



UNA APROXIMACIÓN A LA FORMALIZACIÓN DE UN UNIVERSO EN EXPANSIÓN ACELERADA.

YEIMI PAOLA GARCÍA MESA

Universidad Pedagógica Nacional
Facultad de ciencia y tecnología, Departamento de física, Línea de profundización
enseñanza de la física y la relación física- matemáticas

Bogotá, Colombia

2014

UNA APROXIMACIÓN A LA FORMALIZACIÓN DE UN UNIVERSO EN EXPANSIÓN ACELERADA

YEIMI PAOLA GARCÍA MESA

Tesis o trabajo de investigación presentada(o) como requisito para optar al título de:

Licenciatura en física

Director (a):

Título (Lic. En física., Magister en Astronomía.) Yesid Cruz Bonilla

Línea de Profundización:

Línea II, enseñanza de la física y la relación física- matemáticas

Universidad Pedagógica Nacional

Facultad de ciencia y tecnología, Departamento de física

Bogotá, Colombia

2014

Dedicatoria

A mis padres

Por su comprensión y colaboración en toda esta etapa de mi vida, gracias por estar siempre ahí.

Agradecimientos

Es para mí un gran triunfo terminar esta etapa en mi vida y por esta razón deseo agradecer de todo corazón, a mi tutor Yesid Cruz licenciado en física y magister en Astronomía, si en cual no hubiese podido terminar mi carrera. Le agradezco por todo el conocimiento brindado, pues sin él no hubiese podido hacer este trabajo y por la confianza depositada en mí, para la realización de este tema tan complejo pero tan lindo, que me deja con gran conocimiento en el área de cosmología.

Agradezco a la universidad pedagógica nacional por el apoyo en los eventos a los que se asistió con este trabajo, pues sin el apoyo de la institución no se habría llegado tan lejos. También por haberme acogido por estos semestres como una más de tantos hogares que tendremos en la vida y por enseñarme la labor de ser un educador con valores éticos y responsable en todas las actividades que se presenten en el camino.

Estoy más que feliz y agradecido con mis compañeros con los que finalice mi carrera pues sin su compañía y su apoyo, la vida universitaria no habría sido la misma, gracias a Ismael Rodríguez, Edwin Mayorga, Dario Poveda y Juan Camilo Quintero por estar en los momentos buenos y malos.

Y por último agradezco fuerte y conmovidamente a mis padres Julio García e Inés Mesa quienes sin su apoyo no hubiesen sido posibles el llegar tan lejos y que con sus palabras de ánimo siempre hacían ver los problemas pequeños, también a mi hermana por esos días de trasnocho colaborándome en trabajos y apoyándome con su tenacidad y fortaleza.

Resumen

Los campos quintaesencia están determinados por observaciones hechas por dos grupos de investigación en astrofísica, uno es el de Saul Perlmutter y el otro de Adam Riess, los cuales dieron un resultado que generó en los científicos modernos nuevas especulaciones sobre el comportamiento del universo. Las observaciones que dieron origen a una forma de analizar el universo de otra forma se halló en las supernovas Ia, que al ser descritas con el modelo estándar de la cosmología nos dan como resultado una expansión acelerada en el comportamiento del universo y que además nos hace dar cuenta del faltante de densidad de energía que está presente en él. La forma de modelar este nuevo comportamiento fue el de una nueva energía que no interactúa con los campos electromagnéticos y Paul Dave la llamo quintaesencia. Este tipo de energía modelada como un campo escalar nos determinara la expansión acelerada del universo, además que está relacionada con la energía del vacío o constante cosmológica " Λ ".

Palabras clave: supernovas Ia, quintaesencia, expansión acelerada, modelo estándar de la cosmología.

Abstract

Quintessence fields are determined by observations made by two research groups in astrophysics, one is to Saul Perlmutter and Adam Riess another, which gave a result that modern scientists gender new speculation about the behavior of the universe. The observations that led to a way of analyzing the universe otherwise be found in supernovae Ia, which to be described with the standard model of cosmology as a result we get an accelerated expansion of the universe's behavior and also makes us to account for the missing energy density that is present in it . The new way of modeling this behavior was that of a new energy that does not interact with electromagnetic fields and Paul Dave the quintessential name. This type of energy modeled as a scalar field we determine the accelerated expansion of the universe, and that is related to the vacuum energy or cosmological constant " Λ " ..

Keywords: supernovae Ia, quintessence, accelerated expansion, standard model of cosmology.

Resumen analítico en educación-RAE

1. Información General	
Tipo de documento	Trabajo de grado
Acceso al documento	Universidad Pedagógica Nacional. Biblioteca Central
Título del documento	Una aproximación a la formalización de un universo en expansión acelerada.
Autor(es)	García Mesa, Yeimi Paola
Director	Cruz Bonilla, Yesid
Publicación	Bogotá. Universidad pedagógica nacional.2014 48paginas.
Unidad Patrocinante	Universidad pedagógica nacional, facultad ciencia y tecnología
Palabras Claves	Supernovas la, quintaesencia, expansión acelerada, modelo estándar de la cosmología.
2. Descripción	
<p>En este trabajo de grado se analizan los campos quintaesencia, la expansión acelerada y el faltante de energía. Los campos quintaesencia están determinados por observaciones hechas por dos grupos de investigación en astrofísica, uno es el de Saul Perlmutter y el otro de Adam Riess, los cuales dieron un resultado que género en los científicos modernos nuevas especulaciones sobre el comportamiento del universo. Las observaciones que dieron origen a una forma de analizar el universo de otra forma se halló en las supernovas la, que al ser descritas con el modelo estándar de la cosmología nos dan como resultado una expansión acelerada en el comportamiento del universo y que además nos hace dar cuenta del faltante de densidad de energía que está presente en él. La forma de modelar este nuevo comportamiento fue el de una nueva energía que no interactúa con los campos electromagnéticos y Paul Dave la llamo quintaesencia. Este tipo de energía modelada como un campo escalar nos determinara la expansión acelerada del universo, además que está relacionada con la energía del vacío o constante cosmológica "Λ".</p>	
3. Fuentes	
<p>Carrol, S. M. (2001). The Cosmological constant living Review in Relativity.</p> <p>GFR Ellis, S. H. (1973). The large scale structure of space time. <i>Cap. 7</i>(134-137).</p>	

- Key Davidson, G. S. (1994). *Arrugas en el tiempo*. España: Plaza and Janes Editores S.A.
- Paul J. Steinhardt, D. W. (2003). *Dark Energy, Inflation and Extra Dimensions*. California: Princeton Center for Theoretical Science.
- R.R Cadwell, R. D. (1998). Cosmological Imprint of an Energy Component with General Equation of State. *Physical Review Letters*, 1582-1595.
- S. Perlmutter, G. A. (1998). Measurements of gamma and Lamnda from 42 high redshift supernovae . *The Astrophysical Journal*, 1-33.
- Sanchiz, J. U. (1993). *La estructura del espacio-tiempo, Erwin Schrödinger*. España: Alianza editorial.
- Saul Perlmutter, B. S. (2011). *For the discovery of the accelerating expansion of the universe through observatuions of distant supernovae*. Nobel.
- Steinhardt, P. J. (2003). *Quintessential Cosmology and Cosmic Acceleration*. department Physics: Prince University.
- Weinberg, S. (1972). Gravitation and Cosmology: Principles and Aplications of the general Theory of Relativity . En S. Weinberg, *Gravitation and Cosmology: Principles and Aplications of the general Theory of Relativity* .

4. Contenidos

El objetivo principal de este trabajo es mostrar un modelo de quintaesencia que resolvería los problemas de la cosmología actual de una forma satisfactoria. Las principales características de este modelo quintaesencia están determinadas por el campo escalar que usaremos para modelar estos comportamientos, además estarán limitadas por las características del universo pues para generar la expansión acelerada este campo quintaesencia debe tener una presión negativa además de estar determinado por la constante cosmológica o que dependa de la energía del vacío, ya que en el universo actual el vacío predomina, y por último que modifique las ecuaciones de campo de Einstein, pero mantenga las soluciones de Poisson y Laplace, en presencia y ausencia de materia, ya que estas ecuaciones son las que en mecánica clásica hacen que la cantidad de materia y energía permanezca constante y homogénea en todo el espacio (Weinberg, 1972).

Las principales temáticas resueltas en este trabajo de grado para dar solución al objetivo general son:

Relatividad general y Cosmología

Campos quintaesencia

Formalización Modelo Quintaesencia

Conclusiones

5. Metodología

No aplica metodología

6. Conclusiones

- El modelamiento del universo a través de campos escalares, resuelve los problemas de la cosmología moderna, uno de ellos el del faltante de energía, el cual se le asocia a la energía del vacío que tiene unas características específicas como un potencial que no evoluciona tan rápido como el de las otras igual que con la energía cinética, pero el cual en este trabajo no se cumple pues el factor de escala no evoluciona así que no genera la expansión acelerada en el universo.
- Se pueden generar los campos escalares de dos formas matemáticas, una es la exponencial (Ruiz, 2008), que comparándola con la de ley de potencias, da una mayor evolución a este campo quintaesencia, esto de acuerdo a la tesis nombrada en este mismo párrafo como referencia, ya que evoluciona en el tiempo con más facilidad, y no permanece constante desde un principio del universo, además a través de un campo exponencial si da una expansión acelerada y las energías de este tipo de campo si generan un campo constante durante toda la evolución, mientras que con el de ley de potencias las energías toman un valor constante pero las energías siempre van a ser superiores a este, excepto en el principio del universo.
- Según las gráficas el potencial asociado al campo quintaesencia no estaba presente en el comienzo del universo, por esta razón las otras energías fueron las que predominaron.
- La energía cinética de este campo en particular que modela la quintaesencia, disminuye en el tiempo por esta razón ahora su energía potencial es la que modela el faltante de energía atribuido al vacío, en este caso, constante cosmológica.
- La expansión acelerada del universo se puede generar por campos quintaesencia, sin embargo la modelización de las supernovas tipo Ia, para encontrar la curva ancha que caracteriza su comportamiento, esta fuera del propósito d este trabajo, sin embargo se nombran en todo el trabajo para demostrar, que hay una evidencia observacional que es base para la explicación de esta expansión y que además es punto de partida para otro desarrollo matemático que generaría otra monografía en cosmología.

Elaborado por: Yeimi Paola García Mesa

Revisado por: Cruz Bonilla Yesid

**Fecha de elaboración del
Resumen:**

01

09

2014

Contenido

	Pág.
Resumen	VIII
Introducción	1
1. Capítulo 1: Relatividad general y Cosmología	3
1.1 Modelo estándar de la cosmología	3
1.2 Teoría general de la relatividad (TGR)	7
1.3 Ecuación de Friedman-Robertson-Walker (FRW), dinámica del universo	13
2. Capítulo 2: Campos quintaesencia	17
2.1 Historia del concepto quintaesencia.....	17
2.2 Quintaesencia.....	18
2.3 Análisis geométrico de la quintaesencia.	18
3. Capítulo 3: Formalización Modelo Quintaesencia.....	27
3.1 Consideraciones.	27
3.2 Campo Escalar de tipo Ley de Potencias.....	27
3.3 Gráficas y Ecuaciones.	29
4. Conclusiones.....	39
A. Apéndice: Conexión afín	41
B. Apéndice: tensor métrico FRW	42
C. Apéndice: Solución factor de Escala del Universo.....	43
Bibliografía	46

Introducción

La cosmología presenta diversos fenómenos estudiados por los físicos actuales que dan solución a problemas complejos de la disciplina, los cuales muestran no solo el comportamiento del universo si no su propia evolución. Un problema que la cosmología actual posee, es la explicación del comportamiento del universo desde el desacople de las fuerzas y comienzo de su etapa de enfriamiento, desde ese momento hasta nuestros días su explicación a llevado a los diferentes teóricos del siglo XIX y XX (Sanchiz, 1993) a centrarse en una teoría que no solo explique diferentes observaciones que no son comunes y as cuales la teoría actual no da solución (Carrol S. M., 1997).

La explicación de la evolución del universo, no solo es una de las problemáticas actuales de los cosmólogos. El faltante de energía en él es aproximadamente del 70 % (Camargo, 2008). El conteo de las densidades de materia barionica y materia oscura son el $\Omega_m = 0,25$ del porcentaje aproximado de densidad total de energía en el universo y la contribución de energía oscura es $\Omega_\Lambda = 0,75$, las cuales contribuyen a la sumatoria de energías dando el 100 % (Saul Perlmutter B. S., 2011) y permaneciendo la homogeneidad e isotropía del universo físico constante. Este problema observacional no solo tiene consecuencias en el faltante de energía del universo si no que podemos decir que podría determinar la explicación de la expansión acelerada y no como es predicha por la ley de Hubble, una expansión en receso (Bengochea, 2009). Una evidencia observacional de la expansión acelerada en la que se encuentra el universo es la anomalía en el comportamiento de las supernovas tipo “Ia”, las cuales tienen un corrimiento al rojo mayor al que predice el modelo estándar de la cosmología (Saul Perlmutter B. P., 2003), por ende se necesita un modelo teórico que modele todas estas observaciones y que teorice un universo en expansión acelerada, ya que las supernovas nombradas predicen este comportamiento.

El objetivo principal de este trabajo es mostrar un modelo de quintaesencia que resolvería los problemas de la cosmología actual de una forma satisfactoria. Las principales características de este modelo quintaesencia están determinadas por el campo escalar que usaremos para modelar estos comportamientos, además estarán limitadas por las características del universo pues para generar la expansión acelerada este campo quintaesencia debe tener una presión negativa además de estar determinado por la constante cosmológica o que dependa de la energía del vacío, ya que en el universo actual el vacío predomina, y por último que modifique las ecuaciones de campo de Einstein, pero mantenga las soluciones de Poisson y Laplace, en presencia y ausencia de materia, ya que estas ecuaciones son las que en mecánica clásica hacen que la cantidad de materia y energía permanezca constante y homogénea en todo el espacio (Weinberg, 1972).

El desarrollo del trabajo se basa principalmente en llegar al comportamiento del factor de escala del universo a través de un campo escalar quintaesencia y como la energía asociada a este campo ha estado presente desde el comienzo del universo desde 10^{-34} segundos después del Big Bang, el comportamiento de este campo se desarrolla teóricamente para analizarlo a través de las gráficas correspondientes de su evolución, las cuales se realizaron en el programa Mathematica versión 7.0.

La comprensión de las ecuaciones encontradas y de su análisis pretende dar una comprensión mayor de un universo en expansión acelerada para posteriores trabajos y que dejan un avance teórico en la universidad pedagógica nacional en el departamento de física, ya que estos temas no son tratados comúnmente en los trabajos de grado por su complejidad matemática, también se pretendió hacer con este trabajo un avance metacognitivo con el objetivo de un estudio posterior a la licenciatura en física de esta sobre esta temática, además de mostrar nuevas teorías en la explicación de estos fenómenos que son estudiados por cosmólogos de vanguardia (GFR Ellis, 1973) (J.P Ostriker, 1995).

1. Capítulo 1: Relatividad general y Cosmología

Para explicar los fenómenos de la naturaleza se han realizado diferentes explicaciones teóricas a través de la historia, muchas han perdurado en el tiempo gracias a su exactitud en la explicación de los fenómenos.

Una teoría modificada en el tiempo, que con nuevas observaciones ha completado y dado explicación a fenómenos fuera de la tierra, es la cosmología, la cual tiene como base La Teoría General de la Relatividad (TGR).

1.1 Modelo estándar de la cosmología

La cosmología es la ciencia que estudia como son la estructura y evolución del universo a gran escala a través del tiempo (Key Davidson, 1994). El estudio en cosmología empieza cuando se hace la suposición que nosotros no ocupamos un lugar preferencial en el universo y que las leyes de la física en la tierra se cumplen para cualquier sitio de este. La forma de estudiar estas suposiciones es por medio del Modelo Estándar de la Cosmología (MEC), que no solo da explicación de los fenómenos actuales que suceden en el universo, sino que explica el inicio de este y como podría ser en el futuro su comportamiento.

La principal base del MEC es el principio cosmológico y su principal resultado el Bing Bang o gran explosión, la cual arroja un valor para el comienzo del universo $\approx 13,7 \cdot 10^9$ años (ASTRONOMIA, 2010), una fracción de segundo después de esta gran explosión $\approx 10^{-34}$ seg, el MEC explica satisfactoriamente la evolución del universo (Sanchiz, 1993). Además la ley de Hubble prueba que el universo se encuentra en expansión y esta corroboración se podría tomar como explicación a la teoría del Bing Bang. La ley de Hubble aparte de ser la confirmación de la teoría del Bing Bang, establece una expansión del universo con una velocidad de recesión de las galaxias proporcional a su distancia respecto a nosotros, (de acuerdo a observaciones de supernovas tipo Ia, sucede lo

contrario) (Saul Perlmutter B. S., 2011), según las observaciones de Saul Perlmutter y Adam Riess acompañados por sus grupos de trabajo, midieron y analizaron los flujos de energía de varias supernovas del tipo **1a** para varios valores del corrimiento al rojo z , se encontraron con el resultado de la figura (1.1).

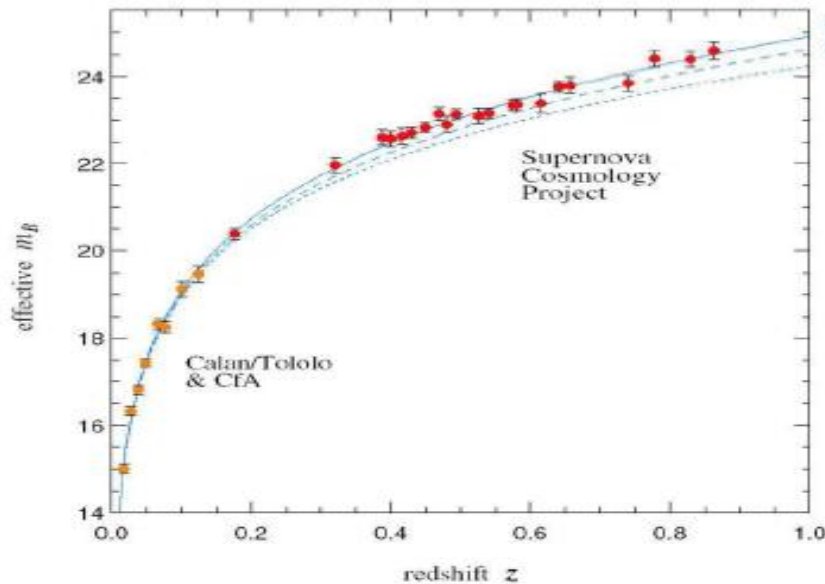


Figura 1.1 Observaciones de las magnitudes aparentes de diversos sets de supernovas del tipo **1a** para varios valores de corrimiento al rojo. Las líneas corresponden a ajustes a los datos para diferentes modelos teóricos que contemplan o no la constante cosmológica además de átomos y materia oscura. (Al, 2003) (S. Perlmutter, 1998)

Para comprender que son las supernovas y como se mide su luminosidad podemos decir que estas supernovas son explosiones estelares que nos permiten medir grandes distancias en el universo, pues son el producto de sistemas binarios de estrellas masivas, que cuando suceden, su luminosidad de explosión parece ser siempre la misma, convirtiéndolas en candelas patrones. Suponiendo conocida la luminosidad absoluta L de las **1a** y midiendo el flujo de energía F que nos llega a un detector en la tierra, podemos calcular su distancia luminosa d_L por medio de $d_L = \sqrt{\frac{L}{4\pi F}}$. La distancia luminosa se define porque en ausencia de expansión, el flujo detectado o brillo aparente, es la distancia ordinaria o real a la fuente en una geometría euclidiana.

Las distintas formas de medición y sus diferentes escalas de esta ley, a través del Hubble Space Telescope, pueden determinar los parámetros de aceleración del universo (Λ lamnda, H^2 parametro de hubble, ρ_c densidad critica, q campo escalar quintaesencia, \ddot{q} energia del campo quintaesencia).

Cuando se compararon los datos obtenidos en $d_L = \sqrt{\frac{L}{4\pi F}}$ con curvas trazadas usando $d_L = (1+z) \int_0^z \frac{dz'}{H}$, que es la distancia luminosa a una fuente puntual con un corrimiento al rojo z determinado, los grupos de trabajo de Perlmutter y Riess, se encontraron con que dichas observaciones no podían ser ajustadas con ningún modelo cosmológico que solo contemplara átomos y materia oscura (R.R Cadwell, 1998). Teóricos se idearon la forma de explicación primero tomando un geometría no euclidiana y segundo que existiera un componente más en el universo que hiciera que las supernovas se comportaran distinto a lo predicho por el MEC, a esto lo llamaron energía quintaesencia la cual se le atribuye al vacío en el universo (Saul Perlmutter B. S., 2011).

Para sustentar las observaciones debemos conocer el modelo estándar, este nos habla de postulados que hacen que el universo mantenga las condiciones de homogeneidad e isotropía o que si observamos desde cualquier galaxia en cualquier dirección, el universo tendrá el mismo aspecto, así que todos podríamos estar en el centro del universo (Carrol S. M., 1997). El otro postulado del modelo estándar de la cosmología nos habla de la evolución del universo pues si nosotros consideramos el universo isotrópico y homogéneo a la vez, con el pasar del tiempo esta regla no se puede romper (Sanchiz, 1993). El postulado en cierta forma más importante que toma un tiempo universal o cósmico y que permite la sincronización de relojes es el postulado de Weyl, el cual sirve de coordenada de referencia para el universo, lo cual se puede tomar como que lo que se mueve o expande es el espacio y no las galaxias .

Además la radiación cósmica de fondo (Cosmic Microwave Background, CMB), es también considerada el último destello del Bing Bang. Fue descubierta por Arnold Penzias y Robert Wilson en 1965 (Bengochea, 2009), esta radiación fue captada por satélites de ondas sonoras, a través de antenas en la tierra. Esta puede ser comparada como una radiación de un cuerpo negro perfecto a una temperatura aproximadamente a $T=2725$ °K, por ende es isotrópica ya que no varía en todo el espectro tomado por el

Hubble (Bengochea, 2009), ya que el universo parece estar todo a una misma temperatura para donde se vea.

La radiación de fondo de microondas fue emitida a medida que el universo se fue expandiendo, el enfriamiento adiabático (del cual el corrimiento al rojo es un síntoma actual) causado porque el plasma se enfrió hasta que fue posible que los electrones se combinaron con los protones y formaron átomos de hidrogeno para que se pudieran desacoplar los fotones de la materia, esta radiación fue emitida aproximadamente hace unos 350000 años después del Bing Bang y ocurrió cuando el plasma alcanzo los 3000 °K (Seife, 2003), la CMB tiene información de los primeros años de formación del universo y de las estructuras, además da fundamento a la isotropía y por medio de las anisotropías que son ligeros cambios de temperatura (una parte de 10^{-5}) permite la determinación de los diferentes parámetros del modelo estándar (exceptuando el parámetro de Hubble que se determina por otros medios). Estas observaciones han sido confirmadas con gran precisión hoy día por experimentos como el Cobe, Boomerang, Máxima y en la actualidad el WMAP (Bengochea, 2009) (Seife, 2003). Estos experimentos están ayudando a establecer el paradigma del Big Bang inflacionario como modelo predilecto de la cosmología, pues a través de las pequeñas anisotropías se puede ver como es la forma del universo y como es su comportamiento.

La Nucleogénesis pertenece a la explicación de los comienzos del universo y de su composición, está fundamentada en el Big bag además de CMB y fue determinada en los años 40 del pasado siglo por George Gamow, que planteo la determinación de los elementos primigenios, que son los más abundantes en el universo. Esta se dio cuando el universo tenía apenas 100 segundos de creación, además estaba a una temperatura aproximadamente, a un poco más de la temperatura del núcleo de nuestro sol. Los elementos como ^2He , ^1H , ^4He , ^7Li , ^2D , fueron creados en esta época gracias a las reacciones nucleares producidas en la Nucleogénesis

Cuando ya se explica la creación de la materia visible y estudiada en el universo se hace necesaria la explicación, inusual, de ciertos componentes del universo, uno de estos sistemas, las galaxias. Cuando se estudian este tipo de sistemas celestes encontramos varias propiedades existentes en el universo y que en las galaxias también se encuentran (movimiento rotacional, concentración de masa, formación de estructuras, etc.), pero su movimiento rotacional en su centro no es de igual forma que en sus brazos de allí viene

la necesidad de introducir en la cosmología y astronomía otro tipo de materia; una materia que no interactúa con el campo electromagnético por lo cual no se observa, además que en su representación teórica sea la solución al comportamiento de la velocidad de los brazos de las galaxias, ya que están en recesión y es diferente a la velocidad de rotación del resto de la galaxia, así que se dijo que existía una materia que intervenía en este movimiento para frenar esa velocidad la cual es la materia oscura caliente que se mueve a gran velocidad y su fuerza gravitacional es la que hace que los brazos de las galaxias se muevan diferente (ASTRONOMIA, 2010).

1.2 Teoría general de la relatividad (TGR)

Todos los conceptos o modelos de explicación de la generación del universo y de su comportamiento llevan a la interpretación del universo a través de las ecuaciones de la relatividad general. Como ya se dijo anteriormente la base teórica fundamental del MEC es la teoría general de la relatividad (TGR), la cual fue planteada por Albert Einstein a principios de los años 20, esta teoría proporciona la explicación de campos gravitatorios y su relación con la materia, además da el marco para desarrollar los diferentes modelos cosmológicos para la explicación del comportamiento del universo, estudiados previamente por el sacerdote belga George Lemeitre y Alexander Friedman (Sanchiz, 1993). Con la TGR se dio solución a ciertos fenómenos que en los 20 no se tenía respuesta acertada, estos fenómenos fueron el avance del perihelio de mercurio, la desviación de la luz por el sol (hecha por Einstein después de crear la teoría) y el desplazamiento al rojo gravitacional encontrado por la TGR, después de su evolución. Dentro de la interpretación que Einstein realizó dio ciertas pautas para modelar el universo, una de estas fue el principio cosmológico. Este principio trae como consecuencia que el universo es homogéneo e isotrópico.

Las ecuaciones de campo de Einstein (ECE) ec (1.1) de la TGR relaciona el contenido de materia con la geometría del espacio tiempo o del universo, donde $R_{\mu\nu}$ es el tensor de ricci que determina la curvatura del sistema, R es el escalar de Ricci o escalar de curvatura y en este caso es la traza del tensor de curvatura, $g_{\mu\nu}$ es el tensor métrico que da la geometría del sistema, Λ es la constante cosmológica, $T_{\mu\nu}$ es el tensor materia energía que determina la cantidad de materia y energía que hay en el universo, por ultimo G es la constante de gravitación universal y c^4 la constante de la velocidad de la luz

elevada a la cuarta potencia. Para solucionar esta ecuación se hace necesario tomar ciertas simetrías razonables, que no solo cumplan con las leyes de la física, si no que aseguran el principio cosmológico, donde el universo de acuerdo a traslaciones y rotaciones es invariante (homogeneidad e isotropía).

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} \quad (1.1)$$

Para modelar estas observaciones del universo invariante ante rotaciones y traslaciones se plantea que el universo tiene comportamiento de fluido perfecto (Anderson, 1967), se puede decir que un fluido perfecto es un fluido compresible o expandible sin viscosidad, uniforme en toda su geometría, el cual tiene una ecuación de estado que determina una relación entre la densidad propia ρ_o y la presión propia P_o de este, que más adelante estaremos planteando para dar solución al universo en expansión acelerada.

Al hablar de la expansión del universo se dejara entre dicho que algunos teóricos (Sanchiz, 1993), le atribuyeron esta expansión al vacío predominante en el universo y que se le atribuye a la constante cosmológica Λ , la energía de este vacío que tendrá presión negativa, que en principio fue introducida por Albert Einstein para dejar el comportamiento del universo estático y que ahora se usa para determinar la expansión acelerada del universo y para explicar el faltante de densidad de energía que hay en este (Carrol S. M., 2001).

A este tipo de energía faltante en el universo se le denomina energía oscura, y es la forma en la que se explica el 70 % de densidad de energía faltante del universo.

Para modelar este tipo de energía se hace uso de las ecuaciones de Einstein ec(1.1), pero para solucionarlas debemos tomar esta ecuación sin constante cosmológica y $c=1, G=1$, para hacer los cálculos más fáciles, ec(1.2).

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu} \quad (1.2)$$

Las ECE bajo ciertas condiciones reproducen las ecuaciones de invarianza de la mecánica clásica que son la ecuación de Poisson ec(1.3) que determina la presencia de

un potencial gravitacional cuando hay materia, y la ecuación de Laplace ec(1.4) que nos dice que no hay un campo sin materia para que lo genere.

$$\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (1.3)$$

$$\nabla^2 V = 0 \quad (1.4)$$

Planteando las ecuaciones o métrica de De Sitter ec (1.5), que nos da la métrica del espacio tiempo con materia en él o mejor llamada geometría universal de Einstein, empezamos la solución de las ecuaciones de Einstein para un universo en expansión acelerada.

$$ds^2 = dt^2 - R^2(t) \left[\frac{dr^2}{r - kr^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2 \right] \quad (1.5)$$

Donde (t, r, θ, ϕ) son las coordenadas comóviles del espacio tiempo, $R^2(t)$ es el factor de escala del universo, además de ser explícitamente dependiente del tiempo y k es la curvatura del universo de acuerdo a la cantidad de materia existente en él y es constante en el tiempo. Si tomamos la métrica que se obtiene netamente de las condiciones de homogeneidad e isotropía sin usar las ecuaciones de campo de Einstein dando a la componente temporal un valor fijo, de esta suposición salen las ecuaciones de Friedmann- Robertson- Walker (FRW), con las cuales podemos hallar la forma del universo dando valores $(1, 0, -1)$ a k , para diferentes curvaturas en los diferentes modelos de universo, por ejemplo con $k = 1$ es un universo cerrado tomado en un instante de tiempo t_0 , la métrica de este sistema será sin componente temporal, como se observa en $d\sigma^2$ (reductor) ec (1.6).

$$d\sigma^2 = R_0^2 \left[\frac{dr^2}{r - kr^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2 \right] \quad (1.6)$$

Tomando la ec. (1.4) y haciendo un cambio de variable llegamos a que la variedad que relaciona este tipo de comportamiento es la hiperesfera determinada por la ec. (1.7), por ende es un universo cerrado en un instante determinado de tiempo.

$$w^2 + x^2 + y^2 + z^2 = R_0^2 \quad (1.7)$$

Si nosotros hacemos esta hipersuperficie moverse en el espacio tiempo nos damos cuenta que llegamos a un universo cilíndrico el cual fue planteado por Einstein.

Cuando tomamos $k = 0$, decimos que es un universo plano ya que su representación geométrica es en coordenadas cartesianas, claro tomando el tiempo en un instante determinado t_o , la geometría de este universo está determinado por la ec. (1.8), métrica hallada después de un desarrollo matemático y un cambio de variable determinado.

$$d\sigma^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 \quad (1.8)$$

También podemos determinar un universo abierto solo tomando $k = -1$, que está determinado por la métrica (1.9),

$$d\sigma^2 = -dw^2 + dy^2 + dz^2 \quad (1.9)$$

Donde la métrica es una superficie abierta que se expande en el infinito.

Para solucionar un universo en expansión acelerada como ya se dijo anteriormente, se tomaran las ECE, ec(1.2), sin constante cosmológica, simplificando los cálculos sustancialmente. Para hallar en la ec. (1.6) FRW, el factor de escala $R(t)$, decimos que este debe estar determinado y depender de ρ o de la cantidad de materia presente en el universo, que es aproximadamente de $\rho_c \approx 10^{-24} g/cm^3$ (Peebles, 1984), esta nosotros la conocemos como la proporción entre la densidad de masa significativa y la densidad crítica, además esta misma cantidad va a depender de otros parámetros cosmológicos que son Λ y k .

Cuando hablamos de modelar el universo como un fluido perfecto decimos que dicho fluido tiene una energía asociada, en este caso un tensor materia energía determinado por la ecuación de estado (1.10),

$$T_{\mu\nu} = P_0 g_{\mu\nu} + (P_0 + \rho_0) u_\mu u_\nu \quad (1.10)$$

Donde $T_{\mu\nu}$ es el tensor materia energía asociado a un fluido que no es influido por campos electromagnéticos, P_0 es presión propia, ρ_0 densidad propia, las anteriores medidas son de un observador común que está en el fluido, y por ultimo u_μ es la

cuadrivelocidad propia en reposo así, $u_\mu = (c, 0, 0, 0)$, si la tomamos en unidades geométricas decimos que $u_\mu = (1, 0, 0, 0)$.

Ya tenemos el tensor materia y energía para un fluido perfecto, ahora vamos a encontrar el escalar de Ricci R que se hace multiplicando la ec (1.6), por el tensor métrico contravariante donde el resultado es la siguiente expresión,

$$R = \frac{8\pi G}{c^4} T_\lambda^\lambda \quad (1.11)$$

Reemplazamos este valor en la ec (1.6) y despejamos el tensor de Ricci, nos queda,

$$R_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} [T_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} T_\lambda^\lambda] \quad (1.12)$$

Tomamos $S_{\mu\nu} = T_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} T_\lambda^\lambda$ que es la contracción del tensor energía materia con sus respectivas componentes, lo reemplazamos en la ec. (1.12), dejando la ecuación contraída como aparece en la ec (1.13), la cual es muy similar a las ecuaciones de campo contraídas al tensor de campo de Einstein e igualadas al tensor materia energía.

$$R_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} S_{\mu\nu} \quad (1.13)$$

Para encontrar el tensor contravariante del tensor materia energía T_λ^λ , hacemos el producto del tensor métrico contravariante con el tensor materia energía de un fluido perfecto ec. (1.10),

Teniendo la norma del cuadvivector de las velocidades, ec (1.14),

$$u_\mu u_\nu g^{\mu\nu} = -1 \quad (1.14)$$

Con la anterior norma y multiplicando la ec (1.10) por $g^{\mu\nu}$,

$$T_{\mu\nu} g^{\mu\nu} = (P_0 g_{\mu\nu} + (P_0 + \rho_0) u_\mu u_\nu) g^{\mu\nu} \quad (1.15)$$

$$T_\lambda^\lambda = P_0 + (P_0 + \rho_0) u_\mu u_\nu g^{\mu\nu} \quad (1.16)$$

$$T_\lambda^\lambda = (4P_0 - (P_0 + \rho_0)) \quad (1.17)$$

$$T_\lambda^\lambda = 3P_0 - \rho_0 \quad (1.18)$$

Al hacer la multiplicación anterior y reemplazar la condición de la velocidad en la ec(1.16), el resultado obtenido después de hacer las sumas es la ec(1.18). Observando esta ecuación nos damos cuenta que el universo depende de la presión y de la densidad de materia existente en el universo y que estas están relacionadas con el radio y la curvatura del mismo, los parámetros cosmológicos que relacionan este tipo de componentes y comportamiento en el universo son (P) que determinara como actúa esa materia en el universo y (ρ) que variará el radio o factor de escala del universo $R(t)$ además, la densidad está directamente relacionada con la curvatura y ρ es proporcional a la constante cosmológica Λ .

Para demostrar este concepto tomaremos la ecuación $S_{\mu\nu} = T_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}T^\lambda_\lambda$ (1.19), que reemplazaremos en la ec (1.18) además en la ec (1.10), en las cuales relacionamos la energía y materia con su distribución en el universo, esto con el fin de hallar el tensor de Friedmann y reemplazarlo luego en la ec(1.13), para encontrar la curvatura y la ecuación fundamental de la cosmología o ecuación de contracción del tensor materia energía, la cual es la métrica del sistema y relaciona la curvatura con el radio, esta también es la densidad de energía existente en el universo. La ecuación resultante es,

$$S_{\mu\nu} = T_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}T^\lambda_\lambda \quad (1.19)$$

$$S_{\mu\nu} = \frac{1}{2}[\rho_o - P_o]g_{\mu\nu} + [P_o - \rho_o]u_\mu u_\nu \quad (1.20)$$

$$R_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} S_{\mu\nu} \quad (1.13)$$

$$R_{\mu\nu} = \frac{8\pi\nu G}{c^4} T_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}(3P_o - \rho_o)$$

$$R_{\mu\nu} = (P_o + \rho_o)u_\mu u_\nu + \frac{1}{2}g_{\mu\nu}(P_o - \rho_o) \quad (1.21)$$

La ultima ecuación o ec (1.21), relaciona la densidad de energía, con la métrica del sistema o del universo y para encontrar la forma o curvatura de este, tenemos que hallar las siguientes componentes del tensor de contracción del tensor materia energía ($S_{\mu\nu}$).

1.3 Ecuación de Friedman-Robertson-Walker (FRW), dinámica del universo

Cuando hablamos de la dinámica del universo tenemos que nombrar muy directamente a aquellos intelectuales que en su tiempo resolvieron las ECE, para parámetros determinados, que llevaban a una explicación distinta del universo y de su propio comportamiento. Algunos de estos fueron De Sitter, Swarzschild, Reissner-Nordström, Kerr, Gödel, Robertson-Walker, entre otros (GFR, 1973; GFR Ellis, 1973), los cuales reinterpretaban el tensor métrico para las formas del universo que ellos proponían, encontraban nuevas configuraciones de este, reinterpretaban el universo.

Como este trabajo es basado en el modelo estándar de la cosmología, el tensor métrico usado será el propuesto por FRW, ya que cumple este principio. Ya se conoce cuál es el tensor métrico a usar (ver apéndice B), primero debemos encontrar la métrica del sistema o del universo y para esto se encuentra el tensor de contracción del tensor materia energía ($S_{\mu\nu}$) con sus componentes, expandiendo la ec (1.20), tenemos como resultado la siguiente matriz;

$$S_{\mu\nu} = \begin{vmatrix} \frac{(3P_o + \rho_o)}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{(\rho_o - P_o)R^2}{2(1 - kr^2)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(\rho_o - P_o)R^2 r^2}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{(\rho_o - P_o)R^2 r^2 \sin^2\theta}{2} \end{vmatrix} \quad (1.22)$$

Conociendo las componentes del tensor de contracción del tensor materia energía hacemos uso de la ec (1.13), para encontrar el tensor de Ricci con la cual obtendremos la métrica del sistema y por el cual iremos a encontrar las ecuaciones FRW, expandiendo esta ecuación y reemplazando con la matriz (1.22), obtenemos la matriz de Ricci, seguidamente escrita,

$$R_{\mu\nu} = \begin{vmatrix} \frac{3\ddot{R}}{R} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{(\ddot{R}R + 2\dot{R}^2 + 2k)}{(1 - kr^2)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -(\ddot{R}R + 2\dot{R}^2 + 2k)r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -(\ddot{R}R + 2\dot{R}^2 + 2k)r^2 \sin^2\theta \end{vmatrix} \quad (1.23)$$

Tomando la ec(1.13) y reemplazando cada uno de los términos tanto de la matriz de contracción como de la matriz de Ricci encontramos las siguientes 2 ecuaciones igualadas a \ddot{R} , con las cuales podemos encontrar la métrica y la distribución de energía en un universo que cumpla el principio cosmológico. Como las otras ecuaciones son componentes angulares, no las tenemos en cuenta pues solo interesa la distribución de energía materia en el tiempo y como varia esta distribución en un radio determinado, entonces las ecuaciones son:

$$3\ddot{R} = -\frac{4\pi G}{c^4}(3P - \rho)R \quad (1.24)$$

$$\ddot{R}R = \frac{4\pi G}{c^4}(\rho - P)R^2 - 2\dot{R}^2 - 2k \quad (1.24)$$

Estas dos ecuaciones se encuentran acopladas y si se solucionan se encontraran la ecuación del universo, que determina la distribución de la materia y la energía del universo durante la evolución de este. La relación entre estas dos ecuaciones nos da la ecuación de Friedman dada por la expresión,

$$\frac{8\pi G}{3c^4}\rho = \frac{\dot{R}^2}{R^2} + \frac{k}{R^2} \quad (1.25)$$

Si introducimos la constante cosmológica nos darían las FRW, y están determinadas así,

$$\frac{8\pi G}{3c^4}\rho = \frac{\dot{R}^2}{R^2} + \frac{k}{R^2} - \frac{\Lambda}{3} \quad (1.26)$$

Con esta última ecuación podemos determinar la edad del universo actualmente, y si ponemos todo en función de la constante de Hubble (que es así como determinamos la edad del universo), tenemos la energía distribuida en las diferentes evoluciones del universo, la ec (1.26) quedaría de la siguiente forma,

$$\frac{\dot{R}^2}{R^2} = H^2(t), \text{ parametro de Hubble} \quad (1.27)$$

$$H^2(t) = \frac{8\pi G}{3c^4} \rho + \frac{\Lambda}{3} - \frac{k}{R^2} \quad (1.28)$$

$$1 = \frac{8\pi G \rho}{3c^4 H^2(t)} + \frac{\Lambda}{3H^2(t)} - \frac{k}{R^2 H^2(t)} \quad (1.29)$$

De la ecuación determinamos la densidad crítica del universo que concuerda con las observaciones recientes del universo (Torregrosa, 2011) que está representada por la expresión,

$$\frac{3c^4 H^2(t)}{8\pi G} = \rho_c \quad (1.30)$$

La densidad crítica del universo hoy día es de $\rho_c = 1,8 * 10^{-29} \frac{g}{cm^3}$ (Saul Perlmutter B. S., 2011) (Steinhardt, a quintessential introduction to dark energy, 2003), este parámetro lo usamos para determinar la densidad de materia existente en el cosmos, para el primer término de la ecuación (1.29), queda resumida a la densidad de materia barionica o materia ordinaria existente (bariones, radiación y materia oscura), el segundo termino de esta misma ecuación seria el parámetro de densidad de materia determinada por la constante cosmológica o un tipo de energía del vacío, y por último el tercer término está determinando el parámetro de curvatura o densidad de energía que proporciona la distorsión del espacio tiempo, esta ecuación haciendo la suma de energías queda determinada como,

$$1 = \frac{\rho}{\rho_c} + \frac{\Lambda}{3H^2(t)} - \frac{k}{R^2 H^2(t)} \quad (1.31)$$

$$1 = \Omega_\rho + \Omega_\Lambda + \Omega_k \quad (1.32)$$

Partiendo de esta resultante ya podemos encontrar las ecuaciones de un universo en expansión acelerada que está determinado por campos escalares quintaesencia, que se desarrollará en el siguiente trabajo por ley de potencias, donde encontraremos el comportamiento el universo y lo que genera dicha expansión.

$$\frac{k}{R^2} = H^2(\Omega_\rho - 1) \quad (1.33)$$

Para generar el comportamiento en expansión acelerada tomamos la ec (1.25), y partir de esta introducimos un campo escalar quintaesencia que modelará el universo para dar explicación a la expansión acelerada.

Cuando reescribimos la ec (1.25), podemos dar cuenta de la variación del parámetro de Hubble con respecto a todas las densidades posibles de energía existentes en el universo ec(1.33), que nos determina como se curva el universo en presencia de materia. Este es uno de los modelos más aceptados por los físicos y cosmólogos de la época ya que los fenómenos y observaciones realizadas desde 1998 concuerda con la teoría planteada con el Big Bang o modelo de universo caliente (Zorzano, septiembre 2008).

Al caracterizar la ec (1.33), tenemos que determinar los parámetros existentes en nuestra época, que nos determinan las observaciones existentes en el universo hechas por las nuevas tecnologías en los últimos tiempos, estos parámetros cosmológicos son:

- $\Lambda = \text{lamnda}$
- $H^2 = \text{parametro de Hubble.}$
- $\rho_c = \text{densidad crítica.}$
- $R = \text{factor de escala del universo.}$
- $\ddot{R} = \text{aceleración de expansión del universo}$

Y se usaran para encontrar la evolución del factor de escala con respecto a la evolución de las energías tomando valores modernos.

2. Capítulo 2: Campos quintaesencia

La necesidad de introducir los campos quintaesencia al lenguaje cosmológico se dio cuando dos grupos de investigación, uno el de Saul Perlmutter llamado The Supernovae Cosmology y el de Adam Riess llamado The High-Z Supernovae Research, encontraron una anomalía en las observaciones realizadas a supernovas tipo “Ia” que son cuerpos estelares que al contrario de alejarse con una velocidad de recesión expresada por el parámetro de Hubble con respecto a la edad que tiene el universo, estas se alejan con una mayor velocidad que la predicha por el modelo estándar de la cosmología y la teoría como se encontraba propuesta no podía explicar este resultado (S. Perlmutter, 1998). Además la explicación de ese tipo de fenomenología se puede dar a través de un campo escalar, que no solo determina el faltante de densidad de energía que se puede contar en un 70 % aproximadamente, sino que explicaría el movimiento de las supernovas “Ia” (Saul Perlmutter B. S., 2011).

Una consecuencia de las evidencias observacionales presentadas en los últimos años mostradas por científicos de vanguardia, muestran que hay un conflicto entre diferentes aspectos que hoy día se dan en la cosmología, el primer aspecto es el modelo que se tiene sobre el origen del universo, el segundo el de su evolución y el tercero es sobre las observaciones a gran escala que se tiene del comportamiento de este (Anderson, 1967), los físicos teóricos nos solo en cosmología sino en partículas, han trabajado para encontrar una relación y explicación a estas fenomenologías (Bengochea, 2009).

2.1 Historia del concepto quintaesencia.

En 1998 Rahul Dave fue el que introdujo en la nueva literatura el término quintaesencia que ya había sido usado en el pasado (Ruiz, 2008). Este concepto viene desde la antigua Grecia y hacía referencia al quinto elemento que describía a la tierra, estos elementos

eran el agua, fuego, aire y tierra, el cual lo usaban los antiguos griegos para una sustancia sublime, perfecta, que se podía entender como una especie de éter (Paul J. Steinhardt, 2003). Este quinto elemento ha servido a la ciencia para explicar fenómenos que no son de fácil entendimiento o que de cierta forma necesitan un algo mas para comprenderlos. En la actualidad han surgido fenómenos que los científicos no pueden explicar con las teorías actuales, así que tomaron una herramienta que ya les había funcionado en el pasado la quintaesencia.

2.2 Quintaesencia

La quintaesencia se puede entender en cosmología como una forma real de energía existente en el universo y que es diferente de las otras como la radiacion, materia barionica e incluso de la materia oscura, su existencia está basada en observaciones astronómicas indirectas. Podríamos decir que la quintaesencia es de cierta forma un gas ionizado esparcido por el espacio.

La quintaesencia puede ser representada por un campo escalar (Φ) y por su respectiva energía potencial o potencial $V(\Phi)$, que de cierto modo representaría la energía faltante en el universo, además, la densidad de energía de este campo escalar debe disminuir más despacio que la densidad de materia al transcurrir el tiempo. Según los desarrollos hechos en el capítulo anterior, las ecuaciones de Einstein dicen que si es posible encontrar un campo con estas propiedades, pero este debe ser gravitatoriamente repulsivo para que genere la expansión acelerada del universo. Los grupos ya nombrados anteriormente que encontraron observacionalmente el comportamiento anormal de las supernovas tipo “Ia”, expusieron sus resultados a la par con el modelo quintaesencia, el cual daría también la explicación a la expansión acelerada (Saul Perlmutter B. S., 2011).

2.3 Análisis geométrico de la quintaesencia.

Hablando ya de los campos quintaesencia tenemos que tener en cuenta, que el campo quintaesencia está representado por una función continua real de la forma $\Phi(x^\mu, t)$. Este

campo es un sistema de una o varias funciones independientes unas de las otras y al cual, le podemos atribuir una función lagrangiana ec (2.1) que describirá las propiedades que se conservan en el sistema, además hay que tener en cuenta que el campo por ser escalar vamos a decir que no tendrá fuentes y sumideros externos para que permanezca homogéneo y se pueda cumplir el principio cosmológico.

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \Phi \partial^\mu \Phi - V(\Phi) \quad (2.1)$$

Para encontrar las ecuaciones de movimiento de este campo escalar debemos usar las ecuaciones de Euler- Lagrange, para observar el comportamiento de este. La forma de estas ecuaciones para una función con más de una coordenada es,

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \Phi} - \frac{d}{dx^\mu} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \Phi)} \right) = 0 \quad (2.2)$$

Expandiendo las coordenadas para un movimiento en el espacio tiempo tenemos,

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x^0} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x^1} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x^3} \right)^2 \right\} - V(\Phi) \quad (2.3)$$

De acuerdo a lo anterior decimos que las coordenadas las podemos renombrar así,

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \Phi)} = \partial_\mu \Phi \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \Phi} = \frac{dV(\Phi)}{d\Phi} \quad (2.5)$$

Y por consiguiente la ec (2.2) reescrita con estas coordenadas nos queda,

$$\sum_\mu \frac{d^2 \Phi}{(dx^\mu)^2} + \frac{dV(\Phi)}{d\Phi} = 0 \quad \text{ó} \quad \nabla^2 - \frac{1}{c^2 t^2} + \frac{dV(\Phi)}{d\Phi} \quad (2.6)$$

Si observamos el segundo término de la ecuación (2.6), nos damos cuenta que esta terminología ya está en la literatura y en los libros la encontramos con el nombre de

D'Alambertiano, que está determinado por " \square " y representa las cuatro coordenadas del ET (Weinberg, 1972), este tiene la forma,

$$\square = \nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{d^2}{dt^2} \quad \text{ó} \quad \Phi = -\frac{dV(\Phi)}{d\Phi} \quad (2.7)$$

El D'Alambertiano también se puede escribir en función de la conexión afín $\Gamma_{\mu\lambda}^\lambda = \partial_\mu \ln \sqrt{-g}$ y del tensor métrico de FRW, para la métrica del campo escalar (Weinberg, 1972), así,

$$\square\Phi = (\Phi^{;\mu})_{;\mu} = \partial_\mu(\Phi^{;\mu}) + \Gamma_{\mu\lambda}^\lambda(\Phi^{;\mu}) \quad .$$

$$\Phi = (g^{\mu\nu}\Phi_{;\nu}) + \partial_\mu \sqrt{-g}(g^{\mu\nu}\Phi_{;\nu}) \quad (2.8)$$

Reemplazando el tensor métrico contravariante $g^{\mu\nu}$ que está determinado por la diagonal de la matriz anexa en el Apéndice B, y haciendo el determinante de esta matriz para la solución de la ecuación (2.8), hacemos la suma a través del convenio de suma de Einstein y reemplazamos los términos de la formula (2.9), con la cual obtenemos la ecuación (2.10).

$$\text{diag } g^{\mu\nu} = \left(1 - \frac{1 - kr^2}{R^2(t)}, \quad \frac{-1}{R^2(t)r^2}, \quad \frac{-1}{R^2(t)r^2 \sin^2\theta} \right) \text{ y el determinante}$$

$$\sqrt{-g} = \frac{R^3(t)r^2 \sin\theta}{1 - kr^2} \quad (2.9)$$

$$\square\Phi = \Phi_{,00} - \frac{1}{R^2(t)} \left\{ (1 - kr^2)\Phi_{,11} + \frac{1}{r^2}\Phi_{,22} + \frac{1}{r^2 \sin^2\theta}\Phi_{,33} \right\} + \dots + 3H\Phi_{,0}$$

$$- \frac{2(1 - kr^2)}{R^2(t)r}\Phi_{,1} - \frac{\cot\theta}{R^2(t)r^2}\Phi_{,2} \quad (2.10)$$

Tomamos la consideración que el universo a gran escala tiene una curvatura nula $k = 0$, el universo es hiperplano en expansión como ya se había mostrado en el primer capítulo de este trabajo así que (2.10) queda convertida en,

$$\square\Phi = \Phi_{,00} - \frac{1}{R^2(t)} \left\{ \Phi_{,11} + \frac{1}{r^2}\Phi_{,22} + \frac{1}{r^2 \sin^2\theta}\Phi_{,33} \right\} + \dots + 3H\Phi_{,0} - \frac{2}{R^2(t)r}\Phi_{,1}$$

$$- \frac{\cot\theta}{R^2(t)r^2}\Phi_{,2} \quad (2.11)$$

Si escribimos la ecuación (2.11) en forma del operador Laplaciano en coordenadas esféricas se tiene,

$$\nabla^2 = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin\theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2\theta} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \quad (2.12)$$

Contrayendo la ecuación (2.11) con la forma del operador Laplaciano antes descrita obtenemos,

$$\ddot{\Phi} = \Phi_{,00} - \frac{1}{R^2} \nabla^2 \Phi + 3 \frac{\dot{R}}{R} \dot{\Phi}_{,0} \quad (2.13)$$

Y si se reemplaza la ecuación (2.13) en la ecuación (2.7), obtenemos la siguiente expresión,

$$0 = \Phi_{,00} - \frac{1}{R^2} \nabla^2 \Phi + 3 \frac{\dot{R}}{R} \dot{\Phi}_{,0} + \frac{dV}{d\Phi} \quad (2.14)$$

Para interpretar la ecuación anterior debemos tener en cuenta las siguientes consideraciones, la primera es que el campo hipotético quintaesencia, no depende de las coordenadas del ET, la segunda es que según la consideración anterior el campo escalar es homogéneo y la tercera es que retomando las consideraciones anteriores la contribución del Laplaciano será nula, así que en este marco formal el gradiente físico es reemplazado por el gradiente comovil que está acompañado del factor de escala ($\nabla_{Fisico} = R^{-1} \nabla_{Comovil}$), la ecuación final de movimiento de este campo escalar es,

$$\ddot{\Phi} + 3H\dot{\Phi} + V'(\Phi) = 0 \quad (2.11)$$

Si observamos los cálculos presentados en este capítulo debemos considerar que los conceptos, como la lagrangiana y el gradiente se ven ampliados, mostrando nuevas interpretaciones a través de la TGR.

La ecuación de movimiento de la quintaesencia se parece a la de un oscilador armónico amortiguado con el coeficiente de fricción está dado por $3H$, esto sugeriría que el campo iría oscilando mientras el potencial varia en el campo.

Para encontrar cómo evoluciona la densidad de energía de este campo en el tiempo o según el factor de escala, encontramos en la bibliografía el tensor materia-energía usando el teorema de Noether¹, que puede compararse con el tensor momento energía de un fluido perfecto y así hallar la densidad propia del campo quintaesencia y la presión de este campo (Weinberg, 1972), el cual está determinado por la ecuación (2.13) y con la cual haciendo consideraciones con el tipo de densidad lagrangiana escogida para este campo, contendría información referente a las propiedades del sistema que se conservan.

$$T_{\mu\nu} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_\mu \Phi} \partial_\nu \Phi - \mathcal{L} g_{\mu\nu} \quad (2.13)$$

Tensor momento energía fluido perfecto,

$$diag T_{\mu\nu} = (\rho - p - p - p) \quad (2.14)$$

Para caracterizar el campo Φ , se usara el tensor métrico de Minkowsky, pues se desea caracterizar el campo localmente ec(2.15).

$$diag = g_{\mu\nu} (1 - 1 - 1 - 1) \quad (2.15)$$

Al reemplazar la ecuación(2.1) en (2.13) y caracterizándolo con las anteriores consideraciones obtenemos la matriz del tensor materia energía del campo quintaesencia, pero tomaremos solo la componente T_{00} , ya que se le asociara la densidad de energía del campo Φ (ecuación(2.16)).

$$T_{00} = \frac{1}{2} \dot{\Phi}^2 + V(\Phi) + \frac{1}{2} (\nabla\Phi)^2 \quad (2.16)$$

¹ **TEOREMA DE NOETHER:** Expresa que cualquier simetría diferenciable, proveniente de un sistema físico tiene su correspondiente ley de conservación. además de permitir aplicaciones físicas prácticas, este teorema constituye una explicación de porqué existen leyes de conservación y magnitudes físicas que no cambian a lo largo de la evolución temporal de un sistema físico.

Si consideramos el campo como homogéneo en todo el ET, la contribución a la densidad de energía dada por el término $\frac{1}{2}(\nabla\Phi)^2$ será nula, entonces la densidad de energía del campo es,

$$\rho_{\Phi} = \frac{1}{2}\dot{\Phi}^2 + V(\Phi) \quad (2.17)$$

Ahora para hallar la presión del campo quintaesencia hallamos el resto de las componentes del tensor materia-energía, así que,

$$T_{11} = (\partial_1\Phi)^2 + \frac{1}{2}\dot{\Phi}^2 - V(\Phi) - \frac{1}{2}(\nabla\Phi)^2, T_{22} = (\partial_2\Phi)^2 + \frac{1}{2}\dot{\Phi}^2 - V(\Phi) - \frac{1}{2}(\nabla\Phi)^2, T_{33} = (\partial_3\Phi)^2 + \frac{1}{2}\dot{\Phi}^2 - V(\Phi) - \frac{1}{2}(\nabla\Phi)^2 \quad (2.18)$$

Para encontrar la ecuación que determina la densidad de presión del campo Φ sumamos las componentes anteriores y obtenemos,

$$P_{\Phi} = \frac{1}{3}\sum_{i=1}^3 T_{ii}, \quad P_{\Phi} = \frac{1}{2}\dot{\Phi}^2 - V(\Phi) \quad (2.19)$$

La ecuación de movimiento del campo quintaesencia se observa diferente, cuando se hacen las consideraciones de fluido perfecto, esta toma la forma de,

$$\dot{\rho}_{\Phi} + 3H(P_{\Phi} + \rho_{\Phi}) = 0 \quad (2.20)$$

La ecuación (2.26), se llama ecuación de continuidad para este campo, la cual surge de considerar que $P_{\Phi} + \rho_{\Phi} = \dot{\Phi}^2$ y de derivar la densidad de energía respecto al tiempo, como ya se sabe cómo es la ecuación de continuidad, encontraremos la ecuación de estado para este campo escalar así,

$$w_{\Phi} = \frac{P_{\Phi}}{\rho_{\Phi}} = \frac{\frac{1}{2}\dot{\Phi}^2 - V(\Phi)}{\frac{1}{2}\dot{\Phi}^2 + V(\Phi)} \quad (2.21)$$

Si comparamos este valor con la ecuación de estado del universo, son similares según la cuadro (2.1), así que podríamos decir que las evidencias observacionales predicen que los campos quintaesencia son una buena forma de encontrar similitudes en el comportamiento del universo.

Densidad ρ	Presion P	w	Época
ρ_R	$\frac{\rho}{3}$	$\frac{1}{3}$	Dominio de radiación
ρ_M	0	0	Dominio de materia
ρ_Φ	$-\rho$	-1	Dominio de vacío

Cuadro 2.1: Resumen Modelos del Universo para FRW

Si variamos $-1 < w < 0$, nos dan las evidencias observacionales recogidas por los grupos de Perlmutter y Riess, (Saul Perlmutter B. S., 2011).

Si retomamos la ecuación (1.32), de la sumatoria de las densidades de energía existentes en el universo y la tomamos como la total del universo, además considerando que el universo a gran escala tiene una curvatura cero por estar predominando el vacío y si decimos que la contribución de la radiacion es casi nula o muy baja para considerarla (J.P Ostriker, 1995), se escribirá la ecuación (1.32) de la forma,

$$\frac{\dot{R}^2}{R^2} = \frac{8\pi G}{c^4} (\rho_m + \rho_\Phi) \quad (2.22)$$

Entonces los parámetros de densidad o ecuación del universo están dados por,

$$\Omega_m + \Omega_\Phi = 1 \quad (2.23)$$

De acuerdo a lo anterior, reescribiendo la ecuación (2.28) la variación del campo y el potencial de este campo en función del factor de escala del ET, es,

$$H^2 = \frac{K^2}{3} \left(\frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + V(\phi) \right) \quad (2.24)$$

Donde $K = \frac{8\pi G}{3c^4}$, de esta manera se ha tomado que la evolución del factor de escala o radio del universo dependen únicamente de cuál es el campo Φ , asociado a este comportamiento, además de verificar que modelo de campo escalar se acomoda mejor a este comportamiento.

En la literatura se encuentran varios campos escalares que cumplen esta ecuación (Edmund J. Copeland, 1998), los cuales se ajustan a los valores encontrados en las observaciones de las supernovas tipo Ia y que además cubren el faltante de energía en el universo, en el siguiente capítulo se contextualizara sobre las formas de estos campos.

3. Capítulo 3: Formalización Modelo Quintaesencia

3.1 Consideraciones.

Los campos escalares son representaciones de distribuciones de una magnitud escalar, físicamente hablando y en matemáticas se podría decir que es una representación física de las coordenadas.

Cuando se tomó el campo escalar para medir el faltante de energía en el universo, se consideró que solo se necesita un número que determine este faltante y este campo en especial lo dio, así que lo que tratamos de estudiar en este capítulo es que valores se le dan a este campo y cómo evoluciona en el tiempo.

Muchos autores modernos han generado diferentes campos escalares para la explicación de esta fenomenología cosmológica, donde el marco conceptual por el cual ellos se basan es que existen dos diferentes tipos de campos que cumple con este comportamiento los de ley de potencias y los de forma exponencial, en este documento se pretende tomar el de ley de potencias y caracterizar el universo en expansión acelerada mostrando las gráficas que modelan el universo en expansión acelerada, su energía cinética y potencial, la presión y la densidad de dicho campo, por último la evolución de esta energía con el factor de escala.

3.2 Campo Escalar de tipo Ley de Potencias.

En la literatura se encuentran tanto campos exponenciales como por ley de potencias, los campos exponenciales ya fueron caracterizados por trabajos anteriores, entre otros, dentro de la misma facultad de física de la Universidad Pedagógica Nacional, (Camargo,

2008) (Ruiz, 2008), pero sin hallar la evolución de este en el factor de escala, así que aquí se tomaran los de ley de potencias y se profundizara más en el análisis de este.

El potencial que se analizara es de la forma $V(\Phi) = \frac{\lambda}{n} \Phi^n$, este potencial se encuentra en la literatura para solucionar la quintaesencia (Edmund J. Copeland, 1998), y el campo que se solucionara será la ecuación (3.2) para $n=4$,

$$\Phi^{\frac{4-n}{2}}(t) = \Phi_o^{\frac{4-n}{2}} - \frac{4-n}{2} \sqrt{\frac{n\lambda}{24\pi}} t, \quad \text{para } n \neq 4 \quad (3.1)$$

$$\Phi(t) = \Phi_o e^{-\sqrt{\frac{\lambda}{6\pi}} t}, \quad \text{para } n = 4 \quad (3.2)$$

Donde λ es un valor de calibración del campo, dependiendo del valor tomado la contribución será mayor o menor a la densidad de energía del universo y tiene unidades de $\frac{1}{M_p}$, donde M_p son las unidades de Planck. Estas unidades corresponden a la densidad crítica descubierta, la cual toma la constante cosmológica dando un valor de $\rho_c = \frac{10^{-24} g}{cm^3}$ que en unidades de Planck equivale a $\rho_c = 10^{-120} M_p$, donde la masa de Planck es $M_p = 10^{19} GeV/c^2$, por conveniencia geométrica $c=1$ (Cervantes & Santiago, 2007).

La evolución del campo se da con el tiempo cosmológico y si Φ_o será el valor inicial del campo desde los 10^{-34} seg después del Big Bang ya que la era GUT (teoría de la gran unificación), se cree que las fuerzas unificadas se separaron dando origen fugazmente a algunas partículas de materia y antimateria, las cuales desaparecieron en consecuencia de las aniquilantes colisiones entre ellas, luego de esta era energética sucedió la etapa inflacionaria desde el tiempo antes dicho, luego la era inflacionaria se frenó gracias a la gravedad esta etapa se conoce como Era Electro débil. Las primeras piezas que se empezaron a unir débilmente fue en 10^{-6} seg después del Big Bang, después de un minuto se crearon los núcleos atómicos, esta era se llama Nucleosíntesis, cinco minutos después el ritmo de expansión se había detenido fuertemente pero seguía expandiéndose débilmente, esto ayudo a que bajara la temperatura en el universo y se crearan las estructuras que conocemos hoy día, esta evolución se encuentra en la imagen 3.1.

Si tomamos en cuenta la historia de la cosmología y de la evolución del universo, vemos que las energías aparecieron desde la era inflacionaria, así que la quintaesencia también tendría su comienzo en esta época, entonces $t_0 = 10^{-34} \text{seg}$ después del Big Bang. Ahora Φ_0 es el campo que hizo que se generaran las estructuras en otras palabras la masa mínima con la que se crean las estructuras, eso quiere decir que $\Phi_0 = M_p$, donde $M_p = 10^{19} \text{GeV}$ o masa de Planck (Bengochea, 2009) (Edmund J. Copeland, 1998) (J.P Ostriker, 1995) (Zorzano, septiembre 2008) (Cervantes & Santiago, 2007).

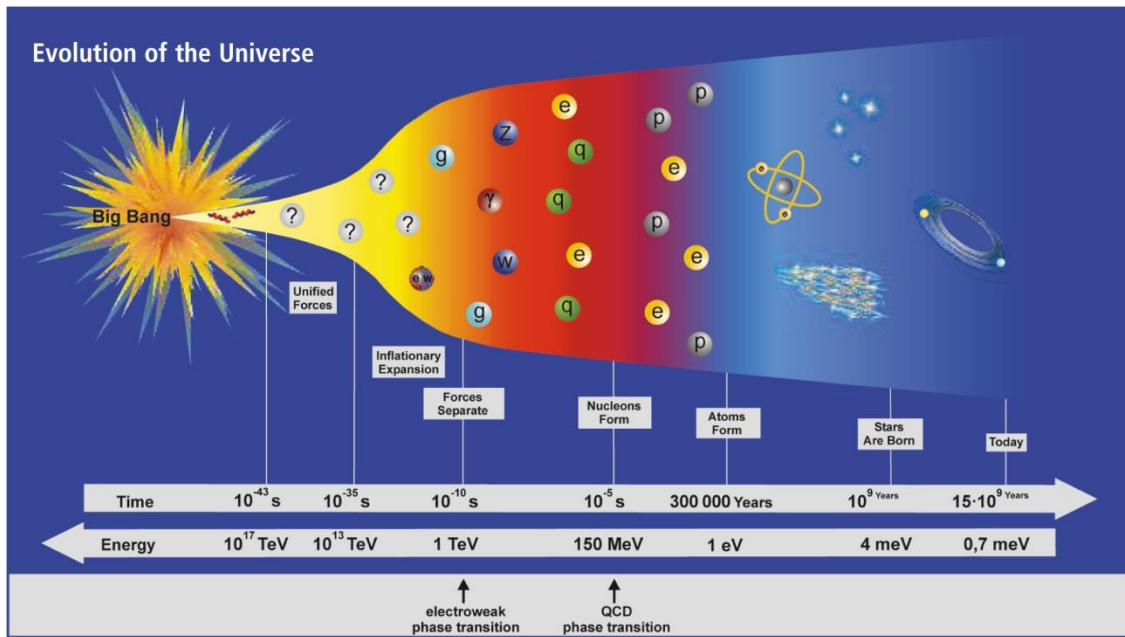


Imagen 3.1: evolución del universo, en el tiempo y dependiente de las energías. (Vicente, 2011)

3.3 Gráficas y Ecuaciones.

Para encontrar cómo evoluciona el campo y sus energías correspondientes se deben encontrara las ecuaciones que modelen este comportamiento, al principio de este capítulo mostramos que potencial se usara ec(3.2), la cual reemplazando los valores correspondientes ya nombrados anteriormente, obtendríamos,

$$\Phi(t) = 10^{19} M_p * e^{-\sqrt{\frac{\lambda}{6\pi}} t} \tag{3.3}$$

Donde el valor de $\lambda = 0.001, 0.0011, 0.0012$, el cual como ya se dijo anteriormente nos dará un valor mayor o menor de este mismo campo, el cual corresponderá a cada interacción de las ondas generadas por el campo.

Para encontrar la evolución del potencial del campo Φ , $V(\Phi)$, reemplazamos en $V(\Phi) = \frac{\lambda}{n} \Phi^n$, la ecuación (3.3), pero sabiendo previamente que el valor que n toma es 4, ya explicado en la parte de arriba de este capítulo, y obtenemos la siguiente ecuación,

$$V(\Phi) = \frac{\lambda}{4} \left(10^{19} Mp * e^{-\sqrt{\frac{\lambda}{6\pi}t}} \right)^4 \quad (3.4)$$

Donde λ , como se dijo en la ecuación anterior, toma ciertos valores para mostrar esta evolución del potencial en el tiempo, para cada una de las energías existentes en el universo.

La parte más complicada es encontrar como es el comportamiento del factor de escala del universo o radio de este, pues la ecuación que se debe resolver es la (2.30), y sus cálculos son extensos.

Así que la ecuación a resolver queda expresada en términos del potencial y del campo escalar así,

$$\frac{\dot{R}}{R} = \sqrt{\frac{K^2}{3} \left(\frac{\dot{\Phi}^2}{2} + V(\Phi) \right)}^{\frac{1}{2}} \quad (3.5)$$

Decimos entonces que $\dot{\Phi}^2$, es la derivada con respecto al tiempo del campo escalar elevada a la segunda potencia la cual está representada por la siguiente expresión,

$$\dot{\Phi}^2 = \Phi_0^2 \left(\frac{\lambda}{6\pi} t \right)^{-1} \left(\frac{\lambda}{6\pi} \right) e^{-2\sqrt{\frac{\lambda}{6\pi}t}} \quad (3.6)$$

Reemplazando en la ecuación (3.5), la ecuación (3.6) y la ecuación del potencial (3.4), tenemos,

$$\frac{\dot{R}}{R} = \sqrt{\frac{K^2}{3} \left(\frac{1}{2} \Phi_0^2 \left(\frac{\lambda}{6\pi} t \right)^{-1} \left(\frac{\lambda}{6\pi} \right) e^{-2\sqrt{\frac{\lambda}{6\pi}t}} + \frac{\lambda}{4} \left(2.8 * 10^{-18} kg * e^{-\sqrt{\frac{\lambda}{6\pi}t}} \right)^4 \right)} \quad (3.7)$$

Sabemos también que $\dot{R} = \frac{dR}{dt}$, así que separamos variables y se genera la integral a resolver, quedando la siguiente expresión,

$$\int_0^R dR = \int_{t_0}^t R(t) \sqrt{\frac{K^2}{3}} \left(\frac{1}{2} \Phi_0^2 \left(\frac{\lambda}{6\pi} t \right)^{-1} \left(\frac{\lambda}{6\pi} \right) e^{-2\sqrt{\frac{\lambda}{6\pi}} t} + \frac{\lambda}{4} \left(2.8 * 10^{-18} * e^{-\sqrt{\frac{\lambda}{6\pi}} t} \right)^4 \right) dt \quad (3.8)$$

Los límites de integración se escogieron de esta forma, ya que debemos encontrar la evolución del factor de escala desde que existe la quintaesencia o t_0 y en todo el tiempo transcurrido. La solución de esta ecuación es,

$$R(t) = \sqrt{\frac{K^2}{3}} \left[\frac{R_0^2}{2} \left(\frac{\Phi_0^2 \lambda}{2 \cdot 6\pi} \left(e^{-2\sqrt{\frac{\lambda}{6\pi}} t} - 1 \right) + \frac{\lambda}{4} \Phi_0^2 \left(e^{-4\sqrt{\frac{\lambda}{6\pi}} t} - 1 \right) \right)^{\frac{1}{2}} - \frac{\Phi_0^2 \lambda}{2 \cdot 6\pi} \left(e^{-2\sqrt{\frac{\lambda}{6\pi}} t} - 1 \right) - \frac{\lambda}{4} \Phi_0^2 \left(e^{-4\sqrt{\frac{\lambda}{6\pi}} t} - 1 \right) \right] \quad (3.9)$$

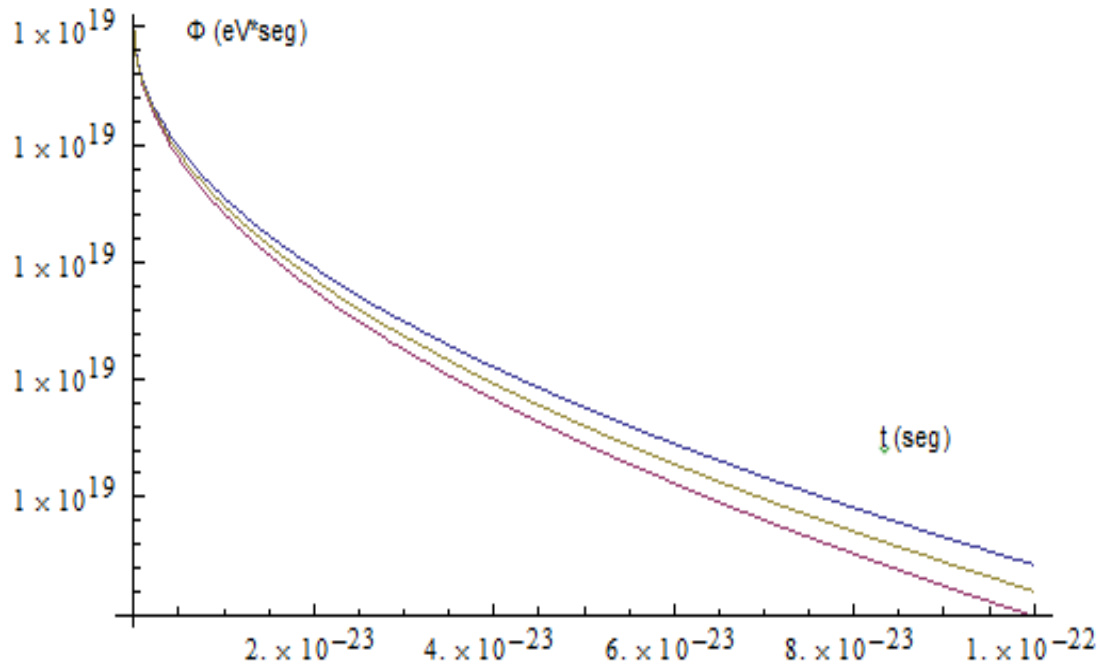
Aunque también se encuentra en la literatura escrita de la forma (Edmund J. Copeland, 1998) (R.R Cadwell, 1998),

$$R(t) = R_0 e^{\frac{4\pi}{n}(\Phi_0^2 - \Phi^2(t))} \quad (3.10)$$

La ecuación (3.9) fue encontrada en este trabajo y evoluciona igual que la encontrada en la literatura, como se mostrara más adelante.

Para analizar las ecuaciones anteriores usaremos graficas hechas en el programa Mathematica 7.0, con el cual se trabajara esta sección, la primera grafica que iremos a analizar será la gráfica de evolución del campo quintaesencia en el tiempo, Figura 3.1.

Campo escalar vs tiempo, con un modelo del universo con $k = -1, w = -1, -\rho$, o universo con curvatura plana, geometría abierta y densidad negativa.



COMIENZO DEL UNIVERSO

Figura 3-1: evolución del campo quintaesencia en el comienzo del universo, la línea azul es para un valor de $\lambda = 0.001$ o valor para el campo quintaesencia y su evolución, la línea verde es para un valor de $\lambda = 0.0011$ y la línea roja es para un valor de $\lambda = 0.0012$.

En la figura 3-1, observamos que la quintaesencia siempre se ha encontrado presente en el universo, pero esta ha tenido valores muy pequeños con respecto a los de las demás energías existentes en el universo, por lo cual fue difícil encontrar su evolución en el principio de la era inflacionaria, la gráfica generada fue modelada con la ecuación (3.3), las otras energías no salen en la gráfica ya que sus valores energéticos eran mucho mayores a los de esta.

También podemos observar en la gráfica que el campo quintaesencia evoluciona igual que los demás campos pero su evolución fue más lenta ya que está asociada a la constante cosmológica esta relación se ve en las ecuaciones (1.29-1.30) y esta a su vez

da cuenta del vacío² en el universo el cual en el principio del universo no predominaba ya que todo se encontraba muy cerca.

campo escalar vs tiempo, con un modelo del universo con $k = -1, w = -1, -\rho$, universo con curvatura plana, geometría abierta y densidad negativa.

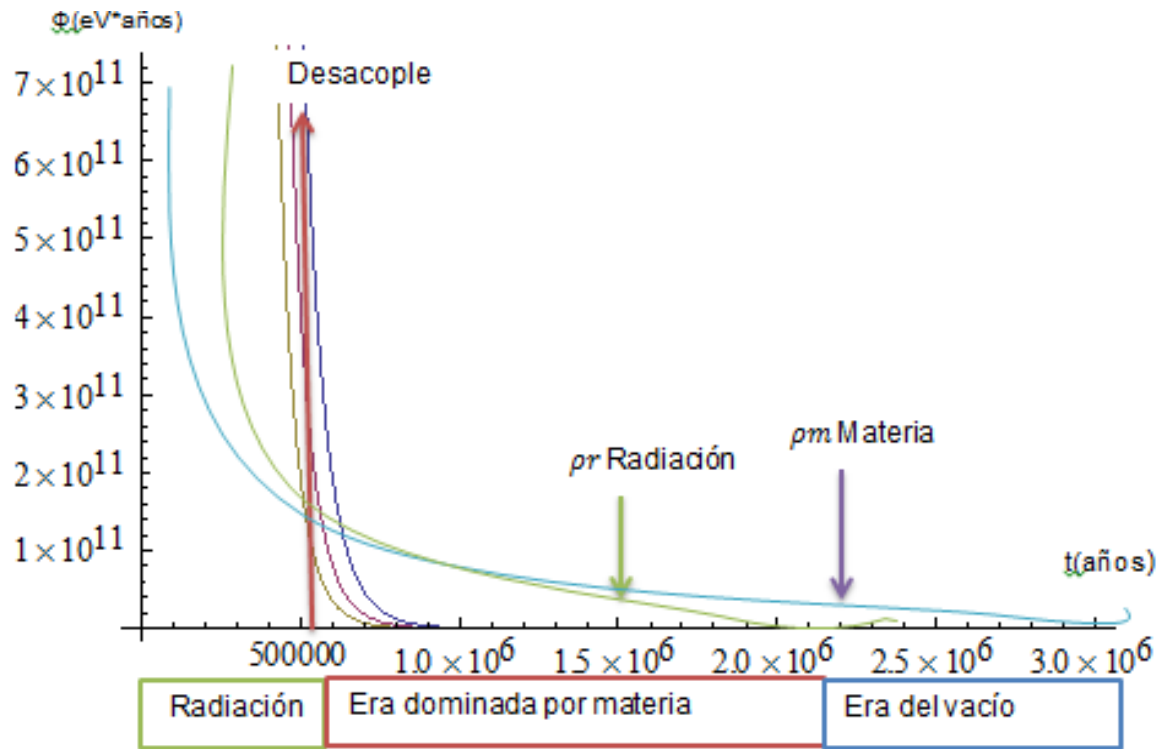


Figura 3-2: grafica de evolución del campo quintaesencia con respecto al tiempo pero ahora hasta nuestro tiempo $t \approx 10^{19}$ años. La línea azul corresponde a un valor de $\lambda = 0.001$, la línea verde es para un valor de $\lambda = 0.0011$ y la línea roja es para un valor de $\lambda = 0.0012$

La grafica 3.2 muestra la evolución del campo escalar quintaesencia y las energías desde el principio del universo donde se ve que su evolución con el campo usado

² En la teoría cuántica de campos el vacío o vacío cuántico es la menor energía posible. Este tipo de vacío se describe como una zona libre de partículas físicas, este también es llamado estado de vacío, aunque esta interpretación es no valida ya que no existe un vacío físico total ya que la teoría cuántica o mecánica cuántica nos dice que en este vacío cuántico hay ondas electromagnéticas fluctuantes y partículas que saltan dentro y fuera de la existencia. Según las modernas teorías de las partículas elementales, el vacío es un objeto físico, se puede cargar de energía y se puede convertir en varios estados distintos. Dentro de su terminología, los físicos hablan de vacíos diferentes. El tipo de partículas elementales, su masa y sus interacciones están determinados por el vacío subyacente.

evoluciona más rápido en el inicio del universo que las otras energías, lo cual no debería ser pues esta energía siempre estará constante durante todo el tiempo de la evolución, lo que se puede observar es que esta si está presente desde el principio del universo así este modelo no cumple con el modelo estándar de la cosmología, además que después de la estabilización de las energías se ve como empieza a tomar un valor constante este campo, ya que hace referencia a la constante cosmológica, aunque no supera a las otras para dar la explicación de la expansión acelerada.

Esta grafica nos muestra también que las energías tanto de la radiación como de la materia no evolucionan después de la era de desacople³ de fuerzas y esto no sucede en la teoría de creación del universo, si se desea comparar con la densidad de energía de la radiación y de la materia revisar las siguientes bibliografías, **(GFR Ellis, 1973)**.

³ El cambio de la era de radiación a la era de materia tuvo lugar cuando el universo tenía aproximadamente $10^{11}s$ de edad. Más tarde, a una edad de alrededor de $10^{13}s$, otro evento importante alteró la opacidad del universo y lo tornó transparente a la radiación. Antes de este evento, la abundante cantidad de electrones obstruía los fotones de la CMBR, que en ese entonces solo podían viajar cortas distancias antes de ser dispersados. Conforme la expansión diluyó la densidad del número de electrones, el trayecto libre promedio de los fotones aumentó. Cuando excedió 1 kpc, el tiempo entre eventos dispersores se volvió igual a la edad del universo en ese momento. Hasta ese punto, la cercana interacción entre luz y materia las había acoplado en un equilibrio termodinámico. Conforme el momento del desacoplamiento se aproximaba, los fotones se desacoplaron de los electrones. La evolución independiente de materia y radiación comenzó con el desacoplamiento. (astrofísica, 2013)

Potencial Campo escalar vs tiempo, con un modelo del universo con $k = -1, w = -1, -\rho$, o universo con curvatura plana, geometría abierta y densidad negativa.

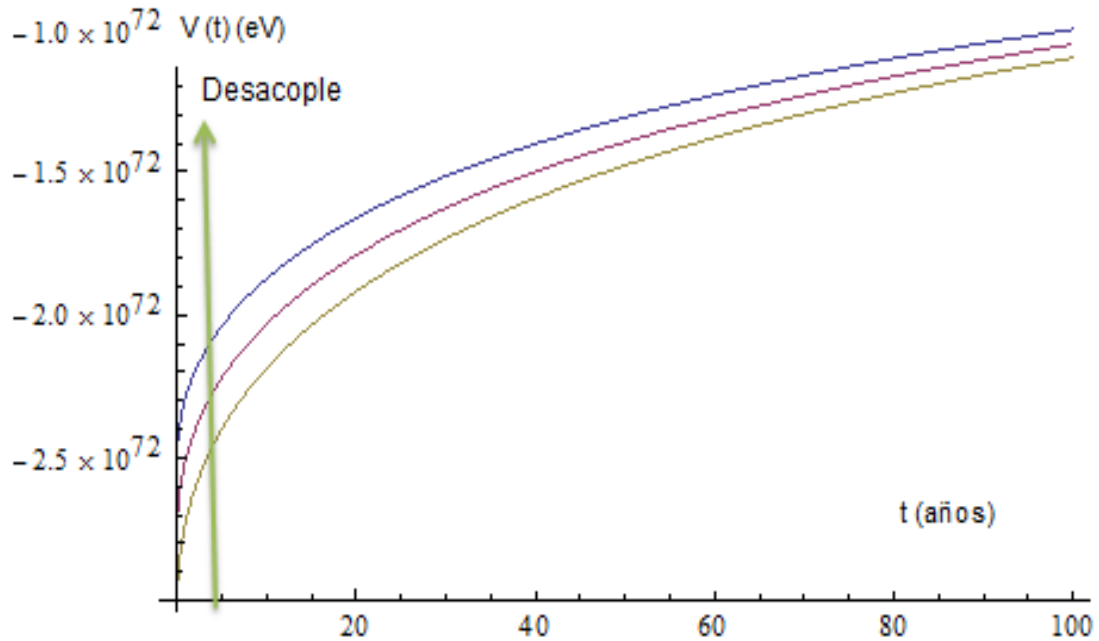


Figura 3-3: potencial asociado al campo quintaesencia, la línea nos presenta evolución y la contribución durante todo el proceso de evolución.

Para encontrar la evolución del potencial asociado a este campo debemos generar la gráfica 3-3 con la ecuación (3.4), la figura 3-3 nos muestra cómo actúa el potencial del campo escalar en el tiempo, así que podemos inferir que el potencial escalar quintaesencia usado en este trabajo es mayor al potencial generado en los otros campo pues su nivel energético es mucho mayor y este además debería tomar un valor constante durante toda la evolución por estar asociado a la constante cosmológica, aunque se observa que este campo va a tomar un valor constante este debería tener este comportamiento desde el inicio del universo.

Para encontrar una relación entre la energía cinética y el potencial, se grafica la energía cinética que tiene la forma,

$$K = \frac{1}{2} \dot{\Phi}^2 = \Phi_0^2 \left(\frac{\lambda}{6\pi} t \right)^{-1} \left(\frac{\lambda}{6\pi} \right) e^{-2\sqrt{\frac{\lambda}{6\pi}} t} \tag{3.11}$$

Energía cinética del campo escalar vs tiempo, con un modelo del universo con $k = -1, w = -1, -\rho$, o universo con curvatura plana, geometría abierta y densidad negativa.

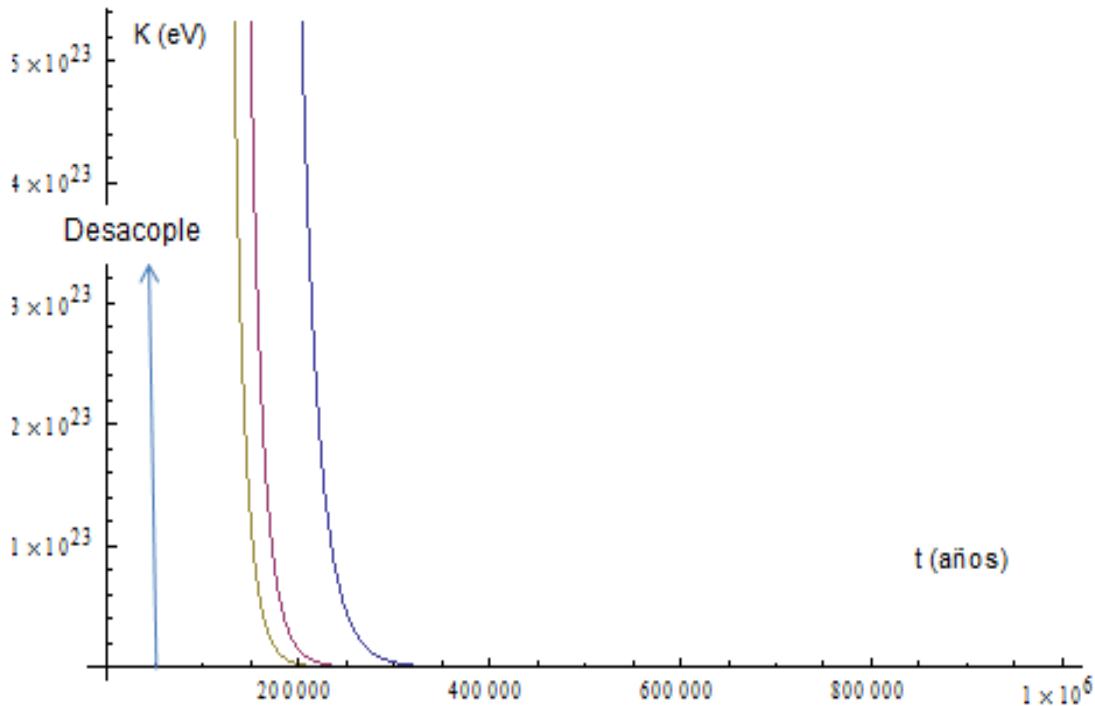


Figura 3-4: Energía cinética del campo quintaesencia. La línea azul corresponde a un valor de $\lambda = 0.001$, la línea verde es para un valor de $\lambda = 0.0011$ y la línea roja es para un valor de $\lambda = 0.0012$, las cuales están basados en las longitudes de onda asociadas al cada campo.

Si observamos la figura 3-4, muestra que en el principio del universo la energía cinética era muy grande y con el pasar del tiempo esta disminuye a medida que la energía potencial de este se estabiliza, eso quiere decir que si evoluciona pero el valor constante que debería tomar no lo hace de inmediato así que siempre evolucionara y no quedarse totalmente constante, eso quiere decir que no será la constante cosmológica, la de los demás campos existentes en la evolución disminuye. Este comportamiento se puede asemejar a las montañas o colinas de potencial donde una esfera que cae casi en caída libre, las energías antes de la caída se suman y a medida que va cayendo la esfera o cuerpo este toma una velocidad constante que genera una energía cinética igual a cero, ya que se vuelve constante su movimiento. Esto sucede en la literatura y se conoce con el nombre de rodadura lenta, porque como ya es conocido por todos, el potencial del quintaesencia tiene una característica gravitacional de ser repulsiva o en otras palabras posee una densidad de presión negativa, lo que daría origen a la explicación de porqué el universo está actualmente en expansión.

La evolución del factor de escala con respecto al campo quintaesencia se mostrara con las dos ecuaciones mostradas la ecuación (3.9) y la ecuación (3.10), donde se observara que el campo quintaesencia está presente siempre en el radio del universo, figura 3-a y figura 3-5 respectivamente, pero este, siempre es constante ya que evoluciona muy poco, lo que en realidad genera la expansión acelerada es que las otras energías hayan cambiado su comportamiento y la quintaesencia este por encima de ellas.

Campo escalar vs tiempo, con un modelo del universo con $k = -1, w = -1, -\rho$, o universo con curvatura plana, geometría abierta y densidad negativa.

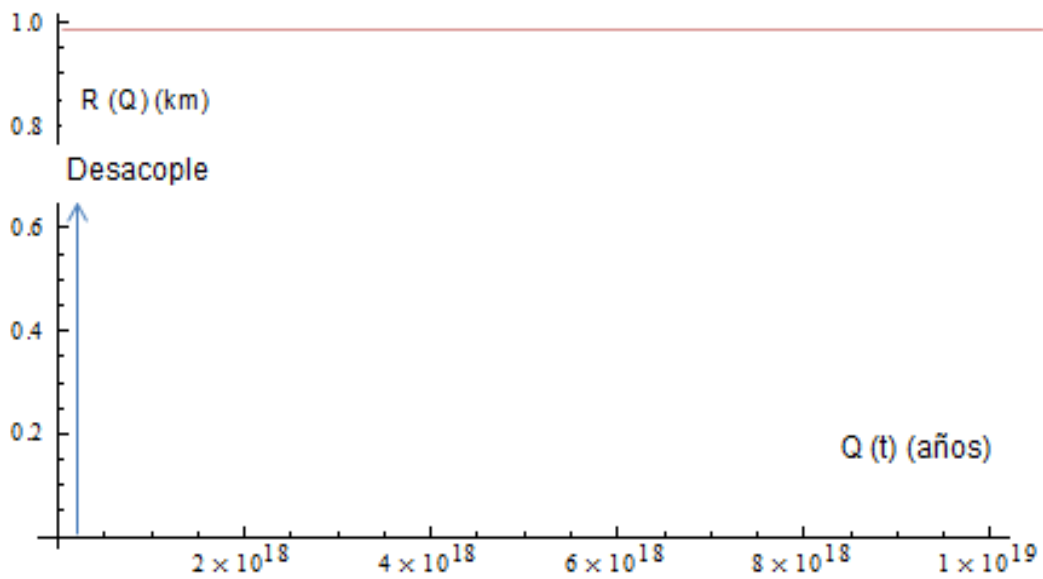


Figura 3-5: aquí se muestra como varia el factor de escala con respecto al campo quintaesencia, pero se muestra que el campo no varía, es constante en el tiempo. Ecuación (3.9)

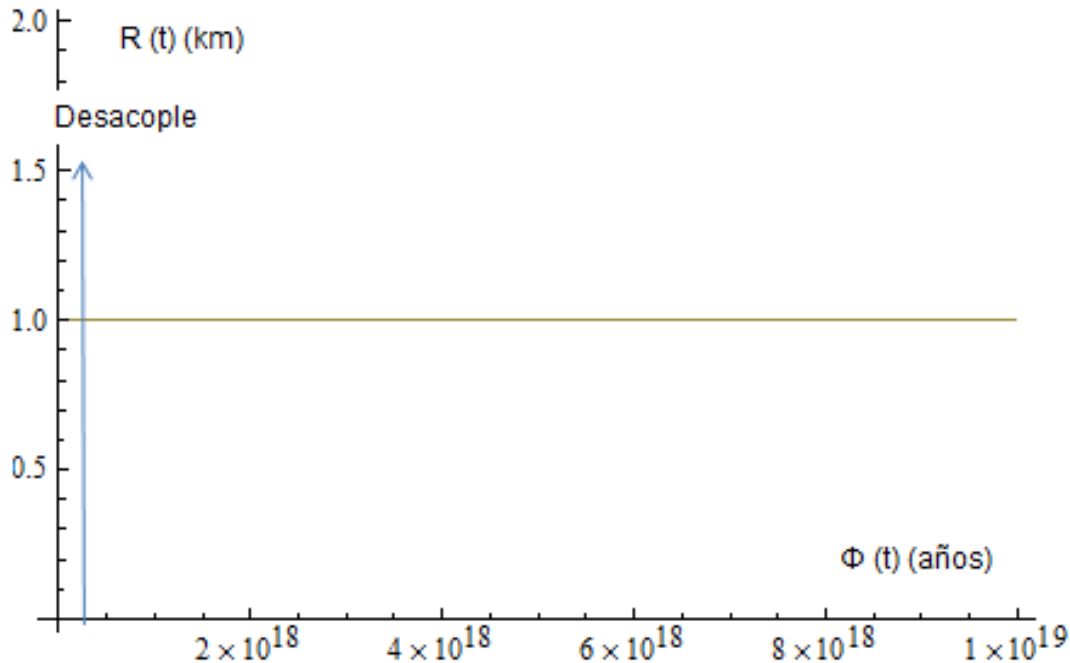


Figura 3-6: evolución del factor de escala respecto al campo quintaesencia para la ecuación (3.10).

Si observamos las gráficas son iguales y lo que nos predice es un universo estatico muy parecido al de Einstein, pues el factor de escala no evoluciona, sino permanece constante en el tiempo. Eso quiere decir que no se mueve el radio del universo pero que si hay evolución o transformación en el tiempo, así que el campo usado en este trabaja no cumple con las exigencias de la expansión acelerada y al contrario deja el universo estatico y cilíndrico en el tiempo. Esto sucede para las dos graficas que me determinan la evolución del factor de escala hallado en el trabajo y la que se encuentra en la literatura por ley de potencias, las dos ecuaciones dan graficas constantes en las cuales no evolucionan o cambia el radio del universo.

Si vamos a observar las supernovas tipo Ia y su comportamiento con respecto al factor de escala, el corrimiento al rojo predice un factor de escala mayor al predicho por el modelo estándar de la cosmología, si eso pasa con las supernovas tipo Ia el factor de escala debería evolucionar, como este campo no lo hace este campo no predice un universo en expansión acelerada.

4. Conclusiones

- El modelamiento del universo a través de campos escalares, resuelve los problemas de la cosmología moderna, uno de ellos el del faltante de energía, el cual se le asocia a la energía del vacío que tiene unas características específicas como un potencial que no evoluciona tan rápido como el de las otras igual que con la energía cinética, pero el cual en este trabajo no se cumple pues el factor de escala no evoluciona así que no genera la expansión acelerada en el universo.
- Se pueden generar los campos escalares de dos formas matemáticas, una es la exponencial (Ruiz, 2008), que comparándola con la de ley de potencias, da una mayor evolución a este campo quintaesencia, esto de acuerdo a la tesis nombrada en este mismo párrafo como referencia, ya que evoluciona en el tiempo con más facilidad, y no permanece constante desde un principio del universo, además a través de un campo exponencial si da una expansión acelerada y las energías de este tipo de campo si generan un campo constante durante toda la evolución, mientras que con el de ley de potencias las energías toman un valor constante pero las energías siempre van a ser superiores a este, excepto en el principio del universo..
- La presión de este campo escalar varía en negativo, al contrario de los campos escalares normales como se ve en la ecuación (2.19), en la cual vemos que el potencial es negativo y nos da cómo se comporta la densidad de presión de la quintaesencia, aunque es negativa esta densidad el campo usado no realiza expansión acelerada en cambio genera un universo estático ya que sus energías después del desacople se encuentran por debajo de las otras energías.
- La densidad total del campo en cambio es positiva y se observa en la ecuación (2.17), a través del potencial del campo escalar.
- Modelando la ecuación de estado de los campos escalares se puede observar el mismo comportamiento del universo a gran escala descrito por las ecuaciones de FRW, a través del cual se generaba la ecuación del faltante de energía, que

relaciona directamente la geometría del sistema con la distribución materia energía existente en el universo.

- Según las gráficas el potencial asociado al campo quintaesencia no estaba presente en el comienzo del universo, por esta razón las otras energías fueron las que predominaron.
- La energía cinética de este campo en particular que modela la quintaesencia, disminuye en el tiempo por esta razón ahora su energía potencial es la que modela el faltante de energía atribuido al vacío, en este caso, constante cosmológica.
- La expansión acelerada del universo se puede generar por campos quintaesencia, sin embargo la modelización de las supernovas tipo Ia, para encontrar la curva ancha que caracteriza su comportamiento, esta fuera del propósito de este trabajo, sin embargo se nombran en todo el trabajo para demostrar, que hay una evidencia observacional que es base para la explicación de esta expansión y que además es punto de partida para otro desarrollo matemático que generaría otra monografía en cosmología

A. Apéndice: Conexión afín

- $\Gamma_{11}^0 = R(t)\dot{R}(t)(1 - kr^2)^{-1}$;
- $\Gamma_{22}^0 = R(t)\dot{R}(t)r^2$;
- $\Gamma_{33}^0 = R(t)\dot{R}(t)r^2 \sin^2 \theta$;
- $\Gamma_{11}^1 = kr(1 - kr^2)^{-1}$;
- $\Gamma_{22}^0 = -r(1 - kr^2)$;
- $\Gamma_{11}^0 = -r(1 - kr^2)\sin^2 \theta$;
- $\Gamma_{01}^1 = \Gamma_{10}^1 = \Gamma_{02}^2 = \Gamma_{20}^2 = \Gamma_{30}^3 = \Gamma_{03}^3 = \frac{\dot{R}(t)}{R(t)}$;
- $\Gamma_{12}^2 = \Gamma_{21}^2 = \Gamma_{13}^3 = \Gamma_{31}^3 = \frac{1}{r}$;
- $\Gamma_{33}^2 = -\sin \theta \cos \theta$;
- $\Gamma_{23}^3 = \Gamma_{32}^2 = \cot \theta$;

La conexión afín me da las coordenadas del espacio tiempo, en universos homogéneos, además me describe como cada componente del ET, es atribuido a cada uno de los movimientos o de los fenómenos que se quieren caracterizar.

La relación entre los símbolos de Cristofell y el tensor métrico es la siguiente:

$$\Gamma_{\mu\nu}^{\sigma} = \frac{1}{2} g^{\sigma\alpha} \left(\frac{\partial g_{\mu\alpha}}{\partial x^{\nu}} + \frac{\partial g_{\nu\alpha}}{\partial x^{\mu}} + \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^{\alpha}} \right).$$

B. Apéndice: tensor métrico FRW

La métrica de deSitter es una variedad lorentziana análogo a una esfera en geometría riemanniana. Esta tiene curvatura constante y positiva y es maximalmente simétrico.

Para relatividad general el espacio de Sitter es la solución del vacío maximalmente simétrico de las ecuaciones de Einstein con la constante cosmológica positiva (repulsiva).

Si el número de dimensiones es $n=4$, entonces esta métrica corresponderá a un modelo de universo en expansión acelerada.

El usado es el siguiente:

$$g_{\mu\nu} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{R^2}{1-kr^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r^2R^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r^2R^2\text{sen}^2\theta \end{vmatrix}$$

Donde las componentes del tensor son las siguientes:

- $g_{00} = 1$;
- $g_{11} = \frac{R^2}{1-kr^2}$;
- $g_{22} = r^2R^2$;
- $g_{33} = r^2R^2\text{sen}^2\theta$

C. Apéndice: Solución factor de Escala del Universo.

Teniendo la ecuación de distribución energías en el universo pero dependiente del campo escalar, despejamos el factor de escala separando variables de la ecuación diferencial (1)

$$\frac{\dot{R}}{R} = \sqrt{\frac{K^2}{3}} \left(\frac{\dot{\phi}^2}{2} + V(\phi) \right)^{1/2} \quad (1)$$

Sabiendo que el campo escalar está representado por la ecuación (2) y el potencial referido a la ecuación (3)

$$\phi^2 = \phi_o^2 \left(\frac{\lambda}{6\pi} t \right)^{-1} \left(\frac{\lambda}{6\pi} \right) e^{-2\sqrt{\frac{\lambda}{6\pi}} t} \quad (2)$$

$$V(\phi) = \frac{\lambda}{4} \left(\phi_o e^{-2\sqrt{\frac{\lambda}{6\pi}} t} \right)^4 \quad (3)$$

Reemplazando en la ecuación (1) el valor del campo y el potencial tenemos la siguiente ecuación a resolver.

$$\frac{\dot{R}}{R} = \sqrt{\frac{K^2}{3}} \left(\frac{\phi_o^2}{2} t e^{-2\sqrt{\frac{\lambda}{6\pi}} t} + \frac{\lambda}{4} \left(\phi_o e^{-\sqrt{\frac{\lambda}{6\pi}} t} \right)^4 \right)^{1/2} \quad (4)$$

Por separación de variables tenemos la siguiente ecuación,

$$\frac{dR}{dt} = R(t) \sqrt{\frac{K^2}{3}} \left[\frac{\phi_0^2}{2} t e^{-2\sqrt{\frac{\lambda}{6\pi}t}} + \frac{\lambda}{4} \left(\phi_0 e^{-\sqrt{\frac{\lambda}{6\pi}t}} \right)^4 \right]^{\frac{1}{2}},$$

$$R = \sqrt{\frac{K^2}{3}} \int_{t_0}^t R(t) \left[\frac{\phi_0^2}{2} t e^{-2\sqrt{\frac{\lambda}{6\pi}t}} + \frac{\lambda}{4} \left(\phi_0 e^{-\sqrt{\frac{\lambda}{6\pi}t}} \right)^4 \right]^{\frac{1}{2}} dt \quad (5)$$

La ecuación a resolver es la (5) la cual se resuelve por partes así,

$$u = \left[\frac{\phi_0^2}{2} t e^{-2\sqrt{\frac{\lambda}{6\pi}t}} + \frac{\lambda}{4} \left(\phi_0 e^{-\sqrt{\frac{\lambda}{6\pi}t}} \right)^4 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (6)$$

$$du = \frac{1}{2} \left[\frac{\phi_0^2}{2} t e^{-2\sqrt{\frac{\lambda}{6\pi}t}} + \frac{\lambda}{4} \left(\phi_0 e^{-\sqrt{\frac{\lambda}{6\pi}t}} \right)^4 \right]^{-\frac{1}{2}} \left[\frac{\phi_0^2}{2} e^{-2\sqrt{\frac{\lambda}{6\pi}t}} - \frac{\phi_0^2}{2} t \left(\frac{\lambda}{6\pi} t \right)^{-\frac{1}{2}} \frac{\lambda}{6\pi} e^{-2\sqrt{\frac{\lambda}{6\pi}t}} - 2 \left(\frac{\lambda}{6\pi} t \right)^{-\frac{1}{2}} \left(\frac{\lambda}{6\pi} \right) \frac{\lambda}{4} \phi_0^4 e^{-4\sqrt{\frac{\lambda}{6\pi}t}} \right] dt \quad (7)$$

$$dv = R(t) dt \quad (8)$$

$$v = \frac{R^2(t)}{2} - \frac{R_0^2}{2} \quad (9)$$

Tomando la fórmula de integrales por partes $u dv = uv - \int v du$ resolvemos la ecuación (5), ya sabiendo de antemano como son sus términos en la parte de arriba mostrados, así que quedaría de la siguiente forma

$$\begin{aligned}
R = \sqrt{\frac{K^2}{3}} & \left\{ \left[\frac{\phi_o^2}{2} t e^{-2\sqrt{\frac{\lambda}{6\pi}t}} + \frac{\lambda}{4} \left(\phi_o e^{-\sqrt{\frac{\lambda}{6\pi}t}} \right)^4 \right]^{\frac{1}{2}} \left[\frac{R^2(t)}{2} - \frac{R_o^2}{2} \right] - \int_{t_o}^t \left(\frac{R^2(t)}{2} - \right. \right. \\
& \left. \left. \frac{R_o^2}{2} \right) \frac{1}{2} \left[\frac{\phi_o^2}{2} t e^{-2\sqrt{\frac{\lambda}{6\pi}t}} + \frac{\lambda}{4} \left(\phi_o e^{-\sqrt{\frac{\lambda}{6\pi}t}} \right)^4 \right]^{-\frac{1}{2}} \left[\frac{\phi_o^2}{2} e^{-2\sqrt{\frac{\lambda}{6\pi}t}} - \frac{\phi_o^2}{2} t \left(\frac{\lambda}{6\pi} t \right)^{-\frac{1}{2}} \frac{\lambda}{6\pi} e^{-2\sqrt{\frac{\lambda}{6\pi}t}} - \right. \right. \\
& \left. \left. 2 \left(\frac{\lambda}{6\pi} t \right)^{-\frac{1}{2}} \left(\frac{\lambda}{6\pi} \right) \frac{\lambda}{4} \phi_o^4 e^{-4\sqrt{\frac{\lambda}{6\pi}t}} \right] dt \right\} \quad (10)
\end{aligned}$$

Para seguir resolviendo las integrales siguientes se hace el mismo procedimiento por partes hasta encontrar la siguiente respuesta, ecuación (11), la cual se encuentra después de simplificar los términos comunes.

$$\begin{aligned}
R(t) = \sqrt{\frac{K^2}{3}} & \left[\frac{R_o^2}{2} \left(\frac{\Phi_o^2}{2} \frac{\lambda}{6\pi} \left(e^{-2\sqrt{\frac{\lambda}{6\pi}} - 1} \right) + \frac{\lambda}{4} \Phi_o^2 \left(e^{-4\sqrt{\frac{\lambda}{6\pi}} - 1} \right) \right)^{\frac{1}{2}} - \frac{\Phi_o^2}{2} \frac{\lambda}{6\pi} \left(e^{-2\sqrt{\frac{\lambda}{6\pi}} - 1} \right) \right. \\
& \left. - \frac{\lambda}{4} \Phi_o^2 \left(e^{-4\sqrt{\frac{\lambda}{6\pi}} - 1} \right) \right] \quad (11)
\end{aligned}$$

La ecuación (11) representa cómo evoluciona el factor de escala en el tiempo, de esta se graficó en el capítulo 3 la evolución de este.

Bibliografía

- Al, K. R. (2003). Astrophys. En K. R. Al, *Astrophys* (págs. J 593-102).
- Anderson, J. L. (1967). Principles of Relativity Physics . En J. L. Anderson, *Principles of Relativity Physics* . chapter 9: pag.313.
- astrofísica, d. (3 de noviembre de 2013). *astrofísica*. Recuperado el 4 de noviembre de 2013, de www.astro.ugto.mx
- ASTRONOMIA. (16 de MAYO de 2010). *ASTRONOMIA*. Recuperado el 5 de MAYO de 2013, de WWW.ASTRONOMIA.COM
- Bengochea, G. R. (2009). Modelos para la expansion acelerda del universo. *tesis doctoral*. U. Buenos Aires.
- Camargo, Y. D. (2008). *Fromacion de estructura en un universo con materia oscura fria*. UPN: monografía.
- Carrol, S. M. (1997). Lectures Notes on General Relativity. En S. M. Carroll, *Lectures Notes on General Relativity* (pág. chapter 8). californa: university California.
- Carrol, S. M. (2001). The Cosmological constant living Review in Relativity.
- Cervantes, J., & Santiago, D. L. (2007). Cosmología hoy: una revisión. *Revista Integración*, 99-129.
- Edmund J. Copeland, A. R. (1998). Exponential Potentials and cosmological Scaling solutions. *The Astrophysics Review*, 1-6.
- GFR Ellis, S. H. (1973). The large scale structure of space time. *Cap. 7*(134-137).
- GFR, S. H. (1973). the large Scale structure of space time. En G. Ellis. cambridge university perss.
- J.P Ostriker, P. J. (1995). The Observational case for a low-density universe with a none-zero cosmological constant. *Letters to Nature*, 600-602.

-
- Key Davidson, G. S. (1994). *Arrugas en el tiempo*. España: Plaza and Janes Editores S.A.
- Paul J. Steinhardt, D. W. (2003). *Dark Energy, Inflation and Extra Dimensions*. California: Princeton Center for Theoretical Science.
- Peebles, P. (1984). *Astrophys.* 27(321).
- R.R Cadwell, R. D. (1998). Cosmological Imprint of an Energy Component with General Equation of State. *Physical Review Letters*, 1582-1595.
- Ruiz, F. J. (2008). *Caracterizacion de un potencial quintaesencia*. U.P.N: Monografia.
- S. Perlmutter, G. A. (1998). Measurements of gamma and Lamnda from 42 high redshift supernovae . *The Astrophysical Journal*, 1-33.
- Sanchiz, J. U. (1993). *La estructura del espacio-tiempo, Erwin Schrödinger*. España: Alianza editorial.
- Saul Perlmutter, B. P. (2003). Measuring cosmology with Supernovae. *Physical Review Letters*, 1-24.
- Saul Perlmutter, B. S. (2011). *For the discovery of the accelerating expansion of the universe through observatuions of distant supernovae*. Nobel.
- Seife, C. (2003). El gran paso adelante del año: Iluminando el universo oscuro. *Science*, 302 2038-2039.
- Steinhardt, P. J. (17 de septiembre de 2003). a quintessential introduction to dark energy. *Royal society Publishing*, págs. 2497-2513.
- Steinhardt, P. J. (2003). *Quintessential Cosmology and Cosmic Acceleration*. department Physics: Prince University.
- Torregrosa, A. (abril de 2011). *Relatividad.org*. Recuperado el 3 de octubre de 2013, de Relatividad.org: <http://cosmologia.relatividad.org/dens-cos.htm>
- Vicente, J. (28 de octubre de 2011). *CMC*. Recuperado el 3 de agosto de 2013, de http://cmcjosevicente.blogspot.com/2011_10_01.archive.html
- Weinberg, S. (1972). Gravitation and Cosmology: Principles and Aplications of the general Theory of Relativity . En S. Weinberg, *Gravitation and Cosmology: Principles and Aplications of the general Theory of Relativity* .
- Zorzano, J. (septiembre 2008). El modelo estandar. Pilares basicos de la cosmologia . *Departamento de fisica aplicada a la ingenieria industrial, UPM*, 7.

