ESTRUCTURA CAUSAL EN EL MODELO COSMOLÓGICO DE GÖDEL

Miguel Ángel Rodríguez Linares

Linea de profundización

LA ENSEÑANZA DE LA FÍSICA Y LA RELACIÓN FÍSICA MATEMÁTICA

DEPARTAMENTO DE FÍSICA

FACULTAD DE CIENCIAS Y TECNOLOGÍA

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

2012-2

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

FACULTAD DE CIENCIAS Y TECNOLOGÍA

ESTRUCTURA CAUSAL EN EL MODELO COSMOLÓGICO DE GÖDEL

por

Miguel Ángel Rodríguez Linares

asesor

Yesid Cruz

"Monografía" presentada para obtener el título como Licenciado en Física

BOGOTÁ D.C.

COLOMBIA

Agradecimientos

Agradezco a mi padre y mi madre que a pesar de las adversidades siempre me apoyaron para seguir con mis estudios además de brindarme fortaleza en los momentos mas complejos de mi carrera.

También agradezco a mi novia ya que engrandecio mi espíritu para culminar esta monografía a tiempo y al profesor Yesid Cruz que me motivó en todo momento de la elaboración de este trabajo siendo además de un tutor un amigo.

Por último agradezco a mi gran amigo y futuro arquitecto Jonathan Lozano el cual me ayudo a elaborar la gran mayoría de las imágenes de esta monografía, además de Jorge García quien me colaboró en gran proporción con la elaboración de la parte matemática de la misma.

“Si mañana planeo un viaje a hoy para decirme ‘hola’, ¿por qué hoy no tengo un doble al lado mío diciéndome ‘hola’?”

Resumen análitico

Tipo de documento: Trabajo de Grado.

Acceso al documento: Universidad Pedagógica Nacional

Título del documento: Sobre la Causalidad en el Universo de Gödel

Autor: Miguel Ángel Rodríguez Linares

Publicación: Bogotá, 2012.

Palabras clave: Espacio, tiempo, espacio-tiempo, geometría, simultaneidad, curvatura y variedad

0.1. Descripción

Este escrito muestra por medio de un estudio epistemológico sobre la causalidad en el modelo Minkowskiano y el de Gödel; más concretamente dentro del espacio tiempo semiriemaniano de Minkowsky en la teoría de la relatividad especial y el modelo de Gödel como solución a la ecuación de campo de Einstein en la teoría de la relatividad general. Se realiza un análisis de cómo la estructura causal se rompe a partir de las propiedades del espacio tiempo y como esta va ligada al cono de luz.

0.2. Fuentes

Alemañ Berenguer, Pérez Selles, j.f ., Una nueva propuesta didáctica para la enseñanza de la relatividad en el bachillerato, Alemañ Berenguer, r.a1 .y Pérez Selles, j.f .

Bert Janssen, Breve repaso de la relatividad especial, Universidad de Granada, 18071 Granada, Spain.

G. Dautcourt, The lightcone of Gödel-like spacetimes. September 27, 2010

James B. Hartle, General Relativity in the Undergraduate Physics Curriculum, Department of Physics University of California, Santa Barbara, CA 93106-9530 (Dated: February 3, 2008)

M. Rooman and P. Spindel, Gödel metric as a squashed anti-de Sitter geometry, Class. Quant. Grav. 15 (1998) 3241, [arXiv:gr-qc/9804027].

Nemeti, I., Madarasz, J. X., Andreka, H. and Andai, A.Visualizing some ideas about Gödel-type rotating universes. November 18, 2008.

Teaching General Relativity. Robert M., Wald Enrico Fermi Institute and Department of Physics The University of Chicago, Chicago, IL 60637, USA February 4, 2008.

0.3. Contenidos

Se presenta una problemática y justificación del trabajo, en donde se hace referencia a la importancia de estudiar conceptos, especialmente el espacio tiempo en la física desde un ámbito epistemológico que permita identificar la causalidad y como esta va ligada a la geometría, todo esto de una manera comparativa y tomando conceptos básicos que permitan la comprensión de los que se podrían llamar complejos.

Capítulo I: La Causalidad en la Teoría Especial de la relatividad

La influencia de los estudios de Poincaré y el análisis de la geometría, generan el rompimiento de los postulados de Euclides, surgiendo las geometrías curvas relacionadas a coeficientes de curvatura negativos, como en el caso de la geometría hiperbólica. Esta geometría es retomada por Minkowsky y por medio de una solución matemática destaca la unificación del espacio-tiempo a través de una representación; mas precisamente, el cono de luz; dicha geometría permite evidenciar de una manera más gráfica el principio de causalidad, como una red que explica a través de los conos de luz y el formalismo de la geometría.

Capítulo II: Caracterización del modelo cosmológico de Gödel.

El universo de Gödel es una de las soluciones exactas a la ecuación de campo de Einstein, que posee varias propiedades que lo llevan a ser un modelo no causal a nivel global. Para poder llegar a la afirmación anterior es necesario describir a fondo cada una de las propiedades o mejor dicho las características que propone el autor para que su métrica satisfaga las ecuaciones de campo de Einstein; al lograr comprender dichas características será mas facil para el lector comprender la causalidad en este modelo.

Capítulo III: Análisis causal del modelo cosmológico de Gödel.

Con los fundamentos sobre relatividad especial y las caracteristicas del modelo cosmológico de Gödel abordados en los capítulos 1 y 2 respectivamente, se guiará al lector acompañado de una serie de gráficas afines al universo de Gödel para que el mismo comprenda como se viola la causalidad a nivel global y como esta se encuentra muy enlazada al espacio-tiempo, todo esto gracias al manejo y conceptualización de los conos de luz de Minkowski.

0.4. Metodología

Análisis de la estructura causal en los espacio tiempo de los modelos de Minkowsky y Gödel a partir de los siguientes ejes:

1. Un criterio comparativo que permita ordenar y relacionar las diferentes variables objeto de estudio. La comparación tiene por objeto descubrir las semejanzas, las diferencias y las diversas relaciones que pueden establecerse en los dos modelos.

2. El aprendizaje significativo relacionando la información nueva con la que ya posee (Universo de Gödel y Relatividad Especial respectivamente), reajustando y reconstruyendo ambas informaciones en este proceso. Dicho de otro modo, la estructura de los conocimientos previos condiciona los nuevos conocimientos y experiencias, y éstos, a su vez, modifican y reestructuran aquellos.

0.5. Conclusiones

El espacio-tiempo de Minkowsky pone en manifiesto la unificación del espacio-tiempo, siendo también un instrumento geométrico especialmente adaptado para la explicación de los fenómenos relativistas, para nuestro caso, la simultaneidad y la causalidad. Gracias a dicha herramienta que tiene como representación geométrica el cono de luz es posible el visualizar dichos fenómenos de manera mas gráfica proporcionando lo que puede ser una mejor comprensión de estos fenómenos. Teniendo como base dicha representación que nos define el comportamiento causal para cada particula en el universo esta se puede utilizar también como herramienta para la comprensión de este fenómeno en modelos mas complejos, para nuestro caso, el MRG.

El cono de luz define la causalidad para una partícula pero este se ve afectado por el constante movimiento de rotación que tiene toda la materia en el MRG, trayendo como consecuencia de que para un marco de referencia privilegiado la inclinación de los conos cambie con relación a la distancia que lo separe de una particula distante. El anterior efecto de inclinación conlleva a que solo exista una causalidad a nivel local pero no global ya que el cono de luz de un viajero se puede inclinar tanto que lo que significa para el marco de referencia privilegiado un aumento de tiempo en dirección positiva no conlleva un aumento de tiempo en la misma dirección para una partícula lejana.

La causalidad global esta estrechamente ligada y depende en su totalidad de que tan lejos esté un observador de otro, es decir, de la distancia que los separe; Lo anterior trae como gran consecuencia de que si la distancia entre el observador privilegiado y una partícula viajera es menor en magnitud al radio crítico del universo solamente existirán líneas de mundo de longitud infinitas que nunca se vuelven a aproximar a ninguno de sus puntos precedentes (líneas de mundo abiertas), pero si dicha distancia que las separa es igual o mayor en magnitud a la del radio crítico del universo dará lugar a la existencia de líneas de mundo cerradas consiviendo a que una particula se encuentre consigo misma.

La solución planteada por Gödel a las ECE es una solución matemáticamente exacta que a su vez puede ser denominada como irracional, ya que conlleva una serie de comportamientos paradójicos que van ligados a lo ilógico y no comprobable ,además de poseer dicho universo unas propiedades que se pueden describir como exóticas, tales como el tipo de materia y su constante rotación, una constante cosmológica que evita su expansión y la mas relevante de todas, la existencia de líneas de mundo cerradas.

A pesar de que el concepto de retrocausalidad es algo que puede ser denominado como ilógico desde el criterio de la física moderna es interesante el aporte de Gödel al utilizar una herramienta tan fuerte en el campo de la TGR como lo son las ECE para desarrollar una solución a las mismas que impliquen un universo que viole las leyes de la naturaleza.

Autor del resumen analítico: Miguel Ángel Rodríguez Linares.

0.6. Problemática

El modelo Minkowskiano muestra como es la causalidad a partir de un modelo geométrico llamado cono de luz, dicho modelo representa en ocasiones una herramienta didactica que lleva una mejor comprensión de la Teoría Especial de la Relatividad. En el caso de la Teoría General de la Relatividad dicho cono de luz también es utilizado para definir la causalidad pero se genera cierto tipo de abstracción gracias a que dicha teoría abarca los marcos de referencia no inerciales. La abstracción de la TGR se debe al alto nivel matemático que posee haciendo complejo su aprendizaje; esto en consecuencia llevaría al estudiante a un interpretación erronea de los diferentes modelos cosmológicos propuestos a partir de la solución a la ecuación de campo de Einstein entre ellas la planteada por Kurt Gödel. La importancia del trabajo de Gödel radica en que es una solución exacta a las ecuaciones de campo y que su geometría conlleva a una retrocauslidad global, pero dicho comportamiento no causal puede ser demostrado a partir del comportamiento de los conos de luz, siendo la modelación de dicho comportamiento la mejor herramienta para la comprensión de la ya llamada retrocausalidad. A partir de la problematica anteriormente planteada surge la siguiente pregunta problema:

- ¿Cómo es el comportamiento causal en el modelo cosmológico de Gödel y cómo se puede relacionar con un modelo que puede llegar a ser menos abstracto para facilitar su comprensión?

0.7. Objetivos

1. General

Identificar los aspectos influyentes a partir de la causalidad en la comprensión del modelo de Gödel desde un desarrollo conceptual y gráfico del espacio-tiempo Minkowskiano.

2. Específicos

- Examinar en que difieren la causalidad de los modelos Minkowskiano y Gödeliano.
- Analizar el nuevo paradigma sobre la causalidad consecuente en el espacio Gödeliano.
- Realizar una caracterización formal desde la geometría diferencial del modelo cosmológico de Gödel.

Índice general

Índice de figuras

INTRODUCCIÓN

Las ecuaciones del campo de Einstein o ecuaciones de Einstein son esenciales para la descripción del mundo físico según la TGR (Teoría General de la Relatividad) ya que relacionan la presencia de materia-energía con la curvatura del espacio-tiempo. Gödel dedujo una solución a dichas ecuaciones en la cual el medio no es isotrópico pero si homogeneo, ya que en la misma, la materia descrita se encontraría sometida a una rotación respecto a una brújula de referencia inercial; por lo tanto el universo de Gödel no es el universo real donde está situada nuestra galaxia, es un universo posible compatible con las leyes de la naturaleza establecidas por Einstein en su ecuación de campo además de ser una solución exacta a la misma. Este modelo posee muchas implicaciones físicas, entre ellas la existencia de una retrocausalidad. Lo anteriror hace referencia a una serie de paradojas que entrarían en conflicto con el razocinio físico y común, así esta monografía se encarga de el como se presenta dicha retorcausalidad y esto basado en los modelos mentales planteados en el articulo "Visualizing some ideas about Gödel-type rotating universes" el cual muestra como es el viaje en el tiempo a partir de una serie de consideraciones tales como el aumento de la velocidad angular o la dirección en la cual los conos se inclinan; para nuestro caso tomaremos la forma general de este comportamiento, siendo arbitraria dicha velocidad angular y dirección.

Un modelo mental se podría definir como el conjunto de ideas a plasmar acerca de un evento, situación o idealización, esto para percibir e interpretar de una manera mas certera una situación a explicar, siendo lo anterior una herramienta mas completa para el compender y el entender de cualquier situación o fenómeno; para nuestro caso el modelo mental serán las figuras que muestran el como se comportan los conos de luz en el MGR (Modelo de Gödel en Rotación). Las imágenes o modelos mentales planteados en esta monografía fueron elaboradas en un programa de distribución gratuita llamado "sketchup pro 8" utilizado comumente para elaborar proyectos arquitectónicos, pero para nuestro caso será también una excelente herramienta para modelar las diferentes partes que componen el MGR ; cada imagen será una sobresaliente ayuda de interpretación de dicho modelo, ademas de generará una visualización mas clara de lo que es y como se comportan los conos según la solución planteada por Kurt Gödel.

Esta monografía se compone de 3 capítulos; el primero muestra la relación del cono de luz de

Minkowsky con la causalidad y cómo este será una estupenda herramienta para la comprensión de dicho concepto físico, además se mostrará la métrica desde la perspectiva de la TER (Teoría Especial de la Relatividad) o en otras palabras “Métrica Minkowskiana”; el segundo capítulo expone las propiedades del MGR y como estas generan ciertas consecuencias, tales como la existencia de líneas de tiempo como cerradas; también analiza la solución a la ecuación de campo y qué consecuencias tiene su métrica; el último capítulo muestra como sería un viaje en el tiempo en este universo y como se violaría la causalidad a nivel global y no local.

La estructura que se le brindo a este trabajo fue para estudiantes que poseen un conocimiento básico en conceptos relacionados con la TER y la TGR, además de una herramienta para el docente que desee plantear este tema en cursos relacionados con cosmología o relatividad general.

Capítulo 1

La Causalidad en la Teoría Especial de la relatividad

El término causalidad muestra en cierta forma la relación existente entre las causas y efectos de los diferentes eventos físicos. En la mecánica clásica se proponía que los diferentes eventos están causados por unos ya anteriores y que esta causalidad puede ser expresable a través de leyes de la física. La anterior afirmación llegó a un punto altísimo, con lo afirmado por Laplace, explicando que si se conoce el estado actual del mundo con total precisión, en consecuencia, se podría predecir cualquier tipo de evento en el futuro, siendo dicha perspectiva la del determinismo o más precisamente la del determinismo causal el cual parece correcto respecto a las ecuaciones clásicas. En relación con lo anterior se puede concluir con respecto a los postulados de la física clásica, en que las causas preceden al efecto con relación al tiempo, y que con respecto a la física moderna, se ha ido clarificando a gran escala este concepto. [9]

En este capítulo se describirá la causalidad según el modelo de Minkowski, se expondrán los correspondientes aspectos que forman su base geométrica además se mostrará de manera ilustrativa y conceptual la estructura causal de dicho espacio-tiempo. Además se expondrán someramente algunos aspectos relevantes para lograr una mejor comprensión del capítulo 2.

1.1. Diagramas espacio-tiempo

En ausencia de materia, el universo es plano[1], y por esto la luz se propaga en línea recta. El ordenamiento de los eventos que ocurren en este espacio pueden ser representados en un diagrama, espacio tiempo. Dicho diagrama pretende mostrar sólo dos de las coordenadas espaciales, digamos x, y , y preferiblemente una de ellas solamente. Así un objeto fijo en el origen, tiene como representación en el diagrama espacio temporal, una línea, llamada línea de universo, que es todo el eje del tiempo ct.[3]

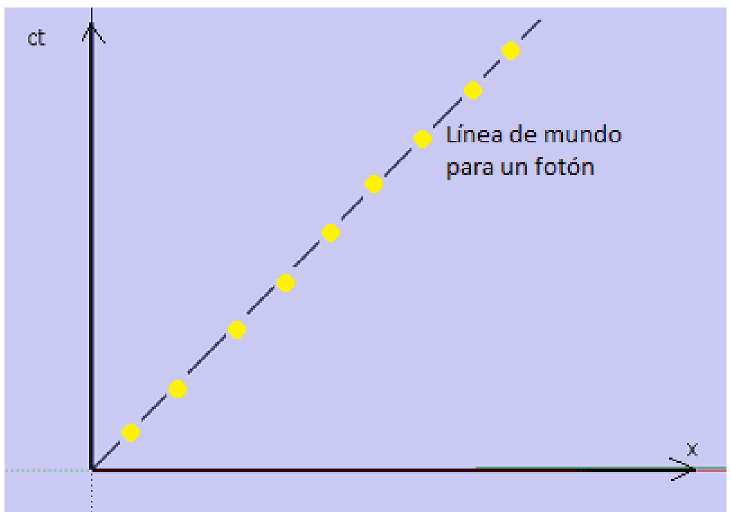

Figura 1.1.1: Diagrama espacio tiempo para un rayo de luz. El eje vertical es la coordenada de tiempo luzct y el eje horizontal x es la coordenada espacial, la línea diagonal es la línea de mundo de un fotón.

En un diagrama espacio-tiempo, la coordenada x de una partícula nos indica la posición espacial en la cual se encuentra la partícula y ct el tiempo luz de la misma, determinando así un evento o suceso. Por lo tanto representamos la posición x en el eje de las abcisas (eje horizontal) y el tiempo ct en las ordenadas (eje vertical), cada punto del plano x, ct corresponde a un evento. Así podemos representar dos eventos distintos vistos por un mismo observador, siendo un par de eventos distintos que ocurren en el mismo lugar y en tiempos diferentes, dos eventos distintos que ocurren al mismo tiempo en distintos lugares, o dos eventos distintos que ocurren en tiempos diferentes en lugares diferentes. [3]

[1]Existen tres categorías para las posibles geometrías espaciales de curvatura constante, dependiendo del signo de la curvatura. Si la curvatura es exactamente cero, entonces la geometría local es plana siendo dicha geometria la que corresponde a una curvatura que describe cualquier punto arbitrario en el universo observable; si es positiva, entonces la geometría es esférica, y si es negativa entonces la geometría local es hiperbólica.

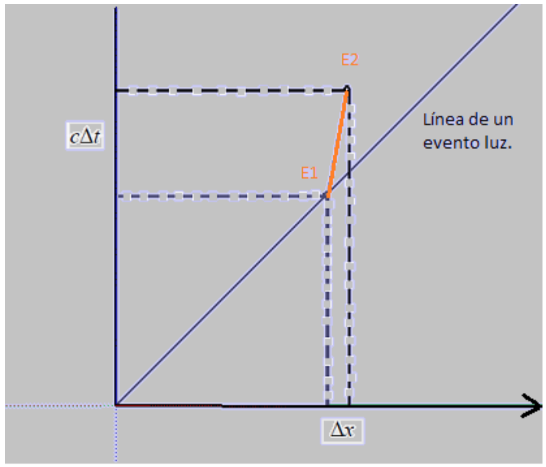

Figura 1.1.2: Diagrama de eventos para un fotón que pasa de un medio de propagación a otro, donde el primer evento es $E1$ el cual indica el instante en el que el fotón pasa del vacío a un medio diferente como el aire y el segundo evento $E2$ es la futura posición de dicho fotón en el ultimo medio; la línea naranja es la línea de mundo del fotón.

El plano (x, ct) de eventos representa las coordenadas espacio temporales de un fotón que pasa de un medio a otro. En la TER, la línea del mundo es una línea geodésica que une dos eventos, así como la que tenemos en la figura 1.1.2 debido al movimiento de la partícula material que viaja con un movimiento rectilíneo en la misma dirección, recorriendo distancias iguales en tiempos iguales. Si en el instante t_1 la coordenada de una partícula móvil es x_1, entonces las magnitudes x_1 y t_1 determinarán dicho evento al cual llamaremos E_1, así, x_2 y t_2 determinarán E_2. Por lo tanto los eventos para un mismo y único observador están separados en el espacio por una distancia $\triangle x = x_2 - x_1$ y en el tiempo por una distancia [2]$c\triangle t = ct_2 - ct_1$ [6].

A continuación tenemos un diagrama en el cual los ejes principales no son perpendiculares[3]:

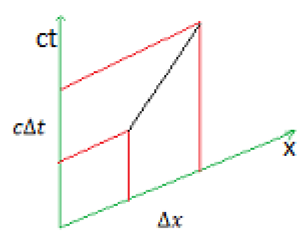

Figura 1.1.3: Diagrama espacio-tiempo con ejes no ortogonales en el cual la disminución en el ángulo ya no recto formado en entre estos dependería de la velocidad relativa entre 2 marcos de referencia.

[2]En un diagrama espacio-tiempo tanto el eje horizontal como el eje vertical deben usar el mismo tipo de unidades, por esto el eje vertical que corresponde al tiempo se multiplica por la constante universal absoluta que es la velocidad de la luz c, ya que con ello ct se transforma en una distancia que está medida en metros.

[3]No siempre en un diagrama de espacio-tiempo se utilizan ejes ortogonales (perpendiculares, puestos en ángulos rectos el uno con respecto al otro).

La forma de leer las coordenadas un punto para este tipo de diagrama de espacio-tiempo es la de trazar desde el punto líneas paralelas (de la misma manera que en el digrama ortogonal) a los ejes principales hasta encontrarse con los ejes coordenados.

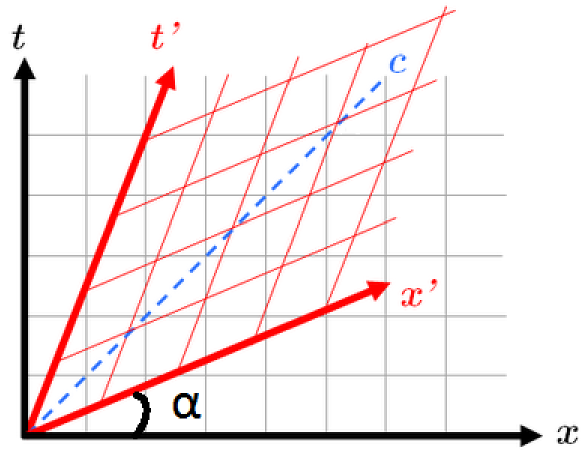

Figura 1.1.4: Diagrama espacio-tiempo para dos marcos de referencia con velocidad constante a lo largo del eje x en dirección positiva. Los ejes primados corresponden a un observador en movimiento relativo con respecto al sistema no primado.

En la figura 1.1.4 las rectas ct' y x' pertenecen a un marco de referencia S' (figura 1.1.4), para este tipo de diagrama se concluye que entre menor sea la velocidad relativa V, el ángulo α formado entre los ejes del sistema no primado y el primado disminuirá, por lo tanto estos llegarán a coincidir cuando la velocidad relativa entre los dos observadores es cero. Además tanto en el marco de referencia del observador S' como en el marco de referencia del observador S la luz sigue teniendo la misma velocidad, como lo enuncia el segundo postulado de la Teoría Especial de la Relatividad. Graficamente el rayo de luz que es lanzado en el marco de referencia de S' también tendrá la misma pendiente de 45 grados en el marco de referencia de S. El graduar las coordenadas (x,t) del observador S y las coordenadas (x',t') del observador S' de modo tal que podamos resolver gráficamente un problema relativista obteniendo aproximaciones numéricas, es conocido también como calibración de los ejes. Esto se lleva a cabo mediante cálculos numéricos con las ecuaciones de transformación de Lorentz[4] o con el procedimiento geométrico de la hipérbola invariante[6].

[4]En el caso de la trigonometría euclidea a partir de un círculo de radio 1 se obtiene la condición $cos^2\theta + sin^2\theta = 1$, pero para esta nuevo tipo de geometría no euclidea se obtendría $cosh^2\theta - sinh^2\theta = 1$, siendo su forma gráfica una hipérbola. Esto por que la esfera de un pulso de luz tiene que ser una esfera en todos los sistemas de referencia inerciales y la geometría que mejor se acomoda a esta exigencia es la hiperbólica . Ver apéndice 1.

1.2. Simultaneidad

A continuación se mostrará a mayores rasgos el asunto de la simultaneidad, desde el punto de vista de la Teoría Especial de la Relatividad. Según la teoría de Newton si dos eventos son simultaneos para un marco de referencia inercial estos también lo serán para diferentes marcos de referencia inerciales, en otras palabras la simultaneidad es absoluta. En el caso de la TER el concepto de simultaneidad difiere ya que lo que es simultaneo para un marco de referencia a partir de sus mediciones, no lo sería para un marco de referencia inercial en movimiento con respecto al primero siendo esta relativa y no absoluta como pensaba Newton, lo anterior gracias al postulado de la constancia de la velocidad de la luz. Para abodar la idea de simultaneidad según la TER es necesario el utilizar un experimento mental, dicho experimento muestra como los eventos que para un observador son simultáneos no lo son para otro observador en otro marcode referencia inercial que se mueve conrespecto al primero. Supongamos dos naves espaciales que se mueven en direcciones opuestas y paralela tal y como muestra la figura 1.2.1. En cada una de las naves se se encuentran dos relojes, uno cerca de la cabina que para el marco de referencia S' se llamará A y para el marco de referencia S se llamará C, y otro cerca al modulo de propulsión que para el marco de referencia S' se llamará B y para el marco de referencia S se llamará D. Cuando los centros de las naves coinciden se produce un destello fuera de las naves, en el punto medio de la línea que une los dos centros.[2]

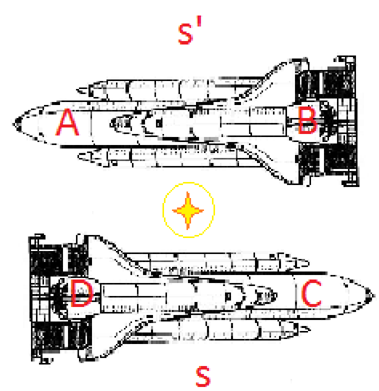

Figura 1.2.1: Instante en donde es enviada una onda de luz (circunferencia amarilla) desde un emisor.

Al producirse el destello o señal de luz se genera una onda luminosa que viajará desde el emisor a los diferentes puntos del es pacio, para nuestro caso los puntos A, B, C y D. El observador situado en el marco de referencia S' que constanta que el destello fue emitido desde el punto medio de su nave, deduce, a partir de la suposición que la velocidad de la señal es independiente de su estado de reposo o de movimiento de su marco de referencia inercial, que la señal llegará simultaneamente a los relojes situados en la posición A y B. Si se supone además de que la señal al llegar reinicia los relojes, entonces S' cuenta con la garantía teórica de que sus relojes marchan sincrónicamente.(Figura 1.2.2). Por medio de una argumentacion idéntica el observador situado en el marco de referencia S deduce que la puesta en marcha de los relojes situado en C y D es simultánea y que por lo tanto marchan sincrónicamente.[2]

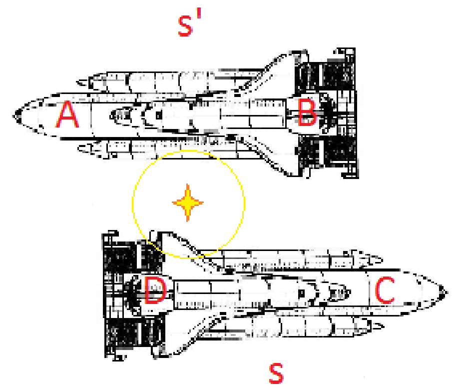

Figura 1.2.2: Instante en donde la señal luminosa llega primero al reloj D que al reloj C. (Esto según la perspectiva del marco de referencia S').

Ahora bien, ¿si los dos sucesos son simultaneos para el observador situado en el marco de referencia S lo serán también para el observador situado en un marco de referencia S' o si los dos sucesos son simultaneos para el observador situado en el marco de referencia S' lo serán también para el observador situado en un marco de referencia S ?. Para responder a esta pregunta debemos en primer lugar situarnos en la posición del observador que se encuentra en el marco de referencia S'; este observador respaldará gracias a sus mediciones que la señal no llega simultaneamente a los relojes de S pues según la figura 1.2.2 mientras viaja la señal, S se ha desplazado hacia la izquierda y en consecuencia la señal habrá llegado primero al reloj D que a C. De manera idéntica razona el observador situado en situado en el marco de referencia S (Figura 1.2.3) ya que de acuerdo con sus mediciones la señal llega primero al reloj B que al reloj A.[2]

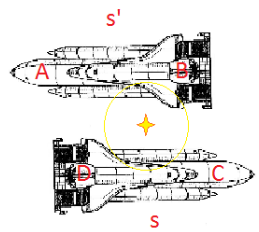

Figura 1.2.3: Instante en donde la señal luminosa llega primero al reloj B que al reloj A. (Esto según la perspectiva del marco de referencia S).

Por lo anterior podemos deducir que lo que es simultaneo para un observador, de acuerdo con las mediciones respecto al sistema de referencia de su marco de referencia inercial, no lo es para otro observador para quien ese marco de referencia se mueve respecto a su marco inercial. La simultaneidad de eventos separados, es por consiguiente relativa y no absoluta, solo si acepta el postula de la TER el cual habla sobre la constancia de la velocidad de la luz c.[2]

1.3. Cono de luz

Un evento se conecta con otro de manera causal si lo que ocurre segundo depende directamente de lo que ocurra de primero, es decir que las causas deben de preceder siempre a sus efectos; desde la TER y su postulado en el que la velocidad de la luz c es constante siendo esta el límite de la velocidad[5] se obtiene que esta va ligada a observadores inerciales, implicando de que para que un evento A sea causa de B, es que B sea un evento que pertenece al cono de luz de A, es decir el tiempo va de la causa al efecto siendo primero la causa y posterior el efecto y por lo tanto el evento B pertenece al futuro de A y el evento A tiene que ser el pasado de B. El evento A esta conectado con el evento B por medio de una señal física cuya velocidad debe ser menor igual a la de la luz siendo el evento B un infinito número de posibilidades de eventos que se encuentran dentro del cono de luz del evento A.[2]

[5] Tenemos entonces que: $F = \frac{dp}{dt}$ (donde dp es el diferencial de la cantidad de movimiento y dt el del tiempo). Sabemos que la cantidad de movimiento relativista presenta la ecuación: $p = \gamma mV$ y mientras más esta cantidad de movimiento se acerca al infinito, V se acerca a c. Lo que para un observador inmóvil determinaría que la inercia del cuerpo estaría aumentando indefinidamente.

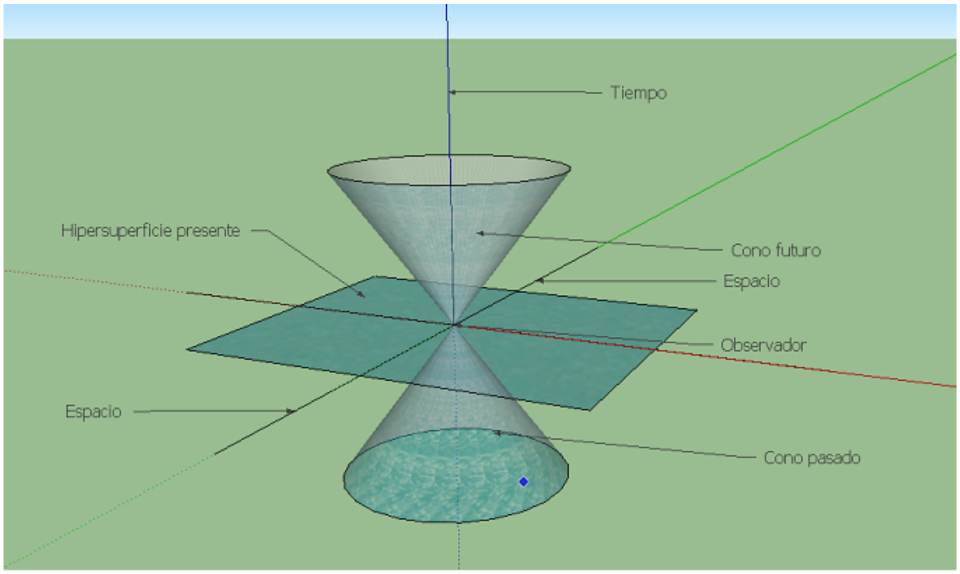

Figura 1.3.1: Cono de luz de Minkowski donde el cono inferior y superior son pasado y futuro de un evento respectivamente; el observador se encuentra en la hipersupericie del presente justo en la unión de los dos conos; los ejes rojo y negro (x, y) son espaciales y el eje azul ct el de tiempo. Si el espacio se mide en segundos luz y el tiempo es medido en segundos, el vértice del cono formará un ángulo de 45º con la hipersuperficie porque la luz recorre la distancia de un segundo luz en el vacío durante un segundo.

Antes de la TER, era posible hablar de un “ahora” universal, podíamos hablar acerca de un “pasado” y “futuro” común universal, para todos los que habitamos en este Universo, puesto que el tiempo absoluto marchaba por igual en el mismo, sin retrasarse ni adelantarse en ninguno de sus confines. A partir del surgimiento de la TER, para cada observador existe un “pasado”, un presente y un “futuro”, delimitados por el cono de luz (figura 1.3.1). El punto en el que se tocan los dos conos de luz que corresponden al “pasado” y al “futuro” del observador viene siendo el “ahora” del observador. Puesto que ningún objeto puede moverse a una velocidad mayor que la velocidad de la luz, la única forma de poder llegar al “ahora” desde el pasado (suponiendo una línea del mundo con un movimiento rectilíneo) es haciéndolo dentro del cono de luz inferior. Y la única forma de poder llegar a cierto punto del diagrama espacio-tiempo en el “futuro” es, que el punto esté dentro del cono de luz superior. Las regiones de espacio-tiempo externas al cono de luz en la figura 1.3.1, son regiones de espacio-tiempo a las que el observador no tiene acceso. Los únicos eventos que pueden cambiar el estado de un observador o de un objeto en su posición actual en el espacio-tiempo deben estar situados dentro del cono de luz que corresponde a su “pasado”. Y los únicos eventos que pueden ser influenciados por eventos en los que participe un observador o un objeto deben estar situados dentro del cono de luz que corresponde a su “futuro”. [2]

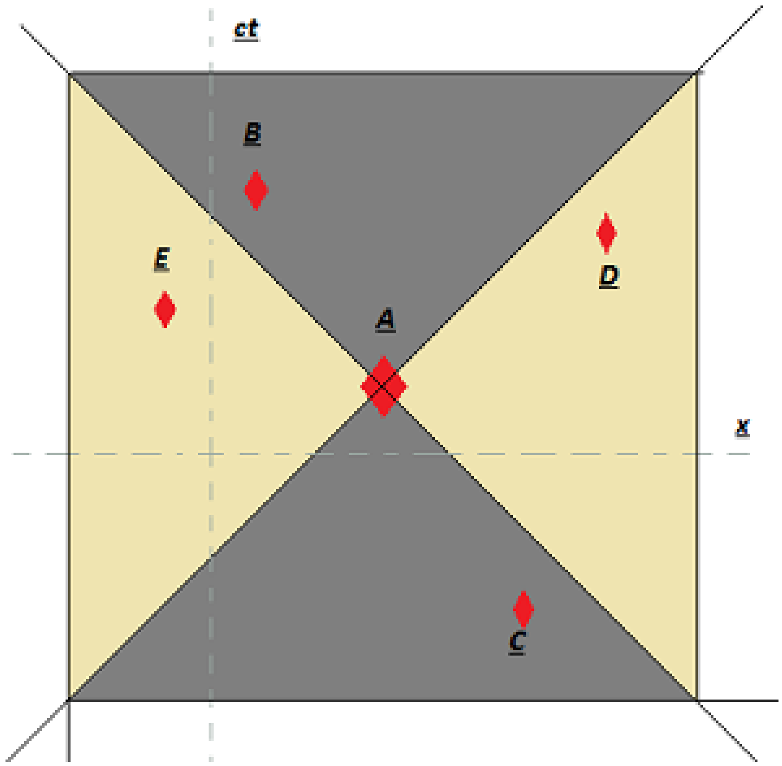

Figura 1.3.2: Diagrama causal donde un observador se ve limitado por la velocidad maxima de la luz y solo puede interferir en los eventos que se encuentren dentro del cono de luz.

El diagrama causal de la figura 1.3.2 nos muestra diferentes eventos y como estan relacionados causalmente, se entiende por futuro de un evento A el lugar del espacio-tiempo de todos los eventos que se conectan o pueden conectar con A por medio de una señal de cuya velocidad sea menor (punto B) o igual que la de la luz y que se relacionan con A como efecto a causa, actual o posible. El pasado a su vez, el el lugar en el espacio-tiempo (punto C) en el que todos los eventos de que se relacionan como causa actual o posible de A. las lineas diagonales o inclinadas son las lineas de mundo para los fotones que parten del punto A. Los eventos externos a la región gris (eventos E y D) no se pueden conectar al evento A pues esto implica poder desplazarse con una velocidad mayor a la de la luz, dichos eventos no pueden ser conectarse causalmente con el evento A, en otras palabras el evento A nunca podrá interferir en los eventos A y B y por lo tanto se podría decir que este par de eventos no existen para A.

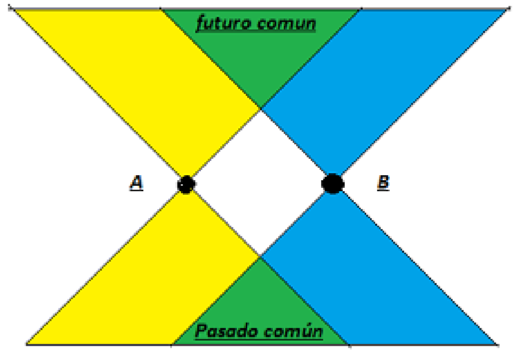

Figura 1.3.3: Diagrama de intersección de los conos de luz A y B y que dicha intersección muestra el pasado y futuro común de los dos observadores.

En el diagrama de la figura 1.3.3, el "ahora" del evento A no puede tener efecto alguno sobre el "ahora" del evento B porque ello requeriría atravesar la zona blanca que le está vedada a ambos eventos gracias a la velocidad límite que es la de la luz. Para poder tener efecto alguno sobre el "ahora" de B, el "ahora" del evento A debería ser capaz de poder transmitir información al "ahora" del evento B a una velocidad mayor que la velocidad de la luz, lo cual es imposible. Sin embargo, ambos conos de luz tienen dos zonas en común, las zonas en las cuales se traslapan los dos conos de luz. La zona común en la cual se traslapan los pasados de ambos, de color verde, es la zona en la cual ambos eventos pueden intercambiar información que sea capaz de cambiar el "ahora" de cada uno de ellos, es la zona denominada pasado común. Y la zona común en la cual se traslapan los futuros de ambos, de color verde también, es la zona en la cual ambos eventos podrán intercambiar información en su futuro (a menos de que ocurra un cambio en la línea del mundo de uno de ellos o de ambos), es la zona denominada futuro común. De cualquier manera, y hablando del Universo como un todo, sí podemos hablar de un "ahora" universal que sin embargo no es un "ahora" absoluto, porque en la infinitud de las regiones locales de las que está hecho el Universo habrá variaciones en la marcha del tiempo como las que predice la Teoría de la Relatividad.[2]

En general, el interior de un cono, si este se considera completo en el tiempo, hacia el pasado y el futuro, queda subdividido en las regiones hacia el futuro y hacia el pasado. Los eventos en ambas regiones estan separados por un intervalo tipo tiempo del evento que define el vértice del cono. Todos los eventos que están sobre la superficie del cono tienen una separación con el vértice que es nula o tipo luz; entre cualquier par de eventos cuyo $ds = 0$. Naturalmente, hay eventos sobre el cono del futuro (si el rayo de luz va del vértice del evento), como del pasado (si el rayo de luz va del vértice del evento). Sobre su superficie y en su interior podemos hablar de las regiones del pasado y del futuro respecto al evento ubicado en el vértice del cono. Esta división entre pasado y futuro, fundamentada en relaciones causales es independiente de cualquier observador (cuya linea de universo pase por el vértice). Entre los eventos exteriores al cono de luz y el del vértice no es posible enviar ni rayos de luz ni observadores por lo tanto el intervalo es siempre positivo y su separación es de tipo espacio. No hay ninguna conexión fisica posible entre un evento externo y este evento del vértice, por que necesitariamos algo que viajase mas rápido que la luz. entonces no hay ninguna relación de causa y efecto entre ellos. El volumen externo al cono no puede ser dividido en pasado y futuro. Más aún, no tiene sentido hablar de pasado o futuro a los eventos externos, ya que su relación temporal con el vértice dependerá del observador cuya linea del universo pase por el. Para algunos observadores el evento externo ocurrirá antes que el evento en el vértice, para otros sera posterior, mientras que para un tercer grupo, ellos serán eventos simultaneos. Por lo tanto, el espacio-tiempo queda dividido en torno a cada evento, a cada punto del espacio-tiempo, en tres partes por su cono de luz. La nueva estructura geométrica, a diferencia de la antigua basada en planos de tiempo constante, se caracteriza por una serie de conos, uno al rededor de cada punto, estos que representan limitaciones establecidas por la luz, generando una geometría mas completa para el espacio-tiempo pero mas compleja que la galileana.[6]

1.4. Geometría de Minkowsky

El espacio-tiempo de Minkowski admite un tratamiento pseudo-euclideo y es por ello que:

$$x = (ct, x, y, z) \longmapsto x = (ict, x, y, z)$$

consecuentemente, lo que se pretende desarrollar en la TER por medio de la geometría hiperbólica[6] es:

- Tomar explicitamente las entidades geométricas y definir por medio de ellas las entidades de la naturaleza.
- Los sistemas de referencia son tratados como clases particulares de sistemas coordenados.
- Los rayos luminosos y las trayectorias de las partículas, como clases de curvas especiales (líneas de mundo) en el espacio-tiempo.

Desde el punto de vista algebraico el tratamiento de un 4-espacio este es muy similar al tratamiento de un 3-espacio. Lo único que se necesita es una coordenada mas, para nuestro caso, la coordenada

[6]Para aclarar el por que del uso de la geometría hiperbólica, dirigirse al anexo 1.

ct, además de las coordenadas estándar x,y,z. La distancia S en un 4-espacio entre los puntos ct,x,y,z y ct',x',y',z' viene dada por una relación pitagórica:

$$S^2 = c(t-t')^2 - (x-x')^2 - (y-y')^2 - (z-z')^2$$

Si consideramos que t,x,y,z y t',x',y',z' están solo infinitesimalmente desplazados uno del otro, por lo tanto

$$dS^2 = cdt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$$

Para Minkowski el tiempo es un imaginario, en esencia, por que es una manera de ver la dimension temporal igual que si fuera la espacial, una interpretación de ello, es el moverse en el tiempo imaginario hacia atras y hacia delante simplemente tal como nos movemos en el espacio de izquierda hacia derecha. Este tiempo sería perpendicular al tiempo "normal" que acompaña a la primera coordenada expresada en la métrica en donde recae todo el caracter físico en cuanto el principio causal y es negativo debido a la geometría no euclidiana (semirimeniana). La longitud de la curva en este 4-espacio viene dada por la misma fórmula que en un 3-espacio. Ahora con respecto a la geometría del espacio-tiempo de Minkowski será muy proxima a la anterior, con la diferencia de la signatura eligiendo una pseudométrica con signatura $(+++-)$[17].

$$dl^2 = i^2c^2dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2 \; donde \; i = \sqrt{-1}$$

este modo de signatura resulta conveniente si se considera geometría de tipo espacial, ya que dl^2 es positiva para desplazamientos de género espacial[7]. Pero la cantidad dS^2 con signatura $(+---)$

$$dS^2 = dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$$

proporciona un significado físico más profundo, ya que es positiva a lo largo de curvas de tiempo-como, que son las líneas de universo admisibles para partículas masivas, mostrandonos de que S es directamente interpretable como el tiempo físico real medido con un reloj ideal que tiene a dicha curva como linea del universo. El tensor pseudométrico g[8], con forma de indices g_{ab} sería

$$dS^2 = g_{ab}dx^a dx^b$$

[7] Desplazamientos que no estan ni dentro, ni sobre el cono de luz futuros o pasados.

[8]

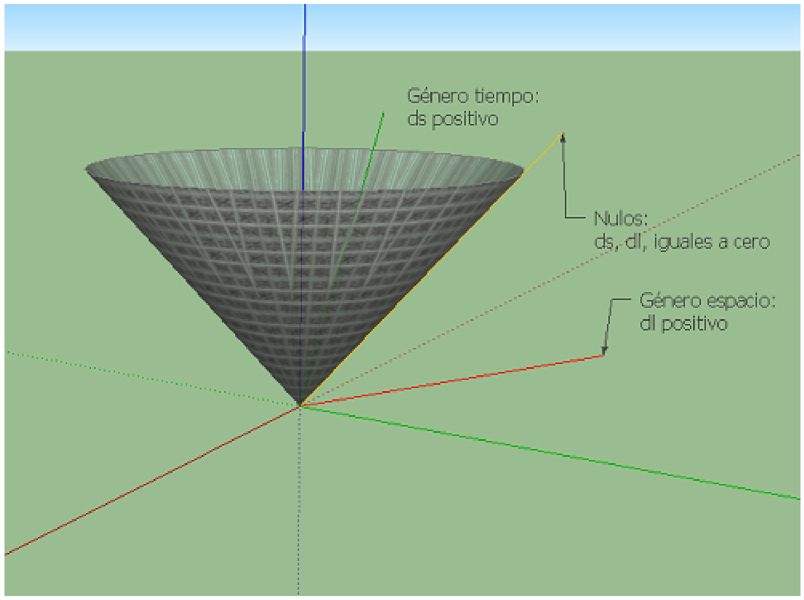

Figura 1.4.1: En el espacio de Minkowski el dl proporciona una medida de espacio (distancia) para los desplazamientos espaciales. Para desplazamientos de tipo temporal (dentro del cono), ds proporciona una medida temporal (intervalo). Para un desplazamiento nulo (a lo largo del cono) tanto dl y ds son iguales a cero.

El tensor de curvatura de Riemann del espacio-tiempo de Minkowsky es idénticamente nulo, razón por la cual se dice que el espacio-tiempo es plano. Así el resto de tensores y escalares de curvatura resultan nulos, siendo también nulo el tensor de Einstein que es igual al contenido material. Por tanto, el espacio-tiempo de Minkowski representa un universo vacío. Físicamente el espacio-tiempo de Minkowski puede emplearse como una aproximación local del espacio-tiempo en regiones razonablemente pequeñas y en presencia de materia, siempre que esta no llegue a gravitar por sí misma. Este hecho queda recogido en el Principio de equivalencia.[17]

Los conos de luz de Minkowski son destacados en la TER debido a que son la base de representaciones que podemos tener para el entendimiento de la fenomenología o mas concretamente a las líneas de mundo de la materia. La importancia radica en la fácil evidencia que genera el cono de luz que acerca al principio causal, que es el que relaciona causa y efecto de un evento. La descripción de un evento o la evolución de un objeto en el espacio tiempo se conoce como geodésica, entendido como la distancia o ruta mas corta entre dos puntos de una variedad[9]. A partir de geodésicas y de su posición en los conos de luz, podemos entender el principio causal de la TER como se menciona en las siguientes subsecciones.[17]

[9]En Geometría y Topología, una variedad diferenciable es un tipo especial de variedad topológica, a la que podemos extender las nociones de cálculo diferencial que normalmente usamos en $\mathbb{R}^n$. En una variedad diferenciable M podremos definir lo que es una función diferenciable $f :\to M \to \mathbb{R}$, y campos de tensores diferenciables (incluidos campos de vectores). El estudio del cálculo en variedades diferenciables se conoce como geometría diferencial.

Eventos temporales

(timelike[10]): es el conjunto de todas las geodesiacas o lineas de mundo que se encuentran dentro del cono de minkowski. tiene una caracteristica especial y es que dichos eventos poseen velocidades menores a las de la luz. por lo tanto, matemáticamente si el vector tangente es $(\frac{dx_0}{dt}, 0, 0, 0)$

$$n_{ij}\frac{dx_i}{dt}\frac{dx_j}{dt} = (\frac{dx_0}{dt})^2 > 0 \tag{1.4.1}$$

un ejemplo claro de este tipo de evento es el que vivimos diariamente, el caminar, el leer, el estar sentado; el simple hecho de encontrarme en mi ordenador digitando esta monografía, o que le lector se encuentre leyendo la misma en un avión rumbo a un país lejano implica un evento como de tiempo.[3]

Eventos espaciales

(Spacelike)[11]: es el conjunto de todas las geodésica o líneas de mundo que se encuentran fuera del cono de Minkowsky. Tienen una característica especial y es que dichos eventos poseen velocidades mayores a las de la luz (son super lumínicos y no poseen conexión causal). Por lo tanto, matemáticamente si el vector tangente es $(0, \frac{dx_1}{dt}, \frac{dx_2}{dt}, \frac{dx_3}{dt})$[3]

$$n_{ij}\frac{dx_i}{dt}\frac{dx_j}{dt} = \left[(\frac{dx_1}{dt})^2 + (\frac{dx_2}{dt})^2 + (\frac{dx_3}{dt})^2\right] < 0 \tag{1.4.2}$$

estos tipos de eventos solo son logicos desde la perspectiva geométrica y algebraica que brinda la métrica Minkowskiana, pero desde los conceptos que aborda la TER nada podria viajar por encima de c; clasificandose a dichos eventos como acausales.

Eventos lumínicos

(Lightlike)[12]: es el conjunto de todas las geodésicas o líneas de mundo que se encuentran en la superficie o vértice del cono de Minkowsky. Los eventos poseen velocidades iguales a las de la luz. Por lo tanto, matemáticamente las geodésicas nulas tendrán que verificar:

$$(\frac{dx_0}{dt})^2 - \left[(\frac{dx_1}{dt})^2 + (\frac{dx_2}{dt})^2 + (\frac{dx_3}{dt})^2\right] = 0 \tag{1.4.3}$$

[10]Traduce como de tiempo
[11]Traduce como de espacio
[12]Traduce como de luz

Este tipo de eventos solo pertenecen para los rayos de luz o en otras plabras muestra la linea de mundo de un fotón, siendo los “únicos” que pueden llegar a alcanzar la velocidad c.[3]

> En resumidas cuentas, lo aportado por Minkowski es un modelo para el espacio-tiempo, un modelo 4-dimensional que posee tres dimensiones espaciales ordinarias y una dimensión temporal adicional en donde los eventos que son registrados por un observador (inercial) S al cual se le asignan coordenadas (t,x,y,z) van limitados por el segundo postulado de la luz de la TER. [3]

Tiempo propio

En la TER hablar de un tiempo propio es explicar o definir dos eventos que ocurren en una misma posición pero en dos tiempos diferentes, todo esto para un marco de referencia local. Para ser mas explícito abordaré un ejemplo claro; un estudiante se encuentra elaborando una monografía frente a su ordenador y en un instante t_0 la energía eléctrica deja de funcionar y un tiempo t_f posterior esta vuelve a funcionar, el intervalo de tiempo medido por el estudiante será su tiempo propio, ya que el ordenador no cambió de posición pero se hablan de tiempos de magnitud diferente; por lo tanto el hablar de un tiempo propio implica de hablar de un cambio temporal pero no de posición. Si otro observador posicionado en otro planeta quisiese definir los dos eventos anteriores afirmaría que los dos eventos(ir y regresar de la energía eléctrica) ocurrieron en posiciones diferentes y que para poder describir dichos eventos necesita de dos relojes, a esto se le denomina tiempo impropio.

El concepto de tiempo propio es necesario en las teorías de la relatividad de Einstein (TGR y TER) para describir efectos tales como la dilatación del tiempo. La dilatación del tiempo ha sido observada y medida en diversos experimentos, y revela que el tiempo que mide un observador en movimiento uniforme respecto a otro mide un intervalo de tiempo más pequeño que el que está en reposo (aunque la perspectiva del observador en movimiento es que es el otro quien mide un intervalo más pequeño, cosa que conduce a la paradoja de los gemelos)[6].

Capítulo 2

Describiendo el universo de Gödel

La idea que emergió hasta la época moderna y de una dificil asimilación en la historia de la humanidad es la de que nuestro planeta Tierra no ocupa ningún lugar privilegiado en el universo. Es decir, un observador ubicado en cualquier otro lugar del universo observa esencialmente la misma distribución de materia que un observador que se encuentre en el planeta tierra. Lo anterior conlleva una díficil verificación, esto ligado a la imposibilidad de obtener algún tipo de información en cualquier otro punto del espacio. La anterior idea va en contra de la intuición pues si lo que en general observamos es que los diferentes planetas y estrellas giran alrededor nuestro, por lo tanto aseveramos de que nos encontramos en el centro, pero el principio cosmológico afirma que el espacio es homogéneo e isotrópico concluyendo de que este no posee lugares especiales siendo un ejemplo, un centro. Estas son unas de las fuertes ideas que construyen el Modelo Cosmológico Estándar[1]; en este capítulo tomaremos unas de estas ideas para ir comprendiendo mas a fondo las propiedades del Modelo en Rotación de Gödel (MRG), que a pesar de ser homogeneo no posee isotropía.

2.1. Propiedades del Modelo en Rotación de Gödel.

El estudio de la estructura del cosmos genera hipótesis estrechamente ligadas a dos aspectos siendo la consideración de que el universo es un sistema homogéneo e isótropo a gran escala; las observaciones nos muestran que la edad del universo es aproximadamente de 13.700 millones de años y que su extensión es no menor a 93.000 millones de años luz. El inicio de nuestro universo se denomina Big Bang y este evento es el instante en que toda la materia y la energía del universo se

[1] El Modelo Estándar de la cosmología tiene como nucleo el big-bang y sus bases teóricas son la TGR, el principio cosmológico y de que se modela como un fluido; este modelo se corrobora con unas bases experimental tales como la ley de Hubble o la radiación cósmica de fondo.

encontraba concentrada en un punto de densidad infinita, siguiendose de una expansión llevándolo a su condición actual. Después del Big Bang, el universo comenzó a expandirse para llegar a lo que conocemos, y continúa haciéndolo. En el MRG su autor deseaba plantear una solución más a la ECE, la cual posee una alto grado de simetría. Pero la afirmación anterior se concluirá a partir de la propiedades que describe el autor en el árticulo dedicado a dicha solución. Las propiedades que definen el MRG o el espacio cuatridimensional S, se describirán a continuación.

Homogeneidad en el MRG

La homogeneidad del espacio-tiempo indica que todos los puntos del espacio, donde quiera que se encuentren, son equivalentes para la formulación de las leyes de la Física, por esto se afirma de que no existen puntos privilegiados donde las leyes formuladas puedan variar o tener un funcionamiento distinto.

2

> ***S es homogénea, si para cualquier par de puntos P, Q, existe una transformación de ese espacio cuatridimensional S en si mismo que lleve P Q.*** [7]

La afirmación anterior nos conduce a que este modelo es una solución estacionaria además de homogénea. Cuando hablamos de un modelo estacionario se hace alusión a un universo eterno e inmutable, en el cual se asume que la densidad de la materia ha permanecido constante a lo largo del tiempo presentando el mismo aspecto medio en cualquier época, esto elimina la posibilidad de algún colapso porque toda la materia se atrae mutuamente, además de que no existira ningún lugar especial para tal colapso.[3]

Gödel propone en su solución de que de esta propiedad de homogeneidad se deriva directamente el hecho verificable de que el espacio S admite cuatro tipos de transformaciones paramétricas en sí misma ya que se genera una combinación de translación, reflexión, rotación y transformación afín (escalado) además de proyectiva. Por lo tanto, las líneas de mundo de la materia llegan en si mismas haciendolas siempre equidistantes. La transformaciones paramétricas correspondientes al universo de Gödel son:

$$x_0 = x_0' + b,\ x_0 = x_i'\ para\ i \neq 0 \tag{2.1.1}$$

[2]Entendemos que las leyes fisicas que formulamos en el contexto de nuestro sistema solar tienen la estructura misma que si hubieran sido formuladas en el ámbito de un planeta correspondiente a una lejana estrella de la galaxia de Andrómeda, por ejemplo.

[3]Para el caso de la historia antes de 1928 y de como se creía el universo luego que la recesión de las galaxias fuera descubierta por E.K. Hubble, este tipo de modelo tuvo bastantes seguidores.

$$x_2 = x_2' + b,\ x_1 = x_i'\ para\ i \neq 2 \tag{2.1.2}$$

$$x_3 = x_3' + b,\ x_3 = x_i'\ para\ i \neq 3 \tag{2.1.3}$$

$$x_1 = x_1' + b,\ x_2 = x_2' e^{-b} + b,\ x_3 = x_3',\ x_0 = x_0' \tag{2.1.4}$$

Siendo b un número real arbitrario.

Métrica y Simetría Rotacional

Las matrices g_{ik} y su inversa en la solución de Gödel:

$$g_{ik} = a^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & e^{x_1} & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ e^{x_1} & 0 & e^{x_1}/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix},\ g^{ik} = a^{-2} \begin{bmatrix} -1 & 0 & -2e^{-x_1} & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -2e^{-x_1} & 0 & -2e^{-2x_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Entonces la simetría rotacional, se prueba introduciendo las coordenadas cilíndricas r, φ, z, t, donde z permanecerá como un factor constante o en otras palabras sera el eje de rotación. Entonces los x_i serán:

$$x_1 = ln\left[cosh(2r) + cos(\varphi) sinh(2r)\right] \tag{2.1.5}$$

$$x_2 = ln\left[\sqrt{2} sin(\varphi) sinh(2r)\right] - x_1 \tag{2.1.6}$$

$$x_3 = 2z \tag{2.1.7}$$

$$x_0 = \sqrt{2}\varphi(ctg(e^{-2r}) - 1) + 2t \tag{2.1.8}$$

lo que nos conduce a la métrica de Gödel en coordenadas cilíndricas:

$$ds^2 = 4a^2(dt^2 - dr^2 - dy^2 + (sinh^4(r) - sinh^2(r))d\varphi^2 + 2\sqrt{2} sinh^2(r) d\varphi dt \tag{2.1.9}$$

o en coordenadas cartesianas

$$ds^2 = a^2(dx_0^2 - dx_1^2 + (e^{2x_1}/2)dx_2^2 - dx_3^2 + 2e^{x_1}dx_0dx_2) \tag{2.1.10}$$

donde a es una constante asociada a la vorticidad del flujo de materia; vemos que todas estas coordenadas estan relacionadas a dichas constante y que por esto todo el universo va rotando en relación a dicha vorticidad. Esta métrica ademas de mostrarnos la rotación de dicho universo, expone como la coordenada tiempo x_0 se encuentra estrechamente relacionada con la coordena angular x_2 y que lleva consecuencia importante y esta es la existencia de lineas de tiempo como abiertas y cerradas, además se ve de que la coordenada angular y radial se expresan de tal manera que la periocidad de cada punto del universo depende de dichas componentes[7].

La métrica en coordenadas cilíndricas nos exhibe la simetría rotacional ya que el tensor metríco g_{ik} no depende de la coordenada φ. Por lo tanto S posee simetría rotacional; en otras palabras, la hipersuperficie S tiene simetría de rotación de orden n o la imagen coincide con la figura original de este modelo, coincidiendo n veces durante un giro completo, y así se diría que para cada punto P de S existe un grupo de transformaciones paramétricas de S que lleve en si misma P. [4]

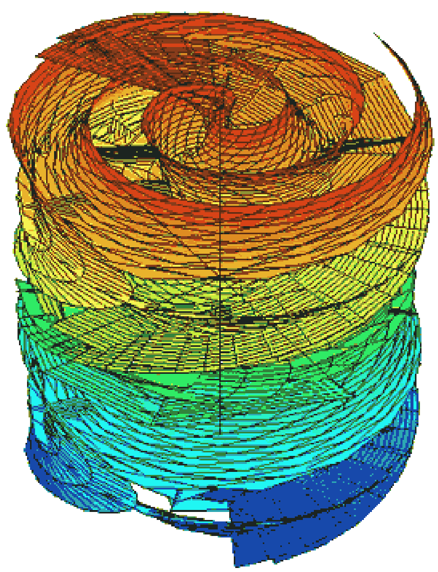

Figura 2.1.1: Una proyección tridimensional de la transformación de coordenadas inducidas en el espacio-tiempo podría representarse de esta forma.

[4]Esto conlleva de que el modelo además de tener una simetría rotacional, debe de ser un universo completamente rígido y a que su tamaño no cambie ni tampoco su forma.

Línea de mundo

> ***La totalidad de los vectores temporales se puede dividir en vectores positivos y negativos, de tal forma que si ψ es un vector positivo y $-\psi$ uno negativo, entonces el limite de esos vectores será de nuevo un vector positivo o negativo.***[7]

Lo anterior brinda una gran consistencia a la posibilidad de una dirección positiva del tiempo en la solución planteada por el autor y por lo tanto definirá la línea de mundo de cualquier párticula en el universo. En el MRG la dirección que tome la línea de mundo de una partícula será dependiente de la distancia a la que se encuentre del observador inercial o centro del universo, ya que entre mayor sea la magnitud de la distancia entre los marcos de referencia , menor será el ángulo de inclinación entre su línea de mundo y la superficie espacial. La siguiente figura muestra dicha situación.

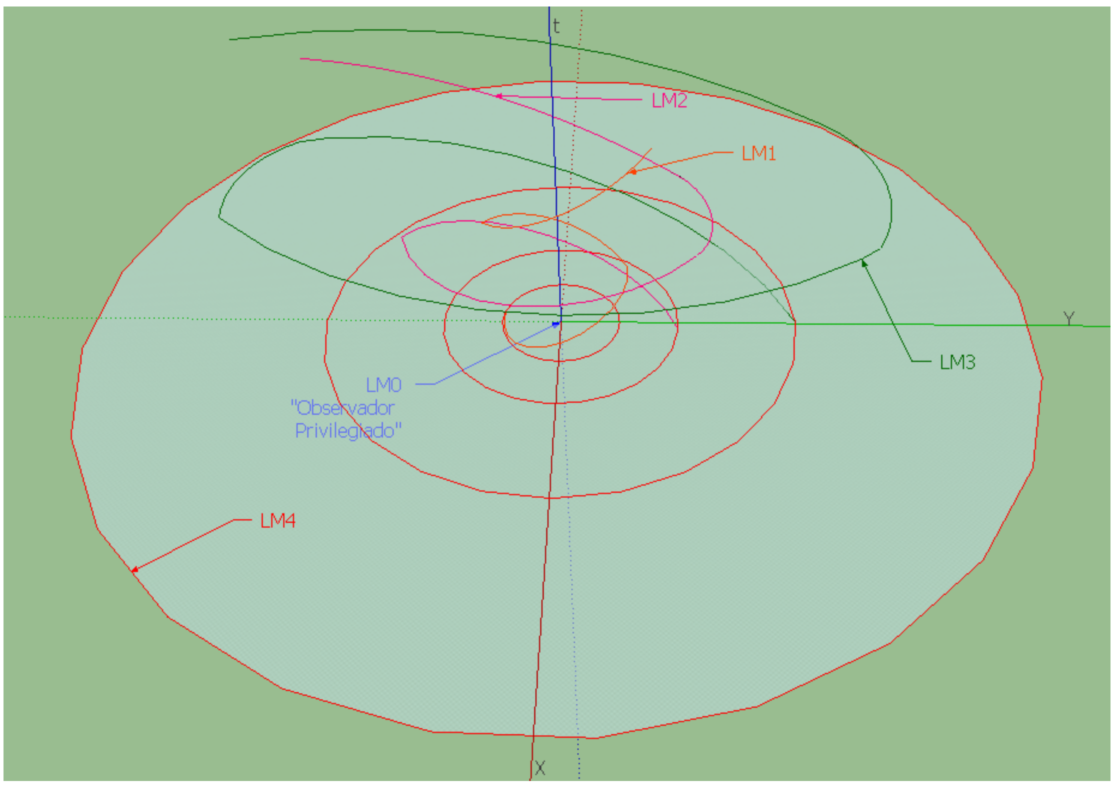

Figura 2.1.2: Líneas de mundo de observadores estacionarios en diferentes posiciones del MRG las cuales son señaladas con circunfenrencias cuyo centro es el origen de coordenadas en un espacio con el eje z fijo. Las lineas azul, naranja, fucsia, verde y roja representan las líneas de mundo para los dichos observadores. Esta representación se hace en un diagarama espacio-tiempo de coordenadas (t,x,y) en donde el eje t es de color azul, el eje y es verde y el eje x es rojo.

La anterior figura muestra los aumentos de las diferentes líneas de mundo para los observadores estacionarios ($LM1$,$LM2$,$LM3$,$LM4$) situados espacialmente a diferentes distancias[5] al marco de referencia privilegiado u origen de coordenadas el cual su linea de mundo podría ser denominada $LM0$, y como estas se van inclinando con respecto al observador privilegiado a medida que la distancia existente entre los mismos aumentan, además de un comportamiento de espiral generado por el constante movimiento de rotación de la materia. Se puede deducir que la objetividad del tiempo no es una necesidad conceptual, sino una mera consecuencia contingente de la distribución de materia en el universo, por lo tanto, en el universo de Gödel los "ahoras" personales son incompatibles con algún acuerdo de ahora común; estas implicaciones serán abordadas en la sección 3.5 de esta monografía. Por lo tanto no es posible asignar una coordenada de tiempo t a cada punto del espacio de tal manera que t siempre aumente ya que para distancias que sobrepasen o sean iguales en magnitud a la existente entre el observador privilegiado ($LM0$) y el observador 4 ($LM4$) no tendrán un aumento positivo de tiempo desde el punto de vista del observador privilegiado, entonces, en consecuencia, si uno se mueve en una dirección positiva de tiempo no quiere decir que en otro observador aumente de forma positiva y en igual magnitud dicha coordenada. Lo anterior crea una consecuencia relevante en el MRG, la cual es la existencia de lineas de tiempo cerradas[14].

[5] Estas distancias son señaladas por una circunferencia ya que esta demarca una velocidad angular de igual magnitud para cualquier particula que se encuentre sobre cualquier punto de la misma, en otras palabras, todas las particulas que esten situdas sobre dicha circunferencia tendrán la misma velocidad angula con respecto al observador privilegiado y en consecuencia aumentará su velocidad angular con relación a la magnitud de la distancia que hay entre esta y el observador privilegiado.

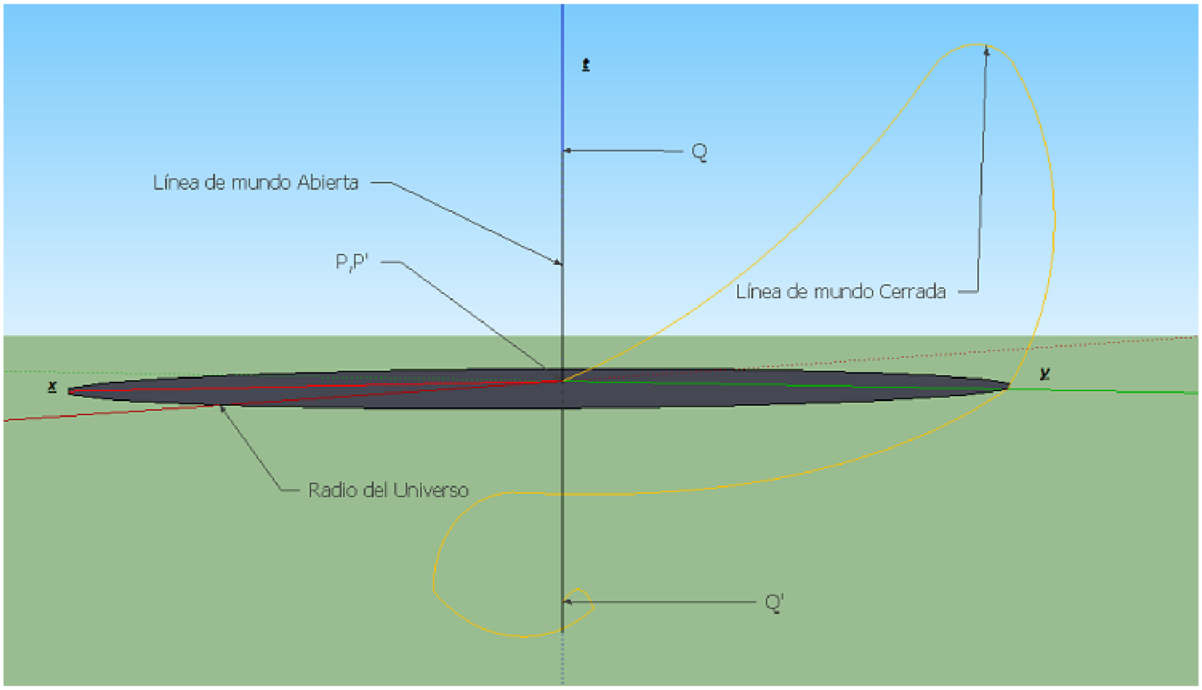

Figura 2.1.3: Línea de mundo abierta y cerrada siendo la amarilla y negra respectivamente; el punto P, P', Q, Q' donde los puntos P y P' son las posiciones iniciales y Q con Q' son las posiciones finales segun un observador privilegiado.

La figura ilustra el comportamiento de las líneas de mundo de un observador estático espacialmente y un observador que se desplaza hacia los limites del universo, esta propiedad Gödel la describe de la siguiente manera:

> ***Cada línea de mundo de la materia que existen en la solución, es una línea abierta de longitud infinita, que nunca se acerca a cualquiera de sus anteriores puntos de nuevo, pero también existen líneas de tiempo cerradas. En particular, si*** P, Q ***son dos puntos cualesquiera de una línea de mundo de una partícula, y*** P ***precede a*** Q ***en esta línea, existe una línea de tiempo, como conexión*** P ***y*** Q ***en la que*** Q ***precede a*** P***, es decir, que teóricamente es posible en estos mundos el viajar hacia el pasado.*** [7]

Lo anterior implica que el futuro de una partícula cualquiera en alguna parte del universo, no necesariamente sera el futuro para otra particula en otra parte del universo, un ejemplo claro sería el que un observador situado en la Tierra siente que su tiempo transcurre con total normalidad, pero desde el marco de referencia de un otro individuo que se encuentre en otra galaxia a una velocidad cercana a la de la luz su futuro representará el pasado para el observador en la tierra, en otras palabras el futuro de un observador no es necesariamente el futuro para un observador distante en movimiento.

Radio del MRG, velocidad de rotación y otras consideraciones.

Gödel en su artículo propone que la velocidad lineal de rotación v es proporcional a la densidad de materia ρ ademas de que la dirección de dicha velocidad es en la que aumenta la componente φ; la magnitud de esta velocidad es menor que la velocidad de la luz c y que aumenta a medida que aumenta la coordenada r.

La ECE es:

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R = 8\pi k \rho u_i u_k + \lambda g_{ik} \tag{2.1.11}$$

en que el lado izquierdo describe la geometría del espacio-tiempo y el lado derecho representa la distribución de masa y energía.

La constante de curvatura:

$$R = 1/a^2 = -8\pi k \rho \tag{2.1.12}$$

La velocidad de rotación del MGR es:

$$v = \frac{c}{\sqrt{2a}} \tag{2.1.13}$$

la constante cosmológica para el MGR

$$-\lambda = -\frac{1}{2} k = \frac{4\pi G \rho}{c^2} = \frac{v^2}{c^2} = 1/2a^2 \tag{2.1.14}$$

y la metrica que satisace a la ECE en coordenadas cilíndricas

$$4a^2(dt^2 - dr^2 - dy^2 + (sinh^4(r) - sinh^2(r))d\varphi^2 + 2\sqrt{2} sinh^2(r) d\varphi dt \tag{2.1.15}$$

De las anteriores secciones y ecuaciones podemos afirmar varias cosas que serán relevantes para poder explicar la causalidad en el MRG, dichas airmaciones se encuentran enumeradas a continuación:

1. a es una constante que depende directamente de la velocidad del flujo de materia en el MRG, siendo dicha constante la vorticidad[6] del flujo de materia, de haí su relación con la constante cosmológica y la presión del MRG.

[6]La vorticidad es el campo vectorial definido por el rotacional del campo de movimiento $\omega = \nabla \times v$ Mecánica de Fluidos Escrito por Merle C. Potter,David C. Wiggert, tercera edición, Pag 85

2. En la solución de Gödel aparece una constante cosmológica que es negativa y por lo tanto habla de una presión positiva. Debido a que este universo se encuentra en constante rotación se concluirá de que que tiende a la expansión gracias a la aceleración tangencial, para evitar esta consecuencia Gödel introduce esta constante cosmológica y así evitar dicha expansión.[7]

3. Tanto Gödel como Einstein propusieron un modelo en el cual no existe expansión, y que para evitar dicha expansión introduce la constante cosmológica; sabemos que debido a que este modelo se encuentra en constante rotación, la aceleración tangencial producida provocaría una expansión, además podemos ver en la ecuación 2.1.13 de que λ es inversamente proporcional a la vorticidad al cuadrado del flujo de materia.

4. La velocidad angular ω de la materia va en dirección al eje fijo o mejor dicho, en la dirección del eje z.

5. La constante de curvatura $R = 1/a^2$ esta relacionada con la velocidad de la materia, la posición de la particula y con la densidad en el modelo cosmológico (ecuación 2.1.12).

6. El MRG es homogéneo debido a las propiedad que se propuso en la primera sección de este capítulo, infinito o en otras palabras no tuvo un inicio, está provisto de curvatura constante ya que es inversamente proporcional a la constante de la vorticidad de la materia y es estacionario por que no presenta ninguna expansión gracias a la constante cosmológica introducida; en particular, no da cuenta del desplazamiento hacia el rojo del espectro de luz que nos llega de los objetos más lejanos.

7. El universo de Gödel no es el universo real donde está situada nuestra galaxia, es un universo posible compatible con las leyes de la naturaleza establecidas por Einstein en su ecuación de campo.

8. El tensor materia-energía de este modelo $\rho u_i u_k$ nos indica de que esta es pulvoroza, siendo una consecuencia de esto el que los observadores se muevan con la materia.

9. Para Einstein en sus ultimos años de vida condujo la idea gracias a la motivación de Gödel de que una proposición es correcta cuando, dentro de un sistema lógico, dicha proposición esta deducida de acuerdo con las reglas lógicas aceptadas. Por lo tanto, un sistema tiene contenido de verdad según con que grado de certeza y completitud quepa coordinarlo con la totalidad de la experiencia; Si observamos cualquier cuestión de hecho, por ejemplo el choque de dos bolas de billar, observamos el movimiento de la primera bola y su impacto (causa) sobre la segunda, que se pone en movimiento (efecto); en ambos casos, tanto a la causa como al

[7] El signo en esta solución es opuesto al del modelo estático de Einstein.

efecto les corresponde una impresión, siendo verdaderas dichas ideas. Estamos convencidos de que si la primera bola impacta con la segunda, ésta se desplazará al suponer una "conexión necesaria" entre la causa y el efecto: ¿Pero hay alguna impresión que le corresponda a esta idea de "conexión necesaria"?. Lo único que observamos es la sucesión entre el movimiento de la primera bola y el movimiento de la segunda; de lo único que tenemos impresión es de la idea de sucesión, pero por ninguna parte aparece una impresión que corresponda a la idea de "conexión necesaria", por lo que hemos de concluir que la idea de que existe una "conexión necesaria" entre la causa y el efecto es una idea falsa [16]. Así

Una proposición es correcta cuando obtiene su "verdad" del contenido de verdad del sistema que pertenece. [16]

Capítulo 3

Análisis causal en el Universo de Gödel

En los capítulos anteriores se abordaron algunos de los aspectos mas relevantes de la física relativista además de la características principales del MGR para asi lograr una comprensión mas profunda acerca de cómo es el comportamiento causal del modelo cosmológico planteado por Gödel. Todas las imágenes que se presentan en este son una elaboración del autor de la monografía y son modelos mentales basados en una modelación planteada por Stephen Hawking en su libro “The Large Scale Structure of Space-Time” donde se muestra como es posible el viaje en el tiempo en el MGR. Dichas imagenes guiarán al lector a una mejor visualización de este comportamiento causal y de como es este a nivel local y global.

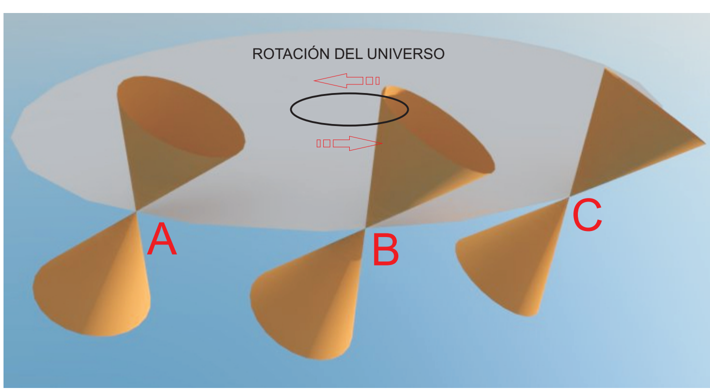

Figura 3.0.1: Diagrama general de un universo en rotación en donde los conos se inclinan con repecto al movimiento de rotación de la materia.

3.1. Rotación en el universo de Gödel.

En el capítulo dos se brindó una explicación o soporte a la existencia de líneas abiertas de tiempo y de líneas cerradas de tiempo[1] en el MGR, las siguientes series de imágenes representan el como es dicha rotación y como estas conllevan a la existencia de las mismas obteniendo como consecuencia el poder "viajar en el tiempo". Dicho comportamiento se verá fuertemente fundamentado en el comportamiento de los conos de luz y su estrecha relación con la causalidad, y de como la causalidad puede existir a nivel local pero se puede violar a nivel global. La figura 3.1.1 nos mostrará como es la inclinación de los conos de luz en los diferentes puntos del espacio. Para construir este universo en rotación vamos a llenar su espacio de diferentes observadores representados con un cono de luz, dichos observadores se encontrarán distribuidos uniformemente por todo el espacio y además de que estos poseen la misma masa, posterior a ubicar a dichos observadores vamos hacer girar este espacio en torno al eje z, asegurando la supresión de dicha coordenada. De esta manera el hiper-espacio queda limitado a un espacio tridimencional de coordenadas $\langle t, x, y \rangle$; esto nos lleva a pensar que los conos de luz se encontrarán sobre el plano x, y y que dicho plano girará en torno al origen de coordenadas y además supondremos de que esta rotación es rígida, obligando a que los conos de luz no se separen entre si.[14]

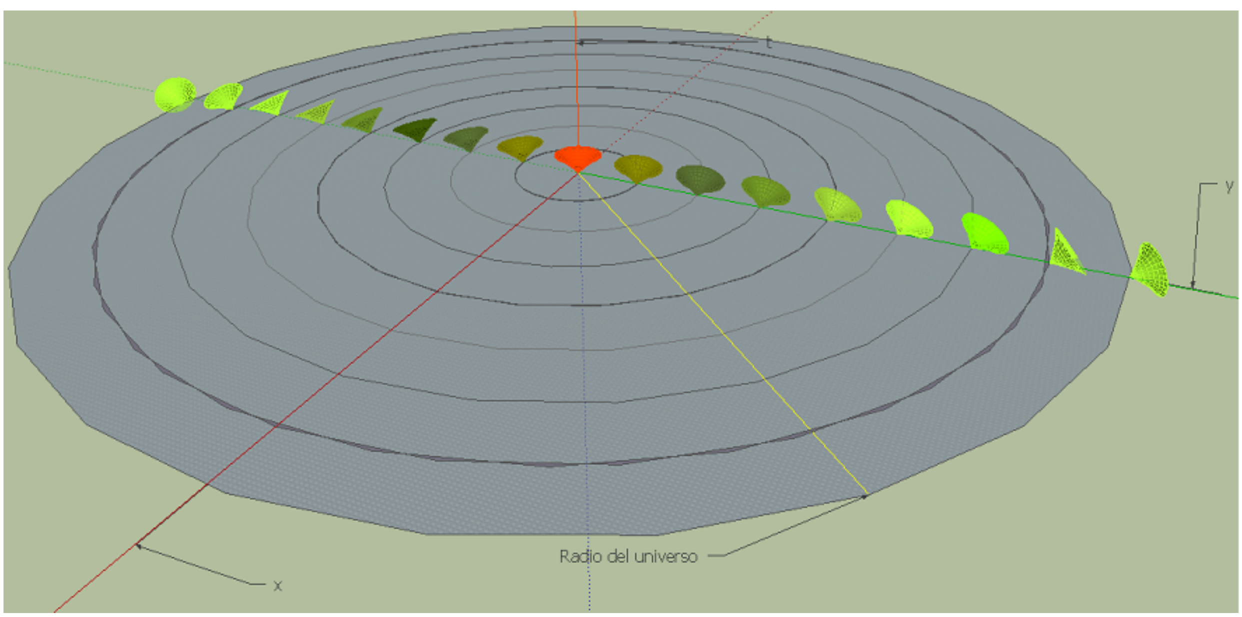

Figura 3.1.1: Inclinación de los conos de luz; vemos que el ángulo entre el vértice del cono y la hipersuperficie disminuye con relación al aumento de la distancia con el observador privilegiado.

[1] En la variedad Lorentziana de la geometría diferencial, se llama linea cerrada de tiempo o curva temporal cerrada (closed timelike curve, o abreviadamente CTC, en inglés) a la línea de universo de una partícula material que está cerrada en el espacio-tiempo, es decir, que es susceptible de regresar al mismo estado del que partió en el tiempo.

En la figura 3.1.1 los ejes rojo, verde y naranja son los de x, y y t respectivamente, la linea amarilla nos muestra el radio r de dicho universo. Evidenciamos de que a medida de que aumenta la distancia de una galaxia del centro del universo, el cono de luz de la galaxia se inclina más, haciendo que el ángulo formado entre la visectriz del cono y el plano x, y sea menor en proporción al aumento de dicha distancia.

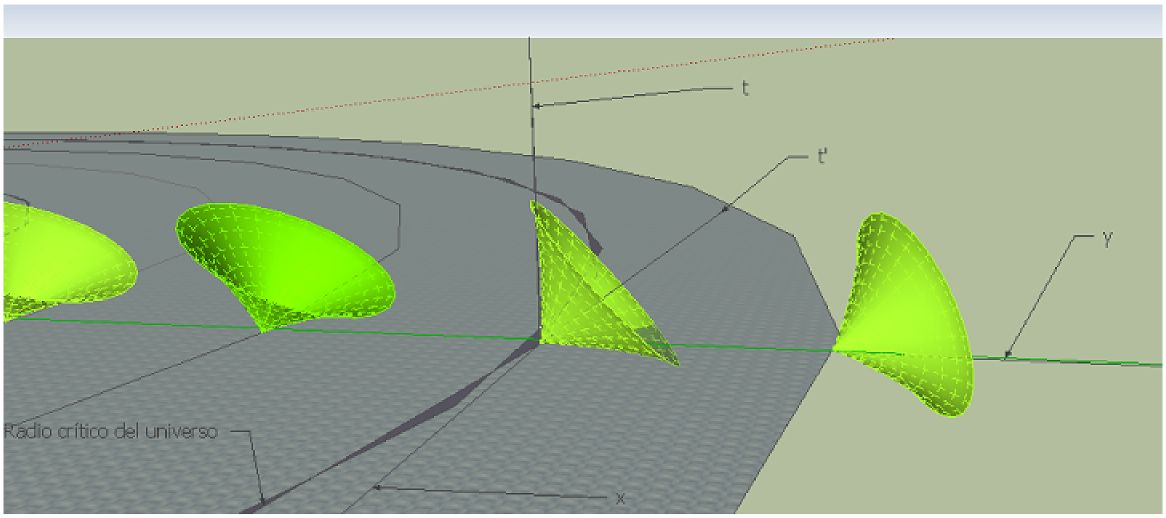

Figura 3.1.2: Radio crítico; este radio crítico en la figura es el segmento de circunferencia trazada con mayor grosor. Se asigna como radio crítico al valor en el que el vértice del cono forma un ángulo de cero grados con la hipersuperficie del MRG.

Cuando el cono se ha inclinado tanto que el vértice del cono se intersecta con el plano x, y, se habla de que se ha llegado al radio crítico del universo (Figura 3.1.2), para este punto del espacio, la linea de mundo de un photón sera la circuenferencia denotada por mayor grosor en la figura 3.1.1. Una consecuencia que debería ser obvia para el lector es que ese rayo de luz permanecerá infinitamente en esa coordenada de tiempo, o en otras palabras, nunca avanzará o regrasará en el tiempo; se concluye de que este radio crítico sería la barrera de la causalidad a nivel global en el MRG[14].

3.2. Velocidad angular

La velocidad de rotación se denota acá como ω; la rotación en el MRG tiene lugar en un marco de referencia inercial. La velocidad angular ω se elige de manera que la fuerza centrífuga resultante equilibra exactamente la atracción gravitatoria entre los diferentes observadores. La figura 3.2.1 muestra como tres diferentes observadores m', m'', m“‘ realizan una rotación rígida alrededor de observador m_0. Debido a esta rotación, notamos que entre más distanciados de m_0, más se inclinaran sus conos .

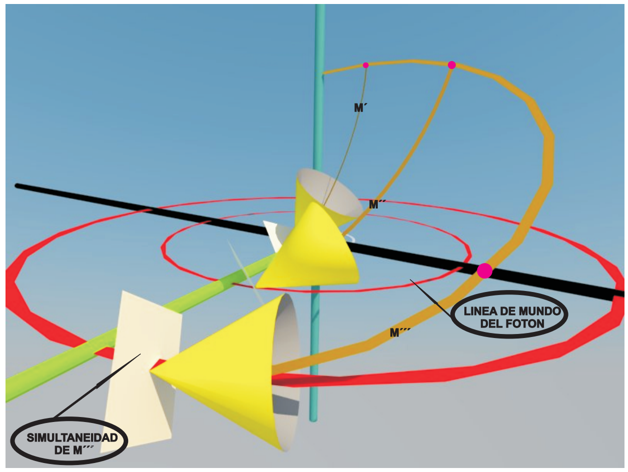

Figura 3.2.1: Rotación rígida, donde los diferentes observadores m', m'', m''' barren ángulos iguales en tiempos iguales, por lo tanto, implica que poseen la misma velocidad angular.

En el universo de Gödel el centro del universo lo denota el marco de referencia propio, es decir cada observador asevera de que es el centro del universo, de aqui la homogeneidad de dicho modelo. La figura 3.2.2 muestra las diferentes líneas de mundo para varios observadores siendo su distancia al origen o centro del universo menor a la del radio crítico, esta es una foma mas detallada de mostrar las espirales o geodésicas formadas por estas mismas.

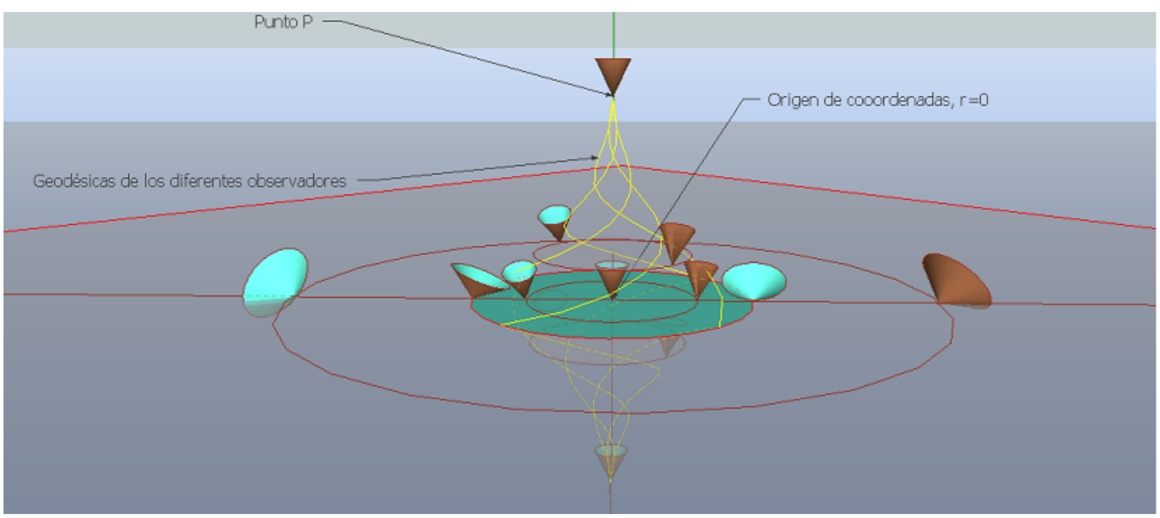

Figura 3.2.2: Universo de Gödel en rotación; se muestran las geodesicas que toman forman de espiral siendo esta la trayectoria la menor distancia que toma un viajero de una galaxia apartada al centro del univero u observador privilegiado.

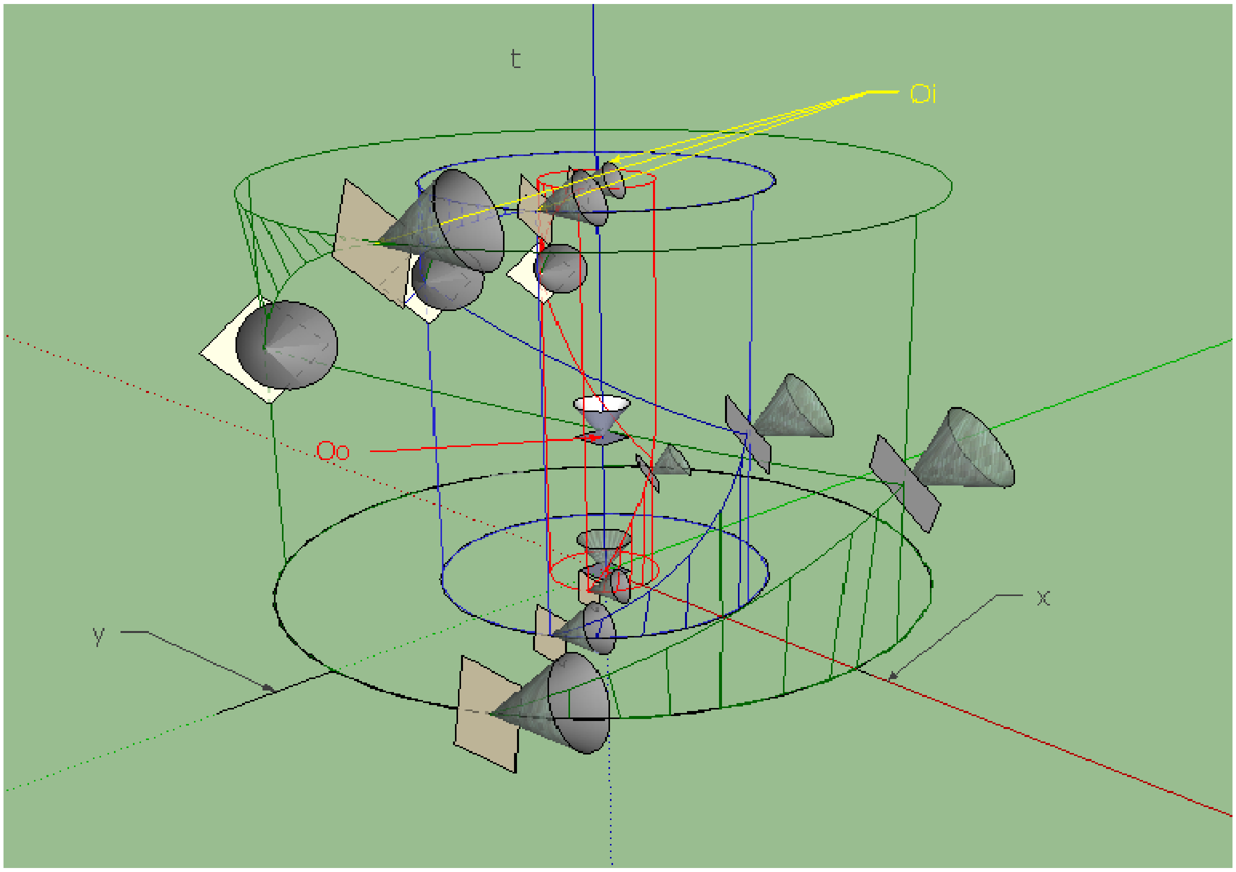

Figura 3.2.3: Universo de Gödel, con énfasis en los observadores inerciales, donde los observadores O_i rotan alrededor de un observador O_0 posicionado en el origen de coordenadas

Una consecuencia generada por dichas geodésicas es la que los diferentes observadores son equivalentes entre sí debido a que los sistemas de coordenadas locales de los mismos no giran, asegurando una propiedad simétrica de estos. Por lo tanto cada O_i (observador i) puede medir el tiempo necesario para darle una vuelta a este universo, tal que los diferentes O_i escojan un observador cualquiera como O_0 (observador en el origen de coordenadas u observador privilegiado), para luego hacer que el eje y de estos O_i apunte en la dirección de O_0 en un instante de tiempo, posterior a esto mide el tiempo en que el eje y de O_i, vuelve a apuntar en la dirección de O_0. Esta sería la mejor forma en que los observadores O_i puedan medir la velocidad angular ω del universo. Para garantizar que esto se tiene que calibrar los vectores t_i de los O_i tal que en O_0 vean los elementos verticales de todo los t_i son iguales a los de t_0 . Gödel quería que los observadores de su universo fuesen equivalentes entre sí. Hasta el momento son equivalentes desde el punto de vista que cada uno de ellos piensa que el resto del universo gira alrededor de sí mismo. En otras palabras es así porque los sistemas de coordenadas locales de los observadores distinguidos (origen de coordenadas) no giran o mejor dicho no siguen la rotación del universo. En este punto podemos asegurar que es una propiedad simétrica mas de los diferentes observadores y asi la forma de asegurar de que todos los observadores O_i obtienen la mismo valor para la velocidad angular es calibrando los vectores t_i de los O_i tal que en O_0 vea en los elementos verticales de todo los t_i sean iguales a los de $t = 0$. La elección de un tiempo local asegura que el marco de coordenadas locales mida una especie de "tiempo universal"; a este también se lo podria denominar como marco de referencia global (figura 3.2.3, 3.2.4)[2][14].

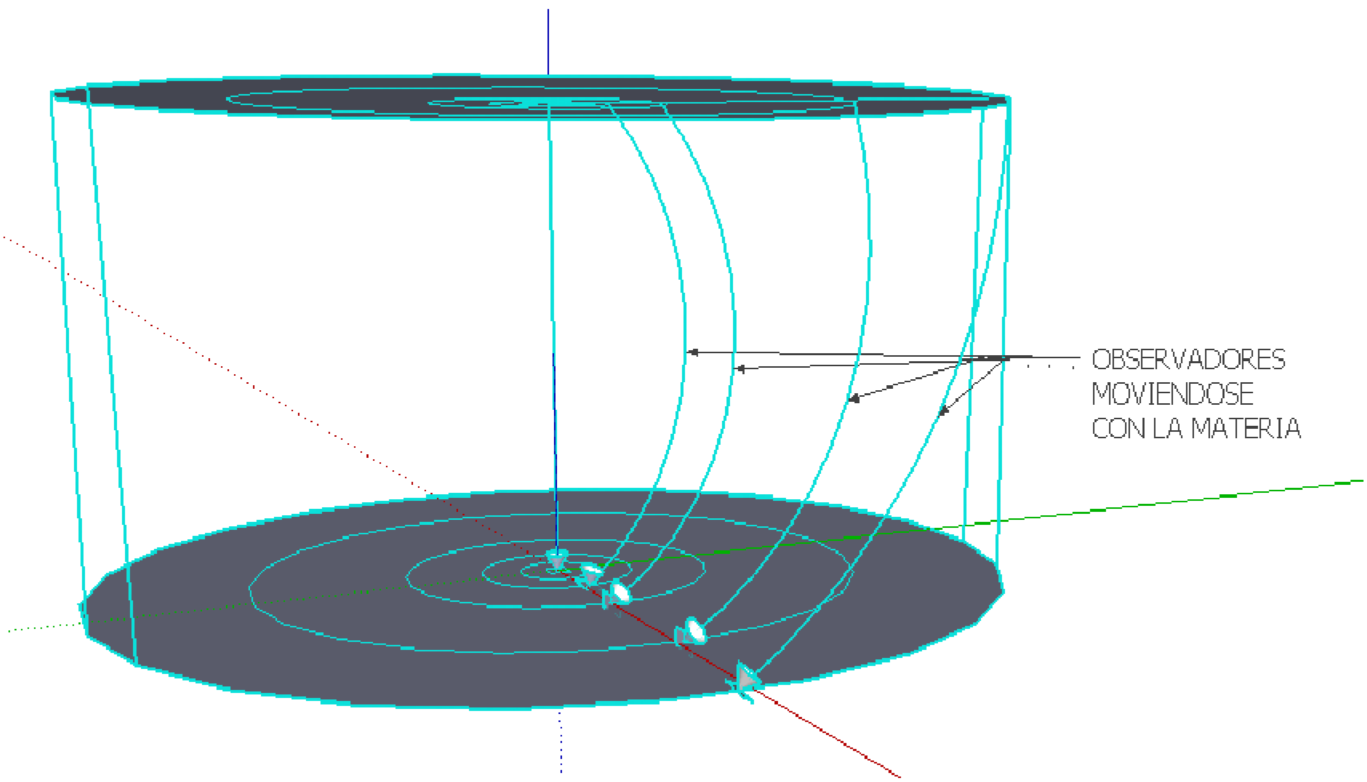

Figura 3.2.4: Linea de mundo para los diferentes observadores O_0 y O_i; la línea de mundo de los diferentes O_i aumenta en magnitud ya que el espacio-tiempo recorrido para estos es mayor en proporción a la distancia que los separa al observador O_0 pero el tiempo local del universo a transcurrido en igual magnitud para todos los observadores.

3.3. Inclinación de los conos de luz.

En este modelo hay dos posibles inclinaciones en los conos de luz y por lo tanto dos posibles opciones para descubrir el comportamiento de los mismos:

Afirmación 1. Se pueden inclinar hacia delante los conos de luz (en la dirección φ positiva) de tal manera que con el aumento de r (radio) también aumentaría la inclinación de estos.

[2]Debido a que la imágenes en el documento son en 2D no deja ver con gran detalle ciertas magnitudes en lo que respecta a las líneas de mundo, por esto se recomienda utilizar el software para obtener mejor detalle de las mismas.

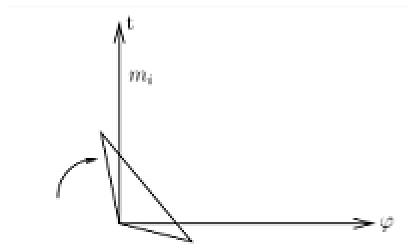

Figura 3.3.1: Inclinación de los conos de luz hacia delante.[14]

Afirmación. 2. También se puede inclinar los conos de luz hacia atrás, frente a la dirección φ de tal manera que la diferencia se va y no induce a otros efectos. Esta inclinación es sólo una opción de inclinación vista desde otro sistema de coordenadas, es decir, mediante la transformación de coordenadas $\varphi \longmapsto -\varphi$.

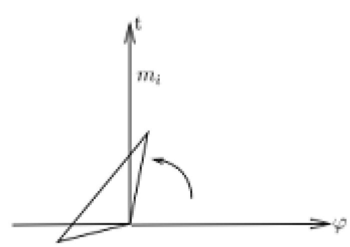

Figura 3.3.2: Inclinación de los conos de luz hacia atrás. [14]

También se afirma que los conos de luz tienen un rotación propia por lo tanto se asevera de que los vectores unitarios correspondientes a las cordenadas espaciales tendran que cambiar de dirección con un aumento en el tiempo. En la figura 3.3.3 se muestra un observador “privilegiado” de color naranja en donde la materia girará en torno a el, las componentes x,y son los ejes verde y rojo repectivamente para un instante inicial; como habíamos dicho anteriormente los vectores unitarios correspondientes a cada coordenada espacial cambian con relación al tiempo por lo tanto la curva identificada con el mismo color de la componente será la que me indica como es este cambio; las lineas de color rojo y verde claros serán las nuevas direcciones de los ejes coordenados después de un tiempo.

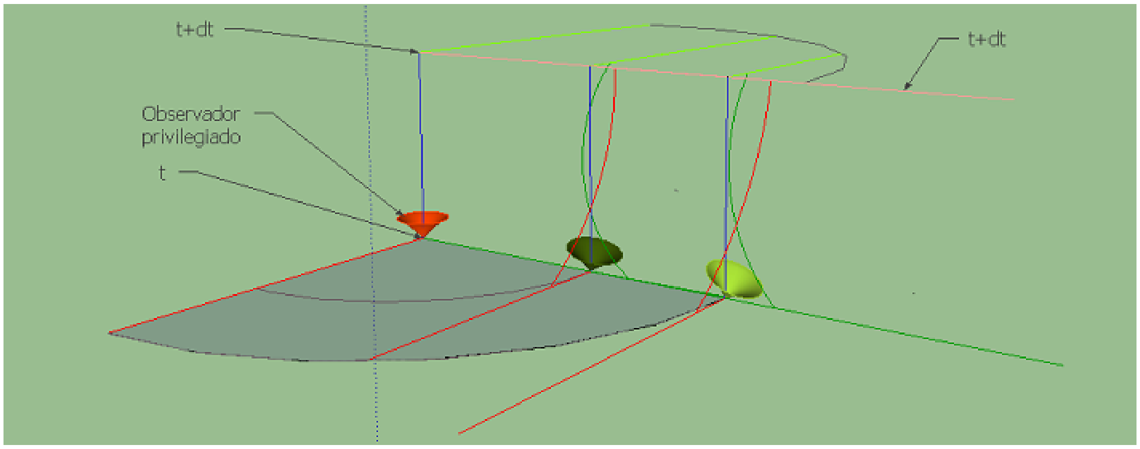

Figura 3.3.3: Reresentación del continuo cambio de la dirección de los vectores unitarios para los diferentes observadores a diferentes valores de la coordena r con respecto al observador privilegiado u origen de coordenadas.

3.4. El viaje en el tiempo

En la TER y la TGR se permite explícitamente un tipo de dilatación temporal que ordinariamente se podría denominar "viaje en el tiempo" y por el cual un observador da cuenta de que el reloj de otro (un reloj físicamente idéntico al suyo) está marcando el tiempo a un ritmo menor que el que mide su reloj. Sin embargo, este efecto sólo hace posible el "viaje en el tiempo" hacia adelante en el futuro, nunca hacia atrás; sin embargo, de aquí en adelante "viaje en el tiempo", propiamente dicho, se referirá al recorrido con algún grado de libertad o en otras palabras hacia el pasado o el futuro[3]. Cualquier teoría que permita el viaje en el tiempo requiere que algunas situaciones relacionadas con la causalidad (o, en su caso, retrocausalidad) sean resueltas[3]. Esta sección plasmará cómo sería un viaje en el tiempo, además de mostrar cual es su relación con una línea cerrada de tiempo.

[3] ¿Qué pasaría si alguien trata de viajar en el tiempo y mata a su propio abuelo?

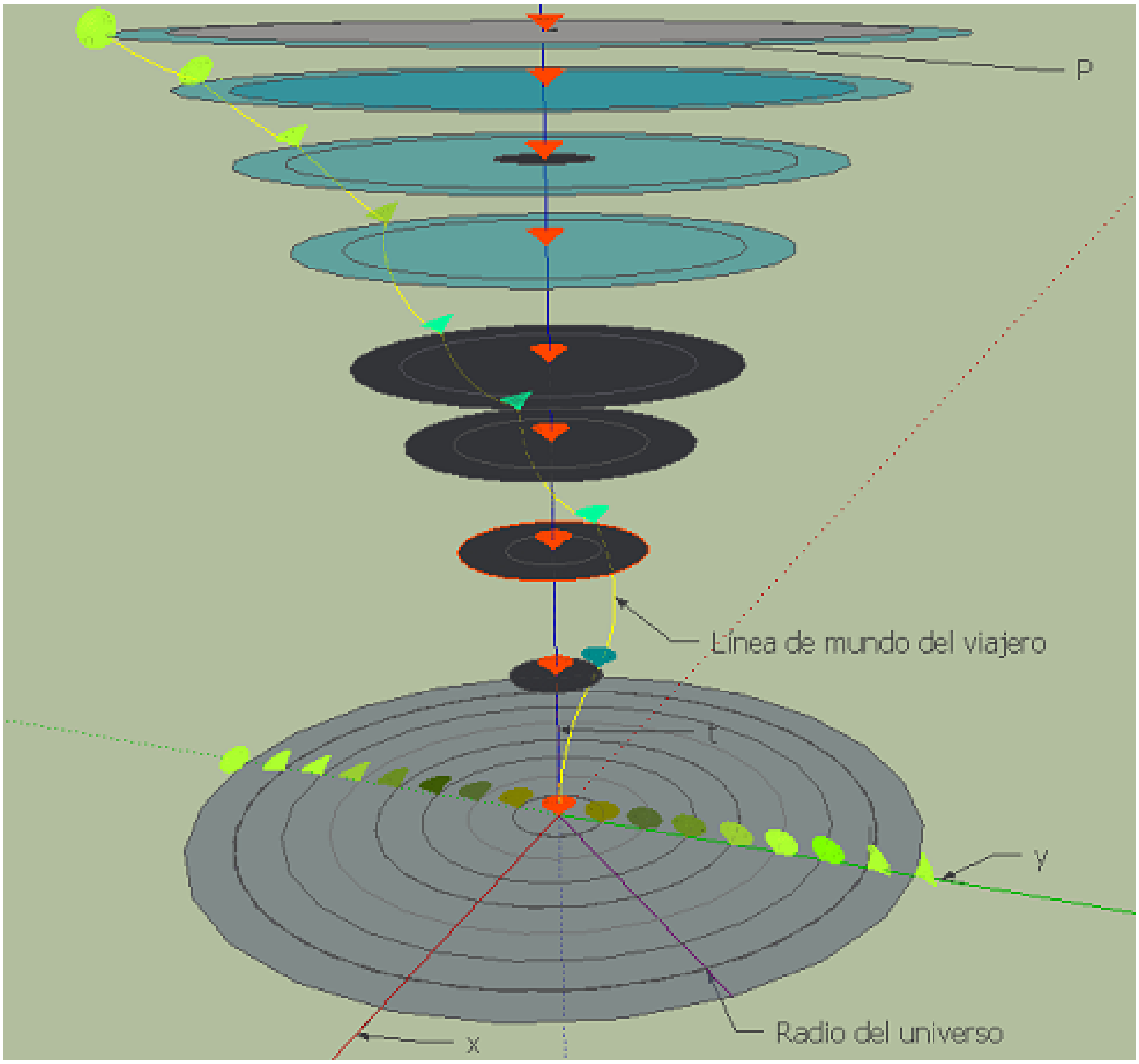

Figura 3.4.1: Inicio el viaje en el tiempo o fase 1 del viaje, donde el viajero se dirige al los límites del MRG.

La figura 3.4.1 muestra la línea de mundo de un viajero (línea amarilla) el cual se dirige hacia los límites del universo, esta línea representará la primera fase de un viaje en el tiempo además de una sección de las anteriormente nombradas líneas de tiempo cerradas. Vemos que a medida que el viajero se aleja del origen de coordenadas u observador privilegiado, la velocidad de este aumenta; también sería correcto afirmar que el tiempo corre de manera mas lenta a medida que el mismo se acerca al límite del universo. La última afirmación no implica que el tiempo propio del viajero también corra más lento o en otras palabras se dilate; para el viajero su tiempo avanza con total normalidad, pero si voltearamos a mirar desde la posición del viajero al observador "privilegiado", afirmaríamos que el tiempo de este se esta dilatando. En conclusión de esta primera imagen acerca de como es el viaje en el tiempo en el MRG tenemos:

- El eje t es de color azul (vertical), el eje x es rojo y el eje y es de color verde.

- La línea de color morado indica el radio máximo del universo de Gödel.

- Las circunferencias describen que para todo punto de la misma, el cono debe poseer la misma inclinación ya que en dichos puntos la velocidad angular se mantiene, además de que si aumenta el radio de la circunferencia también debe aumentar la velocidad angular de la partícula.

- Las circunferencias superpuestas muestran diferentes valores para t además de indicar la posición espacial anterior y actual de la partícula viajera.

- La línea amarilla indica la primera fase del viaje y es la línea de mundo de una partícula viajera la cual empieza a desplazarse desde el centro de las circuferencias de la base (centro del universo) de la imagen.

- Para cuando la distancia existente entre la particula viajera y el observador privilegiado a superado el radio crítico el cono se ha inclinado lo suficiente como para que la superficie del cono de luz perteneciente a la partícula viajera atraviese la hipersuperficie del presente, esto se evidencia en la circunferencia superior y en donde termina la línea amarilla.

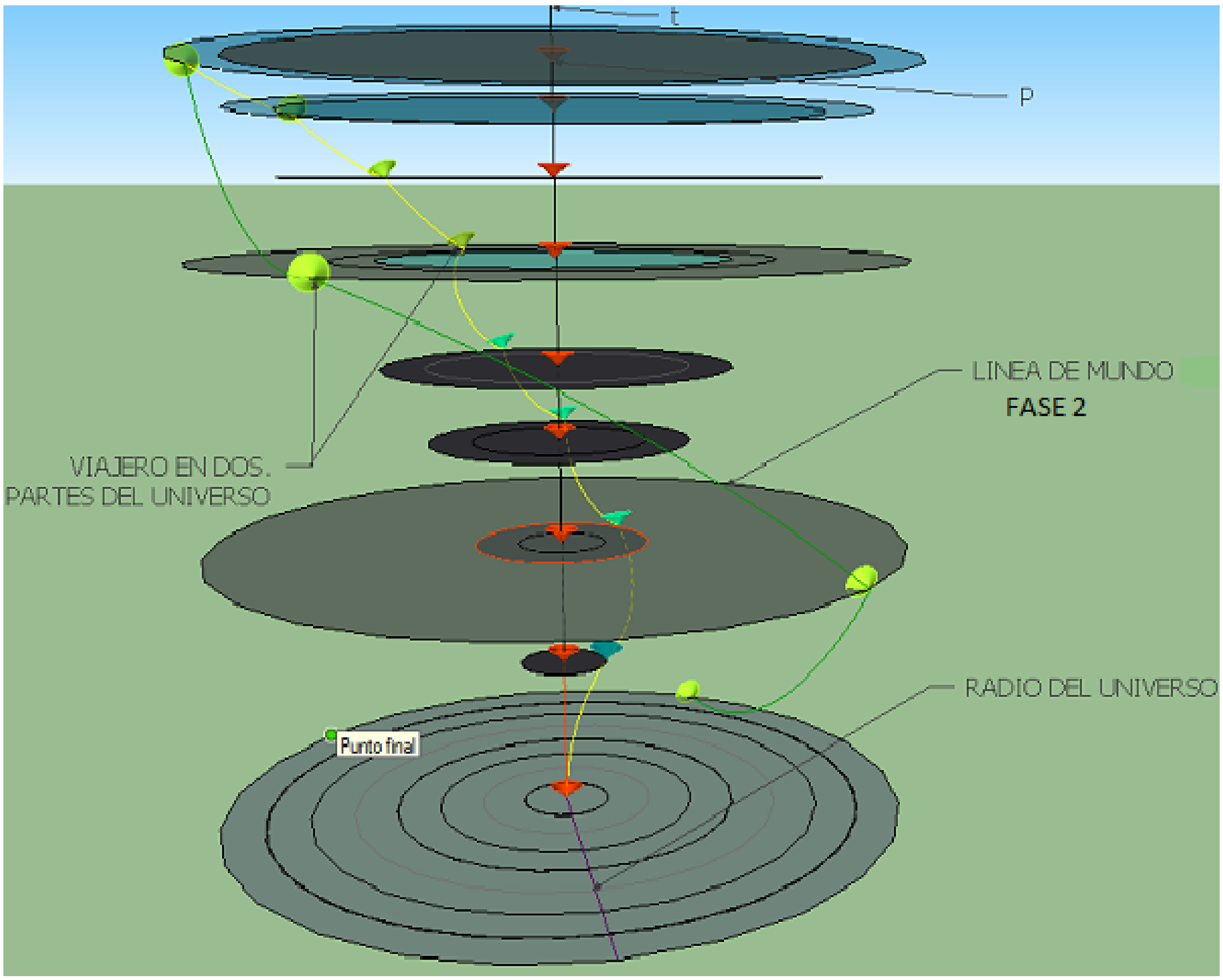

Figura 3.4.2: El viajero que se mantiene el límite del universo se desplazará en una dirección “negativa” para el observador privilegiado, esta ase del viaje se denomina fase 2 del viaje y dicha línea de mundo es representada por la línea verde en la figura.

La figura 3.4.2 nos muestra el inicio de un aumento de tiempo negativo desde el punto de vista del observador privilegiado; dicho viaje se encuentra representado por una línea verde. Analizando la figura 3.4.2 se asevera de que el viajero en esta etapa, ocupa dos lugares en la superficie espacial en un mismo tiempo. Es decir; el viajero estará en nuestra galaxia y en una muy distante simultaneamente; además de lo anterior la fígura ilustra el viaje temporal en dirección negativa siempre es a un radio constante que es cercano en magnitud al radio del universo. La imagen de la segunda fase (figura 3.4.2) del viaje puede describirse de la siguiente manera:

- La línea de color morado indica el radio máximo del universo de Gödel.

- Las circunferencias describen que para todo punto de la misma, el cono debe poseer la misma inclinación ya que en dichos puntos la velocidad angular se mantiene, además de que si aumenta el radio de la circunferencia también debe aumentar la velocidad angular de la partícula.

- Las circunferencias superpuestas muestran diferentes valores para t además de indicar la posición espacial anterior y actual de la partícula viajera.

- La línea amarilla indica la primera fase del viaje y es la línea de mundo de una partícula viajera la cual empieza a desplazarse desde el centro de las circuferencias de la base (centro del universo) de la imagen.

- La línea verde indica la segunda fase del viaje y es la línea de mundo de la partícula viajera la cual se mantiene durante un tiempo arbitrario a una distancia r del observador privilegiado siendo ese r mayor al radio critico del universo.

- También se señala en la figura que la partícula se encuentra en dos posiciones espaciales para un mismo tiempo t, es decir que existe en dos partes del universo al mismo tiempo.

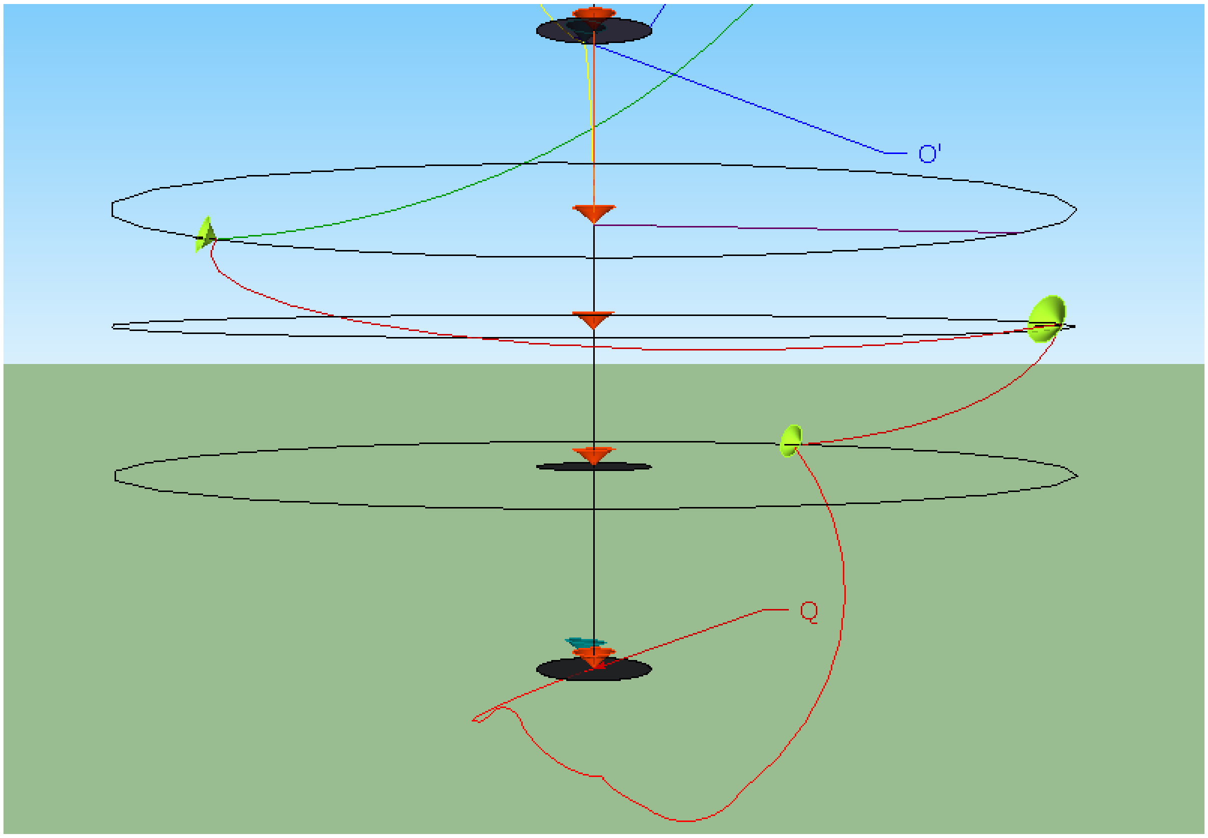

Figura 3.4.3: La fase tres del viaje en el tiempo inicia en el momento que el viajero decide regresar al punto espacial donde originó su viaje y esta fase se encuentra descrita por la línea de mundo roja en la fígura.

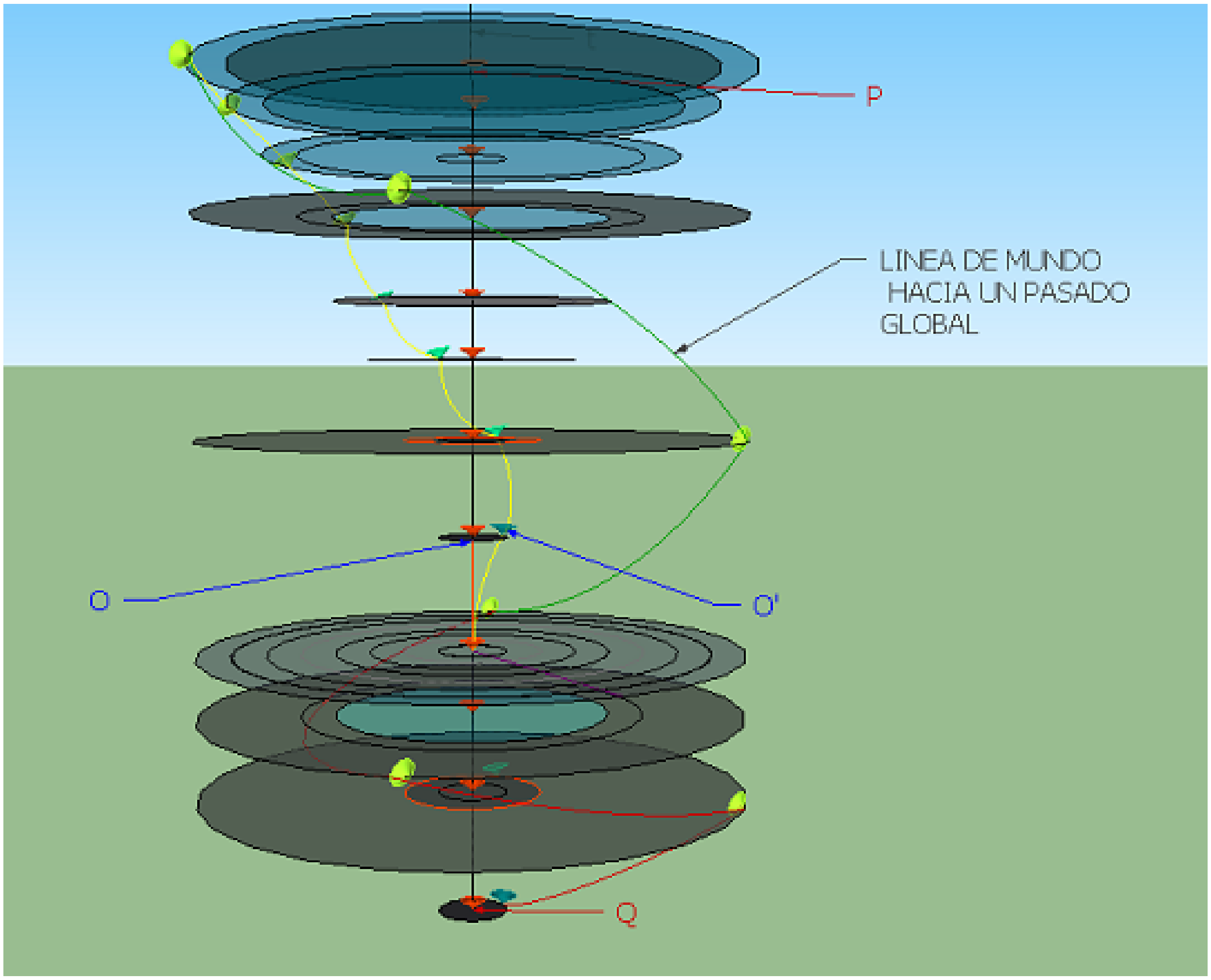

Figura 3.4.4: Totalidad de las fases del viaje de la partícula que regresa en el tiempo y visualizacion de la línea de mundo cerrada de esta partícula.

En esta última figura podemos apreciar una representación general de un viaje a través del tiempo en el MGR; la línea de mundo de un viajero en el tiempo sería llamada como línea de tiempo cerrada, siendo esta la unión de las siguientes líneas:

Verde (fase 1): el viaje hacia el límite del universo

Amarilla (fase 2): el movimiento del viajero en una dirección negativa de tiempo y a una distancia constante del observador privilegiado o centro del universo.

Roja (fase 3): la coordenada temporal del origen de dicha línea es simultánea al momento que el viajero sale de su galaxia, y la finalización de la susodicha es un tiempo anterior al inicio del viaje pero con una misma coordenada espacial o en otras palabras la llegada a su galaxia.

En general la figura 3.4.3 muestra:

- El punto P es el futuro del observador privilegiado.
- El punto Q sería el futuro del viajero en el tiempo.
- El observador O se encontará a lo largo de diferentes tiempos en la misma posición espacial y la particula viajera será designada como el marco de referencia O'.
- La línea de color púrpura indica el radio máximo del universo de Gödel.
- Las circunferencias describen que para todo punto de la misma, el cono debe poseer la misma inclinación ya que en dichos puntos la velocidad angular se mantiene, además de que si aumenta el radio de la circunferencia también debe aumentar la velocidad angular de la partícula.
- Las circunferencias superpuestas muestran diferentes valores para t además de indicar la posición espacial anterior y actual de la partícula viajera.
- La línea amarilla indica la primera fase del viaje y es la línea de mundo de una partícula viajera la cual empieza a desplazarse desde el centro de las circuferencias de la base (centro del universo) de la imagen.
- La línea verde indica la segunda fase del viaje y es la línea de mundo de la partícula viajera la cual se mantiene durante un tiempo arbitrario a una distancia r del observador privilegiado siendo ese r mayor al radio crítico del universo.
- La línea roja indica el desplazamiento de la partícula viajera de los límites del universo a su posición espacial de partida u origen de coordenadas espaciales, dicha línea empieza cuando la particula viajera se encuentra en el origen de coordenadas y a su vez en el límite del universo y culmina en un punto anterior al de cuando la particula viajera se encuentra consigo misma en un tiempo anterior al de la partida.
- También se señala en la figura que la partícula se encuentra en dos posiciones espaciales para un mismo tiempo t, es decir que existe en dos partes del universo al mismo tiempo.

Para resumir, el viajero llegará a su galaxia antes de que salga de la misma, además se encontrará simultaneamente en dos partes del espacio y esto se dará en un tiempo global que va desde su llegada al límite del universo hasta el instante que decida disminuir esa distancia tanto que la misma llegue a ser menor a la del radio crítico del MRG.

3.5. Retrocausalidad

De acuerdo con la TER las partículas materiales al moverse a través del espacio-tiempo se mueven un sentido positivo de tiempo (hacia el futuro) y hacia un punto u otro del espacio. Un aspecto inaludible de dicha teoría es que el viajar a velocidades altas (próximas a c) ocasiona una dilatación temporal, por la cual el tiempo de un individuo que viaja a esa velocidad aumenta con menor proporción. Desde la perspectiva del viajero en el MGR, el tiempo "externo" parece fluir más rápidamente, causando que el viajero llegue a un lugar más adelante en el futuro. Sin embargo, este fenómeno en sí mismo, no es lo que suele denominarse como viaje a través del tiempo. El concepto de viaje en el tiempo ha sido abordado en ciertas ocasiones para examinar las consecuencias de teorías físicas como la TER, la TGR y la teoría cuántica; aunque no existe evidencia experimental del viaje en el tiempo y existen razones teórico-matemáticas importantes (para nuestro caso la solución planteada por Gödel) para considerar que no es posible la existencia de cierto tipo de viaje a través del tiempo.

El hablar de viaje en el tiempo implica la existencia de la retrocausalidad o en otras palabras es referirnos a los fenómenos capaces de invertir la causalidad, existiendo la posibilidad de que el efecto preceda a su causa, “puedo planear un viaje mañana para verme ayer”, lo anterior lleva a que se aborde un experimento mental debido a su abstracción relacionada con lo paradójico generando en cierta manera la imposibilidad de su existencia; este experimento mental es denominado “paradoja del abuelo”, consiste en una persona que viaja al pasado y mata a su abuelo antes de que este conozca a su abuela y puedan concebir a su padre. Por lo que el viajero nunca ha nacido y, mucho menos, pudo haber viajado en el tiempo para eliminar a su antepasado. Esto implica que tanto su padre, como él, en realidad sí pueden existir, por lo que podría viajar y matar a su abuelo, y así una y otra vez. Esta paradoja suele ser utilizada para negar la posibilidad de los viajes en el tiempo, pero muchos creen que solo restringe lo que se puede hacer en un viaje al pasado. El universo de Gödel o MRG es una solución a la ECE en la que existen líneas de mundo cerradas, las cuales conllevan la existencia de una retrocausalidad, para hablar de una manera mas explicita de la retrocausalidad en dicho modelo se abordará el viaje en el tiempo en el MRG y explicaremos que consecuencias retrocausales se obtendrán del mismo, la mejor opción para elaborar una explicación concreta es la de dividir en fases este viaje para asi poder relacionar los diferentes tipos de eventos que pueden ser causales o retrocausales.

La primera fase será descrita por el viaje hacia el limite del universo:

El viajero se aleja con cierta velocidad de un observador en el origen de coordenadas u observador privilegiado el cual definirá el cambio de la coordenada temporal del universo de manera global (cono naranja en la figura 3.4.3), a medida que dicho observador aumenta su distancia con el observador privilegiado, este último describe que aumenta su velocidad, y por lo tanto recorre las mismas distancias en un menor tiempo. Este fenómeno se genera por la velocidad que posee el flujo de materia en el MRG; en el caso del viajero afirmará que su velocidad se ha mantenido constante durante todo el tiempo que lleva de viaje. Para el instante después de que el viajero supere el radio crítico del universo, el observador privilegiado notará que el viajero habrá desaparecido. Aquí obtenemos una consecuencia muy importante y es ¿que sucede con el principio conservación de la energía?; efectivamente, la energía inicial de este universo no será en magnitud igual a la del instante que desaparece el viajero.

$$E_0 > E_f$$

La segunda fase comprende la permanencia del viajero en una posición cuya magnitud es mayor que la del radio crítico del MRG:

El viajero se mantendrá con su velocidad constante y la dirección de dicha velocidad siempre irá en la dirección en la que aumenta la coordenada φ, el observador privilegiado observa en un instante de tiempo que existen dos viajeros en este universo, en el caso del observador privilegiado no se podrá denominar ningún tipo de observación como continuo de tiempo ya que no tiene sentido lógico debido que existe un desplazamiento temporal de dirección negativa del viajero; en el caso del viajero se observará a si mismo en otra parte del universo, afirmando también que se encuentra en dos partes del universo en un mismo instante de tiempo, a esta estapa la denominaré como el futuro-pasado del viajero.[4]Para esta instancia el viajero posee una coordenada temporal de magnitud positiva desde su punto de vista, pero viéndolo desde la globalidad o el tiempo universal se hablaría de que su coordenada temporal posee una magnitud negativa. Además de la anterior consideración se puede afirmar que se creó energía en este universo, justamente cuando uno de los viajeros aparece en este universo y por lo tanto:

$$E_f > E_0$$

La tercera fase comprende el regreso del viajero a donde originó espacialmente su viaje, (desplazamiento del límite del universo al origen de coordenadas u observador privilegiado) a esta instancia la denominaré como regreso a casa; aquí el viajero observará que se encuentra acercándose a si mismo y que cuando llegue a casa podrá interactuar consigo mismo, para el caso del observador privilegiado el podrá hablar de una disminución de la velocidad desde el intante que la coordenada r sea menor en magnitud que la del radio crítico del viajero, previo a esta posición radial no podra

[4]Denomino esto como futuro-pasado del viajero ya que es el futuro real de este viajero, pero a la vez se encuentra en el pasado del universo.

denominar una observación para un tiempo como cotinuo positivo, siendo lo que observa en un instante de tiempo dos viajeros, uno en casa y otro en otra posición radial mayor en magnitud que la del radio crítico.

La cuarta fase comprende la llegada del viajero a casa hasta cuando su paralelo decide irse de viaje:

Durante esta fase se puede afirmar la existencia de tres viajeros, esto ya que los dos viajeros en el origen de coordenadas observarán uno de sus paralelos en los límites del universo lo cual generaría un cambio en el valor de la energía total del universo; todo esto previo al viaje. Para el viajero paralelo cuando se encuentre moviendose en una dirección negativa de tiempo se observará en 4 posiciones del universo, y cuando llegue a casa de nuevo no existiran 4 si no 5 viajeros; por lo tanto cada viaje en el tiempo porvocará que en la cuarta fase de cada viaje se aumentará el número de viajeros en 2.

Las relaciones correspondientes para el numero de viajeros en cada fase viene dada por la relación:

- Primera fase: n; siendo n el número de viajeros en el origen de coordenadas.
- Segunda fase: $n+m$; siendo m el numro de viajeros con coordenadas espaciales diferentes a la de los viajero en el origen de coordenadas
- Tercera y cuarta fase: $2n+m$

La existencia de universos paralelos sería una de las mejores maneras de evitar las paradojas; por ejemplo, al regresar en el tiempo y matar a tu abuelo, lo harás en un universo paralelo en el que nunca serás concebido. Sin embargo, seguirás existiendo en tu universo original, pero no existirás en el universo que se originó al matar a tu abuelo. También es posible que el universo no tenga una línea temporal absoluta que permanece inalterada una vez que los sucesos ocurren; desde un punto de vista determinista, desde el comienzo del tiempo. En su lugar, cada partícula tendría su propia línea temporal y, por ello, los humanos también la tendrían. Esto puede considerarse similar a la teoría de la relatividad, excepto que afecta a la historia de una partícula en lugar de a su velocidad. Las fuerzas físicas afectan a las partículas físicas. Si todas las partículas físicas de un ser humano viajaran atrás en el tiempo, esa persona podría matar a su propio abuelo (ninguna fuerza física se lo impediría). Como resultado no obtendría ninguna causa física, porque no hay fuerzas físicas que puedan entender lo que ha pasado, y esta nueva línea temporal se desarrollaría simplemente porque el universo no tiene ningún mecanismo para deshacerla. El yo futuro de esa persona no necesita nacer para cumplir el destino de volver atrás en el tiempo, porque no hay líneas temporales «absolutas» que deban cumplirse. Si esa persona fuese capaz de encontrar y observar las versiones actuales de sus partículas futuras, éstas seguirán también leyes físicas y por tanto no se convertirán en su yo futuro (porque uno de sus padres no estará allí para crearlo). Esta teoría es similar a la teoría de los universos paralelos, excepto que ocurre en un solo universo. Apartir de la mecánica cuántica se puede partir de que los diferentes estados cuánticos posibles existen simultáneamente y que al examinarlos y colapsar la función de onda se lograría escoger en qué universo quedarse.[5] En general, si uno viaja en el tiempo y evita el propio nacimiento no es necesario de que desapareciese, si no que cabe la posibilidad de seguir existiendo, pero quizás con alguna diferencia; tal vez uno mismo sea el único que tiene consciencia de su existencia y todos los demás jamás se habrían enterado que uno existió.

[5]En otras palabras, el Gato de Schrödinger está vivo en un universo y muerto en otro. Una manera de entender esto podría ser la teoría de Albert Einstein de que la energía se convierte en otra cosa, no desaparece.

Conclusiones

El espacio-tiempo de Minkowsky pone en manifiesto la unificación del espacio-tiempo, siendo también un instrumento geométrico especialmente adaptado para la explicación de los fenómenos relativistas, para nuestro caso, la simultaneidad y la causalidad. Gracias a dicha herramienta que tiene como representación geométrica el cono de luz es posible el visualizar dichos fenómenos de manera mas gráfica proporcionando lo que puede ser una mejor comprensión de estos fenómenos. Teniendo como base dicha representación que nos define el comportamiento causal para cada particula en el universo esta se puede utilizar también como herramienta para la comprensión de este fenómeno en modelos mas complejos, para nuestro caso, el MRG.

El cono de luz define la causalidad para una partícula pero este se ve afectado por el constante movimiento de rotación que tiene toda la materia en el MRG, trayendo como consecuencia de que para un marco de referencia privilegiado la inclinación de los conos cambie con relación a la distancia que lo separe de una particula distante. El anterior efecto de inclinación conlleva a que solo exista una causalidad a nivel local pero no global ya que el cono de luz de un viajero se puede inclinar tanto que lo que significa para el marco de referencia privilegiado un aumento de tiempo en dirección positiva no conlleva un aumento de tiempo en la misma dirección para una partícula lejana.

La causalidad global esta estrechamente ligada y depende en su totalidad de que tan lejos esté un observador de otro, es decir, de la distancia que los separe; Lo anterior trae como gran consecuencia de que si la distancia entre el observador privilegiado y una partícula viajera es menor en magnitud al radio crítico del universo solamente existirán líneas de mundo de longitud infinitas que nunca se vuelven a aproximar a ninguno de sus puntos precedentes (líneas de mundo abiertas), pero si dicha distancia que las separa es igual o mayor en magnitud a la del radio crítico del universo dará lugar a la existencia de líneas de mundo cerradas consiviendo a que una particula se encuentre consigo misma.

La solución planteada por Gödel a las ECE es una solución matemáticamente exacta que a su vez puede ser denominada como irracional, ya que conlleva una serie de comportamientos paradójicos que van ligados a lo ilógico y no comprobable ,además de poseer dicho universo unas propiedades que se pueden describir como exóticas, tales como el tipo de materia y su constante rotación, una constante cosmológica que evita su expansión y la mas relevante de todas, la existencia de líneas de mundo cerradas.

A pesar de que el concepto de retrocausalidad es algo que puede ser denominado como ilógico desde el criterio de la física moderna es interesante el aporte de Gödel al utilizar una herramienta tan fuerte en el campo de la TGR como lo son las ECE para desarrollar una solución a las mismas que impliquen un universo que viole las leyes de la naturaleza.

Bibliografía

[1] Aportes para la utilización de analogías en la enseñanza de las ciencias. Antonio Felipe, Silvia

[2] Apuntes de relatividad, Universidad Pedagógica Nacional, Fabio Vélez Ph.D, Julio del 2012.

[3] Breve repaso de la relatividad especial, Universidad de Granada, 1971 Granada, Spain, Dr. Bert Janssen,

[4] Caracterización del espacio-tiempo de Minkowski, Vargas M, Monografía para optar por el título de Licenciado en Física, 2009.

[5] Cience and children methods and strategies. The teaching with analogies model. Enero 4 del 2007 Shawn Glynn

[6] El Modelo Estándar, Pilares Básicos De La Cosmología. Departamento De Ingeniería y Física Aplicada, Javier Zorzano, Septiembre 2008

[7] French, Antony Philip; Curso de Realtividad Especial, Barcelona; Editorial Reverte;1974.

[8] G. Dautcourt, The lightcone of Gödel-like spacetimes. September 27, 2010

[9] General Relativity in the Undergraduate Physics Curriculum James B. Hartle. Department of Physics University of California, Santa Barbara, CA 93106-9530 (Dated: February 3, 2008)

[10] Gödel Kurt, An Example of a New Type o Cosmological Solutions of Einstein´s Field Equations of Gravitation, Insitute or Avanced Study, Priceton, New Jersey, July 1949

[11] http://www.juntadeandalucia.es/averroes/ iespgh/articulos/tr/tr05.htm

[12] Introducción a la Física, Luis Rodríguez Valencia, Departamento de Física, Universidad de Santiago de Chile, 27 de marzo de 2003

[13] Jacques FRANCHI, Relativistic Diusion in Gödel’s Universe. February 2007

[14] Mike Morris, Kip Thorne. Wormholes in space-time and their use for interstellar travel: A tool for Teaching General Relativity. 1988

[15] Nemeti, I., Madarasz, J. X., Andreka, H. and Andai, A.Visualizing some ideas about Gödel-type rotating universes. November 18, 2008.

[16] Notas autobiográficas, Albert Einstein, Alianza Editorial S.A., 1992.

[17] Ray d'Inverno, Introducing Einstein´s Relativity; faculty o Mathematical studies, University Of Southampton, Editorial Oxford; 1993.

[18] Rooman and P. Spindel, Gödel metric as a squashed anti-de Sitter geometry, Class. Quant. Grav. 15 (1998) 3241, [arXiv:gr-qc/9804027].

[19] T. Harmark and T. Takayanagi, Supersymmetric Gödel universes in string theory, Nucl. Phys. B662 (2003) 3 [arXiv: hep-th/0301206].

[20] Teaching General Relativity Robert M. Wald Enrico Fermi Institute and Department of Physics The University of Chicago, Chicago, IL 60637, USA February 4, 2008

[21] The Road Reality, Penrose Roger, Capítulos 17,18,19, Editorial Jonathan Cape London, 2004

[22] The Gödel Solution to the Einstein Field Equations, Al Momin, 1998.

Apéndice

Rotaciones y transformaciones

Si tenemos en una representación de Minkowski, un sistema de referencia O' que se mueve con velocidad v, se representa como un sistema ortogonal desde el sistema de referencia inercial O donde se sitúa el observador, estos dos sistemas se relaciona con la transformación de Lorentz. El ángulo θ es tal que se cumple

$$tanh\theta = v/c$$

Por propiedades de las rotaciones el $sinh\theta = \frac{e^{\theta}-e^{-\theta}}{2}$ y el $cosh\theta = \frac{e^{\theta}+e^{-\theta}}{2}$, entonces $tanh\theta = \frac{sinh\theta}{cosh\theta}$ y por lo tanto

$$tanh\theta = \frac{(e^{\theta}-e^{-\theta})}{(e^{\theta}+e^{-\theta})}$$

Y como sabemos que en el espacio-tiempo de minkowsky se cumple que $tanh\theta = v/c$, entonces $sinh\theta = v$ y $cosh\theta = c$. Así, una tansormación de Lorentz usando los parámetros de los ángulos de Euler puede ser vista como una rotación en el espacio complejo (x, ict). Esto se traduce al espacio-tiempo físico (x, t) simplemente cambiando las funciones trigonométricas por sus respectivas hiperbólicas.

Las ecuaciones de transformación de Lorentz que conectan a dos sistemas de referencia S y S'corresponden a una rotación a lo largo de un ángulo α en el espacio cuatridimensional y pueden ser expresadas de la manera siguiente:

$$x' = xcosh\theta - ctsinh\theta,$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$ct' = -xsinh\theta + ctcosh\theta$$

$$tanh\theta = v/c$$

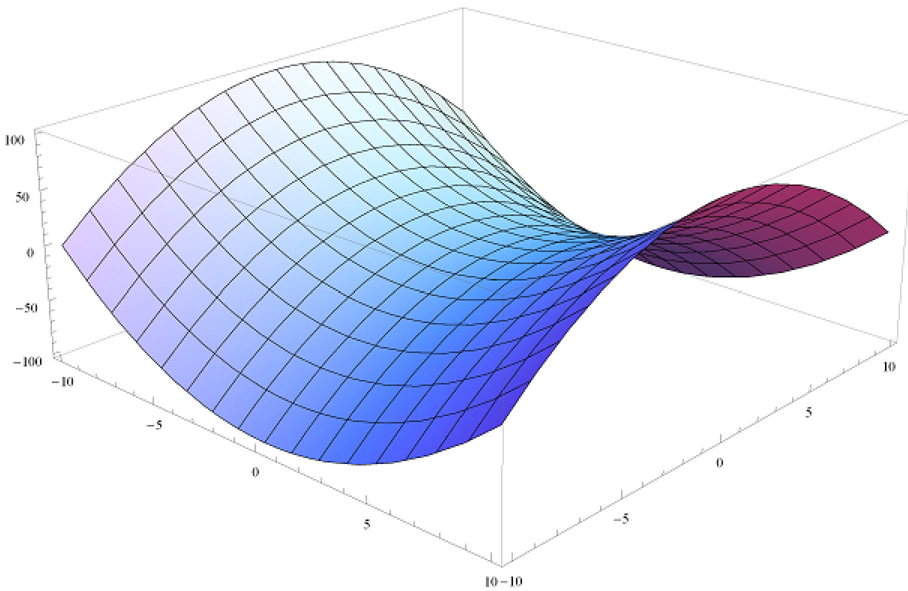

Figura 3.5.1: En general tenemos que el espacio de Minkowski no es un espacio euclideo sino un espacio hiperbólico. Si juntamos todas las líneas hiperbólicas obtendremos una superficie hiperbólica obtendriamos el cono de luz.

Puesto que la transformación de Lorentz se lleva a cabo aquí únicamente a lo largo del eje x común sobre el cual hay un movimiento relativo a una velocidad v, podemos ignorar las componentes y' y z', lo cual equivale a afirmar que la rotación que se llevará a cabo será una rotación limitada a dos dimensiones dentro del espacio cuatri-dimensional relativista.

$$x' = \gamma x - \gamma vt,\ y' = y,\ z' = z\ ct' = \gamma ct - ((\gamma v)/c)x$$

Siendo la matriz

$$\begin{bmatrix} x' \\ ct' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma & -\gamma\frac{V}{c} \\ -\gamma\frac{V}{c} & \gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ ct \end{bmatrix}$$

Entonces

$$\begin{bmatrix} x' \\ ct' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} cosh(\alpha) & -sinh(\alpha) \\ -sinh(\alpha) & cosh(\alpha) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ ct \end{bmatrix}$$

Una breve introducción a los principios de la TGR

Previo al abordar todo lo que implica el modelo planteado por Gödel en 1949 es relevante el introducir ciertos conceptos claves que dan estructura a la TGR, ya que estos ayudarán al lector a generar una mejor comprension de dicho modelo ademas de sus propiedades.

Las Ecuaciones de Campo de Einstein (ECE)

Einstein, en la formulación de la relatividad restringida o especial, describe espacios vacíos sin masas, con una geometría plana tridimensional. Pero en la teoría de la relatividad general incluye el efecto de la gravedad que generan las masas, cuya distribución es la determinante en la curvatura del espacio-tiempo.

La relación entre la geometría y la distribución de las masas está dada por las ecuaciones fundamentales de la relatividad general formuladas por Einstein. En esas ecuaciones se especifica cómo la distribución de las masas es la determinante de la curvatura del espacio en cada punto y, a su vez, cómo la geometría determina el movimiento de las masas. A su vez, tanto la geometría como el movimiento de los cuerpos, deben satisfacer una relación de autoconsistencia a lo largo de todo el espaciotiempo. Ahora bien, cuando se habla de distribución de masas, el concepto encierra las posiciones, magnitudes, distancias y movimientos. Coloquemos como ejemplo una estrella. Estamos hablando de un astro de gran masa, pero que está contenida en un pequeño volumen. Lo anterior implica que la estrella genera en su vecindad una geometría distinta para el caso de que su volumen fuera mayor. Esto implica que la geometría cerca de la estrella puede ser sustancialmente distinta en uno u otro caso. Tomemos como ejemplo el Sol. Se trata de una estrella con una masa de $2•10^{30}Kg.$ y un radio de $700.000Km.$ Pero hay estrellas, como las de neutrones, donde esa misma masa está contenida en una esfera de 10 Km de radio. O sea, se trata de un astro con un radio 70.000 veces menor al del Sol y con un volumen también menor. Cerca de una estrella de neutrones tan densa el espaciotiempo tiene una curvatura enorme. Por su parte, la Tierra, que tiene una masa de$6 \times 10^{24}Kg.$ y un radio de $6.400Km.$, ejerce en el espaciotiempo una curvatura insignificante, casi despreciable. Sin embargo, con el mismo tamaño pero másicamente semejante al Sol generaría una curvatura importante. Si con su misma masa se disminuyera su radio en forma significativa, hasta unos pocos centímetros, ocasionaría una gran curvatura en el espacio cercano a su superficie, el cual asumiría propiedades muy extrañas. En cuanto al universo, dado su inmensidad, las distancias que se dan en él son casi inconmensurables; sin embargo, la cantidad de materia que aloja por unidad de volumen es bajísima cuando se compara con un cuerpo como la Tierra. Si se observa al universo a grandes escalas astronómicas, es decir, a millones de años luz, el espacio que se distingue es casi plano como una hoja de papel. No obstante, si la observación es focalizada hacia lugares cercanos se encuentra un aspecto rugoso. Ahora, si se considera la totalidad del universo, o sea su geometría global, ésta es curva. La fuerza que ejerce una masa ubicada en un plano cercana a otra, en la teoría de la mecánica clásica se expresa por la ley de gravitación universal de Newton. Se trata de una fuerza determinada por el producto de las masas de los cuerpos interactuantes y es inversamente proporcional a la distancia entre ellas:

$$F = \frac{GMm}{r^2} \tag{3.5.1}$$

Según la mecánica clásica, la acción gravitatoria de un cuerpo sobre otro es expresada a través de la ley de gravitación universal. Se interpreta como la acción directa que genera una masa sobre otra. Se trata de una acción que es trasmitida a través del espacio entre las masas que se hallan en él, la cual decrece en el inverso al cuadrado en función de la mayor distancia en que se encuentran ubicadas una de las otras. Su propagación entre las masas separadas en el espacio se efectúa a una velocidad infinita, ya que su efecto se considera que es producido instantáneamente. En realidad, esto es imposible, ya que la máxima velocidad de propagación de cualquier señal es la de la luz c. Esto supone un gran fallo en la teoría de Newton, ya que no cuenta con ningún medio para considerar la velocidad de las acciones a distancia, lo que se constituye en un problema fundamental de la mecánica clásica.

Por su parte, la teoría de la relatividad de Einstein otorga una interpretación alternativa de la acción de las fuerzas gravitatorias. En efecto, en su formulación la presencia de una masa curva el espacio a su alrededor, cuyo efecto de esa curvatura es percibido por los cuerpos que se encuentran a cierta distancia como una fuerza que los «empuja» en cierta dirección. A su vez, las masas de los cuerpos distantes del primero también producen curvaturas en sus entornos espaciales, las cuales lo afectan. Este efecto de mutuas curvaturas, el cual es inducido por las respectivas masas, es equivalente a decir que gravitatoriamente interactúan directamente entre ellas; con la diferencia, eso sí, que el efecto gravitatorio que produce las curvaturas debe propagarse a la velocidad de la luz. Así, un cuerpo que se mueve, no influye instantáneamente en las curvaturas lejanas, sino que lo hace cuando llega allí la influencia de la masa que entró en movimiento [15].

En las ecuaciones de Einstein se expresa lo anterior, entre otras cosas, estableciendo una relación entre la curvatura del espaciotiempo en un punto y la distribución de masa y energía que existe allí.

La ecuación de campo de Einstein tiene esta forma:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu} \tag{3.5.2}$$

indica que la curvatura del espacio-tiempo en cualquier lugar del universo (término izquierdo de la ecuación) debe ser igual a la distribución tanto de la materia como de la energía en esa parte del universo (término derecho de la ecuación).

Densificando la fórmula, que constituye el corazón de la teoría de la relatividad general, en la cual Einstein dedujo matemáticamente la relación entre la geometría del espaciotiempo con la distribución de masa y energía, puede ser expresada como sigue:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R + \lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu} \tag{3.5.3}$$

en que el lado izquierdo describe la geometría del espaciotiempo y el lado derecho representa la distribución de masa y energía.

Sin embargo, con el objetivo de comprender mejor los términos esenciales de la ecuación de Einstein, esquemáticamente se puede simplificar concurriendo a la suposición de que cada punto del espaciotiempo está constituido por una curvatura variable y una densidad másica, la cual queda expresada de la siguiente manera:

(Curvatura geométrica espacio-tiempo) = G × (Densidad másica espaciotiempo),

donde G es la constante de gravitación de Newton.

Esta ecuación es de determinación dinámica, lo que incluye el movimiento de partículas libres y la luz y su desarrollo se efectúa en función de la ley de gravedad. La curvatura y la densidad de masa y energía están entre paréntesis porque son entidades matemáticas de cierta complejidad, ya que cada una de ellas están representadas por un conjunto de varios números, que forman el tensor que ya hemos expresado. Como ya se mostró que la energía equivale a masa, el tensor de densidad másica incluye las energías y presiones presentes. O sea, se transfiere a la ecuación la relación entre la masa y la energía según la definición de la relatividad restringida[15].