



**Desarrollo de la comunicación matemática a través de tareas en un ambiente de
aprendizaje ludificado**

Diego Alejandro Miranda Miranda

Universidad Pedagógica Nacional
Facultad de Ciencia y Tecnología
Departamento de Matemáticas
Bogotá D.C.

2024



**Desarrollo de la comunicación matemática a través de tareas en un ambiente de
aprendizaje ludificado**

Diego Alejandro Miranda Miranda

Trabajo presentado como requisito para optar por el título de Licenciado en Matemáticas

Director

César Guillermo Rendón Mayorga

Universidad Pedagógica Nacional

Facultad de Ciencia y Tecnología

Departamento de Matemáticas

Bogotá D.C.

2024

Dedicatoria

A mi familia, por ser mi pilar fundamental en cada paso de este camino. A mis padres, por su amor incondicional, por su paciencia, y por enseñarme siempre a luchar por mis sueños. A mi hermana y mis sobrinas, por su apoyo constante y por ser mi refugio en los momentos difíciles.

Este trabajo es para ustedes, porque sin su apoyo, no habría llegado hasta aquí.

A Gabi, por ser el impulso que genero este trabajo, por su amor y por hacerme una mejor persona y el hombre que soy. Por entenderme cuando las palabras no alcanzaban y por darme fuerzas para seguir adelante. Este trabajo lleva más que tu huella.

A mí mismo, por no rendirme, por mantener la fe en mis sueños y por perseverar a pesar de las dificultades. Este trabajo es el reflejo de mi trabajo constante, mis sacrificios y mi pasión por ser profesor. Agradezco mi capacidad de resistir en los momentos difíciles y de encontrar motivación en los momentos más oscuros. Este logro es el resultado de mi esfuerzo y de mi compromiso conmigo mismo. Que este trabajo sea un recordatorio de lo lejos que puedo llegar cuando creo en mí.

Agradecimientos

Quiero expresar mi más sincero agradecimiento a todas las personas que hicieron posible la culminación de este trabajo de grado.

En primer lugar, agradezco profundamente a mi director de tesis, César Rendón, por su guía, paciencia y constante apoyo a lo largo de este proceso. Su conocimiento y experiencia fueron fundamentales para dar forma a este proyecto. Gracias por su dedicación y por siempre brindarme la oportunidad de crecer académicamente.

Quiero expresar mi más sincero agradecimiento a mi tutor de práctica, Fernando Torres, por su invaluable apoyo y guía durante todo el desarrollo de este trabajo de grado. Sin duda, su orientación ha sido esencial para este logro, y estoy profundamente agradecido por todo el esfuerzo y dedicación que puso en cada etapa de este proceso.

A mis profesores y profesoras, quienes, a lo largo de estos años, compartieron su sabiduría y pasión por las matemáticas y la enseñanza. Cada clase, cada consejo, y cada crítica constructiva me han permitido desarrollarme como estudiante y como futuro profesional.

A la profesora Leonor Camargo, por darme las bases de investigación, escritura y amor por lo que hoy denomino mi vocación.

A mis compañeros y compañeras, con quienes compartí experiencias, inquietudes y momentos de aprendizaje. Su apoyo mutuo ha sido esencial para afrontar los desafíos que impone esta carrera y este trabajo.

A Daniela, Lina P, Lina O, Cecilia, Jhosset, Andrés, Juan, Julieth, Lizeth, Paola, Yully y demás compañeros que me demostraron que reír en la adversidad es sinónimo de continuar y dar alivio a nuestros momentos más difíciles.

Mi agradecimiento también al colegio La Victoria, por brindarme la oportunidad de realizar la investigación y por todo el apoyo logístico y académico proporcionado.

No quiero dejar de mencionar a mi familia, quienes siempre me han brindado su amor, comprensión y apoyo incondicional. A Yaneth, Heli, Paola, Catalina y Daniela, por su aliento constante y por creer en mí en todo momento. Sin su respaldo emocional, este logro no habría sido posible. Son mi vida.

Finalmente, agradezco a todos aquellos que, de alguna forma, contribuyeron con su tiempo, conocimiento y ánimo durante este proceso. Cada uno de ustedes ha sido una parte importante de este camino.

Tabla de contenido

Capítulo 1.	Introducción.....	10
Capítulo 2.	Preliminares	13
2.1.	Antecedentes	13
2.2.	Objetivos	19
2.2.1.	Objetivo general	20
2.2.2.	Objetivos específicos.....	20
Capítulo 3.	Marco teórico.....	21
3.1.	Comunicación en matemáticas escolares	21
3.2.	Ludificación	34
3.3.	Ambiente de aprendizaje ludificado	44
3.4.	MateCraft-RPG.....	48
3.5.	Gráficas estadísticas.....	58
3.6.	Tareas de aprendizaje.....	63
Capítulo 4.	Aspectos metodológicos	65
4.1	Fases del trabajo	65
4.2	Diseño de tareas.....	67
4.2.1	Tarea 1	68
4.2.2	Tarea 2	81
4.3	Validación de las secuencias de tareas por un par experto	96
Capítulo 5.	Resultados	98
5.1	Análisis de resultados por objetivos.....	99
5.1.1	Análisis Tarea 1	99
5.1.2	Análisis Tarea 2.....	113
5.2	Análisis de resultados por rúbrica.....	121
5.2.1	Análisis Tarea 1	123
5.2.2	Análisis Tarea 2.....	126
Capítulo 6.	Conclusiones	130
Referencias.....		133
Anexos		141
Anexo A		141
Anexo B		153
Anexo C		162

Tabla de Figuras

Figura 1 Hoja de personaje con base en los elementos de Classcraft.....	16
Figura 2. Clasificación de los elementos de la ludificación.....	38
Figura 3. Clasificaciones de motivación.....	41
Figura 4. Pasos para diseño de ludificación educativa.....	42
Figura 5. Fases de diseño de unidades didácticas ludificadas.....	43
Figura 6. Propuesta de diseño de tareas ludificadas.....	44
Figura 7. Diseño de recompensa en guías de actividades.....	51
Figura 8. Cartas de mascota.....	54
Figura 9. Cartas de atuendos.....	55
Figura 10. Mercado de Matecraft.....	56
Figura 11. Cuadro comparativo propuesta de González (2019) y Gómez (2018).....	67
Figura 12. Propuesta final de diseño de tareas ludificadas.....	68
Figura 13. Requisitos Tarea 1.....	69
Figura 14. Metas Tarea 1.....	70
Figura 15. Agrupamiento, comunicación e interacción de clase Tarea 1.....	71
Figura 16. Contexto narrativo Tarea 1.....	73
Figura 17. Situación 1. Tabla de frecuencia tipo de plantas.....	74
Figura 18. Tarea 1. Situación 1 Ítems a, b y c.....	74
Figura 19. Tarea 1. Situación 1. Tabla de frecuencias porcentaje de preferencia de las plantas.....	75
Figura 20. Tarea 1. Ítems a y b.....	76
Figura 21. Tarea 1. Ítems c y d.....	76
Figura 22. Tarea 1. Ítem e.....	77
Figura 23. Tarea 1. Recompensa Situación 1.....	77
Figura 24. Tarea 1. Contexto Situación 2.....	78
Figura 25. Tarea 1. Situación 2 Gráficas.....	79
Figura 26. Tarea 1. Situación 2 Ítems a y b.....	79
Figura 27. Tarea 1. Recompensa final.....	80
Figura 28. Tarea 1. Cartas de recompensa.....	81
Figura 29. Tarea 2. Requisitos.....	82
Figura 30. Tarea 2. Metas.....	83
Figura 31. Tarea 2. Comunicación e interacción de clase.....	83
Figura 32. Tarea 2. Contexto Tarea.....	85
Figura 33. Tarea 2. Situación 1. Diagrama rectangular.....	86
Figura 34. Tarea 2. Situación 1. Diagrama radial.....	87
Figura 35. Tarea 2. Situación 1. Ítems a y b.....	88
Figura 36. Tarea 2. Recompensa Situación 1.....	88
Figura 37. Tarea 2. Situación 2. Contexto.....	89
Figura 38. Tarea 2. Situación 2. Mapa de calor.....	90
Figura 39. Tarea 2. Situación 2. Ítems.....	91
Figura 40. Tarea 2. Situación 2. Tabla de frecuencias.....	92
Figura 41. Tarea 2. Situación 2. Elementos de gráficas estadísticas.....	93
Figura 42. Tarea 2. Situación 2. Momento sorpresa.....	94
Figura 43. Tarea 2. Situación 2. Puntos 4, 5 y 6.....	94
Figura 44. Tarea 2. Recompensa final.....	95
Figura 45. Tarea 2. Carta recompensa.....	96

Figura 46. Tarea 1. Parte inicial.....	100
Figura 47. Tarea 1. Respuesta estudiante 1.....	101
Figura 48. Tarea 1. Justificación con dificultad.....	102
Figura 49. Tarea 1. Justificación 2.....	102
Figura 50. Tarea 1. ítem a.	103
Figura 51. Tarea 1. Ítem b y c.	104
Figura 52. Tarea 1. Ítem d y e.	105
Figura 53. Gráfica de barras agrupadas con errores.	106
Figura 54. Razonamiento estudiante 1.....	107
Figura 55. Procedimiento de estudiante.....	107
Figura 56. Argumentos confusos de estudiantes.	108
Figura 57. Argumento correcto de estudiante.	109
Figura 58. Descripción de estudiante.....	109
Figura 59. Tabla de frecuencia de estudiante.	110
Figura 60. Tarea 1. Situación 2. Gráficas e ítems.	111
Figura 61. Propuesta de estudiantes.	112
Figura 62. Tarea 2. Gráficas.....	114
Figura 63. Tarea 2. Ítems.	114
Figura 64. Tarea 2. Procedimiento estudiante.	115
Figura 65. Tarea 2. Situación 2. Gráfica e ítems.	116
Figura 66. Tarea 2. Análisis estudiantes.....	117
Figura 67. Tarea 2. Justificaciones estudiantes.	118
Figura 68. Tarea 2. Tabla de frecuencias.....	118
Figura 69. Tarea 2. Punto 2.....	119
Figura 70. Tarea 2. Diagrama circular de estudiante.	120
Figura 71. Tarea 2. Diagrama radial de estudiante.	120
Figura 72. Justificación estudiante 1.	123
Figura 73. Justificación estudiante 2.	124
Figura 74. Justificación estudiante 3.	124
Figura 75. Justificación estudiante 4.	125
Figura 76. Procedimiento estudiante 1.	127
Figura 77. Procedimiento estudiante 2.	128
Figura 78. Justificación estudiante 5.	128

Resumen

El presente trabajo de grado presenta una experiencia de aula derivada del diseño e implementación de una secuencia de tareas dirigidas al desarrollo y promoción de la competencia de comunicación en matemáticas en estudiantes de secundaria a través de un ambiente de aprendizaje ludificado. En particular, se comentan aspectos conceptuales que sustentan la propuesta, como una concepción de la competencia comunicativa en el aula de matemáticas y una caracterización de un ambiente de aprendizaje ludificado que permitiera el desarrollo de las tareas.

Asimismo, se comentan los aspectos metodológicos seguidos, fundamentalmente basados en las estrategias de revisión documental y experimento de enseñanza. Finalmente, se mencionan algunas conclusiones relacionadas a la implementación de las tareas, haciendo énfasis en la observancia lograda de las características relacionadas con la competencia comunicativa; así como en posibles mejoras de cara a posteriores versiones de las tareas.

Palabras clave: comunicación matemática / ludificación/ ambiente de aprendizaje/ tareas de aprendizaje.

Capítulo 1. Introducción

En el marco de los procesos de las matemáticas escolares que se plantean en las políticas curriculares colombianas (Ministerio de Educación Nacional [MEN], 2006; 1998), se reconoce en la comunicación uno de particular relevancia en la formación de los estudiantes, por cuanto les permite la exteriorización de ideas matemáticas, lo que a su vez abre las posibilidades al trabajo con representaciones de los objetos matemáticos y con las formas de argumentación que puedan emerger en el marco de dicho proceso comunicativo.

Precisamente, la importancia del proceso comunicativo en la clase de matemáticas ha dado lugar a investigaciones que versan sobre el papel de la comunicación en el aprendizaje de las matemáticas (v. g. Radford, 2006; Morgan et al., 2014) e incluso la existencia de una línea dedicada a las relaciones entre matemáticas y lenguaje en el reciente CERME¹-13 (Drijvers et al., 2023). Sin embargo, al realizar una búsqueda en los referentes de calidad colombianos (MEN, 2006) no es posible encontrar una definición concreta sobre lo que se entiende por comunicación en el contexto colombiano de las matemáticas escolares; situación que no sucede con los otros procesos contemplados de manera oficial (formulación, tratamiento y resolución de problemas; modelación; razonamiento y formulación, comparación y ejercitación de procedimientos).

Por otra parte, en relación con la pertinencia de ambientes de aula permeados por la ludificación² para el aprendizaje escolar, se identifica de forma inicial que la cantidad de investigaciones asociadas al trabajo en aula que involucre la ludificación son escasas. Sin

¹ Congreso de la Sociedad Europea para la Investigación en Educación Matemática.

² Si bien el trabajo sigue en líneas generales las ideas del enfoque de *gamification*, el cual ha sido popularmente traducido y aceptado como “gamificación”, en el documento se prefiere atender las disposiciones de la RAE al sugerir que una traducción más afortunada es “ludificación”.

embargo, autores como Borrás (2015) y Colón (2018), resaltan algunas bondades de este tipo de ambientes de aprendizaje como, por ejemplo, el desarrollo de la motivación, la posibilidad de retroalimentación constante, la generación en el estudiante de mayor compromiso e interés por su aprendizaje, la vinculación con el contenido y tareas en sí, entre otros.

Adicionalmente, al ser un ambiente basado en elementos de un juego, se encuentra compuesto por objetivos y metas alusivas a la enseñanza, y unas reglas que permitirán regular y estipular el trabajo en el aula el cual se ve alimentado por momentos narrativos, de recompensas y de interacción grupal, y a su vez permite al estudiante ver constantemente su progreso promoviendo una autoevaluación constante.

Considerando lo anterior, se diseñó e implementó un conjunto de tareas de aprendizaje en un ambiente ludificado, dirigidas a estudiantes de grado undécimo y que procuraran promover sus competencias comunicativas en la clase de matemáticas. Así mismo, resulta importante señalar que el objeto matemático protagonista de las tareas fue el análisis de gráficas, ello por cuanto eran los asuntos matemáticos que los estudiantes estarían abordando en su institución educativa al momento de la implementación de las tareas, pero además porque se reconoce en la Estadística un contexto muy adecuado para el desarrollo de la comunicación por parte de los estudiantes.

El trabajo se encuentra constituido de cinco capítulos concretos, uno inicial en que se plantea los antecedentes del trabajo y de la implementación previa con los estudiantes que son grupo de estudio, así como los objetivos del trabajo mismo. El marco teórico que se compone de cada uno de los objetos de estudio principales para el desarrollo del trabajo, entre estos se encuentran la comunicación, la ludificación, el diseño de tareas, entre otros. La metodología llevada a cabo, resaltando las fases de diseño de tareas y la validación de dichas tareas.

Finalmente, los resultados obtenidos posterior a la implementación realizada para finalizar con las conclusiones a las que se llegaron tras el desarrollo de este trabajo.

Capítulo 2. Preliminares

2.1. Antecedentes

En el marco de las prácticas de inmersión total de la Licenciatura en Matemáticas que se realizaron en los semestres 2022-II, 2023-I y 2023-II en el proyecto “Fortalecimiento en competencias matemáticas” del Colegio La Victoria IED se identificaron distintas situaciones que promovieron el pensar una estrategia que permitiera mejorar el aprendizaje de los estudiantes (de grado noveno en 2022, décimo en 2023 y undécimo en 2024) en la clase de matemáticas.

Inicialmente, en los años 2020 y 2021 debido a las medidas de aislamiento generalizado tomadas para poder mediar el impacto de la pandemia por Covid-19 a nivel nacional, la institución educativa se vio forzada a realizar clases mediadas por tecnología, este hecho afectó negativamente el desarrollo de competencias de los estudiantes, con el agravante que, como es sabido a nivel nacional, no todos los niños y jóvenes contaban en ese momento con recursos para conectarse a reuniones o clases sincrónicas. Así, al regresar a clases presenciales, se evidenciaron dificultades, vacíos conceptuales, entre otros, en la clase de matemáticas. Por los aspectos anteriormente mencionados, se resaltó la problemática de los estudiantes del colegio (en ese momento) respecto al bajo nivel académico que presentaban en sus clases, siendo esta la razón global por la cual se planteó el presente trabajo, como una alternativa para la atención de la situación detectada.

De manera más particular, a partir de las experiencias vividas en la institución en el marco de la práctica de inmersión total del espacio académico “Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas Escolares” en 2022-II realizada por el autor, se lograron identificar dificultades en

materia de razonamiento y modelación matemática con los estudiantes de grado noveno (2022) entre las que resaltaban la falta de habilidades para la resolución de problemas y plantear estrategias, la poca conexión entre el contenido y las actividades por realizar, problemas para expresar sus ideas, entre otras. Estas se reconocieron mediante observaciones semanales al curso 901, en las cuales se evidenciaron los métodos de enseñanza del profesor a cargo, los cuales en ocasiones eran acordes a las características de modelos conductistas y en otros momentos a modelos constructivistas; así como el desempeño de los estudiantes a las tareas planteadas por él, las cuales solían ser usuales en un aula de clase tradicional. No obstante, al realizar la implementación de una unidad didáctica diseñada en el marco de dicha práctica, se observó que los estudiantes presentaban también importantes dificultades relacionadas con la competencia de comunicación en matemáticas, evidenciadas en las maneras de transmitir ideas matemáticas de manera escrita y oral, entre ellos y con el profesor, lo cual dificultó en algunos momentos el desarrollo de lo planeado y puso de relieve la necesidad de atender a este aspecto de forma más idónea.

Por otro lado, la institución en ese momento (2022-II) afrontaba situaciones de remodelación en su infraestructura, razón por la cual algunos cursos semanalmente se licenciaban (es decir, no asistían a la institución) razón por la que los estudiantes no siempre tenían la totalidad de sus clases semanales. Este hecho tuvo incidencias en el desarrollo óptimo de los planes de estudios y, en particular, en el nivel académico de los estudiantes frente al área de matemáticas. Adicionalmente, dicha renovación de infraestructura fue la razón por la que la institución presentaba problemas como la falta de personal para administrar recursos para la enseñanza, por lo cual, los docentes tenían dificultad para acceder a libros, material didáctico,

entre otros; lo que limitaba la planeación de actividades por parte de los docentes a los estudiantes.

Así, a lo largo del año 2023, en el curso 1001 (el mismo grupo de estudiantes de 901 del 2022 pero con algunos otros estudiantes nuevos), en el que el autor desarrolló los espacios académicos “Práctica en Aula” y “Práctica de Integración Profesional en la Escuela”, se plantearon actividades que fueron implementadas con ayuda de la plataforma “Classcraft³”, la cual consistía en una página web que permitía ambientar la clase en un juego de rol educativo que posibilitaba, según las competencias de los estudiantes, clasificarlos en varios tipos de rol (v. g. mago, sanador o guardián), formar grupos de trabajo de acuerdo a sus tipos de rol de tal forma que permitieran un desarrollo de habilidades y competencias de manera cooperativa e individual, ir obteniendo recompensas dentro del juego (v. g. monedas de oro, cartas, experiencia) a medida que iban realizando las actividades planeadas en forma de misiones, etapas, retos, entre otras.

Aludiendo a este tipo de actividades se lograron transformar herramientas del juego en material concreto, de tal manera que de forma transitoria se lograra una inmersión más cómoda para los estudiantes dentro del ambiente de aula que se esperaba conformar y, por otro lado, tratar de reducir el protagonismo de la plataforma Classcraft, volviéndola no el eje del ambiente de aprendizaje ludificado, sino un recurso para este. Algunos ejemplos de esto son las hojas de personaje (Figura 1

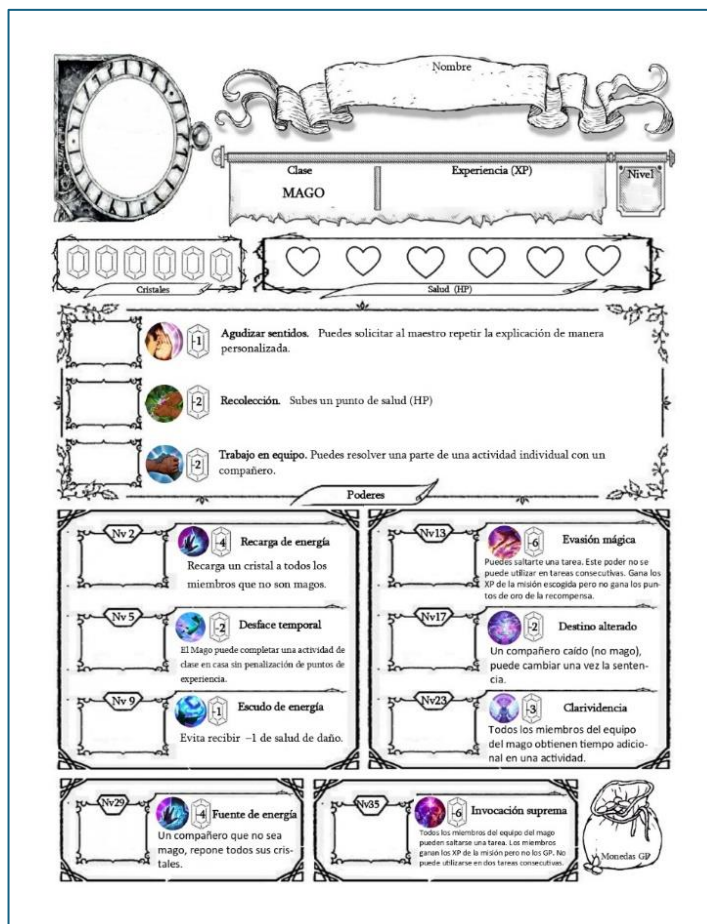
Figura 1
Hoja de personaje con base en los elementos de Classcraft), las cuales son una herramienta importante del ambiente de aprendizaje puesto que permiten realizar el seguimiento del progreso y la

³ La página web fue utilizada como recurso principal en el año 2023 y el primer semestre del 2024. Sin embargo, a partir del 15 de julio del 2024 este sitio dejó de funcionar debido a que fue añadido como recurso en la plataforma educativa HMH (Houghton Mifflin Harcourt) la cual se encuentra de forma exclusiva para instituciones educativas adscritas y en categoría de pago. Cabe resaltar que este aplicativo no pudo ser descrito en mayor profundidad, debido a la dificultad de ingresar al contenido que se trabajó previamente con los estudiantes.

evolución del estudiante a lo largo del tiempo, utilizando recursos inmersos en el juego tales como la experiencia y las monedas de oro, y la elaboración de cartas físicas que adquirirían los estudiantes como recompensa al momento de superar actividades y evaluaciones planteadas, estas últimas, permitían una mejor inmersión en el juego volviéndolo más atractivo para el grupo de estudiantes.

Estos aspectos fueron bien recibidos por los estudiantes, debido a que este material salía de la plataforma digital y podía ser manipulado por ellos a su antojo y, por otro lado, les permitía tener más clara la importancia de los roles asignados, así como las habilidades y estrategias que podían tener tanto individual como grupalmente logrando un interés mayor en el ambiente de aula y con mayor disposición a participar.

Figura 1
Hoja de personaje con base en los elementos de Classcraft



Nota. Tomada de Torres (2023).

La implementación de las actividades trataba de ir en la dirección de mejorar las dificultades percibidas durante el 2022. Para ello, se modificaron algunas tareas extraídas de libros de texto con la intención de hilarlas dentro de una narrativa que contemplaba el juego para que, de esta manera, las actividades planteadas dentro de las secuencias de tareas fueran en contexto con la narrativa del ambiente de aula. Adicionalmente, se planificaron algunas actividades y evaluaciones que tuvieran estructura de un juego de mesa o de relevos, para dar un ejemplo, en el Anexo A se puede evidenciar una actividad llamada “El calabozo de las Mazmorras” la cual sumergía a los estudiantes en un evento ficticio de la narrativa del ambiente

de aula a medida que se realizaban ejercicios sencillos de clase que permitían adquirir “experiencia”, entendiendo esta como un elemento clásico en varios tipos de juegos que permite llevar una contabilización del desarrollo del jugador, que posteriormente se vería reflejado en una nota cualitativa, en el caso de la institución está maneja una escala de 0 a 100 en evaluación cuantitativa y en aspectos cualitativos manejan escala de bajo, básico, alto y superior.

A través de estas implementaciones se evidenciaron mejoras en las diferentes competencias de matemáticas escolares (razonar, argumentar y evaluar procedimientos), esto dado que los estudiantes en el trabajo grupal compartían razonamientos e intentaban argumentar grupalmente, como equipo evaluaban sus procedimientos y reparaban desde la interacción, mejoraban la lectura de situaciones problemas escuchando a sus pares y proponiendo estrategias, entre otros. Cabe resaltar que, aunque se reportaron mejoras esto no implica la superación total de las dificultades existentes.

En particular, se mantuvieron dificultades en el proceso de comunicación matemática, lo cual motivó a profundizar en su superación desarrollando este proceso en el aula por medio del ambiente de aprendizaje ludificado utilizando la plataforma Classcraft. Para ello, en primer lugar, se realizaron algunas indagaciones en cuanto a investigaciones que trataran la comunicación en el aula de matemáticas y, por otra parte, trabajos sobre la utilización de la plataforma Classcraft en el aula de matemáticas.

Desde una mirada curricular, el Ministerio de Educación Nacional se refiere a la comunicación como una “necesidad común de los seres humanos en todas las actividades, disciplinas, profesiones y actividades de trabajo” (MEN, 1998, p. 73) y lo relaciona con la interacción constante de los estudiantes en el aula de matemáticas, resaltando que dentro del

currículo escolar no se le brinda tanta atención debido a la creencia de que no es importante y que la comunicación debería desarrollarse en otras áreas.

Sin embargo, el MEN (1998) también hace alusión a que diversos estudios han catalogado a la comunicación como uno de los procesos más importantes en cuanto al aprendizaje de las matemáticas se refiere. En la Tabla 1. Autores referentes a la comunicación, se presentan algunos ejemplos de investigaciones alusivas a la comunicación en matemáticas sin pretender ser exhaustivos en este punto.

Tabla 1. Autores referentes a la comunicación.

Autor	Año	Título
Duval, R.	1993	<i>Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée.</i>
Jiménez, M. Jiménez, M. y Jiménez, M.	2014	Estrategia Didáctica Para Desarrollar La competencia “Comunicación y Representación” En Matemática.
Lee, C.	2009	El lenguaje en el aprendizaje de las matemáticas.
Fandiño, M.	2010	Múltiples aspectos del aprendizaje de la matemática: evaluar e intervenir en forma mirada y específica.
Vidal, S.	2016	El desarrollo de la competencia comunicativa en matemáticas a través de prácticas de aula.
Jerez, C.	2020	Las matemáticas “un acto comunicable”: Desarrollo y fortalecimiento de la competencia comunicativa en el área de matemáticas en estudiantes de grado 4° de la Institución Educativa San Agustín, del municipio de Aguazul – Casanare.

Estas investigaciones indican la pertinencia de realizar trabajos académicos en Educación Matemática que aludan a la competencia de comunicar en la clase de matemáticas.

De igual manera, en relación con el uso de Classcraft se encontraron antecedentes que resaltan la eficacia en la enseñanza y aprendizaje por el medio ludificado, aludiendo a experiencias en trabajo en aula (Contreras y Eguia, 2017) y algunos relacionados con el trabajo directamente con la plataforma en diferentes áreas como, por ejemplo, el lenguaje y la informática (Hernández et al., 2020 y Medina, 2020), resaltando la importancia del uso de este recurso en el aula. No obstante, cabe resaltar que al ser un campo de estudio relativamente nuevo no se logró encontrar antecedentes que traten sobre la ludificación empleando Classcraft y la enseñanza de las matemáticas de manera conjunta, por lo que se concibe que un trabajo que vaya en esta dirección es pertinente y actual.

2.2. Objetivos

A continuación, se presentan los objetivos que especifican el alcance del presente trabajo de grado.

2.2.1. Objetivo general

Favorecer el desarrollo de la competencia comunicativa en la clase de matemáticas en un grupo de estudiantes del Colegio La Victoria IED a través del diseño de una secuencia de tareas inmersas en un ambiente de aprendizaje ludificado.

2.2.2. Objetivos específicos

- Realizar un estudio de los fundamentos teóricos y didácticos para el diseño e implementación de secuencias de tareas enfocadas en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas con énfasis en la comunicación.

- Diseñar una secuencia de tareas para la enseñanza y el aprendizaje de algunos conceptos y procedimientos matemáticos escolares con énfasis en el desarrollo de la comunicación matemática.
- Implementar una prueba piloto de las tareas, con el grupo de estudiantes seleccionado del Colegio La Victoria IED, y llevar a cabo un análisis preliminar de los resultados obtenidos para identificar los posibles impactos que las tareas tienen en el aprendizaje de los estudiantes.

Capítulo 3. Marco teórico

Para este capítulo se presentan los hallazgos teóricos producto de una revisión documental alusiva a la comunicación matemática en contextos escolares, la ludificación y el diseño de tareas de aprendizaje; tales que permitieran en primera instancia tener una visión más amplia sobre el estudio de la comunicación en matemáticas y su importancia para, posteriormente, proponer una definición de esta competencia o proceso. En un segundo momento, tener claridad de qué es la ludificación en aula, sus componentes y de qué forma lograr un ambiente ludificado, para, finalmente, siguiendo la propuesta de tareas de aprendizaje de Gómez (2018), identificar relaciones que permitieran diseñar tareas ludificadas que apunten a las metas del trabajo.

A continuación, se comenta a mayor profundidad cada aspecto mencionado anteriormente.

3.1. Comunicación en matemáticas escolares

Inicialmente, es importante identificar distintas definiciones que permitan tener una percepción más amplia de lo que es la comunicación. Para algunos autores como Villalba (2006), comunicar es “la acción de poner algo en común (...) es el proceso que posibilita la comprensión mutua y el establecimiento de relaciones de interferencia entre individuos y grupos, mediados e influenciados por diversos factores” (p. 10). En este caso Villalba (2006) propone la comunicación como una acción cuya finalidad es la interacción entre distintos individuos, lo cual, autores como Meneses (1999) y Ponte et al. (2007) resaltan. La mayor distinción entre estos autores es que, mientras Meneses (1999) ve la comunicación como una forma de interacción

social, Ponte et al. (2007) la plantea de manera similar, pero además como una forma de organización y transmisión de informaciones.

Al revisar documentos alusivos a la comunicación en la educación matemática, se percibe la existencia de una relación entre comunicación y lenguaje, según lo exponen distintos autores (v. g. Fandiño, 2010; Goñi y Planas, 2011 o D'Amore, 2004). En consecuencia, se comenta de manera general lo que se entiende por lenguaje en el contexto de las matemáticas escolares.

Autores como Vieyra, (2010), Goñi y Planas (2011), y Gonçalves y Fernandes (2010) en un intento de definir lo que es la comunicación, expresan la importancia de moverse entre “lenguajes” o apropiarse de ellos; importancia que se resalta en los Lineamientos Curriculares colombianos: “la comunicación juega un papel fundamental, al ayudar a los niños a construir los vínculos entre sus nociones informales e intuitivas y el lenguaje abstracto y simbólico de las matemáticas” (MEN, 1998, p. 74) resaltando el papel de estos lenguajes.

Por su parte, Diaz (2009) propone una transición de formación comunicativa compuesta por dos tipos de lenguaje⁴: el lenguaje verbal y el de las matemáticas, dividiendo este último en otros tres: el algebraico, el geométrico y el aritmético. Inicialmente, el autor menciona que, antes de plantear el desarrollo del componente comunicativo en los estudiantes, hay que prestarle vital atención a lo que es la comprensión y cómo se ve reflejada en el desarrollo del estudiante, dándole importancia a cómo se mueve un objeto matemático entre dos o más representaciones semióticas. Cuando los estudiantes logran relacionar una idea, procedimiento o hecho matemático con una variedad de representaciones y argumentos sólidos se puede decir que existe un grado de comprensión.

⁴ Para Diaz (2009) el término lenguaje es equivalente al de representación semiótica en este contexto.

De igual forma, Calderón (2018) divide el lenguaje verbal en dos tipos, el lenguaje oral y el lenguaje escrito. Respecto al lenguaje verbal, el autor menciona que las expresiones discursivas dan herramientas al profesor para identificar las elaboraciones y evoluciones de conocimiento de los estudiantes, siendo las participaciones orales una evidencia de apropiación de aprendizaje. Las exigencias discursivas en el aula y las participaciones orales son consideradas por el autor como novedosas y provechosas, debido a que el discurso requiere del desarrollo de aprendizajes respecto a cómo participar asertivamente, siendo esta participación oral aquella que también orienta y regula las actividades permitiendo que los estudiantes se manifiesten en aspectos afectivos, emocionales y de intencionalidades con lo que trabajan y frente a lo que se plantea⁵.

Según Vion (1992, citado en Calderón, 2018) la elaboración del discurso supone los siguientes aspectos:

- Formas de participación propias de relaciones didácticas, tales como preguntar, pedir aclaraciones, pedir la palabra, responder preguntas, entre otros.
- Sentido local, haciendo referencia a la conciencia de la orientación enunciativa que el docente junto con sus estudiantes usa en sus interacciones tales como identificar si una pregunta es para llamar la atención por algún motivo externo, sancionar o verificar conocimientos.
- Sentido contextualizado, aludiendo al uso de contextos de los términos matemáticos o función de las actividades tales como tareas, talleres, evaluaciones, entre otros.

⁵ No es el objeto del trabajo ahondar en aspectos afectivos o emocionales a través de la comunicación de los estudiantes, por lo que no se entra en el detalle su explicación.

- Relaciones sociales y contextos individuales, identificando diferencias o similitudes dentro del contexto educativo y el reconocimiento de identidad del estudiante mediante dialectos, costumbres, entre otros.

Por otro lado, el lenguaje escrito, si se relaciona con las producciones de texto de los estudiantes, es un modo de comunicación discursiva que implica en el estudiante una reconstrucción de conocimiento ya adquirido y una reflexión del lenguaje, lo cual lo diferencia principalmente del lenguaje verbal ya que se puede tomar como una expresión del conocimiento y la expresión del pensamiento. A partir de lo anterior, según Calderón (2018), se pueden identificar dos criterios de evaluación para el trabajo relativo al lenguaje escrito:

- *Criterio pragmático*: Este permite establecer la función que cumple el texto y qué tipo de texto es el que produce.
- *Criterio epistémico*: Este criterio tiene más relevancia desde el punto de vista didáctico siendo este el que da razón del modo en que se aborda el conocimiento que emplea el estudiante.

Gonçalves y Fernandes (2010) presentan la perspectiva del lenguaje de las matemáticas como un desarrollo del lenguaje natural abarcándolo desde tres distintos aspectos, el lenguaje matemático y el desarrollo del aula, el carácter especializado de la matemática y, por último, el papel del lenguaje matemático en la forma de construir conocimiento.

Respecto al primer aspecto, Calderón (2018) plantea dos factores, el desarrollo de competencias y la configuración social. De manera sintética, el primer factor hace referencia a todos los modos de construcción de conocimiento y la comunicación que se encuentra inmersa en dicho proceso de construcción haciendo alusión al lenguaje verbal (oral y escrito) y a las

distintas maneras de representación semiótica que Díaz (2009) menciona anteriormente, y cómo estas estrategias de representación exigen el desarrollo del componente comunicativo oral y escrito con el fin de argumentar, refutar, exponer, entre otros.

El segundo factor hace alusión a la participación en espacios como el aula de matemáticas o discusiones alusivas a contenidos matemáticos, en este aspecto se realiza el análisis de las formas de comunicación entre estudiante - profesor y su incidencia en el aprendizaje concretamente.

Aludiendo a los dos factores planteados por Calderón (2018), naturalmente surge el segundo aspecto mencionado por Gonçalves y Fernandes (2010) relacionado con “el carácter especializado de la matemática”, más concretamente al lenguaje matemático, pues, como se ha mencionado anteriormente, el lenguaje matemático implica distintas maneras de representación o lenguaje inmersos dentro del lenguaje mismo, por lo que Lo Cascio (1991, citado en Calderón, 2018), explica el lenguaje matemático como un lenguaje especializado debido a que en este lenguaje es común encontrar reglas generales o universales que son aplicables después de un ejercicio de validación que abarca diversos procesos lógicos. Las cualidades de las matemáticas y su lenguaje permiten no solo desarrollar habilidades matemáticas sino también fortalece en distintas competencias matemáticas y en el desarrollo de los procesos argumentativos.

Como último aspecto, aludiendo al papel del lenguaje matemático en la construcción del conocimiento hace referencia principalmente a las habilidades mencionadas anteriormente en el componente comunicativo, como lo son argumentar, refutar y exponer ideas razonadas y planteadas con anterioridad, dándole al componente lógico formal una conexión innata con el componente lógico natural a lo que el autor resalta como una idea fundamental de la filosofía del conocimiento.

Aunque se reconoce que el papel del lenguaje en la Didáctica de las matemáticas es mucho más amplio, el enfoque de este trabajo apunta a la comunicación matemática en el aula y no al lenguaje como objeto de estudio en sí mismo (por supuesto sin desestimar la relación que existe entre lenguaje-comunicación), por lo que, se percibe que con la información previa se tienen elementos suficientes para hacer una revisión documental especializada en comunicación en el aula desde un punto de vista curricular.

Así, haciendo énfasis en la competencia comunicativa en la educación matemática, es importante también abordar la concepción de comunicación que plantea el MEN en los Lineamientos Curriculares del área de matemáticas (MEN, 1998), siendo la comunicación una “necesidad común de los seres humanos en todas las actividades, disciplinas, profesiones y actividades de trabajo” (p. 73) y que se relaciona con la interacción constante de los estudiantes en el aula de matemáticas.

Al expresar que la comunicación es una necesidad común en los seres humanos y en su diario vivir, el MEN (1998) presenta características que pueden brindar evidencia de este proceso, algunos ejemplos son: expresar ideas hablando, escribiendo, demostrando y describiendo visualmente de diferentes formas; producir y presentar argumentos persuasivos y convincentes, y hacer observaciones y conjeturas, formular preguntas, y reunir y evaluar información.

Relacionando lo que el MEN (1998) entiende por comunicación y las características anteriores, se percibe como una característica importante “que los alumnos tracen importantes conexiones entre las representaciones físicas, pictóricas, gráficas, simbólicas, verbales y mentales de las ideas matemáticas” (p. 74), esto debido a que:

Cuando los niños ven que una representación, como puede serlo una ecuación, es capaz de describir muchas situaciones distintas, empiezan a comprender la potencia de las matemáticas; cuando se dan cuenta de que hay formas de representar un problema que son más útiles que otras, empiezan a comprender la flexibilidad y la utilidad de las matemáticas. (MEN, 1998, p. 74).

Por lo tanto, podemos resaltar la importancia de la comunicación como parte clave en el proceso de relación entre distintos tipos de representaciones y como una herramienta esencial en la formalización de nociones intuitivas, subrayando que la comunicación es la esencia de la enseñanza, el aprendizaje y la evaluación de las matemáticas.

Producto del desarrollo comunicativo en la escuela, según el MEN (1998) los estudiantes deberían ser capaces de leer, interpretar y conducir investigaciones matemáticas en clase; discutir, escuchar y negociar frecuentemente sus ideas matemáticas con otros estudiantes en forma individual, en pequeños grupos y con la clase completa; escribir sobre las matemáticas y sobre sus impresiones y creencias tanto en informes de grupo, diarios personales, tareas en casa y actividades de evaluación, entre otras.

El Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación [ICFES], al ser la entidad vinculada al MEN en aspectos evaluativos y que abarca los exámenes de estado colombianos de escolares, tecnólogos y profesionales, presenta guías de orientación para este tipo de pruebas estandarizadas. En este caso, se revisó la guía de orientación Examen Saber 11° Calendario A 2023-2 (ICFES, 2023). Este documento especifica el tipo de prueba y brinda ejemplos dependiendo el área de conocimiento a evaluar.

Dentro de las competencias que evalúa el tipo de prueba para el área de matemáticas propuesta por el ICFES (2023), se prestó principal atención a la competencia interpretación y representación, debido a que esta se encuentra relacionada con el proceso de comunicación definido en el MEN (1998), además, dentro de las competencias evaluadas en la prueba, no se cuenta con la categoría explícita de comunicación. El ICFES (2023) define la competencia interpretación y representación como:

La habilidad para comprender y transformar la información presentada en formatos distintos como tablas, gráficas, conjuntos de datos, diagramas, esquemas, etcétera, así como la capacidad de utilizar estas representaciones para extraer información relevante que permita, entre otras cosas, establecer relaciones matemáticas e identificar tendencias y patrones (ICFES, 2023, p. 33).

Adicionalmente, enfatiza que el objetivo de desarrollar dicha competencia es que el estudiante sea capaz de utilizar coherentemente registros como el simbólico, el natural, el gráfico y todos aquellos que se dan en situaciones que involucran las matemáticas. Este aspecto coincide con la postura de comunicación de Diaz (2009), quien, como se mencionó previamente, también resalta la importancia de tratar un objeto matemático a partir de distintas representaciones semióticas.

En búsqueda de ahondar más allá de los documentos curriculares colombianos en cuanto a comunicación matemática se refiere, se buscaron referentes académicos que tuvieran producciones alusivas a la comunicación matemática en el aula. En este ejercicio, como se mencionó al inicio del capítulo, se estudiaron autores tales como Jiménez, et al., (2014), Jiménez-Espinosa (2019), Villalba (2006), Forrest (2008), Brendefur y Frykholm (2000), entre otros; a continuación, se comentan los principales hallazgos derivados de dicha revisión.

Autores como Bishop (1999), Skovsmose y Valero (2012), Brosseau (1998), entre otros, hablan sobre la dificultad en la enseñanza y aprendizaje del aula, basándose en los imaginarios que permean a la clase de matemáticas y cómo la comunicación en el aula desde hace tiempo atrás se torna de manera unidireccional, haciendo alusión al estilo de enseñanza tradicional, y que, a consecuencia de ello, esto aumenta las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas.

Con lo anterior, se logra identificar aspectos relevantes que dificultan el aprendizaje de las matemáticas y que de manera implícita están relacionados con la comunicación. Un primer aspecto es la comunicación dentro del aula de matemáticas, entendiéndose, según los autores, como una “interacción unidireccional” del profesor hacia el estudiante, esta limita las posibilidades de argumentación por parte de los estudiantes tanto con sus pares como con el profesor. Un segundo aspecto se relaciona con la enseñanza tradicional y el manejo de los patrones o modelos comunicativos y, por último, el imaginario clásico que permea la clase de matemáticas, usualmente ligado a prácticas donde el profesor es un transmisor de conocimientos, los cuales son de difícil comprensión para la mayoría de las estudiantes.

Brendefur y Frykholm (2000) plantean cuatro categorías de comunicación en la clase de matemáticas: unidireccional, contributiva, reflexiva e instructiva, las cuales caracterizan los estilos de comunicación que se pueden presentar en el aula de clase entre el profesor y los estudiantes.

- En la unidireccional la comunicación está centrada en el profesor, que hace ver la matemática como un cuerpo estático de conocimiento.
- En la contributiva la interacción entre los alumnos y entre estos y el profesor se da para ayudar a encontrar los resultados y las soluciones a los problemas; la interacción es de naturaleza informal y correctiva.

- La categoría de comunicación reflexiva parte de la contributiva, los alumnos comparten con sus colegas y con el profesor sus estrategias y soluciones, las cuales son objeto explícito de discusión.
- En la categoría de comunicación instructiva, además de la interacción entre los alumnos y entre estos y el profesor, como en la categoría reflexiva, el profesor continuamente anima a los alumnos a la reflexión para modificar alguna idea poco acertada, que ellos pueden tener de un concepto o interpretación matemática, lo cual permite que el profesor entienda mejor los procesos de pensamiento matemático de sus estudiantes, sus fortalezas y sus limitaciones (Steffe y D´Ambrosio, 1995).

Desde el punto de vista de Voigt (1995), en la clase de matemáticas se pueden identificar patrones de comunicación, y los define como los resultados de las diversas formas de interacción comunicativa de los alumnos y el profesor en el espacio de la clase. El autor identifica dos patrones de comunicación principales: extracción y discusión. En el de extracción el profesor propone una tarea y espera que sus alumnos encuentren la respuesta, guiándolos a la solución; esto es, espera que los alumnos extraigan pequeñas dosis de conocimiento. En el patrón de discusión los alumnos resuelven un problema, el profesor hace preguntas, observaciones y reformulaciones hasta llegar a una solución válida.

De manera muy similar a Voigt (1995), Wood (2003) establece dos modelos de clase de matemáticas enfocados en la comunicación. El modelo convencional el cual se caracteriza en que el profesor propone una pregunta problema, pide que algún estudiante responda, evalúa la respuesta o proceso como correcto o incorrecto y de ser incorrecta pregunta a otro alumno; no hay espacio para analizar por qué la respuesta es incorrecta, o en qué etapa del proceso se falló.

En el modelo de reporte de estrategias a diferencia del anterior, existe el espacio de análisis para detallar las soluciones.

Bauersfeld (1995, citado por Godino y Linares, 2000), identifica tres ambientes de aprendizaje aludidos a las interacciones y el lenguaje:

- El ambiente individualista, se caracteriza debido a que el sujeto principal es el estudiante, y es el único actor responsable por su aprendizaje y los significados se generan en su mente, individualmente, no hay interacción misma.
- En el ambiente colectivista, el aprendizaje consiste en la enculturación de estructuras sociales preexistentes y los significados son atributos de la mente colectiva de una sociedad históricamente constituida, y se producen con el lenguaje como mediador.
- En el ambiente interaccionista los significados se constituyen en las interacciones de los individuos, como manifestación de la cultura.

De forma muy similar Genovard y Gotzens (1990), citado por Godino, (s.f), desde el campo de la psicología plantea tres tipos de modelos instruccionales en la enseñanza que caracterizan la comunicación de los sujetos principales en el aprendizaje:

- El interaccionista cognitivo, en el cual la instrucción es básicamente un intercambio de información entre el profesor y sus alumnos en el que la interacción se da entre los contenidos y las habilidades cognitivas del alumno y el aprendizaje se manifiesta en la asimilación, modificación y acomodación en estructuras mentales
- El interaccionista social, bastante relacionado con las propuestas de Vigotsky (1978), en el que se destaca el papel de los sujetos facilitadores (expertos) que intervienen en el

proceso de instrucción de los aprendices (novatos); aquí la mediación se hace a través del lenguaje, como componente de la cultura.

- El interaccionista contextual, el cual se destaca el papel central de la interacción entre los sujetos, como la base de la enseñanza, pero donde el contexto es tenido en cuenta.

Por último, Meneses (2004) presenta un análisis del papel de la pregunta en la clase de matemáticas y cómo estas influyen en la forma en que se desenvuelve el estudiante para lograr resolverlas. Este hecho el autor lo divide en cinco patrones de interacción profesor – alumno:

- El patrón de recitación se ajusta al mismo modelo convencional de comunicación planteado por Wood (2003), en donde la clase sigue el esquema pregunta, respuesta, evaluación.
- El patrón del embudo se caracteriza en que el profesor coloca una pregunta y si los alumnos presentan dificultades para responderla, formula nuevas preguntas más sencillas, con el objetivo de que los alumnos lleguen a la respuesta.
- El patrón de extracción sigue las mismas etapas del anterior, pero al final el profesor y los alumnos evalúan todo el proceso.
- El patrón de focalización sigue las mismas etapas del de extracción, pero el profesor, al hacer preguntas más simples que ayudarían en la solución, centra sus cuestiones en aspectos más críticos y delega en sus estudiantes la responsabilidad de comunicar sus resultados.
- En el patrón de discusión, la novedad es el trabajo en grupo; un alumno presenta la solución encontrada por el grupo, a lo cual el profesor interroga con el objeto de hacer más clara la respuesta del grupo, hasta que esta sea aceptada por todos los estudiantes.

Fruto de la revisión documental se sistematizaron las conceptualizaciones y características encontradas y se propone una conceptualización propia, para la comunicación en educación matemática, que recoge los principales planteamientos de las posturas estudiadas, así como un conjunto de acciones específicas a partir de las cuales se puede evidenciar el desarrollo de la comunicación en el aula.

A continuación, se presenta la conceptualización propuesta y las acciones que se espera que los estudiantes realicen para poder evidenciar el desarrollo del proceso comunicativo.

Conceptualización de comunicación propuesta:

La comunicación en matemáticas es un proceso de interacción social entre individuos que comparten conocimientos matemáticos y formas de argumentar e interactuar (siendo estos los elementos básicos de la comunicación) que se reflejan en la apropiación y uso de un lenguaje común. Entre las finalidades principales de la comunicación en matemáticas se encuentran poder expresar, representar y entender situaciones e ideas matemáticas; así como organizar y transmitir los conocimientos que la comunidad de individuos produce.

Acciones asociadas a la comunicación matemática:

A1: Reconoce la existencia de conexiones entre los distintos sistemas (registros) de representación de las ideas matemáticas (*i. e.* físicas, pictóricas, gráficas, simbólicas, verbales y mentales).

A2: Cambia de un tipo de representación de una idea matemática a otro.

A3: Construye conocimientos (ideas, nociones, significados, representaciones, etc.) a partir del trabajo con las distintas formas de representación de una idea matemática o de las interacciones con otros individuos de la comunidad.

A4: Atribuye significados compartidos por la comunidad a una idea matemática.

3.2. Ludificación

Como principal recurso para el diseño del ambiente de aula en donde se busca plantear las tareas que desarrollen la competencia de comunicación matemática en estudiantes, se empleó la plataforma Classcraft, por lo tanto, se presenta un estudio sobre la ludificación, partiendo de su definición y sus características, así como algunas de sus ventajas en la enseñanza y el aprendizaje, para, posteriormente, identificar algunos aspectos didácticos que proponen ciertos autores en la construcción de experiencias ludificadas en el aula.

La ludificación según Gonzáles (2019) (si bien la autora utiliza el término gamificación), es una estrategia de innovación educativa que han asumido profesores recientemente en búsqueda de aumentar la motivación por el aprendizaje de sus estudiantes. Esta estrategia consiste en usar mecánicas, elementos y técnicas de diseño de juegos con la finalidad de involucrar a un público en general (Borras 2015). Por otra parte, Gonzáles (2019) hace énfasis en cómo el juego es una actividad natural del ser humano a lo largo de la historia y a su vez las bondades que permite esta característica con el objetivo principal de aumentar la motivación de distintas actividades que se estén realizando.

Tanto Borras (2015) como Gonzáles (2019) hacen énfasis en que hay distintos tipos de juego dependiendo su enfoque, debido a que se puede jugar sin algún tipo de objetivo o jugar con algún tipo de finalidad o finalidades específicas, lo cual lo llaman algunos autores como “juego serio”. Sin embargo, en el contexto educativo, aludiendo a lo mencionado anteriormente, existe una diferencia entre ludificación educativa, jugar en el aula y aprender jugando, dicha diferencia

es mencionada por Torres-Toukoumidis y Romero (2018) tal como puede observarse en la Tabla 2. Diferencias entre jugar en el aula, aprender jugando y ludificación educativa.

Tabla 2. Diferencias entre jugar en el aula, aprender jugando y ludificación educativa.

Jugar en el aula	Aprender jugando	Ludificación educativa
<ul style="list-style-type: none"> • Puede estar o no relacionado a una actividad didáctica. • No tiene finalidad educativa. • Su función principal es la socialización. • No requiere planificación pedagógica. 	<ul style="list-style-type: none"> • Está vinculado directamente con un contenido pedagógico. • Tiene finalidad educativa. • Su función principal es fungir como canal didáctico entre el contenido y el educando. • Requiere planificación pedagógica. 	<ul style="list-style-type: none"> • El contenido pedagógico debe ser el contenido transversal de las mecánicas. • Tiene finalidad educativa. • Su función es alcanzar la motivación intrínseca del alumnado por los elementos del juego (puntos, niveles, insignias, tablas de posición). • Requiere planificación pedagógica y de dinámicas, mecánicas y estética.

Nota. Tomada y adaptada de Torres-Toukoumidis y Romero (2018)

No obstante, Torres-Toukoumidis y Romero (2018) aclaran que el juego en el aula y la ludificación educativa no debe verse como la mejora definitiva a los problemas del aula, sino comprender que hay otro tipo de dificultades como los currículos mal adaptados, los malos diseños pedagógicos y la desactualización e incluso la desmotivación de algunos docentes con la enseñanza, esto último obligando a recurrir a métodos tradicionales para llevar sus clases.

Borras (2015) resalta que algunas de las ventajas de ludificar es que permite: activar la motivación por el aprendizaje, la retroalimentación constante, una mejor medición de los resultados por medio de sistemas de puntos y niveles, generar competitividad a la vez que colaboración, entre otros. Adicionalmente, es de fácil adaptación y tiene características propias de modelos de enseñanza tanto conductistas como constructivistas.

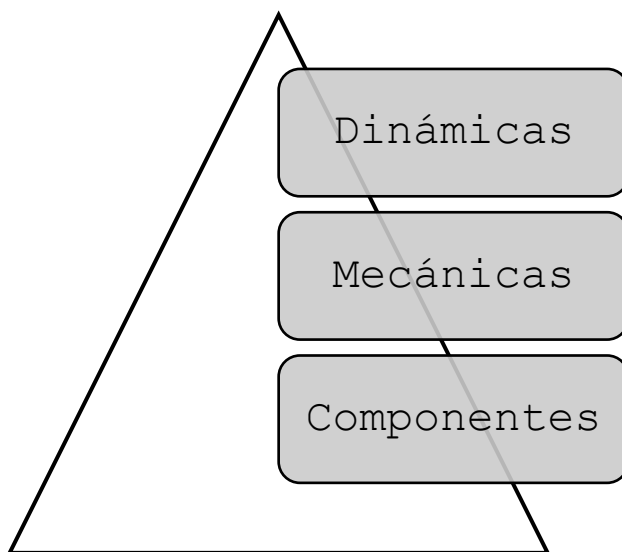
Como bien se ha mencionado antes, la ludificación utiliza los elementos del juego con la intención de poder adaptar ambientes de aprendizajes que sean significativos y motivadores para los estudiantes, pues bien, un factor clave en la gamificación es la motivación. Según lo menciona Gonzáles (2019) estos elementos son:

- Metas y objetivos: Están relacionados con los retos y las misiones dentro del juego. Son aquellos en donde se plantea todo lo alusivo a la experiencia, motivación, comprensión, entre otras.
- Reglas: Son aquellas en las que se plantean las pautas del juego y se dejan explícitas las rutas de trabajo y desarrollo del juego.
- Narrativa: Es el elemento que sitúa a los estudiantes en el contexto planteado, es el elemento inmersivo más importante, debido a que dependiendo de la calidad de éste la disposición del estudiante es mayor.
- Libertad de elección: Este elemento dispone al jugador a una serie de elecciones que tendrán relevancia en el desarrollo de este.
- Libertad de equivocación: Este componente anima al estudiante a arriesgarse en sus participaciones y reduce el miedo al error.
- Retroalimentación: Es aquel que dirige el avance del estudiante a partir de su desarrollo en el juego o sus comportamientos.

- Recompensas: Son recursos del juego que se obtienen a medida que el estudiante va desarrollando los objetivos planteados, estos pueden ser vistos como mejoras, habilidades, entre otros.
- Estatus: Permite a los estudiantes observar no solo su desarrollo dentro del juego, sino que, puede comparar su trabajo con el de los demás, promueve la competencia sana y el compañerismo.
- Cooperación y competencia: Este elemento permite que en distintos momentos del desarrollo del juego los estudiantes tengan que trabajar en equipo o competir con sus pares.
- Restricción de tiempo: Este elemento permite llevar un control de tiempo en cuanto a actividades planteadas, posibilidad de beneficios, entre otros.
- Progreso: Permite que el estudiante a medida que vaya mejorando dentro del juego adquiera nuevas habilidades o recursos que al inicio no tenía.
- Sorpresa: Incluir elementos sorpresa potencia la motivación del estudiante y no permite volver monótono el trabajo con el juego.

Estos 12 elementos pueden ser clasificados según el modelo propuesto por Werbach (2012) en la Figura 2, el cual consta en clasificar cada uno de los elementos en tres categorías dinámicas, mecánicas y componentes.

Figura 2.
Clasificación de los elementos de la ludificación.



Nota: adaptada de Colón et al. (2018)

Aludiendo a Colón et al. (2018) y Borrás (2015), la primera categoría, denominada Dinámicas, hace referencia a la estructura del juego, al concepto mismo, además, se puede ver relacionada con las motivaciones y deseos que se esperan fomentar en los estudiantes. En esta categoría podemos encontrar elementos como la narrativa, las reglas, los objetivos y las restricciones. La segunda, llamada Mecánicas, alude a los procesos que permiten desarrollar el juego y que buscan generar agrado y compromiso en los estudiantes por medio de la inmersión. Algunos tipos de mecánicas son los retos, la retroalimentación, la colaboración y las recompensas. Por último, la categoría Componentes se refiere a las implementaciones específicas entre las dos categorías anteriores: equipos, avatares, combates, niveles, puntos, etc.

En la Tabla 3. Relación entre mecánicas y aspiraciones. se puede observar una relación entre las mecánicas y deseos (filas) o aspiraciones del participante (columnas).

Tabla 3. Relación entre mecánicas y aspiraciones.

	Premio	Estatus	Logro	Auto - expresión	Competición	Altruismo
Puntos						
Niveles						
Desafíos						
Bienes virtuales						
Clasificaciones						
Recompensas						

	Aspiraciones primarias que satisface una determinada mecánica de juego.
	Aspiraciones secundarias.

Nota: Adaptada de Borrás (2015)

Foncubierta y Rodríguez (s.f), mencionan que la ludificación tiene una conexión amplia con el componente emocional, volviendo más humano el aprendizaje y brindando un ambiente emocionalmente activo. Por lo anterior, los autores plantean que para el humano lo que carece de emoción no lo logra convencer del todo; por lo que plantean seis factores afectivos principales relacionados con los elementos del juego:

- La cooperación (retos o desafíos): Aludiendo a la importancia de la cooperación entre pares y grupos, relacionándolo con el aprendizaje cooperativo, aprovechando las bondades del juego como elemento para la socialización.
- Curiosidad y aprendizaje experiencial (narrativa): La narración funciona como un elemento fundamental en la curiosidad del estudiante, atrapándolo en los hilos de historia que se plantean, vacíos intencionales de información y la creación de espacios que abren paso a la imaginación, logran que los estudiantes promuevan su imaginación y logren

interactuar entre ellos, viéndose inmersos en un contexto de juego que promueve la comunicación por medio de tareas de aprendizaje.

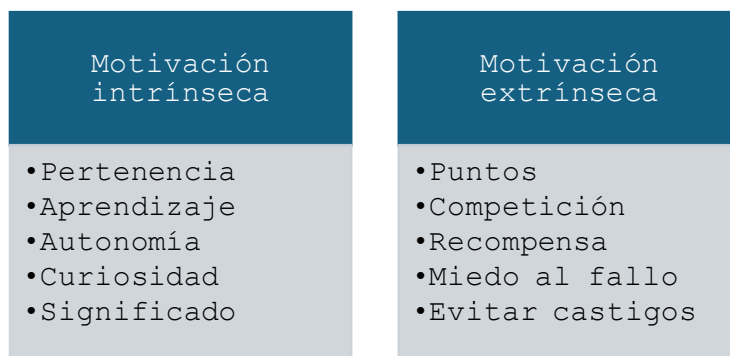
- Autoimagen y motivación (avatar): El avatar da oportunidad al estudiante de crear un alter ego que lo represente dentro de la narrativa del juego, brindando mayor inmersión y dándole una participación importante en el contexto del juego, siendo él el personaje principal de su desarrollo y en quien gira toda la historia planteada; además de proporcionar la mejora de su autoestima y su motivación en clase.
- Sentido de competencia (puntuaciones y tablas de resultados): La competición puede ser un estímulo positivo en el ámbito educativo siempre y cuando se maneje adecuadamente. Elementos como las tablas de clasificación pueden motivar a los alumnos, tanto individualmente como en grupos, al ofrecer una visión clara de su progreso, sin embargo, estas tablas deben ir acompañadas de retroalimentación que informe a los estudiantes sobre sus fortalezas y aspectos a mejorar.
- Autonomía (Barras de progreso y logros): Los seres humanos necesitan una sensación de dirección y propósito en las actividades que se realizan, por lo que, el aprendizaje puede beneficiarse de esta necesidad al crear espacios llamativos hacia los cuales avanzar. El uso de elementos lúdicos y escenarios imaginativos puede ayudar a establecer metas y reglas, proporcionando un espacio dentro del cual los estudiantes pueden actuar con autonomía y confianza, siendo la ludificación, con sus barras de progreso, insignias y recompensas, el apoyo para desarrollar este proceso al premiar la iniciativa y promover la participación.
- Tolerancia al error (pensamiento del juego y recompensa automática): El miedo al error y a no cumplir expectativas puede limitar las capacidades de los estudiantes, pero el juego

actúa como un liberador al permitir aceptar y aprender de las dificultades. Por lo anterior, integrar elementos lúdicos en las tareas, como la construcción de identidades y la participación en narrativas, ayuda a los alumnos a ver el error como una parte válida del proceso de aprendizaje, esta perspectiva, refuerza la idea de que los errores son oportunidades para aprender y desarrollar autonomía.

Los planteamientos mencionados por los autores ayudan a valorar la ludificación desde sus bondades pedagógicas, desde la relación del trabajo del estudiante con el componente afectivo y la motivación. Por lo anterior, Gonzales (2019) menciona la importancia de caracterizar los tipos de motivación para poder tener un panorama más amplio de cómo motivar. De manera específica, se caracterizan dos tipos, la motivación intrínseca y extrínseca. La primera hace alusión a la motivación que es inherente a la persona y se realiza por beneficio o interés, por otro lado, la extrínseca es exterior a la persona y se realiza por algún tipo de recompensa.

En la Figura 3 se presenta una clasificación relacionada con los dos tipos de motivación mencionados y aspectos inmersos en la ludificación.

*Figura 3.
Clasificaciones de motivación.*



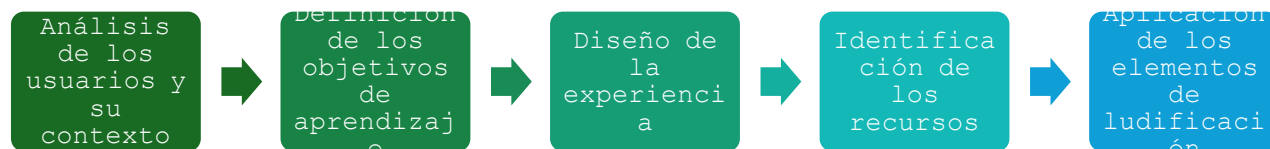
Nota: Adaptada de González (2019)

Colon et al. (2018), hacen referencia a cómo los componentes motivacionales y las características de la ludificación conducen a hablar del concepto de inmersión y su influencia en el aprendizaje, siendo una experiencia inmersiva cuando se quiere profundizar de mayor manera en ella; es decir, saber más sobre lo que se realiza, lograr conocimiento más amplio, interés en continuar, entre otros. A modo de ejemplo, aspectos parecidos a los avances en juegos como el desbloqueo de niveles y habilidades dan sensaciones de experiencias inmersivas.

Los autores realizan un contraste desde la educación tradicional respecto a experiencias inmersivas, mencionando que las aulas tradicionales carecen de la sensación inmersiva debido a que el conocimiento es impartido de forma unidireccional y exclusivamente por el profesor. Sin embargo, expresan que por medio de la ludificación se puede llegar a desarrollar el aprendizaje de los estudiantes por medio de la motivación y la diversión.

Gonzales (2019) propone una secuencia de cinco pasos para el diseño de ludificación educativa tal como se presenta en la Figura 4.

*Figura 4.
Pasos para diseño de ludificación educativa.*



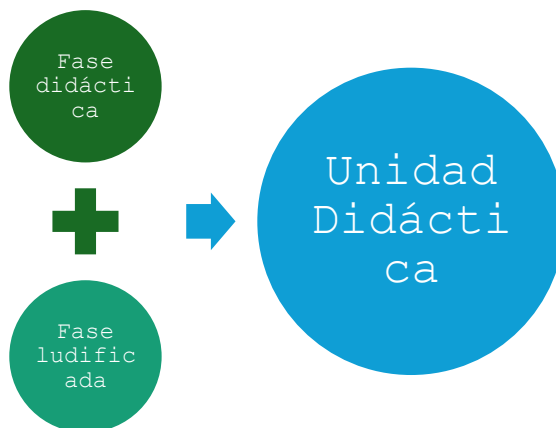
Nota: Adaptada de González (2019)

González (2019) por su parte, en su secuencia de cinco pasos propone en su primera fase todo lo relacionado al contexto de los estudiantes en y fuera del aula. Seguido, la propuesta de los objetivos de aprendizaje tanto generales como específicos, para que en el tercer paso se proponga la secuencia de actividades o análisis instruccional de lo que se llevará al aula, lo

anterior teniendo en cuenta que la propuesta de tareas debe ser de alguna manera adaptada de manera ludificada, lo que hace referencia al cuarto paso, identificando que elementos pueden ser añadidos de manera directa o gradual en la secuencia. Por último, se aplica los elementos de juego y de la ludificación dentro de la propuesta planteada.

Por otro lado, Flores y Fernández (2021) de manera parecida proponen un proceso de ludificación educativa basándose del diseño de una unidad didáctica, dividiendo el proceso en dos fases, fase didáctica y fase ludificada (Figura 5.)

*Figura 5.
Fases de diseño de unidades didácticas ludificadas.*



Nota: Adaptada de Flores y Fernández (2021)

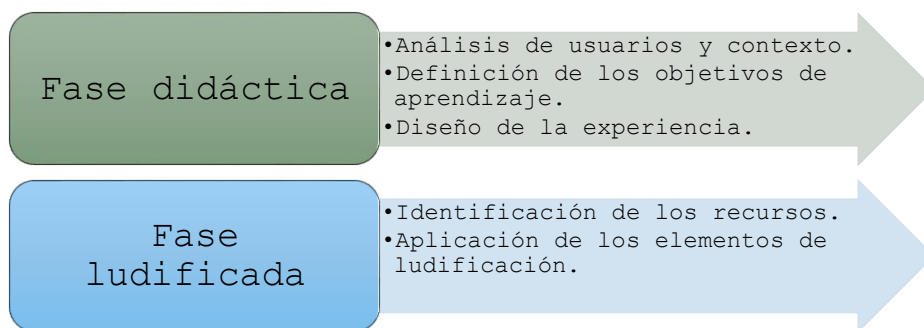
Los autores mencionan que la fase didáctica hace referencia a la contextualización de grupo, la propuesta de objetivos de aprendizaje y lo referido a los elementos de una tarea de aprendizaje, relacionándolo con la propuesta de Gómez (2018). Se espera que en esta fase se realice todo lo alusivo a la propuesta formal de secuencia de tareas y todo el proceso que este conlleva. Por otro lado, la fase ludificada trata sobre la aplicación de los elementos del juego a lo realizado en la fase didáctica.

Cabe resaltar que dependiendo de los recursos que se tengan para desarrollar las tareas ludificadas estas pueden ser clasificadas en tres según Gonzales (2019): *plugged* (con apoyo tecnológico), *unplugged* (sin apoyo tecnológico) e híbrida (con partes apoyadas con tecnología y otras no).

Se pueden identificar relaciones directas entre las dos propuestas de diseño, siendo la fase didáctica el momento de instrucción y planeación de la secuencia de tareas, que se encuentra familiarizado con los tres primeros pasos propuestos por Gonzales (2019); mientras que la fase ludificada trata de la aplicación de las características de la ludificación en la secuencia de tareas, lo cual se relaciona con los últimos dos pasos de diseño de ludificación educativa.

En la Figura 6 se propone un esquema en el que se pueden ver relacionadas ambas propuestas.

Figura 6.
Propuesta de diseño de tareas ludificadas.



Nota: Elaboración propia.

3.3. Ambiente de aprendizaje ludificado

Autores como Castro (2019) y García (2014) resaltan el trabajo amplio que implica estudiar el concepto de ambiente de aprendizaje, debido a sus distintas interpretaciones en varios contextos sociales, culturales, psicológicos y pedagógicos. Sin embargo, pocos autores han

profundizado en lo que se podría definir como ambientes de aprendizajes ludificados o ambientes de aprendizaje con ludificación; por lo anterior, se presenta una propuesta de definición para este concepto por medio de una revisión documental en cuanto a ambientes de aprendizaje refiere y relacionarlo con lo que se presentó anteriormente como ludificación. Esto puesto que, se cree que tiene un valor significativo, debido a que permite caracterizar el trabajo planteado en los antecedentes y diferenciarlo de otros campos como la matemática recreativa.

Inicialmente, Paredes y Sanabria (2015) presentan distintas definiciones de ambiente de aprendizaje en la que se evidencia la variedad de aspectos que se relacionan con este concepto desde entornos, materiales, desarrollo psicológico, desarrollo de competencias, entre otras. De manera resumida y sin la intención de ser exhaustivo, en la Tabla 4 se encuentran recopiladas las definiciones presentadas por los autores, las cuales se consideran suficientes para hacer el respectivo análisis.

Tabla 4. Definiciones de ambiente de aprendizaje.

Definición	Autor
Los ambientes de aprendizaje son concebidos originalmente como todos aquellos elementos físico-sensoriales, tales como la luz, el color, el sonido, el espacio, el mobiliario, etc., que caracterizan el lugar donde un estudiante ha de realizar su aprendizaje. Este contorno debe estar diseñado de modo que el aprendizaje se desarrolle con un mínimo de tensión y un máximo de eficacia.	Husen y Postlethwaite (1989).
Otra de las nociones de ambiente educativo remite al escenario donde existen y se desarrollan condiciones favorables de aprendizaje. Un espacio y un tiempo en movimiento, donde los participantes desarrollan capacidades, competencias, habilidades y valores.	Centro de Educación en Apoyo a la Producción y al Medio Ambiente, citado en Duarte (2003)

<p>Un ambiente de aprendizaje se entiende como un sistema integrado por un conjunto diverso de elementos relacionados y organizados entre sí que posibilitan generar circunstancias estimulantes para aprendizaje. Se fundamenta en la planeación, diseño y disposición de todos los elementos que lo propician y corresponde al contexto en que el niño se desenvuelve, y a su proceso de aprendizaje</p>	García (2014)
<p>Un ambiente de aprendizaje es un espacio en el que los estudiantes interactúan, bajo condiciones y circunstancias físicas, humanas, sociales y culturales propicias, para generar experiencias de aprendizaje significativo y con sentido. Dichas experiencias son el resultado de actividades y dinámicas propuestas, acompañadas y orientadas por un docente.</p>	Colombia Aprende (s. f.)
<p>Un ambiente de aprendizaje se entiende como el clima propicio que se crea para atender a los sujetos que aprenden, en el que se consideran tanto los espacios físicos o virtuales como las condiciones que estimulan las actividades de pensamiento de dichos sujetos.</p>	Jiménez (2002)
<p>Los ambientes de aprendizaje son ámbitos escolares de desarrollo humano que lo potencian en las tres dimensiones: socioafectiva, cognitiva, físico-creativa. Además, siempre deben tener una intención formativa, es decir, un propósito que encauce las acciones hacia el desenvolvimiento deseable del sujeto.</p>	Secretaría de Educación de Bogotá (2012)

Nota: Adaptada de Paredes y Sanabria (2015)

Atendiendo a las definiciones de la Tabla 4, se puede evidenciar de manera global que un ambiente de aprendizaje debe realizarse en un entorno cómodo y que sea beneficioso para el aprendizaje, disminuyendo factores como el estrés; debe ser un espacio que promueva la interacción entre pares y su entorno, desarrollando habilidades, competencias, comunicación y

valores, las cuales se pueden ver inmersas en tres dimensiones como la son la socioafectiva, cognitiva y físico-creativa. Adicionalmente, se entiende como un conjunto de diversos elementos relacionados con el aprendizaje que es planificado, diseñado y orientado por un docente.

Castro (2019) menciona que los ambientes de aprendizaje son variados y dan grandes opciones para la enseñanza. Atendiendo a su investigación, el autor recoge seis características principales que debería tener un ambiente aprendizaje óptimo.

- Este debe concebirse como un problema atractivo e interesante para los estudiantes.
- Preferiblemente, el ambiente de aprendizaje debería conservarse como un recurso.
- Debe ser flexible, fácilmente modificable y transdisciplinar.
- El ambiente de aprendizaje debe promover el aprendizaje autónomo y generar espacios de interacción con sus pares y su entorno.
- Los materiales con los que debe contar el ambiente de aprendizaje deben ser apropiados.
- El ambiente de aprendizaje debe capturar y desarrollar el profesionalismo del docente.

Cabe resaltar que la ludificación, como se mencionó en el apartado anterior, tiene un componente de planeación y diseño similar a la construcción de tareas con la diferencia de utilizar herramientas, lógicas, elementos y demás componentes del juego, que permitan activar la motivación del estudiante y que de manera transitoria permita un aprendizaje más significativo para los estudiantes.

Por lo anterior, al realizar la búsqueda relacionada con la ludificación y los ambientes de aprendizaje, se sistematizaron las conceptualizaciones respecto a los ambientes de aprendizaje y las características encontradas, así como lo concerniente a la ludificación, su diseño y componentes. Con ello se propone una definición propia en cuanto a lo que es un ambiente de

aprendizaje ludificado, esta recoge los principales planteamientos de los aspectos mencionados, así como una serie de características que, a juicio personal, se consideran importantes en el desarrollo de este tipo de ambiente.

Un ambiente de aprendizaje ludificado es un contexto agradable, cómodo y dinámico, diseñado para facilitar el proceso educativo mediante elementos, lógicas y recursos de los juegos, que promuevan el desarrollo integral del individuo en dimensiones socioafectivas, cognitivas y físico-creativas, creando un clima propicio y atractivo para el aprendizaje que permita ir en sintonía con los objetivos formativos, la motivación del estudiante y el aprendizaje autónomo. Este se caracteriza por ser un ambiente acogedor, atractivo, interesante e inmersivo para los estudiantes; tener variedad de materiales tanto físicos, virtuales y de carácter imaginativo que promueven la interacción e inmersión del estudiante en el aula; ser un recurso de manipulación sencilla y versátil, que permita ser modificado fácilmente y que permita un trabajo interdisciplinar; debe permitir el desarrollo de competencias y de aprendizaje de forma individual y grupal, promoviendo la interacción con sus pares y su desarrollo personal; promueve la autonomía y permite el desarrollo de su aprendizaje a un ritmo acorde al individuo; esta hilado bajo lógicas ludificadas que permiten brindar estrategias atractivas que potencien la motivación y vuelvan el aprendizaje más significativo.

3.4. MateCraft-RPG

Como se mencionó previamente en los antecedentes, se han realizado pilotos en el ambiente de aprendizaje propuesto para los estudiantes; producto de este trabajo en el aula, en conjunto con el docente encargado en la institución educativa escolar en la que se ha trabajado con los estudiantes, se propone una primera versión de un juego educativo llamado MateCraft –

RPG⁶, el cual tiene como objetivo potenciar el ambiente de aprendizaje por medio de la ludificación apuntándole a dos propósitos fundamentales: mejorar la motivación en el aula de matemáticas y mejorar los hábitos de estudio y convivenciales en los estudiantes.

El juego fue planteado bajo una narrativa fantástica en la que a cada jugador se le asigna y asume el rol de un personaje que tiene una serie de habilidades que se van adquiriendo a medida que van obteniendo experiencia del juego. En la guía del juego presentada por Torres⁷ (2023), se exponen las características principales del juego, las cuales son: roles de juego, experiencia y nivel de personaje, energía y salud del jugador, *gold points*, penalizaciones, bonificaciones, sentencias y recursos.

Inicialmente, los estudiantes pueden tener tres posibles roles: guardián, mago y sanador. Los estudiantes arrancan en el ambiente de aprendizaje sin algún rol asignado debido a que este es asignado dependiendo su desempeño en una prueba realizada previa a la historia del juego; está previa es una evaluación diagnóstica que permita evaluar las competencias de los estudiantes, por ejemplo, en la clase de matemáticas esta prueba es diseñada basada en las cinco competencias propuestas por el MEN (1998).

El rol de mago es el personaje líder del equipo, encargado de mantener el equilibrio en la participación, aportes y desarrollo de tareas entre sus compañeros. Algunas características que debe tener el estudiante para poder ser mago es que sea un estudiante sobresaliente en su desempeño, demostrar su liderazgo en clase, ser ordenado y responsable con sus actividades en clase y extraclasses. Cada equipo cuenta con un solo mago y este tiene la responsabilidad de recuperar los cristales de energía de sus compañeros y posee la mayor cantidad de cristales.

⁶ La propuesta fue realizada por Torres como por el autor del trabajo de grado.

⁷ Para su revisión debe ser solicitado a la dirección de correo damirandam@upn.edu.co

Por su parte, el sanador es responsable de recuperar la salud de sus compañeros y solo hay uno por equipo. Sus habilidades se centran en recuperar puntos de salud, revivir a compañeros caídos antes de que cumplan alguna sentencia y ayudar en actividades individuales. Este rol está pensado para estudiantes que se caracterizan por mantener relaciones positivas con sus pares, tener un desempeño alto o básico y que se evidencie que no tiene muchas dificultades en el aprendizaje de la asignatura.

Finalmente, los guerreros o guardianes son quienes protegen al equipo, pueden recibir parte de penalizaciones de salud de otros, y tienen la mayor cantidad de puntos salud. Este rol se asigna a estudiantes con dificultades en el aprendizaje de la asignatura, problemas convivenciales, o escasos hábitos de estudio. El profesor puede identificar a los estudiantes con un nivel de desempeño bajo para asignarles este rol, pero es recomendable que cada equipo tenga al menos un Guerrero con un nivel de desempeño similar al del sanador.

El trabajo en el ambiente de aprendizaje se organiza en equipos de juego que se componen de un mago, un sanador y dos o tres guerreros por equipo, sin embargo, no todas las actividades planteadas se realizan en equipo, la versatilidad del ambiente de aprendizaje brinda la facilidad de realizar tareas de manera individual, en parejas, tríos, etc., así como hacer actividades de competición entre equipos, entre otras.


La experiencia consiste en un sistema de puntaje que los estudiantes acumulan al completar diversas misiones del juego. Los puntos obtenidos pueden aumentar o permanecer constantes, pero por ningún caso disminuir debido a que, al finalizar un objetivo de aprendizaje, el puntaje que obtiene el estudiante se traduce en niveles de desempeño: bajo, básico, alto o superior. Además, la experiencia acumulada puede adaptarse en una escala de calificación que sea acorde a la institución o espacio en el que se implemente. En la Figura 7 se brinda un

ejemplo de la presentación de esta experiencia en guías propuestas en clase; los íconos que aparecen en la parte izquierda (sombrero, corazón y yelmo) representan los diferentes roles a los que va dirigido la actividad (mago, sanador y guardián respectivamente). Así mismo, los términos “PG” y “PI” indican la cantidad de puntos de experiencia grupal e individual, respectivamente, que se ganan con el desarrollo de la actividad.

*Figura 7.
Diseño de recompensa en guías de actividades.*

COLEGIO LA VICTORIA INSTITUCIÓN EDUCATIVA DISTRITAL
 Área de Matemáticas – Grado décimo
 Elaborado por: Alejandro Miranda – Universidad Pedagógica Nacional
 Revisado por: Prof. Fernando Torres


BIBLIOTECA DE LOS MÍSTICOS



Equipo: _____

Ingreso a la biblioteca

1. El antiguo maestro de la biblioteca presentó la siguiente situación a sus trabajadores, y les pidió identificar cuál era la variable estadística involucrada:



Nota: Elaboración propia.

El nivel del jugador se actualiza a la vez que aumentan sus puntos de experiencia. Todos los jugadores comienzan en nivel cero y pueden subir de nivel al alcanzar 1000 puntos. Por ejemplo, un estudiante con 6850 XP es nivel 6 y al obtener 7000 puntos, este subirá al nivel 7.

Aumentar el nivel desbloquea habilidades, denominadas "poderes", que ayudan en los procesos de aprendizaje e interacciones en clase, pero para poder utilizarlos los estudiantes deben gastar puntos de energía, los cuales son representados por cristales. Utilizar poderes implica consumir cristales y estos se pueden recuperar de varias formas elegidas por el profesor: mediante habilidades de algún rol, cartas de recompensa, o una cantidad automática por clase.

Cada rol tiene una cantidad específica de cristales, y ningún estudiante puede exceder lo indicado en su hoja de personaje.

Por otro lado, la salud del jugador se representa con corazones en la hoja de personaje (Figura 1). Cada rol tiene una cantidad diferente de salud y esta se utiliza para incentivar comportamientos positivos y corregir acciones negativas que afecten el desarrollo de la clase. Los estudiantes pierden corazones al incurrir en faltas, como llegar tarde o no participar en actividades, en caso tal que un estudiante pierda todos sus corazones, se considera que ha "caído" y debe cumplir una sentencia, que son acciones formativas para fomentar la reflexión y autoevaluación.

La salud se puede recuperar mediante habilidades del rol de sanador, cartas de recompensa, o acciones formativas del profesor. Al cumplir una sentencia, el personaje recupera su salud máxima. El sanador puede ayudar a recuperar la salud de su equipo, mientras que el guerrero puede reducir la pérdida de salud de un compañero.

A continuación, en las tablas 5, 6 y 7 se presentan algunos ejemplos de penalizaciones, sentencias y bonificaciones propuestas en el juego.

Tabla 5. Tabla de penalizaciones.

Código	Descripción del indicador	Descuentos de puntos de salud
A1	Plagio en una evaluación.	-16
A2	Plagio en una tarea.	-10
A3	Dos ausencias sin justificar.	-10
A4	No entregar tarea.	-5

Nota: Adaptada de Torres (2023)

Tabla 6. Tabla de bonificaciones.

Código	Descripción del indicador	Recompensa de puntos de experiencia
B1	Mejorar rendimiento en clase.	+200
B2	Mejora en comportamiento.	+200
B3	Ser el primero en cumplir los objetivos.	+100

Nota: Adaptada de Torres (2023)

Tabla 7. Tabla de sentencias.

Código	Sentencia
C1	Realizar actividades secundarias propuestas por el profesor.
C2	Preparar una exposición en la que se explique la resolución de una actividad completa realizada en clase.

Nota: Adaptada de Torres (2023)

Los principales recursos planteados para el juego son:

- **Hojas de personaje:** La hoja de personaje es una herramienta esencial para gestionar los atributos y poderes de los personajes. Cada estudiante tiene su propia hoja, que preferiblemente se debe diligenciar con lápiz ya que permite ajustar los valores de los atributos y experiencia conforme avanzan las sesiones de clase. Lo anterior, facilita el seguimiento del progreso y la evolución del personaje a lo largo del tiempo.
- **Cartas del juego**⁸: Las cartas son objetos de ayuda dentro del juego, existen 55 cartas distintas incluidas en una baraja de 95 por curso, cuyo funcionamiento se describe en la guía del juego⁹. Los estudiantes pueden obtener cartas como recompensa por completar

⁸ Las cartas del juego fueron diseñadas y elaboradas por el autor del trabajo de grado en su recorrido de práctica, siendo este un aporte significativo para el desarrollo del juego.

⁹ Para acceder a la totalidad de las 55 cartas se debe remitir un correo a damirandam@upn.edu.co. En la actualidad las cartas no son de dominio público.

misiones, comprarlas en el mercado del juego o intercambiarlas entre equipos. Cada equipo dispone de una "mochila", la cual es una hoja plástica con bolsillos que puede almacenar hasta nueve cartas. El diseño de las cartas busca ambientar el juego y motivar a los estudiantes a obtener recompensas, con ayudas enfocadas en el desarrollo de actividades, tareas de evaluación y recuperación de atributos de los personajes. Las cartas se encuentran divididas en tres categorías: mascotas, atuendos y armas, y pociones.

*Figura 8.
Cartas de mascota.*



Nota: Tomada de Torres (2023)

Las mascotas, tal y como se muestra en el ejemplo (Figura 8) son cartas de carácter evolutivo, esto se evidencia por el símbolo que se encuentra en la esquina superior izquierda de la carta, el número asociado a este indica la cantidad de cristales de evolución necesarios para poder “desarrollarlo”. Estas cartas cuentan con habilidades que puede utilizar todo el equipo, aunque con límites de uso el cuál se ve indicado en la parte inferior derecha de la carta totalmente evolucionada, las otras dos, al no tener un valor

asignado significan que respecto a esa habilidad no tienen un límite asignado, sin embargo, en la esquina inferior izquierda se ve el límite de usos por clase.

Las cartas de atuendos y armas ayudan a recuperar atributos o evitan penalizaciones en momentos críticos del juego. El texto de estas cartas es claro, facilitando su comprensión. Cabe resaltar que este tipo de cartas se encuentran divididas dependiendo el rol del jugador. Estas distinciones se encuentran señaladas en la misma carta en la parte superior izquierda bajo un símbolo específico (poción para sanadores, armas para guerreros y el loto para magos), tal como se ve en la Figura 9. Igual a las cartas de mascotas, en las esquinas inferiores encuentran el límite de usos por clase y totales, así como un número de 0 a 2, que indica el nivel de rareza de la carta.

Figura 9. Cartas de atuendos.



Nota: Tomada de Torres (2023)

Finalmente, las cartas de pociones permiten recuperar puntos de salud y cristales de energía, mientras que hay cartas con objetos varios que funcionan como ventajas del grupo frente a otros o habilidades de un uso.

Cabe resaltar que las cartas son distribuidas en los grupos y en los momentos de la historia del juego como el profesor prefiera, sin embargo, se recomienda que las cartas sean repartidas de manera equitativa pensando en la competencia grupal.

- ***Mercado del juego o tienda:*** El juego maneja una economía que se encuentra relacionada con los *gold points* obtenidos. Estos pueden ser individuales o grupales y pueden ser utilizados para comprar cartas que han sido elegidas por el profesor con esta intención, intercambiar cartas entre grupos o negociar entre equipos por cartas. Cabe resaltar que las cartas de objetos varios y de mascotas no son intercambiables promoviendo el desarrollo de actividades y participación en el aula. Un ejemplo de posible mercado se presenta en la Figura 10.

Figura 10. Mercado de Matecraft.

Tipo de carta	Costo GP por carta
Atuendos	50
Armas	60
Pociones pequeñas	30
Pociones medianas	40
Pociones grandes	50
Cristales de evolución de mascotas	50

- ***Dados:*** Los dados son fundamentales para determinar acontecimientos en las misiones o para añadir aleatoriedad a decisiones durante las sesiones de clase. Se utilizan dados de diferentes tipos: D4, D6, D8, D10, D12 y D20, dependiendo de las caras del dado. Entre

los usos más comunes de los dados en el juego se encuentran elección aleatoria de jugadores o grupos, tomar decisiones que la narrativa requiera, definir resultados de acontecimientos que afecten la narrativa y realizar movimientos en actividades que requieren mapas.

Aludiendo a lo que se ha definido previamente como ambiente de aprendizaje ludificado, el juego Matecraft – RPG, cumple las características y es acorde con lo que allí se plantea, esto se encuentra argumentado en la Tabla 8.

Tabla 8. Tabla comparativa características del ambiente ludificado y Matecraft.

Características de un ambiente ludificado	Matecraft
Es un ambiente acogedor, atractivo, interesante e inmersivo para los estudiantes.	Matecraft es un juego que fue planteado bajo el objetivo de mejorar la motivación de los estudiantes por el aprendizaje, por lo que fue diseñado para que sea atractivo, interesante e inmersivo para el estudiante.
Tiene variedad de materiales tanto físicos, virtuales y de carácter imaginativo que promueven la interacción e inmersión del estudiante en el aula.	El juego tiene variedad de recursos físicos que permiten una mayor inmersión del estudiante desde hojas de personaje, dados, cartas, entre otros. Adicionalmente, es apoyado con tecnología, esto debido a que utilizando aplicativos de inteligencia artificial (IA) se recrean ambientes, criaturas, entre otros, componentes de la narrativa del juego que potencia el componente visual del juego.
Es un recurso de manipulación sencilla y versátil, que permita ser modificado fácilmente y que permite un trabajo interdisciplinar.	Matecraft está diseñado para ser un juego el cual sea de fácil manejo para el docente y pueda ser manejado a su gusto, no fue creado exclusivamente para el trabajo en matemáticas, sin embargo, surgió desde esa área del conocimiento.
Permite el desarrollo de competencias y de aprendizaje de forma individual y grupal,	Para el desarrollo óptimo del juego se recomienda que sea realizado en grupos. No obstante, las

promoviendo la interacción con sus pares y su desarrollo personal.	actividades planteadas pueden ser tanto grupales o individuales. Adicionalmente, cualquier tipo de tarea puede ser llevada al juego.
Promueve la autonomía y permite el desarrollo de su aprendizaje a un ritmo acorde al individuo.	Minecraft es creado basado en los elementos del juego, por lo tanto, está planteado para que el estudiante tome un rol protagónico en su aprendizaje.
Se encuentra hilado bajo lógicas ludificadas que permiten brindar estrategias atractivas que potencien la motivación y vuelvan el aprendizaje más significativo.	Al ser un juego está hecho bajo lógicas de la ludificación.

Nota: Elaboración propia.

3.5. Gráficas estadísticas

Como se mencionó en la introducción, la propuesta de tareas de aprendizaje a implementar atendería el estudio de gráficas estadísticas y su análisis, por lo anterior, se realiza una búsqueda teórica respecto a este objeto.

Espinel et al. (2009), mencionan la relevancia de las gráficas estadísticas en la sociedad, para ello exponen algunos momentos históricos en los que resaltan el desarrollo y creación de distintos tipos de gráficas estadísticas, partiendo de la invención de los gráficos de barra, de sectores y de línea en 1789 por William Playfair, los mapas estadísticos propuestos por Minard Charles para representar las pérdidas del ejército en las guerras en época de Napoleon en 1869 y la invención de gráficos de tallo y hojas, y de caja por Tukey en 1976. Adicionalmente, recalcan la importancia de las gráficas estadísticas en los medios de comunicación y en distintas áreas del conocimiento como la biología, psicología, economía, entre otras. A partir de lo anterior, y enfocándose en la enseñanza de los gráficos estadísticos, subrayan la cantidad de información y de tipos de gráficos que los medios de comunicación publican y que los jóvenes (aludiendo a los

escolares) recibe de distintas formas y que a su vez les es difícil receptor toda la información que allí se encuentra. Por ejemplo, para los diagramas de sectores, se encuentran rectángulos divididos con porcentajes, o algunos círculos con porcentajes situados encima de mapas que representan alguna información específica, así como diagramas de barras de distintos tipos y con distintas variables.

Batanero et al. (2009), mencionan que un ciudadano alfabetizado es aquel que, entre otras, tiene la habilidad de leer y comprender tablas y gráficos estadísticos, por lo que en distintos países con el fin de desarrollar este tipo de ciudadanos introducen el contenido estadístico desde la educación básica, aunque, en general, resaltan que estas habilidades no se alcanzan en el grado de escolarización. Espinel et al. (2009) a partir del planteamiento de Batanero et al. (2009) proponen una definición sobre qué es y para qué se usan los gráficos estadísticos.

Los gráficos estadísticos se pueden considerar como representaciones gráficas en las que por medio de diferentes formas geométricas o bien, números, se muestran hechos numéricos o sus relaciones con el objetivo de comunicarlos o analizarlos. Así, los gráficos estadísticos utilizan características espaciales para representar cantidades.

Adicionalmente, mencionan cuatro componentes por los que está constituida una gráfica estadística:

- **Marco**, siendo el que proporciona información acerca de las medidas y datos utilizados, y que suelen estar formados por ejes, escalas, marcas, entre otras.
- **Especificadores**, suelen ser líneas, barras u otro tipo de representación que ayude a indicar las relaciones entre los datos.

- **Etiquetas**, son aquellas que indican el tipo de medida usada, los datos a los que se aplica o el título del gráfico.
- **Fondo**, es lo relacionado a los colores, cuadrículas o imágenes sobre el que puede estar superpuesto el gráfico.

Arteaga (2009), expresa los cuatro componentes expuestos por Espinel et al. (2009) como los elementos estructurales de un gráfico estadístico, sin embargo, estos se ven desglosados de tres elementos fundamentales:

- Las **palabras**, entendiéndolas como la información textual clave para la interpretación, como el título, las etiquetas de los ejes y las escalas, que son esenciales para entender el contexto, las variables y las relaciones representadas en el gráfico.
- El **contenido matemático** subyacente en el gráfico, pues el estudiante debe dominar conceptos matemáticos implícitos en el gráfico, como los conjuntos numéricos, área en gráficos de sectores, longitud en gráficos de líneas o el sistema de coordenadas cartesianas en diagramas de dispersión, para interpretarlo correctamente.
- Los **convenios específicos** son normas y acuerdos que guían la construcción y lectura de gráficos. Son esenciales para interpretar correctamente la información presentada. Por ejemplo, en un gráfico de sectores, la amplitud de cada sector refleja la frecuencia de los datos, y en un diagrama de dispersión.

Adicionalmente Arteaga (2009), presenta tres clasificaciones diferentes de niveles de comprensión. Inicialmente, el modelo de Bertin (1967) que sugiere de forma previa que la lectura tiene tres momentos, el inicial que trata de una identificación externa que refiere a la comprensión del significado del título y etiquetas; seguido de una identificación interna en cuanto a las dimensiones de variación del gráfico, como las variables y escalas y, finalmente, una

percepción de correspondencia entre los niveles de cada dimensión visual generando conclusiones sobre cada variable y sus relaciones. A partir de los tres momentos descritos, propone tres niveles:

- Extracción de datos: Es la relación de elementos de diferentes ejes de un gráfico, como leer la frecuencia de un valor en un diagrama de barras o las coordenadas de un punto en un diagrama de dispersión
- Extracción de tendencias: Es la capacidad de identificar relaciones entre subconjuntos de datos de un gráfico, lo que implica clasificar datos que comparten un mismo valor y compararlos, como determinar la moda en un diagrama de barras o detectar simetría en un histograma.
- Análisis de la estructura: Es la comparación de tendencias y agrupamientos en un gráfico para hacer conclusiones,

Respecto a los niveles de Bertin, Curcio (1989) los menciona como “leer entre los datos” relacionado a la lectura literal del gráfico; “leer dentro de los datos”, interpretación de los datos; y “leer más allá de los datos”, realizar predicciones e inferencias a partir de los datos. Este autor plantea las dificultades y afirma que a medida que la edad aumenta, el nivel también, por lo que amplía a una clasificación más, denominada “leer detrás de los datos”, la cual trata de valorar críticamente la credibilidad de los datos, su validez y fiabilidad.

Por otro lado, el modelo de Gerber et al. (1995), diferencia en siete niveles distintos la comprensión de los gráficos estadísticos:

- Nivel 1: No se enfoca en los datos del gráfico, sino que se hacen asociaciones imprecisas basadas en su conocimiento personal.

- Nivel 2: Se centra en los datos representados, pero de manera incompleta, sin apreciar el propósito del gráfico y solo interpretando aspectos parciales.
- Nivel 3: Se comprende el propósito del gráfico y analizan los elementos individualmente, pero no se logra una síntesis global debido a la falta de comprensión de algún elemento clave.
- Nivel 4: Los estudiantes pueden analizar las variables representadas en un gráfico de forma individual, pero no de manera conjunta.
- Nivel 5: Existe la capacidad de comparar varias variables en el mismo gráfico.
- Nivel 6: Se utiliza los gráficos para apoyar o refutar teorías, comparando múltiples variables y sacando conclusiones generales sobre una hipótesis
- Nivel 7: En este nivel los estudiantes son capaces de hacer extrapolaciones y predicciones para datos no representados en el gráfico. Pueden deducir información, como la esperanza de vida de un grupo no representado, basándose en los datos de otros grupos que sí están en el gráfico.

Arteaga (2009) citando a Aoyama y Stephen (2003) y Aoyama (2007) menciona que cuando los anteriores niveles se aplican a una valoración crítica y no exclusivamente a la interpretación gráfica los últimos niveles se modifican y una vez los estudiantes llegan al nivel superior de la clasificación se puede plantear tres grupos más, pero enfocados en su capacidad crítica.

- Nivel racional-literal: En este nivel los estudiantes interpretan correctamente el gráfico y detectan tendencias, pero no cuestionan la información ni proponen explicaciones alternativas

- Nivel crítico: En este los estudiantes evalúan la fiabilidad de la información del gráfico y pueden cuestionarla, pero no proponen otras hipótesis.
- Nivel hipotético: Los estudiantes interpretan gráficos y forman sus propias hipótesis sobre las causas de los fenómenos.

3.6. Tareas de aprendizaje

Para el diseño de las tareas de aprendizaje se siguió la propuesta de Gómez (2018), quien concibe estas tareas como una “demanda estructurada, con un contenido matemático y un propósito de aprendizaje que el profesor propone a los estudiantes” (p. 198). Bajo esta propuesta conceptual, las tareas requieren de actividades que realizan los estudiantes con el fin de avanzar en la consecución de diferentes objetivos de aprendizaje, así como a la superación de errores y dificultades. Se puede reconocer que esta es una mirada amplia sobre la concepción de tarea, debido a que permite múltiples interpretaciones sobre lo que dicha “demanda estructurada” implica de forma concreta en la clase de matemáticas.

Adicionalmente, las tareas de aprendizaje en la perspectiva de Gómez (2018) contienen siete elementos que las describen y que son adoptados en su totalidad en este trabajo. A saber: requisitos, metas, formulación, materiales y recursos, tipos de agrupamiento que prevé, interacción que promueve y temporalidad.

Inicialmente, los requisitos refieren a los conocimientos previos y las destrezas que los estudiantes requieren para abordar la tarea, excluyendo aquellos básicos que se han desarrollado en niveles anteriores y que se consideran parte de su formación matemática previa; las metas, resumen los propósitos que el profesor asigna a la tarea, centrándose en aspectos de las expectativas de aprendizaje y el desarrollo afectivo, así como en errores y dificultades que se

espera superar; la formulación, refiere al texto o a las indicaciones concretas que se les entregan a los estudiantes.

Por otra parte, los materiales son recursos diseñados con fines didácticos que se pueden emplear en el aprendizaje de un concepto particular; en los tipos de agrupamiento el profesor declara las formas de trabajo que habrá en la tarea (individual, en pequeños grupos o en el consenso de toda la clase), este asunto tiene que ver con el siguiente elemento que es la interacción que promueve la tarea; estas interacciones se pueden dar entre estudiantes, profesor, grupos pequeños o grupos grandes; finalmente, la temporalidad se relaciona con la estimación de tiempo que el profesor propone alrededor de la duración que tendrá el desarrollo de la tarea, tanto en su totalidad como en cada una de las fases o etapas que la puedan componer.

Capítulo 4. Aspectos metodológicos

En este capítulo, se comentan los asuntos metodológicos tenidos en cuenta para el desarrollo del trabajo, así como las fases que se consideraron en cada momento.

4.1 Fases del trabajo

Es posible reconocer en el desarrollo del trabajo la presencia de algunos aspectos de las estrategias investigativas: revisión documental y experimento de enseñanza. Por una parte, la revisión documental fue protagónica al momento de recopilar la información necesaria para la construcción del marco conceptual del trabajo. Al respecto, se reunieron alrededor de 15 documentos académicos (v. g. tesis, artículos, memorias) que versan sobre comunicación, tareas de aprendizaje, ambientes de aprendizaje o ludificación. Por otra parte, la estrategia experimento de enseñanza que consiste en el “diseño, implementación y evaluación de una secuencia de enseñanza organizada con la meta de poner en funcionamiento una conjetura sobre un aprendizaje específico” (Camargo, 2021, p. 86) fue un elemento organizador para el diseño de las tareas.

Precisamente, en relación con el diseño de las tareas, se siguieron algunas de las etapas que sugiere Camargo (2021) para un experimento de enseñanza, específicamente:

1. Fundamentar conceptualmente sobre el desarrollo de la comunicación en la clase de matemáticas.
2. La planeación de la secuencia de tareas atendiendo a los elementos señalados previamente de la propuesta de Gómez (2018) y al proceso de ludificación propuesto por Flores y Fernández (2021) y Gonzáles (2019).

3. Validación de la propuesta de tareas con un par experto a quien se le solicitó su opinión para hacer un reajuste de las tareas previo a su implementación, esto enviando las tareas diseñadas para su análisis desde un punto de vista de alguien externo al trabajo, dándole más validez al diseño de tareas y a la propuesta ludificada.
4. Implementación de las tareas en el grupo de estudio, en un tiempo determinado y desarrollada por el par experto.
5. Análisis de resultados de las evidencias escritas de los estudiantes respecto a las tareas diseñadas.

Cabe resaltar que estas fases en algunos momentos no fueron seguidas de forma lineal en la realización de este trabajo. En todo caso, la Tabla 9 recoge un resumen de estas fases.

Tabla 99. Resumen de aspectos metodológicos.

Fases	Descripción
Revisión documental	Realizar un estudio de los fundamentos teóricos y didácticos para el diseño e implementación de secuencias de tareas enfocadas en comunicación en la educación matemática; así como en la ludificación.
Experimento de enseñanza	Diseñar una secuencia de tareas en un ambiente de aprendizaje ludificado para el desarrollo de la comunicación matemática, empleando como objeto de estudio el análisis de gráficas estadísticas.
	Validación de la secuencia de tareas con un par experto con el fin de hacer un primer reajuste de las tareas previo a su implementación.
	Implementar en una prueba piloto la secuencia de tareas diseñadas.

Llevar a cabo un análisis preliminar de los resultados obtenidos en la implementación para identificar el impacto que las tareas tienen en el aprendizaje de los estudiantes.

4.2 Diseño de tareas

A continuación, se muestra el proceso de cada una de las tareas que se diseñaron, haciendo algunos comentarios en relación con los elementos planteados en el marco teórico. Para el diseño de cada una de las tareas se tuvo en cuenta la propuesta de tareas de aprendizaje de Gómez (2018), las dos etapas planteadas por Flores y Fernández (2021) y las etapas de ludificación propuestas por González (2019).

Inicialmente, se comparó la propuesta de González y de Gómez, debido a que estas tenían ciertas similitudes tal y como se presenta en la Figura 11.

*Figura 11.
Cuadro comparativo propuesta de González (2019) y Gómez (2018).*

Análisis de los usuarios y su contexto	Definición de los objetivos de aprendizaje	Diseño de la experiencia	Identificación de recursos	Aplicación de elementos de ludificación.
•Requisitos	•Metas	•Formulación •Agrupación •Interacción •Temporalidad	•Recursos	

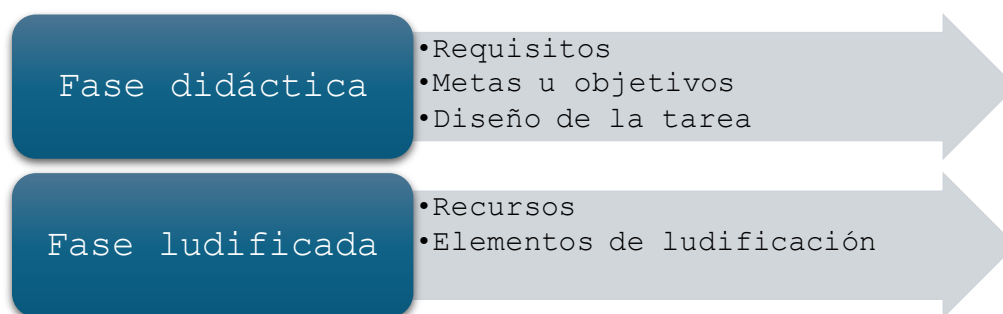
Nota: Elaboración propia.

Mientras Gonzales (2019) plantea de forma general el diseño de la experiencia, Gómez (2018) la diferencia en cuatro elementos distintos (formulación, agrupación, interacción y temporalidad), sin embargo, la relación entre las dos propuestas se hace evidente teniendo en cuenta lo mencionado en el marco conceptual.

Con lo anterior, se planteó una propuesta para la elaboración de tareas ludificadas aludiendo a los autores y las relaciones presentadas entre cada una de las distintas propuestas para la elaboración de tareas y contenido ludificado.

En un primer momento, aludiendo a la fase didáctica, se buscan identificar los requisitos de los estudiantes, los objetivos o metas que se buscan con el desarrollo de la tarea y el diseño o formulación de la tarea, atendiendo a los componentes de agrupación, interacción y temporalidad que menciona Gómez (2018). Seguido, se busca analizar los recursos que se pueden llevar a cabo o planean llevarse al aula, así como añadir los elementos de la ludificación en el diseño de la tarea, a este momento se le denomina fase ludificada. Esta propuesta se ejemplifica en la Figura 12.

*Figura 12.
Propuesta final de diseño de tareas ludificadas.*



Nota: Elaboración propia.

4.2.1 Tarea 1

A continuación, se presenta de manera detallada el proceso que se realizó para diseñar la Tarea 1 aludiendo a la propuesta presentada anteriormente.

4.2.1.1 Fase Didáctica

Como se mencionó previamente en los antecedentes, el trabajo con la población de estudio ha sido constante, lo cual permite identificar los conocimientos previos y las destrezas que han desarrollado a lo largo del juego implementado. Por lo anterior, para la Tarea 1 se planteó lo expuesto en la Figura 13, aludiendo al conocimiento previo del grupo y el contenido elegido para la tarea como lo son las gráficas estadísticas.

Figura 13. Requisitos Tarea 1.

1. Requisitos

La tarea sugiere utilizar el conocimiento previo de los estudiantes en los conceptos de variable estadística y tipos de variables estadísticas (cuantitativa y cualitativa), construcción de diagramas de barra, diagramas circulares y tablas de frecuencia, así como el uso del lenguaje matemático para una tarea de estadística como dato, estudio, gráfica, entre otros.

Seguido a los requisitos, se plantearon los propósitos de la tarea enfocados principalmente en el componente comunicativo. En este momento, se eligieron como metas algunas acciones asociadas a la comunicación en el aula, específicamente A1, A2 y A3:

A1: Reconoce la existencia de conexiones entre los distintos sistemas (registros) de representación de las ideas matemáticas (*i. e.* físicas, pictóricas, gráficas, simbólicas, verbales y mentales).

A2: Cambia de un tipo de representación de una idea matemática a otro.

A3: Construye conocimientos (ideas, nociones, significados, representaciones, etc.) a partir del trabajo con las distintas formas de representación de una idea matemática o de las interacciones con otros individuos de la comunidad.

Estas acciones fueron seleccionadas paralelamente al momento del diseño de la tarea, puesto que, a medida que se iba avanzando en el planteamiento de la tarea, de forma natural las metas iban surgiendo. En la Figura 14 se presentan las metas relacionadas con la Tarea 1.

*Figura 14.
Metas Tarea 1*

2. Metas

Los propósitos de la tarea, relacionados con el desarrollo de la comunicación matemática en el aula, son que los estudiantes:

- Reconozcan la existencia de conexiones entre los distintos sistemas (registros) de representación de las ideas matemáticas (*i. e.*, físicas, pictóricas, gráficas, simbólicas, verbales y mentales).
- Construyan conocimientos (*v. g.* ideas, nociones, significados, representaciones) a partir del trabajo con las distintas formas de representación de una idea matemática o de las interacciones con otros individuos de la comunidad.
- Cambien de un sistema de representación de una idea matemática a otro.

Para el diseño de tareas, inicialmente se planteó la organización del grupo y las interacciones entre estudiantes que se esperaba fueran la constante de trabajo a lo largo de toda la propuesta, por lo que, aludiendo a Gómez (2018) se estipuló el agrupamiento para la tarea y la comunicación en clase apoyado en las categorías comunicativas propuestas por Brendefur y Frykholm (2000) (Figura 15).

Figura 15.
Agrupamiento, comunicación e interacción de clase Tarea 1.

<p>Agrupamiento.</p> <p>La tarea requiere que los estudiantes trabajen en grupos debido al componente de socialización entre compañeros. Este agrupamiento se mantiene a lo largo de toda la tarea.</p> <p>Comunicación e interacción de clase.</p> <p>La categoría comunicativa que mejor se adapta a la tarea es del tipo instructivo según Brendefur y Frykholm (2000), debido a que la secuencia apunta en distintos momentos de su desarrollo a generar interacciones de clase de tres tipos:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Profesor-estudiante: cuando el profesor toma liderazgo de la clase da rutas de trabajo e indicaciones y corrige planteamientos o propone estrategias que permitan desarrollar de manera más óptima el aprendizaje de los estudiantes. - Estudiante-estudiante: cuando entre estudiantes socializan, comparan y discuten sus hallazgos y observaciones. - Estudiante-profesor: cuando los estudiantes justifican, proponen o argumentan ideas y hallazgos.
--

Posteriormente, para la formulación de la tarea, se propusieron dos situaciones que la conformarían. En la primera situación, se buscaba que los estudiantes logaran, a partir de datos estadísticos no agrupados, justificar y argumentar razonamientos producto de la lectura de tablas o gráficas estadísticas convencionales¹⁰; desarrollar cambios entre un sistema de representación tabular a uno gráfico, realizar cambios de representación gráfica, así como reconocer la conexión entre estas y otros tipos de representación. La segunda situación, en comparación a la primera, es mucho más corta y se enfocó principalmente en la justificación y argumentación de

¹⁰ En el contexto de la tarea, se le llama “gráficas estadísticas convencionales” a las gráficas que se pueden encontrar en contextos usuales, tales como diagramas de barras y diagramas de torta.

razonamientos identificando algunos errores en gráficas estadísticas. En la siguiente fase se mencionará con mayor detalle cada componente de las situaciones.

4.2.1.2 Fase Ludificada

Al plantear las dos situaciones principales, se dispuso a adaptar cada una de estas con los elementos de la ludificación y dar forma al cuerpo de la tarea dándole mayor importancia al elemento narrativo, puesto que este, como se ha mencionado previamente, tiene un valor significativo dentro del ambiente de aprendizaje ludificado. Sin embargo, elementos como las metas, las reglas y la cooperación, de manera implícita se encuentran dentro de la tarea con lo mencionado previamente en la fase didáctica.

El componente narrativo va en línea con el trabajo realizado previamente con el grupo de estudiantes, por lo que, el contexto en el que se encuentra inmersa la tarea continúa con una propuesta de hilo histórico fantástico. De manera general, los jugadores (estudiantes) se adentran a una isla que presenta daños naturales y deben encontrar la razón de estos daños, así como una solución. La isla se caracteriza por tener personajes secundarios llamados cazatesoros, los cuales son conocidos por ser investigadores y recopilar información de este mundo fantástico.

El desarrollo de la historia surge cuando un cazatesoros llamado Aki contacta a los jugadores y les propone dar información a cambio de resolver una serie de situaciones que lo estancan en sus descubrimientos. En la Figura 16 se presenta el contexto propuesto para la tarea.

Figura 16.
Contexto narrativo Tarea 1.

Contextualización:

La primera parada es la plaza central de la villa. Los héroes, al intentar conseguir información con los habitantes del lugar que ayude a descubrir los misterios que oculta la isla y la razón por la cual el elixir mineral se ha ido contaminando, solo reciben rechazos y preguntas sobre quiénes son los viajeros que acaban de pisar sus tierras.

De repente, un extraño se acerca a los héroes y les propone un trato. El extraño les cuenta que su nombre es “Aki”. Él es un cazatesoros que se ha dedicado a proporcionar información de la villa o la isla a cambio de dinero; sin embargo, mucha de la información que ha logrado obtener en sus búsquedas se ha vuelto confusa incluso para él mismo.

El trato propuesto es sencillo, a cambio de la ayuda que puedan proporcionarle los héroes para comprender cierta información, este les dirá lo que sabe o dónde pueden encontrar las respuestas que necesitan. Los héroes aceptan.

Seguido a la contextualización narrativa, se presenta la Situación 1 como parte de una de las peticiones del cazatesoros hacia los jugadores; en ella se menciona inicialmente un contexto propio del juego acompañado con una tabla de frecuencias asociada tal y como se presenta en la Figura 17.

Figura 17.
Situación 1. Tabla de frecuencia tipo de plantas.

Situación 1:

Antiguamente, los sabios de la montaña lograron recolectar información sobre algunas plantas medicinales (Setosa, Versicolor y Virgínica) y su efectividad en 100 aldeanos que fueron contagiados por distintas enfermedades y tipos de veneno. A continuación, en la Tabla 1, se presenta la cantidad de aldeanos que consumieron determinada especie de planta y que fueron o no curados en un tiempo específico contado a partir de haberla ingerido.

Tabla 1. Frecuencias de aldeanos enfermos

Tipos de planta	Setosa	Versicolor	Virgínica
Cantidad de aldeanos curados en menos de una semana	9	25	9
Cantidad de aldeanos curados de 1 a 4 semanas	20	1	11
Cantidad de aldeanos no curados	5	12	8

Con la información expuesta en la Figura 17, se propusieron tres ítems dirigidos a los estudiantes en los que se esperaba que justificaran y argumentaran sus razonamientos de forma escrita a partir de la información dada (Figura 18), apuntándole a la acción específica A3 sobre la comunicación.

Figura 18.
Tarea 1. Situación 1 Ítems a, b y c.

El cazatesoros quiere conocer información sobre la eficacia de las plantas para curar la enfermedad de los aldeanos. Para eso, les pregunta a los héroes lo siguiente:

- De las tres especies, ¿cuál es la que más cura a los aldeanos? ¿Por qué?
- De las tres especies, ¿cuál es la que menos cura a los aldeanos? ¿Por qué?
- Un aldeano recientemente enfermo tomó una planta Versicolor para curarse.

Si al cabo de nueve días no ha sanado, ¿cuál planta debería tomar ahora?

¿Por qué?

De forma análoga, se extiende un contexto similar con otra tabla de frecuencias, esto se realizó con la intención de poder hacer cambios de representaciones para datos cualitativos y cuantitativos, además de proponer justificaciones o argumentos haciendo comparaciones entre las tablas de frecuencia (Figura 19).

Figura 19.

Tarea 1. Situación 1. Tabla de frecuencias porcentaje de preferencia de las plantas.

El cazatesoros les preguntó a los aldeanos su preferencia respecto a los tipos de planta. Al respecto, el 22% de los encuestados respondió que la Setosa es más efectiva; el 68% prefirió la Versicolor y el 10% optó por la especie Virginica, como se muestra enseguida (Tabla 2):

Tabla 2. Preferencias de los aldeanos

	Setosa	Versicolor	Virginica
Porcentaje de preferencia de las plantas.	22%	68%	10%

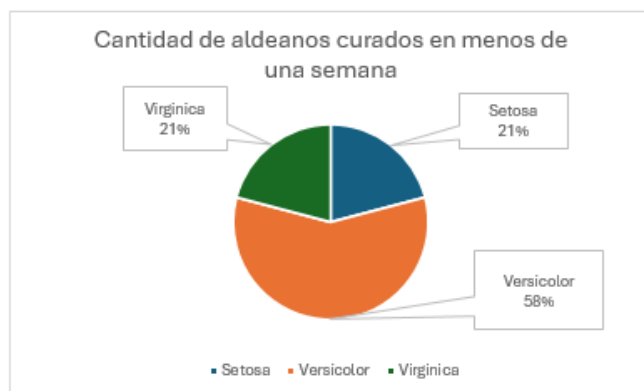
Adicionalmente, a diferencia de los ítems propuestos anteriormente, con la intención de cerrar la Situación 1, se propusieron cinco ítems más que abarcarían todas las acciones específicas propuestas para la Tarea 1 relacionadas con la comunicación. A continuación, en las Figuras 20, 21 y 22 se presentan estos ítems.

Figura 20.
Tarea 1. Ítems a y b.

Ahora, el cazatesoros solicita a los héroes lo siguiente:

- a) Realizar una gráfica estadística que le ayude a interpretar la información presentada en la Tabla 1. Elaborar otra gráfica estadística que permita la interpretación de la información que está en la Tabla 2.
- b) Se tiene un diagrama de torta (Figura 1) que representa la cantidad de aldeanos curados en menos de una semana:

Figura 1. Diagrama de tortas - Tarea 1



Transformar el diagrama de torta de la Figura 1 en un diagrama de barras y explicar el procedimiento llevado a cabo.

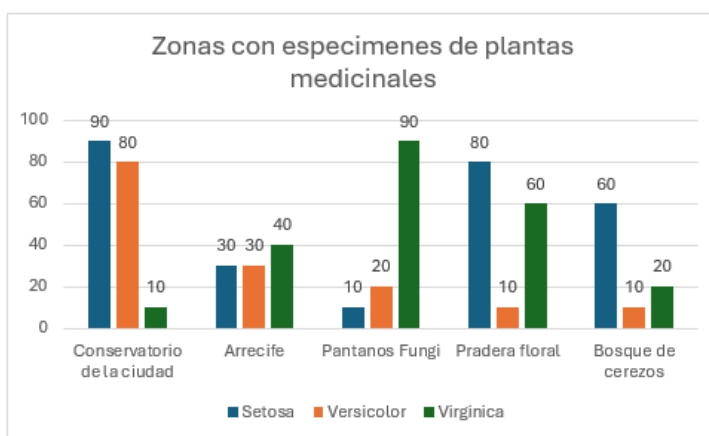
Figura 21.
Tarea 1. Ítems c y d.

- c) Si se tiene un diagrama de barras de toda la Tabla 1 y quisiéramos convertirlo en un diagrama de torta, ¿sería adecuado?, ¿la información sería clara?, ¿cuál diagrama sería mejor para este tipo de tabla? Justificar cada respuesta.
- d) Si se quiere hacer una comparación entre la preferencia que tienen los aldeanos por cada tipo de planta (Tabla 2) y la efectividad real de estas (Tabla 1), ¿la efectividad y la preferencia coinciden para alguno de los tipos de planta?, ¿en cuáles? Justifique las respuestas.

Figura 22.
Tarea 1. Ítem e.

e) El cazatesoros en una de sus búsquedas encontró una gráfica estadística reciente (Figura 2) hecha por los sabios de la isla, respecto a la cantidad de plantas medicinales que se pueden encontrar en distintas zonas de la isla, pero no la puede entender. Por lo tanto, les solicita a los héroes que describan toda la información posible de la gráfica y luego construyan su tabla de frecuencias.

Figura 2. Diagrama de barras - Tarea 1



Para finalizar la Situación 1, dentro del proceso de ludificación y correspondiendo al método evaluativo propuesto en el ambiente de aprendizaje ludificado, se da una recompensa parcial, tal como se muestra en la Figura 23.

Figura 23.
Tarea 1. Recompensa Situación 1.



Por otra parte, para la Situación 2 se presenta un contexto muy parecido al anterior, siendo una solicitud del personaje secundario, enfocada en el análisis de dos gráficas para identificar errores en ellas, en este caso específico en una gráfica de barras y una de torta. Como se mencionó anteriormente, la Situación 2 fue enfocada exclusivamente para la acción A3 de comunicación.

*Figura 24.
Tarea 1. Contexto Situación 2.*

Situación 2:

El cazatesoros al observar que los héroes tienen habilidades para poder leer e interpretar distintos tipos de gráficas estadísticas, les muestra algunas que obtuvo investigando sobre la fauna que se podía encontrar en el pantano de la isla. Sin embargo, al mostrar las gráficas al líder de la aldea, este le menciona que tienen algunos errores. Las gráficas estadísticas son las siguientes:

Figura 25.
Tarea 1. Situación 2 Gráficas.



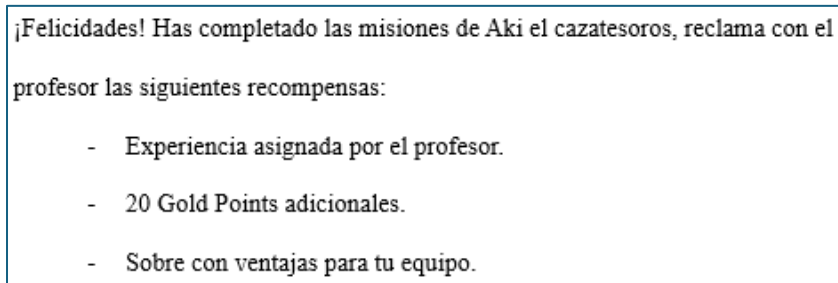
Figura 26.
Tarea 1. Situación 2 Ítems a y b.

Para finalizar el trato con el cazatesoros, este les solicita como última petición:

- a) Identificar cuáles son los errores que tienen las gráficas y argumentar por qué lo son.
- b) Proponer una o varias soluciones para corregir las gráficas estadísticas erróneas.

De manera análoga a la Situación 1, al finalizar se presentan las recompensas por finalizar la Situación 2 y la Tarea 1 en su totalidad (Figura 27).

*Figura 27.
Tarea 1. Recompensa final.*



¡Felicidades! Has completado las misiones de Aki el cazatesoros, reclama con el profesor las siguientes recompensas:

- Experiencia asignada por el profesor.
- 20 Gold Points adicionales.
- Sobre con ventajas para tu equipo.

Con la formulación de la Tarea 1 hecha, el siguiente paso fue plantear los recursos y la temporalidad estimada de la tarea. En el caso de los recursos, se propuso realizar una ludificación de tipo híbrido teniendo como recurso físico principal la guía a trabajar por los estudiantes, adicionalmente de las cartas del juego que funcionan como recompensa, en la Figura 28, se presenta un ejemplo de los sobres que se conformaron como recompensa por el desarrollo de la tarea. Por otro lado, el recurso digital o virtual, fue planteado con la plataforma Classcraft, siendo este un recurso visual llamativo y que podría volver más interesante el contexto de la tarea. Sin embargo, cabe resaltar que la plataforma no tiene gran incidencia en el desarrollo de la tarea, esto debido a que la tarea fue planteada para realizarse con o sin el recurso visual; el aspecto visual solamente aporta en el componente inmersivo.

Figura 28. Tarea 1. Cartas de recompensa.



Para finalizar, la temporalidad de la tarea fue tomada a partir de las experiencias previas con el grupo de estudio y el contenido de la tarea, por lo que se destinó su desarrollo en dos sesiones de clase de aproximadamente 90 minutos cada una.

4.2.2 Tarea 2

El diseño de la Tarea 2 fue pensado como una consecución de la anterior, sin presentar mucha diferencia en cuanto a la forma general de esta, con la intención de que los estudiantes no sintieran un cambio significativo entre una y otra, sino, que permitiera seguir trabajando a un ritmo igual o parecido.

4.2.2.1 Fase didáctica

Como se mencionó anteriormente, al entender la Tarea 2 como una tarea hilada a la anterior, es natural que los requisitos de esta resultan ser los conocimientos adquiridos en la Tarea 1, tal como se expone en la Figura 29.

Figura 29.
Tarea 2. Requisitos

<p>Requisitos</p> <p>La tarea precisa utilizar los conocimientos desarrollados en la Tarea 1 respecto a la lectura de tablas de frecuencia, gráficas estadísticas y la conversión entre registros de representación gráficos, tabulares y verbales de datos estadísticos no agrupados.</p>

Por otro lado, las metas de la Tarea 2 se mantuvieron hiladas a las acciones asociadas a la comunicación en el aula, en este caso específico se abordaron las acciones A3 y A4:

A3: Construye conocimientos (ideas, nociones, significados, representaciones, etc.) a partir del trabajo con las distintas formas de representación de una idea matemática o de las interacciones con otros individuos de la comunidad.

A4: Atribuye significados compartidos por la comunidad a una idea matemática.

De igual manera que en la Tarea 1, estas acciones fueron seleccionadas al tiempo que se iba desarrollando el diseño de la tarea. En la Figura 30 se presenta las metas relacionadas a la Tarea 2.

Figura 30.
Tarea 2. Metas.

Metas

Los propósitos de la tarea, relacionados con el desarrollo de la comunicación matemática en el aula, son que los estudiantes:

- Construyan conocimientos (ideas, nociones, significados, representaciones, etc.) a partir del trabajo con las distintas formas de representación de una idea matemática o de las interacciones con otros individuos de la comunidad.
- Atribuyan significados compartidos por la comunidad a una idea matemática.

Debido a la secuencialidad de las tareas, la primera parte de la formulación de la tarea se mantuvo igual en cuanto al agrupamiento, esto debido a que se esperaba seguir con el mismo ritmo de trabajo grupal planteado en la Tarea 1. Por otro lado, las interacciones en el aula sí presentaron un cambio relevante, puesto que a diferencia de la Tarea 1 que se planteó una interacción de tipo instructiva aludiendo a las categorías comunicativas propuestas por Brendefur y Frykholm (2000), en esta Tarea 2 se planteó una categoría contributiva, debido a que se esperaba una participación más activa de los estudiantes mientras que el profesor tendría una función de guía. En la Figura 31 se puede evidenciar este cambio.

Figura 31.
Tarea 2. Comunicación e interacción de clase.

Comunicación e interacción de clase

La categoría comunicativa que mejor se adapta a la tarea es de tipo contributivo según Brendefur y Frykholm (2000), debido a que la secuencia apunta en su totalidad a la interacción entre estudiantes, mientras que el profesor tiene la función de ayudar a encontrar alternativas para resolver los puntos de la tarea.

Para la formulación de la tarea también se propusieron dos situaciones. En la primera situación, se buscó que los estudiantes, a partir de gráficas estadísticas no convencionales¹¹, lograran construir procedimientos que permitieran realizar cambios de representación gráfica, a partir del trabajo con los sistemas de representación para datos no agrupados. La segunda situación, a diferencia de la primera, es más extensa y se enfocó en que los estudiantes justificaran y argumentaran razonamientos respecto a la viabilidad de poder realizar cambios de representación gráfica; construyeran gráficas propias y procedimientos de construcción, teniendo en cuenta los elementos de una gráfica estadística; analizaran, socializaran y evaluaran las producciones propias y de sus compañeros. En la siguiente fase se mencionará con mayor detalle cada componente de las situaciones.

4.2.2.2 Fase ludificada

Al plantear las dos situaciones principales, se dispuso a continuar el hilo narrativo planteado en la Tarea 1 debido a que, como se ha mencionado previamente, este tiene un valor importante en el ambiente de aprendizaje ludificado. Igualmente, cabe resaltar que los elementos de ludificación como las metas, las reglas y la cooperación, de manera implícita se encuentran dentro de la tarea con lo mencionado previamente en la fase didáctica.

De manera general, continuando con el hilo narrativo, en el contexto de la Tarea 2, los jugadores (estudiantes) al finalizar todas las peticiones que había solicitado el personaje secundario Aki, reciben como recompensa información respecto a la situación anormal de la isla. Este les comenta que el líder de la villa está confinado y guía a los jugadores hacía una torre principal en donde se dice está el líder y los ayuda a ingresar allí. Los jugadores, al subir al


¹¹ En el contexto de la tarea, se le llama “gráficas estadísticas no convencionales” a las gráficas que no son usuales encontrar en contextos comunes, tales como mapas de calor y diagramas radiales.

último piso de la torre, encuentran confinado al líder y a un guardia que cumple con custodiarlo. En este momento, el guardia propone un intercambio, espera que los jugadores descifren cierta información que no logra comprender y a cambio dejará libre al líder. En la Figura 32 se presenta parte de la contextualización propuesta para la Tarea 2.

*Figura 32.
Tarea 2. Contexto Tarea.*

Aki guía a los héroes por un camino oculto y abandonado que les permitirá entrar a la torre sin que los descubran. Al llegar e infiltrarse en la torre, nuestros héroes pueden observar que está llena de libros, información y papiros de todo tipo, y por alguna extraña razón no hay ningún guardia merodeando en el interior.

Al subir por las escaleras hasta el último piso, hallan un cuarto en el que encuentran a un guardia que custodia al líder de la villa, quien se encuentra encadenado en un oscuro armario. El guardia se sorprende al ver a los héroes allí, sin embargo, lo ve como una oportunidad para negociar. El guardia revela que la capital no tiene ningún interés en el líder sino en su conocimiento, y para lograr uno de sus objetivos es indispensable por lo menos saber de qué manera leer y transformar la información que aparece en los papiros que se encuentran en el lugar.



El guardia pretende que los héroes logren hallar el secreto que está buscando, y a cambio, dejará en libertad al líder de la villa. El líder puede escuchar todo lo que se habla fuera de su celda, pero no hace ni un sonido, al silencio del líder, los héroes deciden aceptar el trato.

Seguido a la contextualización, se presenta la Situación 1 como la solicitud del guardia a los jugadores, en esta se expone un contexto de la situación acompañado de un diagrama rectangular y un diagrama radial, tal y como se presenta en las Figuras 33 y 34.

Figura 33.
Tarea 2. Situación 1. Diagrama rectangular.

El guardia arroja a los héroes distintos papiros y dentro de ellos hay varias gráficas estadísticas, entre ellas hay algunas convencionales como las que vieron anteriormente en la villa (diagramas circulares y de barras), pero, para sorpresa de los héroes, encuentran otras gráficas bastante distintas, como las siguientes (Figuras 1 y 2):

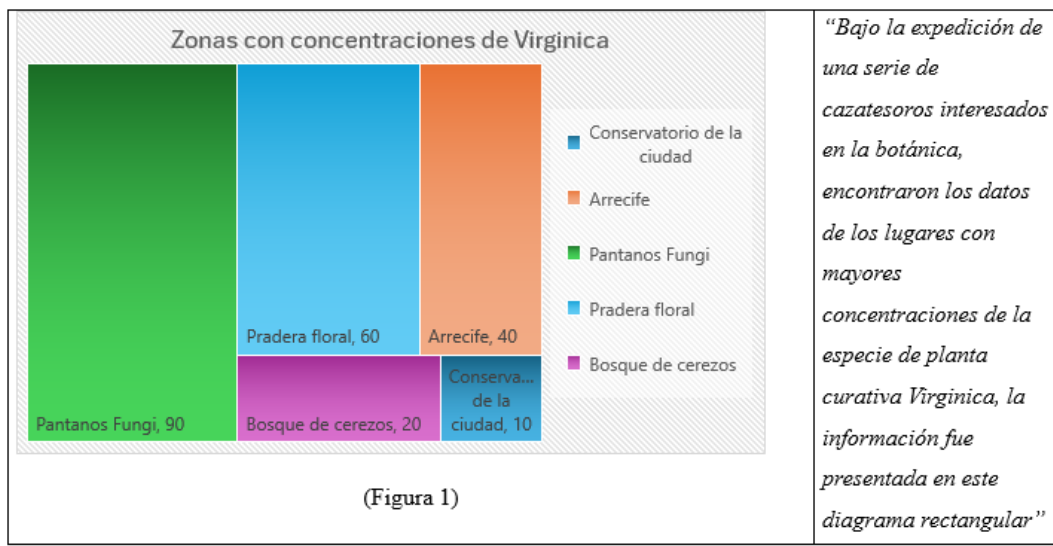
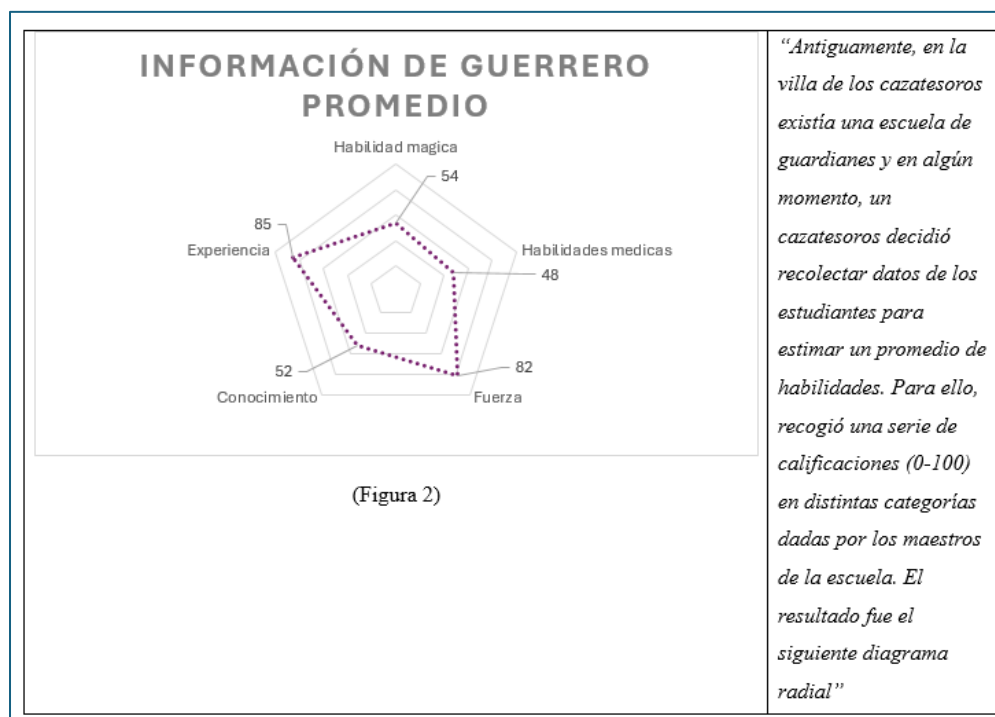


Figura 34.
Tarea 2. Situación 1. Diagrama radial.



Con los dos diagramas presentados en las figuras 33 y 34, se propusieron dos ítems dirigidos a los estudiantes en los que se esperaba que describieran procedimientos que consideraran convenientes para poder cambiar de representación gráfica las gráficas estadísticas dadas, apuntándole a la acción específica A3 de la comunicación.

Figura 35.
Tarea 2. Situación 1. Ítems a y b.

Los héroes, al leer los papiros y observar este tipo de gráficas estadísticas «no convencionales» identifican la variedad de formas para poder representar la información. El guardia, observando que los héroes lograban captar cosas que él en un buen tiempo no había logrado, hizo la siguiente solicitud a los héroes:

- a) Deben explicar por escrito de qué manera se puede pasar de un diagrama como el presentado en la Figura 1 a un diagrama circular.
- b) Deben traducir a un diagrama de barras la información que brinda el diagrama de la Figura 2 que aparece en los papiros.

Para finalizar la Situación 1, dentro del proceso de ludificación y correspondiendo al método evaluativo propuesto en el ambiente de aprendizaje ludificado, se da una recompensa parcial, tal como se muestra en la Figura 36.

Figura 36.
Tarea 2. Recompensa Situación 1.

Al finalizar esta misión recibes las siguientes recompensas:



Por su parte, en la Situación 2, se planteó un nuevo desarrollo contextual dentro de la narrativa, en el que los jugadores se ven nuevamente involucrados en giros argumentales y que

de manera transitoria los dirige a nuevas tareas que van surgiendo para desarrollar la trama. En la Figura 37 se presenta una sección de este.

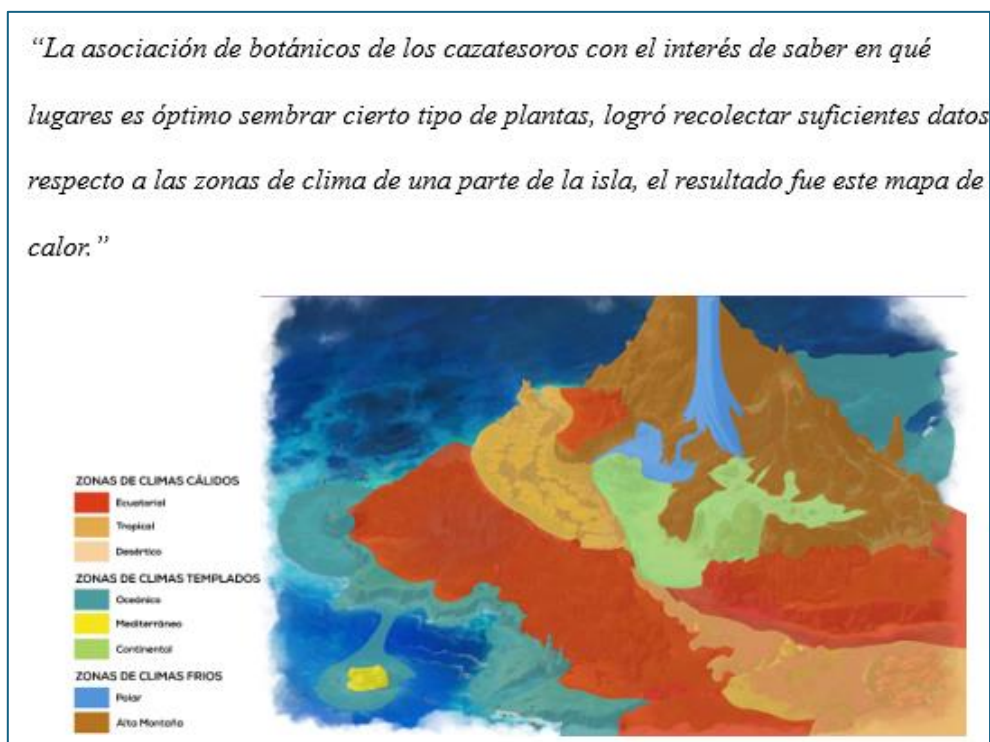
*Figura 37.
Tarea 2. Situación 2. Contexto.*

El líder al escuchar y validar su preocupación por la vida de la isla les comenta que la capital es la culpable de la contaminación del elixir, debido a que se encontraban extrayendo los minerales que lo purifican. Sin embargo, el líder de la villa les menciona a los héroes, que lo que en realidad el tirano de la capital desea son las minas que se encuentran selladas con códigos especiales que solo los cazatesoros podrían resolver, por esta razón fue encerrado y obligado a compartir su conocimiento.

Para salvar el elixir y confrontar al tirano que se encuentra en la capital, los héroes deberán dirigirse a la montaña de donde surge el elixir e ingresar a las minas, pero para ello deben tener la llave que les permitirá ingresar, la gema del elixir y el papiro con la clave de ingreso a las minas. Estos tres objetos se encuentran alojados y resguardados en un cofre en la parte trasera del armario donde se encontraba custodiado el líder, pero para él es imposible destapar este cofre debido a que su conocimiento es tan amplio que ya no tiene gota alguna de imaginación y para abrir el cofre esto es esencial.

A partir de la narrativa, los estudiantes con el fin de lograr abrir un cofre encantado se ven forzados a resolver una situación que implica un mapa de calor, cabe resaltar que el mapa de calor es producto de utilizar una sección del mapa del juego presentado en Classcraft y modificarlo de tal manera que se pudiera utilizar en el diseño de la tarea.

Figura 38.
Tarea 2. Situación 2. Mapa de calor.



Con la situación presentada en la Figura 37, los estudiantes debían resolver tres ítems en los que se buscaba que justificaran y argumentaran la viabilidad de producir otras representaciones gráficas a partir de la información dada por el mapa de calor (Figura 38), así como identificar diferencias y similitudes respecto a las gráficas estadísticas vistas a lo largo de las dos tareas. Cabe resaltar, que el mapa de calor fue estratégicamente hecho sin añadir frecuencias, esto debido a que aportaba con la intención de los ítems propuestos. Estos ítems atienden a la acción A3.

Figura 39.
Tarea 2. Situación 2. Ítems.

- Con la información dada en la gráfica ¿puedes realizar un diagrama de barras o una gráfica de torta? Justifica tu respuesta.
- De igual manera, ¿puedes realizar un diagrama radial o a uno rectangular? Justifica tu respuesta.
- Haz una comparación entre las distintas gráficas que has visto hasta ahora y el mapa de calor presentado. Describe que similitudes y que diferencias identificas respecto a las demás gráficas.

Luego, se presenta una situación en la que los estudiantes reciben una tabla de frecuencias que se asemeja a un reporte de datos de estudiantes admitidos a una escuela de hechicería. Dentro de las variables que los estudiantes podían encontrar estaban algunas comunes como el sexo, la edad y el lugar de origen; también había variables de tipo cuantitativo que medían habilidades fantásticas de los admitidos. Con esta tabla de frecuencias se esperaba que construyeran una gráfica propia y enlistaran una serie de pasos que, a su concepción, fueran necesarios para construir tal gráfica, esto atendiendo nuevamente a la acción A3 de la comunicación.

Figura 40.
Tarea 2. Situación 2. Tabla de frecuencias.

N° Admitido	Sexo	Edad (años)	Lugar de origen	Nivel de magia	Nivel de fuerza	Conocimiento científico	Habilidades medicas	Experiencia
1	Femenino	22	Capital	Básico	Superior	Alto	Superior	Básico
2	Masculino	14	Otros	Superior	Bajo	Bajo	Superior	Superior
3	Masculino	26	Capital	Superior	Alto	Alto	Alto	Alto
4	Femenino	20	Otros	Bajo	Superior	Bajo	Básico	Básico
5	Femenino	15	Capital	Bajo	Bajo	Bajo	Bajo	Alto
6	Masculino	25	Capital	Superior	Superior	Superior	Superior	Básico
7	Femenino	20	Capital	Básico	Alto	Bajo	Alto	Alto
8	Masculino	15	Capital	Básico	Básico	Superior	Básico	Alto
9	Masculino	31	Capital	Básico	Básico	Alto	Bajo	Alto
10	Masculino	32	Capital	Básico	Bajo	Básico	Bajo	Alto
11	Femenino	31	Capital	Alto	Básico	Alto	Bajo	Alto
12	Femenino	38	Otros	Básico	Alto	Básico	Básico	Alto
13	Masculino	24	Capital	Superior	Bajo	Básico	Alto	Superior
14	Femenino	19	Capital	Superior	Bajo	Superior	Alto	Bajo
15	Femenino	24	Villas aledañas	Superior	Bajo	Básico	Bajo	Alto
16	Masculino	28	Capital	Bajo	Bajo	Básico	Superior	Superior
17	Masculino	30	Capital	Superior	Bajo	Alto	Alto	Bajo
18	Masculino	28	Capital	Alto	Bajo	Bajo	Básico	Básico
19	Masculino	31	Capital	Básico	Básico	Bajo	Bajo	Alto
20	Masculino	20	Otros	Alto	Alto	Superior	Alto	Superior

Selecciona una variable estadística de la Tabla 1 y crea con tu equipo una gráfica estadística apropiada para los datos de dicha variable. Escriban un listado con los pasos que llevaron a cabo para construir la gráfica estadística. Ayúdense de las gráficas no convencionales vistas antes, pueden brindarles ideas de qué elementos debe tener la gráfica.

Seguido al planteamiento de la Figura 40, se aprovechó el elemento narrativo de la tarea para incluir contenido alusivo a los elementos de una gráfica estadística. Esto se realizó, de tal manera que los estudiantes relacionaran lo realizado en la construcción y procedimiento de su gráfica estadística, con la información dada (Figura 41).

Figura 41.
Tarea 2. Situación 2. Elementos de gráficas estadísticas.

Gráficos estadísticos

El tratamiento de datos tiene su origen desde épocas remotas. En la actualidad se tiene información de hace más de 3000 años, donde antiguas civilizaciones aplicaban continuamente recolecciones de datos en distintos campos tales como la botánica, la zoología y censos dentro de la comunidad. Al pasar el tiempo, las elaboraciones gráficas aportaron en el desarrollo de la sociedad al ser representaciones visuales de información estadística y se volvería una herramienta muy eficaz debido a que captan la atención del lector, presentan la información de manera más clara y sencilla y facilitan la comparación de datos destacando las tendencias y diferencias.

Dentro de los tipos de gráficas estadísticas que se usan, se encuentran los diagramas de barras, diagramas de sectores o circulares, histogramas, pictogramas, cartogramas, entre otros, pero cada uno de estos tipos de gráficas debe tener unos elementos mínimos:

- *Título.*
- *Nombre de los ejes (Este elemento debe colocarse en caso tal que existan ejes)*
- *Cuerpo del gráfico (es decir, las figuras de la gráfica, como los rectángulos en el diagrama de barras o las secciones circulares en los diagramas circulares).*
- *Frecuencias.*

Atendiendo a los elementos del juego para la ludificación, se decidió añadir el elemento relacionado con los momentos sorpresa dentro del ambiente ludificado, debido a que dependiendo de la construcción realizada previamente podrían darse dos casos. El primer caso, se daría si en la construcción de la gráfica tomaron en cuenta los elementos de la gráfica antes de leerlos, en esta situación se le permitiría al grupo omitir un ítem de la tarea, por el otro lado, en el caso negativo, debería resolverlo. En la Figura 42 se presenta el momento sorpresa.

Figura 42.
Tarea 2. Situación 2. Momento sorpresa.

ACEPTADA: La gráfica es aceptada si tuviste en cuenta todos los elementos de una gráfica estadística. Omite el punto tres de la actividad.

RECHAZADA: La gráfica es rechazada si no tuviste en cuenta todos los elementos de una gráfica estadística. Sigue la actividad desde el punto tres.

3. Ahora que conoces los elementos de una gráfica estadística, reescribe los pasos que planteaste en el primer punto de tal manera que tu gráfica tenga cada elemento, es decir, realiza las correcciones pertinentes.

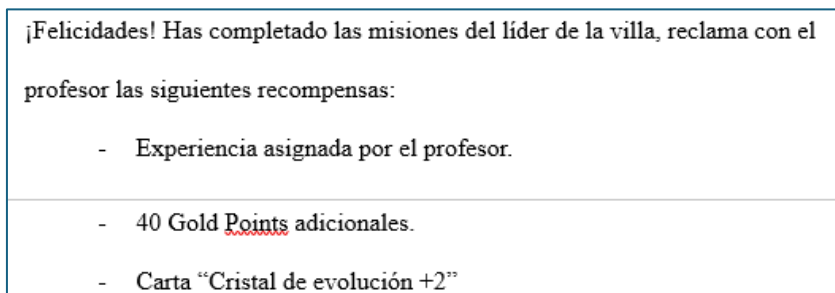
Para finalizar la Situación 2, se presentaron tres ítems en los que los estudiantes debían compartir con otro grupo sus creaciones (gráfica estadística y lista de pasos) y a partir de esto, analizar la gráfica y proponer conclusiones frente a ella para, posteriormente, socializar con los grupos el funcionamiento de cada gráfica, su construcción y como la plantearon y, finalmente, evaluar la efectividad tanto de las conclusiones realizadas previamente y la gráfica analizada. Este ejercicio se hizo con la intención de que los estudiantes se vieran involucrados en un contexto de análisis y construcción de conocimiento grupal, atendiendo a la acción A4.

Figura 43.
Tarea 2. Situación 2. Puntos 4, 5 y 6.

4. Debes intercambiar la gráfica estadística que creaste con la de otro grupo. Con la gráfica del otro grupo escribe cinco conclusiones que surjan al analizarla.
5. Socializa: Con el grupo que intercambiaste tu gráfica menciona de qué se trata, cómo se lee, cómo se organiza la información, cómo la construyeron, qué tuvieron en cuenta para construirla, entre otros.
6. Por último, evalúa las conclusiones que hizo el otro grupo respecto a tu gráfica y comenta si fueron acertadas, erradas o regulares y justifica el porqué de sus respuestas.

De manera análoga a la Situación 1, al finalizar se presentan las recompensas por finalizar la Situación 2 y la Tarea 2 en su totalidad.

*Figura 44.
Tarea 2. Recompensa final.*



Con la formulación de la Tarea 2 hecha, el siguiente paso fue plantear los recursos y la temporalidad estimada de la tarea. En el caso de los recursos, se mantuvo la idea de realizar una ludificación de tipo híbrido teniendo como recurso físico principal la guía a trabajar por los estudiantes, adicionalmente de las cartas del juego que funcionan como recompensa, con la distinción que en esta tarea la recompensa sería una carta exclusiva (Figura 45). Por otro lado, el recurso digital o virtual, fue planteado con la plataforma Classcraft, siendo este un recurso visual llamativo y que podría volver más interesante el contexto de la tarea, manteniendo la idea de que la plataforma no tiene gran incidencia en el desarrollo de la tarea, esto debido a que la tarea fue planteada para realizarse con o sin el recurso visual; el aspecto visual solamente aporta en el componente inmersivo.

Figura 45.
Tarea 2. Carta recompensa.



La Tarea 2 fue planteada para mantener la temporalidad que fue planteada para la Tarea 1, por lo que, se destinó su desarrollo en dos sesiones de clase de aproximadamente 90 minutos cada una.

4.3 Validación de las secuencias de tareas por un par experto

Con la finalidad de que la secuencia de tareas fuera evaluada y reajustada previo a la fase de implementación, se recurrió a enviar estas al profesor a cargo de los grupos de estudio de la institución, en tanto par experto¹². Este ejercicio fue pensado, en primer lugar, con el objetivo de volver más significativas las tareas y que a su vez tuviera una aprobación previa respecto a la afinidad con el ambiente de aprendizaje ludificado. En segundo lugar, la revisión de las tareas por parte del profesor de la institución se realizó como una forma de contar con la validación y verificación del trabajo a través del juicio de un par experto que fuera ajeno a la realización del trabajo de grado, metodología que resulta usual en procesos de investigación académica.

¹² Se considera al profesor a cargo de los estudiantes como par experto por cuando su formación académica está en el marco de la Educación Matemática, tiene varios años de experiencia docente y conoce la herramienta Classcraft.

Las observaciones dadas por el par experto para ambas tareas fueron de manera general iguales, en las que inicialmente se solicitó, incorporar a cada situación de cada tarea las metas específicas que se esperaban cumplir con lo presentado en cada situación, así como detallar en cada meta específica las ideas y los objetos matemáticos relacionados.

Las observaciones al contenido ludificado fueron menores, centrándose exclusivamente en las recompensas dadas de tal forma que se adecuaran al contexto del aula y asuntos de redacción de la narrativa planteada. Por otro lado, se pidió especificar la cantidad de estudiantes por grupo y tiempos específicos a cada etapa de la formulación de la tarea.

Producto de esta evaluación se reajustaron las secuencias de tareas 1 y 2 dando como resultado los Anexos B y C.

Capítulo 5. Resultados

La ejecución de las tareas se realizó en aproximadamente cinco a seis sesiones de clase por cada curso, esto atendiendo a que los cursos tuvieron interrupciones constantes en su clase usual de matemáticas debido a actividades extracurriculares. Sin embargo, el profesor titular resaltó el desempeño e interés en el trabajo de las secuencias de tareas.

El profesor titular resaltó la fluidez verbal de los estudiantes en el desarrollo de algunos ítems. Sin embargo, identificó la dificultad por parte de ellos a la hora de transmitir las ideas de manera escrita. Producto de lo anterior, la resolución de los últimos ítems de la Tarea 2 se realizaron de manera verbal, lo cual no estaba planeado en el desarrollo de esta.

A continuación, se presenta el análisis de los resultados obtenidos tras la implementación de las tareas. Este capítulo se divide en dos análisis diferentes, uno enfocado en los objetivos (metas) de las secuencias de tareas diseñadas, basadas en la definición y las acciones planteadas en el marco teórico y, por otro lado, un análisis atendiendo a la propuesta evaluativa de Fandiño (2010) en cuanto a aprendizaje comunicativo refiere, esto con el fin de identificar el nivel comunicativo de los estudiantes puesto en juego durante el desarrollo de la tarea y relacionarlo con los resultados del primer análisis realizado.

Cabe resaltar que, posterior a la implementación, se recibieron 53 producciones de los estudiantes. Sin embargo, para el ejercicio de análisis se tomó una muestra aleatoria de 32 producciones de los estudiantes, dado que las condiciones de tiempo del trabajo de grado no permitían un análisis de toda la producción. Adicionalmente, es de subrayar que, tal como se planteó en los objetivos, las tareas fueron implementadas como una prueba piloto, por tanto en este capítulo se busca realizar un análisis preliminar a los resultados de la prueba piloto. Al

respecto, es importante señalar que, al tratarse de una revisión inicial, no se hace a partir de marcos teóricos que aborden los errores y dificultades asociados a la comunicación en la clase de matemáticas. En cambio, dicho análisis se realiza a partir de lo proyectado para cada una de las tareas y del conocimiento experiencial del autor.

5.1 Análisis de resultados por objetivos

A continuación, se presenta un análisis de cada ítem planteado en cada tarea y se compara con las expectativas que se tenían respecto a las acciones comunicativas planteadas:

A1: Reconoce la existencia de conexiones entre los distintos sistemas (registros) de representación de las ideas matemáticas (*i. e.* físicas, pictóricas, gráficas, simbólicas, verbales y mentales).

A2: Cambia de un tipo de representación de una idea matemática a otro.

A3: Construye conocimientos (ideas, nociones, significados, representaciones, etc.) a partir del trabajo con las distintas formas de representación de una idea matemática o de las interacciones con otros individuos de la comunidad.

A4: Atribuye significados compartidos por la comunidad a una idea matemática.

5.1.1 Análisis Tarea 1

La Tarea 1, como se mencionó anteriormente, se encuentra conformada por dos situaciones. La primera situación está dividida en ocho ítems de los cuales dos apuntaban a las acciones A1 y A2 de la comunicación y la totalidad de los ítems eran acordes a la acción A3 de la comunicación. Por otro lado, la segunda situación estaba conformada por dos ítems que apuntaban a la acción A3, como se mencionó previamente en el diseño de tareas.

A continuación, se presentará cada uno de los ítems, el objetivo que se esperaba de cada uno y las respuestas dadas por los estudiantes de la muestra tomada, con el fin de analizar la efectividad de las tareas.

En la Figura 46 se presenta una tabla de frecuencias dada y los tres ítems iniciales de la Situación 1.

*Figura 46.
Tarea 1. Parte inicial.*

Tipos de planta	Setosa	Versicolor	Virginica
Cantidad de aldeanos curados en menos de una semana	9	25	9
Cantidad de aldeanos curados de 1 a 4 semanas	20	1	11
Cantidad de aldeanos no curados	5	12	8

El cazatesoros quiere conocer información sobre la eficacia de las plantas para curar la enfermedad de los aldeanos. Para eso, les pregunta a los héroes lo siguiente:

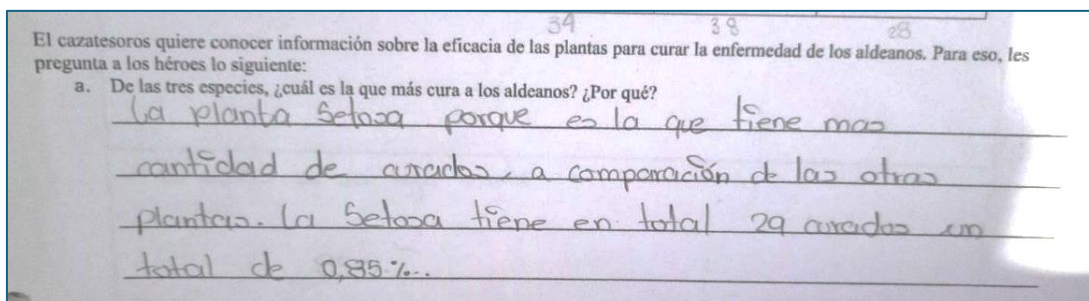
- De las tres especies, ¿cuál es la que más cura a los aldeanos? ¿Por qué?
- De las tres especies, ¿cuál es la que menos cura a los aldeanos? ¿Por qué?
- Un aldeano recientemente enfermo tomó una planta Versicolor para curarse. Si al cabo de nueve días no ha sanado, ¿cuál planta debería tomar ahora? ¿Por qué?

En el ítem a y el ítem b al referirse a cantidades opuestas “la que más” y “la que menos”, se esperaba que sucedieran tres situaciones: que se enfocaran en la cantidad de aldeanos no curados directamente, que se observaran exclusivamente los aldeanos curados en menos de una semana, y que observaran el porcentaje de aldeanos curados versus el de no curados por cada tipo de planta, esta última era la respuesta deseada. Sin embargo, los ítems de esta Tarea 1 fueron propuestos para analizar la manera cómo justificaban los estudiantes, entendiendo que se podía resolver desde distintos puntos de vista.

Al analizar los resultados se evidencia que, tal como se esperaba, los estudiantes se desarrollaron en las tres situaciones previstas, obteniendo que un 59 % de los estudiantes de la muestra optó por identificar la relación entre cantidad de aldeanos curados y cantidad de no curados, mientras que el otro 31% se dividió entre respuestas alusivas a la cantidad total de curados y la cantidad de aldeanos no curados. Sin embargo, como se mencionó antes, la intención de estos dos ítems era identificar la construcción de justificaciones.

En la Figura 47 se puede ver una justificación de la respuesta, la cual fue usual en varios estudiantes. Cabe resaltar que, varios estudiantes respecto a la justificación expresaron el porcentaje mal escrito.

Figura 47.
Tarea 1. Respuesta estudiante 1.



Las justificaciones de este tipo brindan indicios del desarrollo de conocimientos a partir de sistemas de registro, como las representaciones gráficas, así como de la interacción grupal entre pares. Sin embargo, apenas un 60% de los estudiantes reportaron justificaciones en esa dirección; el otro 40% presentó justificaciones como la mostrada en la Figura 48, en la que se evidencia la dificultad de algunos estudiantes para justificar de manera escrita.

Figura 48.
Tarea 1. Justificación con dificultad.

cazatesoros quiere conocer información sobre la eficacia de las plantas para curar la enfermedad de los aldeanos. Para eso pregunta a los héroes lo siguiente:

a. De las tres especies, ¿cuál es la que más cura a los aldeanos? ¿Por qué?

la setosa ya que tiene menos cantidad de aldeanos no curados

b. De las tres especies, ¿cuál es la que menos cura a los aldeanos? ¿Por qué?

la versicolor

El ítem c, como factor diferencial a los dos anteriores, tenía la peculiaridad de que se esperaba observar las respuestas de los estudiantes atendiendo a que ellos no manejan conceptos de la probabilidad, por lo que, se estimaba que relacionarían la respuesta de este ítem a la dada en el ítem a, bajo el argumento de que es “la que más cura”.

Aunque el 100% de los estudiantes acertó en la respuesta que se esperaba, se evidenció que el 63% de ellos dieron justificaciones idénticas a la esperada haciendo alusión a mencionar que es la planta que más cura. Sin embargo, el 37% restante no optó por justificar de la misma forma, sino que hicieron relaciones respecto a la tabla presentada y justificaron bajo su creencia de respuesta (Figura 49). Este hecho es afortunado, ya que da evidencia del trabajo con los sistemas de representación para realizar sus justificaciones.

Figura 49.
Tarea 1. Justificación 2.

c. Un aldeano recientemente enfermo tomó una planta Versicolor para curarse. Si al cabo de nueve días no ha sanado, ¿cuál planta debería tomar ahora? ¿Por qué?

El aldeano debería tomar la planta setosa porque tiene la mayor tasa de curación en periodos más largos, lo que aumenta las probabilidades de recuperación

Las Figuras 50, 51, 52 presentan una nueva tabla de frecuencias y los cinco últimos ítems de la Situación 1 de la Tarea 1.

*Figura 50.
Tarea 1. ítem a.*

	Setosa	Versicolor	Virginica
Porcentaje de preferencia de las plantas.	22%	68%	10%

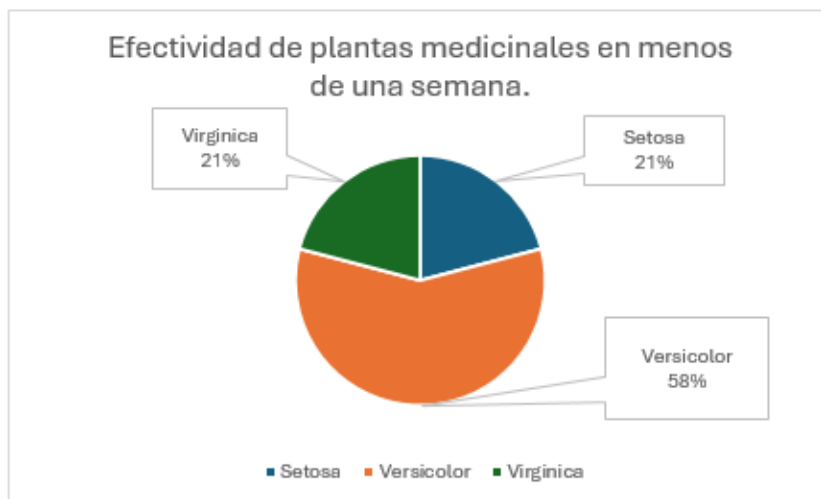
Ahora, el cazatesoros solicita a los héroes lo siguiente:

a) Deben realizar una gráfica estadística que les ayude a interpretar la información presentada en la Tabla 1. Luego, deben elaborar otra gráfica estadística que permita interpretar la información que está en la Tabla 2.

Figura 51.
Tarea 1. Ítem b y c.

- b) Se realizó un diagrama circular como el mostrado en la Figura 1, que representa el porcentaje de efectividad de las plantas medicinales en los aldeanos en menos de una semana:

Figura 1. Diagrama circular - Tarea 1



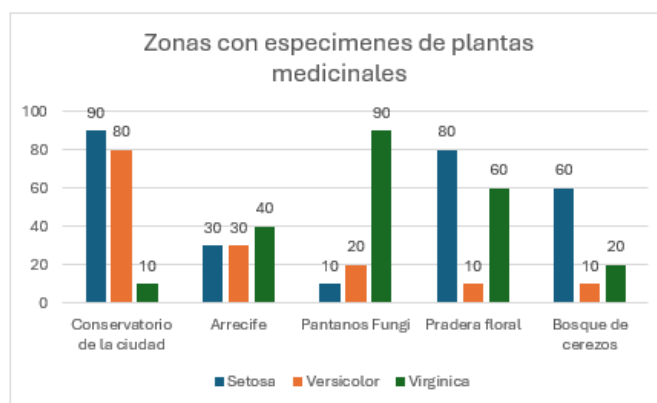
Los héroes deben transformar el diagrama circular de la Figura 1 en un diagrama de barras y explicar el procedimiento llevado a cabo.

- c) Si se tiene un diagrama de barras con los datos de la Tabla 1 y quisiéramos convertirlo en un diagrama circular, ¿sería adecuado?, ¿la información sería clara?, ¿cuál diagrama sería mejor para este tipo de tabla? Justifiquen cada respuesta.

Figura 52.
Tarea 1. Ítem d y e.

- d) Si se quiere hacer una comparación entre la preferencia que tienen los aldeanos por cada tipo de planta (ver Tabla 2) y la efectividad real de estas (ver Tabla 1), ¿la efectividad y la preferencia coinciden para alguno de los tipos de planta?, ¿en qué tipo de planta? Justifique las respuestas.
- e) El cazatesoros, en una de sus búsquedas encontró una gráfica estadística reciente hecha por los sabios de la isla (Figura 2), respecto a la cantidad de plantas medicinales que se pueden encontrar en distintas zonas de la isla, pero no logran entenderla. Por lo tanto, les solicita a los héroes que describan toda la información posible de la gráfica y luego construyan su tabla de frecuencias.

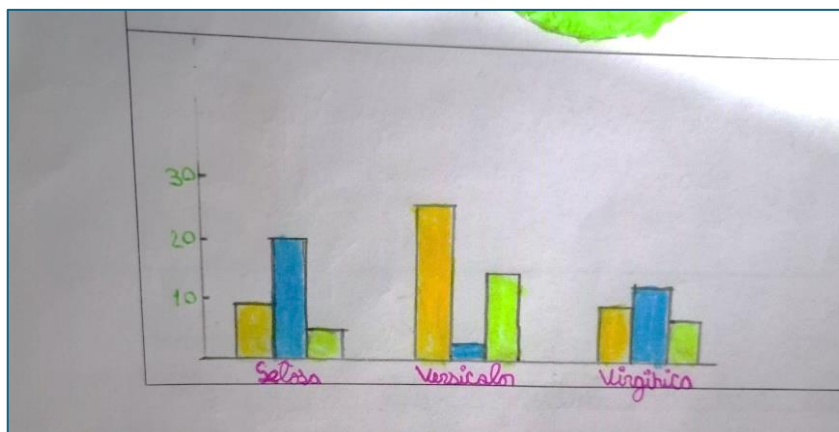
Figura 2. Diagrama de barras - Tarea 1



Para el ítem a, se esperaba que para la tabla presentada en la Figura 46 realizaran un diagrama de barras y para la tabla presentada en la Figura 50 un diagrama circular.

El 100% de los estudiantes realizó el diagrama circular esperado de manera correcta. Por otro lado, del trabajo realizado con las gráficas de barras se evidenciaron errores en el 41% de los estudiantes respecto a sus productos finales, puesto que en sus representaciones algunos no hicieron distinciones con convenciones haciendo difícil la lectura de estas (Figura 53).

Figura 53.
Gráfica de barras agrupadas con errores.

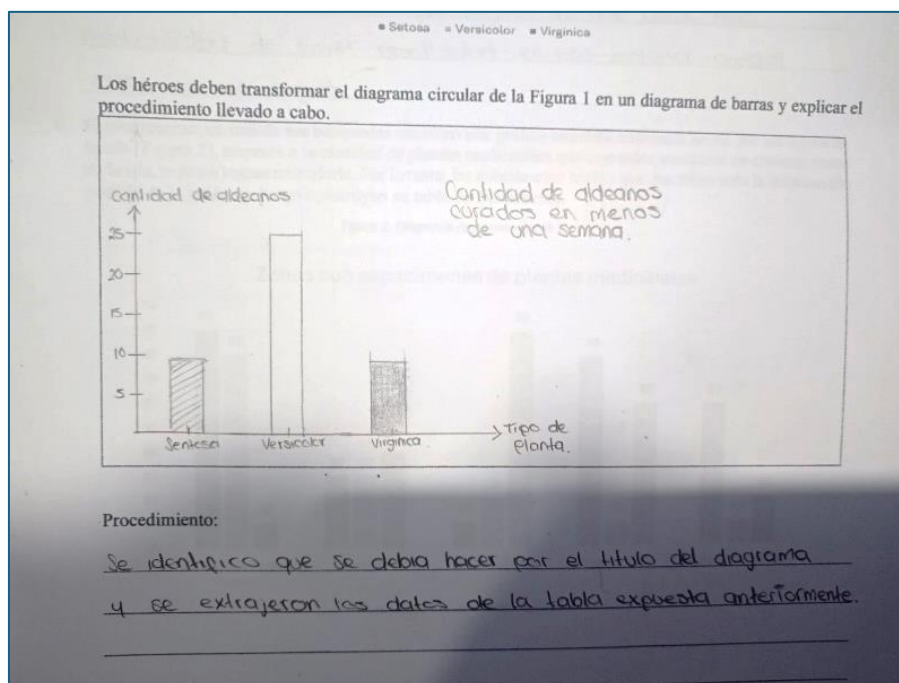


De aquí se evidencia la dificultad de algunos estudiantes en realizar cambios de representación tabular a gráfica cuando implica utilizar diagramas de barras agrupadas y, posiblemente, el desconocimiento que tienen sobre los elementos característicos de una gráfica estadística. Se identifica que, aunque tienen la idea del tipo de gráfica a utilizar, se observa la dificultad de organizar las convenciones para presentar la información de manera clara.

El ítem b estaba enfocado en observar inicialmente la gráfica construida y posteriormente analizar el procedimiento propuesto para la construcción de la gráfica con el fin de analizar si se encontraban inconsistencias en cuanto a lo construido y lo relatado.

En la construcción de la gráfica se evidenció que al realizar el cambio de representación gráfica el 31% de los estudiantes lo hizo basándose en el diagrama circular presentado en la Figura 51, tal y como se esperaba. Por otro lado, el 69% restante hizo el cambio de representación comparando la gráfica propuesta con las tablas de frecuencia anteriores, haciendo una comparativa entre tipos de representaciones, en este caso tabular y gráfica, para finalmente realizar la representación gráfica aludiendo tanto al diagrama circular propuesto y la tabla de frecuencia inicial (Figura 54).

Figura 54.
Razonamiento estudiante 1.



En cuanto a los procedimientos, se observa que el 23% de estudiantes que realizaron la representación gráfica, no lograron describir su procedimiento de manera clara. Sin embargo, el 77% restante, explicó de manera correcta su procedimiento (Figura 55).

Figura 55.
Procedimiento de estudiante.

Procedimiento:
Primero identifiqué las proporciones de cada categoría en el diagrama circular, luego representé los graficos en el eje X que son las plantas medicinales, y por el otro eje Y representé los valores y su cantidad que se representó en el diagrama de 10 en 10 hasta llegar a 60.

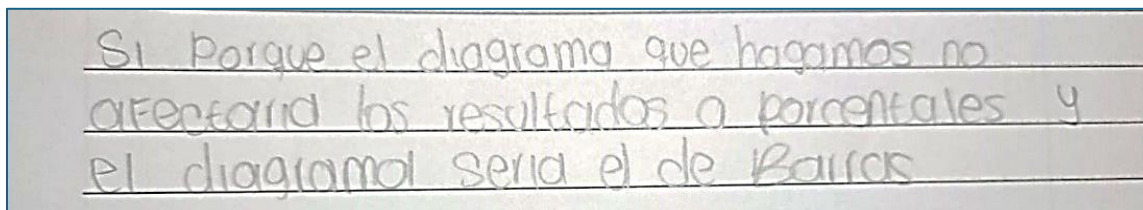
Este ítem, no solo dio evidencia del correcto cambio entre representaciones gráficas y la construcción de estas atendiendo al desarrollo de la acción A3 de la comunicación, como se tenía

planteado, sino que, además, dio evidencia del desarrollo de la acción A1 de la comunicación al lograr relacionar distintos sistemas de representación.

En el siguiente ítem, se esperaba que los estudiantes identificaran que el diagrama circular no es apropiado para información presentada en la tabla de la Figura 46 y argumentaran por qué es preferible realizar un diagrama de barras.

Al realizar esta solicitud se evidenció de manera general la dificultad de los estudiantes para justificar o argumentar sus ideas en el 38% de los casos, debido a que, aunque plantearan ideas que pueden ser relevantes en la construcción del argumento, no se logra identificar una conexión de ideas y el argumento se vuelve confuso y difícil de entender tal y como se observa en la Figura 56.

*Figura 56.
Argumentos confusos de estudiantes.*

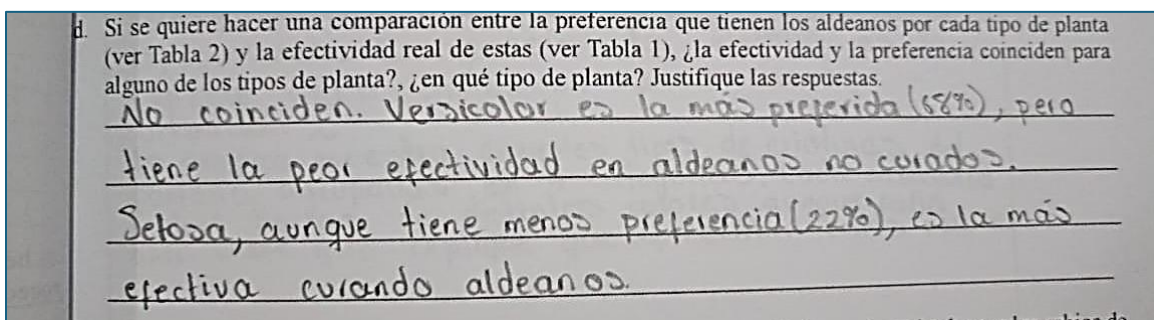


Si porque el diagrama que hagamos no afectaria los resultados o porcentajes y el diagrama seria el de Barras

El ítem d, proponía comparar las dos tablas de frecuencia previas e identificar si existía alguna coincidencia entre ambas, la respuesta evidente es negativa, puesto que los datos de ambas tablas no estaban relacionados entre sí. Con lo anterior, se esperaba que los estudiantes argumentaran basándose en el trabajo previo.

En este ítem d tal y como se esperaba la respuesta fue negativa y el 78% de los estudiantes argumentaron de forma correcta, tal y como se presenta en el ejemplo de la Figura 57. Apenas un 22% argumentó aludiendo a solo un tipo de planta.

Figura 57.
Argumento correcto de estudiante.



El último ítem estaba enfocado en observar de qué forma los estudiantes logran describir la información dada en el diagrama de barras de la Figura 52 y el correcto cambio de representación para esta información.

Para este trabajo se identificó que más del 80% de los estudiantes tienen buenas habilidades de descripción a la hora de leer gráficas estadísticas, evitando ahondar en información poco relevante y sintetizando de manera correcta (Figura 58), así como la habilidad de realizar tablas de frecuencias a partir de gráficas estadísticas (Figura 59).

Figura 58.
Descripción de estudiante.

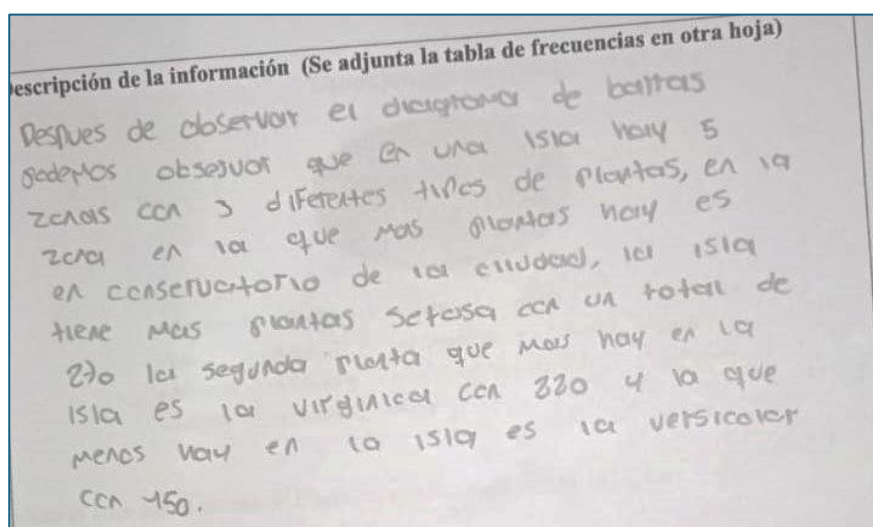


Figura 59.
Tabla de frecuencia de estudiante.

		F absoluta		F. Relativa	F %	F Acumulado
e.c	S	90	180	$90/180=0,5$	50%	26%
	V	80		$80/180=0,44$	44%	
	Vi	10		$10/18=0,05$	5%	
A.	S	30	100	$30/100=0,3$	30%	43%
	V	30		$30/100=0,3$	30%	
	Vi	40		$40/100=0,4$	40%	
P.E.		10	120	$10/120=0,12$	12%	61%
		20		$20/120=0,24$	24%	
		90		$90/120=0,74$	64%	
P.F.		80	150	$8/1150=0,53$	53%	64%
		10		$10/150=0,06$	6%	
		60		$60/150=0,4$	40%	
B.e		60	90	$60/90=0,66$	66%	98%
		10		$10/90=0,11$	11%	
		20		$20/90=0,2$	22%	

Para la Situación 2, en la Figura 60 se observan las gráficas utilizadas para esta y los dos ítems propuestos.

Figura 60.
Tarea 1. Situación 2. Gráficas e ítems.



En el ítem a, los errores que se propusieron para el diagrama de barras eran que existían barras agrupadas asociadas a variables de las cuales no se evidenciaba dato alguno. Por el lado del diagrama de torta, la cantidad de datos era abundante y no permitían la lectura eficiente de la información proporcionada, además de que la gráfica no presenta algún tipo de frecuencias. Se esperaba que los estudiantes identificaran estos errores y los comunicaran de forma correcta.

Por otro lado, para el ítem b, se esperaba que los estudiantes propusieran cambios sobre las escalas del diagrama de barras y dar más información dentro de la gráfica. Para el diagrama de torta se esperaba que los estudiantes propusieran representar la información de esta en una gráfica distinta.

Al respecto, se evidenció que el 56% de los estudiantes lograron identificar la mayoría de los errores propuestos, aunque un 38% de ellos se enfocó solamente en una gráfica e ignoró la otra o, por otro lado, identificaban los errores en ambas, pero daban solución para solo una gráfica (Figura 61).

*Figura 61.
Propuesta de estudiantes.*

a. Identificar cuáles son los errores que tienen las gráficas y argumentar por qué son errores.

El diagrama le faltan los porcentajes, los colores se parecen y esto puede confundir al lector. y hacen falta datos y los valores de la grafica no se especifican.

b. Proponer una o varias soluciones para corregir los errores en las gráficas estadísticas.

Se pueden buscar los porcentajes exactos con angulos, cambiar los colores de las combinaciones y las area mas grandes para que facilite su comprensión.

Al analizar cada ítem de la Tarea 1, se evidencia a lo largo de estas dificultades en la manera como se comunican los estudiantes de forma escrita, lo cual no da evidencia de desarrollo alguno en la acción A3 de la comunicación respecto a la construcción de conocimientos a través del trabajo con las representaciones. Sin embargo, el trabajo realizado en el cambio de representación fue provechoso y al relacionarlo con el componente de justificación

y argumentación dio evidencia de mejora sustancial, adicional de ser provechoso en el desarrollo de las acciones A1 y A2 de la comunicación.

5.1.2 Análisis Tarea 2

La Tarea 2, al igual que la Tarea 1, se encuentra conformada por dos situaciones. La primera situación está dividida en dos ítems que apuntaban a la acción A3, como se mencionó previamente en el diseño de tareas, mientras que la Situación 2, estaba compuesta por seis puntos hilados entre sí de los cuales el primer punto se encuentra dividido en tres ítems que apuntaban a la acción A3 de la comunicación, al igual que el punto dos. Los puntos restantes estaban relacionados con la acción A4 de la comunicación.

De manera análoga a la presentada en la Tarea 1 se presenta cada uno de los puntos e ítems, el objetivo que se esperaba de cada uno y las respuestas dadas por los estudiantes de la muestra tomada, con el fin de analizar la efectividad de las tareas.

En las Figuras 62 y 63 se presentan los diagramas propuestos para el desarrollo de la Situación 1 así como los ítems asociados a esta.

Figura 62.
Tarea 2. Gráficas.

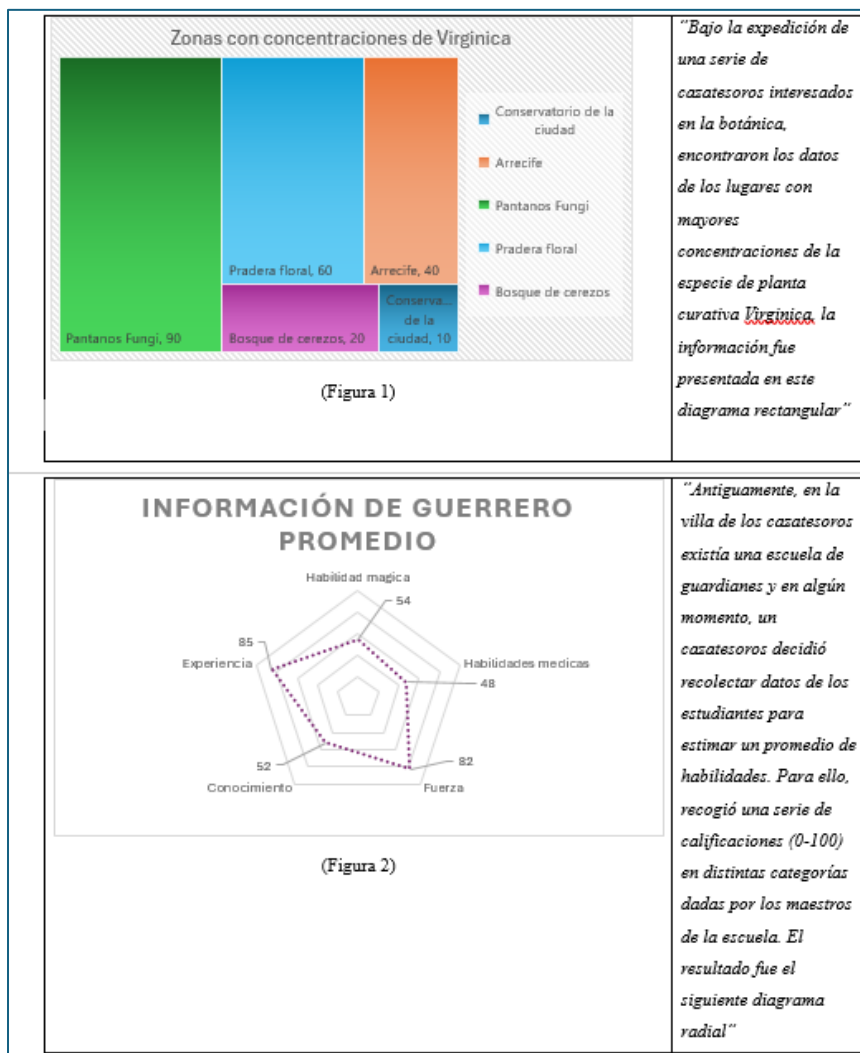


Figura 63.
Tarea 2. Ítems.

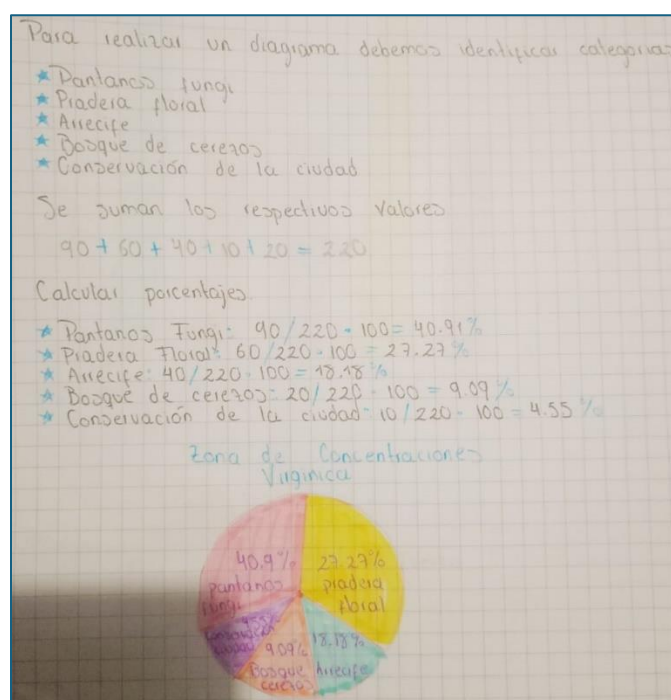
Los héroes, al leer los papiros y observar este tipo de gráficas estadísticas «no convencionales» identifican la variedad de formas para poder representar la información. El guardia, observando que los héroes lograban captar cosas que él en un buen tiempo no había logrado, hizo la siguiente solicitud a los héroes:

- a) Deben explicar por escrito de qué manera se puede pasar de un diagrama como el presentado en la Figura 1 a un diagrama circular.
- b) Deben traducir a un diagrama de barras la información que brinda el diagrama de la Figura 2 que aparece en los papiros.

Para estos ítems se continuó con la idea de observar los procedimientos escritos y los cambios de representación realizados por los estudiantes. Sin embargo, a diferencia de la Tarea 1, estos son alusivos a gráficas estadísticas no usuales en contextos comunes por lo que se esperaba que se dificultara más.

Al analizar las evidencias el 93% de los estudiantes no tuvieron dificultad en extraer la información de las gráficas propuestas y realizar las solicitudes de cada ítem, lo cual fue opuesto a lo esperado. Adicionalmente, se evidenció mejora en la manera de justificar de algunos estudiantes a comparación de los intentos realizados en la Tarea 1 (Figura 64).

Figura 64.
Tarea 2. Procedimiento estudiante.




Para la Situación 2, el primer punto tal como se observa en la Figura 65 estaba dirigido a reforzar las justificaciones de los estudiantes y promover el análisis entre la viabilidad del cambio de una gráfica a otra.

Figura 65.
Tarea 2. Situación 2. Gráfica e ítems

I. El cofre está encantado y para acercarte a él debes mostrar tus capacidades. Para demostrarlas deberás resolver la siguiente petición:

“La asociación de botánicos de los cazatesoros con el interés de saber en qué lugares es óptimo sembrar cierto tipo de plantas, logró recolectar suficientes datos respecto a las zonas de clima de una parte de la isla, el resultado fue este mapa de calor.”



Con la anterior información responde las siguientes preguntas:

- Con la información dada en la gráfica ¿puedes realizar un diagrama de barras o una gráfica de torta? Justifica tu respuesta.
- De igual manera, ¿puedes realizar un diagrama radial o a uno rectangular? Justifica tu respuesta.
- Haz una comparación entre las distintas gráficas que has visto hasta ahora y el mapa de calor presentado. Describe que similitudes y que diferencias identificas respecto a las demás gráficas.

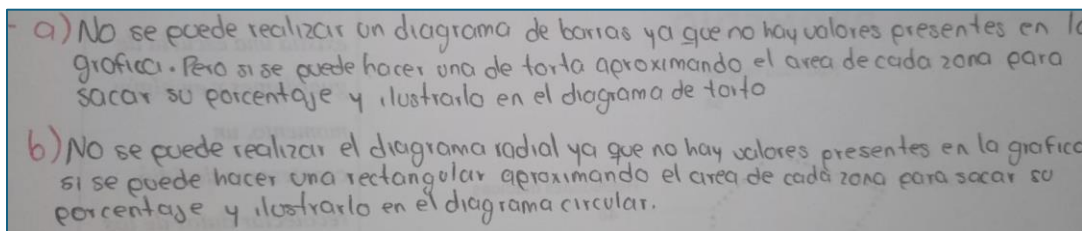
Para los dos primeros ítems, se esperaba que los estudiantes identificaran que no es sencillo traspasar la información de algunos tipos de gráfica a otra (en este caso el mapa de calor) teniendo en cuenta la falta de valores numéricos o más información que es fundamental en diagramas como el de barras y radial.

Los 68% de los estudiantes en los dos ítems identificaron la dificultad para realizar diagramas de barras con la información suministrada por el mapa de calor tal y como se

esperaba. Adicionalmente, mencionaron la posibilidad de lograr representar por medio de un diagrama circular la información aludiendo a realizar aproximaciones porcentuales.

De manera llamativa, esta sección de los estudiantes en la forma como respondieron a los ítems se logró evidenciar que relacionan tipos de gráficas, de manera específica los diagramas de barras con diagramas radiales y diagramas circulares con rectangulares (Figura 66). Esto último da evidencia de la acción A1 debido a que se presenta con mayor claridad el reconocimiento entre sistemas de representación, en este caso gráficos.

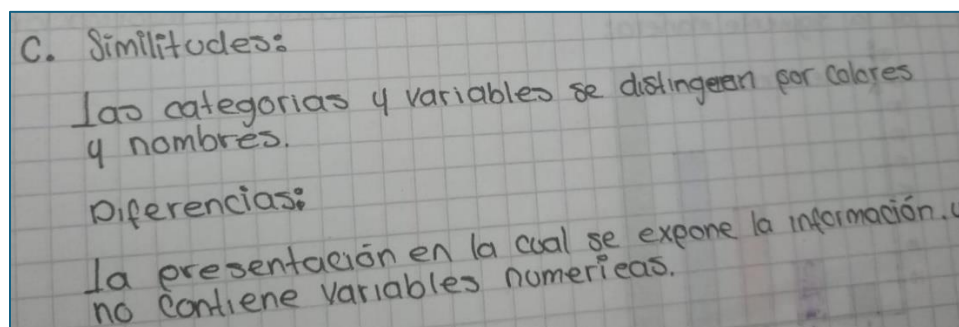
*Figura 66.
Tarea 2. Análisis estudiantes.*



El último ítem, fue propuesto para que los estudiantes recopilaran el conocimiento adquirido hasta el momento y lograrán contrastarlo respecto a una gráfica que no presenta valores numéricos, su dificultad al intentar un cambio de representación gráfica, y las similitudes que tienen respecto a otras gráficas, haciendo alusión a los elementos de una gráfica estadística.

Casi el 100% de los estudiantes resaltaron las variables y las categorías como la principal similitud entre las gráficas antes vistas y el mapa de calor; en cuanto a las diferencias, todos los estudiantes mencionaron que la distinción principal del mapa de calor es la falta de valores numéricos que es usual ver en otro tipo de gráficas (Figura 67)

Figura 67.
Tarea 2. Justificaciones estudiantes.



Lo anterior, da mayor evidencia de lo mencionado en los ítems pasados, los estudiantes logran interiorizar información clave de una representación para después realizar un análisis de posibilidades que permitan reestructurar dicha información en otro tipo de representación.

En la Figura 68 se presenta la tabla de frecuencias que sirvió como punto de partida para la solución de los puntos restantes de la Tarea 2.

Figura 68.
Tarea 2. Tabla de frecuencias.

N° Admitido	Sexo	Edad (años)	Lugar de origen	Nivel de magia	Nivel de fuerza	Conocimiento científico	Habilidades medicas	Experiencia
1	Femenino	22	Capital	Básico	Superior	Alto	Superior	Básico
2	Masculino	14	Otros	Superior	Bajo	Bajo	Superior	Superior
3	Masculino	26	Capital	Superior	Alto	Alto	Alto	Alto
4	Femenino	20	Otros	Bajo	Superior	Bajo	Básico	Básico
5	Femenino	15	Capital	Bajo	Bajo	Bajo	Bajo	Alto
6	Masculino	25	Capital	Superior	Superior	Superior	Superior	Básico
7	Femenino	20	Capital	Básico	Alto	Bajo	Alto	Alto
8	Masculino	15	Capital	Básico	Básico	Superior	Básico	Alto
9	Masculino	31	Capital	Básico	Básico	Alto	Bajo	Alto
10	Masculino	32	Capital	Básico	Bajo	Básico	Bajo	Alto
11	Femenino	31	Capital	Alto	Básico	Alto	Bajo	Alto
12	Femenino	38	Otros	Básico	Alto	Básico	Básico	Alto
13	Masculino	24	Capital	Superior	Bajo	Básico	Alto	Superior
14	Femenino	19	Capital	Superior	Bajo	Superior	Alto	Bajo
15	Femenino	24	Villas aledañas	Superior	Bajo	Básico	Bajo	Alto
16	Masculino	28	Capital	Bajo	Bajo	Básico	Superior	Superior
17	Masculino	30	Capital	Superior	Bajo	Alto	Alto	Bajo
18	Masculino	28	Capital	Alto	Bajo	Bajo	Básico	Básico
19	Masculino	31	Capital	Básico	Básico	Bajo	Bajo	Alto
20	Masculino	20	Otros	Alto	Alto	Superior	Alto	Superior

Cabe resaltar, que tal como se mencionó anteriormente, los puntos 4, 5 y 6, no tendrán análisis correspondiente dado que estos fueron realizados de forma verbal, lo que no nos da

evidencia alguna para este. De la misma forma, el punto 3 al ser un ejercicio pensado en la corrección del punto 2 tampoco tendrá un análisis, debido a que este fue planteado para la aplicación de los elementos de una gráfica estadística, por lo que no se encuentra vinculado directamente con las acciones de la comunicación.

Con lo anterior, el punto 2 tal como se evidencia en la Figura 69 buscaba brindar libertad a los estudiantes de qué crearan su gráfica como quisieran para alguna variable. Sin embargo, el objetivo de este ejercicio era principalmente evidenciar la genialidad de ellos para promover un sistema de representación gráfico propio para información dada en un sistema de representación tabular.

*Figura 69.
Tarea 2. Punto 2.*

Selecciona una variable estadística de la Tabla 1 y crea con tu equipo una gráfica estadística apropiada para los datos de dicha variable. Escriban un listado con los pasos que llevaron a cabo para construir la gráfica estadística. Ayúdense de las gráficas no convencionales vistas antes, pueden brindarles ideas de qué elementos debe tener la gráfica.

Al revisar las respuestas dadas ningún estudiante construyó una gráfica propia, sino que adaptó una gráfica antes vista como el diagrama radial (Figura 71) o el diagrama circular (Figura 70). Adicionalmente, los pasos para su construcción resultaron ser explicaciones pasadas sobre cómo construir dicha gráfica. En este punto, se pierde la intención que se planteaba con la Situación 2 por lo que no se puede hablar de manera objetiva sobre las bondades o las desventajas de lo planteado.

Figura 70.
Tarea 2. Diagrama circular de estudiante.

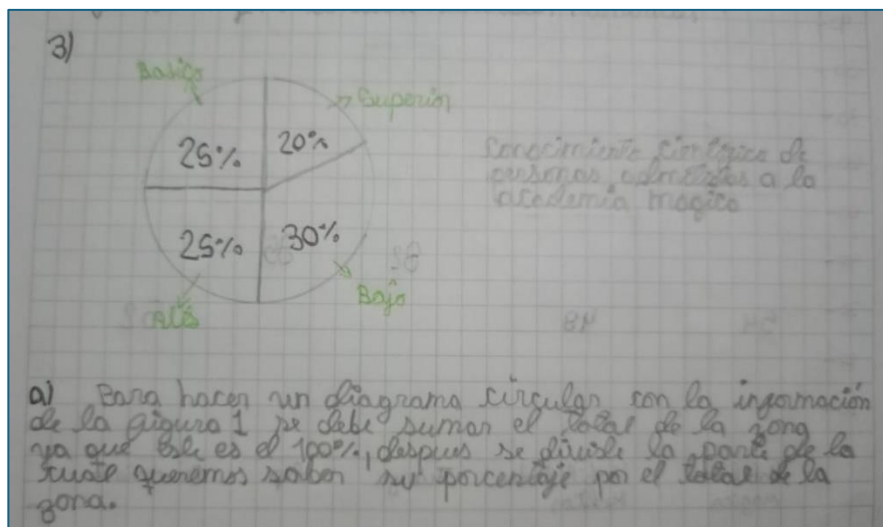
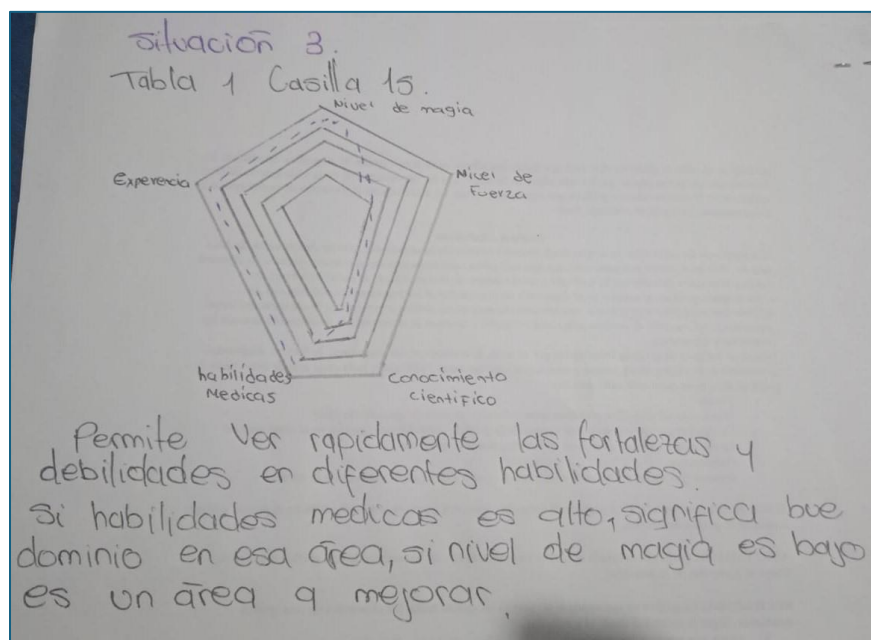


Figura 71,
Tarea 2. Diagrama radial de estudiante.



Al finalizar el análisis, se evidencia que el desempeño en cuanto a los cambios de representación, y la capacidad de relacionar distintos tipos de representaciones gráficas fue mayor al expuesto en la Tarea 1, por lo que, se evidencia una mejora sustancial en las acciones A1 y A3 de la comunicación. Sin embargo, atendiendo al final del análisis de la Tarea 2 no se

tiene evidencia alguna del trabajo relacionado con la acción A4 de la comunicación, lo cual, no permite evidenciar si los estudiantes atribuyen el trabajo propio con sus pares académicos y si construyen a partir de ese trabajo comunicativo.

5.2 Análisis de resultados por rúbrica

Atendiendo a la propuesta evaluativa de Fandiño (2010) en cuanto a lo que denomina “aprendizaje comunicativo” se resalta la concepción de que los estudiantes deben estar convencidos de la importancia de la comunicación en el aula, valorando el “rigor” del lenguaje matemático en el que se desenvuelven. De manera concreta propone seis ítems para tener en cuenta a la hora de evaluar la competencia comunicativa:

- El uso de sintaxis y símbolos.
- La organización de sus ideas.
- La pertinencia y calidad de sus argumentos.
- El uso de diversos sistemas de comunicación.
- El intercambio de razonamientos y argumentos.
- La consideración de los razonamientos y argumentos de otros.

Dichos ítems los presenta desde una rúbrica planteada en Radford (2006) que incluye de manera ordenada y sintética los aspectos esperados divididos en cuatro criterios y dos niveles (Tabla 10).

Tabla 10. Rúbrica Fandiño (2010).

Criterio	Nivel 1	Nivel 2
Sintaxis y símbolos. El estudiante utiliza los símbolos, las convenciones y la terminología	El estudiante utiliza los símbolos, las convenciones y la terminología matemática	El estudiante utiliza los símbolos, las convenciones y la terminología matemática

matemática con claridad y exactitud.	con poca claridad y exactitud.	con cierta claridad y exactitud.
Organiza, presenta con claridad, lógica y eficacia, el estudiante organiza, presenta y sostiene sus ideas recurriendo a diferentes formas de comunicación. (por ejemplo: esquemas, diagramas, bosquejos, diseños).	Recurriendo a diferentes formas de comunicación, el estudiante organiza, presenta y sostiene sus ideas con poca claridad, lógica y eficacia.	Recurriendo a diferentes formas de comunicación, el estudiante organiza, presenta y sostiene sus ideas con cierta claridad, lógica y eficacia.
Empeño en el diálogo. El estudiante expresa razonamientos o presenta argumentos con el objetivo de hacer valer su punto de vista matemático con claridad, pertinencia y profundidad.	El estudiante expresa razonamientos o presenta argumentos con el objetivo de hacer valer su punto de vista matemático con poca claridad, pertinencia y profundidad.	El estudiante expresa razonamientos o presenta argumentos con el objetivo de hacer valer su punto de vista matemático con cierta claridad, pertinencia y profundidad.
Consideraciones de los argumentos y de los razonamientos de los otros. El estudiante escucha los argumentos y los razonamientos de los otros, y los toma en consideración con eficacia, lógica y pertinencia.	El estudiante escucha los argumentos y los razonamientos de los otros, y los toma en consideración con poca eficacia, lógica y pertinencia.	El estudiante escucha los argumentos y los razonamientos de los otros, y los toma en consideración con cierta eficacia, lógica y pertinencia.

Nota: Tomado de Fandiño (2010)

Sin embargo, debido a que la secuencia de tareas fue planteada para evidencias escritas, para el análisis siguiente se tendrán en cuenta exclusivamente los criterios 1 y 2 con sus distintos niveles.

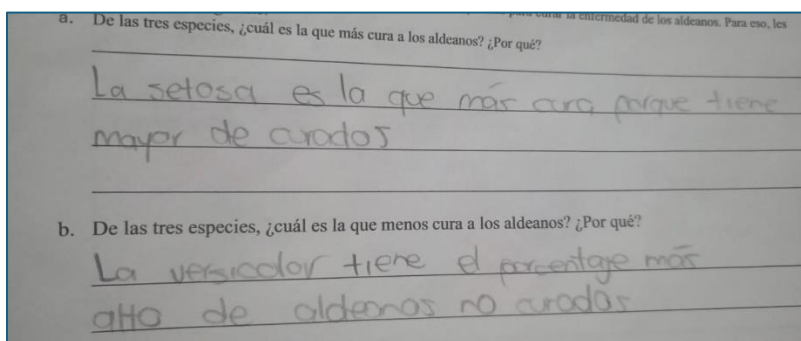
A continuación, se realiza el correspondiente análisis de las producciones escritas de los estudiantes en cada una de las secuencias de tareas y se ubica de manera porcentual en cada uno de los niveles para los dos criterios correspondientes.

5.2.1 Análisis Tarea 1

Atendiendo a la rúbrica propuesta en Fandiño (2010) para la evaluación de la comunicación en matemáticas (Tabla 10) y a lo relacionando con lo expuesto en el análisis anterior de la Tarea 1, se enfatizará únicamente en las producciones escritas de los estudiantes, observando si se evidencia una mejora a lo largo del desarrollo de la Tarea atendiendo a los criterios mencionados en la rúbrica o si, por otro lado, el grupo de estudiantes al finalizar la tarea mantienen un nivel bajo.

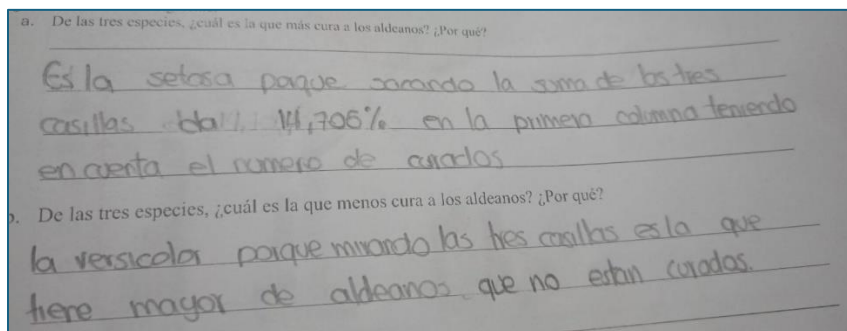
El primer criterio propuesto hace alusión a si el estudiante utiliza la simbología y terminología propia de las matemáticas a la hora de justificar sus hallazgos. Al inicio de la Tarea 1 se evidenció que más del 70% de los estudiantes expresaban sus justificaciones de manera clara, aunque sin utilizar términos como variable o dato, recurrían a realizar sumatorias de datos sin siquiera mencionarlos para justificar su hallazgo (Figura 72).

Figura 72.
Justificación estudiante 1.



En algunos casos, algunos estudiantes lograron mencionar porcentajes y utilizaron simbología matemática, sin embargo, esta no fue afortunada debido a que su utilización no era clara y en algunos casos errónea (Figura 73).

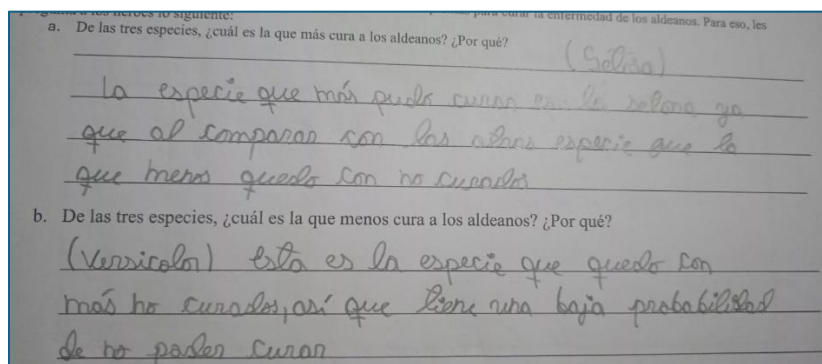
Figura 73.
Justificación estudiante 2.



Aludiendo a lo anterior, aproximadamente del 90% de los estudiantes en la primera parte de la Tarea 1 se encontraban ubicados en el nivel 1 del criterio de uso de simbologías y terminologías matemáticas.

Por otro lado, el segundo criterio hace referencia al uso de sistemas de representación para mejorar la coherencia y organización de las justificaciones. Lo cual, por las evidencias dadas en las Figuras 72 y 73 dan claridad de que los estudiantes no utilizaron para sus justificaciones representaciones distintas a la verbal; aunque, se evidencia cierto grado de organización y orden para expresar sus ideas, se presentaron evidencias de justificaciones que dan la impresión de que con el uso de otro tipo de representación hubiera dado más claridad a la idea (Figura 74).

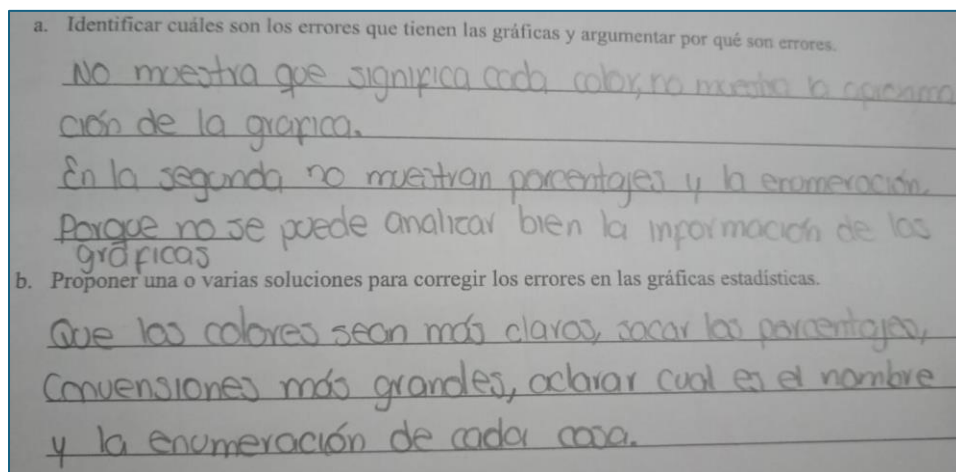
Figura 74.
Justificación estudiante 3.



Para el inicio de la tarea se evidencia que el 100% de los estudiantes al inicio de la Tarea 1 se encontraban ubicados en el nivel 1 del criterio anterior.

Al finalizar la Tarea 1, se evidenció que las justificaciones eran más elaboradas y trataban de utilizar terminología estadística (Figura 75), sin embargo, no hay suficiente evidencia para suponer que el nivel de los estudiantes en el primer criterio debería aumentar, por lo que, se concluyó que, aunque se vieron mejoras los estudiantes se mantenían en el nivel 1. De igual forma, para el segundo criterio se mantuvo la idea de no utilizar otros tipos de representación para apoyar sus justificaciones por lo que al no haber evidencia alguna se mantiene el nivel identificado al inicio de la Tarea 1.

Figura 75.
Justificación estudiante 4.



En la Tabla 11, se evidencia el análisis realizado respecto a los criterios propuestos en la rúbrica y los niveles al iniciar y finalizar la Tarea 1. Sin embargo, cabe resaltar que los ítems fueron presentados con espacios destinados para escribir, lo cual, da la impresión de que incidió en la manera de justificar de los estudiantes.

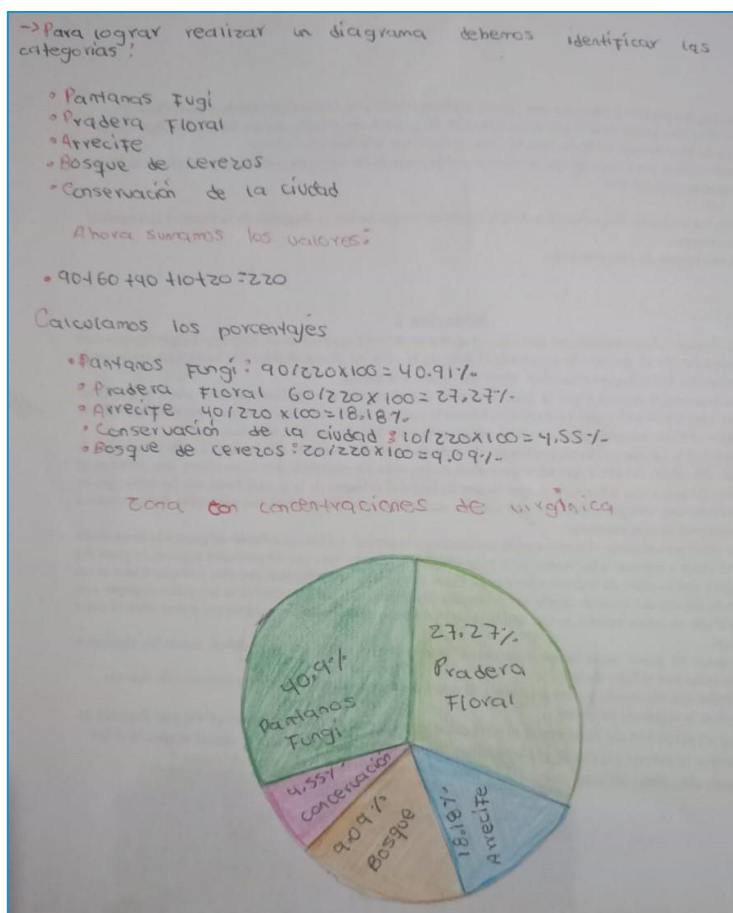
Tabla 11. Rúbrica de comunicación Tarea 1.

Criterio	Nivel al inicio de la Tarea 1	Nivel al finalizar la Tarea 1
Sintaxis y símbolos. El estudiante utiliza los símbolos, las convenciones y la terminología matemática con claridad y exactitud.	Nivel 1	Nivel 1
Organiza, presenta con claridad, lógica y eficacia, el estudiante organiza, presenta y sostiene sus ideas recurriendo a diferentes formas de comunicación. (por ejemplo: esquemas, diagramas, bosquejos, diseños).	Nivel 1	Nivel 1

5.2.2 Análisis Tarea 2

Al iniciar la Tarea 2, se evidenciaron mejoras en cuanto al criterio de uso de terminologías y símbolos matemáticos, así como en el criterio asociado al uso de representaciones. Alrededor del 82% de los estudiantes expresaron sus ideas utilizando correctamente terminologías estadísticas y, adicionalmente, utilizaron representaciones gráficas para ejemplificar el procedimiento realizado (Figura 76).

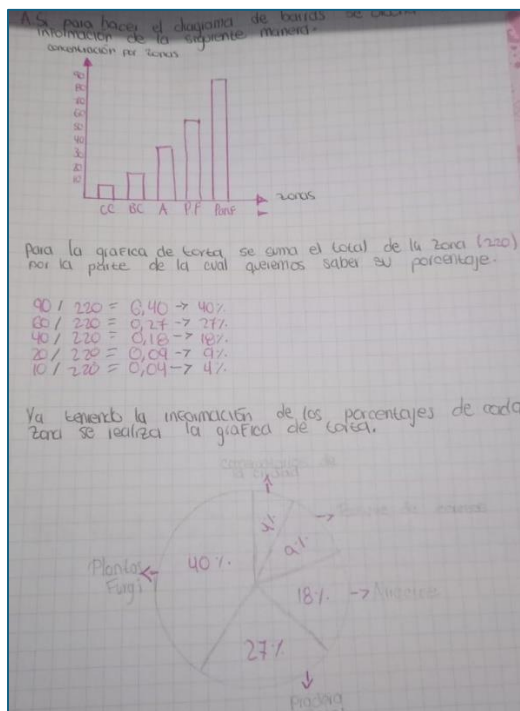
Figura 76.
Procedimiento estudiante 1.



De manera general y atendiendo a que los primeros ítems de la Tarea 2 iban enfocados a la justificación de procedimientos para representaciones gráficas, solo con el análisis de las respuestas iniciales se pudo concluir la mejora de nivel en ambos criterios.

Aunque la Tarea 2 no tuvo una conclusión esperada, hasta el momento en que se identifica que se mantuvo el trabajo enfocado en el cambio de representación y justificación de razonamientos, se evidenció la apropiación de esta manera de justificar, apoyándose en representaciones gráficas que apoyen lo justificado de manera escrita (Figura 77).

Figura 77.
Procedimiento estudiante 2.



Adicionalmente, como se puede observar en la Figura 78 las justificaciones, aunque sean cortas, están expresadas utilizando términos correspondientes al tema del Tarea 2.

Figura 78.
Justificación estudiante 5.

B. Si, si se podría ya que ya que esta grafica tiene categoricas y variables.

C. Similitudes:
Las categoricas y variables se distinguen por colores y nombres.

Diferencias:
La presentación en la cual se expone la información, y no contiene variables numericas.

Con lo anterior, se evidencia que al finalizar la Tarea 2 los estudiantes mantienen un desempeño deseable respecto a la comunicación escrita, debido a que expresan razonamientos y justificaciones utilizando terminología acorde, apoyan sus ideas a partir de distintos registros de

representación y las organizan de tal forma que sean fáciles de comprender. Con lo anterior, producto del análisis de sus producciones escritas se mantiene el nivel 2 en ambos criterios. En la Tabla 12 se evidencia el análisis realizado.

Tabla 12. Rúbrica de comunicación Tarea 2.

Criterio	Nivel al inicio de la Tarea 1	Nivel al finalizar la Tarea 1
Sintaxis y símbolos. El estudiante utiliza los símbolos, las convenciones y la terminología matemática con claridad y exactitud.	Nivel 2	Nivel 2
Organiza, presenta con claridad, lógica y eficacia, el estudiante organiza, presenta y sostiene sus ideas recurriendo a diferentes formas de comunicación. (por ejemplo: esquemas, diagramas, bosquejos, diseños).	Nivel 2	Nivel 2

Capítulo 6. Conclusiones

Inicialmente, se propuso realizar un estudio de fundamentos teóricos y didácticos que correspondieran a los aspectos que interesaban para el desarrollo del trabajo, como lo era el diseño de tareas y el componente comunicativo. No obstante, a medida que se avanzaba en el estudio teórico surgió la necesidad de realizar indagaciones en aspectos como la ludificación y los ambientes de aprendizaje, producto de ello, y teniendo en cuenta que en los documentos curriculares colombianos no se logró encontrar una definición formal de lo que se entendía por comunicación, aprovechando la indagación teórica se propuso una definición de comunicación y acciones que se correspondieran con esta. De igual manera, surgió una definición de lo que es un ambiente de aprendizaje ludificado a partir del trabajo realizado.

Por otro lado, se propuso realizar una secuencia de tareas para la enseñanza y el aprendizaje de algunos conceptos matemáticos y que promovieran el desarrollo de la comunicación. A partir, del estudio realizado respecto al diseño de tareas y la ludificación, surgió una propuesta para el diseño de tareas ludificadas dirigidas para un ambiente de aprendizaje ludificado, la cual fue llevada a cabo con el diseño para secuencias de tareas ludificadas, que dio como producto dos tareas enfocadas a la estadística como eje conceptual de las matemáticas escolares, pero con la peculiaridad de que los ítems plasmados en estas iban enfocados a las acciones propuestas respecto a la comunicación. Adicionalmente, se realizó una validación de las tareas por un par externo que permitiera dar más objetividad a las tareas a partir de una mirada externa.

Finalmente, se realizó la implementación de las tareas y se analizaron preliminarmente las producciones de una muestra de los estudiantes desde dos enfoques. El primero que hace

alusión a las acciones propuestas para la comunicación, buscando evidenciar si las tareas habían desarrollado el componente comunicativo como se esperaba o si, por el contrario, las tareas no habían logrado ser afortunadas en ese aspecto. Por otra parte, se realizó un análisis basado en una rúbrica propuesta por Fandiño (2010) en la que se analizó la forma en que los estudiantes comunican de manera escrita y si esto daba alguna evidencia de desarrollo comunicativo.

Dentro del desarrollo de estas tres etapas, surgieron dificultades en el componente teórico, debido a que a medida que se hacía la indagación teórica cada vez era más evidente que había que plantear definiciones propias e investigar en otros componentes que permitieran estructurar mejor el marco conceptual necesario para el desarrollo de las tareas. Esto influyó en consumir más tiempo del que se tenía estipulado y, por ende, demorar el diseño de la secuencia de tareas. Por otro lado, la implementación fue tardada y bastante irrumpida debido a factores externos, propios de la institución escolar, que no permitieron realizar las intervenciones en los tiempos establecidos y alargaron más el proceso.

A partir de los análisis de las tareas se pudo evidenciar que:

- No hay evidencia suficiente para asegurar que el ambiente de aprendizaje ludificado es un espacio óptimo para el desarrollo de estas tareas.
- La Tarea 2 permitió evidenciar la mejora al contrastarla con las respuestas de la tarea anterior respecto a ambos análisis, se resalta la mejora de argumentación en el componente escrito y el uso de distintos registros de representación para plantear justificaciones.
- A partir del trabajo con las secuencias de tareas se evidencia una mejora en el componente comunicativo resaltable. Lo anterior, resaltando los resultados obtenidos posterior a la implementación de la prueba piloto, reconociendo la diferencia de tareas

inmersas en el ambiente ludificado, puesto que previo a la propuesta, las tareas inmersas en este eran de naturaleza tradicional enfatizando en la mecanización de procedimientos. Se reconoce una distinción en la forma como comunican los estudiantes atendiendo a las maneras como expresan sus ideas y razonamientos tal y como se presentan en el análisis, lo que da razón de suponer un impacto significativo de las tareas propuestas.

El ambiente de aprendizaje ludificado se percibe como una herramienta interesante y llamativa para el estudio de tareas que apunten a diferentes competencias. Este promueve la motivación y pareciera permitir adaptar distintos tipos de tareas, faltaría preguntarse si es una herramienta totalmente eficaz o no y si se puede adaptar cualquier tipo de tarea sin importar su complejidad.

Con lo anterior, se evidencia el cumplimiento de los objetivos que se tenían estimados para el trabajo de grado y con este da la sensación de que el objetivo global del trabajo se logró. Adicionalmente, los avances de este trabajo fueron llevados a las VIII Jornadas de Educación Matemática y V Jornadas de Investigación en Educación Matemática en la Universidad de Litoral de Santa Fe (Argentina). La propuesta fue muy bien acogida y promovió bastante interés respecto a las tareas que se podrían llevar a cabo, el proceso de ludificación y la eficacia de las tareas dentro del ambiente de aprendizaje ludificado y fuera de él. Con esto, se percibe que es un objeto de estudio actual y en el que se puede profundizar mucho más.

Referencias

- Acosta-Medina, J. K., Torres-Barreto, M. L., Alvarez-Melgarejo, M. y Paba-Medina, M. C. (2020). Gamificación en el ámbito educativo: Un análisis bibliométrico. *I+D Revista de Investigaciones*, 15(1), 30-39. <https://doi.org/10.33304/revinv.v15n1-2020003>
- Arteaga, P. (2009). Análisis de gráficos estadísticos elaborados en un proyecto de análisis de datos. [Tesis de maestría, Universidad de Granada].
- Bishop, A. (1999). *Enculturación matemática: la educación matemática desde una perspectiva cultural*. Barcelona, España: Ediciones Paidós
- Borras, O. (2015). *Fundamentos de la gamificación*. Gabinete de Tele-Educación Vicerrectorado de Planificación Académica y Doctorado.
- Brendefur, J., y Frykholm, J. (2000). *Promoting mathematical communications in the classroom: two preservice teachers' conceptions and Practices*. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 3 (2), 125-153. Recuperado de: https://www.researchgate.net/publication/227215076_Promoting_Mathematical_Communication_in_the_Classroom_Two_Preservice_Teachers'_Conceptions_and_Practices
- Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble, Francia : La Pensée Sauvage Éditions
- Calderón, D. (2018). Didáctica de lenguaje y comunicación: campo de investigación y formación de profesores. *Prax*. 9 (21), 151-178.

Camargo, L. (2021). *Estrategias cualitativas de investigación en educación matemática.*

Recursos para la captura de información y el análisis. Editorial Universidad de Antioquia.

Castro, J. (2016). AMBIENTE DE APRENDIZAJE CON GAMIFICACIÓN PARA DESARROLLAR EL PROCESO LECTOR EN ESTUDIANTES DE PRIMER GRADO DE EDUCACIÓN BÁSICA. [Tesis de maestría, Universidad Autónoma de Bucaramanga].

Castro, M.C. (2019) Ambientes de aprendizaje. *Sophia*, 15 (2); 40-54.

Colon, A. M., Jordán, J., y Agredal, M. (2018). Gamificación en educación: una panorámica sobre el estado de la cuestión. *Educação e Pesquisa: Revista da Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo*, 44. <https://doi.org/10.1590/S1678-4634201844173773>

Contreras, R. y Eguia, J. L. (2017). Experiencias de gamificación en aulas. *InCom-UAB Publicacions*, 15. Bellaterra: Institut de la Comunicació, Universitat Autònoma de Barcelona.

D'Amore, B. (2004). El papel de la Epistemología en la Formación de Profesores de Matemática de la Escuela Secundaria. *Cuadernos del Seminario en Educación*, N. 8. Bogotá, Colombia: Universidad Nacional de Colombia.

Diaz, H. (2009). El lenguaje verbal como instrumento matemático. *Educación y educadores*. 12 (3), 13-31.

- Drijvers, P., Csapodi, C., Palmér, H., Gosztonyi, K., y Kónya, E. (2023). Proceedings of the Thirteenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education. *Alfréd Rényi Institute of Mathematics and ERME*.
- Duval, R. (1993), *Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée, Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 5, Estrasburgo.
- Espinel, C., González, T., Bruno, A., y Pinto, J. (2009). Las gráficas estadísticas. En Serrano, Luis (Ed.), *Tendencias actuales de la investigación en educación estocástica*. 133-155. Melilla, España: Universidad de Granada.
- Fandiño, M. I. (2010) *Múltiples aspectos del aprendizaje de la matemática: evaluar e intervenir en forma mirada y específica*. Editorial Magisterio.
- Flores-Aguilar, G., Fernández-Río, J. (2021). Gamificación. En A. Pérez-Pueyo, J. Hortigüela-Alcalá, J. Fernández-Río, *Los modelos pedagógicos en educación física: qué, cómo, por qué y para qué* (págs. 382-399). España: Universidad de León
- Foncubierta, J. M. y Rodríguez C. (s.f). *Didáctica de la gamificación en la clase de español*. Edinumen.
- Forrest, D. (2008). Communication theory offers insight into mathematics teacher' talk. *The Mathematics Educator*, 18 (2), 23-32. Recuperado de:
<https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ841571.pdf>
- García, G. (2014). Ambiente de aprendizaje: su significado en educación preescolar. *Revista de Educación y Desarrollo*, 29; 63-72

Godino, J., y Linares, S. (2000). El Interaccionismo Simbólico en Educación Matemática.

Revista Educación Matemática, 12 (1), 70-92. Recuperado de:

https://www.ugr.es/~jgodino/fundamentos_teoricos/Godino_Llinares_Interaccionismo.PDF

Godino, J. (s.f). Hacia una teoría de la instrucción matemática significativa. Documento de

trabajo del curso de doctorado "Teoría de la educación Matemática". Recuperado de:

<http://www.ugr.es/local/jgodino> Consultado en 10/10/2010.

Gómez, P., Mora, M., y Velasco, C. (2018). Análisis de instrucción. En Gómez, Pedro (Ed.),

Formación de profesores de matemáticas y práctica de aula: conceptos y técnicas

curriculares. 197-268. Bogotá, Colombia: Universidad de los Andes.

Gonçalves, M. y Fernandes, J. (2010). A comunicação promovida por futuros professores na

aula de matemática. *Zetetiké*, 18 (34), 109-154. doi:

<https://doi.org/10.20396/zet.v18i34.8646681>

González, C. (2019). Gamificación en el aula: ludificando espacios de enseñanza-aprendizaje

presenciales y espacios virtuales. En L Moreno (Ed). *Nuevas tendencias educativas*

impulsadas por la tecnología (pp. 109-128). Universidad de la Laguna.

Goñi, J y Planas, N. (2011). Interacción comunicativa y lenguaje en la clase de matemáticas. En

J. Goñi, *Didáctica de la Matemática*, 167-197. Barcelona, España: Grao.

Hernández-Durán, N., Torres-Barreto, M. L., & Acuña-Rangel, M. (2020). Classcraft como

herramienta gamificada para la enseñanza de Integración de procesos con tecnología

informática. *I+D Revista De Investigaciones*, 16(1), 62-74.

<https://doi.org/10.33304/revinv.v16n1-2021006>

Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación. (2023) *Guía de orientación Examen Saber 11° Calendario A 2023-2*. ICFES.

Jerez, C. (2020). *Las matemáticas “un acto comunicable”*: Desarrollo y fortalecimiento de la competencia comunicativa en el área de matemáticas en estudiantes de grado 4° de la Institución Educativa San Agustín, del municipio de Aguazul - Casanare. [Tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia].

<https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/76066>

Jiménez-Espinosa, A. (2019). La dinámica de la clase de matemáticas mediada por la comunicación. *Rev.investig.desarro.innov.*, 10 (1), 121-134.

doi:10.19053/20278306.v10.n1.2019.10016

Jiménez, M. E., Jiménez, M. G., y Jiménez, M. J. (2014). Estrategia Didáctica Para Desarrollar La competencia “Comunicación y Representación” En Matemática. *Escenarios*. 12(1), 17-33.

Lee, C. (2009). *El lenguaje en el aprendizaje de las matemáticas*. Ediciones Morata.

Medina-Monsalve, A. (2020). *Classcraft Como Recurso de Gamificación Para el Mejoramiento de la Comprensión Lectora en los Estudiantes de Quinto Grado*. Universidad de Santander.

Meneses, L. (1999). Matemática, linguagem e comunicação. *Atas do Encontro Nacional de Professores de Matemática. ProfMat*, 99. Recuperado de:

<http://www.educ.fc.ul/docentes>.

- Meneses, L. (2004). Investigar para ensinar Matemática: Contributos de um projeto de investigação colaborativa para o desenvolvimento profissional de professores (Tesis doctoral), Lisboa, Portugal: Uni-versidad de Lisboa
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos curriculares Matemáticas*. Ministerio de Educación Nacional.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*. Ministerio de Educación Nacional.
- Morgan, C. Craig, T. Schuette, M. y Wagner, D. (2014). Language and communication in mathematics education: an overview of research in the field. *ZDM Mathematics Education*, 46, 843-853. <https://doi.org/10.1007/s11858-014-0624-9>
- Paredes Daza, J.D. y Sanabria Becerra, W.M. (2015). Ambientes de aprendizaje o ambientes educativos. Una reflexión ineludible. *Revista de Investigaciones UCM*, 15(25), 144-158.
- Ponte, J., Guerreiro, A., Cunha, H., Duarte, J., Martinho, H., Martins, C., Menezes, L., Menino, H., Pinto, H., Santos, L., Varandas, J., Veia, L. y Viseu, F. (2007). A comunicação nas práticas de jovens professores de Matemática. *Revista Portuguesa de Educação*, 20 (2), 39-74. Recuperado de: <http://www.scielo.mec.pt/pdf/rpe/v20n2/v20n2a03.pdf>
- Radford, L. (2006). Communication, apprentissage et formation du je communautaire. *Proceedings of the 20th National Italian Conference "Incontri con la Matematica"*, 1, 65-72.

- Steffe, L. y D'Ambrosio, B. (1995). Toward a working model of constructivist teaching: A reaction to Simon. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26, 114-145.
- Recuperado de: https://www.jstor.org/stable/749206?seq=1#page_scan_tab_contents
- Skovsmose, O y Valero, P. (2012). *Educación matemática crítica: una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas*. Bogotá, Colombia: Universidad de los Andes.
- Torres-Touloumidis, A. y Romero-Rodríguez, L. (2018). La gamificación en el aula como herramienta motivadora en el proceso de enseñanza-aprendizaje. *Educación para los nuevos medios*, 1(1), 61-88.
- Torres, F. (2023). *Minecraft -RPG*. Bogotá D.C
- Vidal, S. (2016). *El desarrollo de la competencia comunicativa en matemáticas a través de prácticas de aula*. [Tesis de maestría, Universidad de la Sabana].
- <https://intellectum.unisabana.edu.co/handle/10818/29846>
- Vieyra, M. (2010). *Comunicación matemática em las primeras edades: representación de problemas aritméticos*. [Tesis de maestría, Universidad Autónoma de Barcelona].
- Villalba, Rodrigo. (2006). *Teoria da comunicação: conceitos básicos*. São Paulo, Brasil: Ática.
- Voigt, J. (1995). Thematic patterns of interaction and sociomathematical norms. In: Cobb, P., y Bauersfeld, H. (Eds.). *The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures*, 163-202. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Vygotsky, L. S. (1978). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Barcelona, España: Grijalbo.

Werbach, K., & Hunter, D. (2012). *For the win: how game thinking can revolutionize your business*. Wharton Digital Press.

Wood, T. (2003). Complexity in teaching and children's mathematics class. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30 (2), 171-191. Recuperado de:

<https://pdfs.semanticscholar.org/5bc9/c1eea4d5586e656c6d6715b49aece3e78ad8.pdf>

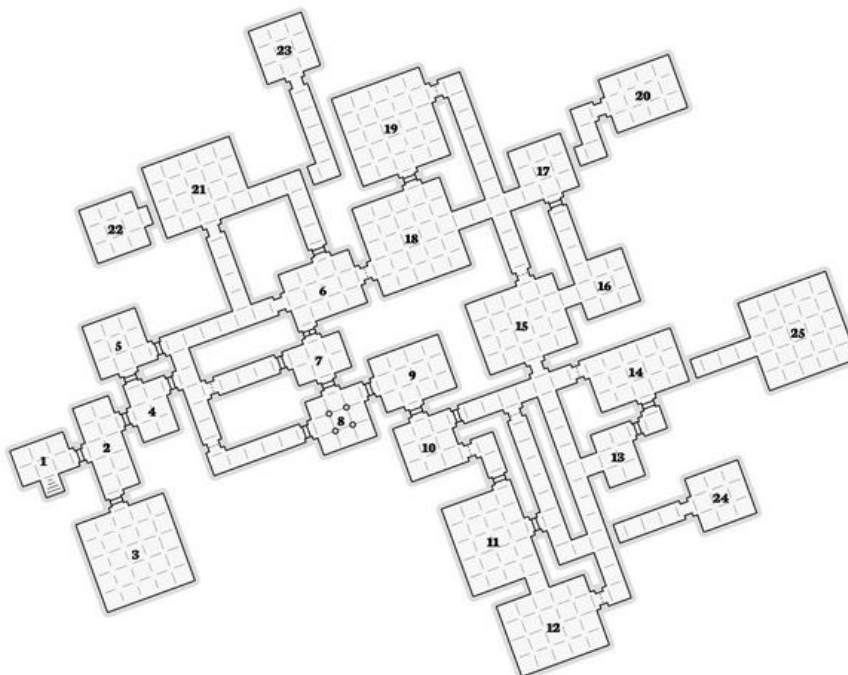
Anexos

Anexo A

EL RETO DE LAS MAZMORRAS

El rescate de los aldeanos

Los guerreros al encontrar todos los fragmentos obtuvieron el siguiente mapa de las mazmorras:



- Se sabe que los aldeanos más ricos del pueblo se encuentran en las habitaciones 12, 20, 23, 24 y 25. Vale la pena rescatarlos pues tienen las mejores recompensas.
- Hay tesoros escondidos como GP, XP.
- Si el equipo se encuentra con un guardia en la misma habitación, debe enfrentarlo, el lanzamiento de dados determina la tarea extra para el equipo. El equipo lanza un D20, si saca 12 o más, vence al guardia y no tiene tarea extra. Si obtienen 20, automáticamente todos los guardias de la habitación son vencidos. Si el guardia no fue vencido, el guardia lanza un D20 y si saca 16 o más, el grupo obtiene un punto de tarea extra. Un resultado de 20 para el lanzamiento del guardia implica obligatoriamente un punto extra de tarea y

el guardia se va de la habitación (escapa).

- Dos equipos no pueden encargarse de la misma habitación.
- El juego termina cuando todas las habitaciones se hayan explorado.

Para el profesor

¿Qué hay en cada habitación?

Habitación 1: es donde todos los equipos comienzan.

Habitación 2: es un pasillo sin enemigos, aldeanos o recompensas

Habitación 3: Para abrir la puerta se requiere identificar en la función $f(x) = x^2 - 2x + 1$ el eje de simetría. Contiene dos aldeanos escondidos que no pudieron escapar.

Resolver:

Cada integrante debe resolver de **FORMA INDIVIDUAL**: “Realizar la gráfica de una función cuadrática que cumpla las siguientes características: eje de simetría es -2 y su vértice es el punto $(-2,3)$ ”; por equipo deben tener por lo menos tres gráficas de funciones distintas.

TODO EL EQUIPO RESUELVE: Escribe la ecuación del eje de simetría de cada parábola y las coordenadas del vértice.

a)

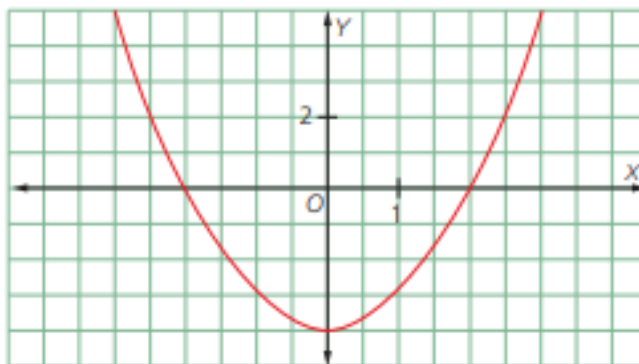


Figura 3

b)

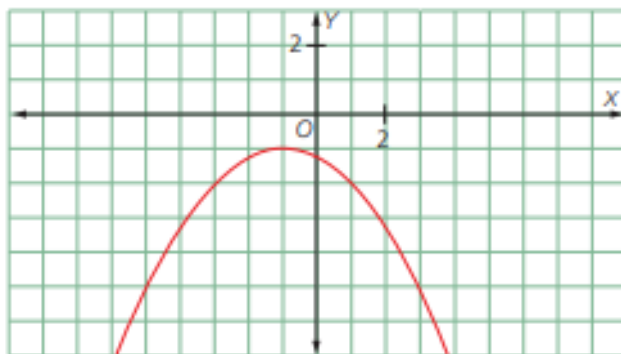


Figura 4

c)

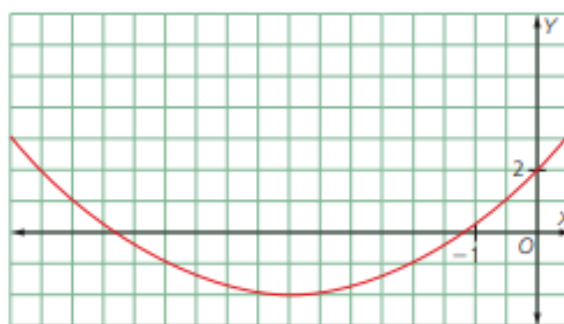


Figura 5

Recompensa: 100 XP y 3 GP por aldeano

Habitación 4: Para abrir la puerta se requiere identificar el vértice de la función $f(x) = x^2 + 16x + 60$. Contiene un guardia que enfrentará el primer equipo que ingrese. Contiene dos aldeanos presos.

Resolver:

Cada integrante debe resolver de **FORMA INDIVIDUAL**: “Con la siguiente gráfica de una función cuadrática encuentra su expresión canónica correspondiente. Ten en cuenta que $a = 1$ ”

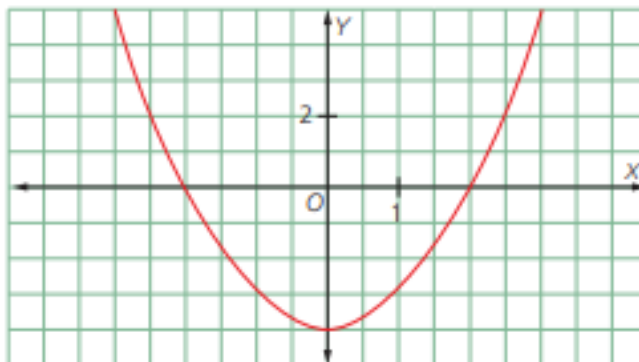


Figura 3

TODO EL EQUIPO RESUELVE: Escribe la expresión de la función de la forma canónica

$$f(x) = a(x - h)^2 + k.$$

- $f(x) = x^2 + 2x + 3$
- $f(x) = x^2 - 2x + 5$
- $f(x) = 3x^2 + 6x + 4$

Recompensa: 100 XP y 3 GP por aldeano

Habitación 5: La habitación tiene dos puertas que se abren escribiendo el eje de simetría de las siguientes funciones. Puerta sur: $f(x) = x^2 + 12x + 36$; Puerta este: $f(x) = x^2 + 16x + 60$. Contiene 3 aldeanos presos y un guardia.

Resolver:

Cada integrante debe resolver de **FORMA INDIVIDUAL**: “Realizar la gráfica de una función cuadrática que cumpla las siguientes características: eje de simetría es -2 y su vértice es el punto $(-2, 3)$ ”; por equipo deben tener por lo menos tres gráficas de funciones distintas.

TODO EL EQUIPO RESUELVE: Escribe la ecuación del eje de simetría de cada parábola y las coordenadas del vértice.

d)

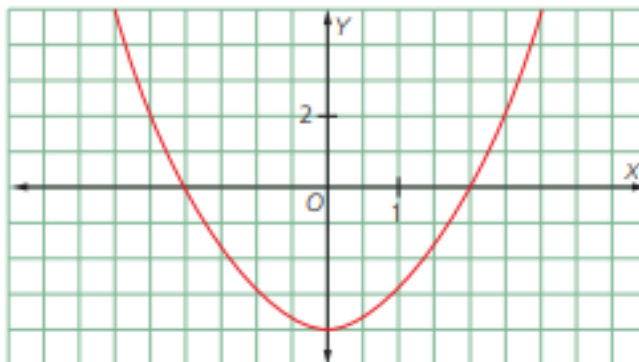


Figura 3

e)

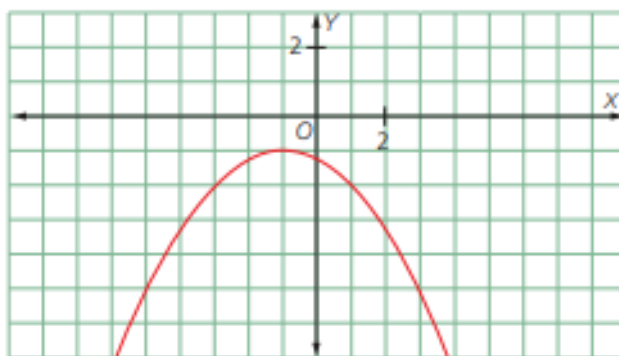


Figura 4

f)

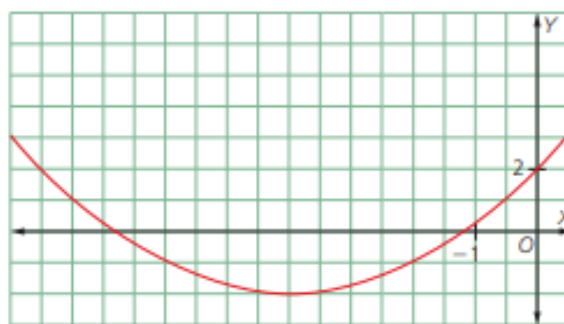


Figura 5

Recompensa: 100 XP y 3 GP por aldeano

Habitación 6: No tiene puerta para abrir. Puerta norte abierta. Contiene 4 aldeanos y 2 guardias que se pueden ver desde el pasillo. Contiene 4 aldeanos.

Resolver:

Cada integrante debe resolver de **FORMA INDIVIDUAL**: “*Observa la Figura. Luego, explica qué tipo de transformación en su expresión sufrió la parábola a para obtener la parábola b.*”

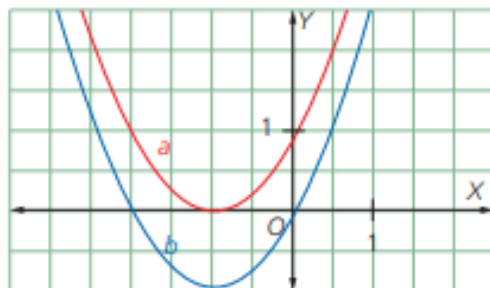


Figura 7

Recompensa: 100 XP Y 3 GP por aldeano.

Habitación 7: La habitación tiene tres puertas que se abren escribiendo los puntos de corte con el eje y de las siguientes funciones cuadráticas. Puerta este: $f(x) = x^2 + 5x - 6$; puerta sur: $f(x) = x^2 - 11x + 10$; puerta norte: $f(x) = x^2 - 5x - 50$ y $f(x) = x^2 + 3x - 28$. Contiene 3 aldeanos presos y un guardia.

Resolver:

TODO EL EQUIPO RESUELVE: “El movimiento de una pelota puede expresarse mediante la función $f(x) = -5x^2 + 20x + 10$, donde x representa el tiempo en segundos y $f(x)$, la altura en metros. ¿Qué altura alcanza la pelota al transcurrir 2 segundos desde el inicio del movimiento?”

Recompensa: 100 XP y 3 GP por aldeano

Habitación 8: La habitación tiene las puertas cerradas, pero no bloqueadas. NO contiene aldeanos, solo contiene 4 guardias.

Habitación 9: Puerta sur: escribir el eje de simetría de $f(x) = x^2 - 6x + 8$. Contiene 3 aldeanos y una recompensa extra.

Resolver:

TODO EL EQUIPO RESUELVE: Une cada ecuación con su respectiva solución

a. $x^2 - 36 = 0$

$x_1 = 9$ y $x_2 = -9$

b. $x^2 - 24 = 0$

$x_1 = 2\sqrt{6}$ y $x_2 = -2\sqrt{6}$

c. $x^2 - 81 = 0$

$x_1 = -\sqrt{2}$ y $x_2 = \sqrt{2}$

d. $2x^2 - 4 = 0$

$x_1 = 6$ y $x_2 = -6$

e. $4x^2 - 4 = 0$

$x_1 = 1$ y $x_2 = -1$

Recompensa: 100 XP y 3 GP por aldeano. Recompensa extra: una carta aleatoria de las seleccionadas para la actividad.

Habitación 10: Está vacía. Puerta Este: hallar el vértice de la función $f(x) = x^2 - 10x$. Para descubrir el pasaje secreto que conecta con la habitación 11, el mago debe gastar 1 cristal.

Habitación 11: Contiene 3 aldeanos y 2 guardias. Puerta este: Halla los puntos de corte con el eje y de la función $f(x) = x^2 - 2x - 8$

Resolver:

Resuelve cada ecuación. Luego, verifica que la solución sea correcta.

Mago:

a. $1,5x^2 - 0,5x = 0$

b. $4x - 4x^2 = 0$

Sanador:

a. $3x^2 + 5x = 0$

b. $-3x^2 + 4x = 0$

Guardian:

a. $x^2 - 6x = 0$

b. $x^2 + 27x = 0$

Recompensa: 100 XP y 3 GP por aldeano.

Habitación 12: Contiene 4 guardias y 3 aldeanos ricos (el alcalde del pueblo y dos de sus hijos).

Resolver (en parejas):

TODO EL EQUIPO RESUELVE: Resuelve las ecuaciones cuadráticas dadas. Luego, verifica que las respuestas sean correctas.

a. $6x^2 - 14x + 8 = 0$

b. $6x^2 + 7x - 3 = 0$

c. $4x^2 - 3x - 10 = 0$

d. $-10x^2 + 17x - 3 = 0$

e. $-7x^2 + 11x - 4 = 0$

Recompensa: 200 XP y 9 GP por aldeano, (cartas de atuendos).

Habitación 13: Puerta este: abierta.

Contiene el tesoro que buscaba el anciano un baúl con 3 recompensas:

Carta elegida por GameMaster

Carta elegida por GameMaster

+18 GP (se pueden repartir en el equipo)

Pasillo intermedio habitaciones 13 y 14: Contiene 3 guardias. Puerta norte: abierta.

Habitación 14: Contiene tres aldeanos y dos guardias.

Resolver:

TODO EL EQUIPO RESUELVE: A continuación, se presenta un rectángulo cuya área está dada. Determina la longitud de la base y la altura del rectángulo, teniendo en cuenta las expresiones algebraicas correspondientes

$$b = x + 1$$

$$h = x + 4$$

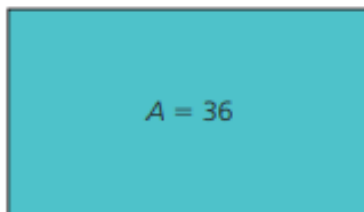


Figura 6

Recompensa: 100 XP y 3 GP

Habitación 15: Contiene tres aldeanos y dos guardias.

Resolver:

TODO EL EQUIPO RESUELVE: A continuación, se presenta un rectángulo cuya área está dada. Determina la longitud de la base y la altura del rectángulo, teniendo en cuenta las expresiones algebraicas correspondientes

$$b = x + 1$$

$$h = x + 4$$

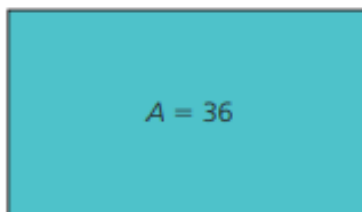


Figura 6

Recompensa: 100 XP y 3 GP

Habitación 16: Contiene 2 guardias. No tiene recompensas.

Habitación 17: Contiene 3 aldeanos y 2 guardias.

Resolver:

Determina el tipo de raíces que tiene cada ecuación estudiando su discriminante. Luego, resuélvela aplicando la fórmula general.

a. $8x^2 - 5x + 1 = 0$

b. $x(2x - 3) = 20$

c. $x - 2x^2 = 8$

d. $x^2 - 3 - \frac{2}{3}x = 0$

Recompensas: 100 XP Y 3 GP

Habitación 18: Contiene 3 aldeanos y una recompensa extra (carta aleatoria). Puerta norte: hallar los puntos de corte con el eje y de la función $f(x) = x^2 + 6x - 40$

Resolver:

TODO EL EQUIPO RESUELVE: Completa la tabla para cada ecuación.

a.

$$-x^2 + 4x + 5 = 0$$

Soluciones	
Función cuadrática asociada a la ecuación	
Vértice de la parábola que representa	

Tabla 1

b.

$$-3x^2 + 9x = 0$$

Soluciones	
Función cuadrática asociada a la ecuación	
Vértice de la parábola que representa	

Tabla 2

Recompensas: 100 XP y 3 GP

Habitación 19: Contiene dos aldeanos, un guardia y un baúl con 3 recompensas:

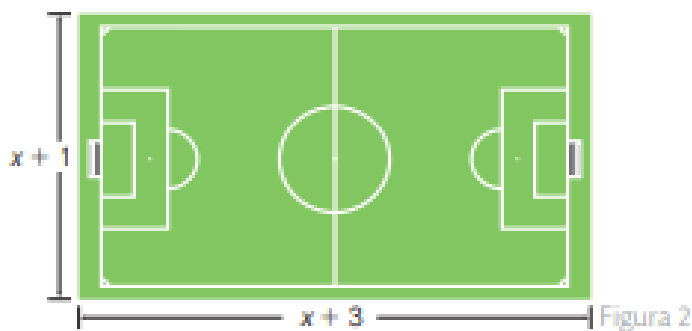
Carta.

Carta

+18 GP (se pueden repartir en equipo)

Resolver:

El área de la cancha de la Figura 2 es 195 m^2 .



¿Cuáles son las dimensiones de la cancha?

Recompensas: 100 XP y 3 GP

Habitación 20: Contiene 4 guardias y 3 aldeanos ricos (el herrero, su esposa y su hijo).

Resolver (en parejas):

Resuelve las ecuaciones cuadráticas dadas. Luego, verifica que las respuestas sean correctas.

f. $6x^2 - 14x + 8 = 0$

g. $6x^2 + 7x - 3 = 0$

h. $4x^2 - 3x - 10 = 0$

i. $-10x^2 + 17x - 3 = 0$

j. $-7x^2 + 11x - 4 = 0$

Recompensa: 200 XP y 3 GP por aldeano y carta atuendo.

Habitación 21: Contiene 2 guardias y 3 aldeanos.

Resolver:

Resuelve cada ecuación. Luego, verifica que la solución sea correcta.

Mago:

c. $1,5x^2 - 0,5x = 0$

d. $4x - 4x^2 = 0$

Sanador:

c. $3x^2 + 5x = 0$

d. $-3x^2 + 4x = 0$

Guardian:

c. $x^2 - 6x = 0$

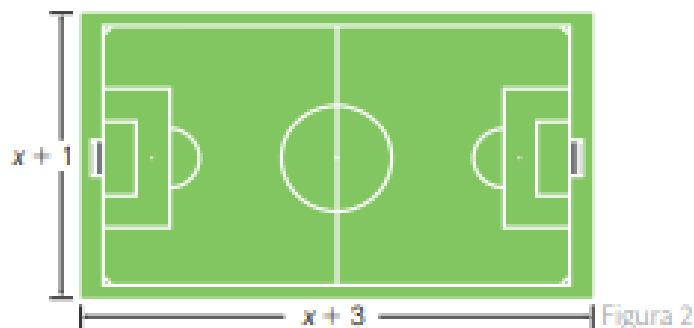
d. $x^2 + 27x = 0$

Recompensa: 100 XP y 3 GP por aldeano, una carta aleatoria de las seleccionadas para la actividad.

Habitación 22: Contiene 3 aldeanos y 2 guardias. Puerta: 23344, 55566, 778800

Resolver:

El área de la cancha de la Figura 2 es 195 m^2 .



¿Cuáles son las dimensiones de la cancha?

Recompensa: 100 XP y 3 GP

Habitación 23: Contiene 4 guardias y 3 aldeanos ricos (El jefe de los mercaderes, el orfebre y el dueño de la mina del norte).

Resolver:

Examina la Figura 10 y determina las ecuaciones cuadráticas asociadas a cada parábola. ¿De qué tipo son las soluciones de cada ecuación?

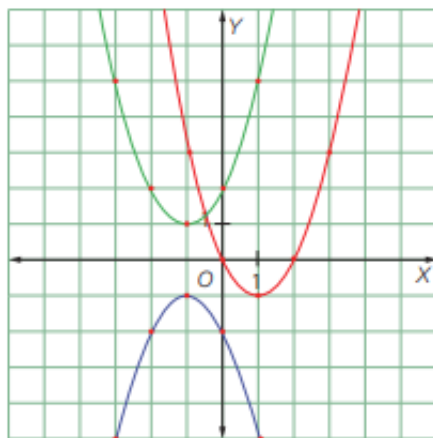


Figura 10

Recompensa: 100 XP y 3 GP por aldeano. Se pueden escoger dos de las siguientes tres cartas: Cristales de evolución.

Habitación 24: Puerta: Hallar el eje de simetría, vértice y puntos de corte con el eje y de la función $x^2 + x - 72$. Contiene 4 guardias y 3 aldeanos ricos (El jefe de los mercaderes, el orfebre y el dueño de la mina del norte).

Resolver:

Examina la Figura 10 y determina las ecuaciones cuadráticas asociadas a cada parábola. ¿De qué tipo son las soluciones de cada ecuación?

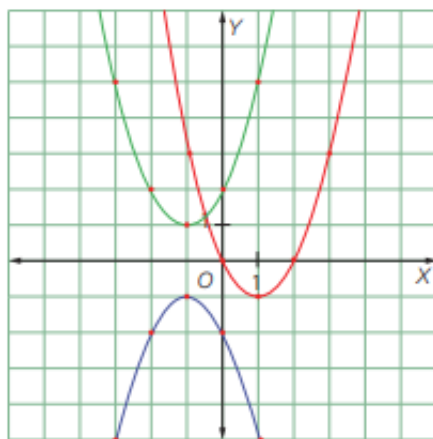


Figura 10

Recompensa: 100 XP y 3 GP por aldeano. Se pueden escoger dos de las siguientes tres cartas: Cristales de evolución.

Habitación 25: Puerta: Hallar el eje de simetría, vértice y puntos de corte con el eje y de la función $x^2 + 9x + 18$. Contiene 4 guardias y 3 aldeanos ricos (El jefe de los mercaderes, el

orfebre y el dueño de la mina del norte).

Resolver:

Examina la Figura 10 y determina las ecuaciones cuadráticas asociadas a cada parábola. ¿De qué tipo son las soluciones de cada ecuación?

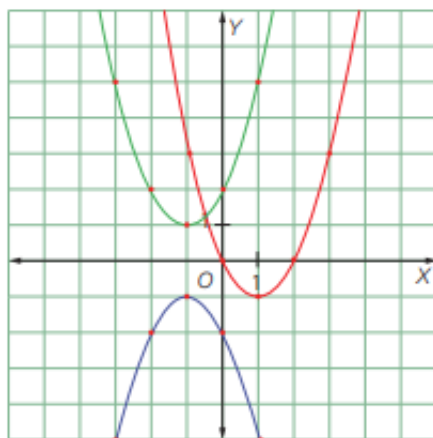


Figura 10

Recompensa: 100 XP y 3 GP por aldeano. Se pueden escoger dos de las siguientes tres cartas: Cristales de evolución.

Anexo B

Tarea 1. Gráficas estadísticas

1. Requisitos

La tarea precisa utilizar los conocimientos previos de los estudiantes sobre los conceptos de variable estadística, tipos de variables estadísticas (cuantitativa y cualitativa), construcción de diagramas de barra, diagramas circulares y tablas de frecuencia; así como el uso de terminología propia lenguaje matemático (v. g. dato, estudio, gráfica, entre otros).

2. Metas

Los propósitos de la tarea, relacionados con el desarrollo de la comunicación matemática en el aula, son que los estudiantes:

- Reconozcan la existencia de conexiones entre los distintos registros de representación de las variables estadísticas (*i. e.*, pictóricas, gráficas, verbales y

mentales).

- Construyan conocimientos (v. g. ideas, nociones, significados, representaciones) a partir del trabajo con los distintos registros de representación de una variable estadística o las interacciones con otros individuos de la comunidad.
- Conviertan de un registro de representación de una variable estadística a otro.

3. Formulación de la tarea matemática escolar

Contextualización:

La primera parada es la plaza central de la villa. Los héroes, al intentar conseguir información con los habitantes del lugar que les ayude a descubrir los misterios que oculta la isla y la razón por la cual el elixir mineral se ha ido contaminando, solo reciben rechazos y preguntas sobre quiénes son los viajeros que acaban de pisar sus tierras.

De repente, un extraño se acerca a los héroes y les propone un trato. El extraño les cuenta que su nombre es “Aki”. Él es un cazatesoros que se ha dedicado a proporcionar información de la villa o la isla a cambio de dinero; sin embargo, mucha de la información que ha logrado obtener en sus búsquedas se ha vuelto confusa incluso para él mismo.

El trato propuesto es sencillo, a cambio de la ayuda que puedan proporcionarle los héroes para comprender cierta información, este les dirá lo que sabe o dónde pueden encontrar las respuestas que necesitan. Los héroes aceptan y proceden a resolver las siguientes situaciones propuestas por Aki el cazatesoros.

Situación 1

Metas específicas de la situación

Se espera que los estudiantes:

- Reconozcan la existencia de conexiones entre registros de representación gráficos, verbales y mentales de datos estadísticos no agrupados.
- Construyan argumentos y justificaciones a partir del trabajo con los distintos registros de representación de datos estadísticos no agrupados.
- Conviertan de un registro de representación tabular a uno gráfico para datos estadísticos no agrupados.

Antiguamente, los sabios de la montaña lograron recolectar información sobre algunas

plantas medicinales (Setosa, Versicolor y Virginica) y su efectividad en 100 aldeanos que fueron contagiados por distintas enfermedades y tipos de veneno. A continuación, en la Tabla 13, se presenta la cantidad de aldeanos que consumieron determinada especie de planta y que fueron curados en un tiempo específico que se cuenta desde que ingirieron la planta.

Tabla 13. Frecuencias de aldeanos enfermos

Tipos de planta	Setosa	Versicolor	Virginica
Cantidad de aldeanos curados en menos de una semana	9	25	9
Cantidad de aldeanos curados de 1 a 4 semanas	20	1	11
Cantidad de aldeanos no curados	5	12	8

El cazatesoros quiere conocer información sobre la eficacia de las plantas para curar la enfermedad de los aldeanos. Para eso, les pregunta a los héroes lo siguiente:

- De las tres especies, ¿cuál es la que más cura a los aldeanos? ¿Por qué?
- De las tres especies, ¿cuál es la que menos cura a los aldeanos? ¿Por qué?
- Un aldeano recientemente enfermo tomó una planta Versicolor para curarse. Si al cabo de nueve días no ha sanado, ¿cuál planta debería tomar ahora? ¿Por qué?

El cazatesoros les preguntó a los aldeanos su preferencia respecto a los tipos de planta. Al respecto, el 22% de los encuestados respondió que la Setosa es más efectiva; el 68% prefirió la Versicolor y el 10% optó por la especie Virginica, como se muestra en la Tabla 14.

Tabla 14. Preferencias de los aldeanos

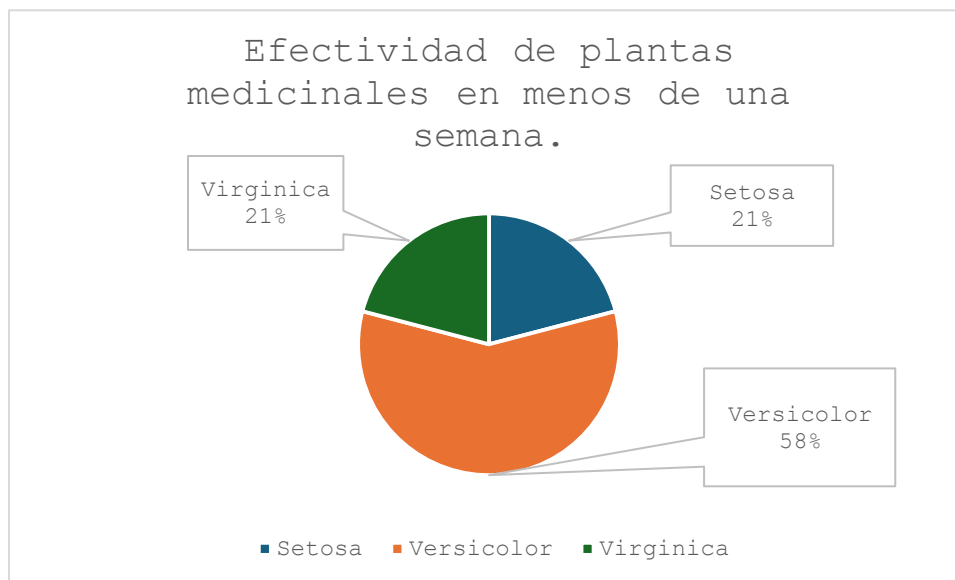
	Setosa	Versicolor	Virginica
Porcentaje de preferencia de las plantas.	22%	68%	10%

Ahora, el cazatesoros solicita a los héroes lo siguiente:

- Deben realizar una gráfica estadística que les ayude a interpretar la información

presentada en la Tabla 1. Luego, deben elaborar otra gráfica estadística que permita interpretar la información que está en la Tabla 2.

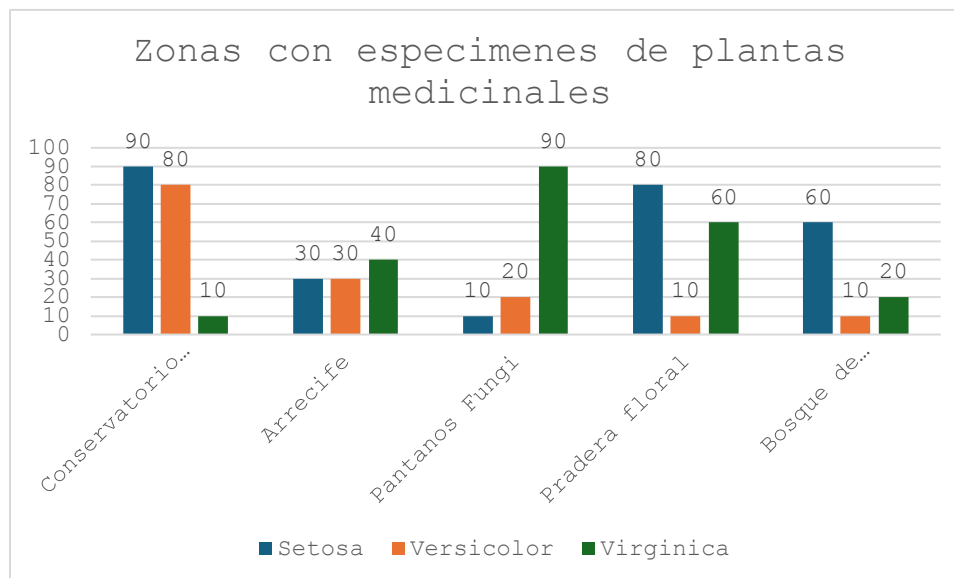
- b) Se realizó un diagrama circular como el mostrado en la Figura 1, que representa el porcentaje de efectividad de las plantas medicinales en los aldeanos en menos de una semana:



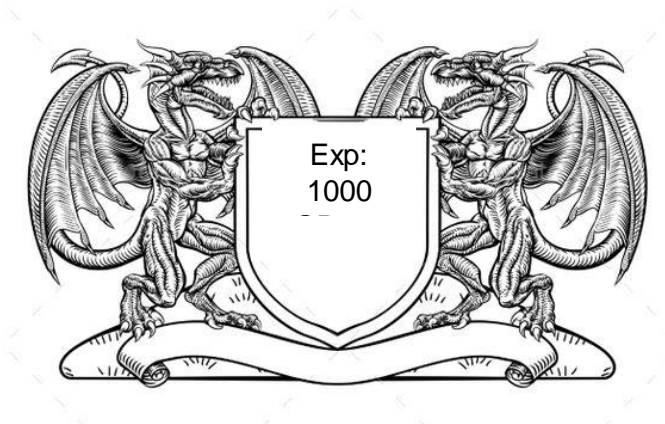
Los héroes deben transformar el diagrama circular de la **Error! Reference source not found.** en un diagrama de barras y explicar el procedimiento llevado a cabo.

- c) Si se tiene un diagrama de barras con los datos de la Tabla 1 y quisiéramos convertirlo en un diagrama circular, ¿sería adecuado?, ¿la información sería clara?, ¿cuál diagrama sería mejor para este tipo de tabla? Justifiquen cada respuesta.
- d) Si se quiere hacer una comparación entre la preferencia que tienen los aldeanos por cada tipo de planta (ver Tabla 2) y la efectividad real de estas (ver Tabla 1), ¿la efectividad y la preferencia coinciden para alguno de los tipos de planta?, ¿en qué tipo de planta? Justifique las respuestas.
- e) El cazatesoros, en una de sus búsquedas encontró una gráfica estadística reciente hecha por los sabios de la isla (**Error! Reference source not found.**), respecto a la cantidad de plantas medicinales que se pueden encontrar en distintas zonas de

la isla, pero no logran entenderla. Por lo tanto, les solicita a los héroes que describan toda la información posible de la gráfica y luego construyan su tabla de frecuencias.



Por ayudar al cazatesoros en la primera situación obtienes las siguientes recompensas:



Situación 2

Metas específicas de la situación:

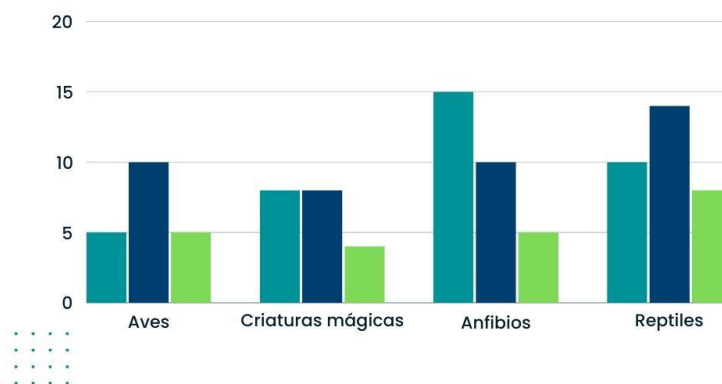
De manera específica se espera que los estudiantes:

- Construyan argumentos y justificaciones a partir del trabajo con un registro de representación de datos estadísticos no agrupados y de las interacciones con sus compañeros.

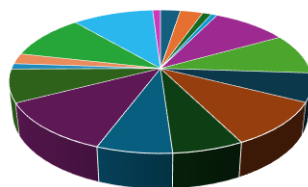
El cazatesoros, al observar que los héroes tienen habilidades para poder leer e interpretar distintos tipos de gráficas estadísticas, les muestra algunas gráficas que obtuvo al

investigar sobre la fauna que se podía encontrar en el pantano de la isla. Sin embargo, al mostrar las gráficas al líder de la aldea, este le menciona que tienen algunos errores. Las gráficas realizadas por el cazatesoros son las siguientes.

TIPOS DE CRIATURAS DEL PANTANO



Especies del pantano



- | | | | |
|---------------|-------------|------------|-------------|
| ■ Carcharodon | ■ Panthera | ■ Canis | ■ Tigirs |
| ■ Priodontes | ■ Leo | ■ Ara | ■ Ambystoma |
| ■ Crocodylus | ■ Ursus | ■ Acinonyx | ■ Cynomis |
| ■ Campephilus | ■ Maritimus | ■ Acerodon | ■ Jubatus |
| ■ Imperialis | | | |

Para finalizar el trato con el cazatesoros, este les solicita como última petición:

- Identificar cuáles son los errores que tienen las gráficas y argumentar por qué son errores.
- Proponer una o varias soluciones para corregir los errores en las gráficas estadísticas.

¡Felicidades! Has completado las misiones de Aki el cazatesoros, reclama con el profesor las siguientes recompensas:

- Experiencia asignada por el profesor.
- 20 Gold Points adicionales.
- Sobre con ventajas para tu equipo.

4. Materiales y recursos

El recurso físico para el desarrollo de la tarea es la guía propuesta a partir de la sección de formulaciones. Esta guía será entregada a los estudiantes por medio de los equipos compuestos previamente al desarrollo de esta tarea (estos equipos son grupos de entre 5 a 7 personas dependiendo la cantidad de estudiantes por curso; los estudiantes se encuentran relacionados con un rol específico como lo es mago, sanador y guardián, dicha asignación se realiza después de realizar una prueba cuantitativa y aptitudinal en sus competencias matemáticas). Adicionalmente, el recurso visual y narrativo de la tarea es la plataforma Classcraft. Atendiendo a la guía de trabajo propuesta, es de resaltar la importancia de generar un espacio de trabajo óptimo para la socialización y desarrollo de esta, lo cual permite que la tarea sea ejecutada de mejor manera y cumpla las metas esperadas. Por otro lado, el recurso visual y narrativo es de vital importancia, debido a que es el conector principal de la secuencia de tareas con el ambiente de aula, lo cual implica añadir recompensas tales como experiencia, puntos de oro y cartas propias del juego que le brindan beneficios a los estudiantes. En el caso específico de la Tarea 1, al completarla, se brindará de manera aleatoria un sobre con tres cartas a cada equipo, las cuales les sirven para ser usadas posteriormente en actividades inmersas en la narrativa del juego y brinda características propias de un juego, lo cual es un aspecto importante en la ludificación. A continuación, se presenta la distribución de las tarjetas por sobre:

Sobre 1:



Sobre 2:



Sobre 3:



Sobre 4:



Sobre 5:



Sobre 6:



5. Agrupamiento.

La tarea requiere que los estudiantes trabajen en grupos debido al componente de socialización entre compañeros y la metodología enfocada en la ludificación. Este agrupamiento se mantiene a lo largo de toda la tarea.

6. Comunicación e interacción de clase.

La categoría comunicativa que mejor se adapta a la tarea es del tipo instructivo según Brendefur y Frykholm (2000), debido a que la secuencia apunta en distintos momentos de su desarrollo a generar interacciones de clase de tres tipos:

- Profesor-estudiante: cuando el profesor toma liderazgo de la clase da rutas de trabajo e indicaciones y corrige planteamientos o propone estrategias que permitan desarrollar de manera más óptima el aprendizaje de los estudiantes.
- Estudiante-estudiante: cuando entre estudiantes socializan, comparan y discuten sus hallazgos y observaciones.
- Estudiante-profesor: cuando los estudiantes justifican, proponen o argumentan ideas y hallazgos.

7. Temporalidad de la tarea matemática escolar.

La tarea se desarrolla en dos etapas. Una primera etapa de lectura en la que los estudiantes analizan las preguntas o solicitudes, interpretan la información proporcionada y plantean posibles soluciones; y una segunda etapa de socialización en la que los estudiantes justifican y argumentan sus hallazgos o producciones. Estas dos etapas se irán repitiendo constantemente durante el transcurso de la tarea.

Se estima que la tarea se pueda llevar a cabo en un lapso de dos sesiones de clase (cada sesión de clase dura 90 minutos), brindando el tiempo que el profesor sienta que es necesario a cada etapa:

- Etapa 1: 120 minutos.
- Etapa 2: 60 minutos.

Anexo C

Tarea 2. Gráficas estadísticas no convencionales

1. Requisitos

La tarea precisa utilizar los conocimientos desarrollados en la Tarea 1 respecto a la

lectura de tablas de frecuencia, gráficas estadísticas y la conversión entre registros de representación gráficos, tabulares y verbales de datos estadísticos no agrupados.

2. Metas

Los propósitos de la tarea, relacionados con el desarrollo de la comunicación matemática en el aula, son que los estudiantes:

- Construyan conocimientos (ideas, nociones, significados, representaciones, etc.) a partir del trabajo con las distintas formas de representación de una idea matemática o de las interacciones con otros individuos de la comunidad.
- Atribuyan significados compartidos por la comunidad a una idea matemática.

3. Formulación de la tarea matemática escolar

Contextualización

Los héroes, después de colaborar con el cazatesoros Aki, charlan con este y él les menciona que el líder de la villa se encuentra confinado en la torre principal, las razones las desconoce, pero lo que puede asegurar es que la presencia de los héroes en la villa debe estar relacionado con este hecho.

Aki guía a los héroes por un camino oculto y abandonado que les permitirá entrar a la torre sin que los descubran. Al llegar e infiltrarse en la torre, nuestros héroes pueden observar que está llena de libros, información y papiros de todo tipo, y por alguna extraña razón no hay ningún guardia merodeando en el interior.

Al subir por las escaleras hasta el último piso, hallan un cuarto en el que encuentran a un guardia que custodia al líder de la villa, quien se encuentra encadenado en un oscuro armario. El guardia se sorprende al ver a los héroes allí, sin embargo, lo ve como una oportunidad para negociar. El guardia revela que la capital no tiene ningún interés en el

líder sino en su conocimiento, y para lograr uno de sus objetivos es indispensable por lo menos saber de qué manera leer y transformar la información que aparece en los papiros que se encuentran en el lugar.



El guardia pretende que los héroes logren hallar el secreto que está buscando, y a cambio, dejará en libertad al líder de la villa. El líder puede escuchar todo lo que se habla fuera de su celda, pero no hace ni un sonido, al silencio del líder, los héroes deciden aceptar el trato.

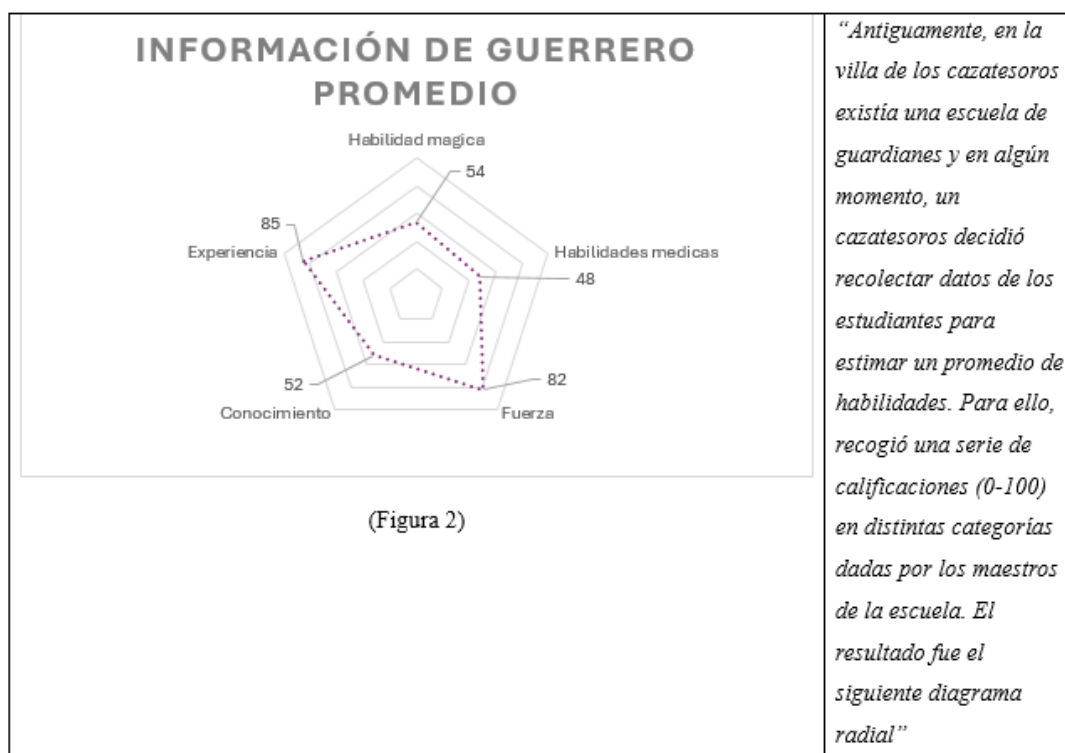
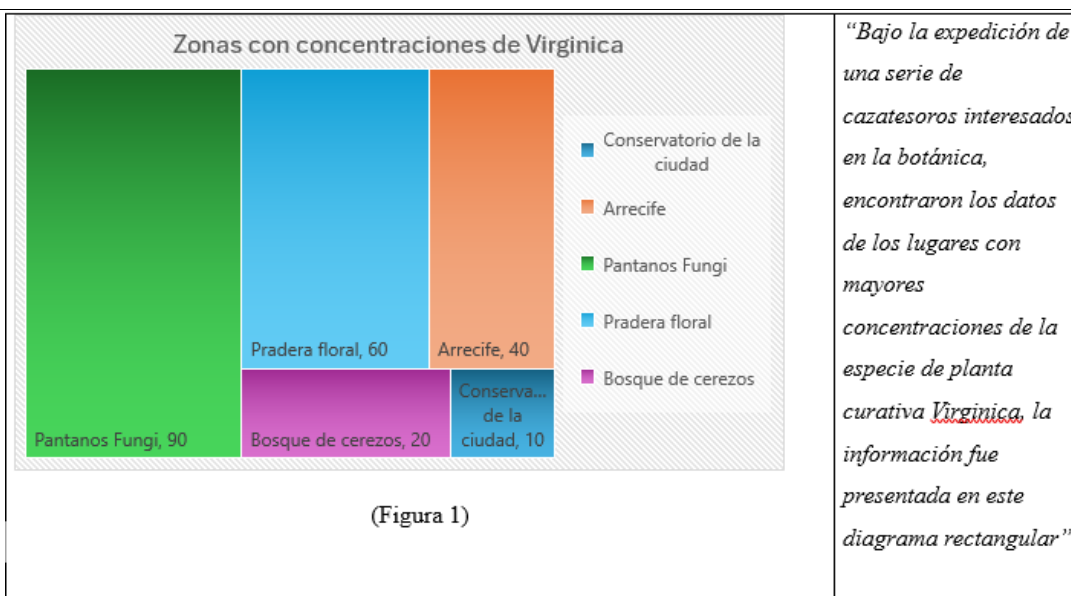
Situación 1

Metas específicas

Se espera que los estudiantes:

- Construyan procedimientos y representaciones gráficas a partir del trabajo con los distintos registros de representación de datos estadísticos no agrupados.

El guardia arroja a los héroes distintos papiros y dentro de ellos hay varias gráficas estadísticas, entre ellas hay algunas convencionales como las que vieron anteriormente en la villa (diagramas circulares y de barras), pero, para sorpresa de los héroes, encuentran otras gráficas bastantes distintas, como las siguientes (Figuras 1 y 2):



Los héroes, al leer los papiros y observar este tipo de gráficas estadísticas «no convencionales» identifican la variedad de formas para poder representar la información. El guardia, observando que los héroes lograban captar cosas que él en un buen tiempo no había logrado, hizo la siguiente solicitud a los héroes:

- a) Deben explicar por escrito de qué manera se puede pasar de un diagrama como el presentado en la Figura 1 a un diagrama circular.
- b) Deben traducir a un diagrama de barras la información que brinda el diagrama de la Figura 2 que aparece en los papiros.

Al finalizar esta misión recibes las siguientes recompensas:



Situación 2

Metas específicas

Se espera que los estudiantes:

- Construyan justificaciones, argumentos y procedimientos; así como representaciones gráficas a partir del trabajo con los distintos registros de representación de datos estadísticos no agrupados y de las interacciones con otros individuos de la comunidad.
- Atribuyan significados compartidos por los estudiantes respecto a los distintos tipos de graficas para datos estadísticos no agrupados y sus elementos.

El guardia, al obtener la información que necesita, se aparta de manera agresiva de los héroes y escapa dejando caer la llave del candado con el que estaba encerrado el líder de la villa. Al liberar al líder este corre a observar por la ventana el panorama: todos los guardias iban

apurados rumbo a la capital.

Los héroes se sorprenden debido a que el líder de la villa actuaba como si no hubiera pasado nada, a lo que él les pregunta, ¿qué esperan de mí?, ¿qué quieren? Los héroes le cuentan su misión sobre averiguar qué sucedía en la isla y tratar de salvar el elixir mineral, pues este es esencial en la vida de todas las islas aledañas.

El líder al escuchar y validar su preocupación por la vida de la isla les comenta que la capital es la culpable de la contaminación del elixir, debido a que se encontraban extrayendo los minerales que lo purifican. Sin embargo, el líder de la villa les menciona a los héroes, que lo que en realidad el tirano de la capital desea son las minas que se encuentran selladas con códigos especiales que solo los cazatesoros podrían resolver, por esta razón fue encerrado y obligado a compartir su conocimiento.

Para salvar el elixir y confrontar al tirano que se encuentra en la capital, los héroes deberán dirigirse a la montaña de donde surge el elixir e ingresar a las minas, pero para ello deben tener la llave que les permitirá ingresar, la gema del elixir y el papiro con la clave de ingreso a las minas. Estos tres objetos se encuentran alojados y resguardados en un cofre en la parte trasera del armario donde se encontraba custodiado el líder, pero para él es imposible destapar este cofre debido a que su conocimiento es tan amplio que ya no tiene gota alguna de imaginación y para abrir el cofre esto es esencial.

Los héroes, antes de partir hacia la montaña deben lograr abrir el cofre, para ello deben seguir las siguientes instrucciones dadas por el líder de la villa:

1. El cofre está encantado y para acercarte a él debes mostrar tus capacidades. Para demostrarlas deberás resolver la siguiente petición:

“La asociación de botánicos de los cazatesoros con el interés de saber en qué lugares es

óptimo sembrar cierto tipo de plantas, logró recolectar suficientes datos respecto a las zonas de clima de una parte de la isla, el resultado fue este mapa de calor.”



Con la anterior información responde las siguientes preguntas:

- Con la información dada en la gráfica ¿puedes realizar un diagrama de barras o una gráfica de torta? Justifica tu respuesta.
- De igual manera, ¿puedes realizar un diagrama radial o a uno rectangular? Justifica tu respuesta.
- Haz una comparación entre las distintas gráficas que has visto hasta ahora y el mapa de calor presentado. Describe que similitudes y que diferencias identificas respecto a las demás gráficas.

El cofre les ha permitido acceder a su contenido, sin embargo, al querer abrirlo este arroja inmediatamente una serie de datos de algún papiro cercano. Los héroes, al abrirlo, encuentran la siguiente información:

Tabla 1. Información preliminar de personas admitidas a la academia de magia

N° Admitido	Sexo	Edad (años)	Lugar de origen	Nivel de magia	Nivel de fuerza	Conocimiento científico	Habilidades medicas	Experiencia
1	Femenino	22	Capital	Básico	Superior	Alto	Superior	Básico
2	Masculino	14	Otros	Superior	Bajo	Bajo	Superior	Superior
3	Masculino	26	Capital	Superior	Alto	Alto	Alto	Alto
4	Femenino	20	Otros	Bajo	Superior	Bajo	Básico	Básico
5	Femenino	15	Capital	Bajo	Bajo	Bajo	Bajo	Alto
6	Masculino	25	Capital	Superior	Superior	Superior	Superior	Básico
7	Femenino	20	Capital	Básico	Alto	Bajo	Alto	Alto
8	Masculino	15	Capital	Básico	Básico	Superior	Básico	Alto
9	Masculino	31	Capital	Básico	Básico	Alto	Bajo	Alto
10	Masculino	32	Capital	Básico	Bajo	Básico	Bajo	Alto
11	Femenino	31	Capital	Alto	Básico	Alto	Bajo	Alto
12	Femenino	38	Otros	Básico	Alto	Básico	Básico	Alto
13	Masculino	24	Capital	Superior	Bajo	Básico	Alto	Superior
14	Femenino	19	Capital	Superior	Bajo	Superior	Alto	Bajo
15	Femenino	24	Villas aledañas	Superior	Bajo	Básico	Bajo	Alto
16	Masculino	28	Capital	Bajo	Bajo	Básico	Superior	Superior
17	Masculino	30	Capital	Superior	Bajo	Alto	Alto	Bajo
18	Masculino	28	Capital	Alto	Bajo	Bajo	Básico	Básico
19	Masculino	31	Capital	Básico	Básico	Bajo	Bajo	Alto
20	Masculino	20	Otros	Alto	Alto	Superior	Alto	Superior

Selecciona una variable estadística de la Tabla 1 y crea con tu equipo una gráfica estadística apropiada para los datos de dicha variable. Escriban un listado con los pasos que llevaron a cabo para construir la gráfica estadística. Ayúdense de las gráficas no convencionales vistas antes, pueden brindarles ideas de qué elementos debe tener la gráfica.

El líder de la villa, al observar el trabajo que hacen los héroes en la construcción de su gráfica estadística, les recomienda leer cierto papiro que ha sido clave en la enseñanza de los cazatesoros de la villa que decidieron enfocarse en la construcción de gráficas que representen datos. Lo anterior, con la intención de poder ayudar a complementar y mejorar el resultado final:

Gráficos estadísticos

El tratamiento de datos tiene su origen desde épocas remotas. En la actualidad se tiene información de hace más de 3000 años, donde antiguas civilizaciones aplicaban continuamente recolecciones de datos en distintos campos tales como la botánica, la zoología y censos dentro de la comunidad. Al pasar el tiempo, las elaboraciones gráficas aportaron en el desarrollo de la sociedad al ser representaciones visuales de información estadística y se volvería una herramienta muy eficaz debido a que captan la atención del lector, presentan la información de

manera más clara y sencilla y facilitan la comparación de datos destacando las tendencias y diferencias.

Dentro de los tipos de gráficas estadísticas que se usan, se encuentran los diagramas de barras, diagramas de sectores o circulares, histogramas, pictogramas, cartogramas, entre otros, pero cada uno de estos tipos de gráficas debe tener unos elementos mínimos:

- *Título.*
- *Nombre de los ejes (Este elemento debe colocarse en caso tal que existan ejes)*
- *Cuerpo del gráfico (es decir, las figuras de la gráfica, como los rectángulos en el diagrama de barras o las secciones circulares en los diagramas circulares).*
- *Frecuencias.*
- *Leyenda (palabras, frases, convenciones, etc., para distinguir los valores de la variable).*

El líder te pide mostrar tu gráfica para ver si tienes los elementos necesarios mencionados en el papiro y acepta o rechaza tu gráfica estadística.

ACEPTADA: La gráfica es aceptada si tuviste en cuenta todos los elementos de una gráfica estadística. Omite el punto dos de la actividad.

RECHAZADA: La gráfica es rechazada si no tuviste en cuenta todos los elementos de una gráfica estadística. Sigue la actividad desde el punto dos.

2. Ahora que conoces los elementos de una gráfica estadística, reescribe los pasos que planteaste en el primer punto de tal manera que tu gráfica tenga cada elemento, es decir, realiza las correcciones pertinentes.
3. Debes intercambiar la gráfica estadística que creaste con la de otro grupo. Con la gráfica del otro grupo escribe cinco conclusiones que surjan al analizarla.

4. Socializa: Con el grupo que intercambiaste tu gráfica menciona de qué se trata, cómo se lee, cómo se organiza la información, cómo la construyeron, qué tuvieron en cuenta para construirla, entre otros.
5. Por último, evalúa las conclusiones que hizo el otro grupo respecto a tu gráfica y comenta si fueron acertadas, erradas o regulares y justifica el porqué de sus respuestas.
¡Felicidades! Has completado las misiones del líder de la villa, reclama con el profesor las siguientes recompensas:
 - Experiencia asignada por el profesor.
 - 40 Gold Points adicionales.
 - Carta “Cristal de evolución +2”

4. Materiales y recursos

El recurso físico para el desarrollo de la tarea es la guía propuesta a partir de la sección de formulaciones. Esta guía será entregada a los estudiantes por medio de los equipos compuestos previamente al desarrollo de las tareas; se entiende como equipo a los grupos conformados por los estudiantes posterior a la etapa de caracterización de personaje. Adicionalmente, el recurso visual y narrativo de la tarea es la plataforma Classcraft. Atendiendo a la guía de trabajo propuesta, es de resaltar la importancia de generar un espacio de trabajo óptimo para la socialización y desarrollo de esta, lo cual permite que la tarea sea ejecutada de mejor manera y cumpla las metas esperadas. Por otro lado, el recurso visual y narrativo es de vital importancia, debido a que es el conector principal de la secuencia de tareas con el ambiente de aula, lo cual implica añadir recompensas tales como experiencia, puntos de oro y cartas propias del juego que le brindan beneficios a los estudiantes. En el caso específico de la Tarea 2, al

completarla se brindará una tarjeta específica por equipo la cual sirve para ser usada posteriormente en actividades inmersas en la narrativa del juego y brinda características propias de un juego, lo cual es un aspecto importante en la ludificación.:



5. Agrupamiento

La tarea requiere que los estudiantes trabajen en grupos debido al componente de socialización entre compañeros. Este agrupamiento se mantiene a lo largo de toda la tarea.

6. Comunicación e interacción de clase

La categoría comunicativa que mejor se adapta a la tarea es de tipo contributivo según Brendefur y Frykholm (2000), debido a que la secuencia apunta en su totalidad a la interacción entre estudiantes, mientras que el profesor tiene la función de ayudar a encontrar alternativas para resolver los puntos de la tarea.

7. Temporalidad de la tarea matemática escolar

La tarea se desarrolla en dos momentos. El primer momento busca que los estudiantes planteen estrategias para cambiar de representación gráfica y los realicen; la segunda etapa busca que los estudiantes creen una gráfica estadística que tenga los elementos mínimos y de esta manera socializar, concluyendo, explicando y justificando respecto a

las gráficas estadísticas de otros y propia.

Se estima que la tarea se pueda llevar a cabo en un lapso de dos sesiones de clase (cada sesión de clase dura 90 minutos), brindando el tiempo que el profesor sienta que es necesario a cada etapa:

- Etapa 1: 50 minutos.
- Etapa 2: 130 minutos.