

**EFFECTO DE LA ESTRATEGIA DIDÁCTICA TANGRAM Y ORIGAMI EN
EL DESARROLLO DE HABILIDADES VISUAL Y LÓGICA PARA EL
APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA.**

Carlos Andrés Manrique Ávila y Natalia Alejandra Casas Cordero

Trabajo de grado dirigido por:


Víctor Julio Quintero Suárez

Universidad Pedagógica Nacional

Licenciatura en Diseño Tecnológico

Bogotá


2019

 UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL <small>Formación de líderes</small>	FORMATO	
	RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN - RAE	
Código: FOR020GIB	Versión: 01	
Fecha de Aprobación: 10-10-2012	Página 1 de 6	

1. Información General	
Tipo de documento	Trabajo de grado
Acceso al documento	Universidad Pedagógica Nacional. Biblioteca Central
Título del documento	Efecto de la estrategia didáctica tangram y origami en el desarrollo de habilidades visual y lógica para el aprendizaje de la geometría.
Autor(es)	Casas Cordero, Natalia Alejandra; Manrique Ávila, Carlos Andrés
Director	Quintero Suarez, Víctor Julio
Publicación	Bogotá. Universidad Pedagógica Nacional, 2019. 95p.
Unidad Patrocinante	Universidad Pedagógica Nacional
Palabras Claves	APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA; DESCRIBIR EFECTO; ESTRATEGIA DIDÁCTICA; TANGRAM; ORIGAMI; HABILIDADES GEOMÉTRICAS

2. Descripción
<p>Este documento se presenta para optar por el título de Licenciado en Diseño Tecnológico por medio de la modalidad de posgrado de en la Maestría de Tecnologías de la Información Aplicadas a la Educación. El trabajo consignado en este documento hace referencia a un ejercicio de observación del entrenamiento de las habilidades visual y lógica en tres niveles de desarrollo para el aprendizaje de la geometría por medio de las actividades tangram y origami; así como también, elabora una propuesta para un modelo computacional de aprendizaje con una estrategia pedagógica que incorpore los materiales concretos de enseñanza de la geometría junto con un andamiaje metacognitivo con el objetivo de desarrollar habilidades cognitivas como la visualización, análisis, reconocimiento y la clasificación durante el proceso de aprendizaje.</p>

3. Fuentes
<p>-Aguilera, L. (16 de noviembre 2015). Los beneficios del tangram. Barcelona, España. <i>Psicoayudainfantil</i>. Recuperado de https://www.psicoayudainfantil.com/los-beneficios-del-tangram/</p> <p>-Ayala, D. (2014). <i>Juegos de mesa para afianzar el desarrollo del pensamiento lógico/matemático durante la educación inicial</i>. (Tesis de licenciatura). Universidad san francisco de Quito, Quito Ecuador.</p> <p>-Aznarte, M. (2016-2017). <i>Tareas con tangram para favorecer el sentido espacial</i>. (Tesis de pregrado). Universidad de Granada, Granada España.</p>

 UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL <i>Educación de calidad</i>	FORMATO	
	RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN - RAE	
Código: FOR020GIB	Versión: 01	
Fecha de Aprobación: 10-10-2012	Página 2 de 6	

-Beteta, M. (2017). *Entornos virtuales para el aprendizaje de las matemáticas: análisis de una propuesta con tecnologías para la enseñanza de la geometría en el Programa de los Años Intermedios del IB*. Colegio Hiram Bingham, Perú.

-Camargo, L., & Acosta, M. (2012). La geometría, su enseñanza y su aprendizaje. *Tacna Episteme Y Didaxis: TED*, (32). <https://doi.org/10.17227/ted.num32-1865>

-Ceballos, S. & Romero, M. (2012). *El tangram chino de siete piezas en el proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría*. (Tesis de maestría). Universidad del Tolima, Ibagué Colombia.

-Corberán, R., Gutiérrez, A., Huerta, M., Jaime, A., Margarit, J., Peñas, A. & Ruiz, E. (1994), *diseño y evaluación de una propuesta curricular de aprendizaje de la geometría en la enseñanza secundaria basada en el modelo de razonamiento de Van Hiele*.

-Crowley, M.L. (1987). The van Hiele Mode of the development of geometric thought. M, Montgomery. (Ed), *Learning and teaching geometry k-12*(pp.1-16) Columbus, Georgia: yearbook of the National Council of teachers of mathematics.

-Delgado, M. & Solano, A. (2009, 30 de agosto). Estrategias didácticas creativas en entornos virtuales para el aprendizaje. *Actualidades Investigativas en Educación*. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=44713058027>


- Fernández, M. & Bermúdez, M. (febrero 2015). La plataforma virtual como estrategia para mejorar el rendimiento escolar de los alumnos en la i.e.p coronel José Joaquín Inclán de Piura. *Revista Digital Sociedad de la Información*. Recuperado de <http://sociedadelainformacion.com/15/plataforma.pdf>

-Ferrándiz, C., Bermejo, R., Sainz, M., Ferrando, M. & Prieto, M.(diciembre 2008) Estudio del razonamiento lógico-matemático desde el modelo de las inteligencias múltiples. *Anales de psicología*, 24, p 213.

- Galindo, C. (1996) Desarrollo de las habilidades básicas para la comprensión de la geometría. *Revista EMA*. 2(1). Pp 49-59.

-Gunhan, B. (2014). A case study on the investigation of reasoning skills in geometry. *South African Journal of Education*. 34(2), p19.

- Hernández, R., Fernández, C. & Baptista, P., (2004), *Metodología de la investigación*, México, McGraw-Hill Interamericana.

 UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL <small>Escuela de Pedagogía</small>	FORMATO	
	RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN - RAE	
Código: FOR020GIB	Versión: 01	
Fecha de Aprobación: 10-10-2012	Página 3 de 6	

-Hoffer, A. (1990). Geometry is more than proof. *The Mathematics Teacher*, 74(1), 11-18.

-Jaramillo, J. & Quintero, D. (2014). *Desarrollo de un ambiente virtual de aprendizaje fundamentado en la lúdica que estimule el pensamiento aleatorio en los estudiantes de grado cuarto y quinto de primaria de la institución educativa el hormiguero* (Maestría). Universidad libre seccional Cali, Colombia.

-Jonassen, D. H. (1999). Designing constructivist learning environments. In C. M. Reigeluth (Ed.), *Instructional-design theories and models: A new paradigm of instructional theory* (Vol. II, pp. 215-39). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

-Lagos, J. (2012). *Diseño de actividades para el desarrollo de habilidades geométricas en los temas de circunferencia y sus ángulos para nm2, con uso de geogebra* (Licenciatura). Universidad de Santiago de Chile.

-López, O. (2010) *Aprendizaje autorregulado, estilo cognitivo y logro académico en ambientes computacionales* (Tesis doctoral). Universidad pedagógica nacional, Bogotá.

-Martínez, X. (2017). *La papiroflexia como estrategia didáctica para desarrollar las nociones básicas de geometría en los niños de cuarto y quinto de primaria de una institución educativa de carácter privado la ciudad de Bucaramanga* (tesis de pregrado). Universidad Santo Tomás, Bucaramanga Colombia.


- Prada, L.R. (octubre 2015- marzo 2016). Influencia de la plataforma “Más Tecnología” sobre el pensamiento crítico. *Apertura. Revista de innovación educativa*. Recuperado de <http://www.udgvirtual.udg.mx/apertura/index.php/apertura/article/view/696/475>

-Rif'at, M. (2017). Building up pre-service mathematics education students' geometry competency based on visual. *Advances in Social Science, Education and Humanities Research*, 100, p 164.

-Rivera, R. (2018). *El origami aplicado a la educación. Unidad didáctica del bloque de expresión y comunicación técnica de 1º de ESO*. (Tesis de maestría). Universidad de Valladolid, Valladolid España.

-Rivero, M. & Quiceno, H. (2013) Las nuevas tecnologías de información y comunicación en los procesos de enseñanza y aprendizaje: representación del conocimiento y educación virtual. *Revista de la facultad de ciencia y tecnología de la universidad pedagógica nacional TED*.01 (13). Pp 74-82.

-Rodriguez, M. & Barragán, H. (mayo- agosto 2017) Entornos virtuales de aprendizaje como apoyo a la enseñanza presencial para potenciar el desarrollo educativo. *Revista Killkana Sociales*. 01(02). Pp7-14.

 UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL <small>Escuela de Pedagogía</small>	FORMATO	
	RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN - RAE	
Código: FOR020GIB	Versión: 01	
Fecha de Aprobación: 10-10-2012	Página 4 de 6	

-Samper de Caicedo, C., Leguizamon de Bernal, C., Aya Corredor, O., & Martínez Hernández, L. (2005). La exploración como actividad en el aprendizaje de la geometría. *Tecné Episteme Y Didaxis: TED*, (17). <https://doi.org/10.17227/ted.num17-407>

-Sua, C. (2015). *La demostración en geometría: procesos cognitivos y metacognitivos favorecidos por la inclusión de ambientes dinámicos* (Maestría). Universidad Pedagógica Nacional, Colombia.


-Villaruel, S., Sgreccia, N. (noviembre 2011). Materiales didácticos concretos en Geometría en primer año de Secundaria. *Números*, (78) p.79-94.

4. Contenidos

Este informe comienza por retomar el panorama conceptual en el que se desarrollará la observación con el propósito de delimitar el ejercicio de investigación que se desarrolla a continuación; a partir de este planteamiento en el primer capítulo se establece la pregunta orientadora y objetivos que pretende alcanzar; el segundo capítulo retoma los antecedentes más relevantes consultados; el tercer capítulo contiene el marco teórico en el que se basó este trabajo y cómo éste aporta para orientar la observación hecha y a la propuesta del modelo computacional; en el cuarto capítulo se describe la metodología utilizada durante el proceso, el tipo de estudio, características de la población y los instrumentos utilizados, posteriormente en el quinto capítulo se utiliza estadística descriptiva para socializar los datos obtenidos acompañados de un ejercicio de análisis desde una perspectiva cualitativa; en el sexto capítulo comparte la propuesta de un modelo computacional pensado para un ambiente virtual de aprendizaje en el campo de la geometría; por último en el séptimo capítulo comparte una serie de conclusiones generales del análisis y algunas recomendaciones que se derivan de los resultados.

5. Metodología

La investigación se desarrolla bajo el enfoque de estudio cualitativo descriptivo y un diseño fenomenológico, que observa el efecto que genera la implementación de actividades específicas en un grupo de estudiantes que cursan grado quinto de primaria, con un marco de referencia basado en las habilidades desarrolladas para el aprendizaje de la geometría. El ejercicio consistió en realizar la interacción de los estudiantes con las actividades Tangram y Origami, para el aprendizaje de la geometría en el desarrollo de la asignatura de matemáticas. Durante las cinco sesiones realizadas se observó la respuesta de los estudiantes, durante la interacción, en función de las categorías de análisis establecidas para el desarrollo de las habilidades.

 UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL <small>Formación de líderes</small>	FORMATO
	RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN - RAE
Código: FOR020GIB	Versión: 01
Fecha de Aprobación: 10-10-2012	Página 5 de 6

6. Conclusiones


Los resultados obtenidos a lo largo del ejercicio de investigación comprueban que las estrategias didácticas tangram y origami afectaron de forma positiva el desarrollo de las habilidades geométricas visual y lógica al grupo objeto de estudio en la medida que estos participaron activamente de cada una de las actividades y sus respuestas manifestaron tener relación con las categorías de análisis propuestas.

La integración de los materiales concretos como estrategia didáctica a la clase de geometría influyó en tanto los estudiantes lograron experimentar de distintas formas con los conocimientos de geometría plana que han adquirido y en que pudieron evidenciar por medio de sus sentidos las formas, propiedades y relaciones que existen entre las diferentes figuras geométricas en un contexto académico, estos resultados son similares a los encontrados por (Aznarte, 2014; Martínez, 2017; Villarroel y Sgreccia, 2011). Es preciso aclarar que el grupo de estudiantes que interactuó con los materiales no tuvieron los mismos comportamientos ni tampoco los mismos niveles de sofisticación en el dominio de las habilidades visual y lógica como se manifiesta en lo observado en la habilidad visual, mediante la actividad de origami, en la que el nivel reconocer alcanzado por el grupo tuvo un desempeño del 60%, contrastado con el nivel clasificar que alcanzó un desempeño inferior al punto medio; lo anterior concuerda con los resultados encontrados por Rifat (2017), quien determinó que es posible que los estudiantes desarrollen habilidades geométricas en los diferentes niveles sin ninguna secuencia regular.

En el análisis de resultados encontró que los estudiantes obtuvieron mejores resultados conforme avanzaban las actividades, en el tangram se evidenciaron resultados bajos para la habilidad visual y la habilidad lógica en los niveles de reconocer y examinar, niveles donde para las dos habilidades destaca el origami, en el nivel de clasificar ocurre lo contrario ya que en ambas habilidades se destaca el tangram. A partir de estos resultados se establece que los materiales concretos si favorecen el desarrollo de las habilidades geométricas como lo establecen Villarroel y Sgreccia (2011), esto se puede evidenciar en los resultados de los “ejercicios de lógica” ya que en esta intervención se hacen una serie de actividades retando las habilidades visual y lógica, los estudiantes obtienen buenos resultados y durante la ejecución de la actividad presentan mayor claridad y entendimiento con respecto a instrucciones, conceptos y procedimiento en de solución.

Los materiales didácticos concretos generaron interés en los estudiantes esto se evidenció en cada una de las intervenciones, el grupo manifestó su interés por saber más al respecto y solucionar las pruebas que se le presentaban de la mejor manera, al igual que (Ayala, 2014; Martínez, 2017; Aznarte, 2017) los resultados de sus pruebas demuestran que al utilizar el tangram, el origami y juegos de mesa, los estudiantes además de desarrollar habilidades tanto en geometría como en otros, les genera interés y motivación por aprender más contenidos relacionados.

Esta investigación muestra resultados importantes, ya que permitió establecer que el desarrollo de las habilidades geométricas (Hoffer, 1990) en distintos niveles de entendimiento (Van Hiele, 1957) son susceptibles de ser parte de entornos virtuales de aprendizaje. Se espera que el planteamiento del modelo computacional elaborado en este documento trascienda estas líneas y se convierta en un recurso que oriente a los profesionales de la educación que empiezan a elaborar entornos virtuales de aprendizaje, o pueda materializarse y así convertirse en uno de estos que oriente a maestros y estudiantes en la construcción del conocimiento geométrico.

 UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL <small>Educación de calidad</small>	FORMATO	
	RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN - RAE	
Código: FOR020GIB	Versión: 01	
Fecha de Aprobación: 10-10-2012	Página 6 de 6	

Elaborado por:	Natalia Alejandra Casas Cordero & Carlos Andrés Manrique Ávila
Revisado por:	Víctor Julio Quintero Suarez

Fecha de elaboración del Resumen:	12	09	2019
--	----	----	------

TABLA DE CONTENIDO

Capítulo I	1
Introducción	1
Planteamiento Del Problema.....	2
Pregunta De Investigación	4
Objetivos	4
Objetivos específicos.....	4
Hipótesis nula.	4
Hipótesis alterna.	4
Capítulo II	5
Antecedentes	5
Habilidad visual y lógica.....	5
Estrategias didácticas con materiales concretos.....	7
Ambientes virtuales geométricos	11
Capítulo III	16
Marco Teórico.....	16
Enseñanza De La Geometría	16
Habilidades Geométricas.....	17
Aptitud.....	17
Destreza.	17
Habilidad.	17
Competencia.....	18
Habilidad visual.....	18
Habilidad lógica.....	18
Niveles De Razonamiento.....	19
Nivel 1 reconocimiento.	19
Nivel 2 análisis.	19
Nivel 3 clasificación.	20
Nivel 4 deducción formal	20
Nivel 5 rigor.....	20

El Tangram y el Origami como Estrategia Didáctica	25
Materiales didácticos concretos.....	26
Ambiente De Aprendizaje.....	28
Capítulo IV	30
Metodología	30
Diseño De Investigación	30
Población.....	30
Muestra.....	30
Fases de la investigación	31
Primera fase: elaboración instrumentos.....	31
Segunda fase: desarrollo de la investigación.....	33
Tercera fase: recolección de datos.....	34
Capítulo V	35
Análisis Y Resultados	35
Estadística Descriptiva	35
Resultados alcanzados con el uso del tangram.....	35
Resultados alcanzados con el uso del origami.....	36
Resultados alcanzados con el uso de los ejercicios de lógica.....	37
Resultados de las actividades (<i>tangram, origami y ejercicios de lógica</i>) en el desarrollo de los tres niveles de razonamiento en la habilidad visual.....	38
Resultados de las actividades (<i>tangram, origami y ejercicios de lógica</i>) en el desarrollo de los tres niveles de razonamiento en la habilidad lógica.....	40
Análisis Cualitativo.....	43
Habilidad visual.....	44
Habilidad lógica.....	49
Capítulo VI	54
Modelo Computacional.....	54
Diseño del ambiente computacional	54
Dominio de conocimiento.....	54
Modelo de tutor.....	56
Modelo de estudiante.....	57
Estrategia pedagógica.....	58
Capítulo VII	63
Conclusiones.....	63

Bibliografía	65
Anexos	69
Anexo 1: resultado en la habilidad visual	69
Anexo 3: Actividad tangram.	72
Anexo 4: Actividad origami.....	73
Anexo 5: Actividad ejercicios de lógica	74
Apéndices.....	75
Apendice1: Guía tangram.....	75
Apendice 2: Guía origami	80
Apendice 3: Guía ejercicios de lógica.....	83

Tabla de figuras

Imagen 1 Materiales didácticos concretos en geometría	26
Imagen 5 Estructura modelo computacional.....	54
Imagen 6 página de inicio	55
Imagen 7 perfil usuario	56
Imagen 8 Tangram respuesta incorrecta.	57
Imagen 9 Tangram respuesta correcta.	57
Imagen 10 resultados usuario.....	58
Imagen 11 Recursos y estrategias.	59
Imagen 12 Uso del tangram.	60
Imagen 13 Uso del origami.....	61
Imagen 14 Actividad tangram 1	72
Imagen 15 Actividad tangram 2.....	72
Imagen 16 Actividad tangram 3.....	72
Imagen 17 Actividad origami 1	73
Imagen 18 Actividad origami 2	73
Imagen 19 Actividad origami 3	73
Imagen 20 Actividad ejercicios de lógica 1	74
Imagen 21 Actividad ejercicios de lógica 2.....	74
Grafica 1 Resultados tangram por niveles.	36
Grafica 2 Resultados origami por niveles.....	37
Grafica 3 Resultados de ejercicios de lógica por niveles.....	38
Grafica 4 Nivel de reconocer en la habilidad visual.	38
Grafica 5 Nivel de examinar en la habilidad visual.....	39
Grafica 6 Nivel de clasificar en la habilidad visual	40

Grafica 7 Nivel de reconocer en la habilidad lógica.....	40
Grafica 8 Nivel de examinar habilidad lógica.	41
Grafica 9 Nivel de clasificar en la habilidad lógica.....	42
Tabla 1 Fases de la investigación.....	33
Tabla 2 resultados de las pruebas.....	42
Tabla 3 Rubrica categorías de análisis.....	43
Tabla 4 Resultados nivel reconocer en la habilidad visual por estudiante	69
Tabla 5 Resultados nivel examinar en la habilidad visual por estudiante	69
Tabla 6 Resultados nivel clasificar en la habilidad visual por estudiante.....	70
Tabla 7 Resultados nivel reconocer en la habilidad lógica por estudiante	70
Tabla 8 Resultados nivel examinar en la habilidad lógica por estudiante	71
Tabla 9 Resultados nivel clasificar en la habilidad lógica por estudiante	71

Capítulo I

Introducción

Desde la clase de Pedagogía Computacional de la maestría en Tecnologías de la Información y la Comunicación aplicadas a la educación de la Universidad Pedagógica Nacional se aborda como parte del contenido para la asignatura, modelos pedagógicos computacionales diseñados para ambientes virtuales de aprendizaje, los cuales tienen como propósito recrear, con alto grado de semejanza, un ambiente real de aprendizaje entornos, actores, recursos, estrategias educativas y de aprendizaje, son algunos de los elementos que los componen. El trabajo consignado en este documento hace referencia al ejercicio de observación del entrenamiento de las habilidades visual y lógica en tres niveles de desarrollo para el aprendizaje de la geometría por medio de las actividades tangram y origami; así como también, elabora una propuesta para un modelo computacional de aprendizaje con una estrategia pedagógica que incorpore los materiales concretos de enseñanza de la geometría junto con un andamiaje metacognitivo con el objetivo de desarrollar habilidades cognitivas como la visualización, análisis, reconocimiento y la clasificación durante el proceso de aprendizaje.

Este informe comienza por retomar el panorama conceptual en el que se desarrolló la observación diagnóstica con el propósito de delimitar el ejercicio de investigación que se desarrolla a continuación; a partir de este planteamiento en el primer capítulo se establece la pregunta orientadora y objetivos que pretende alcanzar; el segundo capítulo retoma los antecedentes más relevantes consultados; el tercer capítulo contiene el marco teórico en el que se basó este trabajo y cómo éste aporta para orientar la observación hecha y a la propuesta del modelo computacional; en el cuarto capítulo se describe la metodología utilizada durante el proceso, el tipo de estudio, características de la población y los

instrumentos utilizados, posteriormente en el quinto capítulo se utiliza estadística descriptiva para socializar los datos obtenidos acompañados de un ejercicio de análisis desde una perspectiva cualitativa; en el sexto capítulo comparte la propuesta de un modelo computacional pensado para un ambiente virtual de aprendizaje en el campo de la geometría; por último en el séptimo capítulo comparte una serie de conclusiones generales del análisis y algunas recomendaciones que se derivan de los resultados.

Planteamiento Del Problema

La creciente incursión de la tecnología en los diferentes campos de acción humana y en especial en la educación hace que los expertos que dedican su oficio a este campo incorporen a su quehacer investigativo la pregunta sobre cómo incorporar nuevas herramientas tecnológicas a sus prácticas y de esa forma fortalecer el acto educativo; las tecnologías de la información y la comunicación TIC aplicadas a la educación desde sus inicios han generado grandes expectativas en la comunidad académica respecto a la flexibilidad en los procesos de aprendizaje, su disponibilidad permanente, el acceso remoto por medio de cualquier dispositivo móvil y por la adaptabilidad a las características de cada persona como sus necesidades educativas y sus ritmos de aprendizaje (López, 2010; Delgado y Solano, 2009). En consecuencia se han desarrollado distintos escenarios virtuales en diversos niveles académicos y dominios de conocimiento; uno de estos son los ambientes virtuales de aprendizaje que posibilitan diferentes interacciones entre estudiantes, maestros y el objeto de estudio.

Investigaciones que incorporan ambientes virtuales de aprendizaje en la enseñanza de la geometría señalan que estos contribuyen a los procesos de aprendizaje, específicamente en el desarrollo de habilidades geométricas como la visual y la lógica (Lagos, 2012; Jaramillo y Quintero, 2014; Prada, 2015); otras también nombran que la incorporación en su estructura del uso de diversos materiales manipulables, como por ejemplo la composición de modelos

geométricos posibilitan el descubrimiento de propiedades o de relaciones geométricas, así como también formular y validar hipótesis; afirman que la exploración por medio de material didáctico estimula la autonomía en el aprendizaje y cautivan la atención del estudiante (Samper, Leguizamón, Aya y Martínez 2005); sin embargo, (Delgado y Solano, 2009) conciben que los entornos virtuales no son por sí solos elementos que generen conocimiento o motiven al estudiante y agregan que es necesario que cuenten con un facilitador que medie los conocimientos objeto de estudio junto con las estrategias y las plataformas virtuales.

Gunhan (2014) introdujo a su investigación el estudio y caracterización de habilidades geométricas (percepción visual y la argumentación lógica) y determinó que los estudiantes hacen uso de estas cuando desarrollan ejercicios que retan sus conocimientos, generando en ellos razonamientos más o menos precisos que pueden ser perfeccionados en la medida que las actividades con las que interactúan sean totalmente intencionadas y permitan que este tipo de habilidades sean utilizadas.

Respecto a las investigaciones que se ocuparon de los materiales concretos en la enseñanza de la geometría coinciden en señalar que estos permiten el acercamiento a los contenidos, facilitan el desarrollo de competencias, ayuda en la construcción de conocimiento y desarrollar las habilidades geométricas (Ayala, 2014; Aznarte, 2017; Martínez, 2017; Villarroel y Sgreccia 2011).

Teniendo en cuenta los hallazgos encontrados por las investigaciones anteriormente mencionadas, se establece que este trabajo pretende describir la forma en que una estrategia pedagógica que incorpora materiales didácticos concretos, como el tangram y el origami, para la enseñanza de la geometría contribuye en el perfeccionamiento de las habilidades geométricas visual y lógica; junto con esto también elabora un modelo computacional para un ambiente virtual de aprendizaje que mejore, si no iguale, las propiedades alcanzadas por los entornos virtuales descritos en otras investigaciones en el campo de la geometría. Se espera

que este ayude a responder si los ambientes virtuales son elementos que generen conocimiento o motiven a los estudiantes a su descubrimiento.

Pregunta De Investigación

¿Qué efecto produce el uso del Tangram chino y del Origami modular como estrategia didáctica integrada para el desarrollo de habilidades geométricas visual y lógica?

Objetivos

Objetivo general. Determinar el efecto generado en los estudiantes de grado quinto luego de la implementación de las estrategias Tangram chino y Origami modular en relación con el desarrollo de las habilidades geométricas visual y lógica.

Objetivos específicos.

1. Implementar actividades de tangram chino y origami modular para determinar la incidencia que tienen sobre las habilidades visual y lógica.
2. Evaluar las estrategias didácticas tangram chino y origami modular por medio de una guía de ejercicios lógico visuales.
3. Elaborar un modelo computacional para la enseñanza de la geometría a partir de los resultados encontrados en la implementación del uso de tangram chino y origami modular como estrategia pedagógica.

Hipótesis nula. Los estudiantes de grado quinto no mejoran el desarrollo de habilidades geométricas visual y lógica cuando usan el tangram y el origami como estrategia didáctica.

Hipótesis alterna. Los estudiantes de grado quinto mejoran el desarrollo de habilidades geométricas visual y lógica cuando usan el tangram y el origami como estrategia didáctica.

Capítulo II

Antecedentes

Habilidad visual y lógica

Gunhan (2014) realizó un estudio de caso para evaluar habilidades de razonamiento (argumentación lógica y percepción visual) en materias relacionadas con geometría. El investigador utilizó un método de investigación cualitativa que permitió observar cómo los seis estudiantes, que hacen parte de la muestra tomada de una escuela pública, utilizan las habilidades de razonamiento para resolver seis problemas geométricos; a dichos estudiantes se les pidió que pensarán en voz alta mientras resolvían los problemas; fue a partir de las intervenciones que se recolectaron los datos en los cuales se logró identificar que:

- El currículo escolar debería poner más énfasis en las habilidades de razonamiento. Cuando se trata de conceptos geométricos los problemas que se planteen deben permitir el uso de diferentes habilidades de razonamiento; en este sentido, los resultados sugieren llevar a cabo más estudios de investigación que involucren la percepción visual y argumentos lógicos para mejorar el aprendizaje geométrico, las proyecciones hechas en esta investigación concuerdan con las que plantea el presente ejercicio de investigación.
- Los estudios que exploran métodos para enseñar y aprender en temas relacionados con la geometría servirán para ayudar a los maestros y estudiantes a desarrollar sus habilidades de razonamiento.
- Las respuestas de los estudiantes afectan el conocimiento geométrico, la percepción visual y los argumentos lógicos personales.

- Los resultados pueden ayudar a los maestros a comprender mejor la forma en que sus estudiantes piensan cuando resuelven problemas de geometría y pueden ayudarlos a ver las habilidades de razonamiento de sus estudiantes.

Rif'at (2017), realizó una investigación que tenía por objetivo dar cuenta de cómo piensan visualmente los estudiantes de geometría. Para esto le realizó una prueba escrita con cinco preguntas a un grupo de cien estudiantes con la cual pretendió determinar los niveles visuales y el grado de representación visual, las preguntas fueron desarrolladas de tal forma que los estudiantes pudieran pensar analíticamente, también se le preguntó si para encontrar las respuestas solo había una única ruta. De esta manera se concluyó que:

- La descripción verbal que hacen los estudiantes depende de una combinación del nivel geométrico general de los estudiantes, de su capacidad espacial y de su capacidad para expresar las propiedades de la forma utilizando el lenguaje.
- La evaluación de los niveles espaciales del pensamiento y la percepción espacial aplicada a la geometría tridimensional confirmó la naturaleza jerárquica de los niveles geométricos
- La evaluación de la percepción espacial no es jerárquica. Durante las pruebas el investigador encontró que es posible que los estudiantes adquieran las habilidades sin necesidad de pasar por los niveles establecidos en orden.

Es preciso aclarar que, los estudiantes presentan diversos estilos de aprendizaje en consecuencia, cada uno emite sus propias respuestas que difieren de las respuestas de los demás integrantes, de acuerdo con estos hallazgos, los resultados que se establecen en las pruebas de esta investigación nos permiten evidenciar, además, del desarrollo de una u otra habilidad la forma de pensar del grupo y la facilidad con la cual los estudiantes pueden avanzar.

Ferrándiz (2008), realizó un estudio cuantitativo en el que se midió el progreso en el razonamiento lógico matemático. Para esta investigación se tomó una muestra de 294 estudiantes de educación infantil y de grados 1° y 2° de educación primaria con edades comprendidas entre cinco y ocho años. Los investigadores diseñaron el perfil cognitivo de los participantes en las distintas inteligencias, se estudió la relación entre la inteligencia lógico matemática del modelo Gardner y la inteligencia general valorada desde una perspectiva psicométrica; también se establecieron las diferencias entre inteligencia lógico matemática en función de género y la edad de los participantes. Para desarrollar el estudio se utilizaron instrumentos que contenían siete actividades orientadas a valorar las inteligencias múltiples y una Batería de Aptitudes Diferenciales y Generales BADyG (test psicológico que evalúa aptitudes mentales básicas en el ámbito escolar) con el fin de evaluar la inteligencia académica. Los resultados mostraron diferencias estadísticamente significativas de inteligencia lógico matemática en favor de los alumnos de educación primaria; es pertinente aclarar que, a mayor nivel educativo mayor desarrollo en las capacidades intelectuales; de la misma manera, se compararon los resultados entre género pero, las diferencias no resultaron estadísticamente significativas, aunque los niños obtienen resultados superiores a los que presentan las niñas. Por último se concluye que las inteligencias múltiples se convierten en herramientas útiles para alumnos con necesidades educativas especiales.

El trabajo de Ferrándiz permite considerar que es posible construir la caracterización de la población con referencia a la teoría de las inteligencias múltiples propuesta por Gardner, lo cual aporta un marco de referencia para la elaboración y evaluación de instrumentos

Estrategias didácticas con materiales concretos

Ayala (2014), realizó una investigación cuyo objetivo consistió en contrastar el uso del juego como estrategia pedagógica con el rol que ejerce el maestro en la construcción de

aprendizajes significativos en el desarrollo lógico- matemático de niños de educación inicial. Para realizar el estudio se hizo un análisis bibliográfico de estudios académicos con dos enfoques distintos: el primer enfoque psicológico tiene que ver con cómo los niños aprenden y analizan a partir del pensamiento lógico matemático; el segundo enfoque usa juegos tradicionales como estrategia de aprendizaje, tales juegos se seleccionaron después de hacer algunas pruebas para comprobar su eficacia en el aprendizaje. El estudio concluye que: el uso de juegos en el aula estimula el aprendizaje del estudiante, también, permite relacionar antiguos aprendizajes con conocimientos nuevos y transferir lo aprendido a otros contextos. Finalmente, los investigadores reportan que el juego que se utiliza en el aprendizaje debe ser pertinente con el contenido que se desea abordar.

Este trabajo permite evidenciar aspectos que se deben tener en cuenta cuando se utilizan herramientas didácticas diferentes: (1) contemplar el uso de características específicas similares para lograr centrar la atención del estudiante en la tarea sin olvidar que dicha actividad tiene un objetivo de aprendizaje, (2) crear actividades que complementen la formación en el aula con prácticas didácticas que promuevan el interés del estudiante sin desenfocar la atención del pensamiento geométrico. Los anteriores aspectos hacen parte de la presente propuesta de diseño de computacional que se presenta más adelante.

Martínez (2017), desarrolló una investigación en la que utilizó la papiroflexia como estrategia didáctica para fortalecer los conocimientos de geometría plana y lograr que los aprendizajes alcanzados fueran significativos para los estudiantes de cuarto y quinto de primaria. El estudio se realizó con un enfoque cualitativo del tipo IAP (investigación acción participativa) y se tomó como muestra a nueve estudiantes de grados cuarto y quinto. El trabajo se centró en llevar a cabo tres procesos: conocer, actuar y verificar; En el proceso de conocer se realizó una fase de diagnóstica del trabajo cuyos resultados muestran que los

estudiantes presentan problemas como la comprensión, la resolución de problemas, la comunicación y la aplicación de la geometría plana.

Durante el proceso de actuar, se llevó a cabo la fase de diseño e implementación cuyos resultados señalan que la técnica de papiroflexia ayuda a construir y comprender conocimiento de manera innovadora y práctica ya que mediante el plegado se pueden reconocer nociones geométricas que mejoran la motricidad y promueven la creatividad. Durante el proceso de verificación se evidenció un aumento en la motivación que contribuyó a mejorar el proceso de enseñanza aprendizaje.

Los resultados indican que una clase de geometría apoyada por la técnica de doblado de papel mejora los resultados en las habilidades visuales y de pensamiento lógico, esta investigación permite construir un imaginario frente a lo que se puede hacer con ayuda de la papiroflexia, en este sentido, probablemente se pueda optimizar aún más, si en vez de hacerlo con material real se diseña un ambiente computacional que integre el uso de la papiroflexia, ese será uno de los propósitos del trabajo que se pretende realizar.

Aznarte (2017) realizó un proyecto en el cual propuso el Tangram como herramienta didáctica manipulable para el desarrollo de contenidos matemáticos, específicamente para el desarrollo de contenidos que impliquen el manejo espacial; con tal propósito, se tuvo en cuenta el desarrollo de la destreza visual del estudiante en el reconocimiento de elementos en el espacio. El investigador sostiene que, la geometría juega un papel importante debido a que consideran que a través del desarrollo de habilidades geométricas se hace posible establecer la relación entre las matemáticas y la realidad. En la elaboración del plan de la propuesta se organizaron una serie de tareas diseñadas para cada uno de los cursos de primaria; las mencionadas actividades estaban asociadas con el contexto de los alumnos y presentaban la posibilidad de poderse aplicar en diferentes áreas. Como conclusión del estudio se reporta

que el tangram aporta al desarrollo del sentido espacial y permite el acercamiento a la parte matemática que guarda relación con la geometría.

Los resultados de esta investigación permiten deducir que el uso de la estrategia didáctica de tangram desarrolla habilidades geométricas visuales como la percepción de la posición en el espacio, igual que la posibilidad de que los estudiantes encuentren la relación entre las matemáticas y actividades de carácter geométrico visual. Este trabajo de investigación hace un aporte importante con respecto a la posibilidad de usar una estrategia alternativa que complemente y mejore los resultados de una clase de geometría tradicional; también permite tener en cuenta las diferencias individuales como punto de partida para planear las clases de acuerdo con la complejidad de la tarea y con las características individuales de los estudiantes.

Villarreal y Sgreccia (2011) describen los materiales didácticos concretos que pueden ser utilizados para explicar contenidos de tipo geométrico, en especial en el primer año de la educación secundaria. La investigación tuvo un enfoque cualitativo en el cual se hizo un estudio exploratorio, en el que se investigaron los materiales concretos bajo los criterios establecidos en los contenidos geométricos del primer año de secundaria, además de esto conocer los beneficios que tiene estos materiales para el desarrollo de las habilidades geométricas. Este estudio recolectó la información desde diferentes fuentes: Artículos de revistas de educación matemática, memorias de congresos de educación matemática, empresas especializadas en comercialización de materiales didácticos, sitios web y libros relacionados con materiales didácticos para la enseñanza de la geometría. Durante la investigación se reconocieron 7 materiales didácticos concretos: Modelos fijos 2D y 3D, rompecabezas geométricos, tangram, geoplano, transformaciones dinámicas y origami o papiroflexia. Se concluyó que los materiales concretos son facilitadores y potenciadores de

habilidades geométricas, contribuyendo al pensamiento geométrico; los materiales pueden ser utilizados de diferentes maneras durante las fases de enseñanza aprendizaje planteadas por Van Hiele, dado constancia a los niveles. Los materiales favorecen 6 principios que fundamentan la geometría: (1) principio de actividad, aprender haciendo; (2) principio de realidad, iniciar proceso de mentalización; (3) principio de niveles, es un puente entre niveles; (4) principio de reinención guiada, crean sus propias herramientas y juicios por medio de la manipulación; (5) principio de interrelación, establecen relación entre niveles y unidades; (6) principio de interacción, reflexión conjunta intercambio de ideas.

Ambientes virtuales geométricos

Samper, Leguizamón, Aya y Martínez (2005) desarrollaron proyecto de investigación cuyo propósito fue determinar la incidencia que tiene el uso de actividades de carácter exploratorio en el aprendizaje de la geometría euclidiana como sistema axiomático y el impacto pedagógico que este tipo de actividades suscita en los estudiantes. El estudio es de carácter exploratorio y consistió en el diseño de un conjunto de actividades relacionadas con el uso de geometría dinámica centrada en un tema específico de la geometría. La muestra estuvo compuesta por dos grupos de primer semestre de Licenciatura en matemáticas; un grupo A interactuó con el software Cabri Geometre y un grupo B realizó las actividades bajo la orientación de una clase tradicional. Durante el desarrollo de la experiencia se logró:

- La elaboración de conjeturas que conducen al desarrollo de conceptos relacionados con la semejanza de triángulos.
- Los estudiantes reconocen que el uso de material didáctico favorece la autonomía en el aprendizaje y potencia el desarrollo de competencias para la generalización y la argumentación; también desarrolla confianza en las propias capacidades.
- Los estudiantes reconocen que la discusión participativa estudiante-profesor permite la construcción social del conocimiento.

El contraste de los resultados alcanzados por los dos grupos permitió destacar las ventajas de cada estrategia utilizada en el estudio: las herramientas y material didáctico que contiene el software Cabri Geometre y el desarrollo de autonomía a través de las discusiones que se llevaron entre estudiantes y profesores en la construcción social de conocimiento. Este enfoque investigativo señala una alternativa metodológica para probar distintas estrategias en la población objeto de estudio.

Delgado y Solano (2009), realizaron estudio de investigación centrado en encontrar nuevas estrategias eficaces y creativas para el diseño de entornos virtuales de aprendizaje. Los investigadores adaptaron algunas estrategias didácticas como: glosario colaborativo, grupos de discusión, recuperación de información, juegos de roles, crédito por uso de palabras, preguntas y premios que se integraron al entorno virtual. Los estudiantes se organizan en grupos, prueban las estrategias, socializan ante al curso la experiencia y aportan sus conclusiones. El estudio concluye: (1) para que las TIC causen un impacto importante en la educación se requiere del apoyo de un docente como facilitador; (2) El ambiente virtual debe contener recursos multimedia de video, imagen y texto; dichas estrategias cumplen su función siempre que las características del grupo estén definidas y se planteen con base en las conclusiones anteriores.

Este trabajo hace un aporte importante al diseño del modelo computacional que se presenta más adelante, en cuanto a, la integración de estrategias y recursos virtuales al ambiente.

Lagos (2012), desarrolló una investigación con el objeto de diseñar actividades para que los estudiantes de grado séptimo trabajaran: conjeturas, razonamiento geométrico, teoremas y demostraciones con el uso de un procesador geométrico. La metodología contempló cuatro partes: la primera una revisión en la literatura especializada para determinar enfoques y recomendaciones para la enseñanza de la geometría; la segunda, dedicada a la

observación de clases para determinar cómo se presentan contenidos de geometría relativos a circunferencia y sus ángulos, esta sección que se llamó “Observación de clases”; la tercera parte se centró en el diseño de materiales para la enseñanza de la circunferencia y sus ángulos con apoyo de un procesador geométrico; y en la cuarta se realiza la validación del material creado.

Lagos concluye: (1) la revisión bibliográfica sobre enfoque de enseñanza de la geometría rescata los enfoques del National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000) y la Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales (SAEM Thales, 2005), junto con la presentada por el doctor en matemática Van Hiele (Van Heile 1959 citado por Fouz, F. & de Donosti, B., sf), a pesar del prestigio que presentan estos autores e instituciones y de la completa propuesta teórica que ellos proponen; (2) el investigador encontró que existen escasos trabajos desarrollados con estas mismas metodologías especialmente aplicadas a la circunferencia y sus ángulos, en consecuencia, planteó un segundo objetivo que se refiere a determinar cómo se estaban realizando las clases de geometría en enseñanza media chilena, específicamente, en el tema de circunferencia; para alcanzar el objetivo, el investigador realizó sendas sesiones de observación de las clases de matemática de un curso que estuviera revisando el contenido esperado; (3) durante observaciones de clases se pudo verificar el hecho de que los enfoques de enseñanza de la geometría y las habilidades geométricas que se proponen en la literatura no corresponden con la forma con que se está abordando la enseñanza de la geometría, por el contrario, se encontraron debilidades del profesor para implementar actividades que motiven el aprendizaje y conlleven a un proceso de enseñanza aprendizaje más efectivo; (4) El investigador logra además, constatar la afirmación de García y López (2008), acerca de que los profesores limitan la geometría a cuestiones métricas o a un glosario geométrico ilustrado; ellos evitan proponer la geometría como un área propicia para el desarrollo de las habilidades matemáticas que puedan inferir en aprendizaje de otras

áreas. (5) Respecto al diseño y desarrollo de materiales de enseñanza que fomenten el desarrollo de habilidades geométricas se detectaron problemas para encontrar aplicaciones de los contenidos propuestos para esta unidad lo cual se reflejó inconsistencias en el diseño de la actividad 2.

Finalmente, se encontró que el material que se desarrolló fue validado por el único experto que tenía el perfil y experiencia necesaria para realizar esta labor; el investigador sugiere la validación del material desarrollado en ambientes reales de salas de clases donde los estudiantes y profesores puedan poner a prueba la efectividad del material en el desarrollo de habilidades geométricas. Lagos también realiza una revisión bibliográfica de documentos que establecen pautas para enseñanza de la geometría, hace una comparación con el contexto chileno y describe cómo se desarrollan las clases en las instituciones educativas; de otro lado, sugiere revisar los referentes nacionales respecto a la educación en matemáticas.

Jaramillo y Quintero (2014), desarrollaron un proyecto basado en la elaboración de un objeto virtual de aprendizaje (OVA) para las competencias matemáticas centrado en el pensamiento aleatorio de estudiantes de cuarto y quinto de primaria, a partir de los bajos resultados obtenido en las pruebas saber 5° y las pruebas pisa. El estudio tuvo un enfoque cualitativo descriptivo y se aplicó a una población de 37 estudiantes de cuarto, 41 estudiantes de quinto primaria y nueve docentes, de dicha población fue seleccionada una muestra de 22 estudiantes de grado quinto y dos docentes. Una vez se diseñó y desarrolló el OVA se realizó una capacitación tanto para docentes como para estudiantes quienes interactuaron con las actividades propuestas en el escenario virtual; al finalizar el proceso resolvieron una encuesta.

A partir del análisis de los datos se concluyó que los ambientes lúdicos tienen una alta aceptación en los estudiantes pese a las dificultades que se presentaron en cuanto a

recursos. Además, es necesario que los docentes tengan una formación más profunda en cuanto al manejo de herramientas virtuales para hacer un mejor ejercicio como guía del proceso.

De este estudio se resalta el concepto de “lúdica” como parte de los ambientes virtuales que trabajado de la forma adecuada puede contribuir a los procesos de aprendizaje en escenarios computacionales alternativos como lo son los EVA y los OVA.

Prada (2015) desarrolló el proyecto “más tecnología” con el cual pretendía determinar la incidencia de una plataforma de aprendizaje personalizado, complementario e interconectado (APCI) en el desarrollo del pensamiento crítico. Se tomó una muestra de 30 estudiantes de noveno grado de edades entre 12 y 14 años de escuelas particulares populares en Guayaquil Ecuador Esta población fue escogida por pertenecer al quintil uno de pobreza, además de los estudiantes se seleccionaron 2 maestros mayores de 30 años para la medición. En la investigación se trabajó con un diseño metodológico de pretest - postest. En el experimento se utilizó el “cuestionario de competencias genéricas individuales de “Olivares y Wong”; antes de hacer los ejercicios de la plataforma virtual se hizo una fundamentación acerca de APCI. Al final del experimento se realizaron entrevistas relacionadas con la opinión de la plataforma tanto a estudiantes como a profesores. Como conclusiones obtuvieron que la plataforma promueve habilidades de flexibilidad, capacidad de plantear juicios fundamentados en la información objetiva en la selección, categorización y análisis de la información. El documento presenta un ejercicio de medición riguroso que se retoma como ejemplo para el diseño metodológico de la investigación que se aspira dejar propuesta.

Capítulo III

Marco Teórico

Enseñanza De La Geometría

La geometría es una parte antigua de las matemáticas que nace con la capacidad de razonamiento del ser humano e intenta comprender cómo está conformado el mundo a su alrededor y la interacción que existe entre los objetos que lo conforman, así mismo, intenta replicar la naturaleza en la representación de objetos cotidianos que han sido elaborados por su mano, como la construcción de edificaciones, medios de transporte y objetos que evidencian los avances de la civilización. (Camargo y Acosta, 2012) la geometría es una rama de las matemáticas de múltiples aplicaciones que es desarrollada desde dos polos: el empírico al que se le atribuyen la percepción, la visualización, y el carácter instrumental de la geometría; y el teórico que se encarga de la parte conceptual, formal, deductiva y rigurosa de la geometría como parte de la ciencia. La ligadura de los polos se ha evidenciado a lo largo de la historia por medio de las actividades humanas, sociales, culturales, científicas y tecnológicas. El ser humano ha tenido el deseo de representar el mundo por medio de sus construcciones desde el inicio de la civilización, de esto nace el encanto por las edificaciones simétricas y la regularidad en sus formas.

La geometría es el idioma universal que permite describir y construir representaciones imaginarias del mundo, así como también, permite transmitir la percepción que se tiene del mismo. Para entender la geometría es necesario comprender sus contenidos, la forma en que se percibe y las características que puede desarrollar quien domina este conocimiento, es decir, integrar el conocimiento y el entendimiento del entorno por medio de los sentidos con la expresión más clara y explícita de sus ideas.

La geometría también se concibe como una rama importante de las matemáticas que permite a las personas entender el mundo a través de comparar formas, objetos y sus conexiones (Gunhan, 2014).

Hoffer (1990) define el aprendizaje de la geometría como el desarrollo de un conjunto de habilidades, entre ellas las lógico-visuales. Plantea que la geometría es un tema visual que se relaciona con pruebas que se le puedan presentar directamente al estudiante; la capacidad de expresar ideas por medio de imágenes, diagramas y elaboración de dibujos para encontrar solución a diversos problemas, así mismo, permite analizar de forma argumentativa modelos representacionales para reconocer los argumentos válidos e inválidos que se presentan y replicar estos conocimientos en diferentes contextos.

Son estudios como los de Hoffer y Gunhan los que sustentan el desarrollo de las habilidades geométricas, entre estas las visuales y lógicas, en el proceso enseñanza aprendizaje de la geometría.

Habilidades Geométricas

Es común que se confundan y se utilicen sin distinción los términos aptitud, destreza, habilidad, y competencia algunos autores apuntan que cada uno de estos son, en sí mismos, aptitudes por esta razón se encuentran ligeramente relacionados y es necesario definir cada uno de ellos.

Aptitud. Postura o capacidad innata con la que cuenta una persona para para efectuar determinada actividad, también se conoce como la característica psicológica que permite pronosticar comportamientos en situaciones futuras de aprendizaje.

Destreza. Hace referencia a la capacidad que adquiere una persona a través de la experiencia para desarrollar una actividad de forma correcta.

Habilidad. Comúnmente se asigna el significado de habilidad a la capacidad que posee una persona para desarrollar una tarea con facilidad.

Competencia. Se refiere a la forma que posee una persona para enfrentarse a cualquier situación para lo que recurre a nociones, conocimientos, informaciones, procedimientos métodos técnicas y otras competencias.

Este trabajo no difiere con estas definiciones, al contrario, intenta describir dos tipos de habilidades presentes el aprendizaje de la geometría, en este apartado se construye una definición para las habilidades visuales y otro para la habilidades lógicas, influenciadas por el trabajo de personas que también se han encargado de definir las.

Habilidad visual. El ser humano receptivo por naturaleza toma información del espacio que habita por medio de los sentidos, en gran medida esta información se obtiene por el mundo visual. Las formas presentes en la naturaleza y las construcciones humanas aportan impresiones que se consolidan en el tiempo y pueden reaparecer en la memoria de los sujetos cuando estos lo requieran. Hoffer (1990) señala que gran parte de la geometría se deriva de la habilidad visual que percibe la información del entorno a través de los sentidos. Esta información comparada con la almacenada en la memoria complementa o genera conocimiento. Gunhan (2014) considera que en un contexto educativo, las herramientas visuales se convierten en las estrategias de aprendizaje de la geometría teniendo en cuenta que la visualización es la manera en que el estudiante reconoce formas, crean objetos y encuentran relaciones entre ellos.

Habilidad lógica. Hoffer (1990) sostiene que en el contexto geométrico reconocer diferencias y similitudes entre figuras hace referencia a la lógica, mejor dicho, hace parte de las habilidades lógicas. Hoffer define que las habilidades lógica como las capacidades con que cuentan los estudiantes para analizar y evaluar la validez de los argumentos con el fin de solucionar los problemas geométricos que se les planteen. En el mismo sentido Gunhan (2014) se refiere a la argumentación lógica como la capacidad de resolver problemas en geometría a través del razonamiento y la observación.

Es importante señalar que la experticia en el desarrollo de estas capacidades es producto del conjunto de experiencias similares que pueda haber experimentado una persona, tal como lo sugiere Piaget(1965) cuando señala que todo el conocimiento especialmente el entendimiento lógico matemático se origina de las acciones con el mundo, por tal razón, la confrontación de los objetos, su ordenación, su reordenación y la evaluación de su cantidad son las primeras manifestaciones del pensamiento lógico matemático que una persona desarrolla durante la infancia. Estas habilidades se desarrollan a través de cinco niveles hasta alcanzar el nivel de rigor, según plantean los Van Hiele.

Niveles De Razonamiento

Van Hiele (1957), sugiere que existen niveles de razonamiento geométrico los cuales obedecen a una jerarquía conceptual, en su orden: nivel de reconocimiento, nivel de análisis, nivel de ordenamiento, nivel de deducción formal y nivel de rigor. La organización de estos niveles de razonamiento, tienen como propósito identificar los diferentes problemas de aprendizaje observados en los estudiantes durante la experiencia docente. Los niveles están caracterizados por:

Nivel 1 reconocimiento. Para este nivel los estudiantes manejan solamente información visual y cuya forma de razonamiento no puede ser considerada como propiamente matemática.

Se caracteriza porque: Logran establecer cuáles son las partes de una figura, aunque no identifican la relación entre estas, tampoco clasifican la figura como parte de un grupo particular por lo cual no utilizan un lenguaje adecuado para describirlas.

Nivel 2 análisis. Los estudiantes empiezan a reconocer la presencia de propiedades matemáticas de los objetos, aunque el razonamiento se sigue basando en la percepción física.

Se caracteriza porque: los estudiantes a través de la experimentación se hacen conscientes que las figuras geométricas están compuestas por partes y estas poseen

determinadas propiedades, no relaciona ni clasifican figuras a pesar de identificar sus componentes.

Nivel 3 clasificación. Los estudiantes comienzan a desarrollar la capacidad de razonamiento riguroso y se es capaz de manejar los elementos más simples del sistema formal (definiciones o implicaciones de un solo paso).

Se caracteriza porque: Relacionan las propiedades que tienen en común diferentes figuras geométricas y aceptan la demostración matemática de sus propiedades, aunque no comprenden la estructura de una demostración; sus conocimientos se siguen basando en la manipulación de lo tangible.

Nivel 4 deducción formal. Los estudiantes completan la formación del razonamiento matemático lógico-formal de los individuos.

Se caracteriza por: Es posible que piensen en las ideas del nivel anterior, pero razonando o justificando sus afirmaciones rigurosamente. Usan argumentos deducidos formalmente pero no investigan los sistemas axiomáticos en sí mismos.

Nivel 5 rigor. Por último, en este nivel se adquieren los conocimientos y habilidades propias de los matemáticos profesionales.

Se caracteriza por: Los estudiantes son capaces de prescindir de cualquier soporte concreto para desarrollar su actividad matemática. Aceptan la existencia de sistemas axiomáticos diferentes, pueden analizarlos y compararlos.

Para la propuesta elaborada en este documento se retoman los aspectos teóricos desarrollados anteriormente y se determina lo siguiente:

Para efectos de esta investigación se establece que en la habilidad visual y la habilidad lógica se desarrollan en función de los tres primeros niveles de la teoría de los Van Hiele que han sido renombrados para mayor entendimiento de algunos aspectos: *reconocer*, *examinar* y *clasificar*, para cada uno de estos niveles es posible observar un conjunto de actitudes, así

entonces, *reconocer* se configura como la actividad de identificar hábilmente las propiedades físicas de un objeto o una figura según lo requiera la situación, *examinar* permite interactuar con el objeto o figura para comprender propiedades que no se reconocen a simple vista y *clasificar* puede señalar condiciones específicas de un conjunto en particular. Para un mejor análisis en la investigación se plantean unas categorías por habilidad basadas en la teoría Van Hiele de los niveles.

Las categorías de análisis para la habilidad visual.

Reconoce.

- El sujeto usa las propiedades que a simple vista se asemejan en las figuras para categorizarlas. El estudiante por medio de la visualización observa las figuras y reconoce factores similares en ellas, un ejemplo de ello es cuando notan como está conformado el Tangram que figuras lo componen y cómo encajan entre sí.
- Relaciona las figuras con elementos del entorno. Entiende que lo que existe en su entorno está compuesto por figuras geométricas, asume que las ventanas de las casas son cuadriláteros y las montañas se parecen a un triángulo, si le pedimos a los estudiantes que hagan un dibujo del sol imagina un círculo con puntas, incluso, si se dibujan a sí mismos, la cabeza es un círculo y su tronco es un cuadrado.
- Identifica las características físicas de una figura. Reconoce que tiene elementos como los lados, vértices y ángulos pero aun no es claro para el estudiante su nombre o la función que desempeñan. Comprende que la figuras como los triángulos y cuadrados, cuentan con esquinas unas con puntas más largas que otras.
- Separa las figuras compuestas con facilidad. Evidencian que las figuras básicas como el triángulo y el cuadrado hacen parte de otra más complejas o elaboradas. En el momento de presentar una la silueta para armar su figura con el tangram deben

observar las puntas y los ángulos que se forman para encontrar la ubicación de las 7 figuras que lo componen.

- El sujeto construye una versión mental para sí mismo a partir de la imagen que ve. Desde la interacción que ha tenido con la figura el estudiante crea su propia representación. En el momento en el que se le propone dibujar objetos con una forma definida o seleccionar objetos con la misma forma, el estudiante recuerda la imagen que tiene de la figura.

Examina.

- Los sujetos interpretan la parte física del análisis matemático y reconocen las características físicas de una figura en una ecuación matemática, base, altura, lado, radio, entre otras; cuando se les pide el área de un cuadrado ubican los lados de manera visual, al contar una serie de cuadrados incluidos dentro de uno más grande suman los lados de la figuras más pequeñas para obtener otra figura más grande.
- Los sujetos describen la figura a partir de sus propiedades físicas teniendo en cuenta conceptos concretos. Cuando hablan de figuras geométricas conocen con mayor formalidad sus características, reconocen vértices, ángulos, etc., así mismo ubican las propiedades por su nombre. En el momento en el que se les da una serie de triángulos logran diferenciar su tipo según los ángulos que los conforman.
- Identifican las mismas propiedades en diferentes figuras sin clasificarlas como una misma. Descubren similitudes entre figuras como el número de lados, pero, comprende que no son la misma sino que pertenecen a un mismo grupo.
- Hace que las figuras interactúen de diferentes maneras con otras figuras. Entiende que no solo existen relaciones de posición y que al unir las figuras forma una mayor y sus propiedades matemáticas se suman para convertirse en una sola.
- Experimentan con las figuras y observan componentes matemáticos.

Clasificar.

- Los sujetos encuentran variables similares en las ecuaciones. El estudiante comprende que así como algunas figuras comparten características físicas, las ecuaciones comparten variables semejantes con las que se pueden hallar propiedades como área y perímetro entre otras.
- Relaciona propiedades formales como los lados y los ángulos. Comprenden de manera concreta las partes de una figura llamándola por su nombre.
- Observa diferencias y similitudes entre las figuras. Comprende la semejanza que tienen las figuras en cuanto a las características que comparten físicamente.

Las categorías de análisis para la habilidad lógica son:

Reconocer.

- Define un orden para organizar las figuras según su necesidad. El estudiante a partir de lo que logra ver en las figuras crea una especie de categorías en las cuales encasilla las figuras a partir de lo que logra ver para de esta forma recordarlas. Cuando ven las figuras que conforman el tangram por primera vez reconocen 7 figuras y descubren que en su mayoría son triángulos.
- Crea una relación con la geometría del entorno. Al comprender las propiedades o partes de la figura el estudiante entiende que hay objetos a su alrededor similares a dicha forma. La interpretación que hacen de su entorno al dibujar se convierte en una serie de figuras geométricas conformando un paisaje o una persona.
- Orienta las figuras según sus características físicas. Encuentra que las figuras se complementan y crea un patrón de relación, de tal forma que, dicha relación haga que el estudiante encaje las figuras formando una más grande que en teoría es lo que se pretende con el Tangram.

- Relaciona la imagen mental con lo que realiza. A partir de la construcción mental que realiza el estudiante al interactuar con las propiedades de una figura: forma, concepto, etc. puede asociarla con sus acciones sin la necesidad de ver explícitamente o leer acerca de la figura.
- Identifica las figuras geométricas como parte de un elemento mayor. Reconoce que los objetos están compuestos por figuras geométricas, luego comienza a identificar que los objetos más grandes están contruidos por formas que ya conoce. Al pedirles que construyan una figura con el Tangram, los estudiantes forman objetos del común por medio de las 7 figuras teniendo en cuenta propiedades como el tamaño y sus ángulos.

Examina.

- Relaciona las operaciones matemáticas con las propiedades de la figura. El estudiante analiza la similitud entre una ecuación con la propiedades que evidencia de una figura. Cuenta cuántos lados tiene una figura y reconoce el ancho y el alto.
- Reconocen una figura a partir de la relación de sus conocimientos con lo que están observando. Por medio de una serie de características que el estudiante tiene presentes habla de la figura sin necesidad de tenerla físicamente.
- Diferencia y relaciona figuras con características similares. Entiende el estudiante que hay distintas figuras con la misma cantidad de puntas, pero que no por esto son la misma figura; un cuadrado no es igual que un rectángulo y un triángulo equilátero no es igual que uno isósceles.
- Crea su definición a partir de la intención con la figura y sus conceptos. La experimentación con la figura hace que los estudiantes creen su propia idea de una figura usándola como definición.
- Comprueban teoremas matemáticos a partir de la experimentación.

Clasificar.

- Relacionan las propiedades de las figuras con las variables de las ecuaciones. El estudiante crea una relación entre la propiedad física de la figura y los elementos particulares de una ecuación.
- Comprenden con mayor facilidad explicaciones verbales y escritas. El estudiante crea su propio concepto enriquecido con las demostraciones matemáticas al momento de realizar una actividad que no tiene una explicación gráfica, también tiene la capacidad de interpretar conceptos complejos.
- Diferencia las figuras a partir de propiedades específicas como los ángulos. Conoce mejor la figura, a partir de esto, el estudiante diferencia una figura de otra desde sus propiedades más específicas.

El Tangram y el Origami como Estrategia Didáctica

Los términos “tangram y origami como estrategia didáctica” conforman una variable que hace parte de la pregunta de investigación, para precisar su significado, se parte del concepto general de estrategia, luego se transfiere este concepto al de estrategia de aprendizaje y finalmente se aborda el concepto de estrategia didáctica.

La estrategia se define como el conjunto de procedimientos, acciones o pasos planificados que se realizan para alcanzar una meta, si se transfiere este concepto al campo educativo, se entiende como estrategia de aprendizaje a la serie de pasos o procedimientos que lleva a cabo el estudiante para aprender y si además, se traslada el concepto al dominio de la didáctica; se puede definir la estrategia didáctica como la secuencia de acciones definidas y orientadas por el docente para que el estudiante organice y estructure su aprendizaje. Las estrategias didácticas se caracterizan por ser una serie de premisas estructuradas de forma escrita para alcanzar un objetivo específico. El éxito de la estrategia

didáctica se basa en la planificación y la constante reflexión del docente durante su aplicación.

Tanto las estrategias de aprendizaje como las estrategias didácticas se constituyen en un conjunto de procesos de carácter individual que se concretan de acuerdo con características del sujeto como: conocimientos previos, objetivos, capacidades que se requieren, dominio de técnicas de estudio, intereses personales, fortalezas, debilidades, uso de recursos entre otras. El uso de estrategias en la realización de tareas de aprendizaje o en la solución de problemas produce la suficiente autonomía para enfrentar nuevas situaciones más complejas que se puedan presentar.

Materiales didácticos concretos. Villarroel y Sgreccia (2011) plantea que los materiales didácticos concretos se refieren a todo objeto que usa el docente y los estudiantes para potenciar el proceso de enseñanza aprendizaje en las matemáticas con el fin de reforzar acciones habituales en el proceso como la construcción y entendimientos de conceptos y la ejercitación para mejorar la actitud de los estudiantes durante cada parte del proceso.

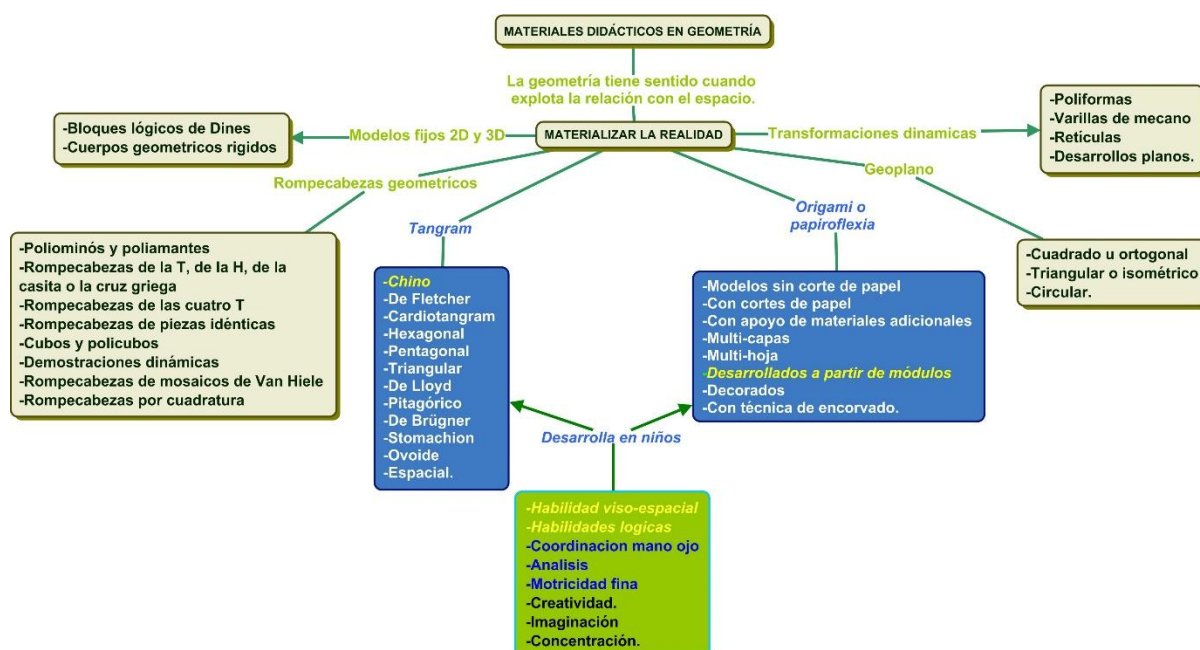


Imagen 1 Materiales didácticos concretos en geometría

Tangram. Es un juego antiguo de origen chino que fue llamado Chi Chiao que significa “juego de los siete elementos”. El tangram está conformado por siete piezas, cinco triángulos rectángulos de diferentes tamaños, un cuadrado y un paralelogramo. La finalidad de este rompecabezas es usar todas las piezas para construir una figura, existen hasta más de 1600 formas distintas. Este juego tiene como propósito formar habilidades mentales, mejorar la inteligencia espacial, la capacidad para analizar problemas geométricos a partir de figuras planas, fomenta la creatividad, la capacidad de autoaprendizaje y la interpretación de formas a partir de ejemplos, entre otros. Este antiguo juego tiene dos condiciones, la primera es que las piezas no deben superponerse en ningún caso, y la segunda es que sin importar el tipo de figura que se arme deben utilizarse las siete piezas.

Este rompecabezas ha sido utilizado por profesores del área de geometría como estrategia didáctica para el desarrollo de conceptos de geometría o valores en las aulas. En el área de matemáticas más específicamente en la geometría, el tangram contribuye al desarrollo del sentido espacial y la concentración, también desarrolla conocimientos lógico-matemáticos y percepción visual, facilita comprensión de geometría plana y permite entrenar la percepción de la composición de una figura.

Origami. Se llama papiroflexia al arte de doblar papel. El origami es la actividad mediante la cual es posible transformar el papel en representaciones tangibles del mundo como la naturaleza, los seres vivos u objetos. El origami se originó en Japón, país en el que durante mucho tiempo se desarrolló como una actividad propia de las élites de esa sociedad y fue solo con la invención del papel a mediados del siglo XIV como se popularizó su práctica y posterior expansión a occidente en el siglo XVIII.

Según (Decio y Battaglia 2017) citado por Rivera (2018) Akira Yoshizawa utilizó esta herramienta como método de enseñanza de la geometría al personal administrativo de su

empresa; luego, Yoshizawa hizo diferentes aportes a los símbolos y a la interpretación gráfica de los dobleces. El origami en la educación ha jugado un papel importante (Riviera, 2018) contribuye el mejoramiento de ciertas aptitudes como: destreza manual, motivación, incremento en la autoestima, memoria, creatividad, entre otras. Estas aptitudes se reflejan el campo matemático. Por medio de la papiroflexia se puede observar la relación de la geometría con respecto al contexto real y se usa como recurso para apoyar la explicación teórica; con el origami se tratan conceptos de simetría, giros, traslaciones, bisectrices entre otros.

Ambiente De Aprendizaje

Un ambiente de aprendizaje se caracteriza por responder a las necesidades del estudiante frente a un objeto de estudio predeterminado también por permitir la interacción entre el usuario y el sistema sin el docente como el actor principal, quien en este caso ocupa la función de facilitador de las herramientas necesarias para que el estudiante desarrolle sus estrategias de aprendizaje. (Jonassen, 1999) plantea que un modelo para la construcción de ambientes de aprendizaje constructivistas centrados en el aprendiz. Describe la estructura de un ambiente por medio de: problema, casos relacionados, recursos de información, herramientas cognitivas, herramientas de colaboración y apoyo del contexto. Agrega que estas son desarrolladas junto con las herramientas de apoyo en las instrucciones como el modelado, el entrenamiento y los andamiajes.

Los andamiajes se constituyen en las estrategias de enseñanza diseñadas por el maestro para que los estudiantes sin distinción alguna alcancen el logro de aprendizaje, y establezcan comportamientos que les permitan regular su aprendizaje. Los andamiajes se caracterizan por tener: objetivos de aprendizaje, los cuales configuran metas de aprendizaje para el estudiante; apoyo social por parte del maestro para el estudiante que depende del nivel de avance respecto al objetivo educacional; el profesor constantemente evalúa el apoyo que

requiere cada estudiante en función de sus necesidades educativas; y por último en circunstancias de aprendizaje no existe el desvanecimiento total del apoyo social. El apoyo social suministrado por el profesor trata de cómo maestro y estudiante se involucran en el desarrollo de la tarea, en primer lugar, con participación más activa del profesor que cede el protagonismo al estudiante en la medida que demuestra haber desarrollado determinado dominio del conocimiento específico, en ese momento el profesor desvanece gradualmente su acompañamiento para que el estudiante maneje de forma autónoma su proceso.

Capítulo IV

Metodología

Diseño De Investigación

La investigación se desarrolla bajo un enfoque fenomenológico por cuanto se trata de observar las percepciones, las interpretaciones y las acciones que ejecutan los estudiantes mientras resuelven una tarea de aprendizaje que consiste en usar el tangram o la papiroflexia para representar modelos de objetos y/o animales; tal observación se realiza con el propósito de comprender el fenómeno en estudio, así que, la investigación es más de corte cualitativo con énfasis en la descripción del proceso.

El ejercicio consistió en observar durante cuatro sesiones, las respuesta que los estudiantes daban como resultado de la ejecución de actividades enfocadas en el uso del Tangram y Origami para representar modelos de objetos y así desarrollar habilidades visuales y de razonamiento lógico propias del dominio de la geometría.

Población

La población objeto de estudio está conformada por los 2600 estudiantes matriculados formalmente en la Institución Educativa Distrital Virginia Gutiérrez de Pineda (IED) de la ciudad de Bogotá. Los estudiantes de preescolar a grado once se distribuyen en las dos jornadas de estudio que funcionan en el colegio; la mitad aproximadamente estudia en jornada de la mañana y la otra mitad en jornada tarde.

Muestra

En el estudio se tomó una muestra de 20 estudiantes (6 niños y 14 niñas) con edades comprendidas entre los 9 y los 13 años de estrato socioeconómico 1, 2 y 3 que hacen parte

del grado quinto de primaria (curso 501). El ejercicio de investigación se llevó a cabo en el espacio académico de la asignatura de matemáticas.

Fases de la investigación

Primera fase: elaboración instrumentos.

Entrevista. Se elaboró un formato de entrevista que contiene preguntas relacionadas con la caracterización de la población y con el mecanismo de selección de la muestra. Este instrumento se aplicó a la directora de grupo que también está encargada de las áreas de matemáticas y geometría.

Guías de trabajo. Se diseñaron dos guías de trabajo una con el uso del tangram y otra con el uso de origami para estimular y facilitar el desarrollo de las habilidades visual y de razonamiento lógico de los estudiantes. (Ver apéndices 1, 2 y 3)

Guía tangram. Está compuesta por una serie de actividades, que inicia con una lectura del significado, origen, composición y aplicación del tangram, luego se realizaron tres actividades orientadas a representar por medio de las fichas del tangram algunos objetos específicos.

En el primer ejercicio se propuso representar la silueta de una garza con el uso de todas las fichas del tangram y luego dibujar la solución en una cuadrícula. El segundo ejercicio de esta guía pretende que los estudiantes logren representar la silueta de la figura propuesta (caballo), por medio de la identificación de la secuencia correcta del orden de las siete piezas, entre las presentadas como posibles respuestas. El tercer ejercicio consistió en escoger una imagen de entre un grupo de imágenes de árboles o de frutas para ser interpretada y representada por los estudiantes con la ayuda de las siete piezas del tangram, posteriormente dibujan esa representación en una cuadrícula.

Guía origami. Se diseñó una guía instructiva que al inicio describe los orígenes del origami y una breve introducción al origami modular, en seguida, propone una actividad junto a un listado de instrucciones ilustradas para la construcción de las seis piezas de un modelo de origami modular. La guía va acompañada del material para la elaboración del modelo.

Guía ejercicios de lógica. La intervención cuenta con cuatro actividades enfocadas a reconocer el estado de desarrollo de habilidades visuales y lógicas de los estudiantes, estos ejercicios proveen distinto grado de dificultad. El primer ejercicio muestra una serie de cuadrículas de tres tamaños distintos y tiene como propósito identificar cuántos cuadrados se pueden conformar a partir de la unión y la superposición de un cuadrado más pequeño. El segundo ejercicio propuso un esquema triangular de seis círculos en los cuales debían organizar los números del uno al seis sin repetirlos de tal forma que la suma para cada lado del triángulo obtuviera el mismo resultado. El ejercicio tres propuso un laberinto triangular que empezaba en uno de sus lados y debían terminar cuando llegara al centro del mismo. Por último, un ejercicio que requería ubicar una serie de puntos en el plano cartesiano y posteriormente unirlos con trazos para obtener una figura.

Para cada una de las actividades que se trabajaron en las guías se diseñó y se aplicó un cuestionario con el fin de medir los procesos cognitivos realizados por el estudiante durante su desarrollo.

Rúbrica de evaluación. Se diseñó una matriz en la que se cruzan la habilidad y el nivel de desarrollo de dicha habilidad. Este instrumento se elaboró con el fin registrar comportamientos observables y niveles de logro que alcanza cada estudiante en el desarrollo de las habilidades visuales y lógicas.

Segunda fase: desarrollo de la investigación.

Tabla 1 Fases de la investigación.

	Fecha / duración	Descripción
Caracterización	21/05/2019 8:00-10:00 a.m. 23/05/2019 8:00-10:00 a.m.	Durante el primer encuentro con la población de estudiantes se lograron establecer las características generales del grupo como por ejemplo promedio de edad, necesidades educativas especiales, contenidos desarrollados en geometría; el instrumento utilizado para este fin fue una entrevista no estructurada aplicada a estudiantes y director de curso. Con la información recabada se determinó que la población ha trabajado diferentes temas desde la geometría.
Intervención uno	28/05/2019 7:00-10:30 a.m.	En la segunda sesión, el grupo trabajó con el Tangram. En esta actividad se contó con una guía de apoyo que señala su historia, componentes, cómo utilizarlo y una serie de ejercicios que requerían del uso del mismo.
Intervención dos	6/05/2019 7:00-10:30 a.m.	En el tercer momento de esta intervención se utilizó el Origami; igual que en la sesión anterior, esta actividad contó con una guía de apoyo compuesta por un relato sobre el origen y los tipos de Origami, seguido de una serie de pasos de como doblar el papel para

construir un cubo por medio de módulos.

Test final	13/05/2019	Finalmente, se hizo una última visita con el fin de identificar si las actividades contribuyeron a la ejercitación de las habilidades visual
	7:00-10:30 a.m.	y lógica, y de esta manera adaptarlas para un ambiente virtual de aprendizaje para la geometría.

Tercera fase: recolección de datos. La recolección de datos se realizó a lo largo de cada una de las intervenciones. Las guías de trabajo contienen actividades que requieren de la implementación de otras herramientas como el tangram y el origami para dar respuesta a los ejercicios propuestos. Además de dichos ejercicios, en las guías se elaboraron preguntas que intentaban responder a qué proceso o serie pasos habían desarrollado para dar respuesta a cada uno de los ejercicios. También se cuenta con grabaciones de audio y video de cada intervención con los estudiantes.

Capítulo V

Análisis Y Resultados

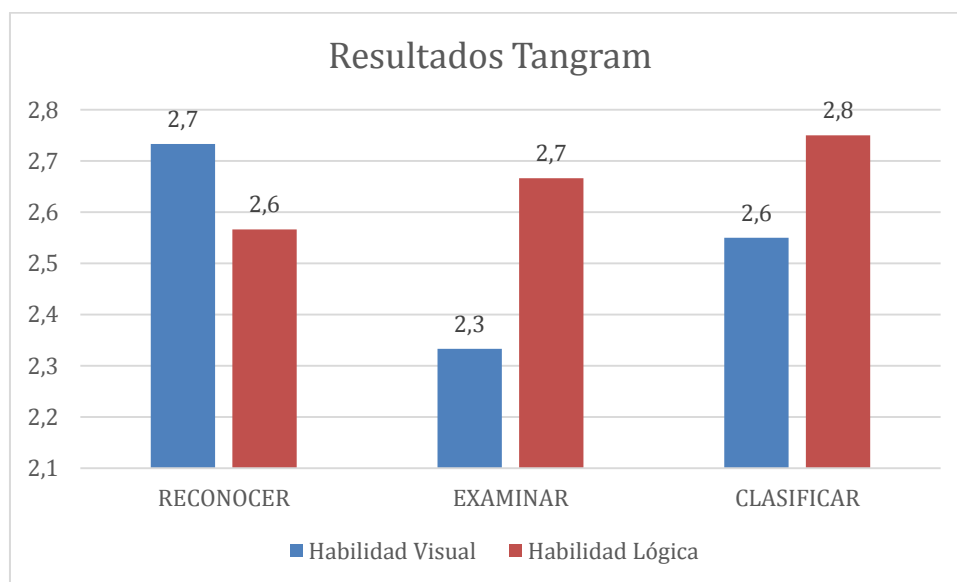
Con el propósito de analizar los datos que se recolectaron a través de los diferentes instrumentos se procede a realizar una estadística descriptiva de los diferentes niveles que dan cuenta del desarrollo alcanzado en las habilidades visuales y lógicas del dominio de conocimiento de la geometría. Los datos se recolectaron a partir del desarrollo de las actividades planteadas en dos guías de trabajo: una con el uso del tangram y otra con el uso del origami, además, se plantearon una serie de ejercicios que debían solucionarse después de terminar el trabajo con las guías.

Estadística Descriptiva

A continuación se presenta el promedio que alcanzaron los estudiantes en cada uno de los tres niveles de razonamiento: reconocer, examinar y clasificar que hacen parte de las habilidades visuales y lógicas del dominio de la geometría. En el desarrollo de la experiencia se utilizaron dos recursos didácticos: el tangram y el origami; los datos recolectados con el uso de cada recurso didáctico se analizan y se muestran por separado. (Ver anexos 1 y 2)

Resultados alcanzados con el uso del tangram. En la tabla No. 1 se muestran los promedios que logró el grupo objeto de estudio con el uso del tangram con la guía de trabajo número uno. Se aclara que las calificaciones oscilan en un rango comprendido entre 0 y 5.0 con un punto medio de 2.5. Los resultados generales muestran que las calificaciones se ubican ligeramente por encima del punto medio, pero, por debajo del 60% a excepción del desarrollo de la habilidad visual en el nivel “*examinar*” que se ubicó por debajo del punto medio.

La tabla No. 1 también muestra mejores desempeños con el uso del tangram en el nivel *clasificar* para la habilidad lógica a comparación del mismo nivel de la habilidad visual, en el nivel *reconocer* el uso del tangram favoreció ligeramente la habilidad visual, mientras que el nivel *examinar* establece que los mejores desempeños con el uso del tangram favorecieron el desarrollo de la habilidad lógica en comparación con los resultados de la habilidad visual. (Ver grafica 1)

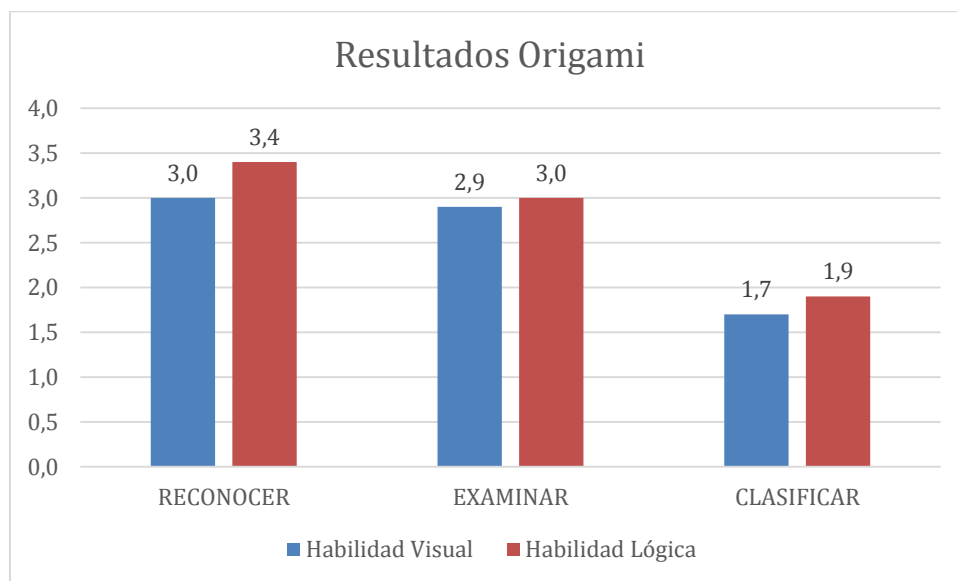


Grafica 1 Resultados tangram por niveles.

Resultados alcanzados con el uso del origami. En la tabla No. 2 se observan los promedios que alcanzó el grupo objeto de estudio con el uso del origami. Los puntajes señalan resultados superiores al punto medio en el desarrollo de los niveles *reconocer* y *examinar* de las habilidades visual y lógica, por el contrario, los puntajes del nivel *clasificar* se ubican por debajo del punto medio.

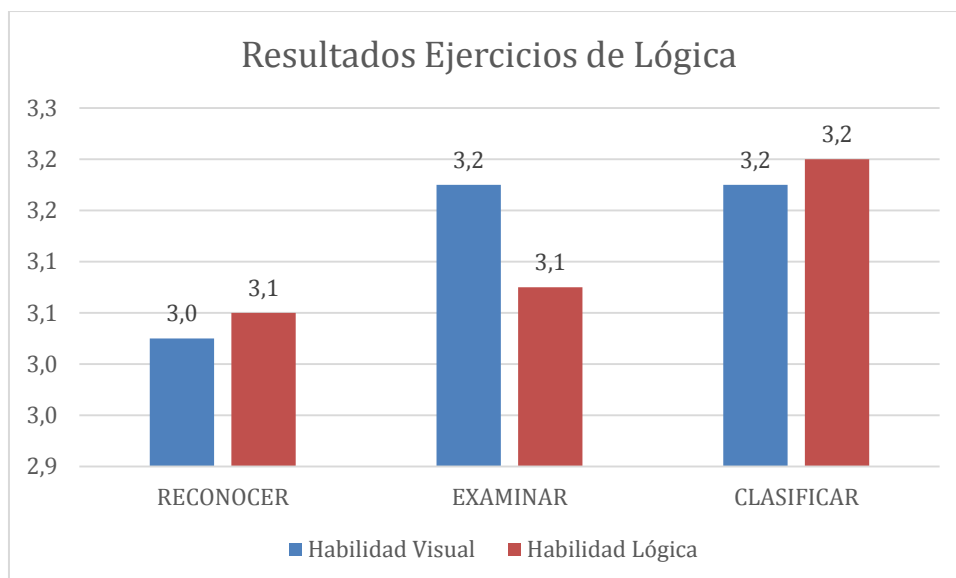
La tabla No. 2 El uso del origami muestra que en los tres niveles se obtuvieron mejores resultados para la habilidad lógica, aunque, estos no están muy por encima de los resultados de la habilidad visual. Llama la atención el desempeño en el nivel *clasificar* que se ubica abajo del punto medio ya que alcanza los valores de (1.7) en la habilidad visual y (1.9)

habilidad lógica. Aunque en los 3 niveles se observan diferencias muy pequeñas entre las dos habilidades. (Ver grafica 2)



Grafica 2 Resultados origami por niveles

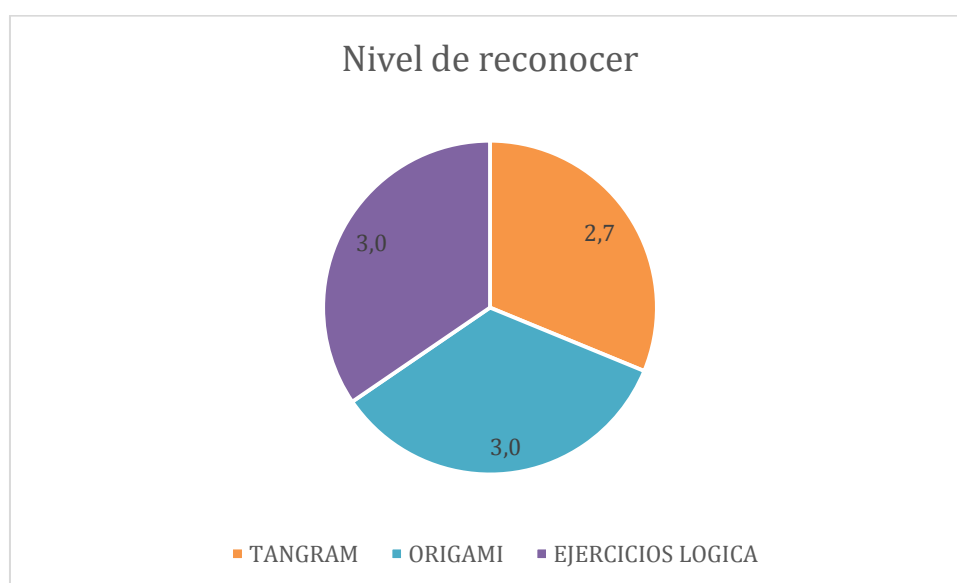
Resultados alcanzados con el uso de los ejercicios de lógica. La tabla No. 3 muestra los resultados alcanzados por el grupo objeto de estudio con el uso del origami. En general los resultados indican que, las habilidades visual y lógica en los tres niveles de razonamiento superan el punto medio se ubican un poco más arriba del 60%. Los datos señalan mejores desempeños en los niveles *reconocer* (3.1) y *clasificar* (3.2) de la habilidad lógica con respecto a los mismos niveles de la habilidad visual; en cambio, en el nivel *examinar* obtienen mejores resultados en la habilidad visual. (Ver grafica 3)



Grafica 3 Resultados de ejercicios de lógica por niveles

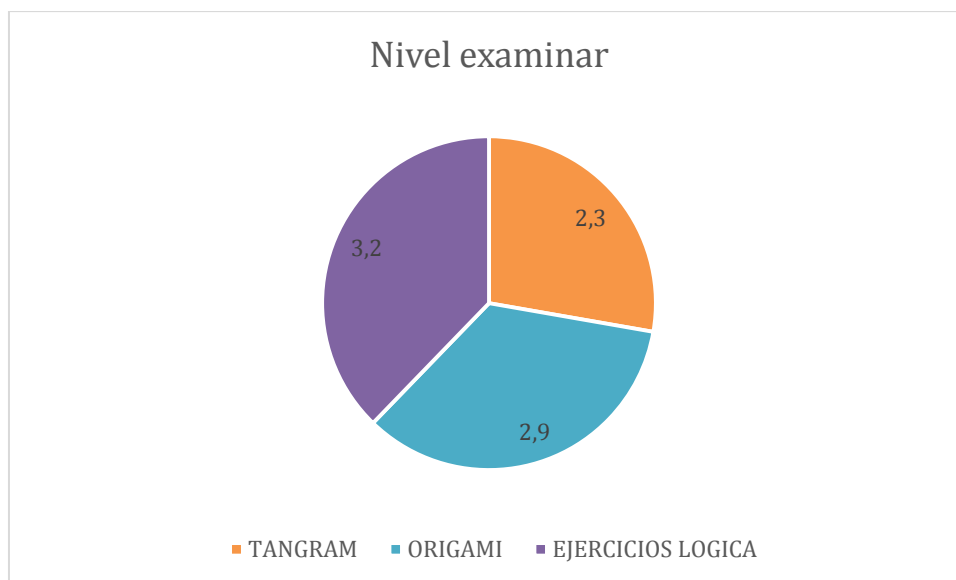
Resultados de las actividades (*tangram, origami y ejercicios de lógica*) en el desarrollo de los tres niveles de razonamiento en la habilidad visual.

Nivel de reconocer. En la gráfica 4 se observan promedios de (2,7, 3,0 y 3,0) cuando usan tangram, origami o solucionan ejercicios de lógica respectivamente (ver grafica 4). Las actividades que permiten un mejor desempeño son las que implican el uso del origami (3,0) y los ejercicios de lógica (3,0), en cambio, las que implican el uso del tangram muestran un desempeño más bajo (2,7).



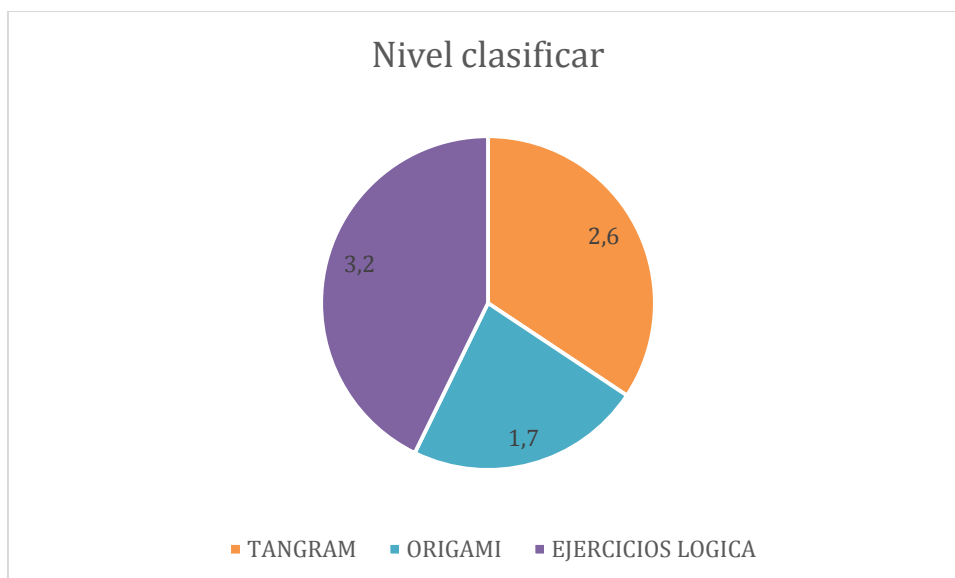
Grafica 4 Nivel de reconocer en la habilidad visual.

Nivel examinar. En la gráfica 5 se observan los promedios (3.2, 2.9 y 2.3) alcanzados por el uso de las actividades ejercicios de lógica, origami y tangram respectivamente (ver gráfica 5). La actividad que permitió un mejor desempeño fue la de ejercicios de lógica (3.2) seguido por la actividad de origami (2.9) y la que menor desempeño obtuvo fue la actividad de tangram (2.3) siendo esta nuevamente la actividad con los resultados más bajos.



Gráfica 5 Nivel de examinar en la habilidad visual.

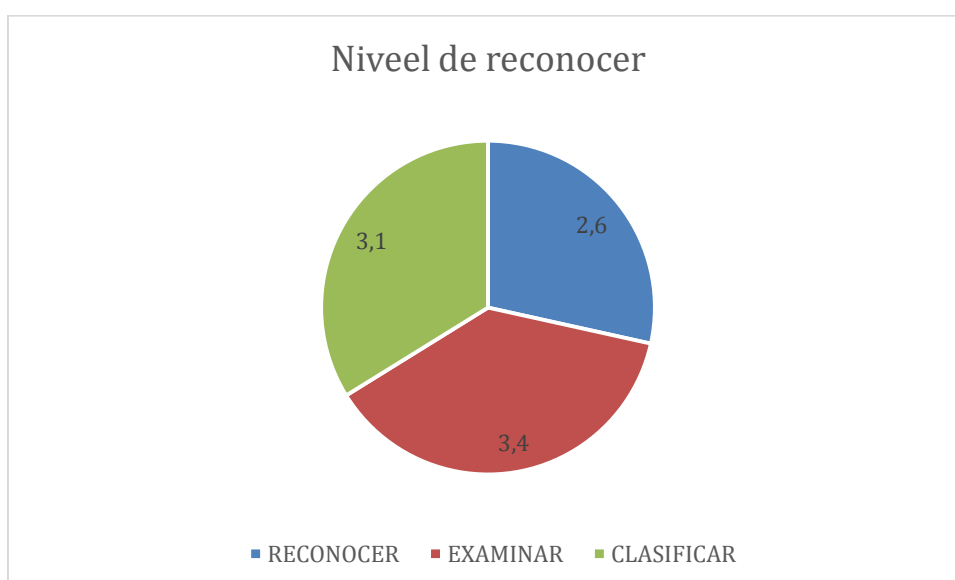
Nivel de clasificar. Los promedios alcanzados por las actividades ejercicios de lógica, tangram y origami para este nivel fueron (3.2), (2.6) y (1.7) respectivamente (Ver gráfica 6) indican que se alcanzaron desempeños más altos para este nivel con la actividad de ejercicios de lógica (3.2), seguido por los resultados del tangram que alcanzaron una valoración arriba del punto medio (2.6) y por último se ubican los puntajes más bajos alcanzados con el desarrollo de la actividad de origami (1.7).



Grafica 6 Nivel de clasificar en la habilidad visual

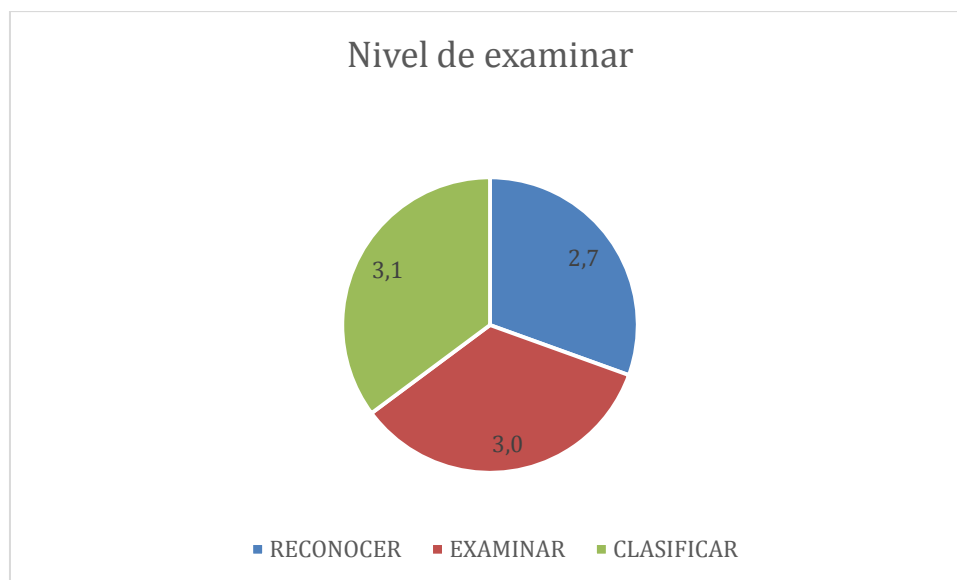
Resultados de las actividades (*tangram*, *origami* y *ejercicios de lógica*) en el desarrollo de los tres niveles de razonamiento en la habilidad lógica.

Nivel de reconocer. Los promedios alcanzados en las distintas actividades para este nivel fueron (3.4, 3.1 y 2.6) estos se ubican por encima del punto medio, las actividades de origami (3.4) y ejercicios de lógica (3.1) alcanzan desempeños arriba del 60% siendo el origami la más eficiente; y la menos eficiente fue la actividad del tangram que obtuvo un resultado ligeramente arriba de punto medio (2.6) (ver grafica 7).



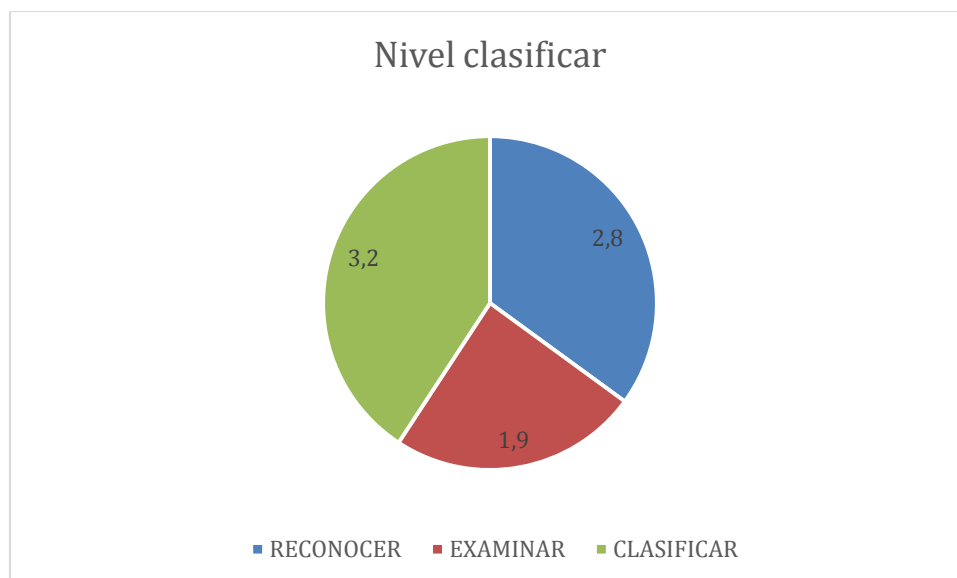
Grafica 7 Nivel de reconocer en la habilidad lógica.

Nivel de examinar. Los promedios alcanzados en las actividades tangram, origami y ejercicios de lógica para este nivel, señalan resultados superiores al punto medio. La actividad que obtuvo los mejores resultados fue la de ejercicios de lógica (3.1) seguido de la actividad de origami (3.0) ambas con desempeños aproximadamente del 60% mientras que, la actividad de tangram obtuvo los resultados más bajos (2.7) (Ver grafica 8).



Grafica 8 Nivel de examinar habilidad lógica.

Nivel de clasificar. Los promedios alcanzados por las actividades ejercicios de lógica, tangram y origami para este nivel muestran que, el uso de los ejercicios de lógica y del tangram superaron el punto medio (3.2) y (2.8) siendo los ejercicios de lógica la actividad con mejor desempeño por el contrario, la actividad de origami muestra el menor desempeño con un puntaje por debajo punto medio (1.9) (Ver grafica 9).



Grafica 9 Nivel de clasificar en la habilidad lógica

Tabla 2 resultados de las pruebas

Habilidades	Niveles	Puntajes		
		Tangram	Origami	Ejercicios de lógica
Visual	Reconocer	2.7	3.0	3.0
	Examinar	2.3	2.9	3.2
	Clasificar	2.6	1.7	3.2
Lógica	Reconocer	2.6	3.4	3.1
	Examinar	2.7	3.0	3.1
	Clasificar	2.8	1.9	3.2

Análisis Cualitativo

A continuación se presenta una síntesis de los resultados que se obtuvieron en los tres niveles de razonamiento: reconocer, examinar y clasificar, niveles que hacen parte del desarrollo de las habilidades visual y lógica que se organizan en tabla 3 “rúbrica categorías de análisis” que se utiliza como estructura para hacer el análisis cualitativo. Los datos cualitativos de la experiencia se registraron en distintos instrumentos: observador de clase, videos, intervenciones de los estudiantes.

Tabla 3 Rúbrica categorías de análisis

	Reconoce	Examina	Clasifica
Habilidad Visual	<ul style="list-style-type: none"> · Usa las propiedades que a simple vista se asemejan en las figuras para categorizarlas. · Relaciona las figuras compuestas con elementos del entorno. · Identifica las características físicas de una figura ·Separa las figuras compuestas con facilidad ·Construye una versión mental para sí mismo a partir de la imagen que ve. 	<ul style="list-style-type: none"> ·Interpretan la parte física del análisis matemático. ·Describen la figura a partir de sus propiedades físicas teniendo en cuenta conceptos concretos. ·Identifican las mismas propiedades en diferentes figuras sin clasificarlas como una misma. ·Hace que la figura interactúa de diferentes maneras con otras figuras. ·Experimentan con las figuras y observan componentes matemáticos. 	<ul style="list-style-type: none"> ·Encuentran variables similares en las ecuaciones. ·Relaciona propiedades formales como los lados y los ángulos ·Observa diferencias y similitudes entre las figuras.

Habilidad Lógica	<ul style="list-style-type: none"> ·Define un orden para organizar las figuras según su necesidad. ·Crea una relación con la geometría del entorno. ·Orienta las figuras según sus características físicas. ·Relaciona la imagen mental con lo que realiza. ·Identifica las figuras geométricas como parte de un elemento mayor. 	<ul style="list-style-type: none"> ·Relaciona las operaciones matemáticas con las propiedades de la figura. ·Reconocen una figura a partir de la relación de sus conocimientos con lo que están observando. ·Diferencia y relaciona figuras con características similares. ·Crea su definición a partir de la interacción con la figura y sus conceptos. ·Comprueban teoremas matemáticos a partir de la experimentación. 	<ul style="list-style-type: none"> ·Relacionan las propiedades de las figuras con las variables de las ecuaciones. ·Comprenden con mayor facilidad explicaciones verbales y escritas. ·Diferencia las figuras a partir de propiedades específicas como los ángulos.
---------------------	---	--	--

Habilidad visual.

Nivel 1: reconocer.

Tangram. La actividad uno de la guía uno presenta la silueta de una garza, para que los estudiantes la representen a partir de un dibujo; de los 20 estudiantes 16 lograron reconocer la noción de triángulo, ocho de ellos tan solo reconocieron tres o más triángulos, ninguno reconoce el cuadrado ni el paralelogramo y cuatro de ellos no hacen representación alguna. La actividad dos de la guía uno presenta la silueta de un caballo para que los estudiantes identifiquen de un listado, la secuencia correcta de la posición de las piezas que la conforman; de los 20 estudiantes 14 reconocieron que las piezas pueden estar orientadas de manera diferente (principio de la rotación), tal reconocimiento hace parte de una composición específica y corresponde a las características de la silueta requerida. La actividad tres de la guía uno consistió en escoger una imagen entre un grupo de imágenes de árboles o de frutas para ser interpretada y representada por los estudiantes con la ayuda de las siete piezas del

tangram, posteriormente dibujan esa representación en una cuadrícula; de los 20 estudiantes 13 reconocen que es posible representar elementos comunes por medio de figuras geométricas pero, solo ocho de ellos reconocen dentro de su modelo el uso estricto de las piezas que conforman el tangram.

Los investigadores observaron que las instrucciones escritas no eran suficientes para entender la actividad; a los estudiantes se les solicitaba que al final de cada ejercicio hicieran la descripción de su proceso para llegar a la respuesta. En algunos casos ellos elaboran la descripción aun cuando no habían desarrollado una respuesta completa; también detectaron que la mayoría de estudiantes reproducen la silueta pero, no reconocen las figuras que la conforman; sobre el caso particular, Van Hiele expresa que en el nivel de reconocimiento los sujetos deben utilizar las propiedades que a simple vista se asemejan, sin embargo, los estudiantes al parecer no distinguen espontáneamente la noción de propiedades y se limitan a reproducir algunas características como por ejemplo los vértices de los triángulos. (Ver imagen 14, 15 y 16)

Origami. En la guía número dos, se evidenció mediante las preguntas hechas al final de la actividad que para los estudiantes se dificultó el hecho de relacionar propiedades semejantes en una figura para construir una pieza mayor, 12 de ellos manifestaron que la construcción del cubo fue la parte más difícil en consecuencia se evidenció que los estudiantes no encontraron con facilidad relación entre figuras y al ensamblar el modelo no fue sencillo hacer que el modelo se mantuviera estable. Durante este ejercicio el grupo investigador observó que los estudiantes en reiteras ocasiones solicitaban a compañeros o docentes la aprobación parcial del proceso, posiblemente esto se deba a la poca seguridad para evaluar su proceso. (Ver imagen 17, 18 y 19)

Ejercicios de lógica. En la guía número tres se evidencia que los estudiantes identifican con claridad una gran cantidad de características de las figuras que se presentan durante los ejercicios, por lo menos el 80% de los estudiantes construyen una versión mental con respecto a lo que se les pregunta para lograr una respuesta. Los investigadores observaron durante la última guía que, los estudiantes tenían una mayor fluidez para la solución de ejercicios, relacionaban mejor lo ya antes visto en las otras guías con el desarrollo de esta tercera guía. (Ver imagen 20 y 21)

Nivel 2: Examinar.

Tangram. En la actividad número uno de la guía uno, los estudiantes solo se aproximan en sus respuestas a la distinción de triángulos por lo menos 16 de ellos los identificaron pero, menos de la mitad del grupo reconocen la diferencia entre tamaños como una propiedad, lograron reconocer algunas piezas y relacionarlas de diversas formas para la construcción de sus respuestas (uniones de lado con lado, lado con vértice etc.). En la actividad número dos, de la totalidad de estudiantes al menos 14 de ellos interactuaron con las piezas rotándolas en distintas posiciones, al mismo tiempo que describen la figura a partir de la descomposición por partes. En la actividad número tres, la totalidad del grupo de estudiantes experimentó con la elaboración de distintos modelos que representaban una imagen previamente seleccionada a partir de las piezas; tan solo ocho de ellos identificaron las piezas correctamente y las utilizaron de acuerdo con las propiedades físicas de las figuras.

Los investigadores observaron que aunque varios de los estudiantes desarrollaron los ejercicios, se evidencia que la interpretación que hicieron puede estar influenciada directa o indirectamente por las interacciones sociales entre estudiantes. La gran mayoría del grupo interpreta físicamente cada uno de los ejercicios, aunque por lo menos el 60% de los estudiantes no hacen un uso correcto del tangram; Este comportamiento se evidencia en

acciones como sobreponer las piezas, no hacer una distinción clara de las figuras, o no usar la totalidad de ellas. (Ver imagen 14, 15 y 16)

Origami. En la guía número dos durante la actividad se evidenció que a los estudiantes se les dificulta categorizar y relacionar los pasos de la construcción al igual que hacer la réplica de la pieza, sus respuestas en la guía muestran que por lo menos 8 de ellos expresan que algunos de los pasos para la construcción de los demás módulos no son lo suficientemente claros y no los entienden.

Los investigadores observaron que durante el ejercicio de origami el apoyo visual en las instrucciones facilitó el proceso de entendimiento pero, muchos de los estudiantes solo se basaron en la imagen y no complementaron la instrucción mediante la lectura que las acompañaba, probablemente los estudiantes logren asimilar de mejor forma información visual. (Ver imagen 17, 18 y 19)

Ejercicios de lógica. En la guía número 3 los estudiantes deben reconocer algunas figuras que tengan las mismas propiedades, este proceso lo realizaron aproximadamente 18 sujetos del grupo total de 20; además de esto los estudiantes deben relacionar componentes matemáticos en las figuras esto se evidenció en aproximadamente un 95% del grupo en las primeras actividades, al finalizar la guía fue más difícil para ellos hacer una relación entre la figura que hacen y la parte matemática que lo compone. El grupo de investigadores observó una participación activa con respecto a los componentes matemáticos de las figuras que durante la guía se les pedía conformar, de esta manera se detectó que fueron creando una relación entre los componente matemáticos y su contexto. (Ver imagen 20 y 21)

Nivel 3 clasificar.

Tangram. En la actividad número uno de la guía uno de los 20 estudiantes solo cinco lograron relacionar las propiedades de las piezas para conformar una figura mayor, se observan diferencias y similitudes entre triángulos, sin embargo, en este ejercicio no hay evidencia de que interpreten otras figuras. En la actividad dos, de los 20 estudiantes es posible que al menos 11 de ellos llegaron a una respuesta por medio de la experimentación mediante la manipulación de las piezas, de la misma manera, en el desarrollo del ejercicio ellos observan que las figuras sugieren una relación entre formas. En el tercer punto, de la totalidad del grupo, al menos 13 estudiantes logran interpretar formas complejas a través de figuras geométricas mediante la observación de similitudes entre estas, pero tan solo 8 de ellos realizaron un modelo conforme los requerimientos del tangram.

El grupo investigador observó que los estudiantes discriminan las figuras por tamaños cuando resuelven gráficamente los ejercicios, también detectó que algunos de ellos hicieron intentos reiterados sin acertar en la respuesta; su comportamiento era disperso o manifestaban algún grado de frustración. (Ver imagen 14, 15 y 16)

Origami. En la guía número dos los estudiantes deben comprender las diferencias y similitudes que hay entre la pieza principal y sus réplicas, la totalidad realiza esta acción ya que logran construir el modelo en su totalidad, este proceso fue más difícil para algunos estudiantes; durante la actividad muchos de los estudiantes expresaron que algunos dobleces que tenían un mayor grado de complejidad no los entendían. (Ver imagen 17, 18 y 19)

Los investigadores observaron durante la segunda actividad que los estudiantes presentan dificultades para coordinar los dobleces y seguir las instrucciones escritas, por lo que, los pliegues no son lo suficientemente precisos para que las figuras encajen de la manera adecuada lo que genera que el final de la figura sea complejo y en varios casos disparejo.

Ejercicios de lógica. En la guía número tres los estudiantes deben establecer una serie de propiedades en las figuras desde sus conocimientos y de esta forma poder resolver los diferentes ejercicios con mayor facilidad, la mayoría de los estudiantes presentan avances a lo largo de la guía otros por el contrario presentan en reiteradas oportunidades dificultades con el entendimiento de los resultados. El grupo investigador observó que durante esta actividad los estudiantes lograron hacer la relación y la diferencia entre figuras y componentes y que poco a poco era más fluido el procesamiento de la solución de los ejercicios. (Ver imagen 20 y 21)

Habilidad lógica

Nivel 1: Reconocer

Tangram. En la actividad uno de la guía uno los estudiantes hicieron la interpretación de la imagen mental que concibieron como respuesta obedeciendo a las características que pudieron evidenciar de la silueta para materializarla en el cuadrícula pero, ninguno de ellos obtiene una fiel representación de la silueta en conformidad con el uso del tangram. En la actividad dos 14 estudiantes lograron identificar la secuencia que representaba la silueta mediante un proceso de comparación de las respuestas con el modelo. En la actividad tres a los estudiantes se les solicitó escogieran y recrearían de un listado una imagen (de la naturaleza) por medio de las piezas del tangram como resultados se obtuvieron que de los 20 estudiantes tan solo, ocho hicieron el uso correcto del tangram.

Los investigadores observaron que en efecto los estudiantes desarrollaron cada una de las actividades, pero sus respuestas no muestran una completa y clara ejecución de estas, en ejercicios como la silueta de la garza y representar las imágenes se manifiesta esta afirmación; otro hecho que llamó la atención de los investigadores fue que la manipulación del material concreto en la solución de los ejercicios atraía la atención del grupo objeto de

estudio en mayor medida que expresarla de manera gráfica por medio de la elaboración de representaciones. (Ver imagen 14, 15 y 16)

Origami. Durante la actividad número dos los estudiantes debían ubicar las figuras de tal forma que los dobleces permitieran la orientación correcta ya que los seis módulos del cubo deben estar en la misma dirección, se evidenciaron dos casos donde los módulos quedaban en diferente dirección por lo cual la construcción requirió devolverse al inicio de la construcción las piezas. (Ver imagen 17, 18 y 19)

Ejercicios de lógica. En la guía número tres los estudiantes al haber adquirido conocimientos por medio de las prácticas anteriores relacionan la imagen mental de construcción propia con las actividades, de esta manera la construcción de su respuesta les genera mayor seguridad en lo que han aprendido. Durante este proceso los investigadores observaron que los estudiantes caracterizan su respuesta por medio de imágenes mentales sin necesidad de dibujarlas o pasarlas a papel, esto fue establecido a partir de respuestas verbales que se hicieron al grupo en general, donde explicaban cómo veían la solución antes de establecer la respuesta en la hoja. (Ver imagen 20 y 21)

Nivel 2: Examinar

Tangram. En la actividad uno de la guía uno ninguno de los estudiantes utilizó la totalidad de las piezas para elaborar su representación, sin embargo se hace notar que utilizan en su mayoría triángulos siendo esta la figura a la que recurrieron con más frecuencia para elaborar su representación; pareciese que los estudiantes no hicieran uso de sus conocimientos ni de la información visual aportada por el ejercicio para distinguir las piezas y la relación entre ellas. En la actividad número dos 14 estudiantes identificaron la secuencia correcta que permitió la representación de la silueta propuesta (caballo), en sus respuestas se hace evidente que estos realizaron un proceso de selección para lo que tuvieron que

relacionar las piezas con las características similares que encontraban en la silueta. En la actividad número tres los estudiantes tuvieron que establecer una relación entre la figura que seleccionaron y las piezas del tangram de los 20 estudiantes solo 13 hicieron una interpretación de la imagen por medio de las piezas pero solo ocho de esas se elaboraron conforme el uso adecuado del tangram.

Los investigadores observaron que los estudiantes difícilmente lograron diferenciar las piezas dentro de una composición mayor; no diferenciaron ni relacionaron figuras con características similares así como tampoco relacionaron sus conocimientos con lo que observaban aunque estos, pueden enunciar las propiedades de ciertas figuras un ejemplo de esto son los vértices en los triángulos. (Ver imagen 14, 15 y 16)

Origami. durante la segunda guía los estudiantes compararon los módulos de tal forma que evidenciaron que todos deben ser iguales, seguido de esto al rotar la pieza intentan comprender cómo encajarlas para poder conformar el cubo por medio de los seis módulos, aproximadamente el 50% del grupo presentó problemas para lograr la construcción del cubo puesto que en el momento de encajar las piezas se les dificultó encontrar cómo se relacionaban con los lados del cubo; por otro lado se presentaron 3 casos particulares que después de obtener los módulos se les facilitó la construcción de la figura final sin ninguna instrucción aparente, estos estudiantes lograron hacer una interpretación propia del paso a seguir. (Ver imagen 17, 18 y 19)

Ejercicios de lógica. En la guía número 3 para el último punto en particular los estudiantes debían hacer un proceso de re análisis en cuanto a la formación de figuras por medio de puntos en el plano cartesiano, por lo menos 15 estudiantes lograron reconocer los puntos en el plano con facilidad aunque al momento de armar la figura no todos lograron unir los puntos de la forma adecuada. Los investigadores observaron durante esta intervención que

los estudiantes del grupo hacen un proceso de análisis lógico para obtener respuestas basadas en propiedades matemáticas simples como sumas y propiedades de los números. (Ver imagen 20 y 21)

Nivel 3: Clasificar.

Tangram. En la actividad número uno de la guía número uno los estudiantes no lograron diferenciar las figuras a través de sus propiedades prueba de esto es que 16 de ellos en sus respuestas utilizaron la noción de triángulo para representar los vértices de la silueta como si estos no pudieran ser producto de otra configuración entre las piezas, de estos solo ocho elaboran de forma gráfica la distinción de triángulos claramente siendo la única figura que reconocen en la solución de este ejercicio. La actividad dos de la guía número uno requirió que los estudiantes identificaran de un listado de secuencias con las piezas orientadas de distintas formas la que resolviera la silueta, donde lograron diferenciar las propiedades de la silueta a partir de sus características al parecer esta actividad fue de complejidad baja, y por último en la actividad tres los estudiantes hicieron sus representaciones del mundo natural por medio de las piezas en este ejercicio solo algunos de ellos utilizaron de forma correcta el tangram. (Ver imagen 14, 15 y 16)

Origami. En la guía número dos para hacer la construcción los estudiantes relacionaron las propiedades en las piezas ya construidas con los dobleces para hacer un ensamble correcto de la figura, durante este proceso se evidencio los estudiantes realizaron múltiples intentos debido a que no evidenciaron con facilidad las propiedades de la figura final. (Ver imagen 17, 18 y 19)

Ejercicios de lógica. En la guía número tres el grupo objeto de estudio para sus respuestas hacen relación de propiedades con figuras logrando hacer la relación de similitud y diferencia para los primeros ejercicios, esto se evidencia en un aproximado del 90% del

grupo, a manera general de la guía se evidencia que los 20 estudiantes logran entender con mayor facilidad que en las otras actividades instrucciones verbales y escritas. El grupo investigador destaca de este ejercicio que se resolvieron menos dudas con respecto a la interpretación de las instrucciones verbales y escritas, debido posiblemente a que los estudiantes adquirieron un conocimiento por medio de las demás actividades. (Ver imagen 20 y 21)

Capítulo VI

Modelo Computacional

Diseño del ambiente computacional

Uno de los objetivos de este trabajo es el diseño de un ambiente de aprendizaje computacional que se realiza con base en los resultados alcanzados en el ejercicio de investigación que se reportó en las líneas precedentes. El diseño del ambiente que se propone a continuación se estructura de la siguiente manera: dominio de conocimiento, modelo de tutor, modelo de estudiante, estrategia pedagógica y andamiaje metacognitivo. (Ver imagen 5)

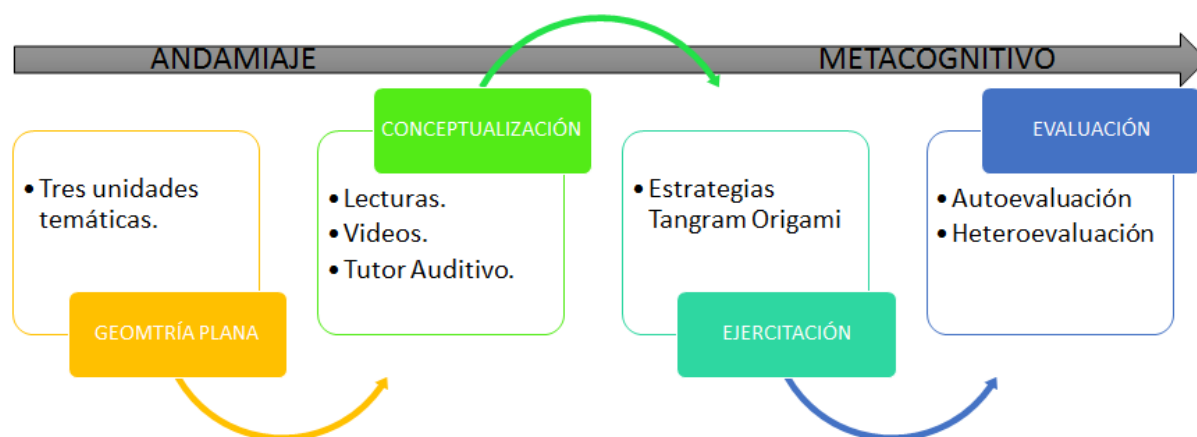


Imagen 2 Estructura modelo computacional.

Dominio de conocimiento. Los contenidos temáticos de geometría plana que se tratarán durante las sesiones de interacción con el ambiente computacional están organizados en tres unidades temáticas, estas a su vez desarrollan los contenidos específicos que se presentarán en el software por medio de formatos de texto, gráficos, videos, animaciones y ejercicios prácticos por ejemplo: la unidad 1. Elementos básicos de geometría tiene por objetivo dar a conocer a los estudiantes los elementos necesarios para empezar a desarrollar las representaciones gráficas hechas en geometría por esto los conceptos de punto, línea y

plano cobran significado. La estructura de este ambiente cuenta con estrategias didácticas para facilitar el desarrollo de habilidades cognitivas como la visualización, análisis, reconocimiento y clasificación durante el proceso de aprendizaje.

Los contenidos incluidos en el ambiente virtual son los que corresponden a los contenidos de Geometría plana establecidos para su nivel educativo, distribuidos en las tres unidades temáticas, poseen un carácter continuo y jerárquico entre sí; además, el software permite procesar la información en tres dominios del conocimiento: básico, alto y superior. El grado de dominio básico se alcanza cuando el estudiante logra resolver satisfactoriamente un ejercicio; el dominio alto se refiere a resolver dos ejercicios acertadamente y, finalmente, el grado de dominio superior cuando resuelve tres ejercicios de forma correcta. (Ver imagen 6 y 7).



Imagen 3 página de inicio



Imagen 4 perfil usuario

Modelo de tutor. El profesor virtual se constituye en guía u orientador del proceso de aprendizaje y en un recurso más con que cuenta el estudiante; el profesor o agente virtual también hace el seguimiento del proceso de aprendizaje y proporciona retroalimentación cada vez que el estudiante comete un error o cuando acierta en la resolución de un problema. Además, el tutor virtual delimita el ambiente de aprendizaje, conduce y controla la tarea de aprendizaje, llama la atención cuando el estudiante se desvía del tema o cuando se queda estancado y está siempre dispuesto a dar ayuda virtual cuando el estudiante lo requiere. (Ver imágenes 8 y 9).

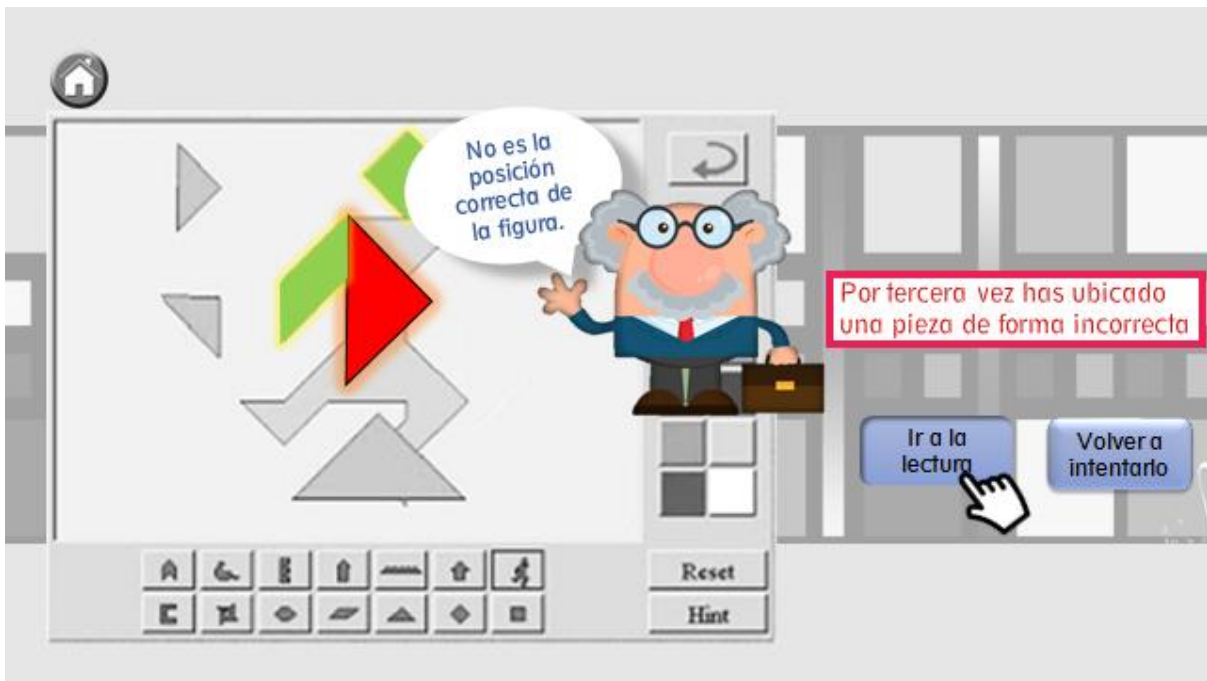


Imagen 5 Tangram respuesta incorrecta.



Imagen 6 Tangram respuesta correcta.

Modelo de estudiante. El software modela el estudiante de dos formas distintas una es a través del registro de las características personales tales como su nombre, género, edad, condición socio-económica, y el examen diagnóstico y provee el estado inicial del dominio

del conocimiento (conocimientos previos); además, el software modela el nivel de aprendizaje alcanzado por el estudiante, el cual se almacena en una base de datos que también registra número de aciertos y desaciertos, ayudas utilizadas, preguntas en las que presentaron dificultades, cantidad de intentos y el tiempo empleado, a cada uno de estos se le asignará una valoración y al finalizar las actividades los estudiantes podrán ver la tabla de resultados, y basado en esto se ubican en determinado nivel.(Ver imagen 10)

Unidades	
Unidad1	Actividades
Unidad2	Actividad 1
Unidad3	Actividad 2
	Actividad 3
	Test

Obtuviste los siguientes resultados	
Actividad 1	Tiempo 00:20:37
	Correcta o incorrecta <input checked="" type="checkbox"/>
	número de ayudas 2
	número de intentos 4

Auto evaluación
(Excelente) 😊

Imagen 7 resultados usuario.

Estrategia pedagógica.

Materiales de soporte. Los formatos de presentación para los contenidos son diversos principalmente imágenes y texto serán los formatos más recurrentes que aporten información específica para definir los conceptos geométricos presentes en cada unidad temática; otros formatos serán algunas animaciones que tienen por objetivo dar contexto a los ejercicios que requieren de información adicional y videos para contextualizar o comprar situaciones de aprendizaje. Las formas de evaluación que incorpora el ambiente virtual son autoevaluación y la heteroevaluación; la autoevaluación como proceso permanente de reflexión hace parte de

los ejercicios en las unidades de aprendizaje consiste en que el estudiante asigna uno de los tres desempeños excelente bueno o regular al ejercicio que ha realizado. Mientras que la heteroevaluación se da en la medida que el estudiante avanza de una unidad temática a otra para lo que antes debe conseguir aprobar un test que al que puede acceder el estudiante (Ver imagen)

Estrategia didáctica con el uso del tangram y el origami. El ambiente virtual contempla como estrategia pedagógica central el uso del tangram y el origami como estrategias didácticas dentro del ambiente virtual. (Ver imagen 11)



Imagen 8 Recursos y estrategias.

Tangram. El uso del tangram como estrategia didáctica tiene en cuenta los siguientes pasos (ver imagen 12):

1. Se ingresa a la sección de: “reta tus conocimientos” desde la zona en que se desarrollan cada uno de los conceptos.
2. Luego selecciona reto tangram.

3. Se inicia el desarrollo de la guía de trabajo que contiene:
 - a. Lectura explicativa acerca de la definición y características de las piezas.
 - b. Lectura sobre las reglas a tener en cuenta en el uso y manipulación del tangram para replicar modelos.
 - c. Reseña histórica del tangram.

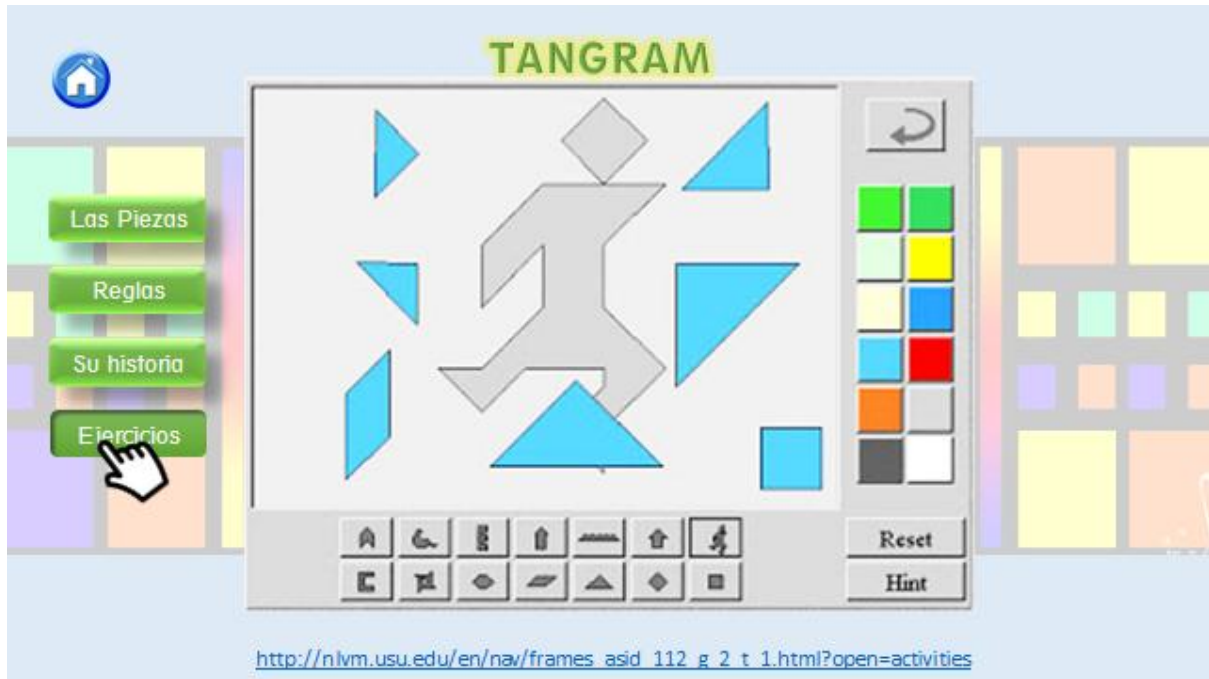


Imagen 9 Uso del tangram.

- d. Planteamiento de ejercicios de representación visual.
4. Espacio para la resolución autónoma de los ejercicios planteados en la guía.
 5. Al finalizar cada uno de los ejercicios propuestos se habilita un pequeño cuadro de texto que le solicita al estudiante describir el proceso que ejecutó.

Origami. La estrategia didáctica del origami se sostiene en los siguientes pasos (ver imagen 13):

1. Se ingresa a la sección de “reta tus conocimientos” desde la ventana en que se desarrollan cada uno de los conceptos.
2. Seleccionar reto origami.

3. Se inicia el desarrollo de la guía de trabajo que contiene:
 - a. Lectura explicativa del origami y de otros tipos de origami como el origami modular.
 - b. reglas a tener en cuenta en el uso y manipulación del origami para la construcción de modelos de origami modular.

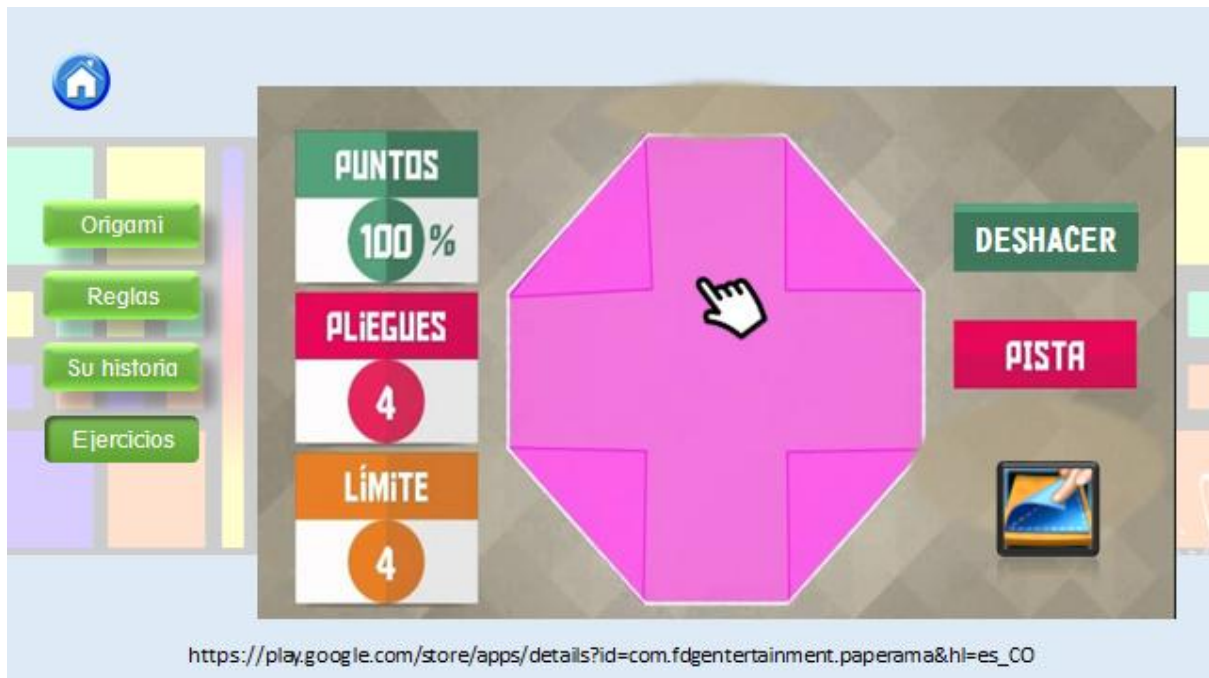


Imagen 10 Uso del origami.

c. Reseña histórica del origami

4. Planteamiento de una serie de instrucciones que debe seguir cada estudiante para construir un modelo de origami modular.
5. Elaboración individual y autónoma del modelo por cada uno de los estudiantes.
6. Descripción de los factores positivos y negativos, lo mismo que la opinión general frente a la actividad.

Andamiaje Metacognitivo. El software presentará durante todo el proceso de aprendizaje por medio de ventanas emergentes mensajes que llevan a la reflexión del estudiante, entonces cada vez que el estudiante quiera desarrollar determinada acción dentro del ambiente virtual

como por ejemplo estudiar una nueva unidad temática por medio de mensajes se le sugiere los conocimientos que puede adquirir o durante el desarrollo de la unidad otro mensaje puede celebrar sus aciertos o hacer recomendaciones si se presenta alguna dificultad.(Ver imagen 8 y 9)

Capítulo VII

Conclusiones

Los resultados obtenidos a lo largo del ejercicio de investigación comprueban que las estrategias didácticas tangram y origami afectaron de forma positiva el desarrollo de las habilidades geométricas visual y lógica al grupo objeto de estudio en la medida que estos participaron activamente de cada una de las actividades y sus respuestas manifestaron tener relación con las categorías de análisis propuestas.

La integración de los materiales concretos como estrategia didáctica a la clase de geometría influyó en tanto los estudiantes lograron experimentar de distintas formas con los conocimientos de geometría plana que han adquirido y en que pudieron evidenciar por medio de sus sentidos las formas, propiedades y relaciones que existen entre las diferentes figuras geométricas en un contexto académico, estos resultados son similares a los encontrados por (Aznarte, 2014; Martínez, 2017; Villarroel y Sgreccia, 2011). Es preciso aclarar que el grupo de estudiantes que interactuó con los materiales no tuvieron los mismos comportamientos ni tampoco los mismos niveles de sofisticación en el dominio de las habilidades visual y lógica como se manifiesta en lo observado en la habilidad visual, mediante la actividad de origami, en la que el nivel reconocer alcanzado por el grupo tuvo un desempeño del 60%, contrastado con el nivel clasificar que alcanzó un desempeño inferior al punto medio; lo anterior concuerda con los resultados encontrados por Rif'at (2017), quien determinó que es posible que los estudiantes desarrollen habilidades geométricas en los diferentes niveles sin ninguna secuencia regular.

En el análisis de resultados encontró que los estudiantes obtuvieron mejores resultados conforme avanzaban las actividades, en el tangram se evidenciaron resultados bajos para la habilidad visual y la habilidad lógica en los niveles de reconocer y examinar,

niveles donde para las dos habilidades destaco el origami, en el nivel de clasificar ocurre lo contrario ya que en ambas habilidades se destaca el tangram. A partir de estos resultados se establece que los materiales concretos si favorecen el desarrollo de las habilidades geométricas como lo establecen Villarroel y Sgreccia (2011), esto se puede evidenciar en los resultados de los “ejercicios de lógica” ya que en esta intervención se hacen una serie de actividades retando las habilidades visual y lógica, los estudiantes obtienen buenos resultados y durante la ejecución de la actividad presentan mayor claridad y entendimiento con respecto a instrucciones, conceptos y procedimiento en de solución.

Los materiales didácticos concretos generaron interés en los estudiantes esto se evidenció en cada una de las intervenciones, el grupo manifestó su interés por saber más al respecto y solucionar las pruebas que se le presentaban de la mejor manera, al igual que (Ayala, 2014; Martínez, 2017; Aznarte, 2017) los resultados de sus pruebas demuestran que al utilizar el tangram, el origami y juegos de mesa, los estudiantes además de desarrollar habilidades tanto en geometría como en otros, les genera interés y motivación por aprender más contenidos relacionados.

Esta investigación muestra resultados importantes, ya que permitió establecer que el desarrollo de las habilidades geométricas (Hoffer, 1990) en distintos niveles de entendimiento (Van Hiele, 1957) son susceptibles de ser parte de entornos virtuales de aprendizaje. Se espera que el planteamiento del modelo computacional elaborado en este documento trascienda estas líneas y se convierta en un recurso que oriente a los profesionales de la educación que empiezan a elaborar entornos virtuales de aprendizaje, o pueda materializarse y así convertirse en uno de estos que oriente a maestros y estudiantes en la construcción del conocimiento geométrico.

Bibliografía

- Aguilera, L. (16 de noviembre 2015). Los beneficios del tangram. Barcelona, España. *Psicoayudainfantil*. Recuperado de <https://www.psicoayudainfantil.com/los-beneficios-del-tangram/>
- Aznarte, M. (2016-2017). *Tareas con tangram para favorecer el sentido espacial*. (Tesis de pregrado). Universidad de Granada, Granada España.
- Ayala, D. (2014). *Juegos de mesa para afianzar el desarrollo del pensamiento lógico/matemático durante la educación inicial*. (Tesis de licenciatura). Universidad san francisco de Quito, Quito Ecuador.
- Aznarte, M. (2016-2017). *Tareas con tangram para favorecer el sentido espacial*. (Tesis de pregrado). Universidad de Granada, Granada España.
- Beteta, M. (2017). *Entornos virtuales para el aprendizaje de las matemáticas: análisis de una propuesta con tecnologías para la enseñanza de la geometría en el Programa de los Años Intermedios del IB*. Colegio Hiram Bingham, Perú.
- Camargo, L., & Acosta, M. (2012). La geometría, su enseñanza y su aprendizaje. *Tacna Episteme Y Didaxis: TED*, (32). <https://doi.org/10.17227/ted.num32-1865>
- Ceballos, S. & Romero, M. (2012). *El tangram chino de siete piezas en el proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría*. (Tesis de maestría). Universidad del Tolima, Ibagué Colombia.

-Corberán, R., Gutiérrez, A., Huerta, M., Jaime, A., Margarit, J., Peñas, A. & Ruiz, E. (1994), *diseño y evaluación de una propuesta curricular de aprendizaje de la geometría en la enseñanza secundaria basada en el modelo de razonamiento de Van Hiele*.

-Crowley, M.L. (1987). The van Hiele Mode of the development of geometric thought. M, Montgomery. (Ed), *Learning and teaching geometry k-12*(pp.1-16) Columbus, Georgia: yearbook of the National Coucil of teachers of mathematics.

-Delgado, M. & Solano, A. (2009, 30 de agosto). Estrategias didácticas creativas en entornos virtuales para el aprendizaje. *Actualidades Investigativas en Educación*. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=44713058027>

- Fernández, M. & Bermúdez, M. (febrero 2015). La plataforma virtual como estrategia para mejorar el rendimiento escolar de los alumnos en la i.e.p coronel José Joaquín Inclán de Piura. *Revista Digital Sociedad de la Información*. Recuperado de <http://sociedadelainformacion.com/15/plataforma.pdf>

-Ferrándiz, C., Bermejo, R., Sainz, M., Ferrando, M. & Prieto, M.(diciembre 2008) Estudio del razonamiento lógico-matemático desde el modelo de las inteligencias múltiples. *Anales de psicología*, 24, p 213.

- Galindo, C. (1996) Desarrollo de las habilidades básicas para la comprensión de la geometría. *Revista EMA*. 2(1). Pp 49-59.

-Gunhan, B. (2014). A case study on the investigation of reasoning skills in geometry. *South African Journal of Education*. 34(2), p19.

- Hernández, R., Fernández, C. & Baptista, P., (2004), *Metodología de la investigación*, México, McGraw-Hill Interamericana.

- Hoffer, A. (1990). Geometry is more than proof. *The Mathematics Teacher*, 74(1), 11-18.
- Jaramillo, J. & Quintero, D. (2014). *Desarrollo de un ambiente virtual de aprendizaje fundamentado en la lúdica que estimule el pensamiento aleatorio en los estudiantes de grado cuarto y quinto de primaria de la institución educativa el hormiguero* (Maestría). Universidad libre seccional Cali, Colombia.
- Jonassen, D. H. (1999). Designing constructivist learning environments. In C. M. Reigeluth (Ed.), *Instructional-design theories and models: A new paradigm of instructional theory* (Vol. II, pp. 215-39). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Lagos, J. (2012). *Diseño de actividades para el desarrollo de habilidades geométricas en los temas de circunferencia y sus ángulos para nm2, con uso de geogebra* (Licenciatura). Universidad de Santiago de Chile.
- López, O. (2010) *Aprendizaje autorregulado, estilo cognitivo y logro académico en ambientes computacionales* (Tesis doctoral). Universidad pedagógica nacional, Bogotá.
- Martínez, X. (2017). *La papiroflexia como estrategia didáctica para desarrollar las nociones básicas de geometría en los niños de cuarto y quinto de primaria de una institución educativa de carácter privado la ciudad de Bucaramanga* (tesis de pregrado). Universidad Santo Tomás, Bucaramanga Colombia.
- Prada, L.R. (octubre 2015- marzo 2016). Influencia de la plataforma “Más Tecnología” sobre el pensamiento crítico. *Apertura. Revista de innovación educativa*. Recuperado de <http://www.udgvirtual.udg.mx/apertura/index.php/apertura/article/view/696/475>

- Rif'at, M. (2017). Building up pre-service mathematics education students' geometry competency based on visual. *Advances in Social Science, Education and Humanities Research, 100*, p 164.
- Rivera, R. (2018). *El origami aplicado a la educación. Unidad didáctica del bloque de expresión y comunicación técnica de 1° de ESO*. (Tesis de maestría). Universidad de Valladolid, Valladolid España.
- Rivero, M. & Quiceno, H. (2013) Las nuevas tecnologías de información y comunicación en los procesos de enseñanza y aprendizaje: representación del conocimiento y educación virtual. *Revista de la facultad de ciencia y tecnología de la universidad pedagógica nacional TED*.01 (13). Pp 74-82.
- Rodríguez, M. & Barragán, H. (mayo- agosto 2017) Entornos virtuales de aprendizaje como apoyo a la enseñanza presencial para potenciar el desarrollo educativo. *Revista Killkana Sociales*. 01(02). Pp7-14.
- Samper de Caicedo, C., Leguizamón de Bernal, C., Aya Corredor, O., & Martínez Hernández, L. (2005). La exploración como actividad en el aprendizaje de la geometría. *Tecné Episteme Y Didaxis: TED*, (17). <https://doi.org/10.17227/ted.num17-407>
- Sua, C. (2015). *La demostración en geometría: procesos cognitivos y metacognitivos favorecidos por la inclusión de ambientes dinámicos* (Maestría). Universidad Pedagógica Nacional, Colombia.
- Villaruel, S., Sgreccia, N. (noviembre 2011). Materiales didácticos concretos en Geometría en primer año de Secundaria. *Números*, (78) p.79-94.

Anexos

Anexo 1: resultado en la habilidad visual

Tabla 4 Resultados nivel reconocer en la habilidad visual por estudiante

NÚMERO ESTUDIANTES	HABILIDAD VISUAL										
	RECONOCER										
	TANGRAM			R T	ORIGAMI	R O	EJERCICIOS LOGICA				R E.L
T1	T2	T3	O1		E.J1		E.J2	E.J3	E.J4		
1	3	5	3	3,7	5	5	5	3	1	3	3
2	1	5	1	2,3	3	3	5	5	5	1	4
3	3	1	1	1,7	3	3	3	3	3	3	3
4	1	3	5	3,0	5	5	3	3	3	1	2,5
5	1	1	3	1,7	1	1	1	5	5	1	3
6	1	5	5	3,7	1	1	1	3	3	5	3
7	3	3	1	2,3	1	1	3	3	1	1	2
8	1	3	5	3,0	5	5	1	5	5	3	3,5
9	3	5	1	3,0	3	3	1	5	3	1	2,5
10	1	5	1	2,3	5	5	5	5	3	1	3,5
11	5	3	5	4,3	5	5	1	5	5	1	3
12	1	5	1	2,3	3	3	3	3	3	5	3,5
13	3	3	1	2,3	3	3	5	5	1	1	3
14	1	3	1	1,7	5	5	3	3	5	3	3,5
15	1	5	5	3,7	1	1	5	5	5	1	4
16	5	5	5	5,0	3	3	3	3	3	1	2,5
17	1	5	1	2,3	1	1	5	5	1	1	3
18	1	1	1	1,0	3	3	1	3	5	1	2,5
19	3	3	5	3,7	1	1	3	1	1	1	1,5
20	3	1	1	1,7	3	3	5	5	5	1	4
				2,7		3,0					3,0

Tabla 5 Resultados nivel examinar en la habilidad visual por estudiante

NÚMERO ESTUDIANTES	HABILIDAD VISUAL										
	EXAMINAR										
	TANGRAM			R T	ORIGAMI	R O	EJERCICIOS LOGICA				R E.L
T1	T2	T3	O1		E.J1		E.J2	E.J3	E.J4		
1	3	5	1	3,0	1	1	5	3	3	1	3
2	1	5	1	2,3	5	5	5	5	5	3	4,5
3	1	1	1	1,0	3	3	1	3	3	5	3
4	5	1	5	3,7	1	1	3	3	3	5	3,5
5	3	1	1	1,7	3	3	1	5	5	3	3,5
6	3	3	5	3,7	5	5	1	3	3	1	2
7	1	1	1	1,0	5	5	1	5	5	5	4
8	5	3	3	3,7	3	3	1	5	5	3	3,5
9	1	5	1	2,3	3	3	5	1	1	1	2
10	3	5	1	3,0	5	5	5	5	3	5	4,5
11	1	1	5	2,3	3	3	3	3	1	3	2,5
12	3	5	1	3,0	1	1	1	3	1	5	2,5
13	1	1	1	1,0	3	3	5	1	1	3	2,5
14	5	1	1	2,3	5	5	1	5	5	3	3,5
15	3	5	1	3,0	1	1	5	5	5	5	5
16	1	1	3	1,7	3	3	3	3	3	3	3
17	3	3	1	2,3	1	1	5	5	1	3	3,5
18	1	1	1	1,0	3	3	1	3	1	5	2,5
19	1	1	5	2,3	1	1	3	1	1	5	2,5
20	5	1	1	2,3	3	3	1	3	5	1	2,5
				2,3		2,9					3,2

Tabla 6 Resultados nivel clasificar en la habilidad visual por estudiante

HABILIDAD VISUAL											
NÚMERO ESTUDIANTES	CLASIFICAR										
	TANGRAM			RT	ORIGAMI	RO	EJERCICIOS LOGICA				R.E.L
	T1	T2	T3		O1		E.J1	E.J2	E.J3	E.J4	
1		5	1	3,0	1	1	5	3	3	1	3
2		1	1	1,0	1	1	5	5	5	3	4,5
3		3	1	2,0	1	1	1	3	3	5	3
4		1	5	3,0	1	1	3	3	3	5	3,5
5		5	1	3,0	1	1	1	5	5	3	3,5
6		1	5	3,0	1	1	1	3	3	1	2
7		1	1	1,0	1	1	1	5	5	5	4
8		1	1	1,0	1	1	1	5	5	3	3,5
9		5	1	3,0	3	3	5	1	1	1	2
10		5	5	5,0	5	5	5	5	3	5	4,5
11		1	3	2,0	3	3	3	3	1	3	2,5
12		5	1	3,0	1	1	1	3	1	5	2,5
13		3	1	2,0	1	1	5	1	1	3	2,5
14		1	1	1,0	5	5	1	5	5	3	3,5
15		5	1	3,0	1	1	5	5	5	5	5
16		3	3	3,0	1	1	3	3	3	3	3
17		5	1	3,0	1	1	5	5	1	3	3,5
18		5	1	3,0	1	1	1	3	1	5	2,5
19		1	5	3,0	1	1	3	1	1	5	2,5
20		5	1	3,0	3	3	1	3	5	1	2,5
				2,6		1,7					3,2

Anexo 2: resultados habilidad lógica.

Tabla 7 Resultados nivel reconocer en la habilidad lógica por estudiante

HABILIDAD LÓGICA											
NÚMERO ESTUDIANTES	RECONOCER										
	TANGRAM			RT	ORIGAMI	RO	EJERCICIOS LOGICA				R.E.L
	T1	T2	T3		O1		E.J1	E.J2	E.J3	E.J4	
1	3	3	3	3,0	5	5	1	3	3	3	2,5
2	1	5	1	2,3	5	5	5	5	5	1	4
3	3	1	1	1,7	3	3	3	3	3	3	3
4	1	1	5	2,3	5	5	1	1	3	1	1,5
5	3	1	3	2,3	1	1	5	5	5	1	4
6	1	5	5	3,7	3	3	1	3	3	5	3
7	3	5	1	3,0	1	1	3	3	1	1	2
8	1	3	5	3,0	5	5	1	5	5	3	3,5
9	3	5	1	3,0	3	3	1	5	3	1	2,5
10	1	3	1	1,7	5	5	5	5	3	5	4,5
11	5	3	5	4,3	5	5	1	5	5	1	3
12	1	1	1	1,0	3	3	3	3	3	5	3,5
13	3	3	3	3,0	3	3	5	5	1	1	3
14	1	3	1	1,7	5	5	5	5	5	3	4,5
15	1	5	5	3,7	5	5	1	3	5	1	2,5
16	5	1	5	3,7	3	3	3	3	3	1	2,5
17	1	5	1	2,3	1	1	5	3	1	3	3
18	1	1	1	1,0	3	3	1	3	5	1	2,5
19	3	3	5	3,7	1	1	3	1	3	1	2
20	1	1	1	1,0	3	3	5	5	5	1	4
				2,6		3,4					3,1

Tabla 8 Resultados nivel examinar en la habilidad lógica por estudiante

NÚMERO ESTUDIANTES	HABILIDAD LÓGICA										
	EXAMINAR										
	TANGRAM			R T	ORIGAMI	R O	EJERCICIOS LOGICA				R E.L
T1	T2	T3	O1		E.J1		E.J2	E.J3	E.J4		
1	5	5	1	3,7	5	5	5	3	3	3	3,5
2	1	5	1	2,3	3	3	5	5	5	1	4
3	3	1	1	1,7	3	3	1	3	3	5	3
4	1	1	5	2,3	5	5	3	3	3	3	3
5	5	1	1	2,3	1	1	1	5	5	5	4
6	3	3	5	3,7	1	1	1	3	3	3	2,5
7	3	1	1	1,7	1	1	1	5	5	5	4
8	5	3	3	3,7	5	5	1	5	5	5	4
9	5	5	1	3,7	3	3	5	1	1	1	2
10	3	5	1	3,0	5	5	5	5	3	3	4
11	5	1	5	3,7	5	5	3	3	1	1	2
12	3	5	1	3,0	3	3	1	3	1	3	2
13	3	1	1	1,7	3	3	5	1	1	1	2
14	5	1	1	2,3	5	5	1	5	5	5	4
15	5	5	1	3,7	1	1	5	5	5	5	5
16	5	1	3	3,0	3	3	3	3	3	3	3
17	1	3	1	1,7	1	1	5	5	1	1	3
18	3	1	1	1,7	3	3	1	3	1	3	2
19	1	1	5	2,3	1	1	3	1	1	1	1,5
20	5	1	1	2,3	3	3	1	3	5	3	3
				2,7		3,0					3,1

Tabla 9 Resultados nivel clasificar en la habilidad lógica por estudiante

NÚMERO ESTUDIANTES	CLASIFICAR										
	TANGRAM			R T	ORIGAMI	R O	EJERCICIOS LOGICA				R E.L
	T1	T2	T3		O1		E.J1	E.J2	E.J3	E.J4	
1		5	5	5,0	1	1	5	3	3	1	3
2		1	1	1,0	3	3	5	5	5	3	4,5
3		3	1	2,0	1	1	1	3	3	5	3
4		1	5	3,0	3	3	3	3	5	5	4
5		5	1	3,0	1	1	1	5	3	3	3
6		1	5	3,0	1	1	1	3	3	1	2
7		1	1	1,0	1	1	1	5	5	5	4
8		1	3	2,0	1	1	1	5	5	3	3,5
9		5	1	3,0	3	3	5	1	1	1	2
10		5	5	5,0	5	5	5	5	3	5	4,5
11		1	3	2,0	3	3	3	3	1	3	2,5
12		5	1	3,0	1	1	1	3	3	5	3
13		3	1	2,0	1	1	5	1	1	3	2,5
14		1	3	2,0	5	5	1	5	5	3	3,5
15		5	1	3,0	1	1	5	5	5	5	5
16		3	3	3,0	1	1	3	3	3	3	3
17		5	1	3,0	1	1	5	5	1	3	3,5
18		5	1	3,0	1	1	1	3	1	5	2,5
19		1	5	3,0	1	1	3	1	1	5	2,5
20		5	1	3,0	3	3	1	3	5	1	2,5
				2,8		1,9					3,2

Anexo 3: Actividad tangram.



Imagen 11 Actividad tangram 1



Imagen 12 Actividad tangram 2



Imagen 13 Actividad tangram 3

Anexo 4: Actividad origami

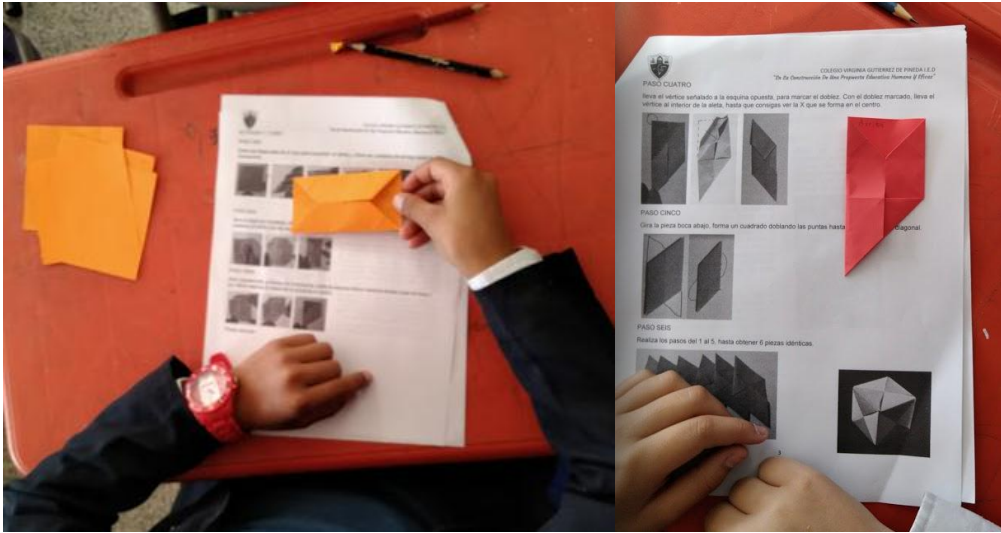


Imagen 14 Actividad origami 1

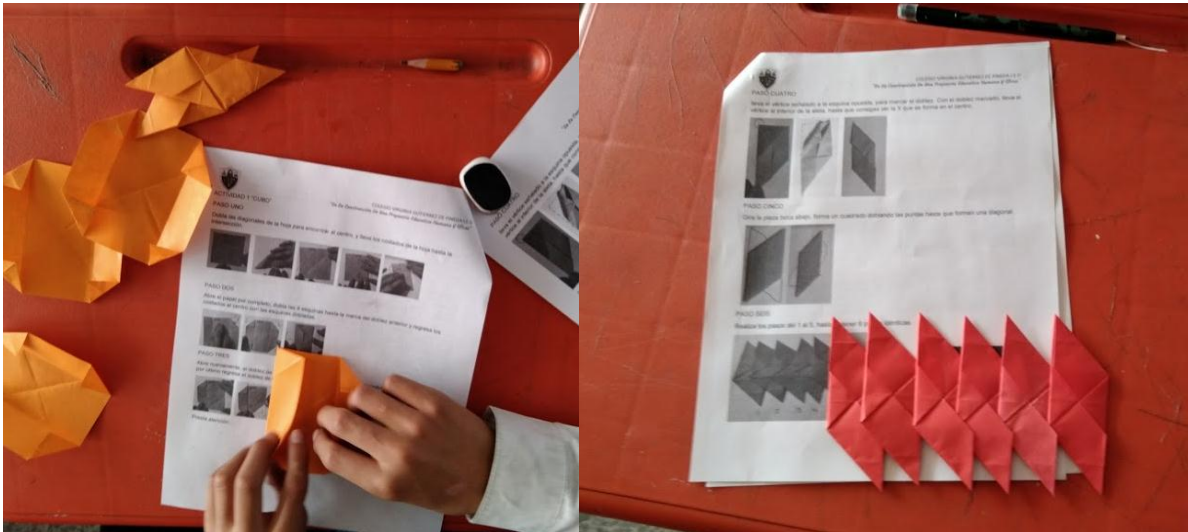


Imagen 15 Actividad origami 2

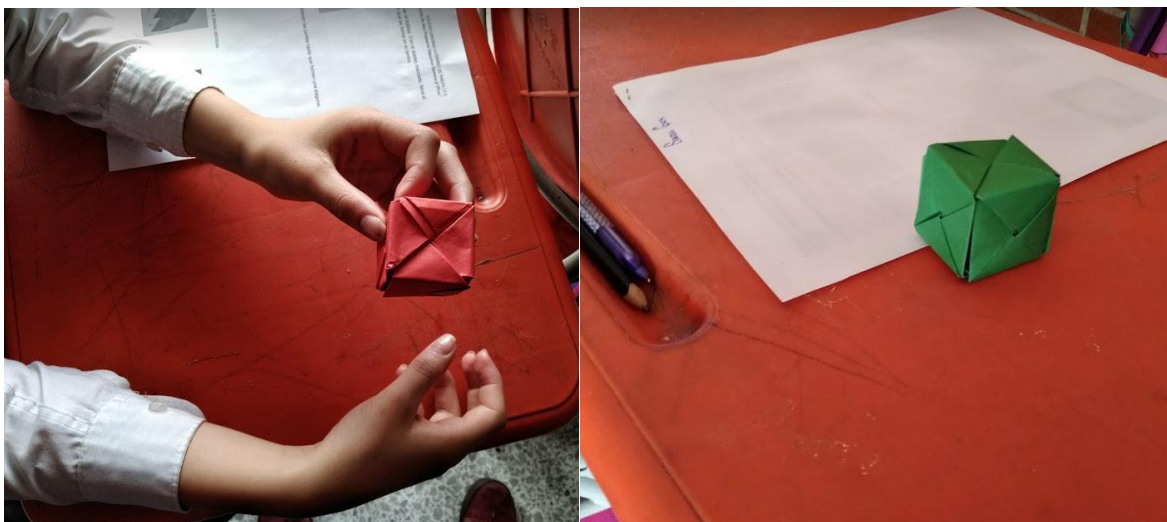


Imagen 16 Actividad origami 3

Anexo 5: Actividad ejercicios de lógica

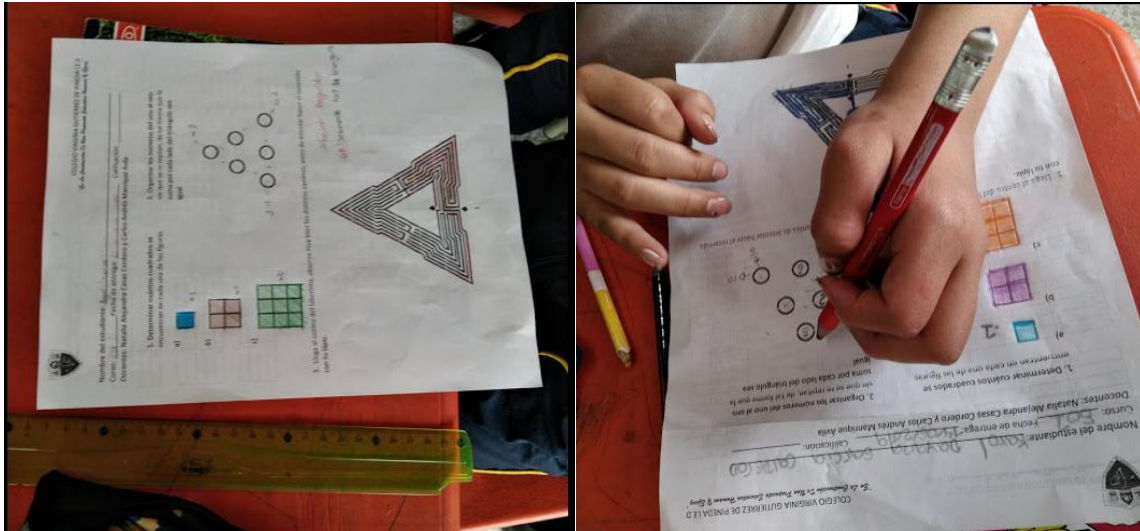


Imagen 17 Actividad ejercicios de lógica 1

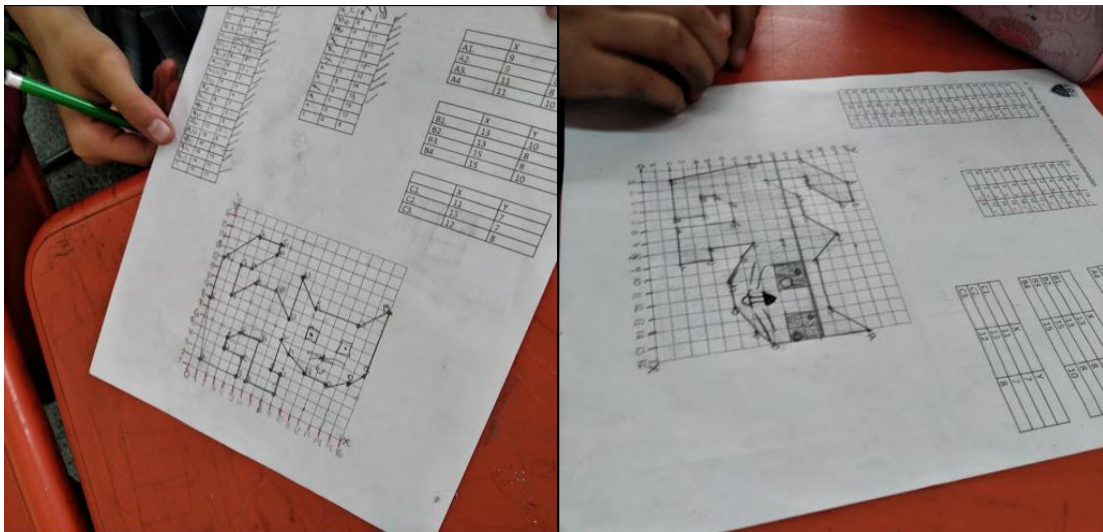


Imagen 18 Actividad ejercicios de lógica 2

Apéndices

Apéndice1: Guía tangram



COLEGIO VIRGINIA GUTIERREZ DE PINEDA I.E.D
"En La Construcción De Una Propuesta Educativa Humana Y Eficaz"

Nombre del estudiante: _____

Curso: _____ Fecha de entrega: _____ Calificación: _____

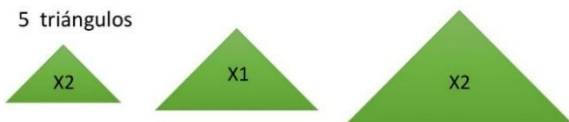
Docentes: Natalia Alejandra Casas Cordero y Carlos Andrés Manrique Ávila

Tema: TANGRAM

Tangram

El Tangram es un rompecabezas que está compuesto por 7 piezas: un paralelogramo, un cuadrado y 5 triángulos. El propósito de este juego es crear figuras utilizando las 7 piezas, las piezas deben tocarse, pero no superponerse, es decir, ponerse una sobre otra.

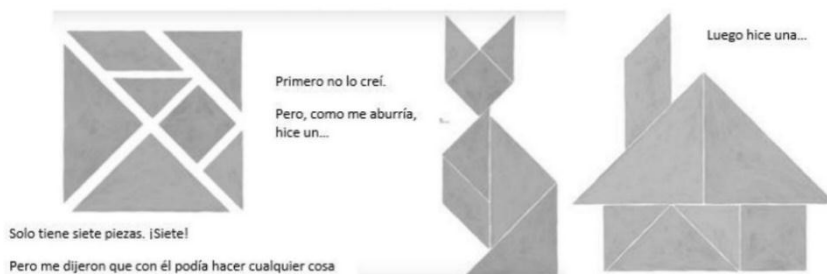
5 triángulos



1 cuadrado



1 paralelogramo





“En La Construcción De Una Propuesta Educativa Humana Y Sólida”

COLEGIO VIRGINIA GUTIERREZ DE PINEDA I.E.D

El Tangram se originó muy posiblemente a partir del juego de muebles yanjitu durante la Dinastía Song. Según los registros históricos chinos, estos muebles estaban formados originalmente por un juego de 6 mesas rectangulares. Más adelante se agregó una mesa triangular y las personas podían acomodar las mesas de manera que formaran una gran mesa cuadrada. Hubo otra variación más adelante, durante la dinastía Ming.



No se sabe con certeza quien inventó el juego ni cuándo, pues las primeras publicaciones chinas en la que aparecen son del siglo XVIII, y entonces el juego era ya muy conocido en varios países.



A partir del siglo XVIII, se publicaron en América y Europa varias traducciones de libros chinos en los que se explicaban las reglas del Tangram, el juego era llamado "el rompecabezas chino" y se volvió tan popular que lo jugaban niños y adultos, personas comunes y personalidades del mundo de las ciencias y las artes; el tangram se había convertido en una diversión

universal. Napoleón Bonaparte se convirtió en un verdadero especialista en Tangram desde su exilio en la isla de Santa Elena.

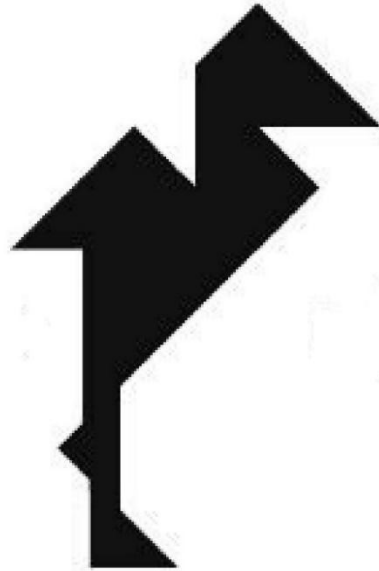
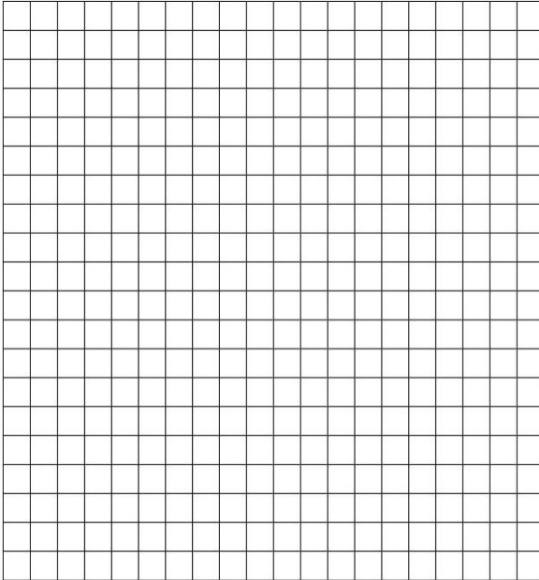




ACTIVIDADES

Actividad 1

Con ayuda del tangram realiza la figura de la derecha y en la cuadrícula dibuja la solución.



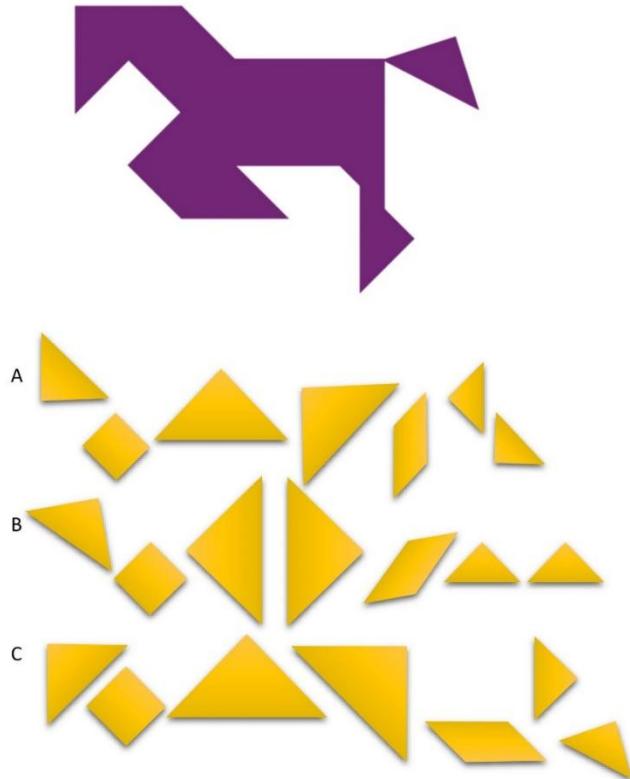
Describe como lograste resolver la figura



COLEGIO VIRGINIA GUTIERREZ DE PINEDA I.E.D
"En La Construcción De Una Propuesta Educativa Humana Y Eficaz"

Actividad 2

Selecciona posición correcta en la que deben estar las figuras para construir la siguiente imagen:

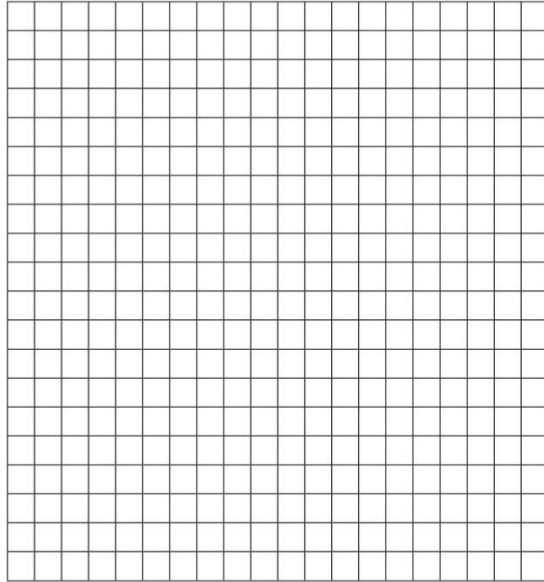


¿Cómo descubriste la respuesta?



Actividad 3

Por medio del tangram representa alguna de las imágenes de la izquierda y dibuja la solución en la cuadrícula.



¿Por qué crees que es la mejor representación de la figura que escogiste?

Apendice 2: Guía origami



COLEGIO VIRGINIA GUTIERREZ DE PINEDA I.E.D
"En La Construcción De Una Propuesta Educativa Humana Y Eficaz"

Nombre del estudiante: _____
 Curso: _____ Fecha de entrega: _____ Calificación: _____
 Docentes: Natalia Alejandra Casas Cordero y Carlos Andrés Manrique Ávila
 Tema: ORIGAMI

ORIGAMI

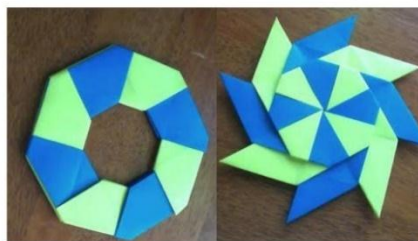
El origami o papiroflexia es un arte que consiste en el doblado de papel, sin usar tijeras ni pegamento, para obtener figuras de formas variadas, muchas de las cuales podrían considerarse como esculturas de papel.

La particularidad de esta técnica es la transformación del papel en formas de distintos tamaños partiendo de una base inicial, por lo general, cuadrada o rectangular que pueden ir desde sencillos modelos hasta plegados de gran complejidad. En el origami se modela el medio que nos rodea y en el cual vivimos: Fauna y flora de todos los continentes, la vida urbana, herramientas de nuestra cotidianidad, animales mitológicos y un sinfín de otras figuras.

El origami modular es uno de los tipos de origami, consiste en poner una cantidad de piezas idénticas juntas para formar un modelo completo. Las piezas son normalmente simples pero el conjunto final puede ser complicado.

La papiroflexia china incluye un estilo llamado "Origami 3D" donde una gran cantidad de

piezas se juntan para hacer modelos elaborados. A veces se utilizan billetes para los módulos. Este estilo fue creado por algunos refugiados chinos mientras fueron detenidos en América y se conoce también como "Golden Venture" en honor al barco en el que viajaron.

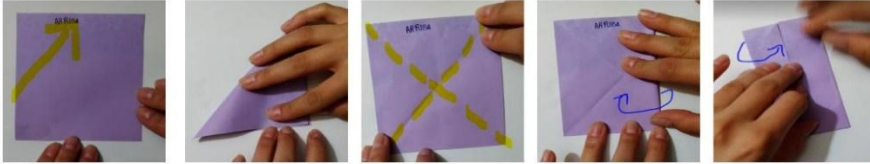




ACTIVIDAD 1 "CUBO"

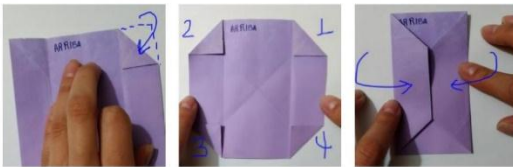
PASO UNO

Dobla las diagonales de la hoja para encontrar el centro, y lleva los costados de la hoja hasta la intersección.



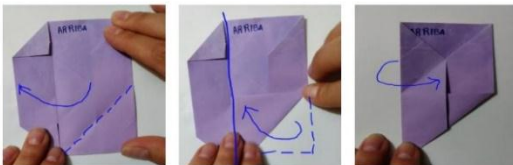
PASO DOS

Abre el papel por completo, dobla las 4 esquinas hasta la marca del doblar anterior y regresa los costados al centro con las esquinas dobladas.



PASO TRES

Abre nuevamente, el doblar de la izquierda, dobla la esquina inferior derecha llévala hasta la línea y por último regresa el doblar de la izquierda al centro.

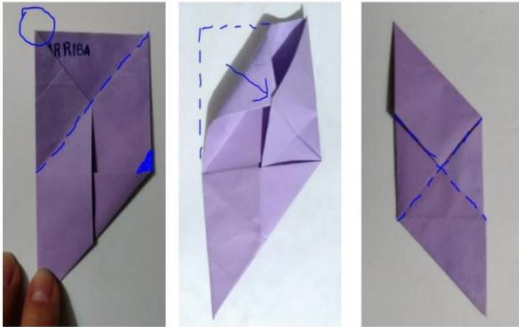


Presta atención...



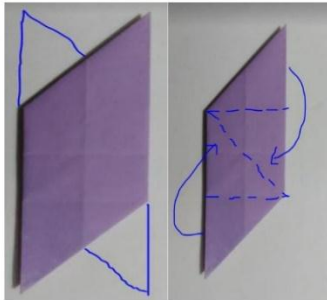
PASO CUATRO

lleva el vértice señalado a la esquina opuesta, para marcar el dobléz. Con el dobléz marcado, lleva el vértice al interior de la aleta, hasta que consigas ver la X que se forma en el centro.



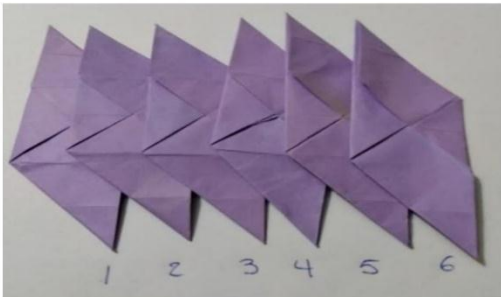
PASO CINCO

Gira la pieza boca abajo, forma un cuadrado doblando las puntas hasta que formen una diagonal.



PASO SEIS

Realiza los pasos del 1 al 5, hasta obtener 6 piezas idénticas.



Apendice 3: Guía ejercicios de lógica



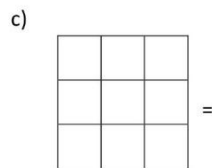
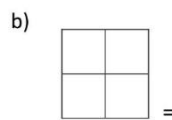
COLEGIO VIRGINIA GUTIERREZ DE PINEDA I.E.D
"En La Construcción De Una Propuesta Educativa Humana Y Eficaz"

Nombre del estudiante: _____

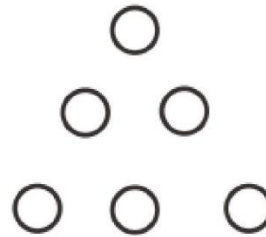
Curso: _____ Fecha de entrega: _____ Calificación: _____

Docentes: Natalia Alejandra Casas Cordero y Carlos Andrés Manrique Ávila

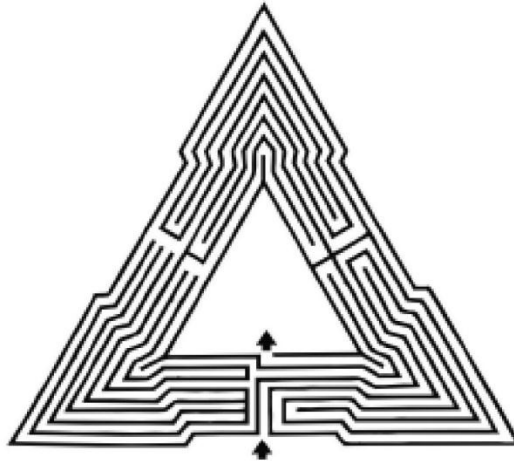
1. Determinar cuántos cuadrados se encuentran en cada una de las figuras



2. Organizar los números del uno al seis sin que se repitan, de tal forma que la suma por cada lado del triángulo sea igual



3. Llega al centro del laberinto, observa muy bien los distintos caminos, antes de intentar hacer el recorrido con tu lápiz.





4. Forma la figura de acuerdo a las coordenadas

	X	Y
A.	1	2
B.	5	2
C.	5	4
D.	3	4
E.	3	5
F.	4	6
G.	6	6
H.	6	2
I.	9	2
J.	9	4
K.	8	4
L.	8	7
M.	9	6
N.	11	5
O.	13	5
P.	15	6
Q.	16	7
R.	16	13
S.	14	11
T.	10	11

U.	8	13
V.	8	9
W.	6	11
X.	4	11
Y.	2	9
Z.	2	12
a.	3	12
b.	5	14
c.	5	15
d.	3	15
e.	0	12
f.	0	8

	X	Y
A1.	9	10
A2.	9	8
A3.	11	8
A4.	11	10

	X	Y
B1.	13	10
B2.	13	8
B3.	15	8
B4.	15	10

	X	Y
C1.	11	7
C2.	13	7
C3.	12	8

