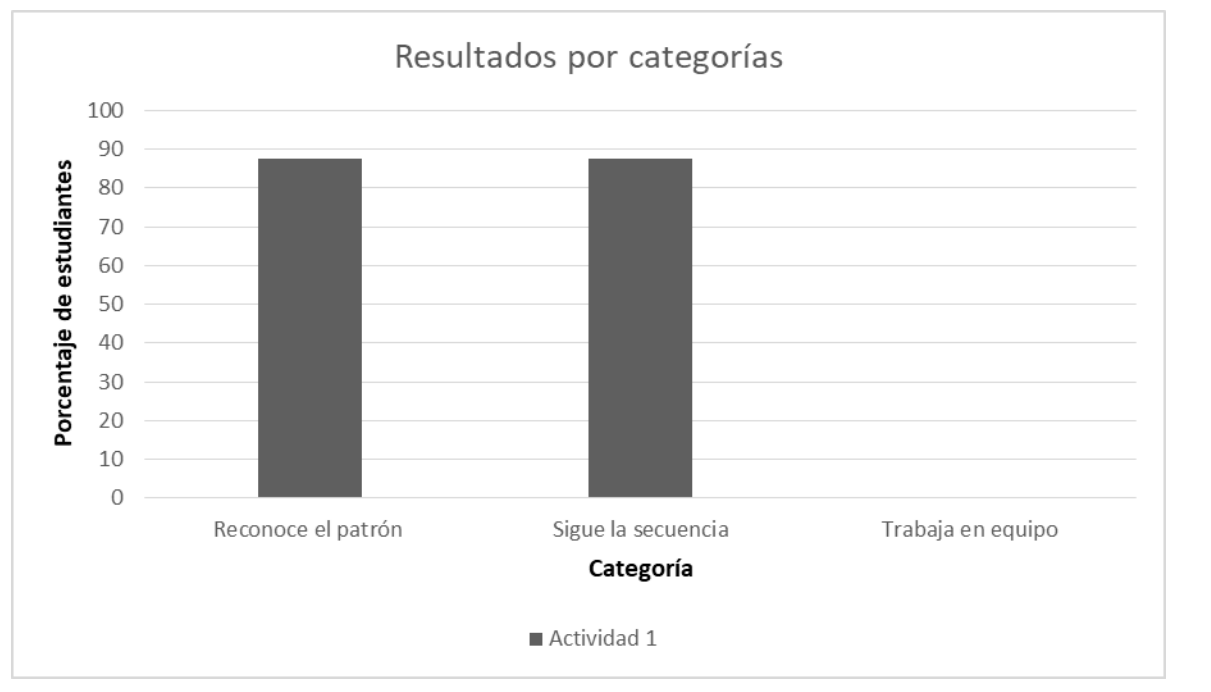


Tabla 18. Cuadro de análisis de la Sesión 12

## Análisis de Tendencias

Los resultados mostrados a través del desarrollo de las diferentes sesiones junto con los estudiantes mostraron algunas tendencias de interés en cada uno de los grandes temas tratados: las secuencias corporales, las secuencias manipulativas y las secuencias figurativas. En los párrafos siguientes se relacionan algunas reflexiones con respecto a las categorías a observar según el tipo de secuencia.

### Secuencias Corporales

La figura 20 muestra los resultados obtenidos, a través de las diferentes actividades de cada sesión, en lo que se refiere a reconocimiento de patrones. La figura 21, muestra los resultados correspondientes a seguimiento de secuencias, y finalmente la figura 22 muestra los resultados obtenidos respecto a trabajo en grupo.

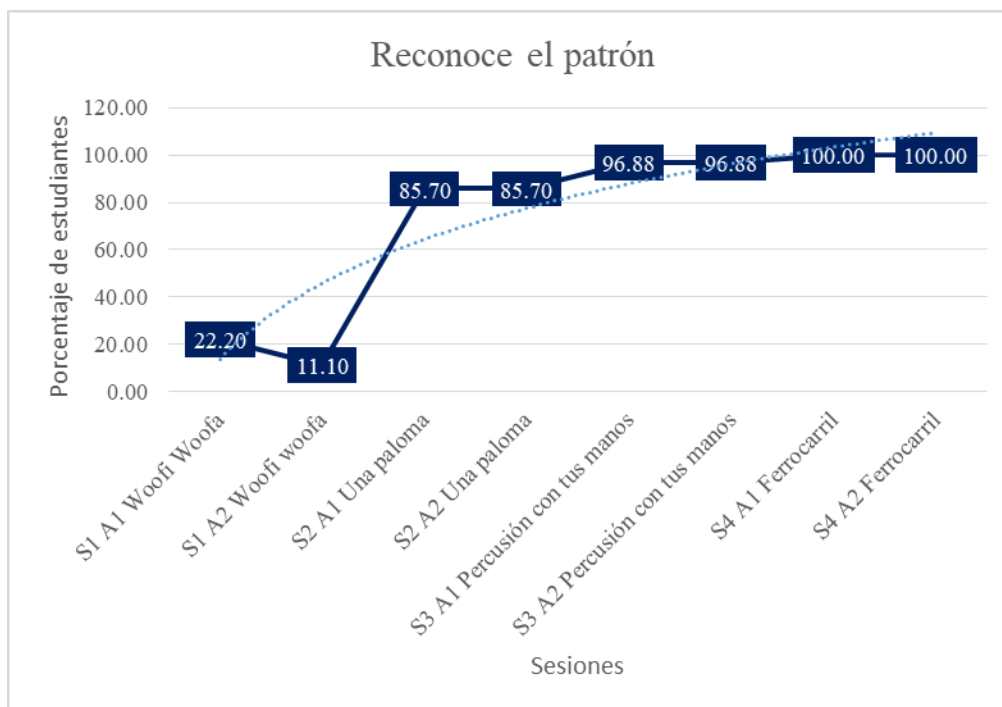


Figura 20. Resultados de reconocimiento de patrones para secuencias corporales

Para las tres categorías a observar, se puede apreciar una tendencia creciente en cuanto al porcentaje de estudiantes que alcanza las metas de aprendizaje para cada actividad, conforme se avanzó en las diferentes sesiones realizadas. En el caso de reconocimiento de patrones, se observó un ligero declive en la última actividad, correspondiente a un declive semejante en la categoría de trabajo en equipo.

Estos declives corresponden a un periodo de ajuste del trabajo en grupo realizado en clase, y la identificación de grupos óptimos para la realización de las actividades, en términos de la armonía de los diferentes grupos, aspecto en el que se continuó trabajando en las sesiones correspondientes a las secuencias manipulativas.

Adicionalmente, se observa una baja en el desempeño observado para la categoría de trabajo en equipo en la sesión 3, correspondiente a la actividad realizada en conjunto con todos los estudiantes, decisión que, tal como se anotó previamente, no fue acertada y que condujo al trabajo en grupos de una menor cantidad de integrantes en actividades futuras.

En términos de la comprensión del tema de secuencias corporales, los resultados obtenidos en cuanto a reconocimiento de patrones y seguimiento de secuencias, al final de este subproceso,

siendo ambas superiores a 80%, permiten establecer que dicho tema fue comprendido por los estudiantes.

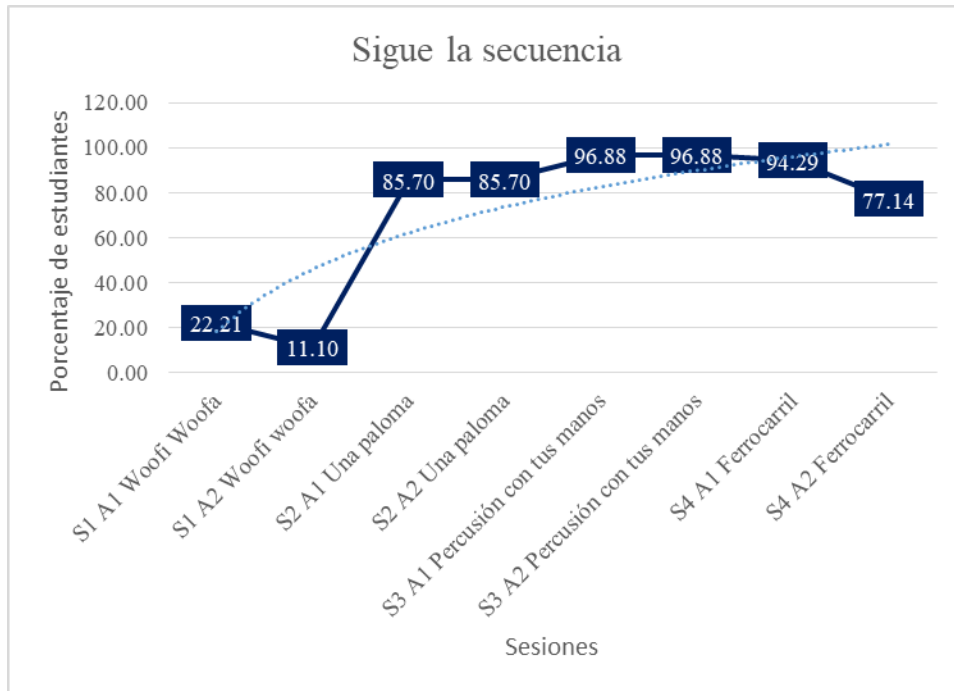


Figura 21. Resultados de seguimiento de secuencias para secuencias corporales

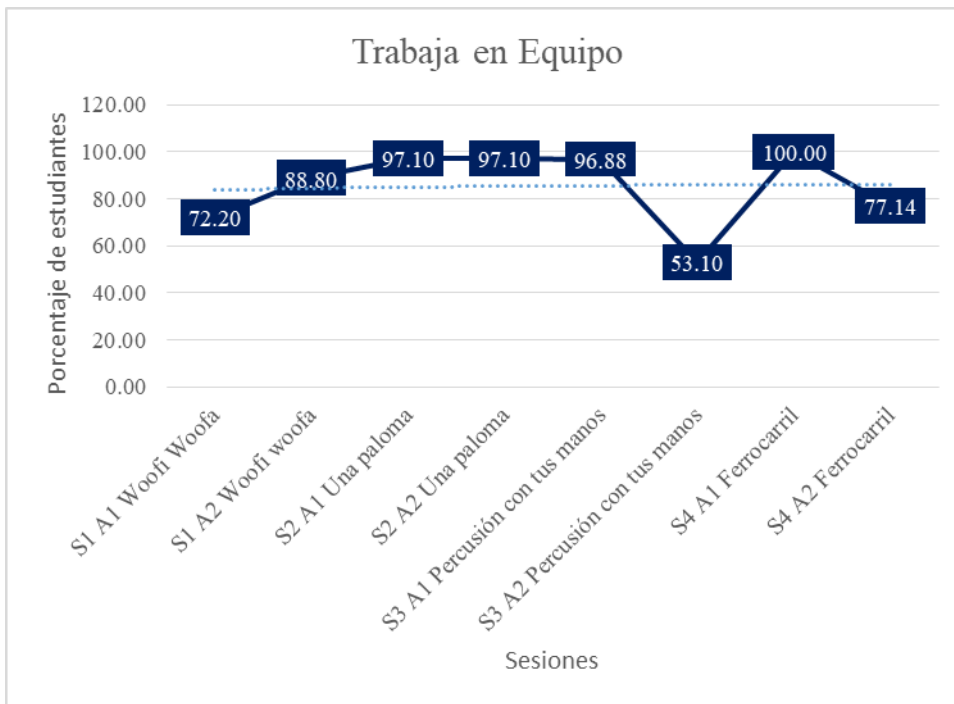


Figura 22. Resultados de trabajo en equipo para secuencias corporales

## Secuencias Manipulativas

De manera semejante a lo presentado para las secuencias corporales, la figura 23 muestra los resultados obtenidos durante el trabajo en secuencias manipulativas, en cuanto al reconocimiento de patrones, la figura 24 muestra lo observado en referencia a seguimiento de secuencias, y la figura 25 ilustra el desempeño observado con respecto al trabajo en equipo.

El desempeño observado para reconocimiento de patrones muestra una tendencia creciente, de manera similar a lo apreciado en secuencias corporales. Sin embargo, es importante notar que la línea base de desempeño, definida como el resultado obtenido en la primera actividad del ciclo, fue superior al tratar secuencias manipulativas, que en el caso de secuencias corporales.

Esto puede indicar que aun tratándose de tipos diferentes de secuencias, el trabajo realizado permitió preparar a los estudiantes para otros tipos de secuencias, posiblemente contribuyendo a la creación de preconceptos que facilitaron la comprensión posterior de las dinámicas desarrolladas alrededor de las secuencias manipulativas. El desempeño final en la sesión 7, superior al 80%, permite concluir que el proceso se comprendió de forma satisfactoria.

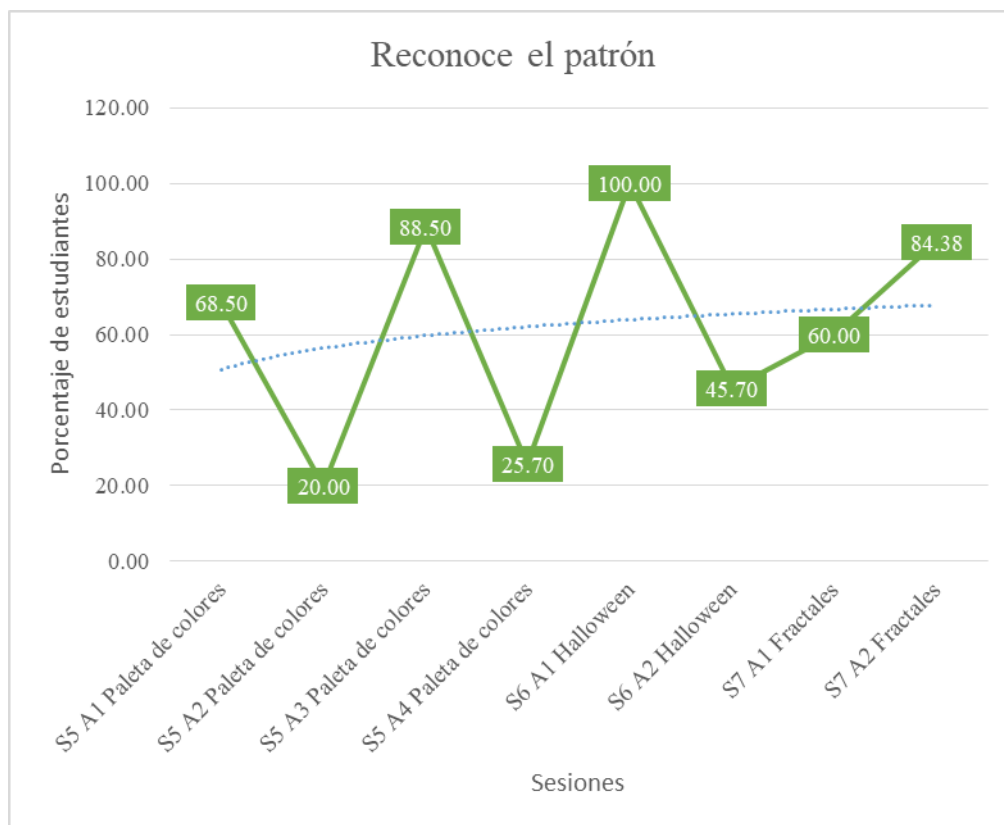


Figura 23. Resultados de reconocimiento de patrones para secuencias manipulativas

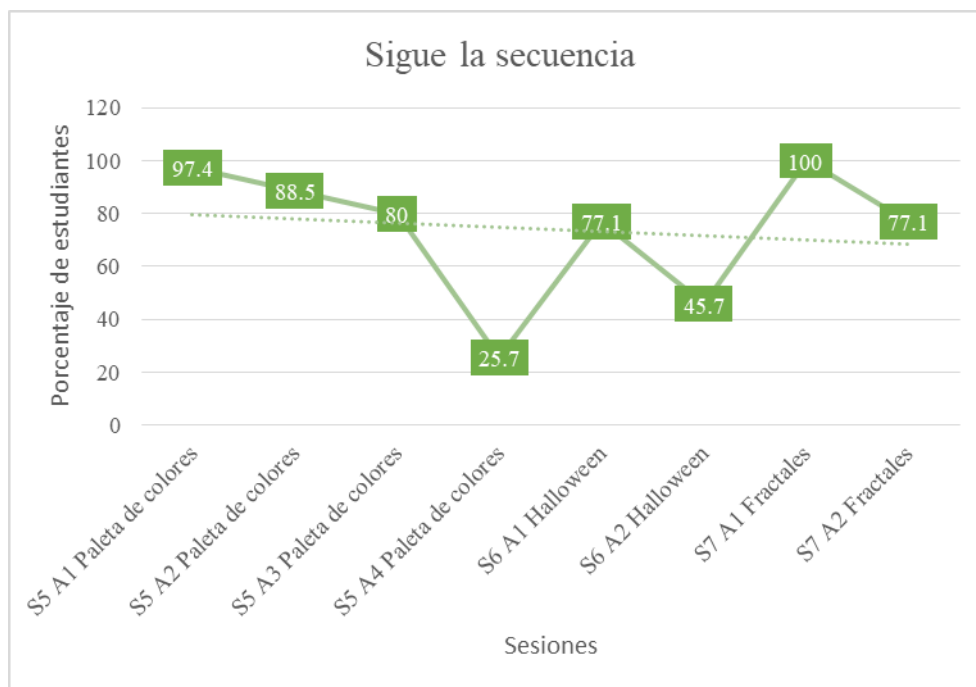


Figura 24. Resultados de seguimiento de secuencias para secuencias manipulativas

En cuanto a seguimiento de secuencias, se observa una tendencia ligeramente decreciente conforme al avance del desarrollo de las actividades relacionadas con secuencias manipulativas. Esto se debe a diferentes factores presentes durante la implementación y planeación de las actividades y sesiones.

En primera medida, los diseños de las sesiones de este tipo de secuencias fueron concebidos para alcanzar en primera instancia las metas de aprendizaje, para luego profundizar en ellas en actividades posteriores durante la misma sesión. Por ello, la primera actividad presentaba un menor nivel de dificultad que las siguientes, por lo que se explican las variaciones al avanzar en las actividades.

Por otra parte, las actividades, a partir de las observaciones realizadas, empezaron a enfocarse en la expresión de la diferencia entre patrón y secuencia. El reconocimiento de la diferencia fue determinado como un factor a tener en cuenta al valorar el desempeño en la métrica de seguimiento de secuencias, lo que a su vez incide en los resultados obtenidos. Se debe notar, que se considera que reconocer la diferencia entre patrón y secuencia es, a nivel conceptual, necesario para seguir correctamente el proceso.

Dado lo anterior, los resultados obtenidos pueden observarse como dos tendencias separadas, la identificación de secuencias, observada en la primera actividad de cada sesión, y la diferenciación entre patrones y secuencias, observada en las actividades subsecuentes. Habiendo hecho esta salvedad, se puede apreciar que ambas tendencias, son ligeramente crecientes.

En cuanto a la identificación de las secuencias, se concluye con un 100% de desempeño, considerado como muy positivo para el proceso de aprendizaje de los estudiantes. En contraste, como se relacionó en los registros, la diferenciación entre secuencia y patrón fue un aspecto que requirió trabajo posterior en el siguiente ciclo.

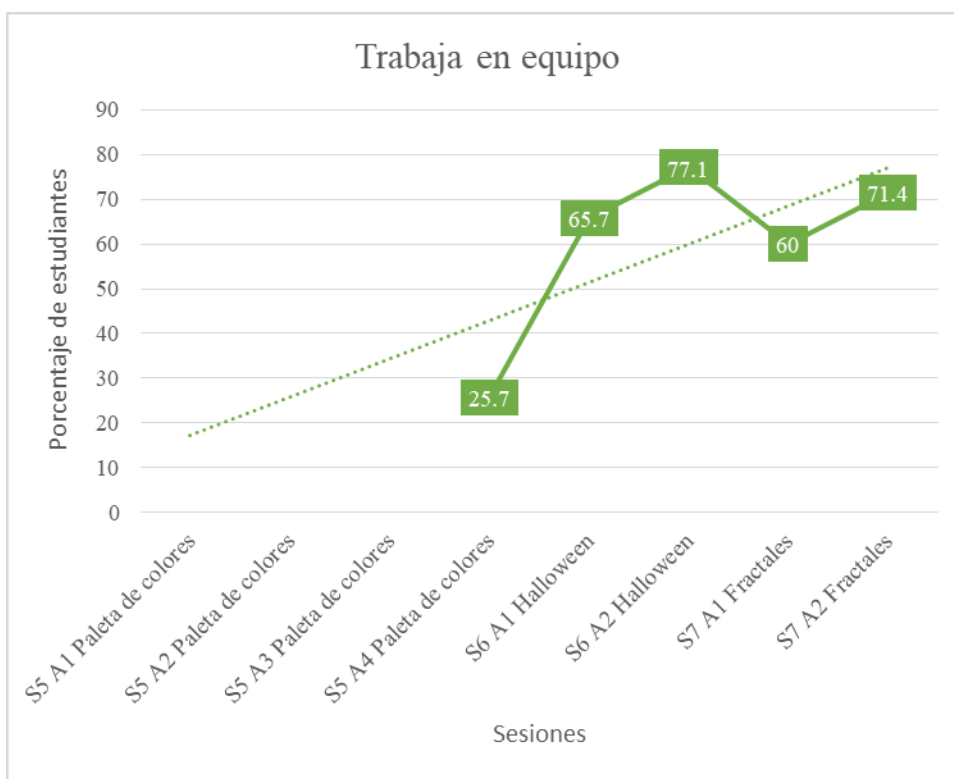


Figura 25. Resultados de trabajo en equipo para secuencias manipulativas

En cuanto al trabajo en equipo, se observa una clara tendencia hacia la mejoría, con altibajos en la medida en que se avanzó en las actividades desarrolladas. El trabajo en equipo, es la categoría que más se vio afectada por las condiciones de los estudiantes y del aula de clase, observándose diferentes resultados para diferentes asignaciones grupales y para diferentes sesiones según las circunstancias del día en que se realizaron.

Durante este ciclo se realizaron diferentes rotaciones de los estudiantes en cada grupo, lo que contribuye a explicar las variaciones obtenidas en esta métrica.

## Secuencias figurativas

En términos de las actividades y sesiones desarrollados en torno a las secuencias figurativas, las figuras 26, 27 y 28 muestran los resultados obtenidos para reconocimiento de patrones, seguimiento de secuencias y trabajo en equipo, respectivamente.

Es importante notar la ausencia de la sesión 9 en esta relación de resultados, dado que el objetivo de dicha sesión era el observar procesos de generalización, por lo que se considera que los resultados obtenidos allí no deben ser cotejados contra los de las demás sesiones, en términos de las categorías a observar. Sin embargo, esta sesión será abordada en mayor detalle en secciones posteriores de este capítulo.

En cuanto a reconocimiento de patrones, se observan resultados de tendencia constante, siendo superiores al 70% en desempeño a lo largo de las sesiones realizadas respecto a secuencias figurativas. Resulta importante resaltar el alcance de un 100% de desempeño en las sesiones 8 y 10, mostrando el elevado grado de comprensión con respecto al concepto de patrón de los estudiantes.

Nuevamente, se observa que los resultados iniciales son muy superiores a los resultados iniciales para los otros tipos de secuencia, denotando el progreso de los estudiantes en cuanto a esta categoría.

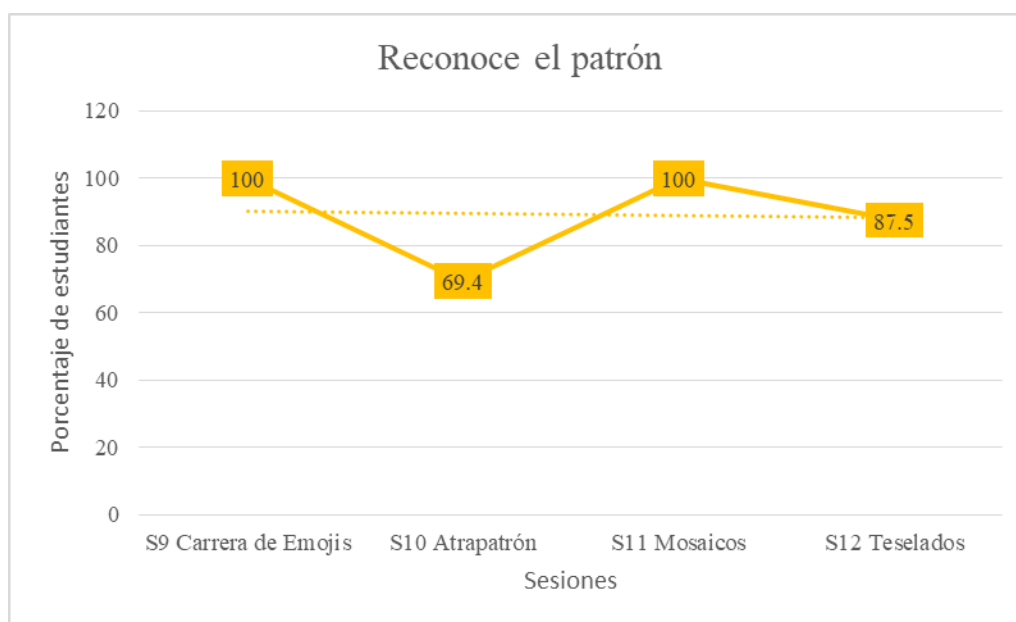


Figura 26. Resultados de reconocimiento de patrones para secuencias figurativas

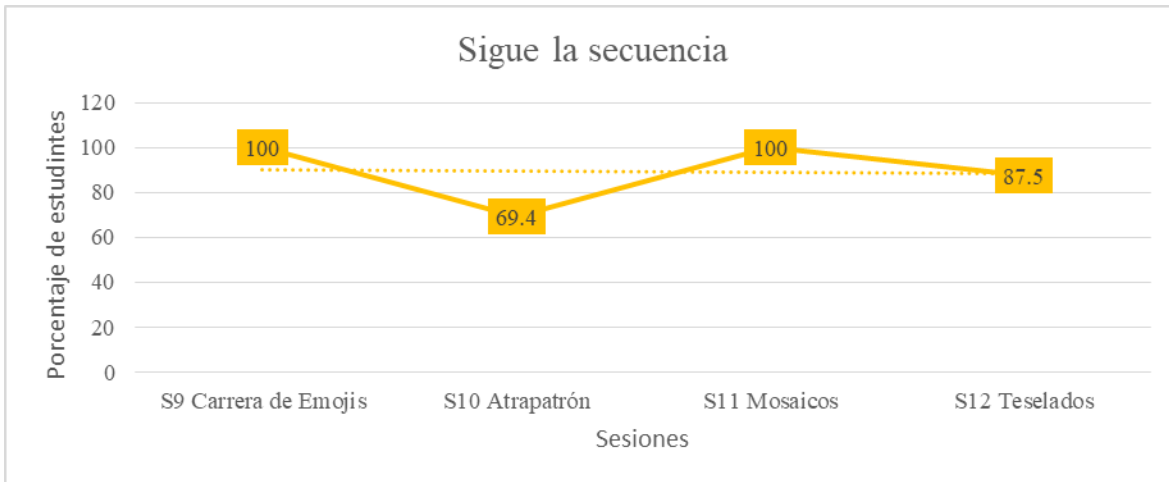


Figura 27. Resultados de seguimiento de secuencias para secuencias figurativas

En términos de seguimiento de secuencias, se observan resultados de tendencia ligeramente decreciente, afectados principalmente por las dificultades observadas en la disposición de la competencia de caza de patrones del sesión 10, que afectó igualmente la métrica de trabajo en equipo. Sin embargo, los resultados detallados en los registros de este ciclo, permiten apreciar que los estudiantes lograron una clara diferenciación entre patrón y secuencia, algo que se hizo patente en el elevado desempeño de las sesiones 11 y 12, superiores al 80%.

Estos resultados, permiten concluir que los conceptos de patrón y secuencia resultan claros para los estudiantes, quienes pueden utilizarlos en diferentes contextos, y en sus propios términos de expresión oral y escrita.

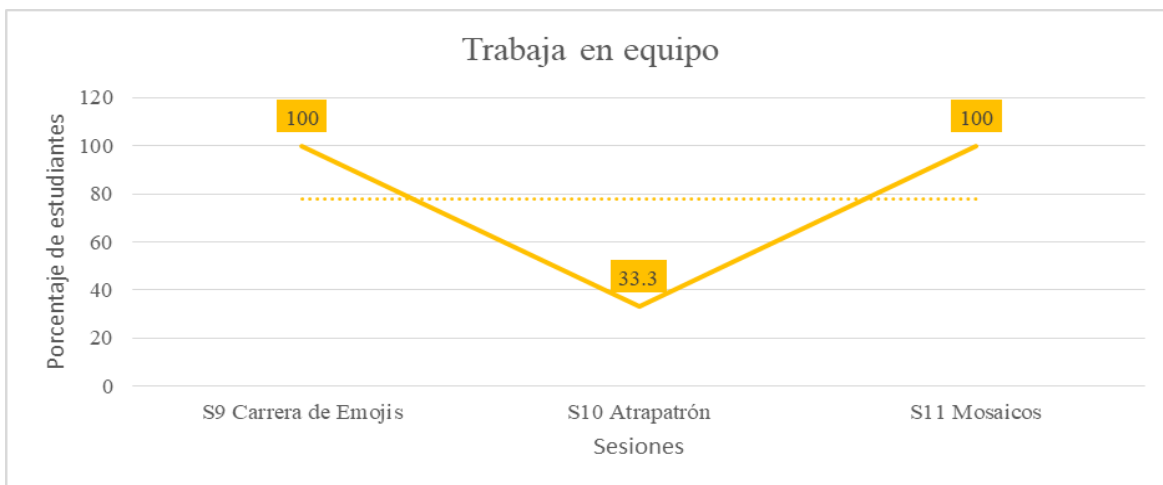


Figura 28. Resultados de trabajo en equipo para secuencias figurativas

Por último, en cuanto al trabajo en equipo, habiendo hecho nota del caso de la sesión 10, se observaron desempeños de 100% en las sesiones restantes, lo que muestra que se pudieron obtener un conjunto de cantidad de integrantes y distribución de estudiantes que permitieron optimizar los resultados obtenidos en las demás categorías.

De forma cualitativa se observó que los estudiantes lograron desarrollar las actividades en un entorno caracterizado por el compañerismo y la tolerancia, valores de gran relevancia no solo para este proceso de aprendizaje, sino también para su proceso de formación en general.

### Resultados agregados

Con el fin de dar una mayor perspectiva respecto a la evolución del desempeño de los estudiantes en términos de las tres categorías a observar, las figuras 29, 30 y 31 muestran los resultados obtenidos durante todo el proceso de aprendizaje, en cuanto a reconocimiento de patrones, seguimiento de secuencias y trabajo en equipo, respectivamente.

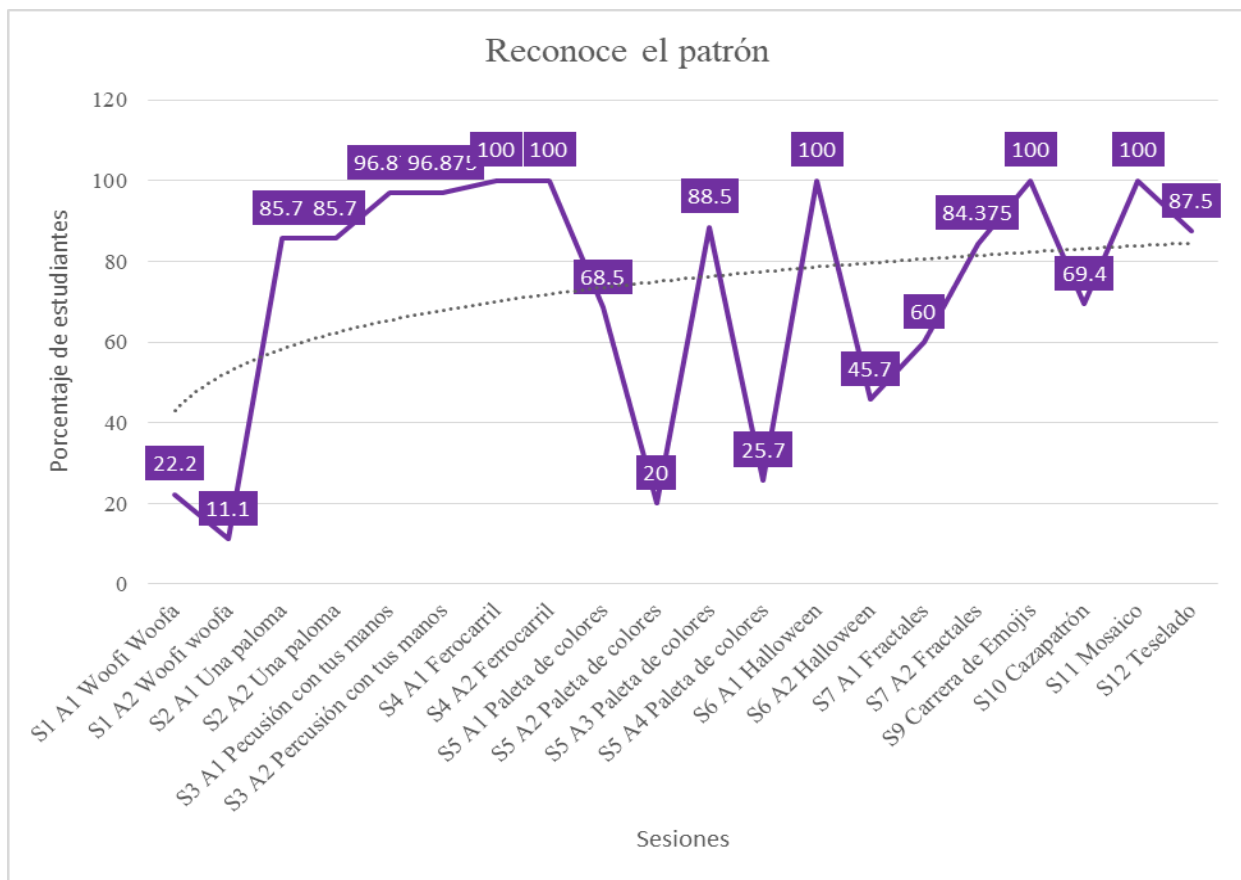


Figura 29. Resultados de reconocimiento de patrones para el proceso de aprendizaje

En lo referente a reconocer el patrón, y seguir la secuencia, se observan claras tendencias crecientes respecto a los desempeños observados, apreciándose adicionalmente una menor variabilidad en los resultados obtenidos conforme al avance del proceso de aprendizaje. Esto obedece tanto a una mayor comprensión por parte de los estudiantes de los conceptos de patrón y secuencia, como a una exitosa adaptación de las actividades a realizar por parte de la docente en formación.

En cuanto al trabajo en grupo, si bien se observa una tendencia decreciente, estos resultados se ven afectados por incidencias específicas ya mencionadas, como los casos de la Sesión 3 y la Sesión 10. Adicionalmente, la variación obedece, como se describió previamente, al proceso de adaptación constante entre los grupos de trabajo, su tamaño ideal y sus integrantes. Para el caso de este grupo de trabajo de 36 estudiantes, el abordar las sesiones con grupos de 4 estudiantes proveyó los mejores resultados.

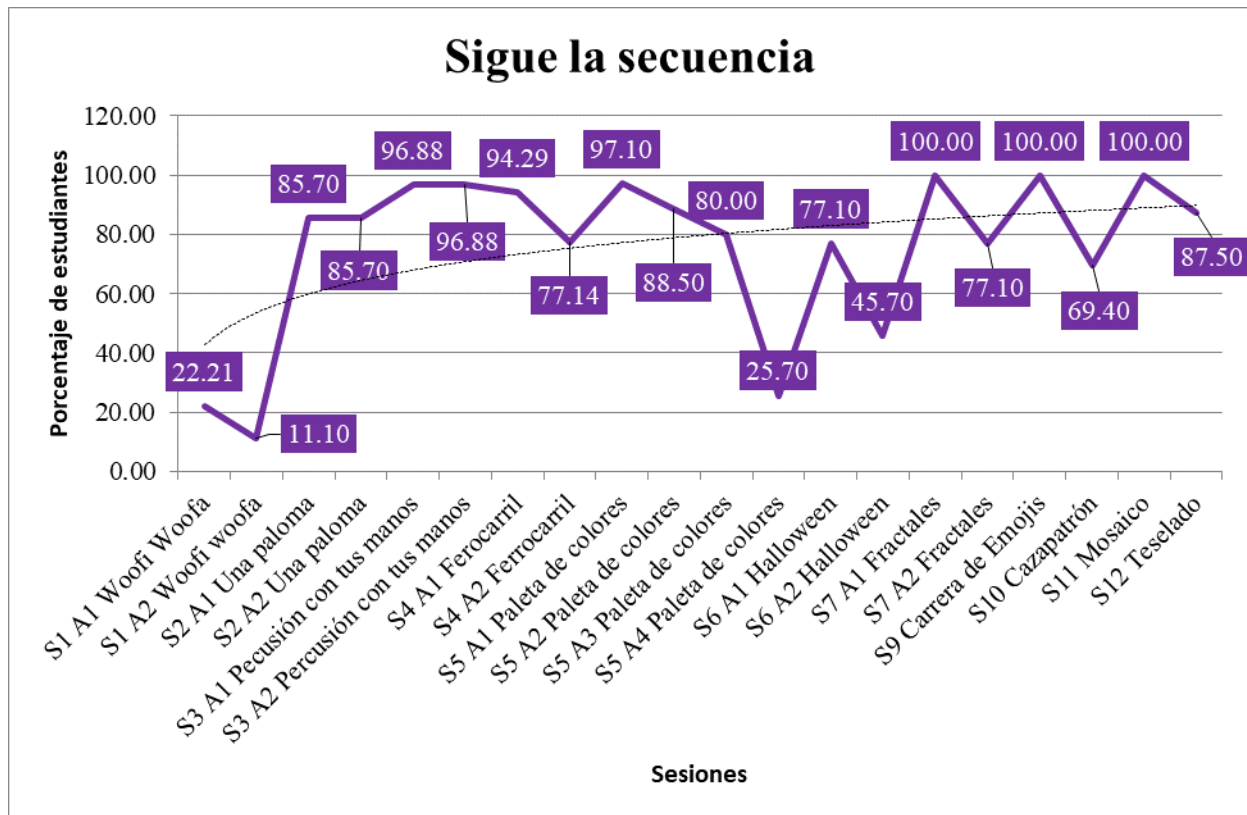


Figura 30. Resultados de seguimiento de secuencias para el proceso de aprendizaje

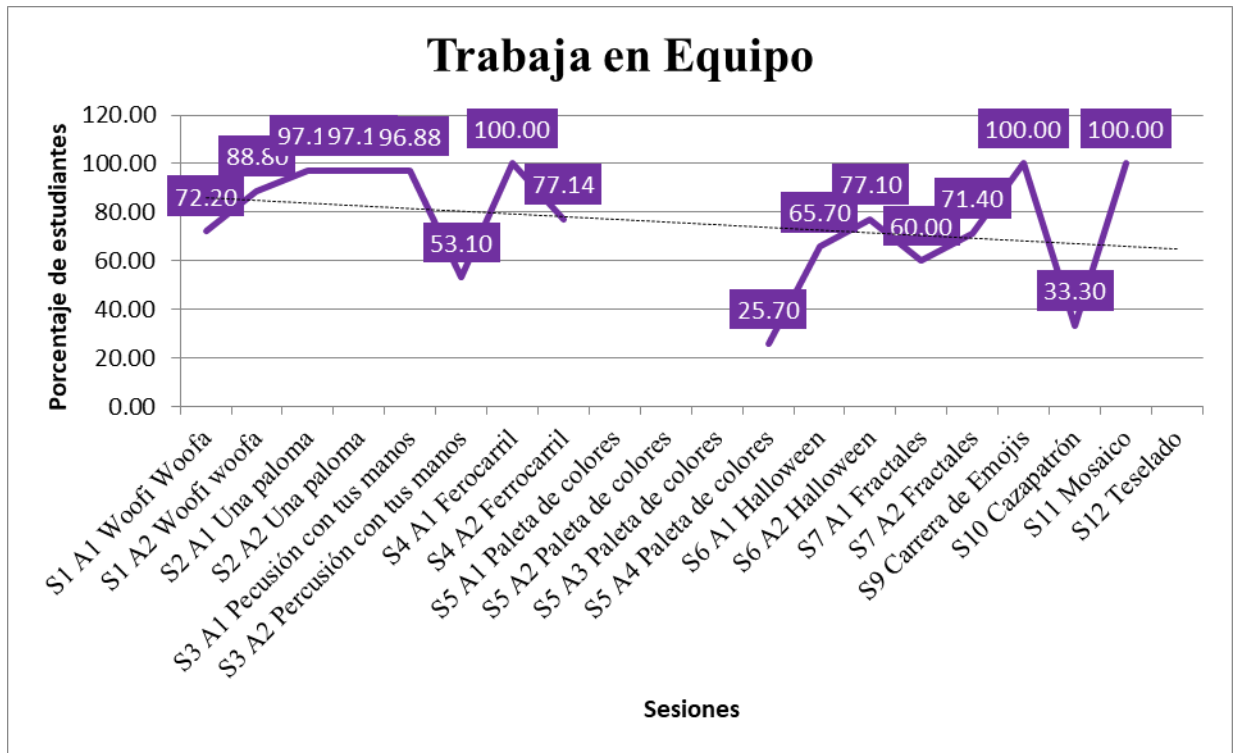


Figura 31. Resultados de trabajo en equipo para el proceso de aprendizaje

Como nota final, se realizó una observación con respecto a los estudiantes que alcanzaban el objetivo de aprendizaje referente al seguimiento de secuencias en su primer intento, con el fin de notar si hubo progresos en la primera aproximación de los estudiantes en la medida en que se iba desarrollando el proceso de aprendizaje.

Los resultados obtenidos, se muestran en la figura 32, evidenciando diferencias notables entre este primer intento y el resultado consolidado, particularmente en las primeras sesiones y actividades. Sin embargo, estas diferencias se redujeron paulatinamente en las siguientes sesiones, evidenciando que la primera aproximación de los estudiantes a las secuencias propuestas en cada actividad obtuvo progresivamente mejores desempeños.

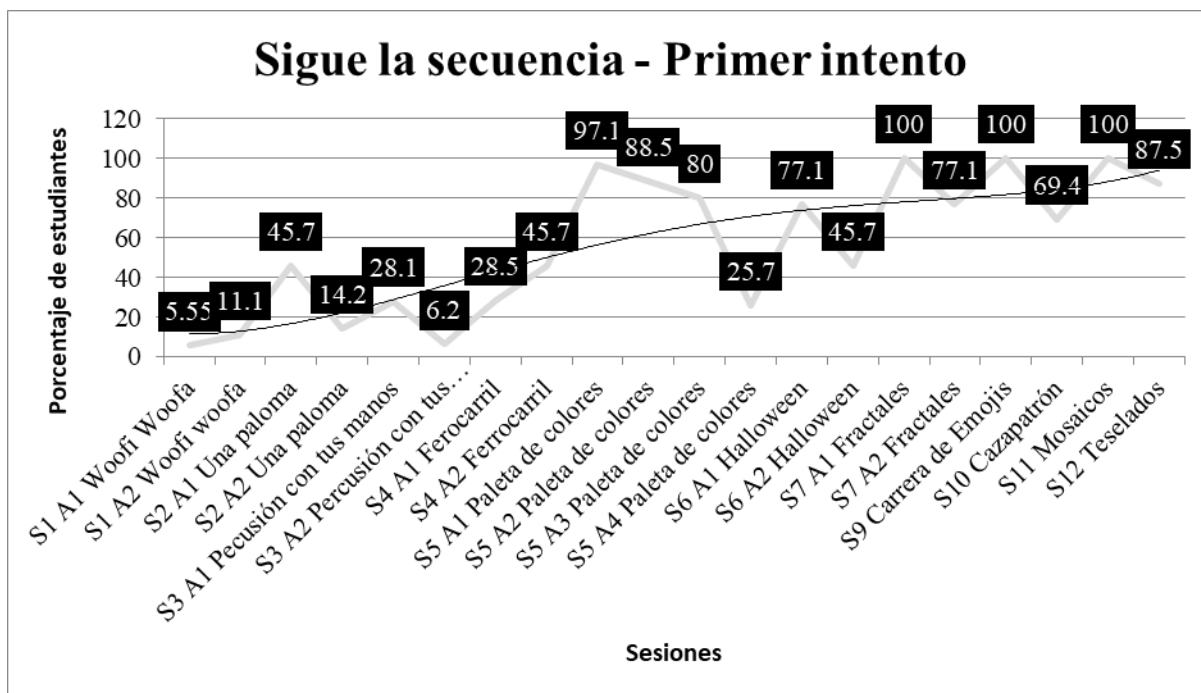


Figura 32. Resultados obtenidos para seguimiento de secuencias en primer intento.

Esto último permite apreciar dos importantes resultados cualitativos. La diferencia entre los resultados de las figuras 11 y 13 sirven como evidencia entre las Zonas de desarrollo de los estudiantes, según los trabajos de Vygotski. Se puede considerar la primera aproximación (fig. 13) como una Zona de desarrollo Real, correspondiente al conocimiento a priori de los estudiantes, mientras que los resultados finales (fig.11), pueden ser considerados como una Zona de Desarrollo Próximo, alcanzada a partir del trabajo entre pares.

Por otra parte, el desvanecimiento de la diferencia entre ambos niveles muestra que los estudiantes alcanzaron progresivamente una mayor comprensión de conceptos de secuencia y patrón, y que alcanzaron en general, niveles semejantes de desempeño y comprensión en cuanto a las metas de aprendizaje trazadas, con relación al pensamiento variacional.

## Lo encontrado

Como se mencionó en el capítulo de metodología, conforme al desarrollo de las diferentes sesiones y actividades de la propuesta pedagógica planteada, se hizo necesaria la observación, registro y análisis de otros aspectos más allá de las categorías inicialmente establecidas. Esto, debido a que estos nuevos aspectos a observar se consideraban como pertinentes no solamente en

el contexto de la investigación realizada, sino también con respecto a los valores de la Ciudadela Educativa de Bosa, según se establece en su Proyecto Educativo Institucional.

Los nuevos aspectos a observar fueron considerados como categorías emergentes, a saber: Crea y formula un patrón, en donde se valora la posibilidad de los estudiantes de utilizar sus conocimientos y creatividad en torno a la temática de patrones. Utiliza operaciones aritméticas para comprender un patrón, centrada específicamente en torno a las sesiones 5 y 9, en la utilización de la aritmética para predecir futuros pasos de una secuencia y desarrollar procesos de generalización; e Inclusión, entendida como la capacidad y experiencias de los estudiantes al integrar a otros estudiantes neuroatípicos en el trabajo desarrollado en el aula de clase.

En la presente sección de este capítulo se abordan los resultados observados en cuanto a lo que se refiere a estas categorías emergentes. Cabe notar, que dichas categorías, al no ser inicialmente parte de la planeación desarrollada para la propuesta pedagógica, no son observables en todas las actividades e sesiones realizadas, por lo que se especifica en cada observación, la sesión en el que esta se realiza.

Por otra parte, se relaciona también para cada observación, el tamaño muestral sujeto de la misma, esto es, la cantidad de estudiantes que se observó, la cual varía según el día en que se desarrollaron las actividades, y la segmentación del grupo, en diferentes casos.

## Utiliza operaciones aritméticas para comprender un patrón.

Categoría		Utiliza operaciones aritméticas para comprender un patrón.			
Sesiones	Tamaño muestral	Tipo de respuesta	C.E.	Porcentaje	Análisis
N°5	35	Extrapolaron la cantidad de palitos para 10 repeticiones	1	2.8%	<p>El estudiante en mención identificó que la cantidad de elementos del primer patrón era igual a los del segundo y dedujo que las respuestas a la segunda y tercera pregunta eran las mismas.</p> <p>Una vez comprendido esto, al mostrar otro patrón lo caracterizaba de manera similar y concluía la cantidad de palitos necesaria, mecanizándolo después del tercer ejercicio para patrones de 5, 6 y 9 palitos.</p> <p>Por ejemplo, si el patrón estaba compuesto de dos palitos en posición horizontal y dos palitos en posición vertical, el estudiante concluía que para diez repeticiones se necesitarían cuarenta palitos.</p>
N°9	35	Identificaron que la cantidad de pisos era la misma que la cantidad de cubos y propuso la sumatoria de	1	2.8%	<p>Tras realizar los pasos guiados en clase y discutir sobre diferentes puntos de vista con sus compañeros de grupo, la estudiante 3 dedujo que la cantidad de cubos de cada piso era la misma que la cantidad de cubos en dicho piso, por lo cual al sumar los pisos se averigua la cantidad de cubos que forman la</p>

		todos los pisos anteriores.			pirámide. Segura de su deducción completó la tabla de manera diferente a su grupo, el cual decidió completarla de otra manera al no comprender la idea de la estudiante 3.
		Propuso la multiplicación de la cantidad de cubos necesaria para pirámides cuya cantidad de pisos ya había experimentado. Es decir, al haber obtenido la cantidad de cubos necesaria para pirámides de 8 pisos y diez pisos, derivando la cantidad de cubos necesaria para 80 pisos multiplicando los dos resultados anteriores.	1	2.8%	Fue evidente durante el transcurso de las sesiones que el estudiante 2 tenía mayor afinidad y preferencia por la multiplicación que por la suma, por lo cual intentaba encontrar la generalización de los patrones a partir de dicha operación aritmética. Él planteó que si un piso era el doble de otro, por ejemplo el piso 10 es el doble del piso 5, la cantidad de cubos de la pirámide debería seguir la misma proporción, si para 5 pisos se necesitan 15 cubos, para 10 pisos se deberían necesitar 30. Al exponer su hipótesis y pasar a comprobarla, el mismo deducía que no correspondía al comportamiento del patrón, ante lo cual procedía a reformularla, utilizando de nuevo la multiplicación. Al terminar el tiempo de la sesión, la estudiante 3 le explicó su hipótesis al estudiante 2, el cual verificó que sí correspondía, pero que debía existir una manera de explicarlo mediante la multiplicación.

*Tabla 19.* Cuadro de análisis de la categoría Utiliza operaciones aritméticas para comprender un patrón.

Las observaciones realizadas en esta categoría en particular indican que si bien los niños pueden llegar a realizar algunos procesos de generalización, estos se ven limitados a los conocimientos de aritmética y de expresión que tengan en el momento. Es claro, con base en los resultados observados en términos de las categorías iniciales, y de las dos categorías emergentes analizadas hasta este punto, que los niños pueden comprender patrones y secuencias de diferente naturaleza. El proceso de generalización, sin embargo, requiere de mayor familiarización en términos de conceptos propios de la aritmética, hacia una formalización posterior del pensamiento algebraico.

Por otra parte, la posibilidad de que los niños intenten verbalizar y en muchos casos lleguen a poder describir y predecir valores futuros de una secuencia prueba sus capacidades para el aprendizaje de álgebra temprana, para el caso de este grupo de trabajo. Se podría argumentar que esta verbalización y predicción fue exitosa en casos muy específicos, sin embargo, dados los resultados observados, podría considerarse que este mismo nivel de verbalización y predicción puede ser alcanzado por los demás estudiantes, prosiguiendo con el trabajo realizado hasta ahora con la propuesta pedagógica planteada.

### **Crea y formula un patrón**

Para el caso de la categoría de creación y formulación de patrones, se adiciona un apartado de análisis de tendencia, semejante al desarrollado para las categorías iniciales presentadas en el registro y análisis anterior. A continuación, se relacionan las tablas correspondientes a las observaciones realizadas para las tres categorías emergentes establecidas. Posteriormente, se relacionan algunos casos especiales, observaciones específicas de algunos estudiantes, consideradas como valiosas en el contexto de la investigación realizada.

Categoría		Crea y formula un patrón			
Sesión	Tamaño muestral	Tipo de respuesta	C.E.	Porcentaje	Análisis
Nº5	35	Propusieron un patrón con disposiciones diferentes a las presentadas	9	25.7%	Los patrones creados fueron denominados por ellos como “casitas” formando pentágonos y hexágonos que se repetían horizontalmente, en el caso de los pentágonos alternaban con palos del mismo color, es decir, el patrón consistía en un pentágono de palos amarillos, seguido de un pentágono de palos azules. A diferencia de los hexágonos donde el patrón estaba dentro de la figura, es decir, alternaban el color de verde a morado en los lados del hexágono. En esta actividad se pudo observar que los estudiantes están en la capacidad de crear patrones y corregir las secuencias con argumentos válidos, respetando el orden que establecieron al formularlo. Sin embargo a la mayoría de la población se le dificulta proponer un patrón diferente al indicado. Por lo tanto es necesario proponer actividades en las cuales los estudiantes creen sus propios patrones sin referentes para desarrollar esta habilidad, y continuar reconociendo los patrones y siguiendo las secuencias que propongan sus compañeros.
Nº6	35	Crearon una secuencia utilizando	27	77.1%	En un principio los estudiantes no estaban seguros del orden a seguir para concatenar los eslabones de la cadena, momento en el cual se

		todos los elementos recibidos.			sugirió realizar el conteo de cuantos elementos tenían de cada color, después se observaron discusiones argumentativas sobre la manera de organizar los eslabones de la cadena, argumentos que demuestran nociones sobre patrón y secuencia, aunque se observó que no es clara la diferencia entre estos dos términos para los cual se plantea que las siguientes sesiones se deben enfocar en la diferenciación de dichos términos.
		Crearon una secuencia, pero el último patrón quedó incompleto.	8	22.8%	En la mayoría de grupos dos de sus integrantes dirigían la creación de los patrones, por lo cual se propone alternar entre los participantes la dirección de los diseños en futuras sesiones.
	35	Crearon una secuencia de colores y de organización espacial	1 5	42.8%	Al explicar la actividad y entregar el material los estudiantes mostraron curiosidad e interés por manipularlo. Cada grupo se concentró en estudiar su material, la forma, el color, la textura y el contraste sobre las superficies rojas y azules de las mesas. Después comenzaron a presentar las diferentes posibilidades para desarrollar el patrón, eligiendo una y desarrollándola.
Crearon una secuencia de texturas, colores y distribución espacial		4	11.4%	Los niños trabajaban con las diferentes características con naturalidad, sin recelo ni temor a mezclarlas. De igual forma no buscaron copiar los patrones de grupos aledaños.	
Crearon una secuencia de colores		1 6	45.7%	Uno de los grupos decidió cantar una canción conocida para ellos mientras realizaban el patrón, no cantaban la canción completa, pero	

Nº7

					el fragmento que cantaban lo repetían bajo la dirección de uno de los estudiantes y colocaban las piezas al ritmo de la melodía.
Nº 11	16	El patrón se expandía en una dirección	6	37.5%	<p>La cantidad de variables para crear un patrón y el hecho de trabajar individualmente, no abrumaron a los estudiantes, por el contrario disfrutaron por mayor tiempo creando varios diseños y eligiendo uno o varios para presentar. Al tener la libertad de escoger las piezas con las cuales trabajar cada quien comenzó con la característica que era más importante, la mayoría lo hicieron a partir de la forma, muy pocos escogieron las piezas con las que trabajaron en la actividad anterior. Algunos daban prioridad a cubrir toda la superficie, mientras que para otros era fundamental que el espacio entre las piezas resaltara y estuviese bien ubicado.</p> <p>Los estudiantes demostraron que tienen un comportamiento autónomo y responsable, lo cual permite trabajar en un espacio vigilado. La cantidad de estudiantes que participaron fue un factor decisivo para el éxito de la sesión, pues facilitó su realización, el nivel de ruido era inferior al acostumbrado, los estudiantes se concentraron por más tiempo y con mayor rapidez que en actividades previas.</p>
		El patrón se expandía en dos direcciones	9	56.2%	
		El patrón se expandía en más de dos direcciones	1	6.2%	
		El patrón es realizado a partir de la combinación de dos colores	1 2	75%	
		El patrón es realizado a partir de la combinación de dos texturas (escarchado y no escarchado)	2	12.5%	
		El patrón es realizado	2	12.5%	

		cambiando la posición (vertical – horizontal) de la misma figura			
Nº12	24	Crearon un patrón que se expandía en una dirección	5	20.8%	<p>A nivel anímico a los estudiantes les agradó más crear patrones con el material manipulativo que con el figurativo, esto puede ser producto de la libertad y autonomía que el material manipulativo les daba, al requerirse de ciertas condiciones para la realización de mosaicos y teselados, propios de las secuencias figurativas.</p> <p>Por otra parte, esta discrepancia percibida por parte de los estudiantes, puede deberse a factores propios de las épocas del año, ya que las sesiones relacionadas con las secuencias figurativas, se desarrollaron en una época de evaluaciones finales del año, caracterizada por ser estresante y agotadora para la mayoría de los niños.</p>
		Crearon un patrón que se expandía en dos direcciones	1 4	58.3%	
		Crearon un patrón que se expandía en más de dos direcciones	2	8.3%	
		Crearon un patrón con dos colores	1 1	45.8%	
		Crearon un patrón con 3 colores	7	29.1%	
		Crearon un patrón con cuatro o más colores	3	12.5%	
		Crearon un	1	75%	

	patrón solo con colores	8	
	Crearon un patrón con colores y posición	3	12.5%

Tabla 20. Cuadro de análisis de la categoría emergente Crea y formula un patrón.

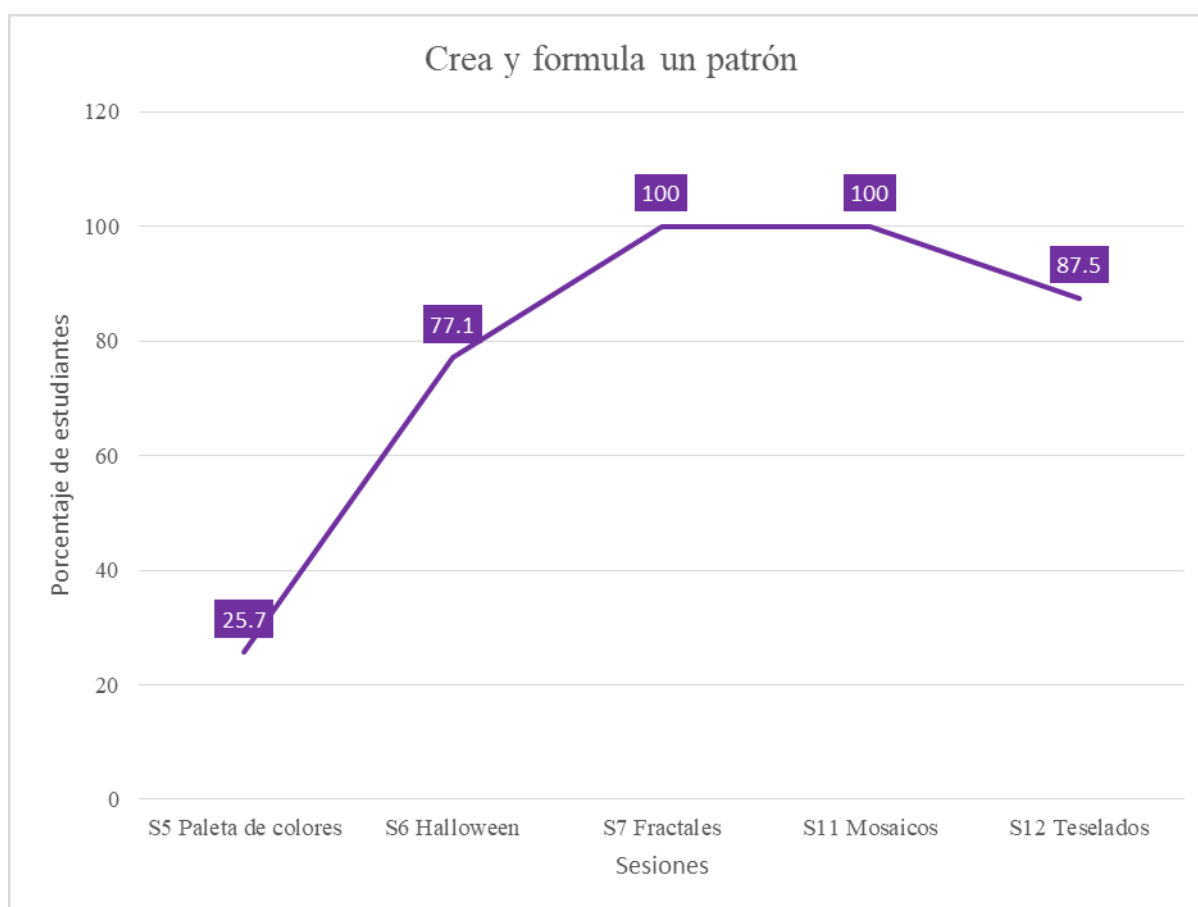


Figura 33. Resultados observados para creación y formulación de patrones.

Los resultados observados para creación y formulación de patrones muestran una tendencia creciente a partir de la primera sesión en la que se presentó. Progresivamente los estudiantes pudieron incorporar exitosamente su creatividad y los conceptos aprendidos de patrón y secuencia en la creación de sus propios patrones.

De manera sobresaliente, los resultados fueron mejorando conforme se desarrolló una mejor comprensión de los conceptos de patrón y secuencia, que como se detalló en secciones anteriores, se logró alrededor de las sesiones 7, 8, 10 y 11. El ligero declive en la sesión 12 obedeció a otros factores mencionados previamente, sin embargo en general, dado que los resultados son superiores al 85% en las tres últimas sesiones, se puede concluir que los niños están en capacidad de utilizar los conceptos de patrón y secuencia para sus propias creaciones.

## Inclusión

Categoría	Inclusión	
Sesiones	Tipo de respuesta	Análisis
Nº2	El estudiante 7 realizó un patrón de menor cantidad de pasos, únicamente palmas con el compañero y palmas solo. Realizó el patrón con varios compañeros, mostró agrado al realizar la actividad y manifestó interés por añadir un tercer paso al terminar la actividad. Logró reconocer el patrón, seguir la secuencia y trabajar en equipo en igualdad de condiciones con sus compañeros, integrándose al grupo y disfrutando la sesión.	La posibilidad de incluir al estudiante 7, un estudiante neuroatípico, en las actividades realizadas a lo largo de las sesiones, presentó tanto una oportunidad, como un reto. Por una parte, su inclusión denotaría compañerismo por parte de sus pares, así como otros valores propios del perfil del estudiante de la Ciudadela, sin embargo, representaría un reto el acompañar efectivamente su participación y ajustando las dinámicas de grupo para facilitar su trabajo y el de sus compañeros.  Inicialmente, se buscó que las actividades de secuencias corporales hicieran uso de las extremidades, con lo que se pretendía hallar cierta familiaridad con algunas de las actividades físicas correspondientes al trabajo que realiza el estudiante 7 con otros apoyos como la educadora especial o las terapias a las que asiste fuera del horario escolar.
Nº3	Para él resultaron fáciles los pasos del primer patrón, pero dado que tenían	La posibilidad de trabajar con sus compañeros, realizando las mismas actividades, motivó al estudiante 7 a intentar con

	<p>diferentes tiempos de repetición, es decir una palmada y dos puños, no lo pudo replicar, realizando un patrón diferente, dos puños y dos palmadas. No logró identificar ni replicar los patrones de las otras dos secuencias. Por efectos de tiempo, y aprovechando la buena disposición del estudiante 7, se propuso que el continuara con la secuencia que él había establecido, para fortalecer su confianza y su sentido de pertenencia en el grupo.</p>	<p>ánimo la realización de las secuencias.</p> <p>Eventualmente se presentaron dificultades con respecto a algunas secuencias cuyo patrón se conformaba de más de dos pasos. Con el fin de mantener su entusiasmo, se planteó que el estudiante 7 continuara con las secuencias de la forma en que las comprendía, en el caso de la sesión 3, ante lo que se obtuvo como resultado que el estudiante 7 pudiese continuar compartiendo con sus compañeros, hecho que se buscaba aprovechar para su posterior participación en otras sesiones.</p> <p>En la sesión 4, la inclusión del estudiante 7 con los grupos de trabajo de sus compañeros fue exitosa, observándose que aun cuando él no pudo alcanzar la meta de aprendizaje deseada para dicha sesión, pudo participar de la actividad, con la ayuda de sus compañeros de equipo, a los cuales les interesaba que el estudiante 7 lograra completar la secuencia.</p> <p>En esta al igual que en actividades posteriores se aportó al desarrollo del dominio social del estudiante 7, logrando una inclusión más allá de una simple integración.</p>
Nº4	<p>Para el estudiante 7, se facilitó realizar el patrón de forma grupal, ya que sus compañeros, con los que generalmente no se relaciona, estuvieron pendientes de él, para que el equipo pudiese realizar el juego, sin embargo se observó que el estudiante 7 no identificó el patrón.</p>	<p>En esta al igual que en actividades posteriores se aportó al desarrollo del dominio social del estudiante 7, logrando una inclusión más allá de una simple integración.</p>
Nº5	<p>El estudiante 7 identificó el primer patrón, donde se mostró un palo de paleta de</p>	<p>Al momento de cambiar a las secuencias manipulativas, los resultados obtenidos previamente permitieron que el estudiante 7</p>

	<p>un color y un palo de paleta de otro color, sin embargo al presentar el segundo patrón en el cual no se cambiaba el color sino la posición no lo reconoció y manifestó querer continuar realizando el primero. De este patrón realizó varias repeticiones en dos reglones.</p>	<p>podiese desarrollar un trabajo a la par de sus compañeros inicialmente. Para la sesión 5, que fue mayoritariamente de actividades desarrolladas de forma individual, el estudiante 7 manifestó el deseo de continuar con un tipo de patrón específico, siendo claro que en términos de inclusión, las actividades grupales ofrecerían mejores resultados.</p>
Nº6	<p>Siguió las indicaciones que decidieron sus compañeros de equipo para realizar la cadena, no mostró indicios de identificar el patrón escogido pero ayudó a realizarlo pegando los eslabones como indicaban sus compañeros.</p>	<p>En esta sesión, se observó que la disposición del estudiante 7 y de sus compañeros de trabajo fue excelente, logrando trabajar en grupo sin dificultades, aun cuando no se logró la identificación de patrones.</p>
Nº7	<p>A diferencia de la sesión anterior, el estudiante 7 decidió crear un patrón diferente al de su equipo, mientras que ellos crearon un patrón juntando los diamantes por los lados mientras que el estudiante 7 decidió unir 6 diamantes, 3 verdes y 3 amarillos, por un vértice, creando lo que él denominó una flor.</p>	<p>El estudiante 7 demostró la capacidad de crear un patrón, de forma individual inicialmente, para luego presentarlo en su grupo de trabajo. Alternando 3 piezas verdes y tres azules unidos por un vértice, el estudiante 7 creo lo que sus compañeros denominaron una flor de seis pétalos. Sus compañeros, con acompañamiento de la docente en formación, valoraron positivamente la creación del estudiante 7, al punto de integrar sus ideas en el desarrollo del patrón grupal. De esta forma, se evidencia el desarrollo del concepto de patrón para el</p>

	<p>Al incentivar la creación de ambos patrones el equipo le propuso al estudiante 7 combinarlos, creando un patrón que consistía en una flor verde y una amarilla, y su repetición.</p>	<p>estudiante 7 y el avance en su proceso de aprendizaje en cuanto a pensamiento variacional, específicamente en términos de patrones y secuencias. En términos de inclusión, se aprecia que los estudiantes no solo participan con el estudiante 7, sino que escuchan y valoran sus ideas, un resultado muy gratificante para efectos de la formación personal de todos.</p>
Nº8	<p>Esta sesión presentó una mayor dificultad para el estudiante 7, al ser un juego de competencia su equipo no supo comunicarse asertivamente con él al iniciar, después optaron por mostrarle la imagen y pedirle que buscara la misma.</p> <p>Al preguntarle sobre cuál era el patrón y cuál era la secuencia y su descripción lo hizo correctamente. Se observó que su equipo estaba nervioso mientras él explicaba, y lo felicitaron por su buen trabajo, lo cual le agradó al estudiante 7.</p>	<p>La dinámica de competencia desarrollada en esta sesión tuvo efectos perjudiciales en el trabajo en equipo en general, como se mostró anteriormente, el caso del estudiante 7, no fue la excepción.</p> <p>Sin embargo, se aprecia que de forma semejante a sesiones anteriores, y posiblemente, gracias a las experiencias vividas en los mismos, el estudiante 7 pudo integrarse en la actividad en un rol definido por el equipo, con lo que se solventaron las dificultades iniciales.</p> <p>Por otra parte, la confianza entre el estudiante 7 y sus compañeros sigue creciendo, al presentarse la oportunidad de que el estudiante 7 representara al grupo en la explicación de patrón y secuencia. Esto no solamente evidencia que el estudiante 7 ha alcanzado niveles de comprensión similares a los de sus compañeros, sino que estos lo consideran como otro de sus pares en este proceso de aprendizaje.</p>
Nº9	<p>El estudiante 7 realizó los primeros 4 pisos de la pirámide contando los</p>	<p>Como se describió en el análisis de la categoría anterior, la posibilidad de describir patrones y secuencias está atada a los conocimientos de los</p>

	<p>cubos, sin embargo no logró extrapolar la cantidad de cubos necesaria para el siguiente piso. Es necesario tener en cuenta que el estudiante 7 reconoce e identifica las grafías del 1 al 200, pero no maneja cantidades mayores a 10. Él prefirió realizar construcciones de diferentes índoles con los cubos.</p>	<p>estudiantes en expresión oral y escrita, así como aritmética. En el caso del estudiante 7, la dificultad de comprensión de algunas cantidades limitó la posibilidad de desarrollar un proceso de generalización.</p>
N°10	<p>El estudiante 7 reconoció un patrón en sus primeros turnos, identificando una a una las características descritas y explicándolas verbalmente en el mismo orden, recibiendo las ovaciones de su equipo.</p>	<p>El conocimiento previo y la experiencia del estudiante 7, en actividades que requieren la utilización de descripciones, representó una fortaleza para la realización de esta actividad, con lo que sus aportes fueron muy valorados por su equipo.</p> <p>Su método, consistente en escuchar con atención principalmente, fue eventualmente aprendido por sus compañeros de clase, con lo que fue claro para ellos, que todos pueden aportar en el proceso de aprendizaje.</p>
N°11	<p>El estudiante 7 realizó cinco patrones diferentes, en una y dos direcciones, con varias formas, tamaños y colores, y con ambas texturas, escarchados y no escarchados. Libremente caminó por el salón</p>	<p>La experiencia del estudiante 7 en esta sesión, nos muestra cómo ha desarrollado familiaridad y comodidad con respecto a las temáticas de patrones y secuencias, al punto de sentirse agrado por las actividades a realizar, e incluido en el aula de clase, tanto en lo académico, como con sus compañeros de curso.</p>

	eligiendo las piezas que llamaban su atención, realizaba un patrón tras otro, con una sonrisa en el rostro.	
--	---	--

*Tabla 21.* Cuadro de análisis de la categoría Inclusión.

## Casos Especiales

Categoría		Casos especiales	
Nombre	Sesión	Tipo de respuesta	Análisis
Estudiante 1	Nº2	Identificó los dos patrones a realizar y sus diferencias. Realizó ambas secuencias con diferentes compañeros, guiando y ayudando a los que no podían igualar su velocidad.	El Estudiante 1 ingresó a la institución en el segundo semestre del 2017, es un estudiante colaborador con sus compañeros, curioso y se adaptó fácilmente al grupo. Si bien realiza las actividades regulares como copiar y solucionar operaciones con agrado, muestra mayor gusto por actividades que impongan un reto, mental o corporal. Realizó en varias de las sesiones tres etapas de la generalización: percibir el patrón, expresarlo y registrarlo, sin embargo se le dificultó establecer una regla general que explicase el comportamiento del patrón trabajado. Siempre intentó que todos los miembros de su equipo participaran, fueran escuchados y desarrollan la actividad bajo
	Nº3	Identificó los pasos que componían cada patrón y apoyo a sus compañeros para que los realizaran. Sin embargo mostró su desagrado ante compañeros que no intentaron los patrones con toda su concentración.	
	Nº5	Identificó el patrón de colores y de posición, además planteó un patrón nuevo con forma de hexágono.	
	Nº6	Dialogó con los compañeros invitándolos a expresar que patrón realizarían ellos y liderando a su equipo hacia una creación conjunta.	
	Nº7	A diferencia de las sesiones anteriores, el Estudiante 1 propuso a sus compañeros de equipo que le mostraran sus ideas para el patrón y luego propuso unirlos.	
	Nº10	Apoyó y ayudó a describir los patrones encontrados por su equipo, el cual fue el único que identificó los cuatro patrones.	

			los mismos términos.
Estudiante 2	Nº3	El Estudiante 2, quien presentó dificultad para realizar las secuencias corporales de las sesiones anteriores, desarrolló la actividad mostrando mayor habilidad, se concentró profundamente durante las explicaciones y realizó lentamente los pasos, aumentando la velocidad a medida que interiorizaba el patrón.	El Estudiante 2 presenta aptitudes para las matemáticas, teniendo buenos resultados en el área. Si bien la danza y la expresión corporal no son enteramente de su agrado, se observó que el Estudiante 2 aplica una aproximación analítica para comprender las secuencias corporales, realizando un proceso de mecanización que le ayuda a comprender y reproducir exitosamente el patrón y la secuencia de cada actividad. Cuando las actividades aumentaron en complejidad fue sencillo para él identificar aspectos en común de casos particulares y conectarlos, realizando las etapas de la generalización, cuando este se podía expresar mediante la multiplicación, pues se le dificultó considerar que algunos patrones no se pudiesen explicar mediante esta operación aritmética.
	Nº5	Identificó los patrones de color y de posición, además extrapola la relación entre la cantidad de palos del patrón y la cantidad de palos de una secuencia que se repite varias veces.	
	Nº6	El Estudiante 2, de quien se habían observado avances significativos, ha contribuido en los procesos de sus compañeros de trabajo. En ellos se observa que su avance ha sido mayor, con respecto al reconocimiento de patrones, gracias a la guía que el estudiante 2 provee en el grupo.	
	Nº7	En esta sesión se observó que no solamente el estudiante 2 lidera el grupo, una compañera también dirige y no hay conflictos por ello. El Estudiante 2 propuso un patrón que mezclara colores y posición y Valentina le agregó la variable de la textura.	
	Nº9	El estudiante 2 propuso una explicación a la cantidad de cubos necesaria para armar una pirámide dado el número de pisos a partir de la operación aritmética con la que tiene mayor afinidad, y aun después de saber la respuesta siguió buscando la manera de expresar la respuesta mediante la multiplicación y no la	

		suma.	
	Nº11	El estudiante 2 escogió colores y formas diferentes al patrón realizado anteriormente en la actividad grupal, pero con las mismas variables: color, textura y posición. Se observó que lo primero que busca al identificar un patrón es el color.	
Estudiante 3	Nº2	Se le facilitó realizar la secuencia corporal con compañeros de su misma altura, le gustó dirigir el ritmo e identificó los pasos de los dos patrones presentados y su diferencia.	La estudiante 3 es una estudiante que siempre ha sobresalido por sus talentos artísticos. Sin embargo tiene una dificultad en el habla que perjudica su comunicación, a causa de esto no se había destacado previamente en el área de las matemáticas, sin embargo al incluir material manipulativo que le permitió realizar creaciones artísticas, se observó que la estudiante 3 realiza un análisis donde relaciona los elementos que utiliza y las operaciones aritméticas conocidas como lo son la suma y la multiplicación. El caso de la estudiante 3 resalta porque además de reconocer patrones de repetición, tipo AB o ABC, ella identificó un patrón por recurrencia y realizó el proceso de generalización con
	Nº6	Siguiendo el liderazgo de su compañera participó activamente en la realización de un patrón que incluyó todos los elementos entregados a diferencia de sus compañeros que se limitaron a seguir instrucciones.	
	Nº7	Al haber un material colorido relacionado con el dibujo y el arte en general, se observó que la estudiante 3, una estudiante que no acostumbra liderar el grupo, tomó un rol de líder para con su grupo y manifestó gran alegría por la actividad de clase.	
	Nº8	Identificaba características representativas del patrón que estaban armando y se las mencionaba a sus compañeros para que pudiesen encontrar el siguiente eslabón.	
	Nº9	Aunque su opinión distaba de la de su grupo sobre como hallar la cantidad de cubos dada la cantidad de pisos, se mantuvo firme en su hipótesis, la confirmó varias veces y luego pasó a establecer una norma general para todos los	

		casos.	dicho patrón.
	Nº10	Al entrar a la zona de caza, se dedicó a observar los patrones mientras sus compañeros se organizaban, lo cual le facilitó encontrar el patrón una vez escuchada la descripción.	Estas sesiones ayudaron a mejorar su comunicación con el grupo, y a tener confianza en sí misma.
Estudiante 4	Nº2	Comenzó la actividad con recelo al saber que era de a parejas, pero al ver todos debían cambiar de pareja cada vez que jugaran tuvo la oportunidad de trabajar con compañeros a los que no les había hablado previamente y se sintió valorado.	Es menester aclarar que el estudiante 4 es un niño nuevo, que comenzó segundo sin leer ni escribir en el mismo nivel que sus compañeros y esto le afectó en gran medida en el primer semestre del año. La mayoría de niños y niñas no querían trabajar con él porque lo catalogaban como mal estudiante.  Es importante resaltar que en el proceso de aprendizaje del estudiante 4, el intentaba las aplicaciones de los conocimientos enseñados en varias ocasiones antes de hacerlo correctamente, por lo tanto para este punto había desarrollado perseverancia, sin embargo algunos de sus compañeros no estaban acostumbrados a tener que intentar de nuevo y se frustraban con facilidad, fue en este punto donde el estudiante los ayudó.
	Nº3	Para el estudiante 4 la actividad resultó difícil, pero no dejó de intentarlo. Al finalizar la clase identificó, diferenció y replicó cada patrón pero no logró realizarlos en el ritmo propuesto. Durante la sección tuvo un momento de frustración el cual fue mitigado por la ayuda de Karen, quien no mostró disgusto alguno por motivar y practicar con él a su velocidad.	
	Nº6	Al quedar con un grupo fijo, conformado con estudiantes reconocidos con buenos resultados académicamente que lo apoyaron, se sintió a gusto en la clase.	
	Nº7	El estudiante 4 siguió participando activamente en el equipo, cada vez da a conocer más sus ideas y se integra más con sus compañeros.	
	Nº8	El estudiante 4 demostró ser capaz de diferenciar entre patrón y secuencia, explicar dicha diferencia y detallar una de las secuencias creadas.	

Estudiante 5	N°6	El estudiante 5 ha empezado a realizar relaciones entre la cantidad de figuras en un patrón, y la cantidad necesaria para una secuencia de repeticiones dadas, utilizando las tablas de multiplicar.	El estudiante 5 es un estudiante que ingresó en el 2017 a la institución, al comenzar era un niño agresivo que se defendía en todo momento.
	N°8	Define explícitamente la diferencia entre secuencia y patrón, es decir que puede explicar en palabras la diferencia entre los dos conceptos, lo que representa un avance en su proceso de aprendizaje, ya que anteriormente presentaba confusión entre los dos conceptos.	Logró realizar tres etapas de generalización: Percibir un patrón, expresarlo y registrarlo. E incluso lo relacionó con una operación aritmética, sin embargo no comprobó si era cierta.
Estudiante 6	N°6	Por primera vez, se observó que el estudiante 6 logró trabajar con su grupo de trabajo, dado que en ocasiones anteriores no había podido trabajar con los demás por motivos de disciplina. Adicionalmente el estudiante 6 muestra capacidades para reconocer patrones, generar secuencias e incluso un potencial para realizar procesos de generalización.	El estudiante 6 es un estudiante con problemas comportamentales, le cuesta realizar trabajos en equipo o que no quiera realizar, es el menor de dos hermanos y tiene la costumbre de llorar cuando se le indica una tarea que no es de su agrado.
	N°7	Defendió mediante argumentos convincentes cómo se formaba el patrón creado por su equipo, evidenciando que reconoce y comprende dicho patrón.	Ante tal situación se decidió que el estudiante 6 participara en las sesiones cuando se comportase adecuadamente, y fue la curiosidad que despertó el ver a sus compañeros disfrutando de las actividades, que decidió controlar su mal comportamiento para participar demostrando ser un estudiante
	N°8	Identifica las características del patrón a desarrollar, diferencia entre patrón y secuencia, y es capaz de controlar su comportamiento para trabajar con su equipo.	
	N°11	Disfrutó creando patrones y explicando cual era la secuencia y porqué.	

			inteligente, hábil y capaz de ser un elemento significativo para su equipo.
--	--	--	---

*Tabla 22.* Cuadro de análisis de la categoría Casos especiales.

Uno de los aspectos comunes a estos casos especiales observados, es la introducción de los estudiantes a ámbitos académicos que pueden estar fuera de su zona de confort, esto es, ámbitos académicos que no son generalmente de su agrado o en los que no suelen tener un buen desempeño. Los niños pudieron sin embargo, explorar libremente estos nuevos ámbitos, lo que contribuyó al fortalecimiento de su confianza y a que pudieran redefinir la forma en que se ven a sí mismos y a sus compañeros en el aula de clase.

## Conclusiones y Trabajo futuro

En este capítulo se relacionan las conclusiones obtenidas a partir del trabajo realizado, los objetivos formulados y los resultados de la implementación. Adicionalmente, se relacionan algunas reflexiones de interés para el desarrollo de futuros proyectos en torno al pensamiento variacional con estudiantes de grado segundo, y en general, de Básica Primaria.

### Conclusiones

- ☺ Los resultados obtenidos con respecto a las categorías observadas permiten concluir que el diseño y la implementación del proyecto pedagógico descrito en los capítulos anteriores aportaron al desarrollo del pensamiento variacional por parte de los estudiantes del curso 205 de la I.E.D. Ciudadela Educativa de Bosa, al evidenciarse que ellos no solamente presentaron desempeños satisfactorios, sino que lograron aprender los conceptos de patrón y secuencia, e incluso en casos específicos, realizaron procesos de generalización.
- ☺ Se logró poner en práctica la propuesta pedagógica planteada por la profesora Lyda Mora, siguiendo el orden establecido por ella para los diferentes tipos de secuencias: corporales, manipulativas y figurativas. Al respecto, se apreció que este orden favorece la comprensión de los conceptos de patrón y secuencia por parte de los estudiantes, y propicia que los docentes relacionen el proceso de aprendizaje, con el contexto del aula de clase.
- ☺ La metodología planteada, que consistente en el desarrollo de sesiones compuestas de actividades diversas, permitió que los estudiantes avanzaran progresivamente, en cuanto al desempeño observado para el reconocimiento de patrones, el seguimiento de secuencias y el trabajo en grupo. Al respecto de ello, se concluye que estas actividades contribuyen en general al alcance de estas metas de comprensión, para niños del grado segundo en general, haciendo la salvedad de que en diferentes contextos, se deberán ajustar las actividades, según aplique (Cantidad de participantes, conocimientos previos, etc.).

- ☺ El pensamiento variacional constituye una variante de importancia para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, por lo que debe ser considerado en tal medida en la Educación Infantil. Los resultados de la implementación de este proyecto pedagógico muestran cómo actividades enfocadas a patrones y secuencias contribuyen a que los estudiantes apropien estos conceptos, identificando variaciones en general. Este aprendizaje es de gran utilidad para la futura realización de procesos de generalización, y al abordar los sistemas algebraicos.
- ☺ Con la implementación de la propuesta se logró que los estudiantes tuvieran un acercamiento agradable con respecto al pensamiento matemático, a partir de sus aptitudes y gustos, articulándolos en el desarrollo de diferentes actividades cuyo eje temático era el pensamiento variacional. El tener en cuenta dichas aptitudes, facilitó a su vez plantear actividades que involucraron no solamente a las matemáticas, sino también a otras áreas del conocimiento, como las artes plásticas, la expresión oral y escrita, y la música.
- ☺ A través de la organización de estudiantes en grupos pequeños se corroboró lo planteado por Vygotski respecto al trabajo entre pares, observándose el alcance del nivel de desarrollo potencial conforme a que se realizaban las actividades en los equipos establecidos para el trabajo en el aula de clase.
- ☺ Las actividades realizadas, haciendo énfasis en el trabajo en equipo, llevaron a que los estudiantes incluyeran a su compañero con Necesidades Educativas Especiales en el desarrollo de las mismas, como un igual. Esto indica que el proceso realizado hizo que fortalecieran su compañerismo y su tolerancia, favoreciendo el ambiente de trabajo en el aula de clase.

## Reflexiones pedagógicas para trabajos futuros

- ☺ Resulta vital considerar y observar atentamente los diferentes puntos de vista manifestados por parte de los estudiantes, a lo largo de la realización de actividades relacionadas con el pensamiento variacional, ya que a partir de ellos se pueden identificar las necesidades de los niños para el entendimiento de los conceptos relevantes para las diferentes formas de pensamiento, especialmente para el pensamiento variacional.
- ☺ Las actividades a desarrollar con respecto a una propuesta pedagógica en general, deben contar con la disposición de los docentes para ser permanentemente reestructuradas, se

debe ser flexible en las implementaciones realizadas, según las condiciones espaciales, ambientales y emocionales que se presenten durante el transcurso de ellas.

- ☺ Para abordar las secuencias corporales, resulta vital la utilización de apoyos visuales que mejoren la comprensión por parte de los estudiantes. Los resultados obtenidos muestran que estos apoyos favorecen el reconocimiento de patrones en secuencias corporales, manipulativas y figurativas.
- ☺ En la medida en que se realizan actividades que conducen al discernimiento de los conceptos de patrón y secuencia, se debe proveer a los estudiantes con herramientas para la descripción de los diferentes patrones y secuencias que se trabajen, con el fin de favorecer el entendimiento de dichos conceptos, en los términos propios de cada uno de ellos.
- ☺ La realización de procesos de generalización por parte de estudiantes de Básica Primaria, depende en gran medida de los conocimientos y el proceso de aprendizaje que ellos hayan desarrollado, por lo que resulta fundamental que los docentes tengan en cuenta estos factores al plantear actividades que conduzcan a la consecución de estos procesos.
- ☺ Si bien, el trabajo en equipo presenta beneficios notorios para los estudiantes, los docentes deben tener en cuenta las características individuales de cada uno de ellos, para la formación de grupos que realmente resulten beneficiosos para el proceso de aprendizaje de cada uno. Esto implica que los docentes deben no solamente observarlos individualmente, sino también observar cómo se desenvuelven en actividades colectivas.
- ☺ Los docentes deben tener en cuenta márgenes de tiempo considerables dentro de las actividades realizadas para los diferentes tipos de secuencia, de forma tal que los estudiantes puedan interiorizar las secuencias tratadas en la actividad, sin ser sujetos a presiones de tiempo, tanto a nivel individual, como a nivel colectivo.

## Bibliografía

- Acosta Hernández, D. H., Jiménez Moreno, I. J., & Villar Ospina, B. L. (2015). Actividad para desarrollar el pensamiento variacional en primaria. Bogotá D.C.: Universidad Pedagógica Nacional.
- Braga, B., Pope, B., & Druyan, A. (Dirección). (2014). *Cosmos* [Película].
- Bressan, A., & Gallego, M. F. (2010). El progreso de matematización progresica en el tratamiento de patrones. *entre nosotros*, 5-20.
- Butto, C., & Rojano, T. (2004). Introducción temprana al pensamiento algebraico: abordaje basado en la geometría. *Educación Matemática*, 16(1), 113-148.
- Castaño García, J. (1998). La construcción del pensamiento multiplicativo simple. *Hojas pedagógicas*, 3(3), 1-7.
- DRAE. (2017). *Real Academia de la Lengua Española*. Recuperado el 8 de Julio de 2017, de <http://dle.rae.es/srv/fetch?id=Psw9YfJ>
- Esquinas Sancho, A. M. (2009). Dificultades de aprendizaje del lenguaje algebraico: del símbolo a la formación algebraica: aplicación a la práctica docente. Madrid: Universidad Complutense de Madrid. Obtenido de [http://ermeweb.free.fr/doc/CERME2\\_proceedings](http://ermeweb.free.fr/doc/CERME2_proceedings)
- Godino, J., & Font, V. (2003). *Razonamiento algebraico y su didáctica para maestros*. Granada: ReproDigital.
- Gómez-Jáuregui, V., Otero, C., Arias, R., & Manchado, C. (2012). Generation and Nomenclature of Tessellations and Double-Layer Grids. *Journal of Structural Engineering*, 138(7), 843-852.
- Hernández García, K. L., & Tapiero Castellanos, K. J. (2014). Desarrollo del razonamiento algebraico a partir de la generalización de patrones gráficos-icónicos en estudiantes de educación básica primaria. Cali: Universidad del Valle.
- Hernández, R., Fernández Collado, C., & Baptista, P. (1991). *Metodología de la investigación* (2 ed.). México D.F.: McGraw-Hill.

- IED - Ciudadela Educativa de Bosa. (2012). *Capítulo 2*. Recuperado el 8 de Enero de 2018, de [https://drive.google.com/drive/folders/0BwdJen0\\_d57LdHFnT0tNdTNuSVk](https://drive.google.com/drive/folders/0BwdJen0_d57LdHFnT0tNdTNuSVk)
- IED - Ciudadela Educativa de Bosa. (2012). *Capítulo 4*. Recuperado el 08 de Enero de 2018, de [https://drive.google.com/drive/folders/0BwdJen0\\_d57LdHFnT0tNdTNuSVk](https://drive.google.com/drive/folders/0BwdJen0_d57LdHFnT0tNdTNuSVk)
- IED - Ciudadela Educativa de Bosa. (2012). *Capítulo 5*. Recuperado el 08 de Enero de 2018, de [https://drive.google.com/drive/folders/0BwdJen0\\_d57LdHFnT0tNdTNuSVk](https://drive.google.com/drive/folders/0BwdJen0_d57LdHFnT0tNdTNuSVk)
- IED - Ciudadela Educativa de Bosa. (2012). *Capítulo 5*. Recuperado el 10 de Enero de 2018, de [https://drive.google.com/drive/folders/0BwdJen0\\_d57LdHFnT0tNdTNuSVk](https://drive.google.com/drive/folders/0BwdJen0_d57LdHFnT0tNdTNuSVk)
- Infante, M. (2010). Desafíos a la formación docente: inclusión educativa. *Estudios Pedagógicos*, 36(1), 287-297.
- Jiménez, O. L. (2001). *Ronda que ronda la ronda*. Bogotá: Panamericana.
- López, I. M., & Valenzuela, G. E. (2015). Niños y adolescentes con Necesidades Educativas Especiales. *Revista Médica Clínica Las Condes*, 1(26), 42-51.
- Marín Aboya, L. G., & Salas Martínez, J. M. (2011). INTRODUCCIÓN A LA VARIACIÓN EN QUINTO DE PRIMARIA. Bogotá D.C.: Universidad Pedagógica Nacional.
- MEN. (7 de junio de 1998). *Serie lineamientos curriculares*. Obtenido de Matemáticas: [http://www.mineduccion.gov.co/1759/articles-339975\\_matematicas.pdf](http://www.mineduccion.gov.co/1759/articles-339975_matematicas.pdf)
- MEN. (7 de junio de 1998). *Serie lineamientos curriculares*. Obtenido de [https://www.mineduccion.gov.co/1759/articles-339975\\_matematicas.pdf](https://www.mineduccion.gov.co/1759/articles-339975_matematicas.pdf)
- MEN. (Mayo de 2006). Estándares básicos de competencias. Obtenido de En matemáticas: [http://www.mineduccion.gov.co/cvn/1665/articles-116042\\_archivo\\_pdf2.pdf](http://www.mineduccion.gov.co/cvn/1665/articles-116042_archivo_pdf2.pdf)
- MEN. (2015). *Ejemplo de pregunta Saber 3, 5 y 9*. Obtenido de Icfes: <http://www.icfes.gov.co/estudiantes-y-padres/pruebas-saber-3-5-y-9-estudiantes/ejemplos-de-preguntas-saber-3-5-y-9>
- MEN. (2016). Derechos básicos de aprendizaje Matemáticas Volumen 2. En M. d. Nacional, *Derechos básicos de aprendizaje* (págs. 50-94).

- Mora, L. (2012). *Álgebra en Primaria. Documento en el marco del Programa Todos a Aprender del MEN.*
- Moreno Giraldo, G. A. (2015). Una aproximación al álgebra temprana por medio de una secuencia de tareas matemáticas de patrones numéricos. Cali: Universidad del Valle.
- Murcia Pérez, J. A., & Silva Muñoz, J. A. (2014). Argumentos Logrados por Estudiantes de Grado Quinto de Educación Básica Primaria al Realizar una Tarea que Involucra Patrones y Procesos de Generalización. Bogotá D.C.: Universidad Pedagógica Nacional.
- Navarro Moreno, M. P. (2014). "EL MUNDO DE LAS SECUENCIAS" Un aplicativo dirigido a niños de 4 a 8 años para iniciarlos en el proceso de generalización. Bogotá D.C.: UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL.
- Pulgarín, J. A. (2015). Generalización de patrones geométricos. Proyecto de aula para desarrollar pensamiento variacional en estudiantes de 9 – 12 años. Medellín: Universidad Nacional de Colombia.
- RAE. (2017). *Real Academia de la Lengua Española*. Recuperado el 8 de Julio de 2017, de <http://dle.rae.es/?id=IMKQ7pj>
- RAE. (2017). *Real Academia de la Lengua Española*. Recuperado el 6 de Julio de 2017, de <http://dle.rae.es/?id=WWXSc4r>
- RAE. (2017). *Real Academia de la Lengua Española*. Recuperado el 6 de Julio de 2017, de <http://dle.rae.es/?id=9zfd918>
- RAE. (2017). *Real Academia de la Lengua Española*. Recuperado el 6 de Julio de 2017, de <http://dle.rae.es/?id=ZR8KSNZ>
- Rivera Muñoz, E., & Sánchez Chaverra, L. F. (2012). Desarrollo del pensamiento variacional en la Educación Básica Primaria: Generalización de patrones numéricos. Santiago de Cali: Universidad del Valle.
- Significados.com. (2017). *Emoji*. Recuperado el 9 de julio de 2017, de <https://www.significados.com/emoji/>

- Solaz-Portolés, J., & Sanjosé López, V. (2006). ¿Podemos predecir el rendimiento de nuestros alumnos en la resolución de problemas? *Revista de Educación*(339), 693-710.
- Stone Wiske, M. (1999). *La Enseñanza para la Comprensión* (Primera ed.). Buenos Aires: Paidós.
- Trujillo, D. (2013). La perspectiva de cambio curricular early-algebra como posibilidad para desarrollar el pensamiento algebraico en escolares de educación primaria: una mirada al proceso matemático de generalización. Bogotá: Universidad de los Andes.
- Vasco, C. (2009). *El pensamiento variacional y la modelación matemática*. Cali: Universidad del Valle.
- Vasco, C. E. (2009). *El pensamiento variacional y la modelación matemática*. Cali: Universidad del Valle.
- Vygotski, L. (1979). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores* (Tercera ed.). Barcelona: Crítica, S. L.
- Warren, E. A. (2005). Patterns supporting the development of early algebraic thinking. *Building connections: Research, theory and practice*, 759-766.

# Anexos

## Anexo 1

Cantidad de pisos	Cantidad de cubos en el piso	Cantidad de cubos sumando todos los pisos
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		

## Anexo 2

Patrón	Secuencia			
1.				
2.				
3.				
4.				

## Anexo 3

### Glosario

A continuación se relacionan definiciones particulares que son relevantes para el diseño y la implementación del proyecto, y que además pueden contribuir a una mejor comprensión de capítulos posteriores de este documento.

**Fractal:** Estructura iterativa que tiene la propiedad de que su aspecto y distribución estadística no cambian cualquiera que sea la escala que se observe. (RAE, Real Academia de la Lengua Española, 2017)

**Teselado:** regularidad o patrón de figuras que recubren o pavimentan completamente una superficie plana donde no hay espacios vacíos, ni se superponen las figuras (Gómez-Jáuregui, Otero, Arias, & Manchado, 2012).

**Mosaico:** obra pictórica elaborada con pequeñas piezas de piedra, cerámica o vidrio de diversas formas y colores. (DRAE, 2017)

**Emoji:** imágenes o pictogramas que son usados para expresar una idea, emoción o sentimiento en medios de comunicación digital. (Significados.com, 2017)

**Ritmo:** Orden acompasado en la sucesión o acaecimiento de las cosas (RAE, Real Academia de la Lengua Española, 2017)

**Compás:** “Signo que determina el ritmo en cada composición o parte de ella y las relaciones de valor entre los sonidos” (RAE, Real Academia de la Lengua Española, 2017)

**Tempo** “Grado de celeridad en la ejecución de una composición musical” (RAE, Real Academia de la Lengua Española, 2017)

## Anexo 4

A continuación se presentan las decisiones pedagógicas tomadas a partir del desarrollo de las actividades de cada sesión. Estas decisiones permitieron el ajuste progresivo de sesiones desarrolladas posteriormente, para el beneficio de los estudiantes y su proceso de aprendizaje.

Sesión	Secuencia de actividades	Decisiones Pedagógicas
3	Se explicará a los niños la actividad a realizar.	Explicar la actividad a realizar ayudó a calmar la ansiedad de los niños y a tener una mejor disposición durante la clase.
	<p>Se dividirá el salón en cuatro grupos de nueve niños, se designarán un ayudante a cada grupo, el cual se encargará de ayudar a su grupo a seguir el ritmo y realizar cada patrón. Se mostrará la coreografía paso a paso en cuatro grupos, sobre la mesa del profesor. Se presentará el primer paso, luego el primero y el segundo, después el primero, el segundo y el tercero, y así sucesivamente en cada grupo. Cada vez que se presente un grupo, se realizaran preguntas sobre las similitudes con los patrones precedentes. A continuación se muestra los grupos de la coreografía:</p> <p>Grupo uno:            Puño derecho            Palma derecha            Puño derecho</p>	<p>En esta actividad el desarrollo del patrón fue individual, diferente a la intervención anterior. Se observó que ciertos estudiantes no querían realizar la actividad con algunos de sus compañeros, fuese por experiencias previas o por referencias sociales, ante lo cual se planteó trabajar en equipos de nueve participantes, para que pudieran concientizarse de la importancia del trabajo en equipo, puesto que el ritmo se alteraba si todos los niños no efectuaban el patrón al tiempo.</p> <p>La explicación paso a paso, y con repetición, facilitó identificar, seguir y diferenciar los cuatro patrones presentados.</p>

	<p>Puño derecho  Palma derecha  Puño derecho  Puño derecho  Palma derecha  Puño derecho  Puño derecho  Grupo dos  Puño izquierdo  Palma izquierda  Puño izquierdo  Puño izquierdo  Palma izquierda  Puño izquierdo  Puño izquierdo  Palma izquierda  Puño izquierdo  Puño izquierdo  Grupo tres  Palmas  Aplauso  Palmas cruzadas  Palmas  Aplauso  Palmas  Aplauso  Palmas cruzadas  Palmas  Aplauso  Grupo cuatro  Palmas</p>	<p>Los estudiantes mostraron interés en los sonidos de percusión, razón por la cual el patrón se realizó sobre las mesas de trabajo de los niños.</p> <p>Como ayudantes se dispusieron cuatro estudiantes que mostraron gran habilidad en las intervenciones anteriores. Además, estos estudiantes mostraron interés por ayudar a sus compañeros al ritmo necesario.</p>
--	---	--



	<p>Aplauso</p> <p>Palma derecha</p> <p>Dorso de la mano derecha</p> <p>Palma izquierda sobre palma derecha</p> <p>Palmas</p> <p>Aplauso</p> <p>Palma derecha</p> <p>Dorso de la mano derecha</p> <p>Palma izquierda sobre palma derecha</p>	
	<p>Actividades adicionales</p>	
	<p>Una vez dominen las secuencias completas, se coordinarán todos los grupos para tocar una canción de la siguiente manera: grupo 1, grupo 2, grupo 1 y grupo 2, grupo 3, grupo 4.</p> <p>Se preguntará si reconocen la canción cuyo ritmo fue desarrollado por ellos, y se presentará la canción.</p>	<p>Se utilizó una canción reconocida y apreciada por los niños para generar un vínculo con el patrón propuesto.</p>
4	<p>Se escribirá el siguiente estribillo en el tablero:</p> <p>(1)Ferrocarril, carril, carril</p> <p>(2)De Roma a Brasil, Brasil, Brasil,</p> <p>(3)Un pasito pa atrás, pa atrás, pa atrás</p> <p>Y se explicará a los niños la actividad a realizar.</p>	<p>Explicar la actividad a realizar ayudó a calmar la ansiedad de los niños y a tener una mejor disposición durante la clase.</p> <p>Escribir el estribillo contribuyó a que hubiese mayor claridad sobre que se está cantando y facilita establecer una relación entre el estribillo y la coreografía a realizar.</p> <p>La letra de la canción fue modificada, para incluir lugares</p>


		conocidos como Bosa Brasil y Roma.
	<p>En el salón se mostrará la siguiente coreografía, cantando el estribillo presentado acorde a ella:</p> <p>Cuatro pasos para adelante, Cuatro pasos para adelante, Un paso para adelante y tres para atrás.</p> <p>Se realizará la coreografía paso a paso individualmente para que todos los niños tengan claro cuáles son los movimientos y su relación con el estribillo.</p> <p>Se formarán nueve grupos de cuatro participantes cada uno, se pedirá que entrelacen los brazos formando una línea.</p> <p>En grupo se solicitará que canten el estribillo mientras realizan la coreografía</p>	<p>La realización del patrón sugerido inicialmente fue individual, una vez se identificó y se replicó se pasó a hacerla en grupo. Se observó mejoría en el trabajo en grupo durante la intervención anterior, el hecho de que la realización del patrón no dependiera del otro ayudó en las relaciones sociales, expresiones como “por su culpa” o “no le haga tan rápido” no tuvieron cabida. El trabajo en grupo se observó en comportamientos de ayuda que permitieran al otro realizar el patrón, ante lo cual se propuso un trabajo que involucrara más la integración con el otro pero cuya ejecución tuviera un fuerte componente individual, si alguno se equivocaba en el grupo, este corre riesgo de pérdida.</p> <p>La explicación paso a paso, y con repetición, facilitó identificar y replicar los patrones presentados.</p> <p>Como ayudantes se establecieron nueve estudiantes que mostraron gran habilidad en las intervenciones anteriores.</p>

	<p>Se dirigirá a los niños a las canchas de basquetbol y se ubicarán sobre los lados angostos de la cancha.</p> <p>Se propondrá realizar la coreografía tantas veces como sea necesario para llegar a la mitad de la cancha.</p>	<p>Al unirse en los grupos, el salón no brindaba el espacio necesario, razón por la cual la actividad continuó en las canchas.</p>
	<p>Se preguntará a cada grupo:</p> <p>¿Cuántas veces jugaron para llegar al centro de la cancha?</p> <p>¿Cuántos pasos se desplazaron?</p>	<p>Estas preguntas permitieron darle uso al patrón propuesto</p>
	<p>A manera de cierre, para concretar, se reunirán todos los grupos, y competirán sus respuestas y comentarios,</p>	<p>Se preguntó “al aire” ¿Por qué todas las respuestas no son iguales?, además de cuestionar que influía en este tipo de medida.</p>
	<p>Se propondrá a los niños averiguar cuantas veces se necesita jugar y cuantos pasos se desplazarían para llegar de un lado al otro de la cancha.</p>	<p>Esta actividad permitió ver si se duplicaban o no los pasos y las veces jugadas, que al hacerlo en media cancha, estableciendo así una relación de multiplicación por dos.</p>
5	<p>Se escribirá la siguiente canción en el tablero, entre paréntesis aparece la cantidad de veces que se pasa el vaso hacia la derecha en un principio:</p> <p>Los hermanos de Juan (3)</p> <p>Se fueron a trabajar (2)</p> <p>Quitan y ponen y vuelven a poner (1)</p> <p>Y con el serrucho hacen (2)</p> <p>Chiqui, chiqui, cha (1)</p> <p>Y se explicará a los niños la actividad a realizar.</p>	<p>Escribir la letra que se cantaría durante el juego fue de mucha utilidad, pues en general facilitó la realización del patrón.</p>

	<p>Se formarán grupos de a seis niños. A cada grupo se le entregarán 6 vasos del mismo color, y se enseñará a los niños el primer verso con su ritmo y sus movimientos correspondientes, de igual manera se explicarán cada uno de los versos. Para los versos con un solo movimiento (1) se explicará que si bien se pasa el vaso una sola vez, el vaso se mueve 3 veces antes de soltar el vaso.</p>	<p>La explicación paso a paso fue fundamental para el desarrollo de actividad, pues era el momento en que se comprendía el patrón.</p> <p>El realizar lentamente cada uno de los pasos permitió un proceso personal de comprensión que se vio reflejado en la correcta realización del juego grupal.</p> <p>En la sección anterior siete de los grupos formados trabajaron gratamente, por lo cual se repitió la formación, con el cambio de ayudante de uno de los grupos, pues un estudiante mostró un mayor liderazgo y el mismo grado de comprensión que el designado como ayudante originalmente. Los otros dos grupos fueron mezclados y sus ayudantes fueron cambiados.</p>
	<p>Se jugará varias veces y luego se escribirá al tablero que un patrón es la cadena más corta de elementos que se repiten y que una secuencia es un conjunto de patrones.</p> <p>Se preguntará a los niños que se entiende por patrón y por secuencia, terminando con la formalización de ambos términos, a continuación se preguntará cuál es el patrón de movimiento de la canción.</p>	<p>No se especificó cuantas veces se jugaría pues esto dependía de cuanto demoraran los niños en apropiar el patrón.</p> <p>Se consideró que los niños estaban listos para entender el concepto de patrón y de secuencia, y que esto les permitiría comprender mejor las actividades.</p>

	<p>¿Cómo puedo saber de qué color es el vaso con el que voy a terminar?</p>	
	<p>Se cambiaran los vasos con los que se está jugando, entregando, 3 vasos de dos colores diferentes a cada grupo, cuyo orden será decidido por ellos motivándolos a crear un patrón.</p> <p>Se jugará un par de veces y se solicitará que respondan de forma escrita:</p> <p>¿Cuál es el patrón?</p> <p>¿Se repite el patrón? ¿Cuántas veces?</p> <p>¿Terminé con el vaso con el que comencé?</p> <p>¿Con que vaso debo comenzar para terminar con un vaso del mismo color con el que comencé?</p> <p>¿Si juego dos veces cambia el color del vaso con el que termino?</p>	<p>Se planteó agregar otra variable didáctica, el color del vaso, con el objetivo de permitir a los niños crear un patrón y trabajar con él, para ver los conceptos presentados en el punto anterior de manera concreta.</p> <p>Se buscaba con estas preguntas dar herramientas para comprender y analizar el patrón propuesto y unir el patrón de movimiento planteado en la primera parte, con el patrón de color que cada grupo decidió.</p>
	<p>Actividades adicionales</p>	
	<p>Se entregará 6 vasos de tres colores diferentes, se jugará y se preguntará:</p> <p>¿Terminé con el vaso con el que comencé?</p> <p>¿Con que vaso debo comenzar para terminar con un vaso del mismo color con el que comencé?</p> <p>¿Cómo puedo saber de qué color es el vaso con el que voy a terminar?</p> <p>¿Cambian las respuestas a las preguntas anteriores?</p>	<p>Se planteó un cambio en los elementos del patrón, un tercer color, para que los niños pudieran crear otro patrón y volver a realizar el proceso, con las preguntas que lo acompañaban.</p>
6	<p>Se explicará a los niños la actividad a</p>	<p>En esta ocasión además de</p>

	<p>realizar.</p>	<p>explicar la actividad, se aclaró cómo se esperaba que manipularan el material haciendo énfasis en el cuidado que habían de tener.</p>
	<p>Se preguntará a los niños que se entiende por patrón y por secuencia, terminando con la formalización de ambos términos, escribiendo en el tablero que un patrón es la cadena más corta de elementos que se repiten y que una secuencia es un conjunto de patrones que se repiten.</p>	<p>Concretar los conceptos trabajados en las clases anteriores sirvió para comprenderlos mejor, y poder continuar con el proceso.</p>
	<p>Se entregará a cada niño diez dos grupos de 10 palos de paleta de dos colores distintos. Se dibujará la siguiente secuencia en el tablero</p>  <p>Se solicitará que repliquen el patrón con los palos y que lo continúen.</p> <p>Se preguntará cuál es el patrón y cuantas veces se repite con la cantidad de palos que cada uno tiene. Se preguntará si la cantidad de palos es la misma que la cantidad de patrones.</p>	<p>Con este material manipulativo se buscaba mostrar de forma explícita y simple los conceptos anteriormente presentados.</p> <p>Se hizo la especificación de que la cantidad de elementos de un patrón no es la misma cantidad de patrones en una secuencia.</p>
	<p>Se dibujará la siguiente secuencia en el tablero</p>  <p>Se preguntará ¿Cuál es el patrón?</p>	<p>Se quería repetir la actividad anterior con otro patrón para apropiar los conceptos presentados al inicio de la clase.</p> <p>Con las preguntas se quería hacer una insinuación hacia la relación</p>

	<p>¿Cuántas veces se repite? ¿Cuántos palos se utilizaron?</p>	<p>entre la cantidad de veces que se repetía el patrón y la cantidad de elementos, es decir, los primeros 10 múltiplos del 2.</p>																									
	<p>Se dibujará la siguiente secuencia en el tablero</p>  <p>Se preguntará ¿Cuál es el patrón? ¿Cuántas veces se puede repetir con los palitos que cada uno tiene? ¿Sobran palitos? ¿Cuántos palitos se necesitan para repetir el patrón 10 veces?</p>	<p>Con esta última actividad se buscaba que los niños concluyeran acerca de la cantidad de material necesaria para extender la secuencia, y de ser posible lo relacionaran con los primeros 10 múltiplos del 3.</p>																									
	<p>Se brindará el espacio para que cada niño cree una secuencia, y explique cuál es el patrón y como se repite.</p>	<p>Después de trabajar con 3 patrones diferentes se buscaba ofrecer un espacio donde los niños potenciaran su creatividad con un material y una dinámica conocidos.</p>																									
8	<p>Se explicará a los niños la actividad a realizar.</p> <p>Se retomará la definición de patrón y secuencia concretada anteriormente. Se entregará a cada grupo la siguiente tabla:</p> <table border="1" data-bbox="337 1554 885 1837"> <thead> <tr> <th>Patrón</th> <th colspan="4">Secuencia</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1.</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>2.</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>3.</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>4.</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p> Junto con un distintivo de su</p>	Patrón	Secuencia				1.					2.					3.					4.					<p>Al retomar las definiciones de patrón y secuencia se buscaba que los niños tuvieran mayor claridad y se les facilite la actividad. Se planteó esta tabla para que permitiera a los estudiantes ver cuál era el patrón y cómo se unen varios para formar una secuencia, mostrando claramente la</p>
Patrón	Secuencia																										
1.																											
2.																											
3.																											
4.																											

	<p>color.</p> <p>Se explicará que en cada espacio de la tabla solo puede colocarse un patrón.</p> <p>A continuación se numerarán de uno a cuatro los integrantes de cada grupo y el numero 4 pasará al centro, donde se encuentran tarjetas con las cuales podrán armar distintos patrones.</p>	<p>diferencia entre uno y otro.</p> <p>Al tener que ir un niño a la vez a la mesa de las tarjetas se buscaba trabajar individual y grupalmente.</p>
	<p>Cada niño escogerá uno y mostrará a los demás cual tomó, para asegurar que nadie repitió el mismo patrón, si es así cada estudiante volverá a su grupo y mostrará el patrón con el que realizaran la primera de las secuencias. Si no, las personas que eligieron el mismo patrón lo devolverán y cogerán otra tarjeta.</p>	<p>Al mostrarle a los demás su elección los niños estuvieron seguros de que nadie más tomaría las tarjetas de su grupo, evitando disgustos y malos entendidos.</p> <p>Cuando regresaba al grupo, cada niño explicó su elección y la ubicó bajo el letrero de patrón, estableciendo con cual se realizaría cada secuencia.</p>
	<p>A continuación se llaman a los participantes con el número tres, los cuales deberán ir al centro y buscar la tarjeta con la cual continuaran la secuencia, la que deberá ser igual a la elegida por el participante anterior.</p> <p>De esta manera se repetirá para hacer 4 secuencias.</p>	<p>Al tener un patrón determinado, cada niño supo que debía buscar, esto con el objetivo de trabajar atención y las definiciones ya mencionadas.</p> <p>Esta actividad se realizó 4 veces para que cada niño tuviera la oportunidad de elegir y proponer un patrón.</p>
	<p>Se solicitará que observen los patrones y secuencias de sus compañeros. Se pedirá que identifiquen cual es el patrón en cada caso.</p>	<p>Ver los patrones de los demás permitió evaluar el trabajo de sus compañeros y reforzar las definiciones mencionadas, así</p>

		como la habilidad de reconocer patrones.					
9	Se explicará a los niños la actividad a realizar.						
	<p>Se entregarán 5 cubos a cada niño y se solicitará que armen una pirámide como la presentada por la docente en formación, la cual tiene dos pisos, la base formada por dos cubos y la punta por uno. Una vez formadas las pirámides se realizarán a los niños las siguientes preguntas y se escribirán sus respuestas en el tablero:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Cuántos cubos utilizaron en el primer piso (la punta)?</li> <li>• ¿Cuántos cubos se utilizaron en el segundo piso (la base)?</li> <li>• ¿Cuántos cubos se utilizaron en total?</li> </ul>	<p>Fue importante que cada estudiante pudiera replicar el ejercicio ejecutado por la docente en formación para comprender mejor como desarrollar la actividad</p> <p>Las preguntas planteadas tenían como objetivo focalizar la atención hacia los detalles pertinentes para el proceso de generalización.</p>					
	<p>Luego se propondrá armar otro piso y se preguntará</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿cuántos cubos utilizaron en el primer piso (la punta)?</li> <li>• ¿Cuántos cubos se utilizaron en el tercer piso (la base)?</li> <li>• ¿Cuántos cubos se utilizaron en total?</li> <li>• ¿Cuántos cubos tendrá el siguiente piso? ¿Cómo averiguarlo?</li> </ul>	<p>Para continuar se propuso realizar otro piso y repetir las preguntas para ayudar a identificar el factor de cambio.</p>					
<p>Se presentará la siguiente tabla:</p> <table border="1" data-bbox="337 1629 971 1854"> <tr> <td>Cantidad de pisos</td> <td>Cantidad de cubos en el piso</td> <td>Cantidad de cubos sumando todos los</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>	Cantidad de pisos	Cantidad de cubos en el piso	Cantidad de cubos sumando todos los				<p>Con la tabla se buscaba brindar una herramienta que les permitiera visibilizar con mayor facilidad y claridad el patrón de cambio que</p>
Cantidad de pisos	Cantidad de cubos en el piso	Cantidad de cubos sumando todos los					

		pisos	estaban averiguando.
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
Se propondrá completar entre todos la información de los 3 primeros pisos.			
Se entregará una tabla a cada niño y se propondrá completarla en grupos de 4 estudiantes.			El trabajo en equipo permitió resolver dudas entre pares y comparar repuestas.
Se entregará una tabla de mayor tamaño para que la completen con sus resultados y la expongan a los demás grupos.			La creación de una tabla por grupo buscaba establecer un consenso entre las respuestas que abriera paso a la argumentación
Se preguntará si es posible saber cuántos cubos se utilizarían si se quisieran más pisos y como averiguarlo.			Esta pregunta abierta estaba pensada para llamar la atención de los estudiantes, incentivando la curiosidad para que terminaran el proceso de generalización

10	Se explicará a los niños la actividad a realizar.																
	<p>Se formarán grupos de a cuatro estudiantes y se ubicaran a los lados del salón, en el centro se encontrarán las imágenes que habrán de cazar. Se presentará a modo de juego donde cada grupo deberá completar la siguiente tabla, de la cual se entregará una copia a cada grupo:</p> <table border="1" data-bbox="337 577 966 856"> <thead> <tr> <th data-bbox="337 577 527 634">Teselado</th> <th data-bbox="527 577 714 634">Descripción</th> <th data-bbox="714 577 966 634">Anotaciones</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="337 634 527 690"></td> <td data-bbox="527 634 714 690"></td> <td data-bbox="714 634 966 690"></td> </tr> <tr> <td data-bbox="337 690 527 747"></td> <td data-bbox="527 690 714 747"></td> <td data-bbox="714 690 966 747"></td> </tr> <tr> <td data-bbox="337 747 527 804"></td> <td data-bbox="527 747 714 804"></td> <td data-bbox="714 747 966 804"></td> </tr> <tr> <td data-bbox="337 804 527 856"></td> <td data-bbox="527 804 714 856"></td> <td data-bbox="714 804 966 856"></td> </tr> </tbody> </table> <p>En la columna de teselado se colocará la imagen “cazada”, al frente de la cual se escribirá la descripción. La zona de anotaciones se utilizará más adelante.</p> <p>Cada grupo debe cazar una imagen una por turno, la cual deberá corresponder a la descripción que indique la docente en formación. Solamente podrá ingresar a la “zona de caza” un estudiante por grupo, el cual deberá cambiar cada turno, para salir, mostrará a la docente la imagen que corresponde a la descripción. De ser la correcta se llevará el trofeo a su grupo, de no ser saldrá de la zona de caza con las manos vacías. Una vez en el grupo entre todos describirán el teselado con sus propias palabras.</p>	Teselado	Descripción	Anotaciones													<p>Con esta disposición se buscaba que cada estudiante debiera realizar un trabajo individual del cual dependía el desempeño del equipo.</p> <p>Se quería dar a conocer que descripciones se esperaba que realizaran al preguntarles por un patrón o secuencia.</p> <p>Una de las intenciones era desarrollar habilidades como la atención, la memoria y la identificación de características.</p>
Teselado	Descripción	Anotaciones															
	Después de completadas las tablas, los grupos se rotarán para ver las imágenes cazadas por sus compañeros, leer sus descripciones y en la columna de anotaciones escribir lo que	Se planteó esta actividad adicional como forma de evaluación, no en busca de una nota, sino en pro de															

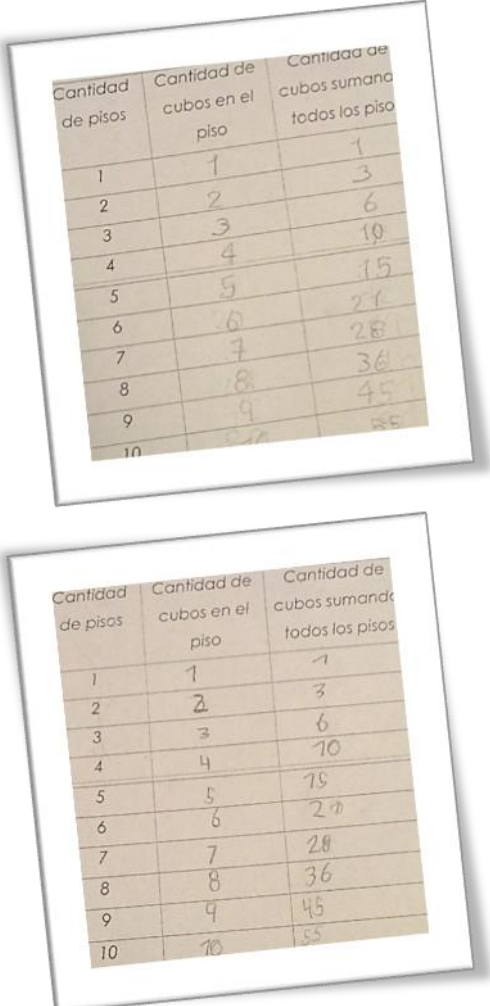
	consideren hace falta para completar la descripción de la imagen.	continuar el proceso descrito anteriormente.
11	<p>Se explicará a los niños la actividad a realizar.</p> <p>Se solicitará que formen grupos pequeños con los compañeros con los que deseen trabajar, dando a cada grupo un frasco con pegante.</p> <p>En una mesa central se colocarán las piezas ya conocidas por los niños utilizadas en una intervención anterior y una caja en la cual se encuentran retazos de foamy de diferentes colores y formas.</p> <p>A cada niño se le entregará una hoja en la que delimita un espacio cuadrangular donde se quiere que formen un mosaico y un espacio donde se requiere que titulen su obra, escriban su nombre y realicen una corta descripción de cómo esta creado el patrón.</p> <p>Se invitará a los niños a acercarse a la mesa y tomar las piezas que necesiten, dejando claro que si se llevan un tarro con varias piezas del mismo tipo, deben compartirlas.</p> <p>Una vez que ya tengan el formato y el material se dará inicio a las creaciones.</p>	<p>Se buscaba crear un ambiente cómodo donde los estudiantes se expresaran con libertad mientras creaban sus patrones, por lo cual se propuso que formaran grupos pequeños con los compañeros que ellos desearan.</p> <p>Se buscaba que los niños se auto regularan a la hora de tomar las piezas pues se consideró que ya tenían el grado de madurez necesario para realizarlo sin la mediación de la docente.</p> <p>La actividad de Mosaicos retomó el material utilizado anteriormente con el que crearon patrones en grupo a partir de fichas específicas y colores relacionados con el nombre de cada grupo. En esta ocasión los patrones fueron individuales y la</p>

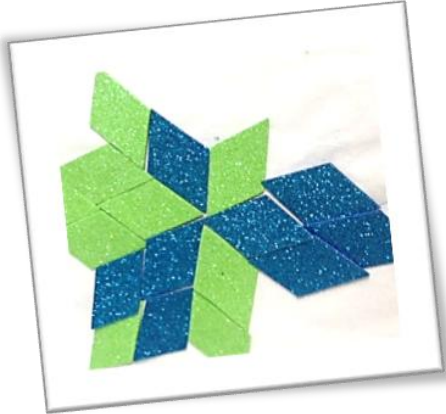
		elección de colores y formas no tuvo ninguna restricción de diseño, permitiendo a los estudiantes reconocer los materiales trabajados, practicar las habilidades desarrolladas y disfrutar de la belleza que podían crear.
12	Se explicará a los niños la actividad a realizar.	
	<p>Con anterioridad se solicitó a los estudiantes averiguar la definición de teselados y se realizó una actividad con varios ejemplos de ellos.</p> <p>Se dará a escoger a cada niño que teselado desea realizar según el tiempo en que haya llegado al aula. Estos teselados estarán acompañados de un espacio para nombrar su obra, el autor y realizar una breve descripción de la manera en que está diseñado el patrón.</p>	<p>En esta actividad se buscó que los estudiantes realizaran un trabajo individual, brindando un ambiente de solidaridad donde se prestaban los colores y contrastaban ideas entre ellos.</p> <p>Se planteó entregar 12 modelos diferentes, que solo se repetían 3 veces, para después observar que, aunque se repetía el orden de las figuras, variaban los colores, haciendo que cada patrón fuera diferente</p>



## Anexo 5

En la siguiente tabla se presentan algunas evidencias fotográficas con respecto al trabajo realizado en el desarrollo de las sesiones, por parte de los estudiantes. Adicionalmente, se hace referencia al anexo multimedia, en el que se encuentran algunas evidencias audiovisuales (vídeo), del trabajo realizado en diferentes sesiones.

Sesión	Evidencias
6. Cadenas de Halloween	Ver anexo multimedia
7. Fractales	Ver anexo multimedia
8. Pirámides y cubos.	 <p>The image shows two identical hand-drawn tables on a grid background. Each table has three columns: 'Cantidad de pisos', 'Cantidad de cubos en el piso', and 'Cantidad de cubos sumando todos los pisos'. The rows are numbered 1 to 10. The values in the second column are 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, and 10. The values in the third column are 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, and 55. The bottom table has the number '10' written in the last row of the first column.</p>
9. Carrera de emojis	Ver anexo multimedia



12. Teselados

