

LA ARGUMENTACIÓN POR ANALOGÍA EN LA ARTICULACIÓN DE LA GEOMETRÍA SINTÉTICA Y ANALÍTICA

Diego Fernando Acero Gómez

Facultad de Ciencia y Tecnología

Departamento de Matemáticas - MDM 2020 – I

Universidad Pedagógica Nacional

Dirigida por:

Dr. Armando Enrique Echeverry Gaitán

18 DE AGOSTO DE 2022



Resumen

Este trabajo tiene como propósito esbozar un proyecto para indagar acerca de las transformaciones de mi conocimiento didáctico-matemático al promover la argumentación por analogía en la articulación entre dos dominios de la geometría, mediante el diseño de tareas con el uso de entornos digitales. Esta indagación se abordará desde la metodología investigación-acción y de acuerdo a las dimensiones del modelo del CDM del EOS (Pino-Fan y Godino, 2015). En dicha indagación se realizarán dos ciclos de análisis con ayuda de las herramientas de Strauss y Corbin (2002), con el fin de abrir las descripciones de cada estadio de conocimiento y encontrar relaciones entre ellos, que permitirán llevar a cabo reflexiones de mi conocimiento, con el fin de identificar cambios. Dichas reflexiones me llevarán a reconocer fortalezas y debilidades en cada uno de los conocimientos que debo tener como profesor de acuerdo al modelo del CDM.

Palabras clave: Argumentos por analogía, geometría sintética, geometría analítica, Conocimiento didáctico-matemático.

Tabla de contenido

| | |
|--|----|
| Resumen..... | 1 |
| Capítulo 1. Tema de investigación | 5 |
| 1.1 Delimitación del problema..... | 5 |
| 1.2 Justificación | 7 |
| 1.3 Objetivos..... | 9 |
| 1.3.1 Objetivo General | 9 |
| 1.3.2 Objetivos específicos | 9 |
| Capítulo 2. Antecedentes bibliográficos | 10 |
| 2.1 Autismo temático de la geometría..... | 10 |
| 2.2 Articulando con argumentos por analogía | 13 |
| 2.3 Herramientas y recursos que facilitan y promueven el aprendizaje | 20 |
| 2.3.1 Diseñando tareas matemáticas..... | 21 |
| 2.3.2 Usando entornos digitales en el diseño de tareas..... | 26 |
| Capítulo 3. Marco teórico..... | 28 |
| Capítulo 4. Metodología..... | 31 |
| 4.1 Estrategia investigativa..... | 32 |
| 4.2 Ciclos de estudio | 34 |
| Capítulo 5. Ciclos de análisis | 37 |
| 5.1 Ciclo 1 Reconociendo concepciones | 37 |

| | |
|--|---------|
| 5.1.1 Fase 1: Identificación del problema..... | 37 |
| 5.1.2 Fase 2: Plan de acción para movilizar el conocimiento | 38 |
| 5.1.3 Fase 3: Implementación de acciones y recolección de información. Construcción de datos investigativos | 38 |
| 5.1.4 Fase 4: Proceso de análisis de los datos y reflexión. | 39 |
| 5.2 Ciclo 2: Explorando la teoría | 54 |
| 5.2.1 Fase 1: Identificación del problema..... | 54 |
| 5.2.2 Fase 2: Plan de acción para movilizar el conocimiento | 55 |
| 5.2.3 Fase 3: Implementación de acciones y recolección de información. Construcción de datos investigativos | 55 |
| 5.2.4 Fase 4: Proceso de análisis de los datos y reflexión. | 56 |
| Capítulo 6. Conclusiones..... | 77 |
| 6.1 Reflexiones finales (Relación entre ciclo 1 y ciclo 2) | 77 |
| 6.2 Reflexiones que dan respuesta a la pregunta investigativa | 81 |
| 6.2 Reflexiones que surgen de la metodología | 82 |
| 6.2 Reflexiones que surgen de los objetivos..... | 82 |
| Referencias | 843 |
| Anexos..... | 88 |
| 9.1 Anexo 1 Diario de Campo del primer trimestre..... | 88 |
| 9.2 Anexo 2 Tarea que se puso en práctica con mis estudiantes..... | 103 |
| 9.3 Anexo 3 Tarea que se puso a prueba con mis colegas y el experto..... | 106 |

Índice de Imágenes

| | |
|--|----|
| Imagen 2.0. Organización de los antecedentes del presente documento | 11 |
| Imagen 2.1 Modelo de Toulmin para el argumento por analogía, tomado de Molina et al., (2019) ... | 18 |
| Imagen 2.2 Estructura de los objetos primarios que se originan en las situaciones matemáticas, tomado de Molina et al., (2019) | 19 |
| Imagen 4.0 “Temáticas que contribuyen al tema de mi investigación” | 33 |
| Imagen 4.1 “Fases en las que se componen los ciclos de mi investigación, basado en Serres V (2007)” | 37 |

Índice de Tablas

| | |
|--|----|
| Tabla 4.2 “Descripción de las fases de cada ciclo que se realizó” | 38 |
| Tabla 5.1. “breve descripción de los seminarios del primer semestre de la cohorte 2020-1” | 40 |
| Tabla 5.1.4.1a “Codificación abierta de las descripciones realizadas en mi diario de campo Estadio cero” | 45 |
| Tabla 5.1.4.1b “Codificación abierta de las descripciones realizadas en mi diario de campo Estadio uno” | 47 |
| Tabla 5.1.4.2 “codificación axial comparando y relacionando los rótulos de cada faceta” | 54 |
| Tabla 5.2. “Organización del plan de acción de la población a la que se le efectúa la tarea” | 57 |
| Tabla 5.2.4.1 “Descripciones de la conversación de los estudiantes Sol y Cristian” | 65 |
| Tabla 5.2.4.2 “Descripciones de las observaciones de los colegas Sandra y Laura” | 66 |
| Tabla 5.2.4.3 “Descripciones de las observaciones del experto” | 68 |
| Tabla 5.2.4.4 “la codificación axial de las tres poblaciones que se le dirigió la secuencia de tareas” ... | 76 |

Capítulo 1. Tema de investigación

Transformación de mi conocimiento didáctico-matemático, necesario para diseñar tareas que fomenten la argumentación por analogía articulando la geometría sintética y la geometría analítica con el uso de un entorno digital.

1.1 Delimitación del problema

Gascón (2003) ha dedicado sus estudios de la enseñanza de la geometría analítica y la geometría sintética a discernir el “porqué” se abordan por separado. Gascón (2003) denomina “autismo temático” a esa parcelación del conocimiento disciplinar hecha con fines de adaptación a la escuela, que en el caso de la geometría como un campo de la matemática ha devenido en las matemáticas escolares en dos campos aparentemente separados: la geometría sintética y la geometría analítica. Dicho autismo no es una decisión del profesor, es la adaptación curricular de esa transformación del conocimiento disciplinar en un conocimiento para la escuela. El profesor está limitado por esta imposición y como bien lo señala Gascón (2003) sólo puede influir localmente en sus clases.

En el caso de Colombia, actualmente el principal referente curricular son los Derechos Básicos de Aprendizaje (MEN 2016). Una evidencia de lo descrito por Gascon (2003) pueden ser los siguientes estándares para grado 9 planteados como DBAs 6 y 7 en el documento: “(6) Conjetura acerca de las regularidades de las formas bidimensionales y tridimensionales y realiza inferencias a partir de los criterios de semejanza, congruencia y teoremas básicos” y “(7) Interpreta el espacio de manera analítica a partir de relaciones geométricas que se establecen en las trayectorias y desplazamientos de los cuerpos en diferentes situaciones”. En mi experiencia docente, desde la formulación del plan de estudios (Colegios Colsubsidio, 2020) a la práctica

en aula he experimentado el denominado autismo temático como una consecuencia natural de que nuestro plan de área está enmarcado por los DBA y los lineamientos curriculares. Seguir la reflexión de Gascon, acerca de cómo influir localmente en la superación del autismo temático particularmente entre geometría sintética y analítica en mi práctica docente, es la primera de las preocupaciones que motiva este trabajo.

En la búsqueda de elementos teóricos que pudiesen contribuir a la articulación de la geometría sintética y la geometría analítica en una propuesta de aula, encontré potencial en los argumentos por analogía (Marraud, 2007) al permitir estos el estudio y comparación de dos dominios diferentes. Empecé entonces el rastreo de la argumentación en los documentos curriculares de referencia en Colombia. Encontré que los DBA (Aprende, 2015) hablan de la argumentación inductiva, los Lineamientos curriculares de matemáticas (MEN, 1998) hacen una mención al razonamiento analógico, en el plan de área de matemáticas de la institución en la cual trabajo el foco está en los argumentos deductivos e inductivos. Reconocí entonces la necesidad de profundizar en el estudio y potencial aplicación en el aula de los argumentos por analogía, para atender a mi preocupación de articular la geometría sintética y la geometría analítica en una propuesta de aula.

Para elaborar una propuesta de aula que articule los dos campos de la geometría y en la cual los argumentos por analogía tengan un papel central, es relevante considerar los recursos y medios que permitan materializar el proceso. Sobre estos es necesario precisar qué: 1). En los recursos como el diseño de tareas existen criterios que conllevan a evaluar o a aprender. En mi experiencia como profesor dichos criterios son limitados a mi formación de pregrado y a la transmitida por mis colegas. 2). En los medios, el lápiz y papel se vuelven limitantes al tratar de

generar movimientos para identificar invariantes. Por tanto, es necesario profundizar en los medios digitales que contribuyan a promover el aprendizaje Lin et al., (2011).

Entonces, la preocupación por la superación del autismo temático entre la geometría sintética y la geometría analítica en una propuesta de aula que haga uso del marco conceptual de la argumentación por analogía en un diseño de tareas que incorpore entornos digitales me ha llevado a plantear la pregunta de investigación:

¿Cómo transformar mi Conocimiento Didáctico – Matemático en términos de concepciones y prácticas que articulen la geometría sintética y la analítica en un diseño de tareas, con el uso de entornos digitales para promover la argumentación por analogía?

1.2 Justificación

Como lo he mencionado en la delimitación del problema, mis preocupaciones están centradas en mi Conocimiento Didáctico-Matemático desde las siguientes temáticas: En primer lugar, la separación de la geometría analítica y la geometría sintética, considerada el autismo temático, (Gascón, 2003). En segundo lugar, la importancia que se le ha dado a la argumentación por analogía, (Marraud, 2007) y Finalmente, el interés de vincular el diseño de tareas con el uso de entornos digitales como instrumentos que contribuyen a promover el aprendizaje. (Lin et al., 2011).

Desde la perspectiva de Gascón, (2003), la enseñanza de la geometría sintética y analítica se debe realizar como una sola temática, porque “son precisamente las limitaciones de las técnicas sintéticas las que dan sentido a las técnicas analíticas y las técnicas de la geometría analítica constituyen la respuesta a algunas de las limitaciones que presentan las técnicas

sintéticas” (Gascón, 2003) (pág. 29). Es decir, por un lado, de manera analítica, si se pretende calcular el área de un triángulo ($\hat{a}t$) que tiene como base 6 cm y de altura 3 cm obtendremos que $\hat{a}t = \frac{6 \cdot 3}{2} = \frac{18}{2} = 9 \text{ cm}^2$. Por otro lado, de manera sintética, si se pretende calcular el área de un triángulo con longitudes a y b respectivamente, se sabe que el área del triángulo es la mitad del producto de la base por la altura (mitad del área del rectángulo), por lo tanto, el área del rectángulo ($\hat{a}t$), $\hat{a}t = \frac{a \cdot b}{2} = ab/2$.

En cuanto a la argumentación por analogía, es una herramienta del conocimiento que juega un papel importante en la argumentación, porque, al comparar problemas de dos dominios completamente diferentes y que se puedan encontrar similitudes, la respuesta de una puede ser la respuesta análoga de la otra, como lo da a conocer Marraud, (2007). Es decir, existen concepciones complejas para su comprensión y, al usar un argumento por analogía que transfiera las propiedades o características similares de acuerdo con los saberes previos, se facilite su comprensión.

Como estudiante de la maestría en Docencia de la matemática de la UPN, me he dado cuenta, de la importancia que tiene el diseño de tareas, dado que, como Lin et al., (2011) plantea unos criterios que apuntan a los diferentes aspectos que aborda el estudiante y lo guía para alcanzar el propósito de la tarea. Si en dicha tarea el estudiante interactúa con un medio digital (Drijvers, 2015) afirma que en dicho medio el estudiante experimenta situaciones que no son evidentes con el papel y lápiz. En las tareas con entornos digitales se promueven argumentos, y los argumentos articulan concepciones, definiciones y proposiciones (Molina et al., 2019). Por lo tanto, mi propósito con esta investigación que se asemeja a la investigación-acción es realizar una descripción de la transformación de mi Conocimiento Didáctico-Matemático en pro del

mejoramiento en mis prácticas, promoviendo la argumentación por analogía articulando la geometría sintética y analítica, mediante un diseño de tareas con el uso de entornos digitales.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo General

- Describir la transformación de mi conocimiento didáctico-matemático para diseñar tareas que favorezcan la argumentación por analogía articulando la geometría sintética y la geometría analítica, en clases de secundaria con el uso de entornos digitales de modo que se promueva la argumentación y el aprendizaje en ellas.

1.3.2 Objetivos específicos

- Realizar descripciones analíticas de situaciones, como docente en formación y en ejercicio, en las que es posible evidenciar transformaciones de mi conocimiento didáctico-matemático.
- Diseñar y poner a prueba una tarea que promueva argumentos por analogías que articulen la geometría sintética y la geometría analítica con el uso de un entorno digital.

Capítulo 2. Antecedentes bibliográficos

En esta sección presento los estudios de varios autores que han abordado con anterioridad los aspectos de mi investigación. La organización de dichos estudios la realicé de la siguiente manera (ver Imagen 2); iniciaré con los estudios referentes a la separación de la geometría en dos dimensiones (la geometría sintética y la geometría analítica) denominada el autismo temático y la importancia de enseñarla como una sola temática. Luego, los estudios que favorecen la articulación de dicha separación mediante argumentos por analogía. Seguido de las herramientas y recursos que facilitan y promueven el aprendizaje, como el diseño de tareas y el uso de entornos digitales que contribuyen a dicha articulación. Estos estudios estarán desde una mirada reflexiva del conocimiento del profesor.

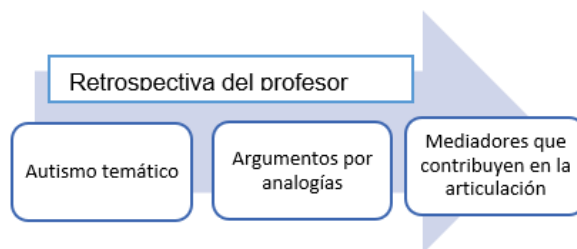


Imagen 2.0. Organización de los antecedentes del presente documento

2.1 Autismo temático de la geometría

Existen investigaciones que muestran que el aprendizaje de la geometría se ha visto limitado debido a su enseñanza, pues en las instituciones académicas escolares le resta importancia a alguno de los dominios de la geometría, ocasionando que los otros dominios se vean como asignaturas diferentes. Gascón, (2002) plantea el interrogante “Geometría sintética en la ESO y analítica en el Bachillerato ¿Dos mundos completamente separados?” revelando que es falsa la expectativa de abordar necesariamente por separado los dominios de la geometría (geometría sintética y geometría analítica). Esta separación es fruto de las dificultades que se

presentan al plantear un problema que implique un contexto de la vida real o la poca importancia que se le da a la geometría. Es decir, los espacios académicos se ven limitados para abordar las temáticas de las matemáticas, ocasionando que los profesores le presten más atención a lo algorítmico procedimental, dado que, lo que encuentran a su alrededor les facilita abordar las temáticas sin profundizar en cada una de estas. Eso mismo pasa en la educación superior, ya que se aborda la geometría sintética separada de la analítica en asignaturas diferentes, sin dejar rastro de una relación o articulación entre las dos.

Al reflexionar en mi preparación del colegio y del pregrado pude darme cuenta que la geometría del colegio y la universidad son completamente diferentes, además en el pregrado cursé dos asignaturas de geometría, una geometría elemental (geometría sintética) y otra geometría moderna (geometría analítica). (Gascón, 2002) evidencia dicha separación en el currículo del colegio con el de la educación superior, teniendo como parte central en el colegio el álgebra y en la educación superior la Geometría sintética. La geometría no puede estar separada de los demás aspectos de las matemáticas. Dado, que el aprendizaje formal es importante para construir nuevas teorías e incluso para entender y abordar las teorías ya conocidas (Gascón, 2002). Por lo tanto, observo la necesidad de articularlas como una sola temática, ya que una complementa a la otra, y al abordarse por separado se ve afectada la enseñanza de la educación escolar y genera dificultades en la educación superior.

Gascón, (2003) denomina, la separación de los dos dominios de la geometría, en la geometría sintética y la geometría analítica, como el autismo temático. Dado que, da a conocer las problemáticas que tiene la separación del ámbito matemático con el ámbito pedagógico. Este autismo es fruto de las dificultades que se presenta en la enseñanza de la geometría en situaciones ligadas a la determinación y construcción de figuras geométricas, en el que le dan

un papel más importante a la geometría analítica en la secundaria debido al que se aborda el álgebra. El currículo escolar juega un papel importante, dado que en él se establecen las temáticas de las matemáticas, debido a las dificultades de construir cadenas de niveles de organización (dificultades en abordar las concepciones relacionándolas con los procedimientos en otros contextos). Razón por la cual se separa la geometría sintética de la geometría analítica. Es decir, existen dos dificultades; las problemáticas curriculares y las problemáticas de las temáticas matemáticas, dado que ahora, los trabajos matemáticos se tratan de la organización de elementos técnicos, tecnológicos y teóricos, que tratan de una verdadera reconstrucción creativa de las obras que conforman el currículo. Por lo tanto, es necesario generar cambios en las tareas que abordan situaciones geométricas, de modo que promuevan la articulación de los dominios de la geometría, presentando la formalidad con su desarrollo analítico, en síntesis, una sea la garantía de la otra. Dado que, las técnicas sintéticas pueden fortalecer las técnicas analíticas, así como las técnicas analíticas fortalecen las técnicas sintéticas (Gascón, 2003).

Gascón, (2004) da a conocer un ejemplo con la clasificación de los cuadriláteros que provoca la desaparición de la razón de ser (el por qué y para qué) de esta temática. Dado que el aprendizaje de la clasificación de los cuadriláteros la presentan en la escuela como una fuerte uniformidad, dejando a un lado aquellas clasificaciones que contribuyen a los procesos matemáticos, como las situaciones que implícitamente necesitan de dichas clasificaciones, dados sus movimientos en el plano cartesiano. Una de las conclusiones de Gascón, (2004) es la clasificación de los cuadriláteros convexos en las situaciones matemáticas que implican el plano cartesiano que no se presenta en el currículo escolar. También, las construcciones de las figuras geométricas están sujetas a problemáticas de determinación. Por lo tanto, queda como precedente, que las construcciones sintéticas pueden generar un mayor aprendizaje si se

problematizaran en el plano cartesiano. Es decir, que la geometría sintética necesita a la geometría analítica y viceversa, ya que se complementan una a la otra.

Bosch et al., (2011) presentan como una posible articulación de la geometría sintética y la geometría analítica, el uso de la calculadora simbólica wiris y el software de geometría dinámica GeoGebra. Dado que la calculadora es un instrumento que sirve para ejercicios interactivos que no resuelve problemas. Al realizar las construcciones de figuras geométricas de acuerdo con sus definiciones, se puede hacer uso de una tecnología digital que promueva el uso de coordenadas cartesianas o el uso de vectores. De esta forma, se estaría observando las construcciones sintéticas en su algebrización en la geometría analítica. La teoría como las técnicas sintéticas contribuyen a los aspectos conceptuales y definiciones, que al llevarlos a lo técnico-práctico se observan los aspectos analíticos. Con el uso de la calculadora simbólica y el software GeoGebra se puede observar la relación directa que tienen la geometría sintética y la geometría analítica.

Las investigaciones anteriormente sintetizadas, dejan ver la importancia de articular la geometría sintética y la geometría analítica como una sola temática. Dado que, las definiciones puras contribuyen a los procesos planteados en el plano cartesiano y los problemas del plano cartesiano les dan sentido a las definiciones puras. Por lo tanto, con el fin de hacer que estos hechos se lleven a cabo se pretende articularlos con situaciones en los que surjan argumentos por analogía. Como lo presento a continuación.

2.2 Articulando con argumentos por analogía

Nuevas corrientes observan a la argumentación como un mecanismo fuerte en articular, validar y explicar proposiciones, definiciones o procedimientos (Molina et al., 2019). La

argumentación la concibo como “el proceso de obtener una conclusión de la verdad o falsedad de una aserción o acción, por medio de argumentos, los cuales son discursos orales o escritos que contribuyen a defender ideas”. Por lo tanto, la articulación de la geometría sintética con la geometría analítica, la puedo apoyar en la argumentación.

Una herramienta conceptual que puede potenciar la articulación entre los dos dominios de la geometría es la analogía, al ser una extensión de la metáfora que observa aquellas relaciones y similitudes que existen entre dos dominios completamente diferentes. Dichas relaciones contribuyen a encontrar las similitudes que tienen los dos dominios, de modo que se encuentre un proceso argumentativo que articule dichos dominios (Marraud, 2007). Es decir, los argumentos por analogía pueden contribuir a la articulación de los dominios del autismo temático.

Los argumentos inductivos como mecanismo de inferencia contribuyen en el descubrimiento de leyes, donde se presentan algunas caracterizaciones del razonamiento revisable y otras representaciones computacionales del descubrimiento científico que se basan en forma lisa y llana, en utilizar a la inducción como proceso generativo de hipótesis, en un marco general de prueba y error (Delrieux, 2005). Dicha regla inducida provee un argumento, el cual es más directo que el argumento anterior. Por consiguiente, Si la inducción puede pensarse como una inclusión o clase de equivalencia parcial, entonces la analogía puede verse como un isomorfismo parcial entre dos relaciones (Delrieux, 2005). Dichas relaciones se presentan como: término fuente y término destino. En estos términos se conoce que comparten respectivamente las propiedades isomorfas o proyectables, entonces, si la *fuente* posee propiedades adicionales, se infiere por analogía que el *destino* posee las propiedades isomorfas o proyectables adicionales. Delrieux, (2005) concluye que en la inducción y la analogía se

pueden mostrar a medida que el proceso de incluir reglas de inferencia, así como las condiciones particulares que permiten aplicarlas, es en definitiva un proceso de diseño de un sistema de razonamiento con las características particulares adecuadas en un determinado contexto. Por ende, al resolver un problema de uno de los dominios de la geometría y logramos compararlo con otro dominio de la geometría, que ya hayamos resuelto y que presente las mismas propiedades, podremos inferir su respuesta.

Las situaciones que se pueden abordar en las interpretaciones que se les dan a los argumentos analógicos, brindan una concepción en la que se pueda estructurar la argumentación analógica en cuanto sea suficiente para encontrar una relación o similitud entre dos dominios (Marraud, 2007). El objetivo del autor es desarrollar unos requisitos que puedan generar analogías que contribuyan a la argumentación por analogía. Dicho objetivo apunta al interés de mi trabajo de grado en cuanto a promover dicha argumentación por analogía.

Existen autores que han articulado otros dominios de la geometría con el uso de argumentos por analogías, por ejemplo Mammana et al., (2012) presentan una secuencia de actividades en el aula referente a la geometría euclidiana, que aborda la articulación entre la geometría plana y del espacio, con el fin de promover el aprendizaje de la geometría tridimensional en los estudiantes. La secuencia de actividades lleva a los estudiantes a describir propiedades imprevistas que puedan relacionar los cuadriláteros y los tetraedros (tratar de relacionar la geometría plana con la geometría del espacio). Las actividades promueven el uso de entornos digitales y una herramienta conceptual (la analogía) que contribuyen al descubrimiento de la relación de la geometría plana y espacial. Dicha secuencia de actividades promueve la participación de los estudiantes y estimula sus motivaciones (Mammana et al.,

2012). Es decir, el argumento por analogía es un objeto que potencia la articulación entre concepciones o definiciones.

Otro ejemplo de dichas investigación que se han llevado a cabo es la de Lee et al., (2007) quienes realizan actividades que implique la relación entre imágenes a nivel de superficie para encontrar similitudes, con el propósito de obtener información detallada sobre la forma en que los estudiantes con altos conocimientos en matemáticas utilizan la inducción, la analogía y las imágenes en su razonamiento geométrico, como por ejemplo: cuando los profesores de inglés presenta imágenes que aluden a palabras o situaciones de dicho idioma, para que los estudiantes identifiquen el vocabulario del idioma. Lee et al., (2011) realizan intencionalmente el muestreo de casos apropiados, donde los sujetos investigados son tres estudiantes de octavo y tres de séptimo, garantizando que todos reciben estudios para superdotados. En el razonamiento analógico existe un proceso específico del pensamiento matemático que un estudiante experimenta al necesitar identificar con analogías las similitudes que se encuentran al nivel de superficie, dado que existen caracteres similares en las figuras sólidas y planas cuando se buscan mediante analogías. Las imágenes contribuyen a encontrar analogías que facilitan resolver las tareas de la geometría. Además, es preciso incluir otras experiencias que impliquen tareas con analogías de modo que contribuyan a resolver problemas que no son tan evidentes por inducción. Las analogías contribuyen a la solución o articulación de problemas matemáticos que al relacionar proposiciones y encontrar sus similitudes, se puede resolver al reconocer concepciones de la proposición desconocida con las concepciones de la proposición conocida.

Otro de los ejemplos de las investigaciones son los estudios de Lee y Sriraman, (2011) que pretenden facilitar el uso de la analogía en el discurso que promuevan la conjeturación, teniendo en cuenta tres tipos de analogías: analogía clásica, analogía de problemas y analogía pedagógica. Dado que se puede brindar una herramienta que promueva la conjeturación al encontrar

analogías de un problema resuelto en un problema sin resolver. Por lo tanto, los profesores de matemáticas deben reconocer que los estudiantes pueden construir nuevos conocimientos autónomos al conjeturar mediante analogías.

Los argumentos por analogía pueden articular los diversos objetos matemáticos (Molina et al., 2019). El argumento por analogía se puede reconocer como las comparaciones que se pueden hacer en las propiedades o elementos de dos dominios diferentes (Molina et al., 2019). Dichas comparaciones reflejan la relación que tienen los elementos de un dominio desconocido al ser similares con los elementos del dominio conocido. Además, al reconocer el modelo de Toulmin para comprender su estructura (ver imagen 3) para obtener los datos (hechos o premisas de los dos dominios) y la garantía (lo que permite llegar a la conclusión, es decir la analogía como respaldo) y la aserción (conclusión, afirmación) (Molina et al., 2019).

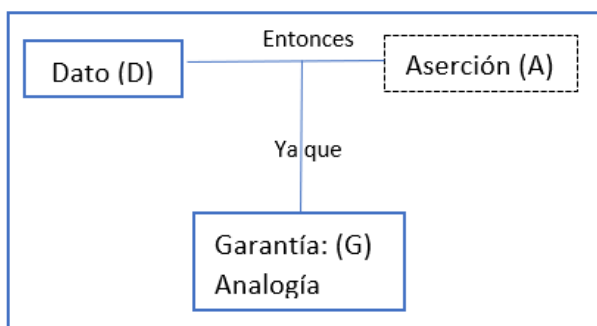


Imagen 2.1 Modelo de Toulmin para el argumento por analogía, tomado de Molina et al., (2019)

En la Imagen 3, se observa el modelo de Toulmin para el argumento por analogía, con el fin de reconocer los hechos o premisas, luego, identificar las analogías que sirven como respaldo que validan la garantía para llegar a una afirmación o conclusión.

Molina et al., (2019), reconocen las fases de la argumentación por analogía; *Fase de acceso*: inicia con la exactitud del dominio término, luego, buscar los posibles candidatos del dominio fuente que sean análogos con el dominio término. De modo que se encuentren relaciones y elementos que sean similares en los dos dominios. *Fase de correspondencia*: consisten en

producir una función (que genere analogías) que preserve en el dominio término la mayor parte de la estructura del dominio fuente y garantizar de manera metafórica un isomorfismo entre los dominios. *Fase de transferencia*: Usar la analogía para encontrar las similitudes en el dominio término con el dominio fuente. Finalmente, los autores reconocen los objetos primarios en la práctica matemática que identificaron en Font et al., (2013). En la práctica matemática se originan los objetos primarios que contribuyen en las acciones y discusiones en dicha práctica (Ver Imagen 3.2b). Por lo tanto, en mi práctica es importante tener en cuenta los seis objetos primarios que consideran los autores, los cuales son:

1. *Elementos lingüísticos*: términos, expresiones, gráficas, entre otros.
2. *Situaciones/problema*: tareas, ejercicios, ejemplos, entre otros.
3. *Conceptos/definiciones*: definiciones, descripciones, que pueden ser o no explícitas.
4. *Proposiciones*: declaraciones sobre conceptos.
5. *Procedimientos*: algoritmos, técnicas de cálculo, etc.
6. *Argumentos*: discurso para validar o soportar proposiciones y procedimientos.

En la siguiente imagen 4 se puede observar el proceso de los objetos primarios que contribuyen a validar o refutar una situación matemática.

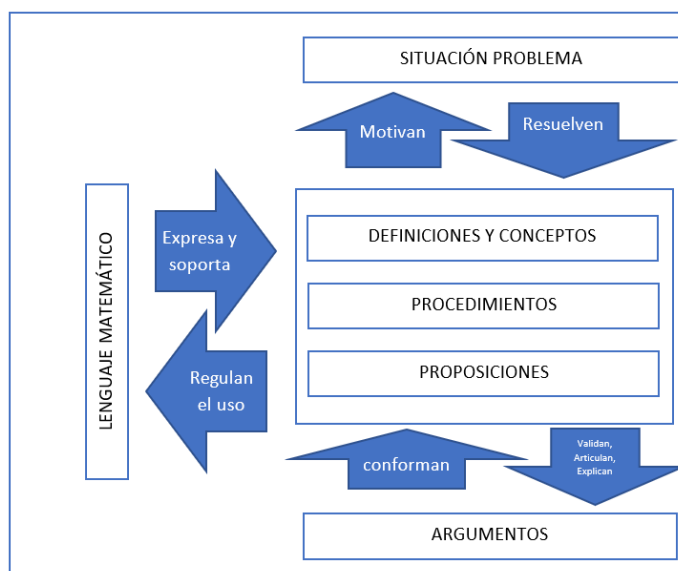


Imagen 2.2 Estructura de los objetos primarios que se originan en las situaciones matemáticas, tomado de Molina et al., (2019)

En Molina et al., (2019) destacan la importancia de tener en cuenta las fases del proceso argumentativo por analogía, dado que, dicho proceso me contribuye a la articulación de dos dominios de la geometría, que se han separado, denominado con anterioridad como el autismo temático. Los argumentos por analogía tienen la capacidad de articular dominios distintos, por lo tanto, estos argumentos pueden contribuir a la articulación de la geometría sintética y la geometría analítica. También, concluyo que los objetos primarios que surgen en una situación matemática contribuyen en la construcción de la solución de la misma.

Molina et al., (2021), proponen normas que regulen el proceso de construcción de teoremas en un curso de geometría tridimensional. Con dichas normas se promueve la indagación y la argumentación. El análisis se realiza a los extractos de clase en el cual los estudiantes abordan tareas que impliquen el uso de entornos digitales al requerir la formulación de conjeturas, dicho análisis se realiza mediante herramientas del Enfoque Ontosemiótico y el modelo de argumentación de Toulmin. Las normas se deben construir de acuerdo con las

características de la clase de matemáticas teniendo en cuenta las producciones de los estudiantes, de modo que el docente las construya, los estudiantes las regulen y promuevan las sustentaciones en sus prácticas. Las regulaciones deben fortalecer las indagaciones de los estudiantes, por lo que implica un desafío intelectual en la que se espera: 1) propongan y defiendan ideas matemáticas. 2) respondan de manera reflexiva a los argumentos de sus compañeros.

Los resultados de las investigaciones ilustran la importancia de articular dominios diferentes por medio de argumentos por analogía, dado que dichos argumentos contribuyen a la autonomía del estudiante, a facilitar la solución de problemas, a sus motivaciones que promuevan su aprendizaje y potencia sus conocimientos previos. Los argumentos por analogías enriquecen el vocabulario de los estudiantes que contribuye a promover la participación con un discurso más específico.

2.3 Herramientas y recursos que facilitan y promueven el aprendizaje

El proceso en el que surgen los argumentos por analogía que articulan la geometría sintética y la geometría analítica son necesarios otros aspectos, como lo son los recursos y medios que contribuyen a alcanzar dicho proceso. Algunos recursos y medios son el diseño de tareas y los entornos digitales. Dado que, por un lado, el diseño de tareas contribuye a identificar si lo que se pretende es promover el aprendizaje o se pretende es evaluar saberes, en cualquiera de ellos se debe contar con unos criterios que guíen al estudiante a alcanzar lo requerido. Por otro lado, los medios tecnológicos digitales contribuyen a promover exploraciones, al darle movimiento a los objetos matemáticos y esas exploraciones promueven al proceso argumentativo (Campo-Meneses y Cruz, 2020).

El diseño de tareas y los entornos digitales son los recursos y medios que tengo en cuenta en mi investigación, dado que uno contribuye a diseñar una tarea que conlleve al estudiante a explorar un software de geometría dinámica y allí puedan surgir argumentos por analogía que contribuyan a la articulación de los dominios de la geometría. Los estudios de los recursos y medios, los presento en el siguiente orden: primero, los referentes teóricos del diseño de tareas. Luego, los referentes teóricos de los entornos digitales.

2.3.1 Diseñando tareas matemáticas

En el diccionario de la Real Academia Española, se encuentra la definición de tarea como: trabajo u obra que realiza un individuo. Es comprensible que la tarea sea un trabajo, ya que se establece una responsabilidad a quien tiene que ejecutarlo. En el momento de realizar un trabajo se debe tener en cuenta la claridad de lo que se pretende realizar, cómo se piensa realizar, tiempo para realizarlo, que se necesita para realizarlo, entre otros. Por lo tanto, para realizar una tarea, se debe establecer criterios que contribuyan como una norma o una regla para poder diseñar tareas que promuevan el aprendizaje y que potencien las habilidades de los estudiantes, también, dichos criterios deben ayudar a que las tareas puedan ser comprensibles, en cuanto a entender, que es lo que se debe hacer. Por lo anterior, realizaré una síntesis de varios documentos que contribuyen al diseño de una tarea desde distintos puntos de vista.

Existe la preocupación de ¿Cómo se va a llevar a cabo una tarea? También, ¿Qué factores debemos tener en cuenta para alcanzar los propósitos de aprendizaje al diseñar una tarea? entre otras preocupaciones que se derivan de las anteriores preguntas. Al tratar de responder a estas preguntas, he encontrado en Kieran et al., (2015) que realizan inicialmente, un relato histórico de la importancia del diseño de tareas recopilando las concepciones que se hicieron. En su

recopilación, encuentro que la educación matemática es como una ciencia del diseño, dado que en ella se podrían ver las cosas para construir teorías que contribuyen a realizar un diseño de tareas o la modificación de estas. En dicha recopilación manifiestan la conexión directa que tiene el diseño con la educación matemática, porque, al teorizar el diseño surgen explicaciones de cómo funcionan y pueden adaptarse las tareas a diferentes circunstancias. Esas circunstancias merecen que el diseño sea manipulativo, que se le puedan realizar modificaciones. Es decir, que el diseño contribuya a modificar otros diseños, de modo que pueda adaptar los proyectos con el propósito planteado.

Gómez et al., (2015) afirman, que las tareas o secuencias de tareas pueden ser de aprendizaje o evaluativas. Es decir, que se debe tener en cuenta, si el fin de la tarea es evaluar o generar un aprendizaje al estudiante. Por lo tanto, para llevar a cabo un diseño propio es necesario establecer criterios que contribuyan a potenciar y diferenciar los tipos de tareas, es decir, establecer uno o más propósitos que se pretenden alcanzar con la tarea. Comparto la idea de los autores, cuando afirman que los criterios deben orientar al estudiante u otro profesor de lo que se pretende aprender, de cómo se va a llevar a cabo, de lo que se va a utilizar, si se puede o no utilizar y si se cuenta con el tiempo suficiente, dado que estos factores pueden influir en el aprendizaje del estudiante.

De acuerdo con Gómez et al. (2015). Dicha estructura contribuye a analizar el potencial de una tarea o la modificación de esta. Por lo tanto, presento a continuación una breve síntesis de los criterios establecidos en el documento.

1. *Concertación del tema:* preconceptos (que deben saber los estudiantes), tipo de población, curso al que va dirigido, documentos curriculares, DBA, PEI y las expectativas del profesor.

En este principio se espera que el profesor tenga claridad de las temáticas que va a desarrollar de acuerdo con el grado de escolaridad, edad y documentación legal que se maneja en la institución educativa.

2. *Análisis de contenido*: la estructura de los conceptos, los procedimientos, presentaciones y la fenomenología. En este principio se espera que el profesor tenga los conocimientos suficientes para llevar a cabo la tarea, también, que ponga en juego lo preparado para realizar la tarea.

3. *Análisis cognitivo*: perspectivas de aprendizaje, competencias, habilidades, limitaciones (errores, dificultades), lectura, manejo y uso de herramientas. En este principio se pone en juego la eficiencia del profesor al resolver las dudas de los estudiantes, al contribuir en la superación de sus dificultades. También, se ponen en juego el modo en que se hace uso de herramientas tecnológicas, como el manejo de la misma al momento de llevar a cabo la tarea.

4. *Análisis de instrucciones*: Requisitos, Metas, Formulación, Materiales, Recursos, Agrupamiento, Interacción y Temporalidad. En este principio se tienen en cuenta los aspectos estructurales e instruccionales de la tarea, que guían al estudiante o al profesor, de cómo llevar a cabo la tarea.

4.1 *Análisis de los materiales y recursos*: permite analizar la eficiencia y eficacia del material y recurso que se valla a utilizar. Por ende, se debe realizar preguntas dirigidas a los siguientes aspectos: Acceso, preparación del profesor, preparación de los estudiantes, metas, demandas cognitivas, retos, errores, indagación, interacción, relevancia e interés y expectativas afectivas.

Los anteriores principios establecidos por Gómez et al., (2015), caracterizan los aspectos y factores que pueden influir en el momento de realizar una tarea, que de algún modo sino se tienen en cuenta dichos principios, la tarea no tendría el mismo efecto. El análisis de instrucciones y del recurso que proponen los autores, son criterios importantes que se deben tener en cuenta al momento de diseñar una tarea, dado que orientan al profesor para que tenga en cuenta los factores que se deben emplear al momento de diseñar una tarea.

Otro de los factores que debemos tener en cuenta son las preguntas que realizamos para que se ejecute una tarea, dado que una pregunta moviliza y orienta al estudiante lo que debe hacer, lo que debe alcanzar o lo puede llevar a reconocer nuevas ideas. El documento de Lin et al., (2012) nos ilustra con unos principios que puedan guiar al estudiante por el camino de la conjeturación y la demostración. Desde el diccionario “un principio es una regla que siempre es cierta en condiciones adecuadas”, dichas condiciones se pueden utilizar como criterios para diseñar tareas. Esos criterios deben ser tan específicos de manera que no se pueda generalizar. Para los autores, un principio debe estar relacionado, por un lado, con las habilidades de aprendizaje y los roles de los estudiantes, por otro lado, con la facilidad de resolver tareas similares. En fin, al cumplirse esta relación se pueden identificar los objetivos para conjeturar y probar tareas. Es decir, que identifico que un principio puede ser una serie de preguntas que contribuyen a la curiosidad del estudiante, como, por ejemplo: ¿Qué pasaría si...? ¿Qué pasaría si no...? ¿Lo puedes pensar de otra manera? Además, cuando se pretende llevar al estudiante a conjeturar, se considera la estructura “Si, entonces...” como modelo para que pueda realizar dicha conjetura Lin et al., (2012).

Las tareas pueden estar compuestas con una o una serie de preguntas, de manera que sean una instrucción, directrices fundamentadas o apoyos implícitos en sugerencias. Es decir, que si se generan una serie de preguntas específicas que brinden unas instrucciones, llevan al estudiante a conjeturar y a probar la conjetura. Lin et al., (2012) citan a (de Villiers 1999 y 2004) para sostener las siguientes afirmaciones: 1. La prueba tiene varias funciones importantes, incluyendo la verificación, la desconfianza, la explicación, la comunicación, el desafío intelectual y la sistematización. 2. Al plantear una serie de preguntas, se puede llevar al estudiante a desarrollar sus propias conjeturas y aceptar o desaprobar conjeturas de sus

compañeros, ya que pueden brindar justificaciones al validar las respuestas que dan a cada pregunta. Estas afirmaciones son evidencias de que al llevar al estudiante a conjeturar contribuye a generar confianza de su conocimiento, dado que puede hacer analogías de las conjeturas trabajadas previamente con las que se le presente.

Los principios que verifican la construcción de una conjetura (Lin et al., 2012). Dichos principios contribuyen a que los estudiantes puedan proponer conjeturas mientras participan en encontrar generalizaciones de algunas situaciones matemáticas. Cuando se trata de buscar (observación) una conjetura que posiblemente no exista, esta búsqueda puede contribuir a evocación análoga de propiedades que no están presentes. Además de la contribución de las fuentes anteriormente mencionadas, los principios se basan en las oportunidades de; 1) Observar, 2) Construir, 3) Transformar y 4) Reflexionar. Estos cuatro principios que presentan los autores, comparto una síntesis de ellos:

- Principio que proporciona la oportunidad de participar en la observación: Promueve la conjetura proporcionando una oportunidad para participar en la observación mediante el uso de entornos digitales. Esta observación debe ser intencional, es decir, el estudiante sigue las instrucciones que persuadan su observación, como se presenta en el arrastre en el uso de un entorno digital.
- Principio que proporciona la oportunidad de participar en la Construcción: Promueve la conjeturación involucrando al estudiante en la construcción. Es decir, preguntas que lleven al estudiante a construir la conjetura sin preguntárselo directamente, además si el estudiante conjetura incorrectamente, este error puede ser punto de partida para la conjeturación correcta. Algunas de las preguntas o instrucciones pueden ser las siguientes: Realiza una pregunta abierta de la forma “Si, entonces...” con la propiedad que se observa.

- Principio que proporciona la oportunidad de participar en la transformación: Promueve la conjetura dando la oportunidad de transformar un conocimiento previo. Es decir, se transforman las declaraciones de la tarea en sus significados. Se realizan preguntas como; ¿Qué significa? ¿Lo puedes ver de otra forma? ¿Puedes decirlo de otra forma?

- Principio que proporciona la oportunidad de participar en la reflexión: Promueve la conjetura dando oportunidades de reflexionar. Es decir, se realiza una reflexión de las propiedades que se cumplen en la tarea. ¿Está clara su conjetura? ¿Cómo es posible cambiar su redacción de conjeturas para evitar ambigüedades innecesarias? 2). Explique por qué cree que su conjetura es verdadera para la condición dada. ¿Sus conjeturas siguen siendo ciertas cuando cambian las condiciones? 3). ¿Hay algún caso para el que su conjetura no se ajuste? ¿Es posible generalizar su conjetura? 4). ¿Cuál es la base de su conjetura? ¿Hay algún argumento para ello? Otras preguntas como: ¿Qué está pasando en sus propiedades? ¿Podrías argumentar por qué no se cumple la propiedad? ¿Cuáles son sus argumentos para asegurar que es cierta su conjetura? ¿Puedes encontrar errores en tu conjetura?

Los principios anteriormente mencionados, contribuyen al diseño de una tarea que guía al estudiante a construir una conjetura y a demostrarla, también, se pueden emplear como criterios que evalúen si lo diseñado es una tarea o es necesaria transformarla. Es decir, los anteriores principios pueden ayudar al profesor a verificar si con los diseños realizados se alcanzan los propósitos.

2.3.2 Usando entornos digitales en el diseño de tareas

La revolución tecnológica ha contribuido en la educación, por ejemplo: la imprenta contribuyó a que los libros fueran de fácil acceso, promoviendo la lectura y escritura, las cuales

generaron nuevos conocimientos. Ahora, hoy en día permite compartir documentos en línea para que entre varias personas lo puedan editar, como lo afirman Escudero et al. (2001). La integración de la tecnología en la educación matemática, tiene grandes ventajas para la enseñanza (Campo-Meneses y Cruz, 2020). Sin embargo, cuando las tecnologías digitales llegan al aula presentan dificultades, puesto que, se ve la necesidad de modificar las prácticas de enseñanza y sus objetivos. Por ejemplo, al realizar movimientos en un software de geometría, el aprendizaje de las isometrías está dado por las teorías de la mediación tecnológica, la orquestación del profesor y la cognición matemática (Morera et al., 2012). Dichas teorías promueven el aprendizaje y contribuye en el surgimiento de argumentos que validan o convencen con sus proposiciones.

Drijvers, (2015), responde a varias cuestiones correspondientes al funcionamiento de las tecnologías digitales en la educación matemática. De esta manera su objetivo en esta investigación es identificar los factores que promueven u obstaculizan la integración exitosa de la tecnología digital en la educación matemática. Dicho objetivo lo lleva a cabo mediante un estudio breve de varios autores, resaltando los alcances que cada uno ha desarrollado, en los que el autor encontró que, tres factores emergen como decisivos y cruciales: el diseño, el papel del maestro y el contexto educativo. Estos factores encontrados por el autor son pertinentes para el trabajo investigativo que pretendo desarrollar, puesto que, dichos factores presentan la integración de la tecnología en la educación matemática, al igual que evidencia la importancia del papel del profesor en la integración de estas como factor y actor crucial en el diseño de tareas.

Capítulo 3. Marco teórico

En este capítulo presento como marco teórico el modelo del Conocimiento Didáctico-Matemático para analizar las descripciones que he realizado, con el fin de encontrar transformaciones en mi conocimiento. Dado que este modelo precisa herramientas que un profesor debe enfocarse al momento de realizar una reflexión en su práctica.

A continuación, amplío la información del modelo anteriormente mencionado. Pino-Fan y Godino, (2015) brindan una descripción a modo historia de los estudios realizados por varios autores, en cuanto a preocupaciones en ¿Qué conocimientos debe tener el profesor de matemáticas? y el afán de establecer un modelo que contribuya al mejoramiento de las prácticas de enseñanza en el aula. El propósito de los autores con el documento es promover un modelo del Conocimiento Didáctico-Matemático (CDM) basado en el Enfoque Ontosemiótico (EOS), para determinar y describir los elementos que componen el conocimiento que los profesores de matemáticas deberían tener para desempeñarse eficazmente en su práctica y facilitar el aprendizaje de sus estudiantes. Dicho propósito contribuye en mi investigación al revelar la herramienta teórica que puedo usar.

Pino-Fan y Godino, (2015) comunican que el modelo del CDM es un sistema formado por distintas herramientas teóricas, que proporcionan un sistema de categorías y subcategorías del conocimiento que como profesor debo conocer, comprender, saber aplicar y valorar. Dichas categorías son las siguientes:

Al apoyarme en la categoría de la dimensión matemática del CDM, puedo encontrar las subcategorías: Conocimiento común del contenido y el conocimiento ampliado del contenido,

como niveles de conocimiento del contenido matemático, los cuales me contribuyen en posicionar mi conocimiento respectivo.

En la categoría de la dimensión didáctica identifiqué 5 facetas de conocimiento, que contribuyen en la planeación, creación e implementación de las tareas que pueden promover el aprendizaje de mis estudiantes. En estas facetas puedo realizar un análisis de las transformaciones de mi conocimiento referente a cada una de ellas, como las presento a continuación.

- La Faceta Epistémica me contribuye a identificar los conocimientos que dejan ver la preparación que tengo como profesor para llevar a cabo una clase de matemáticas. Dichos conocimientos van orientados a lo especialista que debo ser como profesor para comprender las concepciones matemáticas y los objetos primarios de las matemáticas.

- La Faceta Cognitiva me contribuye a identificar los conocimientos que debo tener como profesor de los aspectos cognitivos de los estudiantes, como sus conocimientos previos, los posibles errores que pueden cometer si sus conocimientos no son suficientes, entre otros.

- La Faceta Afectiva me contribuye a identificar los conocimientos que debo tener como profesor frente a los aspectos emocionales, afectivos y actitudinales que presentan mis estudiantes.

- La Faceta Interaccional me contribuye a identificar los conocimientos que debo tener como profesor para responder y manejar las intervenciones o participaciones de mis estudiantes en la clase que se está llevando a cabo.

- La Faceta Mediacional me contribuye a identificar los conocimientos suficientes que debo tener como profesor para implementar, responder y manejar los recursos y medios que potencian el aprendizaje, así como su temporalidad.

- La Faceta Ecológica me contribuye a identificar los conocimientos necesarios que debo tener como profesor en el contexto que me estoy moviendo, como el currículo, la sociedad, las políticas, la económica y otros contextos que hacen parte de las dinámicas ecológicas que promueven el aprendizaje.

El modelo del CDM contribuye a reflexionar en los pensamientos del profesor que influyen en su conducta y determinación. Dado que es un sujeto racional, que toma decisiones, emite juicios, tiene creencias y genera rutinas propias de su desarrollo profesional que ayudan a ser reflexivo sobre su propia práctica (Pino-Fan y Godino, 2015). En mi investigación contribuye al ayudarme a ver esas especificidades que como profesor debo tener en cuenta en los momentos que abordo un aprendizaje en mis clases. Por lo tanto, al analizar mis descripciones con las herramientas del CDM tendré en cuenta los aspectos necesarios para poder reflexionar, observar e interpretar las transformaciones de mi conocimiento.

Capítulo 4. Metodología

El presente trabajo se realiza desde un acercamiento a la investigación acción (IA), con apoyo de los procesos desarrollados a lo largo de la maestría que permiten realizar y analizar mi conocimiento didáctico-matemático con relación al tema de investigación. La imagen 4.0 presenta un esquema de como las preocupaciones en torno a tópicos propios de la educación matemática convergen y son objeto de estudio en la transformación de mi conocimiento didáctico-matemático.

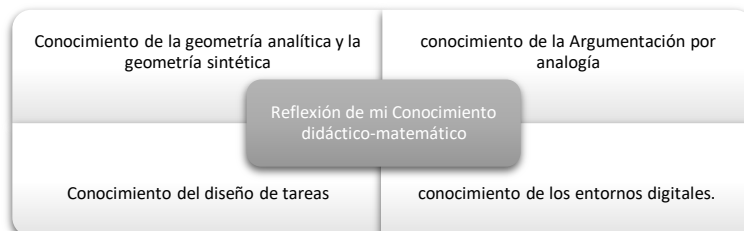


Imagen 4.0 “Temáticas que contribuyen al tema de mi investigación”

El fenómeno en el presente trabajo son las transformaciones que va presentando mi conocimiento didáctico-matemático, en vista que el objeto a investigar es mi conocimiento. Voy a profundizar en este fenómeno al momento de identificar, registrar y reflexionar sobre los cambios que se van presentando en relación con las acciones realizadas a lo largo del proceso de investigación. Este trabajo tiene un enfoque fenomenológico, que favorece la descripción detallada de mi conocimiento, como lo estipula Descombe, (2010), procurar hacerlo con una dependencia mínima de mis creencias, mis expectativas y mis predisposiciones sobre el fenómeno que investigaré. Las descripciones que realice están abiertas a una o varias interpretaciones de acuerdo con la mirada introspectiva de mi conocimiento teórico-práctico. La investigación tiene una aproximación hermenéutica, dado que al describir detalladamente mi conocimiento y las transformaciones que experimenta, realizaré interpretaciones de éste.

4.1 Estrategia investigativa

En este trabajo hago uso de la estrategia investigativa de diseño de investigación Acción IA, ya que permite reflexionar en la calidad de mis prácticas de enseñanza al realizar una descripción de mi conocimiento teórico práctico en diferentes momentos de la investigación. Realizo una descripción de las transformaciones que sufre mi conocimiento de forma cíclica donde se pretende evidenciar cada estadio de conocimiento alcanzado, transformarlo y actualizarlo según se requiera.

Los orígenes de la IA se encuentran en obras de las ciencias sociales, escritas a finales de 1940, por las preocupaciones de mejorar las prácticas de los profesionales. Carr y Kemmis, (1988) proponen que no es solo suficiente sino necesario, plantearse la propia práctica, al igual que la transformación de estas estructuras restrictivas, para lo cual es necesario acudir a fuentes teóricas críticas que sirvan de soporte a esta toma de conciencia de las limitaciones de la práctica, también lo afirma Herreras, (2004). Es decir, se reflexiona constantemente la práctica para transformarla. Según Miguelez, M, (2000) la reflexión crítica y el autocuestionamiento, conlleva a identificar problemas del propio desempeño docente, donde se elabora un plan de cambio, lo ejecuta, evalúa la superación del problema y su progreso personal, y repetirlo oportunamente. La IA está ligada a la idea de que el cambio es bueno, (Descombe, 2010) el cambio, se considera un potenciador del conocimiento propio, más que unos resultados de la investigación, dado que es un proceso, que sigue una evolución sistemática, y cambia tanto al investigador como las situaciones en las que éste actúa (Herreras, 2004), en este sentido Serres V, (2007), plantea que cuando el profesor comparte sus ideas, expectativas y conocimientos educativos fortalece, tanto sus mismas acciones, como el aprendizaje de sus estudiantes y el proyecto educativo de la institución.

La estrategia de diseño IA de acuerdo con Descombe (2010), tiene las siguientes características:

1. Naturaleza práctica. Abarca los problemas y cuestiones reales que se presentan en el lugar de trabajo, por lo tanto, esta característica la adapto a mi investigación con el fin de incluir las problemáticas de mis prácticas en el lugar de trabajo.

2. Cambio. Como una forma de abordar los problemas prácticos, así como un medio de descubrir más sobre los fenómenos. Este cambio es fundamental en la investigación, puesto que al emprender una profundización en la teoría del diseño de tareas usando entornos digitales para favorecer la argumentación por analogía que vincule los dominios de la geometría analítica y la geometría sintética, podré darme cuenta si se presentaron cambios en mi conocimiento teórico-práctico.

3. Proceso cíclico. La investigación está compuesta por ciclos, hechos para retroalimentar en los hallazgos como preludeo al ciclo que precede. Este proceso cíclico favorece esta investigación, puesto que, dicho proceso consiste en realizar un análisis por ciclo y llegar a realizar reflexiones como reporte. En cada reflexión se pretende identificar las fortalezas (cambios) en mi conocimiento y reconocer las debilidades en el mismo que dan inicio al siguiente ciclo. Cada ciclo está compuesto por uno o dos estadios de conocimiento que evidencian el conocimiento construido según la transformación que se haya presentado.

4. Participación. Los profesionales son las personas cruciales en el proceso de investigación, puesto que son aquellos que pueden analizar los hallazgos. Me acojo a esta característica, puesto que me permite posicionarme como una persona inmersa en la práctica, dado que es clave al analizar desde una perspectiva investigativa.

Estas características se ajustan al proceso investigativo que pretendo realizar en este trabajo de grado y permiten que como sujeto investigador e investigado realice una coevaluación con el asesor asignado, quien trabaja de la mano del grupo de *Aprendizaje y Enseñanza de la geometría*, para brindar los lineamientos que van guiando la investigación. En palabras de Denscombe (2010), los profesionales son parte de su investigación, como investigado e investigador, de tal manera que se convierte en socio de su investigador al igual que otros actores involucrados en el proceso de investigación que deben participar en todas las etapas de la investigación.

4.2 Ciclos de estudio

Los ciclos de estudio que abordo en mi investigación están constituidos por 4 fases, las cuales a su vez están escalando unos estadios que brindan el estado en el que se está movilizando la transformación de mi conocimiento didáctico-matemático. Dichos estadios albergan los conocimientos de las situaciones que he enfrentado para transformarlos en cada ciclo. El estadio cero de conocimiento refiere a los conocimientos construidos en el pregrado y en mi labor como docente antes de la maestría. El estadio uno de conocimiento refiere a las experiencias y prácticas de los conocimientos construidos en los seminarios y cursos complementarios del primer semestre de la maestría. El estadio dos de conocimiento refiere a los conocimientos construidos al poner en práctica las teorías de los referentes teóricos en los que profundice para llevar a cabo mi investigación.

Las cuatro fases se aplican en cada ciclo, Imagen 4.1. A continuación, realizó una descripción sintetizada del desarrollo que realicé en cada una de las fases que están consideradas

desde algunos de los criterios de Serres, (2007) descrita en la tabla 4.2. En el capítulo del análisis profundizaré en cada una de las fases.

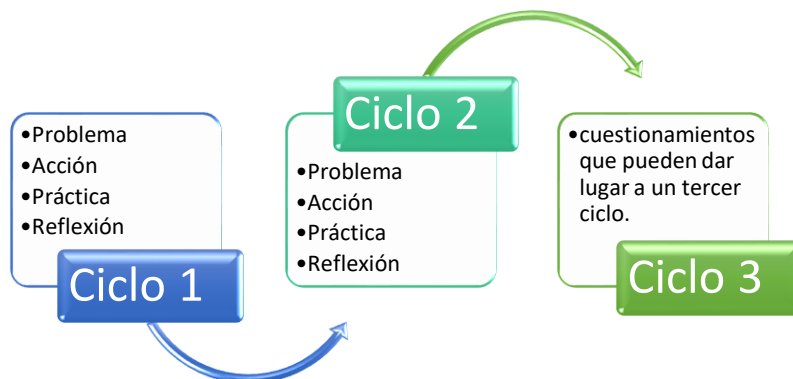


Imagen 4.1 “Fases en las que se componen los ciclos de mi investigación, basado en Serres V (2007)”

| Ciclo | Fase | Descripción de lo realizado |
|-------|--|--|
| Uno | La primera fase, de detección del problema de estudio. | Consiste en identificar el problema, su contexto y la búsqueda de una posible solución; En el ciclo uno existió una intervención de los profesores de la Maestría para dar lugar a la identificación del problema. |
| | La segunda fase, plan de acción para movilizar el conocimiento. | Atiende a las necesidades, planificando el proceso a realizar que conlleve a la posible solución, teniendo en cuenta los factores que abordan el problema; Para el ciclo uno, los profesores presentan un plan que contribuye a dar solución al problema encontrado. |
| | La tercera fase, Implementación de acciones y recolección de información. Construcción de datos investigativos | Un plan de acción que se puedan realizar observaciones de los cambios; En el ciclo uno, se llevó a cabo mediante la construcción de un diario de campo de mis prácticas antes de la maestría (estadio cero) y las experiencias de las sesiones de los seminarios del primer semestre de la maestría (estadio uno), la recopilación de referentes teóricos y la participación de cursos complementarios ofertados por la universidad. |
| | La cuarta fase, de Proceso de análisis de los datos y reflexión | Se plantean los análisis de los casos estudiados y se presenta las conclusiones o reflexiones del proceso de análisis. El análisis lo realicé teniendo en cuenta las descripciones de las evidencias tomadas en cada proceso para categorizarlas de acuerdo al modelo del CDM de Pino-Fan y Godino, (2015) y hice uso de las herramientas conceptuales propuestas por Strauss y Corbin (2002) con el fin de realizar una aproximación al proceso analítico llamado la codificación abierta, de modo que con dicha codificación pueda rotular y encontrar subcategorías, dado que las categorías si bien emergen del análisis de la información están enmarcadas conceptualmente por las facetas del modelo del CDM. Este proceso consiste en abrir el texto y exponer los pensamientos, ideas y significados contenidos en dicho texto para descubrir, nombrar y desarrollar los conceptos. Los datos se analizaron teniendo en cuenta la estructura gramatical de una oración (sujeto + verbo + predicado) siendo el verbo, lo principal que se tuvo en cuenta para generar la subcategoría y/o rotulación. En el ciclo uno, tomé fragmentos de los estadios cero y uno de conocimiento descritos en el diario de campo para identificar las rotulaciones que fueron surgiendo. Luego, realicé un análisis de la frecuencia que se presentaron en cada estadio de conocimiento para generar reflexiones. Realice un análisis de la frecuencia de las rotulaciones que surgieron en las descripciones de las poblaciones. Finalmente, se generan reflexiones de cada una de las facetas que intervinieron con relación a las rotulaciones. |

| Ciclo | Fase | Descripción de lo realizado |
|--------------|--|--|
| Dos | La primera fase, de detección del problema de estudio. | Consiste en identificar el problema, su contexto y la búsqueda de una posible solución; En el ciclo dos, retomo los cuestionamientos que surgieron en las reflexiones del ciclo uno. |
| | La segunda fase, plan de acción para movilizar el conocimiento. | Atiende a las necesidades, planificando el proceso a realizar que conlleve a la posible solución, teniendo en cuenta los factores que abordan el problema; En el ciclo dos, realizo una secuencia de tareas dirigida a tres poblaciones distintas (estudiantes, colegas y un experto). |
| | La tercera fase, Implementación de acciones y recolección de información. Construcción de datos investigativos | Un plan de acción que se puedan realizar observaciones de los cambios; En el ciclo dos, realizó una secuencia de tareas que se compartieron a tres poblaciones diferentes, con el fin de que dichas poblaciones generen observaciones desde el rol que les compete. |
| | La cuarta fase, de Proceso de análisis de los datos y reflexión | Se plantean los análisis de los casos estudiados y se presenta las conclusiones o reflexiones del proceso de análisis. En el ciclo dos, tome las mismas especificaciones del ciclo uno con las herramientas de Strauss y Corbin (2002) y el modelo del CDM. En este ciclo, le compartí a las tres poblaciones la secuencia de tareas, de la siguiente manera: Población 1, estudiantes del grado séptimo, a quienes se les grabo y se describió las discusiones que presentaron en el momento de desarrollar la secuencia de tareas. Población 2, colegas profesores de matemáticas, a quienes se les compartió la secuencia de tareas y presentaron sus observaciones de acuerdo a la eficiencia y propósito de la secuencia de tareas. Población 3, Experto en argumento por analogía, a quien se le compartió la secuencia para presentar observaciones de acuerdo a la eficiencia y propósito de la secuencia de tareas. Realice un análisis de la frecuencia de las rotulaciones que surgieron en las descripciones de las poblaciones. Finalmente, se generan reflexiones de cada una de las facetas que intervinieron con relación a las rotulaciones. |

Tabla 4.2 “Descripción de las fases de cada ciclo que se realizó”

La anterior tabla 4.2 muestra el proceso realizado para el análisis de cada uno de los ciclos de estudio. Los ciclos de estudio conllevan a un proceso analítico que contribuye a realizar interpretaciones de las reflexiones para evidenciar si transformé mi conocimiento.

Capítulo 5. Ciclos de análisis

En este capítulo presento el proceso que llevo a cabo para reconocer mis dificultades, generar un camino para encontrar soluciones, seguir dicho camino y analizar los hallazgos para interpretarlos, y verificar si existen otras dificultades. El proceso de análisis lo realizó teniendo en cuenta las fases de cada ciclo de modo que me lleve a identificar el estadio de conocimiento que me encuentro.

En el ciclo uno, realizo una retrospectiva de los conocimientos contemplados antes de la MDM con los conocimientos adquiridos en el primer semestre de la maestría. En el ciclo dos realizo un diseño de tareas y que la pongo en práctica a tres poblaciones distintas de conocimiento (estudiantes, colegas y un experto del tema de investigación).

5.1 Ciclo 1 Reconociendo concepciones

En este primer ciclo, realizo un proceso reflexivo de las concepciones que tenía antes y durante el primer semestre de la MDM (estadio cero y uno de conocimiento). De este primer semestre describo y analizo el aprovechamiento de los seminarios que contribuyen a transformar mis concepciones e identificar dificultades que den lugar al siguiente ciclo.

5.1.1 Fase 1: Identificación del problema

Al presentarme a la MDM, me encontré con que el enfoque de la línea de investigación de quienes orientaban la formación apuntaba al estudio de la argumentación, los entornos digitales y el diseño de tareas que involucran la geometría. Por ende, en el primer semestre, los profesores de los seminarios contribuyeron en mis reflexiones, dado que en dichos seminarios los profesores me ayudaron a considerar las dificultades que tenía en mis conocimientos

didáctico-matemáticos, relacionados con el diseño de tareas y argumentación. Por lo tanto, los profesores participan en el ciclo uno, al contribuir en la identificación del problema; la búsqueda de un mecanismo que contribuya a especializar mis conocimientos.

5.1.2 Fase 2: Plan de acción para movilizar el conocimiento

Al identificar el problema, los profesores proponen unos seminarios en los que me pudiese involucrar en un proceso académico. Por lo tanto, me empeño en aprovechar las nuevas teorías expuestas en los seminarios, con el fin promover la especialización de los conocimientos de argumentación y diseño de tareas. En la tabla 5.1. presento una síntesis de los cursos desarrollados en el primer semestre de la Cohorte 2020-1.

| SEMINARIO | DESCRIPCIÓN |
|---|--|
| Diseño y desarrollo curricular | En este curso se hizo un énfasis en el diseño de tareas que promovían el uso de entornos digitales a través de diferentes referentes teóricos. También, se realizó la concientización de la importancia del rol que cumple el maestro y el cambiar de rol. Lo anterior, con el fin de buscar un diseño que promueva el aprendizaje en clase. |
| Profundización en matemáticas elementales | En este curso se profundizó en la conjeturación y la demostración de situaciones de geometría sintética y geometría analítica sujetas a los entornos digitales, con el fin de observar la argumentación que se produce para llevarlas a cabo. |
| Investigación e innovación | Se realizó un adelanto de los criterios que se deben tener en cuenta en mi conocimiento didáctico-matemático, así como mis falencias que dan lugar al problema de investigación. |

Tabla 5.1. “breve descripción de los seminarios del primer semestre de la cohorte 2020-1”

Adicionalmente, participé en la ilustración de mis concepciones en las conferencias de expertos que contribuían en mi investigación. Dichas conferencias fueron promovidas por los profesores que lideran la maestría.

5.1.3 Fase 3: Implementación de acciones y recolección de información. Construcción de datos investigativos

En esta fase implemento un diario de campo (Ver anexo 1) en el que describo los aspectos más importantes de los seminarios que contribuyen a mi aprendizaje. Ese diario me

ayudó a la realización de descripciones reflexivas con una mirada retrospectiva de antes y durante el inicio de la MDM. También, realicé una recopilación de referentes teóricos con el fin de fortalecer mis conocimientos.

5.1.4 Fase 4: Proceso de análisis de los datos y reflexión.

Esta fase, consiste en realizar un análisis de las descripciones de mis estados de conocimiento escritas en mi diario de campo, de modo que se pueda observar mi estadio 0 para antes de la MDM y estadio 1 para el primer semestre de la MDM. Con el fin de observar las concepciones que tenía antes y durante las primeras clases de la Maestría en Docencia de la Matemática. Luego, realizar un análisis con las herramientas analíticas de Strauss y Corbin, (2002), dichas herramientas son la codificación selectiva, una aproximación de la codificación abierta y la codificación axial. Después, relaciono las rotulaciones con las facetas de las categorías del modelo del CDM basado en la EOS Pino-Fan y Godino, (2015). Finalmente, observar e interpretar las reflexiones realizadas generando cuestionamientos que promuevan una reflexión cualificada de mi conocimiento didáctico-matemático.

5.1.4.1 Codificación abierta de las descripciones realizadas en mi diario de campo Estadio cero y uno

En la siguiente tabla 5.1.4.1a presento el proceso de análisis de la codificación abierta, con el fin de identificar rótulos y categorizarlos en las facetas del CDM para mi estadio cero. En este estadio comparto las prácticas que realizaba antes de la MDM que reflejaban mis Conocimientos Didáctico-Matemáticos adquiridos en el pregrado.

| Acción y Fecha | Descripción estadio cero (antes de la MDM) | Facetas del CDM y rotulaciones |
|--|--|---|
| Prácticas del pregrado en Licenciatura | Mis prácticas del pregrado las desarrollé en el colegio Gustavo Restrepo en los grados 7°, 8° y 11° [FO, Grado, ciclo o lugar]. Las clases que desarrollé en dichas prácticas constaban de unos parámetros establecidos y diseñados por la universidad Antonio | Faceta Mediacional (FM) ❖ Id01: ideas dadas por expertos en los conocimientos de los criterios que se deben tener |

| | | |
|---|---|---|
| <p>Matemáticas 2015,</p> <p>Las descripciones</p> | <p>Nariño. Este diseño estaba pensado para cada clase que fuese a desarrollar [FM, ideas dadas].</p> <p>Los parámetros establecidos por la universidad para desarrollar una clase son los siguientes:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1, Se plantea una pregunta que movilice el tema a trabajar. 2, Se plantea un problema de un contexto cotidiano que aborde el tema a trabajar. 3, Se da un tiempo máximo de 10 minutos para que los estudiantes logren resolver el problema planteado. 4, Se presenta el tema y se desarrolla una explicación abordando sus características y propiedades. 5, Se plantean una actividad compuesta por máximo 5 puntos, en donde se exprese 3 problemas que apunten a a) reconocimiento del tema. b) características del tema c) propiedades del tema d) ejercicios algorítmicos del tema. e) Llevarlo a un medio tecnológico en lo posible. [FM, Criterios] <p>Los anteriores parámetros contribuyeron a llevar una organización de las primeras tareas planeadas, con el fin de no verse limitado a las actividades planteadas en los libros de texto [FM, Consideraciones].</p> | <p>en cuenta para realizar una tarea.</p> <ul style="list-style-type: none"> ❖ Cr01: <i>Criterios</i> establecidos por expertos que han contribuido a los diseños de tareas que realizado. ❖ Cn01: <i>Consideraciones</i> o reflexiones de las contribuciones que aportan a mis conocimientos de las herramientas o materiales que promueven el aprendizaje. <p>Faceta Ecológica (FO);</p> <ul style="list-style-type: none"> ❖ Ge01: <i>Grado, ciclo o lugar</i> de práctica en el cual se adaptan mis conocimientos curriculares a los presentados en cada Colegio. |
| <p>Clase en grado decimo, Colegio Parroquial Emilio de Brigard Grado decimo, tema Funciones trigonométricas agosto 2015</p> | <p>En la planeación del trimestre, se planteó para una clase, una serie de gráficas de las funciones trigonométricas, las cuales se debían realizar en hojas milimétricas [FM, Colegas]. Luego, se llevan a cabo las mismas gráficas en el software GeoGebra [FM, Herramientas]. Finalmente, se desarrollan una serie de preguntas referentes a los cambios de su amplitud y ángulo [FM, Preguntas].</p> <p>Vale la pena aclarar que (La planeación fue desarrollada por un profesor de matemáticas que renuncio al poco tiempo de iniciar el año escolar, dando lugar a que yo ocupe su cargo como profesor de matemáticas) [FM, Consideraciones].</p> | <p>Faceta Mediacional (FM)</p> <ul style="list-style-type: none"> ❖ Cl01: <i>colegas</i> que con sus conocimientos contribuyeron a mi formación en el diseño de tareas. ❖ Hd01: <i>herramientas</i> tecnológicas y digitales que promueven el aprendizaje, descubiertas por los diseños de mis colegas. ❖ Pg01: <i>preguntas</i> que guían al estudiante a desarrollar la tarea. ❖ Cn02: <i>consideraciones</i> o reflexiones que me contribuye a identificar lo que no he realizado por cuenta propia. |
| <p>Clase grado séptimo, Instituto Cultural Ciudad Kennedy. Tema: Movimientos en el plano (2016)</p> | <p>El tema “Movimientos en el plano” se desarrolla para dos clases de la siguiente manera [FE, Objetos primarios]:</p> <p>Traslación</p> <p>Clase 1. Se inicia con la identificación de tres puntos en el segundo cuadrante del plano cartesiano que deben dibujar los estudiantes en el cuaderno (Dichos puntos están dados en coordenadas cartesianas que formen un triángulo rectángulo) [FM, instrucciones]. Luego, se les pide a los estudiantes que dibujen un triángulo rectángulo dados los puntos [FM, instrucciones]. Por consiguiente, se les pide a los estudiantes ubicar otros puntos en el cuarto cuadrante [FM, instrucciones]. Los puntos están planeados para formar el triángulo rectángulo en el segundo y cuarto cuadrante [FE, Objetos primarios].</p> <p>Finalmente, se les pide a los estudiantes que cuenten los puntos de manera horizontal y vertical, teniendo en cuenta un punto específico de la figura geométrica, con el fin que reconozcan la</p> | <p>Faceta Epistémica (FE)</p> <ul style="list-style-type: none"> ❖ Op01: son las concepciones que tenía de los <i>objetos matemáticos</i> que contribuyeron en una explicación o conclusión. <p>Faceta Mediacional (FM)</p> <ul style="list-style-type: none"> ❖ Ins01: <i>instrucciones</i> que deben seguir los estudiantes, con el fin de identificar que se debe tener en cuenta para realizar una tarea. ❖ Hd02: <i>herramientas</i> tecnológicas que promueven el aprendizaje, promoviendo la exploración. |

| | | |
|--|--|--|
| | <p>traslación, mediante preguntas como las siguientes [FC, previos]: ¿El triángulo inicial es el mismo final y por qué? ¿Cuánto fue el movimiento Horizontal? ¿Cuánto fue el movimiento vertical?, Si el movimiento horizontal es en el eje (x) y el vertical es el eje (y) ¿Cuál es la traslación del triángulo?, si llevas dicha situación al software GeoGebra y utilizas la herramienta traslación ¿Que debes realizar? ¿Qué puedes observar? ¿Qué es la traslación? [FC, Descubiertos]</p> <p>Clase 2. Inicia la clase presentando una imagen (hecha en el software GeoGebra,) de un carro con un punto correspondiente al bómper delantero y otro al bómper trasero (los puntos están ubicados de manera horizontal) [FM, Herramientas]. Después, se proyecta en el televisor del salón de clase la imagen en el problema [FM, Herramientas]. se les pide analizar la siguiente situación: cambiar los puntos de forma vertical (bómper delantero hacia abajo) dados dos posiciones a la derecha de la imagen inicial [FM, instrucciones]. Luego, 5 posiciones debajo de la imagen vertical, de modo que los puntos queden en una diagonal (bómper delantero hacia arriba) [FM, instrucciones].</p> <p>Finalmente, mida los ángulos que formaron las imágenes con respecto al inicial y luego, utilice la herramienta “rotación” aplicando los ángulos encontrados, para responder a las preguntas [FM, Herramientas]: ¿Las propiedades de la imagen presentan algún cambio? ¿Podrías definir, qué es la rotación? [FC, Descubrimientos].</p> | <p>Faceta cognitiva (FC)</p> <ul style="list-style-type: none"> ❖ Cp01: Conocimientos <i>previos</i> de los estudiantes que se ponen en juego para resolver una tarea. ❖ Ds01: Nuevos conocimientos <i>descubiertos</i> al poner en juego los conocimientos previos. |
| <p>Clase 9° Colegio Parroquial Santa Isabel de Hungría Temas: Ubicación de números Irracionales en la recta y Funciones algebraicas y trascendentales. 2017</p> | <p>La planeación se desarrolló juntamente con los profesores del área de matemáticas, en donde se estipulo el uso del software GeoGebra [FM, Colegas].</p> <p>Se planea el uso del software para realizar la ubicación del conjunto de números Reales en la recta numérica, también se estipula el uso del software como herramienta graficadora de las funciones [FM, Colegas].</p> <p>Antes de iniciar la clase, realizo una recta numérica del conjunto de los números Reales con el fin de proyectarla en los televisores que se encuentran en los salones de clase y en ella generar participación de los estudiantes en el momento que ubican el número real asignado [FE, objetos matemáticos].</p> <p>En el momento de ponerlo en práctica, la participación de los estudiantes es positiva, dado que al ubicar números reales con una mayor cantidad de decimales pueden ubicarlo con facilidad realizando zoom en el software, algo que no se puede hacer en el tablero de plástico [FC, intervenciones]. También, se identifica una interacción entre los mismos compañeros para ubicar los racionales, puesto que al poder dividir la unidad en partes cada vez más pequeñas pueden ubicar con exactitud los números que se establezcan [FC, descubiertos].</p> <p>Por otro lado, al trabajar las funciones y las clases de funciones con sus respectivas características, las aborde del mismo modo como lo había hecho en el colegio Parroquial Emilio de Brigard [FM, Implementaciones]. En el cual consiste en pedirle a los estudiantes que realicen las gráficas de una función algebraica (cambiando de positivo a negativo, el punto de corte o amplitud</p> | <p>Faceta cognitiva (FC)</p> <ul style="list-style-type: none"> ❖ Int01: las <i>intervenciones</i> de los estudiantes que se activan por sus conceptos previos. ❖ Ds02: Nuevos conocimientos <i>descubiertos</i> al poner en juego los conocimientos previos. ❖ Cd01: <i>curiosidad</i> de los estudiantes en experimentar con los conocimientos construidos. <p>Faceta Epistémica (FE)</p> <ul style="list-style-type: none"> ❖ Op02: son las concepciones que tenia de los <i>objetos matemáticos</i> que contribuyeron en una explicación o conclusión. <p>Faceta Mediacional (FM)</p> <ul style="list-style-type: none"> ❖ Cl02: <i>colegas</i> que con sus conocimientos contribuyeron a mi formación en el uso de herramientas digitales. ❖ Im01: <i>implementaciones</i> de tareas aplicadas que había |

| | | |
|--|---|---|
| | <p>respectivamente) en una hoja milimétrica [FM, instrucciones]. Luego, deben realizar la función algebraica inicial y mediante el arrastre ir observando los cambios en sus características [FM, instrucciones]. De esta forma, los estudiantes identificaron las propiedades de las funciones algebraicas y las trascendentales a excepción de las trigonométricas [FC, descubiertos].</p> <p>Un grupo de estudiantes que habían desarrollado la actividad de forma ágil, decidieron explorar un poco más la herramienta [FC, curiosidad]. En el desarrollo de la exploración, estos estudiantes decidieron cambiar la amplitud de algunas funciones con cantidades mayores a las presentadas en la actividad y notaron que sucedía algo muy particular en las trascendentales, por tanto, me llamaron para comentar lo que habían explorado [FC, descubiertos]. Uno de ellos afirmó que el comportamiento de una función logarítmica tiene el mismo comportamiento que la exponencial o que al menos eran similares [FC, descubiertos].</p> | <p>desarrollado en otros grupos.</p> <ul style="list-style-type: none"> ❖ Ins02: <i>instrucciones</i> que deben seguir los estudiantes, con el fin de identificar que se debe tener en cuenta para realizar una tarea. |
| <p>Clase 7° Colegio Parroquial Santa Isabel de Hungría Tema: Polígonos; líneas notables de un triángulo, cuadriláteros y construcción de polígonos. 2018</p> | <p>La planeación de esta actividad la desarrolle para tres clases de acuerdo con el currículo de la institución de la siguiente manera [FO, tiempo].</p> <p>1. Polígonos</p> <p>1.1. Líneas notables de un triángulo; Altura, Bisectriz, Mediatriz y mediana. [FE, objetos matemáticos]</p> <p>1.2. Cuadriláteros; cuadrado, rectángulo, paralelogramo, trapecio y trapecoide. [FE, objetos matemáticos]</p> <p>1.3. Construcción de polígonos regulares. Triángulo, cuadrado, pentágono, hexágono, heptágono y octágono. [FE, objetos matemáticos]</p> <p>Esta planeación se desarrolla con la intención de usar del software GeoGebra proyectado en la tv de salón de clase y en los celulares de algunos estudiantes [FM, uso de Tic].</p> | <p>Faceta Epistémica (FE)</p> <ul style="list-style-type: none"> ❖ Op03: son las concepciones que tenía de los <i>objetos matemáticos</i> que contribuyeron en una explicación o conclusión. <p>Faceta Mediacional (FM)</p> <ul style="list-style-type: none"> ❖ Tic01: <i>uso de herramientas de la comunicación y tecnología</i> para promover el aprendizaje. <p>Faceta Ecológica (FO)</p> <ul style="list-style-type: none"> ❖ Ti01: <i>tiempo</i> que se tiene en cuenta en el momento en que se lleva a cabo una tarea. |
| <p>Clase 7° Colegio Parroquial Santa Isabel de Hungría Tema: Sólidos geométricos 2018</p> | <p>La planeación la desarrolle de acuerdo con las recomendaciones de un colega para utilizar el software SketchUp [FM, colegas]. Con el fin de realizar una clase magistral y con el propósito de presentar en 3D los sólidos para que los estudiantes los diferencien y encuentren de manera significativa sus dimensiones [FC, perspectivas].</p> <p>Para llevar a cabo la planeación, proyecté el software SketchUp desde mi computador portátil al tv del salón de clase, con el fin de hacer uso de este [FM, uso de Tic]. Al iniciar la clase propongo una lluvia de ideas con la siguiente pregunta ¿Cuál es la clasificación de los sólidos geométricos?, en la cual la respuesta de los estudiantes es el cubo, la esfera, el cilindro, el cono y la pirámide [FC, previos]. Sin embargo, no se refirieron a sus características específicas que los clasifican [FC, desconocidas].</p> <p>Al usar el software SketchUp proyectado en la tv, explico la clasificación de los sólidos geométricos, iniciando con los Poliedros con sus subdivisiones Prismas y pirámides [FE, objetos matemáticos]. La construcción de los poliedros la desarrolle según corresponde sus características [FE, objetos matemáticos]. Es decir, la construcción se dio con la base</p> | <p>Faceta cognitiva (FC)</p> <ul style="list-style-type: none"> ❖ Pers01: las <i>perspectivas</i> de aprendizaje que puede tener el estudiante. ❖ Cp02: Conocimientos <i>previos</i> de los estudiantes que se ponen en juego para resolver una tarea. ❖ Des01: las concepciones <i>desconocidas</i> por los estudiantes. ❖ Int02: las <i>intervenciones</i> de los estudiantes que se activan por sus conceptos previos. <p>Faceta Epistémica (FE)</p> <ul style="list-style-type: none"> ❖ Op04: son las concepciones que tenía de los <i>objetos matemáticos</i> que contribuyeron en una explicación o conclusión. |

| | | |
|---|--|--|
| | <p>poligonal y se prolongó su altura (en el caso del prisma) [FE, objetos matemáticos]. En el caso de la pirámide, se construye la base poligonal y se proyecta a un solo punto dada una altura [FE, objetos matemáticos]. Finalmente, en los cuerpos redondo, me basé en la definición de sólidos de revolución, con el fin de girar los polígonos que construía en el software o al girar algunos objetos del salón de clase, que hicieran referencia a las características de dichos sólidos [FM, recursos].</p> <p>Por otro lado, los estudiantes contribuyeron en la construcción de los sólidos con su participación, mientras se llevaba a cabo la explicación [FC, Intervenciones]. Los estudiantes presentaron la mayor duda en la construcción de los cuerpos redondos [FC, desconocidas].</p> | <p>Faceta Mediacional (FM)</p> <ul style="list-style-type: none"> ❖ CI03: <i>colegas</i> que con sus conocimientos contribuyeron a mi formación en el uso de herramientas digitales. ❖ Tic02: <i>uso de herramientas de la comunicación y tecnología</i> para promover el aprendizaje. ❖ Rec01: Los objetos de clase o libros que sirven como <i>recursos</i> |
| <p>Grado 7° Colegio Gimnasio los Sauces Tema: estadística descriptiva. 2019</p> | <p>La planeación se realiza de acuerdo con el currículo de la institución y del libro guía “Desafíos Matemáticas 7°” [FM, recursos].</p> <p>En esta clase se contemplaba la construcción de tablas de frecuencia para datos cualitativos y cuantitativos con el uso de Excel y el apoyo de YouTube [FC, perspectivas].</p> <p>Al iniciar la clase en la sala de sistemas, les compartí un vídeo en el que evidenciaba las variables estadísticas, sus clases y sus tipos de definiciones [FE, objetos matemáticos].</p> <p>Después, realice un ejemplo en el tablero, de la tabla de contingencia para datos cualitativos, tanto Nominales como Ordinales [FE, objetos matemáticos]. Seguido, le pedí a los estudiantes que realizaran la misma tabla en la hoja de Excel y de acuerdo con unas preguntas, realizar algunos cálculos [FC, Descubiertos].</p> <p>Efectivamente algunos estudiantes reconocieron la diferencia entre los datos ordinales y Nominales, debido a que solo podían contar los Ordinales [FC, Descubiertos].</p> <p>Del mismo modo, realice la actividad con los datos cuantitativos: Discretos y Continuos, de modo que pudiesen encontrar la diferencia en los decimales y enteros, en el que los estudiantes participaron y realizaron la actividad [FC, Descubiertos].</p> | <p>Faceta cognitiva (FC)</p> <ul style="list-style-type: none"> ❖ Pers02: las <i>perspectivas</i> de aprendizaje que puede tener el estudiante. ❖ Ds03: Nuevos conocimientos <i>descubiertos</i> al poner en juego los conocimientos previos. <p>Faceta Epistémica (FE)</p> <ul style="list-style-type: none"> ❖ Op05: son las concepciones que tenía de los <i>objetos matemáticos</i> que contribuyeron en una explicación o conclusión. <p>Faceta Mediacional (FM)</p> <ul style="list-style-type: none"> ❖ Rec02: Los objetos de clase o libros que sirven como <i>recursos</i> |

Tabla 5.1.4.1a “Codificación abierta de las descripciones realizadas en mi diario de campo Estadio cero”

En la siguiente tabla 5.1.4.1b presento el proceso de análisis de la codificación abierta, con el fin de identificar rótulos y categorizarlos en las facetas del CDM en mi estadio uno, así como esta descrito anteriormente para mi estadio cero.

| Acción y Fecha | Descripción estadio uno (durante la MDM) | Facetas del CDM y rotulaciones |
|--|---|--|
| Realización y presentación de propuesta de | El anteproyecto que presenté como propuesta para el ingreso a la MDM-Cohorte2020-1, tiene como foco principal el aprendizaje de la estadística y las tecnologías digitales, dado que mi interés estaba direccionado en dichos aprendizajes [FE, intereses] . | <p>Faceta Epistémica (FE)</p> <ul style="list-style-type: none"> ❖ Itrs01: las concepciones en que proyecte mis <i>intereses</i> en profundizar mis conocimientos. |

| | | |
|---|--|--|
| <p>ingreso Dic 2019 y Feb 2020</p> | <p>Por otro lado, al iniciar las clases de la Maestría, me veo involucrado en nuevas concepciones, que de una manera u otra empiezan a ser de mi interés [FE, intereses].</p> <p>En la clase la profesora Leonor Camargo, ella pide a la clase que subraye en su propuesta de anteproyecto las palabras que tengan que ver con argumentación, diseño de tareas, geometría dinámica, geometría y mejorar las prácticas educativas [FE, profundizar]. Después de subrayar lo pedido, nos presentó la línea de investigación del grupo de enseñanza aprendizaje de la geometría. Luego, nos presenta una serie de preguntas orientadas a la línea de investigación [FE, profundizar]. Las preguntas son las siguientes: ¿Puedo problematizar el conocimiento del profesor? ¿Qué es una tarea? ¿para qué sirve la tecnología? ¿Qué demuestra la argumentación? ¿Qué conocimientos debe tener el profesor? [FE, profundizar].</p> <p>Finalmente, nos presenta la estructura para realizar el anteproyecto y varias instrucciones que se deben tener en cuenta [FE, profundizar].</p> | <ul style="list-style-type: none"> ❖ Pro01: los conocimientos que se van a <i>profundizar</i> en el trascurso de la maestría. |
| <p>Lectura del documento de Gómez, (2015) en el seminario de Currículo y diseño curricular</p> | <p>La primera clase inicia con los Pilares para desarrollar el anteproyecto, los cuales son: Geometría, Tecnología, diseño de tareas, Argumentación y el conocimiento del profesor [FE, profundizar].</p> <p>Se indaga acerca del conocimiento de que es Currículo y que es una tarea [FM, ideales]. Luego, se genera una lectura del libro de (Gómez et al., 2015), para comprender el análisis de instrucciones para el diseño de una tarea, o una estructuración para el diseño de tareas [FM, Ideas dadas].</p> | <p>Faceta Epistémica (FE)</p> <ul style="list-style-type: none"> ❖ Pro02: los conocimientos que se van a <i>profundizar</i> en el trascurso de la maestría. <p>Faceta Mediacional (FM)</p> <ul style="list-style-type: none"> ❖ Ide01: los <i>ideales</i> de las concepciones de los materiales o herramientas que se tenían. ❖ Id02: <i>ideas dadas</i> por expertos en los conocimientos de los criterios que se deben tener en cuenta para realizar una tarea. |
| <p>Lectura del documento de Lin, (2012) en el seminario de Currículo y diseño curricular</p> | <p>Para la clase se hace entrega del mapa conceptual del documento de (Lin et al., 2012) frente al diseño de tareas, con el fin de identificar los principios establecidos, por los autores [FM, ideas dadas].</p> <p>Se realiza una socialización del mapa conceptual y se requiere resaltar aquellas cosas que algunos se les haya pasado [FM, ideas dadas].</p> <p>Finalmente, se establece una organización de cada uno de los principios para diseñar tareas [FM, ideas dadas].</p> | <p>Faceta Mediacional (FM)</p> <ul style="list-style-type: none"> ❖ Id03: <i>ideas dadas</i> por expertos en los conocimientos de los criterios que se deben tener en cuenta para realizar una tarea. |
| <p>Lectura del documento de Laborde, C. (2005) en el seminario de Currículo y diseño curricular</p> | <p>En la clase se indaga sobre la diferencia y la utilización de un software de geometría dinámica para promover la argumentación cuando se realiza un tipo de construcciones, y que aprendizaje se da al utilizar el software que no se da con el papel y lápiz [FM, herramientas].</p> <p>Luego, mediante la lectura de (Laborde, 2005) se identifican tareas que promueven construcciones robustas y construcciones blandas, con el fin que el estudiante pueda realizar una exploración, de acuerdo al tipo de construcción que se realice [FC, perspectivas].</p> | <p>Faceta Mediacional (FM)</p> <ul style="list-style-type: none"> ❖ Hd03: <i>herramientas</i> tecnológicas que promueven el aprendizaje, promoviendo la exploración. <p>Faceta cognitiva (FC)</p> <ul style="list-style-type: none"> ❖ Pers02: las <i>perspectivas</i> de aprendizaje que puede tener el estudiante. |

| | | |
|--|--|---|
| Tareas conjunta con los seminarios de profundización en matemáticas y el seminario de currículo y diseño curricular | Finalmente, se realiza una producción escrita de como tarea, que contenga los principios, los procesos y herramientas de aprendizaje con el fin de observar y modificar las creaciones de otras tareas realizadas en clase brindando nuestros propios componentes o utilizar los que se han establecido [FM, ideas dadas] . | Faceta Mediacional (FM) ❖ Id04: <i>ideas dadas</i> por expertos en los conocimientos de los criterios que se deben tener en cuenta para realizar una tarea. |
| Clase inicial con el profesor Oscar Molina 29 de febrero 2020 | Profundización de los componentes geométricos en GeoGebra, conocimientos en conjeturación y procesos para argumentar [FE, objetos primarios] . El profesor presenta una primera situación de una secuencia para desarrollar en clase [FE, méritos] . La tarea pretende realizar una conjetura e identificar varios objetos que están determinados en la situación [FE, Objetos primarios] . | Faceta Epistémica (FE) ❖ Op06: son las concepciones que tenía de los <i>objetos primarios matemáticos</i> que contribuyeron en una explicación o conclusión. ❖ Mrt01: <i>méritos</i> que debo alcanzar para construir nuevas concepciones. |
| En el seminario de profundización en matemáticas se aplican situaciones matemáticas que implican argumentar al usar un software de geometría dinámica. | Se establecen diferentes situaciones de manera que se realicen construcciones geométricas desde un software de geometría [FC, descubiertos] , con el fin de realizar diferentes exploraciones y proveer demostraciones de las conjeturas que se puedan abstraer [FC, descubiertos] . Por otro lado, se realizan varios esquemas con el modelo de Toulmin de manera que se pueda identificar las características de los tipos de argumentos [FE, objetos primarios] . Algunos de los procesos es identificar los objetos primarios en la práctica matemática [FE, objetos primarios] . Comparación y sistematización de la identificación de demostraciones sintéticas y analíticas [FE, relaciones] . | Faceta cognitiva (FC) ❖ Ds04: Nuevos conocimientos <i>descubiertos</i> al poner en juego los conocimientos previos. Faceta Epistémica (FE) ❖ Op07: son las concepciones que tenía de los <i>objetos primarios matemáticos</i> que contribuyeron en una explicación o conclusión. ❖ Rel01: son las <i>relaciones</i> que puedo identificar de los objetos primarios. |

Tabla 5.1.4.1b “Codificación abierta de las descripciones realizadas en mi diario de campo Estadio uno”

5.1.4.2 Descripción de cada rotulo que surgió en el análisis que se aproxima a la codificación abierta

Al realizar la rotulación de los fragmentos de mis descripciones, pude observar que surgía el mismo rotulo en varios fragmentos. Sin embargo, se evidenciaba en las interacciones con los estudiantes y en las actividades propuestas, una transformación de mi conocimiento didáctico-matemático. A continuación, presento la definición de las rotulaciones mencionadas en la tabla 5.1.4a y la tabla 5.1.4b.

- Faceta Mediacional (FM)

Id: *ideas dadas*. Surge de las recomendaciones teorizadas de expertos, en cuanto a los criterios y pautas que debo tener en cuenta para realizar una tarea.

Id01: (conocimiento común del contenido, sin una conciencia de la misma al diseñar tareas).

Cr: *Criterios*. Surge de aquellos criterios establecidos por expertos que han contemplado los aspectos más importantes que pueden promover el aprendizaje mediante el diseño de una tarea.

Cr01: (conocimiento ampliado del contenido, tener en cuenta aquello que no tenía en cuenta para guiar al estudiante a cumplir los propósitos de aprendizaje)

Cl: *Colegas*. Surgen de aquellas concepciones compartidas por parte de colegas, que han contribuido en mis prácticas.

Cl01: (conocimiento común del contenido, reconociendo herramientas que promueven el aprendizaje)

Hd: *herramientas tecnológicas*. Surgen de aquellas situaciones que necesitan del uso del software geometría dinámica cuando el lápiz y papel no son suficiente.

Hd01: (conocimiento común del contenido, al no reconocer el potencial del uso del software de geometría dinámica)

Tic: *uso de herramientas tecnológicas y de la comunicación*: Surge del uso de tv, vídeos o medios de comunicación que contribuyen a promover el aprendizaje.

1. Tic01: (conocimiento ampliado del contenido, al manejar con facilidad los medios tecnológicos de la comunicación)

Rec: *Recursos*. Surgen de aquellos recursos que promueven el aprendizaje, sin el uso de un medio tecnológico digital.

1. Rec01: (conocimiento ampliado del contenido, al saber promover el aprendizaje con el uso de un libro de texto matemático)

Ins: *instrucciones*. Surgen de las instrucciones que deben seguir los estudiantes, con el fin de identificar qué se debe tener en cuenta para realizar una tarea.

Ins01: (conocimiento común del contenido, al aplicar instrucciones que se creían eran suficientes)

Pg: *preguntas*. Surgen de aquellas preguntas que contribuye a evitar que el estudiante se desvíe del propósito de la tarea.

Pg01: (conocimiento común del contenido, identificando el uso correcto de dichas preguntas)

Im: *implementaciones*. Surgen de aquellos primeros intentos de realizar mis propios diseños de tareas y que llevaba a la práctica.

Im01: (conocimiento ampliado del contenido, dado que pongo en práctica lo aprendido e identifico errores para mejorar)

Cn: *Consideraciones*. Surgen de aquellas conclusiones que contribuyen a observar lo que puedo mejorar en cuanto a herramientas y/o materiales que promuevan el aprendizaje.

Cn01: (conocimiento común del contenido, desconociendo su potencial)

- Faceta Ecológica (FO):

Ge: *Grado, ciclo o lugar*. Surge identificar los lugares o grados en el que puse en juego mis conocimientos curriculares a los presentados.

Ge01: (Conocimiento ampliado del contenido, dado que pongo en práctica las estrategias diseñadas en el currículo de cada colegio)

Ti: *tiempo*. Surge de tener en cuenta la temporalidad en la que se puede desarrollar la tarea propuesta.

Ti01: (conocimiento común del contenido, al tratar de percibir el tiempo que tomaría realizar la tarea a los estudiantes)

- Faceta Epistémica (FE)

Mrt: *méritos*. Surgen de aquellos esfuerzos que debo realizar para construir nuevas concepciones.

Mrt01: (conocimiento común del contenido al carecer de conceptos matemáticos)

Itrs: *intereses*. Surgen de aquellas concepciones en que proyecte mis intereses en profundizar mis conocimientos.

Itrs01: (conocimiento común del contenido al tener expectativas que se pueden construir nuevos conceptos)

Pro: *profundizar*. Surgen de aquellos conocimientos que se van a profundizar en el transcurso de la maestría.

Pro01: (conocimiento ampliado del contenido al identificar que existen concepciones que pueden ser más específicas)

Op: *objetos primarios matemáticos*. Surgen de aquellos objetos matemáticos que son primarios en una situación matemática.

Op01: (conocimiento común del contenido, dado que dichos objetos los reconocía de una manera diferente al poco relacionarlos)

Rel: *relaciones*. Surgen de las relaciones que puedo identificar de los objetos primarios.

Rel01: (conocimiento común del contenido al carecer de concepciones primarias)

- Faceta cognitiva (FC)

Cp: *previos*. Surgen de los conocimientos adquiridos por los estudiantes en clases anteriores que tienen similitudes entre las mismas.

Cp01: (conocimiento común del contenido al tener en cuenta las habilidades que deben tener los estudiantes)

Int: *intervenciones*. Surgen de la participación de los estudiantes al activar sus conceptos previos.

Int01: (conocimiento ampliado del contenido al identificar los saberes adquiridos por los estudiantes)

Pers: *perspectivas*. Surgen de aquellos puntos de vista de los estudiantes que adaptan y que tratan de defender de acuerdo a sus conocimientos adquiridos.

1. Pers01: (conocimiento común del contenido al identificar las ideas que ponen en juego mis estudiantes)

Ds: *Descubiertos*. Surgen de las nuevas concepciones que adquieren los estudiantes y que dejan ver en sus intervenciones.

Ds01: (conocimiento común del contenido al tratar de llevar al estudiante a identificar la concepción de translación y rotación)

Des: *Desconocidas*. Surgen de aquellas concepciones que los estudiantes desconocían de sus saberes previos.

Des01: (conocimiento ampliado del contenido al tener presente los procesos de aprendizaje que llevan los estudiantes)

Cd: *curiosidad*. Surge de aquellas dudas anecdóticas que contribuyen en la investigación del estudiante o lo lleva a experimentar con los conocimientos construidos.

Cd01: (conocimiento común del contenido al presentar dificultades en la formulación de preguntas que lleven al estudiante a dudar lo que sabe)

Realizando las rotulaciones con sus respectivas definiciones y sus códigos, me dan paso a continuar con la codificación axial. En esta codificación comparo las rotulaciones para encontrar las relaciones que existan entre ellas, de modo que contribuyan a construir significados que me sirva como parte de mi teorización en el momento de reportar las transformaciones de mi CDM en los diferentes estadios. También hago un conteo de cada rótulo en el estadio cero (E0) y estadio 1 (E1) con el fin de analizar su frecuencia, como se presenta en la tabla 5.1.4.2.

| Facetas del CDM | Código y Rotulación | E0 | E1 | Relación y Definición | Reporte de mi CDM a lo largo de mi estadio cero y uno. |
|---------------------|---|----|--|---|---|
| Faceta Mediacional | Id: Ideas dadas | 1 | 4 | Su relación está en las contribuciones del diseño de tareas de otras personas con niveles de conocimiento superior a los correspondientes en ese momento. | Las Id se presenta una sola vez en el E0 y 4 veces en el E1, dejando ver la importancia de ampliar mis concepciones con las teorías de expertos que potencian mi diseño de tareas. |
| | Cl: Colegas. | 1 | 0 | | Las Cl se presenta en el E0 una vez, los Cr 4 veces y en el E1 se presentan cero veces. Dado que los criterios y los aportes de los colegas se van quedando cortos al profundizar con la teoría. |
| | Cr: Criterios | 3 | 0 | Definición: Ideas de otros que contribuyen al mejoramiento constante de mis diseños de tareas | Es decir, inicio con una práctica guiada por expertos y por algunos colegas que me han direccionado a observar distintos elementos y normas para tratar de implementar diseños con mis propios criterios. Luego, reconozco la necesidad de adentrarme en las teorías que me contribuyan especializar mis concepciones en el diseño de tareas. |
| | Rec: Recursos. | 0 | 2 | Su relación está en los usos de medios tecnológicos, tanto físicos como digitales. | Los Rec y las Hd no se presentan en el E0, mientras que las Tic se presenta dos veces. En cambio, en el E1 las Tic no se presentan y los Rec se presenta dos veces, así como las Hd se presentan tres veces. |
| | Tic: uso de herramientas tecnológicas y de la comunicación. | 2 | 0 | Definición: Uso de suministros en clase que promueven el aprendizaje. | Es decir, inicio aprovechando los recursos disponibles en las aulas de clase, luego, identifico el uso adecuado de algunos softwares en mis prácticas que me han contribuido a observar las invariantes que no consideraba con otras herramientas tecnológicas y que en su uso se pueden promover objetos primarios matemáticos. |
| | Hd: herramientas tecnológicas. | 0 | 3 | | |
| | Ins: instrucciones. | 6 | 0 | Su relación está en formas que guían al estudiante a cumplir con una acción matemática. | Las Ins se presentan en el E0 seis veces y las Pg una vez. Sin embargo, en el E1 no se presenta ninguna. Dejando ver que se contemplan de forma implícita que se llevaran a cabo cuando sea necesario. |
| | Pg: preguntas. | 1 | 0 | Definición: Guiar las acciones del estudiante para que se mantenga en el propósito de la tarea. | De este modo. Inicialmente, acepte que las instrucciones las desarrollaba el estudiante, dado que para mí era obvio. Luego, identifiqué que el aprendizaje en cada estudiante se promueve de diferentes maneras, por tanto, es necesario ser lo más explícito con él para que se mantengan en el propósito establecido en la tarea. |
| | Im: implementaciones | 1 | 0 | Su relación está en las intenciones de realizar una tarea y el reflexionar de los errores cometidos en la misma al momento de aplicarla. | Las Im se presenta una vez y las Cn dos veces en el E0. En el E1 no se presentan directamente, dado que al rediseñar las tareas de otros o las mías, he tenido en cuentas los aspectos que pueden entorpecer el propósito de la tarea. |
| Cn: Consideraciones | 2 | 0 | Definición: Identificación y prevención de errores que se presentan en las tareas diseñadas. | De esta forma, iniciaba aplicando las tareas diseñadas por otros. Luego, las rediseñaba cuando encontraba algunos errores. Dichos errores me llevaron a diseñar mis propias tareas tratando de prevenir posibles errores. | |
| Faceta Ecológica | Ti: tiempo. | 1 | 0 | Su relación está en el tiempo y espacio en el que se planificó para poner en juego el diseño de la tarea. | El Ti se presenta al igual que el Ge una sola vez en el E0 y ninguna en el E1. Aunque, sé que son conceptos muy importantes, basta solo con apropiarse ajustándose en el espacio y tiempo que establece la institución. |
| | Ge: Grado, ciclo o lugar | 1 | 0 | Definición: Compromiso con el espacio donde se va a realizar la tarea y el tiempo dispuesto para la misma. | Inicialmente, ponía en juego tareas que de una manera arbitraria y que consideraba que estaba acorde con la temática. Luego, observé que dichas tareas necesitan ajustarse al PEI institucional y al tiempo de cada aula que la institución determina para no agotar a los estudiantes con temáticas que no están acorde a su edad o curso. |
| | Pro: profundizar. | 0 | 5 | Su relación está en el compromiso de | En el E0 no se presenta ningún rótulo y en el E1 se presenta el Pro cinco veces, Los Itrs dos veces y los |

| | | | | | |
|-------------------|-----------------------------------|----|---|--|--|
| Faceta Epistémica | Itrs: intereses. | 0 | 2 | profundizar en mis conocimientos. | Mrt una vez, dejando observar las necesidades de profundizar en las concepciones que se están desarrollando al reconocer que existen aspectos por mejorar. Inicialmente, empecé participando en los seminarios de la maestría. Luego, me entre en profundizar dichos conocimientos con el fin de mejorar mis prácticas. |
| | Mrt: méritos. | 0 | 1 | Definición: Compromisos en ampliar mis concepciones que promuevan el diseño de tareas. | |
| | Rel: relaciones. | 0 | 1 | Su relación está en la forma en que concebía los objetos primarios matemáticos. | En el E0 las Rel no se presenta y los Op se presenta 11 veces y en el E1 se presentan las Rel una sola vez y los Op cuatro veces. Este hecho sucede al tratar los objetos matemáticos como un conjunto de objetos que construían a las situaciones matemáticas. Luego, me di cuenta de que dichos objetos contribuyen a la solución de las situaciones matemáticas que se presenten. |
| | Op: objetos primarios matemáticos | 11 | 4 | Definición: Reconocimiento de los objetos primarios matemáticos. | |
| Faceta Cognitiva | Int: intervenciones. | 2 | 0 | Su relación está en las concepciones que el estudiante ha construido y pone en juego para resolver una situación matemática. | Los Int y las Pers en el E0 se presentan dos veces y los Cp cuatro veces. En el E1 solo se presenta una sola vez las Pers, Este hecho se da al escuchar y observar las situaciones. Inicialmente, presentaba un nuevo tema para el estudiante. El tema lo presentaba sin realizar una reflexión o motivación que ponga en juego sus conocimientos previos. Luego, empecé a diseñar tareas que activaran las concepciones de los estudiantes para presentar el nuevo tema. |
| | Pers: perspectivas. | 2 | 1 | | |
| | Cp: previos | 4 | 0 | Definición: Situaciones que exigen a los estudiantes poner en juego sus conocimientos previos. | |
| | Des: Desconocidas. | 2 | 0 | Su relación está en las concepciones que construye el estudiante, en el momento de que pone en juego sus conocimientos previos. Definiciones: Nuevas concepciones matemáticas de los estudiantes. | En el E0 las Des se presentan dos veces, la Cd una vez y los Ds ocho veces. En el E1 los Des y la Cd no se presentan, en cambio los Ds se presentan dos veces. Esto muestra que las concepciones desconocidas pueden despertar curiosidad que contribuye a nuevas concepciones. Inicialmente, asumía que los temas presentados estaban claros para los estudiantes, dado que realizaba preguntas abiertas y si respondían bien finalizaba el tema. Luego, me di cuenta que es necesario realizar preguntas que despierten la curiosidad del estudiante y que él trate de dudar de sus concepciones, con el propósito de generar nuevos conocimientos. |
| | Cd: curiosidad. | 1 | 0 | | |
| | Ds: Descubiertos. | 8 | 2 | | |

Tabla 5.1.4.2 “codificación axial comparando y relacionando los rótulos de cada faceta”

5.1.4.3. Reflexiones que surgen del ciclo 1.

Las reflexiones que surgen del anterior análisis como parte del primer ciclo, referente a mis concepciones del CDM que organicé en la tabla 5.1.4.2 de la cual encuentro las siguientes interpretaciones:

1. La faceta mediacional presenta una cantidad mayor de segmentos analizados. En ellos puedo deducir que:

- Por un lado, las rotulaciones Id, Cl y Cr muestran que mis concepciones en el diseño de tareas han ido evolucionando eficientemente al usar el diseño de otros y la

realización de mis propios diseños. Es por esto, que es importante profundizar un poco más en ello y realizar nuevos diseños teniendo en cuenta las teorías adquiridas. Lo anterior, me lleva a preguntarme ¿Los diseños de tareas que realicé promovían el aprendizaje? Dicha pregunta también surge por las rotulaciones Ins y pre, dado que mis diseños deben guiar al estudiante a alcanzar el propósito de la misma y seguir previniendo errores o dificultades del estudiante como lo evidenciaba en mi estadio cero con las rotulaciones Im y Cn.

- Por otro lado, las rotulaciones Rec, Tic y Hd muestran que mi uso de materiales en la clase ha ido cambiando del tablero, lápiz y papel a entornos digitales. Dado que en el software he encontrado formas que pueden potenciar las definiciones de los objetos matemáticos y realizar movimientos que con papel y lápiz se dificultan.
2. La faceta ecológica presenta menor segmentos analizados con las rotulaciones Ti y Ge, en el que puedo evidenciar que: la dificultad de la tarea, la ejercitación mesurada de situaciones matemáticas y las etapas de desarrollo del estudiante, son factores que influyen en el correcto desarrollo de una tarea.
 3. En la faceta epistémica se evidencia la superación constante en profundizar mis conocimientos didácticos-matemáticos, dado que, se evidencia en los rótulos (Pro, Itrs y Mrt) que al iniciar la maestría surge un interés en profundizar en las concepciones de los objetos matemáticos (argumentos) y en los dominios de la geometría (geometría sintética y geometría analítica), con el fin de mejorar mis prácticas.
 4. En la faceta cognitiva, en las rotulaciones Int, Pers y Cp, se evidencia un interés en interpretar las concepciones de los estudiantes y en las rotulaciones Des, Cd y Ds evidencian las concepciones que podrían lograr con mis intervenciones en el aula de clase.

Las anteriores reflexiones, me llevan a reconocer que en la teoría se evidencia la necesidad de la articulación de los dos dominios de la geometría, ya que potencia las habilidades de los estudiantes en la resolución de problemas y en la formalización de conceptos. Por ende, si los argumentos articulan concepciones, definiciones, procedimientos y proposiciones. Entonces, los argumentos por analogía son candidatos perfectos para encontrar las similitudes que tienen los dos dominios de la geometría que contribuyan a su articulación como una sola temática. Esto me lleva a cuestionarme: ¿Puedo diseñar una tarea que promueva argumentos por analogía que articule la geometría sintética y la geometría analítica?

Las reflexiones anteriores me dan paso a realizar un segundo análisis (Ciclo 2) de las nuevas situaciones matemáticas y de aula a las que me veré expuesto, de acuerdo con mi conocimiento didáctico-matemático.

5.2 Ciclo 2: Explorando la teoría

En este ciclo pongo en práctica algunas concepciones de los referentes teóricos del diseño de tareas, entornos digitales y argumentos por analogía, de modo que pueda evidenciar si dichas concepciones son suficientes para realizar mis propios diseños.

5.2.1 Fase 1: Identificación del problema

Las reflexiones del análisis de los datos del ciclo 1, presentaron algunos interrogantes que llevan a identificar unas debilidades en cuanto al conocimiento del diseño de tareas que implican argumentos por analogías que articulen los dos dominios de la geometría. Por ende, la problemática es: Evidenciar si mis concepciones de los argumentos por analogía al articular la geometría sintética y la geometría analítica contribuyen a realizar un diseño propio.

5.2.2 Fase 2: Plan de acción para movilizar el conocimiento

Al identificar el problema, realizo una secuencia de tareas que articule la geometría sintética con la geometría analítica mediante la argumentación por analogía, de modo que promueva la participación de los estudiantes y su aprendizaje. Dicha secuencia de tareas la analizaré dándola a conocer a tres poblaciones distintas de conocimiento, como lo presento en la Tabla N. 5.2.

| POBLACIONES | PROPÓSITO | ACCIÓN | PRODUCTO ESPERADO | TIEMPO |
|--|---|---|---|---|
| Dos estudiantes del grado séptimo. | Observar el uso del argumento por analogía en el desarrollo de la tarea. | Mediante una grabación captar los comentarios de los estudiantes al momento de desarrollar la secuencia de tareas. Luego, realizar un análisis de las discusiones que se presenten. | Un cuadro comparativo de la discusión de los estudiantes que dé cuenta de los momentos de aprendizaje con el uso de argumentos por analogía. | La tarea es planteada para desarrollar inmediatamente. |
| Dos colegas profesores de matemáticas | Identificar en sus observaciones la pertinencia y eficiencia de la tarea diseñada al promover argumentos por analogía. | Compartir la secuencia de tareas para que los colegas de forma independiente realicen observaciones de las debilidades o fortalezas del diseño de tareas, si promueven argumentos por analogía. | Un cuadro comparativo de las observaciones de mis colegas que den cuenta sobre el uso de argumentos por analogía para articular la geometría sintética y la geometría analítica en la secuencia de tareas diseñada. | Se comparte la tarea para que brinden observaciones en el transcurso de tres días. |
| Experto en argumentación por analogía. | Identificar en sus observaciones las debilidades que se deben mejorar en el diseño planteado al promover argumentos por analogía. | Compartir el documento de la secuencia de tareas, con el fin de que en él se expresen las observaciones que el experto considere necesarias para analizarlas e identificar fortalezas y debilidades en cuanto al diseño de la tarea y surgimiento de argumentos por analogía. | Un cuadro comparativo de los comentarios que dan cuenta sobre el uso de argumentos por analogía para articular la geometría sintética y la geometría analítica en la secuencia de tareas diseñada. Así, como de las fortalezas y debilidades de mi CDM. | La tarea es compartida con el tiempo que el experto considere para brindar sus observaciones. |

Tabla 5.2. “Organización del plan de acción de la población a la que se le efectúa la tarea”

5.2.3 Fase 3: Implementación de acciones y recolección de información. Construcción de datos investigativos

La tarea diseñada como una secuencia de tareas se presentó en dos formas, uno para los estudiantes (aplicación de la tarea) y otro para colegas y experto (evaluar criterios del diseño), dado que existen criterios de dicho diseño que no son necesarios que los estudiantes los observen. El diseño de tareas de los estudiantes presenta el proceso que se pretende que los estudiantes realicen (Ver anexo 3). Mientras que, el diseño de tareas que se le presenta a los

profesores y experto tiene los criterios que se tuvieron en cuenta para realizar dicho diseño (Ver anexo 4).


5.2.4 Fase 4: Proceso de análisis de los datos y reflexión.

Esta fase consiste en analizar las observaciones de las tres poblaciones a las que se les presentó la secuencia de tareas. El proceso de análisis se llevó a cabo de manera similar al ciclo 1. Se realizará un análisis con las herramientas analíticas de Strauss y Corbin, (2002), la codificación selectiva, aproximación a la codificación abierta y la codificación axial, con el propósito de identificar rótulos para analizarlos en las facetas del modelo del CDM. Finalmente, analizar e interpretar los hallazgos.

5.2.4.1 Población 1: Descripción de la secuencia de tareas que se puso en práctica con los estudiantes

La secuencia de tareas se presenta a dos estudiantes de forma virtual (por meet de sus cuentas educativas), en esté se realizó un vídeo para recopilar la información. En la Tabla 5.2.4.1 se encuentra la descripción de dicho video, en que los estudiantes llegaron a desarrollar la tarea que propuse. En esta descripción redacte en su totalidad los comentarios de los estudiantes presentados en el vídeo mencionado.

| Acción y Fecha | Descripciones del video | Facetas del CDM y rotulaciones |
|----------------|---|--|
| Octubre 2021 | <p>Docente: Les comparto la siguiente secuencia de tareas. Deben realizarla de forma cooperativa. En caso de necesitar mi intervención me escriben en el chat. La estudiante Sol inicia la lectura de la secuencia de tareas</p> <p>Sol: “Tarea 1: Un granjero debe colocar una cerca para terminar de encerrar uno de los pasajes del establo. Para ello tiene dos alambres con longitudes <u>AB</u> y <u>CD</u>, defina la longitud <u>AC</u>, sobreponiendo uno en el otro, con el fin de encontrar la longitud que tiene el ganado para sacar su cabeza y comer” [FM, Abordan]</p> <p>Sol: entonces ahí aparecen unas preguntas que debemos responder:</p> <ul style="list-style-type: none"> - ¿Cuál es el segmento con mayor longitud? - ¿Cuál es el segmento con menor longitud? - Al observar los segmentos desde una parte superior, quedarían uno sobrepuesto en el otro ¿Cuál es la longitud del segmento <u>AC</u>? [FM, Abordan]. | <p>Faceta Mediacional FM</p> <ul style="list-style-type: none"> ❖ Ab01: momentos en el que se <i>abordan</i> las situaciones matemáticas planteadas en la tarea. <p>Faceta Cognitiva FC</p> <ul style="list-style-type: none"> ❖ Cp01: Conocimientos previos de los estudiantes que se ponen en juego para resolver una tarea. ❖ Des01: las concepciones desconocidas por los estudiantes. ❖ Pers01: las <i>perspectivas</i> de aprendizaje que puede tener el estudiante. |

| | | |
|--|--|--|
| |  <p>Sol: yo creería que cada uno analice y respondamos individualmente la tarea 1. Luego, contrastar las ideas y mirar si nos salió parecida la respuesta [FA, Seguridad].</p> <p>Cristian: Si, me parece bien tu idea [FA, Conforme].</p> <p>Sol: ok, entonces hagámoslo.</p> <p>Sol: Bueno, ¿ya pudiste solucionar la pregunta uno? [FA, Presión]</p> <p>Cristian: Si, el segmento con mayor longitud es \overline{AB} y el segmento con menor longitud es la \overline{CD} [FC, previos], la tercera pregunta no la he respondido aún. Y ¿tú? [FC, desconocidas]</p> <p>Sol: pues, yo en la primera puse \overline{AB}, y en la de menor longitud puse \overline{AC}, no \overline{CD}, ya que la longitud de \overline{AC} es menor que \overline{CD}. [FC, perspectivas]</p> <p>Cristian: Creo que tienes razón [FA, Conforme].</p> <p>Sol: En la tercera pregunta no estaría segura ¡pues! Digamos, si uno los ve desde la parte de arriba “parte superior” cuando queda uno sobre puesto del otro, se verían las distancias de la A hasta la B, es decir, el segmento \overline{AB}. [FC, curiosidad] ¿Si me entiendes? [FA, Presión]</p> <p>Cristian: Si, yo si te entiendo [FA, Conforme].</p> <p>Sol: entonces ¿Cuál es la longitud del segmento \overline{AC}? -yo creo que dejemos esta pregunta en blanco, continuemos con las otras y ahorita volvemos a esta pregunta para ir avanzando [FC, desconocidas].</p> <p>Cristian: Lo que te entiendo es que ¿el segmento \overline{AC} es igual al segmento \overline{AB}? [FC, perspectivas]</p> <p>Sol: Si, si se ve de la parte superior, porque, si no se pone uno encima del otro, yo no alcanzo a ver las dimensiones (refiriéndose a las longitudes) [FA, Frustraciones].</p> <p>Cristian: Si, yo supongo igual, porque el punto A esta diagonal al punto C y el punto B esta vertical al punto D [FC, Previos]. Es necesario verlo desde arriba [FA, Frustraciones].</p> <p>Sol: Si, bueno, continuemos con la otra [FA, Conforme].</p> | <ul style="list-style-type: none"> ❖ Cd01: <i>curiosidad</i> de los estudiantes en experimentar con los conocimientos construidos. <p>Faceta Afectiva FA</p> <ul style="list-style-type: none"> ❖ Sg01: momentos de confianza al tener <i>seguridad</i> de trabajar individual. ❖ Co01: Momentos en el que el estudiante se siente <i>conforme</i> o de acuerdo con algo. ❖ Ps01: Momentos de <i>presión</i> para agilizar o continuar con la solución de una tarea. ❖ Fts01: Momentos en que el estudiante siente <i>frustraciones</i> al no poder avanzar con la tarea. |
| | <p>Sol: la tarea 2 dice “En un terreno rectangular, un obrero pretende pavimentar y construir un jardín de forma triangular en el centro de este, como se presenta en la imagen. Defina el área del terreno que se debe pavimentar” [FM, Abordan]</p> <p>Lo mismo, encontramos tres preguntas, las cuales son las siguientes: <i>De acuerdo con los datos suministrados responde</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - ¿Cuál es el área del rectángulo? - ¿Cuál es el área del triángulo? - ¿Cuál es el área de la zona pavimentada? [FM, Abordan] <p>Sol: entonces, sabemos que el área se calcula base por altura ($b \cdot h$) [FC, previos]</p> <p>Cristian: Si</p> <p>Sol: el primero es $b \cdot h$ y al segundo hay que dividirlo entre dos, porque es un triángulo; $(b \cdot h) / 2$, si no me equivoco [FC, previos].</p> <p>Sol: lo mismo que ahorita, tratemos de hacerlo cada uno y contrastar respuestas.</p> <p>Cristian: vale, ok. [FA, conforme]</p> <p>Tiempo de espera...</p> <p>Sol: Entonces, ¿Ya pudiste responder las preguntas? [FA, presión]</p> <p>Cristian: Aun estoy en eso, lo que pasa es que no he podido hallar el área. Porque me dan diferentes resultados [FA, frustraciones].</p> <p>Sol: Bueno, yo ya respondí las dos primeras. Y ¿tú ya respondiste la primera? [Fa, presión]</p> <p>Cristian: no</p> <p>Sol: La primera, ya la respondí y el área del rectángulo, al igual que la del rectángulo. [FA, seguridad] Entonces, en la imagen muestran que la base es “b” y la altura es “a”, por lo tanto, el área del rectángulo es $A = b \cdot a$. [FC, previos]</p> <p>Cristian: Sí, por ejemplo ¿nos pidieran en números? [FA, frustraciones]</p> | <p>Faceta Mediacional FM</p> <ul style="list-style-type: none"> ❖ Ab01: momentos en el que se <i>abordan</i> las situaciones matemáticas planteadas en la tarea. <p>Faceta Cognitiva FC</p> <ul style="list-style-type: none"> ❖ Cp02: Conocimientos <i>previos</i> de los estudiantes que se ponen en juego para resolver una tarea. ❖ Df01: Claridad en las <i>definiciones</i> que presentan los estudiantes al argumentar para defender sus ideas. ❖ Ict01: Las concepciones equivocadas que tienen los estudiantes de manera <i>inconsciente</i>. ❖ At01: Los conocimientos no son suficientes y generan que el estudiante este <i>atascado</i>. ❖ Cd01: <i>curiosidad</i> de los estudiantes en experimentar con los |

Sol: No, no se puede sacar en números, porque no nos están dando una medida [FC, definiciones]. Es decir, nos dan letras el resultado debe ser en letras [FC, definiciones]. Si nos dan números el resultado es con números, pues, lo que nos están preguntando es una definición [FC, definiciones]. Entonces, según las letras que me dieron realizo el procedimiento. Por lo tanto, $b * a = ab$; así el área es $(A = ab)$ [FC, previos].

Cristian: Pues, a mí el área medio $A = ge$ [FC, inconsciente]. El área del triángulo lo pude hallar, aunque pensaba que era con números, lo que hice fue agrupar las letras para ver que podía analizar. ¿y a ti? [FA, frustraciones]

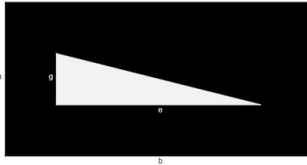
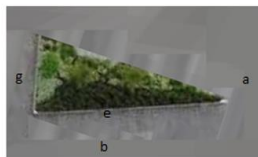
Sol: Si, pero, ahí ten presente que la del triángulo es base por altura, y lo dividimos en dos [FC, definiciones]. Por lo tanto, no puede ser solo eg si no que el $A = (eg)/2$ y lo dejamos así, porque no sabemos a qué equivale cada letra en números [FC, definiciones].

Cristian: ok, está bien [FA, conforme].

Sol: En la tercera pregunta, la zona pavimentada ¿Qué respondiste? [FA, presión]

Cristian: No entendí de que imagen se refería la pregunta, pues las letras cambian [FC, atascado].

Sol: No, mira que las imágenes son las mismas y tienen las mismas letras, solo que una muestra como el mapa y la otra como una foto o como debe quedar. [FC, definiciones]



Cristian: y ¿qué respuesta te dio? [FC, curiosidad]

Sol: Yo me di cuenta que, el área del rectángulo tomaba todo, entonces, toca restarle el área del triángulo “del jardín prácticamente” [FC, descubiertos]. Por ejemplo: Debemos tener en cuenta que lo que vamos a pavimentar es lo que está afuera del jardín [FM, abordan]. Es decir, el terreno del jardín no se pavimenta [FC, intervenciones]. Entonces, al tener el área del rectángulo se le debe restar la del triángulo [FC, descubiertos].

Entonces, el área a pavimentar ($\acute{a}p$) es $\acute{a}p = ab - (\frac{eg}{2})$ [FC, afirmación] y ¿a ti que te dio? [FA, presión]

Cristian: A mí me dio algo parecido, pero me faltó dividir en 2 el área del triángulo. Entonces, el tuyo es la respuesta más coherente [FA, conforme].

Sol: Si, pero el tuyo no está mal, solo que no tuviste en cuenta que el área del rectángulo es diferente a la del triángulo [FC, intervenciones].

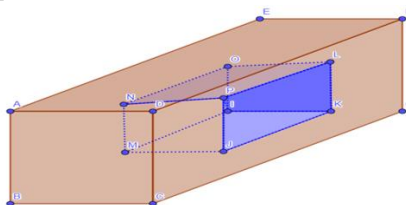
Cristian: ok, vamos ahora a la tercera tarea. [FA, presión]

Sol: mira Cristian que me doy cuenta de algo [FA, curiosidad]. Después de realizar la tarea 2, me di cuenta de que la longitud de AC la calculo restando las dos longitudes anteriores [FC, descubiertos].

$\overline{AC} = \overline{AB} - \overline{CD}$, así como es esta tarea. [FC, afirmación]

Sol: dice así; “Tarea 3, Un herrero pretende construir un mazo para demoler. El herrero debe calcular el volumen del hierro que emplea en dicho mazo teniendo en cuenta el orificio del cabo de madera para sostenerlo. ¿Cuál es el volumen de dicho mazo?” [FM, abordan]

Sigamos como lo estamos trabajando, cada uno trata de resolverlo y luego, socializamos. [FA, conforme]



- conocimientos construidos.
- ❖ Ds01: Nuevos conocimientos descubiertos al poner en juego los conocimientos previos.
- ❖ Int01: las intervenciones de los estudiantes que se activan por sus conceptos previos.
- ❖ Af01: aquellos resultados en el que el estudiante se encuentra seguro de la afirmación de su respuesta.
- ❖ Cd01: curiosidad de los estudiantes en experimentar con los conocimientos construidos.
- ❖ Ict01: Las concepciones equivocadas que tienen los estudiantes de manera inconsciente.

Faceta Afectiva FA

- ❖ Fts01: Momentos en que el estudiante siente frustraciones al no poder avanzar con la tarea.
- ❖ Ps01: Momentos de presión para agilizar o continuar con la solución de una tarea.
- ❖ Co01: Momentos en el que el estudiante se siente conforme o de acuerdo con algo.
- ❖ Sg01: momentos de confianza al tener seguridad de trabajar individual.

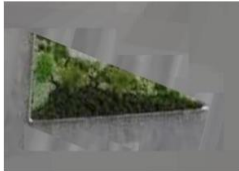
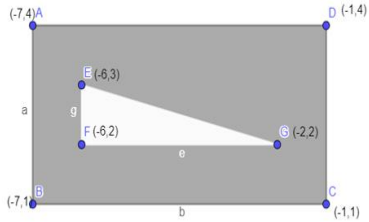
Faceta Mediacional FM

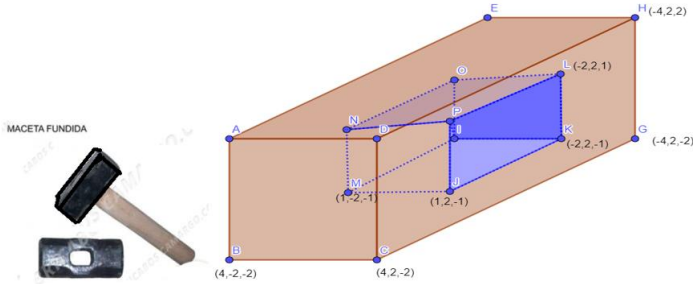
- ❖ Ab01: momentos en el que se abordan las situaciones matemáticas planteadas en la tarea.

Faceta Cognitiva FC

- ❖ Cp02: Conocimientos previos de los estudiantes que se ponen en juego para resolver una tarea.

| | |
|---|--|
| <p>Cristian: ok Tiempo de espera...</p> <p>Sol: listo ¿ya lo resolviste? [FA, presión]</p> <p>Cristian: Si, pero la última no la entendí [FA, frustraciones]. Bueno, ¿Defina el volumen del paralelepípedo mayor? Al principio la fui multiplicando y luego, dividiendo [FC, previos].</p> <p>Sol: pero, muéstrame tu respuesta. Es decir, ¿Cómo lo hiciste? [FC, presión]</p> <p>Cristian: Vale, a mí me quedo: $(\overline{AB} * \overline{DG} * \overline{HG})/2E$ [FC, perspectivas]</p> <p>A ti ¿Cómo te quedo? [FC, presión]</p> <p>Sol: ¿De dónde te salió el 2E? [FC, presión]</p> <p>Cristian: ¡de las distancias! De la distancia de la \overline{HE} [FC, inconsciente]</p> <p>Sol: Ok, yo lo hice, calculando el volumen de un paralelepípedo [FC, afirmación].</p> <p>Cristian: es decir, tú lo hiciste multiplicando [FC, previos].</p> <p>Sol: Si, multiplicando todas... he ... sus aristas (tipo así, sus lados) [FC, previos]. $V = (A * B)(C * D)(H * G)$ y ese sería el resultado y lo mismo hice con el paralelepípedo menor. $V = (M * N)(O * P)(L * K)(J * E)$ [FC, afirmación]</p> <p>Por lo tanto, el resultado de la tercera pregunta es restar los dos volúmenes el mayor del menor. Es decir, $V_{total} = (A * B)(C * D)(H * G) - (M * N)(O * P)(L * K)(J * E)$</p> <p>Si, pues así lo hice yo. Pues, si te das cuenta es lo mismo que las dos tareas anteriores [FC, descubierto].</p> <p>¿Cómo te quedo a ti? [FA, presión]</p> <p>Cristian: Igual que el tuyo. Pero, no me había dado cuenta del parecido [FC, descubiertos].</p> <p>Sol: Ok, entonces, ya al haber terminado pasemos a la forma dos de esta secuencia de tareas [FC, curiosidad].</p> | <ul style="list-style-type: none"> ❖ Pers01: las <i>perspectivas</i> de aprendizaje que puede tener el estudiante. ❖ Ict01: Las concepciones equivocadas que tienen los estudiantes de manera <i>inconsciente</i>. ❖ Af01: aquellos resultados en el que el estudiante se encuentra seguro de la <i>afirmación</i> de su respuesta. ❖ Ds01: Nuevos conocimientos <i>descubiertos</i> al poner en juego los conocimientos previos. ❖ Cd01: <i>curiosidad</i> de los estudiantes en experimentar con los conocimientos construidos. <p>Faceta Afectiva FA</p> <ul style="list-style-type: none"> ❖ Co01: Momentos en el que el estudiante se siente <i>conforme</i> o de acuerdo con algo. ❖ Fts01: Momentos en que el estudiante siente <i>frustraciones</i> al no poder avanzar con la tarea. ❖ Ps01: Momentos de <i>presión</i> para agilizar o continuar con la solución de una tarea. |
| <p>Sol: Entonces, iniciamos con la tarea 1 “<i>Un granjero debe colocar una cerca para terminar de encerrar uno de los pasajes del establo. Para ello tiene dos alambres con longitudes \overline{HI} y \overline{JK}, defina la longitud \overline{HJ}, sobreponiendo uno en el otro, con el fin de encontrar la longitud que tiene el ganado para sacar su cabeza y comer</i>” [FM, Abordan]</p> <p>Sol: entonces, en la forma dos, ya nos dan las medidas de cada uno de los problemas [FC, previos]. De la misma forma que hemos estado trabajando, respondamos individual y luego socializamos [FA, conforme].</p> <p>Cristian: Sol, en la tarea 2 de la segunda forma. ¡Se debe multiplicar! [FA, frustraciones]</p> <p>Sol: Si, se debe hacer lo mismo que ahorita [FC, previos]. Recuerda, que me preguntaste ¿Se puede hacer con números? Y te dije que no porque me dan son letras, pues ahora en la forma dos, si nos dan las medidas [FC, definiciones]. Por lo tanto, es hacer lo mismo que estábamos haciendo en las tres tareas anteriores y reemplazar las letras con los números de las medidas que nos dan [FC, definiciones].</p> <p>Cristian: Ok, ya te entendí [FA, conforme].</p> <div data-bbox="370 1602 1055 1759" data-label="Diagram"> <p>The diagram illustrates a problem involving two cows in a stable. Two wires, HI and JK, are shown. The wire HI has endpoints H(1,2) and I(8,2). The wire JK has endpoints J(4,4) and K(8,4). The cows are positioned such that the wires are overlaid to find a common length.</p> </div> <p>Tiempo de espera...</p> <p>Cristian: Listo, Sol ¿ya terminaste? [FC, presión]</p> <p>Sol: Si espérame un momento.</p> <p>Bueno, no lo he terminado. Pero ¿a ti como te salió? [FC, presión]</p> | <p>Faceta Mediacional FM</p> <ul style="list-style-type: none"> ❖ Ab01: momentos en el que se <i>abordan</i> las situaciones matemáticas planteadas en la tarea. <p>Faceta Cognitiva FC</p> <ul style="list-style-type: none"> ❖ Ict01: Las concepciones equivocadas que tienen los estudiantes de manera <i>inconsciente</i>. ❖ Af01: aquellos resultados en el que el estudiante se encuentra seguro de la <i>afirmación</i> de su respuesta. ❖ At01: Los conocimientos no son suficientes y generan que el estudiante este <i>atascado</i>. ❖ Int01: las <i>intervenciones</i> de los estudiantes que se activan por sus conceptos previos. <p>Faceta Afectiva FA</p> <ul style="list-style-type: none"> ❖ Co01: Momentos en el que el estudiante se siente <i>conforme</i> o de acuerdo con algo. ❖ Fts01: Momentos en que el estudiante siente |

| | |
|--|--|
| <p>Cristian: En la longitud del segmento mayor, que es \overline{HI} y la del segmento menor \overline{JK} lo cual me dan unas medidas muy pequeñas o muy grandes [FA, frustraciones]. Sin embargo, en la pregunta ¿Cuál es la longitud del segmento \overline{HJ} lo hice de forma numérica y medio (5.28) porque multipliqué (1.2*4.4) [FC, inconsciente]</p> <p>Sol: Bueno, como yo lo estaba haciendo, ya la respuesta hay que darla en números [FC, afirmación]. Y toca escribir la respuesta de forma corta [FC, afirmación].</p> <p>Yo aún estoy mirando, pues no estoy segura [FC, atasco]. Porque, ya no se pueda escribir la respuesta en letras sino en números [FC, curiosidad].</p> <p>Cristian: Ok.</p> <p>Sol: bueno, ya por fin lo pude hacer [FC, descubiertos]. ¿tu pudiste sacarlo? [FA, presión]</p> <p>Cristian: si, si señora.</p> <p>Tuve que corregir, en la longitud mayor medio que es $\overline{JK} = 36.96$ y la longitud menor $\overline{HI} \dots$? [FC, inconsciente]</p> <p>Sol: ¿Por qué multiplicaste? [FC, presión]</p> <p>Cristian: porque, nos piden la longitud, es decir una distancia. Por lo tanto, se amplía la medida [FC, afirmación].</p> <p>En la longitud $\overline{HJ} = 5.28$, [FC, afirmación] y ¿Tú como lo hiciste, Sol? [FC, presión]</p> <p>Sol: Halle la distancia entre los puntos, entre H y J como segmento mayor y entre J y K como segmento menor, como lo afirmábamos en las tareas anteriores [FC, previos]. Entonces, la longitud del segmento mayor es $\overline{HI} = 7$, porque, de (1.2) a (8.2) existen 7 unidades que separan dichos puntos [FC, previos]. Es decir, las medidas que nos dan aquí, es siguiendo unas coordenadas [FC, previos]. Por tal motivo, la longitud del segmento menor es $\overline{JK} = 4$, porque, de (4.4) a (8.4) existen 4 unidades [FC, previos].</p> <p>Cristian: Si, estas en lo correcto [FA, conforme].</p> <p>Sol: ok, en la última, la longitud del segmento \overline{HJ} lo que hice fue restar (4.4) de (1.2) el cual es el espacio que tiene la vaca para sacar su cabeza y comer. Me dio $\overline{HJ} = 3.2$ [FC, inconsciente]</p> <p>Cristian: Es correcto, lo que tu hiciste, sin embargo, la longitud de $\overline{HI} = 7$ la longitud de $\overline{JK} = 4$ por lo tanto, $\overline{HJ} = 7 - 4 = 3$. [FC, intervención]</p> <p>Sol: Entonces, en el documento voy a escribir mis respuestas ¿estás de acuerdo? Porque, tu realizaste una multiplicación con las coordenadas de cada punto, y yo calcule la distancia de punto a punto [FC, afirmación].</p> <p>Cristian: Si, yo multiplique porque, no había entendido, creo que confundí los decimales con las coordenadas [FA, seguridad]. La forma en como lo realizaste me parece la correcta [FC, conforme].</p> <p>Entonces, sigamos con la tarea dos [FC, conforme].</p> <p>Sol: ok.</p> | <p><i>frustraciones</i> al no poder avanzar con la tarea.</p> <ul style="list-style-type: none"> ❖ Sg01: momentos de confianza al tener <i>seguridad</i> de trabajar individual. ❖ Ps01: Momentos de <i>presión</i> para agilizar o continuar con la solución de una tarea. |
| <p>Sol: la tarea 2 dice “En un terreno rectangular, un obrero pretende pavimentar y construir un jardín de forma triangular en el centro de este, como se presenta en la imagen. Define el área del terreno que se debe pavimentar” [FM, Abordan]</p> <p>Entonces, realicémoslo y ahora socializamos.</p> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;">   </div> <p>Tiempo de espera...</p> <p>Sol: listo, yo ya lo realicé y ¿tú ya terminaste? [FC, presión]</p> <p>Cristian: Si, pero la pregunta de pavimentar, no la pude entender muy bien [FC, atasco].</p> <p>Sol: Ok, entonces, en la pregunta uno ¿qué respondiste? [FC, presión]</p> | <p>Faceta Mediacional FM</p> <ul style="list-style-type: none"> ❖ Ab01: momentos en el que se <i>abordan</i> las situaciones matemáticas planteadas en la tarea. <p>Faceta Cognitiva FC</p> <ul style="list-style-type: none"> ❖ At01: Los conocimientos no son suficientes y generan que el estudiante este <i>atascado</i>. ❖ Int01: las <i>intervenciones</i> de los estudiantes que se activan por sus conceptos previos. ❖ Af01: aquellos resultados en el que el estudiante se encuentra seguro de la <i>afirmación</i> de su respuesta. |

| | |
|--|--|
| <p>Cristian: en la pregunta uno me pedía el área del rectángulo. Por lo tanto, yo multiplique $G * F = 13.64$ y en la segunda parte, el área del triángulo medio 85.932 [FC, inconsciente].</p> <p>Sol: tú multiplicaste o sumaste, ¿Qué proceso realizaste? [FC, presión]</p> <p>Cristian: Sumo todos los lados hallando el perímetro, que al multiplicarlo se halla el área [FC, inconsciente].</p> <p>Sol: Creo que estas confundido, pues el área no se calcula sumando [FC, intervenciones]. La suma es para el perímetro y no todos los lados se usan para hallar el área [FC, intervenciones]. Dado que, el área del rectángulo es base por altura, del triángulo es base por altura dividido en dos [FC, previos].</p> <p>Cristian: ¿Cómo fue que tú la hiciste? [FC, presión]</p> <p>Sol: Mira, en la tarea anterior que hace referencia a esta misma (refiere tarea 2), ya teníamos la formula del rectángulo y del triángulo, base por altura y base por altura dividido en dos respectivamente [FC, previos].</p> <p>Tu estas hallando el perímetro al sumar los lados y eso no es lo que hay que hacer [FC, intervenciones].</p> <p>Cristian: vale, cuanto te dio [FC, presión].</p> <p>Sol: Para saber cuánto hay, se debe contar las unidades que hay de punto a punto [F, previos]. Es decir, desde (-7,1) hasta (-1,1), que en este caso hay 6 unidades que corresponden a la base [FC, afirmación]. Lo mismo es con la altura, de (-7,1) hasta (-7,4) hay 3 unidades. Por lo tanto, el área del rectángulo es $A = 6 * 3 = 18$ [FC, afirmación]</p> <p>Para calcular el área del triángulo se debe tener en cuenta $A = (b * h)/2$</p> <p>Primero, se debe hallar las unidades de la base (-6,2) hasta (-2,2) la cual es 4 unidades. La altura de (-6,2) hasta (-6,3) [FC, afirmaciones]</p> <p>Cristian: la altura es una unidad, ¿cierto? [FC, descubiertos]</p> <p>Sol: sí, y el área del triángulo es $A = (4 * 1)/2 = 2$, por lo tanto, el área pavimentada es la resta de las dos áreas $At = 18 - 2 = 16$. Es decir, se debe pavimentar 16 unidades [FC, intervención].</p> <p>Ya entendiste, porqué, te note un poco perdido [FA, comprensible].</p> <p>Cristian: sí, un poco, ¡¡mucho!! [FA, conforme]</p> <p>Sol: Si, bueno. Ya teniendo los resultados vamos a hacer la tarea 3 que es la última [FA, conforme].</p> <p>Cristian: Ok, dale [FA, conforme]</p> | <p>Faceta Afectiva FA</p> <ul style="list-style-type: none"> ❖ Comp01: momentos en que se es <i>comprensible</i> con el par al tratar de encaminarlo a la respuesta. ❖ Co01: Momentos en el que el estudiante se siente <i>conforme</i> o de acuerdo con algo. ❖ Ps01: Momentos de <i>presión</i> para agilizar o continuar con la solución de una tarea. |
| <p>Sol: Cristian, ¿ya terminaste? [FC, presión]</p> <p>Cristian: No, estoy realizándola todavía [FC, frustraciones].</p> <p>Sol: Ok, cuando lo termines me avisas [FC, presión].</p>  <p>Cristian: Sol, ¿puedo decirte algo?</p> <p>Sol: Si, dime</p> <p>Cristian: No pude con el volumen, la geometría me quedo grande. Será que tú me puedes explicar [FC, atascado].</p> <p>Sol: Si, mira mi pantalla [FA, comprensible]. En la primera parte de la tarea 3, en la forma uno, cuando era solo con letras, para sacar el volumen del paralelepípedo era necesario multiplicar sus lados, como sus lados estaban definidos por letras el resultado daba en letras [FC, afirmación].</p> <p>Al pasar en la forma dos, hacemos lo mismo de la forma uno, Multiplicamos sus lados [FC, previos]. Por eso, es necesario calcular las unidades de cada uno de los lados del paralelepípedo mayor [FC, previos].</p> <p>El largo: (-4,2,-2) hasta (4,2,-2) tenemos 4 unidades. ¡No! Aquí son 8 unidades. Me había quedado mal [FC, intervenciones].</p> | <p>Faceta Cognitiva FC</p> <ul style="list-style-type: none"> ❖ Int01: las <i>intervenciones</i> de los estudiantes que se activan por sus conceptos previos. ❖ Ict01: Las concepciones equivocadas que tienen los estudiantes de manera <i>inconsciente</i>. ❖ Af01: aquellos resultados en el que el estudiante se encuentra seguro de la <i>afirmación</i> de su respuesta. ❖ Ds01: Nuevos conocimientos <i>descubiertos</i> al poner en juego los conocimientos previos. ❖ Cp02: Conocimientos <i>previos</i> de los estudiantes que se ponen en juego para resolver una tarea. <p>Faceta Afectiva FA</p> <ul style="list-style-type: none"> ❖ Comp01: momentos en que se es <i>comprensible</i> con el par al tratar de encaminarlo a la respuesta. |

| | |
|--|---|
| <p>El ancho: (-4,-2,-2) hasta (-4,2,-2) tenemos 4 unidades Y un alto de (-4,2,-2) hasta (-4,2,2) tenemos 4 unidades Para hallar un área $A = 4 * 8 * 4 = 128$, [FC, intervenciones] En la pregunta del paralelepípedo menor hice lo mismo y me quedo que el área es $A = 4 * 3 * 2 = 24$ [FC, intervenciones] Y como lo hicimos en la forma uno, restamos el mayor del menor, con el fin, de hallar el volumen del hierro fundido del mazo, así $At = 128 - 24 = 104$ y ya terminamos [FC, intervenciones]. Creo que eso es todo o al menos eso yo entendí [FC, afirmaciones]. Y ¿tú entendiste? [FC, presión] Cristian: Si, si te entendí. Siendo sincero no sabía cómo resolver este último [FC, frustraciones]. Al principio, no sabía que se podía responder en letras [FC, atascado]. Y menos que esas letras representan un número que iba a utilizar en el cálculo [FC, atascado]. Cuando tu empiezas a resolverlo fui comprendiendo las respuestas que vas compartido [FC, descubiertos]. Sol: Ok, entonces, Si algo está mal, el profesor nos dirá para que lo corrijamos [FC, afirmación]. Cristian: ok, vale. Gracias Sol [FA, Conforme].</p> | <ul style="list-style-type: none"> ❖ Co01: Momentos en el que el estudiante se siente conforme o de acuerdo con algo. ❖ Fts01: Momentos en que el estudiante siente frustraciones al no poder avanzar con la tarea. ❖ At01: Los conocimientos no son suficientes y generan que el estudiante este atascado. ❖ Ps01: Momentos de presión para agilizar o continuar con la solución de una tarea. |
|--|---|

Tabla 5.2.4.1 “Descripciones de la conversación de los estudiantes Sol y Cristian”

5.2.4.2 Población 2: Descripciones de las observaciones de las colegas

La secuencia de tareas se presenta a dos profesoras colegas de distintas sedes de los colegios Colsubsidio. Las descripciones de las colegas se pueden observar en la tabla 5.2.4.2. En estas observaciones se pretende evidenciar si el propósito de la tarea cumple con lo planteado, si la misma promueve el aprendizaje y si la geometría sintética y la geometría analítica se articulan por medio de argumentos por analogía.

| Acción y Fecha | Descripciones de los colegas | Facetas del CDM y rotulaciones |
|----------------------|--|--|
| 10 de noviembre 2021 | <p>Profesora de matemáticas Sandra, presenta su observación de manera general: Dieguito, revisando el trabajo planteado me parece muy interesante [FM, utilidad]. Considero que un aspecto a tener en cuenta es que antes de abordar este saber es conveniente garantizar la apropiación de saberes y el desarrollo de habilidades matemáticas [FE, autismo]. previas tales como: Diseño y uso adecuado del plano cartesiano, operaciones con enteros, uso correcto de procesos con algoritmos donde emplee volumen, área y longitud [FE, objetos matemáticos].</p> | <p>Faceta Epistémica FE</p> <ul style="list-style-type: none"> ❖ Aut01: momentos en que se evidencia el autismo temático. ❖ Op04: son las concepciones que tenía de los objetos matemáticos que contribuyeron en una explicación o conclusión. <p>Faceta Mediacional FM</p> <ul style="list-style-type: none"> ❖ Ut01: se puede usar o darle utilidad en sus prácticas. |
| 5 de enero 2022 | <p>Profesora Laura presenta observaciones en algunas de las tareas: Tarea 1 [FM, abordan]: No es clara la necesidad de sobre poner un alambre sobre otro [FM, limita]. Podría darse la instrucción con una serie de pasos, de tal manera que queda claro que, lo que se quiere hacer es sobreponer la medida CD en AB [FE, contexto].</p> | <p>Faceta Mediacional FM</p> <ul style="list-style-type: none"> ❖ Lm01: cuando la instrucción limita el uso del software de geometría dinámica. ❖ Reda01: escrituras con una redacción que se pudo escribir de otra manera. |


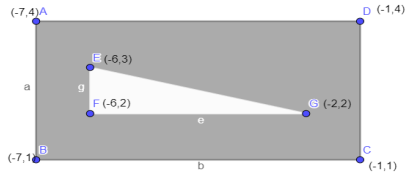
| | | |
|--|---|---|
| | <p>¿A qué hace referencia esta imagen? No parece relevante para la tarea [FE, contexto].</p>  <p>Tarea 2 [FM, abordan].: Creo que el objetivo de la secuencia no aplicaría en esta tarea si se pretende generar argumentos para comparar magnitudes, pues acá bastaría con aplicar las fórmulas para hallar las áreas [FE, autismo]. Se podría comparar las áreas, ver cuántas veces cabe la menor en la mayor [FE, autismo]. Redacción: Un obrero pretende pavimentar un terreno rectangular... [FM, redacción].</p> <p>Esta instrucción considero que no es necesario, teniendo en cuenta que más abajo están las preguntas que debe responder el estudiante [FM, error].</p> <p>Revisar la redacción, puede ser: ¿Cuál es el volumen... a la pregunta ¿Defina es el volumen del hierro fundido para hacer el mazo? [FM, redacción].</p> <p>Tarea 2 [FM, abordan].: Teniendo en cuenta el contexto, las longitudes no son negativas [FE, autismo].</p>  | <ul style="list-style-type: none"> ❖ Ab01: momentos en el que se <i>abordan</i> las situaciones matemáticas planteadas en la tarea. <p>Faceta Epistémica FE</p> <ul style="list-style-type: none"> ❖ Nnn01: dificultades al diferenciar el <i>contexto</i> de la información matemática. ❖ Aut01: momentos en que se evidencia el <i>autismo</i> temático. |
|--|---|---|

Tabla 5.2.4.2 “Descripciones de las observaciones de los colegas Sandra y Laura”

5.2.4.3 Población 3: Descripciones de las observaciones del experto

La secuencia de tareas se presenta a un profesor experto en argumentos por analogía. Las descripciones de dicho experto se pueden observar en la tabla 5.2.4.3. En estas observaciones se pretende evidenciar si el propósito de la tarea cumple con lo planteado, si la misma promueve el aprendizaje y si la geometría sintética y la geometría analítica se articulan por medio de argumentos por analogía. Además, dicho experto puede brindar observaciones referentes a las facetas de mi CDM que no se limitan solamente a la tarea diseñada.

| Acción y Fecha | Descripciones del experto | Facetas del CDM y rotulaciones |
|----------------|---|--|
| | <p>Profesor experto.</p> <p>Me cuesta entender un poco esta frase... [FM, confusa].</p> <p><i>INTRODUCCIÓN: La siguiente secuencia de tareas tiene el propósito de transferir “A la medida mayor le resto la menor (diferencia de cantidades)” como argumento por analogía en longitudes a áreas y a volúmenes. Este diseño consiste en dos secuencias de tres tareas; 1) De manera sintética el estudiante define la diferencia de la medida mayor entre la menor, inicialmente en las longitudes, y,</i></p> | <p>Faceta Mediacional FM</p> <ul style="list-style-type: none"> ❖ Ab01: momentos en el que se <i>abordan</i> las situaciones matemáticas planteadas en la tarea. ❖ Cof01: momentos en el que no es clara la descripción, |

| | |
|---|--|
| <p><i>con base en ella, precisar tal relación en dominio “áreas” y “volúmenes”. 2) De manera analítica, por medio de coordenadas cartesianas, el estudiante determina los datos que necesita para calcular longitudes, áreas y volúmenes según corresponda [FM, abordan].</i></p> <p>¿Exactamente cuál es el argumento por analogía? [FE, argumento] Mejor dicho, ¿concibes que la frase entrecomillada es un argumento por analogía? [FE, argumento].</p> <p>¿Será que esa frase alude la potencial garantía de un argumento por analogía? [FE, argumento] O más bien ¿Será parte del consecuente de ese argumento (si esta relación pasa en el dominio “áreas”, entonces pasa en el dominio “volúmenes”)? [FE, Otra perspectiva] Si es el primer escenario, ¿acaso un argumento por analogía no implica tener como garantía una analogía y a partir de ella, generar una comparación? [FE, argumento].</p> <p>Con las preguntas anteriores pretendo que reflexiones sobre la definición que pones de argumento/argumentación por analogía [FE, considerar]... Desde mi perspectiva, lo que pones como argumentos fuente o término son dato o inferencia/conclusión de un argumento por analogía, pero no el argumento mismo [FE, argumento].</p> <p>¿Resumida?... O quieres decir “sintética” entendido este término como adjetivo de “geometría” [FM, redacción]... Cuando escribas, es importante que te ponga en el papel de un lector... lo que escribes debe ser legible para él [FM, redacción]...</p> <p><i>PROPOSITO O META: La siguiente tarea tiene como fin inducir un argumento por analogía entre las longitudes, áreas y volúmenes a modo sintético y luego, de modo analítico, de acuerdo con las imágenes y el contexto presentados. Esta tarea pretende, por un lado, en el modo sintético se pretende que el estudiante generalice la diferencia entre cantidades. Por otro lado, en el modo analítico que el estudiante calcule la diferencia de la cantidad mayor de la menor según corresponda [FM, abordan].</i></p> <p>¿Este es el propósito de la tarea? [FM, confusa] ¿Por qué se quiere inducir un argumento tal? [FM, errores] ¿Qué se gana con ello? [FE, Otra perspectiva] ¿El propósito no debe ser la relación geométrica entre las cantidades de área o volumen? [FE, temática].</p> <p><i>ERRORES: que el estudiante no pueda definir la diferencia de cantidades como el argumento por analogía en cada dominio de la geometría (generalizar a la medida mayor le resto la menor). También, que el estudiante calcule la diferencia de la longitud sin el argumento por analogía (calcule la longitud del segmento (HJ) mediante las coordenadas del punto H y el punto J) [FM, abordan].</i></p> <p>¿Esto ya lo sabes? O es un análisis a priori [FC, prevenciones]... Lo escribes de manera categórica... Si sabes que ello va a pasar, ¿qué has diseñado para solventar estos errores? [FC, prevenciones].</p> <p>MATERIALES Y RECURSOS: <i>Los recursos se tomarán, por un lado, los estudiantes que se encuentran de forma virtual tendrán la facilidad de utilizar el software GeoGebra. Por otro lado, los estudiantes que se encuentran de forma presencial lo desarrollaran en sus cuadernos [FM, abordan].</i></p> <p>Cuidar la redacción... Pero, además, ¿qué recurso usan los estudiantes presenciales? [FM, ideas dadas]. Y los virtuales, ¿qué usos específicos harían del software (herramientas, procedimientos, etc.)? ¿Para qué? [FM, ideas dadas].</p> <p><i>Tarea 1: Un granjero debe colocar poner una cerca para terminar de encerrar uno de los pasajes del establo. Para ello, tiene dos alambres con longitudes $(AB)^-$ y $(CD)^-$, defina la longitud $(AC)^-$, sobreponiendo uno en el otro*, con el fin de</i></p> | <p>es decir, la información es confusa.</p> <ul style="list-style-type: none"> ❖ Reda02: escrituras con una redacción que se pudo escribir de otra manera. ❖ Err01: aquellos en el que se desvía el propósito de la tarea por algunos errores. ❖ Id01: ideas dadas por expertos en los conocimientos de los criterios que se deben tener en cuenta para realizar una tarea. ❖ <p>Faceta Epistémica FE</p> <ul style="list-style-type: none"> ❖ Arg01: dudas del uso del argumento por analogía. ❖ Pva01: otra perspectiva en el que el experto aborda el problema para entenderlo. ❖ Cond01: reflexiones a considerar que pueden promover cambios. ❖ Tem01: momento en el que se referencia la temática que se debe estar abordando. <p>Faceta Cognitiva FC</p> <ul style="list-style-type: none"> ❖ Prev01: aquellas prevenciones que se deben tener en cuenta en una tarea de lo que saben los estudiantes. <p>Faceta Ecológica (FO)</p> <ul style="list-style-type: none"> ❖ Ge01: Grado, ciclo o lugar de práctica en el cual se adaptan mis conocimientos curriculares a los presentados en cada Colegio. |
|---|--|

| | |
|---|--|
| <p><i>encontrar la longitud que tiene el ganado para sacar su cabeza y comer</i> [FM, abordan].</p> <p>*Y esto para qué se pone... Les están diciendo cómo proceder... Si lo pones, están dejando de lado la posibilidad de que los niños determinen las maneras de solucionar el problema... [FM, ideas dadas]. ¿A propósito, de qué grado son los niños? [FO, Grado, ciclo o lugar] ¿Por qué este enunciado se convierte en problemas para ellos? ¿Es retador? [FM, ideas dadas]</p> <p><i>Al observar los segmentos desde una parte superior, quedarían uno sobrepuesto en el otro ¿Cuál es la longitud del segmento (AC)?</i> [FM, abordan].</p> <p>Comentario análogo al anterior... ¿Además, has pensado qué pueden responder los estudiantes ante esta pregunta? [FM, ideas dadas] ¿Qué entienden ellos por longitud? [FC, prevenciones] ¿Como una cantidad numérica? [FC, prevenciones] ¿O una cualidad de un objeto? [FC, prevenciones] De hecho, ¿qué entiendes tú por longitud? [FE, temática]</p> <p><i>Tarea 2: En un terreno rectangular, un obrero pretende pavimentarlo y construir un jardín de forma triangular en el centro de este, como se presenta en la imagen. Define el área del terreno que se debe pavimentar</i> [FM, abordan].</p> <p>¿A cuál imagen te refieres? Si pones una, es para apoyar y ganar claridad, no para confundir... [FM, redacción]</p> <p>No entiendo este problema... ¿Qué se quiere decir con “define el área del terreno”? ¿Área es igual a superficie? Preguntas análogas a las que hice antes, aplican para este caso también... [FM, confusa].</p> <p><i>Tarea 3: Un herrero pretende construir un mazo para demoler. El herrero debe calcular el volumen del hierro que emplea en dicho mazo teniendo en cuenta el orificio del cabo de madera para sostenerlo. ¿Cuál es el volumen de dicho mazo?</i> [FM, abordan].</p> <p>Ver comentarios anteriores. Acá también aplica... [FM, confusa]</p> <p>Por qué, para todos los casos, ¿hay dos representaciones? [FM, confusa]</p> <p>Infiero que una hace parte de la solución del problema; si es así, no entiendo por qué la pones... [FE, otra perspectiva].</p> <p><i>FORMULACIÓN 2: * En esta secuencia de tareas, el contexto se plantea para que el estudiante lo desarrolle de forma analítica</i> [FM, abordan].</p> <p>Creo que los comentarios anteriores, también te hacen replantear las tareas que vienen. [FM, confusa].</p> <p>Me pregunto: ¿tú pretendes que los niños modelen las situaciones con un sistema cartesiano? [FC, prevenciones] ¿Tienen herramientas para ello? [FC, prevenciones] ¿Lo han hecho antes? [FC, prevenciones]</p> <p>Y la pregunta del millón: ¿Por qué estas y tareas suscitan la producción de argumentos analógicos? [FE, argumento]. Creo que el sentido de un argumento por analogía es inferir relaciones para un dominio no tan conocido a partir de comparaciones con un dominio conocido [FE, argumento]... Acá, ¿por qué ello pasaría? *Creo que acá esto puede pasar [FE, argumento] ... pero no necesariamente... Lo que sí veo es que se replica una manera de proceder... Ello es, podría haber transferencia de procedimientos de una situación a otra, pero ¿ello implica la producción de argumentos analógicos? [FE, argumento]</p> | |
|---|--|

Tabla 5.2.4.3 “Descripciones de las observaciones del experto”

Ahora, seguimos a organizar los rótulos para sus respectivas definiciones.

5.2.4.4 Descripción de cada rotulo que surgió en el análisis que se aproxima a la codificación abierta

El siguiente paso, es realizar la descripción de las definiciones de cada uno de los rótulos que surgieron en las descripciones. Este ciclo 2 se presentan algunas rotulaciones surgidas en el ciclo 1. Los rótulos surgidos se relacionaron con cada una de las facetas del CDM, dado que las observaciones van dirigidas a la definición de cada faceta.

- Faceta Mediacional FM

Ab: *abordan*. Surgen de aquellos momentos en el que la población aborda la tarea para generar su respectiva observación.

Ab01: momentos en el que se abordan las situaciones matemáticas planteadas en la tarea.

Lm: *limita*. Surge de aquellas instrucciones que limitan el uso del software de geometría dinámica al estudiante.

Lm01: cuando la instrucción limita el uso del software de geometría dinámica.

Reda: *Redacción*. Surgen de aquellas preguntas o situaciones que se podían escribir de una manera más clara para que el estudiante pudiese interpretar de una mejor manera.

Reda02: escrituras con una redacción que se pudo escribir de otra manera.

Cof: *confusa*. Surge de aquellos momentos en el que a la población la información es confusa y no logra entender.

Cof01: momentos en el que no es clara la descripción, es decir, la información es confusa.

Err: *errores*. Surge de aquellos errores en la información que conllevaron a realizar un propósito equivocado en la tarea.

Err01: aquellos momentos en el que se desvía el propósito de la tarea por algunos errores.

Id: *ideas dadas*. Surge de las recomendaciones teorizadas de expertos, en cuanto a los criterios y pautas que debo tener en cuenta para realizar una tarea.

Id01: ideas dadas por expertos en los conocimientos de los criterios que se deben tener en cuenta para realizar una tarea.

Utl: *Utilidad*. Surgen de aquellos comentarios en el que se presenta un interés en la tarea por parte de algún colega.

01: se puede usar o darle utilidad en sus prácticas.

- Faceta Cognitiva FC

Cp: *previos*. Surgen de los conocimientos adquiridos por los estudiantes en clases anteriores que tienen similitudes entre las mismas.

Cp01: Conocimientos previos de los estudiantes que se ponen en juego para resolver una tarea.

Des: *desconocidas*. Surgen de aquellas concepciones que son desconocidas para los estudiantes.

Des01: las concepciones desconocidas por los estudiantes.

Pers: *perspectivas*. Surgen de aquellos puntos de vista de los estudiantes que adaptan y que tratan de defender de acuerdo a sus conocimientos adquiridos.

Pers01: las perspectivas de aprendizaje que puede tener el estudiante.

Cd: *curiosidad*. Surge de aquellas dudas anecdóticas que contribuyen en la investigación del estudiante o lo lleva a experimentar con los conocimientos construidos.

Cd01: curiosidad de los estudiantes en experimentar con los conocimientos construidos.

Prev: *prevenciones*. Surgen de aquellas prevenciones que se deben tener en cuenta en una tarea de lo que saben los estudiantes.

Prev01: aquellas prevenciones que se deben tener en cuenta en una tarea de lo que saben los estudiantes.

Df: *Definiciones*. Surgen de aquellos momentos en el que los estudiantes defienden sus concepciones con argumentos que tienen como garantía la definición del objeto matemático tratado.

Df01: Claridad en las definiciones que presentan los estudiantes al argumentar para defender sus ideas.

Ict: *Inconsciente*. Surge de aquellas concepciones equivocadas que de manera inconsciente defienden los estudiantes.

Ict01: Las concepciones equivocadas que tienen los estudiantes de manera inconsciente.

Ds: *descubiertos*. Surgen de las nuevas concepciones que adquieren los estudiantes y que dejan ver en sus intervenciones.

Ds01: Nuevos conocimientos descubiertos al poner en juego los conocimientos previos.

At: *atascado*. Surgen de aquellos momentos en el que los conocimientos del estudiante no son suficientes y generan que se quede atascado.

At01: Los conocimientos no son suficientes y generan que el estudiante este atascado.

Af: *afirmación*. Surgen de aquellas afirmaciones en el que el estudiante está seguro de su intervención.

Af01: aquellos resultados en el que el estudiante se encuentra seguro de la afirmación de su respuesta.

Int: *intervenciones*. Surgen de la participación de los estudiantes al activar sus conceptos previos.

Int01: las intervenciones de los estudiantes que se activan por sus conceptos previos.

- Faceta Afectiva FA

Sg: *Seguridad*. Surgen de aquellos momentos de confianza al tener seguridad de trabajar individual.

Sg01: momentos de confianza al tener seguridad de trabajar individual.

Co: *Conforme*. Surge de aquellos momentos en el que el estudiante se siente conforme o de acuerdo con las decisiones de sus compañeros.

Co02: Momentos en el que el estudiante se siente conforme o de acuerdo con algo.

Fts: *frustraciones*. Surgen de aquellos momentos en que el estudiante siente frustraciones al no poder avanzar con la tarea.

Fts01: Momentos en que el estudiante siente frustraciones al no poder avanzar con la tarea.

Comp: *comprensible*. Surgen de aquellos momentos en que el estudiante es comprensible su par, cuando presenta dificultades y trata de encaminarlo a la respuesta.

Comp01: momentos en que se es comprensible con el par al tratar de encaminarlo a la respuesta.

Ps: *presión*. Surgen de aquellos momentos en el que un estudiante ejerce presión a su compañero para agilizar o continuar con la solución de la tarea.

Ps01: Momentos de presión para agilizar o continuar con la solución de una tarea.

- Faceta Ecológica (FO)

Ge: *Grado, ciclo o lugar*. Surge identificar los lugares o grados en el que puse en juego mis conocimientos curriculares a los presentados.

01: Grado, ciclo o lugar de práctica en el cual se adaptan mis conocimientos curriculares a los presentados en cada Colegio.

- Faceta Epistémica FE

Aut: *Autismo*. Surgen de aquellos momentos en que se evidencia el autismo temático en los colegas.

Aut01: momentos en que se evidencia el autismo temático.

Op: *objetos primarios matemáticos*. Surgen de aquellos objetos matemáticos que son primarios en una situación matemática.

Op04: son las concepciones que tenía de los objetos matemáticos que contribuyeron en una explicación o conclusión.

Nnn: *Contexto*. Surgen de aquellos comentarios de los colegas que distan de la intención de la tarea referentes al objeto matemático abordado.

Nnn01: dificultades al diferenciar el contexto de la información matemática.

Arg: *argumento*. Surge de aquellos comentarios que ponen en duda el uso correcto del argumento por analogía.

Arg01: dudas del uso del argumento por analogía.

Pva: *perspectiva*. Surgen de aquellas interpretaciones del experto al momento de abordar la tarea.

Pva01: otra perspectiva en el que el experto aborda el problema para entenderlo.

Cond: *considerar*. Surge de aquellas reflexiones o recomendaciones del experto que se deben considerar para conseguir cambios.

Cond01: reflexiones a considerar que pueden promover cambios.

Tem: *temática*. Surgen de aquellos comentarios que indican la temática que se está trabajando en la tarea.

01: momento en el que se referencia la temática que se debe estar abordando.

Luego de realizar las rotulaciones con sus respectivas definiciones y sus códigos, me dan paso a continuar con la codificación axial realizada en la tabla 5.2.4.2. En esta codificación comparo las rotulaciones para encontrar las relaciones que existan entre ellas, de modo que contribuyan a construir significados que me sirvan como parte de mi teorización en el momento de reportar las transformaciones de mi CDM de mi estadio 3. También hago un conteo del número de veces que se presenta cada rotulo en las poblaciones que iban dirigida la secuencia de tareas; Estudiantes (PS), colegas (PC) y experto (PE) con el fin de analizar su frecuencia.

| Facetas del CDM | Código Rotulación | PS | PC | PE | Relación y Definición | Reporte de mi CDM a lo largo de las observaciones de las poblaciones seleccionadas. |
|-----------------|------------------------|----|----|----|---|---|
| FM | Ab: Abordan | 8 | 3 | 9 | Momentos en el que la población aborda la tarea para generar su respectiva observación. | El rótulo Ab se presenta en la población de estudiantes 8 veces, 3 con la población de los colegas y 9 veces en el experto. Lo anterior, muestra que la población emprende la realización u observación de la tarea, donde, se es más puntual en cada situación matemática en la población de estudiantes y del experto. |
| | Lm: limitan | 0 | 1 | 0 | Instrucciones que limitan el uso del software de geometría dinámica al estudiante. | El rótulo de Lm solo se presenta en la población de colegas, dado, que uno de los colegas no concebía el uso del software para la solución del problema. Es este caso se evidencia que algunos colegas limitan el potencial de los softwares de geometría dinámica al desconocer que procesos se pueden potenciar en el mismo. |
| | Reda: redacción | 0 | 2 | 3 | Relación: Los errores directos o implícitos que se cometieron en el diseño de la tarea y desviaron al lector del propósito. | La población de colegas encuentra en el rótulo Reda dos veces y Err una vez. En el experto se encuentra que el rótulo o Reda se presenta 3 veces, 6 el Cof y una vez el rótulo Err. En este caso se evidencian dificultades en algunos criterios expuestos en la tarea, dado que se deberían de escribir de una manera más específica que le dé un mejor sentido al propósito. |
| | Cof: confusa | 0 | 0 | 6 | | |
| | Err: error | 0 | 1 | 1 | Definición: Criterios expuestos en la tarea que entorpecieron el propósito. | |
| | Utl: utilidad | 0 | 1 | 0 | Relación: Recomendaciones de lo que se debe tener en cuenta. | El rótulo Utl se presenta una vez en la población de colegas y el rótulo Id 6 se presenta veces con el experto. Lo anterior, muestra, por un lado, que las recomendaciones de los colegas se empiezan a limitar. Por otro lado, se evidencia que el experto todavía detecta debilidades en el diseño. |
| | Id: Ideas dadas | 0 | 0 | 6 | Definición: Ideas de otros que contribuyen al mejoramiento constante de mis diseños de tareas | |
| FC | Cp: previos | 15 | 0 | 0 | Relación: está en los conocimientos previos de los | Los rótulos relacionados se presentan únicamente en la población de estudiantes. El rótulo Cp se presenta 15 |

| | | | | | | |
|----|----------------------------|----|---|---|---|--|
| | Pers: perspectivas | 3 | 0 | 0 | estudiantes y las situaciones en el que los ponen en juego. | veces, el rótulo Pers 3 veces y Int 10 veces. |
| | Int: intervenciones | 10 | 0 | 0 | Definición: Situaciones que exigen a los estudiantes poner en juego sus conocimientos previos. | Lo anterior, evidencia que los estudiantes generaron soluciones con los conocimientos previos a la tarea. Por lo tanto, los criterios que se tuvieron en cuenta en la tarea promovieron el desarrollo de la misma. |
| | Ds: descubiertos | 7 | 0 | 0 | Relación: está en los momentos en que el estudiante tiene los conocimientos suficientes para responder a una situación matemática. | Los rótulos relacionados se presentan principalmente en la población de estudiantes (Ds 7 veces, Af 12 veces y Df 6 veces), a excepción del rótulo Prev que se presenta 5 veces con el experto. |
| | Af: afirmación | 12 | 0 | 0 | | Lo anterior, muestra, por un lado, que el experto recomienda adentrarse a las diferentes posibilidades que se puedan dar por parte del estudiante al momento de resolver la tarea. Por otro lado, evidencia que dichas recomendaciones se están llevando a cabo cuando el estudiante es capaz de resolver la situación matemática con las herramientas que encuentra a su alrededor. |
| | Df: definiciones | 6 | 0 | 0 | Definición: Conocimientos suficientes para responder a una situación matemática | |
| | Prev: prevenciones | 0 | 0 | 5 | | |
| | Des: desconocidas | 3 | 0 | 0 | Relación: Está en los momentos en el que los conocimientos del estudiante no son apropiados para la situación matemática planteada. | Los rótulos relacionados se presentan únicamente en la población de estudiantes. El rótulo Des se presenta 3 veces, At 5 veces y Ict 5 veces. Esto evidencia que al estudiante se le dificulta resolver algunos problemas o tareas, dado que algunas de sus concepciones están equivocadas o falta de claridad en la misma. |
| | At: atascado | 5 | 0 | 0 | | |
| | Ict: inconsciente | 5 | 0 | 0 | Definición: Conocimientos insuficientes para abordar una situación matemática. | |
| | Cd: curiosidad | 4 | 0 | 0 | Dudas anecdóticas que contribuyen en la investigación del estudiante o lo lleva a experimentar con los conocimientos construidos. | El rótulo Cd se presenta 4 veces solo en la población de estudiantes. Esto evidencia que algunos criterios promueven pautas investigativas que contribuyen en la construcción de nuevos conocimientos. |
| FA | Sg: Seguridad | 3 | 0 | 0 | Relación: Son intervenciones del estudiante que pretenden ayudar a su compañero. | Los rótulos Sg y Com se presentan 3 y 2 veces, respectivamente. Dichos rótulos son únicos en la población de estudiantes. |
| | Com: comprensible | 2 | 0 | 0 | Definición: Conocimientos suficientes para comprender las dificultades del compañero. | Esto evidencia que existen situaciones que la tarea promueve la cooperación entre estudiantes. Y que dicha cooperación potencia la construcción de conocimientos. |
| | Fst: frustraciones | 7 | 0 | 0 | Relación: Momentos en que el estudiante acepta que sus concepciones no bastan para abordar una situación matemática determinada. | Únicamente, en la población de estudiantes se presentaron los rótulos; Fst se presenta 7 veces y Co 17 veces. Dejan en evidencia la necesidad de fortalecer las concepciones de los estudiantes para promover su autonomía y supere las dificultades que se le avecinen. Por tanto, es importante identificar las debilidades que tiene para fortalecerlas. |
| | Co: Conforme | 17 | 0 | 0 | Definición: Momentos emocionales que dificultan el desarrollo de la tarea. | |

| | | | | | | |
|--------------|-----------------------------------|----|---|---|---|---|
| | Ps: Presión | 23 | 0 | 0 | Momentos en el que un estudiante ejerce presión a su compañero para agilizar o continuar con la solución de la tarea. | El rótulo Ps se presenta 23 veces y únicamente en la población de estudiantes. Se evidencia que aquellos estudiantes que tienen un conocimiento amplio promueven el desarrollo de la tarea. Es decir, se evidencia la preocupación de alcanzar el propósito a pesar de las dificultades del otro. |
| FO | Ge: grado, ciclo, lugar | 0 | 0 | 1 | Definición: Compromiso con espacio donde se va a realizar la tarea y el tiempo dispuesto para la misma. | El rótulo Ge se presenta una vez con el experto. Dado que el experto evidencia la preocupación de si se pensó en los conocimientos previos del grado 1 cual se dirige dicha secuencia de tareas. |
| FE | Nnn: contexto | 0 | 2 | 0 | Comentarios de los colegas que distan de la intención de la tarea referentes al objeto matemático abordado. | El rótulo Nnn se presenta 2 veces en la población de colegas. Lo anterior evidencia que los colegas abordan la parte algorítmica en las situaciones matemáticas, restándole importancia a los demás procesos que se ponen en juego. |
| | Arg: argumento | 0 | 0 | 9 | Comentarios que ponen en duda el uso correcto del argumento por analogía. | El rótulo Arg se presenta 9 veces con el experto. Se evidencia que los criterios que se tuvieron en cuenta para promover los argumentos por analogía, presentaron dificultades y necesitan ser reestructurados. |
| | Pva: otras perspectivas | 0 | 0 | 3 | Relación: momentos en el que el experto aborda la tarea observando que se esté cumpliendo con el propósito. | El rótulo Pva se presenta 3 veces y Cond una vez únicamente con el experto. Esto evidencia que el experto abordó el diseño de la tarea desde otras perspectivas para brindar recomendaciones o consideraciones que se deben tener en cuenta. |
| | Cond: considerar | 0 | 0 | 1 | Definición: Foco en observar las posibles interpretaciones que puede presentar la tarea. | |
| | Tem: temática | 0 | 0 | 2 | Relación: observaciones que van dirigidas a los objetos matemáticos. | El rótulo Tem se presenta únicamente con el experto y los rótulos Op una vez con la población de colegas, al igual que Aut que se presentó 4 veces. Lo anterior evidencia, por un lado, que para el experto existe una preocupación por cómo se aborda la geometría sintética y la geometría analítica. Por otro lado, que los colegas sostienen lo geométrico analítico restándole importancia a lo geométrico sintético. |
| | Op: objetos primarios matemáticos | 0 | 1 | 0 | Definición: Problemas para abordar las temáticas de la geometría sintética y la geometría analítica. | |
| Aut: autismo | 0 | 4 | 0 | | | |

Tabla 5.2.4.4 “la codificación axial de las tres poblaciones que se le dirigió la secuencia de tareas”

5.2.4.5 Reflexiones que surgen del ciclo 2.

Las reflexiones que surgieron en el anterior análisis se interpretan para dar reporte del segundo ciclo referente a mis concepciones del CDM de la tabla 5.2.4.4 de la siguiente manera.

1. En la faceta mediacional se puede evidenciar los siguientes aspectos:

- Se presentan rotulaciones sin un eje que pueda relacionarlas con otras rotulaciones, dichos rótulos son: El rótulo Ab, se evidencia que las poblaciones emprenden la realización y observaciones de la secuencia de tareas. Se evidencia más compromiso en la población de estudiantes y del experto. El rótulo Lm se presenta solo en la población de colegas, en dicha población se evidencia el desconocimiento de lo que puede promover el uso del software de geometría dinámica.
 - En las rotulaciones Reda, Cof y Err se presentan en la población de colegas y en mayor cantidad con el experto. En estas, se evidencia criterios que entorpecieron el propósito de la secuencia de tareas. Dichos criterios se debieron presentar de una forma específica, que dé cuenta claramente el propósito de la tarea, dado que para el lector no es obvio lo que se está abordando. También, evidenció que existe una diferencia entre el propósito de la tarea (como meta del estudiante), con el propósito de aplicar la tarea (como del diseño).
 - En las rotulaciones Utl e Id se confirma que los aportes de otros siguen siendo importantes, como se había establecido en el ciclo 1. Dichos aportes son considerablemente significativos cuando lo realiza un experto.
2. En la faceta cognitiva se evidencian los siguientes aspectos:
- En las rotulaciones Cp, Pers e Int se presentan únicamente en la población de estudiantes, se evidencia que los estudiantes tienen conocimientos previos a la tarea y que dichos conocimientos pueden generar relaciones con nuevas concepciones. Por lo tanto, los criterios presentados en la secuencia de tareas contribuyeron a los estudiantes para llegar al propósito deseado.
 - En las rotulaciones Ds, Af, Df y Prev se evidencian, por un lado, las capacidades del estudiante para resolver situaciones matemáticas y las habilidades para defenderlas. Por

otro lado, el experto realiza unas recomendaciones en las que invita profundizar en otras posibilidades que no se tuvieron en cuenta en el diseño de la secuencia de tareas.

- En los rótulos Des, At y Ict evidencian que los conocimientos que se pusieron en juego por parte de la población de estudiantes, presentaron insuficiencias, dado que presentaban equivocaciones en sus concepciones matemáticas.
 - El rótulo Cd no presenta una relación con los demás rótulos y se presenta únicamente en la población de estudiantes. En este se evidencia que los criterios establecidos en la secuencia de tareas promueven en los estudiantes la investigación o consulta de la adquisición de nuevos conocimientos.
3. En la faceta afectiva se presenta únicamente en las observaciones de la población de estudiantes y se evidencian los siguientes aspectos:
- En los rótulos Sg y Com se evidencia la importancia del trabajo cooperativo, dado que las concepciones de uno promueven la construcción de nuevas concepciones en el otro.
 - En las rotulaciones Fst y Co se evidencian aquellos momentos en el que los estudiantes se sienten emocionalmente afectados, el cual genera dificultades en el desarrollo de la tarea. Dichas emociones deben tratar de preverse en el diseño de la tarea, de modo que la misma (o la intervención del profesor) promueva la superación de las dificultades emocionales que se presenten.
 - En el rótulo Ps se evidencia que los estudiantes que tienen los conocimientos suficientes para resolver situaciones matemáticas, influyen en la solución de dichas situaciones en otros estudiantes, al exigirles el continuo desarrollo de la tarea.
4. En la faceta ecológica solo se presenta el rótulo Ge con el experto, dado que es quien se preocupa y promueve la reflexión del grado al que va dirigida la tarea, si el currículo se ajusta a las temáticas que se van a tratar.

5. En la faceta epistémica se presentan los siguientes rótulos:
- El rótulo Nnn se presenta en la población de colegas, en sus observaciones evidencia la preocupación por los procesos algorítmicos y le restan importancia a otros procesos que se desarrollan en la secuencia de tareas.
 - El rótulo Arg se presenta con el experto, en sus observaciones evidencia las dificultades que presenta la secuencia de tareas al promover la argumentación por analogía. También, propone superaciones para reestructurar la analogía como garantía.
 - En los rótulos Pva y Cond las observaciones pertenecen al experto, las cuales enfocan las posibles interpretaciones que presenta la secuencia de tareas, con sus respectivas recomendaciones o consideraciones que se deben tener en cuenta.
 - Las rotulaciones Tem, Op y Aut se presentan en la población de colegas y con el experto. En esta población se evidencia el denominado autismo temático, dado que los colegas le restan importancia al aprendizaje de la geometría sintética y a su vez, a la articulación de la geometría sintética y la geometría analítica. Esto evidencia que los colegas están interesados en desarrollar procesos algorítmicos y no a través de sus definiciones matemáticas. Finalmente, el experto evidencia su preocupación por si la tarea está promoviendo dicha articulación.

Capítulo 6. Conclusiones

En este capítulo presento las reflexiones finales a modo de conclusiones que abordan cada uno de los aspectos que tuve en cuenta para llevar a cabo esta investigación. Inicio presentando las reflexiones finales de la relación de los dos ciclos de análisis de acuerdo con las facetas de mi CDM. Luego, presento las reflexiones que responden a la pregunta de investigación del presente documento. Además, las reflexiones que dan cuenta de la metodología utilizada. Finalmente, las reflexiones que dan relación al cumplimiento de los objetivos planteados en este trabajo de investigación.

6.1 Reflexiones finales: relación entre ciclo uno y ciclo dos

En el ciclo uno desarrollé dos estadios de conocimiento de acuerdo con los conocimientos que adquirí antes (estadio 1) y después (estadio 2) del primer semestre de la MDM. El ciclo dos desarrollé un tercer estadio de conocimiento al diseñar una tarea con los conocimientos adquiridos con ayuda de los referentes teóricos del capítulo 2. En dichos ciclos encuentro relaciones que me llevan a reflexionar en cada una de las facetas de mi CDM de la siguiente manera:

Faceta Mediacional: En el ciclo uno observo que surgieron 10 rótulos para 4 definiciones y en el ciclo dos surgen 7 rótulos para 4 definiciones.

- En el ciclo uno, surgen los rótulos: recursos, uso de tic y herramientas tecnológicas. Dichos rótulos se definen como uso de suministros que promueven el aprendizaje. En el ciclo dos, surge el rótulo Limitan, con la definición: Instrucciones que limitan el uso del software de geometría dinámica al estudiante. Por lo tanto, observo que los medios

tecnológicos pueden o no promover el aprendizaje, dado que depende de unas instrucciones claras que guíen al estudiante por parte del profesor.

- En el ciclo 1, surgen los rótulos: Instrucciones y consideraciones, que se definen como guiar las acciones del estudiante para que se mantengan en el propósito de la tarea. En el ciclo 2, surgen los rótulos: redacción, confusa y error. Los cuales se definen como Criterios expuestos en la tarea que entorpecieron el propósito. Por lo tanto, dichas definiciones me llevan a identificar que no todos los criterios son precisos para un diseño, pues hay que ser exhaustivo para no recargar o ser repetitivo.
- En el ciclo 1, surgen los rótulos: implementaciones y consideraciones, que se definen como la identificación y prevención de errores que se presentan en las tareas diseñadas. En el ciclo 2, surge el rótulo: abordan que se define como los momentos en el que la población aborda la tarea para generar su respectiva observación. Por lo tanto, observo que la población que se mueve en un ámbito educativo puede abordar una tarea y en ella se puede identificar debilidades y fortalezas de la tarea diseñada.
- En el ciclo 1 surgen los rótulos: ideas dadas, colegas y criterios, que se definen como ideas de otros que contribuyen al mejoramiento constante de mi diseño de tareas que promueven el aprendizaje. En el ciclo 2 surge los rótulos: utilidad e ideas dadas arrojando la misma definición. Por lo tanto, observo que es importante tener en cuenta los estudios de otras poblaciones, ya que pueden contribuir brindando ideas o experiencias que contribuyan a promover el aprendizaje de otras maneras que posiblemente aún no he realizado.

Faceta ecológica: en esta faceta se presentan dos rótulos tanto en el ciclo 1 como en el ciclo 2: Tiempo y grado, ciclo o lugar. Dichos rótulos conllevan a definirse como compromiso con el

espacio donde se va a realizar la tarea y el tiempo dispuesto para realizar la misma. Por lo tanto, observo que hay que identificar la población y el contexto en el que se encuentra dicha población para que pueda desarrollar una tarea.

Faceta epistémica: en el ciclo 1 surgieron 5 rótulos para dos definiciones y en el ciclo 2 surgieron 7 rótulos para tres definiciones.

- En el ciclo 1, surgen los rótulos: profundizar, intereses y méritos definidos como el compromiso en ampliar mis concepciones que promueven el diseño de tareas. En el ciclo 2 surgen los rótulos: contexto definido como los comentarios de los colegas que distan de la intención de la tarea referentes al objeto matemático abordado, y el rótulo argumento definido como los comentarios que ponen en duda el uso correcto del argumento por analogía. Por lo tanto, observo que es necesario estar actualizándome constantemente en temas de diseño, de modo que pueda diseñar de otras formas para promover los argumentos por analogía.
- En el ciclo 1, surgen los rótulos: relaciones y objetos primarios matemáticos definidos como reconocimiento de los objetos primarios matemáticos. En el ciclo 2, surgen los rótulos: temáticas, autismo y objetos primarios matemáticos definidos como los problemas para abordar las temáticas de la geometría sintética y la geometría analítica. Por lo tanto, observo que se amplió mis concepciones de los objetos matemáticos, donde identifiqué sus estructuras y el potencial que tienen los argumentos por analogía para articular concepciones, proposiciones y procedimientos.

Faceta cognitiva. Se presentan 6 rótulos para dos definiciones en el ciclo 1 y para el ciclo 2 se presentan 11 rótulos para 4 definiciones.

- En el ciclo 1, surgen los rótulos: desconocidas, curiosidad y descubrimiento definidos como las nuevas concepciones matemáticas de los estudiantes. En el ciclo 2, surgen los rótulos: descubrimientos, afirmaciones, definiciones y prevenciones definidos como los conocimientos suficientes para responder a una situación matemática. También, en los dos ciclos se presentan los rótulos: intervenciones, perspectivas y previos definidos como situaciones que exigen a los estudiantes poner en juego sus conocimientos previos. Por lo tanto, identifico que debo tener en cuenta los conocimientos previos de los estudiantes para saber qué nivel de dificultad debe tener las situaciones matemáticas de la tarea que les pretenda compartir.
- En el ciclo 1, no se presentan rótulos que se relacionen con los siguientes del ciclo 2, que surgen los rótulos: desconocidas, atasco e inconsciente que se definen como los conocimientos insuficientes para abordar una situación matemática. También, el rótulo: curiosidad definido como las dudas anecdóticas que contribuyen en la investigación del estudiante o lo lleva a experimentar con los conocimientos construidos. Por lo tanto, puedo observar que si el estudiante no tiene los conocimientos suficientes para argumentar puede verse frustrado y posiblemente también al tener dudas que no pueda resolver fácilmente.

Faceta Afectiva. Se presenta solamente en el ciclo 2 con 5 rótulos para 3 definiciones. Inicialmente, se presentan los rótulos: seguridad y comprensible que se definen como los conocimientos suficientes para comprender las dificultades del compañero. Luego, se surgen los rótulos: frustraciones y conforme que se definen como los momentos emocionales que dificultan el desarrollo de la tarea. Finalmente, surgen el rótulo: Momentos en el que un estudiante ejerce presión a su compañero para agilizar o continuar con la solución de la tarea.

Por lo tanto, puedo observar que algunos estudiantes son neutrales en sus argumentos, porque temen ser criticados, sin embargo, cuando un estudiante promueve la participación de sus compañeros estos ayudan a potenciar sus aptitudes, al igual cuando comprenden que algún compañero está pasando por dificultades, están dispuestos para ayudarlo.

6.2 Reflexiones que dan respuesta a la pregunta investigativa

La pregunta investigativa es:

¿Cómo transformar mi Conocimiento Didáctico– Matemático en términos de concepciones y prácticas que articulen la geometría sintética y la analítica en un diseño de tareas, con el uso de entornos digitales para promover la argumentación por analogía?

Puedo darme cuenta que, las transformaciones se dieron en varias formas. La primera, es cuando acepto que otras personas pueden contribuir en nuevos conocimientos en el diseño de tareas que promueven el aprendizaje, dado que en sus experiencias me contribuyen en los diferentes aspectos. La segunda, es cuando profundizo en los conocimientos de expertos, dado que en sus estudios encuentro procesos rigurosos que tienen en cuenta aspectos que no contemplaba. La tercera, es cuando pongo en práctica los conocimientos construidos en diferentes situaciones educativas, en donde pueda identificar los errores cometidos y los aspectos que se lograron. Finalmente, cuando propongo mis propios diseños de tareas y los pongo en práctica.

6.2 Reflexiones que surgen de la metodología

En la metodología de investigación-acción puedo darme cuenta que el rol de ser investigador e investigado contribuyó a realizar reflexiones de los alcances, debilidades y fortalezas de lo que realicé al incluir las problemáticas de mis prácticas en mi lugar de trabajo. También, observé que con el doble rol pude aclarar dudas de lo que se está realizando, dado que me permitió posicionarme como una persona inmersa en la práctica, al analizarla desde una perspectiva investigativa e investigada. Además, observé que el doble rol me hizo el único protagonista en mi análisis, lo cual limitaba la intervención de otros en aspectos de forma y no de contenidos. Finalmente, identifiqué que el proceso cíclico me contribuyó a realizar de manera ordenada dos análisis para identificar mi rol como docente en la práctica y como docente en formación.

6.2 Reflexiones que surgen de los objetivos

Puedo reflexionar que en este trabajo describí situaciones que se sujetaron a interpretar la transformación de mi Conocimiento Didáctico-Matemático para diseñar tareas que favorezcan la argumentación por analogía articulando la geometría sintética y la geometría analítica, en clases de secundaria del grado séptimo con el uso de entornos digitales de modo que se promueva la argumentación y el aprendizaje en ellas. Dado que, en una primera instancia, los seminarios contribuyeron con nuevas concepciones del diseño de tareas y de los fundamentos de la geometría con el uso de entornos digitales. Luego, al diseñar una secuencia de tareas y ponerla en práctica con las tres diferentes poblaciones (estudiantes, colegas y experto) me dejaron identificar el rol que cumplo, como profesor al promover el aprendizaje,

cuando identifico las diferentes interpretaciones de las poblaciones. Dichas interpretaciones amplían las ideas de las posibles equivocaciones que se pueden presentar.

Finalmente, puedo concluir que en mis conocimientos presentan cambios, dado que, al enfrentarme en diferentes situaciones, he construido posibles soluciones.

Referencias

- Bosch, M., Gascón, J., Ruiz Olarría, A., Artaud, M., Bronner, A., Chevallard, Y., Cirade, G., y Ladage, C. (2011). Las funciones de las calculadoras simbólicas en la articulación entre la geometría sintética y la geometría analítica en secundaria. En: *REI CRM Documents* (Vol. 10). Centre de Recerca Matemática.
- Campo-Meneses, K. G., y Cruz, G. A. (2020). Caracterización de la práctica de una profesora al implementar un diseño sobre la función exponencial que integra GeoGebra. *Paradigma*, 41(2), 125–146. <https://doi.org/10.37618/paradigma.1011-2251.0.p125-146.id851>
- Carr, W. y Kemmis, S. (1986) *Becoming critical: Education, knowledge, and action research*. Philadelphia: Falmer.
- Colegios Colsubsidio. (2020). *Documento de área de matemáticas*. Caja colombiana de subsidio familiar Colsubsidio gerencia educación y cultura departamento de educación sección de educación básica y media red de matemáticas colegios Colsubsidio. V 12.
- Delrieux, C. (2005). Inducción y analogía en el razonamiento revisable. En: *VII Workshop de Investigadores en Ciencias de la Computación*.
- Denscombe, M. (2010). *The good research guide: For small-scale social research projects*. McGraw-Hill.
- De Villiers, M. (1999). *Rethinking proof with sketchpad*. Emeryville: Key Curriculum Press
- De Villiers, M. (2004). Using dynamic geometry to expand mathematics teachers' understanding of proof. *Revista Internacional de Educación Matemática en Ciencia y Tecnología*, 35 (5), 703-724.

- Drijvers, P. (2015). Digital technology in mathematics education: why it works (or doesn't). En: *Selected Regular Lectures from the 12th International Congress on Mathematical Education* (pp. 135–151). Springer international publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-17187-6_8
- Escudero, J. M., Cabero, J., Rodriguez, J. L., Area, M., Martín, F y Bartolomé, A, R. (2001). Educación y sociedad de la información. *Revista de Investigación Educativa, RIE 19* (2).
- Font, V., Godino, J. D., y Gallardo, J. (2013). the emergence of objects from mathematical practices. *Educational Studies in Mathematics*, 82(1), 97–124. <https://doi.org/10.1007/s10649-012-9411-0>
- Gascón, J. (2002). Geometría sintética en la ESO y analítica en el Bachillerato. ¿Dos mundos completamente separados? *Suma 39*, 13–25.
- Gascón, J. (2003). Efectos del autismo temático sobre el estudio de la geometría en secundaria I. Desaparición escolar de la razón de ser de la geometría. *Suma 44*, 25–34.
- Gascón, J. (2004). Efectos del autismo temático sobre el estudio de la geometría en secundaria II. La clasificación de los cuadriláteros convexos. *Suma 45*, 41–52.
- Gómez, P., Mora, M. F., y Velasco, C. (2015). Análisis de instrucción. En *formación de profesores de matemáticas y práctica de aula*, (197–222) Universidad de los Andes.
- Herreras, E. B. (2004). La docencia a través de la investigación-acción. *Revista Iberoamericana de Educación*, 35(1), 1-9.
- Kieran, C., Doorman, M., y Ohtani, M. (2015). Frameworks and principles for task design. *New ICMI Study Series*, 19–81. https://doi.org/10.1007/978-3-319-09629-2_2
- Laborde, C. (2005). Robust and soft constructions: two sides of the use of dynamic geometry environments. *Proceedings of the tenth Asian Technology Conference in Mathematics*, 22–35.

- Lee, K. H., y Sriraman, B. (2011). Conjecturing via reconceived classical analogy. *Educational Studies in Mathematics*, 76(2), 123–140. <https://doi.org/10.1007/s10649-010-9274-1>
- Lin, F. L., Yang, K. L., Lee, K. H., Tabach, M., y Stylianides, G. (2012). Principles of task design for conjecturing and proving. En G. Hanna y M. de Villers (Eds.), *Proof and proving in mathematics education* (pp. 305–325). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-2129-6_13
- Mammana, M. F., Micale, B., y Pennisi, M. (2012). Analogy and dynamic geometry system used to introduce three-dimensional geometry. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 43(6), 818–830. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2012.662286>
- Marraud, H. (2007). La analogía como transferencia argumentativa. *Theoria. Revista de Teoría, Historia y Fundamentos de la Ciencia*, 22(2), 167–188. <https://doi.org/10.1387/theoria.466>
- Miguélez, M. (2000). La investigación-acción en el aula. *Revista Electrónica Agenda Académica* 7. [Documento en Línea]. Disponible en: <http://www.revele.com.ve/pdf/agenda/vol7-n1/pag27>. PDF Consulta: 2007, 17 de febrero.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares básicos de competencias*. Bogotá: Magisterio.
- Ministerio de educación nacional. (2016). *Derechos básicos de aprendizaje*. Recuperado de <http://aprende.colombiaaprende.edu.co/siempreidae/93226>
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares: Matemáticas*. Bogotá: Magisterio.
- Molina, O., Font, V., y Pino-Fan, L. (2019). Estructura y dinámica de argumentos analógicos, abductivos y deductivos: un curso de geometría del espacio como contexto de reflexión. *Enseñanza de Las Ciencias*, 37(1), 93–116.

Morera, L., Fortuny, J. M., y Planas, N. (2012). Momentos clave en el aprendizaje de isometrías en un entorno colaborativo y tecnológico. *Enseñanza de Las Ciencias: Revista de Investigación y Experiencias Didácticas*, 30(1), 143–154.

<http://www.raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/252567>

Pino-Fan, L. R., y Godino, J. D. (2015). Perspectiva ampliada del Conocimiento Didáctico-Matemático del profesor. En *Sleep: Vol. XXXVI*. Hill.

Serres V, Y. (2007). Un estudio de la formación profesional de docentes de matemática a través de investigación-acción. *Revista de Pedagogía* 28 (82), 287-310.

Strauss, A. y Corbin, J. (2002) *Bases de la investigación cualitativa. técnicas y procedimientos para desarrollar la teoría fundamentada*. Medellín: U. de Antioquia.

Anexos

Los siguientes anexos son los documentos que contribuyeron en el proceso reflexivo de la investigación de mi conocimiento.

9.1 Anexo 1 Diario de Campo del primer trimestre

| FECHA | LECTURA O ACCIÓN | DESCRIPCIÓN | ¿QUE OBSERVO? | ¿QUÉ SABIA, QUÉ APRENDÍ Y REFLEXIONE? |
|-------|--|--|--|--|
| 2020 | Prácticas del pregrado Licenciatura en Matemáticas | <p>Mis prácticas del pregrado las desarrollé en el colegio Gustavo Restrepo en los grados 7°, 8° y 11°. Las clases que desarrollé en dichas prácticas constaban de unos parámetros establecidos y diseñados por la universidad Antonio Nariño. Este diseño estaba pensado para cada clase que fuese a desarrollar.</p> <p>Los parámetros establecidos por la universidad para desarrollar una clase son los siguientes:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Se plantea una pregunta que movilice el tema a trabajar. 2. Se plantea un problema de un contexto cotidiano que aborde el tema a trabajar. 3. Se da un tiempo máximo de 10 minutos para que los estudiantes logren resolver el problema planteado. 4. Se presenta el tema y se desarrolla una explicación abordando sus características y propiedades. 5. Se plantean una actividad compuesta por máximo 5 puntos, en donde se exprese 3 problemas que apunten a 1) reconocimiento del tema 2) características del tema 3) propiedades del tema 4) ejercicios algorítmicos del tema. 5) Llevarlo a un medio tecnológico en lo posible. | <p>Observo que Los parámetros establecidos por la UAN se realizan de la siguiente manera:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Se plantea la pregunta <p>Al plantear una pregunta movilizadora genera dudas de lo que se pretende realizar en la clase y/o tarea, sin que el nombre del tema este expuesto directamente.</p> <ol style="list-style-type: none"> 2. Se plantea el problema <p>Para plantear el problema debo apuntar a la definición del tema o a sus características y mediante una o unas preguntas llevarlos a las propiedades.</p> <ol style="list-style-type: none"> 3. Se da un tiempo de espera <p>Por lo general los estudiantes llegan a lo esperado y en los casos que se tiene que intervenir (ya se debía haber pensado en unas preguntas como pistas para guiar al estudiante a la solución)</p> <ol style="list-style-type: none"> 4. Se presenta el tema <p>Se describe el tema desde su definición, características y propiedades de manera que los estudiantes estén en constante participación.</p> <ol style="list-style-type: none"> 5. Se plantea la actividad <p>La actividad debe apuntar a un contexto que responda a la definición (Que se parezca a la inicial). Un segundo contexto, que apunte a las características del tema. Por último, otro contexto que apunte a las propiedades del tema. Finalmente, se presenta una serie de ejercicios algorítmicos para desarrollar competencias.</p> <p>Como las clases se desarrollaron en el colegio público GUSTAVO RESTREPO, no se desarrollaron las actividades con ningún uso de medio tecnológico digital, debido a que el tiempo y la tecnología del colegio eran limitadas.</p> | <p>¿Qué sabía? Sabía muy poco en como diseñar una tarea, pues era capaz de plantear o replantear problemas no fácilmente. Por otro lado, la pregunta movilizadora se me dificultaba, puesto que el tema no podía ser mencionado, eso me llevaba a buscar sinónimos o en libros de Matemáticas de los grados correspondientes para que la pregunta que llegaba a proponer fuese aprobada por mi asesor de prácticas.</p> <p>¿Qué aprendí? Aprendí a plantear una clase de acuerdo con el diseño de la universidad. Aprendí a pensar en los momentos malos de los estudiantes, es decir, pensar en cuales son los posibles errores o dificultades que pueden presentar mis estudiantes. Finalmente, aprendí que no solo se debe plantear ejercicios en una actividad sin generar contextos que lleven al estudiante a aplicaciones de la vida cotidiana. Reflexiono que</p> <p>En este momento que me encuentro cursando la MDM-Cohorte2020-1, reconozco el potencial de estas clases y reflexiono del poco análisis que realice a dichas preguntas y a los problemas que llegue a plantear para movilizar las clases, pues no me detenía a observar lo que generaba a los estudiantes, ya que solo pensaba que “esto funciona y como funciona lo sigo utilizando”. Por ende, analizo dichos parámetros establecidos por la UAN y considero que, al comparar dichos parámetros con la teoría adquirida, hasta el momento por la UPN,</p> |

| | | | | |
|--|--|--|--|---|
| | | | | <p>sobre diseño de tareas, podría llegar a potenciar dicha forma de realizar una clase como lo propone la UAN.</p> <p>También, me pregunto cómo hubiese llevado a cabo las clases con el uso de algún medio tecnológico, dado que por el tiempo y por la falta de equipos tecnológicos no los pude llevar a cabo.</p> |
| <p>A go sto 2 01 5</p> | <p>Clase en grado decimo, Colegio Parroquial Emilio de Brigard</p> <p>Grado decimo, tema Funciones trigonométricas</p> | <p>En la planeación, se planteó para una clase, una serie de gráficas de las funciones trigonométricas, las cuales se debían realizar en hojas milimétricas. Luego, se llevan a cabo las mismas gráficas en el software GeoGebra. Finalmente se desarrollan una serie de preguntas referentes a los cambios de su amplitud y ángulo.</p> <p>Vale la pena aclarar que (La planeación fue desarrollada por un profesor de matemáticas que renunció al poco tiempo de iniciar el año escolar, dando lugar a que yo ocupe su cargo como profesor de matemáticas)</p> | <p>Observo que Los estudiantes toman sus hojas milimétricas, observan la función Seno con los cambios que se presenta en su ángulo y en su amplitud para realizar la tabulación y gráfica. (Las gráficas según su ángulo o amplitud en la misma hoja). Este procedimiento lo repiten con las demás funciones. (En la serie de gráficas se cambió el ángulo y la amplitud de las funciones por números enteros y por fracciones).</p> <p>Luego, conecte mi portátil al televisor del salón de clase, proyectando el software GeoGebra y organice a los estudiantes para que pudiesen pasar algunos a realizar la actividad. Cada estudiante que pasó a realizar la actividad en el medio tecnológico escribía la función y con el arrastre dejaba ver los cambios de la amplitud y del ángulo de la función que le correspondió.</p> <p>Finalmente, se realizan una serie de preguntas que llevan a realizar un análisis de cada función.</p> <p>En esta actividad los estudiantes alcanzaron el propósito de la clase y se llevaron una gran satisfacción al manejar el software. Las siguientes preguntas son algunas de las que se plantearon para esta actividad:</p> <p>¿Qué pudiste observar al arrastrar la función hasta llegar al ángulo indicado?</p> <p>¿Qué pudiste observar al arrastrar la función hasta llegar a la amplitud indicada?</p> <p>¿Qué puedes observar en la hoja milimétrica al compararla con el software?</p> <p>¿Qué puedes concluir de las propiedades y características de las funciones realizadas?</p> | <p>¿Qué sabía?</p> <p>En ese momento tenía el conocimiento del manejo gráfico de las funciones, pero no había explorado el software GeoGebra. Por lo tanto, me preparé para la clase.</p> <p>¿Qué aprendí?</p> <p>Aprendí los conceptos básicos para el manejo del software GeoGebra y sus apariencias.</p> <p>Reflexiono que La planeación me contribuyó en mi conocimiento, dado que anteriormente había escuchado del software GeoGebra y había observado a algunos compañeros la exploración que realizaban, aun así, yo le restaba importancia en cuanto a implementarlo en mis clases. (No le veía potencial).</p> <p>Al verme obligado a llevar a cabo la clase que se encontraba en la planeación, exploré el software y trato de pensar en ¿cómo lo llevaría a cabo con los estudiantes? ¿Qué problemáticas pueden surgir?, incluso paso por mi mente ¿Qué pasaría si no se responder a la pregunta o dificultad que tengan?, Mejor dicho, no me sentía experto en el manejo del software.</p> <p>Cuando se llevó a cabo, la actividad, algunos estudiantes ya tenían conocimientos del software, lo que ayudo a que la clase fuese muy fluida, ya que si alguno se equivocaba los mismos compañeros le hacían las observaciones para corregir su error.</p> <p>Hoy en día cursando la maestría me doy cuenta del potencial que tiene el uso del software y de cómo argumentaron los estudiantes en la clase planeada por el profesor que estaba antes de mi llegada.</p> <p>Finalmente, puedo analizar que algunas de las preguntas que estaban en la actividad, llevaban a concretar los conocimientos adquiridos en la exploración.</p> |

| | | | | |
|----------|--|---|---|--|
| 20 16 | Clase grado séptimo, Instituto Cultural Ciudad Kennedy. Tema: Movimientos en el plano 1. | <p>El tema “Movimientos en el plano” se desarrolla para dos clases de la siguiente manera:</p> <p>Traslación Clase 1. Se inicia con la identificación de tres puntos en el segundo cuadrante del plano cartesiano que deben dibujar los estudiantes en el cuaderno (Dichos puntos están dados en coordenadas cartesianas que formen un triángulo rectángulo). Luego, se les pide a los estudiantes que dibujen un triángulo rectángulo dados los puntos. Por consiguiente, se les pide a los estudiantes ubicar otros puntos en el cuarto cuadrante. Los puntos están planeados para formar el triángulo rectángulo en el segundo y cuarto cuadrante. Finalmente, se les pide a los estudiantes que cuenten los puntos de manera horizontal y vertical, teniendo en cuenta un punto específico de la figura geométrica, con el fin que reconozcan la traslación, mediante preguntas como las siguientes: ¿El triángulo inicial es el mismo final y por qué? ¿Cuánto fue el movimiento Horizontal? ¿Cuánto fue el movimiento vertical?, Si el movimiento horizontal es en el eje (x) y el vertical es el eje (y) ¿Cuál es la traslación del triángulo?, si llevas dicha situación al software GeoGebra y utilizas la herramienta traslación ¿Que debes realizar? ¿Qué puedes observar? ¿Qué es la traslación?</p> <p>Clase 2. Inicia la clase presentando una imagen (hecha en el software GeoGebra,) de un carro con un punto correspondiente al bómper delantero y otro al bómper trasero (los puntos están ubicados de manera horizontal). Después, se proyecta en el televisor del salón de clase la imagen dada en el problema. se les pide analizar la siguiente situación: cambiar los puntos de forma vertical (bómper delantero hacia abajo) dados dos posiciones a la derecha de la imagen inicial. Luego, 5 posiciones debajo de la imagen vertical, de modo que los puntos queden en una diagonal (bómper delantero hacia arriba).</p> | <p>Observo que Clase 1.</p> <p>Los estudiantes no tenían conocimiento del tema. Al desarrollar la clase, los estudiantes siguen las instrucciones de manera ordenada. Los estudiantes aprovechan la cuadrícula del cuaderno como coordenadas cartesianas, ubicando los puntos correspondientes. La posición de los puntos dejó ver rápidamente la construcción del triángulo rectángulo. La construcción del segundo triángulo rectángulo los estudiantes lo realizaron sin ningún problema.</p> <p>Cuando los estudiantes pasan a analizar el conteo de la posición horizontal y vertical de la distancia entre los dos triángulos, empiezan a dialogar con los compañeros y a realizar preguntas al docente, (¿son iguales por que conservan las mismas propiedades? ¿son distintos, ya que están en diferentes cuadrantes? ...). Al llegar a la instrucción de realizar dicha situación en GeoGebra, los estudiantes recalcaron el poco uso del software, sin embargo, es algo que ya conocían para ubicar coordenadas y dibujar polígonos. Algunos estudiantes descargaron la app en sus celulares. En la construcción, los estudiantes indagaron entre sí y con el profesor por el uso de la herramienta “traslación”. Los que tenían datos buscaban por YouTube, otros seguían las instrucciones de la app y un estudiante selecciono (traslación) y el triángulo inicial, luego, conto los cuadros de manera horizontal, como lo había hecho en el cuaderno, y dio clic, el estudiante al observar que la imagen pasa de inmediatamente al último punto en donde dio clic, sube la voz llamando al profesor para confirmar que es el mismo triángulo y que solo se había trasladado, definiendo la traslación como (el cambio de posición). El profesor se le acerca afirmando que ha dicho lo correcto y preguntándole ¿Cómo llego del primero al último triángulo de manera directa, si tu solo has llegado de manera horizontal? El estudiante le pregunta desconcertado ¿tomando la longitud horizontal y vertical?</p> <p>Finalmente, el profesor decide pasar al estudiante a su puesto para que se sentara a manejar a su computador que estaba siendo proyectado en la tv del salón de clase. El estudiante pone unos</p> | <p>¿Qué sabía? Sabía del mismo desarrollo de la tarea, dado que con el apoyo de otro profesor la planteamos.</p> <p>¿Qué aprendí? Aprendí hacer más participes a los estudiantes, dado que dicha actividad se veía limitada por la poca tecnología en clase. También, a organizar los grupos y a plantear preguntas que conlleven al manejo de una herramienta del software GeoGebra. Aprendí a usar la herramienta Traslación y rotación del software GeoGebra.</p> <p>Reflexiono que Al plantear las clases con ayuda de otro profesor, con el que compartíamos la carga académica, le pedí inicialmente que me explicara el uso adecuado de la herramienta, dado que yo no lo había aplicado antes. Cuando mi colega me lleva a usar dicha herramienta me genera la duda en la herramienta homotecia, la cual la explore por mi cuenta y tratar de implementar una clase con esta. Dicha clase no se llevó a cabo dado que, por eventos institucionales, quedaron temas sin concluir. Hoy en día cursando la maestría me doy cuenta de que se genera un aprendizaje más concreto de los estudiantes y que el software hace que la explicación sea sencilla de realizar, dado que sin él recurriría a ejemplos con objetos físicos que se encuentren en clase o con los movimientos de algunos estudiantes en el salón de clase.</p> |
|----------|--|---|---|--|

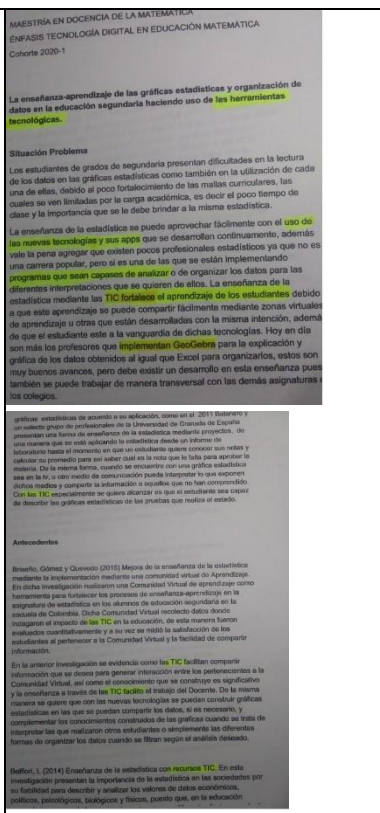
| | | | | |
|----------|---|--|--|--|
| | | Finalmente, mida los ángulos que formaron las imágenes con respecto al inicial y luego, utilice la herramienta “rotación” aplicando los ángulos encontrados, para responder a las preguntas: ¿Las propiedades de la imagen presentan algún cambio? ¿Podrías definir, qué es la rotación? | puntos en la parte superior del plano en GeoGebra y cuenta la posición horizontal y también la vertical para poner su segundo punto. Al seleccionar (traslación) dándole clic al triángulo inicial y luego a los puntos realizados anteriormente, el estudiante observa la traslación del triángulo, que con alegría empieza a explicarle a los demás compañeros. Clase 2. Los estudiantes siguen las instrucciones de manera ordenada, sin embargo, un estudiante reconoció que las especificaciones lo iban a llevar a realizar lo mismo que la clase anterior. Por lo tanto, el estudiante decidió saltar pasos y calcular los ángulos según los puntos en donde quedaría la imagen y lo aplico a la herramienta rotación llegando a la meta propuesta por el profesor. El estudiante que adelanto dicha tarea respondió las preguntas con tranquilidad y apoyando a sus compañeros en cómo deben realizar la tarea. | |
| 20 16 | Clase grado octavo, Instituto Cultural Ciudad Kennedy. Tema: Polígonos regulares e irregulares. | De la misma forma que se llevó a cabo la planeación anterior, con la contribución del profesor con quien compartía la carga académica, se llevó a cabo la planeación de los polígonos. Se planea la construcción y la clasificación de los polígonos en dos clases; en la primera, se van evidenciando mediante una lluvia de ideas y se construyen con el uso de regla, transportador, compas, papel y lápiz. En la segunda parte se emplea el software GeoGebra con el fin de realizar construcciones Regulares. | Observo que En la primera clase, al llevar a cabo la planeación, los estudiantes contribuyen a la lluvia de ideas y al realizar las construcciones en el papel, presentan dificultades en cuanto a la simetría de los lados o aristas de las figuras regulares. En la segunda clase, se les había pedido con anticipación a los estudiantes descargar el software GeoGebra en los celulares de cada uno. (Vale la pena dar a conocer que los estudiantes tenían su primera experiencia con el software GeoGebra). Al realizar las construcciones en el software algunos estudiantes muy curiosos realizaron las construcciones sin ningún problema y apoyaron a aquellos que no habían entendido como realizar las construcciones. Se presento más participación en la segunda clase, pues los estudiantes que terminaban la actividad dejaban ver a sus compañeros nuevas construcciones. | Sabía que Domino el tema de polígonos y guiaba a los estudiantes que estaban confundidos. Aprendí que A manejar otras herramientas del software GeoGebra. Reflexiono que La exploración del software contribuye a construir nuevos conocimientos y promueve la imaginación. Hoy en día, cursando mi maestría me pregunto ¿la trasposición del lápiz y papel al software le contribuiría a todos los estudiantes en construir nuevos conocimientos o simplemente patrocina la pereza de algunos estudiantes al utilizar papel y lápiz? |
| 20 17 | Clase 9° Colegio Parroquial Santa Isabel de Hungría Temas: Ubicación de números | La planeación se desarrolló juntamente con los profesores del área de matemáticas, en donde estipulo el uso del software GeoGebra. Se planea el uso del software para realizar la ubicación del conjunto de números Reales en la recta | Observo que Antes de iniciar la clase realizo una búsqueda de una recta numérica del conjunto de los números Reales con el fin de proyectarla en los televisores que se encuentran en los salones de clase y en ella generar participación de los | ¿Qué sabía? Que tengo conocimientos con respecto a la recta numérica, sin embargo, es la primera vez que lo realizaba en GeoGebra. Por otro lado, aplique una actividad similar a la del 2015 del colegio |

| | | | | |
|----------|---|--|--|---|
| | <p>Irracionales en la recta y Funciones algebraicas y trascendentales.</p> | <p>numérica, también se estipula el uso del software como herramienta graficadora de las funciones.</p> | <p>estudiantes en el momento de ubicar el número real asignado. La participación de los estudiantes es positiva, dado que al ubicar reales con una mayor cantidad de decimales pueden ubicarlo con facilidad realizando zoom en el software, algo que no se puede hacer en el tablero de plástico. También, se identifica una interacción entre los mismos compañeros para ubicar los racionales, puesto que al poder dividir la unidad en partes cada vez más pequeñas pueden ubicar con exactitud los números que se establezcan. Por otro lado, al trabajar las funciones y las clases de funciones con sus respectivas características, las aborde del mismo modo como lo había hecho en el colegio Parroquial Emilio de Brigard. En el cual consiste en pedirle a los estudiantes que realicen las gráficas de una función algebraica (cambiando de positivo a negativo, el punto de corte o amplitud respectivamente) en una hoja milimétrica. Luego, deben realizar la función algebraica inicial y mediante el arrastre ir observando los cambios en sus características. De esta forma, los estudiantes identificaron las propiedades de las funciones algebraicas y las trascendentales a excepción de las trigonométricas. Un grupo de estudiantes que habían desarrollado la actividad de forma ágil, decidieron explorar un poco más la herramienta. En el desarrollo de la exploración, estos estudiantes decidieron cambiar la amplitud de algunas funciones con cantidades mayores a las presentadas en la actividad y notaron que sucedía algo muy particular en las trascendentales, por tanto, llamaron me llamaron para comentar lo que habían explorado. Uno de ellos afirmó que el comportamiento de una función logarítmica tiene el mismo comportamiento que la exponencial o que al menos eran similares.</p> | <p>Parroquial Emilio de Brigard, dado que ya sabía como mediar esta clase y quería saber si la reacción de los estudiantes era la misma. ¿Qué aprendí? Aprendí a utilizar otras herramientas del software GeoGebra como el compás para ubicar los números Irracionales. También, aprendí a reutilizar las clases que han generado algún impacto en la comprensión de mis estudiantes. Reflexiono que La reacción de sorpresa de los estudiantes fue evidente, principalmente porque ellos no habían tenido experiencias con el software GeoGebra y también, por el tema que era nuevo para ellos, en cuanto a ubicación en la recta como el de funciones. Pude darme cuenta de que aquellos estudiantes que son ágiles en el manejo del software trataron de comparar algunas propiedades de las funciones con el fin de encontrar similitudes. Hoy en día puedo reconocer que la comprensión de los temas como funciones o ubicación en la recta numérica con el uso de GeoGebra genera a los estudiantes un aprendizaje significativo que contribuye a despertar su curiosidad en explorar algunas ideas que se les puedan presentar.</p> |
| 20 18 | <p>Clase 7° Colegio Parroquial Santa Isabel de Hungría Tema: Polígonos; líneas notables de un triángulo, cuadriláteros y construcción</p> | <p>La planeación de esta actividad la desarrolle para tres clases de acuerdo con el currículo de la institución de la siguiente manera. 1. Polígonos 1.1. Líneas notables de un triángulo; Altura, Bisectriz, Mediatriz y mediana. 1.2. Cuadriláteros; cuadrado, rectángulo, paralelogramo, trapecio y trapezoide.</p> | <p>Observo que La primera clase la inicié compartiendo la pantalla de mi portátil en el tv salón de clase. En la pantalla compartida estaba el software GeoGebra Clásico, con dicho software realice la explicación de cada una de las líneas notables utilizando la herramienta compas, con el fin que aquellos que no tenían el recurso digital</p> | <p>¿Qué sabía? Tenía conocimiento en los objetos matemáticos que hacen parte de la actividad presentada, así como las herramientas del software GeoGebra que se iban a utilizar. ¿Qué aprendí? Aprendí como realizar una clase para que los estudiantes</p> |


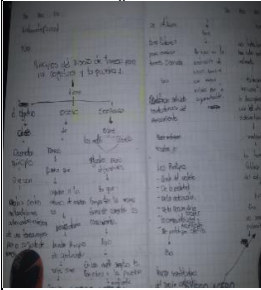
| | | | |
|-----------------|---|--|--|
| n de polígonos. | <p>1.3. Construcción de polígonos regulares. Triángulo, cuadrado, pentágono, hexágono, heptágono y octágono.</p> <p>Esta planeación se desarrolla con la intención de usar del software GeoGebra proyectado en la tv de salón de clase y en los celulares de algunos estudiantes.</p> | <p>lo desarrollen en el cuaderno con ayuda del compás.</p> <p>En el desarrollo de esta actividad algunos de los estudiantes que tenían el software en sus celulares encontraron la herramienta mediana y bisectriz inmediatamente la utilizaron para desarrollar la actividad. En esta exploración los estudiantes le compartieron a los compañeros de clase como lo podían hacer de manera más simple.</p> <p>En la segunda clase, para el aprendizaje de los tipos de cuadriláteros me apoye del tablero, de la tv y del portátil. Esta clase la desarrolle mediante lluvia de ideas preguntando los tipos de cuadriláteros que conocieran, los cuales los iba escribiendo en el tablero con su figura respectiva. Luego de brindarles algunas características a los estudiantes para encontrar el cuadrilátero paralelogramo completamos los tipos de cuadriláteros. Finalmente, con el software GeoGebra creé un cuadrilátero el cuadrado para explicar mediante el arrastre las características de cada uno de los cuadriláteros, cambiando solo la posición de algunos de los puntos iniciales. Esto con el fin de distinguir la definición de los cuadriláteros; cuadrado, rectángulo y rombo.</p> <p>Esta exploración la realice con la ayuda de un estudiante el cual iba siguiendo mis instrucciones.</p> <p>La última clase, la desarrolle en dos tiempos</p> <p>Parte 1. Con la ayuda de regla y compas en el cuaderno trazan un segmento con 3 cm de longitud y con él construyeran desde un triángulo hasta un octágono.</p> <p>Parte 2. Con ayuda del software y su herramienta polígono regular realizaran la construcción de los polígonos desde el triángulo hasta el octágono. Luego de la construcción deberán comprobar con las herramientas del software si, si son regulares.</p> <p>En esta segunda parte unos estudiantes trataron de probar con la herramienta compás con el fin de hacer lo mismo que hicieron en el cuaderno. Uno de ellos encerró el triángulo con una circunferencia y dividió el ángulo 360° por el número de lados, argumentando que esto era posible dado que la circunferencia tenía 360° y que al dividirla en tres el resultado tendría tres puntos iguales en la circunferencia y que al unirlos se</p> | <p>desarrollen polígonos inscritos en la circunferencia.</p> <p>Reflexiono que</p> <p>Las actividades se emplearon de acuerdo con la planeación y no se generó una conexión directa entre estas.</p> <p>El software despertó la curiosidad de los estudiantes al encontrar herramientas que les ayuda a hacer todo más fácil.</p> <p>Hoy en día reconozco que la planeación de estas actividades no era consiente, los propósitos no eran claros, simplemente estaba repitiendo estrategias que ya me habían funcionado.</p> |
|-----------------|---|--|--|

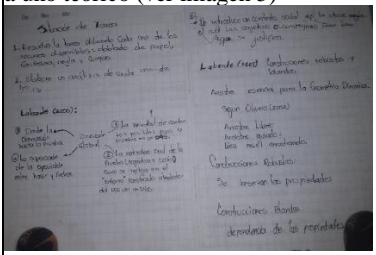
| | | | | |
|----------|---|---|---|---|
| | | | conforma un triángulo equilátero y que esto mismo pasaría con los demás polígonos. Este hecho me sorprendió pues no había contemplado la utilización de un polígono inscrito en la circunferencia. | |
| 20 18 | Clase 7° Colegio Parroquial Santa Isabel de Hungría Tema: Sólidos geométricos | La planeación la desarrollo de acuerdo con las recomendaciones de un colega para utilizar el software SketchUp, con el fin de realizar una clase magistral y con el propósito de presentar en 3D los sólidos para que los estudiantes los diferencien y encuentren de manera significativa sus dimensiones. | Observo que: Para llevar a cabo la planeación, proyecté el software SketchUp desde mi computador portátil al tv del salón de clase, con el fin de hacer uso de este. Al iniciar la clase propongo una lluvia de ideas con la siguiente pregunta ¿Cuál es la clasificación de los sólidos geométricos?, en la cual la respuesta de los estudiantes es el cubo, la esfera, el cilindro, el cono y la pirámide. Sin embargo, no se refirieron a sus características específicas que los clasifica. Al usar el software SketchUp proyectado en la tv, explico la clasificación de los sólidos geométricos, iniciando con los Poliedros con sus subdivisiones Prismas y pirámides. La construcción de los poliedros la desarrollo según corresponde sus características. Es decir, la construcción se dio con la base poligonal y se prolongó su altura (en el caso del prisma). En el caso de la pirámide, se construye la base poligonal y se proyecta a un solo punto dada una altura. Finalmente, en los cuerpos redondo, me basé en la definición de sólidos de revolución, con el fin de girar los polígonos que construía en el software o al girar algunos objetos del salón de clase, que hicieran referencia a las características de dichos sólidos. Por otro lado, los estudiantes contribuyeron en la construcción de los sólidos con su participación, mientras se llevaba a cabo la explicación. Los estudiantes presentaron la mayor duda en la construcción de los cuerpos redondos. | Sabía que Dominaba el tema y aunque no era experto en el software SketchUp los conocimientos que tenía me fueron suficientes para llevar a cabo la clase sin novedades. Aprendí que Se debe tener en cuenta un plan B para realizar las explicaciones o contribuciones de aquellas dudas o confusiones que pueden presentar los estudiantes. Reflexiono que El uso del software SketchUp contribuyo en la construcción de los sólidos geométricos, ya que dejaba ver aquello que no se puede percibir en el plano por su naturaleza de 3D. Por otro lado, la participación de los estudiantes aumentó, dejando ver el aprendizaje significativo para ellos. |
| 20 19 | Grado 7° Colegio Gimnasio los Sauces Tema: estadística descriptiva. | La planeación se realiza de acuerdo con el currículo de la institución y del libro guía “Desafíos Matemáticas 7°” En esta clase se contemplaba la construcción de tablas de frecuencia para datos cualitativos y cuantitativos con el uso de Excel y el apoyo de YouTube. | Observo que Al iniciar la clase en la sala de sistemas, les compartí un vídeo en el que evidenciaba las variables estadísticas, sus clases y sus tipos de definiciones. Después, realice un ejemplo en el tablero, de la tabla de contingencia para datos cualitativos, tanto Nominales como Ordinales. Seguido, le pedí a los estudiantes que realizaran la misma tabla en la hoja de Excel y de | ¿Qué sabía? Manejaba bien el tema y me sentía preparado para responder a las preguntas que se presentarán. ¿Qué aprendí? A tener como respaldo más ejemplo para no tener que improvisar con estos cuando los estudiantes alcanzan los propósitos propuestos para la clase |

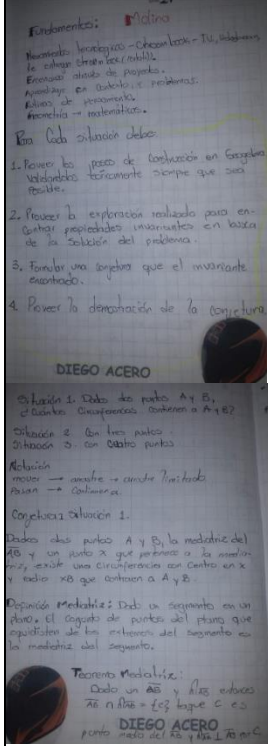
| | | | | |
|--|---|--|--|---|
| | | | <p>acuerdo con unas preguntas, realizar algunos cálculos.</p> <p>Efectivamente algunos estudiantes reconocieron la diferencia entre los datos ordinales y Nominales, debido a que solo podían contar los Ordinales.</p> <p>Del mismo modo, realice la actividad con los datos cuantitativos: Discretos y Continuos, de modo que pudiesen encontrar la diferencia en los decimales y enteros.</p> <p>Se alcanzo el propósito de esta actividad.</p> | <p>Reflexiono que</p> <p>La actividad genero a los estudiantes la identificación de los tipos de datos, tanto cualitativos como cuantitativos.</p> <p>Hoy en día me pregunto, si una clase así podría desarrollarla con otros temas orientados a la Geometría.</p> |
| <p>Di c 20 19 y Fe b 20 20</p> | <p>Realización y presentación de propuesta de ingreso</p> | <p>Para el ingreso a la Maestría en Docencia de la Matemática (MDM), la Universidad Pedagógica Nacional me brinda unos parámetros a cumplir para el anteproyecto que debo presentar.</p> | <p>El anteproyecto que presente como propuesta para el ingreso a la MDM-Cohorte2020-1, tiene como foco principal el aprendizaje de la estadística y las tecnologías digitales, dado que mi interés estaba direccionado en dichos aprendizajes.</p> <p>Por otro lado, al iniciar las clases de la Maestría, me veo involucrado en nuevas concepciones, que de una manera u otra empieza a ser de mi interés.</p> <p>En la clase la profesora Leonor Camargo, pide a la clase que subraye en su propuesta de anteproyecto las palabras que tengan que ver con argumentación, diseño de tareas, geometría dinámica, geometría y mejorar las prácticas educativas (ver Imagen N.1). Después de subrayar lo pedido, nos presentó la línea de investigación del grupo de enseñanza aprendizaje de la geometría. Luego nos presenta una serie de preguntas orientadas a la línea de investigación. Las preguntas son las siguientes: ¿Puedo problematizar el conocimiento del profesor? ¿Qué es una tarea? ¿para qué sirve la tecnología? ¿Qué demuestra la argumentación? ¿Qué conocimientos debe tener el profesor? Finalmente, nos presenta la estructura para realizar el anteproyecto y varias instrucciones que se deben tener en cuenta.</p> | <p>Sabía que</p> <p>La cohorte 2020-1 estaba enfocada a la línea de investigación del aprendizaje de la geometría. También, inferí por la conferencia inaugural que uno de los objetos de estudios estaba dado por la argumentación y geometría dinámica.</p> <p>Por otro lado, yo tenía algo de conocimiento del diseño de tareas. Sin embargo, no manejaba un referente teórico que me contribuyera a fortalecer o sustentar mis ideas de las tareas.</p> <p>Aprendí</p> <p>Una estructura más sólida para realizar mi trabajo de grado y también, cual es el objeto de estudio de mi investigación.</p> <p>Reflexiono que</p> <p>Al comprender cuales son los parámetros y el objeto de estudio que se van a desarrollar para el trabajo de grado, experimente varias emociones, en las que en algún momento me llevaron a querer desertar de la MDM, pues el desconocimiento de las mismas hacía que no fuesen de mi preocupación o al menos de mi importancia. Es decir, no conformaban mi objeto de estudio.</p> <p>La metodología que emplean los profesores de la universidad al momento de desarrollar sus clases son inicialmente, las que me motivaron a continuar, luego encontré interés en cada uno de los parámetros propuestos.</p> |

| | | | | |
|---------------------------------------|--|--|---|---|
| | | |  <p>Imagen 1. Datos de la propuesta para el ingreso MDM</p> | |
| 15 22 29 Fe b 20 20 | Gómez, P., Mora, M. F., y Velasco, C. (2015). Análisis de instrucción. <i>Formación de Profesores de Matemáticas y Práctica de Aula</i> , 197–222. | <p>Diseño curricular</p> <p>La primera clase inicia con los Pilares para desarrollar el anteproyecto, los cuales son: Geometría, Tecnología, diseño de tareas, Argumentación y el conocimiento del profesor.</p> <p>Se indaga acerca del conocimiento de que es Currículo y que es una tarea.</p> <p>Luego se genera una lectura del libro de Gómez et al., (2015), para comprender el análisis de instrucciones para el diseño de una tarea, o una estructuración para el diseño de tareas.</p> | <p>Observo que</p> <p>La Estructura para diseñar tareas para Gómez et al., (2015) se debe tener en cuenta lo siguiente:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1, CONCRETACIÓN DEL TEMA -Preconceptos (que deben saber los estudiantes), tipo de población, curso al que va dirigido, documentos curriculares, DBA, PEI y las expectativas del profesor. 2, ANALISIS DE CONTENIDO -La estructura de los conceptos, los procedimientos, presentaciones y la fenomenología. 3, ANALISIS COGNITIVO -Perspectivas de aprendizaje, competencias, habilidades, limitaciones (errores, dificultades), Lectura, manejo y uso de herramientas. 4, ANALISIS DE INSTRUCCIONES -Requisitos – Metas – Formulación – Materiales – Recursos - Agrupamiento – Interacción – Temporalidad. | <p>Sabía que</p> <p>El profesor al diseñar las tareas debe reflexionar sobre varias cosas, como: tratar de pensar como los estudiantes, prevenir acontecimientos, saber a qué población está diseñando la tarea. Sin embargo, todo no lo tenía en cuenta, pues me afanaba más cumplir con la planeación, que por cierto no estaba diseñada con las reflexiones anteriores.</p> <p>Aprendí que</p> <p>Existen teorías que presentan procesos para diseñar tareas o secuencias de tareas y que la de Gómez et al., (2015) es una de ellas. Gómez et al., (2015), brinda un proceso para diseñar tareas de manera que se pueda realizar un aprendizaje con ella, de manera que en el diseño de las tareas que quiero realizar para los estudiantes, pueda llegar a proporcionar oportunidades, identificar errores y superar limitaciones. Las tareas pueden ser evaluativas o de aprendizaje,</p> |

| | | | | |
|--------------------------------------|---|---|--|---|
| | | | <p>Clarificación</p> <ul style="list-style-type: none"> Tarea - Necesidad, Organización, Tipos ¿Qué es Conjeturar? Lo que se espera desarrollar en un alumno desde grado Generalidades del Tema Metodológicas y Tecnológicas El Plan de enseñanza que crea Sociedad Educativa Referentes de Currículo (Código Curricular, Unidades) 1. Conceptualización del Tema 2. Análisis de Contenido 3. Análisis de Aprendizaje 4. Análisis de Inclusión Conceptualización del Tema Presentación - Curso - Evaluación Procedimientos curriculares (PISA, PISA (Mapa Conceptual) contenido del tema) DIEGO ACERO <p>2. Análisis de contenidos</p> <ul style="list-style-type: none"> Estudios Conceptuales Procedimientos Conceptos - Presentaciones - Fenomenología <p>3. Análisis Cognitivo</p> <ul style="list-style-type: none"> - Perspectiva de Aprendizaje - Competencia - Habilidades <p>Limitaciones (errores, dificultades)</p> <p>Lectura, manejo, uso de Herramientas</p> <p>¿Qué hace lo que no se espera?</p> <p>4. Análisis de Inclusión</p> <ul style="list-style-type: none"> - Requisitos - Metas - Formulación - Materiales y Recursos - Apoyos - Interacción - Temporalidad <p>Tarea</p> <ul style="list-style-type: none"> - Preparar, Describir, Identificar errores, apoyar, involucrar <p>Búsqueda → Descripción → Análisis</p> <p>modificaciones</p> <p>Aprendizaje</p> <p>Tarea ← Evaluación → Análisis</p> <p>Problemas</p> <p>Examen</p> <p>Apoyos: (Conocimiento y Destrezas)</p> <p>Limitaciones</p> <p>Metas: Expectativas de aprendizaje</p> <p>Medios</p> <p>DIEGO ACERO</p> | <p>según la finalidad que se pretende en la clase.</p> <p>Las tareas se pueden modificar si ya están creadas, o si se pretenden rediseñar las que en algún momento diseñe o modifique.</p> <p>Reflexiono que</p> <p>El potencial de mis estudiantes no se está aprovechando e incluso con algunas de mis tareas diseñadas con anterioridad a la lectura, podrían haber afectado el aprendizaje a mis estudiantes.</p> |
| <p>M ar zo 20 20</p> | <p>Lin, F. L., Yang, K. L., Lee, K. H., Tabach, M., & Stylianides, G. (2012). Principles of Task Design for Conjecturing and Proving. In <i>New ICM/</i> <i>Study</i> <i>Series</i> (Vol. 15, pp. 305– 325). Spring er. https://doi.org/10.1007/978-94-007-2129-6_13</p> | <p>Para la clase se hace entrega del mapa conceptual del documento de (Lin et al., 2012) frente al diseño de tareas, con el fin de identificar los principios establecidos, por los autores.</p> <p>Se realiza una socialización del mapa conceptual y se requiere resaltar aquellas cosas que algunos se les haya pasado.</p> <p>Finalmente se establece una organización de cada uno de los principios para diseñar tareas.</p> | <p>Imagen 2 Apuntes en el cuaderno.</p> <p>Observo que</p> <p>Los principios para el diseño de tareas tienen los siguientes objetivos: 1) promover la conjeturación. 2) promover la demostración. Para que se pueda promover estos dos objetivos se debe tener en cuenta unos principios como el tránsito entre una conjetura y la demostración.</p> <p>Los principios están dados así:</p> <p>I. PRINCIPIOS PARA CONJETURAR</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Promover la conjetura dando la oportunidad de la observación. 2. Promover la conjeturación dando la oportunidad de involucrarse en la construcción. 3. Promover la conjeturación dando la oportunidad de transformar un conocimiento previo. 4. Promover la conjeturación dando oportunidad de reflexión. | <p>Sabía que</p> <p>Algunas proposiciones se debían demostrar para verificar su valides, sin embargo, no tenía conocimiento, ni escuchado de que era una conjetura y menos como se formula y las demostraciones que llegue a realizar no promovían la identificación de argumentos específicos o tipos de argumentos.</p> <p>Aprendí que</p> <p>Realizando un análisis de instrucciones se puede llevar al estudiante a conjeturar, sin la necesidad de pedírselo directamente. Que los principios dados por (Lin et al., 2012) son útiles para llevar al estudiante a conjeturar mediante instrucciones.</p> <p>Reflexiono que</p> |

| | | | | |
|------------|--|--|---|---|
| | | | <p>II. PRINCIPIOS DE TAREAS EN TRÁNSITO DE LA CONJETURACIÓN A LA DEMOSTRACIÓN</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Tareas que requieran normas establecidas 2. Tareas con necesidad de demostrar <p>III. PRINCIPIOS PARA DEMOSTRAR</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Promover la clasificación matemática de enunciados 2. Promover expresar argumentos mediante varios modos de presentación de los mismos (verbales, escritos, con diagramas, ...) 3. Promover el cambio de roles mientras él se involucra en la tarea. 4. Aumenta la necesidad y suficiencia (tipos de argumentos) 5. Aprendices crean y comparten sus propias demostraciones.  <p>Imagen 4 Mapa presentado en clase.</p> | <p>Los estudiantes pueden presentar un mejor conocimiento cuando se les da la oportunidad de conjeturar y a demostrar.</p> <p>Por otro lado, mi conocimiento se puede ir ampliando, al tratar de pensar y realizar las posibles conjeturas que realizarían mis estudiantes, al igual de tratar de prevenir los diferentes errores o limitaciones que se puedan presentar. También, que estos principios se pueden emplear en un diseño que no involucre la conjeturación.</p> <p>Finalmente, que existen diferentes tipos de argumentos, los cuales ayudan a una mejor comprensión en el contexto que se está trabajando.</p>  <p>Imagen 3 Esquema para realizar mapa conceptual del documento Lin (2012)</p> |
| Abril 2020 | <p>Laborde, C. (2005, December). Robust and soft constructions: Two sides of the use of dynamic geometry environments. In <i>Proceedings of the 10th Asian technology conference in mathematics</i> (pp. 22-35).</p> | <p>En la clase se indaga sobre la diferencia y la utilización de un software de geometría dinámica para promover la argumentación cuando se realiza un tipo de construcciones, y que aprendizaje se da al utilizar el software que no se da con el papel y lápiz.</p> <p>Luego, mediante la lectura de (Laborde, 2005) se identifican tareas que promueven construcciones robustas y construcciones blandas, con el fin que el estudiante pueda realizar una exploración, de acuerdo al tipo de construcción que se realice.</p> | <p>Observo que Para los entornos de geometría dinámica es esencial la variación, dado que es necesario para el arrastre. Según Olivero (2002) existen tipos de arrastre, como lo son:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Arrastre Libre, es mover los puntos en la pantalla al azar con el fin de descubrir configuraciones. • Arrastre guiado, se realiza con la intención de obtener una forma particular. • Lieu muet arrastrando, es mover un punto con la restricción de mantener una propiedad determinada satisfecha en el estado inicial, el punto variable sigue una ruta oculta incluso sin ser consciente de esto. <p>Según los tipos de arrastre se denominan dos construcciones, una robusta y otra blanda.</p> | <p>Sabía que Los entornos de geometría dinámica contribuyen en el aprendizaje de los estudiantes. Aprendí que Existen diferentes softwares de geometría y que en ellos se han forjado referentes teóricos, que ayudan a mejorar las condiciones que se deben presentar en una clase de geometría. La variación es fundamental para los entornos de geometría dinámica, porque en ella está determinado el arrastre. Existen varios tipos de arrastre, que apoyan la exploración en las construcciones robustas y en las construcciones blandas. Estos tipos de construcciones favorecen directa o</p> |

| | | | | |
|-------------------------------------|---|---|--|--|
| | | | <p>Construcciones Robustas: cuando con el modo de arrastre se conservan las propiedades, además permiten comprobar las condiciones o verificar las conclusiones.</p> <p>Construcciones Blandas: cuando con el arrastre identifican las relaciones de dependencia entre las propiedades, además aportan ideas de implicación de sí mismas o las condiciones que se deben cumplir para una consecuencia, dado que ofrecen un enfoque empírico a uno teórico (ver imagen 5)</p>  <p>Imagen 5 apuntes Laborde 2005</p> | <p>indirectamente las propiedades de las figuras geométricas, así como la verificación o comprobación de estas.</p> <p>Reflexiono que No tenía conocimiento de los tipos de construcciones, en efecto, tampoco del potencial de cada uno de ellos. Por lo regular, cuando hacía uso de GeoGebra, tanto mis construcciones como las de mis estudiantes no generaban ningún tipo de arrastre, puesto que las construcciones se realizaban de acuerdo con las propiedades. Lo anterior, significa que no promovía la argumentación con el software en mis estudiantes.</p> |
| <p>M ay o 20 20</p> | <p>Gómez, P., Mora, M. F., y Velasco, C. (2015). Lin, F. L., Yang, K. L., Lee, K. H., Tabach, M., & Stylianides, G. (2012). Laborde, C. (2005, December).</p> | <p>Finalmente, se realiza una producción escrita de como tarea, que contenga los principios, los procesos y herramientas de aprendizaje con el fin de observar y modificar las creaciones de otras tareas realizadas en clase brindando nuestros propios componentes o utilizar los que se han establecido.</p> | <p>Observo que La tarea propuesta debe tener lo siguiente:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Para quien debe ser dirigido, que tipo de población es, que deben saber y reconocer en la tarea, que tipo de ambiente debo utilizar. 2. Identificar qué tipo de construcciones van a realizar, así como el tipo de arrastre. 3. Utilizar el análisis de instrucciones Requisitos – Metas – Formulación – Materiales – Recursos - Agrupamiento – Interacción – Temporalidad. 4. Determinar si se pretende promover la conjeturación y la demostración. | <p>Sabía que En la tarea debería utilizar la estructura de Gómez et al., (2015), y los demás principios y procesos capturados en clase.</p> <p>Aprendí que Cuando no se es fácil diseñar una tarea, es necesario identificar un ejercicio ya establecido que directamente no cumpla con los procesos a realizar y transformarlo, de tal manera que cumpla con los requisitos que se pretender promover.</p> <p>Reflexiono que Al iniciar la tarea no me sentía tan confiado, dado que, en las anteriores tareas, con mis compañeros las dividíamos y nos repartíamos una parte cada uno, que por cierto yo realizaba mi parte y medio le prestaba atención a la parte de ellos. Esto ocasiono que en la tarea final me llenara de incertidumbre o creer que no sería capaz sin el visto de otro compañero, por ende, al recibir las observaciones de la tarea, me di cuenta de los errores y de las cosas que no tuve en cuenta, que en cierta forma eran la finalidad de la tarea como, por ejemplo, el rol del profesor al realizar dicha tarea.</p> |

| | | | | |
|------------------------------|--|---|---|--|
| <p>29 de febrero de 2020</p> | <p>Clase inicial con el profesor Oscar Molina</p> | <p>Fundamentos matemáticos Profundización de los componentes geométricos en GeoGebra, conocimientos en conjeturación y procesos para argumentar. El profesor presenta una primera Situación de una secuencia para desarrollar en clase. La tarea pretende realizar una conjetura e identificar varios objetos que están determinados en la situación.</p> | <p>Observo que Una situación debe</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Proveer los pasos de construcción en GeoGebra, validándolos teóricamente siempre que sea posible. 2. Proveer la exploración realizada para encontrar propiedades invariantes en busca de la solución del problema. 3. Formular una conjetura de la invariante encontrado 4. Proveer la demostración de la conjetura. <p>Situación 1: Dados dos puntos A y B, ¿Cuántas Circunferencias contienen a A y B? Situación 2: con tres puntos Situación 3: con cuatro puntos Las situaciones se resolvieron grupalmente, de modo que se realizara la conjetura fácilmente en cada una de las situaciones.</p>  | <p>Sabía que Tenía conocimientos del funcionamiento del software GeoGebra sin embargo, desconocía el potencial para generar aprendizaje en mis estudiantes. Aprendí que La conjetura se realiza a las invariantes de las situaciones dadas Reflexiono que La primera clase me consideraba con buenos conocimientos, hasta que se realizaron actividades para conjeturar y argumentar, pues en ellas encontré vacíos, dado que no sabía que era una conjeturación y lo mismo sucedía con las demostraciones con geometría sintética. Reconozco que mis compañeros del grupo fueron los que realizaron la conjeturación al igual que la demostración, puesto que no tenía conocimiento de ellos. Sin embargo, aporte algunas ideas que contribuyeron a la construcción y prueba de la conjetura.</p> |
| <p>Molina 2019</p> | <p>Estructura y dinámica de argumentos analógicos, abductivos y deductivos: un curso de geometría del espacio como</p> | <p>Se establecen diferentes situaciones de manera que se realicen construcciones geométricas desde un software de geometría, con el fin de realizar diferentes exploraciones y proveer demostraciones de las conjeturas que se puedan abstraer, Por otro lado, se realizan varios esquemas con el modelo de Toulmin de manera que se pueda identificar</p> | <p>Observo que</p> | <p>Sabía que Aprendí que Reflexiono que encontré vacíos y como transcurría las clases se me iban dificultando las demostraciones y los momentos de conjeturar una situación. Con el apoyo de mi</p> |

| | | | | |
|--|--|--|--|---|
| | contexto de reflexión. | las características de los tipos de argumentos. Algunos de los procesos es identificar los objetos primarios en la práctica matemática. Comparación y sistematización de la identificación de demostraciones sintéticas y analíticas. | | compañero de trabajo de grado y de otros de la misma Maestría fui desarrollando algunos conocimientos que me llevaron a responder de una manera adecuada, a pesar de que me seguía equivocando. |
| | Argumentación Molina 2019 Tipos de Problemas que Provocan la Generación de Argumentos Molina 2019 Estructura y dinámica de argumentos analógicos, abductivos y deductivos: un curso de geometría del espacio como contexto de reflexión. | Profundización de los componentes geométricos en GeoGebra, conocimientos en conjeturación y procesos para argumentar. Proceso de argumentación en las construcciones por medio del software. En clases de fundamentos matemáticos Se establecen diferentes situaciones de manera que se realicen construcciones geométricas desde un software de geometría, con el fin de realizar diferentes exploraciones y proveer demostraciones de las conjeturas que se puedan abstraer, Por otro lado, se realizan varios esquemas con el modelo de Toulmin de manera que se pueda identificar las características de los tipos de argumentos. Algunos de los procesos es identificar los objetos primarios en la práctica matemática. Comparación y sistematización de la identificación de demostraciones sintéticas y analíticas. Finalmente, se requiere presentar una tarea, donde se evidencien la demostración de las conjeturas realizadas de acuerdo a las situaciones dadas, también se requiere identificar los objetos primarios y el esquema de argumentación según Toulmin. | Observo que | Las primeras clases me consideraba con buenos conocimientos, luego cuando se realizaron actividades para conjeturar y argumentar, encontré vacíos y como transcurría las clases se me iban dificultando las demostraciones y los momentos de conjeturar una situación. Con el apoyo de mi compañero de trabajo de grado y de otros de la misma Maestría fui desarrollando algunos conocimientos que me llevaron a responder de una manera adecuada, a pesar de que me seguía equivocando. |
| | Molina 2019 Tipos de Problemas que Provocan la Generación de Argumentos | Búsqueda Bibliográfica. Procesos de lectura y escritura. Desarrollo de currículo u hoja de vida. En clases de lectoescritura Se presentaron actividades que desarrollan las habilidades de lectura, escritura y la comunicación, por medio de actividades como la realización de la hoja de vida personal, perfil del Cvlac, ensayos para el aprovechamiento de la herramienta de Word, entre otros. | Se identificaron páginas para la búsqueda bibliográfica y técnicas rastreo de información en un texto largo o corto. Describir correctamente los aspectos más relevantes de mi hoja de vida y currículo. Utilización de las normas APA en los referentes bibliográficos. Estructurar algunos escritos de manera que sean coherentes y tengan sentido. | La mayor parte de las clases eran finalizando la jornada, poco prestaba atención, pues el cansancio y agotamiento de la semana no me dejaban concentrar. No me sentía muy motivado, porque los pilares de investigación no satisfacían la investigación que quería realizar. Mi compañero de grado me motivo de muchas maneras para continuar y buscar las fuentes de investigaciones que |

| | | | | |
|---|--|---|---|--|
| | | <p>Por otro lado, se presentaron estrategias de lectura y escritura para identificar las Macroestructuras y las microestructuras determinadas en diferentes documentos. También se realizó una esquematización que se debe hacer en un escrito y los parámetros para realizar una lectura superficial de algunos documentos.</p> <p>Para identificar lecturas o referentes bibliográficos se dan a conocer diferentes buscadores que ayudan con las citas bibliográficas.</p> <p>Finalmente, se presenta el resumen del escrito de Molina y los tipos de argumentación.</p> | | <p>alimentaran nuestro anteproyecto.</p> |
| <p>Viceç Font Modelo para el análisis didáctico en educación matemática li-Janna 2018 Proof and Proving in Mathematics Education Samper 2015 Descubriendo o un hecho geométrico</p> | <p>Pilares para desarrollar el trabajo de grado: Geometría, Tecnología, diseño de tareas, Argumentación y conocimiento del profesor</p> <p>Aportes directos al anteproyecto</p> <p>Confirmación del grupo de trabajo</p> <p>Yerson Diaz y Diego Acero</p> <p>En las clases de investigación</p> <p>Se fijan los parámetros de la línea de investigación, los cuales son: Argumentación tecnologías digitales, tareas y geometría. No se nombró en la primera clase el conocimiento del profesor.</p> <p>Se dieron a conocer los componentes de investigación y las características que debe cumplir el anteproyecto, las fechas para los posibles borradores donde se vea delimitado el problema.</p> <p>Se problematiza el conocimiento del profesor y se presenta como el quinto parámetro del anteproyecto, y se da a conocer los elementos de construcción para delimitar el problema mediante el descubrimiento de evidencias fuertes y legítimas, describiendo la diferencia entre evidencias empíricas y evidencias investigativas.</p> <p>Finalmente, se hace referencia a la reflexión de la práctica docente y se presenta el anteproyecto, el cual es aceptado con varias observaciones frente a la argumentación por analogía.</p> | <p>Pilares para el desarrollo del anteproyecto,</p> <p>Primeros intentos del titulo</p> <p>Reformulación del tema y de los objetivos de investigación, así como la tabla de investigación.</p> <p>Delimitación del problema y antecedentes bibliográficos.</p> | <p>En el momento de empezar a escribir realice una primera escritura referente a delimitar el problema, en el cual al discutirla con mi compañero se reformulo el problema a un 80%, en adelante mi compañero toma la iniciativa de escribir.</p> <p>Llegue a realizar las lecturas que mi compañero me pedía, así como trataba de ponerme al día en lo que queríamos investigar.</p> | |

| | | | |
|---|---|--|---|
| <p>Molina 2019 Estructuras y dinámica de argumentos analógicos Mammana 2012 Analogía y el sistema de geometría dinámica utilizados para introducir geometría tridimensional Lee 2007 Inducción, analogía e imágenes en razonamiento geométrico Lee-Siriman 2011 Conjetura de un Tránsito de la analogía clásica Reconcebida</p> | <p>Reuniones de anteproyecto De acuerdo con los parámetros establecidos inicialmente como: argumentación, diseño de tareas, tecnología digital y Geometría arrancamos el anteproyecto. La mayor parte de las ideas de investigación fueron dadas por mi compañero de investigación Yerson Diaz mediante la lectura del documento de Molina 2019 Estructuras y dinámica de argumentos analógicos, en el que referenciaban a Mammana 2012, que nos brindó una parte del tema de investigación como lo es las propiedades de la geometría plana llevadas a la geometría del espacio. Por otro lado, los documentos de Lee 2007 y Lee-Siriman 2011, nos llevaron a obtener conocimientos de la argumentación analógica.</p> | <p>Construcción del tema y delimitar el problema, así como la identificación de los objetivos.</p> | <p>Los momentos en que nos reuníamos, compartíamos ideas de las lecturas realizadas, para tratar de rastrear la información que necesitábamos</p> |
| | | | |

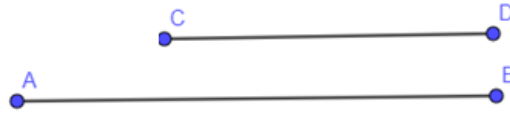
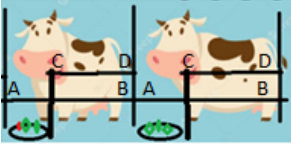
9.2 Anexo 2 Tarea que se puso en práctica con mis estudiantes.

ACTIVIDAD

Responde las preguntas de cada tarea.

FORMULACIÓN 1: En esta secuencia de tareas, se plantean tres contextos con el fin de llevar a los estudiantes a definir de manera sintética la diferencia entre las longitudes, áreas y volúmenes.

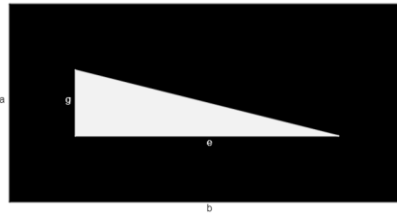
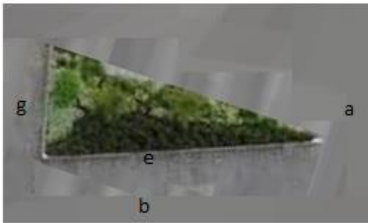
Tarea 1: Un granjero debe colocar una cerca para terminar de encerrar uno de los pasajes del establo. Para ello tiene dos alambres con longitudes \overline{AB} y \overline{CD} , defina la longitud \overline{AC} , sobreponiendo uno en el otro, con el fin de encontrar la longitud que tiene el ganado para sacar su cabeza y comer.



De acuerdo con los datos suministrados responde

- ¿Cuál es el segmento con mayor longitud?
- ¿Cuál es el segmento con menor longitud?
- Al observar los segmentos desde una parte superior, quedarían uno sobrepuesto en el otro ¿Cuál es la longitud del segmento \overline{AC} ?

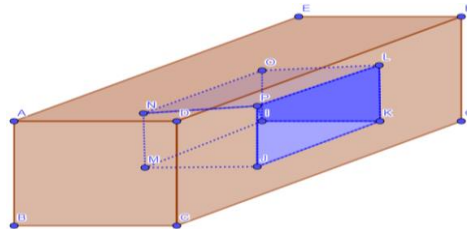
Tarea 2: En un terreno rectangular, un obrero pretende pavimentarlo y construir un jardín de forma triangular en el centro de este, como se presenta en la imagen. Defina el área del terreno que se debe pavimentar.



De acuerdo con los datos suministrados responde

- ¿Cuál es el área del rectángulo?
- ¿Cuál es el área del triángulo?
- ¿Cuál es el área de la zona pavimentada?

Tarea 3: Un herrero pretende construir un mazo para demoler. El herrero debe calcular el volumen del hierro que emplea en dicho mazo teniendo en cuenta el orificio del cabo de madera para sostenerlo. ¿Cuál es el volumen de dicho mazo?



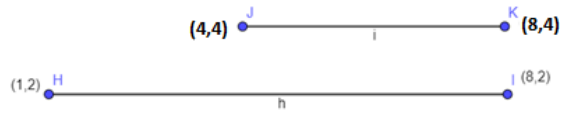
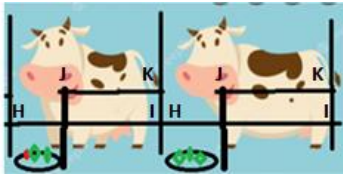
De acuerdo con los datos suministrados responde

- ¿Defina el volumen del paralelepípedo mayor?
- ¿Defina es el volumen del paralelepípedo menor?
- ¿Defina es el volumen del hierro fundido para hacer el mazo?

FORMULACIÓN 2: En esta secuencia de tareas, el contexto se plantea para que el estudiante lo desarrolle de forma analítica.

Tarea 1: Un granjero debe colocar una cerca para terminar de encerrar uno de los pasajes del establo. Para ello tiene dos alambres con longitudes \overline{HI} y \overline{JK} , defina la longitud \overline{HJ} ,

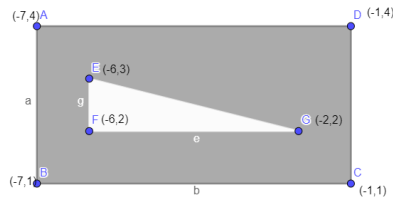
sobreponiendo uno en el otro, con el fin de encontrar la longitud que tiene el ganado para sacar su cabeza y comer.



De acuerdo con los datos suministrados responde

- ¿Cuál es el segmento con mayor longitud?
- ¿Cuál es el segmento con menor longitud?
- Al observar los segmentos desde una parte superior, quedarían uno sobrepuesto en el otro ¿Cuál es la longitud del segmento \overline{HJ} ?

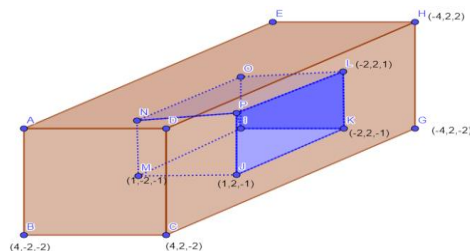
Tarea 2: En un terreno rectangular, un obrero pretende pavimentarlo y construir un jardín de forma triangular en el centro de este, como se presenta en la imagen. Defina el área del terreno que se debe pavimentar.



De acuerdo con los datos suministrados responde

- ¿Cuál es el área del rectángulo?
- ¿Cuál es el área del triángulo?
- ¿Cuál es el área de la zona pavimentada?

Tarea 3: Un herrero pretende realizar un mazo para demoler. El herrero debe calcular el volumen del hierro que emplea en dicho mazo teniendo en cuenta el orificio del cabo de madera para sostenerlo. ¿Cuál es el volumen de dicho mazo?



De acuerdo con los datos suministrados responde

- ¿Cuál es el volumen del paralelepípedo mayor?
- ¿Cuál es el volumen del paralelepípedo menor?
- ¿Cuál es el volumen del hierro fundido para hacer el mazo?

9.3 Anexo 3 Tarea que se puso a prueba con mis colegas y el experto.

Secuencia de Tareas “diferencia de cantidades”

INTRODUCCIÓN: La siguiente secuencia de tareas tiene el propósito de transferir “A la medida mayor le resto la menor (diferencia de cantidades)” como argumento por analogía en longitudes a áreas y a volúmenes. Este diseño consiste en dos secuencias de tres tareas; 1) De manera sintética el estudiante define la diferencia de la medida mayor entre la menor, inicialmente en las longitudes, luego, en las áreas y, por último, en los volúmenes. 2) De manera analítica, por medio de coordenadas cartesianas, el estudiante determina los datos que necesita para calcular longitudes, áreas y volúmenes según corresponda.

Tengamos en cuenta que: *La argumentación por analogía consiste en la transferencia de un argumento de un dominio a otro con la pretensión de que el argumento término será bueno si lo es el argumento fuente (Marraud, 2007).*

Argumento fuente: a la longitud mayor le resto la longitud menor.

Argumento término: al área mayor le resto la menor.

Argumento término: al volumen mayor le resto el volumen menor.

PROPOSITO O META: La siguiente tarea tiene como fin inducir un argumento por analogía entre las longitudes, áreas y volúmenes a modo sintético y luego, de modo analítico, de acuerdo con las imágenes y el contexto presentados. Esta tarea pretende, por un lado, en el modo sintético se pretende que el estudiante generalice la diferencia entre cantidades. Por otro lado, en el modo analítico que el estudiante calcule la diferencia de la cantidad mayor de la menor según corresponda.

POBLACIÓN Y REQUISITOS: La tarea va dirigida a estudiantes de grado séptimo, ellos tienen conocimientos previos en; plano cartesiano, longitud entre coordenadas, en área de polígonos y volumen de sólidos geométricos.

CONTENIDO: longitud, diferencia de longitudes, área de polígonos, diferencia de áreas, coordenadas cartesianas, longitudes entre coordenadas.

ERRORES: que el estudiante no pueda definir la diferencia de cantidades como el argumento por analogía en cada dominio de la geometría (generalizar a la medida mayor le resto la menor). También, que el estudiante calcule la diferencia de la longitud sin el argumento por analogía (calcule la longitud del segmento \overline{HJ} mediante las coordenadas del punto H y el punto J).

MATERIALES Y RECURSOS:

Los recursos se tomarán, por un lado, los estudiantes que se encuentran de forma virtual tendrán la facilidad de utilizar el software GeoGebra. Por otro lado, los estudiantes que se encuentran de forma presencial lo desarrollarán en sus cuadernos.

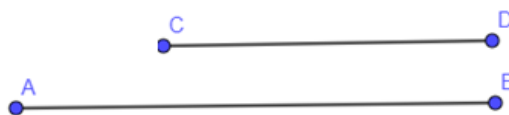
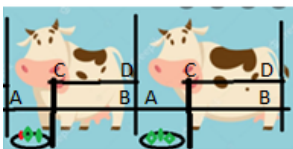
AGRUPAMIENTO:

La tarea tendrá una sensibilización grupal de forma que se discutan las soluciones.

TEMPORALIDAD: La tarea está pensada en dos clases de 1 hora cada una.

FORMULACIÓN 1: En esta secuencia de tareas, se plantean tres contextos con el fin de llevar a los estudiantes a definir de manera sintética la diferencia entre las longitudes, áreas y volúmenes.

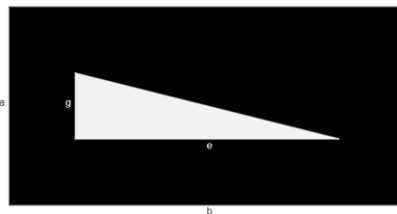
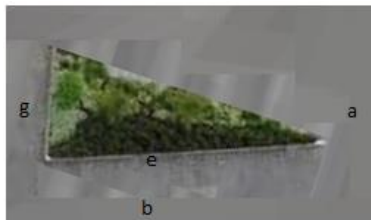
Tarea 1: Un granjero debe colocar una cerca para terminar de encerrar uno de los pasajes del establo. Para ello tiene dos alambres con longitudes \overline{AB} y \overline{CD} , defina la longitud \overline{AC} , sobreponiendo uno en el otro, con el fin de encontrar la longitud que tiene el ganado para sacar su cabeza y comer.



De acuerdo con los datos suministrados responde

- ¿Cuál es el segmento con mayor longitud?
- ¿Cuál es el segmento con menor longitud?
- Al observar los segmentos desde una parte superior, quedarían uno sobrepuesto en el otro ¿Cuál es la longitud del segmento \overline{AC} ?

Tarea 2: En un terreno rectangular, un obrero pretende pavimentarlo y construir un jardín de forma triangular en el centro de este, como se presenta en la imagen. Defina el área del terreno que se debe pavimentar.

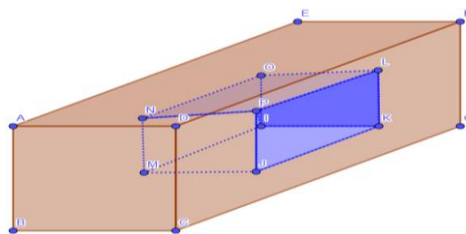


De acuerdo con los datos suministrados responde

- ¿Cuál es el área del rectángulo?
- ¿Cuál es el área del triángulo?
- ¿Cuál es el área de la zona pavimentada?

Tarea 3: Un herrero pretende construir un mazo para demoler. El herrero debe calcular el volumen del hierro que emplea en dicho mazo teniendo en cuenta el orificio del cabo de madera para sostenerlo. ¿Cuál es el volumen de dicho mazo?

MACETA FUNDIDA



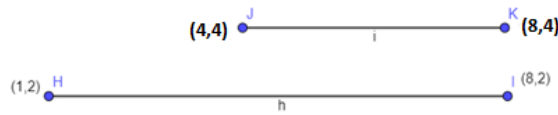
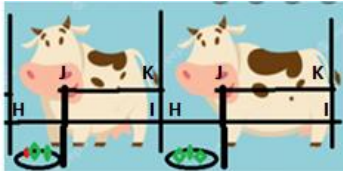
De acuerdo con los datos suministrados responde

- ¿Defina el volumen del paralelepípedo mayor?
- ¿Defina es el volumen del paralelepípedo menor?

- ¿Defina es el volumen del hierro fundido para hacer el mazo?

FORMULACIÓN 2: En esta secuencia de tareas, el contexto se plantea para que el estudiante lo desarrolle de forma analítica.

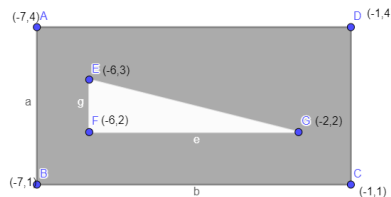
Tarea 1: Un granjero debe colocar una cerca para terminar de encerrar uno de los pasajes del establo. Para ello tiene dos alambres con longitudes \overline{HI} y \overline{JK} , defina la longitud \overline{HJ} , sobreponiendo uno en el otro, con el fin de encontrar la longitud que tiene el ganado para sacar su cabeza y comer.



De acuerdo con los datos suministrados responde

- ¿Cuál es el segmento con mayor longitud?
- ¿Cuál es el segmento con menor longitud?
- Al observar los segmentos desde una parte superior, quedarían uno sobrepuesto en el otro ¿Cuál es la longitud del segmento \overline{HJ} ?

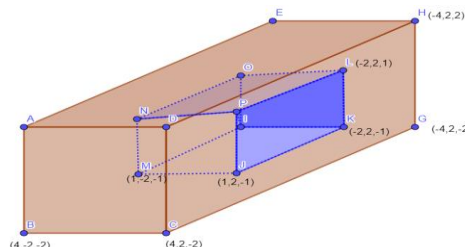
Tarea 2: En un terreno rectangular, un obrero pretende pavimentarlo y construir un jardín de forma triangular en el centro de este, como se presenta en la imagen. Defina el área del terreno que se debe pavimentar.



De acuerdo con los datos suministrados responde

- ¿Cuál es el área del rectángulo?
- ¿Cuál es el área del triángulo?
- ¿Cuál es el área de la zona pavimentada?

Tarea 3: Un herrero pretende realizar un mazo para demoler. El herrero debe calcular el volumen del hierro que emplea en dicho mazo teniendo en cuenta el orificio del cabo de madera para sostenerlo. ¿Cuál es el volumen de dicho mazo?



De acuerdo con los datos suministrados responde

- ¿Cuál es el volumen del paralelepípedo mayor?
- ¿Cuál es el volumen del paralelepípedo menor?
- ¿Cuál es el volumen del hierro fundido para hacer el mazo?

Nota:

Teniendo en cuenta las secuencias de tareas responda las siguientes preguntas

- Las preguntas orientan al estudiante a alcanzar el propósito de la tarea
- Las preguntas promueven el argumento por analogía
- Qué debilidades encuentra en el argumento por analogía
- Es pertinente la articulación de la geometría sintética con la geometría analítica.