

**PROBLEMAS ARITMÉTICOS DE ESTRUCTURA ADITIVA DE ENUNCIADO
VERBAL: VOCES DE LAS MAESTRAS EN FORMACIÓN Y EXPERTOS EN
DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS**

Presentado por:

Viviana Cardona Toro

Ana Inés Pérez Arango

Gloria Rocío Zabala Palacios

Dirigido por: Oscar Holguín Villamil

Línea de Profundización e investigación: Ciencia, Tecnología y Ambiente

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

DEPARTAMENTO DE PSICOPEDAGOGÍA

Licenciatura en Educación Básica Primaria -LEBP-

BOGOTÁ, D. C.

2024

Derechos de Autor

“Para todos los efectos, declaramos que el presente trabajo es original y de nuestra total autoría; en aquellos casos en los cuales se ha requerido del trabajo de otros autores o investigadores, se han dado los respectivos créditos”. (Artículo 42, párrafo 2, del Acuerdo 031 del 4 de diciembre de 2007 del Consejo Superior de la Universidad Pedagógica Nacional)



Este trabajo de grado se encuentra bajo una Licencia Creative Commons de **Reconocimiento – No comercial – Compartir igual**, por lo que puede ser distribuido, copiado y exhibido por terceros si se muestra en los créditos. No se puede obtener ningún beneficio comercial y las obras derivadas tienen que estar bajo los mismos términos de licencia que el trabajo original.

A handwritten signature in black ink, appearing to read "Ana Lúis Pérez Arango", written over a horizontal line.

Ana Lúis Pérez Arango

A handwritten signature in black ink, written over a horizontal line.

Firma Estudiante(s)

Dedicatoria

Dedico este trabajo de grado a Dios, a mi esposo, mis hijos, mis familiares y amigos. También dedico este trabajo a todos mis maestros de la Licenciatura, quienes me hicieron crecer como persona y profesionalmente. Agradezco a Dios por la oportunidad de estudiar la Licenciatura de Educación Básica Primaria en la Universidad Pedagógica Nacional, la deuda quedó saldada y he dado el cien por ciento para alcanzar esta meta. Gracias a mi esposo, Omar, a mis hijos Mariana y Mateo por su apoyo en las cosas de la casa, y gracias a mi hijo Joshua que desde la distancia me apoyó escuchándome. Gracias a mis compañeras Viviana y Rocío por su empeño y dedicación para con este trabajo de grado. De igual forma gracias al profe Oscar por todos los conocimientos, su comprensión y apoyo. Gracias a todos los familiares y amigos que me dieron ánimo y me dijeron que si podía. Nuevamente, agradezco a Dios por llevarme de la mano cada día.

Ana Inés Pérez Arango.

Quiero dedicar este trabajo de grado a Dios primero que todo, por sus múltiples bendiciones, por guiarme en este camino académico, por brindarme fortaleza, sabiduría, resiliencia en los momentos de angustia, tristeza, duda y debilidad. A mi familia, por ser soporte, apoyo, amor, compañía en todo el proceso; por la motivación, dedicación, sacrificio, paciencia y espera, sin ustedes no habría sido posible; el día de hoy puedo decir que no son solo mis logros, sino que también les pertenece.

Agradezco a mis compañeras por acogerme, por la entrega y perseverancia para lograr alcanzar este propósito.

Viviana Cardona Toro

Dedico este trabajo de grado a Dios, su misericordia y amor me acompañan cada día, a mi padre por su ejemplo de tenacidad, a mi madre, pues su ternura y alegría dan color a mis días grises, a mis hermanos por su respaldo emocional, a Ana Inés por mostrarme el horizonte cuando todo era confuso, a Viviana Cardona por su paciencia y disciplina, al profesor Oscar Holguín por su constante acompañamiento, en general a los maestros de la LEBP que fueron generosos al compartir su conocimiento, experiencias y destrezas como maestros.

Gloria Rocío Zabala Palacios.

Tabla de Contenido

INTRODUCCIÓN	1
1. Aspectos Preliminares.....	4
a. Justificación.....	4
b. Problema.....	6
c. Objetivos	12
General:	12
Específicos:	12
d. Antecedentes.....	13
2. Metodología	19
a. Enfoque de Investigación	19
b. Técnicas e Instrumentos de recolección de Información.....	21
c. Contexto de Investigación	23
d. Población / Unidades de Análisis.....	25
e. Fases de Investigación.....	26
Fase 1: Práctica pedagógica	26
Fase 2: Comunicación directa con los expertos del área de Didáctica de las Matemáticas.....	26
Fase 3: Reconstrucción y análisis de resultados	27
3. Referente Conceptual	28
El Problema Matemático.....	28
Resolución de Problemas Matemáticos.....	29
El pensamiento aditivo y la construcción de la estructura aditiva	31
La perspectiva de los problemas aditivos	33
Clasificación de los problemas aditivos.....	33
4. Resultados y Discusión	39
5. Conclusiones	72
6. Referencias.....	75

Índice de Cuadros

Cuadro 1. Acción provocada 1. Fuente: Elaboración propia	49
Cuadro 2. Acción provocada 2. Fuente: Elaboración propia	50
Cuadro 3. Acción provocada 3. Fuente: Elaboración propia	51
Cuadro 4. Acción provocada 4. Fuente: Elaboración propia	53
Cuadro 5. Acción provocada 5. Fuente: Elaboración propia	53
Cuadro 6. Acción provocada 6. Fuente: Elaboración propia	54
Cuadro 7. Acción provocada 7 Fuente: Elaboración propia	55
Cuadro 8. Materiales, recursos y juego, elaboración propia a partir del análisis del artículo Materiales, recursos y juego: una distinción y relación necesaria en el aula de matemáticas, torres y Casallas. (2021). Fuente: Elaboración propia	57

Índice de Tablas

Tabla 1. Nomenclatura y Convenciones para identificación de Entrevistas en Profundidad a Expertos. Fuente: Elaboración propia.....	40
---	----

Índice de Figuras

Figura 1. Registro de Revisión Bibliográfica. Fuente: elaboración propia.....	23
Figura 2. Visualización del contexto geográfico del Colegio Venecia IED. Fuente: Tomado de la web..	24
Figura 3. Estructura de análisis de contenido implementada en el estudio. Fuente: Elaboración Propia ..	39
Figura 4. Red Semántica 1. Importancia del Juego. Fuente: Elaboración propia a partir de Atlas.ti	40
Figura 5. Estudiantes actividad “doble guerra”. Fuente: elaboración propia.....	44
Figura 6. Estudiante conteo de puntos en el dado. Fuente: Elaboración propia	45
Figura 7. Formato para la recolección de datos. Fuente: Elaboración propia.....	45
Figura 8. (a) Formato registro y solución de datos nivel alto. Fuente: Elaboración propia	46
Figura 9. (b). Formato registro y solución de datos nivel medio. Fuente: Elaboración propia.....	46
Figura 10. (c) Formato registro y solución de datos nivel bajo Fuente: Elaboración propia	46
Figura 11. Niveles de comprensión. Fuente: Elaboración propia	47
Figura 12. Resultado análisis de los niveles de comprensión. Fuente: Elaboración propia.....	47
Figura 13. Cuaderno estudiante 403. Fuente: Elaboración propia durante la práctica pedagógica.	49
Figura 14. Estudiante grado 403 conteo de vasos para formular y registrar el problema. Fotos con las maestras con el formato del cuadro de problemas de cambio en el tablero. Fuente: Elaboración propia.	51
Figura 15. Formato problema de cambio. Fuente Tomada de video de la web https://www.youtube.com/watch?app=desktop&v	52
Figura 16. Cuaderno estudiante 204. Fuente: Elaboración propia durante la práctica pedagógica	53
Figura 17. Juego ruleta. Fuente: tomado de la web mientras se estaba jugando en línea	54
Figura 18. Estudiante de grado 204 Fuente: Elaboración propia	55
Figura 19. Hoja guía de evaluación. Fuente: Elaboración propia.	56

Figura 20. Red semántica categoría. Mayor dificultad de los maestros de Educación Básica Primaria para formular problemas matemáticos de enunciado verbal. Fuente: Elaboración propia a partir del análisis de contenido con software Atlas.ti.....	59
Figura 21. Red semántica de categoría. Pasos que no debe dejar un maestro pasar por alto al momento de formular problemas aritméticos de estructura aditiva de enunciado verbal. Fuente: Elaboración propia a partir del análisis de contenido con software de análisis	63
Figura 22. Procedimiento de sustracción en la hoja guía. Fuente: Elaboración propia.	65
Figura 23. Procedimiento de representación simbólica simple, sustracción y otras más. Fuente: elaboración propia.....	67
Figura 24. Red semántica de categoría. Criterios para clasificar según la estructura semántica. Fuente: elaboración propia a partir del análisis de contenido con software Atlas.ti.....	68

Lista de Siglas

DBA: Derechos Básicos de Aprendizaje

EBC: Estándares Básicos en Competencias

IED: Institución Educativa nacional

LEBP: Licenciatura en Educación Básica Primaria

MEN: Ministerio de Educación Nacional

MF: Maestra en Formación

OCDE: Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico

PAEV: Problemas Aritméticos de estructura Aditiva de Enunciado Verbal

PEI: Proyecto Educativo Institucional

PISA: Programme for International Student Assessment (Programa para la Evaluación Internacional de los Estudiantes)

ROS: Reconocimiento de Objetos y Situaciones

RPC: Resolución de Problemas Complejos

RPS: Resolución de Problemas Simples

STEM [STEAM]: Science, Technology, Engineering, Arts and Mathematics

UNESCO: Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura

INTRODUCCIÓN

El presente trabajo de grado se realizó desde la línea de investigación Ciencia, Tecnología y Ambiente dirigida por el Grupo de Investigación KENTA¹ de la Universidad Pedagógica Nacional (UPN), de Colombia. Este trabajo es de investigación formativa, dado a que favorece la cultura investigativa de la educación superior, brinda herramientas para el estudio de una problemática o necesidad, con el objeto de potenciar el conocimiento. Es así como, al participar de las prácticas pedagógicas que ofrece de la Licenciatura en Educación Básica Primaria (LEBP) de la UPN a las maestras en formación² se les vincula a la Institución Educativa Distrital Venecia (IED Venecia) ubicado en la localidad cinco de Tunjuelito en el barrio Venecia al sur de la ciudad de Bogotá. La intervención pedagógica se presentó durante el segundo semestre del año 2022 en el curso 104, con una población de 33 estudiantes, en edades entre los seis y siete años. En ese semestre se trabajó matemáticas a solicitud de la docente titular Marcela Vargas³. La maestra en formación MF1⁴ Utilizó el juego de cartas y dados para indagar sobre los procedimientos que usan los niños y las niñas para resolver problemas matemáticos aditivos.

Después en el primer semestre del año 2023 se da continuidad con este proceso, pero ahora los estudiantes cursan segundo grado, en el curso 204. De manera paralela se vincula otra población de la misma Institución para ser objeto de estudio, lo cual es sugerido por el director⁵ de la práctica Pedagógica II y III, quien a su vez fue el asesor de las asignaturas de Trabajo de Grado y del Seminario de línea de Investigación en Ciencia Tecnología y Ambiente de la LEBP. Es así como, la población que ingresa a formar parte de este proceso de formación fue el grado cuarto, curso 403, con 34 estudiantes, en edades entre ocho a 10 años. La maestra en formación MF2⁶ fue a quien se le asignó este grupo, bajo la supervisión de la docente titular Nayibe Betancur⁷. Estos dos grupos constituyeron la unidad de análisis con la cual se desarrolló el estudio de este presente trabajo de grado. De igual manera, se vincula a este trabajo de grado

¹ Es un grupo de investigación de la UPN cuya principal área de estudio son los procesos de formación en el contexto de las TIC.

² Maestras en formación y estudiantes de la LEBP UPN: Ana, Rocío y Viviana

³ La maestra titular solicita apoyo en el área de matemáticas, no obstante, no tuvo intervenciones durante el desarrollo de las actividades que la maestra en formación Ana trabajó con el grupo de estudiantes. El papel de la docente titular fue más de carácter evaluativo sobre la práctica pedagógica.

⁴ MF1: Ana Inés Pérez.

⁵ Oscar Holguín: Director de la práctica pedagógica II, asesor de Trabajo de grado y del Seminario de ciencia, tecnología y ambiente.

⁶ MF2. Gloria Rocío Zabala.

⁷ Nayibe Betancur. Maestra titular del grado 403, ella no tuvo intervenciones durante el desarrollo de las actividades que la maestra en formación Rocío trabajó con el grupo de estudiantes. El papel de la docente titular fue más de carácter evaluativo sobre la práctica pedagógica.

en el segundo semestre del año 2023, a la maestra en formación M3⁸, lo cual es también sugerido desde la dirección de la licenciatura, para la organización de los grupos de investigación y asignación de tutores para el trabajo grado.

Ahora bien, el problema que se identificó en la población fue las dificultades que tuvieron los estudiantes de segundo y cuarto de primaria de la IED Venecia para resolver Problemas Aritméticos de Estructura Aditiva de Enunciado Verbal (PAEV), como consecuencia de la dificultad que presentaron las maestras en formación⁹ para formular problemas de este tipo, debido a la falta de experiencia, errores en la formulación de los problemas matemáticos, y carencia de habilidad para proponer problemas relacionados con su estructura semántica.

A partir de la problemática las maestras en formación se plantean el objetivo general que guía este proceso formativo:

Analizar el proceso de formulación de Problemas Aritméticos de Estructura Aditiva de Enunciado Verbal (PAEV) por parte de las maestras en formación y las estrategias de resolución de los estudiantes de grado segundo y cuarto en la IED Venecia.

Los tres objetivos específicos adicionales están estrechamente relacionados con las tres fases descritas en el capítulo de análisis. A cada fase se le asignó un nombre para facilitar la identificación del contenido que hay en ellas. **La primera se tituló: Fase 1. Práctica pedagógica; su objetivo específico es:** *Provocar acciones para el aprendizaje de los (PAEV) a los estudiantes de segundo y cuarto de primaria de los grados 204 y 403 del colegio IED Venecia, a través del diseño de algunas actividades, por medio del juego intencionado, para favorecer la manera en que resuelven los problemas de comparación, de cambio y de combinación.* En este capítulo de análisis se describen siete acciones que llevaron a cabo las maestras en formación durante la práctica pedagógica lo cual ayuda a cumplir con este objetivo.

La siguiente se nombró como: **Fase 2. Comunicación directa con los expertos del área de Didáctica de las Matemáticas.** Prevalece la comunicación establecida con los expertos en Didáctica de las Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional y se relaciona con dos objetivos, uno es: *Identificar y categorizar las dificultades que presentaron las maestras en formación para formular los PAEV, a partir del análisis de diarios de campo y entrevistas con expertos del área de Didáctica de las matemáticas.* El otro objetivo que se vincula en esta fase es: *Reconocer los procedimientos que utilizan los estudiantes de grado segundo y cuarto del colegio IED Venecia identificados en el juego y en el uso de las hojas guías de*

⁸ M3: Viviana Cardona

⁹ Maestras en formación: Una vez los dos grupos (204 y 403) están vinculados a la investigación, cuentan con la observación y guía de ambas maestras en formación durante cada sesión de clase, pero cada curso en su respectiva aula, para identificar los procedimientos que utiliza cada grupo de estudiantes.

trabajo; como efecto de las comprensiones en la interpretación, experiencia y sugerencia de los expertos del campo. Por consiguiente, en esta fase encontrarán una comunicación directa con los expertos, el análisis de diarios de campo y videos para reconocer los procedimientos que utilizan los niños para resolver los PAEV.

Y la última fase se tituló: **Fase 3. Reconstrucción y análisis de resultados.** Aquí se encuentra la triangulación de la información con el marco teórico y da respuesta al objetivo: *Identificar y categorizar las dificultades que presentaron las maestras en formación para formular los PAEV, a partir del análisis de diarios de campo y entrevistas con expertos del área de Didáctica de las Matemáticas.* Esta fase también se apoya en este objetivo específico debido a que aporta al desarrollo de la información recolectada y a la comprensión del marco teórico sobre los PAEV.

Dentro de este contexto, los antecedentes de este trabajo de grado se centran en una revisión sobre el tema de la resolución de problemas matemáticos de acuerdo con su estructura semántica, los cuales aportan a la identificación de las dificultades en la enseñanza de los Problemas Aritméticos de Estructura Aditiva de Enunciado Verbal, dificultades de los maestros, y procedimientos que utilizan los estudiantes para resolver los problemas.

Es así que en este trabajo se crearon algunas acciones que provocaron el aprendizaje de los PAEV en los estudiantes de segundo y cuarto de primaria, dentro de estas acciones está involucrado el juego, algunos recursos como hojas guía¹⁰, la manipulación de material no estructurado¹¹; con el fin de favorecer la manera en que los niños resuelven los problemas de comparación, de cambio y de combinación, además, el trabajo de grado pretende visibilizar el aporte didáctico que posibilita pedagógicamente la creación de problemas matemáticos en las prácticas pedagógicas y que los maestros en formación no deben evitar participar de intervenciones pedagógicas en la que puedan proponer, formular y diseñar situaciones problemas contextualizadas, que le permitan reconocer cuáles son las dificultades que se podrían presentar al elaborarlas.

Es oportuno ahora mencionar que el marco de referencia del presente trabajo se basa en: el problema matemático, resolución de problemas matemáticos, el pensamiento aditivo y la construcción de la estructura aditiva, la perspectiva de los problemas aditivos y la clasificación de estos; los modelos y las representaciones; los procedimientos usados por los niños para resolver los problemas aditivos; y algunas representaciones del conteo. Por lo tanto, al ser los PAEV el tema central, se hizo una indagación sobre la

¹⁰ Hojas guía, es un formato diseñado por las maestras en el que se proponen a los estudiantes un problema matemático.

¹¹ Material no estructurado. Es un material que no está diseñado con un fin específico dentro de la enseñanza, son elementos de la vida cotidiana como tapas, arvejas, etc. que se pueden utilizar para hacer conteo.

clasificación según su estructura semántica, y se encontró diversas posturas intelectuales de varios teóricos que así lo recalcan.

Por último, se encuentra el capítulo de resultados y discusión, en el que hay una triangulación de la información recolectada, para ello se tiene en cuenta el diálogo a través de una entrevista realizada a cuatro expertos en Didáctica de las Matemáticas de la UPN, las fuentes teóricas, los diarios de campo, y las actividades de la práctica pedagógica. Este análisis de los datos recolectados se desarrolló con el software Atlas. Ti 9, una herramienta que facilitó organizar, identificar y categorizar las ocho preguntas realizadas a los cuatro expertos en Didáctica de las matemáticas. Una vez finalizado este capítulo, se mencionan las conclusiones a las que llegaron el grupo de maestras en formación, en el que hacen una reflexión sobre todo el aprendizaje que obtuvieron al desarrollar este trabajo de grado.

1. Aspectos Preliminares

En esta sección de aspectos preliminares el lector encontrará la justificación del trabajo de grado, el problema, el objetivo general, junto con tres objetivos específicos. Este capítulo de aspectos preliminares finaliza con los antecedentes en el marco internacional, nacional y local.

a. Justificación

El presente trabajo pretende examinar las dificultades que presentaron las maestras en formación de la Licenciatura en Educación Básica Primaria al momento de formular los PAEV para los grados segundo y cuarto de primaria en la IED VENEZIA, y a su vez analizar los procedimientos que los niños utilizaron para resolver estos problemas matemáticos.

Para identificar las dificultades presentes en la intervención, las docentes analizan el referente conceptual y lo que los expertos en Didáctica de las Matemáticas plantean sobre la formulación y resolución de problemas matemáticos, es de señalar que el docente quien propone el problema debe tener en cuenta ciertas estrategias para comunicar eficazmente el enunciado del problema y de esta manera logre que el estudiante comprenda y planee la solución. Por ende, en la enseñanza de los PAEV el docente debe conocer la clasificación de estos y las posibles variables que sufre cada uno de ellos en su estructura, debido a la ubicación o posición en que se encuentre la incógnita en el problema.

Ahora bien, si el propósito principal al trabajar los problemas matemáticos es desarrollar y favorecer el pensamiento matemático en los estudiantes, es importante que el docente cree situaciones con un contexto que invite a los niños a formular problemas, a resolverlos de forma individual, en equipo o de

forma colectiva, de esta manera el maestro favorece a que el conocimiento matemático se desarrolle como un proceso social y cultural. Según los Estándares Básicos en Competencias (EBC) la formulación, tratamiento y resolución de problemas es:

“Este es un proceso presente a lo largo de todas las actividades curriculares de matemáticas y no una actividad aislada y esporádica; más aún, podría convertirse en el principal eje organizador del currículo de matemáticas, porque las situaciones problema proporcionan el contexto inmediato en donde el quehacer matemático cobra sentido [...].

La formulación, el tratamiento y la resolución de los problemas suscitados por una situación problema permiten desarrollar una actitud mental perseverante e inquisitiva, desplegar una serie de estrategias para resolverlos, encontrar resultados, verificar e interpretar lo razonable de ellos, modificar condiciones y originar otros problemas. Es importante abordar problemas abiertos donde sea posible encontrar múltiples soluciones o tal vez ninguna. También es muy productivo experimentar con problemas a los cuales les sobre o les falte información, o con enunciados narrativos o incompletos, para los que los estudiantes mismos tengan que formular las preguntas. Más bien que la resolución de multitud de problemas tomados de los textos escolares, que suelen ser sólo ejercicios de rutina, el estudio y análisis de situaciones problema suficientemente complejas y atractivas, en las que los estudiantes mismos inventen, formulen y resuelvan problemas matemáticos, es clave para el desarrollo del pensamiento matemático en sus diversas formas.” (MEN, 2006, p.52).

Es así como, al tener este proceso un enfoque formativo, fue necesario que las maestras en formación desarrollarán el conocimiento matemático, reconocieran y comprendieran los cinco procesos generales de la actividad matemática, más específicamente, el proceso de “La formulación, tratamiento y resolución de problemas”, para que así cobrará sentido el quehacer matemático durante las intervenciones de la práctica pedagógica, lo cual ayudó a provocar acciones que favorecen los aprendizajes de los PAEV, permitió crear una situación problema por medio del juego intencionado con las cartas y los dados, para que los estudiantes de segundo y cuarto grado desarrollaran estrategias para resolver los problemas de comparación que se les formularon dentro del mismo juego. Estos problemas aditivos verbales fueron creados por las maestras en formación, lo cual permitió que los estudiantes formularán un problema aditivo.

Este trabajo de grado pretende favorecer al grupo de estudiantes a quienes se antecede, debido a que en el capítulo de resultados y discusión, se encuentra un análisis efectuado a las entrevistas desarrolladas con los expertos en el área de las Didácticas de las Matemáticas en el que se aportan claridades y orientaciones sobre los PAEV, sobre las dificultades que tienen los maestros al momento de enfrentarse al diseño, formulación y comunicación y los procedimientos que utilizan los estudiantes para resolver estos problemas.

Además, el trabajo de grado pretende visibilizar el aporte didáctico que posibilita pedagógicamente la creación de problemas matemáticos en las prácticas pedagógicas y que los maestros en formación no

deben evadir al enfrentarse a proponer, formular y diseñar situaciones problemas contextualizadas, que le permitan reconocer cuáles son las dificultades que se podrían presentar al elaborarlas. Es apropiado reconocer que este tipo de experiencias ayudan a que el maestro reflexione sobre su práctica pedagógica en confrontación con los conocimientos adquiridos sobre el área de matemáticas.

Cabe resaltar que este trabajo de grado está enfocado en las dificultades que tuvieron las maestras al momento de formular problemas aritméticos de estructura aditiva de enunciado verbal a los estudiantes de segundo y cuarto grado, aunque en un principio el foco central de estudio del proceso serán los procedimientos que utilizan los niños para resolverlos; entonces, surge una voz de alerta mientras se daba forma al escrito propuesto y a los objetivos planteados, siendo así que el eje de este proceso formativo tuvo mayor fuerza fue el de las maestras en formación y su dificultad para formular los, pero sin dejar de lado a los niños. Por tal razón, es viable considerar que el objeto de estudio sean las dificultades que presentaron las maestras durante la práctica pedagógica al momento de formular los problemas matemáticos a los estudiantes. Puesto que la investigación pedagógica por esencia permite que los maestros formen parte de los estudios y que directamente estén implicados en el contexto y por lo tanto sean el objeto de estudio mismo.

b. Problema

El problema de investigación para este trabajo de grado está relacionado con los procedimientos y algunas dificultades que tuvieron los estudiantes de segundo y cuarto de primaria del Colegio IED Venecia para resolver Problemas Aritméticos de Estructura Aditiva de Enunciado Verbal, como consecuencia de la dificultad que presentan las maestras en formación para formular problemas de este tipo, debido a la falta de experiencia, proceso formativo sobre las matemáticas y falta de habilidad para proponer problemas relacionados con su estructura semántica.

Para comenzar se hace una revisión al contexto internacional, vemos cómo las pruebas PISA (Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos) evidencian las dificultades que presentan estudiantes de 15 años en el aprendizaje de las matemáticas y otras áreas del saber. Estas pruebas son organizadas por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE) y la calificación de matemática incluye seis niveles de desempeño, en sentido decreciente, del más complejo al más simple, por lo tanto, el más alto es seis, veamos cuáles fueron los resultados que obtuvo Colombia en las pruebas PISA 2022:

- Los estudiantes en Colombia obtuvieron puntuaciones inferiores al promedio de la OCDE en matemáticas, lectura y ciencias.

- Una proporción más pequeña de estudiantes en Colombia, comparada con el promedio de los países de la OCDE, estuvieron entre los mejores resultados (Nivel 5 o 6) en al menos una materia.
- Al mismo tiempo, una proporción más pequeña de estudiantes, comparada con el promedio de los países de la OCDE, alcanzó un nivel mínimo de desempeño (Nivel 2 o superior) en las tres materias.
- En Colombia, el 29 % de los estudiantes alcanzó al menos el Nivel 2 de desempeño en matemáticas, significativamente menos que el promedio de los países de la OCDE (promedio de la OCDE: 69 %). Como mínimo, estos estudiantes pueden interpretar y reconocer, sin instrucciones directas, cómo representar matemáticamente una situación simple (por ejemplo, comparar la distancia total a través de dos rutas alternas o convertir precios a una moneda diferente). Más del 85 % de los estudiantes de Singapur, Macao (China), Japón, Hong Kong (China)*, Taipéi y Estonia (en orden descendente de ese porcentaje) obtuvieron resultados en este nivel o superior.
- Casi ningún estudiante en Colombia estuvo entre los mejores resultados en matemáticas, lo que significa que alcanzaron el Nivel 5 o 6 en la prueba de matemáticas PISA (promedio de la OCDE: 9 %). Seis países y economías asiáticas tuvieron la mayor proporción de estudiantes que estuvieron en este grupo: Singapur (41 %), Taipéi (32 %), Macao (China) (29 %), Hong Kong (China)* (27 %), Japón (23 %) y Corea del Sur (23 %). En estos niveles, los estudiantes pueden modelar situaciones complejas matemáticamente y pueden seleccionar, comparar y evaluar estrategias apropiadas de resolución de problemas para tratarlas. Solo en 16 de los 81 países y economías que participaron en PISA 2022, más del 10 % de los estudiantes alcanzaron el Nivel 5 o 6 de desempeño.

Evidentemente la evaluación PISA mide el grado de eficacia con que los países preparan a la población escolar para emplear las matemáticas en todos los aspectos de su vida personal, cívica y profesional como parte de una ciudadanía constructiva, comprometida y reflexiva. PISA COLOMBIA (2022): “Esto brinda información sobre qué tan bien los sistemas educativos están preparando a los estudiantes para los desafíos de la vida real y su éxito futuro” (p. 1). De acuerdo con lo anterior, la prueba PISA mide el grado de preparación con el que los estudiantes pueden emplear las matemáticas en su vida real. Por consiguiente, los maestros deben contribuir con una variedad de estrategias y recursos que le permitan al estudiante desarrollar la habilidad de resolver problemas en distintos contextos y que descubran que en la vida cotidiana hay situaciones y cuestiones que están relacionados con las matemáticas, y no sólo enseñarlas como contenido procedimental.

Examinemos cuál es la mirada de las matemáticas desde la idea que emerge al ser reconocida desde un enfoque sociocultural, de acuerdo con Jaramillo, D (2011):

La matemática, en esta perspectiva sociocultural, y como lo apuntan algunos autores (Moura, 1998; Radford, 2000, 2006, 2008), es vista como producto de la actividad humana, que se forma durante el desarrollo de soluciones a problemas creados en las interacciones que producen el modo humano de vivir socialmente, en un determinado tiempo y contexto.

Esto implica que las actividades propuestas a los estudiantes deben tener sentido, y que deben originarse en situaciones problemáticas acordes al contexto de los estudiantes. En Colombia, el Ministerio de Educación Nacional (MEN) emitió un documento para orientar a los maestros en la pedagogía de cada disciplina, al que denominaron lineamientos curriculares¹²:

El acercamiento de los estudiantes a las matemáticas, a través de situaciones problemáticas procedentes de la vida diaria, de las matemáticas y de las otras ciencias es el contexto más propicio para poner en práctica el aprendizaje activo, la inmersión de las matemáticas en la cultura, el desarrollo de procesos de pensamiento y para contribuir significativamente tanto al sentido como a la utilidad de las matemáticas. Tradicionalmente los alumnos aprenden matemáticas formales y abstractas, descontextualizadas, y luego aplican sus conocimientos a la resolución de problemas presentados en un contexto. Con frecuencia “estos problemas de aplicación” se dejan para el final de una unidad o para el final del programa, razón por la cual se suelen omitir por falta de tiempo. Las aplicaciones y los problemas no se deben reservar para ser considerados solamente después de que haya ocurrido el aprendizaje, sino que ellas pueden y deben utilizarse como contexto dentro del cual tiene lugar el aprendizaje. El contexto tiene un papel preponderante en todas las fases del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas, es decir, no sólo en la fase de aplicación sino en la fase de exploración y en la de desarrollo, donde los alumnos descubren o reinventan las matemáticas. Esta visión exige que se creen situaciones problemáticas en las que los alumnos puedan explorar problemas, plantear preguntas y reflexionar sobre modelos. (MEN, 1998, p. 24)

Es preciso considerar en la educación matemática lo que sugiere el MEN, sobre el acercamiento que los estudiantes deben tener con esta área del conocimiento, a través de las situaciones problemáticas con un contexto que favorezca el aprendizaje, el desarrollo de estrategias de pensamiento, creatividad, organización, reflexión, además, ayuda a que los estudiantes tengan una actitud analítica y crítica frente al uso de las matemáticas que afrontará en su vida cotidiana.

Estas situaciones problemáticas requieren de un pensamiento creativo por parte de los maestros para que puedan generar en los estudiantes interés por explorar diferentes formas de resolverlas, preguntar y reflexionar sobre las estrategias que emplean.

Considero el pensamiento creativo (o pensamiento lateral) como un tipo especial de control de la información y creo que debería ocupar un lugar junto a otros métodos: las matemáticas, análisis lógico, la simulación por ordenador, etcétera. No es necesario ver nada místico en esto. Una persona que se sienta a trabajar con la intención consciente de generar una idea en determinado campo y luego procede a usar sistemáticamente la técnica del pensamiento lateral debería considerarse un hecho corriente, que expresara el estado normal de las cosas (De Bono, 1994, p. 11)

Entonces, el maestro de matemáticas con pensamiento creativo podrá controlar y enseñar la información que tiene sobre su campo, a su vez podrá crear y planear las situaciones problemáticas que inviten a los estudiantes a conjeturar, a aplicar la información que conocen, a descubrir, a comunicar ideas,

¹² Ver: MEN: https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf

en últimas a argumentar y probar con ellas. En ese sentido podemos ver el papel fundamental que tiene el maestro al momento de gestionar, analizar y estudiar el currículo de matemáticas. Revisemos algunas preguntas que sugieren los lineamientos curriculares (MEN, 1998) que invitan a que los maestros reflexionen cuando vayan a abordar el currículo de matemáticas: ¿En qué consiste la actividad matemática en la escuela? ¿Para qué y cómo se enseñan las matemáticas? ¿Qué relación se establece entre las matemáticas y la cultura? ¿Qué principios, estrategias y criterios orientarán la evaluación del desempeño matemático de los alumnos? (p. 9). Estas preguntas ayudan a que se reflexione sobre el quehacer del maestro, el conocimiento o desconocimiento de su disciplina, del contexto de sus estudiantes, de las necesidades y dificultades que tengan para aprender las matemáticas.

Adicionalmente, están los Derechos Básicos de Aprendizaje [DBA], este es otro documento curricular que expidió el MEN en el año 2015:

- a) Los DBA buscan ser de fácil comprensión tanto para docentes como para padres de familia y otros actores claves del ámbito educativo.
- b) Los DBA están numerados, pero esto no define un orden de trabajo en el aula; [...]
- c) El profesor podrá -según los aprendizajes- desarrollar experiencias que aporten al alcance de varios de los aprendizajes propuestos por los DBA simultáneamente.
- d) Las evidencias de aprendizaje le sirven de referencia al maestro para hacer el aprendizaje observable. [...]
- e) Los ejemplos muestran lo que el niño debe estar en capacidad de hacer al alcanzar los aprendizajes enunciados según su edad[...]
- f) Los ejemplos pueden ser contextualizados según con lo que el docente considere pertinente[...]
(p. 7).

Los DBA al igual que los lineamientos curriculares y los EBC, tienen el propósito de dar unas rutas de aprendizaje para cada año escolar, con el fin de que los estudiantes alcancen las diferentes competencias para cada grado académico. Los DBA deben ser aplicados según el contexto de cada colegio y según las necesidades de la población estudiantil de cada institución. El cuerpo docente es quien determina las estrategias y metodologías que usará para desarrollar los DBA con sus estudiantes.

Indaguemos cuál es el contexto de la resolución de PAEV que surge como problemática en dos grupos de estudiantes, uno de segundo y otro de cuarto de primaria. En este punto es pertinente aclarar que la práctica de intervención pedagógica se efectuó durante el segundo semestre del año escolar 2022, cuando los estudiantes cursaban grado primero de primaria (104), en el colegio IED Venecia. Es así como, la MF1 que realizaba su práctica pedagógica con estos estudiantes les propone una actividad, en la que el juego con las cartas y los dados (la explicación del juego se describe posteriormente en la titulada: fase 1- Práctica

pedagógica) es el pretexto usado para indagar e identificar cómo resuelven los niños y las niñas los problemas de estructura aditiva de enunciado verbal. Al observarlos se evidencian diferentes problemáticas; a continuación, se presentan los diferentes hallazgos encontrados:

- Los estudiantes presentan dificultades para resolver los problemas Aritméticos de Estructura Aditiva de Enunciado Verbal en las hojas de trabajo relacionados con el juego.
- Tienen dificultades en la comprensión de los enunciados del problema, aunque la maestra guiará la lectura de los mismos; presentaban inconvenientes en identificar las palabras claves para llegar a plantear un procedimiento y así realizar la operación correspondiente para la solución.
- Los niños por la edad y el grado escolar en el que se encuentran inician a construir la estructura aditiva, razón por lo cual les es difícil hallar dos cantidades de naturaleza distinta que hacen parte de un todo y lo conforman en su totalidad, hecho que provoca el inadecuado logro en el uso de los algoritmos formales para la solución del problema.
- Algunos estudiantes resuelven los problemas de estructura aditiva en las hojas guías de trabajo que la maestra propone, entre los procedimientos que utilizan los niños están las representaciones simbólicas, dónde realizan una serie de acciones, tales como: la acción de la representación simbólica simple, representaciones con la ayuda de los dedos, representación verbal-cardinal.
- La maestra en formación encuentra que no es fácil formular los Problemas Aritméticos de Estructura Aditiva de Enunciado Verbal para el grado primero de primaria. Además, *por falta de proceso formativo sobre el área versus la información alrededor del tema*¹³ [...] E1-LM, dado que la futura maestra propone problemas de comparación a los estudiantes de primero de primaria, siendo estos de estructura compleja para niños de esta edad, dado que son más difíciles de comprender por su estructura semántica y estructura matemática.

Estos hallazgos tuvieron continuidad en el primer semestre del año escolar 2023, con la misma población escolar, y cursaban el grado segundo (204). Además, se une a esta investigación el grupo de estudiantes de cuarto grado del curso 402, que pertenecen a la misma institución y fueron acompañados por la maestra en formación (MF2), tal y como se enunció en la introducción de este trabajo de grado. Es así como, a los dos grupos de estudio se le plantearon los mismos juegos y Problemas Aritméticos de Estructura Aditiva de Enunciado Verbal, tales como: Problemas de comparación, problemas de cambio y problemas de combinación; los problemas de igualación no se trabajaron porque los tiempos del cronograma de práctica no permitió la posibilidad de continuar.

Por ese motivo, los estudiantes del curso 204, están familiarizados con los problemas matemáticos que se hacen en el juego, pero algunos niños presentan dificultades para resolver los en las hojas de trabajo. Es bueno recordar que también algunos estudiantes resuelven en el recurso, los PAEV que la maestra en formación propuso, además, se evidencia que unos cuantos niños realizan la representación simbólica

13 LM: Lyda Mora, expresión de la experta en Didáctica de las Matemáticas, entrevista 20 de noviembre 2023. Ver entrevista experta en Didáctica de las Matemáticas, Lyda Mora: <https://docs.google.com/document/d/11LVH7J3tSg2XedyK-98aS7A10WVM3hr/edit>

simple, también acciones como representaciones con la ayuda de los dedos. A la vez algunos estudiantes del curso 204 utilizan procedimientos aditivos, en el que se observa un acercamiento a la adición y sustracción, tales como: reunió y conteo, adicción, separación y conteo, desagregación sucesiva y sustracción.

En cuanto a los niños de cuarto, del curso 403, después de dos sesiones de práctica pedagógica en las que se logra conocer y caracterizar al grupo, se llegó a la tercera sesión y ahí se da inicio a los problemas Aritméticos de Estructura Aditiva de Enunciado Verbal, con la diferencia que el curso 204 trabajo en el semestre anterior los problemas de comparación y los estudiantes del 403 recién los desarrollaban en la tercera sesión de la intervención pedagógica.

La actividad que se realizó fue el juego doble guerra, con cartas, los estudiantes debían comparar quién tenía mayor cantidad de puntos en sus cartas que el otro jugador. Los hallazgos encontrados fueron:

- Se evidenció que los estudiantes presentaron dificultades en la adición, porque al sumar los puntos dibujados dentro de cada carta y al hacer la agregación sucesiva de los puntos de la siguiente carta, no anticiparon los resultados de la operación, porque la cantidad era cada vez más grande. De acuerdo con Castro (1999) los niños tienen dificultades cuando realizan operaciones de suma y resta, entre ellas está: las dificultades aumentan a medida que aumentan los números (p.28). Ver video <https://youtube.com/watch?v=1R2mWXMNLew&feature=shared>

- Al dar respuestas a las preguntas del problema ¿Con cuántas cartas quedaste al final del juego? ¿Cuántas cartas más sacaste que tu compañero? ¿Cuántos puntos suman tus cartas? ¿Y cuántos puntos más que tu compañero tienes en las cartas? Los niños mencionan la cantidad más grande del jugador que había ganado, pero no reconocían la diferencia de cuantos puntos más tiene un jugador con relación al otro.

- Se evidenció que algunos de los estudiantes de cuarto hacían conteo con los dedos y con representación simbólica simple.

* Se evidenció que los estudiantes realizan procedimientos aditivos de reunión y conteo; desagregación sucesiva; separación y conteo; y sustracción.

- Se evidenció que a los estudiantes se les facilita hacer las operaciones de suma y resta con la ayuda de material concreto.

- A las maestras en formación se le dificultó plantear los PAEV dependiendo el tipo problema de comparación, de cambio, de combinación.

- Las MF1 y MF2 presentan desconocimiento jerárquico para enseñar los tipos de PAEV, la dificultad para formular problemas de este tipo (cambio, combinación, comparación) debido a la falta de experiencia y proceso formativo, dificultad para proponer problemas relacionados con su estructura semántica (enunciados extensos, más de una pregunta dentro del problema, ubicación de la palabra clave en cada tipo de problema).

- Las maestras en formación usaron un recurso hallado en internet, el cual es un formato de un cuadro de tres columnas, en la que se registra los tres momentos diferentes de los problemas de cambio, cantidad inicial, cantidad a transformar (incrementa o disminuye), cantidad final; este formato se usó con el fin de que los estudiantes se les facilitará ubicar las cantidades dadas en el problema, también para verificar dónde estaba la incógnita y si la cantidad inicial o final aumenta o disminuye, y así resolver este tipo de problema. Sin embargo, las maestras en formación no dieron la libertad para que los niños solucionaran este tipo de problemas de otra manera.

Es así como con todos estos hallazgos encontrados nos surge la siguiente pregunta y los objetivos de investigación que dirigieron el estudio y el análisis:

¿Cuáles fueron las dificultades que tuvieron las maestras en formación durante la práctica pedagógica al momento de formular Problemas Aritméticos de Estructura Aditiva de Enunciados Verbales y cuáles son los procedimientos que utilizan los niños y niñas para resolver este tipo de problemas, en los grados segundo y cuarto de primaria del colegio IED Venecia? -percepciones de expertos y maestros.

c. Objetivos

General:

Analizar el proceso de formulación de Problemas Aritméticos de Estructura Aditiva de Enunciado Verbal (PAEV) por parte de las maestras en formación y las estrategias de resolución de los estudiantes de grado segundo y cuarto en la IED Venecia.

Específicos:

1. Provocar acciones para el aprendizaje de los Problemas Aritméticos de Estructura Aditiva de Enunciado Verbal (PAEV) a los estudiantes de segundo y cuarto de primaria de los grados 204 y 403 del colegio IED Venecia, a través del diseño de algunas actividades, por medio del juego intencionado, para favorecer la manera en que resuelven los problemas de comparación, de cambio y de combinación.
2. Identificar y categorizar las dificultades que presentaron las maestras en formación para formular los PAEV, a partir del análisis de diarios de campo y entrevistas con expertos del área de Didáctica de las Matemáticas.
3. Reconocer los procedimientos que utilizan los estudiantes de grado segundo y cuarto del colegio IED Venecia identificados en el juego y en el uso de las hojas guías de trabajo; como efecto de las comprensiones en la interpretación, experiencia y sugerencia de los expertos del campo.

d. Antecedentes.

En esta sección del documento se hace una revisión a investigaciones internacionales, nacionales y locales sobre los problemas matemáticos de estructura aditiva en los que se tiene en cuenta su estructura semántica, es decir oraciones, palabras clave en este caso. Estas investigaciones contribuyen a que las tres maestras en formación de este trabajo de grado puedan reconocer e identificar cuáles son las diferentes necesidades que han tenido otros grupos de investigación sobre los problemas matemáticos de estructura aditiva, y poder así reconocer las características de la propia problemática que está relacionada con cómo los estudiantes resuelven Problemas Aritméticos de Estructura Aditiva de Enunciado Verbal y las dificultades que la MF1 y MF2 tuvieron al formularlos.

Al revisar el contexto internacional, se encontró el artículo de Blanco, B. y Blanco, L. (2009): *Contextos y estrategias en la resolución de problemas de primaria*, en él se menciona como se conciben las matemáticas, por ejemplo: la idea de la matemática como ciencia abstracta, rigurosa, exacta y lógica. “Por otra parte, cuando las personas se refieren a su experiencia escolar señalan que ‘las Matemáticas siempre han sido complicadas y trabajosas’ recordando que es ‘una de las asignaturas que los niños comprenden menos y que menos le gustan’, y a la que ‘el alumno termina cogiéndole manía’ donde ‘se aprenden conceptos, procedimientos teóricos que no tienen aplicación práctica’ y además de una manera aburrida” (Blanco y Blanco, 2009). Adicionalmente mencionan la dificultad de la lectura de textos matemáticos, la comprensión de estos y las dificultades de resolución de problemas matemáticos escolares. Consideran que los problemas aritméticos escolares tienen múltiples variables con diferente estructura semántica. Dan unos ejemplos y afirman que: La lectura y comprensión de las diferentes situaciones que pueden plantearse muestran dificultades diferenciadas (p.78):

“Tenía 10 caramelos y me comí 3, ¿cuántos me quedan?”

“Si tengo 10 caramelos y me como tres, ¿cuántos me quedan?”

“Si me como 3 caramelos de los 10 que tengo, ¿cuántos me quedarán?”

Los autores recomiendan que se continúen modificando los tiempos de los verbos, para que los estudiantes se familiaricen con ellos, y que los problemas de estructura semántica se trabajen en la escuela desde el inicio de la vida escolar y que no se enseñen solo porque es un paso necesario para aprender a resolver problemas.

Al revisar el contexto internacional, en España, Ayllón, Gómez y Ballesta (2016), quienes realizaron una investigación que titularon: *Pensamiento matemático y creatividad a través de la investigación y resolución de problemas matemáticos*. Es un artículo de revisión, en el que se hace un

análisis de algunos teóricos del pensamiento matemático, la resolución de problemas y la creatividad. Ellos consideran que el principal objetivo de la enseñanza de las matemáticas es desarrollar el pensamiento, es importante que en tanto el individuo se enfrente a una situación de inventar un problema producto de su creatividad, lo lleve a pensar, analizar, examinar datos y recurrir a distintas estrategias de resolución que le permitan solucionar problemas. La invención de problemas son un producto creativo que requiere de una serie de procesos en los que se piensa en el contexto, en las posibles soluciones y en las conclusiones; cuando un niño formula un problema lo siente suyo, usa su contexto real y cercano, crea mayor interés hacia el aprendizaje, mengua el miedo y no importa si comete errores porque aprende de ellos, esto permite el aprendizaje de las matemáticas. Otra conclusión se refiere a la necesidad de fomentar la creatividad, darle libertad al niño para que cree, reconstruya, genere nuevas ideas, da rienda suelta a su imaginación, de la misma forma que el individuo construye un significado para los símbolos, signos y operaciones.

Otra investigación, fue realizada en Perú, su autor Vargas (2017), la tituló: *influencia del material concreto no estructurado en la resolución de problemas aditivos en los estudiantes de primer grado de primaria de la IE 3079 en el 2017*. Es una tesis para optar al grado académico de maestro en Psicología Educativa. La población con la que trabajó la investigación está conformada por 73 estudiantes correspondientes a dos aulas de clase del grado primero. Los resultados, de la prueba estadística, determinaron que el uso del material concreto no estructurado tuvo incidencia positiva en la mejora de la resolución de problemas aditivos en los estudiantes de primer grado. Una de las conclusiones a la que llegó fue que el uso de material concreto no estructurado influyó en los resultados obtenidos por los estudiantes porque mejoraron en la resolución de problemas de cambio en cinco puntos, esto con respecto a las pruebas iniciales presentadas por los niños. En sus recomendaciones mencionan que: “...estos materiales les sirven a los estudiantes para representar de manera concreta sus saberes previos en cuanto a cómo resolver un problema que requiere una adición o una sustracción para lograr resolverlo de manera algorítmica.” (Vargas, 2017, p. 79).

La última investigación internacional que se aborda es de Chile, pertenece a Araya, et al. (2019), la cual titularon: *Pensamiento matemático creativo en las aulas de enseñanza primaria: entornos didácticos que posibilitan su desarrollo*. Se realizó con diecisiete escuelas de Santiago de Chile, fueron 576 estudiantes de veintidós cursos de básica primaria del grado quinto. El trabajo de investigación, enuncia los instrumentos que utilizaron para evaluar y medir los aprendizajes, también las dificultades que tuvieron los profesores para crear las tareas, entre otros. Las conclusiones fueron las siguientes: hubo estudiantes que lograron proponer solo respuestas triviales a los problemas y otros, en cambio, generaron gran cantidad de respuestas con altos niveles de sofisticación. Otra conclusión es que para esta investigación se tuvieron en cuenta dos grupos: grupo A y grupo B; las aulas del grupo B, en comparación con el grupo A, se caracterizaron por un

estilo de enseñanza más activa, dando respuestas más argumentadas. Como conclusión final los investigadores confirmaron la influencia del aula escolar en el desarrollo de la capacidad inventiva en ámbitos matemáticos, se identifican unas características: La comunicación entre las partes, la capacidad del maestro de retroalimentar las ideas o preguntas de estudiantes, dar mayor responsabilidad al alumnado sobre la construcción de ideas matemáticas, el trabajo en tareas que resulten desafiantes, y la capacidad del profesor de variar la dificultad de los problemas que da a sus alumnos.

Por consiguiente, en el contexto nacional, algunas tesis universitarias en programas de maestría en Educación Matemática dan cuenta del interés por la investigación sobre la resolución de problemas. Por ejemplo, la que se realizó en la ciudad de Medellín por Bedoya y Ospina (2014), titulada: *Concepciones que poseen los profesores de matemática sobre la resolución de problemas y cómo afectan los métodos de enseñanza y aprendizaje. Su objetivo es analizar las concepciones y convicciones que poseen los profesores de matemática sobre la resolución de problemas y cómo estas afectan los métodos de enseñanza y de aprendizaje en los estudiantes.* Es un trabajo de grado para optar al título de Magíster en Educación Matemática. Sus conclusiones dicen, la resolución de problemas y la comprensión de textos son temas interdependientes, se complementan, dado que si al estudiante se le facilita entender el enunciado de un problema entonces se le facilitará la resolución del mismo, también enuncia que es pertinente que el docente esté constantemente en búsqueda de metodologías y estrategias didácticas que llevadas a la práctica en el aula le permitan al estudiante el desarrollo de procesos mentales para analizar y participar en su entorno de manera competente.

Otra investigación nacional desarrollada por Duran y Bolaños, (2013), titulada: *Resolución de problemas matemáticos: un problema de comprensión en el Quinto Grado de Básica Primaria de la Institución Educativa Thelma Rosa Arévalo del municipio zona Bananera de Magdalena, Colombia*, en este trabajo detectaron las dificultades en la comprensión lectora, análisis y resolución de problemas matemáticos que presentan los estudiantes y para aportar a la resolución de esta dificultad se plantearon como objetivos determinar el tipo de estrategias que requieren los estudiantes de básica primaria para mejorar la comprensión de los problemas matemáticos, con el fin de contribuir a la formación más competente, capaces de analizar y argumentar. Este antecedente aporta a la conformación del presente estudio en tanto, propusieron una serie de acciones provocadas para el aprendizaje en la resolución de problemas, más específicamente Problemas Aritméticos Aditivos de Enunciado Verbal en estudiantes de segundo y cuarto de primaria.

En el siguiente artículo de investigación e innovación, de la Magíster en Pedagogía de la Universidad Mariana en Nariño, Vilma Rosalia Alvarado Cortés (2013) *Práctica pedagógica y gestión de aula, aspectos fundamentales en el quehacer docente*. Señala en algunas de las conclusiones la importancia

de la interacción que se establece entre el profesor, el contenido teórico y el estudiante, dando prioridad a la labor docente, pues el maestro ayuda a la construcción de nuevos conocimientos y al desarrollo de habilidades del pensamiento gracias a su papel mediador, es él quien garantiza que los estudiantes puedan adquirir aprendizajes significativos, por ende no puede permitir la improvisación en sus intervenciones pedagógicas, adicionalmente aclara algo muy importante en cuanto al carácter de la evaluación:

“La evaluación en el aula es entendida como un proceso que debe permitir investigar los resultados de nuestra labor docente, un proceso permanente, dialogal y autorreferente, cuya implementación nos permite descubrir errores y aprovecharlos como oportunidades de aprendizaje. Una evaluación propiamente vista como proceso investigativo”. (Alvarado, 2013, p. 112)

Una investigación más reciente a nivel nacional es la de Montero, (2021), titulada: *Comprensión y resolución de problemas matemáticos desde la macroestructura del texto*. En su artículo Montero muestra una propuesta pedagógica que se realizó en la localidad de Bosa, en la ciudad de Bogotá, con un grupo de estudiantes del grado quinto, curso 503, en la Institución Educativa Distrital Leonardo Posada Pedraza. Las conclusiones a las que llegó Montero son: La resolución de problemas matemáticos de estructura multiplicativa como la comprensión de lectura desde la lingüística del texto son procesos claves en el desarrollo académico de los estudiantes de quinto grado de educación básica. Y son estos procesos en los que presentan mayor dificultad los niños, lo cual hace necesario que el maestro está en constante búsqueda de metodologías y estrategias para incentivar el interés de los estudiantes, creando situaciones reales que favorezcan procesos mentales, convirtiendo así el análisis y resolución de problemas matemáticos en ejes centrales de dicha área. Los problemas matemáticos - trabajados en Matemáticas- y la comprensión de textos en la asignatura de Lengua Española- son temas interdependientes, no son procesos aislados, asignados a un campo o disciplina específica, sino que se complementan e integran entre sí, dado que la comprensión facilita entender los enunciados del problema. (Montero, 2021, p. 15).

Del mismo modo, encontramos algunas investigaciones en el ámbito institucional en la Universidad Pedagógica Nacional, por ejemplo, la de Barrios, (2011). *El método de análisis síntesis en la resolución de problemas aritméticos escolares de enunciado verbal*. Este estudio que hace el autor para obtener el título de Magister en Docencia de la Matemática, lo realiza en el colegio Italiano Leonardo da Vinci, dado que la institución utiliza la resolución de problemas aritméticos de enunciado verbal con el método análisis - síntesis. El investigador busca verificar, identificar y caracterizar las relaciones entre el currículo propuesto y el currículo logrado para resolver Problemas Aritméticos de Enunciado Verbal con el método análisis-síntesis, pues durante las reuniones de área, el cuerpo de profesores de matemáticas evidenció dificultades con la población de primaria. Se considera el siguiente aporte: cuando los estudiantes se ven en la tarea de resolver problemas aritméticos es necesaria la articulación de conocimientos conceptuales, procedimentales

y metacognitivos para que la actividad tenga éxito. Por otro lado, se analiza que la importancia dada al método puede generar que presten mayor atención a seguir unos pasos prescritos que, a la validez o pertinencia del trabajo que realizan en relación con el PAEV que deben resolver. También menciona que, cuando no se da la posibilidad de elegir diferentes estrategias para la resolución de problemas al estudiante limita el pensamiento creativo en él.

Otro antecedente indagado fue de Sierra, (2018), *Diseño de un ambiente B-learning basado en el modelo Pólya para la resolución de problemas aditivos de cambio y combinación por los niños de segundo de básica primaria*. El estudio se hizo en el colegio John F. Kennedy I.E.D. y surge a raíz de los resultados que obtuvo en la básica primaria en las pruebas SABER en el año 2015, el cual fue de 4,98 en su calidad educativa. La investigación tiene un enfoque cualitativo, con un diseño etnográfico holístico. Se estudió a 11 estudiantes de segundo de primaria en las clases de matemáticas, se observó sus comportamientos en situaciones normales. Los instrumentos que utilizó el autor para recolectar la información fueron: observación directa y registro en esquemas de observación. Sierra concluye que: el estudio permitió evidenciar que un ambiente *b-learning* en el desarrollo de esta competencia incide altamente en la comprensión de problemas aditivos de cambio y combinación. En la configuración de un plan (desarrollo de destrezas procedimentales), en el entorno presencial, los estudiantes fueron evolucionando del taller uno al taller tres en la forma de resolver problemas similares, hace conjeturas, preguntas, asociarse con otros compañeros y verificar sus procesos; en el entorno virtual, se desempeñaron con más facilidad en la configuración de un plan ya que el ambiente los orienta y retroalimenta para que cumplan cada uno de los pasos establecidos; el software tiene herramientas que no permite que el estudiante avance si no cumple los procedimientos y rutas adecuadas. En la investigación se concluye que en la ejecución del plan (Pensamiento estratégico: formular, representar y resolver problemas) tanto el ambiente presencial como virtual provee recursos a los estudiantes brindándoles posibilidades de entender cada uno de los procedimientos requeridos para ejecutar la estrategia trazada y poder llegar a la resolución de los problemas. Las ilustraciones y audios que maneja la institución en el entorno virtual son mucho más motivantes y les dan facilidad para seguir el proceso y solucionar matemáticamente.

Una última investigación que se examinó es la de Crispancho, y Rodríguez, (2022). En este trabajo de grado para optar a título de Licenciadas en Educación Infantil, se aborda el tema: *el proceso de la resolución de problemas en clase de matemáticas: vínculos con el juego y la evaluación*. Las autoras hacen una monografía en la que aborda la resolución de problemas, el juego y la evaluación. Su estudio arroja algunos factores que limitan el aprendizaje del área, como: las prácticas educativas tradicionales en que se implementa el libro texto y se transcribe esa misma información al cuaderno, también la memorización, las guías descontextualizadas con dificultad en los planteamientos de problemas matemáticos; y que todas estas

prácticas no vinculan al juego, sino que lo invisibiliza. En esta investigación nombran la importancia que debe tener el contexto de los niños en la enseñanza de las matemáticas, se presenta al maestro como un mediador que observa atentamente los gustos, juegos, intereses de los niños, sus interacciones con el entorno y con sus pares; el profesor debe tener la habilidad de relacionar temas actuales (películas, videos, juegos, costumbres familiares, rutinas, hábitos) de los escolares y vincular el tema a la resolución de problemas en el aula. El maestro también puede asociar temas de la familia, rutinas del estudiante, y desde allí, podría generar lazos que beneficien su proceso de aprendizaje.

Las anteriores investigaciones aportan al presente trabajo, porque en ellas se evidenció la importancia de conocer la concepción que poseen los maestros frente a la resolución de problemas, también en una de estas investigaciones se puede identificar las dificultades que los maestros tienen en la enseñanza de la resolución de problemas, además las investigaciones favorecen al diseño de un ambiente apropiado y acciones que potencien el aprendizaje de los Problemas Aritméticos de Enunciado Verbal; y como todo lo anterior influye en mayor o menor medida en el aprendizaje de los estudiantes sobre los PAEV.

2. Metodología

El capítulo de metodología que a continuación se presenta se originó en desarrollo del curso de la práctica pedagógica de profundización en el marco formativo de la LEBP (Licenciatura en Educación Básica Primaria) durante los semestres II de 2022 y I de 2023, que tuvo lugar en el colegio Venecia IED dentro del convenio de prácticas 2210 establecido desde 2019 entre la Universidad Pedagógica Nacional y la Secretaría Distrital de Educación, en la ciudad de Bogotá. Adicionalmente, el proceso de investigación se vincula con la modalidad de trabajos de grado de semillero de investigación o de investigación formativa, establecida por la facultad de Educación y por los lineamientos creados al respecto desde el programa de Licenciatura, a través del seminario de profundización en Ciencia, Tecnología y Ambiente, cuya orientación particular para el segmento de 2022 a 2024, se dio con atención en enfoque Ciencia, Tecnología, Ingeniería, y Matemáticas en educación. Para propósitos de organización metodológica, el trabajo se caracterizó dentro del enfoque de formación para hacer investigación pedagógica; como ha sido enunciado en líneas anteriores de “Investigación Formativa” (Restrepo, 2003), el método implementado es de naturaleza cualitativa. La población estudiantil favorecida con el desarrollo del trabajo pertenece a los grados segundo y cuarto del nivel de básica primaria del colegio IED Venecia; el proceso de gestión, obtención y procesamiento de datos, se describen a continuación.

a. Enfoque de Investigación

El enfoque que se implementó para el desarrollo de este trabajo de grado; es el modelo de investigación formativa (Restrepo, 2003), el cual tiene ciertas características, por ejemplo, es una manifestación para lograr que se inserte o que exista la cultura investigativa en las instituciones de Educación Superior; además aporta a la formación inicial o continuada de docentes. Según la experiencia y de acuerdo con la perspectiva de Bernardo Restrepo, la estrategia didáctica de la Investigación Formativa brinda herramientas para el estudio de una problemática o necesidad con el objeto de movilizar el conocimiento y su labor educativa. Del mismo modo, contribuye a la misión de la Educación Superior, según el autor: “Desde la función pedagógica centramos la atención en la investigación formativa; desde la visión de la misión universitaria de generar conocimiento descriptivo, explicativo y predictivo, y conocimiento sobre la aplicación de conocimiento (conocimiento tecnológico)” (Restrepo, 2003, p. 196).

De acuerdo con esto, la investigación formativa que se llevó a cabo es el producto de la reflexión sobre la praxis y, en consecuencia, está en estrecha relación con la oportunidad del maestro en formación o en ejercicio, de describir la realidad escolar, cuyo fin es considerar una problemática inherente a la acción de los maestros en proceso formativo; problemática a la cual se le procura dar de forma teórica y práctica

una solución por medio de acciones de investigación a la manera en que lo harían expertos en la producción de conocimiento y en consecuencia del campo investigativo, como un proceso que tiene en cuenta etapas lógicas con las que formular e indagar, trazar objetivos, construir estrategias, sistematizar información contundente e identificar posibles soluciones.

Sumado a la perspectiva anterior, el carácter formativo del quehacer intelectual del proceso que, con el rigor del caso, consigue aportar al *habitus* (Bourdieu, 2000) del estudiante universitario y próximo profesional de la pedagogía; los dominios adecuados cuando se trata de defender conclusiones con argumentos, inferencias, reflexiones, que en suma suponen la apropiación de estrategias de construcción de conocimiento teórico basado en la experiencia de la práctica in situ, estrategia involucrada en el estudio de los PAEV y llevada a cabo por las docentes en formación.

Es así como, el estudio realizado es de tipo cualitativo porque se apropia de características sociales, interactivas, reflexivas dentro de la intervención en la escuela; pero siempre en perspectiva del principio de formación para la investigación; es decir, que como característica se asume la flexibilidad del enfoque, por su dinámica dialéctica de un continuum de ir y volver entre la situación y los hallazgos, y en tanto que permite hacer una descripción de la necesidad o problemática hallada. Según Hernández, et al. (2014):

Los enfoques cualitativos pueden desarrollar preguntas e hipótesis antes, durante o después de la recolección y el análisis de los datos. Con frecuencia, estas actividades sirven, primero, para descubrir cuáles son las preguntas de investigación más importantes; y después, para perfeccionarlas y responderlas. La acción indagatoria se mueve de manera dinámica en ambos sentidos: entre los hechos y su interpretación, y resulta un proceso más bien “circular” en el que la secuencia no siempre es la misma, pues varía con cada estudio. (p. 7)

Para el trabajo implementado, el enfoque cualitativo favoreció la investigación formativa, en cada una de las intervenciones pedagógicas desarrolladas con los estudiantes de segundo y cuarto de primaria del colegio IED Venecia. antes, durante y después del desarrollo de la práctica pedagógica de profundización, se hallaron dos problemáticas en el contexto del aula, la primera de estas se inscribe en los procedimientos que utilizaron los estudiantes para resolver los PAEV; y la segunda, “emerge” una voz de alerta, y hace referencia a la dificultad que tuvieron las maestras en formación al momento de formular este tipo de problemas. Ha sido considerado el hecho que el enfoque podría facilitar que se analicen las dos problemáticas de manera paralela, y por ello se toma la acción pedagógica del maestro como pretexto para el desarrollo de la investigación, sin que por ello se desconozca que el centro de estudios de esta naturaleza, fue, es y serán los niños con quienes en el caso reportado se establece la reflexión desde el principio.

Finalmente, al ser esta investigación cualitativa, adquiere el estatuto y propiedad de ser a la vez inductiva, pues parte de una situación particular y se pretende que sea proyectada en el tiempo, a una situación general. Como verificación del impacto profesional como maestras del nivel de Educación Básica Primaria, el enfoque cualitativo, descriptivo de la investigación formativa permitió que permanentemente la labor del maestro tanto en formación, como en ejercicio, estuviese en constante reflexión para ser objeto de transformación del quehacer como docentes, con interés más que en el acto de transmisión de contenidos, en la producción de sentido del saber y de esos mismos contenidos, logro para el cual solo es posible adjudicar evidencia, en cuanto la actitud positiva hacia la investigación aparezca a través del planteamiento de preguntas de investigación, del diseño de objetivos, los cuales aportan a dar respuestas a las preguntas de cada día en el ejercicio profesional como maestros.

b. Técnicas e Instrumentos de recolección de Información

Diarios de campo: Es una herramienta para el proceso de registro de datos y en consecuencia para el maestro investigador, puesto que permite registrar las acciones desarrolladas tanto por el maestro investigador como por el estudiante que constituya la fuente de la realidad que se pretenda observar. Los diarios de campo (Valles, 2000) ayudan a que el maestro plasme las reflexiones de la práctica, las actividades, los métodos didácticos y las actitudes de los estudiantes durante el desarrollo de la intervención pedagógica. Así, la riqueza del registro, la densidad en la descripción y la correlación entre hechos y formas de interactuar con los hechos, para este ejercicio de reflexión; constituyen el sentido del análisis de contenido (Krippendorff, 2002), como se puede ver en los desarrollos de los diarios de campo de las prácticas. En caso de interés se sugiere seguir los siguientes enlaces.

Hojas guías: Para cada intervención se diseñó una hoja guía con el respectivo problema aditivo, este recurso fue elaborado por las maestras en formación con el fin de formular el problema que se planteaba en los juegos.

Videos: En la mayoría de las sesiones de clase, se trató de grabar a los estudiantes para tener registro de sus intervenciones, para posteriormente analizar y evidenciar aquellas situaciones que en la práctica y en tiempo real, no se logran percibir, y luego poder plasmar las voces de los niños en los diarios de campo.

Adicionalmente, para los efectos de triangulación entre teoría, intervención y diálogo con expertos, las entrevistas en profundidad diseñadas para interlocutar con la mirada científica de la Didáctica de las Matemáticas, se grabaron en la aplicación Teams de Microsoft que habilita el correo institucional de estudiante con extensión *.upn. Con esta grabación quedó un registro audiovisual que permitió extraer la transcripción de cada una de las voces de los expertos del área de matemáticas. (Ver enlaces, autorizadas

por consentimiento informado). <https://docs.google.com/docume> <https://docs.google.com/document>
<https://docs.google.com/document> <https://docs.google.com/document>

Entrevistas: Para Hernández, Fernández y Baptista (2010), en un típico estudio cualitativo el investigador entrevista a una persona, analiza los datos que obtuvo y saca algunas conclusiones; posteriormente, realiza una nueva entrevista, analiza esta nueva información y revisa sus resultados y conclusiones; del mismo modo, efectúa y analiza las respuestas para comprender lo que busca. Es decir, procede caso por caso, dato por dato, hasta llegar a una perspectiva más general. En suma, a través de la organización de entrevistas a manera de diálogo de expertos, es posible estudiar los escenarios y a sus individuos desde una perspectiva holística.

En este caso, se entrevistó a cuatro expertos del área de docencia y Didáctica de las Matemáticas, entrevistas en profundidad en las que se diseñaron las rutas de diálogo con las cuales se abordaron ocho inquietudes que, se considera, favorecen la comprensión y el análisis de posturas al problema identificado de comprensión de los estudiantes y de creación lingüística y comunicativa de los docentes, que orientan el desarrollo de esta investigación. Es considerable, por la trayectoria académica de los expertos, que se haya conseguido aportar claridad en el tema de los problemas aritméticos de estructura aditiva de enunciado verbal y finalmente a la identificación de categorías a manera de grandes rasgos con los cuales hacer comprensiones e identificar perspectivas desde las cuales desarrollar el análisis de contenido y conseguir formas de respuesta a los objetivos planteados en este trabajo.

Software Atlas.ti 9: Atlas.ti es una herramienta para el análisis cualitativo de grandes corpus de textos, audio, imágenes o video. Contiene posibilidades que apoyan en la organización y para administrar material de forma creativa y sistemática. En el trabajo facilitó la recolección, transcripción y codificación de los documentos provenientes de fuentes primarias (entrevistas con expertos) o secundarias (artículos, monografías y tesis), se consiguió con esta herramienta digital apoyar la construcción de conceptos, su conexión a través de redes de significado o redes semánticas, la formulación de otras preguntas de pertinencia y representatividad que serán siempre el papel del investigador novel o experto sobre los datos y por extensión, la redacción de las narraciones que constituyen la voz de los actores que como unidades de análisis, que enriquecen la comprensión de las categorías preestablecidas o emergentes durante el proceso.

Así, codificar significa asignar categorías, conceptos o etiquetas a segmentos de información proveniente de las fuentes primarias o secundarias, pero que por sobre todo son de interés para los objetivos de investigación. Implica marcar (resaltar, subrayar) y anotar (añadir notas, comentarios o instrucciones) a pasajes de texto u otros segmentos de datos. La herramienta de procesamiento digital Atlas.ti 9, permitió

en primera instancia compilar las cuatro entrevistas a la manera de un corpus documental (Krippendorff, 2004), en el que se procedió a asignar códigos a las preguntas orientadoras de la entrevista a profundidad, con la idea de que constituyan las categorías y subcategorías de análisis, que fueron los hallazgos incorporados en las respuestas de los cuatro expertos entrevistados, también favorece la creación de redes semánticas, de memorandos o “memos”, que brindan la oportunidad de dialogar entre datos e investigadores (ver. fig. n°1) a partir de la teoría abordada y se pueden crear conexiones de redes de las categorías y subcategorías que después se pueden descargar en imágenes JPG o PNG, las cuales se analizan y anexan en el capítulo de resultados y discusión de este trabajo de grado. Ver vínculo figura 1: <https://docs.google.com/presentation/d>

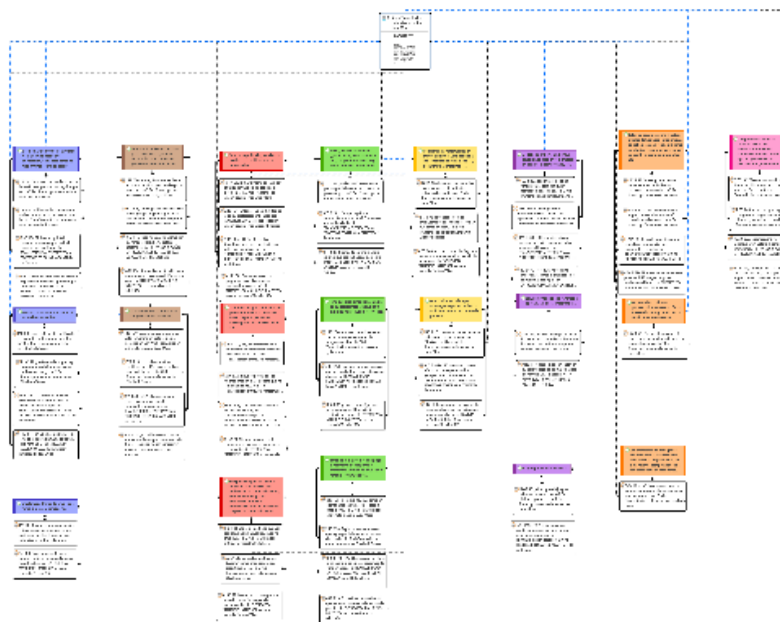


Figura 1. Registro de Revisión Bibliográfica. Fuente: elaboración propia

c. Contexto de Investigación

Este trabajo como se ha dicho, se llevó a cabo en la I.E.D. Venecia, para efectos de contextualización geográfica y caracterización de la población de estudio, decir que el colegio está ubicado en la localidad seis, Tunjuelito, en el barrio Venecia, al sur de la ciudad de Bogotá, entre la Autopista Sur y la Transversal 44 y entre la carrera 51D y la carrera 54 (ver figura 2). El barrio es un punto clave en la zona gracias a su cercanía a la Autopista Sur, vía para entrar a la capital desde el municipio de Soacha; se caracteriza por ser una zona comercial y residencial, con una población perteneciente al estrato 1, 2, 3.

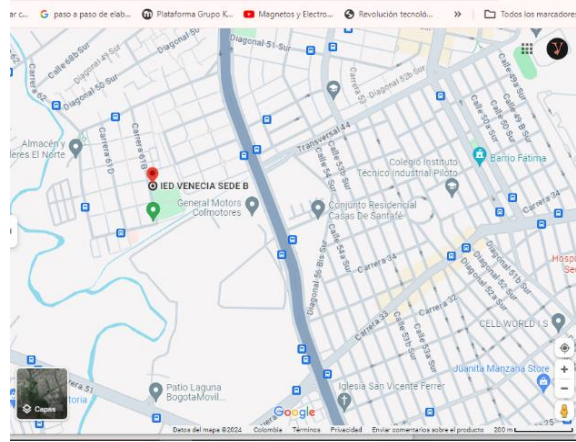


Figura 2. Visualización del contexto geográfico del Colegio Venecia IED. Fuente: Tomado de la web

El colegio I.E.D Venecia ofrece a niños, jóvenes y adultos, los ciclos de educación preescolar, básica, media y media fortalecida, la institución cuenta con dos jornadas diurna y nocturna en calendario A; de carácter oficial de la cual hace parte población mixta; el énfasis del Proyecto Educativo Institucional es en informática y tecnología.

En cuanto a la planta física, el colegio cuenta con una infraestructura que está formada por 2 bloques, en el primero al costado sur está ubicada la sección de bachillerato y ubica los cursos de sexto a undécimo, en el segundo bloque al costado norte, está ubicada la sección de básica primaria y preescolar, en la que se desarrolló la intervención que dio origen al presente estudio; en el primer piso está ubicada la coordinación académica de la básica primaria, el restaurante, los baños, la sala de profesores. En el segundo piso, se ubican las aulas estudiantiles y en el tercer piso, el aula múltiple y el salón de las Tecnologías de Información y Comunicación (TIC); cada salón está dotado de televisor, un computador con acceso a internet y cuenta con los recursos convencionales (tablero, lockers, entre otros).

Por otro lado, la función académica del PEI (Proyecto Educativo Institucional) se titula "Hacia la construcción de proyectos de vida para formar personas competentes capaces de transformar su contexto social" (tomado de la página oficial IED Venecia: (gestión académica) de esta manera, según el mapa de navegación PEI, la institución fundamenta sus procesos en la formación de individuos integrales a través del desarrollo académico, con pensamiento socio-crítico caracterizado por el racionalismo de acción comunicativa mediado por las emociones y el lenguaje, este aspecto se sustenta en una perspectiva institucional pensamiento crítico social para la formación integral. (PEI, p. 2)

d. Población / Unidades de Análisis

La observación realizada se inició con el grupo de primero de primaria del curso 104 del colegio I.E.D Venecia sede A. El grupo de estudiantes para el instante de la intervención estaba conformado por 18 niñas y 15 niños, para un total de 33, cuyas edades iban entre los 6 y 8 años. Por su parte, la práctica pedagógica empezó en el segundo semestre del año 2022, cuando la maestra titular (Marcela Vargas) solicitó apoyo en el área de Matemáticas. El curso en ese momento estaba constituido, en su mayoría, por niños habitantes del sector, barrios vecinos y barrios cercanos como Isla del Sol, Nuevo Muzu, Galicia, Perdomo y La Coruña. Entre la población, se encontraban registrados un niño y una niña que son extranjeros, oriundos de Venezuela; niños y niñas con padres en su mayoría comerciantes del sector. (Datos según Código DANE IED Venecia 111001010251¹⁴)

Posteriormente, en el primer semestre del año 2023 se continuó la práctica pedagógica con los mismos estudiantes, que para ese momento ya pasaban a cursar segundo grado de primaria con un mejor nivel de lectura en comparación al año anterior, lo cual facilitó que los niños pudieran leer por sí solos los problemas matemáticos que desarrollaron a lo largo del semestre.

De manera simultánea, este mismo proyecto de Problemas Aritméticos de Estructura Aditiva de Enunciado Verbal, se implementó con el grado cuarto del curso 403, el cual estaba compuesto por 14 niñas y 20 niños, uno de ellos con diagnóstico de trastorno autista (información brindada por la maestra titular Nayibe Betancur), que conforman un grupo total de 34 estudiantes entre las edades de 8 a 10 años. Originalmente en los años 2020 y 2021 los niños cursaron los grados primero y segundo desde sus casas de manera remota, como fue expresado en líneas anteriores, debido a la obligada etapa mundial de aislamiento por la pandemia, a causa del COVID 19.

Estos dos grupos focalizados con los cuales se desarrolló la investigación permitieron que las maestras en formación tuvieran en cuenta la población, sus características y contexto proveniente para planificar cada práctica pedagógica. Además de posibilitar la observación eficiente y la reflexión pertinente sobre la propia práctica.

¹⁴ Ver: Alcaldía Local de Tunjuelito, Zona 5 <https://www.redacademica.edu.co/colegios/colegio-venecia-ied>

e. Fases de Investigación

El diseño metodológico que se implementó para el desarrollo de este proceso formativo, se realizó en tres fases:

Fase 1: Práctica pedagógica

Esta fase permitió hacer un proceso de intervención pedagógica en el colegio IED Venecia con estudiantes de segundo y cuarto de primaria. Para el desarrollo de la práctica pedagógica se llevaron a cabo las acciones en dos etapas:

- a. En la primera etapa, se intervino solo con un grupo de estudiantes, los niños y niñas del curso 104, a cargo de la docente titular (Marcela Vargas licenciada en Educación Básica y con nombramiento de la secretaría distrital de educación hace más de 15 años). Con ellos se empezó a trabajar los Problemas Aritméticos de Estructura Aditiva de Enunciado Verbal (PAEV), específicamente los problemas de comparación, esta etapa fue desarrollada en el segundo semestre del año 2022.
- b. En la segunda etapa, se trabajó con el mismo grupo de niños, pero cuando ya habían ascendido al grado segundo, en el curso 204, y con el apoyo de la misma docente titular. Adicionalmente, en esta etapa se vinculó al grupo de estudiantes de cuarto de primaria, que conformaron el curso 402, a cargo de la docente titular Nayibe Betancur.

La información que se recolectó de esta etapa se registró en los diarios de campo. En las dos etapas se realizó una serie de actividades para reconocer e identificar cuáles son los procedimientos que utilizan los niños y niñas para resolver los (PAEV). A través del estudio de los diarios de campo, para el estudio, se generan dos premisas: la primera de ellas; que los estudiantes presentan dificultades al momento de resolver los tipos de problemas matemáticos, enunciados en la hojas guías; no obstante, cuando los estudiantes realizan el mismo tipo de problemas a través de la implementación de un juego; sí logran resolver el problema con mayor facilidad y con la evidencia de su comprensión. Y la segunda, que a las maestras en formación MF1 y MF2 también se les dificulta formular los PAEV, básicamente a la manera de formular los enunciados.

Fase 2: Comunicación directa con los expertos del área de Didáctica de las Matemáticas

En esta segunda fase se emplea la entrevista en profundidad como mecanismo de conversación e instrumento principal de colecta de datos, fue organizada de manera individual, con un grupo de cuatro expertos investigadores y fundamentalmente maestros en el campo de docencia de las matemáticas, con la idea de indagar en torno de la percepción de maestro y la concepción pedagógica que prevalece entre los

expertos sobre el tema de PAEV y sobre la forma en que son didactizados y resueltos en la escuela, o sobre cómo ellos abordan las formas de solucionarlos entre los estudiantes. Las respuestas que dieron los expertos a las preguntas abordadas son el insumo de análisis de contenido (Krippendorff, 2002) y con el que se categoriza la comprensión descriptiva desarrollada en apoyo del software Atlas.ti.

Fase 3: Reconstrucción y análisis de resultados

Esta fase se realiza con la triangulación de los datos recolectados de las dos fases anteriores, se toma la voz de los expertos, los diarios de campo y la referencia conceptual para dar respuesta a la pregunta y a los objetivos del proceso formativo. En este sentido, la estrategia de análisis constituye un referente válido de orientación para los futuros maestros de los niveles de educación básica primaria; ayuda en el mediano plazo a que sea un material de consulta para identificar los procedimientos de los estudiantes al momento de resolver los PAEV, a su vez que caracteriza las dificultades presentadas por las maestras en formación para formular los problemas antes mencionados; y finalmente el aporte dado por cuatro expertos en Didáctica de las Matemáticas para el tema de estudio. Adicionalmente, permite a los maestros en formación poner en el escenario su capacidad de análisis y reflexión en la disciplina, que por tradición se asume con altos índices de dificultad.

3. Referente Conceptual

En este capítulo se abordan los conceptos que a criterio del grupo de trabajo se consideran un mínimo de apropiación y que se relacionan con las nociones sobre los problemas matemáticos, sobre el pensamiento aditivo, la construcción de la estructura aditiva, la perspectiva de los problemas aditivos y la clasificación que se puede efectuar según su estructura semántica.

El Problema Matemático

El problema matemático requiere una actividad intensa del pensamiento para que se desarrollen las estrategias que ayuden a que se resuelva, dado que este puede tener múltiples soluciones. El problema matemático se caracteriza porque no es algorítmico, no es un ejercicio con procedimientos o con un mecanismo de reglas que se necesiten para resolverlo.

Mancera (citado en Torres, s.f¹⁵) plantea que un problema es una situación que hace pensar y reconocer que se está frente a un problema si se presenta lo siguiente:

- 1) No se sabe de manera inmediata la forma en la que se puede resolver. Es decir, no se puede saber de manera inmediata cómo proceder, no será posible aplicar de manera inmediata un procedimiento rutinario o una fórmula.
- 2) Encontrar la solución a un problema requerirá poner en juego todas nuestras capacidades y conocimientos. “Dispara” varios dispositivos mentales, como la búsqueda de analogías, simulaciones, transformación de parte del enunciado, traducirlos a situaciones aritméticas, algebraicas y geométricas.
- 3) Se puede hacer algo para resolverlo. Esto es, no inmoviliza al pensamiento; se piensa que se puede abordar y trabajar con las posibilidades personales. Si se tiene la idea de que no se puede hacer nada, entonces no representará un problema, simplemente es algo que se planteó, pero no se asume (p. 16).

Entonces un problema es una situación que, en la escuela, hace que el niño o la niña se enfrente a una tarea o actividad nueva, a través de la cual se desarrollará un nuevo conocimiento, pues el sujeto de entrada no sabe de forma inmediata cómo va a resolver esa nueva situación que se le ha presentado, debido

¹⁵ Registro de información del documento “memorias de clase” de la profesora Elizabeth Torres, titular del espacio académico Taller de Educación Matemática I y que se ha implementado como parte de los argumentos de este trabajo. El título del documento es: Resolución y planteamiento de problemas, que no se encuentra publicado.

a que no conoce de antemano un procedimiento para resolverlo, sino que le requiere que piense, analice y actúe para encontrar la solución de ese problema.

Por otra parte, el referente del pensamiento de Brousseau (2006), dice que, a partir de los saberes previos de los estudiantes, el profesor puede crear sus intervenciones pedagógicas y adaptarlas al contexto de ellos, con el fin de enfrentarlos a problemas matemáticos de la vida cotidiana. De la misma manera Vergnaud (1982), aporta sugerencias sobre algunas variables que se deben tener presente al momento de formular problemas matemáticos a los estudiantes, tales como: el largo del enunciado del problema, la complejidad lingüística al comunicar el enunciado del problema, la cantidad numérica que se da en el problema, el orden de los datos de un problema; todo ello tiene efectos significativos sobre la resolución de problemas en el estudiante. De ahí que, el maestro debe tener presente estas variables al momento de formular problemas matemáticos a los estudiantes.

Resolución de Problemas Matemáticos

La resolución de problemas matemáticos es uno de los apartados que se agrega a este referente conceptual, se toma como punto de partida el planteamiento de Torres (s.f⁷) “*En la escuela tradicional se ha venido entendiendo equivocadamente que resolver un problema es resolver un enunciado problema*”. Además, según Arteaga y Macías (citado en Torres, E. s.f¹⁶), si el maestro da una serie de procedimientos estructurados corresponde más a un ejercicio, pues en este tipo de actividad se hace una acción mecánica repetitiva que se caracteriza por la aplicación de unas reglas o procedimientos conocidos, que no requieren que el sujeto realice procesos en el pensamiento que le ayuden a resolverlo. Este tipo de prácticas en las que el maestro da procedimientos estructurados a los estudiantes, no favorece los aprendizajes significativos, sino que excluye y domina los conocimientos previos que los niños traen de sus casas. Según Giroux (1998):

La estructuración por otro lado se refiere a la relación pedagógica en sí misma y al problema de cómo el poder y el control son conferidos y mediados entre maestros y estudiantes. Como Bernstein lo dice, la estructuración se refiere “al grado de control que el maestro y el alumno poseen respecto a la selección, organización, ritmo y regulación del tiempo del conocimiento transmitido y recibido en la relación pedagógica” (Bernstein, 1977). Cada uno o ambos conceptos pueden ser fuertes o débiles en diferentes combinaciones; por lo tanto, constituyen el código educativo dominante. Por ejemplo, el código de colección se refiere a la fuerte clasificación y estructuración y puede tomar la forma de un currículo tradicional caracterizado por rígidos límites en las materias y fuertes relaciones jerárquicas entre estudiantes y maestros (p. 130).

¹⁶ Registro de información del documento “memorias de clase” de las maestras Torres, Mora et, al; del espacio académico Taller de Educación Matemáticas I y que se ha implementado como parte de los argumentos de este trabajo. El título del documento es: Resolución y planteamiento de problemas, el cuál no se encuentra publicado.

Si bien es cierto que los maestros deben tener un plan curricular estructurado que deben trabajar con sus estudiantes a lo largo del año escolar; la resolución de problemas matemáticos se deben implementar en el currículo en todo el transcurrir de los periodos escolares, partiendo del contexto cercano de los estudiantes para potenciar habilidades y competencias, tales como: construir nuevos conocimientos, aprender a usar y aplicar diversas estrategias que les permitan resolver diferentes problemas según el contexto, a reflexionar sobre las estrategias que utilizan al enfrentar nuevas situaciones, entre otras. (NCTM, 2000¹⁷).

Ahora bien, es posible que los maestros puedan potenciar la resolución de problemas en los estudiantes, en estos casos el maestro les propone una situación particular y nueva, para potenciar sus conocimientos, pero no debe explicar nada al momento de iniciar con el planteamiento del problema, para que ellos puedan resolver según sus conocimientos previos aplicando estrategias diversas para resolver ese problema.

Por este motivo, se considera que la resolución de problemas es una parte esencial en el campo de la Didáctica de las Matemáticas, porque a través de problemas matemáticos se pueden favorecer los conocimientos previos que los niños traen desde casa, y la escuela ser mediador entre esos saber previos y los saberes de cada disciplina, en este caso, de esta manera los niños y niñas podrán desarrollar otros procesos cognitivos que el maestro puede ayudar a potenciar. De acuerdo con la UNESCO (2019), los procesos cognitivos que favorece la educación matemática son:

Procesos cognitivos de:

- *Reconocimiento de objetos y situaciones (ROS)*: considera las habilidades de identificar, reconocer y conocer conceptos y propiedades matemáticas [...].
- *Resolución de problemas simples (RPS)*: examina las habilidades de comprender y representar relaciones directas entre conceptos matemáticos que pueden establecerse a partir de la extracción de información explícita [...].
- *Resolución de problemas complejos y modelamiento matemático (RPC)*: considera las habilidades de experimentar, seleccionar y plantear modelos y estrategias diversas para obtener soluciones en situaciones problemáticas que involucran más de una variable. [...].

Para decidir estos procesos cognitivos se tuvieron en cuenta la construcción de conocimiento matemático y la resolución de problemas, para así considerar los elementos matemáticos, el cómo aplicarlos y relacionarlos, con el propósito de dar forma a las situaciones problemáticas que se presenta y acontece como una actividad social y cognitiva, que es más una actividad de carácter constructivista que solo algo receptivo. De acuerdo con Novak (1987):

¹⁷ Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas, siglas en inglés National Council of Teachers of Mathematics (NCTM).

Mi tesis es que debemos examinar de cerca el vínculo entre la psicología del aprendizaje humano y el conocimiento filosófico. Crear nuevos conocimientos es, por parte del creador, una forma de aprendizaje significativo. Ello supone a veces el reconocimiento de nuevas regularidades en hechos u objetos, la invención de nuevos conceptos o la extensión de los viejos, el reconocimiento de nuevas relaciones (proposiciones) entre conceptos y, en los saltos más creativos, la reestructuración importante de estructuras conceptuales para ver nuevas relaciones de orden superior. Estos procesos pueden ser concebidos como parte del proceso del aprendizaje asimilativo, que supone la adición (subsumisión) de nuevos conceptos, la diferenciación progresiva de los ya existentes, el aprendizaje supraordenado (en ocasiones) y nuevas e importantes reconciliaciones integradoras entre estructuras conceptuales. La persona creativa es un miembro de una comunidad de personas que aprenden, que, todos ellos, tienen en común muchos significados conceptuales pero cada uno de ellos/as mantiene su propia e idiosincrásica jerarquía conceptual. El/la individuo/a más capaz de añadir o reestructurar su estructura conceptual es, con el tiempo, reconocida como la más creativa en esa comunidad (p. 220).

Según lo que plantea Novack el aprendizaje se construye y es significativo; si parte de relaciones ya existentes junto con las relaciones nuevas para que se estructure el conocimiento. Además, al hacer relaciones entre conceptos se crea una reestructuración y esos nuevos conceptos tienen un orden superior (supraordenado) en relación con los anteriores.

El pensamiento aditivo y la construcción de la estructura aditiva

La adquisición del pensamiento aditivo en los niños abarca varios conceptos matemáticos y requiere de un periodo extenso de tiempo, y del proceso de desarrollo cognitivo que de acuerdo con los planteamientos de Piaget sobre la abstracción reflexiva implica pasar de estrategias informales y contextuales hasta el uso de algoritmos formales de suma y resta. Por alcance del estudio no se aborda la construcción del conocimiento en perspectiva piagetiana como centro de esta reflexión en este trabajo de grado.

Actualmente es motivo de preocupación y discusión la formación matemática que reciben los niños en la escuela, dado que se enfoca principalmente en los procedimientos, restando importancia a los conceptos matemáticos (Vergnaud y Durand, 1983); por eso es pertinente que las estructuras conceptuales se puedan construir a partir de las experiencias que los niños tienen en su entorno, tanto dentro como fuera de la escuela. Se propone así, que estos espacios sean vistos como lugares de significado y comprensión a través del análisis de las formas en las que algunas actividades desarrollen el contenido conceptual de la estructura aditiva (Vergnaud, 1990a, Vergnaud, 1991) y con las situaciones que esta representa.

Para Vergnaud (1990) el campo conceptual es un conjunto de relaciones. Por ejemplo, para el campo conceptual de las estructuras aditivas, el conjunto de situaciones que requieren una adición, una

sustracción o una combinación de dichas operaciones (p. 7-8). De ese modo los problemas matemáticos de estructura aditiva al ubicarse en el contexto escolar, requiere que la persona que los resuelve realice operaciones matemáticas con las cantidades especificadas en las expresiones, sin necesidad de interpretar textos adicionales. Hecho que implica el conjunto de situaciones que requieren que lleve a cabo necesariamente una operación específica de adición y sustracción, en este caso para los PAEV. Según Bedoya (2013):

Al referirse a las situaciones, manifiesta que éstas deben llevar a la interpretación y al análisis de las mismas, con el fin de facilitar la comprensión de los conceptos por parte de los estudiantes. Además, Vergnaud plantea con respecto a las situaciones: “la idea es que toda situación compleja se puede analizar como una combinación de tareas de las que es importante conocer la naturaleza y la dificultad propias” (Vergnaud, 1990, p. 140) (p.11).

Además, en la estructura aditiva, hay un gran número de conceptos matemáticos, y su comprensión en el desarrollo cognitivo del niño ocupa un extenso período de tiempo, ya que ha de cubrir la transición desde los recuentos informales y las estrategias propias que los niños realizan. (Castro, 1995, p. 29). En este nivel se precisa aclarar lo enunciado, los niños para tener un acercamiento a estos dos procesos (adición y sustracción) utilizan estrategias que le faciliten el desarrollo en su conocimiento; y para ello una de las estrategias es el conteo con los dedos, que resulta ser el más utilizado por los niños, donde unen cantidades o agregan cantidades en una segunda acción, esto en el caso de la suma. Para la resta lo que hacen es quitar. En el recuento algunos niños se pierden al sumar una cantidad tras otra y suelen repetir la acción de volver a contar. (Castro, 1995, pp. 29-30).

En la sustracción el niño utiliza más estrategias para comprender mejor el procedimiento al quitar de diferentes maneras, y así obtener un resultado. Contar hacia atrás requiere un nivel más avanzado en el pensamiento del niño, porque implica que se devuelva en la acción, a esto se le conoce como reversibilidad, donde reconoce que hay un elemento mayor que los siguientes, pero al mismo tiempo menor que los anteriores. Por consiguiente, es necesario recalcar que el niño desarrolla su pensamiento aditivo cuando resuelve un problema, puesto que logra establecer las relaciones que éste involucra, es decir, la capacidad de coordinar la composición de las partes para obtener la totalidad y la descomposición de la totalidad por partes.

La perspectiva de los problemas aditivos

Los problemas aditivos son aquellos que pertenecen a los problemas con estructura de tipo aditivo, es decir, que se resuelven con las operaciones y algoritmos de adición y sustracción. Los problemas matemáticos, en este caso, los problemas aditivos, se les denomina problemas de un solo paso y compuestos; es decir, los problemas de un solo paso se resuelven con alguna de las dos operaciones, adición o sustracción; y los problemas compuestos se resuelven con las dos operaciones (adición y sustracción), es así que, dentro de los problemas de estructura aditiva, existen varias clasificaciones y depende del tipo de variable que se considere para hacer la clasificación (Castro, 1995).

A continuación, se desarrolla un acercamiento a la clasificación básica de los problemas de naturaleza aditiva.

Clasificación de los problemas aditivos

La clasificación de problemas aditivos se puede hacer al tener en cuenta su estructura semántica, con hallazgo de diversas posturas intelectuales de varios teóricos que así lo recalcan; entre ellos Cañadas-Castro (2011); Carpenter-Moser, (1981); Riley-Greeno y Heller, (1983); Puig - Cerdán, (1988); Orrantia, (2003); sólo por enunciar algunos autores, quienes coinciden con Castro (1995), en que son cuatro los problemas de estructura aditiva que se pueden identificar, a saber:

1. Problemas de cambio:

Los problemas de cambio implican un aumento o disminución de una cantidad inicial hasta crear una final, ahí hay implícita una acción. En estas situaciones intervienen tres cantidades, una inicial, una de cambio y una final. Cualquiera de ellas puede ser la cantidad desconocida, por lo que da lugar a tres tipos de problemas. Son ellos:

- a) La cantidad inicial y la magnitud de cambio son conocidas. Ejemplo: Ana tiene 5 bombones y compra 3 bombones más, ¿cuántos bombones tiene ahora Ana?
- b) La cantidad inicial y el resultado de cambio son conocidos, la incógnita en este caso es la magnitud de cambio. Ejemplo: Juan tiene 6 balones y quiere comprar algunos para tener 9, ¿cuántos balones ha de comprar?
- c) La incógnita es la magnitud inicial que exige conocer la magnitud de cambio y el resultado final. Ejemplo: Ana tenía algunos cuadernos, su hermano le dio 4 y ahora tiene 7, ¿cuántos cuadernos tenía Ana? (Castro, 1995, p.38).

Algunos otros ejemplos de problemas de cambio:

- a) Juan tenía 3 autitos¹⁸. Pablo le dio 8. ¿Cuántos autitos tiene ahora Juan?

¹⁸ Expresión lingüística de acuerdo al origen del autor, español.

- b) Juan tenía 15 autitos. Él le dio 9 a Pablo. ¿Cuántos autitos tiene ahora Juan?
- c) Carolina tenía chocolates. Ella le dio 13 chocolates a Paulina. Ahora, Carolina tiene 18 chocolates. ¿Cuántos chocolates tenía Carolina al comienzo?
- d) Juan tenía 15 autitos. Él le dio algunos a Pablo. Ahora, Juan tiene 8 autitos. ¿Cuántos autitos le dio a Pablo? (Carpenter y Moser, 1983, p. 547).

2. Problemas de combinación:

Los problemas de combinación o “parte-parte-todo”. Existe entre una colección y dos subcolecciones disjuntas de la misma. La combinación no implica una acción. Este tipo de problema tiene tres cantidades relacionadas, que dan lugar a dos tipos de problemas.

- a) Conocer la colección total y una de las subcolecciones y desconocer la otra subcolección. Un ejemplo: Luis tiene 10 lápices, de ellos 3 son azules y el resto son amarillos, ¿cuántos lápices amarillos tiene Luis?
- b) Conocer las dos subcolecciones y desconocer la colección total. Ejemplo: Irene tiene 4 bloques rojos y 5 azules, ¿cuántos bloques tiene Irene? (Castro, 1995, p.39).

Algunos otros ejemplos de problemas de combinación según Castro. Gorgorió y Prat son:

- a) Combinación con la incógnita en el todo; ejemplo: “María tiene 5 galletas y Daniela 7 galletas ¿Cuántas galletas tienen entre las dos?”
- b) De combinación con incógnita en una parte; ejemplo: “Mi hermano y yo tenemos 30 globos entre los dos. Si 17 son míos, ¿Cuántos globos son de mi hermano?” (p. 221).

3. Problemas de comparación:

Esta categoría demanda una comparación entre dos colecciones. La relación entre cantidades se establece al utilizar los términos “*más que*”, “*menos que*”. Cada problema de comparación tiene tres cantidades expresadas: una cantidad de referencia, una cantidad comparativa y otra cantidad de diferencia, según la clasificación de (Castro 1995, p. 39)

- a) Referente y referido son conocidos, se desconoce la comparación. Ejemplo: *Antonio tiene 6 galletas y Jaime tiene 4 galletas, ¿cuántas galletas tiene Antonio más que Jaime?*
- b) Referente y Comparación son conocidos, se desconoce el referido: Ejemplo: *Ignacio tiene 5 caramelos y María tiene 3 caramelos más que él, ¿Cuántos caramelos tiene María?*
- c) Referido y comparación son conocidos, referente es desconocido: Ejemplo: *Pilar tiene 3 galletas, ella tiene 2 galletas más que Pedro, ¿cuántas galletas tiene Pedro?* (Castro, 1995, p.39).

Algunos ejemplos adicionales de problemas de comparación podrían ser:

- a) Susana tiene 28 chalecos. Cecilia tiene 9 más que Susana. ¿Cuántos chalecos tiene Cecilia?
- b) Claudio tiene 23 globos. Pedro tiene 8. ¿Cuántos globos menos tiene Pedro?
- c) Susana tiene 28 chalecos. Ella tiene 9 chalecos menos que Cecilia. ¿Cuántos chalecos tiene Cecilia?
- d) Cecilia tiene 27 chalecos. Susana tiene 5 menos que Cecilia. ¿Cuántos chalecos tiene Susana? (Carpenter y Moser, 1983, p. 548).

4. Problemas de igualación:

Comparte las características de las categorías de cambios y comparación, dado que se produce alguna acción relacionada a su vez con la comparación entre dos colecciones disjuntas. Existen dos tipos de estos problemas:

- a) La acción hay que realizarla sobre la mayor de las colecciones en cuyo caso se tiene una separación – igualación. Ejemplo: Carmen tiene 8 globos y Cesar tiene 6, para tener tantos globos como Cesar, ¿cuántos globos ha de romper Carmen?
- b) La acción se realiza sobre la menor de las colecciones en este caso se tiene una unión- igualación. Ejemplo: Inés tiene 7 bombones y Pablo 4 bombones, ¿cuántos bombones tiene que ganar Pablo para tener tantos como Inés? (Castro, 1995, p. 40).

A continuación, los modelos para la estructura aditiva según Castro, Rico. Castro (1995) los cuales ayudan a que los estudiantes puedan generar ciertas representaciones mentales para la comprensión de los conceptos y procedimientos matemáticos. También se enuncian las definiciones de representaciones y de Estrategias.

Modelos: la construcción de modelos depende de la estructura de los problemas, es decir, si hay cambio o no en las cantidades, si se representan con gráficos o con material manipulable. Algunos de los modelos vinculados en el desarrollo de la estructura aditiva son los siguientes: lineales, cardinales, con medidas y funcionales. Seguidamente se describe el modelo funcional y cardinal que fueron los que se abordaron durante la práctica pedagógica.

Modelos funcionales: en este modelo hay unos elementos en un conjunto de partida que sufren una transformación a partir de la función que se aplica, en este caso una acción (incremento o disminución) obteniendo un conjunto final. Según Castro, Rico y Castro (1995) “Se considera que el primer sumando (o el minuendo) es un estado inicial o de partida, el segundo sumando (o minuendo) (o el sustraendo) es un operador o transformación de aumento/disminución que se realiza sobre el estado inicial; el resultado, en cualquier caso, es el estado final. En este modelo se supone que la operación es una máquina que transforma números en otros números, mediante una ley determinada” (p. 31-32).

Modelos cardinales: en este modelo “suelen aparecer los diagramas de la teoría de conjuntos. Estos esquemas se pueden emplear con carácter estático no hay acción-, o con carácter dinámico- la operación es el resultado de una acción. En el primer caso se trata de esquemas en los que expresa la relación parte/todo descrita bien por un conjunto dividido en dos partes disjuntas, o bien, un conjunto en el que hay señalado un subconjunto y por complementación se considera el otro” (Castro, Rico y Castro, 1995, p. 30).

Representación: se refiere a las cantidades que se representan y a las relaciones que se hacen presentes en los problemas con estructura aditiva, es una etapa clave hacia el camino de la resolución de problemas, sin una representación el niño no podría considerar estrategias óptimas para resolver los problemas. Los tipos de representaciones que hay son: Representación Enactiva, Representación Icónica y Representación Simbólica.

En la práctica pedagógica se trabajaron las Representaciones Enactiva y la Representación Simbólica, las cuales se definen a continuación:

Representación Simbólica: pueden ser verbales y numéricas. Existen dos tipos de representación simbólica verbal que son lenguaje informal y lenguaje formal. La representación simbólica numérica involucra los símbolos numéricos clásicos con los que se resuelve un problema.

Representación Enactiva: este tipo de representaciones involucran distinto material (estructurado y no estructurado) que el niño pueda manipular para simular las acciones que se presentan en los problemas. El propósito de este tipo de representación es reflejar con transparencia los distintos elementos del problema.

Estrategias: las estrategias se entienden como una serie de acciones conscientes que permiten alcanzar un fin. En ese sentido cuando hablamos de estrategias en la resolución de problemas con estructura aditiva no estaría admitida la acción de ensayo o de error. Las estrategias están asociadas a los modelos y

representaciones que han construido y con los que han interactuado los niños, por ello a mayor número de modelos y representaciones, mayor número de estrategias de cálculo.

Procedimientos usados por los niños para resolver los problemas aditivos

A continuación, se observa cómo desde la experiencia de la investigación experimental registrada en la revisión de la literatura es que los niños de manera general, pero de manera específica en la escuela, tienden a resolver los problemas de estructura aditiva y cuáles son los diferentes procedimientos que utilizan para efectos de facilidad en los procesos mentales que rigen la comprensión para conseguir resolverlos. Entre los procedimientos que utilizan los niños están las representaciones simbólicas, donde realizan una serie de acciones, como la acción de representar, y pueden ser las siguientes: las representaciones simbólicas simples, representaciones con la ayuda de los dedos, representación verbal-cardinal y las representaciones imaginadas. Castaño (1995) afirma que “el proceso de construcción de una operación se inicia en las acciones y poco a poco se va separando de ellas, hasta llegar a representaciones cada vez más estructuradas.” En estas circunstancias, los procedimientos usados por los niños según Castaño (1995) son:

- Reunión y conteo: Supone que el niño reúne las partes y une uno a uno los elementos de la totalidad obtenida, efecto que puede lograr con dibujos o con los dedos.
- Agregación sucesiva: El niño agrega elementos de uno en uno, a partir del número que sigue al primer sumando, por medio del control de las cantidades que ha agregado paulatinamente.
- Adición: El niño realiza la suma mentalmente o por escrito, y para ello sigue un procedimiento universal de adición o uno de descomposición.
- Separación y conteo: El niño separa de la cantidad total, los elementos que debe quitar y cuenta lo que le quedó.
- Desagregación sucesiva: El niño parte del total de la cantidad que tiene y hace el conteo uno a uno en orden descendente, a través de acciones de control de los elementos retirados o que son quitados del conjunto total.
- Sustracción: El niño desarrolla la resta mentalmente o de forma escrita, con cualquier procedimiento universal de retiro de elementos, o de descomposición.

Además, durante la formación de maestros en la Licenciatura en Básica Primaria, en el primer curso de Educación Matemática 1¹⁹, se enseñaron otro tipo de procedimientos que los niños utilizan los niños y niñas en situaciones relacionadas con el número y el conteo, son: correspondencia uno a uno; correspondencia subconjunto a subconjunto; estimación puramente visual; subitización, Contar los elementos de una colección: para ello los niños se apoyan en el proceso, recontar, descontar, sobrecontar,

¹⁹ Registro de información en la plataforma MOODLE, de las maestras Torres, et al, del espacio académico curso Educación Matemática I. En la unidad 2, Tema 2: Iniciación al número; conceptos que se han implementado como parte de los argumentos de este trabajo.

procedimientos mixtos y procedimientos de cálculo. Seguidamente se mencionan los procedimientos que usaron algunos estudiantes.

- Subitización: se refiere al reconocimiento inmediato del número de elementos sin necesidad de contar, se llama conteo súbito o subitización; usualmente se da en pequeñas colecciones. El término “subitización” se refiere a la percepción directa y súbita de la cantidad exacta de elementos en una colección[...].
- Recortar: dada la colección, el niño halla su cardinal, si a esta se le agregan más elementos, el niño vuelve a contar todos los elementos desde el principio.
- Sobrecontar: dada una colección, el niño halla su cardinal; si a esta se le agregan más elementos, el niño continúa el conteo a partir del último elemento contado.
- Procedimientos de cálculo: los niños utilizan descomposiciones de los números y ponen en funcionamiento propiedades de los números naturales, así como estrategias de cálculo. Por ejemplo, ante el problema: << Sebas tenía 5 fichas de lego y matilde le dio 7 más, ¿con cuantas fichas quedó Sebas? >> El niño hace cuentas como: $5+7= 5+ (5+2)= (5+5) + 2= 10+2= 12$.

La resolución de problemas permitirá a los niños pasar de los procedimientos más costosos y menos fiables a los más económicos y pertinentes, desarrollando ampliamente la actividad de coordinación de colecciones (Ruiz, 2005, p. 200). Se precisa la importancia de conseguir que el estudiante comprenda el problema para poder resolverlo, es decir, de validar que, en el proceso, la dimensión cognitiva del sujeto apropie la operación mental comprensiva, sólo entonces y de manera posterior sí podrá aplicar los diferentes procedimientos y estrategias que necesite o que le demande el problema para conseguir la respuesta. Toda esa metodología de pasos que el estudiante explore y ponga en práctica para resolver un problema, es lo que le ayudará a construir una serie de habilidades y competencias para resolver los problemas de cualquier contexto; en el recorrido que cada estudiante efectúa para aprender y cómo cada uno de estos procedimientos le ayudarán a resolver los problemas matemáticos de estructura aditiva de enunciado verbal, los cuales le van a servir a lo largo de su vida escolar en la básica primaria, y que posteriormente favorecerá el aprendizaje de problemas aritméticos de mayor complejidad y de aquellos que desde el álgebra demandan funciones de lógica de enunciado verbal en la básica secundaria.

4. Resultados y Discusión

En esta sección se abordan las tres fases de análisis del trabajo de grado, cada fase va acompañada de una o más categorías que emergen de la comunicación directa con cuatro expertos.

a. Resultados

Este capítulo de análisis de resultados está organizado en tres fases, la primera es práctica pedagógica; esta se vincula con la categoría de: Importancia del juego en la resolución de problemas. Posteriormente, se realiza una segunda en la que se establece una comunicación directa con los expertos del área de matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional, y tiene dos categorías que la acompañan, estas son: mayor dificultad de los maestros de Educación Básica Primaria para formular problemas matemáticos de enunciado verbal y la otra es, Pasos que no debe un maestro pasar por alto al momento de formular Problemas Aritméticos de Estructura Aditiva de Enunciado Verbal. Por último, la tercera fase consistió en la reconstrucción y análisis de la información que estructuró el trabajo de grado, la cual está vinculada con la categoría: problemas de estructura aditiva según su semántica. A continuación, el esquema que guía el análisis, (figura 3) y la convención de identidad para cada experto dentro de las entrevistas en profundidad (tabla 1).

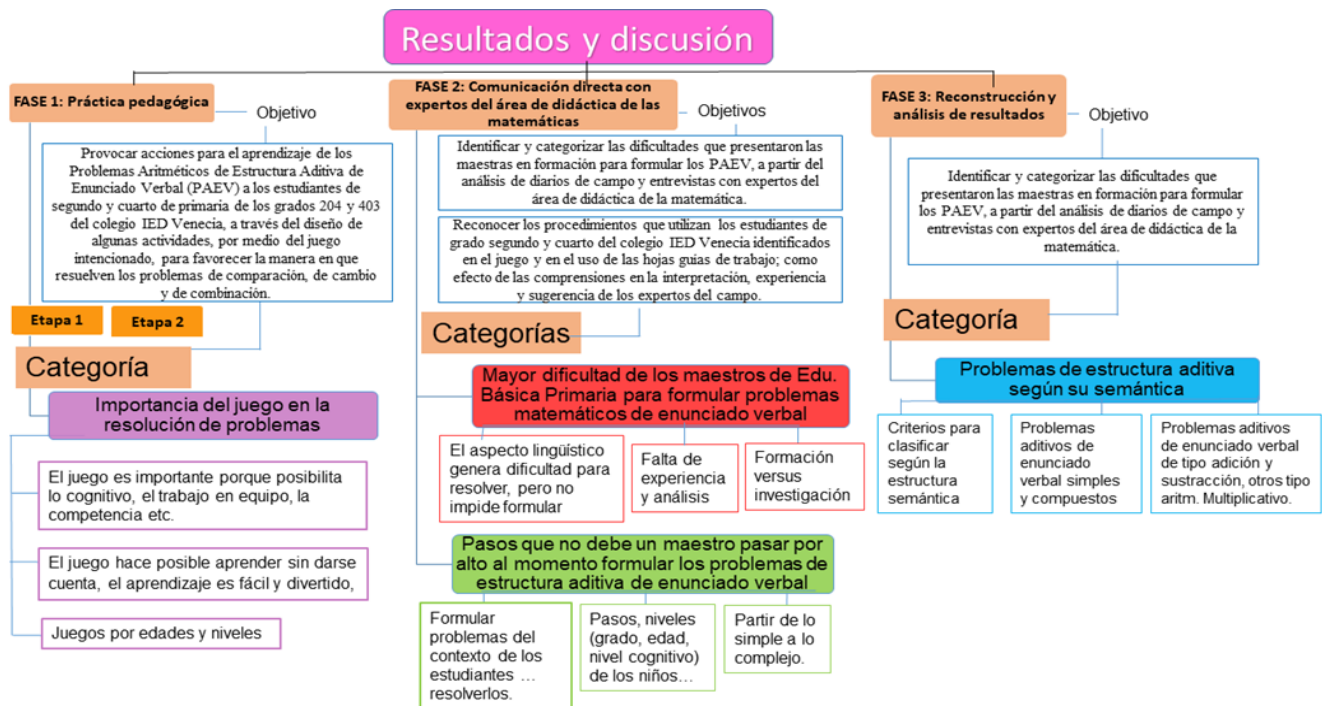


Figura 3. Estructura de análisis de contenido implementada en el estudio. Fuente: Elaboración Propia

Tabla 1. Nomenclatura y Convenciones para identificación de Entrevistas en Profundidad a Expertos. Fuente: Elaboración propia

Cuadro de convenciones: Código de referencia para los expertos.		
<u>Código de convenciones para los expertos</u> (Experto, número de entrevista, iniciales del nombre y apellido, numero de pagina)	<u>Experto entrevistado</u>	<u>Identifica a: Representa a:</u>
E1-LM-P#	Mora, Lyda. Entrevista en profundidad Noviembre 20 2023	Lyda Constanza Mora
E2-ET-P#	Torres, Elizabeth. Entrevista en profundidad Octubre 26 2023.	Elizabeth Torres
E3-EG-P#	Guacaneme, Edgar. Entrevista en profundidad Octubre 27 de 2023	Edgar Guacaneme
E4-MB-P#	Bautista, Mauricio. Entrevista en profundidad. Octubre 31 2023.	Mauricio Bautista

Fase 1. Práctica Pedagógica - Etapa 1

En primer lugar, se encuentra la fase 1, la cual se tituló práctica pedagógica y corresponde con el objetivo específico: Provocar acciones para el aprendizaje de los Problemas Aritméticos de Estructura Aditiva de Enunciado Verbal (PAEV) a los estudiantes de segundo y cuarto de primaria de los grados 204 y 403 del colegio IED Venecia, a través del diseño de algunas actividades, por medio del juego intencionado, para favorecer la manera en que resuelven los problemas de comparación, de cambio y de combinación. La Fase práctica pedagógica se llevó a cabo en dos etapas. y se acompaña de la categoría: Importancia del juego en la resolución de problemas, la cual se elaboró con los datos obtenidos de las entrevistas realizadas a los cuatro expertos en Didáctica de las Matemáticas, el análisis de categorías preestablecidas fue hecho a través de la herramienta Atlas.ti 9. (figura 4)

Red Semántica de expresiones. Categoría Importancia del juego

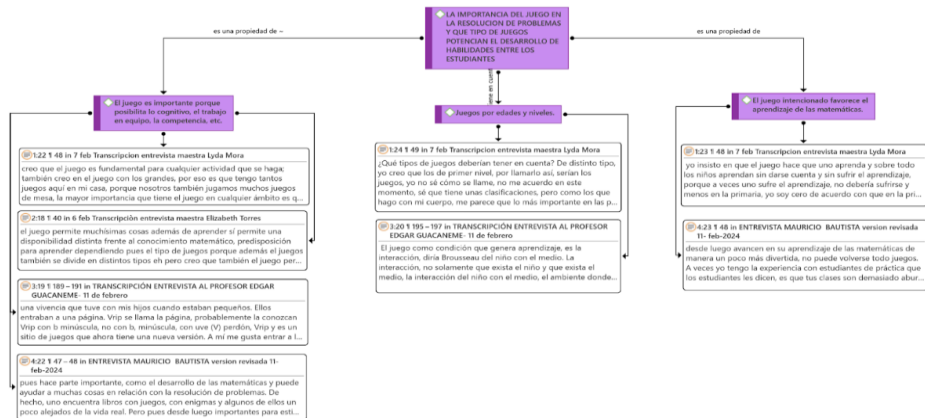


Figura 4. Red Semántica 1. Importancia del Juego. Fuente: Elaboración propia a partir de Atlas.ti

b. Discusión

La red de categorías de juego está conformada por tres subcategorías, la primera subcategoría es: El juego es importante porque posibilita lo cognitivo, el trabajo en equipo, la competencia, etc. En esta subcategoría los cuatro expertos en Didáctica de las Matemáticas coincidieron en sus respuestas sobre la importancia que tiene el juego en el aprendizaje de las matemáticas. A continuación, se mencionan las perspectivas que tienen dos de las expertas sobre el tema. De acuerdo con la profesora E1-LM, el juego posibilita desarrollar habilidades, que son luego puestas en práctica en todo contexto:

“Creo que el juego es fundamental para cualquier actividad que se haga; [...] el juego nos posibilita tener que trabajar en equipo, no estoy diciendo solamente porque tengo que hacer de pronto grupos para ganar en un juego, sino incluso cuando yo tengo que competir conmigo misma, con mis otros compañeros y yo estoy sola, pero es con los otros, cómo hago para trabajar con los otros y cómo manejo mi nivel de competitividad, si es alto, bajo o medio, como si es muy alto, entonces[...] ponen en uso lo cognitivo, yo qué digo, cómo lo digo, si lo digo en este momento y el asunto estratégico[...] entonces creo que el juego posibilita muchas cosas y en la resolución de problemas, de hecho, considero que hace falta”. (E1-LM- P. 13).

Después de lo anteriormente expuesto, se adiciona a esta subcategoría lo planteado por E2-ET.P. 9:

“El juego permite muchísimas cosas además de aprender, sí, permite una disponibilidad distinta frente al conocimiento matemático, predisposición para aprender dependiendo pues el tipo de juegos [...] el juego permite la interacción con otros, el seguimiento de regla, la posibilidad de entender porque perdí o porque gané, sí, la creación de estrategias, entonces creo que efectivamente el juegos es supremamente importante, [...] el orden pues depende mucho de la intención que tenga el maestro, yo creo que un orden posible, podría ser problemas de estructura matemática, si, perdón, juegos que me lleven a la estructura matemática y después juegos que me lleven a la estructura semántica dentro de los juegos [...] por ejemplo que saquen los números de los dados y entonces con eso yo hago mi problema, [...] hay muchos juegos que ni siquiera están en la literatura, sino que se los crea el profesor, los ajustes del profesor”. (E2-ET-P. 9).

De acuerdo con las perspectivas expertas, el juego es importante porque posibilita lo cognitivo, la interacción entre pares, el trabajo en equipo, la competitividad, el desarrollo de estrategias; el uso de reglas como son los turnos y las sanciones. Los juegos permiten enseñar que hay un ganador, un perdedor o un vencedor; este tipo de aprendizaje ayuda a que los estudiantes aprendan a manejar sus emociones. Con relación a los maestros, permite que involucre el juego intencionado para potenciar la estructura matemática y la estructura semántica al momento de plantear problemas matemáticos a sus estudiantes. Por su parte los expertos E3-EG y E4-MB dan aportes a esta subcategoría de la importancia del juego, y dicen que en los juegos se pueden encontrar contenidos de Matemáticas, y que el juego se relaciona con las matemáticas.

El “experto E3”- “Edgar Guacaneme EG” aporta una experiencia al jugar con sus hijos juegos en línea y hace la siguiente reflexión sobre el juego y cómo por medio de los juegos se pueden encontrar contenidos de Matemáticas:

[...] el juego permite le va enseñando cómo jugar, el mismo juego le enseña a uno cómo jugar. La idea es encontrar la estrategia ganadora del juego. Mis hijos aprendían mucho de esos juegos, y jugaban y una vez yo me puse a mirar cómo les decía y encontraba, ¡¡¡Uy!!!, aquí hay cosas de simetrías, aquí hay cosas de geometría, aquí hay cosas de superficies, aquí hay cosas de números[...]. (E3-EG-P 23).

Por su parte, E4-MB plantea: [...] el papel importante del juego es que no sea juegos porque sí, sino que después lo pueda trasladar a lo que va a hacer en matemáticas y que el juego se relacione de alguna manera con las matemáticas, [...] (E4-MB-P 8).

Seguidamente, emergen dos subcategorías que son: “Juego por edades y niveles”; y la otra: “el juego intencionado favorece el aprendizaje de las matemáticas”, a continuación, algunas respuestas de los expertos. E1-LM sugiere que:

“¿Qué tipos de juegos deberían tener en cuenta? De distinto tipo, yo creo que los de primer nivel [...] como los que hago con mi cuerpo, me parece que lo más importante en las primeras edades es moverse todo lo que tenga que ver con lo motriz. [...] creo que juegos como de roles, de ese tipo de cosas, en las que ellos puedan participar con su cuerpo y eso me parece importante. Creo que también los Juegos de mesa, crear un juego, así como similar al multiplín, pero pues no sé, aditin una cosa así, pues que contribuye a resolver problemas de tipo aditivo ya en otro nivel que no sea corporal, pues para que los niños vayan como aquietando y tener que buscar los procesos de concentración.”. (E1-LM-P. 14).

En el caso de Guacaneme plantea que:

“El juego conmigo mismo, con el otro, contra el otro, a favor del otro, como posibilidad de ganar cosas. Ahora hay juegos que no ayudan mucho al aprendizaje de las matemáticas. Eso también es claro y no por el hecho de que juegue, entonces voy a aprender, no, no necesariamente, pero hay muchos conocimientos matemáticos que sí se aprenden. Sí que se aprenden a través de juegos”. (E3-EG-P. 24).

Y finalmente, Bautista, refuerza el argumento, al expresar que los estudiantes:

“Desde luego avancen en su aprendizaje de las matemáticas de manera un poco más divertida, no puede volverse todo juegos. Entonces uno como que espera, bueno, qué es lo que esperaríamos del juego, el juego tiene que ser en términos de la formación de los estudiantes, de lo que estamos hablando con una intención. De tener una intención y la intención debe ser en este caso, ayudar a encontrar datos a aprender, a determinar datos, aprender a mirar si la respuesta que me dio tiene sentido”. (E4-MB-P. 9).

El estudio de las subcategorías anteriores dota y brinda un carácter influenciador al juego intencionado, con el fin de provocar interés en los estudiantes al trabajar los PAEV en virtud de generar aprendizaje; de esta manera las respuestas planteadas por los expertos reflejan el propósito que tuvieron las maestras en formación al vincular el juego intencionado en la intervención pedagógica para favorecer la manera en que resuelven los problemas.

Como ha sido expuesto al inicio de este capítulo de análisis, se describe a continuación la fase 1 de la práctica pedagógica, la cual está dividida en dos etapas, en coherencia con la estrategia mencionada en el capítulo de metodología. La práctica pedagógica inició en el segundo semestre del año 2022, cuando los estudiantes cursaron primero de primaria, posteriormente en el primer semestre del año 2023, se continuó con el mismo grupo de estudiantes, pero en segundo grado. Además, se vinculan al estudio de la investigación los estudiantes del curso 403.

A continuación, se describirán los detalles claves de la fase práctica pedagógica, de la primera etapa. Es así como, se propone una primera actividad a los estudiantes que estaban en primer grado, el juego doble guerra, se jugaba de a dos estudiantes, las cartas se colocan en pila boca abajo sobre la mesa, cada estudiante toma una carta y después la voltea, el estudiante que tenga la carta mayor se queda con la carta de su compañero, y, por último, los niños y niñas cuentan sus cartas para saber quién quedó con más. Mientras los estudiantes jugaban, la maestra en formación les preguntó: ¿quién ganó más cartas? y ¿Con cuántas cartas más que su compañero ganó?

Una herramienta que facilitó registrar las expresiones verbales de la maestra y de los estudiantes son los videos, los cuales fueron fundamentales para hacer el análisis de cada sesión de clase, de esa manera se logró hacer una reflexión sobre la práctica pedagógica y el instrumento de recolección de la información que se implementó para describir las situaciones problemáticas fueron los diarios de campo. Los estudiantes para dar respuestas a las preguntas: ¿quién ganó más cartas? lo que hicieron fue contar una a una sus cartas, y así obtuvieron la cantidad final que tenía cada uno de ellos. De acuerdo con el análisis que hizo Torres (s.f) a las posturas de unos investigadores o teóricos, esta acción se conoce como: Conteo o el número para contar. “Consiste en asignar los términos de la secuencia numérica a los objetos de una colección, (correspondencia Biunívoca o uno a uno), bien señalando cada objeto o marcando pautas y realizando espaciamentos temporales”. (Figura 5).



Figura 5. Estudiantes actividad “doble guerra”. Fuente: elaboración propia

Después para dar respuesta a la pregunta: ¿Con cuántas cartas más que tu compañero ganaste? Los estudiantes sabían quién tenía más cartas, pero no sabían cuál era la diferencia, decían expresiones como: él tiene más, yo tengo menos, sin embargo, no decían cuánto era esa diferencia. Entonces, se trató de aplicar el concepto de Medir una colección, es decir, comparar las dos colecciones de cartas, para que comprendieran cuántos objetos había en cada una, y se les preguntó cuál tiene más o cuál tiene menos. No obstante, en este caso, los niños decían en cuál colección había más cartas y en cual menos, o decían las cantidades que tenían en el total de sus cartas, lo cual era correcto, pero esta acción de comparar las dos colecciones no les permitió ver con claridad la diferencia numérica entre una cantidad y la otra.

Del mismo modo ocurrió al jugar con los dados, los estudiantes juegan en parejas y lanzan los dados, la maestra les pregunta ¿Quién sacó más números al lanzar los dados? ¿Cuántos puntos más sacó (Pepito que pepita)? Esta actividad permitió ver que hay unos pocos estudiantes que ya hacen algunas operaciones como restar o sumar, es decir, cálculo mental. Mientras que la gran mayoría, para poder resolver la pregunta, utilizan sus dedos para descontar o quitar una cantidad de la otra. Y un menor número de estudiantes no saben qué tienen que hacer para responder a la pregunta. En ocasiones se les dan algunas pistas o repite una y otra vez la cantidad que tiene cada uno en sus cartas, y entonces alguno de los dos estudiantes que se están enfrentado en el juego sabe la respuesta y la da, pero el otro estudiante aún no comprende ese proceso. Y casi siempre han sido los mismos estudiantes quienes no han podido comprender cómo se hace esa parte del juego. No obstante, se puede ver en la fotografía (Figura 6) como algunos estudiantes cuentan las pintas de los dados para saber cuánto sacaron al lanzarlos.



Figura 6. Estudiante conteo de puntos en el dado. Fuente: Elaboración propia

Ahora bien, se provocó una acción para tratar de favorecer el aprendizaje de los PAEV de tipo comparación, a los estudiantes del curso 104, la acción consiste en el diseño de una hoja guía de trabajo en la que se reflejan los mismos actos que los niños realizaban en el juego; es decir, en este formato aparecen dos columnas con los títulos de jugador 1 y jugador 2, cada estudiante coloca la cantidad numérica que sacó al lanzar el dado y finalmente suman el total de lo que sacaron en todos sus lanzamientos (Columna 1 y columna 2 de la figura 7). Además, hay dos columnas adicionales, en una se le pide al estudiante que responda a la pregunta: ¿Quién sacó el número mayor? por cada lanzamiento; y en la última columna se pregunta a los estudiantes: ¿Cuántos puntos o números más que tu compañero sacaste en los dados? (Ver figura 7).



Nombres:			
Jugador 1	Jugador 2	Quien sacó el Número mayor	Cuanto puntos o números Más que tu compañero sacaste en los dados.

Figura 7. Formato para la recolección de datos. Fuente: Elaboración propia.

En otra actividad se les propuso a los estudiantes jugar de a cuatro jugadores, el nombre de la actividad fue: Acumula puntos y gana. Por grupo de a cuatro estudiantes se les entregó un tablero (hoja guía), y un dado. Cada jugador escribió su nombre en una de las casillas en la parte superior, para que identificara en donde debía registrar los lanzamientos que sacó en cada turno correspondiente, dado que el número de turnos para lanzar el dado por integrante es de cinco veces y probablemente podrían sacar 30 puntos en total al sumar sus lanzamientos. Enseguida se muestran tres fotografías que reflejan los niveles

de lanzamiento y a su vez el proceso de comprensión que cada estudiante desarrolló para resolver los problemas de comparación dentro del juego y en la hoja guía de trabajo. (Ver figura 8 (a), 9 (b) y 10 (c))

Jugador 1 Santiago	Jugador 2 Emilio	Jugador 3 Sara	Jugador 4 Aurora
1	2	3	1
1	2	2	6
2	7	4	2
4	7	6	4
4	4	3	3
Total = 72	Total = 17	Total = 18	Total = 16

¿Cuántos puntos saco cada estudiante en el juego? El jugador que tiene más puntos, ¿cuántos puntos más que sus compañeros tienen? Escogan un solo compañero con menor cantidad de puntos para comparar con el de mayor cantidad. Sara es 6 más que Santiago

Figura 8. (a) Formato registro y solución de datos nivel alto.
Fuente: Elaboración propia

Jugador 1 Matia	Jugador 2 Esteban	Jugador 3 Luis	Jugador 4
4	6	2	
5	7	3	
1	5	5	
4	4	2	
7	7	3	
Total = 25	Total = 27	Total = 15	Total =

¿Cuántos puntos saco cada estudiante en el juego? El jugador que tiene más puntos, ¿cuántos puntos más que sus compañeros tienen? Escogan un solo compañero con menor cantidad de puntos para comparar con el de mayor cantidad.

Figura 9. (b). Formato registro y solución de datos nivel medio.
Fuente: Elaboración propia

Jugador 1 beron	Jugador 2 Micaela	Jugador 3 Esteban	Jugador 4 aray
3	6	2	2
5	5	6	3
6	4	30	4
4	5	50	6
5	6	10	5
Total = 4	Total = 1	Total = 6	Total =

¿Cuántos puntos saco cada estudiante en el juego? El jugador que tiene más puntos, ¿cuántos puntos más que sus compañeros tienen? Escogan un solo compañero con menor cantidad de puntos para comparar con el de mayor cantidad.

Figura 10. (c) Formato registro y solución de datos nivel bajo
Fuente: Elaboración propia

Con base en la distribución por equipos y en la obtención del resultado anterior; se diseñan las siguientes gráficas que muestran los niveles de comprensión que tienen los estudiantes sobre lo que plantea en la hoja guía de trabajo, es decir, registran el dato de cada lanzamiento, hacen la suma para la totalidad de los lanzamientos, y responden a la pregunta del enunciado problema. En el nivel medio, se encuentra el grupo de estudiantes que solo registra el dato de los lanzamientos y la suma total de estos aconteció en el juego y a las respuestas que dan al problema matemático que se les plantea en las hojas guía de trabajo. Se asigna un nivel alto para los estudiantes que resuelven todo lo que se plantea, pero no dan respuesta a la pregunta del enunciado. Por último, el nivel bajo; aquí el grupo de estudiantes solo registra los lanzamientos que sacan en cada turno, pero no hace la suma del total, ni dan. respuesta a la pregunta del problema.

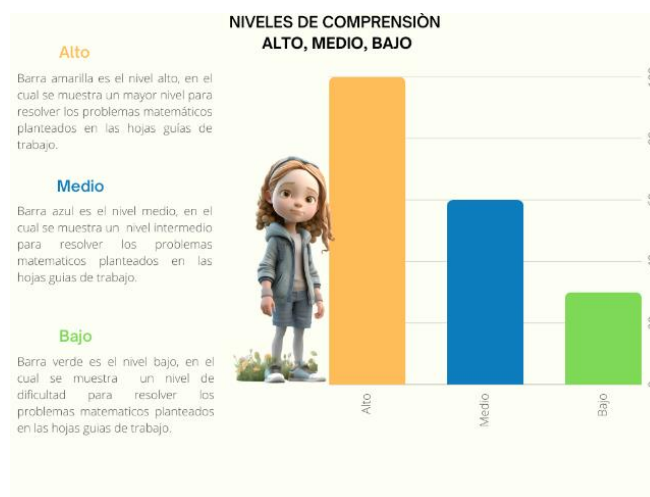


Figura 11. Niveles de comprensión. Fuente: Elaboración propia

De acuerdo con la interpretación de los datos que se encuentran consignados en las hojas guía de trabajo, se presentan las gráficas en la que se muestra el nivel de comprensión al ser analizados los procesos evidenciados con los 34 estudiantes del curso 104 en esta actividad. (Ver figura 9b)

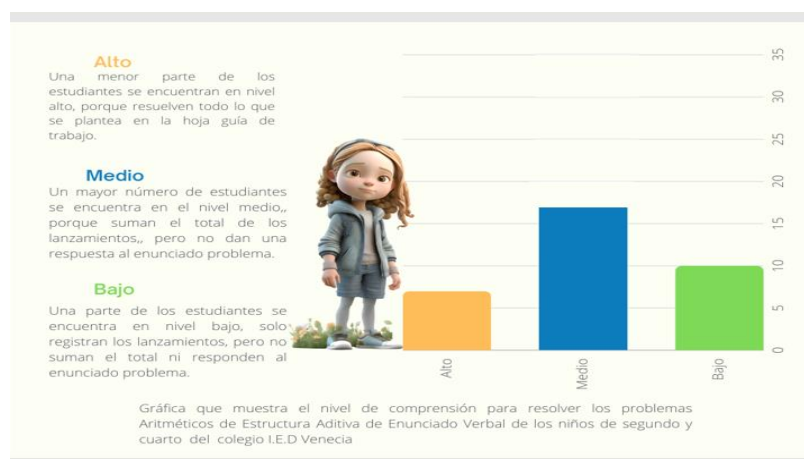


Figura 12. Resultado análisis de los niveles de comprensión.
Fuente: Elaboración propia

Es oportuno ahora reconocer, que los problemas de comparación que la maestra en formación propuso a los estudiantes del curso 104, no eran el primer tipo de PAEV que debía trabajar con ellos, porque estos problemas tienen mayor nivel de estructuración y de complejidad, por lo tanto, requieren un mayor nivel cognitivo para poderlos comprender y resolver. Lo anterior sucede debido al desconocimiento que tenía la maestra sobre el nivel jerárquico que tienen los problemas aditivos y la falta de experiencia de trabajar este tipo de problemas. De acuerdo con la experta en Didáctica de las Matemáticas, la profesora Lyda:

[...] creo que esa es la mayor dificultad, su experiencia y la falta de formación versus información alrededor del tema, por un lado está eso, pero por otro lado está el tema de la formulación que ustedes me dicen, para formular los problemas,[...] otra cosa más difícil porque es crear el problema, entonces, eso implica un conocimiento muy profundo de los tipos de problemas, de haberse uno mismo expuesto, sentido vulnerable en que no fui capaz de resolverlo y ahora ya cómo ir mejorando en ese proceso y pues luego uno dice, no sé, a mí me costó resolverlo yo cómo voy a poner eso a los niños [..]” E1-LM-P. 6.


En ese orden de ideas, sí es posible que la formación de maestros y aun los que están en ejercicio, puedan presentar dificultades al momento de trabajar con los estudiantes los PAEV y es posible que al formular los problemas incurran en el error de enseñarlos sin tener en cuenta que tienen un nivel jerárquico en el que deben ser enseñados por el tipo de estructuración, el nivel cognitivo y escolar en el que están la población.

Sin embargo, hay que resaltar que una parte del grupo del curso 104, sí pudo comprender y resolver los problemas de comparación que se trabajó con ellos, de igual modo, se reconoce que fue difícil al principio que alcanzaran la comprensión de estos problemas, no obstante, esos pocos estudiantes, sí lo lograron comprender y resolver los problemas, tanto en el juego como en las hojas guías de trabajo.

Fase 1. Práctica Pedagógica - Etapa 2.

Esta segunda etapa se desarrolló durante el primer semestre del año 2023 con el curso 204, estos estudiantes formaron parte de las prácticas pedagógicas del semestre anterior, como se menciona en la etapa 1. Mientras que los estudiantes del curso 403 se unen a este proceso pedagógico en el primer semestre del año escolar 2023, es decir, aparecen en la descripción dentro de la Fase 1 Etapa 2 de este análisis. En la intervención pedagógica se llevó a cabo una serie de acciones provocadoras con los estudiantes para el aprendizaje de los PAEV. A continuación, se encuentra un informe detallado de cada una de estas acciones.

Cuadro 1. Acción provocada 1. Fuente: Elaboración propia

Acciones provocadas 1.	Tipo de problema	de	Dificultades o logros presentados por los niños	Dificultades presentadas por las maestras	Errores al plantear el problema	Relación con las categorías y subcategorías
Juego doble guerra. 	Comparación		Curso 204, Dificultad al Identificar la cantidad de diferencia. Curso 403, Dificultad al Sumar cantidades grandes.	Enunciados extensos.	Longitud del enunciado. Más de una pregunta en el mismo enunciado.	“El aspecto lingüístico genera dificultad para resolver” el problema, pero no para formularlo.

En la acción provocada 1, se jugó “Doble guerra” en el cual los niños ganaron una cantidad de cartas, ellos debían hacer el conteo tanto de cartas como de los puntos que están dentro de las cartas y decir quién había ganado y por cuántas cartas o puntos más, le había ganado a su compañero. A los niños del curso 204 se les dificultó identificar la cantidad de diferencia por la cual habían ganado. Diario de campo 21 de marzo 2023 Ana Pérez. (DIARIOS DE CAMPO- ANA PÉREZ- 2023)

Mientras tanto, los estudiantes del curso 403 presentaron dificultad al sumar cantidades cada vez más grandes, adicionalmente no lograron hallar el valor numérico de la diferencia entre una cantidad y otra; en la imagen tomada del cuaderno de un estudiante se puede apreciar cómo escribe las respuestas a las preguntas del enunciado problema (ver figura 13). Diario de campo 27 de marzo Rocío Zabala. (Diarios de campo Rocío Z.2023).

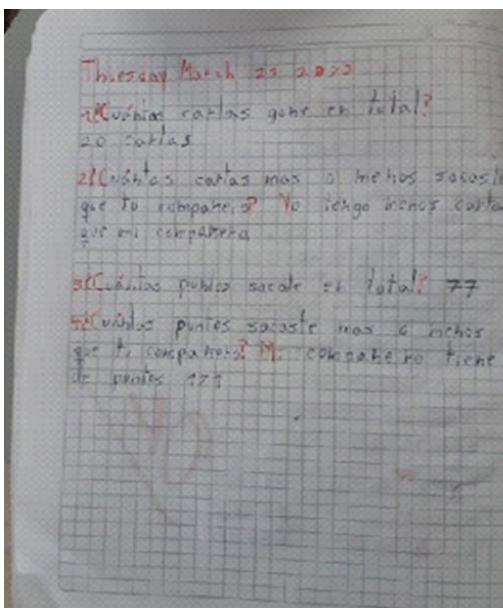


Figura 13. Cuaderno estudiante 403. Fuente: Elaboración propia durante la práctica pedagógica.

Algunos de los errores que tuvieron las maestras al momento de formular el enunciado problema en esta actividad fue la longitud del enunciado, porque se propuso a los estudiantes cuatro preguntas dentro del mismo problema que iban a resolver. De acuerdo con el experto Mauricio Bautista:

“A veces las personas de los grupos de profesores y uno como profesor, cuando tiene estudiantes en determinados niveles, dice, no, es que las matemáticas no solo son operaciones, también hay que enseñarlos a leer, entonces les vuelven los enunciados muy largos y con el asunto de estar pensando en cuál es la operación que yo voy a aplicar, pues el problema de la lectura se vuelve aún más difícil o los vuelve aún más difíciles”. (E4-MB-P.4)

Es por esto que los maestros con el afán de lograr que los niños desarrollen comprensión lectora en los problemas matemáticos se dedican a formular a los estudiantes problemas con enunciados muy largos, en este caso la longitud del enunciado sobrepasó la cantidad de preguntas que debía tener.

Cuadro 2. Acción provocada 2. Fuente: Elaboración propia

Acciones provocadas 2.	Tipo de problema.	Dificultades o logros presentados por los niños	Dificultades presentadas por las maestras	Errores al plantear el problema	Relación con las categorías y subcategorías
Tablero para practicar conteo, suma y resta.	Comparación	A los niños se les facilitó el conteo, la suma y resta con el tablero.	El material no estructurado no fue adecuado.		Partir de lo simple a lo compuesto

Esta actividad se trabajó con el recurso de un tablero impreso y con el material no estructurado como son las arvejas, porque los granos acomodados en el tablero les ayudaron a ver con claridad las cantidades que agregaron o que quitaron. Para los niños y niñas trabajar con material que puedan manipular es favorable, porque pueden ver con mayor facilidad una cantidad representada, no solo un número como tal, lo cual les ayudó a hacer una operación de resta o de suma sin que necesariamente los estudiantes tuvieran que escribir un número para poder restar o sumar. (Diario de campo 27 de marzo de 2023 Ana Pérez). (DIARIOS DE CAMPO- ANA PÉREZ- 2023)

La actividad se planeó con el propósito de que los estudiantes pudieran identificar las cantidades que debían quitar o agregar en el tablero a la cantidad inicial que se les daba, Castro afirma que en el recuento algunos niños se pierden al sumar una cantidad tras otra y suelen repetir la acción de volver a contar (Castro, 1999).

Cuadro 3. Acción provocada 3. Fuente: Elaboración propia

Acciones provocadas 3.	Tipo de problema	Dificultades o logros presentados por los niños	Dificultades presentadas por las maestras	Errores al plantear el problema	Relación con las categorías y subcategorías
Formato (cuadro) problemas de cambio y uso de objetos para contar.	Cambio	Se les facilitó entender cómo se estructura un problema de cambio.	No ceder el poder a los estudiantes para solucionar el problema Hacer que los estudiantes identificaran cuál era el tipo de PAEV que estaban resolviendo.	Resolver el problema solo a través del recurso.	El aspecto lingüístico genera dificultad para resolver el problema, pero no impide formularlo.

En esta intervención pedagógica se dibujó en papel periódico el formato que se usó para enseñar los problemas de cambio, los estudiantes con ayuda del material no estructurado (maracas, pelotas, vasos, figuras de animales) (ver figura 14) pudieron registrar las partes de cada enunciado, así algunos niños pasaron frente al tablero, manipularon el material y resolvieron el problema.



Figura 14. Estudiante grado 403 conteo de vasos para formular y registrar el problema. Fotos con las maestras con el formato del cuadro de problemas de cambio en el tablero. Fuente: Elaboración propia.

En el cuadro de la figura (15) se percibe el instrumento de control para aportar al principio de “Ceder el Poder²⁰”, en este se pretende que los niños comprendan el sentido del problema a través de la semiótica del mismo; sin embargo, en conversación con los expertos se verifica que este grado de apoyo no es el que demanda la actividad, como se registra en el capítulo de conclusiones. Posteriormente se

²⁰ Esta expresión corresponde a la forma en que la experta Elizabeth Torres enuncia, debería ser trabajado el diseño de actividades de aprendizaje en el aula, específicamente por la oportunidad que se le debe brindar a los estudiantes para que participen en la construcción de situaciones que no únicamente deben ser implementadas por el maestro.

entregó el recurso impreso a cada estudiante para que lo pegaran en su cuaderno y así pudieron registrar los datos de los problemas.

Esta actividad permitió que los estudiantes pudieran comprender los problemas de cambio que se trabajaron, para ellos fue mucho más fácil identificar y reconocer cuáles eran las cantidades que se usaron o emplearon en el enunciado problema, es decir, se habla de una cantidad inicial y una cantidad final y que alguna de estas dos cantidades puede aumentar o disminuir.

INICIO	CAMBIO	FINAL
	AUMENTA +	
	DISMINUYE -	

Figura 15. Formato problema de cambio. Fuente Tomada de video de la web <https://www.youtube.com/watch?app=desktop&v>

Este formato se usó con la intención de que los estudiantes comprendieran mejor el enunciado del problema, identificarán en qué columna del cuadro tenían que ubicar las cantidades para comprender y resolver el problema. Según Guacaneme:

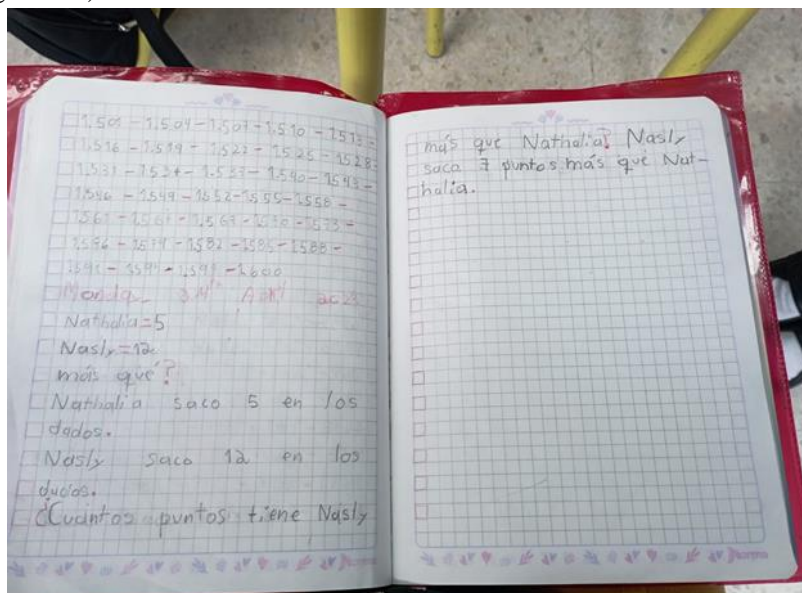
“[...] Ellos quieren ver cuáles dificultades tienen los estudiantes para resolver los problemas aritméticos que les propusieron de enunciado verbal. Y el problema que ellos encuentran es que los estudiantes ni siquiera entienden el problema. Que es el primer punto ahí no hay comprensión del problema. Si tú no comprendes el problema, [...] Y es hacerlo tu problema, o sea, yo puedo comprender el problema, pero no me importa, pues ya, por qué me voy a poner a elaborar un plan y ejecutarlo y a mirar, si pues no, no importa, no es mi problema ya”. (E3-EG-P. 6).

Según los expertos fue una equivocación hacer que los estudiantes identificaran cuál era el tipo de PAEV que estaban resolviendo porque este tipo de información y claridades son para el maestro no para los niños o niñas, el objetivo es que los ellos puedan resolver el problema indistintamente de su tipo, no que se aprendan y clasifiquen el tipo de problema de: cambio, combinación, comparación, igualación. (cuadros 4, 5, 6)

Cuadro 4. Acción provocada 4. Fuente: Elaboración propia

Acciones provocadas 4.	Tipo de problema	de Dificultades o logros presentados por los niños	Dificultades o presentadas por las maestras	Errores al plantear el problema	Relación con las categorías y subcategorías
Tira los dados y plantea un problema (El estudiante formula un problema)	comparación	Un logro es que algunos estudiantes pudieron formular sus propios problemas y otros presentaron dificultades.			Partir de lo simple a lo complejo.

En esta actividad los niños trabajaron en pareja y cada uno hacía un lanzamiento con los dados y a partir de la cantidad que saliera formularon un problema, y lo resolvieron de forma acertada como se puede evidenciar (figura. 16)

**Figura 16.** Cuaderno estudiante 204. Fuente: Elaboración propia durante la práctica pedagógica**Cuadro 5.** Acción provocada 5. Fuente: Elaboración propia

Acciones provocadas 5.	Tipo de problema	de Dificultades o logros presentados por los niños	Dificultades presentadas por las maestras	Errores al plantear el problema	Relación con las categorías y subcategorías
Juego: La ruleta	Cambio y combinación	La dificultad fue que la ruleta traía dos tipos de problema confundió a los niños.	Identificar los dos tipos de problema y seleccionar finalmente los de cambio.		Formular problemas del contexto de los estudiantes

“La Ruleta” es un juego en línea²¹ se encuentra con diferentes temáticas, en este caso la temática que se eligió fue problemas matemáticos de suma y resta.



Figura 17. Juego ruleta. Fuente: tomado de la web mientras se estaba jugando en línea

Por turnos pasaba un estudiante y elegía con el mouse la opción “Girar” en la pantalla del computador y después de girar finalmente paraba en un enunciado problema, el niño lo leía e intentaba dar respuesta mentalmente, haciendo conteo con sus dedos o en el tablero, mientras tanto sus compañeros lo solucionaban en sus cuadernos. La experta Mora menciona la importancia de vincular elementos del diario vivir de los niños:

[...] vincular algunos de esos elementos que son parte de su cotidianidad, a lo que ellos juegan para que les pueda significar algo y eso les aminore o más bien les ayude al proceso de comprensión del problema, porque si hay motivación, pues ya tenemos ahí algo de ganancia porque la emoción es muy importante, yo siempre he dicho que sin afecto es imposible aprender [...] E1-LM-P. 9

Los niños de estas edades conocen algún tipo de juego en la web, la actividad que se propuso a los estudiantes fue “la ruleta” los emocionó y motivó a pasar adelante a participar, jugar, leer el enunciado problema e intentar solucionarlo.

Cuadro 6. Acción provocada 6. Fuente: Elaboración propia

Acciones provocadas 6	Tipo de problema	Dificultades o logros presentados por los niños	Dificultades o logros presentados por los maestros	Errores al plantear el problema	Relación con las categorías y subcategorías
Uso de imágenes impresas para formular problemas	Combinación	Con ayuda de las imágenes pudieron entender las partes del problema de combinación.	Dar pista para encontrar la palabra en común que relaciona las dos cantidades.	Proponer el enunciado del problema a través de un cuadro.	Falta de experiencia y análisis.

²¹ Ruleta: <https://wordwall.net/es/resource/3289399/ruleta-problemas-matem%C3%A1ticos-de-suma-y-resta>

Esta actividad consistió en la lectura de imágenes y a partir de ellas los niños formularon problemas de combinación. Primero se pasó el recurso de las imágenes impresas para que los niños observarán de que se trataba el ejercicio, luego uno a uno, por sorteo pasó al tablero y formularon un problema de combinación; para esto también se hizo un formato para registrar parte 1, parte 2 y la cantidad total del problema. El material que se utilizó se expone a continuación.



Figura 18. Estudiante de grado 204 Fuente: Elaboración propia

Los niños, a partir de las imágenes, crearon sus propios problemas, a medida que acudían a la revisión para saber si su formulación estaba bien, se identificó que: algunos no hicieron el planteamiento del problema, solo hicieron la operación, otros escribieron el problema y le agregaron otras cantidades, en la medida que pasaron con su cuaderno se les hizo preguntas para que pensar cuál era la parte del problema que les faltaba o no habían escrito bien (cuadro 7). Otros formularon correctamente el enunciado en el que se diferencia la categoría general, de las cantidades parte 1 y parte 2.

Cuadro 7. Acción provocada 7 Fuente: Elaboración propia

Acciones provocadas 7	Tipo de problema	Dificultades o logros presentados por los niños	Dificultades presentadas por las maestras	Errores al plantear el problema	Relación con las categorías y subcategorías
Formato de evaluación con tres tipos de problema	Comparación Cambio Combinación	A algunos niños del curso 204 se les dificultó comprender el enunciado problema. La mayor dificultad del curso 403 fue dar respuesta correcta a los problemas de comparación	Formular los tres tipos de problema de forma asertiva para que los estudiantes pudieran comprenderlos.	Al usar las imágenes, estas no eran coherentes con el problema.	El aspecto lingüístico genera dificultad para resolver el problema, pero no impide formular

En esta última intervención pedagógica se compartió con los estudiantes una hoja guía de evaluación con los tres tipos de PAEV vistos en las intervenciones anteriores tales como: Comparación, cambio y combinación, se les pidió que lo realizaran de forma individual y que usaran parte de la hoja por si querían escribir o dibujar para hacer el conteo. A continuación, la guía de evaluación que usaron los estudiantes

Nombre: _____

El comedor del colegio tenía 65 mesas. Como han llegado estudiantes nuevos, han colocado 23 mesas más. ¿Cuántas mesas tiene ahora el comedor del colegio?

INICIO	CAMBIO	FINAL
	AUMENTA +	
	DISMINUYE -	

Respuesta: _____

En el colegio Venecia, el curso 204 tiene 18 niñas y 16 niños. ¿Cuántos estudiantes hay en total en el curso 204?

PROBLEMAS DE COMBINACIÓN

TOTAL	
PARTE 1	PARTE 2

Respuesta: _____

Camilo y Martín jugaron a las cartas, Martín al contar todas sus cartas tiene 53, y Camilo al contar todas sus cartas tiene 37. ¿Cuántas cartas tiene Martín más que camilo?

Respuesta: _____

Figura 19. Hoja guía de evaluación. Fuente: Elaboración propia.

Algunos estudiantes del curso 204 respondieron muy bien los tres problemas que se les propuso, otra parte de los niños al no tener buena comprensión lectora, no entendieron el enunciado y al parecer se confundieron con lo que debían resolver, en lugar de sumar, restan, o respondieron lo mismo que decía el problema y solo colocaron un número como resultado.

En el curso 403 se evidenció que el tipo de problema que más sencillo para los estudiantes, para dar respuesta fue el de combinación, la gran mayoría los pudo resolver adecuadamente. La mitad de los estudiantes dieron correctamente su respuesta a los problemas de cambio y por último el tipo de problema que más se les dificultó para dar respuesta fue el problema de comparación, tan solo una minoría de estudiantes pudo resolverlo. De ahí que es importante trabajar primero los problemas de cambio y combinación antes que los problemas de comparación por su complejidad. De acuerdo con E1-LM:

“...un elemento que yo creo que se debe tener en cuenta en proponer primero problemas de cambio y de combinación, y luego sí, problemas de comparación y de igualación, seguir como esa escalerita, digamos, no empezar por los problemas de igualación, no empezar por los problemas de comparación, porque los van a

frustrar es mejor empezar poco a poco, creo que ya he definido esto entonces ya después de haber definido el tipo de problema con el que quiero digamos retar a mis estudiantes” (E1-LM-P. 9).

Precisamente para evitar la frustración en los estudiantes y que no le lleguen a tomar apatía a las matemáticas por errores que pueda cometer el maestro en la enseñanza de la matemática, hay que tener en cuenta ese nivel jerárquico para enseñar los PAEV, las estrategias, los juegos, los recursos, el material no estructurado del que pueda hacer el uso para la enseñanza de los problemas matemáticos.

A continuación, se efectúan algunas aclaraciones: Este grupo de niños por su nivel escolar cuarto de primaria ya debería saber resolver los cuatro tipos de problemas PAEV, y pues por los tiempos de intervención que hay para la práctica pedagógica son muy cortos y faltó trabajar el tipo de problema de igualación. Por consiguiente, las actividades antes descritas tuvieron en cuenta para su desarrollo una variedad de elementos que enriquecieron las experiencias de los niños en la resolución de los problemas y a su vez facilitaron el aprendizaje y la enseñanza, entre los que se usaron fueron: materiales estructurados y no estructurados, recursos y juegos, para dar claridad a lo mencionado, ver cuadro 8 a continuación.

Cuadro 8. Materiales, recursos y juego, elaboración propia a partir del análisis del artículo Materiales, recursos y juego: una distinción y relación necesaria en el aula de matemáticas, torres y Casallas. (2021). Fuente: Elaboración propia

Material estructurado o didáctico	Material no estructurado	Recurso	Juego
Son aquellos pensados y creados para enseñar. Ejemplo::	Son aquellos pensados y creados para enseñar. Ejemplo:	Son usados para el estudio, comunican una instrucción que ayuda a lograr los objetivos que se vayan a trabajar en la enseñanza. Ejemplo:	Sigue unos turnos, sigue unas reglas.
Regleta de Cuisenaire	Palos de paleta	Hoja guía	Cartas
Yupana	Granos	Libro	Dados
Material Montessori	Tapas de gaseosa	Video	Ruletas

Las claridades en este sentido nos las brinda la siguiente cita de la experta Torres, E.

“[...] no, los dados son los dados, y se hicieron para qué, para jugar, para jugar no es ni un recurso, ni es un material didáctico, el material didáctico es porque se ha creado para un fin y es enseñarle algo a alguien. Ahora tenemos material estructurado y material no estructurado, el material estructurado, es aquel que ha sido creado, diseñado con un fin específico. Por ejemplo, la yupana, por ejemplo, todos los materiales Montessori, ustedes que vieron el curso Montessori conmigo, eso es material, las regletas, por ejemplo. Lo no estructurado es, por ejemplo, las tapas de gaseosa, yo puedo usar las tapas de gaseosa para contar, para

sumar, para restar, yo puedo usar material no estructurado, como los pinceles, frijoles, los palitos de paleta, los muñequitos que tú llevaste todo, eso sí, ahora cuando yo hablo de recurso, el recurso es, por ejemplo, el libro, el libro es un recurso, la guía es un recurso, el video es un recurso, sí que es distinto. Los materiales didácticos siempre, deben permitir hacer una representación enactiva del objeto matemático que yo estoy trabajando, siempre, cosa que no hace el recurso y cosas que no hace el juego, es decir, el juego no me va a representar la estructura del problema, pero con la yupana yo sí puedo hacer la representación de la estructura del problema”. (E2-ET-P. 11)

Las actividades propuestas para los niños de segundo y cuarto se desarrollaron con objetos como las cartas y los dados, para que jugaran, durante el juego se les hizo preguntas para que resolvieran un problema de enunciado verbal dentro del juego, también se utilizó material no estructurado como los frijoles, muñecos para ayudarles a contar (agregar o quitar) y pudieran comprender los problemas de comparación y cambio; además se utilizó el recurso de las hojas guía donde se formuló el problema aditivo de enunciado verbal a los estudiantes, el cual estaba relacionado con las actividades previas realizadas en los juegos.

La entrevista nos permitió reconocer el uso y el nombre correcto que se le debe dar a estos elementos los cuales fueron utilizados a lo largo del proyecto de investigación y que ahora los podemos reconocer más fácilmente y con mayor propiedad. Por consiguiente, los juegos, el material no estructurado y el recurso , utilizados en las intervenciones pedagógicas fueron el pretexto para plantear situaciones problemas a los estudiantes de segundo y cuarto de primaria, por medio del juego, en este caso los dados y las cartas, se acercó a los estudiantes a este tipo de problemas de comparación y a través del material no estructurado usado en otras actividades se crearon situaciones problemáticas para que conocieran los problemas de cambio y combinación. No obstante, ni con el juego ni con el material no estructurado, se evidencia la estructura comprensiva del problema, debido a que no representan cognitivamente la estructura del problema en sí, por este motivo es que se implementó el recurso de las hojas guías de trabajo, ahí se les formuló la estructura de alguno de esos tipos de los PAEV.

FASE 2. Comunicación directa con expertos en el área de las matemáticas.

En el desarrollo de esta fase complementaria, prevalece la comunicación establecida con los expertos en Didáctica de las Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional; y de manera simultánea, el contenido de resultados, se describen los alcances y se da respuesta a dos los objetivos específicos del trabajo: Identificar y categorizar las dificultades que presentaron las maestras en formación para formular los PAEV, a partir del análisis de diarios de campo y entrevistas con expertos del área de Didáctica de las

Matemáticas y el otro es, Reconocer los procedimientos que utilizan los estudiantes de grado segundo y cuarto del colegio IED Venecia identificados en el juego y en el uso de las hojas guías de trabajo; como efecto de las comprensiones en la interpretación, experiencia y sugerencia de los expertos del campo.

Para el desarrollo de esta fase se diseñan ocho preguntas del tema de los PAEV, las cuatro entrevistas se compilaron, registraron y analizaron con la herramienta tecnológica de software especializado Atlas ti 9., se tomó la entrevista de la experta Lyda Mora para categorizar las respuestas de todos los expertos. Es así como, emergen dos situaciones que genera una reflexión sobre las estrategias que los niños utilizan para resolver los problemas aritméticos de estructura aditiva de enunciado verbal, y a la vez, en segunda instancia emerge una voz de alerta que corresponde a las dificultades que presentaron las maestras en formación para formular los problemas a los estudiantes. En consecuencia, de lo expuesto surgen dos categorías de análisis para la discusión gracias a los conocimientos de los expertos sobre el tema de los problemas aditivos y a la reflexión de la práctica que desarrollaron las maestras en formación; los nombres asignados para las categorías son: (1) Mayor dificultad de los maestros de Educación Básica Primaria para formular problemas matemáticos de enunciado verbal y (2) Pasos que no debe un maestro pasar por alto al momento formular los problemas de estructura aditiva de enunciado verbal. Categorías que se representan en la siguiente red semántica con expresiones de los expertos, es decir, a partir de fuentes primarias. (ver figura 20).

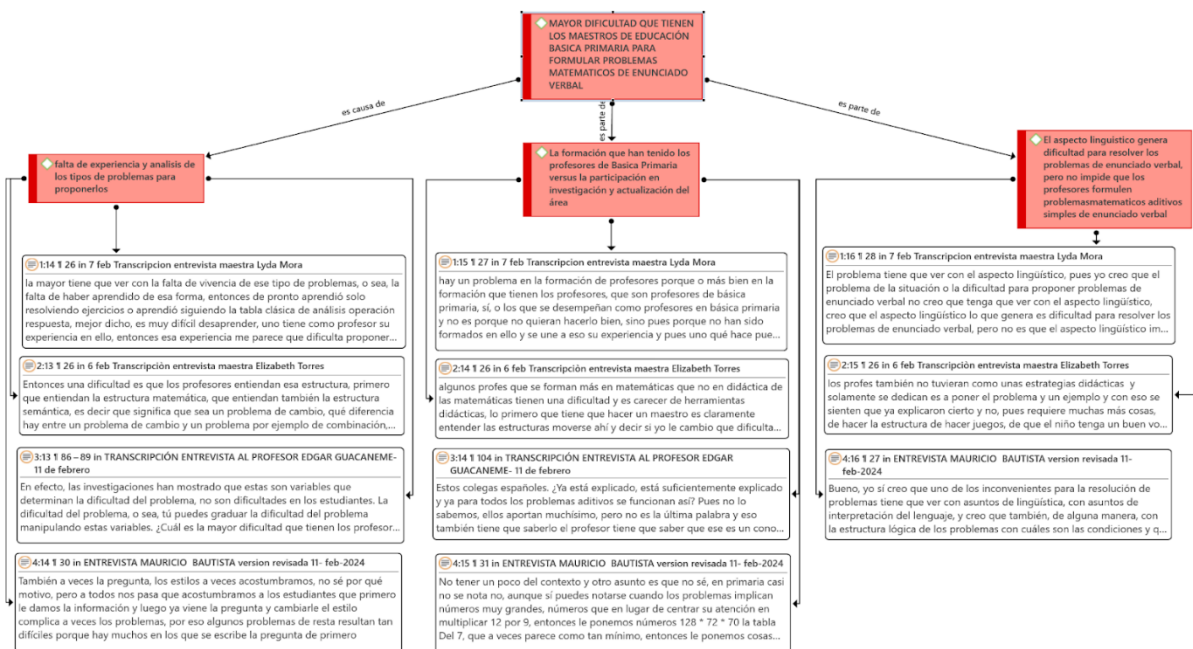


Figura 20. Red semántica categoría. Mayor dificultad de los maestros de Educación Básica Primaria para formular problemas matemáticos de enunciado verbal. Fuente: Elaboración propia a partir del análisis de contenido con software Atlas.ti

La perspectiva de análisis que presenta la red, se relaciona con las maestras; la categoría se denomina: Mayor dificultad de los maestros de Educación Básica Primaria para formular problemas matemáticos de enunciado verbal y enmarca tres subcategorías la primera corresponde a: falta de experiencia y análisis de los tipos de problemas para proponerlos, segundo formación versus investigación y actualización del área, finalmente el aspecto lingüístico genera dificultad para resolver [problemas matemáticos], pero, no impide formular[los]; las reflexiones construidas de las tres subcategorías se triangulan a lo largo del análisis de esta fase, lo cual permite describir las dificultades que surgieron durante la práctica pedagógica.

Es pertinente, recapitular la dificultad que tuvo la MF1 en formación en lo expuesto en la primera fase etapa 1, relacionado con el desconocimiento jerárquico de enseñar los Problemas Aritméticos Aditivos de Enunciado Verbal, fue solo hasta que se hicieron las entrevistas a los expertos en Didáctica de las Matemáticas que se comprende que los problemas de comparación no son los primeros problemas que se deben enseñar, sino que primero se debe enseñar los problemas de cambio y de combinación. Según Mora:

“[...]un elemento que yo creo que se debe tener en cuenta es proponer primero problemas de cambio y de combinación, y luego sí, problemas de comparación y de igualación, seguir como esa escalerita, digamos, no empezar por los problemas de igualación, no empezar por los problemas de comparación, porque los van a frustrar, es mejor empezar poco a poco, [...] E1-LM-P. 9.

En ese orden de ideas, los problemas que primero se deben trabajar con los estudiantes son los de cambio y de combinación, posteriormente sí trabajar los problemas de comparación y de igualación. De ahí que algunos estudiantes no comprendieron cómo podían resolver los problemas de comparación y se notaba una frustración al no poder responder a lo que se preguntó en el juego o en el enunciado del problema en la hoja guía.

No obstante, fue un reto tanto para las maestras en formación como para los estudiantes, el trabajar los problemas de comparación y como dijo la experta en el tema Mora:

“[...] también yo creo que hay otro asunto ahí de las dificultades, son muchas las dificultades, pero creo que también nosotros como profesores, pues a veces también queremos que nuestros niños, nuestros estudiantes sean exitosos, entonces a uno le da miedo proponerles algo que sea difícil, entonces uno dice sí para mí fue difícil, para ellos va a ser muy difícil, yo no los quiero enfrentar a esa dificultad porque se van a poner mal y se me van a hacer desorden y los papás se van a quejar [...]”. (E1-LM-P 5,6).

En consecuencia, del ejercicio se puede extrapolar que las maestras en formación enfrentaron a sus estudiantes a una situación de dificultad debido al desconocimiento jerárquico con el que se trabajan los

problemas aditivos, y a la falta de experiencia y análisis para proponer los problemas, sin embargo, en cada intervención pedagógica la maestra planeó actividades con el fin de que los niños conocieran los problemas de comparación, para ello implementó el juego como pretexto para que los niños y niñas los comprendieran y resolvieran, de esta manera ambos (maestra y niños) asumieron el reto y con esta estrategia didáctica se trabajó este tipo de problemas de una forma agradable y lúdica que favoreció el aprendizaje de los problemas matemáticos.

De igual modo, están las dificultades que tuvieron las maestras en formación al momento de formular los Problemas Aritméticos de Estructura Aditiva de Enunciado Verbal, al grupo de estudiantes de segundo y cuarto grado. Dado que estos problemas tienen un tipo de estructura semántica, no fue fácil formularlos, porque ubicar las palabras claves “*más que o menos que*”, son de los Problemas de Comparación; las palabras claves algunos, *compra, regalan, dan*, son de los Problemas de Cambio; *Tiene y hay en total, tienen entre los dos*; son de los problemas de combinación. Estas palabras claves en cada tipo de problema hacen la diferencia entre un tipo de problema y otro, algunos ejemplos de los enunciados de los problemas que se formularon a los estudiantes son:

- ¿Cuántos puntos en los dados tiene María más que Juan?
- Martín tiene 10 cartas y Mariana tiene 4 cartas. ¿Cuántas cartas más tiene Martín que Mariana?
- María tiene algunos dulces y su papá le regala 13 dulces. Si tiene 22 dulces ahora ¿Cuántos dulces tenía al principio?
- Matías tiene una veterinaria, tiene 20 perros, y algunos gatos, en total tiene 30 animales. ¿Cuántos gatos tiene Matías en su veterinaria?
- En el colegio Venecia, el curso 204 tiene 18 niñas y 16 niños. ¿Cuántos estudiantes hay en total en el curso 204?

El diario de campo evidencia la dificultad en la estructura semántica en el uso de las palabras clave, pero a su vez se reconoce el grado de dificultad y por reflexión didáctica, reforzada con el diálogo de pares, con los expertos, se corrige así: Adicionamos un paso dentro de la actividad y fue el de preguntar a una pareja de jugadores sobre la cantidad de puntos que tuvieron en sus cartas para tomarlos como ejemplo, y también corregimos una de las preguntas que escribimos en el tablero para que fuera más precisa la pregunta que les estábamos formulando. En: Diarios de Campo Ana Inés\curso 204 Colegio Venecia 2023-1.

De acuerdo con Torres, E:

“Es mucho más complejo si digo Margarita tenía 6 paletas, le robaron algunas, ahora tiene 3 ¿cuántas le robaron? Entonces una dificultad es que los profesores entiendan esa estructura, primero que entiendan la estructura matemática, que entiendan también la estructura semántica, es decir, que significa que sea un problema de cambio, qué diferencia hay entre un problema de cambio y un problema por ejemplo de combinación, qué diferencia hay entre un problema de cambio, combinación, comparación e igualación, que entiendan esas diferencias va a permitir plantear más problemas, una diversidad de problemas y ayudarles a los niños a entender a decodificar,[...] algunos profes que se forman más en matemáticas que no en Didáctica de las Matemáticas tienen una dificultad y es carecer de herramientas didácticas, lo primero que tiene que hacer un maestro es claramente entender las estructuras, moverse ahí y decir, si yo le cambio qué dificultad voy a ponerle al niño”. (E2-ET-P. 5).

Lo mencionado por la experta, da claridades respecto de la importancia que adquiere conocer los diferentes tipos de problemas de estructura aditiva que hay, para reconocer las posibles estructuras semánticas que se pueden usar para formular estos problemas a los estudiantes y poder formular diversos problemas que favorezcan a que los estudiantes se familiaricen con ellos. Por lo tanto, es necesario reconocer que las dificultades que se presentaron al proponer los problemas no deben impedir que los maestros formen problemas a sus estudiantes, es decir, que aunque *el aspecto lingüístico genera dificultad para resolver [los problemas], pero, no impide formular [los]*. A continuación, se retoma un fragmento de diario de campo que evidencia el postulado:

“[...]. Si bien es cierto que en los problemas de comparación usamos los términos más que o menos que, cuando les decimos que un estudiante tiene más cantidad en comparación con su compañero no lo entendían, esto pasaba con algunos estudiantes, y era necesario que ellos vieran las comparaciones desde la parte lingüística, porque notamos que algunos niños y niñas tiene la necesidad de comprender más lo que leen o escuchan, en ese sentido, la actividad si ayudó a que los estudiantes dieran respuestas más acertadas de la lectura. Ahora bien, aún hay muchas más cosas para favorecer ese aprendizaje”. En: Diarios de Campo Ana Inés-curso 204 Colegio Venecia 2023- <https://docs.google.com/document/d/1id1zksspt>

Nótese que las maestras en formación tuvieron la intención de que los estudiantes reconocieran cuáles eran los problemas de comparación, que pudieran identificarlo y a la vez los diferenciarán con los de cambio y combinación pues consideraron en su momento que los niños debían saber qué tipo de problema estaban resolviendo, no obstante en la conversación durante la entrevista con el experto Edgar Guacaneme, contó una anécdota de un colega en la Universidad del Valle, que formaba parte del grupo de profesores que había trabajado con profesores de primaria y secundaria las estructuras aditivas, en el que una profesora muy emocionada les comenta que sus estudiantes ya saben diferenciar los cuatro tipos de problemas aditivos y ellos quedaron sorprendidos:

[...] ¿Pero por qué nos sorprendimos nosotros? Porque era una evidencia de que el profesor, ella en particular, había confundido lo que había aprendido ella como profesora y lo que ella tenía que enseñar, el conocimiento de las estructuras aditivas es para los profesores, es un conocimiento didáctico, no para los estudiantes. [...] (E3-EG-P. 13).

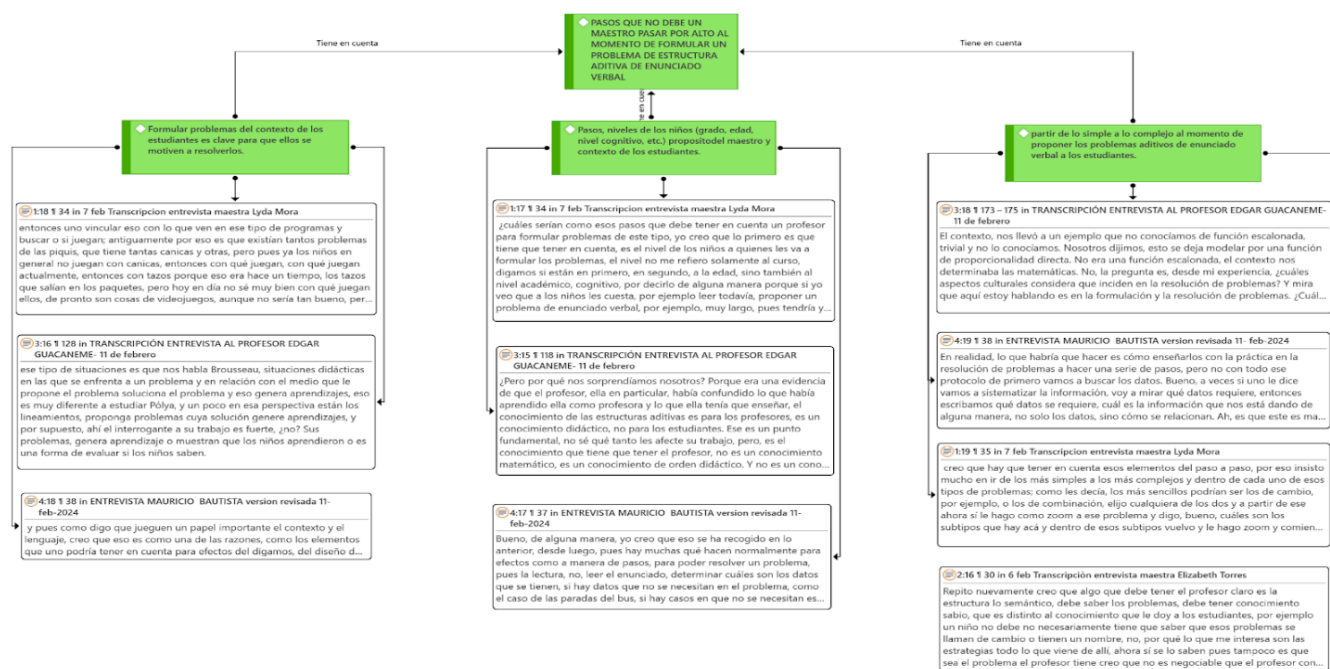


Figura 21. Red semántica de categoría. Pasos que no debe dejar un maestro pasar por alto al momento de formular problemas aritméticos de estructura aditiva de enunciado verbal. Fuente: Elaboración propia a partir del análisis de contenido con software de análisis

A este análisis se vincula la anterior red que corresponde a la categoría titulada: pasos que no debe dejar un maestro pasar por alto al momento de formular problemas aritméticos de estructura aditiva de enunciado verbal; al describir y analizar los planteamientos de los expertos en cuanto a los aspectos que están involucrados en el proceso de formular problemas, aparecen las siguientes subcategorías: pasos, niveles (grado, edad, nivel cognitivo), segunda subcategoría es formular problemas del contexto de los estudiantes es clave para que ellos se motiven a resolverlos y la última es partir de lo simple a lo complejo.

Al considerar las subcategorías de la red, es importante destacar los aportes planteados por los expertos, inicialmente la profesora Mora indica que:

“¿Cuáles serían esos pasos que debe tener en cuenta un profesor para formular problemas de este tipo? yo creo que lo primero es que tiene que tener en cuenta, es el nivel de los niños a quienes les va a formular los problemas, el nivel no me refiero solamente al curso, digamos si están en primero, en segundo, a la edad, sino también al nivel académico, cognitivo, por decirlo de alguna manera [...] también tener en cuenta el nivel

en general de los niños, que no tienen los niños en ese momento, como sus conocimientos previos, sus preconcepciones, y el curso obviamente, [...] como les digo tener en cuenta el contexto, el nivel de los niños, por otro lado, tener en cuenta los propósitos que tengo yo como profesional y como profesional de la educación matemática, pero también en relación con el currículo escolar colombiano, tener claro esos propósitos, vinculando estos dos" [...] (E1-LM-P. 8, 9).

Con otras palabras, pero con igual coincidencia, el término que prima en las respuestas de los expertos es el contexto; así de Guacaneme se extrae que:

"[...] El contexto nos determinaba las matemáticas [...] Y mira que aquí estoy hablando es en la formulación y la resolución de problemas. ¿Cuáles aspectos? todos los del contexto que los niños viven, porque eso les da significación a los objetos matemáticos y los condiciona. Entonces casi todos los elementos estarían puestos en juego". (E3-EG-P20).

Por su parte Bautista aporta:

"[...] Que jueguen un papel importante el contexto y el lenguaje, creo que eso es como una de las razones, como los elementos que uno podría tener en cuenta para efectos del digamos, del diseño de ese plan". (E4-MB-P6).

Los aspectos anunciados por los expertos como los pasos a tener en cuenta para formular problemas, como el contexto, nivel académico, propósito de aprendizaje son aportes significativos para la investigación, se convierte en aprendizaje reflexivo y material de consulta para las futuras maestras; los pasos sugeridos son contundentes para planificar, diseñar y formular los problemas aritméticos de estructura aditiva de enunciado verbal; en este sentido se debe tener en cuenta los saberes previos, el curriculum institucional y los lineamientos que existen del ministerio de educación, además se tiene que tener en cuenta el nivel académico de los estudiantes para determinar el tipo de problema que se va a proponer, a su vez el contexto cercano de la población estudiantil para formular problemas de su cotidianidad, y finalmente un último elemento referente al propósito del maestro para permitir el aprendizaje.

Procedimientos que utilizaron los niños para responder

A continuación, se hará una breve descripción y análisis de los procedimientos utilizados por los niños y niñas de segundo y cuarto grado para resolver los problemas aditivos, esta información se tomó de los diarios de campo, fotografías y de los videos grabados en las sesiones de clases, con el fin de que se puedan escuchar las voces de los estudiantes en que expresan cómo resuelven algunos problemas mientras que juegan y qué procedimiento utilizan para contar.

Diario de Campo: Al observar a los estudiantes de primero de primaria del grupo 104 he podido ver que a unos pocos niños y niñas se les facilita entender qué acciones deben realizar al jugar, aquí los pares son

fundamentales en ese proceso, porque el en juego ellos mismos van recordando cuáles son las acciones que hacen y le ayudan al compañero. Pero al responder en su hoja de trabajo hay otro grupo de estudiantes a los que se les dificulta resolver la pregunta problema. Entonces me surge la siguiente reflexión: ¿Estaré realizando las preguntas correctas en el problema matemático? ¿Qué otras acciones como maestra puedo hacer aparte de explicar, que les permita a los estudiantes comprender cómo resolver el problema matemático planteado en su hoja guía de trabajo?

Se observa que las dos estudiantes utilizan el término de restar al momento de responder. En el caso de la estudiante Nicol se observa que ella dice que resto con sus dedos, es de suponer que, aunque su expresión no está del todo terminada- obtuvo un total haciendo una resta, ese total como lo llama la niña es el resultado que ella obtiene al tener dos cantidades, pues al quitarle a una de esas cantidades una parte, le queda un total, tal y como dice la niña, o sea, un resultado, que en este caso es siete (7). Veamos la foto en donde aparece este caso. (Copiado del diario de campo 21 de octubre 2022).

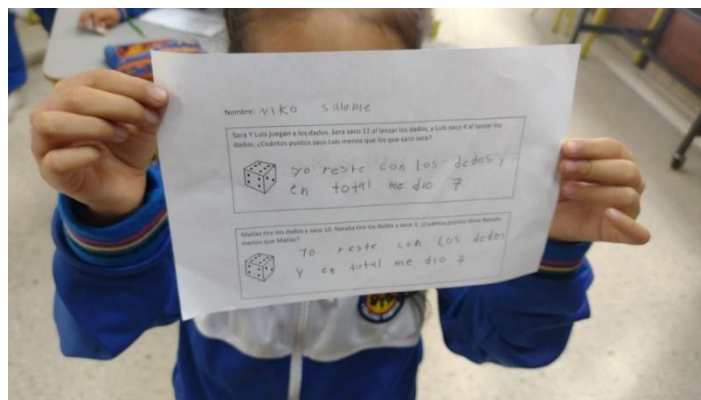


Figura 22. Procedimiento de sustracción en la hoja guía. Fuente: Elaboración propia.

En otra sesión de la práctica pedagógica, dos estudiantes de primero de primaria juegan con su compañero a los dados (dos parejas diferentes) y dan respuestas a las preguntas que le hace la maestra, el procedimiento que utilizan para hallar la respuesta a la pregunta del problema es, cálculo mental, contar con sus dedos y registra su respuesta en la hoja guía de trabajos; a la vez los estudiantes hacen una representación verbal-cardinal. Ver los dos enlaces de los videos a continuación. <https://youtu.be/VNCDhTLwgHM> <https://youtu.be/oPssCx-rNQw>

De acuerdo con lo expuesto en la fase 1, los estudiantes de primero avanzan a segundo grado, y se continuó el proceso del aprendizaje de los problemas de comparación, a través del juego. La estudiante cuenta con sus dedos para dar respuesta a la pregunta del problema mientras juega a los dados. También se ve que la estudiante hace un procedimiento de subitización. Ver enlace. <https://youtu.be/ft81SFerNsM>

Por su parte los niños y niñas de cuarto grado apenas empiezan a conocer este tipo de problemas. Una pareja de estudiantes responde a las preguntas de tipo comparativo mientras juegan a los dados. Se considera que uno de los estudiantes hace un procedimiento de cálculo, y además utiliza el procedimiento de representación verbal-cardinal y el procedimiento de Sustracción: El niño desarrolla la resta mentalmente o de forma escrita, con cualquier procedimiento universal de retiro de elementos, o de descomposición. Ver enlace del video a continuación. <https://youtu.be/zYBnoP7Mlds>

Otros dos estudiantes de cuarto grado juegan con los dados, uno de ellos cuenta con los dedos para decir cuánto sacó en su lanzamiento. Después la M1 les hace preguntas de problemas de comparación para que se familiaricen con ellas, (se evidencian dificultades de la maestra para plantear el problema). Uno de los estudiantes dice que ahí esta respuesta, indicando los datos, la M1 lo reafirma y dice que utilicen los mismos dados para ver la diferencia, sin embargo, son ellos quienes resuelven la pregunta del problema formulado por la maestra. El procedimiento que utiliza es contar con los dedos, también el de Separación y conteo: El niño separa de la cantidad total, los elementos que debe quitar y cuenta lo que le quedó. Ver el siguiente enlace del video. <https://youtu.be/-jVjmiZryhA>

En otra sesión de la intervención pedagógica, un estudiante después de jugar a las cartas y para saber cuántos puntos más que su compañero tenía en la totalidad de sus cartas, lo que hace es sumar uno a uno los puntos de cada carta. Se considera que utiliza los siguientes procedimientos, que son: sobrecontar: dada una colección el niño halla su cardinal, si a esta se le agregan más elementos, el niño continúa el conteo a partir del último elemento contado; Agregación sucesiva: El niño agrega elementos de uno en uno, a partir del número que sigue al primer sumando, por medio del control de las cantidades que ha agregado paulatinamente. Adición: El niño realiza la suma mentalmente o por escrito, y para ello sigue un procedimiento universal de adición o uno de descomposición. Ver el enlace del video a continuación. <https://youtu.be/1R2mWXMNLew>

A continuación, en las fotografías de registro obtenidas de la actividad de intervención durante la práctica, se puede observar que algunos estudiantes de los dos grados hacen el procedimiento de representación simbólica simple para dar respuesta a los diferentes tipos de problemas aditivos planteados en las sesiones de intervención pedagógica (ver figura 23).

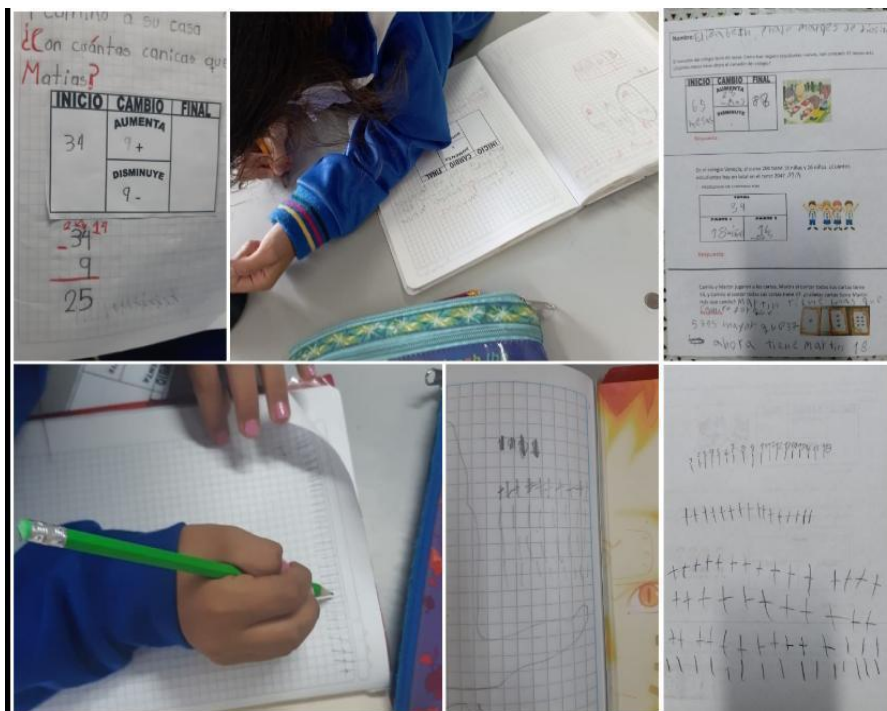


Figura 23. Procedimiento de representación simbólica simple, sustracción y otras más. Fuente: elaboración propia

FASE 3. Reconstrucción y análisis de resultados.

En esta última fase el proceso de análisis corresponde a la teoría consignada en el capítulo de referente conceptual, comprende la triangulación de los datos recolectados, investigados y reflexionados de la práctica pedagógica, las entrevistas a los expertos y los planteamientos teóricos en el tema de la resolución de Problemas Aritméticos de Estructura Aditiva de Enunciado Verbal (PAEV), para la contribución de este análisis se retoma el objetivo: Identificar y categorizar las dificultades que presentaron las maestras en formación para formular los PAEV, a partir del análisis de diarios de campo y entrevistas con expertos del área de Didáctica de las Matemáticas. Es por eso por lo que este objetivo aparece de manera paralela en la fase 2 y 3 de este capítulo de resultados y discusión.

Con la perspectiva teórica y los planteamientos de los expertos surge la categoría denominada:

Problemas de Estructura Aditiva de Enunciado Verbal según su semántica, alrededor de esta macro categoría surgen 3 subcategorías que fueron nombradas así: *criterios para clasificar según la estructura semántica*; *problemas aditivos de enunciado verbal de tipo adición y sustracción*, otro tipo aritmético *multiplicativo*; *problemas aditivos de enunciado verbal simples y compuestos*. (Ver figura 24).

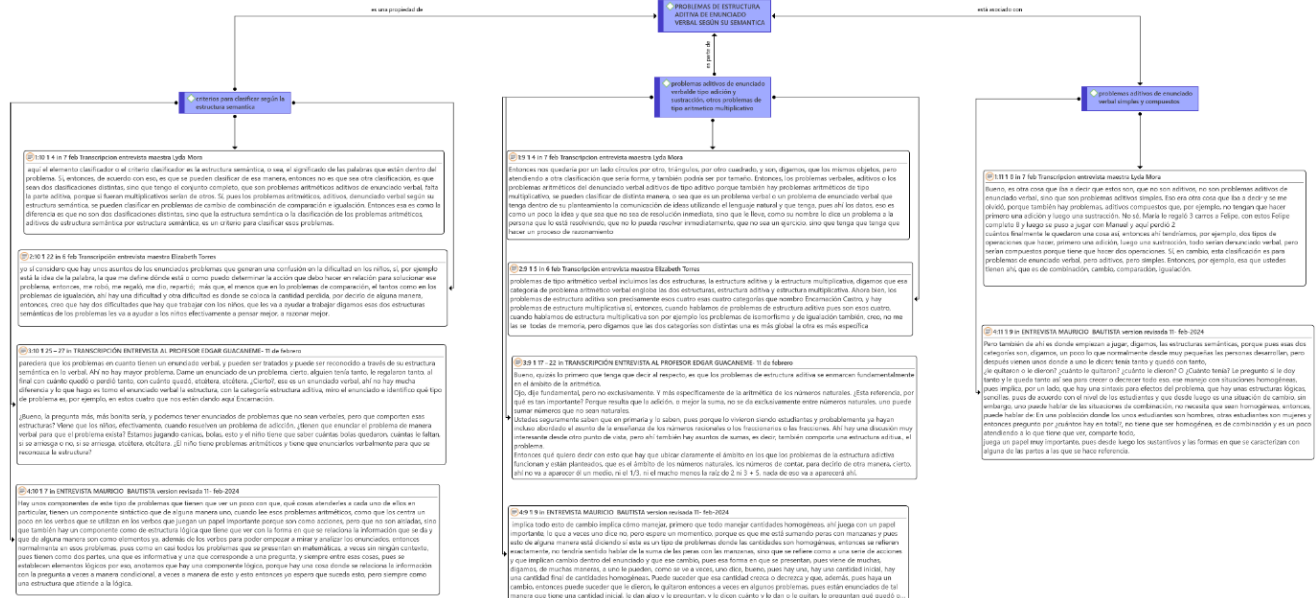


Figura 24. Red semántica de categoría. Criterios para clasificar según la estructura semántica. Fuente: elaboración propia a partir del análisis de contenido con software Atlas.ti.

De acuerdo con la experta Lyda Mora los criterios para clasificar según la estructura semántica que se deben tener presente son:

[...] aquí el elemento clasificador o el criterio clasificador es la estructura semántica, o sea, el significado de las palabras que están dentro del problema. Sí, entonces, de acuerdo con eso, es que se pueden clasificar de esa manera, entonces no es que sea otra clasificación, no es que sean dos clasificaciones distintas, sino que tengo el conjunto completo, que son problemas aritméticos aditivos de enunciado verbal, falta la parte aditiva, porque si fueran multiplicativos serían de otros. (E1-LM-P 1,2).

Por su parte el experto Guacaneme explica que:

[...] pareciera que los problemas en cuanto tienen un enunciado verbal, pueden ser tratados y puede ser reconocido a través de su estructura semántica en lo verbal. Ahí no hay mayor problema. Dame un enunciado de un problema, cierto, alguien tenía tanto, le regalaron tanto, al final con cuánto quedó o perdió tanto, con cuánto quedó, etcétera, etcétera. ¿Cierto?, ese es un enunciado verbal, ahí no hay mucha diferencia y lo que hago es tomar el enunciado verbal la estructura, con la categoría estructura aditiva, miro el enunciado e identificar qué tipo de problema es, por ejemplo, en estos cuatro que nos están dando aquí Encarnación. [...]. ¿El niño tiene problemas aritméticos y tiene que enunciarlos verbalmente para que se reconozca la estructura? o la enunciación verbal es la forma más convencional y práctica más expedita para reconocer el problema. (E3-EG-P. 2).

El experto Bautista, plantea que:

Hay unos componentes de este tipo de problemas que tienen que ver un poco con que, qué cosas atenderles a cada uno de ellos en particular, tienen un componente sintáctico que de alguna manera uno, cuando lee esos problemas aritméticos, como que los centra un poco en los verbos que los utilizan en los verbos que juegan un papel importante porque son como operadores, pero que no son operadores, sino que también hay un componente como de estructura lógica que tiene que ver con la forma en que se relaciona la información que se da y los de alguna manera son como elementos ya, además de los verbos para poder empezar a entender y analizar los enunciados, entonces normalmente en esos problemas, pues como en casi todos los problemas que se presentan en matemáticas, a veces sin ningún contexto, pues tienen como dos partes una que es matemática y una que corresponde a una pregunta y siempre entre esas cosas, pues se establecen relaciones lógicas por esos operadores que hay, un componente lógico, porque hay una cosa donde se relaciona la información con la pregunta y viene a manera condicional, a veces a manera de este y esta entonces yo reporto que sucede así, pero siempre como una estructura que atiende a la lógica.

problemas aritméticos, como que los centra un poco en los verbos que se utilizan en los verbos que juegan un papel importante porque son como acciones, pero que no son aisladas, sino que también hay un componente como de estructura lógica que tiene que ver con la forma en que se relaciona la información que se da y que de alguna manera son como elementos ya, además de los verbos para poder empezar a mirar y analizar los enunciados,. (E4-MB-P. 1,2).

La disertación de los expertos sobre la estructura semántica permiten analizar que: con lo emitido se logra identificar las dificultades en la formulación de los PAEV evidenciadas en la práctica pedagógica, de igual manera en la comprensión del enunciado verbal en los niños; es crucial para la formulación de problemas aditivos verbales el uso de la estructura semántica, que involucre palabras claves, como por ejemplo algunos verbos (regalar, robar, repartir, entre otros), o palabras como “más qué y menos qué” ubican al estudiante y permite encontrar una pista en la información que se da y les ayuda a idear un plan para encontrar la solución al problema planteado.

Según la estructura semántica se puede reconocer el tipo de problema sea cambio, combinación, comparación, igualación, en este sentido el uso de estos aspectos dan orden a las oraciones para estructurar el enunciado, la pregunta y los datos que determinarán el procedimiento a realizar y poder hallar la solución del problema; del mismo modo se retoma y relaciona a Vergnaud (1982) da sugerencias sobre algunas variables que se deben tener presente al momento de formular problemas matemáticos a los estudiantes, tales como: el largo del enunciado del problema, la complejidad lingüística al comunicar el enunciado del problema, la cantidad numérica que se da en el problema, el orden de los datos de un problema; todo ello tiene efectos significativos sobre la resolución de problemas en el estudiante.

La riqueza que emerge de la subcategoría problemas aditivos de enunciado verbal de tipo adición y sustracción, otro tipo aritmético multiplicativo brinda claridades que son claves para la investigación abordada, con esta perspectiva se tiene en cuenta la coincidencia en los diálogos y el valor de las respuestas.

Mora plantea que:

[...] Entonces, los problemas verbales, aditivos o los problemas aritméticos de enunciado verbal aditivos de tipo aditivo porque también hay problemas aritméticos de tipo multiplicativo, se pueden clasificar de distinta manera, o sea que es un problema verbal o un problema de enunciado verbal que tenga dentro de su planteamiento la comunicación de ideas utilizando el lenguaje natural y que tenga, pues ahí los datos, [...] que no lo pueda resolver inmediatamente, que no sea un ejercicio, sino que tenga que hacer un proceso de razonamiento. E1-LM-P. 1

Torres afirma que:

“Cuando hablamos de problemas de tipo aritmético verbal incluimos las dos estructuras, la estructura aditiva y la estructura multiplicativa, digamos que esa categoría de problema aritmético verbal engloba las dos estructuras, estructura aditiva y estructura multiplicativa. Ahora bien, los problemas de estructura aditiva son precisamente esos cuatro, esas cuatro categorías que nombró Encarnación Castro (problemas de cambio, de combinación, de comparación y de igualación)”. (E2-ET-P. 1).

Por su parte, el experto Guacaneme dice que:

Bueno, quizás lo primero que tenga que decir al respecto, es que los problemas de estructura aditiva se enmarcan fundamentalmente en el ámbito de la aritmética. Ojo, dije fundamental, pero no exclusivamente. Y más específicamente de la aritmética de los números naturales. ¿Esta referencia, por qué es tan importante? Porque resulta que la adición, o mejor la suma, no se da exclusivamente entre números naturales, uno puede sumar números que no sean naturales. (E3-EG-P. 1).

[...] En ese pedacito de la aritmética se ha identificado efectivamente que las estructuras semánticas, la forma del enunciado de la pregunta ligada al problema es diversa, es diferente y seguramente ustedes ya conocen no solo el trabajo de Encarnación Castro del 95, sino el trabajo de Gérard Vergnaud que postula, Yo creo que incluso antes que los españoles, la idea de campo conceptual y estructura aditiva, multiplicativa, etcétera. E3-EG-P. 2.

Las claridades al respecto, del experto Bautista, son que:

Pues puede ser que crezca, disminuya y lo que tiene que decir es que quedó, cómo quedó después de que tenía tanto y le quitaron o le dieron tanto, ese es un tipo de problemas de cambio, pero podría suceder y bueno, y ahí pues si es que aumentó, pues habrá que esperar que el estudiante sume y si es que disminuyó, pues esperar que el estudiante reste, [...] Pero también de ahí es donde empiezan a jugar, digamos, las estructuras semánticas, porque pues esas dos categorías son, digamos, un poco lo que normalmente desde muy pequeñas las personas desarrollan, [...] En una población donde los unos estudiantes son hombres, otras estudiantes son mujeres y entonces pregunto por ¿cuántos hay en total?, no tiene que ser homogénea, es de combinación y es un poco atendiendo a lo que tiene que ver, con parte todo, juega un papel muy importante, pues desde luego los sustantivos y las formas en que se caracterizan con alguna de las partes a las que se hace referencia. (E4-MB-P. 2).

Al analizar lo planteado por los cuatro expertos anteriores se puede concluir que los problemas para este trabajo de grado son una porción de la aritmética, en este sentido y con lo abordado en el aula se precisa que: la estructura trabajada es aditiva porque se tienen en cuenta las dos operaciones: suma o resta. En este orden también son nombrados de enunciado verbal porque está presente un asunto lingüístico, dado que se plantea un problema en el que se comunican unos datos que se enmarcan en cuatro tipos de clasificación de la estructura aditiva, como son: problemas de cambio, de combinación, de comparación y de igualación. Los problemas de la estructura aditiva se ejecutan y se formulan con los números naturales, recordemos que son los números de contar. Por lo tanto, al enfrentar a los niños a este tipo de problemas se favorece su razonamiento y su pensamiento matemático, puesto que el estudiante estará frente a una situación nueva

que no sabe cómo resolver inmediatamente. Para el caso de las maestras, se enfrentan al desafío de formular los cuatro tipos de problemas en sus diferentes variables de estructura semántica.

Con relación a la subcategoría tres: problemas aditivos de enunciado verbal simples y compuestos, da la siguiente respuesta la experta Mora:

[...] porque también hay problemas, aditivos compuestos que, por ejemplo, tengan que hacer primero una adición y luego una sustracción. No sé, María le regaló 3 carros a Felipe, con estos Felipe completo 8 y luego se puso a jugar con Manuel y aquí perdió 2 cuántos finalmente le quedaron, una cosa así, entonces ahí tendríamos, por ejemplo, dos tipos de operaciones que hacer, primero una adición, luego una sustracción, todo sería de enunciado verbal, pero serían compuestos porque tiene que hacer dos operaciones. Sí, en cambio, esta clasificación es para problemas de enunciado verbal, pero aditivos, pero simples.[...] no por la estructura semántica, sino por el tipo de operación uno podría clasificarlos en problemas aditivos simples de enunciado verbal que se resuelven por adición o problemas aditivos simples que se resuelven por sustracción, por ejemplo, esa sería otra clasificación y pues hay otras, hay otras clasificaciones, según el criterio semántico, que era lo que les estaba diciendo ahorita ese es el criterio a través del cual se clasifican estos problemas de esta manera, pero hay otras formas de clasificación, [...]. (E1-LM-P. 2,3).

Para efectos de claridades en la clasificación de los PAEV la experta Mora le agrega más elementos a la clasificación de los problemas aditivos, es decir, están los problemas de estructura semántica: Problemas de cambio, de combinación, de comparación, de igualación. También se podría clasificar de acuerdo con las operaciones de suma o resta, o sea, problemas aditivos simples de enunciados verbales. Además, la experta agrega los problemas aditivos compuestos de enunciado verbal, en estos se utilizan las operaciones de suma y resta, se aplica primero una de las dos operaciones y después la otra. Es oportuno reconocer que en el caso de la práctica pedagógica el tipo de problemas que se trabajó con los estudiantes de segundo y cuarto del IED Venecia se implementaron los problemas de estructura aditiva simples de enunciado verbal.

Para concluir este capítulo de resultados y discusión, se reconoce que el diálogo con los expertos permitió identificar y categorizar las dificultades presentadas por las maestras en formación para formular los PAEV, a comprender los criterios que hay para clasificar según la estructura semántica, dado que son de tipo adición y sustracción, también hay problemas simples (se usa una de las dos operaciones) y problemas compuestos (se usan las dos operaciones). De acuerdo con su estructura semántica los problemas pueden ser: problemas de cambio, de combinación, de comparación y de igualación. Las claridades teóricas que fueron mencionadas dieron respuestas a los hallazgos encontrados en la práctica pedagógica y se espera que puedan servir para posteriores consultas de los futuros maestros en formación, al ser un documento que estará en el repositorio de la UPN.

5. Conclusiones

En este capítulo se encuentran las conclusiones a las cuales llegaron las maestras en formación luego de la reflexión y el análisis entre la teoría, la práctica pedagógica y las voces de los expertos en Didáctica de las Matemáticas

A través de la interlocución académica con los expertos y por la forma previa del desconocimiento de las maestras en formación se puede concluir que, conocer la clasificación de los tipos de Problemas Aritméticos de Estructura Aditiva de Enunciado Verbal de cambio, de combinación, de comparación y de Igualación; es un saber que le corresponde al maestro en formación de la Básica Primaria y al maestro en ejercicio, más no es un conocimiento que deban saber los estudiantes, es decir, se les enseña a los estudiantes los cuatro tipos de problemas para que los aprendan a resolver, no para que reconozcan e identifiquen el nombre del problema al que dan solución, tampoco para que por medio del nombre encuentren las diferencias entre un problema y otro.

Desde la perspectiva conceptual y en función de los aportes que puede hacer el ejercicio de las matemáticas para el desarrollo cognitivo, la revisión de referentes conceptuales y el aporte de la reflexión de expertos permiten evidenciar que, para los propósitos establecidos en este estudio no habría lugar a mencionar los pasos o etapas de Pólya en este trabajo de grado, porque estos pasos fueron creados por el autor cuando los maestros formados en matemática pura resolvían problemas; según las directrices planteadas las etapas de Pólya no son pasos que se trabajan con los estudiantes para que puedan resolver problemas. Su enseñanza es inapropiada en los niveles de educación Básica Primaria dado que no corresponden con los niveles cognitivos de los niños de estos grados escolares, adicionalmente la ausencia de una mirada didáctica en la que el saber del maestro y el desarrollo del estudiante estén en estrecha relación, suponen el desafío del aprendizaje de los PAEV.

El diálogo con expertos y con el balance de los referentes conceptuales, teoría expuesta en los artículos científicos que metodológicamente corresponden a la triangulación de fuentes de orden primario y secundario permiten llegar a la conclusión de que, los PAEV tienen un orden de enseñanza, debido a la complejidad de la estructura semántica, los problemas de comparación son más complejos de resolver para los niños y se deben enseñar de tercero de primaria en adelante, sin embargo los maestros de primero y segundo grado de primaria deberían aprovechar algunos juegos de competencia que se realizan en clase y así al obtener los resultados, pueden familiarizar a los estudiantes con los términos “más que” y “menos que”, a través de las actividades que hacen en la cotidianidad, para que cuando llegue el momento de resolverlos en grados superiores les sea más fácil su comprensión (Castro, 2002).

Formular problemas es una tarea que requiere de la estructura matemática, semántica y didáctica, se debe tener en cuenta aspectos relevantes como el contexto, el nivel académico de los estudiantes, sus saberes previos, el currículo institucional y nacional, con el fin de diseñar y formular problemas que integren estos aspectos y que les genere interés para resolver y finalmente los lleve al aprendizaje significativo. En ese sentido se concluye que, los aspectos mencionados anteriormente, se incluyan al trabajar el PAEV; los maestros no deben sentir temor de enfrentar a los estudiantes a un problema difícil, aunque se requiera que ellos necesiten más tiempo para comprender el problema y dar con la solución de este, ellos lo van a lograr.

Es válido en un proyecto de investigación pedagógico hablar de las dificultades presentadas por las maestras, el desconocimiento jerárquico para enseñar los tipos de Problemas Aritméticos Aditivos de Enunciado Verbal, la dificultad para formular problemas de este tipo (cambio, combinación, comparación) debido a la falta de experiencia y proceso formativo, dificultad para proponer problemas relacionados con su estructura semántica; las dificultades identificadas y reconocidas dentro de la problemática brinda herramientas al estudio, contribuye a la metodología de investigación formativa. En este orden de ideas, reconocer las dificultades que dio el proceso de formación un carácter reflexivo y un análisis profundo de las posibles soluciones; en este sentido tener en cuenta todos los actores y factores involucrados en la enseñanza y aprendizaje, permitió al proyecto y a las futuras maestras adjudicar saber didáctico, pedagógico, matemático y sentar un precedente en la licenciatura en básica primaria.

De acuerdo con las dificultades identificadas en las maestras en formación para formular los PAEV se evidenció que aun así los estudiantes resuelven los problemas y que utilizan algún tipo de procedimiento para dar respuestas a ellos. Entre los cuales están: conteo con sus dedos, subitización representación verbal-cardinal, separación y conteo, sobrecontar, adición, sustracción etc. Estos procedimientos fueron utilizados por los dos grupos focalizados del estudio del trabajo de grado. Es así que durante la práctica pedagógica se notaron diferencias entre los estudiantes de segundo y cuarto grado, si bien el curso 403 debió tener un mayor nivel de comprensión lectora para el desarrollo de los cuatro tipos de problemas, no fue del todo así, debido a que presentaron mayor dificultad al momento de resolverlos, en comparación con los estudiantes del curso 204; no obstante esto tal vez se debe a que los niños y niñas de segundo trabajaron un semestre antes los problemas de comparación, lo cual nos permite concluir que, a través del juego intencionado, se ayuda a que los estudiantes construyan estructuras, es decir: “juegos que lleven a la estructura matemática y juegos que lleven a la estructura semántica” E2-ET-P. 9. Por lo tanto, a los estudiantes se les puede facilitar la comprensión para resolver una situación problema dentro del juego, la cual posteriormente favorecerá a que el niño pueda comprender la estructura de uno de estos tipos de problema y después cuando se les formule en las hojas guía los pueda resolver.

La implementación de herramientas tecnológicas como el Atlas.ti facilitó el proceso investigativo, acercó a las maestras en formación al uso de recursos digitales, permitió desarrollar procesos cercanos al habitus de la cultura, mediante funciones tecnológicas, que requirió de tiempo, disposición, experimentación, práctica y aprendizaje continuo; este proceso se dio en virtud del enfoque STEAM (*Science, Technology, Engineering, Arts and Mathematics*) abordada en el seminario, y que orientó y motivó al uso adecuado de dispositivos de procesamiento de datos; no obstante, las herramientas utilizadas y la perspectiva brindó la oportunidad de apropiarse del uso del Software para favorecer el análisis de los datos abordados en el presente trabajo de grado; de esta manera se concluye que, las maestras en formación apropiaron el uso de funciones de recolección y organización de información de volúmenes de datos, representados en documentos y mediada por el Atlas.ti, en función de la participación e implementación de tecnologías para la construcción de análisis e investigación.

Los dispositivos didácticos en este caso el juego, el material no estructurado, que fueron vinculados en el diseño de las actividades para enseñar de manera didáctica los PAEV y así mismo con el propósito de identificar, analizar las estrategias de resolución que emplean los niños, estos dispositivos didácticos generaron situaciones significativas que son una ayuda para que el estudiante construya poco a poco el pensamiento aditivo, cabe recalcar que proponer este tipo de estrategias didácticas para el estudio de las matemáticas otorga al aprendizaje un acercamiento más amigable y divertido que facilitan la interacción con sus pares, la integración de estrategias de solución y favorece el proceso al que estará inmerso a lo largo de su vida escolar.

El proyecto concentró el estudio en la resolución de problemas matemáticos pero a su vez da paso a que suceda interdisciplinariedad, en la cual interviene la disciplina matemática y la disciplina del lenguaje, la conexión entre estas dos disciplinas desarrolla al tiempo habilidades comunicativas de lectura, de comprensión, de escritura, de pensamiento matemático, en este sentido y con las habilidades mencionadas el proyecto logra un trabajo transversal con el área de lenguaje en sintonía con el área de las matemáticas en el cual se hizo énfasis.

La reflexión de los maestros en tiempo posterior a las prácticas pedagógicas es un medio para identificar los desaciertos y las fortalezas que se evidencian en el proceso enseñanza y aprendizaje con los estudiantes, es así como el maestro va creciendo en su quehacer pedagógico. Por otro lado el uso de entrevistas a expertos en la Didáctica de las Matemáticas fue una herramienta para entablar un diálogo entre maestros en formación con maestros expertos, esta conversación estructurada y mediada por preguntas fue un puente que se pudo establecer entre los maestros expertos en la Didáctica de las Matemáticas, y las maestras autoras de este proyecto investigativo, esta conversación sirvió para intercambiar las experiencias en básica primaria y en otros contextos con respecto a la resolución de problemas,. Este diálogo con sus

respectivos análisis y reflexiones pudo enriquecer este proyecto, porque al hacer el empalme de las diferentes teorías, experiencias, puntos de vista, sirvió para que las maestras en formación a partir de estas conclusiones o reflexiones y a término futuro en sus prácticas pedagógicas, adicionalmente potenciar aquellas experiencias que si dieron fruto en su práctica.

Por medio de las prácticas pedagógicas los maestros en formación de la LEBP, pueden ayudar a los maestros titulares con cualquiera de las áreas de la Educación Básica Primaria. Para el caso de este trabajo las maestras en formación apoyaron a las maestras titulares en el área de Matemáticas, a través de la enseñanza de los PAEV. En la intervención pedagógica se desarrollaron siete acciones que provocaron el aprendizaje de los PAEV, estas se asociaron a dos de los modelos de suma enunciados en Castro (1995, p.30) que son: modelos cardinales y modelos funcionales, además se usaron representaciones simbólicas verbales, representaciones simbólicas numéricas y representaciones enactivas, esto con el objetivo de que los niños desarrollen mayor número de estrategias, por que a mayor cantidad de modelos y de representaciones que se les ofrezca a los estudiantes, ellos podrán desarrollar un mayor número de habilidades y competencias para resolver los problemas. Fue así como a los estudiantes se les facilitó resolver los problemas planteados en cada acción provocada que las maestras en formación llevaron a cada sesión de clases.

6. Referencias

- Abanto, M. y Arribasplata, S. (2018) Aplicación de estrategias didácticas para el desarrollo de noción de número en los niños y niñas de cinco años de la I.E.I “Cmdte. Horacio Patiño Cruzatti - Cajamarca” (trabajo de grado para obtener el título de segunda de segunda especialidad profesional con mención en didáctica de la educación inicial) UNIVERSIDAD NACIONAL PEDRO RUIZ GALLO. En: <https://repositorio.unprg.edu.pe/bitstream/handle/20.500.12893/3862/BC-2678%20ABANTO%20TERRONES-ARRIBASPLATA%20SAMAN.pdf?sequence=3&isAllowed=y>
- Alfaro Cristian, Fonseca, J. (2016). La teoría de los campos conceptuales y su papel en la enseñanza de las matemáticas. *Uniciencia*, vol. 30, núm. 1, pp. 17-30. <https://www.redalyc.org/journal/4759/475948285003/html/>
- Alvarado, V. (2013). Práctica pedagógica y gestión de aula, aspectos fundamentales en el quehacer docente. *Revista UNIMAR*, 31 (2), pp. 99-113. <https://revistas.umariana.edu.co/index.php/unimar/article/view/340/291>
- Ayllón, M. Gómez, I. A. y Ballesta, J. (2016). Pensamiento matemático y creatividad a través de la invención y resolución de problemas matemáticos. *Propósitos y Representaciones* 4, N° 1. <http://dx.doi.org/10.20511/pyr2016.v4n1.89> y. <https://revistas.usil.edu.pe/index.php/pyr/article/view/89/192>
- Araya, P., Giacconi, V. y Martínez, M. (2019). El pensamiento matemático creativo en aulas de enseñanza primaria: entornos didácticos que posibilitan su desarrollo. *Scielo calidad en la educación*, 50 https://www.scielo.cl/scielo.php?pid=S0718-45652019000100319&script=sci_arttext&tlng=en
- Aristizábal, A. (2016). Guías Didácticas De Interaprendizaje Para La Enseñanza-Aprendizaje Del Concepto De Los Números Enteros En El Grado Séptimo De La Institución Educativa Aguacatal Del Municipio De Neira. Manizales, Colombia: (Tesis presentada como requisito parcial para optar al título de: Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales) Universidad Nacional de Colombia Sede Manizales. En: <https://repositorio.unal.edu.co/bitstream/handle/unal/56060/75083179.2016.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Barrios, O. (2011). *El método de análisis-síntesis en la resolución de problemas aritméticos escolares de enunciado verbal*. [Tesis de maestría, Universidad Pedagógica Nacional]. Repositorio Institucional UPN <http://repository.pedagogica.edu.co/handle/20.500.12209/229>
- Bedoya, D. (2013). La comprensión de las estructuras de tipo aditivo, enmarcada en las fases del modelo de Van Hiele. Universidad de Antioquia Facultad de Educación, Departamento de Educación Avanzada Medellín, Colombia. Recuperado de <http://ayura.udea.edu.co>, 8080. https://bibliotecadigital.udea.edu.co/bitstream/10495/28582/1/BedoyaDora_2014_ComprensionEstructurasTipo.pdf
- Bedoya Echavarría, M., y Ospina Sanchez, S. (2014). *Concepciones que poseen los profesores de Matemáticas sobre la Resolución De Problemas Y Cómo Afectan Los Métodos De Enseñanza Y Aprendizaje.*: [Tesis De Maestría, Universidad De Medellín]. Repositorio Institucional Universidad de Medellín. <https://repository.udem.edu.co/handle/11407/300>
- Blanco, B. y Blanco, L. (2009) Contextos y estrategias en la resolución de problemas de primaria. *Números*, 71, 75–85. https://drive.google.com/file/d/1i1rt2fymPcx_yt-thUjOVGHtBJZOR0B/view
- Bourdieu, Pierre (2000), *La dominación masculina*. Barcelona: Anagrama (La domination masculine). París: Editions deu Seuil, 1998)
- Bruner, J. (1986). *Realidad Mental y Mundos Posibles*. Los Actos de la imaginación que dan sentido a la experiencia. Gedisa. España. En: <https://www.terciario.ememoa.edu.ar/biblioteca/Psico%20C%20bruner-jerome-realidad-mental-y-mundos-posibles-.pdf>
- Cañadas, M. C. y Castro, E. (2011). Aritmética de los números naturales. Estructura aditiva. En Segovia y Rico (Coord.). *Matemáticas para maestros en Educación Primaria* (pp. 75-98). Madrid: Pirámide.
- Carpenter, T., Hiebert, J. y Moser, J. (1981). Problem structure and first-grade children's initial solution processes for simple addition and subtraction problems. *Journal for research in mathematics education*, 2(1), 27-39.
- Castaño García, J. (1995). La construcción del pensamiento aditivo. *Hojas Pedagógicas*, 1-8.

- Castaño García, J. (2003). Libro Descubro La Matemática. Bogotá: Secretaría de educación Distrito Capital.
- Castro, E. Rico, L., & Castro, E. (1995). Estructuras Aritméticas Elementales y Su Modelización. Bogotá Colombia: Una empresa Docente, Universidad de los Andes.
- Castro, E., De olmo Romero, M., & Castro Martínez, E. (s.f). Desarrollo del pensamiento infantil. Granada, España: Departamento De didáctica De Las matemáticas. Universidad Granada.
- Cristancho, L., Rodríguez, W. (2022). El proceso de la resolución de problemas en clase de matemáticas: vínculos con el juego y la evaluación. Repositorio Institucional UPN. <http://repository.pedagogica.edu.co/handle/20.500.12209/17664>
- De Bono, E. (1994). El pensamiento Creativo. En: [https://www.academia.edu/45568249/El Pensamiento Creativo Edward de Bono](https://www.academia.edu/45568249/El_Pensamiento_Creativo_Edward_de_Bono)
- De Guzmán, Miguel. (2007.). Enseñanza de las ciencias y la matemática. Revista Iberoamericana de Educación. N.º 43. pp. 19-58. En: <https://rieoei.org/historico/documentos/rie43a02.pdf>
- Diaz Lozada, J., Diaz Fuentes, R. (2018). Los métodos de resolución de problemas y el desarrollo del pensamiento matemático. Bolema, Rio Claro (SP), v. 32, n. 60, p. 57 - 74, En: <https://www.scielo.br/j/bolema/a/r6wHhRqPGHkJgX7y8Jt46vF/abstract/?lang=es>
- Duran Gutiérrez, G., y Bolaños Muñoz, O. (2013). Resolución de Problemas Matemáticos: Un Problema de comprensión en el Quinto Grado de Básica Primaria de la Institución Educativa Thelma Rosa Arévalo del Municipio Zona Bananera del Magdalena, Colombia. En: <http://repositorio.uac.edu.co/handle/11619/1431>
- Espitia, Macias, S. (2014). Una contribución a la construcción de la estructura aditiva desde la concepción constructivista. Bogotá, Colombia: (Tesis de Normalista) Escuela Normal Superior Distrital María Montessori.
- Gardner, H. (1996). Estructuras de la Mente. La Teoría de las Inteligencias Múltiples. Fondo de Cultura Económica. Colombia. En: Estructuras de la Mente (udg.mx)
- Gobierno de España - Ministerio de educación cultura y deporte. (2013). Marcos y pruebas de evaluación de PISA 2012. Madrid, España.
- Hernández Sampieri R, et al (2014). Definiciones de los enfoques cuantitativo y cualitativo, sus similitudes y diferencias. Metodología de las Investigación. Centro de recursos en línea. https://proyectos.javerianacali.edu.co/cursos_virtuales/posgrado/Investigacion_I/material/Unidad_1.1_a_Enfoque_Cuantitativo_y_Cualitativo_Sampieri.pdf.
- Holguín, O. (2020). Implementación de los programas de atención integral a la primera infancia “Primeira Infância Melhor” y “De Cero a Siempre”. Análisis comparativo de Estrategias para impulsar la educación infantil en perspectiva de políticas públicas. Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, São Paulo (Brasil). En: <https://repositorio.unesp.br/server/api/core/bitstreams/ffc65628-e7b6-49fc-8e25-2478eb820a60/content>
- Jaramillo, D. (2011). La educación matemática en una perspectiva sociocultural: tensiones, utopías, futuros posibles. Revista Educación y Pedagogía, vol. 23, núm. 59. 14-36. <https://documat.unirioja.es/download/articulo/4156406.pdf>
- Krippendorff, K. (2002). Metodología de análisis de contenido: teoría y práctica. 1. ed. Barcelona: Paidós Ibérica S.A, 2002.
- Mancera, E. (2000) Saber Matemáticas es Saber Resolver Problemas. Mexico: Grupo Editorial Iberoamérica, S. A
- Maya, A. (1985). Taller Educativo. Bogotá, Colombia: Aula Abierta, Magisterio. En: <https://bibliotecadigital.magisterio.co/libro/el-taller-educativo-qu-es-fundamentos-c-mo-organizarlo-y-dirigirlo-c-mo-evaluarlo>
- Maye, R. (1986). Pensamiento, resolución de problemas y cognición. Barcelona, España: Edición Paidós. Ministerio de Educación Nacional -MEN- (7 de junio de 1998). Lineamientos Curriculares en matemáticas. En: http://www.mineduacion.gov.co/1759/articles-339975_matematicas.pdf
- Ministerio de Educación Nacional -MEN-. (2006). Plan Decenal de Educación 2006-2016. Recuperado el 2014. En: www.plandecenal.edu.co
- Ministerio de Educación, C. Y. (2013). Marco y pruebas de PISA 2012. Madrid, España.
- Ministerio de Educación Nacional -MEN- (7 de junio de 1998). Lineamientos Curriculares en matemáticas. En: http://www.mineduacion.gov.co/1759/articles-339975_matematicas.pdf
- Ministerio de Educación Nacional -MEN- (1994). Lineamientos curriculares. En: https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf
- Ministerio de Educación Nacional (MEN, 2006). Estándares Básicos de competencias. En: <http://eduteka.icesi.edu.co/pdfdir/MENEstandaresMatematicas2003.pdf>

- Montero, V. (2021). Comprensión y resolución de problemas matemáticos desde la macroestructura del texto. *Praxis & Saber*, 11. http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2216-01592020000200211
- Orrantia, J. (2003). El rol del conocimiento conceptual en la resolución de problemas aritméticos con estructura aditiva. *Infancia y aprendizaje*, 26(4), 451-468.
- Otero, A (2014). Enfoques de investigación. Enfoques De Investigación: Métodos Para El Diseño Urbano - Arquitectónico. 1-32. En: https://www.researchgate.net/profile/Alfredo-Otero-Ortega/publication/326905435_ENFOQUES_DE_INVESTIGACION/links/5b6b7f9992851ca650526dfd/E_NFOQUES-DE-INVESTIGACION.pdf
- PISA (2022). Country Notes En: https://www.oecd.org/pisa/publications/Countrynote_COL_Spanish.pdf
- Puig Espinosa, L., & Cerdán Pérez, F. (1988). Problemas aritméticos escolares (pp. 89-120). https://librunam.dgb.unam.mx/F/?func=find-B&request=Problemas%20aritmicos%20escolares&find_code=WRD&adyacent=N&local_base=MX001&x=0&y=0&filter_code_2=WYR&filter_request_2=&filter_code_3=WYR&filter_request_3
- Restrepo. B. (2003). Investigación formativa e investigación productiva de conocimiento en la universidad. *Nómadas (Col)*, núm. 18, mayo, 2003, pp. 195-202 Universidad Central Bogotá, Colombia. En: <https://www.redalyc.org/pdf/1051/105117890019.pdf>
- Riley, M., Greeno, J. y Heller, J. (1983). Development of children's problem-solving ability in arithmetic. En H. Ginsburg (Ed.), *The development of mathematical thinking* (pp. 153-196). Nueva York: Academic Press
- Schwartz, L. E. (1979). El concepto de estadio en la teoría epistemológica de Jean Piaget. *Revista de Psicología (La Plata)*, 7, 44-46. En: https://www.memoria.fahce.unlp.edu.ar/art_revistas/pr.2434/pr.2434.pdf
- Sierra, C. (2018). *Diseño de un ambiente B-learning basado en el modelo de Pólya para la resolución de problemas aditivos de cambio y combinación por los niños de segundo de Básica Primaria*. [Tesis de grado de maestría de investigación Universidad Pedagógica Nacional]. Repositorio Institucional UPN. <http://repository.pedagogica.edu.co/bitstream/handle/20.500.12209/11083/TO-22828.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Torres, E (s.f) Resolución y planteamiento de problemas. *Memorias de Clase*. Inédito. En: https://upnvirtual.pedagogica.edu.co/pluginfile.php/98829/mod_resource/content/1/Resoluci%C3%B3n%20y%20planteamiento%20de%20problemas.pdf
- Torres, E (2021) Materiales, recursos y juegos: una distinción y relación necesaria en el aula de matemáticas. Vol. 20 Núm. 2. <https://revistas.udistrital.edu.co/index.php/infancias/article/view/17590>
- UNESCO. (2019). El estudio ERCE 2019 y los niveles de aprendizaje en Matemáticas ¿Qué nos dicen y cómo usarlos para mejorar los aprendizajes de los estudiantes? En: <https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000382720>
- UNESCO (2022). El estudio ERCE 2019 y los niveles de aprendizaje en matemáticas: ¿Qué nos dicen y cómo usarlos para mejorar los aprendizajes de los estudiantes? En: <https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000382720?posInSet=59&queryId=N-EXPLORE-7ccc39eb-1094-439a-a1f9-fc65868206d6>
- Valles, M. (2000). Técnicas de participación y de observación: De la observación participante a la investigación-participativa. 141-175. En: <https://metodo3.sociales.uba.ar/wp-content/uploads/sites/169/2014/10/Valles-2000-T%C3%A9cnicas-de-observaci%C3%B3n-y-participaci%C3%B3n.pdf>
- Vargas, E. (2017) *Influencia del material concreto no estructurado en la resolución de problemas aditivos en los estudiantes de primer grado de primaria de la IE 3079 en el 2017*. [Tesis de Maestría, Universidad Cesar Vallejo]. Repositorio Digital Institucional Universidad Cesar Vallejo En: <https://repositorio.ucv.edu.pe/handle/20.500.12692/16047>
- Vergnaud, G (1990) La teoría de los campos conceptuales. *CNRS y Université René Descartes. Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 10, nº 2, 3, pp. 133-170, 1990. https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/122730/mod_resource/content/1/art_vergnaud_espanhol.pdf

